



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

PROPIEDADES DE BARIONES EN EL UNQUENCHED QUARK MODEL

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

M. EN C. HUGO GARCÍA TECOCOATZI

DIRECTOR DE TESIS:

DR. ROELOF BIJKER BIJKER (ICN-UNAM)

DR. ELENA SANTOPINTO (INFN SEZIONE DI GENOVA)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR

DR. MYRIAM MODRAGÓN CEBALLOS (IF-UNAM)

DR. GENARO TOLEDO SÁNCHEZ (IF-UNAM)

CIUDAD DE MÉXICO, MÉXICO, JUNIO 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

El objetivo principal de esta investigación es estudiar las propiedades de los bariones en un extensión del modelo de cuarks constituyentes, llamado el modelo de cuarks unquenched, que incorpora los efectos del mar de cuarks en las funciones de onda mediante el mecanismo 3P_0 . Se hace un extenso estudio del mecanismo 3P_0 aplicado a los decaimiento fuertes de bariones, donde se estudia la supresión de los pares extraños y la forma del vértice de la creación del par cuark-anticuark. Se considera el mecanismo 3P_0 para extender el modelo de cuarks, aplicado a la electro-producción de resonancias, donde se muestra el papel de los cuarks del mar en este proceso. También se calculan las correcciones al espectro debido a las auto-energías de los bariones que se generan de los lazos cuark-anticuark, en la extensión del modelo de cuark constituyentes. En este trabajo se consideran los lazos de mesones pseudoescalares debido a la creación de pares cuark-anticuark de las fluctuaciones del vacío.

Abstract

The aim of this research is to study the baryon properties in an extension of the constituent quark model, called the unquenched quark model, which take into account the effects of the sea quarks in the wave functions by adding quark-antiquark degrees of freedom as a perturbation via the 3P_0 pair-creation mechanism. The 3P_0 model is applied to the open-flavor strong decays to study the suppression of strangeness and the vertex shape in this model. The electro-production of baryon-meson states is studied using the extension of quark model, which the role of sea quarks is included. Also, the self energy corrections to the baryon mass are computed, they are generated by the quark-antiquark pairs considered in this extension of the quark model. In this work, the pseudoscalar meson loops due to vacuum quantum fluctuations are included.

Índice general

| | |
|---|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 2. Modelos de cuarks y sus extensiones | 4 |
| 2.1. Modelos de cuarks constituyentes | 6 |
| 2.1.1. Modelo del oscilador armónico de bariones | 6 |
| 2.1.2. Modelo colectivo de bariones | 8 |
| 2.1.3. Modelo hipercentral de bariones | 10 |
| 2.2. Extensión del modelo de cuarks: Unquenched Quark Model | 12 |
| 2.2.1. Elementos de matriz en el UQM | 15 |
| 3. Decaimientos fuertes de bariones | 17 |
| 3.1. Modelo 3P_0 | 19 |
| 3.1.1. La anchura y el factor de espacio fase | 20 |
| 3.1.2. Operador de transición | 22 |
| 3.1.2.1. Vértice 3P_0 | 23 |
| 3.1.2.2. Supresión de pares extraños | 24 |
| 3.2. Anchuras de decaimientos fuertes | 25 |
| 3.2.1. Anchuras de decaimiento usando el límite del oscilador armónico del modelo U(7) | 26 |
| 3.2.2. Anchuras de decaimiento calculadas con el modelo hipercentral . . . | 31 |
| 3.3. Discusión | 36 |
| 3.3.1. El efecto de la supresión de pares. | 39 |
| 4. Electro-producción de resonancias | 42 |
| 4.1. La función de onda | 43 |
| 4.2. Razones de producción en el UQM | 46 |
| 4.2.1. Componentes virtuales BC | 47 |

| | |
|---|------------|
| 4.3. Extracción de la probabilidad de creación $q\bar{q}$ y el factor de supresión de extrañeza | 48 |
| 4.4. Discusión de los resultados | 50 |
| 5. Auto-energías en Bariones | 53 |
| 5.1. Auto-energías en el UQM | 54 |
| 5.1.1. Parámetros del vértice 3P_0 | 56 |
| 5.2. Resultados de las auto-energías | 57 |
| 5.2.1. Desdoblamiento de las masas entre bariones del octete y decuplete | 57 |
| 5.3. Discusión de los resultados | 61 |
| 6. Conclusiones | 65 |
| A. Convenciones | 68 |
| A.1. Funciones de onda espín | 68 |
| A.2. Funciones de sabor | 68 |
| B. Amplitud 3P_0 | 70 |
| B.1. Cálculo de la amplitud 3P_0 | 70 |
| C. Funciones de onda unquenched | 73 |
| C.1. Las funciones de onda en una base esférica | 73 |
| C.2. Estados Unquenched en ondas esféricas vs Ondas planas | 74 |
| C.3. Amplitudes 3P_0 en ondas planas | 75 |
| D. Acoplamientos en el espacio de color, espín y sabor | 78 |
| D.1. Acoplamientos espín-sabor | 78 |
| D.2. Acoplamientos en el espacio de color, espín y sabor con la supresión de pares | 80 |
| D.3. Mezcla de η y η' en el UQM | 84 |
| E. Resonancias faltantes predichas por el modelo $U(7)$ | 86 |
| F. Resonancias faltantes predichas por el modelo hipercentral | 91 |
| Bibliografía | 102 |

Capítulo 1

Introducción

Dentro del marco de la física de partículas, hay un gran número de problemas abiertos de mucho interés, que han motivado esfuerzos tanto teóricos como experimentales. En particular, los estudios experimentales de la física de partículas pueden ser clasificados en dos regímenes por su dependencia en la energía, debido a que la interacción fuerte cambia con escala de energía. Para entender un poco más el origen del por qué la interacción fuerte cambia con la energía, es necesario dar algunos detalles generales de la teoría que describe esta interacción, conocida como Cromodinámica Cuántica (QCD).

La QCD es una teoría cuántica de campos que estudia una de las fuerzas fundamentales de la física: la interacción fuerte. Está basada en el grupo de norma $SU(3)$ [1]. De acuerdo con esta teoría, la dinámica de los cuarks está gobernada por un lagrangiano que es invariante bajo transformaciones locales en el grupo $SU(3)$, esta invariancia (por el teorema de Noether) lleva a la existencia de magnitudes conservadas o leyes de conservación. Concretamente la invariancia de este lagrangiano bajo $SU(3)$ local, implica la existencia de cargas de color, en cierto modo análogas a la carga eléctrica (en la interacción electromagnética). Por lo tanto, la cromodinámica cuántica describe la interacción de objetos que contienen carga de color, que son los cuarks y los gluones (los bosones mediadores de la interacción fuerte).

La QCD como una teoría de norma tiene una invariancia local, lo que implica que haya un campo asociado a la simetría, que es el campo de gluones. Los cuarks, portadores de carga de color, interaccionan entre ellos intercambiando gluones, que es lo que provoca que estén ligados unos a otros. A su vez los propios gluones tienen carga de color por lo que interactúan entre ellos, que es una diferencia notable a la interacción electromagnética donde el bosón de interacción (el fotón) no lleva carga eléctrica. Dentro de la QCD existe el confinamiento de color (en el régimen de bajas energías), que es una propiedad de las

partículas con carga de color, que establece que no se pueden encontrar aisladas en la naturaleza. La única forma de encontrar las partículas con carga de color es en sistemas con color blanco, es decir carga total de color nula. Los sistemas con carga de color nula son llamados hadrones.

En la QCD se ha clasificado a los hadrones en dos tipos: los bariones (formados por tres cuarks, cada uno con cargas de color diferentes) y los mesones (formados por dos cuarks conjugados, con cargas de color opuestas), sin embargo la QCD no excluye la existencia de otras configuraciones con color neutro, como el recién descubierto sistema pentacuark en el LHCb [2], además han sido teorizados otros sistemas que aún no han sido observados, como los tetracuarks [3] (sistemas constituidos de dos cuarks y dos anticuarks) u otros sistemas exóticos como las glueballs (formados sólo de gluones) y sistemas híbridos (sistemas de gluones y cuarks). Sin embargo, hay muchas partículas que han sido observadas y podrían ser candidatos a ser clasificados como estados exóticos, pues no pueden entrar en la clasificación del modelo de cuarks. Todos los hadrones, formados por cuarks, interaccionan entre ellos mediante la interacción fuerte. Por tanto la QCD, explica tanto la cohesión del núcleo atómico como la interacción de los hadrones mediante la fuerza asociada al color en cuarks y anticuarks mediada por gluones.

La intensidad de la interacción fuerte viene dada por una constante de acoplamiento característica, que a bajas energías es mucho mayor que las asociadas a interacción electromagnética, gravitatoria y débil, además esta constante tiene una dependencia fuerte en la escala de la energía. Así la física de partículas se divide en estudios de altas energías, donde la interacción fuerte puede ser descrita por métodos perturbativos, es decir la constante se vuelve débil, esta región se conoce como la de libertad asintótica [4]. Por otro lado existen estudios a bajas energías, donde en contraste, la interacción se vuelve fuertemente acoplada, que no permite descripciones en base a métodos perturbativos, en este régimen se tiene el confinamiento (razón por la cual los hadrones sólo pueden ser observados en singuletes de color). Por ello se han desarrollado descripciones basadas en modelos no perturbativos. En particular en este trabajo se escoge el modelo de cuarks constituyentes (CQM), con una extensión, llamado el Unquenched Quark Model, donde se incorporan los efectos de los cuarks del mar debido a las fluctuaciones del vacío. En el contexto del CQM, se hace un estudio de los decaimientos fuertes de bariones. Con la extensión del CQM se estudian la electro-producción de resonancias y cálculo de las autoenergías de bariones.

En el CQM, los hadrones se clasifican por el contenido de cuarks de valencia. Los dos grupos de hadrones en los que se dividen son los bariones y mesones, los primeros están formados por tres cuarks constituyentes, y los mesones están formados por un cuark y un

anticuark constituyente. El número cuántico que los distingue es el número bariónico, que para los bariones es +1 y para los mesones es cero. Estos sistemas ligados se mantienen juntos por la interacción fuerte. Su estructura interna es muy compleja, así que el estudio de los hadrones a bajas energías, puede hacerse mediante los grados efectivos de los hadrones, como son el espín, isoespín, sabor y los grados espaciales efectivos.

El trabajo se presenta de la siguiente forma: En el capítulo 2 se introducen tres modelos de cuarks constituyentes: el modelo del oscilador armónico, el modelo colectivo de bariones basado en el grupo $U(7)$ y el modelo hipercéntrico de bariones. Al final de este capítulo se presenta la extensión del modelo de cuarks constituyentes, llamado el modelo de cuarks unquenched, que considera configuraciones barión-mesón en las funciones de onda, incorporadas mediante el mecanismo 3P_0 . En el capítulo 3 se hace un estudio del mecanismo 3P_0 aplicado a los decaimientos fuertes de bariones a un sistema barión-mesón, donde se estudia la dependencia de las anchuras en las posibles formas del vértice y se investiga el rompimiento de la simetría $SU(3)$ mediante un mecanismo que suprime la creación de pares $s\bar{s}$ con respecto a los cuarks $u\bar{u}$ y $d\bar{d}$. Este capítulo se basa en una publicación que se encuentra en arbitraje en Physical Review D [5].

En el capítulo 4 se presenta un estudio aplicado a la electro-producción de resonancias a partir del nucleón, donde el principal objetivo es encontrar el rol de los cuarks del mar en este proceso. Se describen las razones de las tasas de producción de los sistemas barión-mesón a partir de los cuarks del mar, en buen acuerdo con la información experimental recientemente obtenida por la colaboración CLAS del laboratorio Jefferson en Estados Unidos [6]. Se estudia la relación de los cuarks del mar con la producción de pares $s\bar{s}$ con respecto a los cuarks $u\bar{u}$ y $d\bar{d}$, este capítulo se basa en la publicación [7].

Por último, en el capítulo 5 se presenta un estudio de las correcciones a las masas de los bariones del octete y decuplete en estado base. Estas correcciones emergen de los acoplamientos al continuo, debido a los cuarks del mar creados por las fluctuaciones del vacío QCD. También se discute el desdoblamiento entre el octete y decuplete de bariones generado por los lazos de mesones pseudoescalares. Este capítulo se basa en una publicación que se encuentra en arbitraje en Physical Review C [8].

Capítulo 2

Modelos de cuarks y sus extensiones

En el modelo de cuarks constituyentes, los hadrones son descritos de manera exitosa en términos de los grados efectivos de libertad [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21]. Este modelo reproduce el espectro de masa de las resonancias de bariones y mesones de manera cualitativa, también da una descripción adecuada de los momentos magnéticos y otras propiedades de los bariones. Sin embargo, se han observado desviaciones sistemáticas en las predicciones del CQM para otras observables, como las amplitudes de helicidad en los acoplamientos electromagnéticos de bariones y en las anchuras de los decaimientos fuertes de bariones y mesones.

En la actualidad hay mucha evidencia experimental de la existencia de otros grados efectivos de libertad en los hadrones, como es la extracción de la asimetría en el protón [22], que implica que la probabilidad en encontrar anticuarks \bar{d} es mayor que anticuarks \bar{u} . Esto no se puede explicar en el CQM, donde los bariones no contienen anticuarks. Otro ejemplo que indica la existencia de nuevos grados exóticos de libertad es en la fotoproducción de la resonancia Delta a partir de la excitación del nucleón, $N\gamma \rightarrow \Delta(1232)$, donde las dos amplitudes de helicidad no son bien predichas por los modelos basados en el CQM, aunque su razón es reproducida correctamente. Estas desviaciones son un problema que ha sido ligado a la producción de pares cuark-anticuark [23, 24], que se ha usado en la descripción de los factores de forma de la transición dipolar magnética, para valores pequeños del momento trasferido Q^2 , como se muestra en la figura 2.1. Estas mismas desviaciones se observan en los decaimientos electromagnéticos de bariones del decuplete, donde mediciones recientes hechas por el grupo de Keller y colaboradores [25, 26], no son bien predichas por CQMs, e incluso tampoco corresponden a las predicciones hechas por

cálculos de Lattice QCD [27].

Otras evidencias de componentes más altas de Fock en las funciones de onda de los bariones ($qqq - q\bar{q}$) vienen de los estudios de las anchuras de decaimientos fuertes de las resonancias de bariones que no son descritas por los modelos de CQM, como es el caso del decaimiento de la resonancia $N(1535)$, donde los efectos de la cercanía al umbral $N\eta$ juega un papel muy importante [28]. Otro ejemplo es el desdoblamiento espín-órbita de $\Lambda(1405)$ y $\Lambda(1520)$, que ha sido tratado por muchos autores a partir de estudiar los espectros de los bariones mediante cálculos de autoenergías [29, 30, 31]. Aunque en la mayoría de los estudios en el sector de bariones, los trabajos dependen de muchos parámetros, que se ajustan para la reproducción de algunas observables, por lo contrario otras observables no son bien descritas para los mismos parámetros. Otra situación es el sector de mesones, las predicciones difieren muy poco de los valores experimentales, en particular para mesones pesados [32, 33]. Comprender el espectro de los bariones sigue siendo uno de los problemas abiertos, pues aunque los CQMs dan un buen acuerdo para los primeros estados excitados, el problema de las resonancias faltantes se ha seguido investigando teórica y experimentalmente. Este problema se discute con mayor detalle en los capítulos 3 y 5.

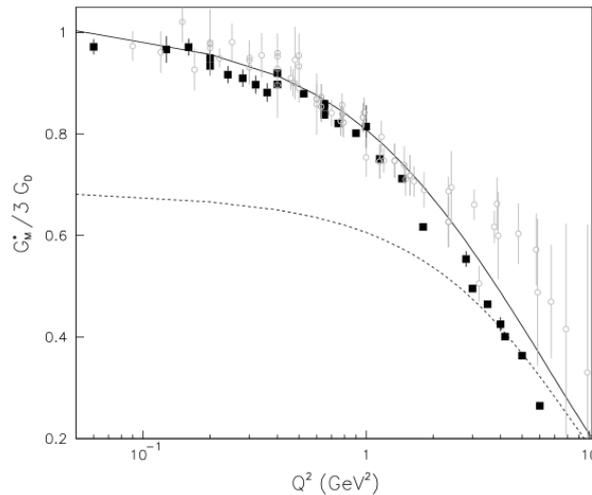


Figura 2.1: Factores de forma de la transición dipolar magnética para $N\gamma \rightarrow \Delta(1232)$ como función del momento transferido Q^2 . La línea continua muestra las correcciones con creaciones de pares y la línea punteada muestra los valores sin las contribuciones de la creación de pares. Figura tomada de la Ref. [34].

En este capítulo se introduce el formalismo de tres modelos de cuarks constituyentes: El modelo basado en un potencial de oscilador armónico, el modelo colectivo de bariones

y el modelo hipercéntrico de bariones. Los modelos colectivo e hipercéntrico, en la base del oscilador armónico, serán usados para el estudio de los decaimientos fuertes de bariones del capítulo 3. Al final de este capítulo se presenta una extensión del CQM, que será utilizado para el estudio de la electro-producción de resonancias y las correcciones a las masas de bariones (debido a la auto energía producida por los lazos de mesones pseudoescalares) en los capítulos 4 y 5 respectivamente.

2.1. Modelos de cuarks constituyentes

En modelos de cuarks constituyentes, un barión se trata de manera efectiva como un sistema de tres cuerpos, estos tres objetos determinan las propiedades del barión. En particular ahora nos restringiremos a la descripción de bariones ligeros, por lo que solo se consideran los cuarks u , d y s , que nos remite al álgebra de $SU(3)$ en el espacio de sabor. Los cuarks son fermiones y cada uno tiene espín $S = 1/2$ con una descripción en el grupo $SU(2)$. Para garantizar la antisimetría de la función de onda de los bariones y considerar la condición de ser un estado permitido por la QCD, los tres cuarks deben estar en un singlete de color $SU(3)$ [1, 9]. Los espacios de sabor, espín y color nos dan la dimensión de los grados internos de libertad de los bariones. Para los grados externos de libertad se toman los grados espaciales de tres cuerpos. El álgebra asociada a los bariones es:

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_r \otimes \mathcal{G}_i, \quad (2.1.1)$$

donde \mathcal{G}_r es el grupo asociado a los grados de libertad externos de la parte espacial y \mathcal{G}_i es el grupo asociado a los grados de libertad internos, que a su vez se descomponen en el espacio de color y de espín sabor como sigue:

$$\mathcal{G}_i = SU_c(3) \otimes SU_{sf}(6) \supset SU_c(3) \otimes SU_f(3) \otimes SU_s(2). \quad (2.1.2)$$

En las siguientes secciones se presentan tres diferentes CQM, donde se discute los grados de libertad externos o espaciales \mathcal{G}_r de los bariones.

2.1.1. Modelo del oscilador armónico de bariones

El modelo de oscilador armónico de bariones se basa en la suposición de que la interacción que mantiene ligados a los tres cuarks es un potencial de oscilador armónico, un sistema conocido con soluciones analíticas [35].

El Hamiltoniano que describe tres cuarks no relativistas confinados en un potencial es:

$$H = \sum_i \left(m_i + \frac{\vec{P}_i^2}{2m_i} \right) + V_{\text{conf}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3). \quad (2.1.3)$$

El potencial de confinamiento está dado por la suma de todas las posibles combinaciones de la interacción de dos cuerpos.

$$V_{\text{conf}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = \sum_{i \neq j} V^{ij}(\vec{r}_{ij}), \quad (2.1.4)$$

con $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$. En la aproximación de oscilador armónico se puede suponer que las fuerzas de confinamiento tienen la siguiente forma:

$$V^{ij}(\vec{r}_{ij}) = \frac{1}{2} K r_{ij}^2 + U(r_{ij}^2), \quad (2.1.5)$$

donde $U(r_{ij}^2)$ es una interacción residual. El término anarmónico puede ser incluido mediante cálculos perturbativos, pero ahora sólo se considera

$$H_0 = \sum_i \frac{\vec{p}_i^2}{2m} + \sum_{i \neq j} \frac{1}{2} K r_{ij}^2. \quad (2.1.6)$$

Los grados de libertad del movimiento de tres cuerpos, pueden ser descritos con las coordenadas relativas de Jacobi y el centro de masa (CM), que se definen como:

$$\vec{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (2.1.7)$$

$$\vec{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2 + (m_1 + m_2)^2}}(m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 - (m_1 + m_2) \vec{r}_3), \quad (2.1.8)$$

$$\vec{R} = \frac{(m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3)}{m_1 + m_2 + m_3}, \quad (2.1.9)$$

donde m_i y \vec{r}_i ($i = 1, 2, 3$) son la masa y el operador de posición del cuark i , respectivamente. En este estudio, los bariones considerados están compuestos de los cuarks ligeros, que en buena aproximación, $m_u = m_d \neq m_s$. Entonces para esta aproximación $m_1 = m_2 = m_u$ la ec. (2.1.8) se reduce a

$$\vec{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3). \quad (2.1.10)$$

En este régimen se tiene la ventaja que H_0 es separable en términos de los vectores $\vec{\rho}$ y $\vec{\lambda}$, y se puede reescribir de la siguiente manera:

$$H_0 = H_{\text{CM}} + \frac{\vec{P}_\rho^2}{2m} + \frac{\vec{P}_\lambda^2}{2m} + \frac{3K}{2}(\vec{\rho}^2 + \vec{\lambda}^2) \quad (2.1.11)$$

donde H_{CM} es la energía cinética del movimiento libre del centro de masa.

El espectro de energía de los bariones está determinado por dos osciladores armónicos en tres dimensiones, con tres grados de libertad por cada oscilador $\vec{\rho}$ y $\vec{\lambda}$. Así el sistema tiene seis grados de libertad, esto permite representar la parte orbital con el álgebra:

$$\mathcal{G}_r = U(6). \quad (2.1.12)$$

En general los momentos angulares \vec{l}_ρ y \vec{l}_λ asociados a cada oscilador se sumarán vectorialmente para dar el momento angular orbital total del barión

$$\vec{L} = \vec{l}_\rho + \vec{l}_\lambda. \quad (2.1.13)$$

El momento angular total \vec{J} es obtenido por la adición del espín total de los cuarks \vec{S} y el momento angular orbital total \vec{L}

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}. \quad (2.1.14)$$

La paridad está dada por

$$P = (-1)^{l_\rho + l_\lambda}. \quad (2.1.15)$$

2.1.2. Modelo colectivo de bariones

En el modelo colectivo, el espectro de los bariones se calcula mediante métodos algebraicos. Fue introducido por R. Bijker, F. Iachello y A. Leviatan [15, 28]. Este modelo consiste en combinar la simetría interna de los bariones (espín-sabor-color), basada en los grupos $SU_{sf}(6) \otimes SU_c(3)$, con la simetría en el espacio orbital. En particular la simetría espacial de los bariones se representa mediante el grupo $U(7)$, que nos da un modelo de cuarks basado en la simetría: $U(7) \otimes SU_{sf}(6) \otimes SU_c(3)$. Este modelo colectivo representa configuraciones de resortes, Figura 2.2.

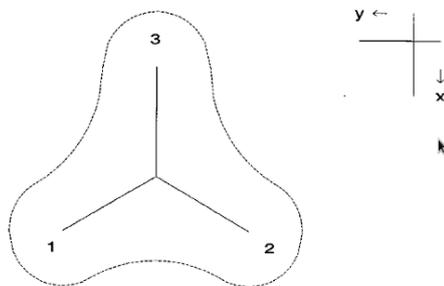


Figura 2.2: Modelo colectivo de bariones.

El modelo colectivo basado en el grupo de simetría $U(7)$ (modelo $U(7)$), fue introducido para describir el movimiento relativo de los tres cuarks constituyentes del barión [15]. La idea general es introducir el llamado “spectrum generating algebra $U(k+1)$ ” (álgebra generadora del espectro) para los sistemas cuánticos caracterizados por k grados de libertad.

Los bariones pueden ser descritos por $k = 6$ grados de libertad en el espacio (como se mostró a grandes rasgos en la sección anterior), que son los vectores relativos de Jacobi, $\vec{\rho}$ y $\vec{\lambda}$ junto con sus momentos canónicos conjugados $\vec{P}_\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)$ y $\vec{P}_\lambda = \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - 2\vec{p}_3)$.

El modelo $U(7)$ es basado en una cuantización bosónica, que consiste en introducir dos operadores bosónicos vectoriales b_ρ^\dagger b_λ^\dagger , asociados a los vectores de Jacobi, con un operador escalar bosónico auxiliar s^\dagger . Este bosón escalar no representa un grado de libertad independiente, por lo cual está bajo la restricción de que el número total de bosones N se conservado.

Bajo estas suposiciones, en el modelo $U(7)$, la fórmula de masa de los bariones puede ser escrita como la suma de tres términos.

$$\hat{M}^2 = M_0^2 + \hat{M}_{\text{space}}^2 + \hat{M}_{\text{sf}}^2, \quad (2.1.16)$$

donde M_0^2 es una constante, \hat{M}_{space}^2 es una función de los grados de libertad espaciales del barion, mientras que \hat{M}_{sf}^2 depende de los grados de libertad internos (espín-sabor). La parte de espín-sabor se trata como en la Ref. [28] en términos de una fórmula generalizada Gürsey-Radicati [36], que a su vez es una generalización de la fórmula de masa desarrollada por Gell-Mann-Okubo [37, 38].

$$\begin{aligned} \hat{M}_{\text{sf}}^2 &= a[\hat{C}_2(SU_{SF}(6)) - 45] + b[\hat{C}_2(SU_F(3)) - 9] + c[\hat{C}_2(SU_S(2)) - \frac{3}{4}] \\ &+ d[\hat{C}_1(U_Y(1)) - 1] + e[\hat{C}_2(U_Y(1)) - 1] + f[\hat{C}_2(SU_I(2)) - \frac{3}{4}]. \end{aligned} \quad (2.1.17)$$

Utilizando el hecho que la función de onda de los tres cuarks constituyentes (idénticos) en espín-sabor-espacial es completamente simétrica bajo permutaciones del grupo S_3 , la simetría de permutación de la función de onda espacial tiene que ser la misma que la simetría de la función de onda de espín-sabor. Con este argumento, la parte espacial del operador de masa \hat{M}_{space}^2 tiene que ser invariante bajo la simetría de permutación S_3 . La dependencia del espectro en los grados de libertad espaciales está dada por:

$$\hat{M}_{\text{space}}^2 = \hat{M}_{\text{vib}}^2 + \hat{M}_{\text{rot}}^2. \quad (2.1.18)$$

El operador de la parte rotacional (2.1.18) es escrito en la misma forma que en la Ref. [28]

$$\hat{M}_{\text{rot}}^2 = \alpha \sqrt{\hat{L} \cdot \hat{L} + \frac{1}{4}}, \quad (2.1.19)$$

con autovalores

$$M_{\text{rot}}^2 = \alpha \left(L + \frac{1}{2} \right). \quad (2.1.20)$$

de esta forma uno puede obtener las trayectorias lineales de Regge con una pendiente α , como se observa fenomenológicamente [39]. El espectro de la parte vibracional está dado por [28]

$$\hat{M}_{\text{vib}}^2 = M_{\text{vib}}^2 = \kappa_1 v_1 + \kappa_2 v_2 , \quad (2.1.21)$$

donde $v_1 = n_u$ y $v_2 = n_v + n_w$ son los números cuánticos vibracionales, correspondientes a la simetría vibracional a lo largo de la dirección de las “cuerdas” (modo “respiración”) y las dos vibraciones degeneradas de las “cuerdas”. Así el espectro consiste de una serie de excitaciones vibracionales caracterizadas por las etiquetas (v_1, v_2) y para las excitaciones rotacionales κ_1 y κ_2 , que son parámetros libres, ajustados para reproducir las masas experimentales. La función de onda del barión se denota por la forma estándar:

$$|^{2S+1}\text{dim}\{SU_f(3)\}_J [\text{dim}\{SU_{sf}(6)\}, L^P] \rangle , \quad (2.1.22)$$

donde S y J son el espín y momento angular total $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ del barión. Como ejemplo, en esta notación, las funciones de onda del nucleón y la resonancia $\Delta(1232)$ están dadas como:

$$|^{28}_{1/2} [56, 0_1^+] \rangle \text{ y } |^{40}_{3/2} [56, 0_1^+] \rangle , \text{ respectivamente.}$$

2.1.3. Modelo hipercentral de bariones

En el modelo colectivo hipercentral de bariones (hQM), el punto de partida es suponer que la interacción espacial de los cuarks es hipercentral, esto es que sólo depende del hiperradio: [20, 40],

$$V_{3q}(\vec{\rho}, \vec{\lambda}) = V(x) , \quad (2.1.23)$$

donde $x = \sqrt{\vec{\rho}^2 + \vec{\lambda}^2}$ es el hiperradio [41]. De esta forma, la parte espacial de la función de onda, ψ_{space} , de los tres cuarks es factorizada como:

$$\psi_{space} = \psi_{3q}(\vec{\rho}, \vec{\lambda}) = \psi_{\gamma\nu}(x) Y_{[\gamma]l_\rho l_\lambda}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) , \quad (2.1.24)$$

donde la función de onda hiperradial, $\psi_{\gamma\nu}(x)$, es etiquetada por los números cuánticos angular γ y el de nodos ν . $Y_{[\gamma]l_\rho l_\lambda}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi)$ son los armónicos hiperesféricos, con ángulos $\Omega_\rho = (\theta_\rho, \phi_\rho)$, $\Omega_\lambda = (\theta_\lambda, \phi_\lambda)$ y el hiperángulo, $\xi = \arctan \frac{\rho}{\lambda}$ [41]. La dinámica está contenida en $\psi_{\gamma\nu}(x)$, que es la solución de la ecuación hiperradial.

$$\begin{aligned} & \left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d}{dx} - \frac{\gamma(\gamma+4)}{x^2} \right] \psi_{\gamma\nu}(x) \\ & = -2m [E - V_{3q}(x)] \psi_{\gamma\nu}(x) . \end{aligned} \quad (2.1.25)$$

En el hQM, el potencial de interacción de los cuarks está formado por un término tipo Coulomb más un término lineal, como se plantea en las Refs. [20, 40]

$$V(x) = -\frac{\tau}{x} + \alpha x , \quad (2.1.26)$$

donde τ y α son parámetros libres, ajustados a la reproducción de las masas experimentales. Ec. (2.1.26) puede ser vista como la aproximación hipercentral de la interacción de cuarks tipo Cornell [42], que fue reproducida por cálculos en Lattice QCD [43].

Ahora, para reproducir los desdoblamientos de los multipletes de $SU(6)$ se debe agregar un término de rompimiento de la simetría $SU(6)$. En el caso del hQM, la violación de la simetría $SU(6)$ es debido a la interacción hiperfina [44, 45]. El Hamiltoniano completo del hQM [20, 40] es:

$$H_{\text{hQM}} = 3m + \frac{\vec{p}_\rho^2}{2m} + \frac{\vec{p}_\lambda^2}{2m} - \frac{\tau}{x} + \alpha x + H_{\text{hyp}} , \quad (2.1.27)$$

donde \vec{p}_ρ y \vec{p}_λ son los momentos conjugados de las coordenadas de Jacobi $\vec{\rho}$ and $\vec{\lambda}$. En adición a τ y α , hay dos parámetros libres más en el hQM: la masa del cuark constituyente m , y el acoplamiento de la interacción hiperfina. La forma usual es tomar m como 1/3 de la masa del nucleón. Los parámetros τ y α , son ajustados [40] para la reproducción de las resonancias bariónicas con estatus *** y **** reportadas en el PDG [46].

Extensión a los bariones con extrañeza

La extensión del formalismo del hQM a la descripción de los bariones con extrañeza se ha desarrollado en la Ref. [21], considerando un Hamiltoniano que es invariante bajo la simetría $SU(6)$, como lo es el Hamiltoniano de modelo hipercentral [40]. Esta simetría es rota agragando un término inspirado en la fórmula Gürsey-Radicati [36]. Así el Hamiltoniano es:

$$H = H_0 + H_{\text{GR}} , \quad (2.1.28)$$

donde

$$H_0 = 3m + \frac{\mathbf{p}_\lambda^2}{2m} + \frac{\mathbf{p}_\rho^2}{2m} + V(x) \quad (2.1.29)$$

con

$$V(x) = -\frac{\tau}{x} + \alpha x . \quad (2.1.30)$$

mientras que el Hamiltoniano tipo Gürsey-Radicati, H_{GR} , describe los desdoblamientos de los multipletes de bariones de $SU(6)$ [21]. H_{GR} puede ser escrito en términos de los operador de Casimir:

$$\begin{aligned} H_{\text{GR}} &= AC_2[SU_{SF}(6)] + BC_2[SU_F(3)] + CC_2[SU_S(2)] + DC_1[U_Y(1)] \\ &+ E \left(C_2[SU_I(2)] - \frac{1}{4}(C_1[U_Y(1)])^2 \right) , \end{aligned} \quad (2.1.31)$$

donde $C_2[SU_{SF}(6)]$, $C_2[SU_F(3)]$, $C_2[SU_S(2)]$ y $C_2[SU_I(2)]$ son los operadores cuadráticos de Casimir, que describen los desdoblamientos dentro de los multipletes $SU_S(2)$ (en el espacio espín), $SU_I(2)$ (en isoespín), $SU_F(3)$ (en espacio de sabor), $SU_{SF}(6)$ (en espacio espín-sabor), con $C_1[U_Y(1)]$ el operador de Casimir para el subgrupo $U(1)$ de hipercarga Y . Los coeficientes A , B , C , D y E son parámetros libres que se ajustan para reproducir las masas experimentales reportadas en la Ref. [21].

2.2. Extensión del modelo de cuarks: Unquenched Quark Model

Ha habido muchos intentos de investigar la importancia de los acoplamiento al continuo en el contexto de modelos de cuarks constituyentes. Estas aproximaciones son inspiradas en el mecanismo de creación de pares debido a las fluctuaciones del vacío de QCD, lo cual abre la posibilidad de estudiar los efectos de estos pares $q\bar{q}$ en bariones y mesones. Las componentes altas de Fock en las funciones de onda de los bariones también han sido estudiadas por muchos autores en el contexto de nubes mesónicas y modelos de cuarks quirales [47, 48].

Los primeros estudios de los efectos de los acoplamiento al continuo, debido a los pares $q\bar{q}$, en la espectroscopía de bariones fue originalmente estudiada por Törnqvist y Zenczykowski en un modelo de cuarks extendido [30]. Poco después, los efectos de “loops” (lazos) hadrónicos en mesones fueron estudiados por Geiger e Isgur en un modelo “Flux-tube Breaking”, en el cual los pares $q\bar{q}$ son creados por el operador 3P_0 , con lo que los pares están acoplados a los números cuánticos del vacío [49, 50].

Una primera aplicación de esta extensión se dio en los bariones, presentada en la Ref. [51], en donde se investigó el efecto de los “loops” de $s\bar{s}$ en el protón, tomando en cuenta la contribución de seis diagramas, ver Figura 2.3. Esto se realizó en combinación con funciones de onda de oscilador armónico para bariones y mesones, dentro de un mecanismo de creación de pares 3P_0 .

En este trabajo se utiliza la aproximación unquenched propuesta por R. Bijker y E. Santopinto en las Refs. [52, 53, 54, 55], la cual es basada en el CQM, que incluye los acoplamiento al continuo considerando la creación de pares cuark-anticuark debido a las fluctuaciones del vacío QCD, agregados como una perturbación en las funciones de onda de los bariones. El mecanismo de creación del par es insertado al nivel de cuarks y los diagramas a un “loop” son calculados mediante la suma sobre un conjunto completo de estados intermediarios barión-mesón (estados BC figura 2.4).

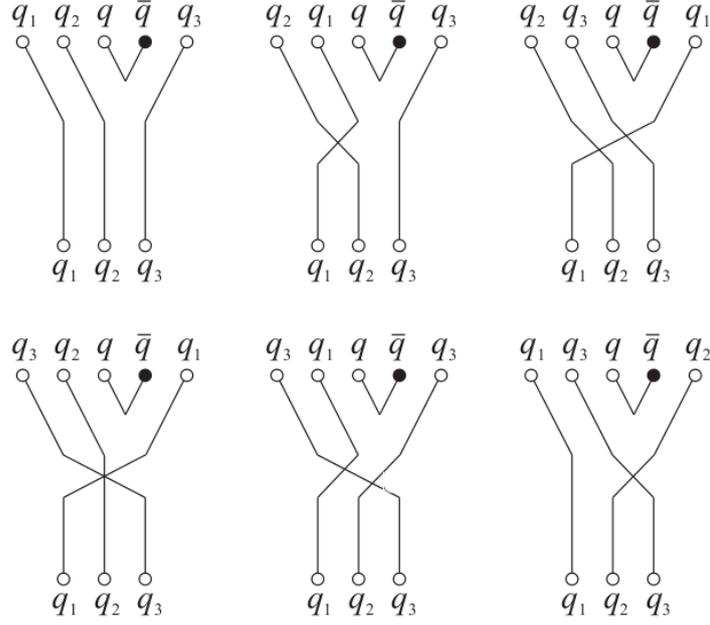


Figura 2.3: Diagramas de líneas de cuarks para $A \rightarrow BC$ con $q\bar{q} = s\bar{s}$ y $q_1q_2q_3 = uud$

Bajo estas suposiciones, la función de onda del barión consiste en una configuración de orden cero de tres cuarks constituyentes $|A\rangle$ más una suma sobre todas las posibles componentes barión-mesón, generadas por la creación de pares mediante el operador 3P_0 . Así el estado del barión puede ser escrito como:

$$|\Psi_{\text{tot}}\rangle = N \left[|A\rangle + \sum_{BCIJ} \int d\vec{K} dk k^2 \frac{|BC, l, J, \vec{K}, k\rangle \langle BC, l, J, \vec{K}, k| T^\dagger |A\rangle}{E_A - E_B - E_C} \right] \quad (2.2.1)$$

donde T^\dagger es el operador de creación de un par cuark-anticuark 3P_0 , A denota el estado del barión inicial, B y C representan los estados intermedarios de barión y mesón. E_A , E_B , E_C son sus respectivas energías. Con \vec{K} el momento del centro de masa del sistema barión-mesón BC , \vec{k} el momento relativo entre el barión B y el mesón C , l el momento angular relativo del sistema BC . J es el momento angular total $\vec{J} = \vec{J}_B + \vec{J}_C + \vec{l}$. Se debe notar que el ket $|BC, l, J, \vec{K}, k\rangle$ está en una base acoplada barión-mesón.

El operador T^\dagger crea un par cuark-anticuark en el estado 3P_0 , con números cuánticos $L = S = 1$ acoplados a $J = 0$ como el vacío [56, 57], con la siguiente estructura

$$T^\dagger = -3\gamma_0 \sum_{i,j} \int d^3p_i d^3p_j \delta(\vec{p}_i + \vec{p}_j) C_{ij} F_{ij} V(\vec{p}_i - \vec{p}_j) \times [\chi_{ij} \times \mathcal{Y}_1(\vec{p}_i - \vec{p}_j)]_0^{(0)} b_i^\dagger(\vec{p}_i) d_j^\dagger(\vec{p}_j) \quad (2.2.2)$$



Figura 2.4: Diagrama a nivel de cuarks de un loop

con

$$\mathcal{Y}_{lm}(\vec{p}) = |\vec{p}|^l Y_{lm}(\hat{p}). \quad (2.2.3)$$

En la ec. (2.2.2) $b_i^\dagger(\vec{p}_i)$ y $d_j^\dagger(\vec{p}_j)$ son los operadores de creación del cuark y anticuark con momento \vec{p}_i y \vec{p}_j , respectivamente. La función de onda del par está caracterizada por ser un singulete en el espacio de color C_{ij} , un singulete de sabor F_{ij} y un triplete de espín χ_{ij} , ya que el par tiene $S = 1$. El parámetro γ es una constante sin dimensiones que da la intensidad del acoplamiento y puede ser determinada mediante el cálculo de la asimetría en el protón, decaimientos fuertes de bariones u otras observables.

El armónico sólido $\mathcal{Y}_1(\vec{p}_i - \vec{p}_j)$ indica que el cuark y anticuark están en una onda relativa P (momento angular $l = 1$). La simetría de sabor $SU(3)$ de los cuarks de valencia de la configuración del estado del barión $|A\rangle$ es rota por el denominador de energía, pero la simetría $SU(2)$ de isoespín se sigue preservando. Cuando se trabaja en el límite de cerradura, donde el denominador de energía de la ec. (2.2.1) es una constante, la simetría de sabor de los cuarks de valencia se recupera. Sin embargo en este trabajo se usa la fórmula general que está en la ec. (2.2.1) con los valores experimentales de las masas de los bariones y mesones. El operador T^\dagger crea un par de cuark-anticuark, en principio puntual. Sin embargo, en el contexto de cuarks constituyentes, estos tienen una dimensión efectiva, de este modo en las Refs. [52, 53, 54, 55] se introduce $V(\vec{p}_i - \vec{p}_j)$, que modela el vértice de creación del par cuark-anticuark.

Así el par creado es un objeto finito con un tamaño efectivo, en lugar de ser considerado

un objeto puntual. En el espacio de momentos esta función gaussiana está dada por

$$V(\vec{p}_i - \vec{p}_j) = e^{-\alpha_d^2(\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2/8} \quad (2.2.4)$$

El tamaño efectivo ha sido inferido de los decaimientos de mesones y es del orden de $\alpha_d = (0.25 - 0.35)\text{fm}$ [50, 51]. En las referencias [52, 53, 54, 55] se usa un valor promedio de $\alpha_d = 0.3\text{fm}$ que se usa en el presente estudio.

El vértice de acoplamiento fuerte, que nos da la probabilidad de que el barión A decaiga a un barión B y a un mesón C , ($A \rightarrow BC$), es

$$\langle BC, l, J, \vec{K}, k | T^\dagger | A \rangle = M_{A \rightarrow BC} \delta(\vec{K}), \quad (2.2.5)$$

que son las funciones de peso que están dentro de la ec. (2.2.1) y se obtienen en forma explícita en la base del oscilador armónico [56]. Este formalismo es el que se usa para el cálculo de las autoenergías de los bariones, en una base esférica, y se desarrolla en el apéndice C.1 pero también se puede trabajar en una base de ondas planas y este formalismo de implementa en el apéndice C.3.

2.2.1. Elementos de matriz en el UQM

Al hacer una extensión del CQM, se mantienen las contribuciones de los cuarks de valencia, pero además el UQM incorpora los efectos de los pares cuark-anticuark, que son considerados como los cuarks de mar. Entonces los elementos de matriz de una observable \hat{O} , son expresados como

$$\mathcal{O} = \langle \hat{O} \rangle = \langle \psi'_{tot} | \hat{O} | \psi_{tot} \rangle = \mathcal{O}_{val} + \mathcal{O}_{mar}, \quad (2.2.6)$$

donde el primer término denota la contribución de los cuarks de valencia

$$\mathcal{O}_{val} = \mathcal{N}^2 \langle A' | \hat{O} | A \rangle, \quad (2.2.7)$$

y el segundo término corresponde a las contribuciones del mar de cuarks. Para este caso se considera sólo la contribución de los pares $q\bar{q}$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{mar} = \mathcal{N}^2 & \left[\sum_{BCJl} \int dk k^2 \langle A' | \hat{O} | BC l J k \rangle \frac{\langle BC l J k | T^\dagger | A \rangle}{M_A - E_B - E_C} + \right. \\ & \sum_{B'C'J'l'} \int dk k^2 \langle B' C' l' J' k' | \hat{O} | A \rangle \frac{\langle A' | T | B' C' l' J' k' \rangle}{M_A - E_{B'} - E_{C'}} + \\ & \left. \sum_{BCJlB'C'J'l'} \int dk dk' k^2 k'^2 \langle B' C' l' J' k' | \hat{O} | BC l J k \rangle \frac{\langle BC l J k | T^\dagger | A \rangle}{M_A - E_B - E_C} \frac{\langle A' | T | B' C' l' J' k' \rangle}{M_A - E_{B'} - E_{C'}} \right]. \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

El primer término de la ec. (2.2.8) da la contribución de los operadores \hat{O} que involucren aniquilación de partículas. El segundo término da la contribución de los operadores \hat{O} que tengan procesos de creación de partículas. El último término de esta ecuación describe procesos entre estados de cinco componentes (diagonal).

Para calcular los efectos de los pares cuark-anticuark en un observable, se tiene que evaluar la contribución de todos los estados intermedarios posibles, los cuales se evalúan numéricamente. Para ello también es necesario ser consistente con la regla de OZI (Okubo-Zweig-Iizuka) [57], y mantener los éxitos de los CQMs en la espectroscopía de hadrones.

Capítulo 3

Decaimientos fuertes de bariones

En este capítulo se muestra una aplicación del modelo 3P_0 a los decaimientos fuertes de bariones. Los bariones son sistemas más complejos que los mesones, y por mucho tiempo se mantiene la pregunta de si existen más resonancias de las observadas. En la actualidad el número de mesones bien establecidos experimentalmente es mucho mayor que el de resonancias bariónicas [46]. Los CQM, en general, predicen un mayor número de resonancias bariónicas de las que son observadas experimentalmente. A este problema se le conoce como el problema de las resonancias faltantes (missing resonances).

Por ello se han desarrollado alternativas para reducir el número de grados de libertad de los bariones, por ejemplo modelos de cuark-dicuark [58] para reducir la cantidad de estados. También este problema ha sido vinculado con la dificultad de identificar a los bariones que están débilmente acopladas al canal $N\pi$ [59, 60] y por esto no pueden ser vistos en experimentos de dispersión $N\pi \rightarrow N\pi$. Estos bariones pueden decaer principalmente en canales que incluyen dos piones ($N\pi\pi$) u otros canales como $N\eta$, $N\eta'$, $N\omega$ y $K^+\Lambda$, donde los mesones finales no son piones [60]. Aún cuando resultados interesantes han sido reportados por CB-ELSA [61], TAPS [62], GRAAL [63], SAPHIR [64] y CLAS [65], los cálculos teóricos de los decaimientos fuertes, electromagnéticos y débiles pueden también ser útiles para los experimentales en su búsqueda de las resonancias faltantes.

Otra cuestión abierta detrás de los acoplamientos fuertes es el origen de la regla de OZI [66], que sigue sin ser derivada de primeros principios de la QCD. Por esta razón muchos modelos fenomenológicos han sido desarrollados para llevar a cabo estos estudios, como son los modelos de creaciones de pares [42, 56, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73], los modelos de emisión de mesones elementales (EME) [11, 74, 75, 76, 77, 78] y modelos de Lagrangians efectivos Ref. [79]. En particular los modelos de decaimiento fuerte con creaciones de pares datan desde la idea de Micu [67], donde se supone que el decaimiento procede mediante

la creación de un par $q\bar{q}$ con los números cuánticos del vacío, es decir $J^{PC} = 0^{++}$. A partir de esta suposición el par cuark-anticuark se denota por el estado 3P_0 (en notación espectroscópica) y por ello el modelo se conoce en la literatura como el modelo de creación de pares 3P_0 [56, 67, 68].

Poco después de la introducción del modelo 3P_0 , Le Yaouanc *et al.* lo usaron para calcular los decaimientos fuertes de los bariones y mesones [68], evaluando las anchuras de decaimiento fuerte de los estados $\psi(3770)$, $\psi(4040)$ y $\psi(4415)$ [80]. El modelo 3P_0 ha sido extensamente aplicado a los decaimientos fuertes de bariones y mesones ligeros [81], y recientemente aplicado a los decaimientos fuertes de mesones pesados, en el sector del charmonio [33, 82, 83], en el sector del botomonio [83, 84] y en el sector abierto del charm [85, 86]. En los 90's, Capstick y Roberts calcularon los decaimientos de los bariones sin extraña a $N\pi$ y a canales con kaones [60], usando un modelo de cuarks constituyentes relativizado para bariones y mesones. Este modelo relativizado es formulado en las referencias [11, 14, 72, 87].

También ha habido intentos de mejorar las predicciones de los decaimientos fuertes usando formulaciones de CQM relativistas (rCQM) propuestos por Melde *et al.* [88, 89]. Ellos calcularon los decaimientos de bariones con extrañeza y sin extrañeza bien establecidos a bariones y mesones pseudoescalares (π , η , y K), usando el llamado modelo espectador de forma puntual (PFSM), cuyo límite no relativista es el clásico EME. Pero no calcularon los acoplamientos a los sistemas barión-mesón vectorial. Además sus resultados siguen sin proveer una explicación satisfactoria de las anchuras experimentales. En general sus predicciones están por debajo de los valores experimentales disponibles. Cabe mencionar los resultados de modelos dinámicos de canales acoplados de las reacciones $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ obtenidos en la Ref. [90], donde los autores dan un análisis ampliado de los datos experimentales de las reacciones πN , γN and $N(e, e')$, que es muy útil para la búsqueda de nuevas resonancias.

En este estudio se presenta los decaimientos fuertes de los bariones ligeros (i.e. conformados por los cuarks de valencia u, d, s) a pares barión-mesón pseudoescalar y barión-mesón vectorial (algunos de estos canales por primera vez). Las anchuras son calculadas en una versión modificada del modelo 3P_0 , que incluye un mecanismo que suprime la creación de pares extraños ($s\bar{s}$) con respecto a los no extraños ($u\bar{u}$ y $d\bar{d}$), por primera vez aplicado en el sector de bariones, inspirado en la supresión de cuarks pesados en el sector de mesones [32, 33, 83, 84, 91]. Este mecanismo rompe la simetría SU(3), y no puede ser absorbido en los parámetros del modelo o en la forma del vértice 3P_0 .

El espectro de bariones que se utiliza para este estudio es el generado por el modelo

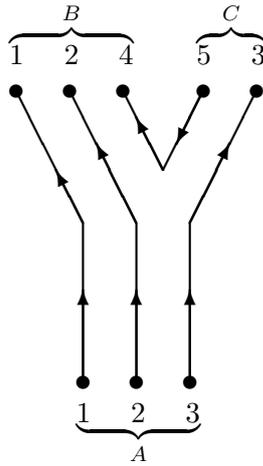


Figura 3.1: El decaimiento fuerte de bariones en el modelo de creación 3P_0 . El par $q\bar{q}$ (4,5) es creado en un singlete de color-sabor. A es el barión inicial, B y C son el barión y mesón finales respectivamente.

algebraico $U(7)$ presentado en la sección 2.1.2 y el hQM introducido en la sección 2.1.3. En Refs. [28, 78], los decaimientos fuertes de bariones fueron estudiados en el modelo $U(7)$ tipo “cuerda”, el cual es un caso especial del modelo $U(7)$. En él las excitaciones radiales son interpretadas como rotaciones y vibraciones, en combinación con el modelo de emisión de mesones elementales. En esta investigación se hace lo mismo, pero ahora usando el modelo de creación de pares cuark-anticuark 3P_0 modificado, agregando la posibilidad de tener mesones vectoriales en los estados finales.

3.1. Modelo 3P_0

El modelo de creación de pares cuark-anticuark, conocido en la literatura como 3P_0 , es un modelo efectivo para describir los decaimientos fuertes de hadrones. Este modelo se basa en la suposición de Micu [67], donde los pares cuark-anticuark es son creados de las fluctuaciones del vacío. Este modelo ha sido empleado para describir los decaimientos fuertes de mesones y bariones, por ejemplo ver Refs. [56, 68].

En este estudio, el decaimiento hadrónico es calculado en el sistema de reposo del barión inicial. El proceso es llevado mediante la creación de par cuark-anticuark adicional. Así el reagrupamiento de cuarks nos da una barión y un mesón en el estado final. El par cuark-anticuark es creado a partir de los números cuánticos del vacío, es decir $J^{PC} = 0^{++}$ (ver Fig. 3.1).

La anchura de la transición puede ser expresada como se ha hecho en otras Refs.

Cuadro 3.1: Masas efectivas de los bariones y mesones , \tilde{M} [ver Eq. (3.1.9)], tomadas de las Refs. [60, 71].

| State | \tilde{M} (GeV) |
|----------|-------------------|
| N | 1.10 |
| Δ | 1.10 |
| π | 0.72 |
| ρ | 0.72 |
| η | 0.85 |
| ω | 0.85 |

[32, 33, 67, 68, 72, 82, 84]

$$\Gamma_{A \rightarrow BC} = \Phi_{A \rightarrow BC}(k) \sum_{\ell, B, C} \left| M_{A \rightarrow BC}^{\ell}(k) \right|^2. \quad (3.1.1)$$

donde $M_{A \rightarrow BC}^{\ell}(k)$ es la amplitud 3P_0 y $\Phi_{A \rightarrow BC}(k)$ es el factor de espacio fase, que depende de las masas y energías de los bariones. En la siguiente sección se deriva esta expresión y se hace una comparación de las diferentes formas y tratamientos del factor de espacio fase.

Esta investigación se centra en el estudio de los decaimientos fuertes de bariones ligeros (que están hechos de cuarks u, d, s), usando el modelo 3P_0 .

Para calcular los decaimientos, se asumen las funciones de onda del oscilador armónico, que dependen de las frecuencias del oscilador α_b para bariones, junto con α_c para mesones. Los estados finales están caracterizados por el momento angular relativo ℓ entre los estados B y C , con momento angular total dado por la relación $\vec{J}_{bc} = \vec{J}_b + \vec{J}_c + \vec{\ell}$. Tomando en cuenta la conservación de momento angular, se tiene que $\vec{J}_{bc} = \vec{J}_a$, con \vec{J}_a el momento angular total del barión inicial.

3.1.1. La anchura y el factor de espacio fase

La anchura total de decaimiento fuerte se puede calcular mediante el tratamiento relativista como:

$$\Gamma_{A \rightarrow BC} = 2\pi \sum_{\ell, B, C} \int d\vec{K} dk k^2 \delta(E_i - E_f) \left| \langle BC k \ell J, \vec{K} | T^\dagger | A \rangle \right|^2, \quad (3.1.2)$$

donde el elemento matriz puede ser factorizado en la amplitud de transición y un factor que dependa la conservación del momento como sigue

$$\langle BCk \ell J, \vec{K} | T^\dagger | A \rangle = M_{A \rightarrow BC}^\ell(k) \delta(\vec{K}), \quad (3.1.3)$$

donde se ha elegido el sistema en referencia donde el barión inicial A está en reposo.

El término $|\langle BCk \ell J, \vec{K} | T^\dagger | A \rangle|^2$ implica una función $\delta(\vec{K})^2$, una de las deltas se trata renormalizando la función de onda plana del centro de masa en un volumen finito. La otra se utiliza para evaluar la integral en el centro de masa

$$\int d\vec{K} |\langle BCk \ell J, \vec{K} | T^\dagger | A \rangle|^2 = |M_{A \rightarrow BC}^\ell(k)|^2. \quad (3.1.4)$$

Así la anchura puede ser calculada con la siguiente expresión:

$$\Gamma_{A \rightarrow BC} = 2\pi \sum_{\ell, B, C} \int dk k^2 \delta[M_a - E_b(k) - E_c(k)] |M_{A \rightarrow BC}^\ell(k)|^2, \quad (3.1.5)$$

con la masa del barión inicial M_a medida en su sistema en reposo y las energías relativistas del barión y mesón, $E_b = \sqrt{M_b^2 + k^2}$ y $E_c = \sqrt{M_c^2 + k^2}$. La expresión final es

$$\Gamma_{A \rightarrow BC} = 2\pi k \frac{E_b(k) E_c(k)}{M_a} \sum_{\ell, B, C} |M_{A \rightarrow BC}^\ell(k)|^2, \quad (3.1.6)$$

donde se puede extraer el factor

$$\Phi_{A \rightarrow BC}(k) = 2\pi k \frac{E_b(k) E_c(k)}{M_a}. \quad (3.1.7)$$

El coeficiente $\Phi_{A \rightarrow BC}(k)$ es el factor de espacio fase relativista para el decaimiento del barión A a un barión B y mesón C .

En este estudio se consideran tres formas posibles para el cálculo de este factor. En el siguiente caso se tiene la expresión para el espacio fase no relativista, cuya expresión es la siguiente.

$$\Phi_{A \rightarrow BC}(k) = 2\pi k \frac{M_b M_c}{M_a}, \quad (3.1.8)$$

que es una función que depende del momento relativo k entre B y C , las masas del barión inicial y final, M_a y M_b , y la del mesón, M_c . Esta aproximación es valida cuando el momento relativo es muy pequeño en comparación con las masas de los estados finales.

El tercer caso es la posibilidad de usar un factor de espacio fase efectivo, que ha sido propuesto en Ref. [60, 71],

$$\Phi_{A \rightarrow BC}(k) = 2\pi k \frac{\tilde{M}_b \tilde{M}_c}{M_a}, \quad (3.1.9)$$

Donde \tilde{M}_b y \tilde{M}_c , son las masas efectivas del barión y mesón respectivamente (ver Cuadro 3.1). De acuerdo con la Ref. [71], esto es válido en el límite débil de amarre, donde ρ y π están degenerados, con $\tilde{m}_\pi = 5.1m_\pi$.

En el caso de los bariones y mesones pesados, la dinámica interna puede ser considerada no relativista, así como la interacción hiperfina es muy pequeña, debido a ello los tres tipos de espacio fase dan resultados similares. Sin embargo para el caso de bariones ligeros, hay una dependencia en este factor.

3.1.2. Operador de transición

En la sección 2.2 se introdujo el operador 3P_0 , que es parte de la formulación del UQM. Ahora dentro de este estudio se hace una investigación acerca de las diferentes formas del operador. Se debe diferenciar que la forma que se expuso en la sección 2.2 es la forma en la que se implementa en el UQM, como el mecanismo detrás de los acoplamientos de los bariones y mesones virtuales en las funciones de onda, pero para los decaimiento fuertes se debe notar que es el operador que modela la transición, donde se describe el decaimiento de barión A a un barión B y un mesón C . Como primer paso se estudia el vértice 3P_0 .

Primero introducimos de forma más general el operador de transición 3P_0 [32, 33, 84]:

$$T^\dagger = -3 \sum_{i,j} \gamma_0(i,j) \int d\vec{p}_i d\vec{p}_j \delta(\vec{p}_i + \vec{p}_j) C_{ij} F_{ij} V(\vec{p}_i - \vec{p}_j) [\chi_{ij} \times \mathcal{Y}_1(\vec{p}_i - \vec{p}_j)]_0^{(0)} b_i^\dagger(\vec{p}_i) d_j^\dagger(\vec{p}_j), \quad (3.1.10)$$

con γ_0 la constante de acoplamiento del proceso de la creación del par cuark-anticuark, pero además considera la supresión de pares extraños $s\bar{s}$ con respecto a los pares no extraños, el tratamiento de este mecanismo se describe adelante. Los operadores $b_i^\dagger(\vec{p}_i)$ y $d_j^\dagger(\vec{p}_j)$ son los operadores de creación de un cuark y un antiquark con momentos \vec{p}_i y \vec{p}_j , respectivamente, aunque la etiqueta i y j también incluye todos los números cuánticos internos del cuark y antiquark. Sin embargo, los números cuánticos del par están restringidos a ser un singlete de color C_{ij} , pero ahora en sabor F_{ij} se tiene otra estructura debido a que el mecanismo de supresión de pares rompe la simetría SU(3). El par tiene espín total $S = 1$ y la parte espacial se representa por armónico esférico sólido $\mathcal{Y}_1(\vec{p}_i - \vec{p}_j)$. Debido a la conservación de momento angular, el par está en una onda relativa P . Por último $V(\vec{p}_i - \vec{p}_j)$ modela el tipo de vértice del par que se crea y se discute a continuación.

3.1.2.1. Vértice 3P_0

Para el modelo 3P_0 no se tiene la forma del vértice del par que se crea. Debido a esto, se hizo un estudio análogo al desarrollado en la Ref. [73], para el estudio de los decaimientos de mesones. En este trabajo se estudian las diferentes formas del vértice de creación del par, con el objetivo de mejorar la descripción de los datos experimentales.

Para determinar la mejor forma del vértice de creación del par, se hizo un análisis χ^2 basado en nueve transiciones: $\Delta \rightarrow N\pi$, $N(1520) \rightarrow N\pi$, $N(1535) \rightarrow N\pi$, $N(1650) \rightarrow N\pi$, $N(1680) \rightarrow N\pi$, $N(1720) \rightarrow N\pi$, $\Delta(1905) \rightarrow N\pi$, $\Delta(1910) \rightarrow N\pi$ y $\Delta(1920) \rightarrow N\pi$. Para estas resonancias se calcularon las anchuras de decaimiento fuerte al canal $N\pi$ y se ajustaron los parámetros para la reproducción de los datos experimentales. Las formas de los vértices en el espacio de momentos que se estudiaron son:

$$\begin{aligned}
 V_1(2p) &= e^{-\alpha_d^2 p^2/2} \\
 V_2(2p) &= (1 + \gamma_1 p^2) e^{-\alpha_d^2 p^2/2} \\
 V_3(2p) &= 1 + \gamma_1 e^{-\alpha_d^2 p^2/2} \\
 V_4(2p) &= 1 + (\gamma_1 + \gamma_2 p^2) e^{-\alpha_d^2 p^2/2}
 \end{aligned} \tag{3.1.11}$$

donde por simplicidad se define $p^2 = (\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2/4$. También se han estudiado otro tipo de vértices, que contienen un parámetro extra p_0 , como por ejemplo $V \propto e^{-\alpha_d^2(p-p_0)^2}$ o $1/[(p-p_0)^2 + B]$, sin embargo ya ha sido observado en Ref. [73] que este tipo de vértices presentan una protuberancia alrededor de $p-p_0$, con lo que no se espera que tengan un comportamiento de decrecimiento. Por esa razón no se incluyen en este estudio.

Los resultados del análisis son presentados en el Cuadro 3.2, donde se puede observar que la calidad de la descripción de los valores experimentales que se tienen, son comparables para los cuatro vértices. Por esta razón, se escoge el vértice con el menor número de parámetros libres. Así se obtiene que

$$V_1(\vec{p}_i - \vec{p}_j) = e^{-\alpha_d^2(\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2/8} . \tag{3.1.12}$$

Cabe notar que este vértice se puede reducir a la identidad, $V = 1$ cuando $\alpha_d = 0$, que no ha sido considerado en el análisis por ser un caso particular del vértice que se eligió. Sin embargo, también hay una implicación física para esta elección, ya que α_d está relacionado con el tamaño efectivo del par, y en el caso $\alpha_d = 0$ se estaría creando un par puntual sin estructura en el espacio de impulsos, y en el espacio de coordenadas estaría distribuido en todo el espacio.

Cuadro 3.2: Comparación de las anchuras obtenidas con los diferentes vértices. Para ajustar los parámetros, los valores experimentales de las anchuras de los decaimientos fuertes se tomaron de la Ref. [46]. Las columnas 2 – 5 muestran las anchuras teóricas de los decaimientos fuertes, calculados con los vértices V_i de la Ec. (3.1.11) en combinación con el espacio fase efectivo de la Ec. (3.1.9).

| Decaimiento | V_1 | V_2 | V_3 | V_4 | Exp (MeV) |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-----------|
| $\Delta(1232) \rightarrow N\pi$ | 115 | 118 | 116 | 120 | 114 – 120 |
| $N(1520) \rightarrow N\pi$ | 102 | 98 | 101 | 98 | 55 – 81 |
| $N(1535) \rightarrow N\pi$ | 106 | 108 | 102 | 107 | 44 – 96 |
| $N(1650) \rightarrow N\pi$ | 71 | 72 | 68 | 72 | 60 – 162 |
| $N(1680) \rightarrow N\pi$ | 63 | 55 | 60 | 50 | 78 – 98 |
| $N(1720) \rightarrow N\pi$ | 123 | 114 | 114 | 118 | 12 – 56 |
| $\Delta(1905) \rightarrow N\pi$ | 14 | 14 | 14 | 14 | 24 – 60 |
| $\Delta(1910) \rightarrow N\pi$ | 39 | 42 | 38 | 43 | 33 – 102 |
| $\Delta(1920) \rightarrow N\pi$ | 14 | 16 | 14 | 16 | 9 – 60 |

3.1.2.2. Supresión de pares extraños

Se sabe experimentalmente que en los procesos de hadronización, la creación de pares extraños con respecto a los pares $u\bar{u}$ y $d\bar{d}$ está suprimida [6, 92]. Para considerar este hecho, en este estudio se introduce por primera vez en el sector de bariones un mecanismo de supresión de pares extraños. Este mecanismo ha sido utilizado en el sector de mesones, por ejemplo en el charmonio, donde se tiene que suprimir la creación de los cuarks pesados $c\bar{c}$ o para el bottomonio los pares $b\bar{b}$ [32, 33, 84, 91].

El mecanismo consiste en substituir el clásico coeficiente constante de acoplamiento γ_0 de la ec. (3.1.10), por un operador que cambia el acoplamiento en función del sabor del par creado

$$\gamma_0 \rightarrow \frac{m_n}{m_i} \gamma_0, \quad (3.1.13)$$

con $i = n$ (i.e. u o d) o s . Con esta sustitución para el acoplamiento γ_0 , se rompe la simetría de sabor $SU(3)_f$ y se suprime la creación de pares $s\bar{s}$.

Debido a que este efecto no puede ser absorbido en la definición de los parámetros del modelo 3P_0 , se trata este efecto en el espacio de sabor, que es donde se considera que tipo de par cuark-anticuark es creado.

Se parte del coeficiente $\mathcal{F}_{A \rightarrow BC}$, que contiene los acoplamientos en el espacio de sabor,

y se define como:

$$\mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^\rho = \langle \phi_B^\rho \phi_C | \phi_0 \phi_a^\rho \rangle . \quad (3.1.14)$$

donde ϕ_0 es la función de onda del par, que es un singlete en el espacio de sabor. Al ser operado por $\hat{\gamma}_0^{\text{eff}}$, la dependencia del sabor puede ser absorbida mediante la redefinición de ϕ_0 , con lo que se obtiene:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} [|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle] \rightarrow \frac{|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + \frac{m_n}{m_s} |s\bar{s}\rangle}{\sqrt{2 + \left(\frac{m_n}{m_s}\right)^2}} , \quad (3.1.15)$$

donde en la última línea (a causa del rompimiento de la simetría de sabor SU(3)) la función de onda ha sido renormalizada, y el factor $\frac{1}{\sqrt{3}}$ del singlete de sabor se ha remplazado por el factor $\frac{1}{\sqrt{2 + \left(\frac{m_n}{m_s}\right)^2}}$.

El formalismo del cálculo de los acoplamientos en el espacio de sabor, para esta versión modificada del modelo 3P_0 se presentan en el Apéndice D.2.

En previos trabajos como en la Ref. [56], los autores solo derivan la parte general de los acoplamientos en el espacio orbital y de espín, con coordenadas espaciales que no corresponden a las coordenadas estándar de Jacobi. Además de que excluyen el tratamiento en el espacio de sabor, sin mencionar que en su derivación no consideran la posibilidad de que el par tenga un tamaño efectivo y la supresión de los pares extraños.

Por esta razón en este estudio se derivaron las amplitudes 3P_0 , usando las coordenadas de Jacobi estándar (Ver Apéndice B), con el vértice Gaussiano que modela un tamaño efectivo del par creado junto con el mecanismo que toma en cuenta la supresión de pares extraños.

3.2. Anchuras de decaimientos fuertes

En esta sección se presentan los resultados teóricos de las anchuras de decaimiento, de bariones sin extrañeza e hiperones a estados barión-mesón pseudoescalar y barión-mesón vectorial. Los resultados se presentan en dos partes, en la primera se usa el modelo $U(7)$ (ver Sec. 3.2.1), en su límite del oscilador armónico. En la segunda parte se usa el modelo hipercentral (ver Sec. 3.2.2). Las amplitudes de decaimiento se calculan en la versión modificada del modelo 3P_0 desarrollado en la sección anterior.

Cuadro 3.3: Valores de los parámetros del modelo 3P_0 usados en el cálculo, en combinación con el factor de espacio fase relativista de la Ec. (3.1.7) (columna 2) y el factor de espacio fase efectivo de la Ec. (3.1.9) (columna 3). Los valores de los parámetros son obtenidos mediante un ajuste a nueve transiciones, que son las que se discuten en la Sec. 3.1.2.1.

| Parámetro | Rel. PSF | Eff. PSF |
|------------|------------------------|------------------------|
| γ_0 | 14.3 | 13.2 |
| α_b | 2.99 GeV ⁻¹ | 2.69 GeV ⁻¹ |
| α_c | 2.38 GeV ⁻¹ | 2.02 GeV ⁻¹ |
| α_d | 0.52 GeV ⁻¹ | 0.82 GeV ⁻¹ |
| m_n | 0.33 GeV | |
| m_s | 0.55 GeV | |

3.2.1. Anchuras de decaimiento usando el límite del oscilador armónico del modelo U(7)

Aquí se muestran los resultados obtenidos para las anchura de decaimiento fuerte, usando el límite del oscilador armónico del modelo algebraico $U(7)$ que se introdujo en Sec. 2.1.2, basado en las Refs. [15, 28]. Las anchuras de los decaimientos fuertes se calculan con el modelo 3P_0 modificado, usando la Ec. (3.1.1), considerando dos posibles factores de espacio fase, que es la forma relativista de la Ec. (3.1.7) y el factor de espacio fase efectivo de la Ec. (3.1.9). Los valores de los parámetros del Cuadro 3.3 fueron obtenidos mediante un ajuste a las anchuras de decaimiento experimentales de nueve transiciones, ver Sec. 3.1.2.1 y cuadro 3.2, última columna. Los valores de las masas constituyentes de los cuarks m_n ($n = u, d$) y m_s son usadas en el vértice modificado, donde la constante de acoplamiento de la creación del par γ_0 , ha sido sustituida por un operador [ver Ec. (3.1.13)]. α_b es el parámetro del oscilador armónico para los bariones A y B , α_c es el correspondiente para el mesón C y α_d es el parámetro del factor de forma del cuark, que nos da un tamaño efectivo del par que se crea.

Cuadro 3.4: Anchuras de decaimiento fuerte de resonancias del nucleón de tres y cuatro estrellas (en MeV), calculadas con el [modelo U\(7\)](#) que se introdujo en la Sec. 2.1.2, basado en las Refs. [15, 28], en combinación con el factor de espacio fase relativista (RPSF) de la Ec. (3.1.7) y los valores de los parámetros del modelo 3P_0 del Cuadro 3.3 (segunda columna), o con el factor de espacio fase efectivo (EPSF) de la Ec. (3.1.9) y los valores de los parámetros del modelo 3P_0 del Cuadro 3.3 (tercera columna). Los valores experimentales se tomaron de la Ref. [46]. Los canales de decaimiento que están debajo de la energía umbral son etiquetados con $-$. Los símbolos (S) y (D) son usados para los decaimientos en onda S y D respectivamente.

| Resonancia | Estatus | M [MeV] | $N\pi$ | $N\eta$ | ΣK | ΛK | $\Delta\pi$ | $N\rho$ | $N\omega$ | |
|--------------------------|---------|-----------|-----------|---------|------------|-------------|-------------|---------|-----------|------|
| $N(1440)P_{11}$ | **** | 1430-1470 | 110 – 338 | 0 – 5 | | | 22 – 101 | | | Exp. |
| ${}^28_{1/2}[56, 0_2^+]$ | | 1444 | 85 | – | – | – | 13 | – | – | RPSF |
| ${}^28_{1/2}[56, 0_2^+]$ | | 1444 | 108 | – | | | 22 | | | EPSF |
| $N(1520)D_{13}$ | **** | 1515-1530 | 102 | 0 | | | 342 | | | Exp. |
| ${}^28_{3/2}[70, 1_1^-]$ | | 1563 | 134 | 0 | – | – | 207 | – | – | RPSF |
| ${}^28_{3/2}[70, 1_1^-]$ | | 1563 | 102 | 0 | | | 342 | | | EPSF |
| $N(1535)S_{11}$ | **** | 1520-1555 | 44 – 96 | 40 – 91 | | | < 2 | | | Exp. |
| ${}^28_{1/2}[70, 1_1^-]$ | | 1563 | 63 | 75 | – | – | 16 | – | – | RPSF |
| ${}^28_{1/2}[70, 1_1^-]$ | | 1563 | 106 | 86 | | | 14 | | | EPSF |
| $N(1650)S_{11}$ | **** | 1640-1680 | 60 – 162 | 6 – 27 | | 4 – 20 | 0 – 45 | | | Exp. |
| ${}^48_{1/2}[70, 1_1^-]$ | | 1683 | 41 | 72 | – | 0 | 18 | – | – | RPSF |
| ${}^48_{1/2}[70, 1_1^-]$ | | 1683 | 71 | 83 | | | 15 | | | EPSF |
| $N(1675)D_{15}$ | **** | 1670-1685 | 46 – 74 | 0 – 2 | | < 2 | 65 – 99 | | | Exp. |
| ${}^48_{5/2}[70, 1_1^-]$ | | 1683 | 47 | 11 | – | 0 | 108 | – | – | RPSF |
| ${}^48_{5/2}[70, 1_1^-]$ | | 1683 | 29 | 7 | | | 79 | | | EPSF |

Cuadro 3.5: Continuación cuadro 3.4

| Resonancia | Estatus | M [MeV] | $N\pi$ | $N\eta$ | ΣK | ΛK | $\Delta\pi$ | $N\rho$ | $N\omega$ | |
|---------------------------|---------|-----------|---------|---------|------------|-------------|-------------------------------------|-----------|-----------|--------------|
| $N(1680)F_{15}$ | **** | 1675-1690 | 78 – 98 | 0 – 1 | | | 6 – 21 | | | Exp. |
| ${}^2_8_{5/2}[56, 2_1^+]$ | | 1737 | 121 | 1 | – | 0 | 100 | – | – | RPSF |
| ${}^2_8_{5/2}[56, 2_1^+]$ | | 1737 | 63 | 0 | | | 99 | | | EPSF |
| $N(1700)D_{13}$ | *** | 1650-1750 | 7 – 43 | 0 – 3 | | < 8 | 10 – 225 (S), < 50 (D) | | | Exp. |
| ${}^4_8_{3/2}[70, 1_1^-]$ | | 1683 | 9 | 3 | – | 0 | 561 | – | – | RPSF |
| ${}^4_8_{3/2}[70, 1_1^-]$ | | 1683 | 5 | 2 | | | 657 | | | EPSF |
| $N(1710)P_{11}$ | *** | 1680-1740 | 3 – 50 | 5 – 75 | | 3 – 63 | 8 – 100 | 3 – 63 | | Exp. |
| ${}^2_8_{1/2}[70, 0_1^+]$ | | 1683 | 5 | 9 | 0 | 3 | 56 | – | – | RPSF |
| ${}^2_8_{1/2}[70, 0_1^+]$ | | 1683 | 11 | 9 | | | 58 | | | EPSF |
| $N(1720)P_{13}$ | **** | 1650-1750 | 12 – 56 | 5 – 20 | | 2 – 60 | 90 – 360 | 105 – 340 | | Exp. |
| ${}^2_8_{3/2}[56, 2_1^+]$ | | 1737 | 111 | 7 | 0 | 14 | 36 | 5 | 0 | RPSF |
| ${}^2_8_{3/2}[56, 2_1^+]$ | | 1737 | 123 | 7 | | | 28 | | | EPSF |
| $N(1875)D_{13}$ | *** | 1820-1920 | 3 – 70 | 0 – 22 | 0 – 4 | | 48 – 192 (S) 11 – 86 (D) | 0 – 38 | 22 – 90 | Exp. Exp. |
| ${}^4_8_{3/2}[70, 2_1^-]$ | | 1975 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | RPSF |
| ${}^4_8_{3/2}[70, 2_1^-]$ | | 1975 | 0 | 0 | | | 0 | | | EPSF |
| $N(1900)P_{13}$ | *** | 1875-1935 | 20 – 37 | 24 – 44 | 6 – 26 | 0 – 37 | | | 75 – 120 | Exp. |
| ${}^2_8_{3/2}[70, 2_1^+]$ | | 1874 | 11 | 12 | 1 | 13 | 63 | 64 | 24 | RPSF |
| ${}^2_8_{3/2}[70, 2_1^+]$ | | 1874 | 17 | 11 | | | 33 | | | EPSF |

Cuadro 3.6: Ídem Cuadro 3.4, pero para las resonancias Δ . Los símbolos (S), (P), (D) y (F) son usados para describir los decaimiento en ondas S , P , D y F respectivamente.

| Resonancia | Status | M [MeV] | $N\pi$ | ΣK | $\Delta\pi$ | $\Delta\eta$ | Σ^*K | $N\rho$ | |
|----------------------------|--------|-----------|-----------|------------|--------------------------------------|--------------|-------------|----------|------|
| $\Delta(1232)P_{33}$ | **** | 1230-1234 | 114 – 120 | | | | | | Exp. |
| $^4_{10_{3/2}}[56, 0_1^+]$ | | 1246 | 71 | – | – | – | – | – | RPSF |
| $^4_{10_{3/2}}[56, 0_1^+]$ | | 1246 | 115 | | – | – | | | EPSF |
| $\Delta(1600)P_{33}$ | *** | 1550-1700 | 22 – 105 | | 88 – 294 | | | < 88 | Exp. |
| $^4_{10_{3/2}}[56, 0_2^+]$ | | 1660 | 17 | – | 65 | – | – | – | RPSF |
| $^4_{10_{3/2}}[56, 0_2^+]$ | | 1660 | 24 | | 74 | – | | | EPSF |
| $\Delta(1620)S_{31}$ | **** | 1615-1675 | 26 – 45 | | 39 – 90 | | | 9 – 38 | Exp. |
| $^2_{10_{1/2}}[70, 1_1^-]$ | | 1649 | 5 | – | 76 | – | – | – | RPSF |
| $^2_{10_{1/2}}[70, 1_1^-]$ | | 1649 | 10 | | 61 | – | | | EPSF |
| $\Delta(1700)D_{33}$ | **** | 1670-1770 | 20 – 80 | | 50 – 200 (S) 10 – 60 (D) | 6 – 28 | | 48 – 165 | Exp. |
| $^2_{10_{3/2}}[70, 1_1^-]$ | | 1649 | 46 | – | 311 | – | – | – | RPSF |
| $^2_{10_{3/2}}[70, 1_1^-]$ | | 1649 | 27 | | 343 | – | | | EPSF |
| $\Delta(1905)F_{35}$ | **** | 1855-1910 | 24 – 60 | | < 100 | | | > 162 | Exp. |
| $^4_{10_{5/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1921 | 31 | 1 | 188 | 19 | 0 | 99 | RPSF |
| $^4_{10_{5/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1921 | 14 | | 139 | 14 | | | EPSF |
| $\Delta(1910)P_{31}$ | **** | 1860-1910 | 33 – 102 | 9 – 48 | 70 – 299 | | | | Exp. |
| $^4_{10_{1/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1921 | 26 | 38 | 32 | 4 | – | 64 | RPSF |
| $^4_{10_{1/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1921 | 39 | | 27 | 3 | | | EPSF |
| $\Delta(1920)P_{33}$ | *** | 1900-1970 | 9 – 60 | 3 – 7 | 18 – 102 (P) 45 – 195 (F) | 13 – 69 | | 0 | Exp. |
| $^4_{10_{3/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1921 | 7 | 23 | 132 | 22 | 5 | 105 | RPSF |
| $^4_{10_{3/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1921 | 14 | | 96 | 15 | | | EPSF |
| $\Delta(1930)D_{35}$ | *** | 1920-1970 | 11 – 75 | | | | | | Exp. |
| $^2_{10_{5/2}}[70, 2_1^-]$ | | 1946 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | RPSF |
| $^2_{10_{5/2}}[70, 2_1^-]$ | | 1946 | 0 | | 0 | 0 | | | EPSF |
| $\Delta(1950)F_{37}$ | **** | 1940-1960 | 82 – 151 | 1 – 2 | 47 – 101 | | | < 34 | Exp. |
| $^4_{10_{7/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1921 | 172 | 5 | 92 | 1 | 0 | 22 | RPSF |
| $^4_{10_{7/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1921 | 72 | | 40 | 1 | | | EPSF |

Cuadro 3.7: Idem Cuadro 3.4, pero para las resonancias Σ and Σ^* .

| Resonancia | Estatus | M [MeV] | $N\bar{K}$ | $\Sigma\pi$ | $\Lambda\pi$ | $\Sigma\eta$ | ΞK | $\Delta\bar{K}$ | $\Sigma^*\pi$ | $N\bar{K}^*$ | $\Sigma\rho$ | $\Lambda\rho$ | $\Sigma\omega$ | |
|------------------------------|---------|-----------|------------|-------------|--------------|--------------|---------|-----------------|---------------|--------------|--------------|---------------|----------------|------|
| $\Sigma(1660)P_{11}$ | *** | 1630-1690 | 4 – 60 | visto | visto | | | | | | | | | Exp. |
| ${}^2_8_{1/2}[56, 0_2^+]$ | | 1604 | 3 | 38 | 14 | – | – | – | 7 | – | – | – | – | RPSF |
| $\Sigma(1670)D_{13}$ | **** | 1665-1685 | 3 – 10 | 12 – 48 | 2 – 12 | | | | | | | | | Exp. |
| ${}^4_8_{3/2}[70, 1_1^-]$ | | 1711 | 5 | 78 | 8 | – | – | – | 36 | – | – | – | – | RPSF |
| $\Sigma(1750)S_{11}$ | *** | 1730-1800 | 6 – 64 | < 13 | visto | 9 – 88 | | | | | | | | Exp. |
| ${}^4_8_{1/2}[70, 1_1^-]$ | | 1711 | 3 | 109 | 3 | 28 | – | – | 9 | – | – | – | – | RPSF |
| $\Sigma(1775)D_{15}$ | **** | 1770-1780 | 39 – 58 | 2 – 7 | 15 – 27 | | | | 8 – 16 | | | | | Exp. |
| ${}^4_8_{5/2}[70, 1_1^-]$ | | 1822 | 101 | 17 | 38 | 0 | – | 4 | 11 | – | – | – | – | RPSF |
| $\Sigma(1915)F_{15}$ | **** | 1900-1935 | 4 – 24 | visto | visto | | | | < 8 | | | | | Exp. |
| ${}^2_8_{5/2}[56, 2_1^+]$ | | 1872 | 6 | 58 | 33 | 2 | 1 | 96 | 23 | 6 | – | 2 | – | RPSF |
| $\Sigma(1940)D_{13}$ | *** | 1900-1950 | < 60 | visto | visto | | | visto | visto | visto | | | | Exp. |
| ${}^2_8_{3/2}[56, 1_1^-]$ | | 1974 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | 0 | – | RPSF |
| $\Sigma^*(1385)P_{13}$ | **** | 1383-1385 | | 30 – 32 | 4 – 5 | | | | | | | | | Exp. |
| ${}^4_{10}_{3/2}[56, 0_1^+]$ | | 1382 | – | 3 | 27 | – | – | – | – | – | – | – | – | RPSF |
| $\Sigma^*(2030)F_{17}$ | **** | 2025-2040 | 26 – 46 | 8 – 20 | 26 – 46 | | < 4 | 15 – 40 | 8 – 30 | | | | | Exp. |
| ${}^4_{10}_{7/2}[56, 2_1^+]$ | | 2012 | 54 | 37 | 75 | 271 | 1 | 30 | 37 | 7 | 0 | 4 | 0 | RPSF |

Para el caso del espacio fase relativista (RPSF), las anchuras de las resonancias bien identificadas reportadas en el PDG [46] se calculan con los parámetros de la segunda columna del Cuadro 3.3 y los resultados teóricos se reportan en los Cuadros 3.4–3.9. Los resultados para las resonancias faltantes predichas por el modelo $U(7)$ se reportan en el Apéndice E.

En el caso del espacio fase efectivo (EPSF), las anchuras se calculan con los parámetros de la tercera columna del Cuadro 3.3, aplicado a las resonancias de nucleón y delta. Los valores teóricos se presentan en los Cuadros 3.4–3.6.

3.2.2. Anchuras de decaimiento calculadas con el modelo hipercentral

Ahora se presentan las anchuras teóricas de decaimiento fuerte de bariones no extraños bien establecidos (3 y 4 estrellas en el PDG [46]). Se consideran los canales finales de bariones ligeros con mesones pseudoescalares y vectoriales, usando el formalismo del modelo modificado 3P_0 . Para el cálculo se usa el espectro predicho por el modelo hipercentral que se introdujo en la Sec. 2.1.3 basado en las Refs. [40, 20, 21]. Los resultados de las anchuras teóricas de decaimiento para los bariones no extraños bien establecidos se presentan en los Cuadros 3.11-3.13.

Las anchuras de decaimiento se calculan con nuevos parámetros del modelo 3P_0 presentados en el Cuadro 3.10, los cuales fueron obtenidos al hacer un ajuste de nueve transiciones: $\Delta \rightarrow N\pi$, $N(1520) \rightarrow N\pi$, $N(1535) \rightarrow N\pi$, $N(1650) \rightarrow N\pi$, $N(1680) \rightarrow N\pi$, $N(1720) \rightarrow N\pi$, $\Delta(1905) \rightarrow N\pi$, $\Delta(1910) \rightarrow N\pi$ y $\Delta(1920) \rightarrow N\pi$. Para este caso sólo se utiliza el factor de espacio fase relativista Ec. (3.1.7).

Cuadro 3.9: Ídem Cuadro 3.4, pero para las resonancias Ξ and Ξ^* .

| Resonancia | Estatus | M [MeV] | $\Sigma\bar{K}$ | $\Lambda\bar{K}$ | $\Xi\pi$ | $\Xi^*\pi$ | |
|-------------------------------|---------|-----------|-----------------|------------------|----------|------------|------|
| $\Xi(1690)S_{11}$ | *** | 1680-1700 | | | | | Exp. |
| ${}^2\delta_{1/2}[70, 1_1^-]$ | | 1828 | 58 | 85 | 14 | 0 | RPSF |
| $\Xi(1820)D_{13}$ | *** | 1818-1828 | 2 – 18 | 3 – 12 | 0 – 8 | 2 – 18 | Exp. |
| ${}^2\delta_{3/2}[70, 1_1^-]$ | | 1828 | 38 | 26 | 6 | 55 | RPSF |
| $\Xi^*(1530)P_{13}$ | **** | 1531-1532 | | | 9 – 10 | | Exp. |
| ${}^4\delta_{3/2}[56, 0_1^+]$ | | 1524 | – | – | 11 | – | RPSF |

Cuadro 3.10: Parámetros usados en el cálculo en combinación con el espacio fase relativista de la Ec. (3.1.7). Los valores son obtenidos mediante un ajuste a nueve transiciones $\Delta \rightarrow N\pi$, $N(1520) \rightarrow N\pi$, $N(1535) \rightarrow N\pi$, $N(1650) \rightarrow N\pi$, $N(1680) \rightarrow N\pi$, $N(1720) \rightarrow N\pi$, $\Delta(1905) \rightarrow N\pi$, $\Delta(1910) \rightarrow N\pi$ y $\Delta(1920) \rightarrow N\pi$. Los números cuánticos de los estados son ahora obtenidos del modelo hipercéntrico de bariones, ver cuadro 3.11.

| Parámetro | Valor |
|------------|--------|
| γ_0 | 13.319 |
| α_b | 2.758 |
| α_c | 2.454 |
| α_d | 0 |
| m_n | 0.33 |
| m_s | 0.55 |

Cuadro 3.11: Anchuras de decaimiento fuerte para resonancias de nucleón con estatus de tres y cuatro estrellas en el PDG [46], calculadas con el **modelo hipercentral** de la Sec. 2.1.3, basado en las Refs. [40, 20]. Para este caso se utiliza sólo el espacio fase relativista (RPSF) de la Ec. (3.1.7). Los parámetros del modelo 3P_0 están el Cuadro 3.10. Los valores experimentales se tomaron de la Ref. [46]. Los canales de decaimiento que están etiquetados por $-$, están debajo de la energía umbral. Los símbolos (S) y (D) indican que los estados finales están en una onda S y D respectivamente.

| Resonancia | Estatus | M [MeV] | $N\pi$ | $N\eta$ | ΣK | ΛK | $\Delta\pi$ | $N\rho$ | $N\omega$ | |
|---------------------------|---------|-----------|-----------|---------|------------|-------------|-------------|---------|-----------|------|
| $N(1440)P_{11}$ | **** | 1430-1470 | 110 – 338 | 0 – 5 | | | 22 – 101 | | | Exp. |
| ${}^2_8_{1/2}[56, 0_2^+]$ | | 1550 | 105 | – | – | – | 12 | – | – | RPSF |
| $N(1520)D_{13}$ | **** | 1515-1530 | 102 | 0 | | | 342 | | | Exp. |
| ${}^2_8_{3/2}[70, 1_1^-]$ | | 1525 | 111 | 0 | – | – | 206 | – | – | RPSF |
| $N(1535)S_{11}$ | **** | 1520-1555 | 44 – 96 | 40 – 91 | | | < 2 | | | Exp. |
| ${}^2_8_{1/2}[70, 1_1^-]$ | | 1525 | 84 | 50 | – | – | 6 | – | – | RPSF |
| $N(1650)S_{11}$ | **** | 1640-1680 | 60 – 162 | 6 – 27 | | 4 – 20 | 0 – 45 | | | Exp. |
| ${}^2_8_{1/2}[70, 1_2^-]$ | | 1574 | 51 | 29 | – | 0 | 4 | – | – | RPSF |
| $N(1675)D_{15}$ | **** | 1670-1685 | 46 – 74 | 0 – 2 | | < 2 | 65 – 99 | | | Exp. |
| ${}^4_8_{5/2}[70, 1_1^-]$ | | 1579 | 41 | 9 | – | – | 85 | – | – | RPSF |
| $N(1680)F_{15}$ | **** | 1675-1690 | 78 – 98 | 0 – 1 | | | 6 – 21 | | | Exp. |
| ${}^2_8_{5/2}[56, 2_1^+]$ | | 1798 | 91 | 0 | 0 | 0 | 92 | – | – | RPSF |

Cuadro 3.12: Continuación Cuadro 3.11

| Resonancia | Estatus | M [MeV] | $N\pi$ | $N\eta$ | ΣK | ΛK | $\Delta\pi$ | $N\rho$ | $N\omega$ | |
|---------------------------|---------|-----------|---------|---------|------------|-------------|-------------------------------------|-----------|-----------|--------------|
| $N(1700)D_{13}$ | *** | 1650-1750 | 7 – 43 | 0 – 3 | | < 8 | 10 – 225 (S) < 50 (D) | | | Exp. |
| ${}^2_8_{3/2}[70, 1_2^-]$ | | 1606 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | RPSF |
| $N(1710)P_{11}$ | *** | 1680-1740 | 3 – 50 | 5 – 75 | | 3 – 63 | 8 – 100 | 3 – 63 | | Exp. |
| ${}^2_8_{1/2}[70, 0_1^+]$ | | 1808 | 18 | 12 | 0 | 14.1 | 70 | – | – | RPSF |
| $N(1720)P_{13}$ | **** | 1650-1750 | 12 – 56 | 5 – 20 | | 2 – 60 | 90 – 360 | 105 – 340 | | Exp. |
| ${}^2_8_{3/2}[56, 2_1^+]$ | | 1797 | 141 | 8 | 0 | 12 | 30 | 77 | 5 | RPSF |
| $N(1875)D_{13}$ | *** | 1820-1920 | 3 – 70 | 0 – 22 | 0 – 4 | | 48 – 192 (S) 11 – 86 (D) | 0 – 38 | 22 – 90 | Exp. Exp. |
| ${}^4_8_{3/2}[70, 1_1^-]$ | | 1899 | 14 | 8 | 2 | 0 | 560 | 80 | 82 | RPSF |
| $N(1900)P_{13}$ | *** | 1875-1935 | 20 – 37 | 24 – 44 | 6 – 26 | 0 – 37 | | | 75 – 120 | Exp. |
| ${}^2_8_{3/2}[70, 2_1^+]$ | | 1853 | 15 | 12 | 1 | 13 | 70 | 53 | 23 | RPSF |

3.3. Discusión

En este capítulo se estudiaron los decaimientos fuertes de los bariones ligeros mediante un modelo modificado 3P_0 a dos diferentes modelos de bariones, que son el modelo colectivo U(7) y el modelo hipercentral. En el modelo modificado se introduce un mecanismo que suprime la creación de los pares $s\bar{s}$ con respecto a los no extraños $u\bar{u}$ y $d\bar{d}$. También se estudiaron las posibles formas del vértice de creación del par que se crea en el modelo de decaimiento.

En el caso del modelo U(7), el espectro de masas que se utiliza es en el límite del oscilador armónico. En este caso se estudian las resonancias ligeras hasta 2 GeV. Para el caso de las resonancias bien establecidas en el PDG, los valores teóricos calculados son presentados en los Cuadros 3.4–3.9. Para el caso de las resonancias de nucleón y Δ también se investigó el efecto de reemplazar el espacio fase relativista por uno efectivo que ha sido utilizado en las Refs. [60, 71], pero debido a que no se tienen masas efectivas para el sector de bariones extraños no se pudo utilizar para el resto de las resonancias. Los resultados para las resonancias faltantes son presentados en el apéndice E.

Para el modelo hipercentral, se presentan los resultados de las resonancias bien establecidas de nucleón y Δ . En este caso solo se utiliza el espacio fase relativista los resultados son presentados en los cuadros 3.11–3.13.

Si bien muchos de los resultados son muy parecidos (ver Secciones 3.2.1 y 3.2.2), debido a que se utiliza el mismo modelo de decaimiento, existen diferencias entre ambos casos. Una diferencia notable es que cada modelo de bariones tiene un diferente conjunto de parámetros del modelo 3P_0 (ver Cuadros 3.3 y 3.10).

En el caso del modelo U(7), Sec. 3.2.1, para las resonancias con un estatus de *** y ***, los números cuánticos de los estados difieren de las asignaciones del modelo hipercentral de la Sec. 3.2.2, que no siempre coinciden entre ambos modelos, que se basan en diferentes aproximaciones. Ejemplos de esta situación son las las resonancias $N(1650)S_{11}$, $N(1700)D_{13}$ y $N(1875)D_{13}$, donde los valores de las anchuras son completamente diferentes, debido a los números cuánticos asignados en los diferentes modelos (ver cuadros 3.4, 3.5, 3.11 y 3.12).

Otra diferencia entre los modelos U(7) e hipercentral es la predicción de diferentes estados faltantes debajo de la energía de 2.1 GeV, ver Apéndices E y F. Las masas, los números cuánticos, además del número de estados que se predicen sin ser observados son relevantes para los trabajos experimentales en busca de nuevas resonancias bariónicas.

Cuadro 3.13: Ídem Cuadro 3.4, pero para las resonancias Δ . Los símbolos (S), (P), (D) y (F) indican que los estados finales están en una onda S , P , D y F respectivamente.

| Resonancia | Status | M [MeV] | $N\pi$ | ΣK | $\Delta\pi$ | $\Delta\eta$ | Σ^*K | $N\rho$ | |
|------------------------------|--------|-----------|-----------|------------|--------------------------------------|--------------|-------------|----------|------|
| $\Delta(1232)P_{33}$ | **** | 1230-1234 | 114 – 120 | | | | | | Exp. |
| ${}^4_{10_{3/2}}[56, 0_1^+]$ | | 1240 | 63 | – | – | – | – | – | RPSF |
| $\Delta(1600)P_{33}$ | *** | 1550-1700 | 22 – 105 | | 88 – 294 | | | < 88 | Exp. |
| ${}^4_{10_{3/2}}[56, 0_2^+]$ | | 1727 | 31 | – | 69 | – | – | – | RPSF |
| $\Delta(1620)S_{31}$ | **** | 1615-1675 | 26 – 45 | | 39 – 90 | | | 9 – 38 | Exp. |
| ${}^2_{10_{1/2}}[70, 1_1^-]$ | | 1584 | 9 | – | 59 | – | – | – | RPSF |
| $\Delta(1700)D_{33}$ | **** | 1670-1770 | 20 – 80 | | 50 – 200 (S) 10 – 60 (D) | 6 – 28 | | 48 – 165 | Exp. |
| ${}^2_{10_{3/2}}[70, 1_1^-]$ | | 1584 | 40 | – | 333 | – | – | – | RPSF |
| $\Delta(1905)F_{35}$ | **** | 1855-1910 | 24 – 60 | | < 100 | | | > 162 | Exp. |
| ${}^4_{10_{5/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1844 | 26 | 0 | 182 | 15 | – | 88 | RPSF |
| $\Delta(1910)P_{31}$ | **** | 1860-1910 | 33 – 102 | 9 – 48 | 70 – 299 | | | | Exp. |
| ${}^4_{10_{1/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1871 | 49 | 38 | 34 | 4 | – | 60 | RPSF |
| $\Delta(1920)P_{33}$ | *** | 1900-1970 | 9 – 60 | 3 – 7 | 18 – 102 (P) 45 – 195 (F) | 13 – 69 | | 0 | Exp. |
| ${}^4_{10_{3/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1856 | 17 | 22 | 137 | 20 | – | 102 | RPSF |
| $\Delta(1950)F_{37}$ | **** | 1940-1960 | 82 – 151 | 1 – 2 | 47 – 101 | | | < 34 | Exp. |
| ${}^4_{10_{7/2}}[56, 2_1^+]$ | | 1851 | 146 | 3 | 70 | 1 | – | 16 | RPSF |

Cuadro 3.14: Comparación de los decaimientos fuertes con y sin el mecanismo de supresión de pares extraños.

| Decaimiento | Modelo | Sin supresión | Con supresión | Exp |
|-------------------------------------|--------|---------------|---------------|-------|
| $N(1710) \rightarrow \Lambda K$ | U(7) | 8 | 3 | 3-63 |
| | hQM | 39 | 14 | 3-63 |
| $N(1720) \rightarrow \Lambda K$ | U(7) | 39 | 14 | 2-60 |
| | hQM | 33 | 12 | 2-60 |
| $N(1900) \rightarrow \Lambda K$ | U(7) | 36 | 13 | 0-37 |
| | hQM | 36 | 13 | 0-37 |
| $N(1900) \rightarrow \Sigma K$ | U(7) | 3 | 1 | 6-26 |
| | hQM | 3 | 1 | 6-26 |
| $\Delta(1910) \rightarrow \Sigma K$ | U(7) | 105 | 38 | 9-48 |
| | hQM | 105 | 38 | 9-48 |
| $\Delta(1920) \rightarrow \Sigma K$ | U(7) | 64 | 23 | 3-7 |
| | hQM | 61 | 22 | 3-7 |
| $\Delta(1950) \rightarrow \Sigma K$ | U(7) | 14 | 4 | 1-2 |
| | hQM | 8 | 3 | 1-2 |
| $\Sigma^*(2030) \rightarrow \Xi K$ | U(7) | 208 | 75 | 26-46 |

3.3.1. El efecto de la supresión de pares.

Ahora se discute el efecto del mecanismo de la supresión de pares en los decaimientos fuertes. Para ello se muestran los resultados cuando el mecanismo es tomado en cuenta, en comparación con el modelo 3P_0 convencional (ver Cuadro 3.14). En este cuadro se presentan decaimientos fuertes donde la creación de un par $s\bar{s}$ es creado (que es el caso donde el mecanismo de la supresión es máximo), para estos casos hay una reducción por un factor $9/25$ para la anchura final.

Del Cuadro 3.14 se puede observar que para las resonancias del nucleón las predicciones de las anchuras con o sin el mecanismo de supresión de pares están dentro de los límites de los valores experimentales; así que la falta de precisión en los datos no permiten dar una conclusión definitiva si el mecanismo da una corrección benéfica. Por otro lado, para el caso de las resonancias Delta, se observa que la corrección va en sentido correcto, pero la corrección no es suficiente para entrar en los límites de error de las medidas experimentales. Esto mismo pasa para el caso de las resonancias Sigma (donde además se carece de datos experimentales), la corrección va en sentido correcto. También hay correcciones para el caso de los decaimientos que impliquen mesones η , ω o ϕ en los estados finales, pero para este caso las correcciones son pequeñas y en la actualidad se carece de información experimental.

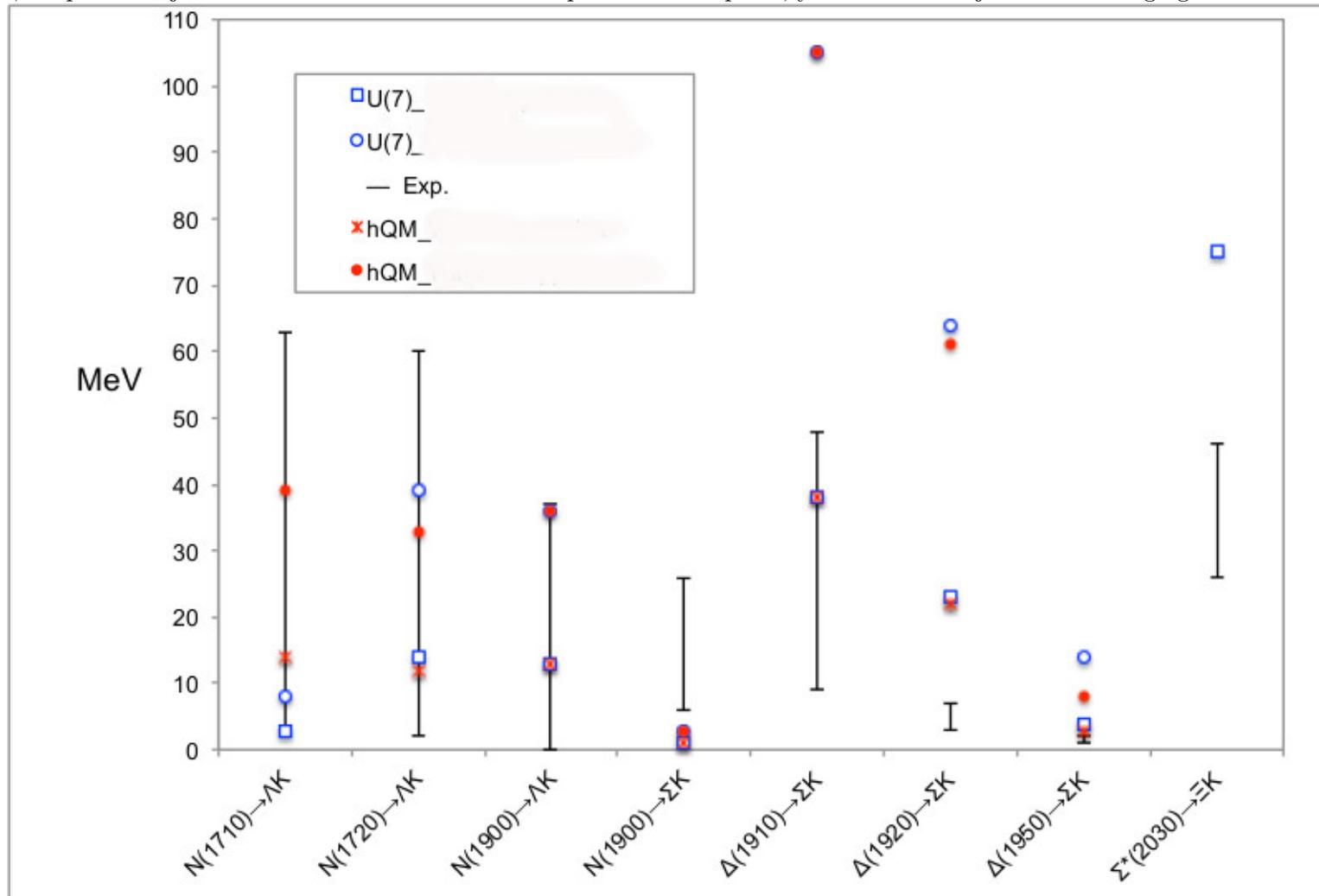
Ahora cabe la pregunta: ¿Por qué las correcciones son pequeñas, o no suficientes para obtener los valores experimentales? Una posible respuesta es que los modelos que se están utilizando en este estudio, están en el contexto del CQM, donde se usan masas efectivas de los cuarks ($u, d = 300$ MeV y $s = 500$ MeV). Como resultado las masas no son muy diferentes entre ellas, así que el operador de supresión (el cual depende de las masas efectivas) que se introdujo nos da una supresión pequeña. Si se tomaran las masas de los cuarks fundamentales, hay más de un orden de magnitud de diferencia. Así pues, se tiene una situación muy diferente a la que se da en el sector de los mesones pesados, donde se suprimen la creaciones de los cuarks c y b , cuyas masas son muy grandes en comparación con los cuarks ligeros, incluso con masas efectivas, los cuarks ligeros están muy por debajo de las masas físicas de los cuarks pesados. Esto da como resultado un efecto muy evidente.

Así que teniendo mejores datos experimentales de resonancias que decaen mediante la creación de pares $s\bar{s}$, se podría extraer la mejor relación entre las masas efectivas de los cuarks m_n/m_s , para optimizar estos resultados. Pero por falta de datos ahora sólo se consideran las masas del CQM.

Aunque también hay otras posibilidades de estudiar el mecanismo de la supresión de los pares extraños, como se mostrará en el siguiente capítulo. En él se mostrará que

la supresión de la creación de pares $s\bar{s}$ es un consecuencia dinámica (en el contexto del UQM), y no se introduce un mecanismo empírico que reproduzca el efecto. Se muestra que el efecto de supresión de pares $s\bar{s}$ se ve gobernado por los efectos de los cuarks del mar, en la electro-producción resonancias.

Figura 3.2: Comparación de los datos experimentales con las predicciones. Para el caso del modelo U(7), los cuadros azules representan los resultados con el mecanismo de supresión de pares, mientras que los círculos son las predicciones sin la supresión. En caso de hQM, los puntos rojos son cuando no se considera la supresión de los pares, y las estrellas rojas cuando se agrega.



Capítulo 4

Electro-producción de resonancias

En la física de partículas, el verdadero mecanismo de hadronización es aún desconocido. Para poder determinar la estructura de los eventos a bajas y altas energías, es necesario contar con un modelo de hadronización que provenga de primeros principios, es decir que sea derivado dentro de la QCD. En los experimentos a altas energías, la producción de hadrones es descrita de forma cualitativa por el modelo "Lund" (LM) [93]. El LM se basa en la fragmentación de una "cuerda", en la cual la producción de hadrones puede ser descrita como series de pares $q\bar{q}$ que se generan al romper la tensión de la cuerda, que son seguidos mediante el reagrupamiento de los cuarks y anticuarks en singletes de color para así formar hadrones.

En la actualidad no se tiene la teoría fundamental que describa la hadronización. Incluso en el mecanismo más simple, como es la electro-producción de mesones en reacciones exclusivas (donde se supone que no hay cadenas de decaimiento), se desconoce el mecanismo fundamental. Además, no se sabe la importancia de los cuarks del mar que se ven involucrados en estos mecanismos.

Nuevas generaciones de estudios experimentales han surgido en el campo de la electro-producción de resonancias en reacciones exclusivas. En JLab, la colaboración CLAS [6], ha tratado de extraer la producción de pares $q\bar{q}$ en reacciones exclusivas de dos cuerpos (un sistema barión-mesón). Este tipo de estudios van enfocados a entender el proceso de cómo los cuarks se reagrupan para formar un hadron que es observable, un problema que por ahora no está resuelto y tiene mucho interés entre la comunidad científica.

En esta investigación, nos hemos enfocado en estudiar el papel de los cuarks del mar en la electro-producción de hadrones. Desde la evidencia de la asimetría en el mar de cuarks del protón, que fue encontrada por NMC en CERN [22], muchos estudios se han llevado a cabo para explicar la importancia de los cuarks del mar en el nucleón y su papel en las

observables.

El proceso a estudiar es la electro-producción de un barión y un mesón en reacciones exclusivas. El blanco considerado es el nucleón (en el caso del protón se tiene datos experimentales). En esta investigación no se consideraron cadenas de decaimiento.

Hemos calculado las razones de producción de los sistemas barión-mesón a partir de los cuarks del mar que están presentes en el nucleón usando el Unquenched Quark Model (UQM) para bariones [52, 53, 54, 55]. También presentamos una relación de los cuarks del mar con la creación de $q\bar{q}$ en la electro-producción, que fue recientemente medida experiementalmente [6].

4.1. La función de onda

Para esta investigación la función de onda del nucleón sólo considera las componentes que generan los lazos de los mesones pseudoescalares, que son los lazos más importantes a bajas energías. Sin olvidar que en el caso de la electro-producción de resonancias, las componentes que contribuyen al proceso son observables, así no se tienen problemas al considerar esta aproximación.

Dentro de la misma, la función del protón (para el caso del neutrón se puede obtener mediante los operadores escalera de isoespín aplicados en la función de onda del protón) puede escribirse:

$$\begin{aligned}
|p_{tot}\rangle = & N_p \left[|p\rangle + \int k^2 dk a_1 \left(\sqrt{\frac{1}{3}} |p\pi^0, k\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |n\pi^+\rangle \right) + \int k^2 dk (a_2 |p\eta, k\rangle) \right. \\
& + \int k^2 dk a_3 \left(\sqrt{\frac{1}{3}} |\Sigma^{*0}K^+, k\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |\Sigma^{*+}K^0, k\rangle \right) + \int k^2 dk (a_4 |\Lambda^0K^+, k\rangle) \\
& + \int k^2 dk a_5 \left(\sqrt{\frac{1}{3}} |\Sigma^0K^+, k\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |\Sigma^+K^0, k\rangle \right) + \int k^2 dk (a_6 |p\eta', k\rangle) \\
& \left. + \int k^2 dk a_7 \left(\sqrt{\frac{1}{2}} |\Delta^{++}\pi^-, k\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |\Delta^+\pi^0, k\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} |\Delta^0\pi^+, k\rangle \right) \right].
\end{aligned} \tag{4.1.1}$$

donde los coeficientes a_i son funciones que dependen el momento k y se definen como:

$$a_i(k) = \frac{6 \gamma \mathcal{D}_{B_i C_i} \epsilon(k)}{M_A - \sqrt{M_{B_i}^2 + k^2} - \sqrt{M_{C_i}^2 + k^2}}, \tag{4.1.2}$$

los coeficientes $\mathcal{C}_{B_i C_i}$ son el traslape 3P_0 en el espacio color-espín-sabor:

$$\mathcal{D}_{B_i C_i} = \langle B_i C_i | T^\dagger | N \rangle_{CSF}. \tag{4.1.3}$$

| Channel | $\mathcal{D}_{B_i C_i}$ |
|-------------|---|
| BC | |
| $N\pi$ | $\frac{-5}{54\sqrt{2}}$ |
| $\Delta\pi$ | $\frac{-2}{27}$ |
| Σ^*K | $\frac{1}{27}$ |
| ΣK | $\frac{-1}{54\sqrt{2}}$ |
| ΛK | $\frac{1}{18\sqrt{2}}$ |
| $N\eta$ | $\frac{\sqrt{2}\sin\theta - \cos\theta}{54\sqrt{2}}$ |
| $N\eta'$ | $\frac{-\sin\theta - \sqrt{2}\cos\theta}{54\sqrt{2}}$ |

Cuadro 4.1: Los coeficientes de Color-espín-sabor $\mathcal{D}_{B_i C_i}$ para los canales virtuales Barión-Mesón $B_i C_i$ en el protón.

Los valores numéricos son presentados en el Cuadro 4.1 con

$$\begin{aligned} \epsilon(k) &= -\frac{1}{2} \left(\frac{9\alpha_b^4 \alpha_c^2}{\pi} \right)^{3/4} \frac{4\alpha_b^2 + \alpha_c^2}{(3\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + \alpha_d^2)^{5/2}} k e^{-F^2 k^2}, \\ F^2 &= \frac{\alpha_b^2(12\alpha_b^2 + 5\alpha_c^2) + \alpha_d^2(20\alpha_b^2 + 3\alpha_c^2)}{24(3\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + \alpha_d^2)}, \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

donde los parámetros α_b , α_c son las tamaños de los osciladores de los bariones y mesones respectivamente, en el modelo del oscilador armónico de bariones y mesones. Los valores de estos parámetros se toman de la literatura [53].

Los canales de isospín se descomponen en los canales de carga mediante los coeficientes Clebsch-Gordan de $SU(2)$

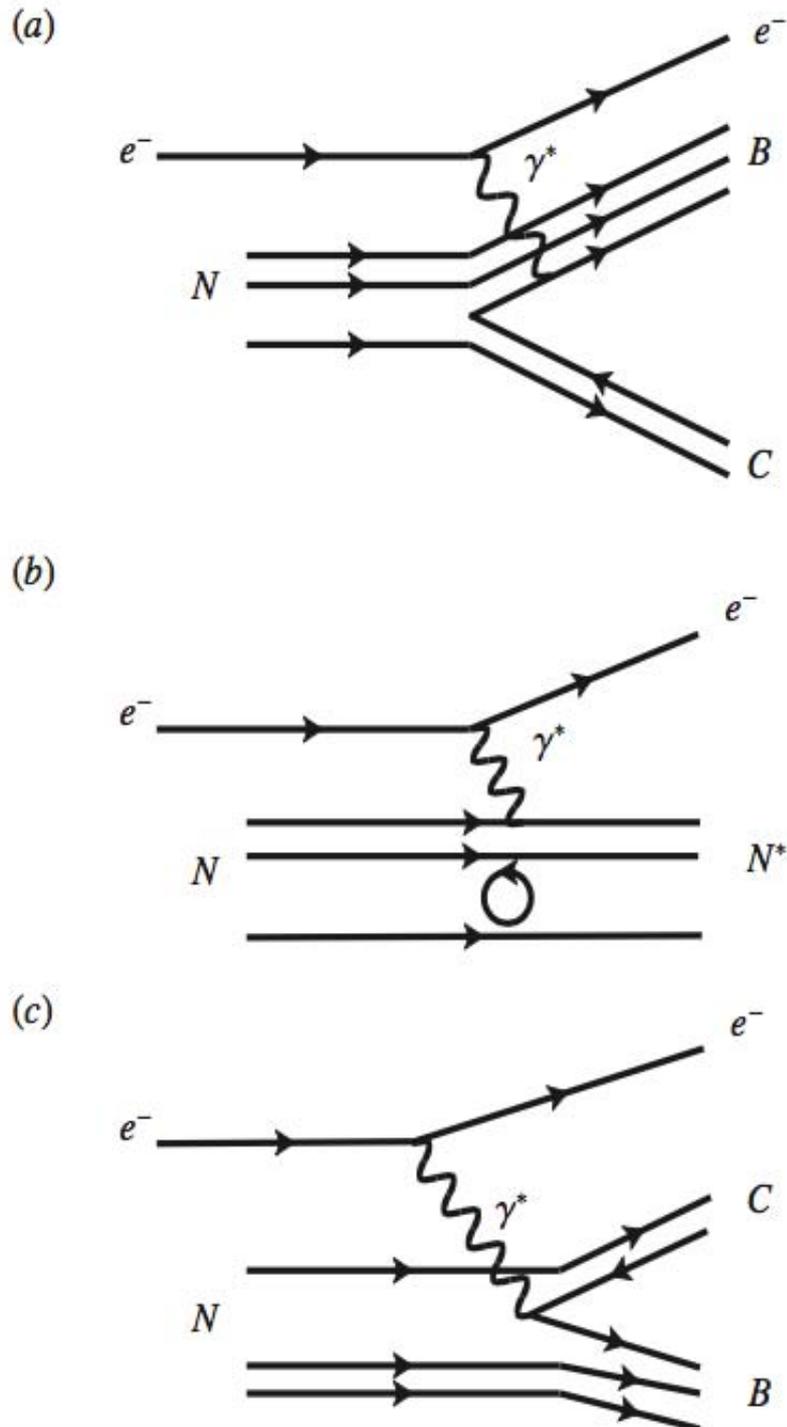
$$\langle n\pi^+ | T^\dagger | p \rangle_{CSF} = \left\langle \frac{1}{2}, \frac{-1}{2}; 1, 1 \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right. \right\rangle \langle N\pi | T^\dagger | N \rangle_{CSF}, \quad (4.1.5)$$

donde $\langle N\pi | T^\dagger | N \rangle_{CSF}$ es el traslape en el modelo 3P_0 en el espacio Color-espín-sabor. Así $a_i(k)$ se puede reescribir como:

$$a_i(k) = \frac{C_2 \mathcal{C}_{B_i C_i} k \exp[-F^2 k^2]}{M_A - \sqrt{M_{B_i}^2 + k^2} - \sqrt{M_{C_i}^2 + k^2}}. \quad (4.1.6)$$

Para este caso las masas de los bariones y mesones son el promedio de las masas en el mismo canal de isoespín. Dentro de esta suposición la simetría de isoespín es exacta. Por ejemplo en esta aproximación protón y neutrón tienen la misma masa, que para este estudio es una suposición válida y los resultados numéricos no dependen de esta aproximación.

Figura 4.1: Diagramas esquemáticos de electroproducción en reacciones exclusivas. En el primer diagrama (a), el par barión-mesón virtual es creado por las fluctuaciones del vacío de QCD, mediante el mecanismo 3P_0 , el barión virtual B creado absorbe el fotón virtual. En el segundo diagrama (b), el fotón es absorbido por un cuark constituyente del nucleón y se produce una resonancia N^* . En el último diagrama el fotón virtual crea un par $q\bar{q}$ y se produce un estado barión-mesón a partir del nucleón. Ver texto para más detalles.



4.2. Razones de producción en el UQM

En esta sección se describe cómo se calculan las razones de producción en el contexto del UQM. El proceso que se estudió es la tasa de electro-producción de estados barión-mesón(BC) $N\gamma^* \rightarrow BC/N\gamma^* \rightarrow B'C'$ en reacciones exclusivas. Las tasas de producción de estados barión-mesón en blanco de protones ha sido recientemente medida por la colaboración CLAS [6] en JLab.

En el UQM, los estados asintóticos son incluidos en la función de onda del protón. Estas componentes están relacionadas con la creación de pares $q\bar{q}$, con los números cuánticos del vacío como es descrito en el mecanismo 3P_0 . Las razones de producción de los sistemas BC fueron inferidas de la probabilidad de encontrar al nucleón en ese mismo estado BC. Esta probabilidad es diferente de cero pues la función de onda del nucleón en el UQM tiene componentes virtuales BC, así se puede definir:

$$P(BC) = |\langle BC | \psi_N \rangle|^2 \quad (4.2.1)$$

En el proceso de electro-producción, se puede suponer que la constante de proporcionalidad es la misma en todos los casos de BC que son producidos. Por ejemplo la tasa de producción a partir del protón puede ser escrita como sigue:

$$\frac{p \rightarrow \Lambda K^+}{p \rightarrow n\pi^+} \approx \frac{P(\Lambda K^+)}{P(n\pi^+)} \quad (4.2.2)$$

En general esta aproximación debe ser corregida, ya que en este proceso se necesita tomar en cuenta el factor de espacio fase del proceso. Sin embargo, en el estudio reciente llevado a cabo por Mestayer *et al.* [6], las tasas de cambio entre $W = 1.65 \text{ GeV}$ and $W = 2.55 \text{ GeV}$ son aproximadamente independientes de la energía W (energía total hadrónica en el sistema del centro de masa).

La ecuación (4.2.2) se puede obtener del diagrama (a) de la Fig. 4.1, donde el fotón virtual γ^* es absorbido por el cuark que se creó en el vértice 3P_0 y forma parte del barión virtual B . Dentro de esta suposición, después de que el cuark del vértice 3P_0 absorbe el fotón, el lazo 3P_0 ya no se puede cerrar, y entonces la hadronización se lleva a cabo. En el formalismo del UQM, la función de onda del nucleón tiene muchas componentes BC virtuales. Sin embargo, el estado final BC es observado experimentalmente en las reacciones exclusivas, así que para cada canal que se estudia, sólo va a contribuir la componente BC virtual en la función de onda que sea igual al estado que pueda ser observado en las reacciones exclusivas. En las tasas relativas, las constantes de acoplamiento y otros factores debido al proceso cancelan, así se infieren de las componentes del mar de cuarks en el nucleón.

En este estudio, tomamos en cuenta todos los bariones del octete y decuplete del estado base, en combinación de los mesones pseudoescalares que podrían ser observados en reacciones exclusivas. El presente trabajo puede ser extendido a la descripción de la electro-producción de mesones vectoriales. Pero en este caso otro diagrama debe agregarse a la Fig. 4.1 (a), donde el fotón es absorbido por un meson virtual C . La interferencia entre estos dos diagramas debe ser estudiada en otro marco que no se ha considerado acá. En esta descripción el fotón no puede ser absorbido por alguno de los cuarks de valencia, ya que si se absorbe por uno de ellos, el lazo 3P_0 puede cerrarse (diagrama (b) en Fig. 4.1) y entonces como resultado se tendría la producción de una resonancia N^* . Esta resonancia luego podría decaer a un sistema BC , pero no es considerado porque tomamos en cuenta que la electro-producción es en una reacción exclusiva.

También se puede tener otro proceso que puede contribuir a la electro-producción de estados BC , en el cual el fotón virtual crea un par $q\bar{q}$, ver Fig 4.1 diagrama (c). La contribución de este diagrama no cambia mucho los resultados y por ello, este proceso no ha sido considerado en esta investigación.

4.2.1. Componentes virtuales BC

En el UQM, la probabilidad de encontrar al nucleón en estado BC se obtiene mediante el producto de un factor en el espacio espín-color-sabor-isospín y una integral radial. Por ejemplo para el protón se tiene:

$$\frac{P(\Lambda K^+)}{P(n\pi^+)} = \frac{27}{50} \frac{I_{N \rightarrow \Lambda K}}{I_{N \rightarrow N\pi}}, \quad (4.2.3)$$

donde el factor $27/50$ es la razón de los factores el espacio espín-color-sabor-isospín (CFSI, por sus siglas en inglés) de los canales que participan en la electro-producción, y la razón de las integrales I dependientes de la energía de estos canales. La integral I se define por la electro-producción de un barión B y un mesón C a partir de un barión A como:

$$I_{A \rightarrow BC} = \int_0^\infty dk \frac{k^4 e^{-2F^2 k^2}}{\Delta E_{A \rightarrow BC}^2(k)}.$$

El valor de F^2 depende sólo de los parámetros del oscilador armónico de las funciones de onda de los bariones y mesones, α_b y α_c respectivamente, junto con el parámetro de la Gaussiana α_d del vértice que crea un par cuark-anticuark de tamaño efectivo. Usando los valores de la literatura se obtiene que $F^2 = 2.275 \text{ GeV}^{-2}$, $\alpha_b = 0.32 \text{ GeV}$, $\alpha_c = 0.40 \text{ GeV}$ y $\alpha_d = 0.30 \text{ fm}$ (ver Ref. [52]), que son los valores usuales para el modelo de cuarks en la base del oscilador armónico que se introdujeron en la sección 2.2. El denominador de

energía representa la diferencia entre la energía de los hadrones inicial y final calculados en el sistema de reposo del barión inicial.

El factor espín-color-sabor-isospín (CFSI) tiene un papel muy importante en las razones de producción. Por ejemplo, si se considera el caso donde los dos sistemas BC de los estados finales son parte del mismo canal de isospín, la contribución radial sería la misma, así la razón de producción sólo depende de este factor. Ésta es la causa por la cual la razón $\gamma p \rightarrow p\pi^0 / \gamma p \rightarrow n\pi^+ = 1/2$ da un valor exacto, que es bien descrito bajo la simetría de isospín, que es conservada en el UQM, para el cual el valor es $1/2$.

Sin embargo, se debe notar que en general el resultado de las razones de producción se determinan por la combinación de los factores CFSI y la integral sobre el momento relativo de la Ec. (4.2.3). Si se toma el caso límite de la simetría de sabor, las razones de producción estarían completamente determinadas por los factores CFSI. Por ejemplo, en este límite la razón de producción $\Lambda K^+ / n\pi^+$ sería $27/50 = 0.54$. El efecto del hecho que la simetría de sabor $SU(3)$ está rota en el UQM, el valor de la razón de producción $\Lambda K^+ / n\pi^+ = 0.227$ se ve reducida, ver Cuadro 4.2. Al observar la Tabla 4.2, se muestra que las razones son bien reproducidas por nuestro cálculo. Además, presentamos otras razones que podrían ser observadas en reacciones exclusivas.

Aprovechando el hecho que dentro del UQM la simetría de isospín es exacta, se dan las razones de producción a partir del neutrón. El blanco de neutrón no existe, pero estas razones podrían ser eventualmente extraídas en futuros experimentos en deuterio o tritio.

4.3. Extracción de la probabilidad de creación $q\bar{q}$ y el factor de supresión de extrañeza

En la sección anterior se mostró que los estados asintóticos en el nucleón juegan un papel muy importante en la electro-producción de estados BC , ya que las razones de este proceso pueden ser calculadas de una manera sencilla, a partir de los cuarks del mar que forman estados BC virtuales en el nucleón. Utilizando este hecho, se puede de manera análoga inferir la probabilidad de creación $q\bar{q}$ en los estados finales BC que sean observados en reacciones exclusivas a partir de las componentes virtuales del nucleón. Dentro de esta aproximación, la creación de pares $q\bar{q}$ en los sistemas BC producidos en electro-producción está gobernada por los estados asintóticos del nucleón.

En el presente estudio se extraen las probabilidades de la creación de pares $q\bar{q}$ a partir del mar de cuarks, para mostrar el hecho que la producción de pares $q\bar{q}$ está relacionada

Cuadro 4.2: Comparación entre las razones de electro-producción de estados BC teóricas y experimentales. En la tercera columna, se presentan los valores teóricos de la primera y segunda columna. La información experimental solo se tiene para el caso del protón.

| Razón Para neutron | Razón Para proton | UQM | Exp. [6] Para proton |
|--------------------------|--------------------------|-------|--------------------------|
| $\Lambda K^0/p\pi^-$ | $\Lambda K^+/n\pi^+$ | 0.227 | $0.19 \pm 0.01 \pm 0.03$ |
| $\Lambda K^0/n\pi^0$ | $\Lambda K^+/p\pi^0$ | 0.454 | $0.50 \pm 0.02 \pm 0.12$ |
| $n\pi^0/p\pi^-$ | $p\pi^0/n\pi^+$ | 0.5 | $0.43 \pm 0.01 \pm 0.09$ |
| $\Sigma^0 K^0/p\pi^-$ | $\Sigma^0 K^+/n\pi^+$ | 0.007 | — |
| $\Sigma^0 K^0/n\pi^0$ | $\Sigma^0 K^+/p\pi^0$ | 0.014 | — |
| $\Sigma^- K^+/p\pi^-$ | $\Sigma^+ K^0/n\pi^+$ | 0.014 | — |
| $\Sigma^- K^+/n\pi^0$ | $\Sigma^+ K^0/p\pi^0$ | 0.028 | — |
| $\Sigma^{*0} K^0/p\pi^-$ | $\Sigma^{*0} K^+/n\pi^+$ | 0.045 | — |
| $\Sigma^{*0} K^0/n\pi^0$ | $\Sigma^{*0} K^+/p\pi^0$ | 0.090 | — |
| $\Sigma^{*-} K^+/p\pi^-$ | $\Sigma^{*+} K^0/n\pi^+$ | 0.090 | — |
| $\Sigma^{*-} K^+/n\pi^0$ | $\Sigma^{*+} K^0/p\pi^0$ | 0.18 | — |

con el contenido de los pares $q\bar{q}$ en el mar de quarks del nucleón. Para mostrar esta idea, se estudió el factor de supresión de extrañeza (SSF) λ_s , que se obtiene al comparar la producción de pares $u\bar{u}$ y $d\bar{d}$ con respecto a la producción de pares $s\bar{s}$, definido en la literatura [92] como :

$$\lambda_s = \frac{2(s\bar{s})}{(u\bar{u}) + (d\bar{d})}, \quad (4.3.1)$$

donde $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ y $s\bar{s}$ son los valores esperados del número de u, d, s cuarks y correspondientes anticuarks producidos en los estados finales. Entonces podemos definir que la probabilidad de producir un par $q\bar{q}$ es:

$$q\bar{q} = \sum_{B_i C_i} \langle B_i C_i | \hat{P}(q\bar{q}) | N \rangle^2, \quad (4.3.2)$$

donde $\hat{P}(q\bar{q})$ es el operador que cuenta los pares $q\bar{q}$ creados en la electro-producción a partir del nucleón, con B_i y C_i todos los posibles bariones y mesones que pueden observarse en las reacciones exclusivas.

Los resultados de las razones de creación de pares $q\bar{q}$ se presentan en la Tabla 4.3. La columna UQM⁽¹⁾, contiene las razones de creación de pares $q\bar{q}$ con todos los mesones pseudoescalares en combinación con los multipletes de bariones (octete y decuplete) del estado base, es decir, todos los canales $N\pi, \Delta\pi, \Sigma K, \Sigma^* K, \Lambda K, N\eta, N\eta'$. Mientras que la columna UQM⁽²⁾ sólo toma en cuenta los mesones π y K en combinación con el octete y decuplete de bariones del estado base, es decir, los canales $N\pi, \Delta\pi, \Sigma K, \Sigma^* K, \Lambda K$.

Nuevamente, mediante uso de la simetría de isospín en la función de onda del nucleón en el UQM, se presentan los resultados para las razones de creación de pares $q\bar{q}$ para el protón y neutrón en el Cuadro 4.3

Del Cuadro 4.3 se puede observar que el valor para el factor de supresión de extrañeza λ_s que se obtiene en esta investigación está en buen acuerdo con el valor medido experimentalmente en las reacciones exclusivas en JLab [6] y en experimentos a altas energías en el CERN [92].

4.4. Discusión de los resultados

En esta parte de la investigación se calcularon las razones de producción de estados barión-mesón en reacciones exclusivas. Se encontró que nuestras predicciones están en buen acuerdo con los nuevos datos experimentales medidos en JLab, recientemente fueron publicados en *Physical Review Letters* [6]. Este trabajo de investigación es el primer cálculo teórico que explica estos nuevos datos reportados, fue publicado en *Physics Letters B* [7].

Cuadro 4.3: Las razones de probabilidad de creación de $q\bar{q}$ en electro-producción y el factor de supresión de extrañeza λ_s son inferidos del mar de cuarks del nucleón. En la columna UQM⁽¹⁾, las razones de producción de pares $q\bar{q}$ se calculan considerando los lazos debido a los mesones π , K , η y η' , mientras que en la columna UQM⁽²⁾ sólo se consideran los lazos debido a los mesones π y K .

| Proton | | | | |
|-----------------------------------|--------------------|--------------------|-----------------|------|
| Ratio | UQM ⁽¹⁾ | UQM ⁽²⁾ | Exp. | Ref. |
| $s\bar{s}/d\bar{d}$ | 0.27 | 0.25 | 0.22 ± 0.07 | [6] |
| $u\bar{u}/d\bar{d}$ | 0.57 | 0.57 | 0.74 ± 0.18 | [6] |
| $2s\bar{s}/(u\bar{u} + d\bar{d})$ | 0.34 | 0.31 | 0.25 ± 0.09 | [6] |
| | | | 0.29 ± 0.02 | [92] |
| Neutron | | | | |
| $s\bar{s}/u\bar{u}$ | 0.27 | 0.25 | | |
| $d\bar{d}/u\bar{u}$ | 0.57 | 0.57 | | |
| $2s\bar{s}/(u\bar{u} + d\bar{d})$ | 0.34 | 0.31 | | |

Además se presentan más razones de estados barión-mesón que aun no han sido medidas. Estos estados también pueden ser observados en reacciones exclusivas en blancos de protón o neutrón en futuros experimentos. Por ejemplo, los datos para el caso del neutrón, que se pueden extraer de nuevos experimentos en deuterio o tritio.

Aunque las razones de producción deben ser corregidas por un factor de espacio fase, estas correcciones no cambian las conclusiones de este trabajo. Por ejemplo, para el caso de la razón $p\pi^0/n\pi^+$, la corrección del espacio fase desaparece. Sin embargo para la razón $\Lambda K/N\pi$, se estimó que la introducción del espacio fase reduce el valor teórico entre un 15 – 25 % lo cual lleva el valor (de la aproximación sin factor de espacio a fase) a uno más cercano al medido experimentalmente.

También se investigó la razón de producción de pares $q\bar{q}$ en electro-producción de estados barión-mesón en reacciones exclusivas. Un resultado interesante de esta investigación es que la razón de producción $u\bar{u}/d\bar{d} = 0.568$ en protón, lo cual es compatible con el valor experimental reportado por Mestayer *et al* at JLAB [6], que difiere con el valor $u\bar{u}/d\bar{d} = 1$ que usualmente se toma en modelos efectivos de hadronización en experimentos a altas energías. Este resultado que es soportado teóricamente en este estudio y experimental-

mente [6], puede ser explicado mediante el hecho de que existe un exceso $d\bar{d}$ en el protón que fue extraído experimentalmente por las colaboraciones NMC y HERMES [22, 94].

Esta conclusión se obtiene suponiendo que la producción de pares $q\bar{q}$ está gobernada por el mar de cuarks (que es la base de este estudio) en el protón. En particular se tiene el dato experimental de que el contenido de anticuarks \bar{d} es mayor que el contenido de anticuarks \bar{u} en el protón. Entonces la razón de producción $u\bar{u}/d\bar{d} = 0.568$ es menor que la unidad y es consecuencia directa de la asimetría en el protón. En el caso del neutrón damos la predicción de la razón $d\bar{d}/u\bar{u} = 0.568$, que dice que la producción de $u\bar{u}$ será mayor que la producción $d\bar{d}$. Esto como consecuencia de que en el neutrón la simetría de isospín nos da un exceso de anticuarks \bar{u} sobre los anticuarks \bar{d} . Esta conclusión puede probarse en futuros experimentos en JLab o en el LHC. Cabe mencionar que en este estudio se encuentra que el factor de supresión de extrañeza λ_s es el mismo para protón o neutrón como estados iniciales.

Vale la pena mencionar que en este estudio hecho dentro del formalismo del UQM, los resultados son independientes del parámetro γ_0 , que nos está vinculado con la constante de acoplamiento en el vértice de creación de pares cuark-anticuark 3P_0 . Los demás parámetros fueron tomados de estudios previos y no se hizo ningún intento de optimizar los valores, así los resultados son presentados como predicciones y no como un ajuste a los datos experimentales.

Capítulo 5

Auto-energías en Bariones

El CQM no considera los efectos de la creación de pares $q\bar{q}$, los cuales se pueden manifestar como acoplamientos mesón-barión en las funciones de onda de los bariones. Arriba de la energía umbral o threshold (EUT), estos acoplamientos dan los decaimientos fuertes que se estudiaron en el capítulo 3. Debajo de la EUT, estos acoplamientos se manifiestan como componentes virtuales, en las funciones de onda de los hadrones ($qqq - q\bar{q}$ para bariones y $q\bar{q} - q\bar{q}$ para mesones). Estas componentes hacen que las masas físicas se vean afectadas, con respecto a la masa desnuda (bare mass)[30, 31, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102].

Algunos resultados muestran la importancia de las componentes del continuo en las observables de los mesones, donde se incluyen las auto energías a las resonancias $X(3872)$ [103, 104, 33, 83] y $D_{s0}^*(2317)$ [105, 106], con lo cual se reconcilian las predicciones del CQM con los datos experimentales. Sin embargo, la inclusión de los efectos del continuo en el CQM en una forma sistemática no es fácil de hacer. En particular para bariones aún no se ha realizado y es una tarea más complicada que para mesones, debido a la estructura de las funciones de onda y la falta de datos experimentales.

Las auto energías (AE) en bariones han sido estudiadas por Horacek *et al.* [95]. Ellos calcularon las AE de bariones usando el CQM y considerando el acoplamiento de los piones a los cuarks. Por otro lado, Brack y Bhaduri [97] calcularon las AE debido a las contribuciones de los piones a las masas del N y la resonancia Δ , también en el contexto del CQM. En este trabajo se muestra más adelante que no sólo el pión debe ser considerado y que todo el nonete de mesones pseudoescalares debe ser incluido.

Silvestre-Brac y Gignoux [98] estudiaron los efectos unitarios de los desdoblamientos espín-órbita de los bariones en onda P . Ellos observaron que las EUT son muy importantes en esta interacción. Su resultado muestra que cuando es tratada correctamente, se puede

explicar el orden de magnitud del desdoblamiento para los bariones con $L = 1$. Törnqvist y Zenczykowski [30] estudiaron el cambio de la masas de los bariones ligeros generado por los efectos de los canales acoplados (barión-mesón). Ellos derivaron fórmulas de masa para los desdoblamientos relativos entre las resonancias: $\Delta - N$, $\Sigma^* - \Sigma - \Lambda$ y $\Xi^* - \Xi$. Otro estudio similar fue hecho por Capstick y Morel [31], usando el modelo 3P_0 para los vértices del acoplamiento y el modelo de Capstick e Isgur para las masas desnudas de los bariones [14]. También estudiaron el desdoblamiento de los bariones en onda P sin extrañeza y el de $\Delta - N$. En este estudio reconocieron la complejidad de incorporar las AE al espectro de bariones, por lo que decidieron posponer un estudio que fuera auto consistente y que incluyera a los bariones con extrañeza.

En este capítulo se estudia la contribución de los cuarks del mar a las autoenergías de los bariones. Los bariones que se estudian están en el estado base $L = 0$, tanto los bariones del octete como los del decuplete. Se introduce el formalismo para calcular las auto energías de los bariones en estado base, todo esto dentro del marco de un extensión del modelo de cuarks constituyentes (el UQM), al considerar lazos de los mesones pseudoescalares en el estado base.

El UQM es construido para incluir las componentes del continuo (o lazos) de forma sistemática en el CQM. Estas correcciones se calculadan al considerar todos los estados de bariones en el estado base (octete y decuplete) en combinación con el conjunto de todos los mesones pseudoescalares. Este estudio representa el primer paso hacia la construcción sistemática auto consistente del espectro de bariones con y sin extrañeza que incluya las AE. Después de muchos estudios preliminares [30, 31, 96, 97, 98, 99, 95], muchos autores han reconocido la complejidad e importancia de esta tarea, que no ha sido completada aún.

5.1. Auto-energías en el UQM

Utilizando el formalismo del UQM, donde se extiende el CQM y se incluyen los efectos del continuo mediante la inclusión de pares cuark-anticuark, se estudia como estas componentes pueden contribuir a las auto energías de los bariones del estado base. En esta sección, las funciones de onda que se consideran son presentadas en una base esférica. La primera tarea es extender el formalismo de la teoría de dispersión al contexto del UQM, para calcular las autoenergías de los bariones en el estado base.

Se parte del siguiente Hamiltoniano

$$H = H_0 + V \tag{5.1.1}$$

donde H_0 puede considerarse como un hamiltoniano “no perturbado”, que es el que actúa solo sobre los cuarks de valencia del barión A , sin considerar los efectos de los cuarks del mar. A este Hamiltoniano se le asocia una energía no perturbada que cumple con la siguiente relación:

$$H_0|A\rangle = E_a|A\rangle. \quad (5.1.2)$$

donde $|A\rangle$ es el estado del barión A en el CQM, cuando sólo se consideran los cuarks de valencia, E_a es “Bare Energy” o “Energía desnuda”. La segunda parte es el potencial V , que acopla al barión A con el continuo y que en el presente trabajo está relacionado con el acoplamiento de los estados intermediarios barión-mesón. Dentro del marco del formalismo de la teoría de dispersión, donde se hace también la suposición H_0 es independiente de los efectos de V , y usando la ecuación de Schödinger se obtiene la ecuación de la auto energía:

$$\Sigma(E_A) = \sum_{BC} \int d\vec{K} \int_0^\infty k^2 dk \frac{|V_{A,BC}(k, \vec{K})|^2}{E_A - E_B - E_C}, \quad (5.1.3)$$

donde E_B y E_C son las energías relativistas del barión y mesón involucradas y E_A es la energía desnuda. Se debe satisfacer la siguiente relación:

$$M_A = E_A + \Sigma(E_A), \quad (5.1.4)$$

donde M_A es la masa experimental del barión, con auto energía $\Sigma(E_a)$. En la ec. (5.1.3) se tiene que considerar las contribuciones de muchos canales BC . Un canal BC es un estado virtual compuesto de un barión B y un mesón C , con momento relativo k y con momento angular relativo l . Los momentos angulares totales $\vec{J}_{BC} = \vec{J}_B + \vec{J}_C$ y \vec{l} son acoplados al momento angular del barión A dado por $\vec{J}_A = \vec{J}_{BC} + \vec{l}$. Los elementos de matriz $V_{A,BC}$ representan el acoplamiento debido al operador V , entre los canales virtuales BC y los estados de los cuarks de valencia del barión A . La auto energía es calculada en el sistema de reposo del barión A . En la ec. (5.1.3) se puede definir la energía umbral $E_{BC} = E_B + E_C$, que es la energía total del canal virtual BC en el sistema de reposo del barión A , y si se tiene que la “energía desnuda” E_A es mayor que la energía umbral E_{BC} implica que en el cálculo de la autoenergía hay polos y es un número complejo.

La dinámica está completamente contenida en los elementos de matriz $V_{A,BC}$ y es donde se tiene que definir la forma de la transición. En este trabajo se usa el formalismo desarrollado por Ferretti *et al.* en las Refs. [32, 33, 83]. En estos estudios los elementos de matriz son identificados con la amplitud de transición en el modelo 3P_0 :

$$V_{A,BC}(k) = M_{A \rightarrow BC}^\ell(k). \quad (5.1.5)$$

Así la ec. (5.1.3) se puede reescribir como:

$$\Sigma(E_A) = \sum_{BC,l} \int_0^\infty k^2 dk \frac{|M_{A \rightarrow BC}^\ell|^2}{E_A - E_B - E_C}, \quad (5.1.6)$$

donde se ha integrado sobre el sistema de referencia del barión inicial. Esta ecuación debe ser resuelta de manera simultánea con la ec.(5.1.4), que es un sistema no lineal en la energía desnuda o bare.

5.1.1. Parámetros del vértice 3P_0

| Parámetro | Valor |
|-------------------------------|-----------|
| γ_0 | 13.3 |
| $\hbar\omega_{\text{baryon}}$ | 0.32 GeV |
| $\hbar\omega_{\text{meson}}$ | 0.40 GeV |
| α_d | 0.35 fm |
| m_n | 0.330 GeV |
| m_s | 0.550 GeV |

Cuadro 5.1: Los parámetros del modelo 3P_0 se toman de la literatura [52, 54, 55, 107], salvo en parámetro de la intensidad de creación γ_0 , que se ajustó para describir la anchura experimental del decaimiento fuerte $\Gamma_{\Delta^{++} \rightarrow p\pi^+}$.

Los valores de los parámetros del modelo 3P_0 se toman de la literatura [52, 54, 55, 107], salvo el valor de la intensidad de creación de pares cuark-anticuark del vacío γ_0 (ver Cuadro 3.3). Este último parámetro se ajustó para reproducir la anchura experimental de un decaimiento fuerte. Para este estudio se escogió describir solo la anchura del decaimiento fuerte $\Delta^{++} \rightarrow p\pi^+$ [46].

La anchura se calcula con el modelo 3P_0 que se presentó en el capítulo 3 de este trabajo, usando las convenciones de [5, 60, 98] como:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\Delta^{++} \rightarrow p\pi^+} &= 2\Phi_{A \rightarrow BC} |\langle B C k \ell J | T^\dagger | A \rangle|^2 \\ &= \Phi_{\Delta^{++} \rightarrow p\pi^+} |\langle p\pi^+ k 1 \frac{1}{2} | T^\dagger | \Delta^{++} \rangle|^2 \\ &= 112 \text{ MeV} , \end{aligned} \quad (5.1.7)$$

donde $\langle BC\vec{k}\ell J|T^\dagger|A\rangle$ es la amplitud 3P_0 , que describe el acoplamiento entre el barión inicial $|A\rangle = |\Delta^{++}\rangle$ y el barión-mesón $|BC\rangle = |p\pi^+\rangle$ producidos en el estado final, con el factor de espacio fase efectivo de Capstick, ver ec. (3.1.9)), con masas efectivas $\tilde{M}_b = \tilde{M}_p = 1.1$ GeV y $\tilde{M}_c = \tilde{M}_\pi = 0.72$ GeV.

5.2. Resultados de las auto-energías

Ahora se presentan los resultados de las auto energías de los bariones. Siguiendo el formalismo que se presenta en la Sec.5.1, se calculan los cambios de las masas debido a los efectos del continuo incorporados mediante el UQM para bariones. El procedimiento es análogo al desarrollado en la Ref. [32], que se desarrolló en el sector de mesones.

Los cambios en las masas se calculan resolviendo simultáneamente el sistema de ecs. (5.1.4) y (5.1.6), tomando como parámetro libre la energía desnuda E_a , que se ajusta para reproducir la masa medida experimentalmente del barión. Esto se hace mediante un procedimiento numérico iterativo, el valor de las energías desnudas obtenidas para los bariones del octete y decuplete se presentan en el Cuadro 5.2.

Si la masa física del barión inicial A es mayor que la EUT del sistema BC i.e. $M_a > E_b + M_c$, la auto energía debido a este canal BC se calcula mediante:

$$\begin{aligned} \Sigma(E_a)(BC) &= \mathcal{P} \int_{M_b+M_c}^{\infty} \frac{dE_{bc}}{E_a - E_{bc}} \frac{qE_b E_c}{E_{bc}} \left| \langle BC\vec{q}\ell J|T^\dagger|A\rangle \right|^2 \\ &+ 2\pi i \left\{ \frac{qE_b E_c}{E_a} \left| \langle BC\vec{q}\ell J|T^\dagger|A\rangle \right|^2 \right\}_{E_{bc}=E_a}, \end{aligned} \quad (5.2.1)$$

donde el símbolo \mathcal{P} indica el valor principal de la integral, calculado numéricamente, y $2\pi i \left\{ \frac{qE_b E_c}{E_a} \left| \langle BC\vec{q}\ell J|T^\dagger|A\rangle \right|^2 \right\}_{E_{bc}=E_a}$ es la parte imaginaria de la auto energía.

Los valores de las masas de los estados intermedios, bariones y mesones se toman del PDG [46]. En las tablas 5.2–5.7 se presentan los resultados de las contribuciones de los canales BC que contribuyen a las auto energías de los bariones del octete y decuplete en su estado base.

5.2.1. Desdoblamiento de las masas entre bariones del octete y decuplete

Partiendo de las correcciones a la masa de los bariones debido a los lazos BC , se puede obtener el desdoblamiento δ_s de las masas entre los bariones del octete y decuplete. En este trabajo se usó la definición de la Ref. [97], para calcular el desdoblamiento de la masa debido a los acoplamiento al continuo, dado por:

$$\delta_s = \Sigma_d(E_a) - \Sigma_o(E_a), \quad (5.2.2)$$

Cuadro 5.2: Las auto energías $\Sigma(E_a)$ (en GeV), obtenidas usando los parámetros en el Cuadro 3.3. Las energías desnudas se obtienen mediante un procedimiento numérico iterativo para encontrar la solución de la ecuación integral Ec. (5.1.4) con la restricción (5.1.6) para cada resonancia bariónica.

| State | J^P | $\Sigma(E_a)$ | E_a | M_a |
|------------|-----------------|---------------|-------|-------|
| N | $\frac{1}{2}^+$ | -0.717 | 1.656 | 0.939 |
| Λ | $\frac{1}{2}^+$ | -0.686 | 1.802 | 1.116 |
| Σ | $\frac{1}{2}^+$ | -0.737 | 1.932 | 1.195 |
| Ξ | $\frac{1}{2}^+$ | -0.689 | 2.007 | 1.318 |
| Δ | $\frac{3}{2}^+$ | -0.552 | 1.784 | 1.232 |
| Σ^* | $\frac{3}{2}^+$ | -0.553 | 1.936 | 1.383 |
| Ξ^* | $\frac{3}{2}^+$ | -0.546 | 2.078 | 1.532 |
| Ω | $\frac{3}{2}^+$ | -0.545 | 2.217 | 1.672 |

Cuadro 5.3: Auto energía de las resonancias $\Delta \left(\frac{3}{2}^+\right)$ y el nucleón $N \left(\frac{1}{2}^+\right)$ (en MeV). Los parámetros del UQM se presentan en el Cuadro 5.1.

| State | $N\pi$ | ΣK | $\Delta\pi$ | $N\eta$ | $N\eta'$ | $\Delta\eta$ | $\Delta\eta'$ | Σ^*K | ΛK | $\Sigma(E_a)$ |
|----------|--------|------------|-------------|---------|----------|--------------|---------------|-------------|-------------|---------------|
| Δ | -2 | -52 | -297 | 0 | 0 | -124 | -41 | -36 | 0 | -552 |
| N | -145 | -4 | -455 | -29 | 10 | 0 | 0 | -22 | -52 | -717 |

Cuadro 5.4: Auto energía de las resonancias $\Sigma^* \left(\frac{3}{2}^+\right)$ y $\Sigma \left(\frac{1}{2}^+\right)$ (en MeV). Los parámetros del UQM se presentan en el Cuadro 5.1.

| State | $N\bar{K}$ | $\Sigma\pi$ | $\Lambda\pi$ | $\Sigma\eta$ $\Sigma\eta'$ | ΞK | $\Delta\bar{K}$ | $\Sigma^*\pi$ | $\Sigma^*\eta$ $\Sigma^*\eta'$ | Ξ^*K | $\Sigma(E_a)$ [MeV] |
|------------|------------|-------------|--------------|-------------------------------|---------|-----------------|---------------|-----------------------------------|----------|------------------------|
| Σ^* | 0 | -10 | -10 | -38 | -18 | -215 | -158 | -23 | -49 | -553 |
| | | | | 0 | | | | -42 | | |
| Σ | 0 | -40 | -2 | -73 | -113 | -348 | -64 | -67 | -19 | -737 |
| | | | | -11 | | | | 0 | | |

Cuadro 5.5: Auto energía de las resonancias $\Xi^* \left(\frac{3}{2}^+\right)$ y $\Xi \left(\frac{1}{2}^+\right)$ (en MeV). Los parámetros del UQM se presentan en el Cuadro 5.1.

| State | $\Sigma\bar{K}$ | $\Lambda\bar{K}$ | $\Xi\pi$ | $\Xi\eta'$ | $\Xi\eta$ | $\Sigma^*\bar{K}$ | $\Xi^*\pi$ | $\Xi^*\eta$ | $\Xi^*\eta'$ | ΩK | $\Sigma(E_a)$ [MeV] |
|---------|-----------------|------------------|----------|------------|-----------|-------------------|------------|-------------|--------------|------------|------------------------|
| Ξ^* | -20 | -1 | -9 | 37 | 0 | -336 | -61 | -3 | -41 | -38 | -546 |
| Ξ | -244 | -5 | -6 | -56 | -10 | -152 | -114 | -51 | 0 | -50 | -689 |

Cuadro 5.6: Auto energía de la resonancia $\Omega\left(\frac{3}{2}^+\right)$ (en MeV). Los parámetros del UQM se presentan en el Cuadro 5.1.

| State | $\Xi\bar{K}$ | $\Xi^*\bar{K}$ | $\Omega\eta$ | $\Omega\eta'$ | $\Sigma(E_a)$ [MeV] |
|----------|--------------|----------------|--------------|---------------|------------------------|
| Ω | -50 | -351 | -51 | -93 | -545 |

Cuadro 5.7: Auto energía de la resonancia $\Lambda\left(\frac{1}{2}^+\right)$ (en MeV). Los parámetros del UQM se presentan en el Cuadro 5.1.

| State | $N\bar{K}$ | $\Sigma\pi$ | ΞK | $\Lambda\eta$ | $\Lambda\eta'$ | $\Sigma^*\pi$ | Ξ^*K | $\Sigma(E_a)$ [MeV] |
|-----------|------------|-------------|---------|---------------|----------------|---------------|----------|------------------------|
| Λ | -137 | -118 | -9 | -17 | -10 | -350 | -44 | -686 |

Cuadro 5.8: Desdoblamiento de los multipletes octete y decuplete de bariones δ_s (in MeV). En la segunda columna se presentan los resultados obtenidos cuando sólo se consideran los lazos de piones. En la tercera columna se presentan los resultados cuando se incluyen todos los lazos debido a los mesones pseudoescalares.

| Resonancia | $\delta_s^{\pi\text{loops}}$ | δ_s | Exp[46] |
|----------------------|------------------------------|------------|---------|
| $\Delta - N$ | 301 | 165 | 293 |
| $\Sigma^* - \Sigma$ | -72 | 184 | 188 |
| $\Sigma^* - \Lambda$ | 290 | 173 | 267 |
| $\Xi^* - \Xi$ | 50 | 143 | 214 |

donde $\Sigma_d(E_a)$ y $\Sigma_o(E_a)$ son las auto energías del decuplete y octete de bariones respectivamente. Cabe notar que las auto energías del octete de bariones son mayores que las correspondientes al octete de bariones (ver Cuadro 5.2), lo que junto con el hecho que ambas son negativas; permite obtener un δ_s positivo.

Los desdoblamientos de la masas δ_s , son presentados en el Cuadro 5.8, donde en la segunda columna se muestran los resultados cuando sólo se consideran los lazos de piones. Mientras que en la tercera columna se presentan los resultados cuando todos los lazos debido al nonete de mesones pseudoescalares son incluidos. Este cuadro se muestra que cuando se toman en cuenta todos mesones pseudoescalares, los resultados se acercan más a los valores experimentales, así que aproximaciones donde sólo se consideran piones darán resultados que no necesariamente sean correctos. También se observa que estos resultados son dependientes de la aproximación.

5.3. Discusión de los resultados

En esta investigación se obtuvieron las correcciones a las masas de los bariones del decuplete y octete en estado base, debido a las auto energías generados por los acoplamiento al continuo mediante el formalismo del UQM. Es interesante comparar esta investigación

Cuadro 5.9: Comparación entre las auto energías obtenidas en este trabajo con los resultados de las Ref.[95] (HIN), para los bariones del octete y decuplete en estado base. En la segunda columna se presentan los resultados cuando se incluyen todos los lazos debido a los mesones pseudoescalares. En la tercera columna se presentan los resultados cuando se consideran sólo los lazos de piones. Horacek *et al.* (HIN) sólo presentan las auto energías debido a la interacción con piones.

| Barión | UQM | UQM (π loops) | HIN |
|------------|------|--------------------|------|
| Δ | -552 | -301 | -216 |
| N | -717 | -600 | -198 |
| Σ^* | -553 | -178 | -139 |
| Σ | -737 | -106 | -106 |
| Ξ^* | -546 | -70 | -66 |
| Ξ | -689 | -120 | -41 |
| Ω | -545 | 0 | – |
| Λ | -686 | -468 | -117 |

con trabajos previos, donde sólo se consideran los lazos de piones Refs. [95, 97]. En el Cuadro 5.9 se comparan los resultados de las auto energías cuando sólo se consideran los lazos de piones en el cálculo con los resultados obtenidos por Horacek *et al* en Ref. [95]. En su estudio, Horacek *et al* sólo consideran interacción con piones con un factor de forma Gaussiano (con desviación estándar $\Lambda_\pi = 516$ fm), que es comparable con el factor de forma del cuark en el vértice 3P_0 con un valor $\alpha_d = 0.9$ fm. Como consecuencia, ellos obtuvieron auto energías con magnitudes menores a las que se presentan en este trabajo. Sin embargo, también el desdoblamiento $\Delta - N$ es mucho menor, ver Cuadro 5.10. Sin mencionar que sólo están considerando las contribuciones de los piones y las demás contribuciones debido a otras interacciones también deben ser agregadas. En el cuadro 5.8, se muestra que las contribuciones de los piones no pueden dar una conclusión definitiva, pues se pueden obtener resultados incongruentes. Así es el caso de las resonancias $\Sigma^* - \Sigma$ que da un valor negativo cuando sólo se consideran las contribuciones de los piones. Se puede completar la discusión mediante el Cuadro 5.10, donde se comparan los resultados para los desdoblamientos de las masas para la resonancia Δ y el nucleón, con los trabajos realizados en las Ref. [95, 97]. Se puede ver que en este estudio el valor del desdoblamiento va de 301 MeV (cuando sólo se incluyen los piones) a 165 MeV cuando se incluyen todos los mesones pseudoescalares

Se ha mostrado que, en el sector de mesones pesados, los efectos del acoplamiento con el continuo pueden ser muy importantes en el caso de los estados que no pueden ser clasificados en el modelo cuarks constituyentes (como estados $q\bar{q}$). Como ha sido el caso de la resonancia $X(3872)$ [33, 83, 108], las propiedades poco comunes de esta resonancia son debido a la cercanía de la energía umbral del sistema $D\bar{D}^*$, y por ello no ha podido ser explicada por el modelo de cuarks constituyentes como un meson estándar (sistema cuark-anticuark) o como una molécula. Este sistema también se ha estudiado con el formalismo presentado en esta tesis, donde los sistemas son interpretados como una componente que pertenece al modelo de cuarks constituyentes y otra a los acoplamientos al continuo.

En otras palabras, mientras más lejos se esté de la energía umbral de decaimiento, más fácilmente los efectos de los acoplamientos al continuo pueden absorberse en los parámetros, usando potenciales efectivos o cambiando las frecuencias del oscilador armónico [33, 83, 107], pero esto no puede aplicarse si se está cerca de la energía umbral de decaimiento fuerte de un sistema mesón-mesón o barión-mesón. Éste es el caso de la bien conocida resonancia $\Lambda^*(1405)$ la cual será estudiado con este formalismo, debido a que está cerca de la energía umbral del sistema nucleón-kaon.

Cuadro 5.10: Desdoblamiento de masa entre la resonancia Δ y el nucleón. En la segunda columna se presenta el desdoblamiento cuando sólo se consideran los lazos piones. En la tercera columna se presenta el desdoblamiento cuando se incluyen todos los lazos debido a los mesones pseudoescalares. Los resultados de esta investigación se comparan con los trabajos realizados por Horacek *et al.* (HIN) [95]; Brack y Bhaduri (BB) [97].

| Model | π | $\pi K \eta \eta'$ | Exp.[46] |
|-------|-------|--------------------|----------|
| UQM | 301 | 165 | 293 |
| HIN | 18 | - | 293 |
| BB | 445 | - | 293 |

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo se estudiaron los decaimientos fuertes de bariones, la electroproducción de resonancias y las auto energías de los bariones debido a los lazos de mesones pseudoescalares, las conclusiones se dividen en estos tres temas:

- Decaimientos fuertes. En esta investigación se estudiaron los decaimientos fuertes de bariones ligeros, utilizando una versión modificada del modelo 3P_0 . Se aplicó a dos modelos de CQM, el modelo $U(7)$ y el hQM. Se probaron cuatro formas de vértices de creación, como conclusión se obtuvo que la mejor forma del vértice es uno Gaussiano, ya que éste contiene menos parámetros libres y reproduce de manera sistemática los resultados experimentales. Además la forma de este vértice le da un tamaño efectivo al par que se crea.

Otra modificación en el operador de transición fue la incorporación de un mecanismo que suprime la creación de los cuarks extraños $s\bar{s}$ con respecto a los $u\bar{u}$ y $d\bar{d}$, que se ha observado experimentalmente [6, 92]. Sin embargo en el caso de los decaimientos fuertes, las incertidumbres de las anchuras experimentales no permiten dar una conclusión definitiva del beneficio de incluir este mecanismo de supresión, además de que se carece de información experimental en el sector de los bariones con extrañeza. Otra conclusión de esta investigación proviene de que se hizo en el contexto del CQM, usando masas efectivas, con lo que el efecto de las supresión se ha ocultado en estas masas. Estas conclusiones son para ambos modelos de cuarks que se usaron en esta investigación, lo que les da un carácter más general, ya que no dependen del CQM, ver cuadro 3.2.

La ventaja que se obtuvo de estudiar los decaimientos fuertes con dos modelos diferentes de cuark constituyentes fue los parámetros del modelo 3P_0 son diferentes en

cada modelo (debido a que cada modelo tiene su propia asignación de estados). Esto hizo que la investigación realmente probara el mecanismo 3P_0 y se entendiera mejor.

Es importante que los resultados de predicciones de las anchuras de decaimiento fuerte de las resonancias faltantes (missing resonances), pueden ser usado por los experimentales, en su búsqueda de nuevas resonancias. Así como ayudar a clasificar los estados actuales de bariones. Esta investigación está se envió a arbitrar a *Physical Review D* [5].

- Electroproducción de resonancias.

En este estudio se ha probado que los cuarks del mar juegan un papel muy importante en la electro-producción resonancias, ya que nuestras predicciones están en buen acuerdo con los valores experimentales. Partiendo de este hecho, también se puede asociar que la producción de bariones y mesones en reacciones exclusivas puede usarse para obtener información de las componentes del mar de cuarks en el nucleón. De esta manera los futuros experimentos en relaciones exclusivas podrían proporcionar una prueba a las diferentes predicciones a cerca de la estructura del nucleón.

En esta investigación, el resultado de la extracción de la probabilidad de producción de pares cuark-anticuark en reacciones exclusivas en la dispersión de electrones en nucleón como blanco nos da que la producción de pares cuark-anticuark extraños está suprimida comparada con la de los no extraños. Este resultado está de acuerdo con los resultados experimentales en JLAB [6] y CERN [92].

Cabe mencionar que en este trabajo la supresión de la creación pares $s\bar{s}$ es resultado del contenido de sabor del mar del cuarks en el nucleón, donde a diferencia del estudio de decaimientos fuertes, el mecanismo de supresión se introduce mediante un operador. Así la supresión de pares en la electroproducción es un resultado de la dinámica y no un mecanismo introducido, ya que en el UQM el operador no lleva la supresión de pares. Estos resultados fueron publicados en *Physics Letters B* [7].

- Auto energías de bariones.

En esta investigación se estudiaron las auto energías que surgen de los acoplamientos al continuo en el UQM. Estas correcciones no se consideran en los modelos de cuarks constituyentes, pero el efecto de estos lazos pueden ofrecer una prueba de la validez de las aproximaciones “Quenched” usadas en cálculos basado en CQM, donde sólo se toman las contribuciones de los cuarks de valencia. Así vale la pena realizar estudios como el presente para conocer el efecto de los cuarks del mar en los observables. Se

puede decir que este tipo de estudios son inspecciones a los modelos de cuarks y su poder de predictibilidad, con el cual se puede saber el rango de validez, además de estudiar posible nueva física o nuevos grados efectivos de libertad.

En este trabajo se mostró que las autoenergías que se obtienen son del orden de más del 50% de la masa de los bariones en el estado base, con lo cual los modelos basados en CQM tienen muchas limitaciones. Sobre todo estos efectos son más claros cuando se está cerca de la energía umbral, que es precisamente donde los modelos basados en CQM fallan, pues se pueden tener estados exóticos, como estados moleculares.

Utilizando el UQM, se encontraron los desdoblamientos del octete y decuplete, con valores cercanos a los experimentales. Se debe notar, que no está incluida la interacción de espín, que podría ser esa parte faltante. Se concluye que estos resultados, dependen de los lazos que son incluidos y que todos los mesones pseudoescalares deben ser incluidos. Esta investigación se envió a arbitrar a *Physical Review C* [8].

Apéndice A

Convenciones

A.1. Funciones de onda espín

Los estados de espín están representados por los kets $|S, M_s\rangle$ de [28]

$$\begin{aligned} |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle & : \chi_\rho = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle] \\ & : \chi_\lambda = \frac{1}{\sqrt{6}} [2|\uparrow\uparrow\rangle - |\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle] \\ |\tfrac{3}{2}, \tfrac{3}{2}\rangle & : \chi_s = |\uparrow\uparrow\rangle \end{aligned} \tag{A.1.1}$$

donde solo se han dado las máximas proyecciones del espín es decir $M_s = S$. Los demás estados se pueden obtener mediante el operador S_- .

A.2. Funciones de sabor

Para los estados en el espacio de sabor se usa la convención de [28]. Con las representaciones de $SU(3)$ de simetría mixta, simétrica y antisimétrica con la forma $|(p, q), I, M_I, Y\rangle$ con $(p, q) = (g_1 - g_2, g_2)$:

1. Octete de bariones $(p, q) = (1, 1)$, simetría mixta

$$\begin{aligned}
|(1, 1), \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\rangle & : \phi_\rho(p) = \frac{1}{\sqrt{2}}[|udu\rangle - |duu\rangle], \\
& : \phi_\lambda(p) = \frac{1}{\sqrt{6}}[2|uud\rangle - |udu\rangle - |duu\rangle], \\
|(1, 1), 1, 1, 0\rangle & : \phi_\rho(\Sigma^+) = \frac{1}{\sqrt{2}}[|suu\rangle - |usu\rangle], \\
& : \phi_\lambda(\Sigma^+) = \frac{1}{\sqrt{6}}[-2|uus\rangle + |usu\rangle + |suu\rangle], \\
|(1, 1), 0, 0, 0\rangle & : \phi_\rho(\Lambda) = \frac{1}{\sqrt{12}}[2|uds\rangle - 2|dus\rangle - |dsu\rangle + |sdu\rangle - |sud\rangle + |usd\rangle], \\
& : \phi_\lambda(\Lambda) = \frac{1}{\sqrt{2}}[-|dsu\rangle - |sdu\rangle + |sud\rangle + |usd\rangle] \\
|(1, 1), \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1\rangle & : \phi_\rho(\Xi^0) = \frac{1}{\sqrt{2}}[|sus\rangle - |uss\rangle], \\
& : \phi_\lambda(\Xi) = \frac{1}{\sqrt{6}}[2|ssu\rangle - |sus\rangle - |uss\rangle],
\end{aligned} \tag{A.2.1}$$

2. El decuplete de bariones $(p, q) = (3, 0)$

$$\begin{aligned}
|(3, 0), \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\rangle & : \phi_s(\Delta^{++}) = |uuu\rangle, \\
|(3, 0), 1, 1, 0\rangle & : \phi_s(\Sigma^{*+}) = \frac{1}{\sqrt{3}}[|suu\rangle + |usu\rangle + |uus\rangle] \\
|(3, 0), \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1\rangle & : \phi_s(\Xi^{*0}) = \frac{1}{\sqrt{3}}[|ssu\rangle + |sus\rangle + |uss\rangle] \\
|(3, 0), 0, 0, -2\rangle & : \phi_s(\Omega^-) = |sss\rangle
\end{aligned} \tag{A.2.2}$$

3. El singulete de bariones $(p, q) = (0, 0)$;

$$|(0, 0), 0, 0, -2\rangle : \frac{1}{\sqrt{6}}[|uds\rangle - |dus\rangle + |dsu\rangle - |sdu\rangle + |sud\rangle - |usd\rangle] \tag{A.2.3}$$

Sólo se dan los estados con máxima proyección de isoespín $M_I = I$ con $Q = I + Y/2$, los demás estados pueden ser obtenidos aplicando I_- .

Apéndice B

Amplitud 3P_0

B.1. Cálculo de la amplitud 3P_0

Las amplitudes de transición corresponden al traslape usual de

$$\langle BC|T|A\rangle = \delta(\vec{K}_0)M_{A\rightarrow BC} \quad (\text{B.1.1})$$

Esta amplitud de transición no es una invariante Galileana ya que contiene el factor $\delta(\vec{K}_0)$, donde \vec{K}_0 es movimiento del centro de masa del barión A y está medido en un sistema de referencia, por lo que el cálculo de la amplitud depende del sistema de referencia que se tome. Empíricamente se sabe que el mejor sistema de referencia es en el cual A está en reposo, con $\vec{K}_0 = \vec{0}$. La conservación del momento da el factor de $\delta(\vec{K}_0)$ en la amplitud.

$$M_{A\rightarrow BC}(a, b, c) = \text{sgn}(S)6g\frac{\hbar c}{b}M_{A\rightarrow BC}^S(a, b, c), \quad (\text{B.1.2})$$

donde sgn es la función signo y S es la proyección de J cuando se toma un desarrollo en ondas parciales. Para este caso se considera la siguiente expresión para $M_{A\rightarrow BC}^S(a, b, c)$ de la referencia [5].

$$\begin{aligned} M_{A\rightarrow BC}^S(a, b, c) &= \frac{1}{3\sqrt{3}}(-1)^{l+L_a}\delta_{C_d,3}\delta_{C_g,3}\delta_{U,D}\delta_{V,G}\mathcal{F}(ABC, abc)\mathcal{R}(UV, DG; S_a) \quad (\text{B.1.3}) \\ &\times \sum_{S_{bc}}(-1)^{S_a-S_{bc}} \begin{bmatrix} J_d & \frac{1}{2} & S_b \\ J_g & \frac{1}{2} & S_c \\ S_a & 1 & S_{bc} \end{bmatrix} \times \sum_{L_{bc}}(-1)^{L_{bc}} \begin{bmatrix} S_b & L_b & J_b \\ S_c & L_c & J_c \\ S_{bc} & L_{bc} & J_{bc} \end{bmatrix} \\ &\times \sum_L \hat{L}^2 \left\{ \begin{matrix} S_a & L_a & J_a \\ L & S_{bc} & 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} S_{bc} & L_{bc} & J_{bc} \\ l & J_a & L \end{matrix} \right\} \varepsilon(L_b, L_c, L_{bc}, l, L_a, L, k_0), \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
\varepsilon(L_b, L_c, L_{bc}, l, L_a, L, k_0) &= (-1)^{L_{bc}} \frac{1}{2} \frac{\exp(-F^2 k_0^2)}{G^{L_a+L_b+L_c+4}} N_a N_b^* N_c^* \quad (\text{B.1.4}) \\
&\times \sum_{l_1, l_2, l_3, l_4} C_{l_1}^{L_b} C_{l_2}^{L_c} C_{l_3}^1 C_{l_4}^{L_a} \left(x - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{l_1} \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{2}{3}}x\right)^{l_2} \left(\sqrt{\frac{2}{3}}x - 1\right)^{l_3} x^{l_4} \\
&\times \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{l_2} \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{l_3} \sum_{l_{12}, l_5, l_6, l_7, l_8} (-1)^{l_{12}+l_6} \frac{\hat{l}_5}{\hat{L}} \begin{bmatrix} l_1 & l'_1 & L_b \\ l_2 & l'_2 & L_c \\ l_{12} & l_6 & L_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_3 & l'_3 & 1 \\ l_4 & l'_4 & L_a \\ l_7 & l_8 & L \end{bmatrix} \\
&\times \left\{ \begin{array}{ccc} l & l_{12} & l_5 \\ l_6 & L & L_{bc} \end{array} \right\} B_{l_1 l_2}^{l_{12}} B_{l_{12}}^{l_5} B_{l'_1 l'_2}^{l_6} B_{l_3 l_4}^{l_7} B_{l'_3 l'_4}^{l_8} \sum_{\lambda, \mu, \nu} D_{\lambda \mu \nu}(x) I_\nu(l_5, l_6, l_7, l_8; L) \\
&\times \left(\frac{l'_1 + l'_2 + l'_3 + l'_4 + 2\mu + \nu + 1}{2}\right)! k_0^{l_1+l_2+l_3+l_4+2\lambda+\nu} / G^{-l_1-l_2-l_3-l_4+2\mu+\nu}.
\end{aligned}$$

Se ha usado

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \hat{c} \hat{f} \hat{g} \hat{h} \hat{i} \left\{ \begin{array}{ccc} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{array} \right\} \quad (\text{B.1.5})$$

con $\left\{ \begin{array}{ccc} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{array} \right\}$ los símbolos 9- j y $\hat{J} = \sqrt{2J+1}$, junto a

$$C_l^L = \sqrt{\frac{4\pi(2L+1)!}{(2l+1)![2(L-l)+1]!}} \quad (\text{B.1.6})$$

$$B_{l_1, l_2}^l = \frac{(-1)^l}{\sqrt{4\pi}} \hat{l}_1 \hat{l}_2 \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.1.7})$$

con las definiciones $l'_1 = L_b - l_1$, $l'_2 = L_c - l_2$, $l'_3 = 1 - l_3$ y $l'_4 = L_a - l_4$. Los coeficientes restantes son

$$\begin{aligned}
G^2 &= \alpha_b^2 + \frac{1}{3}\alpha_c^2 + \frac{1}{3}\alpha_d^2, \\
x &= \frac{2\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + 2\alpha_d^2}{2\sqrt{6}G^2}, \\
F^2 &= \frac{\alpha_b^2(12\alpha_b^2 + 5\alpha_c^2) + \alpha_d^2(20\alpha_b^2 + 3\alpha_c^2)}{24(3\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + \alpha_d^2)}, \quad (\text{B.1.8})
\end{aligned}$$

donde α_b y α_c son los radios de los bariones y el mesón respectivamente.

Una simplificación ocurre cuando los hadrones B (barión final) y C (mesón) están el estado base, es decir cuando no se tiene momento angular orbital, entonces $L_b = L_c = 0$,

pero con la posibilidad de excitaciones orbitales en el hadrón inicial A (barión inicial). También se tiene que $J_b = S_b$, $J_c = S_c$, $J_{bc} = S_{bc}$, $l_1 = l_2 = l'_1 = l'_2 = l_{12} = l_6 = L_{bc} = 0$ y $l_5 = L = l$. Además de $L_b = L_c = 0$ es que $D_{\lambda\mu\nu} = \delta_{0,\lambda}\delta_{0,\mu}\delta_{0,\nu}$, hace que también $l_8 = l_6 = 0$, $l_7 = l_5 = L$ y $l'_3 = l'_4$. Entoces para este caso ec. (B.1.3) se reduce a

$$M_{A \rightarrow BC}(a, b, c) = \frac{1}{3}(-1)^{L_a+S_a+J_a} \hat{S}_a \hat{S}_b \hat{S}_c \hat{S}_{bc} \hat{L} \mathcal{F} \mathcal{R} \quad (\text{B.1.9})$$

$$\times \begin{Bmatrix} J_d & \frac{1}{2} & S_b \\ J_g & \frac{1}{2} & S_c \\ S_a & 1 & S_{bc} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} S_a & L_a & J_a \\ l & S_{bc} & 1 \end{Bmatrix} \varepsilon(l, L_a, k_0),$$

con

$$\varepsilon(l, L_a, k_0) = N_a N_b^* N_c^* (-1)^{L_a} \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{\pi}} \frac{k_0^{L_a-1} \exp(-F^2 k_0^2)}{G^5} \hat{L}_a \quad (\text{B.1.10})$$

$$\times \sum_{l_3=0}^1 (-1)^{l_3} \left[\frac{3!(2L_a+1)!}{(2l_3)!(2L_a-2l_3)!} \right]^{1/2} \left(\sqrt{\frac{2}{3}}x - 1 \right)^{l_3} x^{L_a-l_3}$$

$$\times \begin{Bmatrix} 1 & l_3 & l'_3 \\ L_a - l'_3 & L_a & l \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_3 & L_a - l'_3 & l \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \left(\frac{3-2l_3}{2} \right)! \frac{(Gk_0)^{2l_3}}{(3-2l_3)!}$$

y $l'_3 = 1 - l_3$. En nuestro caso de interés, los bariones A, B y el mesón C están en reposo, por lo que la parte orbital contenida en la función $\varepsilon(l, L_a, k_0)$ se simplifica a $\varepsilon(l = 1, 0, k_0)$ para la cual la ec. (B.1.10)

$$\varepsilon(l = 1, 0, k_0) = \frac{1}{8} N_a N_b^* N_c^* \left(\sqrt{\frac{2}{3}}x - 1 \right) \frac{k_0 \exp(-F^2 k_0^2)}{G^3}. \quad (\text{B.1.11})$$

La expresión final para $\varepsilon(l = 1, 0, k_0)$ es:

$$\varepsilon(l = 1, 0, k_0) = -\frac{1}{2} \left(\frac{9\alpha_b^4 \alpha_c^2}{\pi} \right)^{3/4} \frac{(4\alpha_b^2 + \alpha_c^2) k_0 e^{-F^2 k_0^2}}{(3\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + \alpha_d^2)^{5/2}}, \quad (\text{B.1.12})$$

$$F^2 = \frac{\alpha_b^2(12\alpha_b^2 + 5\alpha_c^2) + \alpha_d^2(20\alpha_b^2 + 3\alpha_c^2)}{24(3\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + \alpha_d^2)}. \quad (\text{B.1.13})$$

De esta forma la ec. (B.1.10) se puede escribir como:

$$M_{A \rightarrow BC}(a, b, c) = 6\gamma \theta_{A \rightarrow BC} \varepsilon(l = 1, 0, k_0), \quad (\text{B.1.14})$$

donde $\theta_{A \rightarrow BC}$ es la amplitud de transición en el espacio de espín-sabor, y los coeficientes están dados en las siguientes tablas, cuando solo se consideran bariones del octete, decuplete y los mesones pseudoescalares.

Apéndice C

Funciones de onda unquenched

C.1. Las funciones de onda en una base esférica

Para la construcción de los estados en el UQM es necesario calcular las amplitudes en el modelo 3P_0 , y dependiendo de la base en el espacio orbital, los estados serán descritos por un conjunto de números cuánticos. En particular para el cálculo de las autoenergías, utilizar el centro de masa del barión en cuestión, hace que sea sencillo utilizar en el sistema barión-mesón BC en una base esférica acoplada, y este formalismo fue construido por W. Roberts y B. Silvestre-Brac en la referencia [56], donde se da el cambio a una base acoplada BC es:

$$|BC, J_b, J_c, J_{bc} l; J_a M_a, \vec{K}_0, k_0\rangle = \sum_{M_{bc}, m, M_b, M_c} \langle J_b M_b, J_c M_c | J_{bc} M_{bc} \rangle \times \int d^3 K_b d^3 K_c \langle J_{bc} M_{bc} l m | J_a M_a \rangle \langle \vec{K}_b \vec{K}_c | \vec{K}_0 l m k_0 \rangle |B, J_b M_b \vec{K}_b\rangle |C, J_c M_c \vec{K}_c\rangle. \quad (\text{C.1.1})$$

Aquí los valores J_a y M_a representan el momento angular del barión de valencia A y su proyección. El cambio de base de ondas esféricas a ondas planas, está dado por:

$$\langle \vec{K}_b \vec{K}_c | \vec{K}_0 l m k_0 \rangle = \delta^3(\vec{K} - \vec{K}_0) \frac{Y_l^m(\hat{k}_r)}{k_r^2} \delta(k_r - k_0). \quad (\text{C.1.2})$$

En la ec. (C.1.2) se realizó un cambio de variables al centro de masa del sistema BC y el momento relativo entre B y C usando:

$$\vec{K} = \vec{K}_b + \vec{K}_c \quad (\text{C.1.3})$$

$$\vec{k}_r = \frac{M_C \vec{K}_c - M_B \vec{K}_b}{M_B + M_C}, \quad \hat{k}_r = \frac{\vec{k}_r}{|\vec{k}_r|} \quad (\text{C.1.4})$$

con \vec{K}_b y \vec{K}_c los momentos del centro de masa del barión B y el mesón C , respectivamente.

El estado buscado es $|B_i C_j, k_0, \vec{K}_0, l, J\rangle$, que no depende de \vec{K}_0 , cuando se escoge como sistema de referencia el centro de masa del sistema, $\vec{K} = \vec{K}_b + \vec{K}_c = 0$, que es el sistema que coincide con el centro de masa del barión A , pues tiene como función de peso la amplitud de probabilidad del decaimiento fuerte $A \rightarrow BC$, donde A y B son bariones y C un mesón. Esta función de peso viene de la ec.(2.2.1)

$$\langle BC, l, J, \vec{K}, k_0 | T^\dagger | A \rangle = \delta(\vec{K}) M_{A \rightarrow BC}(k_0). \quad (\text{C.1.5})$$

C.2. Estados Unquenched en ondas esféricas vs Ondas planas

En la extensión del CQM se consideraran componentes extras en las funciones de onda, a partir de la creación de pares cuark-anticuark a partir del vacío propuesta en [52, 53, 54, 55]. Así la función de onda del barión se escribe como:

$$|\Psi_{\text{tot}}\rangle = N \left[|A\rangle + \sum_{BCIJ} \int d\vec{K} dk k^2 \frac{|BC, l, J, \vec{K}, k\rangle \langle BC, l, J, \vec{K}, k | T^\dagger | A \rangle}{E_A - E_B(k) - E_C(k)} \right] \quad (\text{C.2.1})$$

con el operador 3P_0 definido en 2.2.2.

En esta base la relación de cerradura de los estados en ondas esféricas está dada por [56]

$$|\Psi_{\text{tot}}\rangle = \sum_{BCIJ} \int d\vec{K} dk k^2 |BC, l, J, \vec{K}, k\rangle \langle BC, l, J, \vec{K}, k|. \quad (\text{C.2.2})$$

Así en esta base las amplitudes 3P_0 que aparacen en los estados, para un sistema donde el barión A está en reposo, pueden ser escritas como

$$\langle BC, l, J, \vec{K}, k | T^\dagger | A \rangle = \delta^3(\vec{K}) M_{A,BC}(k, J, l), \quad (\text{C.2.3})$$

donde $M_{A,BC}(J, l)$ son las amplitudes parciales, que son independientes de las proyecciones de los estados, al usar la base esférica, pues el operador 3P_0 es un escalar.

Sin embargo para definir las funciones de onda en proyección definida se puede usar la base desacoplada, donde la relación de cerradura es la siguiente

$$\sum_{BC, J_b, m_b, J_c, m_c} \int d\vec{K}_B d\vec{K}_C |BC, J_b, m_b, J_c, m_c, \vec{K}_B, \vec{K}_C\rangle \langle BC, J_b, m_b, J_c, m_c, \vec{K}_B, \vec{K}_C|. \quad (\text{C.2.4})$$

Así los estados en el UQM, con una helicidad definida, momento K_A , se escriben en esta base como:

$$\begin{aligned} |\Psi_{\text{tot}}, \vec{K}_A, J_a, m_a\rangle = & \\ N \left[|A, \vec{K}_A, J_a, m_a\rangle + \sum_{BC, J_b, m_b, J_c, m_c} \int d\vec{K}_B d\vec{K}_C |BC, J_b, m_b, J_c, m_c, \vec{K}_B, \vec{K}_C\rangle \right. & \\ \times \left. \frac{\langle BC, J_b, m_b, J_c, m_c, \vec{K}_B, \vec{K}_C | T^\dagger | A, \vec{K}_A, J_a, m_a \rangle}{E_A - E_B - E_C} \right]. & \end{aligned} \quad (\text{C.2.5})$$

En la siguiente sección se analizará este término en casos de interés para calcular las amplitudes de transición en el modelo 3P_0 .

C.3. Amplitudes 3P_0 en ondas planas

Ahora se hace un desarrollo en ondas planas las amplitudes 3P_0 descomponiendo los estados del modelo de cuarks constituyentes

$$|A, \vec{K}_A, J_a, m_a\rangle = |\Phi\rangle \otimes |\Psi_A\rangle, \quad (\text{C.3.1})$$

donde $|\Phi\rangle$ son las funciones espín-sabor en $SU(6)$ y $|\Psi_A\rangle$ son las funciones totales en el espacio orbital. Así la amplitud 3P_0 puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \langle BC, J_b, m_b, J_c, m_c, \vec{K}_B, \vec{K}_C | T^\dagger | A, \vec{K}_A, J_a, m_a \rangle = 3\gamma \sum_m \langle 1, 1; m, -m | 0, 0 \rangle & \\ \times \langle \Phi_B^{m_b} \Phi_C^{m_c} | \Phi_A^{m_a} \Phi_{\text{vac}}^{-m} \rangle I_m(A, B, C), & \end{aligned} \quad (\text{C.3.2})$$

donde

$$\Phi_{\text{vac}}^{-m} = \chi_1^{-m} \phi_0. \quad (\text{C.3.3})$$

Aquí χ_1^{-m} es la función de onda de espín del par, que corresponde al triplete $S = 1$ y ϕ_0 es el singulete de $SU(3)$ de sabor. Así se puede separar la parte espacial como:

$$\begin{aligned} I_m(A, B, C) = \int \prod_i d\vec{p}_i \mathcal{Y}_{1m}(\vec{p}_4 - \vec{p}_5) \delta^3(\vec{p}_4 + \vec{p}_5) \Psi_B^{\text{tot}}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_4) & \\ \times \Psi_C^{\text{tot}}(\vec{p}_3, \vec{p}_5) \Psi_A^{\text{tot}}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3), & \end{aligned} \quad (\text{C.3.4})$$

que puede ser evaluada en la base del oscilador armónico. Primero integramos sobre \vec{p}_5 con la función delta, así se obtiene:

$$I_m(A, B, C) = \int \prod_i d\vec{p}_i \mathcal{Y}_{1m}(2\vec{p}_4) \Psi_B^{\text{tot}}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_4) \Psi_C^{\text{tot}}(\vec{p}_3, -\vec{p}_4) \Psi_A^{\text{tot}}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3). \quad (\text{C.3.5})$$

Ahora para eliminar la dependencia en \vec{p}_4 utilizamos la función de onda en el espacio de los momentos:

$$\Psi_C^{\text{tot}}(\vec{p}_3, -\vec{p}_4) = \delta^3(\vec{p}_3 - \vec{p}_4 - \vec{K}_C) \psi_C^{\text{rel}}(\vec{p}_3, -\vec{p}_4). \quad (\text{C.3.6})$$

Con la función delta integramos sobre \vec{p}_4 y se obtiene

$$\begin{aligned} I_m(A, B, C) = \int \prod_i d\vec{p}_i \mathcal{Y}_{1m} \left[2(\vec{p}_3 - \vec{K}_C) \right] & \Psi_B^{\text{tot}}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3 - \vec{K}_C) \\ & \times \psi_C^{\text{rel}}(\vec{p}_3, -\vec{p}_3 + \vec{K}_C) \Psi_A^{\text{tot}}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3). \end{aligned} \quad (\text{C.3.7})$$

Ahora con las coordenadas restantes usamos la siguiente transformación de coordenadas:

$$\vec{P}_\rho = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{p}_1 - \vec{p}_2), \quad (\text{C.3.8})$$

$$\vec{P}_\lambda = \frac{1}{\sqrt{6}} (\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - 2\vec{p}_3), \quad (\text{C.3.9})$$

$$\vec{P}_{\text{cm}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3). \quad (\text{C.3.10})$$

Entonces podemos usar la siguiente convención para las funciones de onda de los bariones y los mesones

$$\begin{aligned} \Psi_A^{\text{tot}}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3) &= \delta^3(\vec{P}_{\text{cm}} - \vec{K}_A) \left(\frac{\sqrt{3}R_A^2}{\pi} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{R_A^2}{2} (P_\rho^2 + P_\lambda^2) \right], \\ \Psi_B^{\text{tot}}(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3 - \vec{K}_C) &= \delta^3(\vec{P}_{\text{cm}} - \vec{K}_C - \vec{K}_B) \left(\frac{\sqrt{3}R_B^2}{\pi} \right)^{3/2} \\ &\times \exp \left[-\frac{R_B^2}{6} (3P_\rho^2 + 3P_\lambda^2 + 2\sqrt{6}\vec{P}_\lambda \cdot \vec{K}_C + 2K_C^2) \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.3.11})$$

Para el mesón se tiene

$$\psi_C^{\text{rel}}(\vec{p}_3, -\vec{p}_3 + \vec{K}_C) = \left(\frac{R_C^2}{\pi} \right)^{3/4} \exp \left[-\frac{R_C^2}{8} \left(\frac{2}{3}\vec{P}_{\text{cm}} - 2\sqrt{\frac{2}{3}}\vec{P}_\lambda - \vec{K}_C \right)^2 \right]. \quad (\text{C.3.12})$$

Así se obtiene la expresión final para $I_m(A, B, C)$ en un sistema arbitrario de referencia \vec{K}_A :

$$\begin{aligned}
I_m(A, B, C) &= \left(\frac{\sqrt{3}R^2R_c}{3R^2 + R_c^2} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{\pi} \right)^{3/4} \delta^3(\vec{K}_A - \vec{K}_C - \vec{K}_B) \\
&\exp \left\{ -\frac{R_c^2 K_A^2}{18} - \frac{12R^4 + 5R^2 R_c^2}{24(3R^2 + R_c^2)} K_c^2 - \frac{(2R^2 + R_c^2)^2}{8(3R^2 + R_c^2)} K_c^2 + \frac{R_c^2}{6} \vec{K}_C \cdot \vec{K}_A \right\} \\
&\exp \left\{ \frac{3R^2 + R_c^2}{12} \left(\left[\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(2R^2 + R_c^2)}{(3R^2 + R_c^2)} \vec{K}_C - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{R_c^2}{(3R^2 + R_c^2)} \vec{K}_A \right]^2 \right) \right\} \\
&\left[-\frac{(4R^2 + R_c^2)}{(3R^2 + R_c^2)} \mathcal{Y}_{1m}(\vec{K}_C) + \frac{2R^2}{(3R^2 + R_c^2)} \mathcal{Y}_{1m}(\vec{K}_A) \right]. \quad (\text{C.3.13})
\end{aligned}$$

Apéndice D

Acoplamiento en el espacio de color, espín y sabor

D.1. Acoplamiento espín-sabor

El tratamiento de la parte de espín-sabor depende de los multipletes que se involucren en el acoplamiento. En este caso se analizará la parte de espín-sabor en $SU(6)$:

$$\langle \Phi_B^{m_b} \Phi_C^{m_c} | \Phi_A^{m_a} \Phi_{vac}^{-m} \rangle. \quad (D.1.1)$$

Las funciones de espín-sabor de $SU(6)$ se pueden escribir como sigue:

- Para el barión A del decuplete se tiene que:

$$|\Phi_A^{m_a}\rangle = |\phi_A^s\rangle \otimes |\chi_s^{m_a}\rangle. \quad (D.1.2)$$

- Para el barión A del octete se tiene:

$$|\Phi_A^{m_a}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\phi_A^\rho\rangle \otimes |\chi_\rho^{m_a}\rangle + |\phi_A^\lambda\rangle \otimes |\chi_\lambda^{m_a}\rangle \right]. \quad (D.1.3)$$

- El mesón M puede ser escrito simplemente como:

$$|\Phi_C^{m_c}\rangle = |\phi_C\rangle \otimes |\chi^{m_c}\rangle. \quad (D.1.4)$$

Al considerar sólo los mesones pseudoescalares, las funciones de onda de espín no llevan momento angular, así $m_c = 0$ entonces se tiene

$$|\chi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle]. \quad (D.1.5)$$

El primer caso que se va analizar es $B_{10} \rightarrow B_8 + M_8$, el caso de bariones del decuplete en estado base, a bariones del octete en estado base y mesones del octete pseudoescalares. En este caso la ec. (D.1.1) se puede desarrollar como:

$$\langle \Phi_B^{m_b} \Phi_C^{m_c} | \Phi_A^{m_a} \Phi_{vac}^{-m} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[\langle \phi_B^\rho | \otimes \langle \chi_\rho^{m_b} | + \langle \phi_B^\lambda | \otimes \langle \chi_\lambda^{m_b} | \right] \otimes [\langle \phi_C | \otimes \langle \chi^{m_c} |] \right\} \\ \left\{ [| \phi_A^s \rangle \otimes | \chi_s^{m_a} \rangle] \otimes [| \chi_1^{-m} \rangle \otimes | \phi_0 \rangle] \right\}. \quad (D.1.6)$$

El desarrollo anterior se puede simplificar al utilizar la simetría de las funciones de onda de los estados del decuplete en el espacio de sabor, $|\phi_A^s\rangle$, que son completamente simétricas bajo el intercambio de cualquier par de cuarks, así solo hay contribución con los estados $|\phi_B^\lambda\rangle$ del estado final

$$\langle \Phi_B^{m_b} \Phi_C^{m_c} | \Phi_A^{m_a} \Phi_{vac}^{-m} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[\langle \phi_B^\lambda | \otimes \langle \chi_\lambda^{m_b} | \right] \otimes [\langle \phi_C | \otimes \langle \chi^{m_c} |] \right\} \\ \left\{ [| \phi_A^s \rangle \otimes | \chi_s^{m_a} \rangle] \otimes [| \chi_1^{-m} \rangle \otimes | \phi_0 \rangle] \right\} \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[\langle \phi_B^\lambda | \otimes [\langle \phi_C |] \otimes [| \phi_A^s \rangle \otimes | \phi_0 \rangle] \right] \left\{ [\langle \chi_\lambda^{m_b} | \otimes \langle \chi^{m_c} |] \otimes [| \chi_s^{m_a} \rangle \otimes | \chi_1^{-m} \rangle] \right\} \right\}, \quad (D.1.7)$$

donde en el último paso se separa la parte de sabor y la parte de espín, así definiendo:

$$F^{10 \rightarrow 8 \otimes 8} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[\langle \phi_B^\lambda | \otimes [\langle \phi_C |] \otimes [| \phi_A^s \rangle \otimes | \phi_0 \rangle] \right] \right\}, \quad (D.1.8)$$

$$S(m_a, m_b, m_c, m) = [\langle \chi_\lambda^{m_b} | \otimes \langle \chi^{m_c} |] \otimes [| \chi_s^{m_a} \rangle \otimes | \chi_1^{-m} \rangle]. \quad (D.1.9)$$

En este caso particular se obtiene la factorización del sabor, que es independiente de la proyección m en la ec.(C.3.2). Además para los piones $m_c = 0$ lo que nos da la regla de selección para el coeficiente $S(m_a, m_b, 0, m)$

$$m_a - m = m_b, \quad (D.1.10)$$

recordando que $J_a = 3/2$, $J_b = 1/2$, $J_c = 0$ y $l = 1$.

De manera completamente análoga se pueden tratar los siguientes casos

- Para el caso $B_{10} \rightarrow B_{10} + M_8$ se tiene:

$$F^{10 \rightarrow 10 \otimes 8} = \{ [\langle \phi_B^s | \otimes [\langle \phi_C |] \otimes [| \phi_A^s \rangle \otimes | \phi_0 \rangle]] \}, \quad (D.1.11)$$

$$S(m_a, m_b, 0, m) = [\langle \chi_s^{m_b} | \otimes \langle \chi^0 |] \otimes [| \chi_s^{m_a} \rangle \otimes | \chi_1^{-m} \rangle], \quad (D.1.12)$$

con $J_a = J_b = 3/2$, $J_c = 0$ y $l = 1$.

- Para el caso $B_8 \rightarrow B_{10} + M_8$ se tiene:

$$F^{8 \rightarrow 10 \otimes 8} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ [\langle \phi_B^s | \otimes [\langle \phi_C |] \otimes [| \phi_A^\lambda \rangle \otimes | \phi_0 \rangle]] \right\}, \quad (D.1.13)$$

$$S(m_a, m_b, 0, m) = [\langle \chi_s^{m_b} | \otimes \langle \chi^0 |] \otimes [| \chi_\lambda^{m_a} \rangle \otimes | \chi_1^{-m} \rangle]. \quad (D.1.14)$$

El caso restante $B_8 \rightarrow B_8 + M_8$ es diferente, debido a que la parte de espín y sabor no se separan y se quedan mezcladas, lo que implica que:

$$\langle \Phi_B^{m_b} \Phi_C^{m_c} | \Phi_A^{m_a} \Phi_{vac}^{-m} \rangle = \frac{1}{2} \left\{ \left[\langle \phi_B^\rho | \otimes \langle \chi_\rho^{m_b} | + \langle \phi_B^\lambda | \otimes \langle \chi_\lambda^{m_b} | \right] \otimes [\langle \phi_C | \otimes \langle \chi^{m_c} |] \right\} \\ \left\{ \left[|\phi_A^\rho\rangle \otimes |\chi_\rho^{m_a}\rangle + |\phi_A^\lambda\rangle \otimes |\chi_\lambda^{m_a}\rangle \right] \otimes [|\chi_1^{-m}\rangle \otimes |\phi_0\rangle] \right\}. \quad (\text{D.1.15})$$

Una simplificación es que las componentes ρ y λ no se mezclan en la parte del sabor, lo que simplifica la expresión a:

$$\langle \Phi_B^{m_b} \Phi_C^{m_c} | \Phi_A^{m_a} \Phi_{vac}^{-m} \rangle = \frac{1}{2} \left\{ \left[\langle \phi_B^\rho \phi_C | \phi_A^\rho \phi_0 \rangle \langle \chi_\rho^{m_b} \chi^{m_c} | \chi_\rho^{m_a} \chi_1^{-m} \rangle \right] \right. \\ \left. + \left[\langle \phi_B^\lambda \phi_C | \phi_A^\lambda \phi_0 \rangle \langle \chi_\lambda^{m_b} \chi^{m_c} | \chi_\lambda^{m_a} \chi_1^{-m} \rangle \right] \right\}. \quad (\text{D.1.16})$$

Entonces podemos definir

$$F_\rho^{8 \rightarrow 8 \otimes 8} = \langle \phi_B^\rho \phi_C | \phi_A^\rho \phi_0 \rangle, \quad (\text{D.1.17})$$

$$F_\lambda^{8 \rightarrow 8 \otimes 8} = \langle \phi_B^\lambda \phi_C | \phi_A^\lambda \phi_0 \rangle. \quad (\text{D.1.18})$$

Estos coeficientes en combinación con los elementos de matriz en el espacio orbital nos dan amplitudes 3P_0 en ondas planas, para los estados que incluyen los bariones y mesones del estado base.

D.2. Acoplamientos en el espacio de color, espín y sabor con la supresión de pares

Una simplificación ocurre cuando los hadrones B (barión final) y C (mesón) están el estado base, es decir cuando no tienen momento angular orbital, entonces $L_b = L_c = 0$, pero con la posibilidad de excitaciones orbitales en el hadrón inicial A (barión inicial). También se tiene que $J_b = S_b$, $J_c = S_c$, $J_{bc} = S_{bc}$, $l_1 = l_2 = l'_1 = l'_2 = l_{12} = l_6 = L_{bc} = 0$ y $l_5 = L = l$. Además de $L_b = L_c = 0$ se tiene que $D_{\lambda\mu\nu} = \delta_{0,\lambda}\delta_{0,\mu}\delta_{0,\nu}$, lo que hace que también se cumplan $l_8 = l_6 = 0$, $l_7 = l_5 = L$ y $l'_3 = l'_4$. En este caso los acoplamientos en el espacio de Color-Espín-Sabor $\theta_{A \rightarrow BC}^\rho$ se reduce a

$$\theta_{A \rightarrow BC}^\rho = C S^\rho \mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^\rho \\ = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2J_b+1}{2}} (-1)^{J_\rho+J_a-\frac{1}{2}} \left\{ \begin{array}{ccc} J_a & 1 & J_b \\ \frac{1}{2} & J_\rho & \frac{1}{2} \end{array} \right\} \mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^\rho, \quad (\text{D.2.1})$$

donde $C = \frac{1}{3}$ es la contribución en el espacio de color, y que para todos los casos es la misma constante. S^ρ es el elemento de matriz en el espacio de espín, J_ρ es el momento

angular total de los dos cuarks espectadores en el proceso 3P_0 y $\mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^\rho$ es el acoplamiento en el espacio de sabor, de la transición $A \rightarrow BC$. En este caso el superíndice denota la configuración de los dos cuarks espectadores, es decir que sus números cuánticos no cambian durante la transición.

La parte espacial se reduce a

$$\epsilon(k) = -\frac{1}{2} \left(\frac{9\alpha_b^4 \alpha_c^2}{\pi} \right)^{3/4} \frac{(4\alpha_b^2 + \alpha_c^2) k e^{-F^2 k^2}}{(3\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + \alpha_d^2)^{5/2}}. \quad (\text{D.2.2})$$

Y ahora se presentan los coeficientes de Color-Espín-Sabor para el caso de los bariones del octete y decuplete en combinación de los mesones pseudoescalares.

Para presentar los coeficientes de Color-Espín-Sabor en una manera simple, se puede absorber el factor constante de la normalización debida a la supresión de pares $\sqrt{\frac{3}{2 + \left(\frac{m_n}{m_s}\right)^2}}$ en la constante de acoplamiento γ_0 , ver Cuadro 3.3.

- **Coefficientes de Color-Espín-Sabor para los acoplamientos $A_8 \rightarrow B_8 + C_8$.** En el caso de los bariones del octete, las funciones de onda tienen la siguiente estructura:

$$|\phi_{A_8}\rangle_{\text{SF}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\chi_a^{\rho_1} \phi_a^{\rho_1}\rangle + |\chi_a^{\rho_2} \phi_a^{\rho_2}\rangle), \quad (\text{D.2.3})$$

donde $\chi_a^{\rho_i}$ es la función de onda en el espacio de espín y $\phi_a^{\rho_i}$ en la del espacio de sabor. En este caso se observa que las funciones de onda del octete de bariones están acopladas en el espacio espín-sabor. Además tanto el barión inicial como final son del octete de bariones, así los acoplamientos en el espacio Color-Espín-Sabor pueden ser escritos como:

$$\begin{aligned} CSF_{\text{Tot}} &= \frac{1}{2} (\theta_{A \rightarrow BC}^{\rho_1} + \theta_{A \rightarrow BC}^{\rho_2}) \\ &= \frac{1}{6} (S^{\rho_1} \mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^{\rho_1} + S^{\rho_2} \mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^{\rho_2}), \end{aligned} \quad (\text{D.2.4})$$

con $S^{\rho_1} = 1/6$ cuando $J_{\rho_1} = 1$ y $S^{\rho_2} = -1/2$ cuando $J_{\rho_2} = 0$ para todos los acoplamientos [Ver Ec. (D.2.1)].

$$\begin{pmatrix} N \\ \Sigma \\ \Lambda \\ \Xi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N\pi & N\eta_8 & \Sigma K & \Lambda K \\ N\bar{K} & \Sigma\pi & \Lambda\pi & \Xi K \\ N\bar{K} & \Sigma\pi & \Xi K & \\ \Sigma\bar{K} & \Lambda\bar{K} & \Xi\pi & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{54\sqrt{2}} & -\frac{1}{54\sqrt{2}} & \frac{1}{54\sqrt{2}} \frac{m_n}{m_s} & \frac{1}{18\sqrt{2}} \frac{m_n}{m_s} \\ \frac{1}{54\sqrt{3}} & -\frac{2}{27\sqrt{3}} & -\frac{1}{27\sqrt{2}} & \frac{5}{54\sqrt{3}} \frac{m_n}{m_s} \\ -\frac{1}{18} & \frac{1}{9\sqrt{6}} & -\frac{1}{54} \frac{m_n}{m_s} & \\ -\frac{5}{54\sqrt{2}} & -\frac{1}{54\sqrt{2}} & \frac{1}{54\sqrt{2}} & \end{pmatrix}. \quad (\text{D.2.5})$$

$$\begin{pmatrix} \Sigma \\ \Lambda \\ \Xi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \Sigma\eta_8 \\ \Lambda\eta_8 \\ \Xi\eta_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2-\frac{m_n}{m_s}}{81\sqrt{2}} \\ \frac{1}{27\sqrt{2}}\frac{m_n}{m_s} \\ \frac{1+8\frac{m_n}{m_s}}{162\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.2.6})$$

- **Coefficientes de Color-Espín-Sabor para los acoplamientos $A_8 \rightarrow B_8 + C_1$.** Este caso es similar al caso anterior, pero tiene una estructura diferente en el espacio de sabor del mesón, así se tiene:

$$\begin{aligned} CSF_{\text{Tot}} &= \frac{1}{2} (\theta_{A \rightarrow BC}^{\rho_1} + \theta_{A \rightarrow BC}^{\rho_2}) \\ &= \frac{1}{6} (S^{\rho_1} \mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^{\rho_1} + S^{\rho_2} \mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^{\rho_2}), \end{aligned} \quad (\text{D.2.7})$$

con $S^{\rho_1} = 1/6$ cuando $J_{\rho_1} = 1$ y $S^{\rho_2} = -1/2$ cuando $J_{\rho_2} = 0$ para todos los acoplamientos.

$$\begin{pmatrix} N \\ \Sigma \\ \Lambda \\ \Xi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N\eta_1 \\ \Sigma\eta_1 \\ \Lambda\eta_1 \\ \Xi\eta_1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{54} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{4-\frac{m_n}{m_s}}{3} \\ \frac{m_n}{m_s} \\ \frac{4\frac{m_n}{m_s}-1}{3} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.2.8})$$

- **Coefficientes de Color-Espín-Sabor para los acoplamientos $A_8 \rightarrow B_{10} + C_8$.** En este caso se tiene a los bariones del decuplete en el estado final. Sus funciones de onda en el espacio espín-sabor tienen la siguiente estructura:

$$|\phi_{B_{10}}\rangle_{\text{SF}} = |\chi_b\phi_b\rangle. \quad (\text{D.2.9})$$

Como la función de onda es completamente simétrica en el espacio de espín-sabor, no hay acoplamiento con la componente asimétrica de la función de onda inicial, así $\chi_a^{\rho_2} = 0$, con lo que para este caso los acoplamientos se simplifican a:

$$CSF_{\text{Tot}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\theta_{A \rightarrow BC}^{\rho_1} = \frac{1}{3\sqrt{2}}S^{\rho_1}\mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^{\rho_1}, \quad (\text{D.2.10})$$

con $J_{\rho_1} = 1$ se obtiene que $S^{\rho_1} = -\sqrt{2}/3$ para todos los acoplamientos.

$$\begin{pmatrix} N \\ \Sigma \\ \Lambda \\ \Xi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \Delta\pi & \Sigma^*K \\ \Delta\bar{K} & \Sigma^*\pi & \Sigma^*\eta_8 & \Xi^*K \\ & \Sigma^*\pi & \Xi^*K & \\ \Sigma^*\bar{K} & \Xi^*\pi & \Xi^*\eta_8 & \Omega K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{27} & \frac{1}{27} \frac{m_n}{m_s} \\ \frac{2\sqrt{2}}{27\sqrt{3}} & -\frac{\sqrt{2}}{27\sqrt{3}} & -\frac{1+2\frac{m_n}{m_s}}{81} & \frac{\sqrt{2}}{27\sqrt{3}} \frac{m_n}{m_s} \\ & -\frac{1}{9\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{2}}{27} \frac{m_n}{m_s} & \\ \frac{1}{27} & -\frac{1}{27} & -\frac{1+2\frac{m_n}{m_s}}{81} & \frac{\sqrt{2}}{27} \frac{m_n}{m_s} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.2.11})$$

- **Coefficientes de Color-Espín-Sabor para los acoplamientos $A_{10} \rightarrow B_8 + C_8$.** Este caso tiene la misma estructura que el caso anterior, debido a que la transición es entre estados de octete y decuplete. Con los mismos argumentos de simetría se tiene:

$$CSF_{\text{Tot}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \theta_{A \rightarrow BC}^{\rho_1} = \frac{1}{3\sqrt{2}} S^{\rho_1} \mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^{\rho_1}, \quad (\text{D.2.12})$$

pero ahora con $J_{\rho_1} = 1$ se obtiene $S^{\rho_1} = 1/3$ para todos los acoplamientos.

$$\begin{pmatrix} \Delta \\ \Sigma^* \\ \Xi^* \\ \Omega \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N\pi & \Sigma K \\ N\bar{K} & \Sigma\pi & \Lambda\pi & \Sigma\eta_8 & \Xi K \\ \Sigma\bar{K} & \Lambda\bar{K} & \Xi\pi & \Xi\eta_8 & \\ & & \Xi\bar{K} & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{27} & \frac{1}{27} \frac{m_n}{m_s} \\ -\frac{1}{27\sqrt{3}} & \frac{1}{27\sqrt{3}} & -\frac{1}{27\sqrt{2}} & \frac{1+2\frac{m_n}{m_s}}{81\sqrt{2}} & \frac{1}{27\sqrt{3}} \frac{m_n}{m_s} \\ \frac{1}{27\sqrt{2}} & -\frac{1}{27\sqrt{2}} & \frac{1}{27\sqrt{2}} & \frac{1+2\frac{m_n}{m_s}}{81\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{2}}{27} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.2.13})$$

- **Coefficientes de Color-Espín-Sabor para los acoplamientos $A_{10} \rightarrow B_{10} + C_8$.** Para este caso, la estructura de las funciones de onda de los bariones del decuplete son completamente simétricas en el espacio de espín sabor, por lo que tenemos:

$$CSF_{\text{Tot}} = \theta_{A \rightarrow BC}^{\rho} = \frac{1}{3} S^{\rho} \mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^{\rho}, \quad (\text{D.2.14})$$

con $J_\rho = 1$ se obtiene $S^\rho = -\sqrt{5}/6$ para todos los acoplamientos.

$$\begin{pmatrix} \Delta \\ \Sigma^* \\ \Xi^* \\ \Omega \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \Delta\pi & \Delta\eta_8 & \Sigma^*K \\ \Delta\bar{K} & \Sigma^*\pi & \Sigma^*\eta_8 & \Xi^*K \\ \Sigma^*\bar{K} & \Xi^*\pi & \Xi^*\eta_8 & \Omega K \\ & \Xi^*\bar{K} & \Omega\eta_8 & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{54\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{5}}{54\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{5}}{54} \frac{m_n}{m_s} \\ -\frac{\sqrt{5}}{27\sqrt{3}} & -\frac{\sqrt{5}}{27\sqrt{3}} & \frac{10\frac{m_n}{m_s}-10}{162\sqrt{10}} & \frac{\sqrt{5}}{27\sqrt{3}} \frac{m_n}{m_s} \\ -\frac{\sqrt{5}}{27\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{5}}{54\sqrt{2}} & \frac{20\frac{m_n}{m_s}-5}{162\sqrt{10}} & \frac{\sqrt{5}}{54} \frac{m_n}{m_s} \\ & -\frac{\sqrt{5}}{27\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{5}}{27\sqrt{2}} \frac{m_n}{m_s} & \end{pmatrix}. \quad (\text{D.2.15})$$

- **Coefficientes de Color-Espín-Sabor para los acoplamientos $A_{10} \rightarrow B_{10} + C_1$.** Este caso es análogo al previo, solo cambia la estructura de los mesones en el espacio de sabor, así tenemos

$$CSF_{\text{Tot}} = \theta_{A \rightarrow BC}^\rho = \frac{1}{3} S^\rho \mathcal{F}_{A \rightarrow BC}^\rho, \quad (\text{D.2.16})$$

con $J_\rho = 1$ se obtiene $S^\rho = -\sqrt{5}/6$ para todos los acoplamientos.

$$\begin{pmatrix} \Delta \\ \Sigma^* \\ \Xi^* \\ \Omega \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \Delta\eta_1 \\ \Sigma^*\eta_1 \\ \Xi^*\eta_1 \\ \Omega\eta_1 \end{pmatrix} = -\frac{\sqrt{5}}{54} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2+\frac{m_n}{m_s}}{3} \\ \frac{1+2\frac{m_n}{m_s}}{3} \\ \frac{m_n}{m_s} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.2.17})$$

D.3. Mezcla de η y η' en el UQM

Los coeficientes de espín sabor para las partículas η y η' son calculados de una manera distinta debido a la mezcla entra las partículas físicas con los mismos números cuánticos.

Los coeficientes de espín sabor son:

$$SF_1 = \langle \Delta\eta | T^\dagger | p \rangle_{SF} \quad (\text{D.3.1})$$

$$SF_2 = \langle \Delta\eta' | T^\dagger | p \rangle_{SF}. \quad (\text{D.3.2})$$

Y para obtener esos traslapes se usa la mezcla en $SU(3)$ de las partículas teóricas η_1 y η_8 dadas en [46]

$$|\eta\rangle = \cos\theta|\eta_8\rangle - \sin\theta|\eta_1\rangle \quad (\text{D.3.3})$$

$$|\eta'\rangle = \sin\theta|\eta_8\rangle + \cos\theta|\eta_1\rangle. \quad (\text{D.3.4})$$

Con lo que podemos escribir las siguientes relaciones:

$$|\Delta\eta\rangle = \cos\theta|\Delta\eta_8\rangle - \sin\theta|\Delta\eta_1\rangle \quad (\text{D.3.5})$$

$$|\Delta\eta'\rangle = \sin\theta|\Delta\eta_8\rangle + \cos\theta|\Delta\eta_1\rangle \quad (\text{D.3.6})$$

De la misma manera podemos desarrollar los elementos de matriz en el espacio de espín y sabor:

$$SF_1 = \langle\Delta\eta|T^\dagger|\Delta\rangle_{SF} = \cos\theta\langle\Delta\eta_8|T^\dagger|\Delta\rangle_{SF} - \sin\theta\langle\Delta\eta_1|T^\dagger|\Delta\rangle_{SF} \quad (\text{D.3.7})$$

$$SF_2 = \langle\Delta\eta'|T^\dagger|\Delta\rangle_{SF} = \sin\theta\langle\Delta\eta_8|T^\dagger|\Delta\rangle_{SF} + \cos\theta\langle\Delta\eta_1|T^\dagger|\Delta\rangle_{SF}, \quad (\text{D.3.8})$$

con

$$\langle\Delta\eta_8|T^\dagger|\Delta\rangle_{SF} = -\frac{\sqrt{5}}{54\sqrt{2}} \quad (\text{D.3.9})$$

$$\langle\Delta\eta_1|T^\dagger|\Delta\rangle_{SF} = -\frac{\sqrt{5}}{54} \quad (\text{D.3.10})$$

que están dados en el apéndice B. De esta manera podemos reescribir los estados como:

$$\int k_0^2 dk_0 a_{\Delta\eta} \left(\frac{\sqrt{10}\sin\theta - \sqrt{5}\cos\theta}{54\sqrt{2}} (\cos\theta|\Delta\eta_8\rangle - \sin\theta|\Delta\eta_1\rangle) \right), \quad (\text{D.3.11})$$

$$\int k_0^2 dk_0 a_{\Delta\eta'} \left(\frac{-\sqrt{5}\sin\theta - \sqrt{10}\cos\theta}{54\sqrt{2}} (\sin\theta|\Delta\eta_8\rangle + \cos\theta|\Delta\eta_1\rangle) \right). \quad (\text{D.3.12})$$

Apéndice E

Resonancias faltantes predichas por el modelo $U(7)$

En este apéndice se incluyen las predicciones de las anchuras de decaimiento para las resonancias faltantes.

Cuadro E.1: Anchuras de decaimiento fuerte de las resonancias faltantes del nucleón (en MeV), calculadas con el modelo U(7) de la Sec. 2.1.2 basado en las Refs. [15, 28], en combinación con el espacio fase relativista de la Ec. (3.1.7) y los parámetros del Cuadro 3.3 (segunda columna). Las resonancias con asignaciones tentativas (con estatus de * y ** en el PDG) son etiquetadas con ‡.

| N | Masa | $N\pi$ | $N\eta$ | ΣK | ΛK | $\Delta\pi$ | $\Sigma^* K$ | $N\rho$ | $N\omega$ | ΣK^* | ΛK^* | $\Delta\rho$ |
|---------------------------|--------|--------|---------|------------|-------------|-------------|--------------|---------|-----------|--------------|---------------|--------------|
| ${}^2 8_J[20, 1_1^+]$ | 1713 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | – | – | – | – |
| ${}^4 8_{3/2}[70, 0_1^+]$ | 1796 | 0 | 3 | 5 | 0 | 65 | – | 7 | 7 | – | – | – |
| ${}^2 8_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 1874 ‡ | 106 | 10 | 0 | 3 | 79 | – | 161 | 8 | – | – | – |
| ${}^2 8_J[70, 2_1^-]$ | 1874 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | 0 | 0 | – | – | – |
| ${}^4 8_{1/2}[70, 2_1^+]$ | 1975 ‡ | 1 | 8 | 23 | 0 | 19 | 1 | 9 | 9 | – | – | – |
| ${}^4 8_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 1975 ‡ | 0 | 4 | 11 | 0 | 109 | 5 | 14 | 14 | – | – | – |
| ${}^4 8_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 1975 ‡ | 6 | 3 | 1 | 0 | 176 | 6 | 16 | 16 | – | – | – |
| ${}^4 8_{7/2}[70, 2_1^+]$ | 1975 ‡ | 25 | 13 | 4 | 0 | 99 | 0 | 5 | 4 | – | – | – |
| ${}^4 8_J[70, 2_1^-]$ | 1975 ‡ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | – |
| ${}^2 8_{1/2}[56, 1_1^-]$ | 2094 | 5 | 1 | 1 | 5 | 3 | 2 | 48 | 6 | 2 | 2 | 14 |
| ${}^2 8_{3/2}[56, 1_1^-]$ | 2094 ‡ | 27 | 0 | 0 | 1 | 23 | 1 | 53 | 11 | 0 | 2 | 13 |
| ${}^2 8_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 1829 ‡ | 42 | 7 | 0 | 1 | 38 | – | 0 | 0 | – | – | – |
| ${}^4 8_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 1933 | 8 | 12 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | – |
| ${}^4 8_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 1933 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | – |
| ${}^4 8_{5/2}[70, 1_2^-]$ | 1933 | 0 | 2 | 5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | – | – | – |

Cuadro E.2: Ídem Cuadro E.1, pero para las resonancias faltantes Δ .

| Δ | Masa | $N\pi$ | ΣK | $\Delta\pi$ | $\Delta\eta$ | $\Sigma^* K$ | $N\rho$ |
|----------------------------|--------|--------|------------|-------------|--------------|--------------|---------|
| ${}^2 10_{1/2}[70, 0_1^+]$ | 1764 ‡ | 0 | 1 | 70 | – | – | 23 |
| ${}^2 10_{3/2}[70, 2_1^-]$ | 1946 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^2 10_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 1947 | 1 | 3 | 106 | 5 | 1 | 80 |
| ${}^2 10_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 1947 ‡ | 18 | 1 | 107 | 18 | 4 | 32 |
| ${}^2 10_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 1904 ‡ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^2 10_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 1904 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Cuadro E.3: Ídem Cuadro E.1, pero para las resonancias faltantes Σ (arriba) y Σ^* (abajo).

| Σ | Masa | $N\bar{K}$ | $\Sigma\pi$ | $\Lambda\pi$ | $\Sigma\eta$ | ΞK | $\Delta\bar{K}$ | $\Sigma^*\pi$ | $\Sigma^*\eta$ | Ξ^*K | $N\bar{K}^*$ | $\Sigma\rho$ | $\Lambda\rho$ | $\Sigma\omega$ |
|--------------------------|--------|------------|-------------|--------------|--------------|---------|-----------------|---------------|----------------|----------|--------------|--------------|---------------|----------------|
| $^4 8_{1/2}[70, 1_1^-]$ | 1822 | 24 | 11 | 6 | 20 | 10 | 5 | 4 | - | - | - | - | - | - |
| $^4 8_{3/2}[70, 1_1^-]$ | 1822 | 22 | 4 | 8 | 0 | 0 | 602 | 98 | - | - | - | - | - | - |
| $^2 8_{1/2}[70, 0_1^+]$ | 1822 ‡ | 1 | 20 | 1 | 1 | 0 | 33 | 9 | - | - | - | - | - | - |
| $^2 8_J[20, 1_1^+]$ | 1849 ‡ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - | 0 | - | - | - |
| $^2 8_{3/2}[56, 2_1^+]$ | 1872 | 4 | 62 | 19 | 23 | 12 | 17 | 6 | - | - | 12 | - | - | - |
| $^4 8_{3/2}[70, 0_1^+]$ | 1926 | 0 | 0 | 0 | 5 | 1 | 65 | 12 | - | - | 25 | - | 3 | - |
| $^2 8_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 1999 | 1 | 31 | 1 | 7 | 14 | 28 | 8 | 1 | - | 26 | 11 | 6 | 1 |
| $^2 8_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 1999 | 4 | 76 | 6 | 1 | 1 | 60 | 13 | 4 | - | 7 | 13 | 21 | 3 |
| $^2 8_{5/2}[70, 2_1^-]$ | 1999 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $^4 8_{1/2}[70, 2_1^+]$ | 2095 | 4 | 2 | 1 | 3 | 4 | 18 | 4 | 4 | 1 | 23 | 5 | 9 | 7 |
| $^4 8_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 2095 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 84 | 18 | 13 | 2 | 39 | 7 | 14 | 11 |
| $^4 8_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 2095 ‡ | 15 | 3 | 5 | 1 | 0 | 128 | 29 | 18 | 3 | 45 | 8 | 15 | 11 |
| $^4 8_{7/2}[70, 2_1^+]$ | 2095 | 69 | 13 | 24 | 2 | 1 | 54 | 15 | 1 | 0 | 17 | 0 | 3 | 1 |
| $^4 8_J[70, 2_1^-]$ | 2095 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $^2 8_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 1957 ‡ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 | - | 0 | - |
| $^2 8_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 1957 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 | - | 0 | - |
| $^4 8_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 2055 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $^4 8_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 2055 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | - | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $^4 8_{5/2}[70, 1_2^-]$ | 2055 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $^2 10_{1/2}[70, 1_1^-]$ | 1755 | 4 | 5 | 4 | 11 | - | 1 | 30 | - | - | - | - | - | - |
| $^2 10_{3/2}[70, 1_1^-]$ | 1755 | 9 | 6 | 14 | 0 | - | 181 | 165 | - | - | - | - | - | - |
| $^2 10_{1/2}[70, 0_1^+]$ | 1863 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 45 | 39 | - | - | 5 | - | - | - |
| $^4 10_{1/2}[56, 2_1^+]$ | 2012 | 12 | 18 | 16 | 35 | 14 | 21 | 17 | 0 | - | 24 | 6 | 28 | 76 |
| $^4 10_{3/2}[56, 2_1^+]$ | 2012 | 6 | 9 | 8 | 18 | 7 | 79 | 69 | 1 | - | 35 | 9 | 40 | 106 |
| $^4 10_{5/2}[56, 2_1^+]$ | 2012 | 11 | 7 | 15 | 1 | 0 | 112 | 101 | 1 | - | 37 | 9 | 41 | 106 |
| $^2 10_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 2037 ‡ | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 38 | 42 | 0 | 0 | 28 | 12 | 36 | 315 |
| $^2 10_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 2037 | 5 | 4 | 7 | 1 | 0 | 63 | 56 | 1 | 0 | 10 | 2 | 9 | 62 |
| $^2 10_J[70, 2_1^-]$ | 2037 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $^4 10_{3/2}[56, 0_2^+]$ | 1765 ‡ | 8 | 8 | 9 | 1 | - | 13 | 38 | - | - | - | - | - | - |
| $^2 10_J[70, 1_2^-]$ | 1996 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 | 0 | 0 | 0 |

Cuadro E.4: Ídem Cuadro E.1, pero para las resonancias faltantes Λ (arriba) y Λ^* (abajo).

| Λ | Masa | $N\bar{K}$ | $\Sigma\pi$ | $\Lambda\eta$ | ΞK | $\Sigma^*\pi$ | Ξ^*K | $N\bar{K}^*$ | $\Sigma\rho$ | $\Lambda\omega$ |
|-------------------------|------|------------|-------------|---------------|---------|---------------|----------|--------------|--------------|-----------------|
| $^4 8_{3/2}[70, 1_1^-]$ | 1799 | 0 | 15 | 1 | – | 447 | – | – | – | – |
| $^2 8_J[20, 1_1^+]$ | 1826 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | – | – |
| $^4 8_{3/2}[70, 0_1^+]$ | 1904 | 0 | 3 | 4 | 2 | 54 | – | 0 | – | 0 |
| $^2 8_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 1978 | 27 | 6 | 4 | 10 | 31 | – | 56 | 1 | 4 |
| $^2 8_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 1978 | 109 | 12 | 2 | 1 | 58 | – | 123 | 3 | 16 |
| $^2 8_J[70, 2_1^-]$ | 1978 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | 0 | 0 | 0 |
| $^4 8_J[70, 2_1^-]$ | 2074 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $^4 8_{1/2}[70, 2_1^+]$ | 2075 | 0 | 13 | 11 | 12 | 17 | 1 | 0 | 20 | 9 |
| $^4 8_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 2075 | 0 | 6 | 6 | 6 | 82 | 4 | 0 | 28 | 13 |
| $^4 8_{7/2}[70, 2_1^+]$ | 2075 | 0 | 51 | 10 | 2 | 57 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| $^2 8_J[70, 1_2^-]$ | 1936 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | 0 | – | 0 |
| $^4 8_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 2034 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $^4 8_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 2034 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $^4 8_{5/2}[70, 1_2^-]$ | 2034 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $^2 1_{1/2}[70, 0_1^+]$ | 1756 | 29 | 44 | 14 | – | – | – | – | – | – |
| $^4 1_J[20, 1_1^+]$ | 1891 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | 0 | – | – |
| $^2 1_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 1939 | 35 | 66 | 36 | 17 | – | – | 39 | – | 6 |
| $^2 1_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 1939 | 88 | 85 | 10 | 0 | – | – | 94 | – | 15 |
| $^2 1_J[70, 2_1^-]$ | 1939 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | 0 | – | 0 |
| $^2 1_J[70, 1_2^-]$ | 1896 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | 0 | – | 0 |

Cuadro E.5: Ídem Cuadro E.1, pero para las resonancias faltantes Ξ (arriba) y Ξ^* (abajo).

| Ξ | Masa | $\Sigma\bar{K}$ | $\Lambda\bar{K}$ | $\Xi\pi$ | $\Xi\eta$ | $\Sigma^*\bar{K}$ | $\Xi^*\pi$ | $\Lambda\bar{K}^*$ |
|---------------------------|------|-----------------|------------------|----------|-----------|-------------------|------------|--------------------|
| ${}^28_{1/2}[70, 0_1^+]$ | 1932 | 36 | 6 | 1 | 11 | 7 | 13 | – |
| ${}^48_{1/2}[70, 1_1^-]$ | 1932 | 43 | 20 | 69 | 0 | 0 | 4 | – |
| ${}^48_{3/2}[70, 1_1^-]$ | 1932 | 4 | 7 | 22 | 0 | 216 | 152 | – |
| ${}^48_{5/2}[70, 1_1^-]$ | 1932 | 23 | 39 | 132 | 0 | 2 | 19 | – |
| ${}^28_J[20, 1_1^+]$ | 1957 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – |
| ${}^28_{3/2}[56, 2_1^+]$ | 1979 | 198 | 7 | 6 | 47 | 4 | 7 | – |
| ${}^28_{5/2}[56, 2_1^+]$ | 1979 | 59 | 5 | 4 | 1 | 20 | 27 | – |
| ${}^48_{3/2}[70, 0_1^+]$ | 2031 | 2 | 1 | 3 | 0 | 24 | 19 | 2 |
| ${}^28_{1/2}[56, 0_2^+]$ | 1727 | 26 | 4 | 3 | – | – | 2 | – |
| ${}^210_{1/2}[70, 1_1^-]$ | 1869 | 17 | 10 | 7 | 7 | – | 7 | – |
| ${}^210_{3/2}[70, 1_1^-]$ | 1869 | 5 | 10 | 9 | 0 | – | 61 | – |
| ${}^210_{1/2}[70, 0_1^+]$ | 1971 | 2 | 1 | 1 | 2 | 51 | 14 | – |
| ${}^410_{3/2}[56, 0_2^+]$ | 1878 | 19 | 16 | 13 | 1 | – | 12 | – |

Cuadro E.6: Ídem Cuadro E.1, pero para las resonancias faltantes Ω .

| Ω | Masa | $\Xi\bar{K}$ | $\Xi^*\bar{K}$ |
|---------------------------|------|--------------|----------------|
| ${}^210_{1/2}[70, 1_1^-]$ | 1989 | 68 | – |
| ${}^210_{3/2}[70, 1_1^-]$ | 1989 | 20 | – |
| ${}^210_{1/2}[70, 0_1^+]$ | 2085 | 8 | 32 |
| ${}^410_{3/2}[56, 0_2^+]$ | 1998 | 79 | – |

Apéndice F

Resonancias faltantes predichas por el modelo hipercentral

Se incluyen los resultados de las resonancias faltantes, predichas por el modelo hipercentral.

Cuadro F.1: Anchuras de decaimiento fuerte para las resonancias faltantes del nucleón (en MeV), calculadas con el modelo hipercentral de la Sec. 2.1.3 basado en las Refs. [40, 20], en combinación con el espacio fase relativista de la Ec. (3.1.7) y los parámetros del Cuadro 3.10. Las resonancias con asignaciones tentativas (con estatus de * y ** en el PDG) están etiquetadas con ‡.

| N | Masa | $N\pi$ | $N\eta$ | ΣK | ΛK | $\Delta\pi$ | $\Sigma^* K$ | $N\rho$ | $N\omega$ | ΣK^* | ΛK^* | $\Delta\rho$ |
|-------------------------|--------|--------|---------|------------|-------------|-------------|--------------|---------|-----------|--------------|---------------|--------------|
| $^4 8_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 1835 | 4 | 8 | 7 | 0 | 97 | - | 8 | 7 | - | - | - |
| $^2 8_{1/2}[20, 1_1^+]$ | 1836 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 | 0 | - | - | - |
| $^2 8_{3/2}[20, 1_1^+]$ | 1836 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 | 0 | - | - | - |
| $^4 8_{1/2}[70, 2_1^+]$ | 1839 ‡ | 8 | 16 | 15 | 0 | 27 | - | 6 | 5 | - | - | - |
| $^4 8_{7/2}[70, 2_1^+]$ | 1840 ‡ | 12 | 4 | 0 | 0 | 25 | - | 0 | 0 | - | - | - |
| $^4 8_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 1844 ‡ | 3 | 1 | 0 | 0 | 137 | - | 9 | 8 | - | - | - |
| $^4 8_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 1851 ‡ | 3 | 1 | 0 | 0 | 137 | - | 9 | 9 | - | - | - |
| $^4 8_{3/2}[70, 0_1^+]$ | 1863 ‡ | 0 | 4 | 22 | 0 | 83 | - | 12 | 12 | - | - | - |
| $^4 8_{1/2}[70, 1_1^-]$ | 1887 ‡ | 0 | 22 | 119 | 0 | 87 | - | 32 | 32 | - | - | - |
| $^4 8_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 1937 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | 0 | 0 | - | - | - |
| $^4 8_{5/2}[70, 1_2^-]$ | 1942 ‡ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - | - |
| $^2 8_{1/2}[56, 0_3^+]$ | 1943 ‡ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - | - |
| $^4 8_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 1969 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | - | - | - |

Cuadro F.2: Ídem Cuadro F.1, pero para las resonancias faltantes Δ .

| Δ | Masa | $N\pi$ | ΣK | $\Delta\pi$ | $\Delta\eta$ | $\Sigma^* K$ | $N\rho$ |
|--------------------------|--------|--------|------------|-------------|--------------|--------------|---------|
| $^2 10_{1/2}[70, 0_1^+]$ | 1832 ‡ | 0 | 2 | 89 | 7 | - | 57 |
| $^2 10_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 1843 | 4 | 1 | 43 | 1 | - | 51 |
| $^2 10_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 1947 ‡ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| $^2 10_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 1947 ‡ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| $^2 10_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 1859 ‡ | 10 | 0 | 97 | 7 | - | 13 |
| $^4 10_{3/2}[56, 0_3^+]$ | 2103 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Cuadro F.3: Ídem Cuadro F.1, pero para las resonancias faltantes Σ (arriba) y Σ^* (abajo).

| Σ | Masa | $N\bar{K}$ | $\Sigma\pi$ | $\Lambda\pi$ | $\Sigma\eta$ | ΞK | $\Delta\bar{K}$ | $\Sigma^*\pi$ | $\Sigma^*\eta$ | Ξ^*K | $N\bar{K}^*$ | $\Sigma\rho$ | $\Lambda\rho$ | $\Sigma\omega$ | $\Delta\bar{K}$ |
|------------------------------------|--------|------------|-------------|--------------|--------------|---------|-----------------|---------------|----------------|----------|--------------|--------------|---------------|----------------|-----------------|
| ${}^2\delta_{3/2}[56, 2_1^+]$ | 1906 | 4 | 69 | 22 | 19 | 20 | 20 | 7 | – | – | 21 | – | – | – | – |
| ${}^4\delta_{1/2}[70, 1_1^-]$ | 1914 | 9 | 7 | 3 | 17 | 22 | 22 | 9 | – | – | 100 | – | – | – | – |
| ${}^2\delta_{1/2}[56, 0_3^+]$ | 2050 † | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | 0 | – | – | – | – |
| ${}^2\delta_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 2072 | 1 | 31 | 1 | 7 | 16 | 39 | 11 | – | – | 29 | – | – | – | – |
| ${}^2\delta_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 2072 | 5 | 89 | 7 | 3 | 3 | 66 | 15 | – | – | 11 | – | – | – | – |
| ${}^2\delta_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 2149 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^4\delta_{1/2}[70, 2_1^+]$ | 2187 | 3 | 2 | 1 | 3 | 4 | 16 | 3 | 5 | 1 | 21 | 6 | 9 | 2 | 16 |
| ${}^4\delta_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 2187 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 91 | 21 | 17 | 5 | 40 | 10 | 15 | 3 | 18 |
| ${}^4\delta_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 2187 | 19 | 3 | 6 | 1 | 0 | 147 | 34 | 23 | 6 | 52 | 10 | 18 | 3 | 49 |
| ${}^4\delta_{7/2}[70, 2_1^+]$ | 2187 | 83 | 15 | 29 | 2 | 1 | 83 | 21 | 3 | 0 | 30 | 2 | 7 | 1 | 159 |
| ${}^2\delta_J[20, 1_1^+]$ | 2238 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^4\delta_J[70, 1_2^-]$ | 2263 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^4\mathbf{10}_{3/2}[56, 0_2^+]$ | 1883 | 6 | 9 | 8 | 11 | 2 | 68 | 63 | – | – | 14 | – | – | – | – |
| ${}^4\mathbf{10}_{3/2}[56, 2_1^+]$ | 2085 | 6 | 9 | 9 | 18 | 8 | 86 | 76 | 2 | – | 39 | 25 | 53 | 19 | – |
| ${}^2\mathbf{10}_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 2136 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 61 | 63 | 0 | 2 | 29 | 25 | 43 | 20 | 1 |
| ${}^2\mathbf{10}_{5/2}[70, 2_1^+]$ | 2136 | 7 | 5 | 9 | 2 | 0 | 70 | 63 | 1 | 10 | 17 | 7 | 18 | 5 | 4 |
| ${}^2\mathbf{10}_J[70, 1_2^-]$ | 2212 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Cuadro F.4: Ídem Cuadro F.1, pero para las resonancias faltantes Λ (arriba) y Λ^* (abajo).

| Λ | Masa | $N\bar{K}$ | $\Sigma\pi$ | $\Lambda\eta$ | ΞK | $\Sigma^*\pi$ | Ξ^*K | $N\bar{K}^*$ | $\Sigma\rho$ | $\Lambda\omega$ |
|-----------------------------------|------|------------|-------------|---------------|---------|---------------|----------|--------------|--------------|-----------------|
| ${}^4\delta_{3/2}[70, 1_1^-]$ | 1837 | 0 | 15 | 2 | – | 477 | – | – | – | – |
| ${}^2\delta_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 1995 | 38 | 8 | 0 | 10 | 29 | – | 55 | 2 | 4 |
| ${}^2\delta_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 2072 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | 0 | – | 0 |
| ${}^2\delta_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 2072 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^4\delta_{3/2}[70, 0_1^+]$ | 2110 | 0 | 0 | 1 | 4 | 35 | 11 | 0 | 41 | 8 |
| ${}^4\delta_{1/2}[70, 2_1^+]$ | 2110 | 0 | 18 | 13 | 12 | 35 | 2 | 0 | 23 | 9 |
| ${}^4\delta_{3/2}[70, 2_1^+]$ | 2110 | 0 | 10 | 6 | 2 | 87 | 7 | 0 | 33 | 14 |
| ${}^4\delta_{7/2}[70, 2_1^+]$ | 2110 | 0 | 50 | 10 | 2 | 19 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| ${}^2\delta_J[20, 1_1^+]$ | 2160 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^4\delta_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 2186 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^4\delta_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 2186 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^4\delta_{5/2}[70, 1_2^-]$ | 2186 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^2\mathbf{1}_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 2008 | 0 | 1 | 0 | 0 | – | – | 1 | – | 0 |
| ${}^2\mathbf{1}_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 2008 | 0 | 0 | 0 | 0 | – | – | 0 | – | 0 |

Cuadro F.6: Ídem Cuadro F.1, pero para las resonancias faltantes Ω .

| Ω | Masa | $\Xi\bar{K}$ | $\Xi^*\bar{K}$ | $\Omega\eta$ | $\Xi\bar{K}^*$ |
|---------------------------|------|--------------|----------------|--------------|----------------|
| ${}^210_{1/2}[70, 1_1^-]$ | 2142 | 26 | 48 | – | – |
| ${}^210_{3/2}[70, 1_1^-]$ | 2142 | 68 | 403 | – | – |
| ${}^410_{3/2}[56, 0_2^+]$ | 2162 | 68 | 102 | – | – |
| ${}^410_{1/2}[56, 2_2^+]$ | 2364 | 109 | 34 | 27 | 155 |
| ${}^410_{3/2}[56, 2_2^+]$ | 2364 | 55 | 137 | 88 | 225 |
| ${}^410_{5/2}[56, 2_2^+]$ | 2364 | 69 | 199 | 117 | 234 |
| ${}^410_{7/2}[56, 2_2^+]$ | 2364 | 308 | 58 | 4 | 23 |
| ${}^210_{1/2}[70, 1_2^-]$ | 2492 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ${}^210_{3/2}[70, 1_2^-]$ | 2492 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| ${}^410_{3/2}[56, 0_3^+]$ | 2508 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Bibliografía

- [1] H. Fritzsche, M. Gell-Mann and H. Leutwyler, Phys. Lett. B **47** , 365 (1973).
- [2] R. Aaij et al. (LHCb Collaboration) Phys. Rev. Lett. **115**, 072001 (2015).
- [3] R. L. Jaffe, Phys. Rev. D **15**, 281 (1977); R. L. Jaffe and F. E. Low, Phys. Rev. D **19**, 2105 (1979); M. Alford and R. L. Jaffe, Nucl. Phys. B **578**, 367 (2000).
- [4] Gross, D. J. and Wilczek, F., Phys. Rev. Lett. **30**, 1343 (1973); Politzer, H.D. Phys. Rev. Lett. **30**, 1346 (1973).
- [5] R. Bijker, J. Ferretti, G. Galatà, H. García-Tecocoatzi and E. Santopinto, arXiv:1506.07469.
- [6] M.D. Mestayer *et al.* [The CLAS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **113**, 152004 (2014).
- [7] E. Santopinto, H. García-Tecocoatzi and R. Bijker. Phys. Lett. B **759**, 214 (2016).
- [8] H. García-Tecocoatzi, R. Bijker, J. Ferretti and E. Santopinto, arXiv:1603.07526.
- [9] M. Gell-Mann, Phys. Rev. **125**, 1067 (1962).
- [10] E. Eichten *et al.*, Phys. Rev. Lett. **34**, 369 (1975); Phys. Rev. D **17**, 3090 (1978); **21**, 203 (1980).
- [11] S. Godfrey and N. Isgur, Phys. Rev. D **32**, 189 (1985).
- [12] F. Iachello, N. C. Mukhopadhyay and L. Zhang, Phys. Rev. D **44**, 898(1991).
- [13] N. Isgur and G. Karl, Phys. Rev. D **18**, 4187 (1978); **19**, 2653 (1979); **20**, 1191 (1979).
- [14] S. Capstick and N. Isgur, Phys. Rev. D **34**, 2809 (1986);
Phys. Rev. D **44**, 898 (1991); Phys. Lett. B **256**, 295 (1991).
- [15] R. Bijker, F. Iachello and A. Leviatan, Annals Phys. **236**, 69 (1994).

- [16] L. Y. Glozman, D. O. Riska, Phys. Rept. **268**, 263 (1996); L. Y. Glozman, W. Plessas, K. Varga, R. F. Wagenbrunn, Phys. Rev. D **58**, 094030 (1998).
- [17] U. Loring, B. C. Metsch and H. R. Petry, Eur. Phys. J. A **10**, 395 (2001).
- [18] M. Ferraris, M. M. Giannini, M. Pizzo, E. Santopinto and L. Tiator, Phys. Lett. B **364**, 231 (1995); E. Santopinto, F. Iachello and M. M. Giannini, Nucl. Phys. **A623**, 100c (1997); Eur. Phys. J. A **1** (1998) 307; R. Bijker, F. Iachello and E. Santopinto, J. Phys. A **31**, 9041 (1998); M. M. Giannini, E. Santopinto and A. Vassallo, Eur. Phys. J. A **12**, 447 (2001).
- [19] E. Santopinto, Phys. Rev. C **72**, 022201 (2005); J. Ferretti, A. Vassallo and E. Santopinto, Phys. Rev. C **83**, 065204 (2011); E. Santopinto and J. Ferretti, Phys. Rev. C **92**, no. 2, 025202 (2015).
- [20] M. M. Giannini, E. Santopinto, Chin. J. Phys. **53**, 1 (2015).
- [21] M. M. Giannini, E. Santopinto and A. Vassallo, Eur. Phys. J. A **25**, 241 (2005).
- [22] P. Amaudruz, *et al.*: Phys. Rev. Lett. **66** 2712 (1991); M. Arneodo *et al.*: Nucl. Phys. B **487** 3 (1997).
- [23] I.G. Aznauryan et al, Phys. Rev. C **78**, 045209 (2008).
- [24] M. Aiello, M. Ferraris, M.M. Giannini, M. Pizzo and E. Santopinto, Phys. Lett. B **387**, 215 (1996).
- [25] D. Keller et al, Phys. Rev. D **83**, 072004(2011) .
- [26] D. Keller et al, Phys. Rev. D **85**, 052004 (2012).
- [27] D. B. Leinweber, T. Draper and R. M. Woloshyn, Phys. Rev. D **48**, 2230 (1993)
- [28] R. Bijker, F. Iachello and A. Leviatan, Ann. Phys. **284**, 89 (2000).
- [29] B. Silvestre-Brac and C. Gignoux, Phys. Rev. D **43**, 3699 (1991).
- [30] N. A. Törnqvist and P. Zenczykowski, Phys. Rev. D **29**, 2139 (1984); Z. Phys. C **30**, 83 (1986); P. Zenczykowski, Annals Phys. **169**, 453 (1986).
- [31] D. Morel and Simon Castick [nucl-th 0204014].
- [32] J. Ferretti, G. Galatà, E. Santopinto and A. Vassallo, Phys. Rev. C **86**, 015204 (2012).

- [33] J. Ferretti, G. Galatà and E. Santopinto, Phys. Rev. C **88**, 015207 (2013).
- [34] B. Juliá-Díaz, T.-S. H. Lee, T. Sato and L.C. Smith, Phys. Rev. C **75**, 015205 (2007).
- [35] J. M. Richard arXiv:1205.4326 (2012).
- [36] F. Gürsey and L. A. Radicati, Phys. Rev. Lett. **13**, 173 (1964).
- [37] Y. Ne'eman, Nucl. Phys. **26**, 222 (1961).
- [38] M. Gell-Mann, Phys. Rev. **125**, 1067 (1962).
- [39] K. Johnson and C. B. Thorn, Phys. Rev. D **13**, 1934 (1976); I. Bars and A. J. Hanson, Phys. Rev. D **13**, 1744 (1976); S. Catto and F. Gurse, Lett. Nuovo Cim. **35**, 241 (1982).
- [40] M. Ferraris, M.M. Giannini, M. Pizzo, E. Santopinto, L. Tiator, Phys. Lett. **B364**, 231 (1995); E. Santopinto, F. Iachello and M. M. Giannini, Nucl. Phys. **A623**, 100c (1997); E. Santopinto, F. Iachello and M. M. Giannini, Eur. Phys. J. A **1** (1998) 307.
- [41] J. Ballot and M. Fabre de la Ripelle, Ann. of Phys. (N.Y.) **127**, 62 (1980).
- [42] E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, J. B. Kogut, K. D. Lane, and T.-M. Yan, Phys. Rev. Lett. **34**, 369 (1975) [**36**, 1276 (1976)]; E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, K. D. Lane and T.-M. Yan, Phys. Rev. D **17**, 3090 (1978) [**21**, 313 (1980)]; **21**, 203 (1980).
- [43] G. S. Bali *et al.*, Phys. Rev. D **62**, 054503 (2000); G. S. Bali, Phys. Rep. **343**, 1 (2001); C. Alexandrou, P. de Forcrand, and O. Jahn, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **119**, 667 (2003); H. Suganuma, T. T. Takahashi, F. Okiharu, and H. Ichie, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **141**, 92 (2005).
- [44] A. De Rújula, H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. D **12**, 147 (1975).
- [45] N. Isgur and G. Karl, Phys. Rev. D **18**, 4187 (1978); **19**, 2653 (1979); **20**, 1191 (1979).
- [46] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Chin. Phys. C, **38**, 090001 (2014).
- [47] S. Kumano, Phys. Rep. **303**, 183 (1998).
- [48] J. Speth and A.W. Thomas, Adv. Nucl. Phys. **24**, 83 (1998).
- [49] P. Geiger and N. Isgur, Phys. Rev. D **41**, 1595 (1990).

-
- [50] P. Geiger and N. Isgur, Phys. Rev. D **47**, 5050 (1993).
- [51] P. Geiger and N. Isgur, Phys. Rev. D **55**, 299 (1997).
- [52] E. Santopinto and R. Bijker, Few Body Syst. **44**, 95 (2008).
- [53] R. Bijker and E. Santopinto, Phys. Rev. C **80**, 065210 (2009).
- [54] E. Santopinto and R. Bijker, Phys. Rev. C **82**, 062202 (2010).
- [55] R. Bijker, J. Ferretti and E. Santopinto, Phys. Rev. C **85**, 035204 (2012).
- [56] W. Roberts and B. Silvestre-Brac, Few-Body Systems **11**, 171 (1992).
- [57] A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène and J.-C. Raynal, *Hadron transitions in the Quark Model*, Gordon and Breach, New York, 1988.
- [58] D. B. Lichtenberg, Phys. Rev. **178**, 2197 (1969).
- [59] S. Capstick, Phys. Rev. D **46**, 2864 (1992).
- [60] S. Capstick and W. Roberts, Phys. Rev. D **47**, 1994 (1993); **49**, 4570 (1994); **58**, 074011 (1998).
- [61] V. Crede *et al.* [CB-ELSA Collaboration], Phys. Rev. Lett. **94**, 012004 (2005); D. Trnka *et al.* [CBELSA/TAPS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **94**, 192303 (2005).
- [62] B. Krusche *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 3736 (1995); F. Harter *et al.*, Phys. Lett. B **401**, 229 (1997); M. Wolf *et al.*, Eur. Phys. J. A **9**, 5 (2000).
- [63] F. Renard *et al.* [GRAAL Collaboration], Phys. Lett. B **528**, 215 (2002); Y. Assafiri *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90**, 222001 (2003).
- [64] M. Q. Tran *et al.* [SAPHIR Collaboration], Phys. Lett. B **445**, 20 (1998); K. H. Glander *et al.*, Eur. Phys. J. A **19**, 251 (2004).
- [65] M. Dugger *et al.* [CLAS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **89**, 222002 (2002); **96**, 062001 (2006); M. Ripani *et al.* [CLAS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **91**, 022002 (2003).
- [66] S. Okubo, Phys. Lett. **5**, 165 (1963); J. Iizuka, Prog. Theor. Phys. Suppl. **37**, 21 (1966).
- [67] L. Micu, Nucl. Phys. B **10**, 521 (1969).

- [68] A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pene and J.-C. Raynal, *Phys. Rev. D* **8**, 2223 (1973); **9**, 1415 (1974).
- [69] J. W. Alcock, M. J. Burfitt and W. N. Cottingham, *Z. Phys. C* **25**, 161 (1984).
- [70] H. G. Dosch and D. Gromes, *Phys. Rev. D* **33**, 1378 (1986).
- [71] R. Kokoski and N. Isgur, *Phys. Rev. D* **35**, 907 (1987).
- [72] E. S. Ackleh, T. Barnes and E. S. Swanson, *Phys. Rev. D* **54**, 6811 (1996); T. Barnes, F. E. Close, P. R. Page and E. S. Swanson, *Phys. Rev. D* **55**, 4157 (1997).
- [73] R. Bonnaz and B. Silvestre-Brac, *Few Body Syst.* **27**, 163 (1999); *Prog. Part. Nucl. Phys.* **44**, 369 (2000).
- [74] C. Becchi and G. Morpurgo, *Phys. Lett.* **17**, 352 (1965); *Phys. Rev.* **140**, B687 (1965); *Phys. Rev.* **149**, 1284 (1966).
- [75] D. Faiman and A. W. Hendry, *Phys. Rev.* **173**, 1720 (1968); **180**, 1609 (1969).
- [76] R. Koniuk and N. Isgur, *Phys. Rev. D* **21**, 1868 (1980) [**23**, 818 (1981)]; *Phys. Rev. Lett.* **44**, 845 (1980).
- [77] R. Sartor and F. Stancu, *Phys. Rev. D* **34**, 3405 (1986).
- [78] R. Bijker, F. Iachello and A. Leviatan, *Phys. Rev. D* **55**, 2862 (1997).
- [79] P. Colangelo, F. De Fazio, F. Giannuzzi and S. Nicotri, *Phys. Rev. D* **86**, 054024 (2012).
- [80] A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pene and J.-C. Raynal, *Phys. Lett. B* **71**, 397 (1977); **72**, 57 (1977).
- [81] H. G. Blundell and S. Godfrey, *Phys. Rev. D* **53**, 3700 (1996).
- [82] T. Barnes, S. Godfrey and E. S. Swanson, *Phys. Rev. D* **72**, 054026 (2005).
- [83] J. Ferretti, G. Galatà and E. Santopinto, *Phys. Rev. D* **90**, 054010 (2014).
- [84] J. Ferretti and E. Santopinto, *Phys. Rev. D* **90**, 094022 (2014).
- [85] F. E. Close and E. S. Swanson, *Phys. Rev. D* **72**, 094004 (2005).
- [86] J. Segovia, D. R. Entem and F. Fernandez, *Phys. Lett. B* **715**, 322 (2012).

- [87] W. Roberts and B. Silvestre-Brac, Phys. Rev. D **57**, 1694 (1998).
- [88] T. Melde, W. Plessas and R. F. Wagenbrunn, Phys. Rev. C **72**, 015207 (2005) [**74**, 069901 (2006)]; T. Melde, W. Plessas and B. Sengl, Phys. Rev. C **76**, 025204 (2007).
- [89] B. Sengl, T. Melde and W. Plessas, Phys. Rev. D **76**, 054008 (2007).
- [90] H. Kamano, B. Julia-Diaz, T.-S. H. Lee, A. Matsuyama and T. Sato, Phys. Rev. C **79**, 025206 (2009).
- [91] Y. S. Kalashnikova, Phys. Rev. D **72**, 034010 (2005).
- [92] G. Bocquet *et al.*, Phys. Lett. B**366**, 447 (1996).
- [93] B. Andersson's review, "The Lund Model," Cambridge Univ. Press, 1998, un artículo moderno de revisión.
- [94] K. Ackerstaff *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81** 5519 (1998).
- [95] K. G. Horacek, Y. Iwamura and Y. Nogami, Phys. Rev. D **32**, 3001 (1985) [Erratum-*ibid.* D **36**, 3527 (1987)].
- [96] W. Blask, M. G. Huber and B. Metsch, Z. Phys. A **326**, 413 (1987).
- [97] M. Brack and R. K. Bhaduri, Phys. Rev. D **35**, 3451 (1987).
- [98] B. Silvestre-Brac and C. Gignoux, Phys. Rev. D **43**, 3699 (1991).
- [99] Y. Fujiwara, Prog. Theor. Phys. **89**, 455 (1993); **90**, 105 (1993).
- [100] S. Ono and N. A. Törnqvist, Z. Phys. C **23**, 59 (1984); K. Heikkila, S. Ono and N. A. Törnqvist, Phys. Rev. D **29**, 110 (1984); S. Ono, A. I. Sanda and N. A. Törnqvist, Phys. Rev. D **34**, 186 (1986).
- [101] T. Barnes and E. S. Swanson, Phys. Rev. C **77**, 055206 (2008).
- [102] T. J. Burns, Phys. Rev. D **87**, 034022 (2013); **90**, 034009 (2014).
- [103] M. R. Pennington and D. J. Wilson, Phys. Rev. D **76**, 077502 (2007).
- [104] I. V. Danilkin and Y. A. Simonov, Phys. Rev. Lett. **105**, 102002 (2010).
- [105] D. S. Hwang and D.-W. Kim, Phys. Lett. B **601**, 137 (2004).

- [106] E. van Beveren and G. Rupp, Phys. Rev. Lett. **91**, 012003 (2003); E. van Beveren, J. E. G. N. Costa, F. Kleefeld and G. Rupp, Phys. Rev. D **74**, 037501 (2006); G. Rupp and E. van Beveren, Eur. Phys. J. A **31**, 698 (2007).
- [107] P. Geiger and N. Isgur, Phys. Rev. D **41**, 1595 (1990).
- [108] S. K. Choi *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. **91**, 262001 (2003); Phys. Rev. Lett. **93**, 072001 (2004).