



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Multipolos e Invariancia de Norma en la
Electroproducción de Mesones Vectoriales

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Físico

PRESENTA:

Gustavo Alejandro Avalos Valentín

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Genaro Toledo Sánchez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

Alumno: Gustavo Alejandro Avalos Valentín
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
301026378

Tutor: Dr. Genaro Toledo Sánchez

1^{er} Sinodal: Dr. Roelof Bijker

2^{do} Sinodal: Dra. Gabriela Murguía Romero

3^{er} Sinodal: Dr. Erick Leonardo Patiño Jaidar

4^{to} Sinodal: Dr. Hermes León Vargas

Trabajo escrito: Multipolos e Invariancia de Norma en la Electroproducción de Mesones Vectoriales
pp. 80
2016

Prefacio

La interacción entre quarks es descrita en el Modelo Estándar de las partículas elementales, a través de la mediación de los gluones. La formación de estados ligados es por lo tanto determinada por las propiedades de la interacción fuerte. Estados tales como los mesones vectoriales (V) tienen propiedades electromagnéticas asociadas a las propiedades mismas de los quarks que la constituyen. Sin embargo, estos estados tienen tiempo de vida extremadamente cortos, lo que dificulta la extracción experimental de estos.

En este trabajo se plantea estudiar los efectos de la estructura multipolar de estas partículas en la sección eficaz de producción en procesos de la forma $e^+e^- \rightarrow V\bar{V}$. La importancia de este trabajo radica en que no existe una medición de dichas propiedades y por lo tanto es necesario identificar observables sensibles a estas para poder determinarlos. Adicionalmente, las restricciones teóricas asociadas a la invariancia de norma electromagnética juegan un papel importante para la descripción apropiada del proceso. En este trabajo se ilustrarán las implicaciones que la omisión de dicha simetría tendría en las observables.

Capítulo 1 Se realizará una introducción del Modelo Estándar así como de las interacciones entre las partículas fundamentales. Se revisará con más atención la parte de la interacción fuerte y se justificará la motivación del trabajo.

Capítulo 2 Se estudiarán las características generales del vértice electromagnético de los mesones vectoriales y su descripción en términos de los multipolos.

Capítulo 3 Estará enfocado al cálculo del proceso $e^+e^- \rightarrow V\bar{V}$, estableciendo las condiciones requeridas por la invariancia de norma electromagnética.

Capítulo 4 Presentamos resultados de las observables aplicados a dos casos típicos, considerando al mesón vectorial como las partículas K^* y ρ , detallando las aproximaciones y valores de los parámetros involucrados.

Capítulo 5 Se hará una discusión de los resultados y sus implicaciones, además de los alcances de la tesis.

Agradecimientos

En la vida hay aciertos y errores, pero nosotros le damos mayor importancia a los errores, tal vez sea porque de ellos aprendemos lo que no debemos hacer y nos ayudan a rectificar el camino, los aciertos en muchas ocasiones nos enorgullecen y muestran que somos capaces de cosas maravillosas, pero cuando nos dejamos llevar nos conducen a la soberbia y a la falta de humildad. Creo que debe haber un equilibrio entre errores y aciertos de lo contrario uno podría ser cegado por la arrogancia o por el fracaso. Yo creo que a lo largo de mi vida he tenido demasiadas fallas que me han dejado enseñanzas valiosas, esto lo he logrado gracias a que en este camino me he encontrado con diversas personas que me han dado consejos de todo tipo desde un *échale ganas* hasta un *déjalo, luego lo haces*; lo importante de todo esto es lo que he tomado y lo que he dejado escapar, eso es lo que ha determinado lo que hasta el momento soy. Dentro del total de personas que han desfilado a lo largo de mi vida hay quienes se han quedado para darme apoyo y ánimo cuando las cosas no salen bien y, aplaudir cuando tengo un logro o un éxito, esas son las personas a quienes agradezco y dedico este trabajo de tesis, sería injusto dar nombres porque seguramente se me escaparía alguno, también doy gracias a quienes ya no están a mi lado de forma física pero que aún viven en mi corazón. Por otro lado, me gustaría agradecer a las instituciones que me han cobijado en mi vida académica, y al decir esto no me refiero a las instalaciones, sino a los profesores, maestros y doctores que de alguna manera han aportado a mi educación desde una palabra, una ecuación o un teorema, e incluso la dirección de este trabajo. Por último, agradezco a toda esa gente que de forma indirecta ha contribuido a ayudarme a llegar a donde estoy.

Gustavo

Índice general

Prefacio	I
Agradecimientos	III
Índice general	VI
1 Modelo Estándar	1
1.1 Clasificación de Partículas	1
1.2 Las Cuatro Interacciones Fundamentales	3
1.3 Los Grupos $SU(2)$ y $SU(3)$	4
1.4 Modelo de Quarks	5
1.5 Teoría Electrodébil	12
1.6 Rompimiento Espontáneo de la Simetría	12
1.7 Resonancias	15
2 Vértice Electromagnético $VV'\gamma$	17
2.1 Descripción del Vértice $VV'\gamma$	17
2.1.1 Forma General del Vértice $VV'\gamma$	19
2.1.2 Estructura Multipolar del vértice $VV'\gamma$	21
2.2 Vértice Electromagnético $W^+W^-\gamma$	23
3 Descripción del proceso $e^+e^- \rightarrow V^+V^-$	27
3.1 Proceso $e^-e^+ \rightarrow V^+V^-$	27
3.2 Ecuación de Dirac	29
3.3 Ecuación de Proca	31
3.4 Propagador del fotón	32
3.5 De regreso al Vértice $VV'\gamma$	33
3.6 Cinemática del proceso	34
3.7 Construcción de la amplitud \mathcal{M} y de $ \mathcal{M} ^2$	35
4 Sección Eficaz Diferencial y Total	43
4.1 Sección eficaz diferencial	43
4.2 Caso ρ	44
4.3 Caso K^*	51
5 Discusión y conclusiones	59
5.1 Recapitulando	59
5.2 Discusión: Producción $\rho^-\rho^+$	61

5.3	Discusión: Producción $K^{*-} K^{*+}$	64
5.4	Conclusiones	68
Apéndices		69
A		69
A.1	Leyes de Conservación y Simetrías (Teorema de Noether)	69
A.2	Cinemática Relativista	72
	Transformaciones de Lorentz	72
A.3	Ecuación de Klein-Gordon	74
A.4	Cálculo de las constantes de acoplamiento	75
Referencias		79

Modelo Estándar

Ni el momento dipolar magnético ni el momento cuadrupolar eléctrico de ningún mesón vectorial han sido medidos. Esto es debido a sus tiempos de vida extremadamente cortos, lo cual no permite aplicar la técnica estándar de precesión del espín. La alternativa más viable es estudiar los procesos en los que el mesón vectorial se acopla a un fotón. En este trabajo de tesis, se realizará un estudio de los efectos del momento dipolar magnético de los mesones vectoriales en la sección eficaz de los procesos $e^-e^+ \rightarrow K^{*+}K^{*-}$ y $e^-e^+ \rightarrow \rho^+\rho^-$ y determinar la precisión necesaria para poder distinguirlo.

En este capítulo se hace una breve revisión de las interacciones fundamentales de la naturaleza; quiénes las experimentan, quiénes las transmiten e intensidad de las mismas. Se esboza el Modelo de Quarks; qué tipo de partículas se forman debido a estados ligados de quarks, así como propiedades relevantes de éstas. Se da una pequeña descripción del Modelo Estándar; tipos de partículas, números cuánticos y, masas.

1.1. Clasificación de Partículas

La teoría más aceptada para la descripción e interacción de partículas elementales es el *Modelo Estándar*, esta teoría dice que existen básicamente tres tipos de partículas los cuales son: *leptones*, *quarks*, *bosones de norma* y *bosón de Higgs*. Las interacciones que contempla este modelo entre las partículas son: interacción débil, interacción fuerte, interacción electromagnética; a partir de éstas es como se clasifican los procesos entre las partículas como son decaimientos, aniquilaciones y transformaciones a nuevas partículas. La interacción gravitacional además de no estar incluida en el Modelo Estándar, es despreciable en las escalas atómica y subatómica.

Los Leptones

Estas partículas sí se consideran elementales y se caracterizan por no experimentar la fuerza fuerte, existen dos clases principales de estas leptones cargados y leptones neutros; ejemplos de ellos son el electrón e y su correspondiente neutrino ν_e . Todas estas partículas tienen espín $\frac{1}{2}$ y por supuesto que existen sus antipartículas, las cuales tienen masa y momento angular exactamente iguales, pero

principalmente se caracterizan por tener carga eléctrica opuesta a menos que los leptones en cuestión sean eléctricamente neutros como en el caso de los neutrinos. En la tabla 1.1 se listan los diferentes leptones, y dos de sus propiedades más importantes como su masa y carga.

Leptón	Carga, e	Masa
e (electrón)	-1	$0.510998928 \pm 0.00000022$ MeV
ν_e (neutrino del electrón)	0	$m < 2$ eV
μ (muón)	-1	$105.6583715 \pm 0.00000027$ MeV
ν_μ (neutrino del muón)	0	$m < 2$ eV
τ (tauón)	-1	1776.82 ± 0.16 MeV
ν_τ (neutrino del tauón)	0	$m < 2$ eV

Tabla 1.1: Clasificación de leptones.

Los Quarks

Los quarks son partículas elementales que constituyen la materia, estos se combinan para formar otras partículas llamadas *hadrones* entre las que destacan el protón y el neutrón. Dentro de sus propiedades más importantes están; carga eléctrica, carga de *sabor*, carga de *color*, tienen masa, poseen espín $\frac{1}{2}$ y se les asigna otro número cuántico llamado número *bariónico* de $\frac{1}{3}$. Dentro del Modelo Estándar son las únicas partículas que experimentan las cuatro interacciones fundamentales. La carga eléctrica es una fracción de la carga del electrón. Debido al *confinamiento de color* así como a la conservación del número bariónico, los quarks no han sido observados de manera individual. Existen seis distintas cargas de sabor para los quarks: *up*, *down*, *strange*, *charm*, *bottom* y *top* y, tres cargas de color: *azul*, *verde* y *rojo*. Los quarks más ligeros son: up, down y strange.

Quarks	Carga, e	Extrañeza, S	Hipercarga, Y	Masa
u (up)	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$2.3^{+0.7}_{-0.5}$ MeV
d (down)	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$4.8^{+0.5}_{-0.3}$ MeV
s (strange)	$-\frac{1}{3}$	-1	$-\frac{2}{3}$	95 ± 5 MeV
c (charm)	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	1.275 ± 0.026 GeV
b (bottom)	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	4.18 ± 0.03 GeV
t (top)	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	173.5 ± 0.51 GeV

Tabla 1.2: Clasificación de quarks.

Así como en el caso de los leptones, también existen los antiquarks que conservan la misma masa y momento angular exactamente iguales, pero carga de color y sabor opuestos. Ver referencias [1] y [2].

Los Bosones de Norma

Los bosones vectoriales o mediadores son aquellas partículas que transmiten algún tipo de interacción fundamental (electromagnética, fuerte, débil e incluso gravitacional) entre las partículas elementales. Los bosones pueden ser masivos o no masivos y todos son de espín 1, excepto el *gravitón* ($s = 2$) del cual aún no se tienen pruebas experimentales. En la tabla 1.3 se presentan los bosones de norma con las propiedades más relevantes y las interacciones que transmiten cada uno de ellos.

Bosón	Interacción mediada	Carga eléctrica	Masa
γ (fotón)	Electromagnética	0	$m < 1 \times 10^{-18}$ eV
g (8 gluones)	Fuerte	0	0
W^\pm (cargados)	Débil	± 1	80.385 ± 0.015 GeV
Z^0 (neutro)	Débil	0	91.1876 ± 0.0021 GeV
Gravitón	Gravitacional	0	$m < 6 \times 10^{-32}$ eV

Tabla 1.3: Clasificación de bosones de norma.

El Modelo de Quarks y el Modelo de Estándar han tenido gran aceptación dentro de la física contemporánea ya que algunas de sus predicciones han sido comprobadas experimentalmente con un margen de error bastante pequeño.

1.2. Las Cuatro Interacciones Fundamentales

Electromagnética: Esta interacción la experimentan partículas con carga eléctrica por medio del intercambio de un fotón, por ejemplo electrones y protones. La intensidad de la interacción está dada por la constante de estructura (hiperfina):

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi} \simeq \frac{1}{137}$$

Fuerte: Esta la sienten partículas que poseen carga de *color*, que a diferencia de la carga eléctrica esta se exhibe en tres distintos tipos: rojo, verde y azul; las partículas que se comunican a través de esta interacción son los quarks, antiquarks y los gluones. La intensidad de la interacción fuerte es:

$$\alpha_s \equiv \frac{g_s^2}{4\pi} \simeq 1$$

Cabe mencionar que es aproximadamente 100 veces más grande que la interacción electromagnética, y que no se debe confundir con la interacción residual fuerte que es la causante de la cohesión de los núcleos atómicos. Debido a esta interacción es que se tienen en la naturaleza protones, neutrones y otras partículas hadrónicas como son *piones*, *kaones*, partículas Λ , entre muchas más.

Débil: La experimentan partículas con carga débil o carga de *sabor*, esta carga se presenta en quarks y leptones como es el caso de electrones y neutrinos. La intensidad se define:

$$\alpha_w \equiv \frac{g_w}{4\pi} \simeq 10^{-2}$$

Gravitacional: Esta interacción es relevante a escalas macroscópicas, es la causante de que existan sistemas planetarios como el Solar, decae como el inverso del cuadrado de la distancia y de alcance infinito. Aunque se han hecho muchos intentos de formular una teoría cuántica de esta interacción, aún no se han obtenido resultados satisfactorios experimentales, pero la predicción es que existe una partícula llamada *gravitón* que es la mediadora de esta interacción. Referencias [3] y [1]

1.3. Los Grupos $SU(2)$ y $SU(3)$

En matemáticas existe una rama muy interesante llamada Teoría de Grupos que trata las simetrías de objetos matemáticos, dentro de estos grupos están los Grupos de Lie, los cuales básicamente son variedades, es decir, localmente se parecen mucho a un espacio \mathbb{R}^n . El ejemplo más claro de un Grupo de Lie son las rotaciones. Si U es una transformación tal que si para un sistema $|\psi\rangle$ actúa de manera que:

$$|\psi'\rangle = U|\psi\rangle \quad (1.1)$$

Entonces el operador U debe ser un operador unitario, es decir, $\det(U) = \pm 1$ y $UU^\dagger = U^\dagger U = \mathbf{I}$. El conjunto de todas las matrices unitarias de 2×2 es conocido como el grupo $U(2)$. Dentro de este grupo existen las matrices de 2×2 que son sin traza y que además $\det(U) = 1$, a este grupo se le conoce como el grupo especial unitario, denotado por $SU(2)$. El álgebra de $SU(2)$ es el álgebra que tienen los generadores J_i . La dimensionalidad de las representaciones es $2j + 1$, esto es, depende del espín total del sistema j .

En Mecánica Cuántica este concepto de Grupos de Lie se aplica al momento angular y al *Isospín*, este último surge como un grado de libertad interno en los nucleones con dos estados permitidos, dado que la interacción fuerte nuclear no distingue entre un protón o un neutrón. Es entonces donde surge el grupo $SU(2)$ del isospín con la representación fundamental (n, p) . En analogía con el concepto matemático de espín, los generadores de isospín cumplen la propiedad:

$$[I_j, I_k] = i\varepsilon_{jkl}I_l \quad (1.2)$$

Los generadores están dados por $I_i = \frac{1}{2}\tau_i$, donde:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

y el factor ε_{jkl} es el tensor de Levi-Civita de tres dimensiones totalmente antisimétrico, lo que significa que vale -1 ante permutaciones impares de los índices, 1 cuando hay permutaciones pares y cero si dos índices se repiten.

Estas matrices son conocidas como las matrices de isospín, que actúan en los estados de protón y neutrón representados por:

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

En este caso, la proyección de I_3 es la componente que se toma como referencia para saber si se trata de un protón o un neutrón.

Otro de los grupos importantes en física cuántica es el $SU(3)$, que es el conjunto de matrices unitarias de 3×3 con $\det(U) = 1$. Los generadores pueden tomarse de cualquiera de las 8 matrices Hermitianas de 3×3 linealmente independientes sin traza.

En física de partículas la representación fundamental de $SU(3)$ es un triplete y se liga con la carga de color de los quarks, $R(rojo)$, $G(verde)$ y $B(azul)$. Los generadores son matrices diagonales de 3×3 denotados como λ_i , con $i = 1, \dots, 8$, algunas de ellas son:

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

con vectores propios simultáneos:

$$R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Las λ_i son conocidas como las matrices de Gell-Mann que cumplen con el álgebra:

$$\left[\frac{\lambda_j}{2}, \frac{\lambda_k}{2} \right] = i \sum_l f_{jkl} \frac{\lambda_l}{2} \quad (1.3)$$

Donde f_{jkl} son las constantes de estructura del grupo $SU(3)$ y que son totalmente antisimétricas bajo el intercambio de cualquier par de índices. Referencia [4]

Isospín

Hacia 1932 el físico alemán Werner Heisenberg propuso que los nucleones, protón y neutrón, son la manifestación de una misma partícula pero en distinto estado cuántico. Como se sabe protones y neutrones interactúan en el núcleo por medio de la fuerza fuerte sin importar la carga de cada partícula, además las masas de estas son muy cercanas de aquí la idea de pensar que estas dos partículas son una misma pero en estado cuántico diferente. Esta forma de pensar, condujo a que la teoría de isospín debía ser generalizada, es decir, no sólo como una idea exclusiva para nucleones, sino a todas las partículas que interactuaran a través de la fuerza fuerte, con masas muy parecidas, cargas eléctricas distintas e incluso estados cuánticos distintos. El formalismo que describe al isospín es similar al de momento angular intrínseco (espín) de Mecánica Cuántica, lo que significa que puede acoplarse de la misma manera, aunque no tiene el mismo origen que el espín. Por ejemplo, protón y neutrón tienen isospín $I = \frac{1}{2}$ pero proyecciones distintas $I_3 = \frac{1}{2}$ y $I_3 = -\frac{1}{2}$ respectivamente.

1.4. Modelo de Quarks

En física de partículas elementales también se trató de hacer un especie de tabla periódica, a través de un arreglo llamado *The Eightfold-Way* propuesto por Murray Gell-Mann y Yuval Ne'eman en 1961. Este arreglo acomoda a bariones y mesones en patrones geométricos (hexágonos y triángulos), de acuerdo con su carga y extrañeza. Esta manera de adecuar a las partículas condujo de manera natural a una construcción aritmética elemental de los mutipletes de los bariones y mesones por ejemplo: el octete de bariones ligeros, el decuplete de bariones pesados y, el decuplete de mesones vectoriales, entre los

más importantes. De alguna manera este fue el comienzo de la nueva física de partículas. La forma de entender The Eightfold-Way vino tres años después por medio del *Modelo de Quarks*.

El Modelo de Quarks es una teoría de cómo es que los quarks se combinan en estados ligados para formar a las partículas hadrónicas. Este modelo fue propuesto por Gell-Mann y George Zweig independientemente en 1964. La teoría dice que los quarks se combinan para formar básicamente dos grupos de partículas: uno son los bariones, que son estados ligados de tres quarks (qqq) tal que la partícula resultante sea sin color, con espín $\frac{1}{2}$ ó $\frac{3}{2}$ y, carga eléctrica un múltiplo entero de la carga elemental; el otro grupo son los mesones, que contienen un quark y un antiquark ($q\bar{q}$) de manera que como en el caso anterior, haya ausencia de color; estos pueden ser neutros ó cargados eléctricamente, además de poseer espín 0 o 1.

Con la llegada del modelo de quarks se puede entender mejor The Eightfold-Way pero quedaban aún dudas de cómo es que quarks del mismo sabor podían combinarse para formar partículas con propiedades distintas por ejemplo: la composición del protón y la delta+, $\Delta^{(+)}$, es de dos quarks u y un d ; la pi+ (π^+) y la rho+ (ρ^+) ambas constituidas por $u\bar{d}$ y así para otras partículas. En analogía a lo que sucede en un átomo que existen además del estado base, otros que se llaman estados excitados, es decir, como si fuese la misma partícula pero en distintos niveles de energía. Por lo tanto, en principio se podría concebir un número infinito de hadrones hechos solamente por tres quarks, sin embargo hay algunas cosas que son excluidas en el modelo de quarks: por ejemplo, no existe un barión con números cuánticos $S = 1$ o $Q = -2$; ninguna combinación de tres quarks puede producir dichos números. Esto condujo a una serie de experimentos, a finales de los 60's y principios de los 70's, en pos de lograr separar quarks de estados ligados lo cual no se logró, tras este fallo se puso en tela de juicio el modelo de quarks, pero los que estaban a favor de la teoría propusieron el confinamiento de quarks por medio de una propiedad más llamada carga de color.

Como los quarks son partículas de espín $\frac{1}{2}$, parecía que en estados ligados como en la partícula $\Delta^{(++)}$, con espín $\frac{3}{2}$, donde coexisten tres quarks u , se violaba el Principio de Exclusión de Pauli, regla que se aplica para partículas con espín semientero. Esto llevó a Oscar Wallace Greenberg y al mismo tiempo a Han y Nambu proponer una salida para este problema. Ellos propusieron que los quarks no solo *vienen* en sabores, sino que también en tres colores: rojo, verde, azul, una propiedad más que se le añadió a estas partículas además de la carga eléctrica y la extrañeza. Un quark azul posee una unidad de azul, cero de rojo y cero de verde; mientras que su antipartícula una unidad negativa de azul. Por otro lado, si una partícula está hecha de tres quarks (un barión) del mismo sabor entonces, la cantidad de cada color en ella debía ser la misma tal que fuese una partícula sin color. Y como los mesones son partículas hechas por quark-antiquark, la ausencia de color era evidente. Este planteamiento llevó a una especie de postulado: ***Todas las partículas observadas en la naturaleza carecen de color.***

El postulado anterior soluciona por qué es imposible *hacer* una partícula de dos quarks, de cuatro quarks o aislar a un solo quark en la naturaleza. Las únicas combinaciones de quarks que se pueden hacer en la naturaleza son mesones ($q\bar{q}$), bariones ($q_R q_G q_B$) y antibariones ($\bar{q}_R \bar{q}_G \bar{q}_B$).

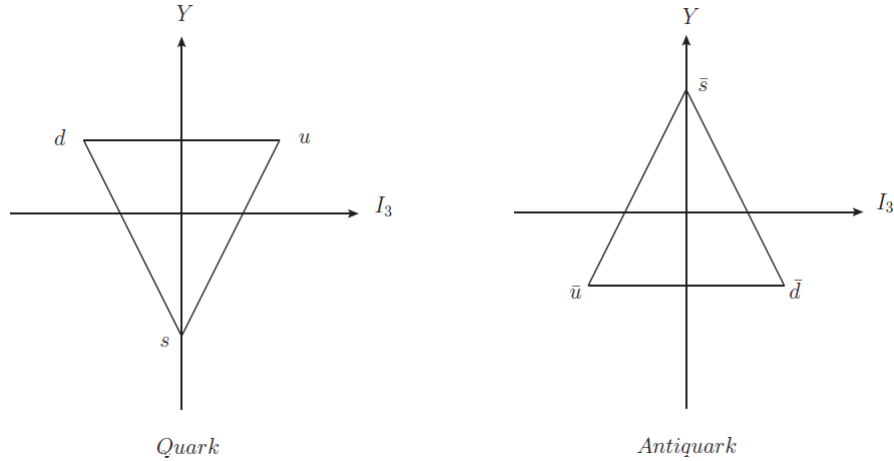


Figura 1.1: Multiplete de quarks en el plano de hipercarga y componente 3 de isospín.

Bariones

El nombre de barión proviene del griego para el término *pesado*, estas partículas experimentan las interacciones electromagnética, gravitacional y fuerte, siendo esta última la causante de la cohesión del núcleo. Los bariones más conocidos son el protón y el neutrón. Los bariones también tienen antipartículas cambiando la composición de quarks por antiquarks. Los bariones tienen número bariónico +1 y, los antibariones -1, este número cuántico siempre se conserva en las interacciones de partículas. En las tablas 1.4 se muestran algunas propiedades de bariones con espín $\frac{1}{2}$ mientras que en la figura 1.2 se representa el multiplete de los mismo en el plano de hipercarga contra la componente 3 de isospín. Ver referencias [1] y [3].

Barión	Carga, e	Contenido de quarks	Isospín, I	Masa
p (protón)	+1	uud	$\frac{1}{2}$	938.272046 ± 0.000021 MeV
n (neutrón)	0	udd	$\frac{1}{2}$	939.565379 ± 0.000021 MeV
Λ (lambda)	0	uds	0	1115.683 ± 0.006 MeV
Σ^+ (sigma)	+1	uus	1	1189.37 ± 0.07 MeV
Σ^0 (sigma)	0	uds	1	1192.642 ± 0.024 MeV
Σ^- (sigma)	-1	dds	1	1197.449 ± 0.030 MeV
Ξ^0 (xi)	0	uss	$\frac{1}{2}$	1314.86 ± 0.20 MeV
Ξ^- (xi)	-1	dss	$\frac{1}{2}$	1321.71 ± 0.07 MeV

Tabla 1.4: Breve lista de bariones con espín $\frac{1}{2}$.

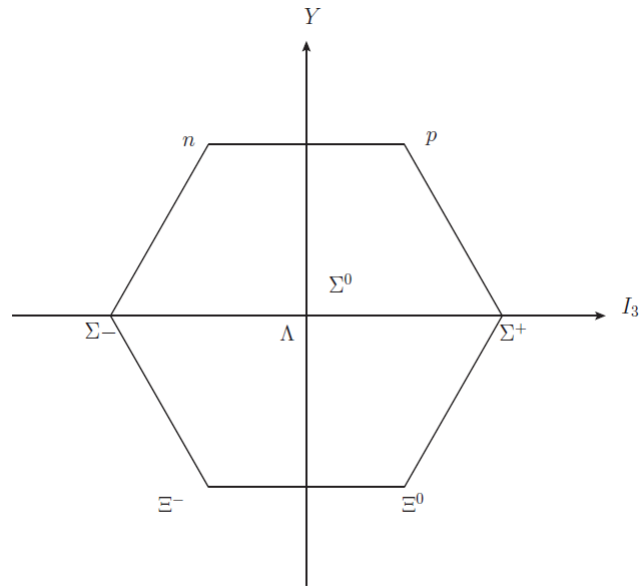


Figura 1.2: Octete de bariones con espín $\frac{1}{2}$.

En la tabla 1.5 y en la figura 1.3 se exponen las correspondientes propiedades para bariones con espín $\frac{3}{2}$.

Barión	Carga, e	Contenido de quarks	Isospín, I	Masa
Δ^{++} (delta)	2	uuu	$\frac{3}{2}$	1232 MeV
Δ^+ (delta)	1	uud	$\frac{3}{2}$	1232 MeV
Δ^0 (delta)	0	udd	$\frac{3}{2}$	1232 MeV
Δ^- (delta)	-1	ddd	$\frac{3}{2}$	1232 MeV
Σ^{*+} (sigma)	1	uus	1	1385 MeV
Σ^{*0} (sigma)	0	uds	1	1385 MeV
Σ^{*-} (sigma)	-1	dds	1	1385 MeV
Ξ^{*0} (xi)	0	uss	$\frac{1}{2}$	1533 MeV
Ξ^{*-} (xi)	-1	dss	$\frac{1}{2}$	1533 MeV
Ω^- (omega)	-1	sss	0	1672 MeV

Tabla 1.5: Breve lista de bariones con espín $\frac{3}{2}$.

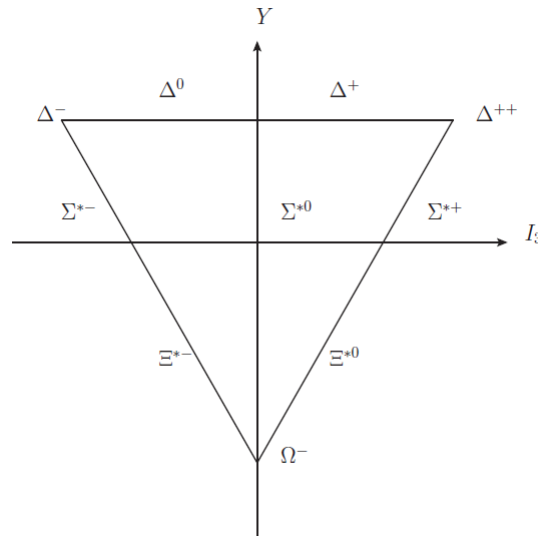


Figura 1.3: Decuplete de bariones con espín $\frac{3}{2}$.

Mesones

Los mesones tienen un tiempo de vida realmente corto debido a esto son muy difíciles de detectar y, se subdividen en dos conjuntos: mesones pseudoescalares, espín 0, cuando los espines de quark-antiquark se acomodan antiparalelos, y mesones vectoriales, espín 1, cuando los espines de quark-antiquark son paralelos, ambos tipos de mesones siguen la estadística de Bose. Los mesones no se producen en decaimientos radiactivos, más bien aparecen en la naturaleza por interacciones de muy altas energías en la materia. Lo más frecuente es que se creen por interacción de rayos cósmicos y, artificialmente en aceleradores de partículas en colisiones protón-antiprotón u otras partículas. A continuación, en la tabla 1.6 se exhiben características de los mesones pseudoescalares y por otro lado, de nueva cuenta se representan gráficamente en el plano $Y - I_3$.

Mesón	Carga, e	Contenido de quarks	Isospín, I	Masa
π^+ (pi)	1	ud	1	139.57018 ± 0.00035 MeV
π^0 (pi)	0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	134.9766 ± 0.0006 MeV
π^- (pi)	-1	$d\bar{u}$	1	139.57018 ± 0.00035 MeV
K^+ (kaón)	1	$u\bar{s}$	$\frac{1}{2}$	493.677 ± 0.016 MeV
K^- (kaón)	-1	$s\bar{u}$	$\frac{1}{2}$	493.677 ± 0.016 MeV
K^0 (kaón)	0	$d\bar{s}$	$\frac{1}{2}$	497.614 ± 0.024 MeV
\bar{K}^0 (kaón)	0	$s\bar{d}$	$\frac{1}{2}$	497.614 ± 0.024 MeV
η (eta)*	0	$(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$	0	547.862 ± 0.018 MeV
η' (eta)*	0	$(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$	0	957.78 ± 0.06 MeV

Tabla 1.6: Algunos mesones pseudoescalares (espín 0).

*Nota: En realidad las partículas η y η' son superposiciones de los estados η_1 y η_8 .

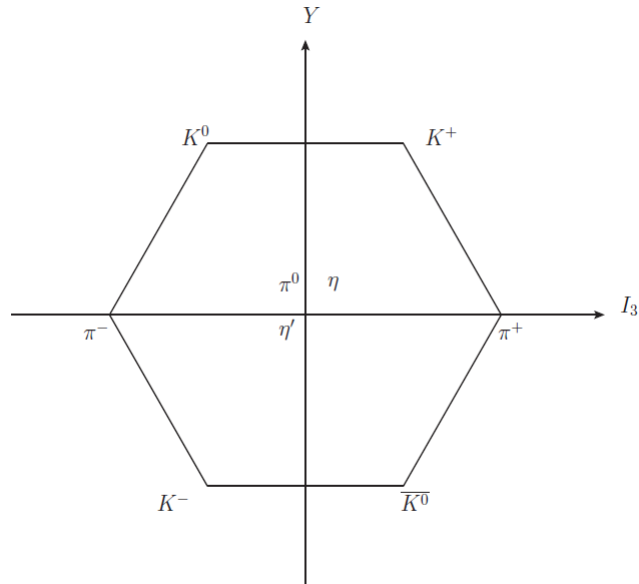


Figura 1.4: *Nonete de mesones pseudoescalares.*

Asimismo, en la tabla 1.7 se introduce el decuplete de mesones vectoriales junto con algunas de sus cualidades sobresalientes.

Mesón	Carga, e	Contenido de quarks	Isospín, I	Masa
ρ^+ (rho)	1	$u\bar{d}$	1	775.26 ± 0.25
ρ^0 (rho)	0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	775.26 ± 0.25
ρ^- (rho)	-1	$d\bar{u}$	1	775.26 ± 0.25
K^{*+} (k-estrella)	1	$u\bar{s}$	$\frac{1}{2}$	891.66 ± 0.26
K^{*-} (k-estrella)	-1	$s\bar{u}$	$\frac{1}{2}$	891.66 ± 0.26
K^{*0} (k-estrella)	0	$d\bar{s}$	$\frac{1}{2}$	891.66 ± 0.26
\bar{K}^{*0} (k-estrella)	0	$s\bar{d}$	$\frac{1}{2}$	891.66 ± 0.26
ω (omega)	0	$(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	1650 ± 30 MeV
ϕ (phi)	0	$s\bar{s}$	0	1019.461 ± 0.019 MeV

Tabla 1.7: *Algunos mesones vectoriales (espín 1).*

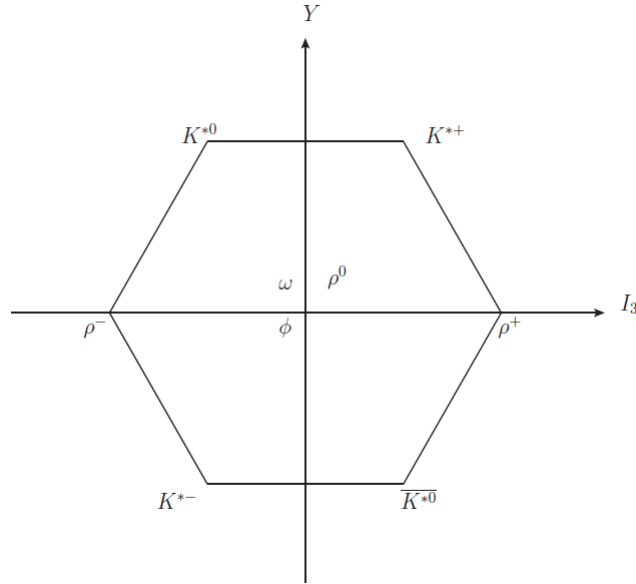


Figura 1.5: Nonete de mesones vectoriales.

Todos estos mesones se consideran mesones ligeros debido a la composición del triplete de quarks (u , d , s); entre ellos se encuentran los mesones de interés: K^{*+} , K^{*-} , ρ^+ y ρ^- . Los multipolos electromagnéticos de estas partículas no han sido medidos, sin embargo existen predicciones basadas en el Modelo de Quarks para el momento dipolar magnético y el cuadrupolo eléctrico las cuales se listan en las siguientes tablas:

MDM $\left[\frac{e}{2M_{\rho^\pm}} \right]$	MCE $\left[\frac{e}{M_{\rho^\pm}^2} \right]$	Referencia
$2.0 + 0.69$	$1.0 + 1.81$	[14]
$2.0 + 0.01$	$1.0 - 1.41$	[15]
$2.0 - 0.08$	$1.0 - 0.57$	[16]
$2.0 + 0.26$	$1.0 + 0.22$	[17]
$2.0 + 0.14$	$1.0 + 1.65$	[18]
$2.0 + 0.25$	$1.0 - 0.75$	[19]

Tabla 1.8: Predicciones del momento dipolar magnético (MDM) y del momento cuadrupolar eléctrico (MCE) para el mesón ρ^\pm .

MDM $\left[\frac{e}{2M_{K^{*\pm}}} \right]$	MCE $\left[\frac{e}{M_{K^{*\pm}}^2} \right]$	Referencia
$2.0 - 0.047$	$1.0 - 0.097$	[20]
$2.0 + 0.19$	—	[21]
2.0 ± 0.04	—	[22]
$2.0 + 0.08$	—	[15]
$2.0 + 0.14$	$1.0 - 0.62$	[19]
$2.0 + 0.37$	$1.0 + 0.96$	[14]

Tabla 1.9: Predicciones del momento dipolar magnético (MDM) y del momento cuadrupolar eléctrico (MCE) para el mesón $K^{*\pm}$.

1.5. Teoría Electrodébil

Alrededor de 1933, Enrico Fermi trató de dar una explicación al decaimiento beta como una colisión directa entre las partículas involucradas y por lo tanto, no había una partícula mediadora de la responsable de este decaimiento, la interacción débil. El modelo que propuso Fermi no fue malo a baja energías, ya que dio buenos resultados, cosa que no sucedió a altas energías, por lo que surgió la necesidad de una teoría que incluyera una partícula mediadora. Hideki Ogawa (Yukawa) por su parte, buscaba algo similar para la interacción fuerte, causante de la cohesión de los nucleones. Él enfrentó este problema estimando la masa de los piones (encargados de transmitir dicha interacción) en términos de la intensidad de esta fuerza, lo que no fue difícil porque el alcance la interacción fuerte es comparable con el tamaño del núcleo. No obstante, en el caso de la interacción débil no podía proponerse algo parecido ya que el rango de la interacción débil es extremadamente corto como para medir estados ligados de partículas a causa de esta interacción. El reto para los físicos teóricos fue predecir propiedades sobre esta(s) partícula(s) y para los experimentalistas encontrarlas en el laboratorio.

Sheldon Glasgow, Abdus Salam y Steven Weinberg fueron quienes resolvieron el problema gracias a sus contribuciones en una teoría que unificó dos interacciones: la electromagnética y la débil. Fue así como surgió la teoría electrodébil. Con esta teoría se pudo hacer la predicción de tres bosones vectoriales intermediarios, dos cargados (eléctricamente) W^\pm y uno neutro Z^0 , encargados de transmitir la interacción débil. En 1979, los tres recibirían el Premio Nobel por la teoría. Las masas que se predijeron teóricamente con el rompimiento espontáneo de la simetría son:

$$M_{W^\pm} = 82 \pm 2 \text{ GeV}/c^2, \quad M_{Z^0} = 92 \pm 2 \text{ GeV}/c^2$$

Hacia finales de la década de los 70's CERN, comenzó la construcción del colisionador de protón-antiprotón con la intención de producir partículas pesadas a altas energías. No fue sino hasta 1983, cuando se dio la noticia de que habían sido descubiertos los bosones W^\pm y en ese mismo año, también se descubrió el bosón Z^0 por el grupo experimental comandado por el físico italiano Carlo Rubbia, quien obtuvo el Premio Nobel por estos hechos. Las masas medidas fueron:

$$M_{W^\pm} = 80.403 \pm 0.029 \text{ GeV}/c^2, \quad M_{Z^0} = 91.188 \pm 0.002 \text{ GeV}/c^2$$

Estos descubrimientos fueron esenciales para el desarrollo del Modelo Estándar. Referencia [1].

1.6. Rompimiento Espontáneo de la Simetría

De acuerdo con el Modelo Estándar originalmente se tenían las simetrías débil y de hipercarga $SU(2)_L \times U(1)_Y$, pero al romperse las simetrías quedó como remanente la $U(1)_{E.M.}$, simetría que da lugar a las interacciones electromagnéticas. La simetría $SU(2)_L$ al romperse generó tres campos de norma y, por su parte al romperse $U(1)_Y$ dio origen a un campo también de norma. Para ver cómo es que esto sucede considérese el siguiente ejemplo, tómese en cuenta la transformación de una función de estado, $\psi(x)$, que representa a un fermión de masa m y espín $\frac{1}{2}$:

$$\psi(x) \rightarrow \exp[i\alpha(x)]\psi(x) \quad (1.4)$$

donde $\alpha(x)$ depende de las coordenadas espacio-temporales. Si se considera el Lagrangiano:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (1.5)$$

inmediatamente es posible ver que no cumple invariancia bajo la transformación local, dado que al aplicar la derivada parcial aparece un término que rompe la simetría, este es, $\partial_\mu\alpha$. Gracias a este término es que tiene que modificar la derivada del siguiente modo:

$$\partial_\mu \longrightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu - ieA_\mu \quad (1.6)$$

donde el campo, A_μ , que se ha introducido se transforma como:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha \quad (1.7)$$

Con estas dos transformaciones se logra:

$$D_\mu \rightarrow \exp[i\alpha(x)]D_\mu\psi \quad (1.8)$$

Y como consecuencia de ello, el Lagrangiano se reescribe:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (1.9)$$

La interpretación del tensor $F_{\mu\nu}$ es el análogo de la energía cinética y que físicamente corresponde al acoplamiento entre el campo de Dirac ψ (con carga $-e$) y el campo del fotón A_μ , en tanto que el coeficiente del segundo término, $e\gamma^\mu$, representa el vértice electromagnético de los campos $\bar{\psi}\psi A_\mu$. Este tensor está definido como:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (1.10)$$

En el Lagrangiano (1.9), hay que notar que un término de masa del campo A_μ está prohibido, esto por invariancia de norma. Y que cada vez que haya un cambio local de fase este se verá reflejado de alguna manera en un observable, pero los efectos pueden ser compensados y recuperar invariancia de norma local si se introduce el campo A_μ , que corresponde al campo del fotón.

Una de las consecuencias importantes del rompimiento espontáneo de la simetría, es que los campos que representan a cada una de las partículas interactúan con un campo escalar llamado *campo de Higgs*. Y para completar este estudio es necesario, analizar el rompimiento de la simetría $SU(2)_L$. El Lagrangiano que simboliza el estado de más baja energía, es decir, el vacío, es el siguiente:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu\varphi)^*(\partial^\mu\varphi) - \mu^2\varphi^*\varphi - \lambda(\varphi^*\varphi)^2 \quad (1.11)$$

El campo φ es tal que no tiene masa y es complejo, está dado por: $\varphi = (\varphi_1 + i\varphi_2)/\sqrt{2}$. Tanto φ_1 como φ_2 cumplen con la ecuación de Klein-Gordon (Véase apéndice).

Sin embargo, al pedir invariancia de norma local, este Lagrangiano adquiere la forma:

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu + ieA^\mu)\varphi^*(\partial_\mu - ieA_\mu)\varphi - \mu^2\varphi^*\varphi - \lambda(\varphi^*\varphi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (1.12)$$

En donde el potencial está definido por:

$$V = \mu^2\varphi^*\varphi + \lambda(\varphi^*\varphi)^2 \quad (1.13)$$

Si se desea obtener el estado del vacío lo que se debe hacer es $\frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0$. Aplicando esta receta se tendrá lo siguiente:

$$\varphi_{min} \equiv v = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \quad (1.14)$$

Se elige como el estado del vacío v positivo, y se examina qué sucede si cuando se consideran pequeñas perturbaciones alrededor del estado de equilibrio, φ_{min} , añadiendo una función que dependa de las coordenadas, esto es:

$$\varphi(x) = \sqrt{\frac{1}{2}}(v + h(x)) \exp\left[\frac{i\theta(x)}{v}\right] \quad (1.15)$$

Como se está aplicando una fase local, $\exp\left[\frac{i\theta(x)}{v}\right]$, al campo φ se tiene que introducir de nueva cuenta el campo del fotón A_μ , tal que transforme:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\theta \quad (1.16)$$

Otra vez, se debe modificar el Lagrangiano para que se cumpla la invariancia de norma local, el nuevo Lagrangiano es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2 + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4 \\ & + \frac{1}{2}e^2 A_\mu^2 h^2 + v e^2 A_\mu^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (1.17)$$

El Lagrangiano anterior describe la interacción de dos campos los cuales son un bosón de norma vectorial A_μ y el campo escalar masivo h , el cual es llamado el campo de Higgs. Este es el conocido *mecanismo de Higgs*. El hecho importante que implica este Lagrangiano es que el campo A_μ adquiere masa. Ver referencia [3].

1.7. Resonancias

Las resonancias son partículas masivas de muy corta existencia, las cuales decaen a partículas más ligeras. Dentro del modelo de quarks a las resonancias se les considera como estados excitados con una energía superior al estado fundamental, de sistemas ligados de quarks. Las resonancias no son estructuras estrictamente diferentes a las del estado base, aunque inicialmente fueron interpretadas así por tener una masa distinta al estado base. Referencia [5].

Este trabajo presta atención en los mesones vectoriales: ϕ , ϕ' , ρ^0 , ρ^+ , ρ^- , K^{*+} y K^{*-} , es por ello que es importante mencionar el tiempo de vida media. El tiempo de vida de los mesones vectoriales es muy corto, esto se puede ver fácilmente a partir del ancho de decaimiento Γ_{total} :

$$\Gamma_{total} = \frac{\hbar}{\tau} \quad (1.18)$$

Aplicando esta ecuación a cada partícula se obtiene lo siguiente:

Mesón	Ancho de decaimiento Γ_{total} , [MeV]	Tiempo de vida, τ [s]
ϕ	4.266 ± 0.031	1.54293×10^{-19}
ϕ'	150 ± 50	4.38808×10^{-24}
ρ^0, ρ^+, ρ^-	149.1 ± 0.8	4.41457×10^{-24}
ρ'	400 ± 60	1.64553×10^{-24}
K^{*+}, K^{*-}	50.8 ± 0.9	1.29569×10^{-23}

Tabla 1.10: Ancho de decaimiento y vida media de algunos mesones vectoriales.

De la tabla anterior se ve que los tiempos de vida de los mesones vectoriales que interesan en este trabajo están entre los órdenes 10^{-19} y 10^{-24} , lo cual es un tiempo de vida demasiado corto como para aplicar la técnica de precesión del espín de las partículas, es por ello que el proceso se estudia desde el punto de vista de un acoplamiento entre un mesón y un fotón.

El Modelo Estándar se consolidó en 1978, y a pesar de que ha tenido un éxito considerable, esta teoría es incompleta dado que aún hay fenómenos que están fuera de su alcance por ejemplo: la violación de la simetría CP en Cosmología, las oscilaciones de neutrinos lo que implica que éstos son masivos, materia y energía oscura, entre otras. En el presente resumen, sólo se dio un pequeño estudio de sus generalidades en cuanto a la clasificación de partículas. A continuación se dará un panorama genérico del vértice electromagnético entre un fotón y un par de mesones vectoriales, en términos de los multipolos de estas partículas.

Vértice Electromagnético $VV'\gamma$

En este capítulo se estudiará el vértice electromagnético del proceso $VV'\gamma$, un mesón vectorial que emite un fotón y da lugar a otro mesón del mismo tipo pero con propiedades cinemáticas distintas. Se verán brevemente las simetrías discretas C , P , T , así como las combinaciones CP y CPT . Estas simetrías junto con la Hermiticidad del Lagrangiano, invariancia de Lorentz e invariancia de norma se impondrán al vértice para lograr reducirlo y parametrizarlo, y de esta manera hacer la identificación de multipolos electromagnéticos de los mesones vectoriales involucrados.

2.1. Descripción del Vértice $VV'\gamma$

El objetivo de este trabajo es el estudio de los procesos $e^-e^+ \rightarrow K^{*+}K^{*-}$ y $e^-e^+ \rightarrow \rho^+\rho^-$, ambos mediados por un fotón. Para ello el primer paso es el análisis del vértice electromagnético $VV'\gamma$: forma general, parametrización, invariancia de Lorentz, invariancia de norma, simetrías que debe cumplir y Hermiticidad. Después, se hará la identificación de los términos del vértice final con los multipolos de los mesones V . A continuación se muestra un esquema del proceso $VV'\gamma$:

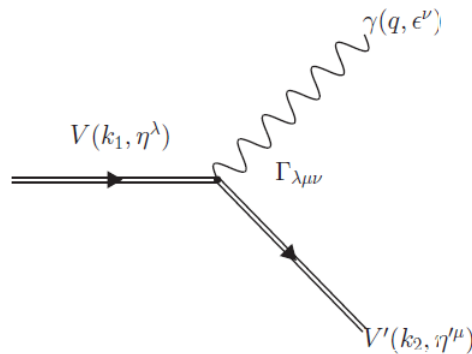


Figura 2.1: Vértice electromagnético $VV'\gamma$.

Para hacer la identificación de los multipolos electromagnéticos de los mesones vectoriales en el vértice

de acoplamiento para partículas con espín 1, es necesario ver cómo está definida la corriente electromagnética del proceso $V(k_1, \eta^\lambda) \longrightarrow V'(k_2, \eta'^\mu) + \gamma(q, \epsilon^\nu)$, en donde aparece el vértice electromagnético acoplándose de manera natural a las polarizaciones de los mesones vectoriales. La expresión para la corriente es la siguiente:

$$\langle V'(k_2, \eta'^\mu) | J_\nu^{(EM)}(0) | V(k_1, \eta^\lambda) \rangle = \eta'^{\mu*}(k_1) \eta^\lambda(k_2) \Gamma_{\lambda\mu\nu}(k_1, k_2) \equiv j_\nu(Q, q) \quad (2.1)$$

Siendo J^{EM} la corriente electromagnética. Por otro lado, (k_1, η) y (k_2, η') corresponden al cuadrimomento y a la polarización del mesón V y del mesón V' respectivamente. La ecuación anterior muestra que es de suma importancia el análisis del vértice electromagnético para conocer la corriente j_ν que se debe conservar.

Una condición muy importante es que los estados V , que representan a los mesones vectoriales, deben satisfacer la normalización, que se resume en:

$$\langle V'(k_2, \eta'^\mu) | V(k_1, \eta^\lambda) \rangle = (2\pi)^3 2q_0 \delta^3(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \quad (2.2)$$

Por conveniencia, se expresará el vértice en términos de dos cuadrimomentos independientes:

$$q = k_1 - k_2, \quad Q = k_1 + k_2 \quad (2.3)$$

Es importante notar que q corresponde al cuadrimomento del fotón y Q es un cuadrimomento auxiliar. Antes de hacer la parametrización, se debe tomar en cuenta que hay dos casos:

- i. Cuando ambas partículas V y V' son eléctricamente neutras y para cualesquiera que sean sus cuadrimomentos, la invariancia de norma implica que:

$$q^\nu \Gamma_{\lambda\mu\nu} = 0 \quad (2.4)$$

- ii. Cuando las partículas V y V' tienen carga eléctrica, en este caso se tiene que hay una corriente conservada j_ν , que implica que la carga total se conserva, esto es una condición más débil que se traduce en:

$$q^\nu j_\nu(Q, q) = 0 \quad (2.5)$$

Con $j_\nu(Q, q)$ la función del vértice en capa de masa, la cual está definida por la ecuación (2.1) que no es más que la condición de conservación de la corriente, se escribe:

$$q^\nu \langle V'(k_2, \eta'^\mu) | J_\nu^{(EM)}(0) | V(k_1, \eta^\lambda) \rangle = 0 \quad (2.6)$$

Para V y V' neutros, el vértice electromagnético está bien definido en el límite $q \rightarrow 0$, sin embargo si están cargados esta propiedad no es del todo cierta. Por otra parte, para llevar a cabo el cálculo de la amplitud de probabilidad del proceso $e^- e^+ \longrightarrow VV'$, es necesario contraer los índices λ y μ de Γ con las polarizaciones η y η' de los mesones vectoriales, V y V' respectivamente, mientras que el índice ν se contrae con el propagador del fotón.

2.1.1. Forma General del Vértice $VV'\gamma$

Parametrización

Para comenzar con la parametrización considérese que las corrientes a las cuales se acopla este vértice o que las partículas involucradas en el proceso están en capa de masa. Las condiciones de transversalidad son:

$$k_1 \cdot \eta = k_2 \cdot \eta' = 0 \quad (2.7)$$

Que con ayuda de (2.3) deriva en:

$$Q \cdot \eta = -q \cdot \eta, \quad Q \cdot \eta' = q \cdot \eta' \quad (2.8)$$

Relaciones similares se pueden obtener cuando las corrientes fermiónicas se conservan o cuando las masas de fermiones se pueden despreciar. Las igualdades anteriores se traducen en que los cuádrimomentos Q_λ y Q_μ no son independientes de q_λ y q_μ , con esta consideración la invariancia de Lorentz para el vértice $\Gamma_{\lambda\mu\nu}$, haya o no conservación de la corriente e incluso si las partículas vectoriales que se acoplan a la corriente están fuera de capa de masa, considera los siguientes términos:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\lambda\mu\nu}(Q, q) = & (a_1 q_\nu + a'_1 Q_\nu) g_{\lambda\mu} + (a_2 q_\nu + a'_2 Q_\nu) q_\lambda q_\mu + a_3 (g_{\nu\mu} q_\lambda - g_{\nu\lambda} q_\mu) \\ & + a_4 (g_{\nu\mu} q_\lambda + g_{\nu\lambda} q_\mu) + b_1 \varepsilon_{\lambda\mu\nu\alpha} q^\alpha + b'_1 \varepsilon_{\lambda\mu\nu\alpha} Q^\alpha + b_2 q_\lambda [Qq]_{\nu\mu} \\ & + b_3 q_\mu [Qq]_{\nu\lambda} + (c_1 q_\nu + c'_1 Q_\nu) k_{1\lambda} k_{2\mu} + (c_2 q_\nu + c'_2 Q_\nu) k_{1\lambda} k_{1\mu} \\ & + (c_3 q_\nu + c'_3 Q_\nu) k_{2\lambda} k_{2\mu} + c_4 g_{\nu\mu} k_{1\lambda} + c_5 g_{\nu\lambda} k_{2\mu} + d_1 k_{1\lambda} [Qq]_{\nu\mu} \\ & + d_2 k_{2\mu} [Qq]_{\nu\lambda} \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde se ha definido:

$$[Qq]_{\lambda\mu} \equiv \varepsilon_{\lambda\mu\alpha\beta} Q^\alpha q^\beta \quad (2.10)$$

Cada uno de los coeficientes a_i , b_i y c_i son factores de forma que dependen de q^2 .

El símbolo $\varepsilon_{\lambda\mu\alpha\beta}$ es el tensor totalmente antisimétrico Levi-Civita, tal que $\varepsilon_{0123} = 1$, y con las propiedades siguientes:

$$\varepsilon_{\lambda\mu\alpha\beta} = \begin{cases} +1, & \text{si la permutación de índices es par} \\ -1, & \text{si la permutación de índices es impar} \\ 0, & \text{si se repiten índices} \end{cases}$$

Simetrías discretas

Además de la invariancia de Lorentz el vértice electromagnético $\Gamma_{\lambda\mu\nu}$ debe satisfacer la simetría de cruce, Hermiticidad del Lagrangiano y simetrías discretas: C , P , T , así como las combinaciones CP y CPT ; lo que tiene las siguientes implicaciones en el vértice.

Simetría de Paridad (P): Esta es una simetría espacial tal que su efecto se interpreta como:

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu}(k_1, k_2) \xrightarrow{P} \Gamma_{\lambda\mu\nu}^P(k_1, k_2) \quad (2.11)$$

es decir,

$$k_1^\alpha \equiv (k_1^0, \vec{k}_1) \xrightarrow{P} (k_1^0, -\vec{k}_1), \quad k_2^\beta \equiv (k_2^0, \vec{k}_2) \xrightarrow{P} (k_2^0, -\vec{k}_2) \quad (2.12)$$

Esta es una operación que es simétrica respecto al *eje del tiempo*, si se pudiese ver el espacio-tiempo en cuatro dimensiones físicas.

Conjugación de Carga (C): Esta simetría básicamente lo que hace es cambiar la carga de las partículas, que en vértice se expresa de la forma:

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu}(k_1, k_2) \xrightarrow{C} -\Gamma_{\mu\lambda\nu}^C(-k_2, -k_1) \quad (2.13)$$

Cabe mencionar que esta simetría se conserva en las interacciones: electromagnética, fuerte y gravitacional. Se ha demostrado experimentalmente que hay violación de conjugación de carga en procesos débiles.

Inversión temporal (T): Esta simetría discreta invierte el eje temporal de las partículas, su efecto se representa de la siguiente manera:

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu}(k_1, k_2) \xrightarrow{T} -\Gamma_{\mu\lambda\nu}^T(-k_1, -k_2) \quad (2.14)$$

Simetría CP: Esta transformación se da al combinar las simetrías C y P , el resultado está dado por:

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu}(k_1, k_2) \xrightarrow{CP} -\Gamma_{\mu\lambda\nu}^{CP}(-k_2, -k_1) \quad (2.15)$$

Se observa que la consecuencia de ambas es exactamente la misma que si sólo se aplicase la simetría C . Las implicaciones de la simetría CP sobre los coeficientes del vértice son:

$$a_1 = a_2 = a_4 = b_1 = 0 \quad \text{y} \quad b_3 = -b_2$$

Simetría CPT: Al aplicar consecutivamente las tres primeras simetrías es que se obtiene la llamada simetría CPT , esto se ve reflejado en el vértice de la siguiente forma:

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu}(k_1, k_2) \xrightarrow{CPT} \Gamma_{\mu\lambda\nu}^{CPT}(k_2, k_1) \quad (2.16)$$

Las simetrías anteriores se pueden resumir en la siguiente tabla:

	η_P	η_C	η_T	η_{CP}	η_{CPT}
1	+	+	+	+	+
i	+	-	+	+	-
$\varepsilon_{\lambda\mu\alpha\beta}$	-	-	+	-	+

Tabla 2.1: Reglas de transformación de los factores del vértice al aplicar las simetrías.

Hermiticidad

Esta propiedad la hereda el vértice por el hecho de que el Lagrangiano que describe a las partículas involucradas en el proceso es Hermitiano, es decir:

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu}(k_1, k_2) = \Gamma_{\mu\lambda\nu}^*(k_2, k_1) \quad (2.17)$$

Esta condición tiene el siguiente impacto sobre los factores del vértice:

$$\begin{aligned} a'_1, a'_2, a_3 \text{ y } b_1 &\text{ son reales} \\ a_1, a_2, a_4 \text{ y } b'_1 &\text{ son imaginarios} \\ b_3 &= b_2^* \end{aligned}$$

Al aplicar todas las limitaciones anteriores se obtiene el vértice:

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu} = a'_1 Q_\nu g_{\lambda\mu} + a'_2 Q_\nu q_\lambda q_\mu + a_3 (g_{\nu\mu} q_\lambda - g_{\nu\lambda} q_\mu) \quad (2.18)$$

A continuación se muestran dos relaciones que se deben cumplir cuando las partículas se hallan en capa de masa y el fotón que sale es real:

$$\left. \begin{aligned} k_1^2 &= m_V^2 \\ k_2^2 &= m_V^2 \end{aligned} \right\} \text{ capa de masa}$$

2.1.2. Estructura Multipolar del vértice $VV'\gamma$

La identificación de los multipolos electromagnéticos de los mesones vectoriales V con los coeficientes a'_1 , a'_2 y a_3 que aparecen en el vértice se hace con el siguiente procedimiento.

En Electrodinámica Clásica las expresiones que definen a la carga eléctrica, el momento dipolar magnético y el momento cuadrupolar eléctrico son:

$$q = \int \rho^{(EM)}(\vec{x}) d^3x \quad (2.19)$$

$$\vec{D}_M = \frac{1}{2} \int \vec{x} \times \vec{j}^{(EM)}(\vec{x}) d^3x \quad (2.20)$$

$$X_E^{ij} = \int x^i x^j \rho^{(EM)}(\vec{x}) d^3x \quad (2.21)$$

Expresiones que en Mecánica Cuántica se vuelven operadores que actúan sobre los estados V y V' de la siguiente manera:

$$\langle V' | q_E | V \rangle |_{|\vec{k}|=|\vec{k}'| \rightarrow 0} = (\xi'^{\dagger} q_V \xi) (2\pi)^3 2k^0 \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \quad (2.22)$$

$$\langle V' | \vec{D}_M | V \rangle |_{|\vec{k}|=|\vec{k}'| \rightarrow 0} = (\xi'^{\dagger} \vec{d}_M \xi) (2\pi)^3 2k^0 \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \quad (2.23)$$

$$\langle V' | X_E^{ij} | V \rangle |_{|\vec{k}|=|\vec{k}'| \rightarrow 0} = (\xi'^{\dagger} x_E^{ij} \xi) (2\pi)^3 2k^0 \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \quad (2.24)$$

Al hacer las integrales que implican las ecuaciones anteriores se obtiene para q_V , d_M y x_E :

$$(\xi'^{\dagger} q_V \xi) = \frac{1}{2M_V} J^0(\vec{0}) \quad (2.25)$$

$$(\xi'^{\dagger} d_M^i \xi) = \frac{1}{2M_V} \varepsilon^{ijk} \left[\frac{i\partial J^k(\vec{q})}{\partial q^j} \right] \Big|_{\vec{q}=0} \quad (2.26)$$

$$(\xi'^{\dagger} x_E^{ij} \xi) = \frac{1}{2M_V} \left[\frac{i\partial}{\partial q^i} \frac{i\partial}{\partial q^j} J^0(\vec{q}) \right] \Big|_{\vec{q}=0} \quad (2.27)$$

Para las tres últimas expresiones se introdujo:

$$\begin{aligned} J_\nu(\vec{q}) &= j_\nu(Q, q) |_{q^0=0, \vec{q}=0} \\ &= [\eta^{*\lambda} \eta^\mu \Gamma_{\lambda\mu\nu}] |_{q^0=0, \vec{q}=0} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Teniendo esto en mente y usando las ecuaciones (2.25), (2.26) y (2.27) se llega a la relación entre las constantes que aparecen en el vértice electromagnético y los multipolos de los mesones vectoriales:

$$q_V = -a'_1(0) \quad (2.29)$$

$$d_M = -\frac{a_3(0)}{2M_V} \quad (2.30)$$

$$x_E^{ij} = \frac{1}{3} Q_E I^{ij} \quad (2.31)$$

donde

$$Q_E = -3 \left[a'_2(0) - \frac{a'_1(0) + 2a_3(0)}{4M_V^2} \right] \quad (2.32)$$

y también se ha echado mano de las matrices simétricas I^{ij} cuyos elementos son:

$$(I^{ij})_{kl} = \delta_k^i \delta_l^j + \delta_k^j \delta_l^i \quad (2.33)$$

Para que se encuentren bien definidos los momentos multipolares en el desarrollo del vértice electromagnético debe considerarse que las partículas que intervienen en el proceso están en capa de masa, y a su vez el tres momento del fotón (\vec{q}) que es emitido, en el límite se considera $\vec{q} \rightarrow 0$. En el vértice electromagnético se aprecia que existen términos como: q_μ^0 , q_μ^1 y $q_\mu q^\mu = q^2$ los cuales se pueden identificar con la carga eléctrica, el momento dipolar magnético y el cuadrupolo eléctrico respectivamente. Ver referencias [6] y [7].

Un ejemplo claro de la relación entre las constantes del vértice electromagnético y los multipolos de las partículas finales es el del proceso $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$, que a continuación se menciona.

2.2. Vértice Electromagnético $W^+W^-\gamma$

Aunque la naturaleza y propiedades de las partículas V (mesones vectoriales) y W (bosones de norma) son distintas, el ejemplo que ayudará al entendimiento del vértice $VV'\gamma$ es su análogo $W^+W^-\gamma$ que está bien estudiado en el Modelo Estándar.

Para el estudio del vértice $W^+W^-\gamma$ se tiene que tomar en cuenta que interviene en la reacción $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$, la cual podría estar mediada por un fotón, es decir, no es la única forma de que se dé la reacción, hay otras dos posibilidades que son: que este proceso sea mediado por el bosón Z^0 ó también puede haber una emisión de un neutrino por parte del electrón hacia el positrón y de esta manera crear el par W^+W^- . El Lagrangiano del cual surge la parametrización del vértice electromagnético es:

$$\begin{aligned} L_{wwv} = & ig_1^V (W_{\mu\nu}^\dagger W^\mu V^\nu - W_\mu^\dagger V_\nu W^{\mu\nu}) + i\kappa_V W_\mu^\dagger W^\nu V^{\mu\nu} + \frac{i\lambda_V}{M_W^2} W_{\lambda\mu}^\dagger W_\nu^\mu V^{\nu\lambda} \\ & - g_4^V W_\mu^\dagger W_\nu (\partial^\mu V^\nu + \partial^\nu V^\mu) + g_5^V (W_\mu^\dagger \vec{\partial}_\rho W_\nu) V_\sigma + i\tilde{\kappa}_V W_\mu^\dagger W_\nu \tilde{V}^{\mu\nu} \\ & + \frac{i\tilde{\lambda}_V}{M_W^2} W_{\lambda\mu}^\dagger W_\nu^\mu \tilde{V}^{\nu\lambda} \end{aligned} \quad (2.34)$$

con

$$W^{\mu\nu} = \partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu \quad (2.35)$$

Con el respectivo análogo para $V^{\mu\nu}$. Por otro lado,

$$\tilde{V}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} V_{\rho\sigma} \quad (2.36)$$

$$A\vec{\partial}_\mu B = A(\partial_\mu B) - (\partial_\mu A)B \quad (2.37)$$

W es el campo que representa a cualquiera de los bosones cargados, mientras que V es el campo del fotón. A su vez, las constantes: g_1^V , g_4^V , g_5^V , κ_V , λ_V , $\tilde{\kappa}_V$ y $\tilde{\lambda}_V$ son constantes de acoplamiento entre las partículas que también tienen relación con los momentos multipolares de los bosones W como se verá en seguida:

$$\begin{aligned} |q_W| &\equiv 1 \\ |\vec{d}_M| &\equiv 1 + \kappa_V + \lambda_V \\ |x_E| &\equiv \kappa_V - \lambda_V \end{aligned} \quad (2.38)$$

El diagrama que describe el proceso es el que se muestra en seguida:

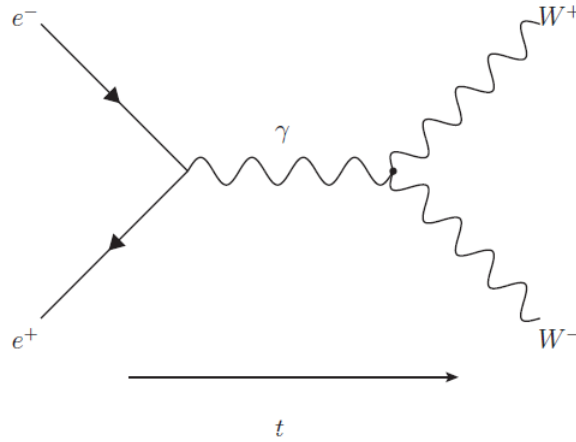


Figura 2.2: Proceso $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$.

Donde el vértice $W^+W^-\gamma$ se parametriza en términos de los multipolos del bosón W .

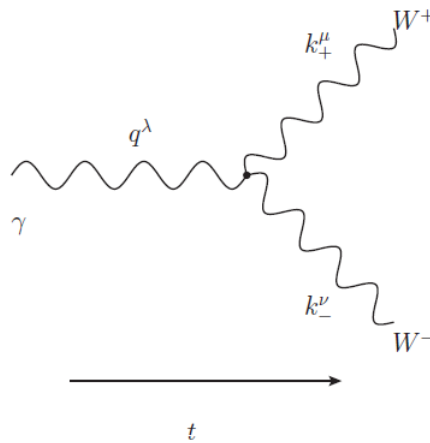


Figura 2.3: Vértice electromagnético $W^+W^-\gamma$.

De acuerdo con el Modelo Estándar se escribe:

$$\Gamma^{\mu\nu\lambda} = g^{\mu\nu}(k_- - k_+)^{\lambda} + g^{\nu\lambda}(-q - k_-)^{\mu} + g^{\lambda\mu}(q + k_+)^{\nu} \quad (2.39)$$

El requisito $q = k_- + k_+$ es justo la conservación de cuadrimento, lo que permite reescribir la expresión anterior como:

$$\Gamma^{\mu\nu\lambda} = g^{\mu\nu}(k_- - k_+)^{\lambda} + 2(g^{\nu\lambda}q^{\mu} - g^{\mu\lambda}q^{\nu}) + g^{\nu\lambda}k_+^{\mu} - g^{\mu\lambda}k_-^{\nu} \quad (2.40)$$

Si se hace una comparación directa de entre (2.18) y (2.40) permitirá escribir las constantes de (2.18), al menos a nivel árbol dentro del marco del Modelo Estándar, como: $a'_1 = 1$, $a'_2 = 0$ y $a_3 = 2$; que en términos de multipolos se traduce a $|q_V| = 1$, $|d_M^{\vec{}}| = 2$ y $|x_E| = 1$, con valores de $\kappa_V = 1$ y $\lambda_V = 0$. Los valores experimentales de los parámetros κ_V y λ_V de acuerdo con algunas referencias son:

κ_V	λ_V	Referencia
0.68 ± 0.17	0.16 ± 0.13	[8]
1.11 ± 0.25	0.10 ± 0.20	[9]
0.88 ± 0.09	-0.06 ± 0.034	[10]
1.013 ± 0.072	-0.021 ± 0.039	[11]

Tabla 2.2: Valores experimentales de κ_V y λ_V con los cuales se determinan los multipolos del vértice electromagnético.

Una vez habiendo estudiado las propiedades electromagnéticas del vértice para el caso $VV'\gamma$ y comparándolo con el vértice $W^+W^-\gamma$ se tiene la siguiente identificación de los coeficientes que aparecen en el primer vértice mencionado:

- $a'_1(0) \longrightarrow$ Carga eléctrica
- $\frac{a_3(0)}{2M_V} \longrightarrow$ Momento magnético dipolar
- $-3 \left[a'_2(0) - \frac{a'_1(0) + 2a_3(0)}{4M_V^2} \right] \longrightarrow$ Momento eléctrico cuadrupolar

Estas cantidades que se han presentado evidantemente tienen unidades: la carga eléctrica se queda fija en e , las de momento magnético dipolar en $\frac{e}{2M_V}$ y, el momento eléctrico cuadrupolar en unidades de $\frac{e}{M_V^2}$.

Por conveniencia se harán los cambios:

- $a'_1 \equiv \alpha(q^2)$
- $a_3 \equiv \beta(q^2)$
- $a'_2 \equiv \gamma(q^2)$

Con esta identificación el vértice electromagnético del proceso de interés queda parametrizado en términos de propiedades de los mesones vectoriales, estas cantidades al no estar fijas en el modelo teórico se pueden manipular de tal forma que se puedan hacer compatibles la teoría con el experimento. Por lo tanto, si hay modificaciones en estos parámetros debería verse reflejado en la estructura multipolar del vértice electromagnético que aparece tanto en la amplitud de probabilidad así como en observables: sección eficaz diferencial y total. Algo importante de mencionar es que la carga eléctrica está fija a una unidad de e , sin embargo los otros multipolos, el momento magnético dipolar y el momento eléctrico cuadrupolar, no lo están, esto quiere decir que si se cambian los valores de los coeficientes a_3 y a'_2 , esencialmente se estarán cambiando estas propiedades características de las partículas. Ver referencias [12], [7] y [5].

En el siguiente capítulo se estudiará de manera general la aniquilación electrón-positrón yendo a dos mesones vectoriales, cualesquiera que estos sean. Evidentemente se usa la construcción que se dio del vértice electromagnético ya que está incluido en la amplitud de probabilidad. También se muestra la amplitud de probabilidad cuando se crea una resonancia hadrónica en el proceso y se dan las generalidades para elaborar el cuadrado de la amplitud de dispersión.

Descripción del proceso $e^+e^- \longrightarrow V^+V^-$

En este capítulo se describirá la reacción $e^-e^+ \longrightarrow V^+V^-$, donde V es un mesón vectorial. Se presenta el correspondiente diagrama de Feynman, se dan las reglas de Feynman-Stueckelberg y la convención de momentos para este diagrama. Se muestran las ecuaciones que describen a las partículas iniciales y finales: ecuación de Dirac y ecuación de Proca. Teniendo como precedente el vértice $VV'\gamma$ se hace una pequeña modificación para adaptarlo al presente problema. Se construye la amplitud de probabilidad del proceso cuando sólo está mediado por un fotón, sin resonancias intermedias, también se estudian los casos con una resonancia hadrónica y con dos. Los casos particulares que se estudian son $K^{*\pm}$ y $\rho^{*\pm}$ como partículas finales del proceso.

3.1. Proceso $e^-e^+ \longrightarrow V^+V^-$

Este tipo de proceso tiene diversas contribuciones intermedias ya que entre los leptones y los mesones vectoriales puede haber distintas resonancias hadrónicas por ejemplo las partículas: ϕ , ϕ' , ρ , ρ' , entre otras, las dos primeras son las de interés en este trabajo. Para el estudio del proceso es necesario presentar el diagrama de Feynman:

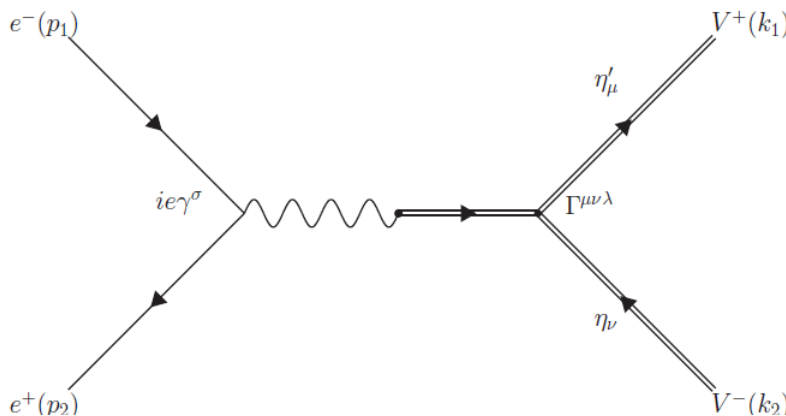


Figura 3.1: Proceso $e^-e^+ \longrightarrow V^+V^-$ cuando hay una resonancia hadrónica.

En donde p_1 es el cuadrimomento del electrón, p_2 el correspondiente del positrón, k_1 y η son el cuadrimomento y la polarización del mesón V^+ , mientras que k_2 y η' son el cuadrimomento y la polarización del mesón V^- respectivamente.

El proceso más simple dentro de la Electrodinámica Cuántica es la aniquilación de un par electrón-positrón yendo a leptones más pesados, $\mu^+\mu^-$, por ejemplo. Pero no es la única forma en que las partículas iniciales, e^-e^+ , podrían acabar; par de mesones, par de fotones, etc, también son otras posibilidades para la aniquilación mencionada. Este es considerado un proceso de dispersión, por lo que la cantidad relevante y la calculada más comúnmente, es la amplitud de dispersión, cuya expresión en su forma diferencial es:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{cm} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{\|\mathbf{k}\|}{\|\mathbf{p}\|} |\mathcal{M}|^2 \quad (3.1)$$

donde $d\Omega$ es el ángulo sólido de dispersión, y para que el cálculo sea más simple se trabaja en el centro de masa (cm), donde se cumple la conservación de momento $\mathbf{p} = -\mathbf{p}'$ y $\mathbf{k} = -\mathbf{k}'$, añadiendo las condiciones $\|\mathbf{p}\| = \|\mathbf{p}'\|$ y $\|\mathbf{k}\| = \|\mathbf{k}'\|$. También se asume que la energía de colisión es mayor que las masas de las partículas finales involucradas en el proceso, al menos dos veces la masa.

La cantidad \mathcal{M} que aparece en la sección eficaz, no es más que la amplitud de dispersión o amplitud de probabilidad del proceso. Un obstáculo considerable es que la forma exacta de \mathcal{M} es muy difícil, si no es que imposible de calcular con exactitud. Cada uno de los términos que conforman a la amplitud de probabilidad aporta en un diagrama de Feynman, la contribución a orden más bajo en la serie perturbativa está representada por el diagrama:

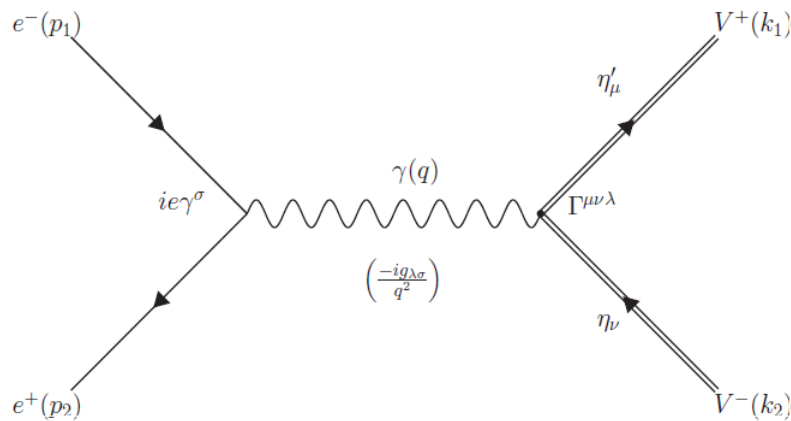


Figura 3.2: Diagrama de Feynman del proceso $e^-e^+ \rightarrow V^+V^-$ cuando no hay resonancia.

Nótese que en el diagrama de Feynman aparecen factores algebraicos acompañando a cada una de las líneas. Estas son las reglas de Feynman-Stueckelberg, que afortunadamente, se traducen en contribuciones de manera directa a la amplitud de dispersión. Como la interacción entre las partículas iniciales y finales se da a través de un fotón el primer término de la serie es nulo, por lo que la contribución a orden más bajo es el término de segundo grado, el cual en la teoría perturbativa se escribe:

$$\mathcal{M} \sim \langle V^+V^- | H' | \gamma \rangle^\mu \langle \gamma | H' | e^-e^+ \rangle_\mu \quad (3.2)$$

Con H' el Hamiltoniano que acopla al fotón con los leptones, es decir, éste es quien aporta los vértices del diagrama de Feynman. En la ecuación anterior hay una suma sobre el índice μ lo cual significa que la amplitud \mathcal{M} debe ser un escalar invariante de Lorentz.

3.2. Ecuación de Dirac

Una parte medular en la construcción de \mathcal{M} es el hecho de que aparecen los estados $|e^-e^+\rangle$ por tanto, es importante mencionar cómo se describen y para ello se hará un breve repaso de la ecuación de Dirac. Esta ecuación es la que gobierna a las partículas con espín $\frac{1}{2}$. El Lagrangiano de Dirac invariante de Lorentz es:

$$\mathcal{L}_{Dirac} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi \quad (3.3)$$

Entonces, las ecuaciones de Euler-Lagrange para el campo $\bar{\psi}$ arrojan la ecuación covariante de Dirac para ψ de una partícula libre con espín $\frac{1}{2}$ es la siguiente:

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (3.4)$$

en donde los términos γ se conoce como las matrices de Dirac definidas de la forma:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{\sigma}^i \\ -\boldsymbol{\sigma}^i & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Esta representación es la llamada representación de Weyl de las matrices γ^μ , con $i = 1, 2, 3$. Tomando en cuenta que, $\mathbf{1}$ y $\mathbf{0}$ son las matrices identidad y cero respectivamente, cada una de 2×2 . Las matrices de Dirac cumplen el álgebra:

$$\begin{aligned} \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &\equiv \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \\ (\gamma^0)^\dagger &= \gamma^0 \\ (\gamma^\mu)^\dagger &= \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Por otro lado, las matrices $\boldsymbol{\sigma}^i$ son las matrices de Pauli dadas por:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Las soluciones a la ecuación de Dirac son funciones de estado a los que se llama *espinores*, lo que quiere decir, que son vectores columna con cuatro componentes, cuyo adjunto se define:

$$\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger\gamma^0 \quad (3.6)$$

Por lo que, la ecuación Hermitiana conjugada de Dirac, usando de nueva cuenta (3.3), es:

$$i\partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu + m\bar{\psi} = 0 \quad (3.7)$$

De las ecuaciones (3.4) y (3.7) se obtiene la corriente:

$$j^\mu = -e\bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (3.8)$$

Con la condición:

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \quad (3.9)$$

Las soluciones propias de la ecuación de Dirac son:

$$\psi = u(\mathbf{p}) \exp(-ip \cdot x), \quad \bar{\psi} = v(\mathbf{p}) \exp(ip \cdot x) \quad (3.10)$$

Estas últimas ecuaciones son las funciones de estado que representan a las partículas y antipartículas de espín $\frac{1}{2}$ respectivamente. Ahora, si se insertan estas soluciones a las fórmulas (3.4) y (3.7) estas se reescribirán:

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)u = (\not{p} - m)u = 0 \quad (3.11a)$$

$$(\gamma^\mu p_\mu + m)v = (\not{p} + m)v = 0 \quad (3.11b)$$

Se ha usado la notación abreviada $\not{p} \equiv \gamma^\mu p_\mu$. Además, de la definición de momento cuántico, se ha hecho el cambio:

$$i\partial_\mu \equiv p_\mu \quad (3.12)$$

Las *cantidades* u y v se les llama espinores de Dirac, ya que estas son matrices (vectores) de 1×4 que cumplen con las relaciones de completez:

$$\begin{aligned} \sum_{s=1,2} u^{(s)}(p) \bar{u}^{(s)}(p) &= \not{p} + m \\ \sum_{s=1,2} v^{(s)}(p) \bar{v}^{(s)}(p) &= \not{p} - m \end{aligned} \quad (3.13)$$

Si los campos que representan a las partículas (antipartículas) están sujetas a un campo electromagnético externo A_μ se debe hacer la sustitución:

$$p_\mu \rightarrow p_\mu + eA_\mu \quad (3.14)$$

Entonces, ya no hay partícula libre dado que ya hay una interacción, como consecuencia de ello la ecuación de Dirac (3.4) se verá modificada:

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)\psi = -e\gamma^\mu A_\mu\psi \quad (3.15)$$

En este caso el término perturbativo es:

$$\gamma^0 V = -e\gamma^\mu A_\mu \quad (3.16)$$

En teoría de perturbaciones, la amplitud de dispersión de un electrón de un estado ψ_i a un estado ψ_f viene dada por la receta:

$$\begin{aligned} T_{fi} &= -i \int \psi_f^\dagger(\mathbf{x}) V(\mathbf{x}) \psi_i(\mathbf{x}) d^4\mathbf{x} \\ &= -i \int j_\mu^{fi} A^\mu d^4\mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.17)$$

donde

$$\begin{aligned} j_\mu^{fi} &\equiv -e\bar{\psi}_f \gamma_\mu \psi_i \\ &= -e\bar{u}_f \gamma_\mu u_i \exp[i(p_f - p_i) \cdot \mathbf{x}] \end{aligned} \quad (3.18)$$

En la última ecuación, j_μ^{fi} , puede ser considerada como la corriente de transición entre los estados inicial y final del electrón. Referencias [3] y [12].

3.3. Ecuación de Proca

Como también aparecen los estados $|V^+V^- \rangle$ es preciso que se enuncie la ecuación que describe a este tipo de partículas, las cuales son partículas masivas con espín 1. Recuérdese que las ecuaciones de movimiento Euler-Lagrange surgen del Lagrangiano por lo que es importante presentarlo:

$$\mathcal{L}_{Proca} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu B_\nu^* - \partial_\nu B_\mu^*)(\partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu) + m^2 B_\nu^* B^\nu \quad (3.19)$$

de donde se obtienen las ecuaciones de movimiento:

$$\partial_\mu \partial^\mu B_\nu - \partial_\nu (\partial^\mu B_\mu) + m^2 B_\nu = 0 \quad (3.20)$$

Tomando la divergencia de la ecuación de movimiento anterior inmediatamente da la condición de Lorentz para B^μ , que en este caso representa un campo masivo:

$$\partial_\mu B^\mu = 0 \quad (3.21)$$

Lo anterior se traduce en que cada una de las componentes del campo B^μ cumple con la ecuación de Klein-Gordon. Las soluciones de partícula libre de (3.20) son de la forma:

$$B^\mu = \eta^\mu \exp(-ik \cdot x) \quad (3.22)$$

η^μ representa la polarización de la partícula en cuestión, con la propiedad:

$$\sum_j \eta_j^{*\mu} \eta_j^\nu = -g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{M_V^2} \quad (3.23)$$

La suma en j es porque se hace sobre todas las posibles polarizaciones de las partículas vectoriales masivas, y k es su cuadrivector.

3.4. Propagador del fotón

Una de las líneas que aparece en el diagrama de Feynman es la que representa al propagador del fotón, que en la amplitud de probabilidad está dado por el factor $|\gamma\rangle\langle\gamma|$. Del Electromagnetismo Clásico se tiene que el potencial electromagnético está dado por $A^\mu = (\phi, \mathbf{A})$, que cumple con las ecuaciones de Maxwell. La ecuación de *movimiento* del campo electromagnético A^μ es:

$$\partial_\nu \partial^\nu A^\mu = j^\mu \quad (3.24)$$

Con las condiciones de conservación de corriente y de Lorentz respectivamente:

$$\partial_\nu j^\nu = 0, \quad \partial_\mu A^\mu = 0 \quad (3.25)$$

Si el fotón que se está describiendo está libre de interacciones, entonces el lado derecho de (3.24) es cero y por lo tanto, se tendrán soluciones para el campo A^μ como sigue:

$$A^\mu = \varepsilon^\mu \exp(-iq \cdot x) \quad (3.26)$$

El símbolo ε^μ es el vector de polarización del fotón y q es su cuadrivector. Al sustituir esta solución en (3.24), se satisface que $q^2 = 0$ y por consiguiente, $m_\gamma = 0$ (masa del fotón).

Para justificar la forma del propagador del fotón se debe tomar en cuenta que al recurrir a la serie perturbativa de una interacción, el término de segundo orden es:

$$T_{fi}^{(2)} = -2\pi i \delta(E_f - E_i) \sum_{n \neq i} V_{fn} \frac{1}{E_i - E_n} V_{ni} \quad (3.27)$$

en donde aplicando la conservación del cuadrivector, $q = p_1 + p_2$, se puede hacer el cambio:

$$\frac{1}{E_i - E_n} \rightarrow \frac{1}{(p_1 + p_2)^2} \quad (3.28)$$

Esto se deduce ya que la amplitud de dispersión es proporcional a:

$$\mathcal{M} \sim V_{fn} \frac{1}{E_i - E_\gamma} V_{ni} + V_{fn} \frac{1}{E_i - 2E_i - E_\gamma} V_{ni} = V_{fn} \frac{2E_\gamma}{E_i^2 - E_\gamma^2} V_{ni} \quad (3.29)$$

Dos cosas importantes que se deben mencionar es que el trimomento en el vértice se conserva pero no la energía y la otra, es que las partículas se encuentran en capa de masa, además como las partículas obedecen la cinemática relativista, se sabe que:

$$\begin{aligned} E_i^2 &= (p_1 + p_2)^2 + (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 \\ E_\gamma^2 &= m_\gamma^2 + \mathbf{p}_\gamma^2 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Por la conservación del trimomento, se tiene $\mathbf{p}_\gamma = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$, por lo que:

$$\frac{1}{E_i^2 - E_\gamma^2} = \frac{1}{(p_1 + p_2)^2 - m_\gamma^2} = \frac{1}{q^2} \quad (3.31)$$

Como la masa del fotón es nula, el propagador del fotón queda como en la ecuación (3.28).

Para completar la forma del propagador se dará un argumento loable. Ya que cada una de las componentes del campo A^μ cumple con la ecuación de Klein-Gordon, cuando $m = 0$, entonces el propagador final debe parecerse a (3.28) solo que la invariancia de Lorentz impone que este sea un tensor isotrópico de rango 2 que se pueda *puntear* con otros dos objetos que tengan índices de Lorentz los cuales provienen de los vértices que aparecen en el (los) diagrama(s) de Feynman. Es por este argumento que el candidato más sencillo es la métrica $g^{\mu\nu}$. Agregando este término a (3.28) y multiplicando todo por $-i$ se llega al propagador del fotón:

$$\frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} \quad (3.32)$$

No se debe olvidar que este propagador es el de un fotón virtual, es decir, un fotón que es emitido y tarde o temprano absorbido entre partículas cargadas. Ver [3].

3.5. De regreso al Vértice $VV'\gamma$

En el capítulo anterior se dio una descripción del vértice electromagnético del proceso $V(k_1, \eta^\lambda) \rightarrow V'(k_2, \eta'^\mu) + \gamma(q, \varepsilon^\nu)$, que en términos de cuadrimomentos se traduce en: $k_1 = k_2 + q$. Para el caso de interés de este trabajo, es necesario hacer un pequeño cambio en la conservación de cuadrimomento, es decir, se hará el cambio al proceso, $\gamma(q, \varepsilon^\nu) \rightarrow V(k_1, \eta^\lambda) + V(k_2, \eta'^\mu)$, que no es más que: $q = k_1 + k_2$, es decir, sólo hay un cambio de signo en el cuadrimomento k_2 . Lo dicho anteriormente se ve claramente en las siguientes figuras:

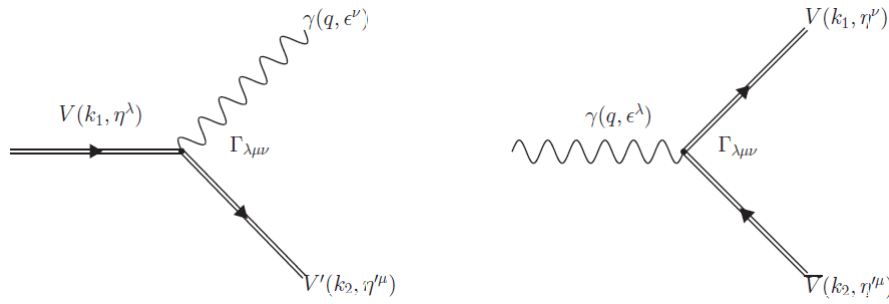


Figura 3.3: *Dos formas distintas de ver el vértice electromagnético.*

En ambos casos la forma general de vértice es la misma, la única diferencia esencial en ellos es la forma de escribir los cuádrimomentos. En el asunto que concierne a este trabajo el vértice electromagnético se escribe:

$$\Gamma^{\lambda\mu\nu} = \alpha(q^2)(k_1 + k_2)^\nu g^{\lambda\mu} + \beta(q^2)(g^{\nu\mu}q^\lambda - g^{\nu\lambda}q^\mu) + \gamma(q^2)(k_1 + k_2)^\nu q^\lambda q^\mu \quad (3.33)$$

Con la conservación de cuádrimomento: $q = k_1 + k_2$. Véase ecuación (2.18).

3.6. Cinemática del proceso

La sección eficaz diferencial está determinada por la ecuación (3.1) por ello es necesario analizar la cinemática del proceso, que está en términos de las variables de Mandelstam:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (k_1 + k_2)^2 \\ t &= (p_1 - k_1)^2 = (p_2 - k_2)^2 \\ u &= (p_1 - k_2)^2 = (p_2 - k_1)^2 \end{aligned} \quad (3.34)$$

En donde los cuádrimomentos están definidos como:

$$\begin{aligned} p_1 &= (E_1, \mathbf{p}_1), & p_2 &= (E_2, \mathbf{p}_2) \\ k_1 &= (E'_1, \mathbf{k}_1), & k_2 &= (E'_2, \mathbf{k}_2) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Las variables de Mandelstam tienen la propiedad:

$$s + t + u = \sum_i m_i^2 \quad (3.36)$$

En donde m_i^2 son las masa de las partículas de las masas involucradas en el proceso.

Los cuádrimomentos al cuadrado de las partículas del proceso están determinados por la fórmula:

$$p^2 = E^2 - \|\mathbf{p}\|^2 = m^2 \quad (3.37)$$

Descripción del proceso $e^+e^- \rightarrow V^+V^-$

En esta última ecuación el hecho de que $p^2 = m^2$ se interpreta que las partículas están en su capa de masa, es decir, se cumple la relación energía-momento de Einstein.

Otra cosa de gran importancia que debe ser considerada es que el electrón y el positrón por ser antipartículas poseen exactamente las mismas masas, así como las masas de los mesones vectoriales son idénticas entre ellas. Con estas consideraciones se tiene lo siguiente: $m_{e^-} = m_{e^+} = m$ y $M_{V^+} = M_{V^-} = M_V$. Es inmediato que las variables de Mandelstam se pueden dejar en términos de las variables cinemáticas de sólo dos partículas y masas de las partículas (que son conocidas). Cuando la colisión se ve desde el centro de masa (*cm*) las variables toman la forma:

$$u = 2M_V^2 + 2m^2 - (t + s) \tag{3.38}$$

$$t = m^2 + M_V^2 - 2(E_1 E_3 - \|\mathbf{p}_1\| \|\mathbf{k}_1\| \cos \theta) \tag{3.39}$$

con

$$E_1 = \frac{s + m_1 - m_2}{2\sqrt{s}}, \quad m_1 = m_2 = m \tag{3.40}$$

$$E_3 = \frac{s + m_3 - m_4}{2\sqrt{s}}, \quad m_3 = m_4 = M_V \tag{3.41}$$

Como ya se eligió un sistema de referencia el ángulo θ es el que forman los tres-momentos de las partículas e^- y V^+ , el siguiente diagrama resume lo que se ha mencionado:

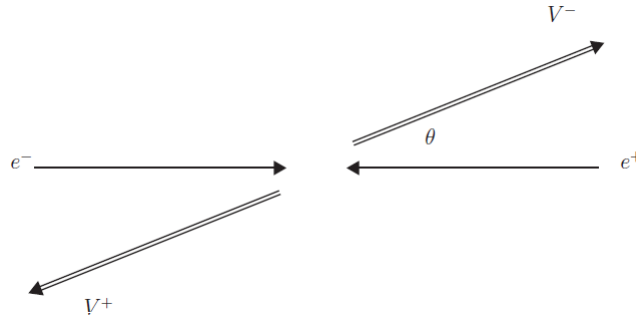


Figura 3.4: Colisión electrón-positrón desde el punto de vista del centro de masa.

En el centro de masa los tres-momentos tanto del electrón como del positrón son de igual magnitud, pero están dirigidos en sentidos contrarios, lo mismo sucede con los momentos de los mesones vectoriales. Referencias [3] y [13].

3.7. Construcción de la amplitud \mathcal{M} y de $|\mathcal{M}|^2$

Con las reglas presentadas en las secciones anteriores es posible construir la amplitud de probabilidad \mathcal{M} , tomando en cuenta que:

1. El diagrama de Feynman está compuesto básicamente de tres tipos de objetos: líneas externas, vértices y líneas internas.
2. Las reglas de Feynman para cada objeto que conforma un diagrama depende de las propiedades de las partículas, es decir, propiedades tales como: cuadrimento, espín, polarización, así como de la energía de colisión.
3. Para construir la amplitud \mathcal{M} , cada diagrama de Feynman se puede leer de dos maneras: de izquierda a derecha ó viceversa. Lo convencional es verlo de derecha a izquierda.
4. Las líneas externas son consideradas como parte de una corriente que tiene dirección y que se acopla a un vértice.
5. Los vértices de un diagrama se conectan a través de una línea interna que se denomina propagador.

Con las consideraciones anteriores la amplitud de probabilidad del proceso $e^-e^+ \rightarrow V^+V^-$, cuando no hay resonancia, se escribe:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_0 &= \eta_\mu'^* \eta_\nu (ie\Gamma^{\mu\nu\lambda}) \left(\frac{-ig_{\lambda\sigma}}{q^2} \right) u(ie\gamma^\sigma) \bar{v} \\ &= \left(i \frac{e^2}{q^2} \right) \eta_\mu'^* \eta_\nu \Gamma^{\mu\nu\lambda} u\gamma_\lambda \bar{v} \end{aligned} \quad (3.42)$$

En pocas palabras la amplitud se construye *multiplicando* cada uno de los factores que aparece en el diagrama de Feynman correspondiente, tomándolos de derecha a izquierda y comenzando por las líneas externas. Un poco más adelante se verá por qué se etiqueta a \mathcal{M} con un subíndice cero en la ecuación anterior.

En la amplitud hay dos términos de suma importancia que se pueden reescribir como:

- $L_\lambda = u\gamma_\lambda \bar{v} \rightarrow$ Parte leptónica
- $h^\lambda = \eta_\mu'^* \eta_\nu \Gamma^{\mu\nu\lambda} \rightarrow$ Parte hadrónica

Con estos últimos términos y considerando conservación de cuadrimento, $q = k_1 + k_2$, se verifica la invariancia de norma de \mathcal{M} , lo que se traduce en que los elementos antes descritos cumplan:

$$q^\lambda L_\lambda = 0 \quad (3.43a)$$

$$q_\lambda h^\lambda = 0 \quad (3.43b)$$

El siguiente paso es dar la expresión para $|\mathcal{M}|^2$, para ello hay que notar que se pueden tener distintos estados de espín y de polarizaciones de las partículas entrantes y salientes respectivamente. Lo anterior se refleja en la expresión siguiente:

$$|\mathcal{M}|^2 \rightarrow \frac{1}{(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)} \sum_s \sum_p |\mathcal{M}|^2 \quad (3.44)$$

Donde $s_1 = s_2 = \frac{1}{2}$ son los espines de los fermiones (electrón-positrón), $|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}\mathcal{M}^*$, siendo \mathcal{M}^* el complejo conjugado de la amplitud original, mientras que la suma en s se hace sobre estados de espín y, la suma en p sobre estados de polarización. Aplicando (3.44) a (3.42) se tiene lo siguiente:

$$\frac{1}{4} \sum_s \sum_p |\mathcal{M}_0|^2 = \frac{1}{4} \sum_s \sum_p \left[\eta_\mu'^* \eta_\nu \Gamma^{\mu\nu\lambda} \left(\frac{-ig_{\lambda\sigma}}{q^2} \right) u(ie\gamma^\sigma) \bar{v} \right] \left[\eta_\alpha'^* \eta_\beta \Gamma^{\alpha\beta\delta} \left(\frac{-ig_{\delta\tau}}{q^2} \right) u(ie\gamma^\tau) \bar{v} \right]^* \quad (3.45)$$

Para simplificar los cálculos hay que notar que en la expresión anterior hay productos de la forma:

$$L_{\lambda\delta} \equiv \sum_s [u(ie\gamma_\lambda) \bar{v}] [u(ie\gamma_\delta) \bar{v}]^* \quad (3.46)$$

La expresión anterior se desprende de lo siguiente, el segundo corchete cuadrado, una matriz de 1×1 para el cual el Hermitiano conjugado y el complejo conjugado son lo mismo, es igual a:

$$\begin{aligned} [u(ie\gamma_\delta) \bar{v}]^* &= [u(ie\gamma_\delta) \gamma_0 v^\dagger]^\dagger \\ &= [v(ie\gamma_0 \gamma_\delta^\dagger) u^\dagger] \\ &= [v(ie\gamma_\delta) \gamma_0 u^\dagger] \\ &= [v(ie\gamma_\delta) \bar{u}] \end{aligned} \quad (3.47)$$

Entonces:

$$L_{\lambda\delta} = \sum_s [u(ie\gamma_\lambda) \bar{v}] [v(ie\gamma_\delta) \bar{u}] \quad (3.48)$$

Al hacer este producto explícitamente en términos de cada uno de los elementos de matriz se llega a:

$$L_{\lambda\delta} = \sum_{s'} u^{(s')} \bar{u}^{(s')} (ie\gamma_\lambda) \sum_s v^{(s)} \bar{v}^{(s)} (ie\gamma_\delta) \quad (3.49)$$

Para llegar a la expresión final de $L_{\lambda\delta}$ se usaron las relaciones (3.13) y se obtiene:

$$L_{\lambda\delta} = (-e^2) \text{Tr}[(\not{p}_1 + m) \gamma_\lambda (\not{p}_2 - m) \gamma_\delta] \quad (3.50)$$

A continuación se hace una cita de algunos teoremas de trazas que son de gran ayuda para el cómputo de la parte leptónica que aparece en la amplitud al cuadrado:

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\not{a} \not{b}) &= 4a \cdot b \\ \gamma_\mu \gamma^\mu &= 4 \\ \gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu &= -2\not{a} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Con estas expresiones se arriva a:

$$L_{\lambda\delta} = (-4e^2)[p_{1\lambda}p_{2\delta} + p_{1\delta}p_{2\lambda} - (m^2 + p_{1\alpha}p_2^\alpha)g_{\lambda\delta}] \quad (3.52)$$

Otra de las relaciones importantes es la que involucra a las polarizaciones de las partículas vectoriales, que está dada por la expresión:

$$P_{\mu\nu} \equiv \sum_p \eta_\mu^{(p)*} \eta_\nu^{(p)} = -g_{\mu\nu} + \frac{k_{1\mu}k_{1\nu}}{M_V^2} \quad (3.53)$$

Hay que recordar que la suma se hace sobre todos los estados de polarización de las partículas vectoriales finales. Con las recetas anteriores la amplitud de probabilidad al cuadrado se escribe, de manera general.

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{4}(-4e^2)(p_{1\lambda}p_{2\delta} + p_{1\delta}p_{2\lambda} - (m^2 + p_{1\alpha}p_2^\alpha)g_{\lambda\delta}) \\ &\quad \left(-g_{\mu\nu} + \frac{k_{1\mu}k_{1\nu}}{M_V^2}\right) \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{k_{1\alpha}k_{1\beta}}{M_V^2}\right) \Gamma^{\mu\nu\lambda} \Gamma^{\alpha\beta\delta} \end{aligned} \quad (3.54)$$

En esta expresión lo que se hace es que los índices repetidos se contraen de acuerdo con la convención de Einstein.

Dependiendo de la energía de colisión entre las partículas iniciales (electrón-positrón), habrá lo que se conoce como estados intermedios vectoriales, lo cual quiere decir, que el fotón intermedio del proceso $e^-e^+ \rightarrow V^+V^-$ tiene energía suficiente para crear un par quark-antiquark formando de esta manera un mesón, este efecto evidentemente se debe reflejar en la construcción de la amplitud de probabilidad.

El fotón que se produce en la aniquilación se acopla a un mesón vectorial (que es la resonancia hadrónica), este último decae a otros dos mesones vectoriales, lo que quiere decir que el estado intermedio se representa por un propagador y que debe haber otro acoplamiento entre estas partículas. El diagrama que simboliza lo anterior es el siguiente:

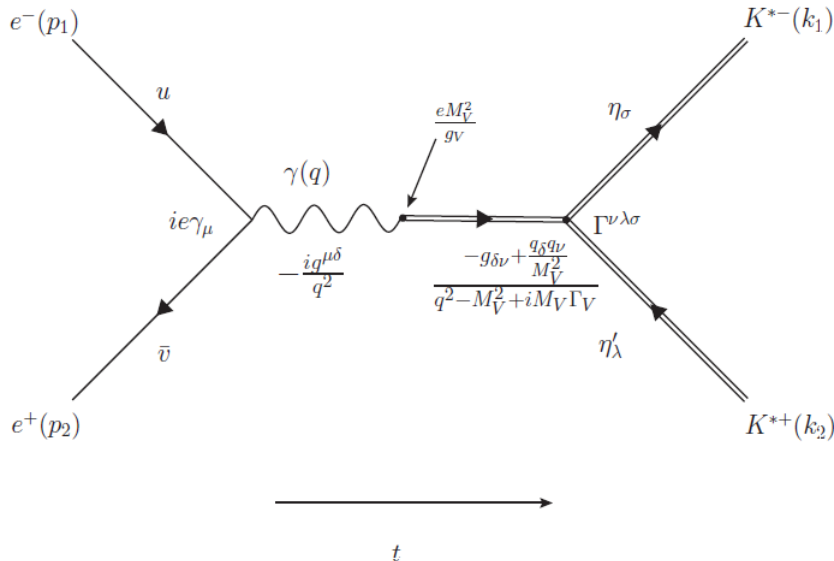


Figura 3.5: Diagrama de Feynman del proceso $e^-e^+ \rightarrow V^+V^-$ con resonancia intermedia.

En este caso el acoplamiento entre el fotón y el mesón está dado por:

$$\frac{eM_V^2}{g_V} \quad (3.55)$$

Donde M_V es la masa del estado intermedio y, g_V es una constante por determinar que depende justo del estado intermedio en cuestión.

Por otro lado, el propagador de la resonancia hadrónica, sin importar cual sea siempre y cuando sea de espín 1, es el que a continuación se presenta:

$$D_{\mu\nu} = i \left(\frac{-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_V^2}}{q^2 - M_V^2 + iM_V\Gamma_V} \right) \quad (3.56)$$

Donde M_V y Γ_V son la masa y la anchura de decaimiento de la resonancia hadrónica intermedia que se produce en el proceso de aniquilación, respectivamente.

De nueva cuenta es necesario construir la amplitud de probabilidad \mathcal{M}' , esto se hace igual que con \mathcal{M}_0 :

$$\mathcal{M}' = \eta'_\mu{}^* \eta_\nu (g_V \Gamma^{\mu\nu\lambda}) \left[i \left(\frac{-g_{\lambda\tau} + \frac{q_\lambda q_\tau}{M_V^2}}{q^2 - M_V^2 + iM_V\Gamma_V} \right) \right] \left(\frac{eM_V^2}{g_V} \right) \left(\frac{-ig^{\tau\sigma}}{q^2} \right) u(i\epsilon\gamma_\sigma) \bar{v} \quad (3.57)$$

Si se distribuye el propagador del mesón, la amplitud se puede escribir:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}' &= \eta'_\mu{}^* \eta_\nu (g_V \Gamma^{\mu\nu\lambda}) \left[i \left(\frac{-g_{\lambda\tau}}{q^2 - M_V^2 + iM_V\Gamma_V} \right) \right] \left(\frac{eM_V^2}{g_V} \right) \left(\frac{-ig^{\tau\sigma}}{q^2} \right) u(i\epsilon\gamma_\sigma) \bar{v} \\ &+ \eta'_\mu{}^* \eta_\nu (g_V \Gamma^{\mu\nu\lambda}) \left[i \left(\frac{\frac{q_\lambda q_\tau}{M_V^2}}{q^2 - M_V^2 + iM_V\Gamma_V} \right) \right] \left(\frac{eM_V^2}{g_V} \right) \left(\frac{-ig^{\tau\sigma}}{q^2} \right) u(i\epsilon\gamma_\sigma) \bar{v} \end{aligned} \quad (3.58)$$

En esta última expresión hay que notar que hay un producto de la forma:

$$\begin{aligned} l_\lambda &= \left[i \left(\frac{\frac{q_\lambda q_\tau}{M_V^2}}{q^2 - M_V^2 + iM_V\Gamma_V} \right) \right] \left(\frac{-ig^{\tau\sigma}}{q^2} \right) u(i\epsilon\gamma_\sigma) \bar{v} \\ &= \left[i \left(\frac{\frac{q_\lambda}{M_V^2}}{q^2 - M_V^2 + iM_V\Gamma_V} \right) \right] \left(\frac{-iq^\sigma}{q^2} \right) u(i\epsilon\gamma_\sigma) \bar{v} \end{aligned} \quad (3.59)$$

En la ecuación anterior el producto relevante es:

$$q^\sigma u(i\epsilon\gamma_\sigma) \bar{v} \quad (3.60)$$

Recordando que la conservación de momento es: $q^\sigma = (k_1 + k_2)^\sigma$ y sustituyendo en (3.60) se obtiene:

$$\begin{aligned} ieu(k_1 + k_2)^\sigma \gamma_\sigma \bar{v} &= ieu k_1^\sigma \gamma_\sigma \bar{v} + ieu k_2^\sigma \gamma_\sigma \bar{v} \\ &= ieu \not{k}_1 \bar{v} + ieu \not{k}_2 \bar{v} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Usando las ecuaciones de Dirac en su forma (3.11a) y (3.11b), se llega a (Ver referencia [3]):

$$q^\sigma u(ie\gamma_\sigma)\bar{v} = ieu(m_{e^-})\bar{v} - ieu(m_{e^+})\bar{v} \quad (3.62)$$

Pero como el electrón y el positrón poseen exactamente la misma masa, $m_{e^-} = m_{e^+} = m$, los términos de la expresión anterior se anulan. Por lo tanto el término sobreviviente de \mathcal{M}' es:

$$\eta_\mu'^* \eta_\nu (g_V \Gamma^{\mu\nu\lambda}) \left[i \left(\frac{-g_{\lambda\tau}}{q^2 - M_V^2 + iM_V \Gamma_V} \right) \right] \left(\frac{eM_V^2}{g_V} \right) \left(\frac{-ig^{\tau\sigma}}{q^2} \right) u(ie\gamma_\sigma)\bar{v} \quad (3.63)$$

Hay otros productos en los que también se debe prestar atención:

$$g_{\lambda\tau} g^{\tau\sigma} = g_\lambda^\sigma \quad (3.64)$$

y

$$g_\lambda^\sigma \gamma_\sigma = \gamma_\lambda \quad (3.65)$$

Como consecuencia de esto, la amplitud de probabilidad \mathcal{M}' queda de la forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}' &= \left(-\frac{ie^2 M_V^2}{q^2(q^2 - M_V^2 + iM_V \Gamma_V)} \right) \eta_\mu'^* \eta_\nu \Gamma^{\mu\nu\lambda} u \gamma_\lambda \bar{v} \\ &= \left(-\frac{e^2 M_V^2}{q^2 - M_V^2 + iM_V \Gamma_V} \right) \left(i \frac{e^2}{q^2} \right) \eta_\mu'^* \eta_\nu \Gamma^{\mu\nu\lambda} u \gamma_\lambda \bar{v} \end{aligned} \quad (3.66)$$

Al comparar (3.66) con (3.42) se ve que la amplitud \mathcal{M}' se puede reescribir de la forma:

$$\mathcal{M}' = c' \mathcal{M}_0 \quad (3.67)$$

donde

$$c' = -\frac{e^2 M_V^2}{q^2 - M_V^2 + iM_V \Gamma_V} \quad (3.68)$$

Así como se construyó la amplitud de probabilidad al cuadrado, para el caso en que no había resonancia intermedia, también se puede construir cuando sí la hay. Con ayuda de la ecuación anterior se ve que esta amplitud es:

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}'^2}| &= \frac{|c'|^2}{4} \sum_s \sum_p |\mathcal{M}_0|^2 \\ &= \frac{|c'|^2}{4} (-4e^2) (p_{1\lambda} p_{2\delta} + p_{1\delta} p_{2\lambda} - (m^2 + p_{1\alpha} p_2^\alpha) g_{\lambda\delta}) \\ &\quad \left(-g_{\mu\nu} + \frac{k_{1\mu} k_{1\nu}}{M_V^2} \right) \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{k_{1\alpha} k_{1\beta}}{M_V^2} \right) \Gamma^{\mu\nu\lambda} \Gamma^{\alpha\beta\delta} \end{aligned} \quad (3.69)$$

donde $|c'|^2 = c'c'^*$, c'^* es el complejo conjugado de c' y $|\mathcal{M}_0|^2$ está determinado por la ecuación (3.45), además se han hecho la suma sobre estados de espín y la suma sobre polarizaciones y, como en el caso en que no hay resonancia se hace la contracción sobre índices repetidos. El hecho de presentar esta segunda amplitud de probabilidad es porque se puede aplicar a cualquier resonancia intermedia que se produzca en el proceso $e^-e^+ \rightarrow V^+V^-$ ya que en ningún momento hace alusión a propiedades exclusivas de las partículas. Dentro de las partículas que se pueden considerar como resonancias intermedias son: ϕ , ϕ' , ρ^0 , ρ' entre otras.

Enseguida se presentan los cálculos de la amplitud de probabilidad cuando no hay resonancia, esto con el auxilio de (3.69):

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}_0|^2} &\equiv \frac{1}{4} \sum_s \sum_p |\mathcal{M}_0|^2 \\ &= -\frac{e^4}{64M_V^4 s} (s - 4M_V^2) (-16M_V^4 (\gamma s (\gamma s - 2) + 3) + 8M_V^2 s (-3\beta^2 - 2\beta \\ &\quad + \gamma^2 s^2 + (2\beta - 3)\gamma s + 2) + \cos(2\theta) (16M_V^4 (\gamma s (\gamma s - 2) + 3) - 8M_V^2 s (\beta^2 \\ &\quad - 2\beta + \gamma^2 s^2 + (2\beta - 3)\gamma s + 2) + s^2 (2\beta + \gamma s - 2)^2) - s^2 (2\beta + \gamma s - 2)^2) \end{aligned} \quad (3.70)$$

Recuérdese que esta amplitud es la base cuando sí hay resonancia ya que la diferencia entre \mathcal{M}_0 y \mathcal{M}' es un factor global. Dicho lo anterior, se considerarán tres casos: cuando no hay resonancia, cuando la energía de colisión es suficiente como para que haya una resonancia y cuando se producen dos resonancias. En los últimos dos casos la amplitud de probabilidad total es el resultado de hacer la suma de \mathcal{M}_0 con \mathcal{M}' para cuando hay una resonancia y, \mathcal{M}_0 con \mathcal{M}' y \mathcal{M}'' para cuando hay dos resonancias.

Caso I

Este caso es en el que la energía con que chocan las partículas (electrón-positrón) no es suficiente para que se produzca en el proceso algún tipo de resonancia. Por lo tanto, la amplitud de probabilidad es la que se presentó en (3.42), mientras que la amplitud al cuadrado es la que se dio en (3.54).

Caso II

A diferencia del anterior, en este caso la energía de colisión es lo suficiente como para que en la aniquilación se forme una resonancia hadrónica. Es aquí donde la amplitud de probabilidad que se debe considerar toma la forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= \mathcal{M}_0 + \mathcal{M}' \\ &= (1 + c')\mathcal{M}_0 \end{aligned} \quad (3.71)$$

La última igualdad se dio por la ecuación (3.67). Como consecuencia de esto, el cuadrado de la amplitud de probabilidad es:

$$\overline{|\mathcal{M}_1|^2} = |(1 + c')|^2 \overline{|\mathcal{M}_0|^2} \quad (3.72)$$

Caso III

Similar al caso anterior, se toman en cuenta tres amplitudes de probabilidad y se suman para dar lugar a la amplitud total, porque la energía de colisión es la suficiente como para crear dos resonancias hadrónicas, esto es:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_2 &= \mathcal{M}_0 + \mathcal{M}' + \mathcal{M}'' \\ &= (1 + c' + c'')\mathcal{M}_0\end{aligned}\tag{3.73}$$

Análogamente al caso II, el cuadrado de la amplitud se escribe:

$$\overline{|\mathcal{M}_2|^2} = |(1 + c' + c'')|^2 \overline{|\mathcal{M}_0|^2}\tag{3.74}$$

Es importante mencionar que para obtener \mathcal{M}'' se deben seguir los mismos pasos que llevaron a la expresión de \mathcal{M}' ya que lo poco que las diferencia es: la masa de las resonancias que se produzcan así como el ancho de decaimiento de cada una de estas resonancias, pero como estos cambios sólo tienen efecto en los factores globales c' y c'' la forma de ambas amplitudes, \mathcal{M}' y \mathcal{M}'' , es esencialmente la misma.

En el próximo capítulo se considerarán estos casos para el cálculo de la sección eficaz diferencial y total, se analizará el impacto que causa en ellas el hecho de contemplar resonancias hadrónicas. Por otro lado, se asignarán diversos valores a los multipolos, β y γ , que aparecen en el vértice electromagnético y que a su vez están en la sección eficaz, para también observar cómo es que se ven modificados los observables.

Sección Eficaz Diferencial y Total

En este capítulo se muestra la forma explícita del cálculo de la sección eficaz diferencial y total del proceso $e^-e^+ \rightarrow V^+V^-$, para cuando hay y cuando no hay resonancias intermedias. Tomando en cuenta, que la forma general de estas cantidades cuando hay una resonancia hadrónica intermedia difiere de la que no tiene resonancia por un factor que es global, como se mostró en el capítulo anterior. Los casos de interés que se consideran son: $e^-e^+ \rightarrow \rho^-\rho^+$ y $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$. Con las resonancias ρ^0 y ρ'^0 para el primer caso y, ϕ y ϕ' para el segundo. A partir de los resultados se dará un análisis de cómo es que afecta el cambio en los valores de los multipolos, momento magnético dipolar y momento eléctrico cuadrupolar, que aparecen en el vértice electromagnético.

4.1. Sección eficaz diferencial

En la sección anterior se ha visto la cinemática y dinámica del proceso de dispersión, para cuando se incluyen las resonancias intermedias, con lo cual el camino está completo para presentar la sección eficaz diferencial, no sin antes mencionar que se harán los cambios $V^+ \rightarrow K^{*+}, \rho^+$ y $V^- \rightarrow K^{*-}, \rho^-$. Con los cambios, se debe tomar en cuenta que las masas de los leptones, es decir, la del electrón y la del positrón son muy pequeñas comparadas con las masas de las partículas vectoriales, es por ello que para simplificar los cálculos se hará la masa del electrón igual a cero. La sección eficaz diferencial, de acuerdo con la ecuación (3.1), queda:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\sigma}{-d \cos \theta} \right|_{cm} &= -\frac{e^4}{1024\pi M_V^2 s^{5/2}} \sqrt{\frac{s}{4} - M_V^2} (s - 4M_V^2) (-16M_V^4 (\gamma s (\gamma s - 2) + 3) \\ &\quad + 8M_V^2 s (-3\beta^2 - 2\beta + \gamma^2 s^2 + (2\beta - 3)\gamma s + 2) + \cos(2\theta) (16M_V^4 \\ &\quad (\gamma s (\gamma s - 2) + 3) - 8M_V^2 s (\beta^2 - 2\beta + \gamma^2 s^2 + (2\beta - 3)\gamma s + 2) \\ &\quad + s^2 (2\beta + \gamma s - 2)^2) - s^2 (2\beta + \gamma s - 2)^2 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Antes de comenzar con los resultados, es preciso mencionar que el ángulo sólido se ha descompuesto de la siguiente forma: $d\Omega = d\phi(-d \cos \theta)$ y como ningún término depende del ángulo azimutal ϕ en lo

único en que contribuye es multiplicar todo por un 2π , es por ello que en la sección eficaz diferencial aparece sólo $-d\cos\theta$. Por otro lado, se debe notar que aún hay parámetros *libres* tales como: α , M_V , β , γ , $\cos\theta$ y s . Como lo que se quiere es conocer el comportamiento de la sección eficaz diferencial en términos del ángulo de dispersión θ , se tomarán los casos particularess de interés en que M_V es la masa de las partículas vectoriales finales ρ^\pm , $K^{*\pm}$, $\alpha = \frac{1}{137}$, $s = 9$ GeV, mientras que a los multipolos se les darán valores alrededor de los cuales hace predicciones el Modelo Estándar para el bosón W , es decir, $\beta = 1, 2, 3$ y $\gamma = -1, 0, 1$. Por otro lado, cuando haya resonancias intermedias las partículas que serán consideradas son: ϕ , ϕ' y ρ^0 y ρ'^0 , como ya se había mencionado. Las unidades de la sección eficaz diferencial son GeV^{-2} por lo que es primordial dar el factor de conversión a nb (nanobarn), que son las unidades en que usualmente se mide la sección eficaz:

$$1\text{GeV}^{-2} = 3.893793 \times 10^5 \text{nb} \quad (4.2)$$

En seguida se presenta la sección eficaz total para el caso general del proceso, tomando en cuenta que esta cantidad se obtiene al realizar una integración en el espacio de momentos. La integración es sencilla dado que únicamente queda como una función del ángulo de dispersión y de la energía de colisión y, de parámetros que se conocen como: la masa de los mesones vectoriales, la masa de las resonancias intermedias, anchos de decaimiento y de los multipolos de las partículas finales. La energía al ser un parámetro libre se fija en algún valor que se desee analizar y por lo tanto, la sección eficaz diferencial sólo queda en función del ángulo de dispersión, el cual aparece en una de las variables de Mandelstam que se han dado. El hecho de únicamente presentar el resultado de la integración de la sección eficaz diferencial cuando no hay resonancia, es suficiente ya que la forma de este observable para los casos en que sí hay resonancias sólo difiere por factores globales.

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{e^4}{768\pi M_V^2 s^{5/2}} & (s - 4M_V^2)^{3/2} (16M_V^4(\gamma s(\gamma s - 2) + 3) - 8M_V^2 s(-2\beta(\beta + 1) \\ & + \gamma^2 s^2 + 2\beta\gamma s - 3\gamma s + 2) + s^2(2\beta + \gamma s - 2)^2) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Por supuesto que a esta cantidad también se le tiene que aplicar el factor de conversión (4.2). Se comenzará con el caso particular en que las partículas finales son: ρ^\pm , en los subcasos en que no hay resonancia y, cuando hay una del tipo ρ^0 .

Como se dijo en el capítulo 2, las modificaciones que se hagan a los coeficientes $a_3 \equiv \beta$ y $a'_2 \equiv \gamma$ del vértice electromagnético se traducirán en cambios directamente en el momento magnético dipolar y en el momento cuadrupolar eléctrico, respectivamente.

4.2. Caso ρ

Sin resonancia intermedia

Primero se muestra el diagrama de Feynman correspondiente del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^+\rho^-$, el cual es:

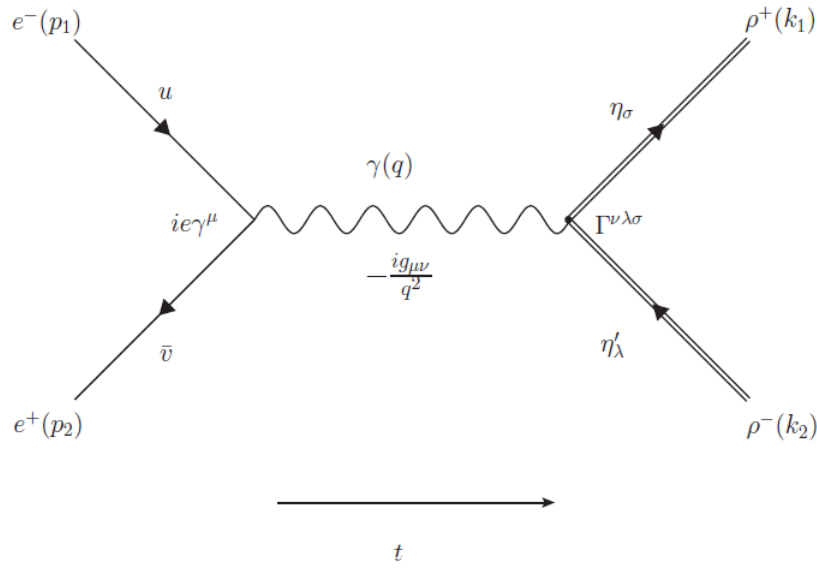


Figura 4.1: Proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^+\rho^-$ sin resonancia de por medio.

Ahora se muestran las gráficas de la sección eficaz diferencial sin resonancia.

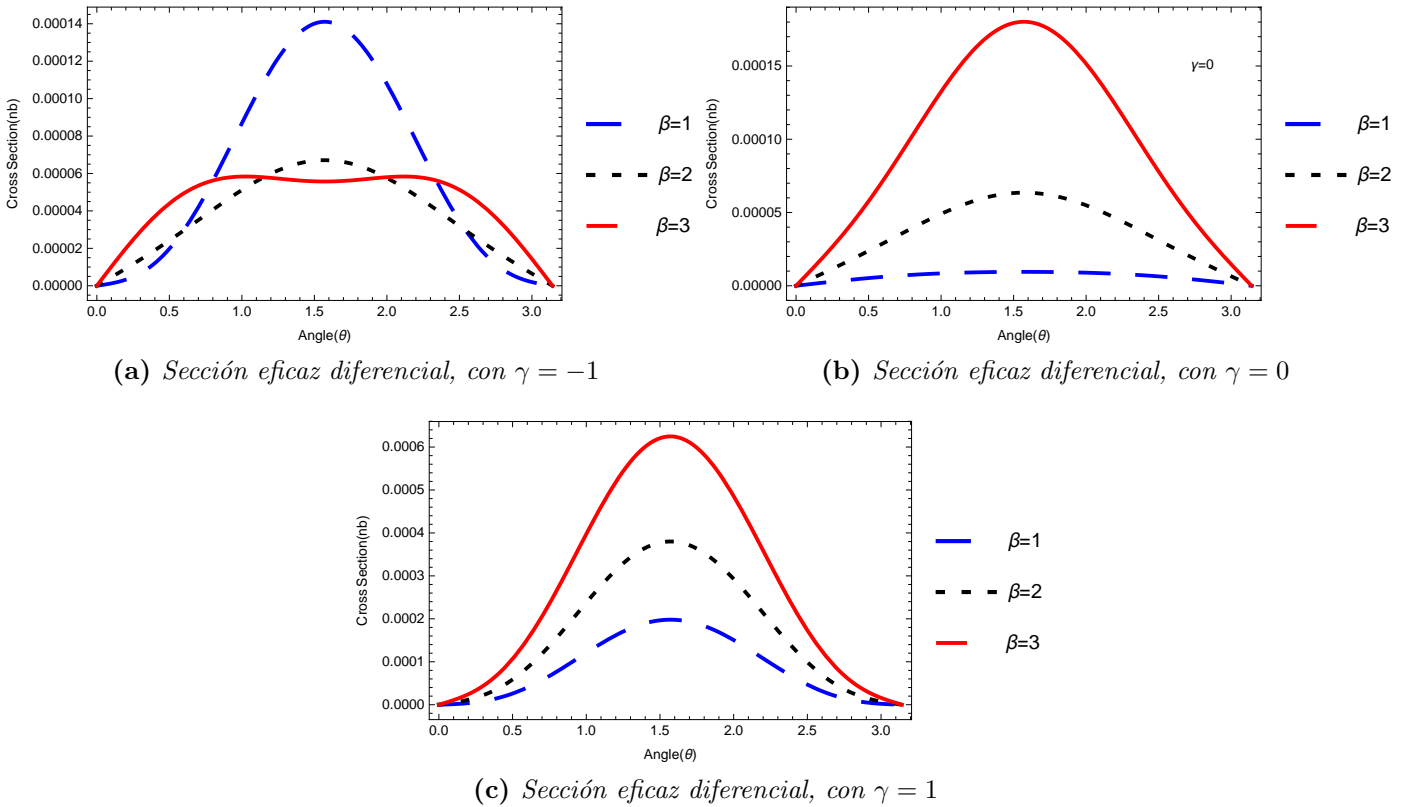


Figura 4.2: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^-\rho^+$, sin resonancia intermedia en términos del ángulo de dispersión, para varios valores de los parámetros β y γ .

En este subcaso la energía de colisión es más que suficiente para crear el par de mesones vectoriales ρ^\pm , como ya se dijo esta energía es $s = 9 \text{ GeV}$. En la Figura (4.2) se muestra el comportamiento

de la sección eficaz diferencial como función del ángulo θ para $\gamma = -1, 0, 1$, esto es, para cuando el momento cuadrupolar eléctrico se varía alrededor de los valores en los cuales el Modelo Estándar hace las predicciones que se han tomado como referencia del proceso $e^-e^+ \rightarrow W^-W^+$, mientras que el momento magnético dipolar se varía de 1 a 3 en una misma gráfica. Un aspecto importante que se debe resaltar es que la forma de la gráfica 4.2a cambia significativamente cuando $\beta = 3$ en este caso hay un mínimo y dos máximos es en estos máximos donde se tendrá mayor probabilidad de detección de los mesones vectoriales. A diferencia cuando $\beta = 1, 2$ se observa que ambas curvas, de la misma figura, únicamente tienen un máximo en $\theta = \frac{\pi}{2}$ donde será más probable la detección. Este análisis servirá para poder decir, en caso de que se quieran detectar las partículas finales, dónde se debe colocar un detector para que se localicen dichas partículas.

Por otra parte, se observa que básicamente las Figuras 4.2b y 4.2c son similares en cuanto a la forma de las curvas que aparecen. Sin embargo, el caso en el que el momento cuadrupolar eléctrico es uno, $\gamma = -1$, que es el caso de 4.2c la sección eficaz diferencial crece significativamente, esto se ve inmediatamente al comparar las curvas rojas de (b) y (c), $\beta = 3$, la sección eficaz en la última crece por un factor que es cercano a 4 respecto a (b). Y a diferencia de 4.2a en las dos últimas los máximos se encuentran en $\theta = \frac{\pi}{2}$, lo que supone que la mayor probabilidad de encontrar mesones vectoriales ρ es en un plano perpendicular a la colisión.

Evidentemente, lo que sigue es presentar la sección eficaz diferencial y ver cómo es que esta observable se ve modificado ante variaciones de los multipolos de los mesones vectoriales, que como ya se ha dicho son: el momento dipolar magnético y el momento cuadrupolar eléctrico.

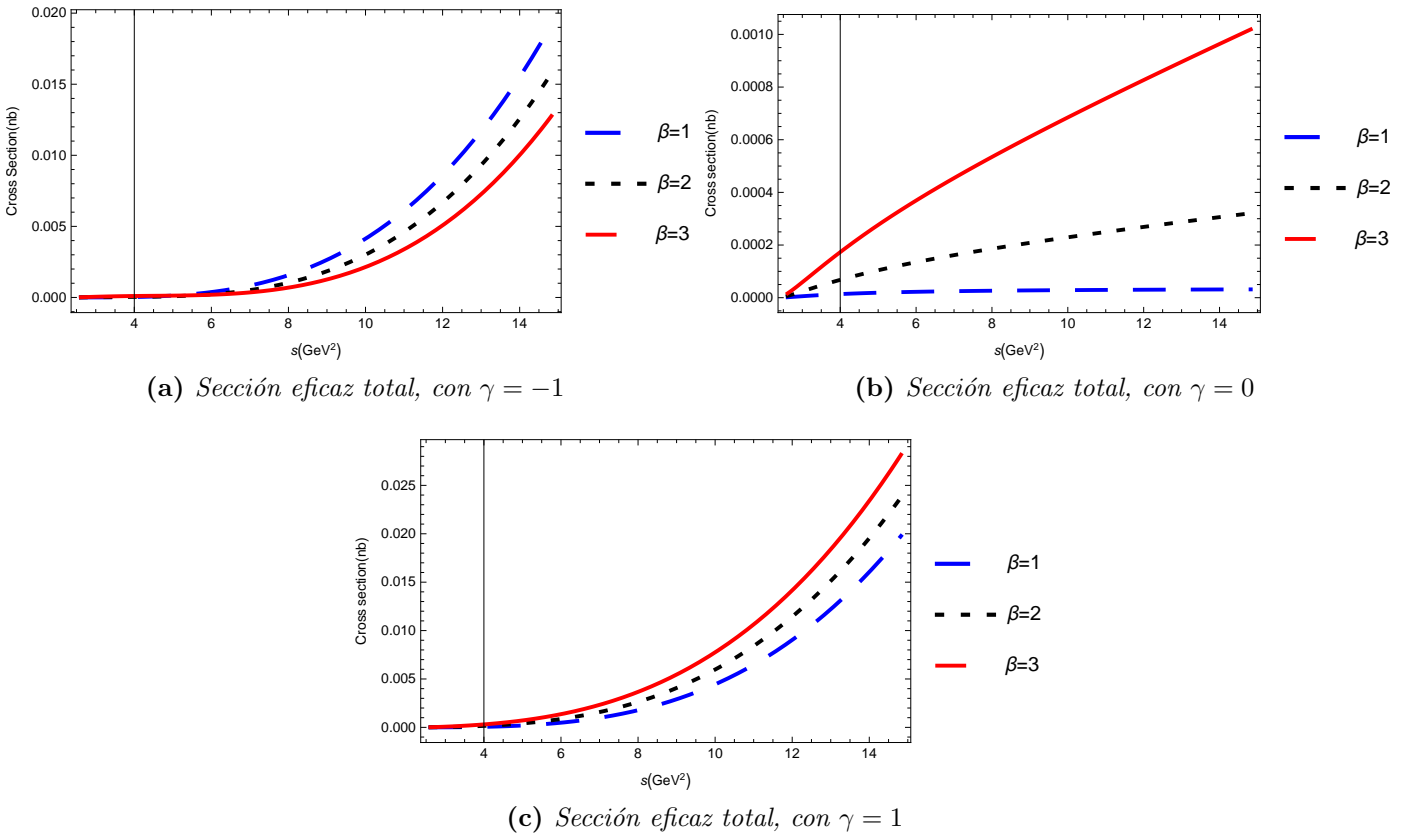


Figura 4.3: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^+\rho^-$, sin resonancia intermedia como función de la energía para varios valores de β y γ .

La Figura (4.3) muestra la sección eficaz total del proceso en cuestión únicamente como función de la energía de colisión, $s = 2.013 - 14.822$ GeV, energía suficiente para la creación de los ρ 's. En la Figura 4.3a se ve que para $s \equiv q^2$ del orden de 8 GeV, modificar el momento magnético dipolar, β , es de gran relevancia ya que cada una de las curvas que representan a la sección eficaz total comienzan a separarse para un mismo valor del momento eléctrico cuadrupolar, $\gamma = -1$. Mientras que en 4.3c, el impacto que tiene β en la sección eficaz total, empieza a ser significativo a los 6 GeV, es decir, es más sensible cuando $\gamma = 1$. Por otro lado, cuando $\gamma = 0$, o sea, cuando el momento cuadrupolar eléctrico es nulo las curvas de la gráfica 4.3b se separan inmediatamente, lo que quiere decir que, la sección eficaz total es extremadamente sensible ante cambios en los multipolos de los mesones vectoriales.

Una resonancia intermedia $\rho(770)$

Como ya se mencionó, se consideraron los casos en que hay una y dos resonancias para este caso se consideraron $\rho(770)$ y $\rho(1450)$ como las resonancias intermedias del proceso. Primero sólo se considerará una resonancia y, se muestran las gráficas correspondientes. El diagrama de Feynman que representa el proceso de interés con una resonancia se muestra en la gráfica 4.4:

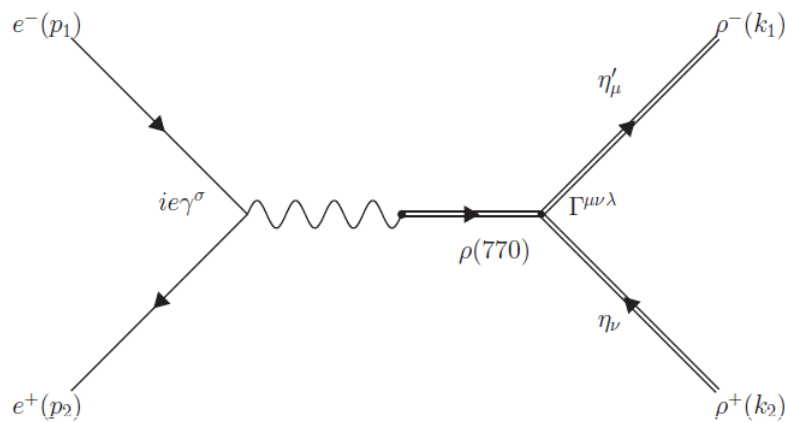


Figura 4.4: Proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^+\rho^-$ con una resonancia de por medio.

Cabe mencionar que cuando se considera una resonancia intermedia, se deben considerar que hay dos contribuciones que aportan al cuadrado de la amplitud de probabilidad estas son: cuando no hay resonancia y cuando sí la hay, por lo tanto se tiene que analizar qué es lo que sucede si se considera una o más resonancias. De nueva cuenta se toman los casos en que el momento cuadrupolar eléctrico se varía de -1 a 1 y el momento dipolar magnético de 1 a 3.

En la Figura 4.5 se muestra la sección eficaz diferencial en el caso en que hay un mesón $\rho(770)$ como resonancia intermedia:

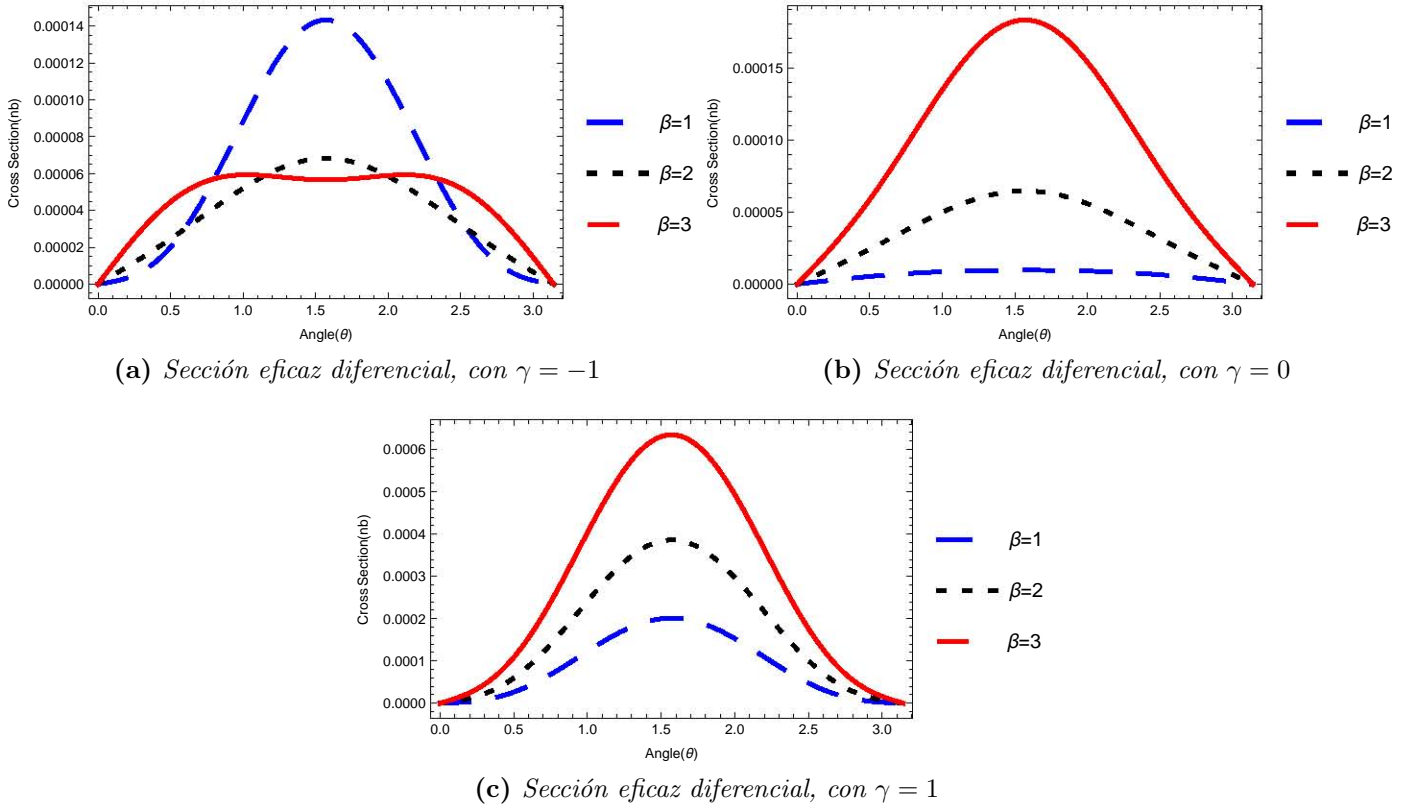


Figura 4.5: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^+\rho^-$ en términos del ángulo de dispersión, con una resonancia.

Algo que se debe hacer ipso facto, es comparar las gráficas presentadas en la Figura 4.2 para determinar si es que existe un cambio significativo en uno y otro caso y, también saber si es que cambios en los multipolos de los mesones vectoriales modifican la sección eficaz diferencial. Al hacer esa comparación lo que se observa es que el hecho de tomar en cuenta la resonancia no es tan importante sobre la sección eficaz ya que la forma de las curvas en ambas gráficas es la misma y no solo eso si no que los valores numéricos son similares.

Lo que sigue es ver cómo se comporta la sección eficaz total para los mismos casos de los multipolos tomados en cuenta en la sección eficaz diferencial. Las gráficas correspondientes se muestran en la Figura 4.6:

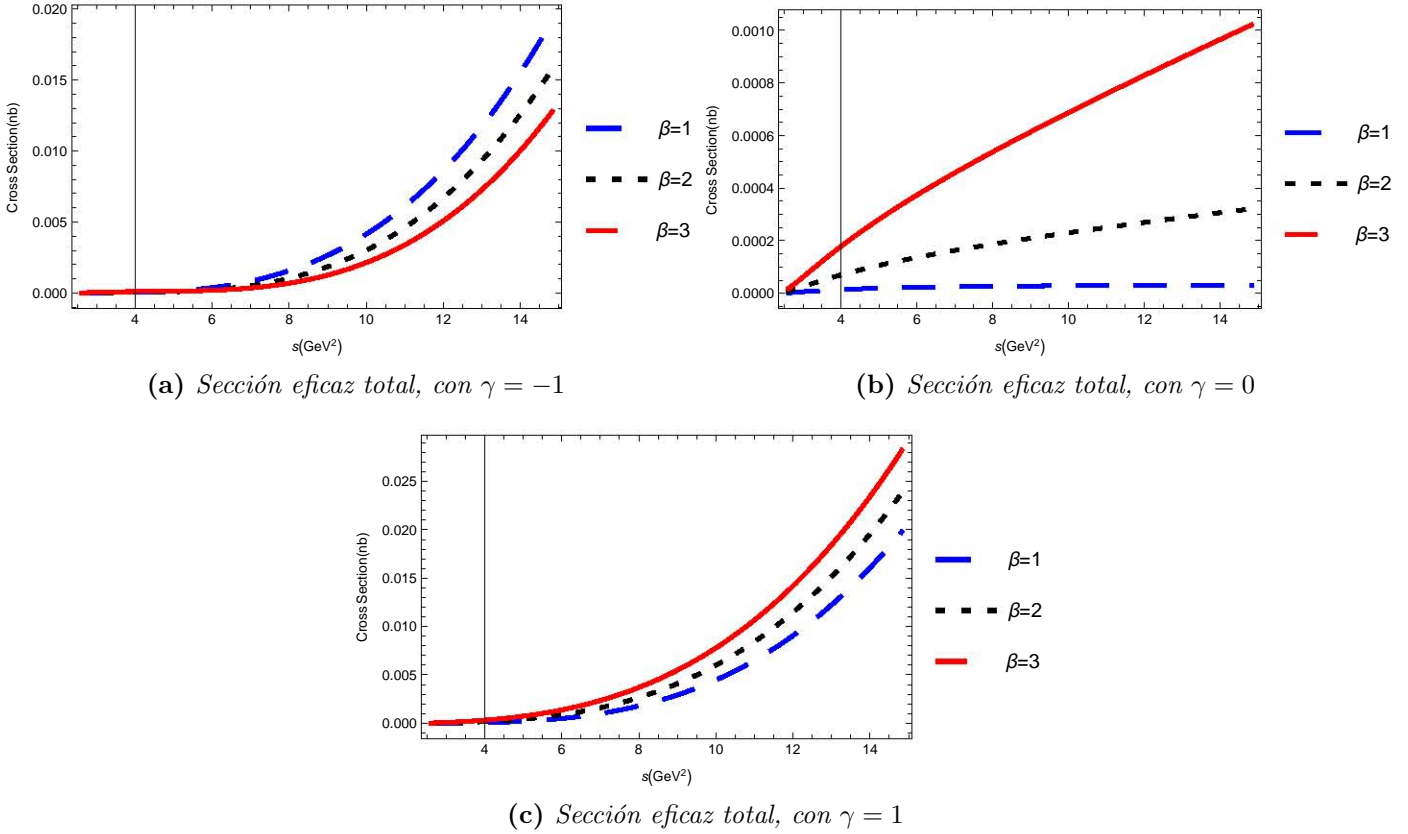


Figura 4.6: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^+\rho^-$ en términos de la energía de dispersión, con una resonancia.

Así como en el caso de la sección eficaz diferencial, el hecho de considerar la resonancia hadrónica durante el proceso no produce un cambio importante en el cálculo de la sección eficaz total, eso se observa a partir de los valores que toma dicho observable.

Dos resonancias intermedias $\rho(770)$ y $\rho(1450)$

Ahora se considera el caso en que en el proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^-\rho^+$ se forman dos resonancias intermedias, lo cual quiere decir que se deben tener en cuenta tres diagramas de Feynman: sin resonancia, cuando la resonancia es $\rho(770)$ y cuando esa resonancia es $\rho(1450)$. Lo que conduce a que la nueva amplitud de probabilidad sea la suma de tres amplitudes, mismas que son las que representan cada uno de los diagramas considerados.

Ya se han presentado los diagramas de Feynman cuando no hay resonancia y en el que hay una, el tercero a examinar es muy parecido al de la figura 4.4 solo que se reemplaza $\rho(770)$ por $\rho(1450)$. De esta manera, se inserta la amplitud de probabilidad al cuadrado total, la que surge de los tres diagramas, se calcula la sección eficaz diferencial y, se hacen las gráficas de esta cantidad en términos del ángulo de dispersión.

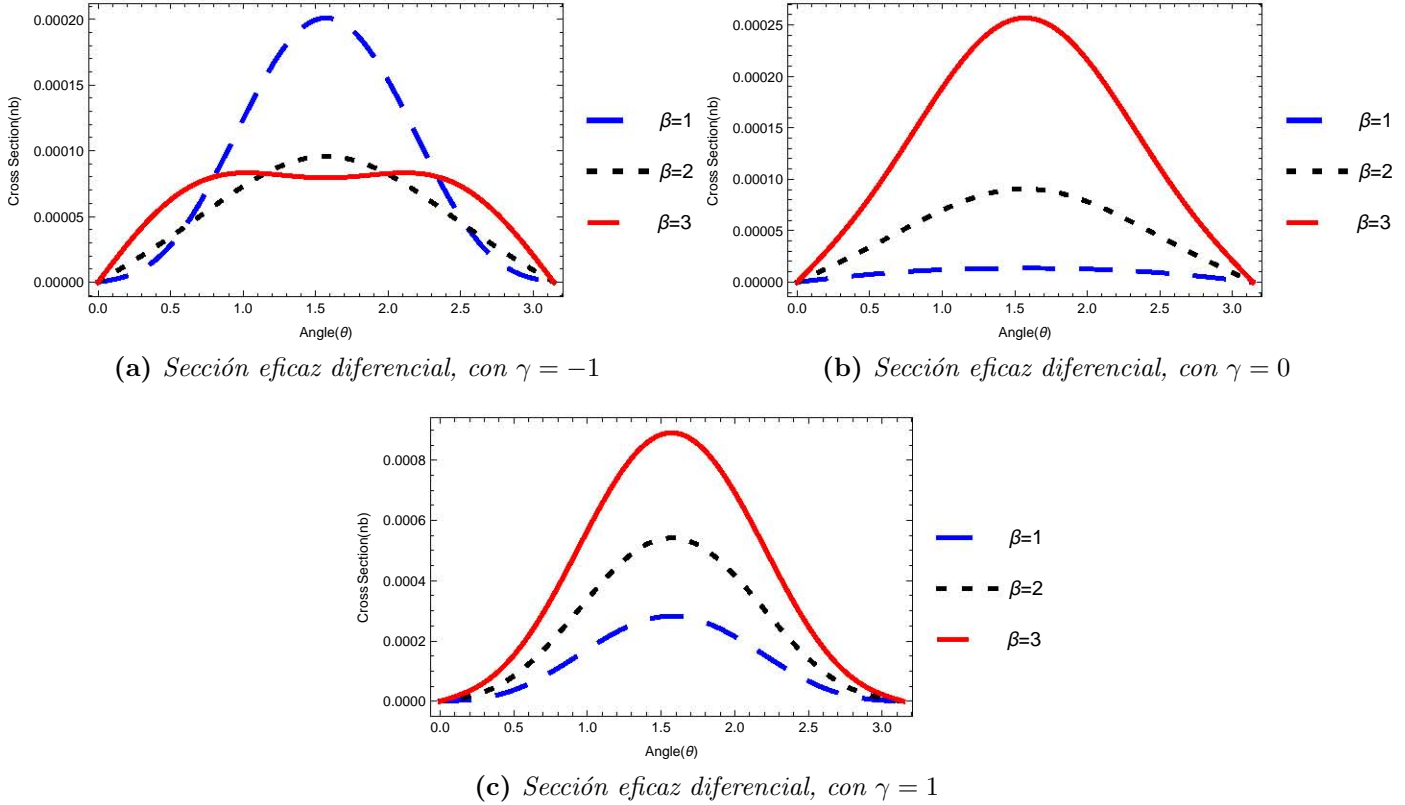


Figura 4.7: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^+\rho^-$ en términos del ángulo de dispersión incluyendo dos resonancias.

En la Figura 4.7 la forma de las curvas de cada gráfica sigue siendo la misma sin embargo, los valores de la sección eficaz sí se ve alterada. En otras palabras, al producirse otra resonancia intermedia provoca que haya una especie de corrección a la sección eficaz diferencial ya que se incluyen los tres casos que se han mencionado.

La Figura 4.8 enseña la sección eficaz total de este caso.

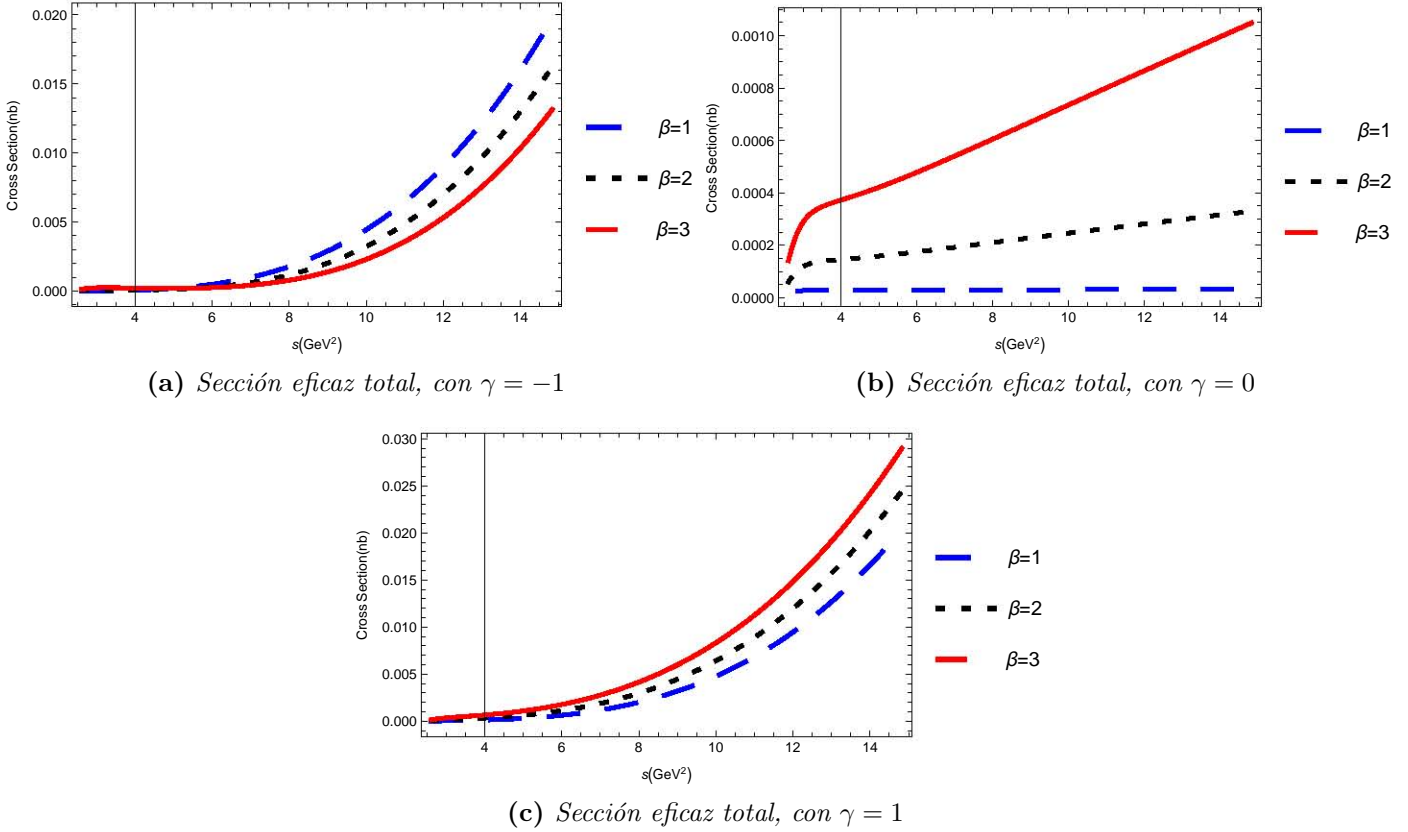


Figura 4.8: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^+\rho^-$ en términos de la energía de dispersión incluyendo dos resonancias.

Manteniendo fijo el valor del momento cuadrupolar eléctrico en -1 y variando el momento magnético dipolar entre 1 y 3 (Figura 4.8a) se mira que los cambios en β cobran relevancia a partir de 7 GeV, que es donde las curvas de la gráfica comienzan a separarse. Por otro lado, en la Figura 4.8b las variaciones en β incurren rápidamente en la sección eficaz total porque se ve que las curvas se separan inmediatamente, sobre todo cuando $\beta = 3$. A diferencia del subcaso anterior para $\gamma = 1$, la variación en el momento magnético dipolar es significativa a partir de los 5 GeV, pero se observa que las curvas que representan a la sección eficaz total no se alejan demasiado, esto es importante para cuando se desea poner una cota a los valores del observable en cuestión.

4.3. Caso K^*

Sin resonancia

Este es el caso en que se tienen como partículas finales $K^{*\pm}$ sin resonancia de por medio, lo cual hace a este caso muy similar al anterior de la ρ . Otra vez como en la sección anterior, se modificarán los valores de los multipolos que intervienen en el proceso de aniquilación y se presentarán las cantidades: sección eficaz diferencial y sección eficaz total. El diagrama de Feynman es el que sigue:

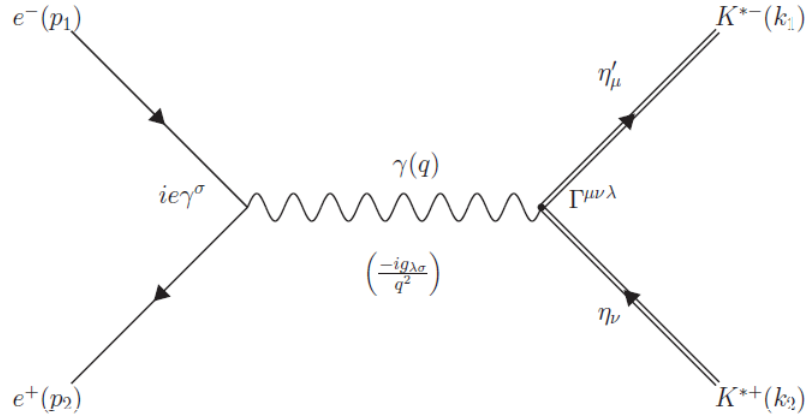


Figura 4.9: Proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ sin resonancia.

Los resultados del cálculo de la sección eficaz diferencial se presentan en las siguientes gráficas:

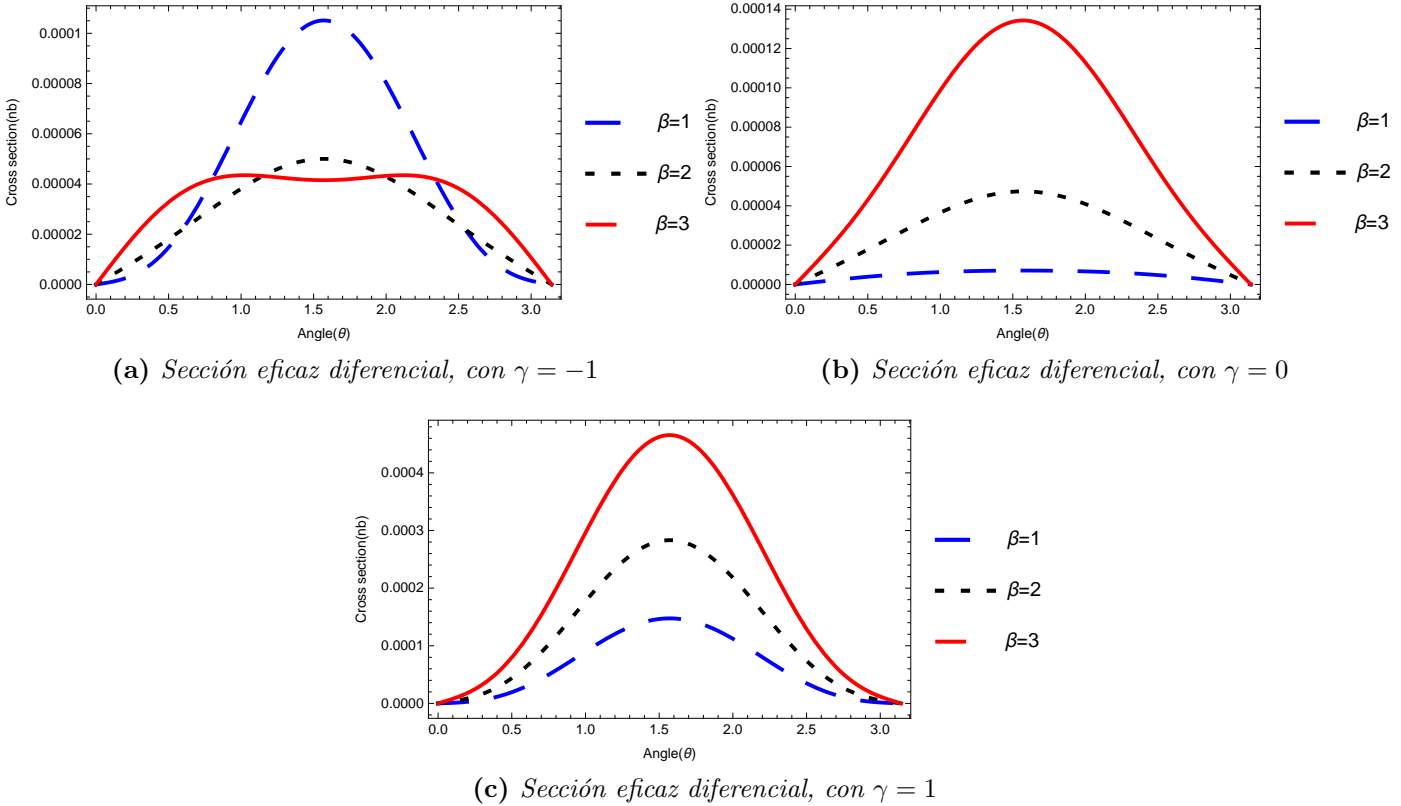


Figura 4.10: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$, sin resonancia, como función del ángulo de dispersión para varios valores de β y γ .

En la Figura 4.10 se ven las curvas de la sección eficaz diferencial para cada uno de los valores asignados a los multipolos que interesan en este trabajo. De nuevo, se deja fijo el valor del momento cuadrupolar eléctrico y se varía el momento dipolar magnético entre 1 y 3.

A la vez es necesario dar las gráficas de la sección eficaz total en función de la energía de colisión, para este caso que no hay resonancia:

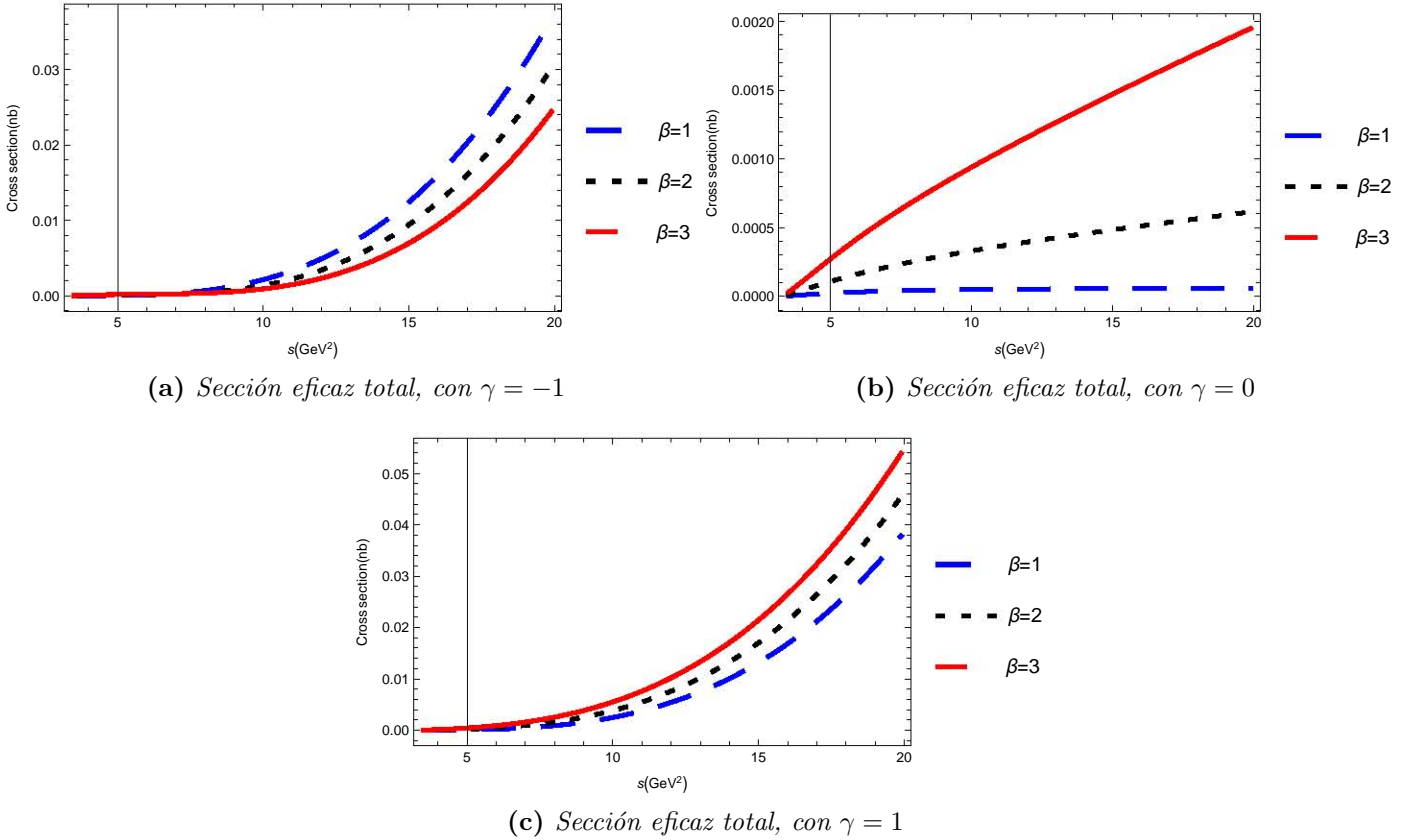


Figura 4.11: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$, sin resonancia como función de la energía para varios valores de β y γ .

La Figura 4.11a muestra la sección eficaz total para el subcaso en que el momento cuadrupolar eléctrico vale $\gamma = -1$, mientras que el momento magnético dipolar adquiere los valores de 1 a 3. Las curvas son muy parecidas hasta 10 GeV, pero luego cada una toma un camino distinto aunque no se separan más allá de 0.004 nb, lo que quiere decir que este observable no es tan sensible ante cambios de β . En 4.11b, la situación es un poco distinta ya que las curvas únicamente se cruzan 0 GeV y a partir de allí ninguna es parecida a la otra en el sentido de que se separan inmediatamente, alcanzando 0.0015 nb de separación. Por último, en la Figura 4.11c las cosas son similares a 4.11a solo que hay una diferencia sutil, y esa es que invierten de posición las curvas azul, $\beta = 1$, roja, $\beta = 3$, respecto a la curva verde; la diferencia entre las curvas de 4.11c es notoria desde 9 GeV pero esa diferencia de nuevo no rebasa los 0.004 nb.

Una resonancia $\phi(1020)$

En esta sección se muestran las gráficas de la sección eficaz diferencial y total en el caso que se crea una resonancia hadrónica intermedia llamada $\phi(1020)$, en el proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$. Para comenzar se tiene que presentar el diagrama de Feynman correspondiente:

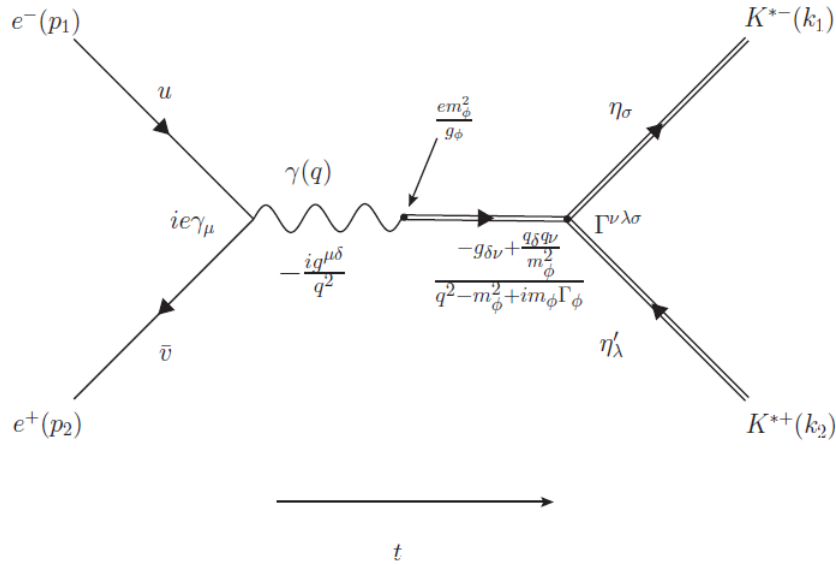
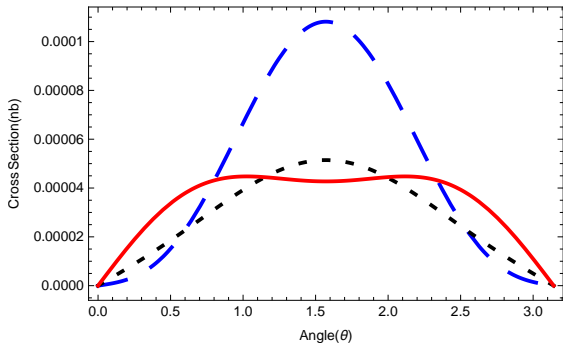
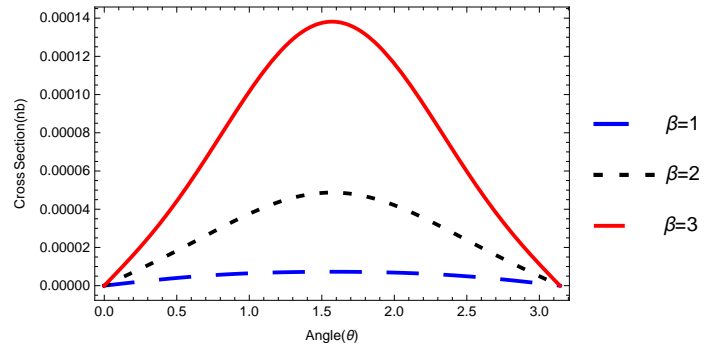


Figura 4.12: Proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ sin resonancia.

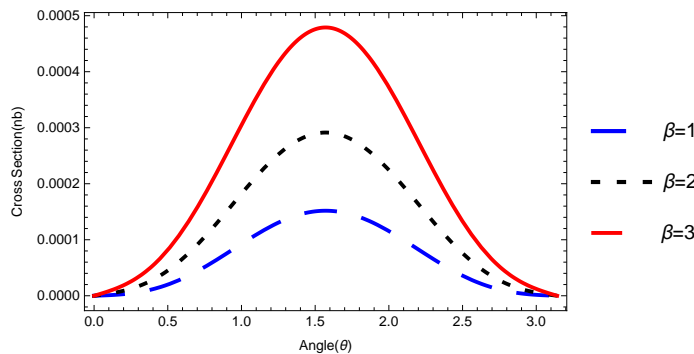
En el diagrama anterior se considera que la resonancia hadrónica ϕ se acopla a los mesones K^* y claro que se debe considerar la constante de acoplamiento g_ϕ la cual se *cancela* con la constante de acoplamiento que está en el vértice $\Gamma^{\nu\lambda\sigma}$. Ahora los resultados de la sección eficaz diferencial:



(a) Sección eficaz diferencial, con $\gamma = -1$



(b) Sección eficaz diferencial, con $\gamma = 0$



(c) Sección eficaz diferencial, con $\gamma = 1$

Figura 4.13: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ como función del ángulo de dispersión, con una resonancia.

Como sucedió para el caso de la ρ , cuando solamente había una resonancia hadrónica, la sección eficaz diferencial ahora en este caso de la ϕ no se diferencia mucho de cuando no hay resonancia; los valores que toman las curvas en uno y otro caso son extremadamente parecidos. En otras palabras, los cambios que se dan en los multipolos de los mesones vectoriales tiene el mismo impacto en uno y otro caso.

Después se exhibe las gráficas de la sección eficaz total:

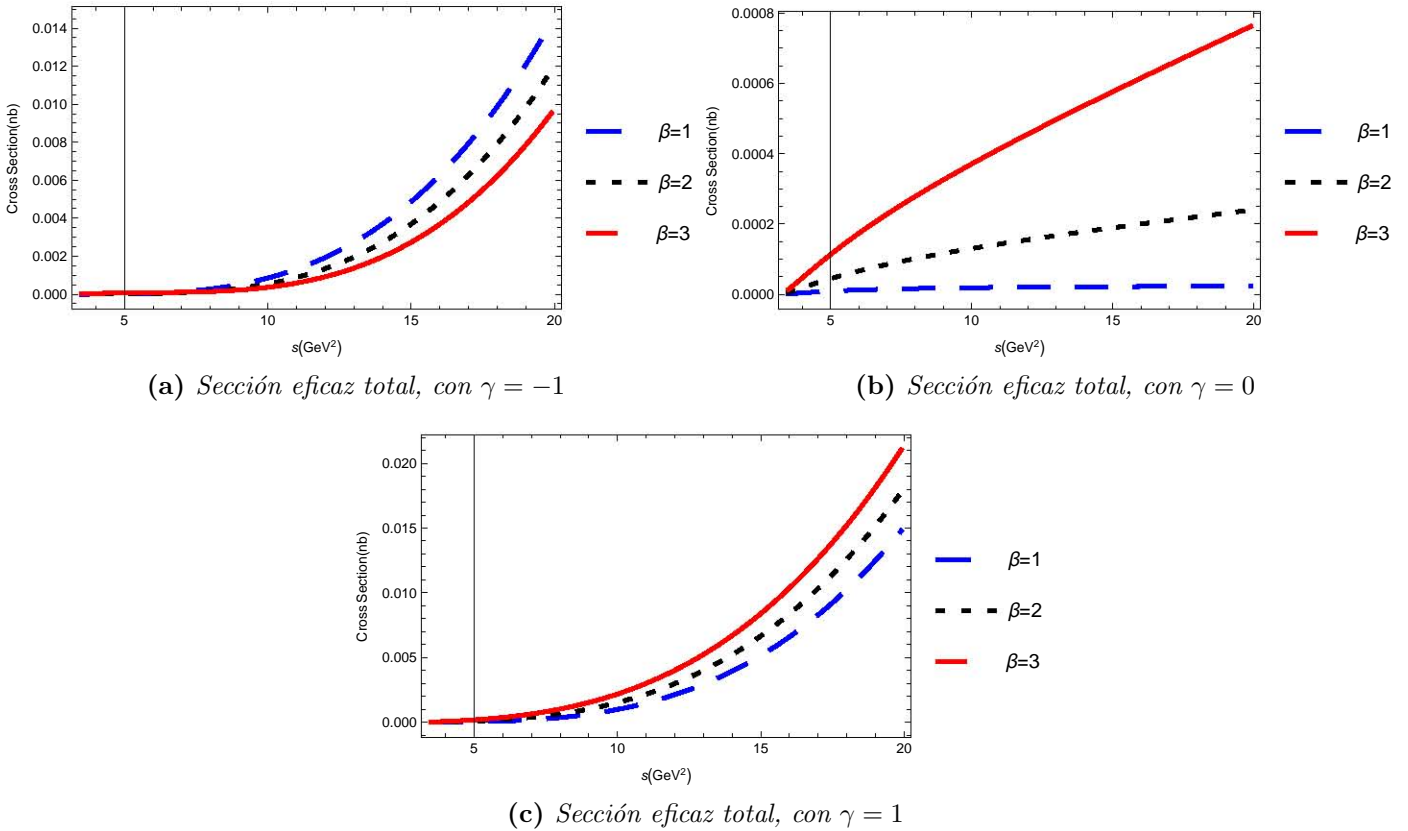


Figura 4.14: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ como función de la energía, con una resonancia.

A diferencia de la sección eficaz diferencial, en la sección eficaz total se observa que considerar una resonancia hadrónica como $\phi(1020)$, sí tiene impacto en los valores que toma esta cantidad, aunque el comportamiento es el mismo que cuando no hay resonancia. Se observa de nuevo la inversión de las curvas en las Figuras 4.14a y 4.14c respecto a la curva verde y, en 4.14b se ve que el comportamiento es parecido a 4.11b. La diferencia entre las curvas no llega a ser mayor que 0.003 nb. Sin embargo, en la Figura 4.14b al parecer las curvas se separan mucho, pero en ese caso la sección eficaz total es dos órdenes de magnitud más chica que en los otros dos casos.

Dos resonancias intermedias $\phi(1020)$ y $\phi'(1680)$

En esta ocasión se consideran dos resonancias pero no se debe confundir con el hecho de que en el proceso se deban considerar dos resonancias en el proceso, sino que se toman en cuenta tres diagramas de Feynman: sin resonancia, con una resonancia, $\phi(1020)$, y con la otra $\phi'(1680)$, se *suman* los tres diagramas y el resultado da lugar a la amplitud de probabilidad total, que como ya se sabe es de gran

importancia en el cálculos de la sección eficaz diferencial y total. Dicho lo anterior, lo que queda por alcarar es que el tercer diagrama es parecido al de la Figura 4.12 pero se reemplazan las constantes que dependen del mesón $\phi'(1680)$ como son: la masa, ancho de decaimiento y constante de acoplamiento.

El producto del cálculo de la sección eficaz diferencial para dos resonancias es:

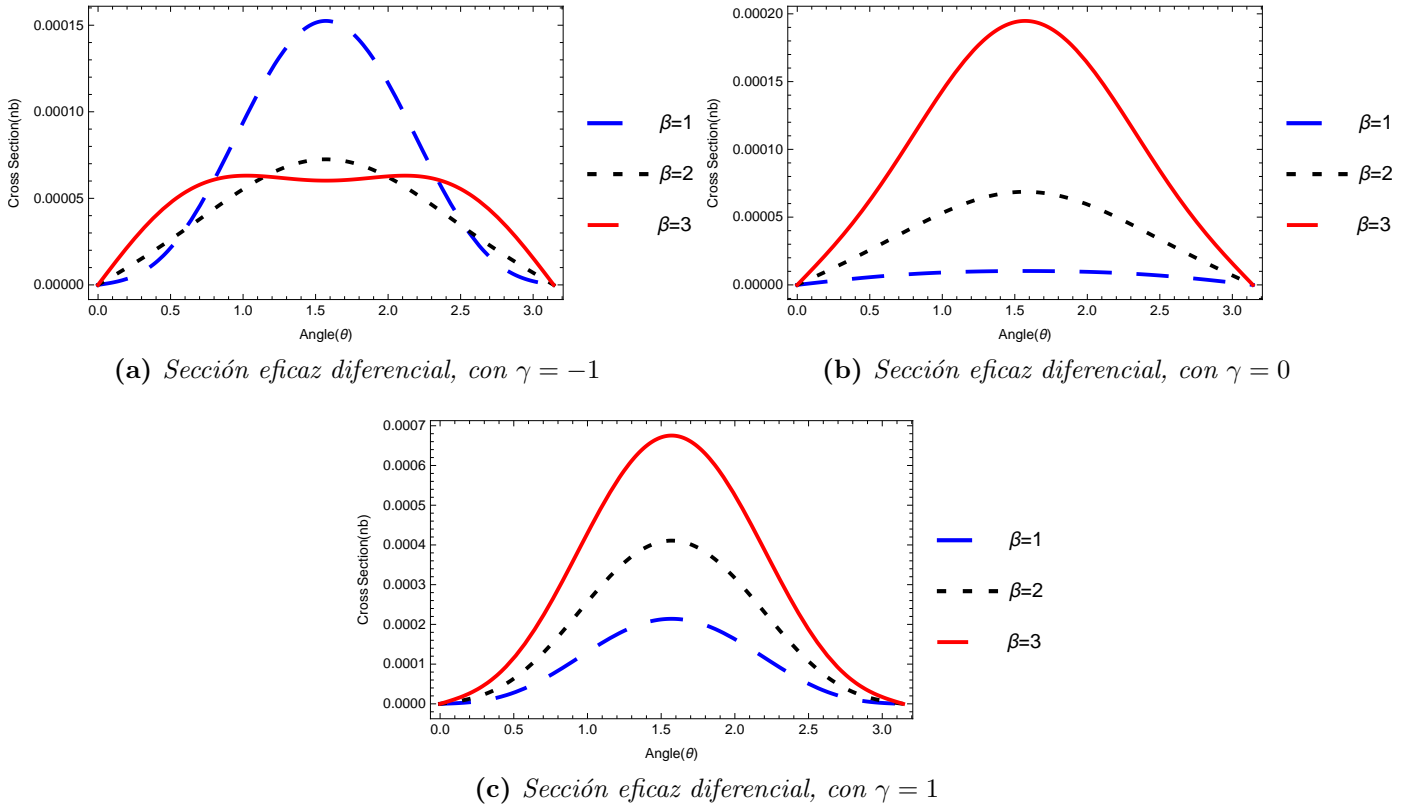
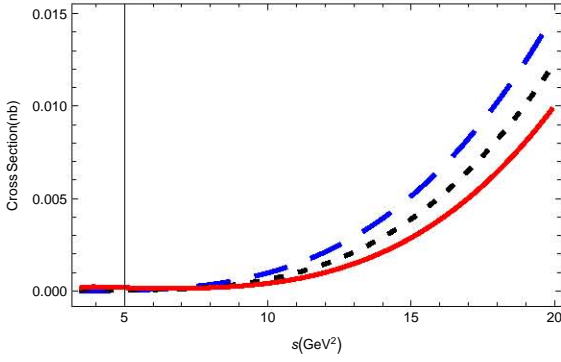


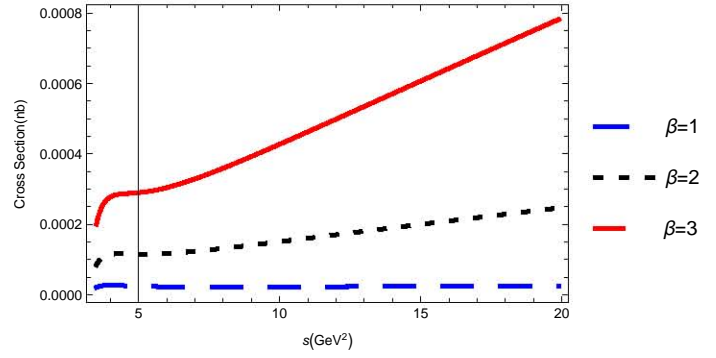
Figura 4.15: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ como función de la energía, con dos resonancias.

La Figura 4.15 expone los resultados de la sección eficaz diferencial cuando hay dos resonancias, la forma de las curvas que aparecen ahí es muy semejante a las anteriores que se han mostrado. Lo que cambia como es de esperar son los valores que adquieren las curvas. En lo que se debe prestar atención es en el ángulo en el que se observan los máximos en casi todas es en $\theta = \frac{\pi}{2}$, excepto en la curva roja $\beta = 3$ de la Figura 4.15a que es donde hay dos máximos y un mínimo, el cual se encuentra justo en $\theta = \frac{\pi}{2}$.

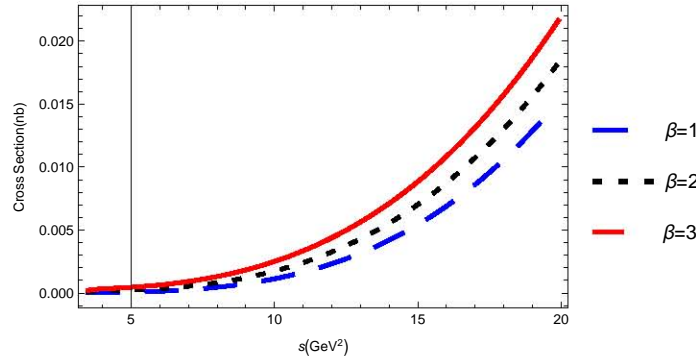
Luego de esto se debe mostrar la sección eficaz total como función de la energía:



(a) Sección eficaz total, con $\gamma = -1$



(b) Sección eficaz total, con $\gamma = 0$



(c) Sección eficaz total, con $\gamma = 1$

Figura 4.16: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ como función de la energía, con dos resonancias.

Como ya se ha mencionado, este es el caso en que hay dos resonancias intermedias en el proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$, las cuales son $\phi(1020)$ y $\phi'(1680)$. Esencialmente la forma de las gráficas no cambia respecto a las que ya se han presentado sin embargo, lo que cambia son los valores que alcanza. De nuevo, hay un cambio de posición de las curvas en las Figuras 4.16a y 4.16b, aunque lo realmente importante es la relevancia que tienen las modificaciones que se hacen a los multipolos electromagnéticos de los mesones vectoriales. Al poner $\gamma = -1$ y variar β de 1 a 3 (Figura 4.16a) lo que se ve es que el impacto que tiene el momento dipolar magnético sobre la sección eficaz total cobra relevancia a partir de 10 GeV, mientras que la diferencia entre las curvas no es mayor que 0.002 nb. En 4.16b, es decir, cuando $\gamma = 0$ las curvas que representan a la sección eficaz total son totalmente independientes una de otra ya que en ningún momento se tocan, allí la diferencia entre las curvas no es menor a 0.0002 nb. Por último en la Figura 4.16c, $\gamma = 1$, alteraciones en el momento magnético dipolar, se notan desde 9 GeV, como ya se dijo las curvas roja y azul cambian de lugar respecto a la curva verde y, la diferencia entre cada una de ellas no excede los 0.004 nb.

En este capítulo se ha obtenido tanto la sección eficaz diferencial y total de los procesos $e^-e^+ \rightarrow \rho^-\rho^+$ y $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ dando distintos valores a los multipolos electromagnéticos de los mesones vectoriales; esto con la finalidad de saber qué relevancia tienen sobre los observables antes mencionados, es decir si estas cantidades varían significativamente o no, dependiendo del valor asignado al momento dipolar magnético y al momento cuadrupolar eléctrico.

En el último capítulo se examinará con más detalle qué impacto tuvo hacer variaciones de la estructura multipolar de los mesones vectoriales en el cómputo de la sección eficaz diferencial y total, esto es, se

verá la región en que destacan tanto el momento magnético dipolar y el momento cuadrupolar eléctrico o saber si tiene mayor impacto considerar una o dos resonancias hadrónicas intermedias.

Discusión y conclusiones

En este capítulo se analiza qué es lo que tiene más impacto sobre la sección eficaz diferencial y total: el hecho de cambiar los valores del momento magnético dipolar y el momento cuadrupolar eléctrico ó considerar el hecho de que puede haber resonancias intermedias en el proceso que concierne a este trabajo. Por otro lado, se dará la región de energías en que es viable la aplicación del método empleado aquí y las conclusiones globales.

5.1. Recapitulando

En el capítulo 1 de este trabajo, se mostró un panorama general del Modelo Estándar, con el fin de ver las propiedades más importantes de las partículas elementales, y que a partir de ellas se forman los mesones vectoriales, partículas de gran interés de estudio, aunque complicado de realizar experimentalmente, debido a que su tiempo de vida es muy corto y mediciones directas no se logran. Más adelante, en el capítulo 2 se dió la forma general del vértice electromagnético, $\Gamma^{\lambda\mu\nu}$, así como una parametrización del mismo en términos de los multipolos de los mesones vectoriales, también se hizo una comparación de este vértice con el que aparece en el proceso $e^-e^+ \rightarrow W^-W^+$ descrito en el Modelo Estándar. Ya en el capítulo 3, se proporcionó con detalle la descripción del proceso $e^-e^+ \rightarrow V^-V^+$: reglas y diagramas de Feynman, forma general de la amplitud de probabilidad, cinemática y dinámica del mismo proceso, se construyó la amplitud de probabilidad en términos de parámetros que involucran variables cinemáticas del proceso, como los cuádrimomentos de las partículas, variables intrínsecas de las mismas, tales como: masa y estructura multipolar y la energía de colisión. Asimismo, se mostró que la amplitud de probabilidad, cuando hay una o más resonancias intermedias, se puede escribir como el producto de la amplitud de probabilidad cuando no existe resonancia alguna multiplicada por un factor global que básicamente depende del propagador de la resonancia intermedia que aparezca en el proceso.

Una vez visto esto, lo que se hizo fue tomar las reglas que se asignan a cada una de las líneas (internas y externas) y a los vértices y *multiplicar* estos factores, de esta manera se llegó a la amplitud de probabilidad, \mathcal{M} , que es un invariante de Lorentz. Luego siguió la amplitud de probabilidad al cuadrado que se calcula multiplicando \mathcal{M} con su complejo conjugado y tomando en cuenta la suma sobre las polarizaciones de las partículas finales y promediando sobre estados de espín de las partículas iniciales.

La amplitud de probabilidad es de suma importancia ya que aparece dentro del cómputo de la sección eficaz diferencial y total, describiendo previamente la cinemática del proceso para dejar a las dos cantidades mencionadas como funciones únicamente de dos parámetros: la energía de colisión y el ángulo de dispersión ente el electrón e^- y el mesón vectorial V^- . Una vez que la cinemática del proceso quedó determinada se insertó en la sección eficaz diferencial y se prosiguió a hacer los gráficos que ayudarían a definir el ángulo de mayor probabilidad de detección de las partículas finales. Por otra parte, la sección eficaz total se obtuvo al integrar la sección diferencial, se asignó un intervalo arbitrario de la energía, siempre y cuando el mínimo fuese suficiente para crear los mesones vectoriales, asimismo se hicieron las gráficas de este observable variando los valores de los multipolos ya que no hay predicción de ellos en el Modelo Estándar. Como el tipo de partículas de las cuales se está hablando, son compuestos de quarks, dentro de los Modelos de Quarks se han hecho predicciones de los valores que podrían los multipolos de las partículas mesónicas.

Se presentó el cálculo de la sección eficaz diferencial y la sección eficaz total de los procesos $e^-e^+ \rightarrow \rho^- \rho^+$ y $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ tomando en cuenta los casos en que cada uno de los procesos está mediado solo por un fotón, cuando hay una resonancia hadrónica y cuando se producen dos resonancias intermedias. Para ello se estudió la forma general del vértice electromagnético que acopla al fotón y a dos mesones vectoriales o en un segundo caso acopla a la resonancia intermedia con dos mesones vectoriales de manera que fuese consistente con invariancia de Lorentz, se aplicaron todo tipo de simetrías discretas: conjugación de carga, C , paridad, P , inversión temporal, T , Hermiticidad, entre otras como combinaciones entre estas: CP y CPT . Tras ello, el vértice se redujo a tres términos, estos términos vienen acompañados de unos coeficientes, los cuales se identificaron como los multipolos de las partículas vectoriales: carga eléctrica, momento dipolar magnético y momento cuadrupolar eléctrico.

Existen muchas predicciones para los valores de los multipolos de los mesones vectoriales ρ^\pm y $K^{*\pm}$, basados en Modelos de Quarks algunos ocupan las ecuaciones de Dyson-Schwinger que están basadas en aproximaciones covariantes, otros ocupan el método conocido como *light-front* y quarks constituyentes y, algunos otros lattice-QCD. En seguida se muestran los valores predichos por estos modelos para las partículas mencionadas:

MDM $\left[\frac{e}{2M_{\rho^\pm}}\right]$	MCE $\left[\frac{e}{M_{\rho^\pm}^2}\right]$	Referencia
2.0 + 0.69	1.0 + 1.81	[14]
2.0 + 0.01	1.0 - 1.41	[15]
2.0 - 0.08	1.0 - 0.57	[16]
2.0 + 0.26	1.0 + 0.22	[17]
2.0 + 0.14	1.0 + 1.65	[18]
2.0 + 0.25	1.0 - 0.75	[19]

Tabla 5.1: Predicciones del momento dipolar magnético (MDM) y del momento cuadrupolar eléctrico (MCE) para el mesón ρ^\pm .

MDM $\left[\frac{e}{2M_{K^{*\pm}}}\right]$	MCE $\left[\frac{e}{M_{K^{*\pm}}^2}\right]$	Referencia
2.0 - 0.047	1.0 - 0.097	[20]
2.0 + 0.19	—	[21]
2.0 ± 0.04	—	[22]
2.0 + 0.08	—	[15]
2.0 + 0.14	1.0 - 0.62	[19]
2.0 + 0.37	1.0 + 0.96	[14]

Tabla 5.2: Predicciones del momento dipolar magnético (MDM) y del momento cuadrupolar eléctrico (MCE) para el mesón $K^{*\pm}$.

De las gráficas que se mostraron en el capítulo anterior se observó que el hecho de variar los valores de los multipolos es de importancia para ambas cantidades: sección eficaz diferencial y total. Aunque para la sección eficaz diferencial se ve que hay un patrón el cual es que en casi todas el máximo de ángulo de dispersión está en $\theta = \frac{\pi}{2}$, excepto cuando $\beta = 3$ sin importar el valor de γ y sin importar si hay o no resonancia intermedia.

Para concluir este trabajo, lo que hace falta analizar es qué es lo que tiene mayor impacto sobre de los observables que se ha venido tratando a lo largo de este trabajo. A continuación se muestran las gráficas tanto de la sección eficaz diferencial y total pero a diferencia con el capítulo anterior, aquí se dejan fijo tanto β como γ y se exhiben los tres casos: sin resonancia, con una resonancia y, con dos resonancias intermedias.

5.2. Discusión: Producción $\rho^- \rho^+$

En las Figuras 5.1 y 5.2 se presentan la sección eficaz diferencial y la sección eficaz total, para valores fijos de β y γ considerando: (a) no hay resonancia, (b) una resonancia y (c) dos resonancias presentes en el proceso.

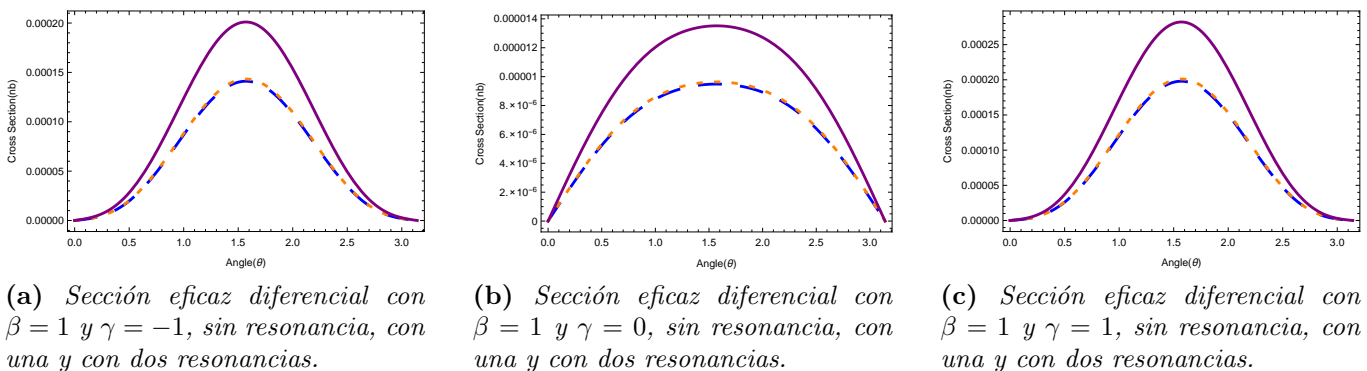


Figura 5.1: Sección eficaz diferencial del proceso $e^- e^+ \rightarrow \rho^- \rho^+$ en términos del ángulo de dispersión.

Por ejemplo, la gráfica 5.1a corresponde a $\beta = 1$ y $\gamma = -1$, al mismo tiempo las curvas sólida, rayada y punteada representan el cálculo de la sección eficaz diferencial sin resonancia, con una resonancia y con dos resonancias respectivamente. Se ve que la diferencia entre la sección eficaz diferencial sin resonancia y con una resonancia es mínima, se diría que es imperceptible, pero cuando hay dos resonancias hadrónicas

la diferencia entre las curvas sí es relevante al menos en las alturas de cada una de las curvas, ya que la diferencia entre ellas llega a ser de 5×10^{-4} .

Comparando la Figura 5.1 con la 4.2, se ve que tiene mayor impacto sobre la sección eficaz diferencial hacer modificaciones de los multipolos de los mesones vectoriales, que en este caso son ρ^\pm . Ahora se muestran las gráficas de la sección eficaz total con las mismas condiciones, es decir, cuando se quedan los multipolos fijos y se cambian las condiciones de resonancias.

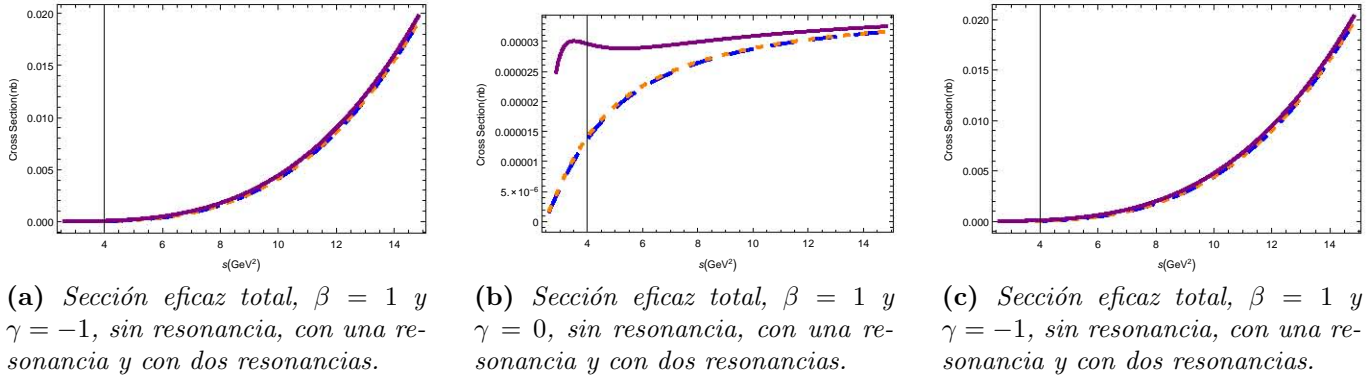


Figura 5.2: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^-\rho^+$ en términos de la energía de colisión.

Se observa de las Figuras 5.2a y 5.2c que al tomar en cuenta ninguna, una o dos resonancias no es tan relevante al calcular la sección eficaz total, debido a que la diferencia entre las curvas que representan a este observable es despreciable, se podría decir que son básicamente la misma curva. No es así en el caso de la figura 5.2b, ya que en un buen intervalo de la energía, de 0 a 8 GeV, hay una clara diferencia entre las curvas; por un lado están las que representan la sección eficaz total del proceso sin resonancia y con una resonancia, estas dos son casi la misma curva (morada y azul), y por el otro está la curva que simboliza la sección eficaz total con dos resonancias es más que evidente que la diferencia entre estas tres curvas es más de 2×10^{-5} nb.

En la Figura 5.3 se muestra el caso en que tanto los valores del momento magnético dipolar y el momento cuadrupolar eléctrico se mantienen fijos en el proceso, pero las resonancias consideradas varían desde que no hay hasta que se llegan a producir dos durante la aniquilación.

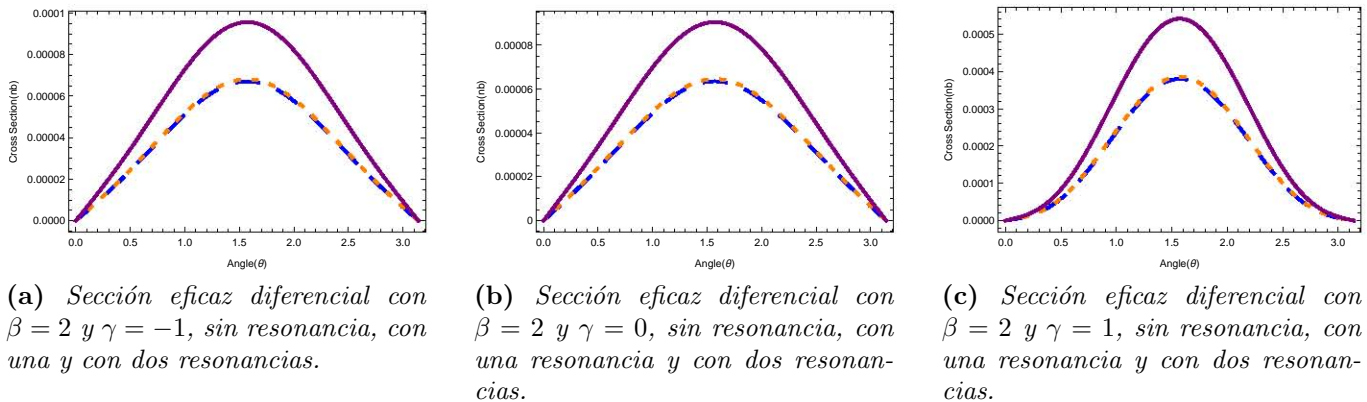


Figura 5.3: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^-\rho^+$ en términos del ángulo de dispersión.

Discusión y conclusiones

De la Figura 5.3 se ve que sucede algo similar al caso anterior, es decir, cuando el proceso está mediado solamente por el fotón la sección eficaz no se distingue de cuando hay una resonancia hadrónica intermedia, pero las cosas cambian drásticamente cuando se toman en cuenta dos resonancias intermedias, ya que la diferencia entre las curvas sin y con resonancia respecto a la que tiene dos oscila entre los 1.5×10^{-4} nb y 2.5×10^{-5} nb. Lo que significa que, existe una gran corrección al sección eficaz diferencial cuando hay dos resonancias en el proceso en cuestión. Después de esto lo natural es presentar las gráficas de la sección eficaz total de este mismo caso:

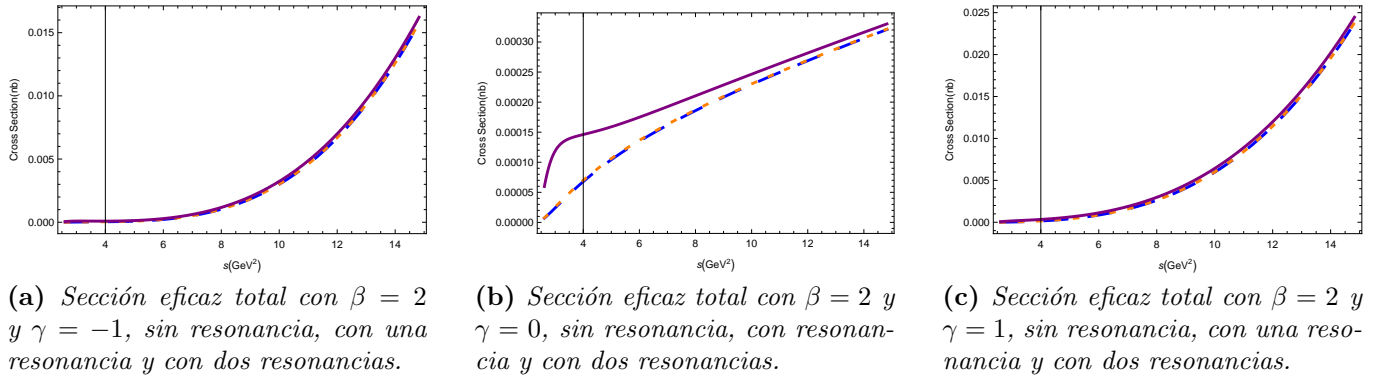


Figura 5.4: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^-\rho^+$ en términos de la energía de colisión.

En las Figuras 5.4a y 5.4c se ve que las curvas que representan a la sección eficaz total son casi la misma, porque prácticamente están una encima de la otra, en otras palabras, para la sección eficaz total es despreciable el hecho de considerar ninguna, una o dos resonancias, no obstante para el caso $\beta = 2$ y $\gamma = 0$ las cosas son un poco distintas; la línea verde representa el proceso sin resonancia mientras que la línea rosa representa el mismo proceso pero mediado por una resonancia hadrónica, estas dos líneas están encimadas pero la línea sólida, que es el proceso con dos resonancias, está bastante alejada de las otras dos en una gran región del ángulo de dispersión, para la energía fija 9GeV. Esto hace suponer que para ese caso particular es de suma importancia la segunda resonancia en el proceso, ya que hace una corrección notable a la sección eficaz total.

El otro caso que queda para analizar de la partícula ρ es en el cual $\beta = 3$, primero se muestra la sección eficaz diferencial:

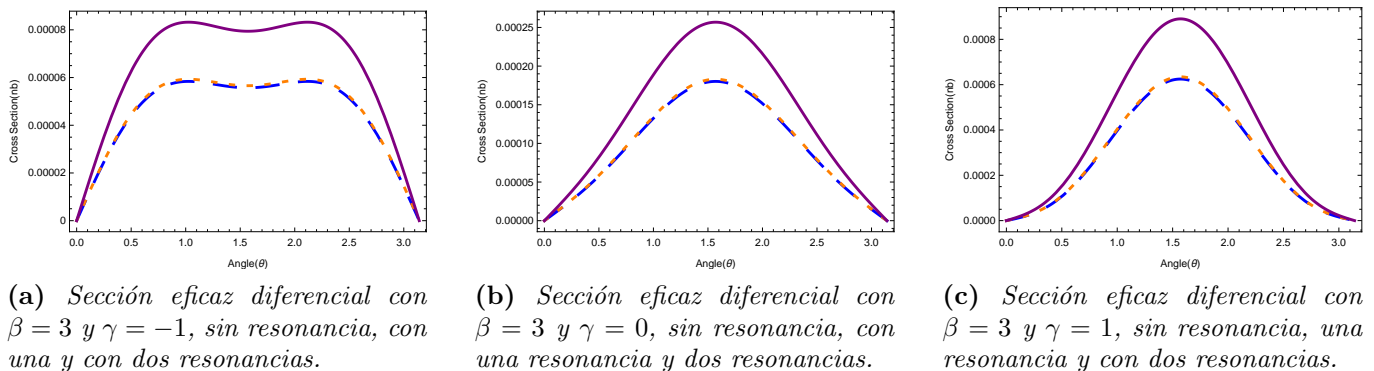
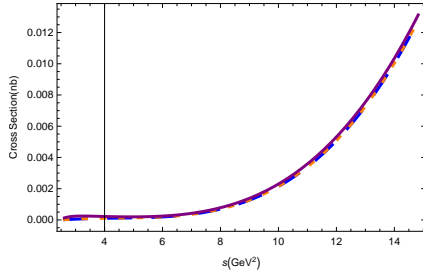


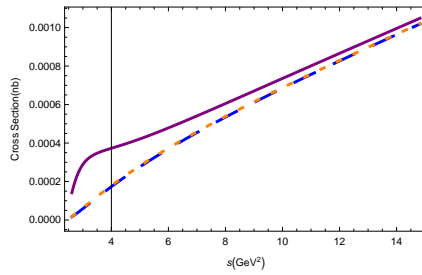
Figura 5.5: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^-\rho^+$ en términos del ángulo de dispersión.

En las figuras 5.5 las cosas son un tanto peculiares, aunque en 5.5b y 5.5c se puede apreciar gran

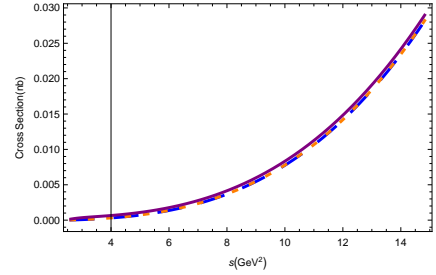
similitud a los casos que ya se presentaron, dadas las formas que tienen las líneas y la diferencia que persiste entre cuando hay una o ninguna resonancia (líneas rosa y cyan) y la línea sólida (roja), existe un detalle sustancial en la figura 5.5a y las que ya se han visto en este capítulo, porque es allí donde aparecen dos máximos en el ángulo de dispersión y además lo hacen en los tres casos, en donde no hay resonancia, en donde hay una y dos de ellas, esto significa que existen dos ángulos en los cuales se tiene la misma probabilidad de detección de las partículas finales del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^-\rho^+$. Asimismo se dan los resultados de la sección eficaz total:



(a) Sección eficaz total con $\beta = 3$ y $\gamma = -1$, sin resonancia, una resonancia y dos resonancias.



(b) Sección eficaz total con $\beta = 3$ y $\gamma = 0$, sin resonancia, una resonancia y dos resonancias.



(c) Sección eficaz total con $\beta = 3$ y $\gamma = 1$, sin resonancia, una resonancia y dos resonancias.

Figura 5.6: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow \rho^-\rho^+$ en términos de la energía de colisión.

De la anterior figura se puede mirar que la sección eficaz total no se ve seriamente afectada por el hecho de considerar una o dos resonancias en el proceso de aniquilación, al menos en las figuras 5.6a y 5.6c, ya que prácticamente las líneas que representan a la sección eficaz total son una misma, la diferencia entre ellas es muy pequeña.

5.3. Discusión: Producción $K^{*-} K^{*+}$

Así como se han entregado los resultados de ρ^\pm , ahora se exponen los mismos de $K^{*\pm}$ de igual manera, esto es, en un mismo gráfico se pone la sección eficaz diferencial y en otro la sección eficaz total en los tres casos que se han tratado a lo largo de este trabajo, con la variante de que los multipolos que no están bien definidos, se dejan en valores fijos, esto con el objetivo de saber qué impacto tiene más: la variación de los multipolos electromagnéticos ó las resonancias hadrónicas que se pueden producir en medio del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$.

Se presenta en primera instancia la sección eficaz diferencial, para de esta manera hacer la comparación con lo que se dio en el capítulo anterior y, saber qué cambia entre las gráficas que se muestran y las anteriores.

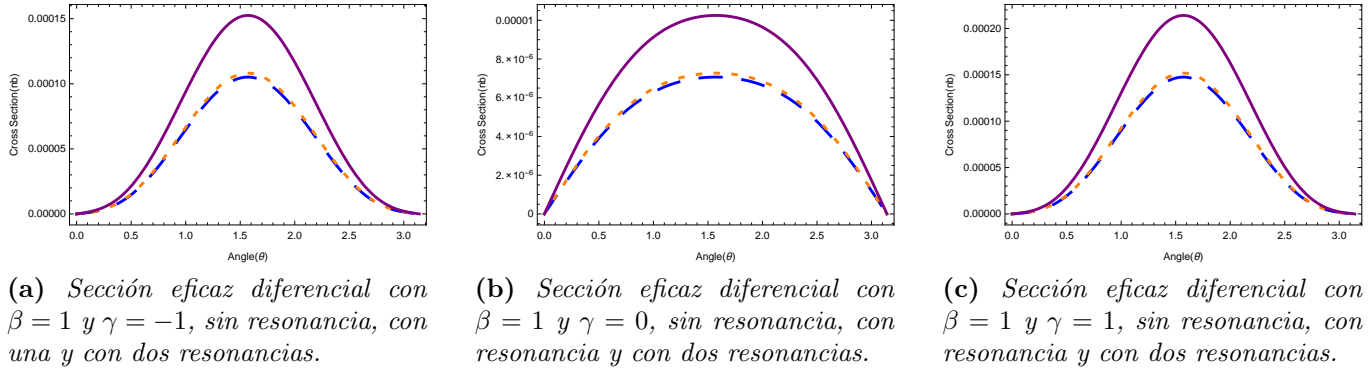


Figura 5.7: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ en términos del ángulo de dispersión.

Observando las gráficas se nota que existe una gran similitud entre el caso del mesón ρ y el ϕ , en el sentido de que el perfil que toman las líneas es casi idéntico excepto por los valores que alcanzan cada una de estas. Son aproximadamente iguales porque las curvas que representan a la sección eficaz diferencial sin resonancia y con una resonancia se distinguen muy poco, están traslapadas, y la diferencia con aquella que representa a la sección eficaz diferencial con dos resonancias es significativa, más o menos del orden de 3×10^{-6} nb. Enseguida, se dan las gráficas de la sección eficaz total de este mismo caso:

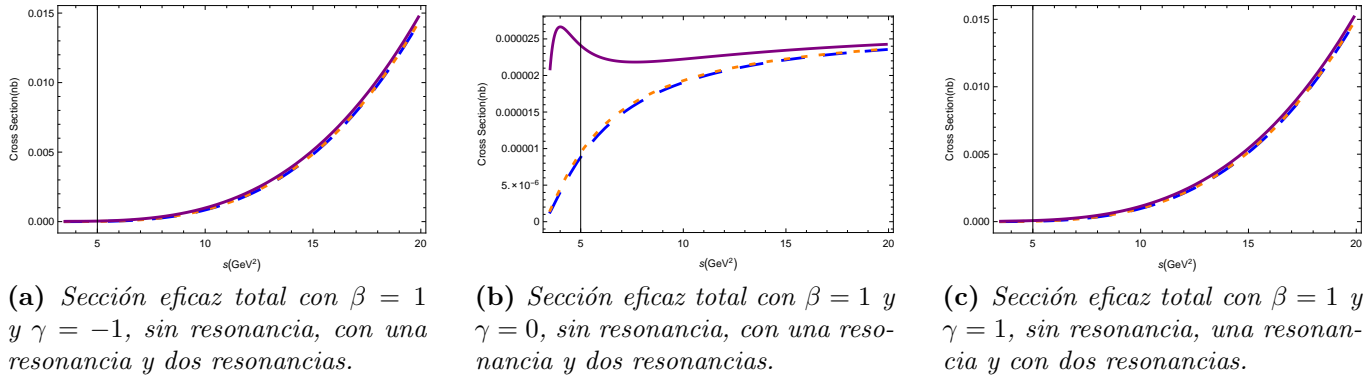


Figura 5.8: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ en términos de la energía de colisión.

Las Figuras 5.8a y 5.8b se podría decir que no hay diferencia una con otra ya que la sección eficaz total, que está representada por las líneas azul, naranja y morada, llegan a 1.5×10^{-2} nb aproximadamente, añadiéndole que están sobrepuestas y para fines prácticos son la misma curva. No es así en 5.8b, ya que en ese gráfico solo dos líneas están encimadas pero la tercera está arriba de ambas, esto hace suponer que meter en juego una segunda resonancia hadrónica es primordial para que la sección eficaz total se vea modificada, incluso se puede apreciar que aparece una máximo local en 2.5 GeV.

Después se muestra la variante en que $\beta = 2$, es decir, el momento dipolar magnético vale dos veces $\frac{e}{2M_V}$. Por orden se exhibe primero la sección eficaz diferencial:

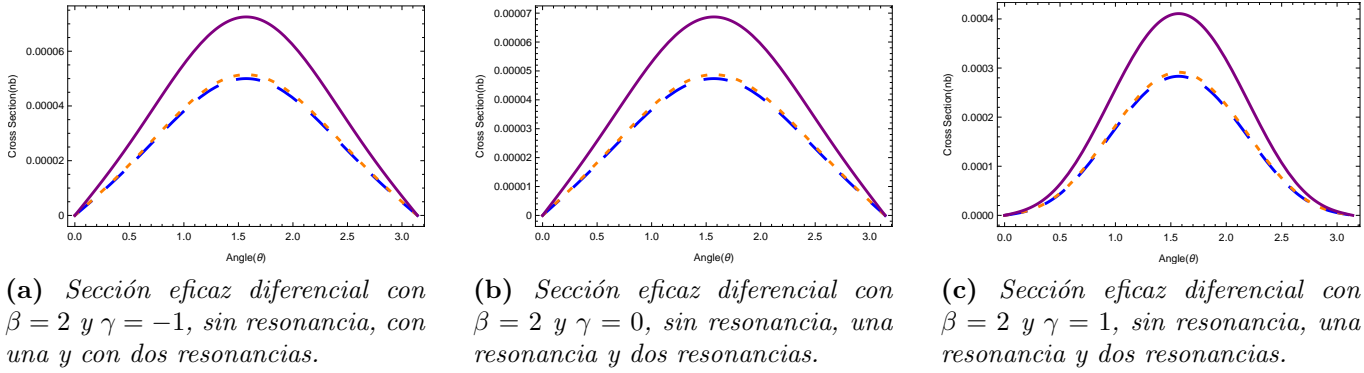


Figura 5.9: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ en términos del ángulo de dispersión.

El comportamiento de las gráficas (Figura 5.9) anteriores no cambia de manera relevante respecto a la Figura 5.3. En 5.9a y 5.9b se observa que la forma en la que las curvas llegan a cero es muy rápido comparando con 5.9c en donde el tipo de llegada a cero es más *suave* en las tres líneas que simbolizan a la sección eficaz diferencial. Un patrón que siguen las curvas al momento es que se conserva una diferencia relevante entre las curvas de la sección eficaz diferencial sin una resonancia y con una resonancia y, por otro lado, la curva de la sección eficaz diferencial con dos resonancias.

A continuación se muestran las gráficas de la sección eficaz total para $\beta = 2$, variando las resonancias del mismo proceso:

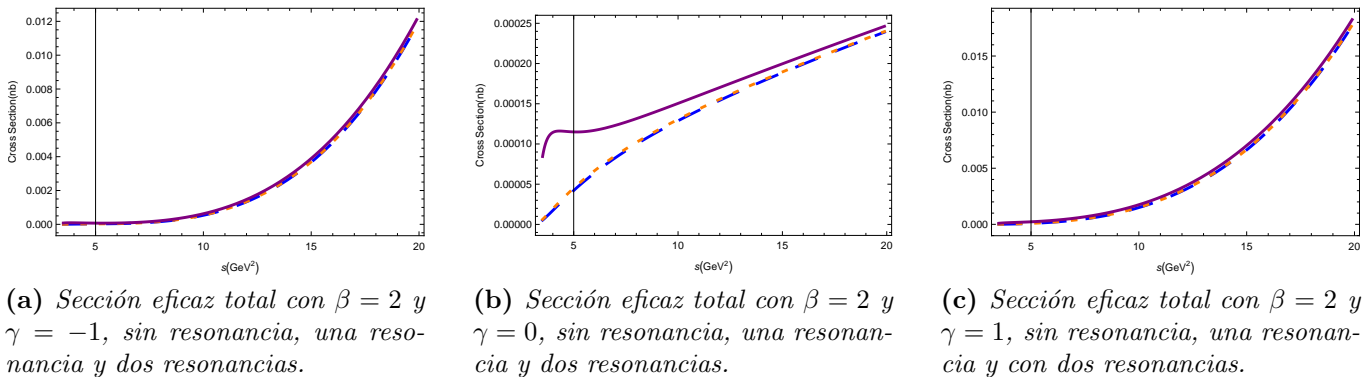


Figura 5.10: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ en términos de la energía de colisión.

Las gráficas de la Figura 5.10a y 5.10c exhiben que no son sustanciales las resonancias que haya en el proceso en cuestión, $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$. Sin embargo, en la Figura 5.15b se ve que de nueva cuenta hay una región donde sí es importante la segunda resonancia que aparece en el proceso, esta región es de 0 GeV a 9 GeV, de hecho vuelve a aparecer ese máximo local que también está en el caso del mesón vectorial ρ .

Por último se mostrará el caso en que $\beta = 3$ y los valores de $\gamma = -1, 0, 1$, pero en cada una de las gráficas se mantienen estos valores fijos y, se cambian las resonancias hadrónicas de cero a dos en el proceso. En las Figuras 5.11, se muestra la sección eficaz diferencial.

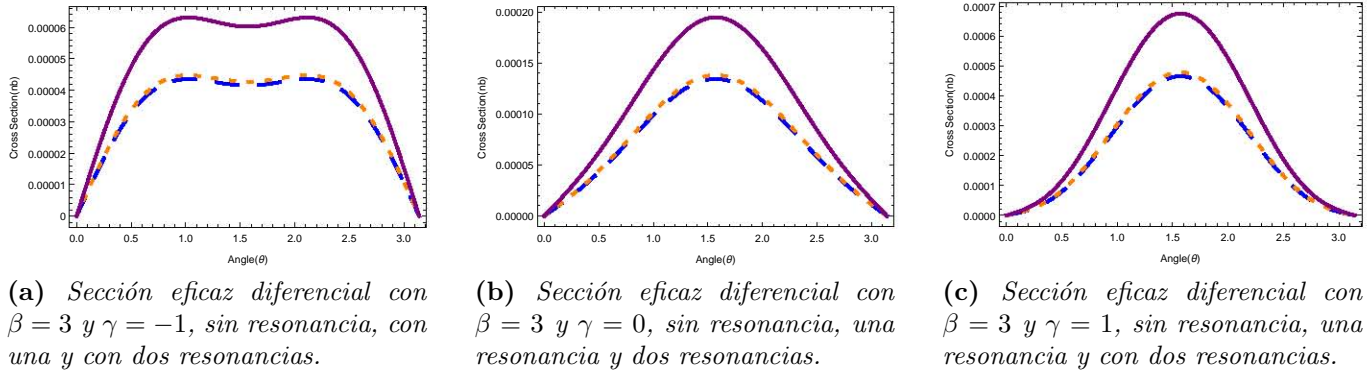


Figura 5.11: Sección eficaz diferencial del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ en términos del ángulo de dispersión.

En la Figura anterior se puede ver que cuando el momento cuadrupolar eléctrico vale 0 ó 1, las gráficas son altamente parecidas en el sentido de la forma, además que ambas tienen el máximo en $\theta = \frac{\pi}{2}$, aunque en cada gráfico hay dos curvas extremadamente parecidas las cuales son cuando no hay resonancia y cuando sólo hay una, no obstante persiste la diferencia entre esa curva y las dos anteriores, que en este caso está entre los 5×10^{-5} nb y 2×10^{-4} nb. Cosa peculiar es lo que sucede en la gráfica 5.11a, porque en ella aparecen dos máximos en el ángulo de *detección* y un mínimo en $\theta = \frac{\pi}{2}$, esto quiere decir, que modificar los multipolos de las partículas vectoriales sí es significativo para la sección eficaz diferencial.

Se muestran los resultados cuando el valor del momento dipolar magnético es $\beta = 3$ y los valores del momento cuadrupolar eléctrico se cambia $\gamma = -1, 0, 1$, las gráficas de la sección eficaz total son:

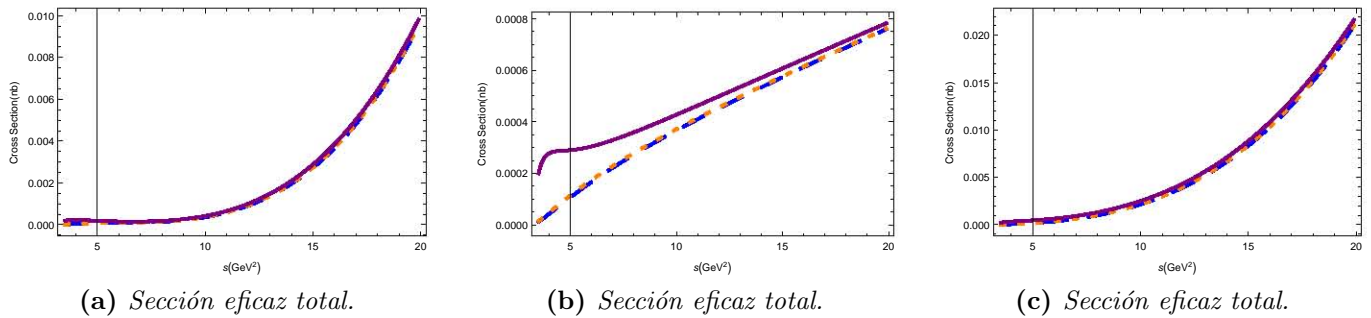


Figura 5.12: Sección eficaz total del proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$ en términos de la energía de colisión.

En las figuras anteriores se nota que las resonancias que intervienen en el proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$, ya sea ninguna, una o dos, al menos eso ocurre en 5.12a y 5.12c. Esto se deduce ya que las líneas que reproducen a la sección eficaz total están traslapadas. Por otro lado, en 5.12b hay una curva que se alcanza a distinguir bastante bien de las otras dos, es esta curva la que representa a la sección eficaz total con dos resonancias, esto es, el impacto que causa la segunda resonancia en el observable en cuestión es suficiente como para separarla de las demás y no solo eso sino que, por añadidura, le causa un máximo local que ha venido apareciendo en los casos anteriores.

5.4. Conclusiones

En este trabajo se ha presentado el cálculo tanto de la sección eficaz diferencial y total de dos procesos: $e^-e^+ \rightarrow \rho^- \rho^+$ y $e^-e^+ \rightarrow K^{*-} K^{*+}$, cuando en ambos procesos no aparecen resonancias, cuando hay una resonancia hadrónica y cuando hay dos. Se mostraron las gráficas cuando los multipolos de las partículas se varían alrededor de los valores que predice el Modelo Estándar para el proceso estudiado $e^-e^+ \rightarrow W^-W^+$. A partir de las gráficas se vió el impacto que tiene sobre los observables hacer estas modificaciones, al menos como se analizó en el capítulo 4, sí es bastante considerable que el momento magnético dipolar y el momento cuadrupolar eléctrico cambien de un valor a otro. Lo anterior se justifica, ya que la diferencia entre las curvas que definen a la sección eficaz diferencial llega a ser mayor que 5×10^{-4} nb, que comparado con los valores máximos, los cuales se dan a $\theta = \frac{\pi}{2}$ que se alcanzan en cada una de las gráficas es muy significativo. Por otra parte, en algunos casos la sección eficaz se ve afectada de tal forma que en vez de tener un solo máximo tiene dos y un mínimo, lo que quiere decir que hay dos posiciones donde se puede hacer la detección y que además esas posiciones tienen la misma probabilidad de detección, por ejemplo Figura 4.2a. Algo parecido pasa con la sección eficaz total, ya que hacer cambios tanto al momento magnético dipolar como al momento cuadrupolar eléctrico es relevante para que los resultados sean muy distintos uno de otro, para la sección eficaz total la diferencia entre las curvas que la representan llega a ser aproximadamente de 2×10^{-2} nb.

Sin embargo, cuando se dejan fijos los multipolos de los mesones vectoriales y se varía el número de resonancias que aparecen, desde cero hasta dos, las cosas son distintas porque si hay una resonancia es prácticamente lo mismo que si no hubiese alguna, pero sí hay una diferencia notable entre esos dos casos y cuando en el proceso hay dos resonancias, de hecho la diferencia entre las curvas, en el caso ρ , llega a ser de 5×10^{-5} nb la más pequeña y de 1×10^{-4} nb la más grande, esto es lo que sucede para la sección eficaz diferencial del mesón ρ .

Algo similar sucede cuando se está en el proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-} K^{*+}$, ya que la sección eficaz diferencial sigue el mismo comportamiento, porque cuando se colocan los tres cálculos de la sección eficaz diferencial en una misma gráfica hay dos líneas que se traslapan una con otra mientras que la tercera aparece por encima de ellas. La diferencia en este caso es de 2×10^{-6} nb la más chica y, 1.2×10^{-4} nb la mayor. Por otro lado, las gráficas que representan a la sección eficaz total cuando la resonancia intermedia es ϕ muestran un comportamiento análogo a las del mesón ρ , es decir, hay dos gráficas en donde tomar en cuenta las resonancias hadrónicas no es destacado para el cálculo final de este observable, lo cual se nota a partir de la superposición de las curvas que representan los distintos casos.

En términos generales, el impacto que tienen los multipolos sobre la sección eficaz diferencial y total es más relevante que considerar cuando hay resonancias intermedias, porque la diferencia entre las curvas que representan a la sección eficaz diferencial y a la sección eficaz total es mucho más grande variando el valor que toman el momento magnético dipolar y el momento cuadrupolar eléctrico.

A.1. Leyes de Conservación y Simetrías (Teorema de Noether)

En la naturaleza existen simetrías que en física son muy útiles ya que implican leyes de conservación y viceversa, lo cual en muchos casos ayuda a la reducción de grados de libertad de un problema y en algunas ocasiones a una solución exacta del mismo. Por ejemplo las ecuaciones de Maxwell, que describen perfectamente el electromagnetismo tanto teórica como experimentalmente, no han cambiado desde que salieron a la luz hasta la fecha lo que significa que el electromagnetismo (como se conoce en su forma macroscópica) sigue funcionando de igual manera hoy como hace tiempo (ayer, hace un mes, un año, un siglo, etc.), esto quiere decir que hubo una simetría respecto a traslaciones en el tiempo de fenómenos de este tipo. El teorema de Noether relaciona esta invariancia con la conservación de la energía. Si un sistema es invariante ante traslaciones espaciales, entonces el momento se conserva; si hay simetría respecto a rotaciones alrededor de un punto, entonces el momento angular se conserva. En partículas elementales la invariancia (simetría) se da bajo las transformaciones de norma lo que conduce a conservación de la carga, esto se conoce como una simetría interna, que difiere de las simetrías espacio-temporales.

El Teorema de Noether

En Mecánica Clásica la conexión entre simetrías y leyes de conservación es bien entendido desde el punto de vista de la teoría clásica de campos (*Lagrange* y *Hamilton*). Recuérdese que el Lagrangiano de un sistema mecánico es la cantidad:

$$L = L(q_i, \dot{q}_i, t) \equiv T - V \tag{A.1}$$

Donde T es la energía cinética del sistema y V la energía potencial. Las ecuaciones de movimiento del sistema se obtienen a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Este formalismo es el que se aplica a sistemas discretos, para n partículas que conformen un sistema dado, formalismo que se extiende a sistemas donde las coordenadas varían continuamente $\phi(x, t)$ (llamados *campos*). Donde el Lagrangiano es un funcional que depende del campo ϕ que es una función de los parámetros x_μ los cuales varían continuamente.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L} \left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}, x_\mu \right) \quad (\text{A.3})$$

Por lo que las ecuaciones de Euler-Lagrange se reescriben:

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \phi / \partial x_\mu)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Si se define la acción como:

$$I = \int \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi, x_\mu) d^4x \quad (\text{A.5})$$

$$\partial_\mu \phi \equiv \frac{\partial \phi}{\partial x^\mu} \quad (\text{A.6})$$

Es suficiente con estudiar transformaciones infinitesimales de la forma:

$$x'_\mu = x_\mu + \delta x_\mu \quad (\text{A.7})$$

Y el correspondiente cambio en el campo $\phi_r(x)$:

$$\phi'_r(x') = \phi_r(x) + \delta \phi_r(x) \quad (\text{A.8})$$

Con lo que se tiene como resultado un cambio en el Lagrangiano:

$$\mathcal{L}'(x') = \mathcal{L}(x) + \delta \mathcal{L}(x) \quad (\text{A.9})$$

Pedir que las transformaciones dejen la integral de acción invariante tiene consecuencias importantes, esto es requerir que:

$$\delta I = \int_{\Omega'} \mathcal{L}'(x') d^4x' - \int_{\Omega} \mathcal{L}(x) d^4x = 0 \quad (\text{A.10})$$

Donde Ω' es la misma región de integración que Ω pero expresada en términos de las coordenadas x' . Al combinar las últimas dos ecuaciones se tiene que la variación de la acción se escribe:

$$\delta I = \int_{\Omega'} \delta \mathcal{L}(\mathbf{x}) d^4 \mathbf{x}' + \int_{\Omega'} \mathcal{L}(\mathbf{x}) d^4 \mathbf{x}' - \int_{\Omega} \mathcal{L}(\mathbf{x}) d^4 \mathbf{x} \quad (\text{A.11})$$

Relacionando el volumen de integración de uno y otro sistema coordenado con el determinante de Jacobi (para expresar todo en un solo sistema coordenado, por ejemplo x_μ) y tomando en cuenta que la región de integración Ω es arbitraria, la variación de la acción queda de la siguiente manera:

$$\delta I = \int_{\Omega} \left\{ \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x})}{\partial \phi_r} - \frac{\partial}{\partial x_\mu} \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x})}{\partial (\partial^\mu \phi_r)} \right] \left[\delta \phi_r - \frac{\partial \phi_r}{\partial x_\nu} \delta x_\nu \right] + \right. \quad (\text{A.12})$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial x_\mu} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x})}{\partial (\partial^\mu \phi_r)} \left(\delta \phi_r - \frac{\partial \phi_r}{\partial x_\nu} \delta x_\nu \right) + \mathcal{L}(\mathbf{x}) \delta x_\mu \right] \right\} d^4 \mathbf{x} \quad (\text{A.13})$$

Como ya se mencionó, la región de integración es cualesquiera por lo que el integrando completo debe ser cero. El primer término entre corchetes da las ecuaciones de Euler-Lagrange, este se hace cero siempre y cuando el campo ϕ_r satisfaga las ecuaciones de movimiento. Por lo tanto el segundo término debe cumplir:

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x})}{\partial (\partial^\mu \phi_r)} \left(\delta \phi_r - \frac{\partial \phi_r}{\partial x_\nu} \delta x_\nu \right) + \mathcal{L}(\mathbf{x}) \delta x_\mu \right] = 0 \quad (\text{A.14})$$

Esta es una ecuación de continuidad para el campo vectorial definido por los términos dentro de los corchetes, mientras que la densidad de corriente se define como:

$$j_\mu \equiv \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x})}{\partial (\partial^\mu \phi_r)} \delta \phi_r - \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x})}{\partial (\partial^\mu \phi_r)} \frac{\partial \phi_r}{\partial x^\nu} - g_{\mu\nu} \mathcal{L}(\mathbf{x}) \right) \delta x^\nu \quad (\text{A.15})$$

Por lo tanto:

$$\partial^\mu j_\mu = 0 \quad (\text{A.16})$$

Al integrar esta ecuación de continuidad en el espacio tres-dimensional y usar el teorema de Gauss se obtiene:

$$\int_V \partial^\mu j_\mu(\mathbf{x}) d^3 \mathbf{x} = \frac{d}{dx_0} \int_V j_0(\mathbf{x}) d^3 \mathbf{x} + \oint_{\partial V} \mathbf{j}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (\text{A.17})$$

Como el segundo término se evalúa en la *frontera* del espacio, el campo debe caer a cero rápidamente en infinito y por lo tanto esa integral se desvanece, y entonces:

$$a = \int_V j_0(\mathbf{x}) d^3 \mathbf{x} \quad (\text{A.18})$$

Es la cantidad conservada adquiriendo un valor constante en el tiempo. En resumen el resultado importante del teorema de Noether es: *Cada transformación de simetría continua conduce a una ley de*

conservación. La cantidad conservada a se puede obtener a partir del Lagrangiano junto con las ecuaciones anteriores. Ver referencias [23], [3] y [13].

Simetría	Cantidad Conservada
Traslación temporal	Energía
Traslación espacial	Momento
Rotaciones	Momento angular
Transformación de norma	Carga

Tabla A.1: *Simetrías y cantidades conservadas.*

A.2. Cinemática Relativista

Transformaciones de Lorentz

Las transformaciones de Lorentz relacionan las coordenadas de un evento en un sistema inercial S con las coordenadas de otro sistema S' , también inercial, de la siguiente manera; supóngase que las coordenadas del sistema S son (t, x, y, z) y, las del sistema S' son (t', x', y', z') , también que los sistemas se alejan a una velocidad v en la dirección positiva del eje x del sistema S y por último, que en el tiempo $t = 0$ el origen de cada sistema coinciden. Las funciones que relacionan ambos sistemas, para $t > 0$, son:

$$\begin{aligned}
 t' &= \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right) \\
 x' &= \gamma (x - vt) \\
 y' &= y \\
 z' &= z
 \end{aligned}
 \tag{A.19}$$

Siendo c la velocidad de la luz y γ un factor de dilatación dado por:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Las transformaciones inversas que llevan de S' a S , se obtienen simplemente cambiando de signo a v :

$$\begin{aligned}
 t &= \gamma \left(t' + \frac{v}{c^2} x' \right) \\
 x &= \gamma (x' + vt') \\
 y &= y' \\
 z &= z'
 \end{aligned}
 \tag{A.20}$$

Una de las consecuencias más importantes de las transformaciones de Lorentz es cómo se suman las velocidades. Supóngase que una partícula se mueve en la dirección positiva x en el sistema de referencia

S' con una velocidad u' . La pregunta inmediata es: ¿Cuál es la velocidad, u , en el sistema S ?. La respuesta a ello es:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \left(\frac{u'v}{c^2}\right)} \quad (\text{A.21})$$

En caso de que $u' = c$, entonces $u = c$ también, es decir, **la velocidad de la luz es la misma en todos los sistemas inerciales.**

Cuadrivectores

Para presentar a los cuadrivectores es necesario dar una notación simplificada y la matriz Λ :

$$x^0 = ct, \quad x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z \quad (\text{A.22})$$

La matriz Λ tiene los siguientes coeficientes, Λ_{ν}^{μ} :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De forma sucinta el cambio de coordenadas del sistema S al sistema S' , usando la convención de suma de Einstein, es:

$$x'^{\mu} = \Lambda_{\nu}^{\mu} x^{\nu} \quad (\text{A.23})$$

Esta es una forma general de escribir las transformaciones de Lorentz ya que sirven para cualquier dirección espacial. Por otro lado, si los ejes de S y S' no son paralelos la matriz Λ no pierde la forma en que se ha presentado.

En Relatividad General existen ciertas cantidades que se suelen llamar invariantes, las cuales comúnmente vienen dadas por productos escalares; una de ellas es la que se conoce como longitud del intervalo, que está definida como:

$$\ell \equiv (x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 = (x'^0)^2 - (x'^1)^2 - (x'^2)^2 - (x'^3)^2 \quad (\text{A.24})$$

Esta cantidad a su vez viene definida por el producto punto de $x \cdot x$, que en notación de índices no es más que:

$$x^{\mu} x_{\mu} = x^{\mu} g_{\mu\nu} x^{\nu} \quad (\text{A.25})$$

Las coordenadas de los vectores x^{μ} y x_{μ} son de la forma:

$$x^{\mu} = (x^0, \mathbf{x}), \quad x_{\mu} = g_{\mu\nu} x^{\nu} = (x^0, -\mathbf{x}) \quad (\text{A.26})$$

Donde el tensor métrico $g_{\mu\nu}$ es:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

En general, dados dos cuadvectores, a^μ y b^μ , su producto punto se puede escribir:

$$a^\mu b_\mu = a_\mu b^\mu = a^0 b^0 - a^1 b^1 - a^2 b^2 - a^3 b^3 \quad (\text{A.27})$$

En particular para una partícula masiva su cuadrimomento al cuadrado, p^2 , es:

$$p^\mu p_\mu = E^2 - |\mathbf{p}|^2 = m^2 \quad (\text{A.28})$$

Donde \mathbf{p} es el trivector cuyas componentes son: (p^1, p^2, p^3) .

Por último cuando se cumpla la igualdad $p^2 = m^2$ se dirá que la partícula en cuestión se encuentra en su capa de masa. Referencias [1] y [3].

A.3. Ecuación de Klein-Gordon

El Lagrangiano básico para una partícula masiva con espín cero cuyo campo escalar relativista se representa por $\phi(t, \mathbf{x})$ es la función escalar:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi(x) \partial^\mu \phi(x) - \frac{1}{2} m^2 \phi^2(x) - V(\phi) \quad (\text{A.29})$$

Para conocer las soluciones más simples que satisfacen la ecuación de Klein-Gordon lo que se debe hacer es considerar a las partículas libres de potenciales externos, es decir, $V = 0$. Enseguida se aplican las ecuaciones de Euler-Lagrange para campos: $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial x_\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \phi)}$, lo cual conduce a la ecuación de Klein-Gordon para un campo libre:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \phi(x) = 0 \quad (\text{A.30})$$

Las soluciones a la ecuación (A.30) son de la forma:

$$\phi(x) = N \exp[\pm(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega(\mathbf{k})t)] \quad (\text{A.31})$$

donde

$$\omega(\mathbf{k}) \equiv \pm(\mathbf{k}^2 + m^2)^{1/2} \quad (\text{A.32})$$

El vector \mathbf{k} es el trivector de momento de la partícula en cuestión, \mathbf{x} es el vector de posición de la misma partícula y m su masa. De la ecuación (A.32) se ve que habrá energías tanto positivas como negativas,

cosa que causó mucho malestar a la física. Esto llevó a considerar que existen los campos con energías negativas a los que se denominó como antipartículas asociadas a densidades de corriente $\rho < 0$. Ver [3] y [12].

A.4. Cálculo de las constantes de acoplamiento

A pesar que las constantes de acoplamiento en los procesos $e^-e^+ \rightarrow \rho^- \rho^+$ y $e^-e^+ \rightarrow K^{*-} K^{*+}$ no aparecen en el cálculo final, es importante conocerlas ya que no siempre se eliminan. Para hacer el cálculo de las constantes $g_{\rho\rho^- \rho^+}$ y $g_{\phi K^{*-} K^{*+}}$ se consideró el proceso de un mesón vectorial (ρ, ϕ, ϕ') yendo a dos leptones (electrón-positrón), con la razón de decaimiento como se muestra enseguida:

$$d\Gamma_i = \frac{1}{32\pi^2} |\mathcal{M}|^2 \frac{\|\mathbf{p}\|}{M_V^2} d\Omega \quad (\text{A.33})$$

Donde \mathbf{p} es el momento de la partícula que decae, M_V su masa y \mathcal{M} es la amplitud de probabilidad del proceso en cuestión. Al hacer la integración de $d\Gamma_i$ se obtiene el ancho de decaimiento relativo que mide la probabilidad de decaimiento de la partícula incidente a dos o más partículas finales en específico, mientras que el ancho de decaimiento total es la suma de todos los relativos, es decir, se analizan todos los posibles decaimientos de una partícula y se suman todos esos anchos. A la razón entre el ancho de decaimiento relativo y el ancho de decaimiento total se le conoce como *branching ratio*, esto es:

$$Br = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{total}} \quad (\text{A.34})$$

Evidentemente, también existe un diagrama de Feynman para este proceso:

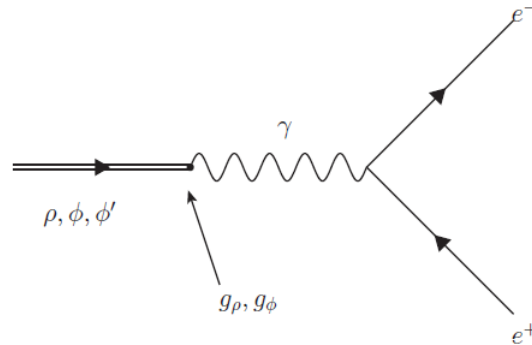


Figura A.1: Diagrama de Feynman de un mesón vectorial yendo a un par electrón-positrón.

Mientras que la amplitud de probabilidad del proceso es:

$$\mathcal{M} = u(ie\gamma^\alpha)\bar{v} \left(-i\frac{g_{\alpha\beta}}{q^2} \right) \left(\frac{eM_V^2}{g_V} \right) \eta^\beta \quad (\text{A.35})$$

En donde η^β es la polarización del mesón V y g_V es la constante a calcular, por otra parte los momentos que se dan a las partículas, electrón-positrón, son p_1 y p_2 respectivamente y evidentemente se cumple la

conservación de cuadrimomento $k = p_1 + p_2$. De nueva cuenta, se debe realizar el cómputo de la amplitud de probabilidad al cuadrado considerando estados de espín de la partícula incidente y también sumando sobre estados de espín pero de las partículas finales, análogamente como se hizo en el capítulo 3.

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{1}{2(1)+1} \sum_s \left[u(ie\gamma^\alpha)\bar{v} \left(-i\frac{g_{\alpha\beta}}{q^2} \right) \left(\frac{eM_V^2}{g_V} \right) \eta^\beta \right] \\ &\quad \left[u(ie\gamma^\lambda)\bar{v} \left(-i\frac{g_{\lambda\mu}}{q^2} \right) \left(\frac{eM_V^2}{g_V} \right) \eta^\mu \right]^* \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

Al hacer la suma sobre polarizaciones, estados de espín y con la ayuda de las identidades puestas en el capítulo 3 (teoremas de trazas) se llega a que la amplitud de probabilidad es:

$$\begin{aligned} |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \frac{4e^4 M_V^4}{3q^4 g_V^2} (p_1^\alpha p_2^\mu + p_1^\mu p_2^\alpha - (m_e^2 + p_1^\delta p_{2\delta}) g^{\alpha\mu}) \left(-g_{\beta\lambda} + \frac{k_\beta k_\lambda}{M_V^2} \right) g_{\beta\alpha} g_{\mu\lambda} \\ &= \frac{4e^4 M_V^4}{3q^4 g_V^2} \left(\frac{3m_e^2 M_V^2 + M_V^2 (p_1 \cdot p_2) + 2(p_1 \cdot k)(p_2 \cdot k)}{M_V^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

Además de las identidades que ya se mencionaron, es preciso mencionar que los cuadrimomentos de las partículas vienen dados: $p_1 = (E_1, \mathbf{p}_1)$, $p_2 = (E_2, \mathbf{p}_2)$ y $k = (E_k, \mathbf{k})$, del electrón, positrón y mesón vectorial respectivamente. Por lo tanto, los productos escalares son:

$$\begin{aligned} p_1 \cdot p_2 &= E_1 E_2 - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 \\ p_1 \cdot k &= E_1 E_k - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{k} \\ p_2 \cdot k &= E_2 E_k - \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{k} \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

Una consideración importante que se debe hacer para seguir con los cálculos es que se harán desde el marco de referencia donde la partícula mesónica está en reposo, por lo que los trimomentos cumplen: $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{0}$, por conservación de trimomento, entonces $\|\mathbf{p}_1\| = \|\mathbf{p}_2\| = \|\mathbf{p}\|$. También, en el marco de referencia del mesón vectorial que decae a dos leptones (electrón y positrón), se satisfacen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} E &= \frac{M^2 - m_1^2 + m_2^2}{2M} \\ \|\mathbf{p}\| &= \frac{[(M^2 - (m_1 + m_2)^2)(M^2 - (m_1 - m_2)^2)]^{1/2}}{2M} \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

Aplicando las relaciones (A.38) y (A.39) a (A.37) se obtiene la amplitud de probabilidad del proceso en cuestión:

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{64\pi^2 \alpha^2}{3g_V^2} (2m_e^2 + M_V^2) \quad (\text{A.40})$$

Esta amplitud de probabilidad se introduce en el ancho de decaimiento diferencial (A.33), se integra (siempre y cuando se pueda) y de esa manera obtener la constante de acoplamiento, tomando en cuenta que se deben meter las propiedades características que se requieren de la partícula que decae las cuales son: masa M_V , el branching ratio, la razón de decaimiento para un proceso particular (datos tomados del PDG). Asimismo, se dan las constantes: estructura fina, $\alpha = \frac{1}{137}$, π y la masa del electrón $m_e = 0.511$ MeV, que es exactamente la misma que la masa del positrón.

En todos los casos (ρ, ϕ, ϕ') se tomó el ancho de decaimiento particular en que el mesón vectorial decae en un par electrón-positrón, es decir, $\Gamma_{e^-e^+}$. Ver referencias [3], [2] y [5].

Constante de acoplamiento de $\rho(770)$

En este caso la masa del mesón vectorial es $M_\rho = 775.49 \pm 0.34$ MeV, con un ancho de decaimiento $\Gamma_{e^-e^+} = 4.72 \pm 0.28 \times 10^{-5}$. Con estos valores la constante de acoplamiento que se obtuvo es:

$$g_\rho \approx 4.9590 \dots \quad (\text{A.41})$$

Para el caso de $\rho(1450)$ no se tiene un dato preciso ya que no ha podido ser medido el ancho de decaimiento de esta partícula a dos leptones, sin embargo hay reportes de haber *visto* este decaimiento.

Constante de acoplamiento de $\phi(1020)$

Aquí la partícula que decae es el mesón ligero ϕ cuya masa es $M_\phi = 1019.461 \pm 0.019$ MeV, cuyo ancho de decaimiento relativo es $\Gamma_{e^-e^+} = 2.954 \pm 0.030 \times 10^{-4}$. Con estos datos la constante de acoplamiento calculada para la partícula ϕ es:

$$g_\phi \approx 13.6403 \dots \quad (\text{A.42})$$

Por otra parte, sucede algo similar con la partícula $\phi(1680)$ a lo que pasa con la $\rho(1450)$, es decir, no se tiene el valor experimental del ancho de decaimiento de esta partícula a dos leptones, simplemente se ha observado dicho decaimiento.

Referencias

- [1] D. Griffiths, *Elementary Particle Physics*. Wiley-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, 2008.
- [2] K. A. Olive et al., (*Particle Data Group*), *Chinese Physics C38, 090001*. Particle Data Group, 2014.
- [3] F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. John Wiley and Sons, 1984.
- [4] T.-P. Cheng and L.-F. Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*. Oxford University Press, 1984.
- [5] L. A. Jiménez Pérez, *Tesis de Maestría: Efectos de la Estructura de los Mesones $K^{*\pm}$ en el Proceso $e^-e^+ \rightarrow K^{*-}K^{*+}$* . UNAM, 2015.
- [6] J. F. Nieves and P. B. Pal, “Electromagnetic Properties of Neutral and Charged Spin-1 Particles,” *Physical Review D*, vol. 55, pp. 3118–3130, 1997.
- [7] D. García Gudiño, *Tesis de Doctorado: Efectos de Inestabilidad y Determinación del Momento Dipolar Magnético del Mesón ρ* . UNAM, 2013.
- [8] J. Abdallah et al. *European Physical Journal C54* 345, 2008.
- [9] S. Schael et al. *Physical Letters B614* 7, 2005.
- [10] G. Abbiendi et al. *European Physical Journal C33* 463, 2004.
- [11] P. Achard et al. *Physical Letters B586* 151, 2004.
- [12] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*. Addison-Wesley, 1995.
- [13] D. C. Cheng and G. K. O’Neill, *Elementary Particle Physics, An Introduction*. Addison-Wesley, 1979.
- [14] F. T. Hawes and M. A. Pichowsky, “Electromagnetic Form Factors of Light Vector Mesons,” *Physical Review*, p. 1743, 1999.
- [15] M. S. Bhagwat and P. Maris, “Vector Meson Form Factors and Their Quark-mass Dependence,” *Physical Review*, p. 025203, 2008.
- [16] H.-M. Choi and C.-R. Ji *Physical Review*, p. 053015, 2004.

- [17] F. Cardarelli, I. L. Granch, I. M. Narodetskii, G. Salme, and S. Simula *Physical Letters*, p. 393, 1995.
- [18] J. P. B. C. Melo and T. Frederico *Physical Review*, p. 2043, 1997.
- [19] J. N. Hedditch, W. Kamleh, L. B. G., D. B. Leinweber, A. G. Williams, and J. M. Zanotti, “Pseudoscalar and Vector Meson Form Factors From Lattice QCD,” *Physical Review*, p. 094504, 2007.
- [20] D. García Gudiño and G. Toledo Sánchez, “Finite Width Induced Modification to the Electromagnetic Form Factors of Spin-1 Particles,” *Physical Review D*, p. 073005, 2010.
- [21] A. M. Bandalian and Y. A. Simonov, “Magnetic Moments of Mesons,” 2013.
- [22] A. Ozpineci, T. M. Aliev, and M. Savci, “Magnetic and Quadrupole Moments of Light Spin-1 Mesons in Light Cone QCD Sum Rules,” *Physical Letters*, p. 470, 2009.
- [23] H. Goldstein, C. Pole, and J. Safko, *Classical Mechanics*. Addison-Wesley, 1994.