



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA
CENTRO DE CIENCIAS DE LA ATMÓSFERA

CORRIENTES DE GRAVEDAD EN EL VALLE DE MÉXICO: UN ESTUDIO EXPERIMENTAL

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

PRESENTA:

ANDREA BURGOS CUEVAS

TUTOR:

DR. ANGEL RUIZ ANGULO
CENTRO DE CIENCIAS DE LA ATMÓSFERA

CIUDAD DE MÉXICO, JUNIO, 2016.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a la Universidad Nacional Autónoma de México por las grandes satisfacciones que me ha brindado al permitirme formar parte de ella. Gracias también al Centro de Ciencias de la Atmósfera por el gran apoyo en los últimos años. En particular agradezco al grupo Interacción Océano-Atmósfera por contribuir a mi formación de maestría. Gracias también al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por fomentar mis estudios de maestría y al proyecto PAPIIT IA101614.

Agradezco a mi asesor Dr. Angel Ruiz por su valioso apoyo a lo largo de este trabajo y de todos los demás proyectos académicos en los que me ha involucrado. Gracias por fomentar en mí ese interés por conocer más de fluidos geofísicos y por siempre guiarme en el camino con ideas originales y acertadas. Gracias por inspirarme confianza para seguir adelante, por siempre darme el tiempo de apoyarme y por su amistad que hace ameno este camino de aprendizaje. Gracias a los miembros de este jurado, a los doctores: Arón Jazcilevich, Jorge Zavala, Carlos Palacios y Artemio Gallegos. Gracias a ellos por su tiempo, consejos y gran apoyo que me han brindado para llevar a cabo este trabajo y las correcciones que conlleva. Gracias también por el apoyo en otros momentos de mi formación académica. Tanto al jurado como a mi asesor, les quiero decir gracias por sus enseñanzas, las llevo conmigo y quiero recordarlas siempre.

Gracias a mis padres Guillermo Burgos y Alicia Cuevas por estar siempre a mi lado, apoyándome de todas las maneras posibles. Por su cariño, comprensión y porque siempre buscan darme lo mejor de ustedes mismos y motivarme para continuar mis estudios. Gracias a mi hermana Cecilia, mi gran compañera y amiga, la que siempre me escucha, la que siempre me apoya.

Gracias a Victor por el gran apoyo en el transcurso de este trabajo, por su incondicional ayuda y disponibilidad sobretodo para realizar los experimentos. Gracias también por la amistad que me ha brindado y por hacer que muchos momentos de trabajo se volvieran divertidos. Agradezco también a Alfredo por la gran ayuda en la construcción de tanques y otros dispositivos necesarios para realizar los experimentos. Gracias también a Oscar Jurado por el apoyo, amistad y compañía a lo largo de este trabajo y que continúa día con día. Gracias también a Fernando y Ovel por el apoyo que me han brindado para resolver problemas de programación sobretodo.

Gracias a Omar por su compañía y apoyo a lo largo de estos años. Gracias por los buenos momentos, las grandes enseñanzas y las sonrisas. Gracias a las grandes amigas que siempre me acompañan: Ana Abarca, Yanet y Abigail. Gracias por esas pláticas de café con preciosos consejos y por ese gran apoyo y compañía que siempre me brindan desde que las conozco. Gracias a los grandes amigos que conocí en el CCA y que me hicieron sentir como en casa, haciendo mis días aquí más agradables. Gracias también a los amigos que ya tenía antes de esta maestría y que continúan apoyándome, motivándome y haciéndome sonreír. Gracias también a todos mis tíos: Soco, Sergio, Gabriela, Laura, Martha y Eduardo. A mi abuelo Arturo mil gracias por su cariño comprensión y apoyo. A mi abuela Martha gracias por su cariño y por confiar en mí, siempre la recordaré. Esta lista de agradecimientos continúa, en mi cabeza pero en papel debo ponerle punto final. Hay mucha gente que a la que aprecio y agradezco infinitamente. Gracias totales a todos los que me han apoyado.

Resumen

En este trabajo se estudia la dinámica de corrientes de gravedad desde un punto de vista experimental. En el laboratorio, dentro de un tanque, se emulan este tipo de corrientes siguiendo un análisis de similaridad basado en el teorema II de Buckingham. Se pretende generar así corrientes que sean lo más similares posible a las atmosféricas, en particular a las brisas de montaña que se desplazan descendiendo una pendiente por las noches.

Las corrientes de gravedad se generaron utilizando soluciones salinas de distintas densidades; las cuales se colocaron en un tanque con una pendiente similar a la ladera de una montaña. Para producir la corriente se utilizó una técnica llamada *lock-release*. Esta técnica consiste en una compuerta que inicialmente separa dos fluidos de distintas densidades (las soluciones salinas) y, que al ser removida, permite que el fluido más denso se introduzca bajo el menos denso, produciéndose una corriente de gravedad. Las corrientes generadas con este procedimiento se estudiaron utilizando dos técnicas de medición y visualización de fluidos. La primera se llama velocimetría por imágenes de partículas (PIV) y permite obtener los campos de velocidad de las corrientes. La segunda se llama *shadowgraph* con la cual fue posible visualizar la estructura de estas corrientes. Con los campos de velocidad obtenidos mediante PIV se calcularon los campos de vorticidad y presión. Los campos de presión se utilizaron para obtener series de tiempo en algunas estaciones sintéticas a lo largo de la pendiente. Adicionalmente, se obtuvieron las fluctuaciones de la componente de velocidad perpendicular a la pendiente como *proxy* de la intensidad turbulenta asociada con inestabilidades en la interfaz. Por otro lado se analizó el parámetro de *entrainment* entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente. Estos resultados se obtuvieron para 8 casos distintos de corrientes de gravedad: uno para la corriente propagándose en el perfil liso y los otros 7, en 3 distintas secciones del perfil topográfico sintético. En cada sección de este perfil se estudiaron corrientes de gravedad con el mismo contraste de densidad entre la corriente y el fluido ambiente (misma gravedad reducida $g' = g \frac{\rho_c - \rho_a}{\rho_a}$). Además, en la sección inferior del mismo se estudiaron corrientes de gravedad generadas con distintos contrastes de densidad.

Los resultados muestran que los campos de velocidad de las corrientes de gravedad se ven afectados por las prominencias del perfil topográfico sintético. Esto ocasiona que el *entrainment* también varíe como función de la forma de la superficie en la que se desplaza la corriente. La menor magnitud de *entrainment* se obtuvo en el caso de la pendiente lisa y los valores de este coeficiente para las distintas secciones del perfil ondulado fueron mayores en las zonas que presentaban más irregularidades. En cambio, no se encontraron variaciones considerables en los valores del *entrainment* para distintos contrastes de densidad cuando las corrientes se desplazaban en la misma zona del perfil sintético.

En cuanto a las series de tiempo de presión en superficie, encontramos que el desplazamiento de la señal de la corriente de gravedad se puede observar en las estaciones sintéticas. En todos los casos, la presión presentó oscilaciones de alta frecuencia justo cuando la corriente alcanzaba cada una de las estaciones. Antes de ese momento, las series de tiempo no muestran esta señal. Finalmente, se propone que este comportamiento en la señal de la presión en superficie puede utilizarse para detectar corrientes de gravedad atmosféricas en las laderas de montañas.

Índice general

1. Introducción	15
1.1. Antecedentes	15
1.1.1. Estudios previos de la dinámica de corrientes de gravedad	15
1.1.2. Adimensionalización y estudios de similaridad para corrientes de gravedad	17
1.2. Marco teórico	18
1.2.1. Dinámica de corrientes de gravedad	18
1.2.2. Inestabilidades y <i>entrainment</i>	22
1.2.3. Vientos catabáticos descendiendo una pendiente	28
1.3. Topografía y contaminación en el Valle de México	31
1.4. Brisas de valle-montaña	34
2. Diseño experimental	37
2.1. Análisis de escala para adimensionalizar las corrientes de gravedad	37
2.2. Desarrollo experimental	41
2.3. Técnicas experimentales	42
2.3.1. Velocimetría por Imágenes de Partículas	42
2.3.2. Shadowgraph	44
3. Resultados y análisis	47
3.1. Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV)	47
3.1.1. Pendiente lisa con $g' = 0,14m/s^2$	49
3.1.2. Sección superior de perfil topográfico sintético con $g' = 0,14m/s^2$	51
3.1.3. Sección intermedia del perfil topográfico sintético con $g' = 0,14m/s^2$	54
3.1.4. Sección inferior del perfil topográfico sintético con $g' = 0,14m/s^2$	57
3.1.5. Sección inferior del perfil topográfico sintético con $g' = 0,08m/s^2$	64
3.1.6. Sección inferior del perfil ondulado con $g' = 0,11m/s^2$	67
3.1.7. Sección inferior del perfil topográfico sintético con $g' = 0,18m/s^2$	71
3.1.8. Sección inferior del perfil topográfico sintético con $g' = 0,24m/s^2$	74
3.1.9. Comparación de las corrientes de gravedad estudiadas bajo distintas condiciones utilizando PIV	75
3.2. Shadowgraph	80
4. Conclusiones	85
Bibliografía	87

Índice de figuras

1.1.	Esquema que muestra la forma típica de una corriente de gravedad de altura h introduciéndose en el fluido ambiente de altura H	16
1.2.	Esquema de una corriente de gravedad bidimensional en estado estacionario. El marco de referencia considerado es el que se mueve con la misma corriente, mientras que el fluido ambiente se mueve en sentido opuesto.	19
1.3.	Gráficas del coeficiente de <i>entrainment</i> obtenidas del artículo [1] de Ellison y Turner, que muestra la dependencia del coeficiente de <i>entrainment</i> a la izquierda con el número de Richardson para jets, y a la derecha con el ángulo de una pendiente que desciende un jet. En la gráfica de la derecha se muestran dos coeficientes de <i>entrainment</i> , uno calculado con la velocidad promedio del flujo (E) y el otro considerando la velocidad en la capa (<i>layer</i> en inglés) de la interfaz entre el flujo y el ambiente (E_L)	24
1.4.	Esquema de una sección de la corriente de gravedad que se estudia en el análisis y en la cual pueden desarrollarse inestabilidades del tipo Kelvin-Helmholtz. Se muestran las velocidades del estado base y la perturbación $\zeta(x, t)$ en la interfaz.	25
1.5.	En el lado izquierdo se muestra una fotografía tomada en Colorado en 2008 por Kate Calder, en la cual se observan las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz visibles gracias a las nubes. Del lado derecho, observamos una corriente de gravedad generada en el Laboratorio de Fluidos Geofísicos del Centro de Ciencias de la Atmósfera de la UNAM y visualizada mediante partículas trazadoras (esferas de vidrio recubiertas de plata). En la interfaz entre esta corriente y el fluido ambiente es posible apreciar un vórtice producto de inestabilidades de Kelvin-Helmholtz.	28
1.6.	Esquema de la corriente de gravedad descendiendo una pendiente de 5° . Se estudia en un marco de referencia (s, n) donde s es la dirección de la pendiente y n es normal a ella.	29
1.7.	Mapa que muestra la ubicación del volcán Tláloc.	32
1.8.	Topografía del Valle de México. Las zonas verdes son las más bajas y, mientras más oscuro es el tono de café, denota mayor altitud.	33
1.9.	Esquema simplificado de corriente de gravedad descendiendo la pendiente de una montaña aledaña al Valle de México y que podría tener efecto en los flujos presentes en la Ciudad. Estos flujos a su vez, afectarían el transporte de contaminantes dentro de la ciudad.	34

- 1.10. Esquema que muestra las brisas de valle y de montaña. En el panel de arriba se observa la brisa de valle nocturna, que consiste en una corriente de gravedad bajando la montaña, cuando la orientación de su pendiente es hacia el oeste. En el de abajo, se muestra la brisa de montaña que provoca una corriente de gravedad subiendo la montaña, cuando su pendiente se orienta hacia el este. En ambos casos se considera que es el hemisferio norte. 36
- 2.1. Gráfica de las coordenadas de altura y longitud obtenidos mediante *Google Earth*, para la ladera noroeste del volcán Tlaloc. Las coordenadas en el primer punto mostrados son 19.057 -99.103 y en el último punto son 19.389 y -99.161. Además se señala en la figura hacia donde está el noroeste (NE) y el sureste (SE). Nótese que la coordenada vertical está exagerada para que las irregularidades de la ladera sean evidentes; la altura se toma como 0 sobre el Valle de México. 41
- 2.2. Esquema que representa el arreglo mediante el cual se producen corrientes de gravedad en el tanque de laboratorio. Inicialmente en el tiempo t_1 se mantiene la compuerta cerrada separando el fluido ambiente menos denso (ρ_a) del de la corriente de gravedad más denso (ρ_c). En el tiempo t_2 se remueve la compuerta y se produce la corriente de gravedad. A esta técnica para producir corrientes de gravedad se le suele llamar en inglés del tipo *lock-release*. 42
- 2.3. La imagen de la izquierda muestra el arreglo típico de PIV. Se observa el plano de luz láser que ilumina al flujo previamente sembrado con partículas trazadoras. Las componentes ópticas que producen la hoja de luz se esquematizan con una sola lente cilíndrica, debido a que es una lente de este tipo la que es capaz de producir el plano de luz. A la derecha se muestra una imagen susceptible a analizarse mediante PIV, en ella se observan las partículas trazadoras (en blanco) que dispersan la luz y contrastan con el fondo oscuro. El flujo de esta imagen es una corriente de gravedad pero, debido a que no se distingue mucho sin hacer la correlación y obtener los vectores de velocidad, se marca el contorno de la corriente con una línea blanca. 43
- 2.4. Esquema de la técnica *Shadowgraph* en el que se observa el ángulo de desviación $\Delta\varepsilon$ de un rayo luminoso y el correspondiente corrimiento Δa en la pantalla. . . 45
- 3.1. Imagen que muestra las 6 estaciones sintéticas en las que se calculan las series de tiempo de presión a lo largo de la sección inferior del perfil topográfico sintético. Estas estaciones se utilizaron en todas las series de presión con valores distintos de g' 48
- 3.2. Campos de velocidad y coeficiente de *entrainment* conforme pasa el tiempo para la corriente de gravedad descendiendo la pendiente lisa con $g' = 0,14m/s^2$. La raya roja mostrada en la gráfica del *entrainment* corresponde a un valor medio reportado por Ellison y Turner, como se muestra en la figura 1.3. En los campos de velocidad, los colores de las flechas dependen de la magnitud de la velocidad, los tonos más rojos indican mayor rapidez y los más azules, menor. La barra de colores mostrada tiene unidades de cm/s 50

3.3. Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,14m/s^2$ y propagándose en la pendiente lisa. La barra de color tiene unidades de $1/s$ 51

3.4. Imágenes que muestran los contornos de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' . Las unidades de la barra de color son m/s y los ejes están en pixeles. Además, se han graficado en gris los campos de velocidad de la corriente de gravedad. 52

3.5. Campos de velocidad y coeficiente de *entrainment* conforme pasa el tiempo para la corriente de gravedad descendiendo la parte superior del perfil topográfico sintético con una $g' = 0,14m/s^2$. La raya roja mostrada en la gráfica del *entrainment* corresponde a un valor medio reportado por Ellison y Turner, como se muestra en la figura 1.3. Los colores de las flechas dependen de la magnitud de la velocidad, cuando son más rojos indican mayor rapidez y más hacia el azul, menor. La barra de colores mostrada tiene unidades de cm/s 54

3.6. Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,14m/s^2$ y propagándose en la parte superior del perfil topográfico sintético. La barra de color tiene unidades de $1/s$ 55

3.7. Imágenes que muestran los contornos de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' . En gris se observan los campos de velocidad de la corriente de gravedad. Las unidades de la barra de color son m^2/s^2 y sobre los ejes las distancias se muestran en pixeles. 55

3.8. Campos de velocidad y coeficiente de *entrainment* conforme pasa el tiempo para la corriente de gravedad en la parte intermedia del perfil topográfico sintético con una $g' = 0,14m/s^2$. La raya roja mostrada en la gráfica del *entrainment* corresponde a un valor medio reportado por Ellison y Turner, como se muestra en la figura 1.3. Los colores de las flechas dependen de la magnitud de la velocidad, cuando son más rojos indican mayor rapidez y más hacia el azul, menor. 57

3.9. Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,14m/s^2$ y propagándose en la parte media del perfil topográfico sintético. La escala de color está en unidades de $1/s$ 58

3.10. Imágenes que muestran las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad avanza sobre la sección media del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m^2/s^2 y las longitudes de los ejes están en pixeles. Además, se han graficado en gris los campos de velocidad de la corriente de gravedad. 58

3.11. Evolución temporal del coeficiente de *entrainment*, junto con los respectivos campos de velocidad conforme avanza la corriente de gravedad en la parte baja del perfil topográfico sintético y con $g' = 0,14m/s^2$. La barra de color correspondiente a la magnitud de las velocidades está en cm/s . Un valor de referencia de *entrainment*, del orden de magnitud de los obtenidos por Ellison y Turner, se observa marcado en rojo. 60

3.12. Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza la corriente de gravedad con $g' = 0,14m/s^2$ y propagándose en la parte baja del perfil topográfico sintético. La escala de color está en unidades de $1/s$ 61

3.13. Imágenes que muestran los contornos de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad, con $g' = 0,14m/s^2$, avanza sobre la sección inferior del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m/s y las longitudes de los ejes están en pixeles.	62
3.14. Series de tiempo de la presión en las 6 estaciones consideradas para la parte baja del perfil topográfico sintético, en el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,14m/s^2$	63
3.15. Campos de velocidad y coeficiente de <i>entrainment</i> conforme pasa el tiempo para la corriente de gravedad descendiendo la parte inferior del perfil topográfico sintético con una $g' = 0,08m/s^2$	65
3.16. Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,08m/s^2$ y propagándose en la parte baja del perfil sintético. La escala de color de vorticidad está en unidades de $1/s$	66
3.17. Imágenes que muestran las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad con $g' = 0,08m/s^2$ avanza sobre la sección inferior del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m/s y las longitudes de los ejes están en pixeles.	66
3.18. Imagen que muestra las series de tiempo de la presión en las 6 estaciones consideradas para la parte baja del perfil topográfico sintético, en el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,08m/s^2$	67
3.19. Imagen que muestra la evolución temporal del coeficiente de <i>entrainment</i> , junto con sus respectivos campos de velocidad conforme avanza la corriente de gravedad con $g' = 0,11m/s^2$ en la sección inferior del perfil sintético.	69
3.20. Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,11m/s^2$ y propagándose en la parte baja del perfil topográfico sintético. La escala de color tiene unidades de $1/s$	70
3.21. Imágenes que muestran las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad con $g' = 0,11m/s^2$, avanza sobre la sección inferior del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m/s y las longitudes de los ejes están en pixeles.	70
3.22. Series de tiempo de la presión en las 6 estaciones consideradas para la parte baja del perfil topográfico sintético, en el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,11m/s^2$	71
3.23. Evolución temporal del <i>entrainment</i> , junto con sus respectivos campos de velocidad conforme avanza la corriente de gravedad en la sección inferior del perfil topográfico sintético con $g' = 0,18m/s^2$	72
3.24. Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,18m/s^2$ y propagándose en la parte baja del perfil rugoso. La escala de color tiene unidades de $1/s$	73
3.25. Imágenes que muestran las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad avanza sobre la sección inferior del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m/s y las longitudes de los ejes están en pixeles.	73
3.26. Series de tiempo de la presión en las 6 estaciones consideradas para la parte baja del perfil topográfico sintético, en el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,18m/s^2$	74

3.27. Evolución temporal del <i>entrainment</i> , junto con los respectivos campos de velocidad de la corriente de gravedad con $g' = 0,24m/s^2$ propagándose en la sección inferior del perfil topográfico sintético.	76
3.28. Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,24m/s^2$ y propagándose en la parte baja del perfil sintético. La escala de color está en unidades de s^{-1}	77
3.29. Imágenes que muestran las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad avanza sobre la sección inferior del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m/s y las longitudes de los ejes están en pixeles.	77
3.30. Series de tiempo de la presión en las 6 estaciones consideradas para la parte baja del perfil topográfico sintético, en el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,24m/s^2$	78
3.31. Gráfica que muestra los valores del coeficiente de <i>entrainment</i> y del número de Richardson para los 8 casos de corrientes de gravedad estudiadas. En rojo se observan los valores correspondientes a las 5 corrientes de gravedad estudiadas en la sección inferior del perfil sintético. En color negro se muestra el caso de la corriente en la sección intermedia, en azul los valores de la corriente de gravedad en la sección superior y finalmente en verde se observa el caso liso.	79
3.32. Visualización de corriente de gravedad mediante <i>shadowgraph</i> . Se utilizó en este caso una $g' = 0,14$ y la corriente se propagó en la sección superior del perfil topográfico sintético.	80
3.33. Visualización con tinta de corriente de gravedad con $g' = 0,16$ en la sección superior del perfil topográfico sintético. A la izquierda se observa la corriente de gravedad cuando apenas empieza a interactuar con la rugosidad y logra distinguirse un vórtice producto de una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. A la derecha la corriente de gravedad ya ha descendido una de las primeras elevaciones de la rugosidad y se observa mucho más difusa en la interfaz con el fluido ambiente.	81
3.34. Secuencia de imágenes a diferentes tiempos, que muestra una visualización, mediante <i>shadowgraph</i> , de una corriente de gravedad con $g' = 0,08m/s^2$ que se desplaza en la parte inferior de la pendiente rugosa.	82
3.35. Secuencia de imágenes a diferentes tiempos, que muestra una visualización, mediante <i>shadowgraph</i> , de una corriente de gravedad con $g' = 0,14m/s^2$ desplazándose en la parte inferior de la pendiente rugosa.	83
3.36. Secuencia de imágenes a diferentes tiempos, que muestra una visualización, mediante <i>shadowgraph</i> , de una corriente de gravedad con $g' = 0,24m/s^2$ desplazándose en la parte inferior de la pendiente rugosa.	83

Índice de cuadros

2.1. Variables consideradas para adimensionalizar el problema y sus valores aproximados.	38
2.2. Valores aproximados de los números adimensionales obtenidos mediante el teorema II de Buckingham y de otros parámetros importantes en el estudio de corrientes de gravedad: el número de Rossby y el de Richardson, éste último se incluye porque su valor puede determinar la aparición de inestabilidades como las de Kelvin-Helmholtz. En cuanto al Ro , se calcula utilizando la frecuencia de Coriolis $f = 2\omega \text{sen}(\varphi)$, con $\varphi = 19^\circ$, que es la latitud aproximada del volcán Tláloc. Para calcular Π_2 se utiliza un tiempo característico τ en el que la corriente de gravedad se desplaza por la pendiente.	40
3.1. Tabla que resume las velocidades y <i>entrainments</i> promedios calculados para las corrientes de gravedad en las 3 zonas estudiadas y con las distintas gravedades reducidas utilizadas.	79

Capítulo 1

Introducción

Las corrientes de gravedad son flujos principalmente horizontales provocados por un gradiente (también horizontal) de densidad en presencia de un campo gravitacional. Este gradiente horizontal de densidad, que implica que hay parcelas de fluido menos denso a lado de otras más densas, no es estable; por lo que la energía potencial es muy susceptible a convertirse en cinética. Esta conversión de energía da lugar a un flujo en forma de corriente de gravedad. El desplazamiento más simple de estas corrientes se lleva a cabo en un fondo plano; sin embargo también pueden propagarse subiendo o bajando una pendiente. En el caso en el que suben esta pendiente (comunmente llamado en inglés *upslope*) la conversión de energía potencial en cinética es menos dramática y por lo tanto la velocidad de la corriente disminuye. Por otro lado cuando la corriente desciende una pendiente (*downslope*), una mayor conversión de energía potencial en cinética produce que la corriente se acelere. En la atmósfera, estas corrientes son importantes por tener la capacidad de transportar masa en su movimiento; debido a ello, pueden tener influencia en la distribución de humedad, contaminantes, pólenes, entre otros.

El propósito de este trabajo es estudiar la dinámica de las corrientes de gravedad utilizando herramientas experimentales. Para ello en el laboratorio se generan corrientes de gravedad que, bajo ciertas reglas de similaridad, equivalen a brisas de montaña en el Valle de México. Para hacer esta similaridad, se realiza una adimensionalización utilizando el teorema II de Buckingham como se explicará más adelante. Los experimentos se realizan en un tanque en el que se tiene agua de distintas densidades para generar las corrientes. Posteriormente se miden experimentalmente sus campos de velocidad y con ellos se calculan otras variables como fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical, presión y coeficiente de *entrainment*.

1.1. Antecedentes

1.1.1. Estudios previos de la dinámica de corrientes de gravedad

La condición necesaria para que se produzca una corriente de gravedad es la presencia de un gradiente horizontal de densidad. Una vez que se presenta, este gradiente horizontal ocasiona que un fluido, con densidad $\rho_{corriente} \equiv \rho_c$, se introduzca en el fluido ambiente con densidad $\rho_{ambiente} \equiv \rho_a$. Cuando esto ocurre, el fluido más denso se propaga formando una corriente de gravedad, cuya forma consiste en una cabeza o frente y una estela turbulenta (figura 1.1). El flujo que conforma a la cabeza de la corriente se caracteriza por ser quasi-laminar, mientras

que la estela turbulenta que lo sigue, tiene mucho más disipación y turbulencia. Además en la interfaz entre la corriente y el ambiente, puede haber vórtices producto de inestabilidades.

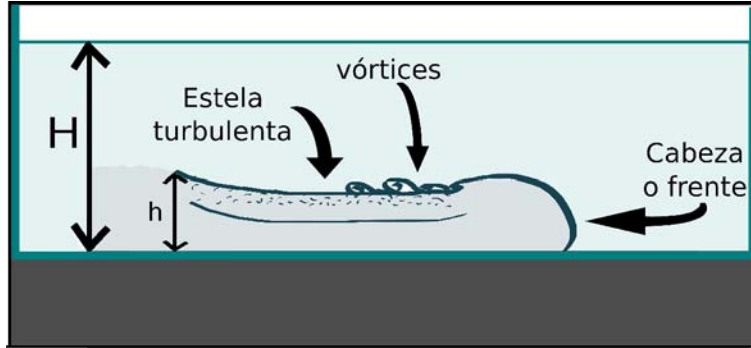


Figura 1.1: Esquema que muestra la forma típica de una corriente de gravedad de altura h introduciéndose en el fluido ambiente de altura H .

Las corrientes de gravedad han sido estudiadas ampliamente desde principios del siglo XX. En 1911 W. Schmidt utilizó un canal de agua en el laboratorio para modelar un frente frío en la atmósfera. Obtuvo siluetas de corrientes de gravedad a diferentes números de Reynolds, utilizando agua de distintas temperaturas para crear el gradiente de densidad. En 1940 Von Karman calculó la velocidad de una corriente de gravedad considerando que toda la energía potencial se convierte en cinética:

$$v^2 = 2gh \frac{\rho_c - \rho_a}{\rho_a} = 2g'h, \quad (1.1)$$

donde se ha definido la gravedad reducida g' como:

$$g' = g \frac{\rho_c - \rho_a}{\rho_a}. \quad (1.2)$$

Este parámetro es importante para poder aplicar el análisis de similitud entre los experimentos de laboratorio y los fenómenos naturales.

En 1968 Benjamin identificó al número de Froude como el parámetro adimensional más importante para caracterizar a las corrientes de gravedad [2]. Este número representa el balance entre fuerzas inerciales y fuerzas gravitacionales y puede representar a la velocidad adimensional en una corriente de gravedad. El número de Froude está dado por:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g'h}} \quad (1.3)$$

donde h es la altura de la corriente de gravedad definida anteriormente y v es su velocidad. Además Benjamin dedujo que una corriente de gravedad uniforme sólo puede progresar, estacionaria y sin fuerzas disipativas, si su altura es la mitad de la altura del fluido ambiente ($H = 2h$, donde h y H son las alturas de la corriente de gravedad y del fluido ambiente (figura 1.1)). Esta expresión será deducida en la sección 1.2.1.

Posteriormente, J. Simpson realizó experimentos empleando una compuerta que inicialmente separaba agua con distintas salinidades y por lo tanto distintas densidades [3]. Al

remover la compuerta, el agua más salada se desplazaba en el agua fresca produciéndose una corriente de gravedad. A esta técnica se le conoce como *lock-release* y gracias a ella se realizaron diversos experimentos con los que se describió la estructura de las corrientes de gravedad ([4], [5]). También se observaron inestabilidades (gravitacional y de cizalla) en la interfaz entre la corriente y el ambiente, las cuales inducen mezcla turbulenta.

El caso de corrientes de gravedad desplazándose pendiente abajo (*downslope*) es de particular interés en este trabajo. Algunos estudios de corrientes en estas condiciones se desarrollaron en 1980, cuando P. Linden y R. Britter estudiaron el movimiento de la cabeza de una corriente de gravedad desplazándose pendiente abajo [6]. En ese artículo, encontraron que, cuando la pendiente no es muy pronunciada (del orden de 5° o menos), la cabeza de la corriente se desacelera con la distancia, pero que a pendientes mayores, la fuerza de flotación es suficientemente grande para superar los efectos viscosos y la cabeza de la corriente se mantiene en un estado estacionario.

El estudio de corrientes de gravedad ha continuado hasta fechas recientes; se ha visto que muchas de ellas se generan en distintas condiciones atmosféricas: en las brisas marinas, cuando hay tormentas fuertes y particularmente en las brisas de valle-montaña. Este último caso es el que se trata en el presente trabajo, así como su adaptación para estudiar su dinámica en el laboratorio. Para ello es necesario hacer un análisis de similaridad adecuado, lo cual se explicará en la subsección 1.1.2.

1.1.2. Adimensionalización y estudios de similaridad para corrientes de gravedad

Debido a que las leyes de la naturaleza se cumplen independientemente del sistema de unidades que usemos, es posible escribir todas las relaciones físicas en forma adimensional. Esto hace posible utilizar la técnica conocida como análisis adimensional para simplificar un problema, lo cual es muy utilizado en mecánica de fluidos. Uno de los métodos más utilizados para realizar un análisis adimensional es el propuesto por Vaschy Buckingham en 1914 [7]. Actualmente se conoce como el teorema II de Buckingham y se enuncia de la siguiente manera: Sean q_1, q_2, \dots, q_n n variables y parámetros involucrados en un problema en particular; tales que exista una relación funcional de la forma $f(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0$. El teorema II de Buckingham establece que las n variables siempre se pueden combinar para formar exactamente $n - r$ grupos adimensionales, donde r es el número de dimensiones linealmente independientes. Cada grupo adimensional es comúnmente llamado grupo Π_i . Estos grupos adimensionales no son únicos, pero sólo $n - r$ de ellos son linealmente independientes. Existen diferentes métodos, tanto numéricos como analíticos, para encontrar estos grupos adimensionales. En la sección 2.1 se utiliza el teorema II de Buckingham en el caso particular de corrientes de gravedad. Este procedimiento ya se ha seguido para simular en el laboratorio corrientes de gravedad atmosféricas; a continuación se mencionarán ejemplos de ello.

Simpson y Linden mostraron que, mediante gradientes de salinidad en el agua, se pueden producir corrientes de gravedad en un tanque de laboratorio similares a las atmosféricas. Para ello hicieron corresponder principalmente dos números adimensionales: el número de Froude, ecuación 1.3, y el número de Reynolds, definido como:

$$Re = \frac{vL}{\nu} \tag{1.4}$$

donde v es la velocidad L es la longitud característica y ν es la viscosidad. Al utilizar ambos parámetros adimensionales fundamentales para el estudio de corrientes de gravedad, lograron encontrar similitudes dinámicas en las corrientes de gravedad de aire de distintas densidad en la atmósfera y las corrientes de gravedad de distintas salinidades en los tanques de laboratorio.

En 1994 Fleishman [8] modeló en el laboratorio corrientes de gravedad que ocurren cuando inicialmente hay fuego en un compartimento cerrado que después se abre; lo cual tiene aplicaciones industriales. Consideró una corriente de gravedad estacionaria utilizando el análisis de Benjamin para el caso en el que no hay mezcla ni disipación. Utilizó también los números de Froude y Reynolds y completó el análisis de similaridad al introducir otro parámetro: la flotabilidad, β , definida como:

$$\beta = \frac{\rho_c - \rho_a}{\rho_a}, \quad (1.5)$$

la cual está muy relacionado con la gravedad reducida, pues $g' = g\beta$.

Recientemente, Reuten, Allen y Steyn publicaron un trabajo de corrientes de gravedad de laboratorio simulando corrientes atmosféricas desplazándose pendiente arriba de una montaña. La principal motivación del estudio es reproducir los flujos ascendientes en las montañas por diferencias de densidades, ya que constituyen un mecanismo crucial para el transporte de contaminantes. El estudio pretende estimar el transporte de contaminantes en aire seco establemente estratificado ([9, 10]). En él se utiliza el teorema II de Buckingham para adimensionalizar corrientes de gravedad atmosféricas. Se identificaron los grupos adimensionales adecuados y se generaron corrientes de gravedad similares a las que ascienden una montaña en el parque de Minnekhada en Columbia, Canadá.

Particularmente, este estudio llega a la conclusión de que la similaridad entre las corrientes de gravedad en el laboratorio y las atmosféricas, no se cumple para una variable de gran importancia: la velocidad de la corriente ascendiendo una pendiente. Los autores proponen que esta inconsistencia se da en parte por las cantidades moleculares como la viscosidad y la difusividad térmica. Adicionalmente, mencionan que una limitante para realizar esta similaridad exitosamente es la dificultad de escalar los elementos rugosos en el tanque con los de la atmósfera. Además, estudios recientes [11] enfatizan la necesidad de estudiar corrientes de gravedad propagándose en superficies que no sean lisas, similares a los terrenos topográficos en los que se desarrollan las corrientes de gravedad atmosféricas y oceánicas.

1.2. Marco teórico

1.2.1. Dinámica de corrientes de gravedad

En esta sección se estudian algunos aspectos de la dinámica de las corrientes de gravedad que son de interés para el presente trabajo; pues serán utilizados para analizar los resultados en el capítulo 3. Las corrientes de gravedad, como cualquier otro flujo, obedecen la conservación de masa y de momento, por lo que pueden ser descritas por ecuaciones que enuncian estos principios de conservación. Si consideramos un fluido con densidad $\rho(\mathbf{r}, t)$ y presión $P(\mathbf{r}, t)$, donde $\mathbf{r} = (x, y, z)$ es el vector de la posición y t es el tiempo, podemos escribir las ecuaciones de conservación en la misma forma que son presentadas en [12]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0, \quad (1.6)$$

donde $\mathbf{v} = (u, v, w)$ es el vector velocidad y ρ es la densidad de interés, es decir, puede escribirse con $\rho = \rho_c$ para el fluido de la corriente de gravedad ó $\rho = \rho_a$ para el fluido ambiente. Mientras que la conservación de momento se escribe como:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla P - \rho g z + \mu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (1.7)$$

donde

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}, \quad (1.8)$$

es la derivada material y μ es el coeficiente de viscosidad dinámica.

Sin embargo las ecuaciones completas de Navier-Stokes constituyen un conjunto de ecuaciones parciales acopladas no lineales y no se pueden resolver por métodos analíticos. Por ello, es preciso hacer simplificaciones para obtener soluciones particulares. Específicamente para una corriente de gravedad desplazándose en un fondo plano, es posible obtener una expresión simple de la componente u de la velocidad. Se estudia la corriente de gravedad en un marco de referencia que se mueve con ella. Esto implica que la corriente tiene velocidad $u = 0$ y el fluido ambiente se mueve en sentido opuesto. Además consideramos que las densidades ρ_c y ρ_a de la corriente y del fluido ambiente respectivamente no son muy distintas entre sí, por lo que es válida la aproximación de Boussinesq: $\frac{\rho_a}{\rho_c} \approx 1$.

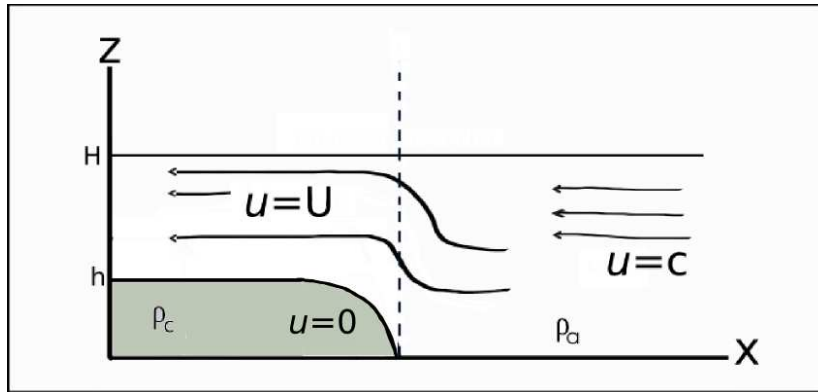


Figura 1.2: Esquema de una corriente de gravedad bidimensional en estado estacionario. El marco de referencia considerado es el que se mueve con la misma corriente, mientras que el fluido ambiente se mueve en sentido opuesto.

A partir de las simplificaciones anteriores se puede encontrar una solución analítica para la velocidad de la corriente de gravedad. Este procedimiento se realiza a continuación, siguiendo el análisis reportado en [13] y [2]. A partir de la ecuación de continuidad de masa con la aproximación de Boussinesq para el fluido ambiente, se obtiene que:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1.9)$$

Considerando la geometría de la figura 1.2 y suponiendo que el flujo es horizontal y por lo tanto hidrostático, podemos escribir la ecuación de continuidad de masa con la aproximación de Boussinesq de la siguiente manera:

$$cH = U(H - h), \quad (1.10)$$

donde se ha utilizado la nomenclatura introducida en la figura 1.2 para las velocidades y las alturas. Dado que es válida la aproximación hidrostática, consideramos que $P = P_0 + P'$ donde $P_0 = \rho_0 g h$ y P' es una perturbación, entonces dicha ecuación escrita para P' queda:

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{\partial z} = \begin{cases} -g' & \text{si } z \leq h \\ 0 & \text{si } z > h, \end{cases} \quad (1.11)$$

donde g' y ρ_0 están definidas como en la ecuación 1.2. Ahora la componente x de las ecuaciones de Navier-Stokes puede escribirse, asumiendo estacionalidad y un flujo invíscido y bidimensional, como:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{\partial x} = 0. \quad (1.12)$$

Si además asumimos que $w = 0$, e integramos con respecto a x obtenemos que:

$$\int u \frac{\partial u}{\partial x} dx + \int \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{\partial x} dx = 0. \quad (1.13)$$

Integrando por partes la primera integral y trivialmente la segunda, esta ecuación para la coordenada x queda:

$$\frac{u^2}{2} + \frac{1}{\rho_0} P' + \frac{1}{\rho_0} p_t = 0 \quad (1.14)$$

donde $\frac{1}{\rho_0} p_t$ es una constante de integración y por lo tanto no depende de x . Utilizando la ecuación 1.11, y evaluando en $z = h$, se obtiene:

$$\frac{1}{2} c^2 = \frac{1}{\rho_0} p_t + g' h. \quad (1.15)$$

La ecuación anterior ya es una expresión para la velocidad a la que se desplaza la corriente de gravedad, salvo que tiene a la constante de integración p_t . Para encontrarla volvemos a usar la ecuación de momento para la coordenada x pero reescribiéndola de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial x}(u^2) + \frac{\partial}{\partial z}(uw) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P'}{\partial x} = 0. \quad (1.16)$$

Al integrar doblemente esta ecuación respecto a x, z en todo el volumen de control determinado por el fluido ambiente (figura 1.2):

$$\int_0^H u^2 dz + \frac{1}{\rho_0} \int_0^H P' dz = 0. \quad (1.17)$$

Por lo que:

$$c^2 H - u^2(H - h) = \frac{1}{\rho_0} p_t H + g' h^2 \quad (1.18)$$

en donde se ha ocupado la ecuación 1.11. y evaluado en $z = h$. Utilizando además la ecuación 1.10, y sustituyendo la p_t que se puede despejar de 1.14, se obtiene finalmente una expresión para la velocidad c en términos de variables que pueden conocerse fácilmente:

$$c = \sqrt{(2g'h \frac{(H-h)(H-\frac{1}{2}h)}{H(H+h)})}. \quad (1.19)$$

Sin embargo esta expresión para la velocidad no es única, por lo que no representa una solución para las ecuaciones de movimiento. En [13] se hace un análisis análogo pero considerando ahora conservación de vorticidad. Gracias a ello, puede obtenerse otra expresión para esta velocidad c :

$$c = \sqrt{2g'h(\frac{H-h}{H})^2}. \quad (1.20)$$

Por lo que el sistema sólo tendrá solución cuando las ecuaciones 1.19 y 1.20 se igualen. Esto sólo ocurre para dos valores de h : $h = \frac{H}{2}$ (en el que se obtiene que $c^2 = -2g'h$); y cuando $H \rightarrow \infty$, para el cual $c^2 = 2g'h$. Esto implica que una corriente de gravedad sólo puede progresar estacionaria y sin pérdidas de energía si llena la mitad del espacio originalmente ocupado por el fluido menos denso, lo cual fue un resultado predicho por Benjamin en 1968.

Como se mencionó antes, Benjamin también señaló que el número más importante para estudiar una corriente de gravedad es el de Froude. Para la zona a la izquierda de la línea punteada en la figura 1.2, la velocidad es $u = U$, y la altura del fluido ambiente $H-h$. Entonces en esa zona puede mostrarse que el número de Froude es $Fr_{(H-h)} = \frac{U}{\sqrt{g'(H-h)}} = \sqrt{2}$. Por otro lado, el número de Froude para la zona a la derecha de la línea punteada en la misma figura (en donde c es la velocidad y H la altura del fluido ambiente), es $Fr_H = \frac{c}{\sqrt{g'H}} = \frac{1}{2}$.

En general, el valor del número de Froude tiene importantes implicaciones en el flujo. Este parámetro relaciona las fuerzas inerciales de un fluido (u) con las fuerzas gravitacionales que actúan sobre él. Particularmente cuando hay estratificación se utiliza la gravedad reducida g' para representar al campo gravitacional. En el caso de flujos geofísicos, el número de Froude también puede interpretarse como los efectos (adimensionales) de energía cinética (dada con la velocidad u) entre los efectos de la energía potencial gravitacional.

En muchos estudios de dinámica de fluidos, el número de Froude es determinante para saber cuándo ocurre el fenómeno llamado salto hidráulico [7]. Esta discontinuidad se desarrolla cuando un flujo con velocidad inicial alta se descarga en una zona de menor velocidad al mismo tiempo que aumenta su altura abruptamente; convirtiendo parte de su energía cinética inicial en energía potencial. Ejemplos de ello son los flujos en canales abiertos como los ríos. Además, es muy común observar saltos hidráulicos en las tarjas cuando el chorro del agua cae y se desplaza radialmente con gran rapidez, hasta que en cierto punto observamos un incremento en su altura y una desaceleración. Cuando $Fr < 1$ el flujo está en un régimen subcrítico, en el cual la fuerza de gravedad tiene efectos más importantes que la inercia. Cuando $Fr > 1$ se trata de el caso supercrítico, en el cual la velocidad del flujo supera cierto valor (el valor crítico), dando lugar a un mayor efecto de la misma sobre el flujo que el de la gravedad. En este caso supercrítico, el flujo puede incrementar su altura y producirse un salto hidráulico, al tiempo que el flujo pasa a ser subcrítico. Por conservación de energía es imposible que ocurra el caso inverso en el que un flujo subcrítico pase a ser supercrítico.

Regresando al análisis de la figura 1.2, notamos que del lado izquierdo, el número de Froude es $Fr_{(H-h)} = \frac{1}{2} < 1$ por lo que se trata de un caso subcrítico. Del lado derecho $Fr_H = \sqrt{2} > 1$, lo que corresponde al caso supercrítico. En el caso supercrítico, no pueden surgir ondas estacionarias sin pérdidas de energía pero se puede presentar un salto hidráulico [2].

En los flujos atmosféricos, hay dificultades para aplicar cuantitativamente la analogía hidráulica. Esto se debe a la dificultad de definir un número de Froude dinámicamente significativo en un flujo continuamente estratificado. Se han propuesto varias expresiones simples para el Froude atmosférico, pero suelen tener muchas deficiencias [14]. Una de estas expresiones, utiliza la frecuencia de Brunt Väisälä y, considerando que el flujo (de velocidad media U) se desarrolle en una montaña con altura H , se expresa de la siguiente manera:

$$Fr_{atm} = \frac{U}{NH}. \quad (1.21)$$

Esta ecuación se utiliza para calcular el Froude en [15], [9]. Es común llamar al Fr de la ecuación 1.21 número de Froude idealizado, ya que considera N y U constantes [14]. Además, a diferencia del denominador del número de Froude convencional (ecuación 1.3), el Froude atmosférico 1.21 tiene un denominador NH que no corresponde a la velocidad de fase horizontal de alguna onda. Por otro lado, cuando hay una inversión bien definida a alguna elevación H , muchos autores han definido al número de Froude como:

$$Fr = \frac{U}{g'H}. \quad (1.22)$$

La deficiencia de esta aproximación es que no considera la influencia de desplazamientos verticales en el fluido establemente estratificado sobre la inversión. Además, generalmente la velocidad U del viento no es constante bajo la inversión. La necesidad de definir un número de Froude significativo para flujos descendiendo una pendiente ya ha sido discutida [14]. Estos autores de [14] sostienen que la teoría hidráulica sólo se puede aplicar a vientos descendiendo pendientes de manera cualitativa. Además propone que esta aplicación se centra en la idea de que hay una transición de un comportamiento en forma de onda a uno que no tiene forma de onda en las laderas de las montañas.

1.2.2. Inestabilidades y *entrainment*

Los procesos en la interfaz entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente, se caracterizan por una gran intensidad turbulenta. Sin embargo, definir y tratar flujos turbulentos no es sencillo. Una definición simple e imperfecta de la turbulencia dice que es un estado de un flujo disipativo caracterizado por fluctuaciones no lineales de la vorticidad tridimensional [7]. El concepto de turbulencia además implica cierta aleatoriedad en los movimientos del flujo. Los flujos en general (no sólo los atmosféricos) pueden clasificarse en laminares o turbulentos dependiendo de cómo sea su estructura interna. En un régimen laminar la estructura del flujo tiene movimientos uniformes en forma de láminas o capas. En cambio cuando un flujo es turbulento, las partículas de fluido tienen movimientos tridimensionales aleatorios superpuestos al movimiento promedio. La turbulencia se caracteriza por la presencia de remolinos turbulentos (*eddies*) de distintas escalas que se encuentran en el flujo unos superpuestos a otros. Los niveles de energía turbulenta decaen conforme estos remolinos tienen tamaños menores.

Debido a que es difícil resolver todas las escalas explícitamente, se estudian con una viscosidad equivalente, la cual se conoce como viscosidad turbulenta (*eddy viscosity* en inglés).

El parámetro que determina si un flujo es laminar o turbulento es el número de Reynolds. La gran mayoría de los flujos atmosféricos son turbulentos. La turbulencia es un concepto que matemáticamente puede ser estudiado de más de una forma; sin embargo, por ahora bastará con mencionar cómo pueden estudiarse las variables que tienen un comportamiento turbulento. Estas variables frecuentemente se separan en un flujo medio y sus fluctuaciones turbulentas; esta separación se conoce como la descomposición de Reynolds. La velocidad, por ejemplo, se escribe como:

$$u(x, y, z, t) = \bar{u} + u'(x, y, z, t). \quad (1.23)$$

Donde \bar{u} es el valor medio de la velocidad y u' corresponde a las perturbaciones turbulentas. A partir de ahora se utilizarán "primas" para denotar las fluctuaciones turbulentas de las variables. A partir de estas perturbaciones, se puede definir la energía cinética turbulenta (*TKE* por sus siglas en inglés) como la energía cinética de las fluctuaciones de la velocidad. Es común escribir a la variable *TKE* por unidad de masa como:

$$\frac{TKE}{m} = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2). \quad (1.24)$$

Esta es una de las variables más importantes en micrometeorología; además de que constituye una medida de la intensidad de la turbulencia. Particularmente en las corrientes de gravedad, las fluctuaciones turbulentas de las velocidades en la interfaz provocan que ciertas parcelas de fluido, inicialmente pertenecientes a la corriente de gravedad, se introduzcan en el fluido ambiente y viceversa. Este intercambio turbulento de parcelas de fluido, se conoce como *entrainment* en inglés¹. Éste es un término difícil de traducir al español, algunas veces se refiere al *entrainment* como *intrusión* o *abordamiento*. Sin embargo, debido a que las traducciones pueden dar lugar a confusiones, en este trabajo se le llamará *entrainment* de aquí en adelante. De hecho, en las corrientes de gravedad atmosféricas en forma de brisas de valle-montaña (las cuales se explicarán en la sección 1.4), la mayor parte del fluido que las conforma, es introducido ellas por estas fluctuaciones turbulentas ([16]). Se considera una aproximación de *entrainment* atribuida a Morton, Turner y Taylor, la cual establece que el coeficiente de *entrainment* está dado por:

$$E = \frac{|w_H|}{U}, \quad (1.25)$$

donde w_H es la componente vertical de la velocidad en la interfaz que tiene una altura H y U es el promedio de la velocidad en la capa en la que se llevan a cabo los procesos turbulentos. Se ha planteado ([17], [18]) que estas velocidades U y w_H se definen como integrales sobre la altura de la corriente de gravedad:

$$Uh = \int_0^{H_e} U dn, \quad (1.26)$$

y:

¹El caso en el que las parcelas ambientales se introducen al flujo que se estudie, también se conoce como *detrainment*

$$w_H(H_e - h) = \int_0^{H_e} w dn. \quad (1.27)$$

En ambientes homogéneos el coeficiente de *entrainment* E sólo depende de las características del flujo. Sin embargo para ambientes estratificados, E también depende de otro número adimensional importante: el número de Richardson. Este parámetro determina la relación entre las fuerzas de boyancia y la cizalla en el flujo. En el caso particular de una corriente de gravedad, es común escribir al número de Richardson de manera simplificada ([19], [17], [18]):

$$Ri = \frac{g'h}{U^2}. \quad (1.28)$$

Se ha observado, que cuando $Ri < 0,25$ el flujo presenta inestabilidades que pueden ser del tipo de Kelvin-Helmholtz, las cuales se estudian en la sección 1.4 [20]. Algunos autores han propuesto que para $0,25 < Ri < 1$ el flujo alcanza una estabilidad condicional, mientras que si $Ri > 1$, el flujo será muy estable [21]. Además, se han identificado distintas relaciones que determinan la dependencia de E con el Richardson [17]; pero aquí no se escribirán explícitamente ya que el *entrainment* se calcula utilizando la ecuación 1.25. Cabe mencionar que el *entrainment* se ha medido experimentalmente, sobretodo en plumas y jets, en donde se han obtenido valores de entre 0,01 y 0,1 aproximadamente [1]. En el caso particular de corrientes de gravedad se han considerando valores similares para E [22].

Por otro lado se ha visto que la dependencia del coeficiente de *entrainment* con el número de Richardson, es inversamente proporcional. Esta relación se muestra en la figura 1.3, que fue expuesta por Ellison y Turner en [1]. Otros autores han propuesto otras dependencias de el *entrainment* con el número de Richardson [22], [17].

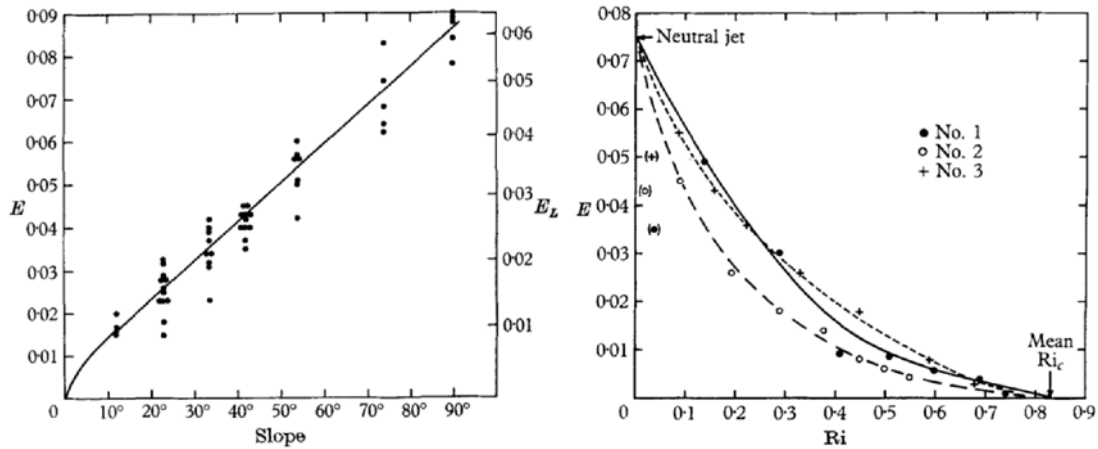


Figura 1.3: Gráficas del coeficiente de *entrainment* obtenidas del artículo [1] de Ellison y Turner, que muestra la dependencia del coeficiente de *entrainment* a la izquierda con el número de Richardson para jets, y a la derecha con el ángulo de una pendiente que desciende un jet. En la gráfica de la derecha se muestran dos coeficientes de *entrainment*, uno calculado con la velocidad promedio del flujo (E) y el otro considerando la velocidad en la capa (*layer* en inglés) de la interfaz entre el flujo y el ambiente (E_L)

Las corrientes de gravedad a su paso, generan cizalla en la interfaz con el fluido ambiente; lo que a su vez propicia la aparición de inestabilidades que forman vórtices, como resultado del gradiente de velocidad entre la corriente y el fluido ambiente. Inicialmente se considera un flujo medio y posteriormente se perturba, con pequeñas perturbaciones que resultan en el desarrollo de inestabilidades, como las de Kelvin-Helmholtz.

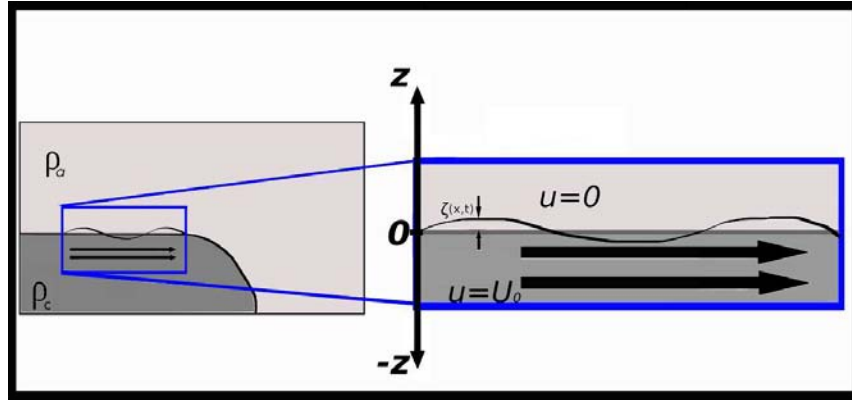


Figura 1.4: Esquema de una sección de la corriente de gravedad que se estudia en el análisis y en la cual pueden desarrollarse inestabilidades del tipo Kelvin-Helmholtz. Se muestran las velocidades del estado base y la perturbación $\zeta(x, t)$ en la interfaz.

Para simplificar el desarrollo matemático, se estudia el problema de dos capas de diferentes densidades y velocidades en el plano (x, z) . Estas dos capas pueden considerarse como la zona de la corriente de gravedad que muestra el rectángulo de la figura 1.4. Para resolver las ecuaciones de movimiento, se hacen varias suposiciones: que los dos fluidos son inmiscibles, que el régimen es inviscido ($Re \gg 1$), que es válida la aproximación de Boussinesq y que el flujo es incompresible e inicialmente irrotacional. Dadas estas condiciones, la ecuación de continuidad de masa (1.9) en dos dimensiones queda:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad (1.29)$$

y las ecuaciones de momento (1.7) se reducen a:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.30)$$

y

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g. \quad (1.31)$$

Las ecuaciones 1.30 y 1.31 describen el movimiento tanto de la capa de arriba (con densidad ρ_a) como el de la de abajo (de densidad ρ_c). Entre las simplificaciones del sistema, se supone que, en el estado base, la corriente de gravedad se mueve con velocidad $\mathbf{u} = U_0 \mathbf{i}$. Mientras que el fluido ambiente se encuentra inmóvil ($\mathbf{u} = 0$). La presión en la capa superior es $p(z) = p_0 - \rho_a g z$; y en la capa inferior (correspondiente a la corriente de gravedad) es $p(z) = p_0 - \rho_c g z$. Se considera que U_0 es la velocidad uniforme de la capa inferior y que p_0 es la presión en

la interfaz. Por otro lado, para las densidades se sigue usando la nomenclatura de ρ_c y ρ_a denotando a la de la corriente y a la del fluido ambiente respectivamente. Para facilitar el desarrollo, el origen del eje z se coloca en la interfaz como lo muestra la figura 1.4.

A continuación se imponen pequeñas perturbaciones sobre el flujo base:

$$\begin{aligned} u &= u_b + u', \\ w &= w' \\ p &= p_0 - \rho_0 g z + p', \end{aligned} \quad (1.32)$$

donde u_b es la velocidad del estado base, $u_b = 0$ es la de la capa superior (fluido ambiente) y $u_b = U_0$ la de la capa inferior. Análogamente ρ_a ó ρ_c , según de la capa de la que se trate. Sustituyendo estas perturbaciones en las ecuaciones gobernantes 1.29, 1.30 y 1.31, y linealizando (lo cual se hace despreciando términos de productos entre perturbaciones por ser éstas pequeñas) se obtiene:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0, \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + u_b \frac{\partial u'}{\partial x} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x}, \quad (1.34)$$

y

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + u_b \frac{\partial w'}{\partial x} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z}. \quad (1.35)$$

Ahora se considera que las perturbaciones son de variables separables y tienen forma sinusoidal, es decir:

$$\begin{aligned} u' &= U(z)e^{i(kx-\omega t)}, \\ w' &= W(z)e^{i(kx-\omega t)}, \\ p' &= P(z)e^{i(kx-\omega t)}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Donde k es el número de onda y ω la frecuencia. Si se sustituyen estas perturbaciones 1.37 en las ecuaciones 1.33, 1.34 y 1.35 y se simplifican, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$U(z)ik = -\frac{\partial W(z)}{\partial z}, \quad (1.37)$$

$$-i\omega U(z) + u_b ik U(z) = \frac{-1}{\rho_0} P(z) ik, \quad (1.38)$$

y

$$-i\omega W(z) + u_b W(z) + u_b ik W(z) = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial P(z)}{\partial z}. \quad (1.39)$$

A partir de la ecuación 1.39, podemos obtener la siguiente relación de dispersión:

$$i(\omega + u_b k)W(z) = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (1.40)$$

Por otro lado, combinando las ecuaciones 1.37 y 1.38, puede eliminarse $U(z)$, obteniéndose:

$$(u_b k - \omega) \left(\frac{-1}{ik} \frac{\partial W(z)}{\partial z} \right) = \frac{-k}{\rho_0} P(z). \quad (1.41)$$

La ecuación 1.41, la podemos derivar con respecto a z para después sustituir $\frac{\partial P(z)}{\partial z}$ en la ecuación 1.40 y obtener:

$$k^2 W(z) = \frac{\partial^2 W(z)}{\partial z^2}, \quad (1.42)$$

cuya solución general es:

$$W(z) = Ae^{kz} + Be^{-kz}. \quad (1.43)$$

Donde A y B son constantes que se determinan con las condiciones de frontera. Ahora suponemos que el desplazamiento de la interfaz tiene la forma de onda $\zeta(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)}$. Por lo que se puede escribir la perturbación de la velocidad vertical, $w = \frac{d\zeta}{dt}$ como:

$$w' = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_b \frac{\partial \zeta}{\partial x}. \quad (1.44)$$

Obteniéndose entonces que para la capa de arriba, en la que $u_b = 0$, se tiene:

$$w_a = -i\omega Ae^{-kz}. \quad (1.45)$$

Mientras que para la capa de abajo, en donde $u_b = U_0$, se tiene:

$$w_c = i(kU_0 - \omega)Ae^{kz}. \quad (1.46)$$

Por otro lado, utilizando la ecuación 1.40, se pueden escribir las perturbaciones de presión en ambas capas:

$$p_a = \frac{\rho_a \omega^2}{k} Ae^{-kz}, \quad (1.47)$$

y

$$p_c = \frac{\rho_c (kU_0 - \omega)^2}{k} Ae^{kz}. \quad (1.48)$$

Ahora es posible igualar las presiones totales (hidrostática más perturbaciones) en la interfaz ($z = 0$). Después de realizar varios pasos algebraicos, esta ecuación puede escribirse como:

$$\frac{2(\rho_c - \rho_a)}{\rho_c + \rho_a} gk = (kU_0 - \omega)^2 - \omega^2. \quad (1.49)$$

Resolviendo para ω , e introduciendo la gravedad reducida g' (ecuación 1.2), se tiene que:

$$\omega = \frac{kU_0 \pm \sqrt{2g'k - k^2U_0^2}}{2}. \quad (1.50)$$

A partir de esta última ecuación, se obtiene un criterio de estabilidad. Para valores imaginarios de ω , las exponenciales en la ecuación 1.43 crecen, lo que da lugar a que el flujo sea inestable. Por el contrario cuando ω es un número real $W(z)$, tiene un comportamiento sinusoidal y el flujo será estable. Por lo tanto el criterio de estabilidad está determinado por el discriminante de la ecuación 1.50 y se puede expresar la condición necesaria para que el flujo sea estable de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 2g' &\geq kU_0^2 \Rightarrow \text{estabilidad} \\ 2g' &< kU_0^2 \Rightarrow \text{inestabilidad} \end{aligned} \quad (1.51)$$

Estos criterios de estabilidad (ecuación 1.51) muestra que el valor máximo de U_0 para el cual el flujo es estable, está restringido por la gravedad reducida g' y por el número de onda k . Podemos también escribir la restricción de estabilidad en términos de la longitud de onda λ , ya que sabemos que $\lambda = \frac{2\pi}{k}$. Entonces el flujo será inestable para todas las longitudes de onda que satisfagan:

$$\lambda < \frac{U_0^2 \pi}{g'}, \quad (1.52)$$

en donde la longitud de onda crítica está dada por $\lambda_c = \frac{U_0^2 \pi}{g'}$. Por lo tanto las longitudes de onda menores a la crítica, crecen en el tiempo y generan ondulaciones (*billows* en inglés). Estas inestabilidades se desarrollan en forma de vórtices como las conocidas inestabilidades de Kelvin-Helmholtz, que muchas veces se encuentran en los flujos geofísicos. En la figura 1.5 se muestra un ejemplo de estas inestabilidades visibles gracias a las nubes.



Figura 1.5: En el lado izquierdo se muestra una fotografía tomada en Colorado en 2008 por Kate Calder, en la cual se observan las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz visibles gracias a las nubes. Del lado derecho, observamos una corriente de gravedad generada en el Laboratorio de Fluidos Geofísicos del Centro de Ciencias de la Atmósfera de la UNAM y visualizada mediante partículas trazadoras (esferas de vidrio recubiertas de plata). En la interfaz entre esta corriente y el fluido ambiente es posible apreciar un vórtice producto de inestabilidades de Kelvin-Helmholtz.

1.2.3. Vientos catabáticos descendiendo una pendiente

Cuando se forma una corriente de gravedad en la atmósfera como brisa de montaña, ésta se desplaza descendiendo una pendiente. Este caso se ha estudiado matemáticamente con un desarrollo para vientos catabáticos, como lo plantean Manins [17] y Princevac [18]. Se estudia la corriente sobre un sistema de referencia alineado con la pendiente (lisa). Esta configuración se ilustra en la figura 1.6.

Se considera que el flujo es bidimensional en el marco de referencia (s, n) y con el origen en la parte superior donde inicia la pendiente. Además el ambiente se supone con estratificación

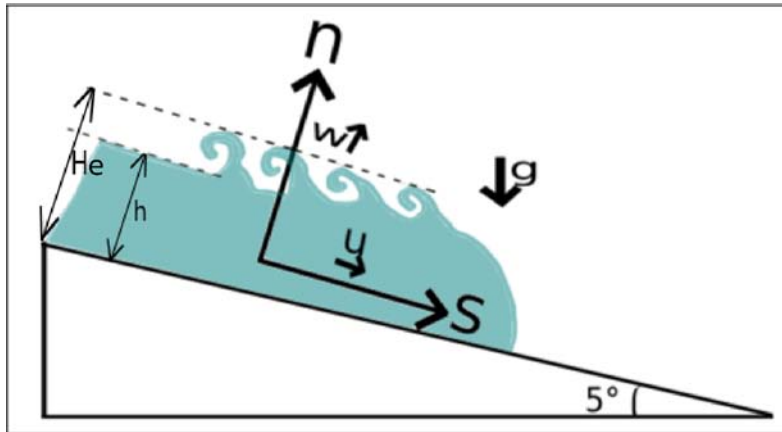


Figura 1.6: Esquema de la corriente de gravedad descendiendo una pendiente de 5° . Se estudia en un marco de referencia (s, n) donde s es la dirección de la pendiente y n es normal a ella.

estable ($N^2 = \frac{g}{\theta_{vr}}$) y en reposo. La influencia de la fuerza de Coriolis es despreciable, lo cual se justifica utilizando el parámetro adimensional llamado número de Rossby:

$$Ro = \frac{u}{fL}, \quad (1.53)$$

donde $f = 2\omega \sin(\theta)$ es el parámetro de Coriolis dado por la velocidad de rotación de la Tierra y de la latitud. Cuando Ro es suficientemente mayor a 1, las fuerzas inerciales dominan sobre la de Coriolis y es posible despreciar ésta última. En el caso de corrientes de gravedad descendiendo una pendiente, se calculó Ro considerando una velocidad típica de brisas descendiendo una montaña de $5m/s$ y una longitud característica de $11km$ [17]. Esta longitud corresponde a un trayecto razonable para las laderas de las montañas que rodean al Valle de México. De esta forma, se calcula que

$$Ro = \frac{5m/s}{(2\omega \sin(19,1^\circ))(11000m)} = 8,9 \times 10^3 \gg 1; \quad (1.54)$$

por lo que efectivamente podemos despreciar los efectos de la fuerza de Coriolis.

Como la estratificación es estable, escribimos: $N^2 = \frac{g}{\theta_{vr}} \frac{d\theta_{va}}{dz} = \frac{g}{\theta_{vr}} = \frac{g}{\theta_{vr}} \gamma$, donde θ_{va} es la temperatura potencial virtual del aire ambiental. Por otro lado, θ_{vr} es la temperatura potencial a una altura de referencia que puede considerarse como la del origen. En coordenadas (s, n) podemos escribir la temperatura potencial virtual como:

$$\theta_v = \gamma(ssen(\alpha) - ncos(\alpha) - d(s, n, t)) = \theta_{va} - d(s, n, t). \quad (1.55)$$

donde $d(s, n, t) = d$ es el déficit de temperatura potencial virtual, es decir, la diferencia entre la boyancia del aire ambiental y la del aire que corresponde a la corriente de gravedad. Considerando que u es la velocidad del flujo en la dirección s y que w es la velocidad en la dirección n , podemos escribir las ecuaciones de movimiento bidimensionales e invíscidas:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{-1}{\rho_r} \frac{\partial P}{\partial s} + g \frac{d}{\theta_{vr}} \text{sen}(\alpha), \quad (1.56)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = \frac{-1}{\rho_r} \frac{\partial P}{\partial n} - g \frac{d}{\theta_{vr}} \text{cos}(\alpha). \quad (1.57)$$

Donde ρ_r corresponde a la densidad del aire con temperatura potencial virtual. Cuando α es pequeño, lo cual es lo habitual para montañas en la superficie terrestre, podemos considerar que es válido el balance hidrostático. A partir de esta aproximación es posible re-escribir la ecuación 1.57 como:

$$\frac{Dw}{Dt} = \frac{-1}{\rho_r} \frac{\partial P}{\partial n} - g \frac{d}{\theta_{vr}} \text{cos}(\alpha) = 0. \quad (1.58)$$

Al igual que la gran mayoría de los flujos atmosféricos, las corrientes de gravedad son turbulentas. En este caso podemos escribir las velocidades y la temperatura potencial virtual en sus descomposiciones de Reynolds:

$$\bar{u} = u + u', \quad (1.59)$$

$$\bar{v} = v + v', \quad (1.60)$$

$$\bar{\theta}_v = \theta_v + \theta'_v. \quad (1.61)$$

Además, podemos considerar que la mayoría de las perturbaciones turbulentas son pequeñas y que el único esfuerzo de Reynolds no despreciable es $\overline{u'w'}$; con lo cual, podemos escribir la ecuación 1.56 como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} + w \frac{\partial u}{\partial n} = \frac{-1}{\rho_r} \frac{\partial P}{\partial s} + g' \text{sen}(\alpha) - \frac{\partial}{\partial n} \overline{u'w'}, \quad (1.62)$$

donde $g' = \frac{d}{\theta_{vr}}$. Gracias al balance hidrostático, podemos sustituir la presión en esta ecuación por el término $g' \text{cos}(\alpha)$, utilizando la ecuación 1.57. Entonces ambas ecuaciones de movimiento pueden sintetizarse en:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} + w \frac{\partial u}{\partial n} = g' \text{cos}\alpha + g' \text{sen}(\alpha) - \frac{\partial}{\partial n} \overline{u'w'}. \quad (1.63)$$

Por otro lado es preciso considerar también las ecuaciones de continuidad y de conservación de energía en la atmósfera.

Al integrar las ecuaciones de conservación de la interfaz sólida de abajo a la altura de la corriente con las inestabilidades incluidas, puede escribirse:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^H u dn + \frac{\partial}{\partial s} \int_0^H u^2 dn = - \frac{\partial}{\partial s} \int_0^H g' n \text{cos}\alpha dn + \int_0^H g' \text{sen}\alpha dn + \overline{u'(H)w'(H)}. \quad (1.64)$$

Por otro lado se integra una vez con respecto a n la ecuación de conservación de energía en la atmósfera y, al realizar varios pasos algebraicos, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^H g' dn + N^2 \text{sen}\alpha \int_0^H u dn - N^2 \text{cos}\alpha \int_0^H w dn + \frac{\partial}{\partial s} u g' dn = B. \quad (1.65)$$

Donde $B = \frac{g}{\rho_r C_p \theta_{vr}} (R(H) - R(0) - Q)$, siendo $Q = \rho C_p \overline{w'\theta'_v}$ el flujo superficial de calor en $n = H$ y $R(H) - R(0)$ la divergencia de radiación sobre la altura H . Por último, la ecuación de continuidad también integrada queda:

$$\frac{\partial}{\partial s} \int_0^H u dn + w(H) = 0. \quad (1.66)$$

Ahora se definen algunas cantidades promediadas en la capa turbulenta en forma de integrales de la siguiente manera:

$$Uh = \int_0^H u dn, \quad (1.67)$$

$$U^2 h = \int_0^H u^2 dn, \quad (1.68)$$

y

$$Ug'h = \int_0^H Ug' dn, \quad (1.69)$$

donde h es el espesor característico de la capa donde se desarrolla la turbulencia. A partir de la velocidad U definida por las integrales anteriores, es posible utilizar la expresión del coeficiente de *entrainment* (ecuación 1.25) estimado en la interfaz entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente [18] y [17].

1.3. Topografía y contaminación en el Valle de México

El Valle de México es la zona geográfica en el centro de la República Mexicana que alberga a la Ciudad de México. Con una superficie de 9560 km^2 y una altitud media de 2240 m sobre el nivel del mar; el Valle de México forma parte de una gran cuenca, en la cual se encontraban los lagos de Texcoco, Xochimilco y Chalco, que ahora han sido desecados [[23]]. Estos cuerpos de agua eran alimentados por los escurrimientos y filtraciones provenientes de las montañas cercanas. El valle está rodeado por la sierra de Las Cruces y una parte del Eje Neovolcánico Transversal: la Sierra de Ajusco-Chichinauhtzin. En esta Sierra se encuentra un volcán que es de especial interés en este trabajo: el volcán Tlaloc. Situado en la delegación Milpa Alta, como se muestra en la figura 1.7, y a 1450 m sobre el nivel medio del valle, este volcán es el punto más alto de Milpa Alta y una de las principales elevaciones del Distrito Federal.

Al situarse este valle a una latitud tropical ($19,5^\circ$), tiene un clima templado con una temperatura media anual de 16°C . Durante la temporada seca (de noviembre a abril) predominan los cielos despejados con circulación anticiclónica y poca lluvia. De mayo a octubre hay una corriente húmeda que propicia movimientos convectivos. Los forzamientos sinópticos no son muy fuertes y propician vientos muy variables con patrones de circulación complejos que dificultan la ventilación de la contaminación generada en la Ciudad [24]. Además, debido a la presencia de las montañas, los vientos regionales de bajo nivel provenientes del noreste generalmente no son suficientemente fuertes para desplazar la contaminación del aire fuera del Valle de México. Este bloqueo orográfico, contribuye a dificultar la ventilación de la contaminación en la Ciudad. Se ha observado que, debido a la compleja orografía de la región, se desarrollan patrones circulares verticales de circulación sobre el área metropolitana de la Ciudad de México [25]. De esta forma, los contaminantes pueden viajar cerca de la superficie,

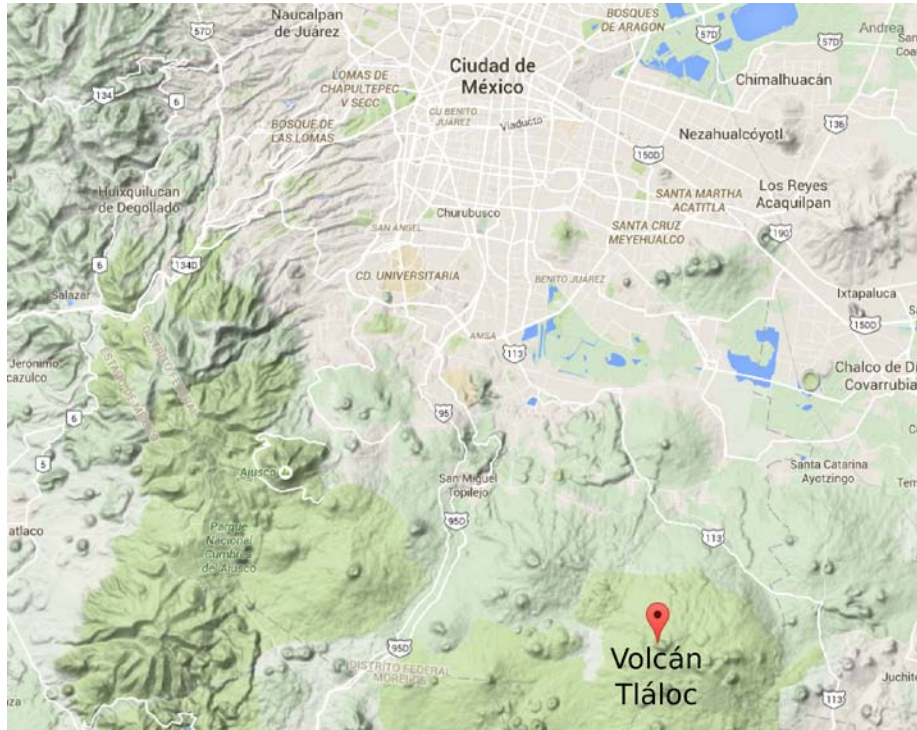


Figura 1.7: Mapa que muestra la ubicación del volcán Tláloc.

ser transportados verticalmente y aproximarse de nuevo a la superficie en un área bastante lejana a la inicial. Utilizando un modelo, en [25], se muestra que una posible ventilación de la contaminación, se da cuando las parcelas de aire son transportadas cerca de la superficie del área Metropolitana de la Ciudad de México a través de Chalco (al sureste de esta ciudad), hasta llegar al Valle de Cuautla, afectándolo. Otro estudio [26] utiliza un modelo meteorológico computacional para mostrar que en el Valle de México hay un sistema de alta presión que, junto con la compleja orografía de la región, induce la formación de una línea de confluencia local. Las tasas de mezclado de contaminantes se localizan y siguen la línea de confluencia. Este fenómeno es capaz de explicar por qué los contaminantes tienen cierta distribución geográfica en el Valle. Las líneas de confluencia se forman en las capas cerca de la superficie sobre el Valle de México, cancelando su velocidad horizontal y favoreciendo así la acumulación de precursores químicos. Las tasas de mezcla de contaminantes cambian rápido a través de la línea de confluencia, formando gradientes dependiendo de la fuente y el tipo de emisiones de precursores; así como de la cantidad de contaminantes transportados [26].

El único remanente del sistema lacustre que hasta el siglo XVI había en el Valle de México, es el lago de Xochimilco en la zona sur de la Ciudad. Hoy en día el lago de Texcoco es un área propensa a la erosión por viento, que afecta la calidad del aire, causando niveles elevados de PM_{10} [23]. Sin embargo, el PM_{10} no es el único contaminante problemático en la zona. A pesar de que, a comparación de en los años 90 ha habido una mejora en la calidad del aire en la Ciudad de México, los niveles de ozono (O_3) están frecuentemente por encima del estándar aceptado por la Organización Mundial de la Salud (*WHO* por sus siglas en inglés). El dióxido

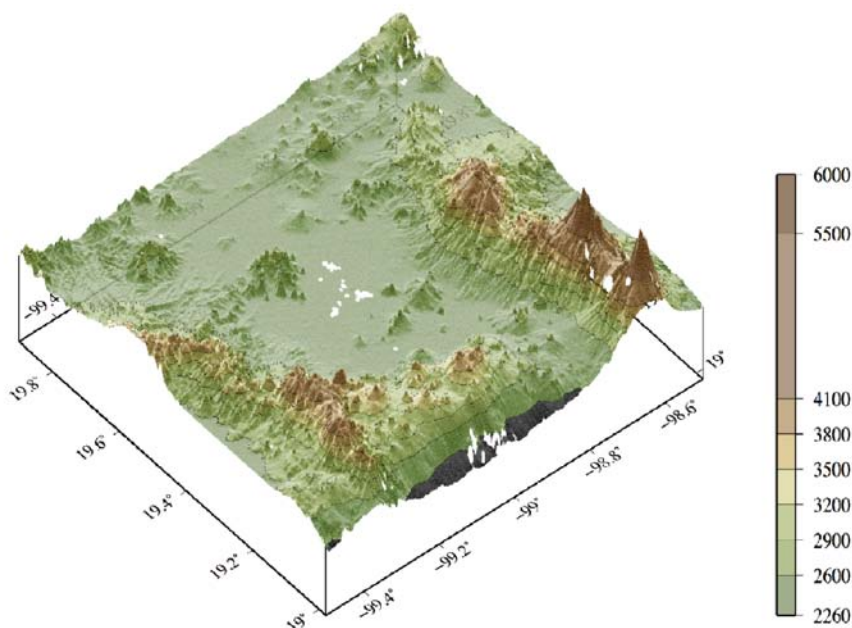


Figura 1.8: Topografía del Valle de México. Las zonas verdes son las más bajas y, mientras más oscuro es el tono de café, denota mayor altitud.

de azufre (SO_2), y los óxidos de nitrógeno (NO_x); son otros ejemplos de contaminantes que constantemente afectan la calidad del aire en la Ciudad de México. Los altos niveles de estos contaminantes, son producto en gran parte las emisiones de más de 3.2 millones de vehículos, quemando 44 millones de litros de combustible por día. A ello se le suman las emisiones de las actividades de industria y comercio [26]. Aunque los efectos fotoquímicos también juegan un papel importante en la intensidad y distribución de contaminación en la Ciudad de México, no ahondaremos en este aspecto, por quedar fuera de los propósitos del presente trabajo.

En general en las grandes ciudades el clima se caracteriza por una atmósfera más caliente que la de sus alrededores rurales [24]; la Ciudad de México no es la excepción. La intensidad de este fenómeno, conocido como isla de calor urbano (UHI por sus siglas en inglés), está directamente relacionada con el grado de urbanización [24]. El efecto de isla de calor urbano en la Ciudad de México es más fuerte en el invierno cuando hay noches claras y calmadas (de circulación anticiclónica). La intensidad de la UHI en esta ciudad a finales del siglo XIX, era del orden de $1,5^\circ$; al crecer la población y disminuir la cobertura lacustre, se estima que este contraste térmico en 1980 llegó a ser de $8 - 10^\circ$; lo cual además puede propiciar la disminución de cuerpos de agua [24]. Además se sabe [24] que hay vientos, producidos por diferencias de temperatura, que van pendiente abajo y, que al llegar al pie de la montaña, son reforzados por el efecto de UHI [27].

Probablemente la campaña más importante que se ha hecho para estudiar el impacto local, regional y global de la contaminación del aire de la Ciudad de México, es la llamada MILAGRO, por sus siglas en inglés (*Megacity Initiative: Local And Global Research Ob-*

servations). La campaña MILAGRO, llevada a cabo en marzo de 2006, incluyó mediciones coordinadas desde aviones y supersitios de monitoreo en superficie con el apoyo de actividades de modelación y observaciones desde satélites. Consistió de 4 componentes que van desde la escala local hasta la intercontinental. Numerosos trabajos se han realizado para interpretar, analizar y modelar los resultados obtenidos gracias a esta campaña. Uno de ellos [28] utiliza diferentes modelos (*Mesoscale Model*, MM5 y *Weather Research and Forecasting*, WRF) para averiguar cuál resulta mejor para interpretar los resultados obtenidos en la campaña MILAGRO. Encuentran que el WRF representa muchas de las características de los flujos encontrados en el Valle de México y afirman que el transporte de viento es dominado por flujos de *drenaje* desde el oeste en la noche, habiendo un cambio en la dirección del viento al amanecer, que provoca un transporte débil en las montañas.

Como podemos ver, los distintos estudios referentes a la dinámica y contaminación en el Valle de México apuntan a que hay mecanismos que confinan la contaminación dentro de ella y hacen difícil que se ventile. Los mecanismos típicos por los cuales se lleva a cabo el transporte de contaminantes son los advectivos y los difusivos (lo cual se expresa en la ecuación de advección-difusión). Sin embargo la orografía del Valle de México y los flujos encontrados cerca de las montañas apuntan a que, cuando los sistemas meteorológicos presentes son provocados por mecanismos locales, hay otros factores capaces de propiciar el transporte de contaminantes en esta zona. Algunos de estos factores pueden incluir a las corrientes de gravedad atmosféricas, formadas por la presencia de montañas y las brisas de día y de noche que éstas inducen. El interés por saber qué tanto estas brisas producidas en las laderas de las montañas contribuyen a los flujos locales dentro de la ciudad, es la principal motivación de el presente trabajo; en el cual se pretende conocer mejor la dinámica de estos flujos. A partir de ello será posible entender qué características medibles en las variables meteorológicas pueden indicar la presencia de corrientes de gravedad en las laderas de las montañas que rodean al Valle de México.



Figura 1.9: Esquema simplificado de corriente de gravedad descendiendo la pendiente de una montaña aledaña al Valle de México y que podría tener efecto en los flujos presentes en la Ciudad. Estos flujos a su vez, afectarían el transporte de contaminantes dentro de la ciudad.

1.4. Brisas de valle-montaña

Hay varios mecanismos que producen corrientes de gravedad en la atmósfera. La mayoría de las líneas de tormenta, asociadas con tormentas fuertes, son causadas por la llegada de una enorme corriente de gravedad de aire frío y denso [5]. Una manifestación menos intensa de una corriente de gravedad en la atmósfera, se presenta en las brisas marinas. Estas brisas en el

día constan de vientos que van del mar hacia la tierra, los cuales ocurren porque el continente aumenta su temperatura superficial más rápido que el agua del mar, lo que ocasiona que haya aire caliente y menos denso encima de la tierra y que por lo tanto ascienda, dando lugar a que el aire frío sobre el mar se desplaza hacia el continente y llegando a propagarse hasta 200km dentro de él. Las brisas marinas tienen un importante efecto en el transporte de contaminantes [29] y en la distribución de plagas para insectos. Algunos otros ejemplos de corrientes de gravedad que se desarrollan en la atmósfera, son las avalanchas de nieve y los flujos piroclásticos.

Sin embargo, las corrientes de gravedad atmosféricas que son de mayor interés para este trabajo, son las brisas de valle y brisas de montaña, las cuales ocurren cuando hay un valle y una montaña aledaños. La formación e intensidad de las brisas de montaña ascendentes y descendentes depende del contraste en la temperatura del suelo provocado por el calentamiento diurno y el enfriamiento nocturno. Este calentamiento y enfriamiento se intensifican cuando el cielo está despejado y el suelo está seco. La orientación de la pendiente de una montaña con respecto al sol y a la dirección del flujo de escala sinóptica predominante, también influyen en la intensidad y el desarrollo de las brisas de valle y de montaña. El desarrollo de estas brisas se ve favorecido bajo condiciones de gradiente de presión débil en la escala sinóptica.

En general, en el hemisferio norte, las brisas ascendentes son más fuertes en la pendiente sureste de las montañas; mientras que en las pendientes al noroeste, los vientos ascendentes son más débiles o inexistentes. En estas pendientes predominan los vientos descendentes en la noche. Por el contrario, en el hemisferio sur, las brisas ascendentes son más fuertes sobre la pendiente noroeste y más débiles o inexistentes al sureste, en donde las brisas descendentes son fuertes. De manera simplificada se describen a continuación los dos mecanismos (de día y de noche) que provocan la formación de brisas de montaña y de valle según la orientación de la pendiente de la montaña en el hemisferio norte.

En las pendientes de las montañas que se orientan al norte y al oeste, al anochecer se enfría más rápido el costado de la montaña que el valle contiguo a ella. Esto genera baja presión en el valle y alta presión en la montaña, lo cual genera la brisa de valle que desciende la montaña y que corresponde a una corriente de gravedad. De manera contraria (también en el hemisferio norte), en las pendientes orientadas hacia el sureste, al amanecer empieza a calentarse más rápidamente la pendiente de la montaña que el valle. Esto ocasiona que el aire por encima de esa pendiente se caliente más rápido también, haciendo que éste se vuelva menos denso y a su vez provocando una baja presión sobre la montaña y una alta sobre el valle. Este gradiente de presión genera una corriente de gravedad subiendo la montaña en el día. Ambas brisas se ilustran en la figura 1.10.

Los dos mecanismos básicos mencionados anteriormente indican que, dependiendo de dónde queramos estudiar la corriente de gravedad y a qué hora, ésta se llevará a cabo pendiente arriba o pendiente abajo. Como se describió en la sección 1.3, la mayoría de las montañas altas cercanas a la Ciudad de México, se encuentran en su parte sur y son de especial interés las de la zona sureste, ya que, como lo muestra [25], en esa zona puede haber transporte de contaminantes que pasen por Chalco y lleguen al Valle de Cuautla afectándolo. Cerca de Chalco, en la Delegación Milpa Alta, se encuentra el volcán Tlaloc. Este volcán al ser una de las principales elevaciones del Distrito Federal y situarse muy cerca de la zona estudiada en [25], se ha convertido en la pendiente de estudio del presente trabajo. La pendiente del volcán Tlaloc que se encuentra del lado de la Ciudad de México, tiene una orientación noroeste, por lo que puede deducirse que las brisas más fuertes en ella serán las de valle; las cuales son noc-

turnas y descienden por la pendiente. Estas corrientes de gravedad en la ladera noroeste del volcán Tlaloc, serán el objeto de estudio del presente trabajo; ya que sobre ellas se realizará el estudio de adimensionalización y el subsecuente estudio experimental en un tanque.

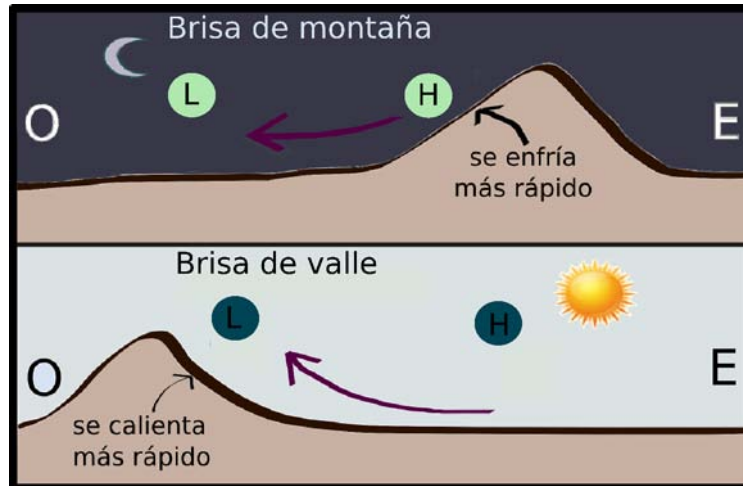


Figura 1.10: Esquema que muestra las brisas de valle y de montaña. En el panel de arriba se observa la brisa de valle nocturna, que consiste en una corriente de gravedad bajando la montaña, cuando la orientación de su pendiente es hacia el oeste. En el de abajo, se muestra la brisa de montaña que provoca una corriente de gravedad subiendo la montaña, cuando su pendiente se orienta hacia el este. En ambos casos se considera que es el hemisferio norte.

Capítulo 2

Diseño experimental

2.1. Análisis de escala para adimensionalizar las corrientes de gravedad

Para que la dinámica de las corrientes de gravedad del laboratorio sea lo más similar posible a las atmosféricas, se realizó un análisis de similaridad. Este análisis busca los parámetros adimensionales importantes para estudiar la dinámica de la corriente de gravedad. Estos parámetros se igualan en el laboratorio lo más posible a los de las corrientes de gravedad atmosféricas. Para hacer esto, primero se identificaron las variables que determinan a estas corrientes.

Se decidió considerar 7 variables fundamentales, las cuales se muestran en el cuadro 2.1 y se dan valores aproximados de ellas tanto en la atmósfera como en el tanque de laboratorio. Cabe mencionar que el valor asignado para la rugosidad en la ladera del volcán Tláloc, se calculó obteniendo la media cuadrática (rms por sus siglas en inglés) de las coordenadas de altura del volcán una vez rotadas para no tomar en cuenta la inclinación de las mismas en la pendiente, sino sólo su rugosidad. De manera análoga, se calculó el valor rms para el perfil topográfico sintético, utilizado en el laboratorio.

Utilizando estas variables y notando que sus dimensiones están dadas por las unidades fundamentales: longitud (en metros), masa (en kilogramos) y tiempo (en segundos); es posible aplicar el teorema II de Buckingham para encontrar los grupos adimensionales que caracterizan al problema. Sin embargo hay que notar que el ángulo α está en grados y como no hay ningún otro ángulo que interese, α no se incluye explícitamente al aplicar el teorema, sino que se utiliza un ángulo igual al del volcán Tlaloc en el tanque ¹. Como se calculó que este ángulo es de $\alpha = 5^\circ$, se construyó una rampa dentro del tanque con una inclinación de $5^\circ \pm 0,5^\circ$.

La flotabilidad de las corrientes de gravedad tiene fuertes implicaciones en su dinámica, la gravedad reducida es la variable que considera esta flotabilidad y su efecto en el campo gravitacional terrestre, además g' corresponde a la aceleración de la corriente de gravedad.

¹Podrían considerarse más longitudes en vez de tomar en cuenta sólo que el ángulo α es el mismo. Es decir, si se considera la altura h de la montaña y la longitud que su pendiente abarca en la horizontal L , $\alpha = \frac{h}{L}$ es el grupo adimensional que se iguala, pero no se tomará en cuenta para escribir la matriz de las dimensiones.

Variable	Valor aproximado en la atmósfera	Valor aproximado en el tanque
Velocidad de la corriente u_c	\sim de 2 a 20m/s	\sim de 2 a 30cm/s
Viscosidad dinámica μ	$1,83 \times 10^{-5} Pas$	$1,002 \times 10^{-3} Pas$
Altura de la corriente h_c	de \sim 15 a 500m	\sim de 0,005 a 0,04m
Ángulo de la pendiente α	5°	5°
Rugosidad de la ladera ϵ	70,5m	0,00374m
Gravedad reducida g'	\sim de 0,005 a 0,4m/s ²	de 0,08 a 0,24m/s ²
Tiempo característico τ	\sim de 1800s (media hora) a 13000s	\sim de 3 a 35s

Cuadro 2.1: Variables consideradas para adimensionalizar el problema y sus valores aproximados.

Por estas razones, se decidió hacer la adimensionalización utilizando una g' en el laboratorio igual a la que se calcula que puede desarrollarse en corrientes de gravedad atmosféricas. De esta manera, se se da prioridad a este parámetro, al igual que en [8]. Además g' se utiliza para calcular el número de Froude que, como se vio anteriormente, es el parámetro adimensional más importante de una corriente de gravedad.

Para aplicar el teorema Π de Buckingham, primero se escribe la matriz de las dimensiones, en la que las columnas representan las variables del problema y los renglones indican sus respectivas unidades (longitud, masa y tiempo).

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ T \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Se obtiene que esta matriz tiene rango $r = 3$, por lo que al ser $n = 7$ variables, debe esperarse obtener $n - r = 4$ grupos Π adimensionales. Al calcular ahora el kernel para la misma matriz, se obtienen los grupos adimensionales siguientes:

$$\Pi_1 = Re = \frac{\rho u L}{\mu}, \quad (2.1)$$

$$\Pi_2 = \frac{u \tau}{L}, \quad (2.2)$$

$$\Pi_3 = Fr = \frac{u}{\sqrt{g' h}}, \quad (2.3)$$

$$\Pi_4 = \frac{\epsilon}{L}. \quad (2.4)$$

Los grupos adimensionales Π_1 y Π_3 son el número de Reynolds y el de Froude, respectivamente, los cuales son importantes para caracterizar corrientes de gravedad, como se vio

en el capítulo 1. El número Π_2 es la razón entre el producto de la velocidad promedio de la corriente por un tiempo característico, y una longitud característica. El número Π_4 , es una razón entre la rugosidad y la longitud característica, que en este caso es la ladera de la pendiente. En superficies lisas, sin rugosidad, este número se anula. Sin embargo, la ladera de un volcán no tiene una superficie lisa y, aunque podría simplificarse como tal, es mucho más realista considerarla como una superficie rugosa o al menos ondulada. De esta forma, puede estudiarse cómo la topografía de la superficie puede influenciar la dinámica del flujo.

Considerando lo anterior, se construyó una superficie lo más similar posible a la ladera noroeste del volcán Tlaloc. Sin embargo contruir esta superficie tridimensional es complicado y costoso, por lo que el perfil se fabricó con ondulaciones como las de la ladera noroeste del volcán, pero sin que tuviera detalles suficientes para considerar que se tiene la misma rugosidad. Esta superficie ondulada permite que el grupo adimensional Π_4 en el laboratorio, se asemeje al de la superficie del volcán Tlaloc que si se considerara una pendiente plana en el tanque.

Para calcular los parámetros adimensionales en la atmósfera, es necesario conocer los valores de las alturas (tanto de la corriente como del fluido ambiente) y de la velocidad con la que se desplaza la corriente de gravedad. A partir de estas variables, se puede calcular también la g' , utilizando alguna de las ecuaciones 1.19 o 1.20. Sin embargo estas variables (h , H , v) son desconocidas en el caso particular de las posibles corrientes sobre la ladera noroeste del volcán Tlaloc. Al no tener esta información específica, se recurrió a utilizar valores considerados como típicos para corrientes de gravedad atmosféricas descendiendo laderas de montañas. En [30] se consideran corrientes de gravedad con velocidades de 1 a $3m/s$ y alturas de hasta $500m$; sin embargo algunos datos se obtienen de brisas marinas en el noreste del Pacífico, cerca de Vancouver, y no del tipo valle-montaña. En [17] se considera que algunos valores típicos obtenidos en una ladera de la montaña *McCall Glacier* en Washington, son $u = 3,5m/s$ y $h \simeq 70m$. Por otro lado, en [31] dicen que las velocidades máximas de corrientes de gravedad llegan a ser de hasta 15 o incluso $20m/s$. En [18] se manejan velocidades de 2 a $5m/s$ y alturas de alrededor de $h = 50m$. Considerando estos valores suponemos que $u = 5m/s$ es una velocidad válida para corrientes de gravedad descendiendo la ladera del volcán Tlaloc. En cuanto a la altura de la corriente, se considera $h \simeq 100m$ y la longitud horizontal característica que se considera es de $11km$, la cual corresponde a la distancia horizontal ocupada por la pendiente del volcán. Así, en el cuadro 2.1 se han calculado valores aproximados para los parámetros adimensionales. Cabe mencionar que estos valores son preliminares y que en el capítulo 3 se mostrarán los valores más precisos calculados para cada caso de corriente de gravedad en el tanque de laboratorio. Los valores experimentales en este cuadro 2.1 se calcularon a partir de algunos campos de velocidad de corrientes de gravedad desplazándose en la pendiente del laboratorio con una $g' = 0,14m/s^2$, pero los valores calculados detalladamente se muestran más adelante en el cuadro 3.1.9.

En el cuadro 2.1 se muestran tanto los valores aproximados de los números adimensionales obtenidos mediante el teorema II de Buckingham, como los valores de otros dos parámetros que también serán útiles para caracterizar corrientes de gravedad: el número de Richardson y el número de Rossby. Éste último lo utilizamos únicamente para justificar el hecho de que no se considera el efecto de Coriolis en las corrientes de gravedad estudiadas. Cuando $Ro < 1$ la fuerza de Coriolis domina respecto a las inerciales y debe ser tomada en cuenta; incluso debe considerarse para números de Rossby cercanos a 1. Sin embargo cuando $Ro \gg 1$, como es el caso para las corrientes de gravedad tanto atmosféricas como las de laboratorio, la fuerza de

Parámetro adimensional	Valor aproximado en corriente atmosférica	Valor aproximado en corriente del tanque
Reynolds ($Re = \frac{\rho u L}{\mu}$)	$3,3 \times 10^9$	$6,3 \times 10^4$
Froude ($\frac{u}{\sqrt{g'h}}$)	1,2	1,5
$\Pi_2 = \frac{L}{u\tau}$	3,2	1,3
$\Pi_4 = \frac{\epsilon}{L}$	0,0064	0,0047
Rossby ($Ro = \frac{u}{Hf}$)	$1,38 \times 10^2$	$2,77 \times 10^4$
Richardson ($Ri = \frac{g'h}{(\nabla u)^2}$)	0,63	0,42

Cuadro 2.2: Valores aproximados de los números adimensionales obtenidos mediante el teorema Π de Buckingham y de otros parámetros importantes en el estudio de corrientes de gravedad: el número de Rossby y el de Richardson, éste último se incluye porque su valor puede determinar la aparición de inestabilidades como las de Kelvin-Helmholtz. En cuanto al Ro , se calcula utilizando la frecuencia de Coriolis $f = 2\omega \sin(\varphi)$, con $\varphi = 19^\circ$, que es la latitud aproximada del volcán Tláloc. Para calcular Π_2 se utiliza un tiempo característico τ en el que la corriente de gravedad se desplaza por la pendiente.

Coriolis es despreciable respecto a las inerciales y esto justifica el hecho de que no se tomen en cuenta efectos debidos a la rotación de la Tierra. Por otro lado, el número de Richardson indica si son más importantes las fuerzas de boyancia o el gradiente de la velocidad de un flujo dado. Es relevante para las corrientes de gravedad debido a que la distinta flotabilidad del fluido dentro de la corriente con respecto al ambiente, es lo que domina el movimiento. Además, como se vio en la subsección 1.2.2, el *entrainment* puede depender fuertemente del número de Richardson.

El número de Reynolds en la atmósfera es muy alto, del orden de $\sim 10^9$. La magnitud de este parámetro no puede igualarse totalmente en el laboratorio, debido a que se tiene una escala mucho menor y se trabaja con agua, que tiene una viscosidad mucho mayor a la del aire. Sin embargo los números de Reynolds calculados para las corrientes de gravedad en el tanque de laboratorio resultan ser suficientemente altos ($\sim 10^4$) para considerar un régimen turbulento, igual que el de las corrientes atmosféricas. El parámetro de las corrientes de gravedad que tuvo prioridad para adimensionalizar el problema, fue el gradiente de densidades. Mediante el teorema Π se obtuvo el número de Froude, el cual contiene el parámetro g' que cuantifica este gradiente de densidades. Sin embargo, como se vio al final de la subsección 1.2.1, definir un número de Froude para flujos atmosféricos no es trivial. Debido a esta dificultad, se decidió igualar primordialmente la g' del laboratorio con la g' atmosférica. Además, al calcular los números de Froude experimentales y atmosféricos con la ecuación 1.3, se obtuvieron valores muy similares. Como se verá en el capítulo 3, se trabaja con distintos valores de g' y por lo tanto con distintos números de Froude. Por último, para igualar lo más posible el parámetro Π_4 en el caso atmosférico y en el del laboratorio, se construyó un perfil de acrílico con ondulaciones lo más similares posibles a las de la ladera noroeste del volcán Tláloc. Como se ha visto, esta ladera es susceptible a presentar brisas de valle descendientes por las noches, desplazándose

hacia la Ciudad de México.

Se utilizó *Google Earth* para generar coordenadas de posición y altura mediante las cuales se pudiera realizar un modelo de la ladera del volcán. Este modelo se exportó al programa *Solid Works* para realizar un dibujo tridimensional que posteriormente se cortaría en acrílico utilizando una máquina de control numérico. El resultado fue un perfil con ondulaciones muy similares a las del volcán Tláloc. La gráfica bidimensional de sus coordenadas se muestra en la figura 2.1. Este perfil se colocó sobre una pendiente (también de acrílico) con una inclinación de 5° , al igual que la del volcán de interés. Sobre esta pendiente con ondulaciones, se realizaron los experimentos.

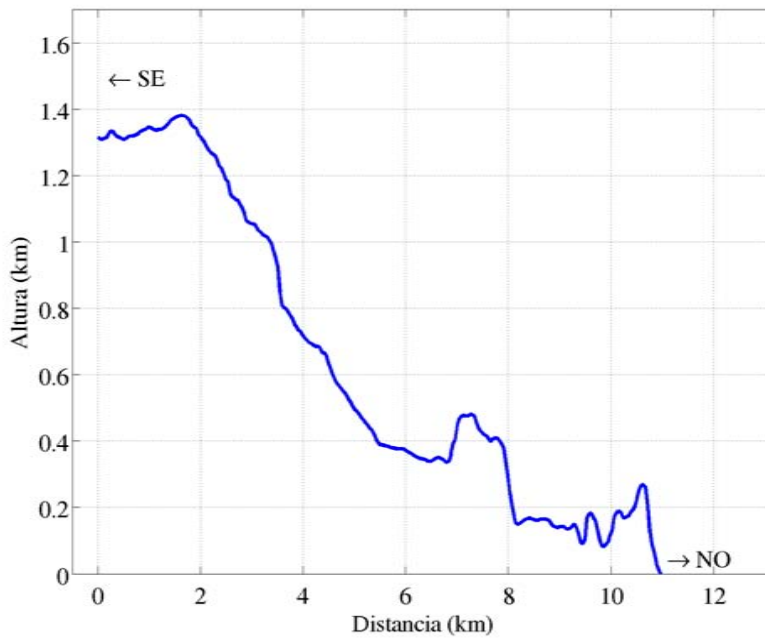


Figura 2.1: Gráfica de las coordenadas de altura y longitud obtenidos mediante *Google Earth*, para la ladera noroeste del volcán Tláloc. Las coordenadas en el primer punto mostrados son 19.057 -99.103 y en el último punto son 19.389 y -99.161. Además se señala en la figura hacia donde está el noroeste (NE) y el sureste (SE). Nótese que la coordenada vertical está exagerada para que las irregularidades de la ladera sean evidentes; la altura se toma como 0 sobre el Valle de México.

2.2. Desarrollo experimental

En el presente trabajo se generan corrientes de gravedad en un tanque de laboratorio que es mucho más largo que ancho. Algunos autores ya han usado este tipo de tanques para producir corrientes de gravedad similares a las atmosféricas [32], [9]. Además, con esta configuración, se simplifica el flujo al tratarlo como bidimensional. Las técnicas de visualización y medición que se pueden desarrollar en el Laboratorio de Fluidos Geofísicos, funcionan para estudiar

flujos bidimensionales. Tomando en cuenta estas consideraciones, se decidió reducir el espesor del tanque lo más posible. La aproximación de que el flujo sea bidimensional mejora mientras menor sea el espesor en el que se desarrolle la corriente.

Posteriormente se introdujo en el tanque una pendiente de 5° y después sobre ella se colocó el perfil ondulado. En estas condiciones, se generaron las corrientes de gravedad utilizando distintas soluciones salinas y la técnica de *lock-release* que se ilustra en la figura 2.2. Las densidades de las soluciones salinas utilizadas para generar la corriente fueron medidas con gran precisión, para ello, se utilizó un densímetro *Anton Paar*. Con estas mediciones se calcularon los valores de la gravedad reducida para todos los experimentos realizados.

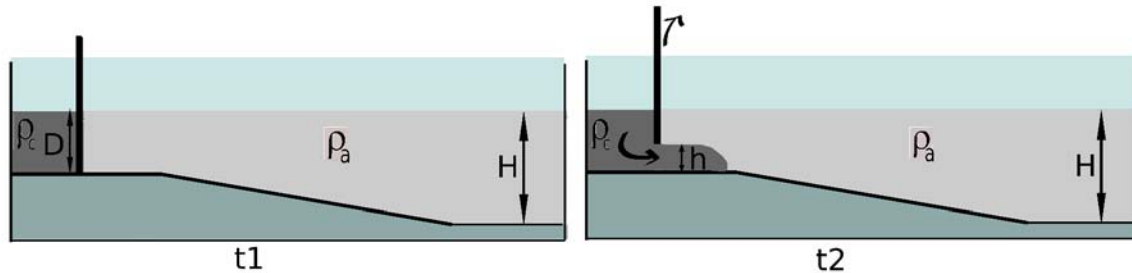


Figura 2.2: Esquema que representa el arreglo mediante el cual se producen corrientes de gravedad en el tanque de laboratorio. Inicialmente en el tiempo t_1 se mantiene la compuerta cerrada separando el fluido ambiente menos denso (ρ_a) del de la corriente de gravedad más denso (ρ_c). En el tiempo t_2 se remueve la compuerta y se produce la corriente de gravedad. A esta técnica para producir corrientes de gravedad se le suele llamar en inglés del tipo *lock-release*.

2.3. Técnicas experimentales

Para estudiar la dinámica y observar la estructura de las corrientes de gravedad se utilizaron dos técnicas. Así, fue posible hacer mediciones de los campos de velocidad de las corrientes y obtener imágenes de su estructura. En dinámica de fluidos, encontrar solución a un sistema equivale a obtener los campos de velocidad del flujo. La primera técnica utilizada para estudiar a las corrientes de gravedad, es capaz de proveernos estos campos de velocidad en el flujo de manera experimental. Es por ello que actualmente es muy utilizada alrededor del mundo y sus alcances son muchos. Además permite medir las estructura de las distintas velocidades que conforman un flujo. Esta técnica tan útil se llama Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV por sus siglas en inglés) y se explica en la subsección 2.3.1.

Por otro lado, también se utilizó una técnica más cualitativa llamada *shadowgraph*, la cual permite observar la estructura del flujo. Esta técnica es capaz de hacer visibles los gradientes de densidad mediante contrastes de luces y sombras y se explicará en la subsección 2.3.2.

2.3.1. Velocimetría por Imágenes de Partículas

La Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV), es una técnica óptica no intrusiva muy útil para encontrar los campos de velocidad instantáneos en un fluido en movimiento. Se basa

en mediciones del desplazamiento de partículas trazadoras en un cierto intervalo de tiempo; por lo que utiliza la definición más simple de velocidad para calcularla en el flujo [33]:

$$Velocidad = \frac{distancia}{tiempo}. \quad (2.5)$$

Un sistema típico de PIV consiste en un láser doble pulsado, componentes ópticos para formar una hoja de luz, partículas para sembrar el flujo y una cámara rápida de una sola lente. Esta cámara debe estar sincronizada con los pulsos del láser. También son necesarios el hardware adecuado para digitalizar la imagen y una computadora para analizar los datos. Estos componentes se colocan en un arreglo experimental como el que se muestra en la figura 2.3 para estudiar un flujo particular mediante velocimetría por imágenes de partículas.

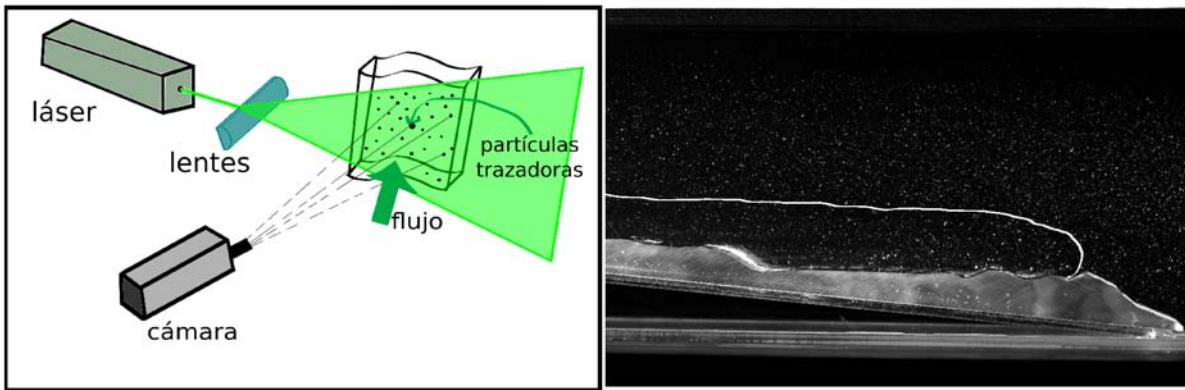


Figura 2.3: La imagen de la izquierda muestra el arreglo típico de PIV. Se observa el plano de luz láser que ilumina al flujo previamente sembrado con partículas trazadoras. Las componentes ópticas que producen la hoja de luz se esquematizan con una sola lente cilíndrica, debido a que es una lente de este tipo la que es capaz de producir el plano de luz. A la derecha se muestra una imagen susceptible a analizarse mediante PIV, en ella se observan las partículas trazadoras (en blanco) que dispersan la luz y contrastan con el fondo oscuro. El flujo de esta imagen es una corriente de gravedad pero, debido a que no se distingue mucho sin hacer la correlación y obtener los vectores de velocidad, se marca el contorno de la corriente con una línea blanca.

Las componentes ópticas que se colocan a la salida del láser provocan que se forme un plano láser (u hoja de luz). Posteriormente la hoja de luz se hace pasar por el flujo que se quiere estudiar, para que así ilumine sólo un plano de las partículas trazadoras presentes en dicho flujo. Mientras más delgada sea la hoja de luz láser, más precisas podrán ser las mediciones de velocidad mediante PIV. El láser que se requiere es pulsado y estos pulsos se sincronizan con la adquisición de imágenes de la cámara. La sincronización es la característica del PIV que lo vuelve muy preciso para calcular campos de velocidad instantáneos. Para lograr esto, el sistema de sincronización del PIV hace que ésta opere a muy altas frecuencias. Para que el láser sea capaz de pulsar a frecuencias muy altas, cuenta con dos cavidades resonantes, las cuales son arreglos de espejos y constituyen la parte principal de un láser. Esto significa que en realidad se utilizan dos láseres, los cuales están perfectamente alineados uno con el otro

y que se pulsán alternadamente. Puede realizarse PIV utilizando únicamente uno de los dos láseres (y la cámara se sincroniza con él) se dice que, en este caso, se utiliza el modo *single frame*. Cuando se pulsán ambos láseres y se correlaciona la primera fotografía tomada con el láser 1 con la primera tomada con el láser 2 y así sucesivamente; se dice que se utiliza el *double frame*. Este fue el modo utilizado para estudiar corrientes de gravedad mediante PIV.

La cámara rápida que puede ser del tipo *dispositivo de carga acoplada* (CCD) o de *sensor de pixeles activos*, CMOS (*Complementary Metal-Oxide Semiconductor*). Estos dos tipos de cámara se refieren al tipo de sensor que utiliza el efecto fotoeléctrico para digitalizar las imágenes. La cámara se coloca formando un ángulo recto con la dirección del plano láser. Las partículas aparecen como puntos luminosos con un fondo negro en las tomas de la cámara. Una vez captadas las imágenes se analizan mediante el programa *Dynamic Studio*. Cada imagen es dividida en áreas de interrogación de $M \times N$ pixeles. Los desplazamientos (en pixeles) son traducidos a milímetros mediante un escalamiento y divididos entre el tiempo que transcurre entre una toma y otra; con lo cual se obtiene un mapa vectorial de las velocidades del flujo. Una vez teniendo esos vectores, pueden aplicarse distintos algoritmos de validación para mejorar los resultados obtenidos mediante PIV.

El proceso mediante el cual se encuentra el vector promedio de velocidad en cada área de interrogación puede resumirse en 5 pasos. Primero se obtienen imágenes de las partículas trazadoras. Posteriormente se obtiene un plano de correlación entre una imagen y la siguiente y se detectan los picos. Luego se hace una interpolación para identificar más precisamente estos picos y se hace la correlación. Finalmente se elige el vector de salida que corresponde a la velocidad promedio en cada área de interrogación.

2.3.2. Shadowgraph

Nuestros ojos no son capaces de ver las diferencias de fase en un haz de luz; sólo somos capaces de distinguir amplitud y color. La técnica de *Shadowgraph* puede traducir diferencias de fase en diferencias de amplitud, haciéndonos capaces de ver sombras y luces que correspondan a distintas fases del haz luminoso.

La luz se propaga uniformemente en medios homogéneos como el vacío, sin embargo, cuando el medio es inhomogéneo o la luz pasa de un medio a otro, ésta experimenta cambios que se indican mediante el índice de refracción en el medio. El índice de refracción en un medio transparente es $n = \frac{c}{v}$ donde $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ es la velocidad de la luz en el vacío y v es la velocidad de la luz en el medio. Para los gases, en los que muchas veces es posible aplicar la ecuación del gas ideal ($P = \rho RT$), existe una relación entre el índice de refracción y la densidad, dada por:

$$n - 1 = k\rho, \quad (2.6)$$

donde k se conoce como el coeficiente de Gladstone-Dale. Para el aire en condiciones normales de presión y temperatura este coeficiente es de $k = 0,23 \frac{cm^3}{g}$. El término de la izquierda de la ecuación 2.6 es la refractividad, la cual depende de la densidad del gas, de su composición y de la longitud de onda de la luz que lo atraviesa. La relación entre índice de refracción y densidad también existe para líquidos y sólidos, pero no son tan simples como la de los gases.

El principio de la técnicas de *Shadowgraph* es el hecho de que un fluido transparente inhomogéneo al que se le hace pasar luz, provoca que ésta se desvíe de tal forma que, si se coloca una pantalla del otro lado de la fuente luminosa, se observa una imagen de luces y

sombras. Este esquema básico se observa en la figura 2.4, cuando se aplica esta técnica de manera simplificada. Al producirse una imagen bidimensional, la desviación de la luz al pasar por el medio se lleva a cabo en dos dimensiones también. Como las corrientes de gravedad se estudian en el plano (x, z) , podemos expresar las variaciones en la dirección de la luz tomando en cuenta el ángulo ε_x y el ε_z . Estas desviaciones se producen cuando la luz pasa por el flujo que se está estudiando.

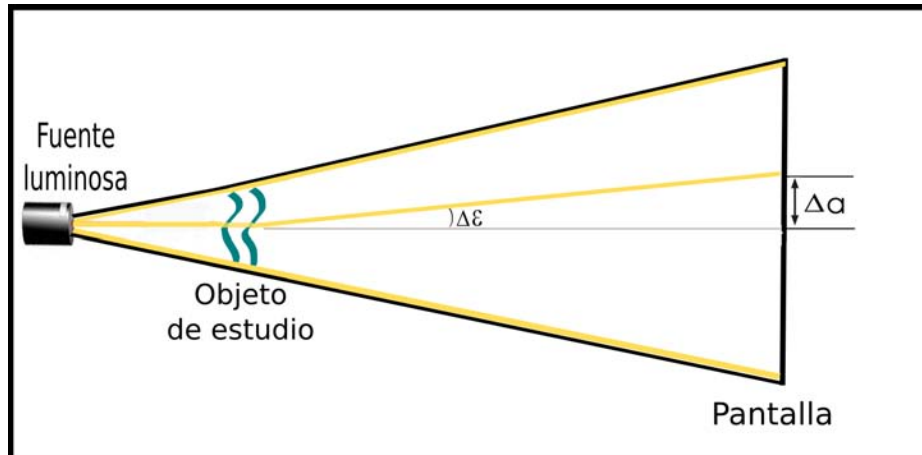


Figura 2.4: Esquema de la técnica *Shadowgraph* en el que se observa el ángulo de desviación $\Delta\varepsilon$ de un rayo luminoso y el correspondiente corrimiento Δa en la pantalla.

Capítulo 3

Resultados y análisis

Las corrientes de gravedad descendiendo una pendiente se estudian experimentalmente utilizando las técnicas de velocimetría por imágenes de partículas (PIV por sus siglas en inglés) y de *shadowgraph*. El PIV permitió encontrar los campos instantáneos de velocidad de las corrientes y sus alrededores y, con estos datos, se estimaron los campos de presión, vorticidad y fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical. Ambas técnicas se llevaron a cabo para estudiar corrientes de gravedad producidas en el mismo tanque con una pendiente que asemeja a la ladera noroeste del volcán Tláloc.

Como se mencionó anteriormente, un parámetro importante para realizar los experimentos y para compararlos con las corrientes de gravedad atmosféricas, es la gravedad reducida g' . Las corrientes de gravedad experimentales se generaron con valores de g' equivalentes a los de las brisas de montaña. Para determinar el valor de la gravedad reducida en las corrientes de gravedad atmosféricas producidas por estas brisas, se utilizó la ecuación 1.20 que se muestra en el capítulo 1 y que si se escribe despejando g' queda: $g' = \frac{u^2}{2h} \left(\frac{H}{H-h} \right)^2$. Tomando en cuenta que la H del fluido ambiente puede considerarse como la altura de la capa límite atmosférica, se estableció $H = 1000m$. Los vientos que descienden una ladera tienen velocidades típicas de alrededor de $5m/s$ [17]. En cuanto a la altura de estos flujos, se encontraron distintos valores en los trabajos previos, los cuales fluctuaban desde $h = 50m$ hasta $h \sim 300m$, como se mencionó en la sección 2.1. Debido a estas variaciones en las alturas, y a que no se cuenta con mediciones específicas en la zona geográfica de interés, se consideró en principio una altura de $110m$. Con estos valores, se obtiene una gravedad reducida de:

$$g' = 0,14m/s^2, \quad (3.1)$$

la cual fue utilizada como referencia para las corrientes de gravedad producidas en el tanque de laboratorio. Sin embargo, para calcular la gravedad reducida de las corrientes en el tanque, se utilizó la ecuación 1.2, debido a que involucra directamente al gradiente de densidad. Este gradiente se puede medir con bastante precisión en el laboratorio.

3.1. Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV)

Cuando se estudia la dinámica de un flujo es posible conocer el comportamiento del mismo encontrando sus campos de velocidad y su evolución temporal, lo cual corresponde matemáticamente a encontrar soluciones a sistemas de ecuaciones diferenciales. Como se mencionó en

2.3.1, el PIV es una técnica no intrusiva que permite precisamente conocer los campos de velocidad; lo cual resulta muy útil. Una vez que se conocen los campos de velocidad, es posible calcular otras variables importantes para el flujo. Particularmente en el estudio de corrientes de gravedad, es útil calcular los campos de vorticidad, las fluctuaciones turbulentas de la velocidad, el *entrainment* con el fluido ambiente y estimar los campos de presiones.

Las corrientes de gravedad estudiadas mediante PIV se produjeron bajo distintas condiciones. Se utilizó tanto la pendiente de 5° lisa, como distintas secciones de un perfil topográfico sintético, similar al de la ladera noroeste del volcán Tláloc, que se muestra en la figura 2.1. Por otro lado, se utilizaron distintas gravedades reducidas para generar corrientes de gravedad en la sección más baja del perfil.

Se realizaron varios programas con los cuales se calcularon algunas variables a partir de los campos de velocidad: se obtuvieron campos de vorticidad, presión y contornos de las fluctuaciones turbulentas w' . Además se calcularon series de tiempo del coeficiente de *entrainment* utilizando la aproximación de *entrainment* presentada en la ecuación 1.25. Para calcular la presión y las fluctuaciones turbulentas se utilizaron herramientas que ya están desarrolladas. En el caso de la presión se utilizó un programa desarrollado por Dr. John Dabiri llamado *queen2 Pressure field calculator*, el cual estima los campos de presión integrando las ecuaciones de Navier-Stokes [34]. Gracias a este programa se obtuvieron campos de presiones en cada instante de tiempo; lo cual luego permitió encontrar series de tiempo de presión en estaciones sintéticas colocadas en la parte baja del perfil. La ubicación de estas estaciones se muestra en la figura 3.1.

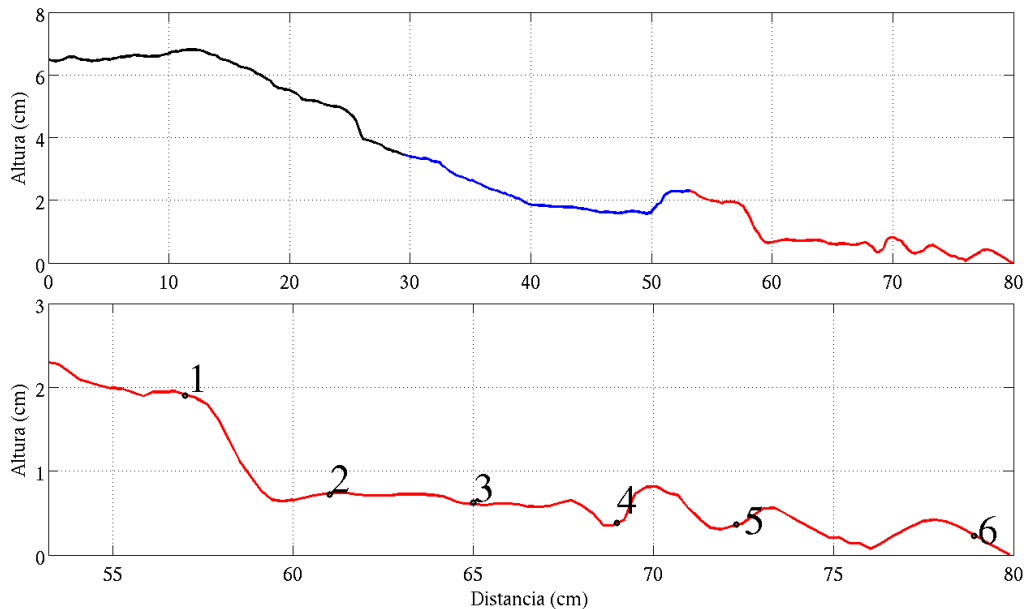


Figura 3.1: Imagen que muestra las 6 estaciones sintéticas en las que se calculan las series de tiempo de presión a lo largo de la sección inferior del perfil topográfico sintético. Estas estaciones se utilizaron en todas las series de presión con valores distintos de g' .

Por otro lado, para encontrar las fluctuaciones turbulentas verticales (w') se utilizó una herramienta, desarrollada por Dr. Christian Zistl y colaboradores, que se llama *anaflame toolbox* [35]. En particular las fluctuaciones turbulentas se encuentran con una función llamada *ekinturb2*, la cual grafica los contornos de las fluctuaciones u' y w' . Debido a que las perturbaciones turbulentas verticales w' son las que más contribuyen al transporte turbulento de parcelas de fluido, en el presente trabajo sólo se muestran los contornos de w' conforme la corriente de gravedad avanza.

En las siguientes subsecciones, se muestran los campos de velocidad y vorticidad, el *entrainment*, los contornos de w' para cada caso de gravedad reducida y zona de la pendiente. Se hicieron 8 experimentos en total: uno con la pendiente lisa y los demás a lo largo del perfil sintético ondulado. Este perfil se dividió en 3 secciones y en cada una de ellas se estudiaron corrientes de gravedad con una misma $g' = 0,14$. Las 3 zonas consideradas fueron: superior, media e inferior. Posteriormente se consideró la zona más baja, por ser la más cercana a la Ciudad de México en el caso atmosférico, y sobre ella se hicieron más experimentos variando la g' . Se consideraron dos gravedades reducidas menores a 0,14 y dos mayores a ella. Además, en estos experimentos en la zona baja del perfil se colocaron estaciones sintéticas en las que se obtuvieron series de tiempo de presión. En las subsecciones siguientes se reportan las distintas variables calculadas en los casos en los que se varió primero la zona del perfil estudiada y luego la gravedad reducida utilizada. Las variables se muestran en distintos tiempos en los que se desarrollaron las corrientes de gravedad. Sin embargo es importante tener en cuenta que estos tiempos no corresponden a que la corriente se encuentre en las mismas posiciones en cada caso. Los tiempos mostrados se toman respecto al momento en el que el PIV empezó a adquirir datos, lo cual no corresponde a momentos equivalentes en cada corriente de gravedad estudiada.

3.1.1. Pendiente lisa con $g' = 0,14m/s^2$

Las corrientes de gravedad generadas descendiendo la pendiente lisa se estudian en la presente subsección. Aunque en este caso la pendiente tiene menos similitudes con la ladera noroeste del volcán Tláloc, estudiarlo nos ayuda para tener un punto de referencia que nos permita estimar qué tanto cambian los resultados al implementar un perfil topográfico sintético. En la imagen 3.2 se muestran los campos de velocidad obtenidos para estas corrientes de gravedad, así como el coeficiente de *entrainment* conforme pasa el tiempo. El valor promedio de la velocidad dentro de la corriente de gravedad fue de $6,23cm/s$. La forma de la corriente de gravedad, delimitada por los vectores de velocidad de mayores magnitudes, se asemeja a la observada por autores anteriores [19]. A partir de una envolvente de los vectores de velocidad, puede deducirse una estructura como la que se muestra en la figura 1.1.

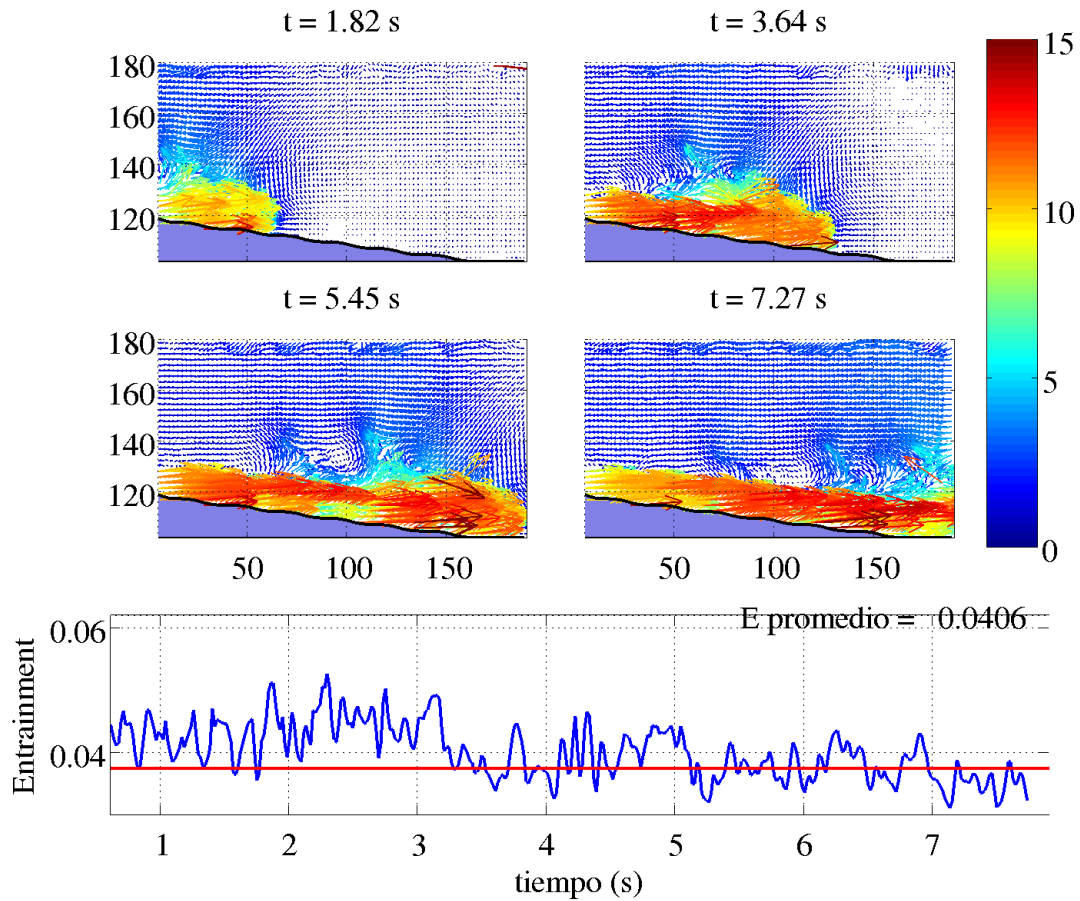


Figura 3.2: Campos de velocidad y coeficiente de *entrainment* conforme pasa el tiempo para la corriente de gravedad descendiendo la pendiente lisa con $g' = 0,14m/s^2$. La raya roja mostrada en la gráfica del *entrainment* corresponde a un valor medio reportado por Ellison y Turner, como se muestra en la figura 1.3. En los campos de velocidad, los colores de las flechas dependen de la magnitud de la velocidad, los tonos más rojos indican mayor rapidez y los más azules, menor. La barra de colores mostrada tiene unidades de cm/s .

Sobre la corriente de gravedad, se observa un gradiente de velocidad horizontal asociado con vorticidad. La vorticidad alcanza sus máximos valores positivos en la interfaz entre la corriente y el ambiente, donde existe la máxima cizalla, los campos de vorticidad se muestran en la figura 3.3. Estos campos de vorticidad se asemejan a los encontrados en [36]. Por otro lado, debido a la condición de no deslizamiento, en la zona de la corriente de gravedad cercana al fondo, también se genera cizalla pero en el sentido opuesto. Esta cizalla produce vorticidad negativa en esa zona; lo cual ya había sido señalado en [36].

El coeficiente de *entrainment* y su variación temporal se observan en la figura 3.2. Este coeficiente presenta variaciones de alta frecuencia alrededor de su valor medio que es 0,0406 para esta corriente de gravedad descendiendo en la pendiente lisa. Además se observa que sus valores son del mismo orden de magnitud que los presentados por Ellison y Turner en [1], los

cuales se muestran con una línea roja en la misma figura.

En la figura 3.4 se observan los contornos de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical (w') para cuatro tiempos conforme la corriente de gravedad avanza. Estas fluctuaciones tienen unidades de m/s y observamos que sus valores más altos son alcanzados sobre la interfaz de la corriente de gravedad y el fluido ambiente. En esa zona, la magnitud de w' es proporcional al transporte turbulento entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente. Además, notamos que estos valores máximos de w' generalmente se alcanzan sobre la cabeza de la corriente de gravedad y un poco detrás de ella. Esto indica que sobre el frente de la corriente de gravedad existe más intercambio turbulento. Las escalas horizontal y vertical de los ejes de esta figura están en pixeles, debido a que la función *ekinturb2* utilizada para calcular las fluctuaciones no permite hacer el escalamiento directamente.

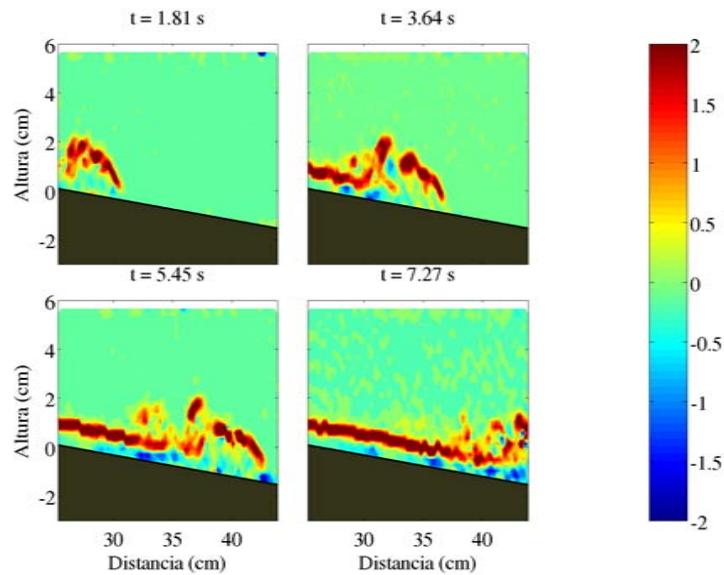


Figura 3.3: Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,14m/s^2$ y propagándose en la pendiente lisa. La barra de color tiene unidades de $1/s$.

3.1.2. Sección superior de perfil topográfico sintético con $g' = 0,14m/s^2$

La sección superior del perfil correspondiente a la ladera noroeste del volcán Tláloc, presenta una prominencia mucho más larga que ancha, como puede observarse en la figura 2.1. Al principio de este dominio, la corriente debe subir la prominencia por lo que su velocidad disminuye; aumentanto de nuevo cuando baja esta elevación. En los campos de velocidad mostrados en la figura 3.5, se observa que las mayores velocidades (denotadas por vectores de colores más rojos) se presentan en el frente de la corriente de gravedad. Detrás de este frente siguen vectores de velocidad con direcciones similares, pero de menor magnitud. El promedio de velocidad de la corriente de gravedad, tomando en cuenta todo el tiempo en el que se mide, es de $3,11m/s$. Mientras que en el fluido ambiente se aprecian velocidades de magnitud mucho menor y cuyo sentido es contrario al de la corriente de gravedad; lo que indica valores altos de

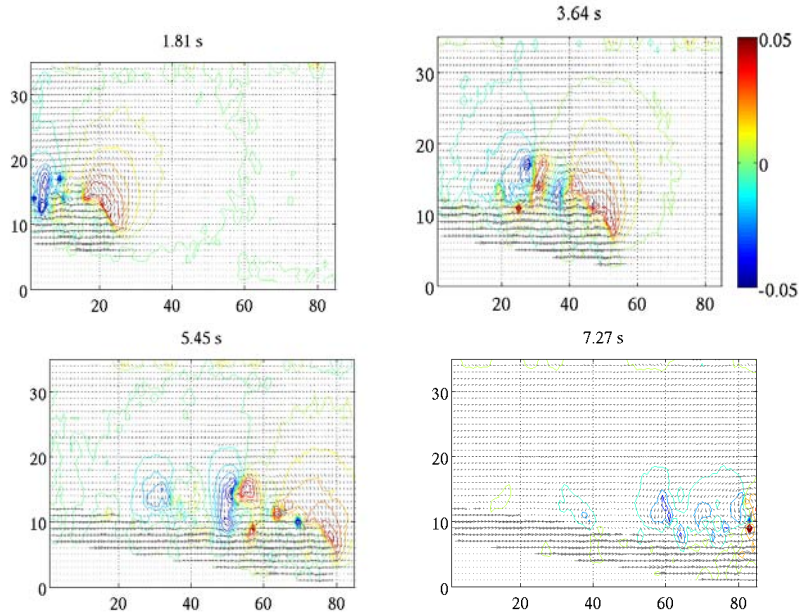


Figura 3.4: Imágenes que muestran los contornos de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' . Las unidades de la barra de color son m/s y los ejes están en pixeles. Además, se han graficado en gris los campos de velocidad de la corriente de gravedad.

cizalla en la interfaz. Esta estructura de las velocidades, coincide con las que reportaron otros autores [19]. Sin embargo las corrientes de gravedad producidas en [19], se propagaban en un fondo plano y con una gravedad reducida bastante mayor a las utilizadas en este trabajo: $g' = 0,4m/s^2$. La cizalla entre la corriente de gravedad y el ambiente que la rodea, produce gran vorticidad, como puede observarse en las imágenes de campos de vorticidad mostrados en 3.6. Estos vórtices se asocian con inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Además, es en esa zona de alta vorticidad en la que se produce el *entrainment* entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente, como se vio en la sección 1.4. Este coeficiente de *entrainment* es calculado en todo el tiempo en el que se desarrolla una interfaz suficientemente grande entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente; la evolución de su valor en el tiempo se muestra en la parte inferior de la imagen 3.5. El valor promedio del *entrainment* en esta sección superior es de 0,0459. Las series de tiempo muestran variaciones en el *entrainment* de frecuencia elevada; el orden de magnitud de este coeficiente coincide con el reportado por [1] como se mostró en la figura 1.3. Sin embargo, resulta un poco mayor, sin que ello resulte preocupante, pues hay trabajos [18] que indican que los valores de *entrainment* reportados por Ellison y Turner pueden estar subestimados para Re altos. En la imagen 3.5 se muestra con una línea roja un valor de los típicos reportados en [1], el cual es superado por el *entrainment* de la corriente de gravedad en prácticamente todo el tiempo en el que esta se desarrolla. Los mayores valores de E se encuentran alrededor de los 4s, coincidiendo con la formación de varios vórtices en la interfaz, los cuales propician la intrusión de parcelas de un flujo en el otro.

La figura 3.7 muestra las fluctuaciones de la velocidad vertical, i.e., w' . Se observa que las máximas magnitudes de estas fluctuaciones aparecen en la iterfaz entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente. Además los valores positivos de w' predominan sobre el frente

de la corriente y los valores negativos un poco detrás de él.

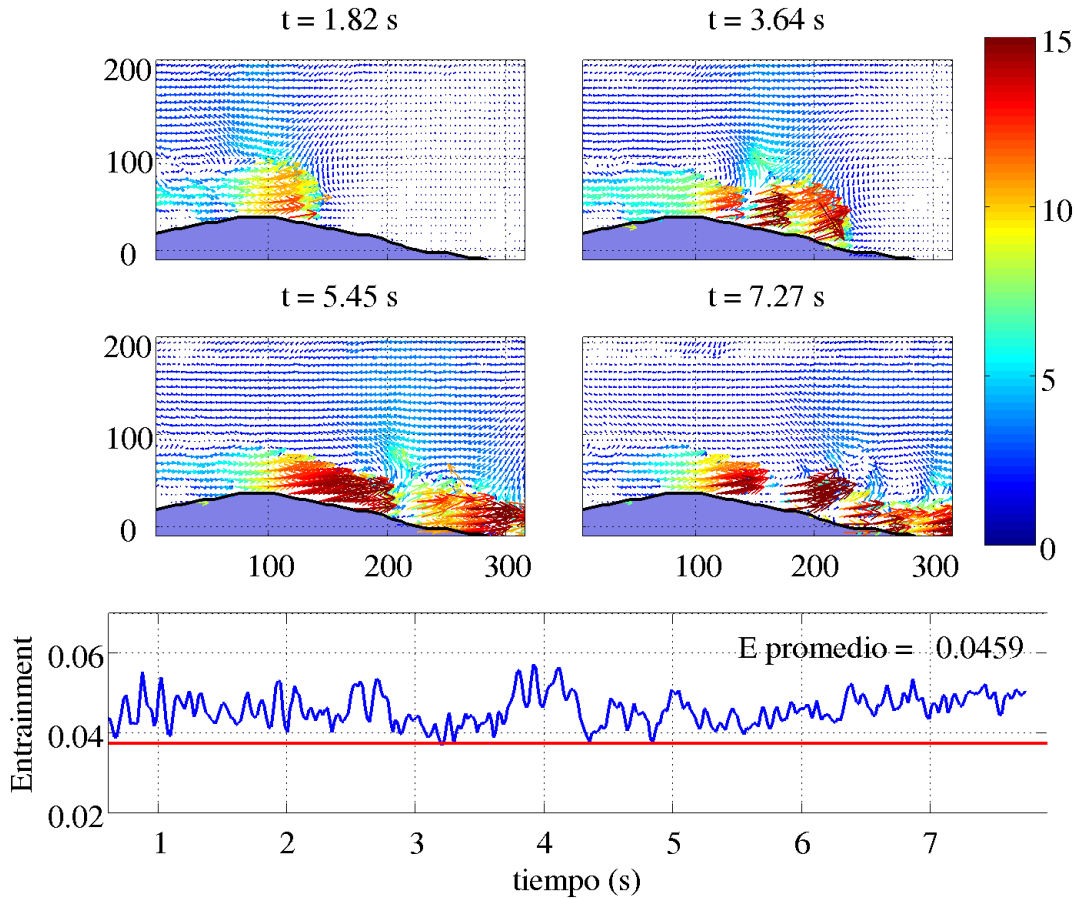


Figura 3.5: Campos de velocidad y coeficiente de *entrainment* conforme pasa el tiempo para la corriente de gravedad descendiendo la parte superior del perfil topográfico sintético con una $g' = 0,14\text{m/s}^2$. La raya roja mostrada en la gráfica del *entrainment* corresponde a un valor medio reportado por Ellison y Turner, como se muestra en la figura 1.3. Los colores de las flechas dependen de la magnitud de la velocidad, cuando son más rojos indican mayor rapidez y más hacia el azul, menor. La barra de colores mostrada tiene unidades de cm/s .

3.1.3. Sección intermedia del perfil topográfico sintético con $g' = 0,14\text{m/s}^2$

La sección intermedia del perfil sintético utilizado, se caracteriza por ser relativamente más plana; únicamente, al final de ella se presenta una prominencia. La corriente de gravedad se ve forzada a subir esa prominencia antes de continuar su desplazamiento; por lo tanto, en ese último tramo de la zona media, la velocidad de la corriente de gravedad disminuye. En la figura 3.8, al tiempo $7,27\text{s}$, la magnitud de los vectores de velocidad sobre esta irregularidad, muestran una desaceleración en la corriente de gravedad de 12cm/s a $9\text{--}10\text{ cm/s}$. Sin embargo, antes de llegar a esa elevación, la corriente de gravedad se desplaza libremente por la pendiente, lo que le permite alcanzar velocidades mayores que en las otras dos zonas del perfil sintético.

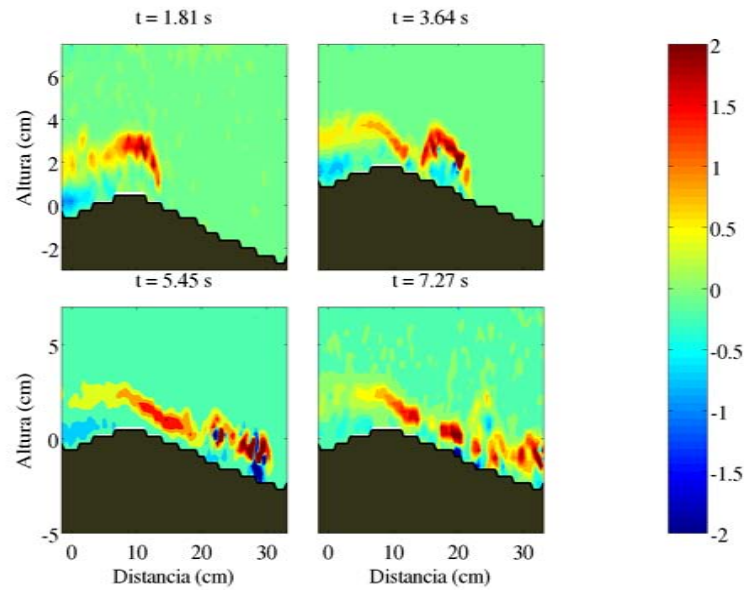


Figura 3.6: Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,14m/s^2$ y propagándose en la parte superior del perfil topográfico sintético. La barra de color tiene unidades de $1/s$.

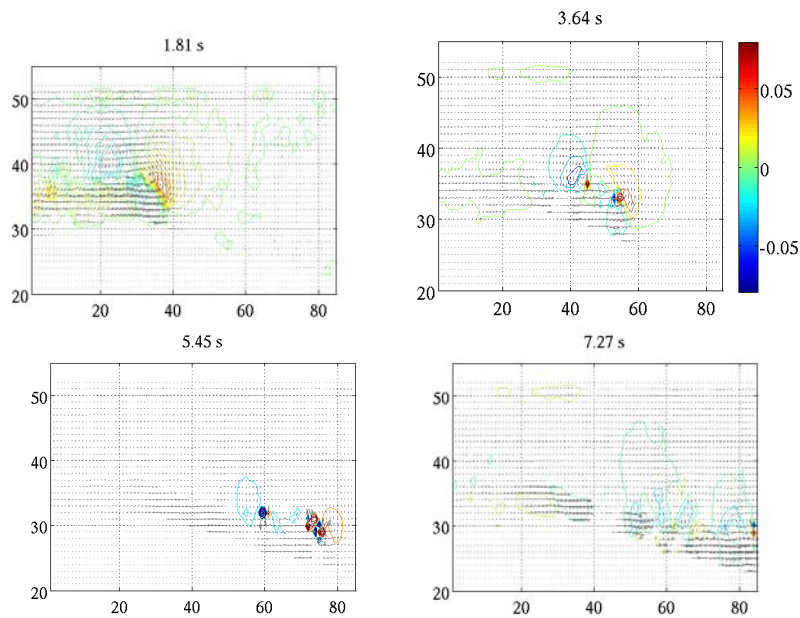


Figura 3.7: Imágenes que muestran los contornos de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' . En gris se observan los campos de velocidad de la corriente de gravedad. Las unidades de la barra de color son m^2/s^2 y sobre los ejes las distancias se muestran en pixeles.

El promedio de la velocidad a la que se desplaza la corriente de gravedad en esta zona es de $6,72\text{cm/s}$; mientras que en la zona superior es de poco más de 3cm/s (ver sección 3.1.2). Por otro lado, en la zona inferior la velocidad promedio de la corriente tampoco alcanza los 6cm/s (ver subsección 3.1.4).

En cuanto al *entrainment*, observamos en la figura 3.8 que su valor promedio es de 0,0430; el cual es menor que el medido en la sección superior (0,0459). Además, este coeficiente tiene oscilaciones de alta frecuencia, cuya amplitud va de 0,04 a 0,06. De los 4 a los 5,5s este coeficiente se mantiene con valores más elevados que en el resto del tiempo, lo cual coincide con la formación de muchos vórtices que propician el mezclado entre la corriente de gravedad y el fluido que la rodea. Estos valores altos de vorticidad se observan en la figura 3.9, específicamente a los 3,64 y a los 5,45s. Además, los mayores valores de vorticidad, se encuentran de nuevo en la interfaz entre la corriente y el fluido ambiente. En la imagen 3.9, se observa que sobre la corriente de gravedad la vorticidad es positiva. Esta vorticidad positiva es consistente con el gradiente negativo de cizalla y los movimientos verticales-positivos-locales. Además, notamos que los vórtices sobre la corriente corresponden a inestabilidades del tipo Kelvin-Helmholtz. Estas inestabilidades favorecen la mezcla turbulenta entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente, ya que permiten intrusiones entre ellos. Por otro lado, la mayoría de los valores negativos de vorticidad se alcanzan sobre el perfil sintético, debido a que la condición de no deslizamiento exige al fluido frenarse. Por lo tanto el gradiente de cizalla cercano a la barrera sólida es positivo y esto induce vorticidad negativa. Por otro lado, en el fluido ambiente lejos de donde se desplaza la corriente de gravedad tienen vorticidades muy bajas, denotando que el impacto de la corriente de gravedad es finito y su influencia es local.

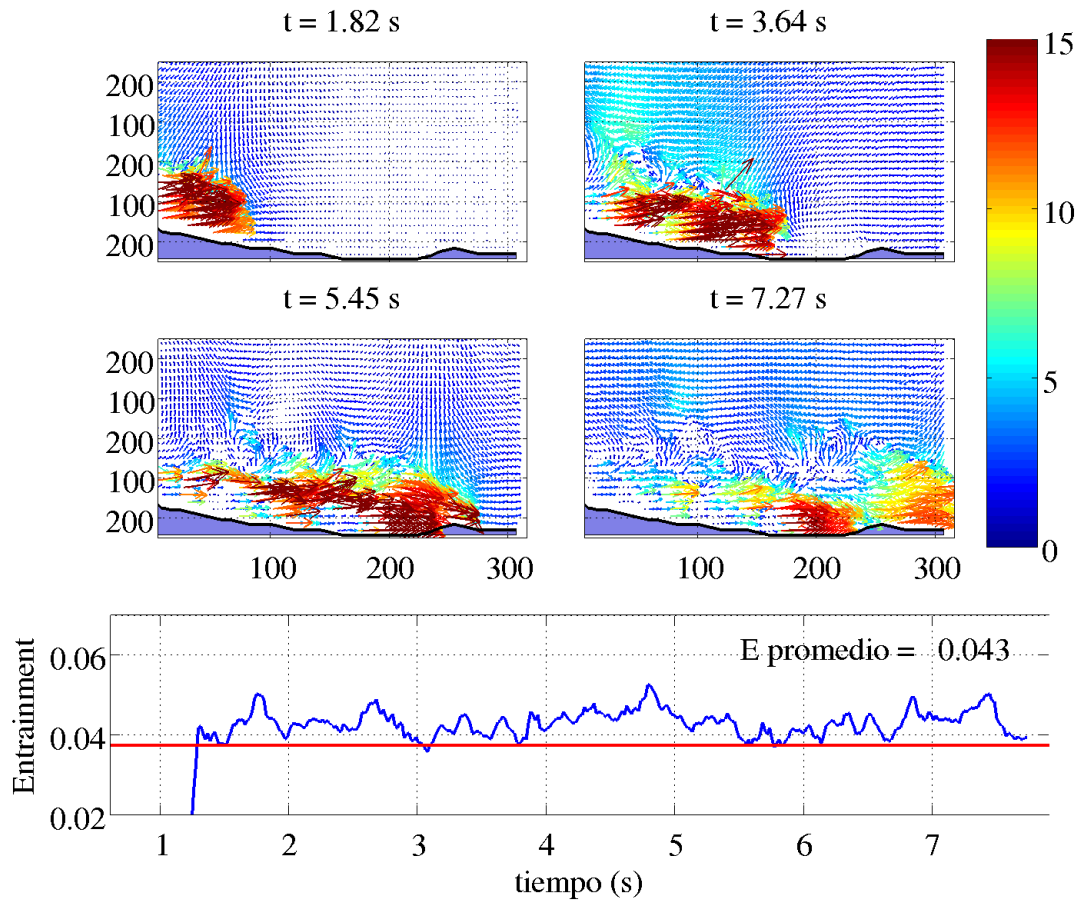


Figura 3.8: Campos de velocidad y coeficiente de *entrainment* conforme pasa el tiempo para la corriente de gravedad en la parte intermedia del perfil topográfico sintético con una $g' = 0,14m/s^2$. La raya roja mostrada en la gráfica del *entrainment* corresponde a un valor medio reportado por Ellison y Turner, como se muestra en la figura 1.3. Los colores de las flechas dependen de la magnitud de la velocidad, cuando son más rojos indican mayor rapidez y más hacia el azul, menor.

En la figura 3.10 observamos las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical, i.e., contornos de w' . Al igual que en casos anteriores, las mayores magnitudes de estas fluctuaciones se encuentran en la interfaz entre la corriente de gravedad y el ambiente, sobre la cabeza de esta corriente. En esa zona, las fluctuaciones tienen valores tanto positivos como negativos, indicando las distintas direcciones de w' . Por otro lado, lejos de la interfaz, las fluctuaciones tienen valores cercanos a cero. Además, las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical en la corriente de la sección intermedia son menores que las de la la sección superior del perfil topográfico sintético.

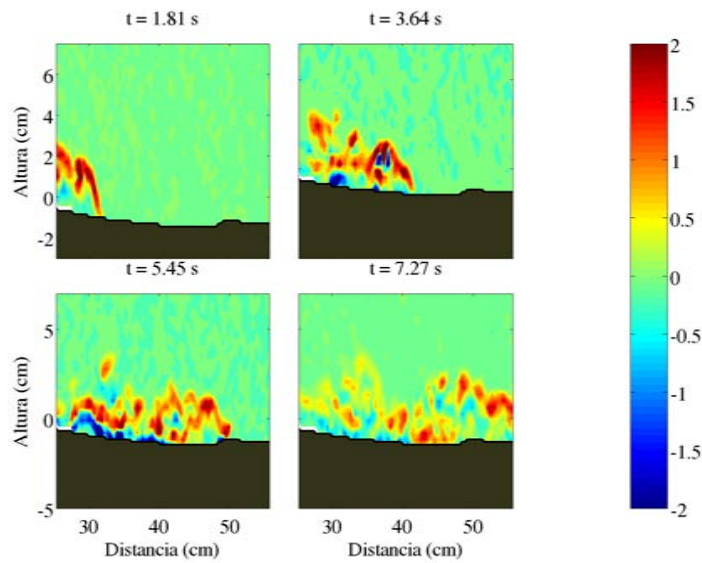


Figura 3.9: Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,14m/s^2$ y propagándose en la parte media del perfil topográfico sintético. La escala de color está en unidades de $1/s$.

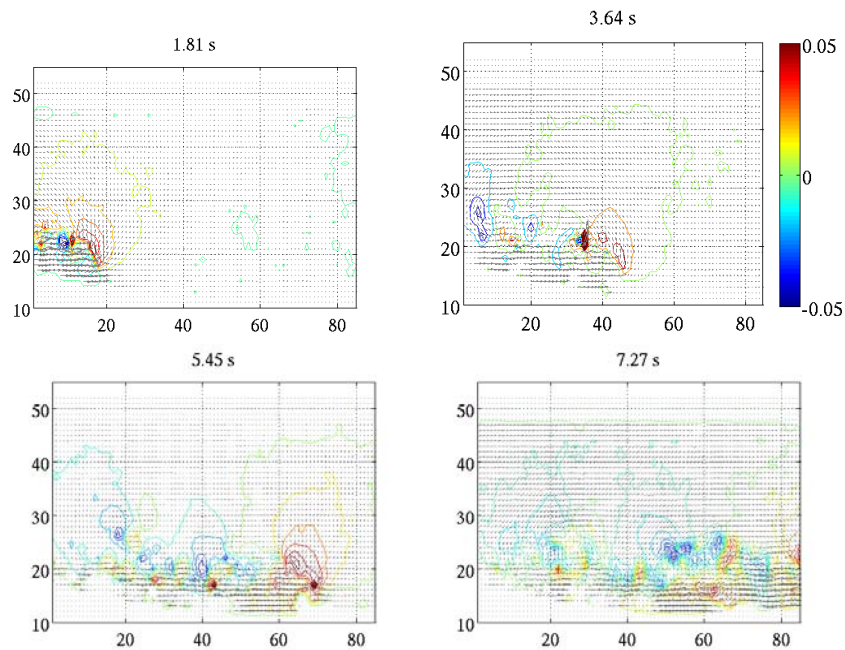


Figura 3.10: Imágenes que muestran las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad avanza sobre la sección media del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m^2/s^2 y las longitudes de los ejes están en pixeles. Además, se han graficado en gris los campos de velocidad de la corriente de gravedad.

3.1.4. Sección inferior del perfil topográfico sintético con $g' = 0,14m/s^2$

La sección inferior del perfil topográfico sintético presenta una superficie más ondulada que las dos secciones anteriores. Esto ocasiona que haya muchos tramos en los que el flujo se ve obligado a subir y bajar las irregularidades del fondo, acelerándose y desacelerándose. En esta zona, la corriente adquirió mayores velocidades debido a que ya ha descendido la mayor parte de la pendiente. Sin embargo, justo al entrar en la zona inferior, tuvo que pasar una elevación que contribuye a frenarla (esta prominencia corresponde a la del final de la zona media). Como podemos ver en la imagen 3.11, las mayores velocidades que esta corriente alcanza en su frente van de alrededor de 12 a 15m/s. Mientras que el promedio de la velocidad dentro de este flujo es de 4,51cm/s. En la figura 3.11 se muestran el coeficiente de *entrainment* en el tiempo y los campos de velocidad correspondientes a esta corriente. De estos campos de velocidad es posible inferir la presencia de vórtices en la interfaz entre la corriente y el fluido ambiente, mismos que son confirmados en los campos de vorticidad de la figura 3.12. En cuanto al coeficiente de *entrainment*, observamos que éste presenta variaciones de frecuencia alta alrededor de su valor promedio que es 0,0456. Sin embargo, en los primeros 3 segundos, este coeficiente se mantiene con valores más altos. Esto coincide con el hecho de que, tanto la corriente de gravedad como los vórtices debidos a su cizalla con el ambiente, ya estaban bien presentes en el dominio de medición desde el primer segundo. Sin embargo, en tiempos posteriores (mayores a 5s), el frente de la corriente ya no estaba en el dominio de medición, por lo que ya no fue posible calcular el *entrainment*. Algunos valores elevados de este coeficiente entre los 5 y los 6s se deben únicamente a los vórtices formados detrás del frente de la corriente de gravedad.

En la imagen 3.12 observamos los campos de vorticidad conforme avanza la corriente de gravedad. Notamos que, en la interfaz entre ella y el ambiente, predominan vorticidades positivas; lo cual coincide con el sentido en el que se desarrolla la cizalla entre ellos. Algunos valores negativos de vorticidad se encuentran cerca del fondo sobretodo al final de esta sección inferior del perfil; lo cual corresponde a la cizalla entre dicho fondo y la corriente, debida a la condición de no deslizamiento. Por otro lado el fluido ambiente casi siempre se mantiene con vorticidades muy cercanas a cero en zonas alejadas de donde pasa la corriente de gravedad.

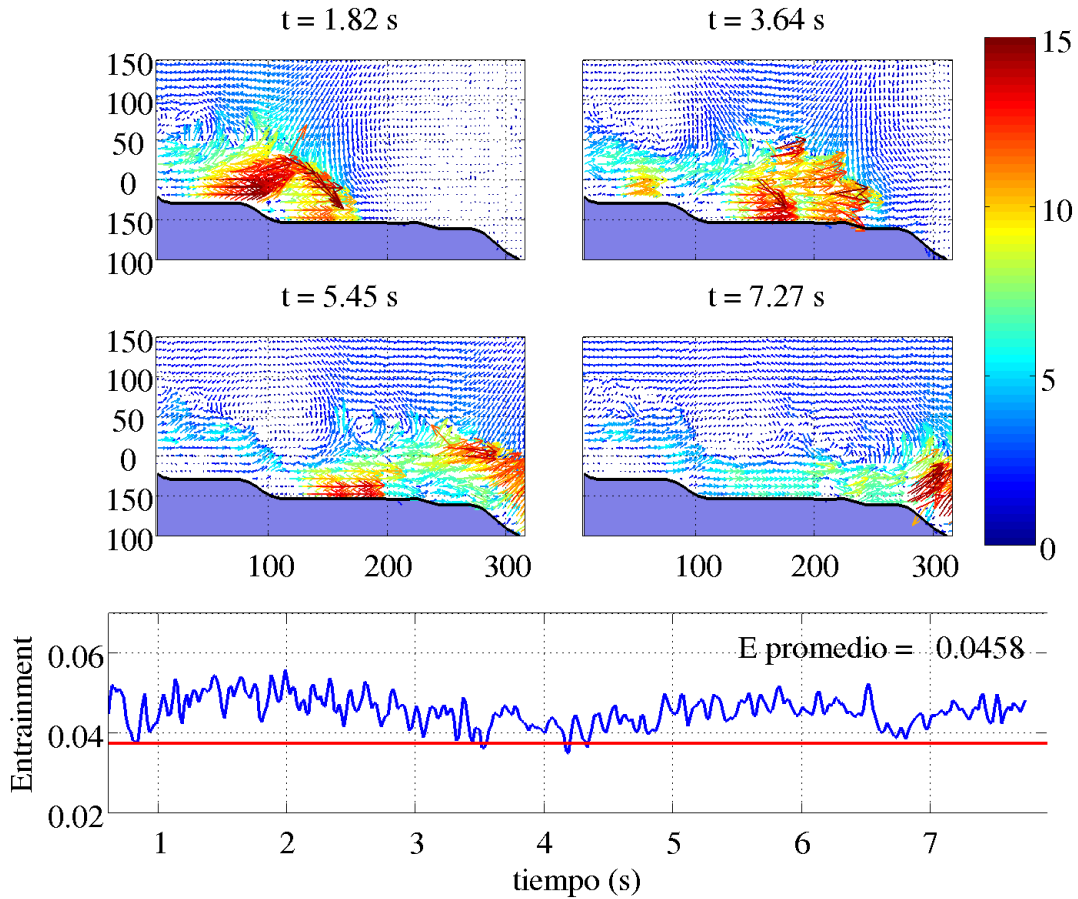


Figura 3.11: Evolución temporal del coeficiente de *entrainment*, junto con los respectivos campos de velocidad conforme avanza la corriente de gravedad en la parte baja del perfil topográfico sintético y con $g' = 0,14m/s^2$. La barra de color correspondiente a la magnitud de las velocidades está en cm/s . Un valor de referencia de *entrainment*, del orden de magnitud de los obtenidos por Ellison y Turner, se observa marcado en rojo.

Las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' se muestran en la figura 3.13. En ella, observamos que los máximos valores positivos se encuentran sobre el frente de la corriente de gravedad; mientras que los valores negativos de mayor magnitud se encuentran también sobre la corriente de gravedad, pero detrás de su frente. El fluido ambiente se mantiene con fluctuaciones w' de valores cercanos a cero, lo que indica que en él las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical son pequeñas.

Los campos de velocidad y vorticidad, como los mostrados en las imágenes 3.11 y 3.12, así como los correspondientes a las demás zonas del perfil sintético (figuras 3.5, 3.8, 3.6 y 3.9), permiten identificar claramente una corriente de gravedad con la misma estructura que la de la figura 1.1 en la introducción. Si se tiene la información de estos campos, podemos deducir la presencia de una de estas corrientes. Sin embargo en la atmósfera no es nada sencillo obtener campos de velocidad (y por lo tanto tampoco se pueden calcular los de vorticidad) como en el

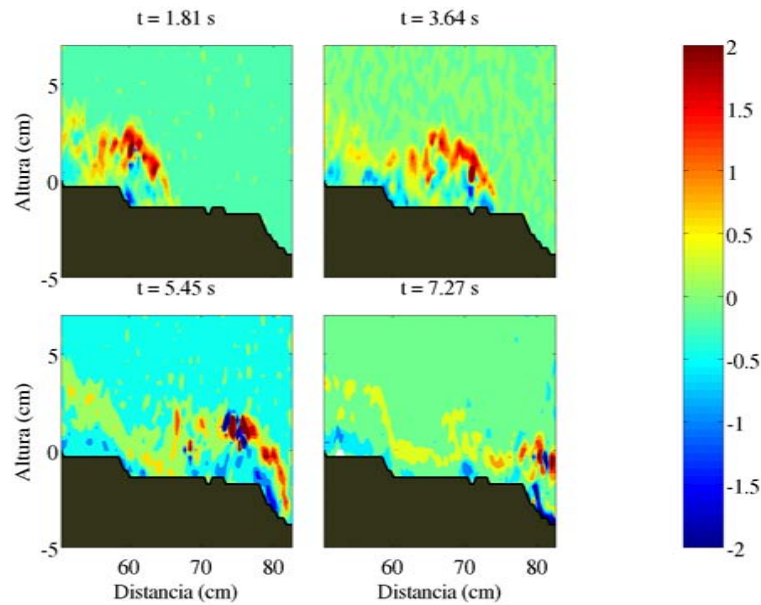


Figura 3.12: Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza la corriente de gravedad con $g' = 0,14m/s^2$ y propagándose en la parte baja del perfil topográfico sintético. La escala de color está en unidades de $1/s$.

laboratorio. Aunque, a partir de datos de dirección y velocidad de viento, es posible encontrar criterios que permitan deducir la presencia de corrientes de gravedad atmosféricas [37], tener la resolución temporal y espacial para lograrlo no es muy sencillo y además puede tener un costo elevado. Una variable meteorológica que se mide con mucho mayor facilidad es la presión. A partir de los campos de velocidad, se pueden calcular los campos de presión producidos por el movimiento de una corriente de gravedad. Sin embargo tampoco se pueden medir los campos de presión en la atmósfera, y menos aún, que tengan una alta resolución espacial. Particularmente en este trabajo, se propuso encontrar la evolución temporal de la presión en distintas zonas sobre el perfil sintético. Se seleccionaron 6 estaciones sobre la sección inferior de este perfil topográfico. Estas estaciones se muestran en la figura 3.1. La numeración con la que identificamos cada una de ellas, coincide con su ubicación de arriba hacia abajo, por lo que la corriente primero alcanza la estación 1, luego la 2 y así sucesivamente, hasta que llega a la sexta estación.

Las series de tiempo de presión se observan en la figura 3.14. En estas imágenes se puede reconocer el tiempo de arribo de la corriente de gravedad a cada una de las estaciones. Para una estación dada, la señal de presión presenta variaciones de alta frecuencia y magnitud al momento de arribo de la corriente. En las estaciones 1 y 2 las variaciones se presentan desde el principio de las series de tiempo, debido a que la corriente de gravedad ya había alcanzado estas estaciones cuando se empezaron a realizar las mediciones de PIV. En la estación 3 y posteriores, estas oscilaciones de la presión muestran un retraso consistente con el desplazamiento de la corriente de gravedad. Las oscilaciones de presión de mayor amplitud se presentan en las estaciones 2, 3 y 4; en la zona correspondiente a estas estaciones, la corriente de gravedad está acelerada por haber descendido una prominencia del perfil sintético. Las

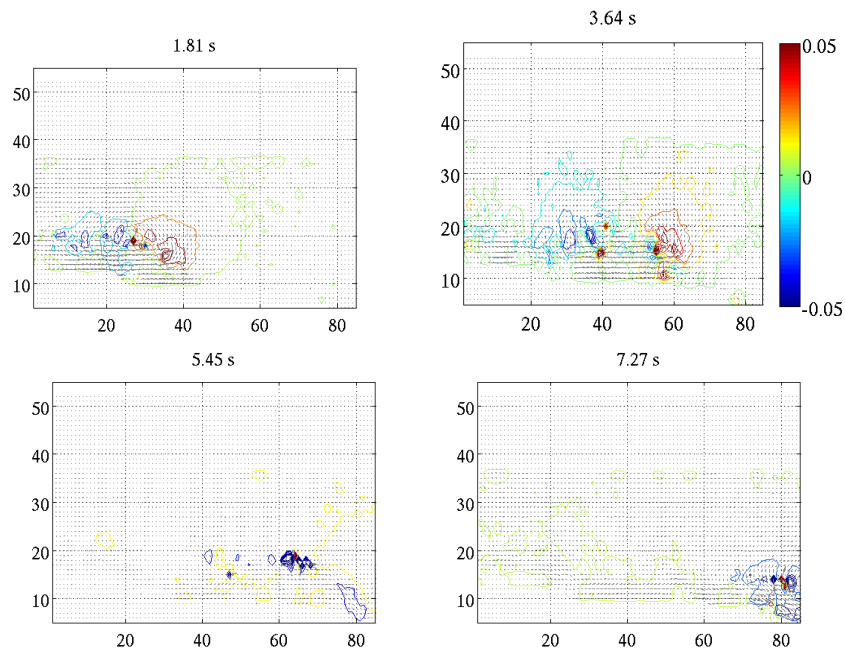


Figura 3.13: Imágenes que muestran los contornos de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad, con $g' = 0,14m/s^2$, avanza sobre la sección inferior del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m/s y las longitudes de los ejes están en pixeles.

oscilaciones posteriores al arribo de la corriente de gravedad a las estaciones están asociadas con las fluctuaciones turbulentas de la estela.

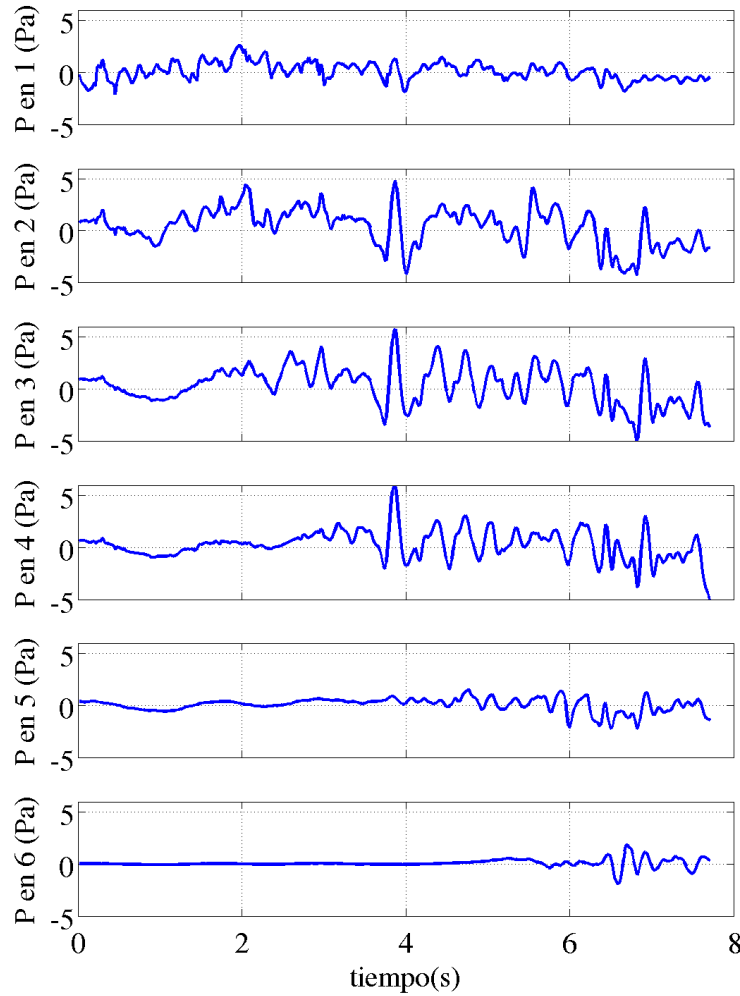


Figura 3.14: Series de tiempo de la presión en las 6 estaciones consideradas para la parte baja del perfil topográfico sintético, en el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,14m/s^2$.

En la sección más baja del perfil sintético se realizaron 4 experimentos más utilizando PIV. En ellos se varió el contraste de densidades entre la corriente y el fluido ambiente, es decir, la g' . Debido a que el experimento que realizamos en las tres secciones del perfil, tiene una $g' = 0,14$; se consideraron otros 4 valores de g' , dos de ellos menores (menor contraste de densidades) y dos mayores que $g' = 0,14$ (mayor contraste de densidades). Todos los valores de g' elegidos son razonables para corrientes de gravedad atmosféricas. Además, algunos estudios previos que relacionan las corrientes de gravedad de laboratorio con las atmosféricas, han utilizado valores tanto menores (como [36], donde $g' = 0,09m/s^2$) y por otro lado mayores (como [19] que usa $g' = 0,4m/s^2$).

3.1.5. Sección inferior del perfil topográfico sintético con $g' = 0,08m/s^2$

La corriente de gravedad que se produjo con el gradiente de densidades más bajo, tuvo una gravedad reducida de $g' = 0,08m/s^2$. En los campos de velocidad de la imagen 3.15 se observa que las mayores velocidades corresponden a las de la corriente de gravedad misma, en especial en su frente. Sin embargo en el primer cuadro mostrado (a $1,82s$) este frente de la corriente no alcanza velocidades superiores a los $9cm/s$, debido a que aún no desciende la prominencia que se encuentra al inicio de esta zona de abajo y que la ha obligado a disminuir su velocidad con respecto a la que tenía en la mayor parte de la sección media del perfil. Posteriormente la corriente continúa su descenso y los vectores de velocidad en su frente aumentan, alcanzando los $12cm/s$. La velocidad promedio de la corriente de gravedad fue de $4,25cm/s$. Por su parte, el coeficiente de *entrainment* alcanza valores bastante altos en los primeros tiempos y decrece hasta casi los $5s$. El promedio de este coeficiente es de $0,0456$, valor que resulta muy similar al de una corriente estudiada en la misma zona pero con $g' = 0,14m/s^2$ como se vio en la subsección 3.1.4.

Como puede verse en la imagen 3.12, los mayores valores de vorticidad se encuentran de nuevo en la interfaz, como era de esperarse por la cizalla desarrollada en esa zona. Esta cizalla puede generar inestabilidades del tipo Kelvin-Helmholtz, que se van desprendiendo conforme avanza la corriente. En cuanto a las fluctuaciones turbulentas, puede observarse en la figura 3.17 que las fluctuaciones de la velocidad vertical conservaron sus valores positivos de mayor magnitud sobre el frente de la corriente. Esto significa que en esta zona la w' tiene más componentes que suben de la corriente hacia el fluido ambiente. En cambio, los valores negativos de mayor magnitud se encuentran en la interfaz entre la corriente y el ambiente pero sobretodo detrás de la cabeza de esta corriente. Aunque estas fluctuaciones turbulentas tienen cierta influencia en secciones un poco elevadas del fluido ambiente (sobretodo a los $3,6s$, observamos que en general el fluido ambiente se conserva con fluctuaciones de la velocidad vertical pequeñas. En la figura 3.18 se muestran las series de tiempo correspondientes a cada una de las 6 estaciones mostradas en la figura 3.1 para el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,08m/s^2$. En estas 6 estaciones se observa el retraso de la señal de presión asociado al desplazamiento de la corriente de gravedad. Esto quiere decir que, en la primera estación, aparecen oscilaciones de alta frecuencia poco después del segundo 1; en la estación 2 estas oscilaciones se presentan casi en el segundo 2. En la estación 3 se observan casi en el tercer segundo y así sucesivamente. Por lo tanto, es posible asociar variaciones de presión de frecuencias altas, con la aparición de una corriente de gravedad en las distintas estaciones.

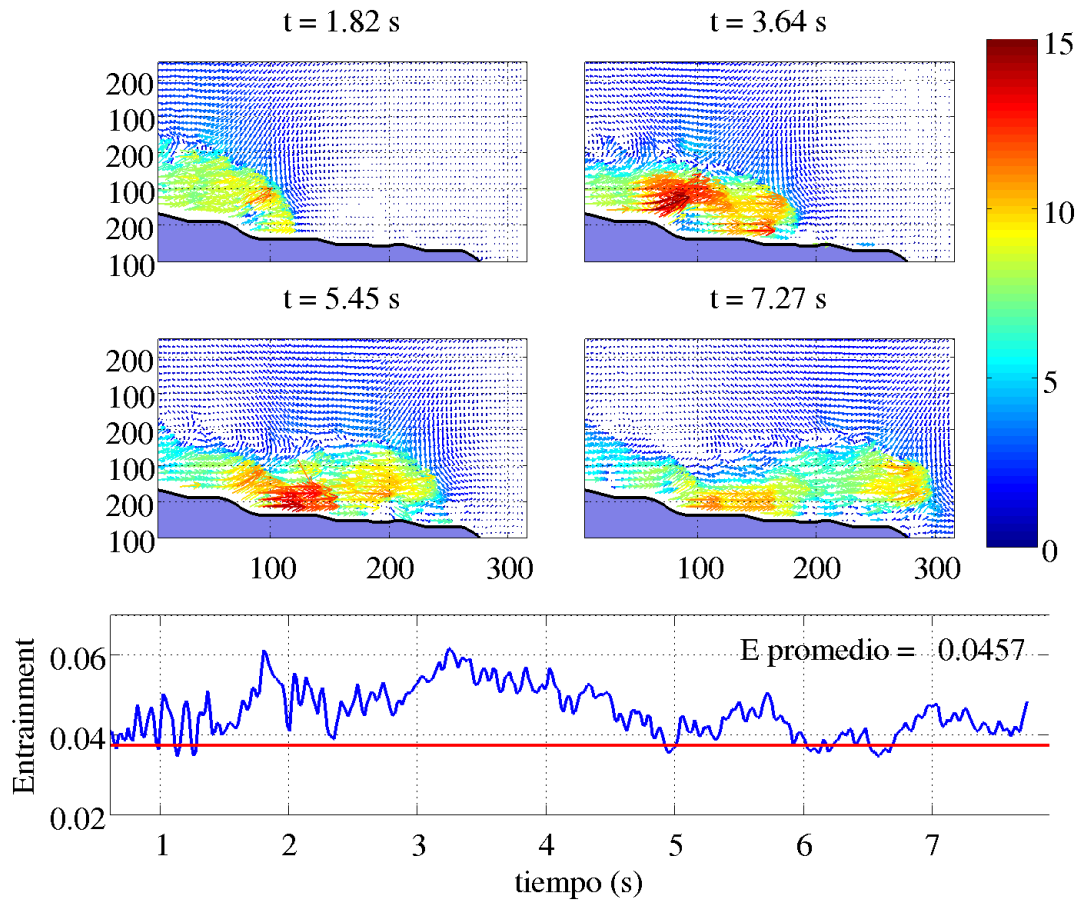


Figura 3.15: Campos de velocidad y coeficiente de *entrainment* conforme pasa el tiempo para la corriente de gravedad descendiendo la parte inferior del perfil topográfico sintético con una $g' = 0,08m/s^2$.

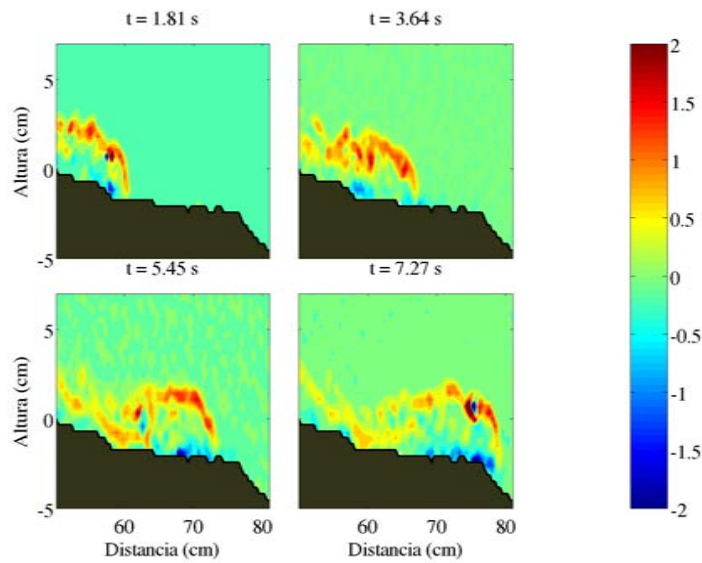


Figura 3.16: Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,08m/s^2$ y propagándose en la parte baja del perfil sintético. La escala de color de vorticidad está en unidades de $1/s$.

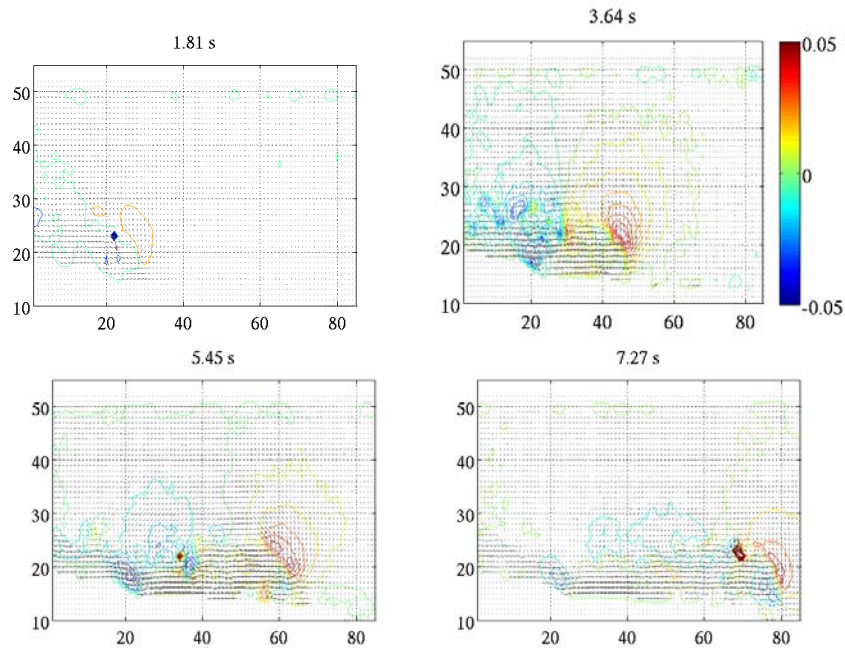


Figura 3.17: Imágenes que muestran las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad con $g' = 0,08m/s^2$ avanza sobre la sección inferior del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m/s y las longitudes de los ejes están en pixeles.

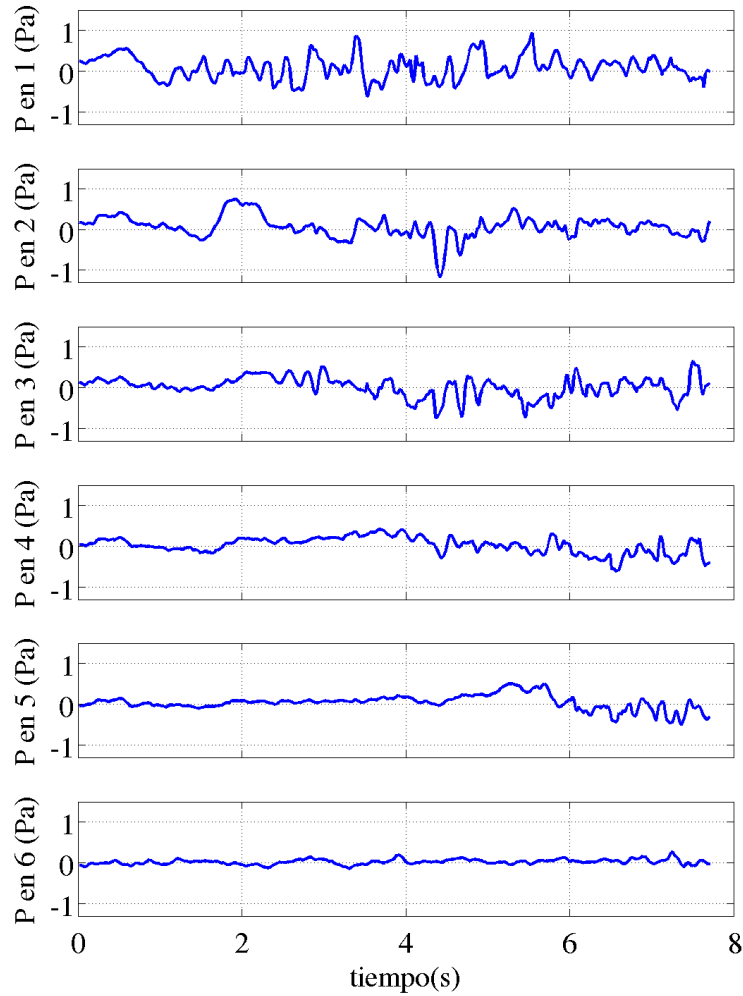


Figura 3.18: Imagen que muestra las series de tiempo de la presión en las 6 estaciones consideradas para la parte baja del perfil topográfico sintético, en el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,08m/s^2$.

3.1.6. Sección inferior del perfil ondulado con $g' = 0,11m/s^2$

Los campos de velocidad y el coeficiente de *entrainment* conforme la corriente avanza con $g' = 0,11$, se muestran en la figura 3.19. En ella observamos que los vectores de velocidad que pertenecen a la corriente de gravedad, alcanzan colores más amarillos y rojos (de 9 a 15m/s) que los de la figura 3.15, lo que indica mayores velocidades que en ese caso de $g' = 0,08$, lo que es congruente con el hecho de que la g' es mayor en este caso. En términos de promedios de velocidad de esta corriente en todos los tiempos, la diferencia no es muy grande pero en este caso de $g' = 0,11m/s^2$ es de 4,7cm/s, es decir, 0,045cm/s mayor que para $g' = 0,08m/s^2$.

De la misma forma que en figuras de campos de velocidad anteriores, las distintas direcciones de los vectores velocidad en la interfaz, permiten deducir la presencia de vorticidad en ella, la cual se confirma al observar los campos de vorticidad de la figura 3.20.

Los campos de vorticidad en la figura 3.20 indican que esta variable es positiva y tiene mayor magnitud en la interfaz entre la corriente y el fluido ambiente, lo que indica giros en el sentido positivo que pueden corresponder a la formación y desprendimiento de inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Son pocas las áreas en las que se observan valores negativos de vorticidad y de nuevo corresponden a zonas muy cerca del perfil sintético; sobretodo a los 3,64s cuando el frente de la corriente está descendiendo la prominencia del principio de la zona inferior de dicho perfil. En cuanto a las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical, w' , de nuevo observamos que los valores de mayores magnitudes se encuentran en la interfaz entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente; lo cual coincide con el mayor transporte turbulento en esta interfaz. Al igual que en casos anteriores, los valores positivos de w' se concentran al frente de la corriente, mientras que los negativos se localizan más hacia atrás de este frente.

En cuanto a las series de tiempo de presión que se muestran en la figura 3.22, notamos que las oscilaciones de frecuencias más altas aparecen conforme la corriente va alcanzando las 6 estaciones propuestas. Las variaciones de presión de bajas frecuencias se dan en ausencia de corrientes de gravedad. En la estación 1, estas oscilaciones de altas frecuencias aparecen alrededor de los 3 segundos, en la estación 3 se observan casi hasta los 4 segundos, en la estación 5 a los 6ss y en la estación 6 después de los 7s. En cuanto a las amplitudes de estas oscilaciones de presión, notamos que en la estación 3 se alcanzan las máximas amplitudes. En la zona del perfil alrededor de la estación 3, la corriente de gravedad acaba de acelerarse al descender una prominencia de dicho perfil.

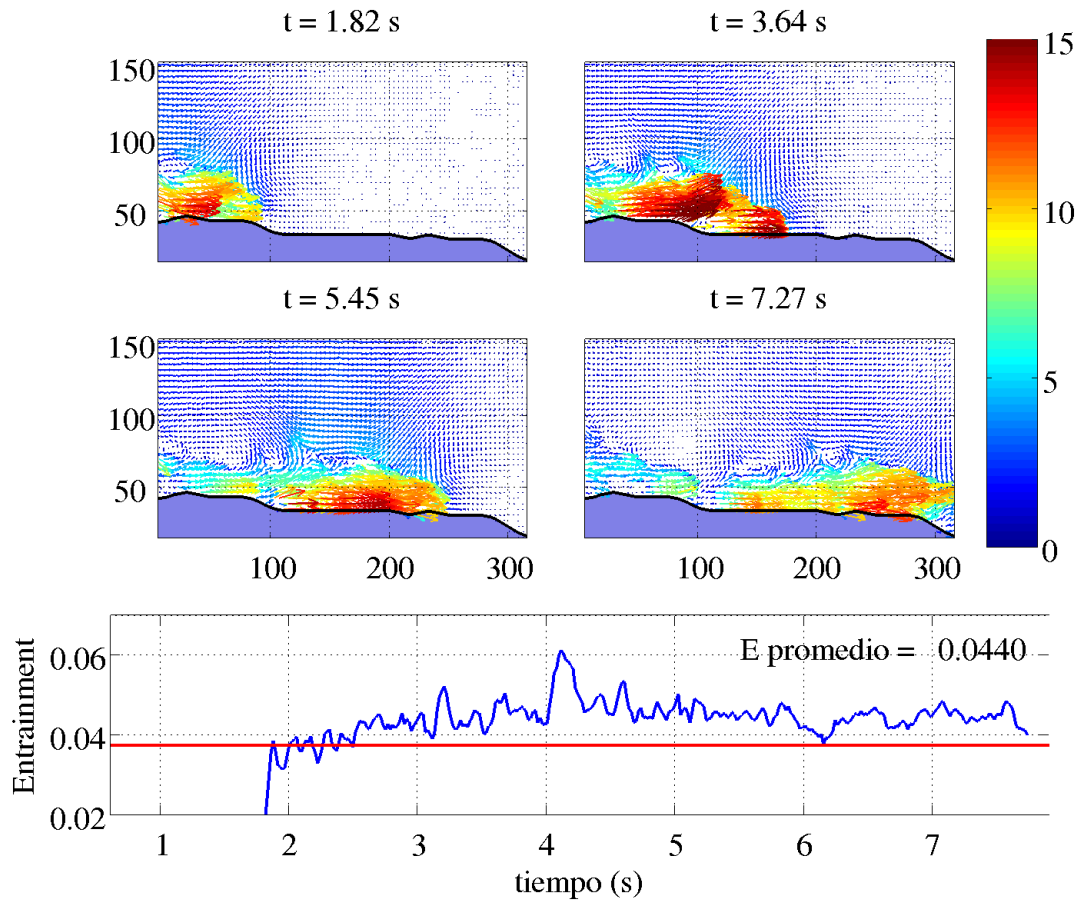


Figura 3.19: Imagen que muestra la evolución temporal del coeficiente de *entrainment*, junto con sus respectivos campos de velocidad conforme avanza la corriente de gravedad con $g' = 0,11m/s^2$ en la sección inferior del perfil sintético.

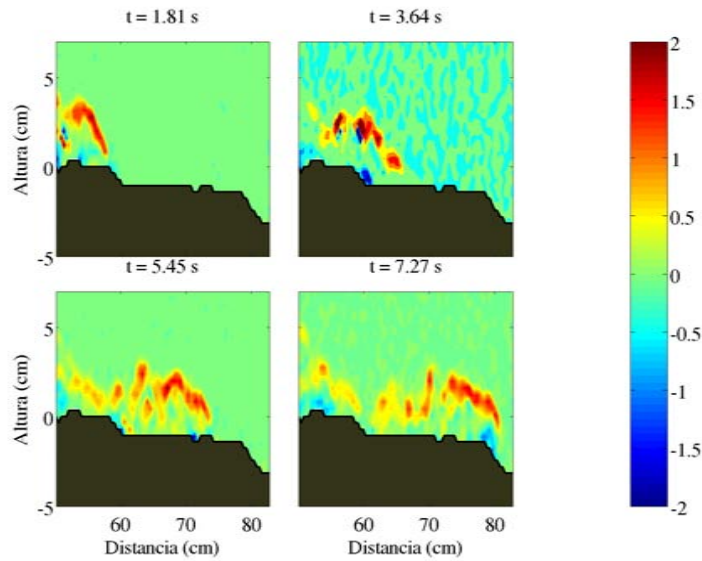


Figura 3.20: Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,11m/s^2$ y propagándose en la parte baja del perfil topográfico sintético. La escala de color tiene unidades de $1/s$.

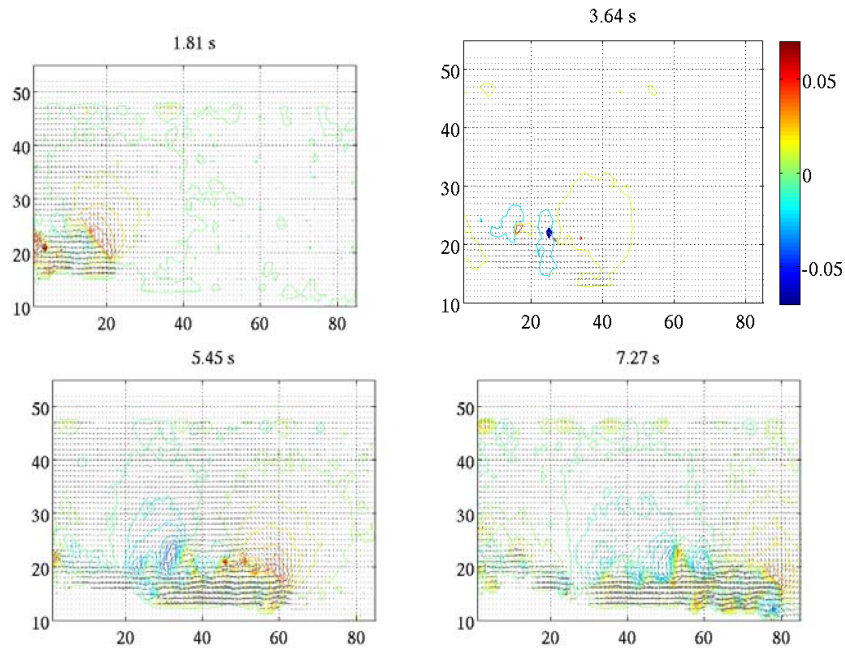


Figura 3.21: Imágenes que muestran las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad con $g' = 0,11m/s^2$, avanza sobre la sección inferior del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m/s y las longitudes de los ejes están en pixeles.

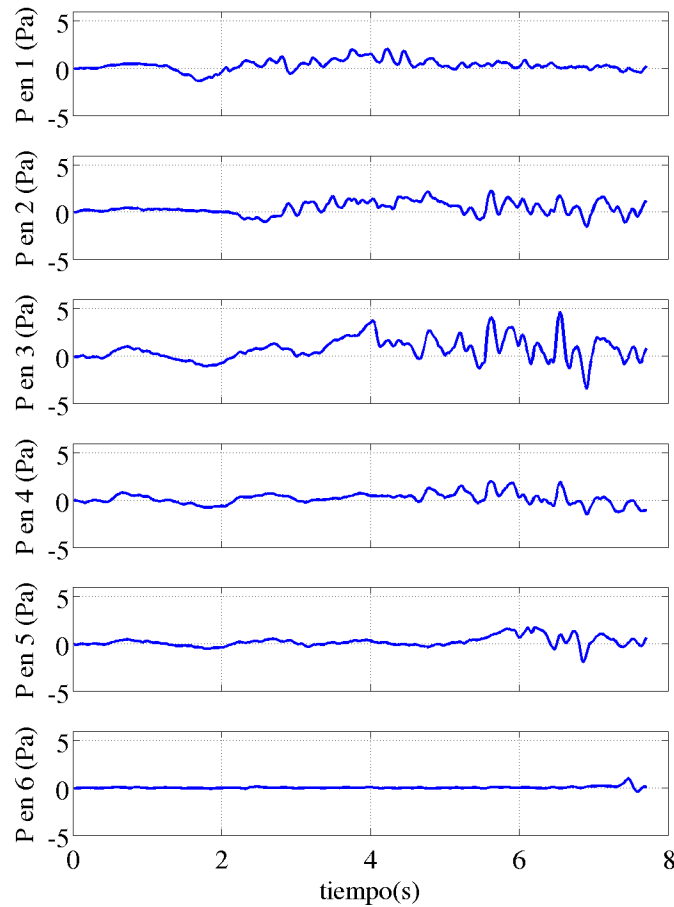


Figura 3.22: Series de tiempo de la presión en las 6 estaciones consideradas para la parte baja del perfil topográfico sintético, en el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,11m/s^2$.

3.1.7. Sección inferior del perfil topográfico sintético con $g' = 0,18m/s^2$

Los campos de velocidad y el coeficiente de *entrainment* correspondientes a la corriente de gravedad propagándose en la sección inferior del perfil sintético con una $g' = 0,18m/s^2$, se muestran en la figura 3.23. Las mayores velocidades se alcanzan en el frente de la corriente y van de 12 a 15m/s, y el promedio de la velocidad de la corriente de gravedad es de 5,1cm/s. El *entrainment* alcanza valores que casi siempre rebasan el valor de referencia dado por las gráficas propuestas en [1] (figura 1.3). Además este coeficiente se mantiene más alto entre los 2 y los 5s que es cuando el frente de la corriente se mantiene completamente en el dominio de medición. El *entrainment* promedio en este caso fue de 0,0489, que es notablemente mayor al de las subsecciones anteriores que oscilaba alrededor del 0,045. Alrededor de los 3,6s el *entrainment* alcanza valores muy altos y, en este momento, los valores de las fluctuaciones

turbulentas de la velocidad vertical w' también son elevados. Al igual que en casos anteriores, las mayores magnitudes de w' se encuentran en la interfaz entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente, con los valores positivos sobre el frente de la corriente y los negativos por detrás de éste.

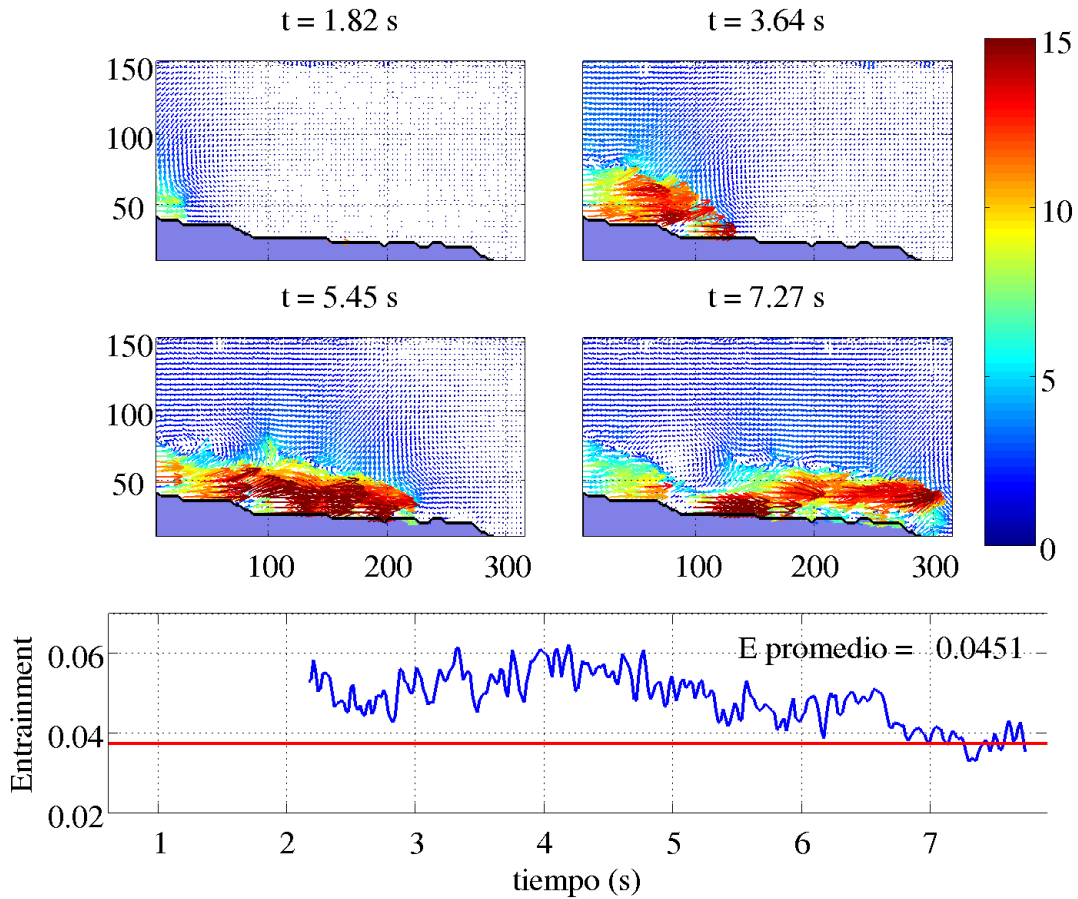


Figura 3.23: Evolución temporal del *entrainment*, junto con sus respectivos campos de velocidad conforme avanza la corriente de gravedad en la sección inferior del perfil topográfico sintético con $g' = 0,18m/s^2$.

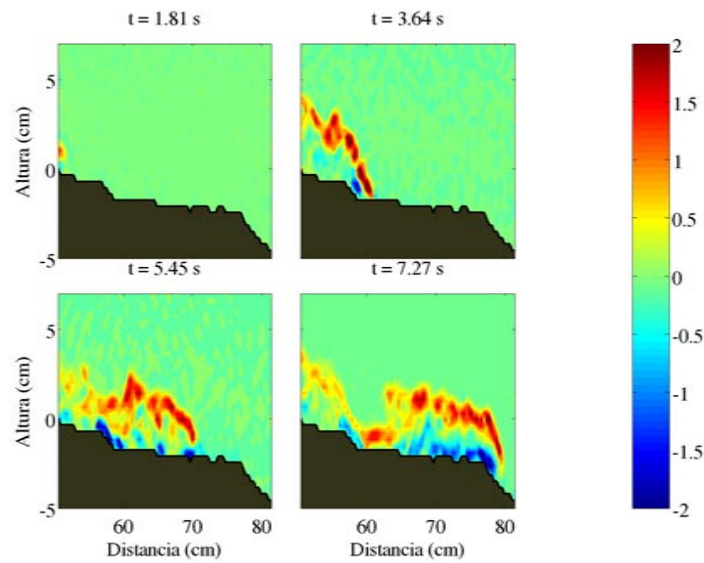


Figura 3.24: Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,18m/s^2$ y propagándose en la parte baja del perfil rugoso. La escala de color tiene unidades de $1/s$.

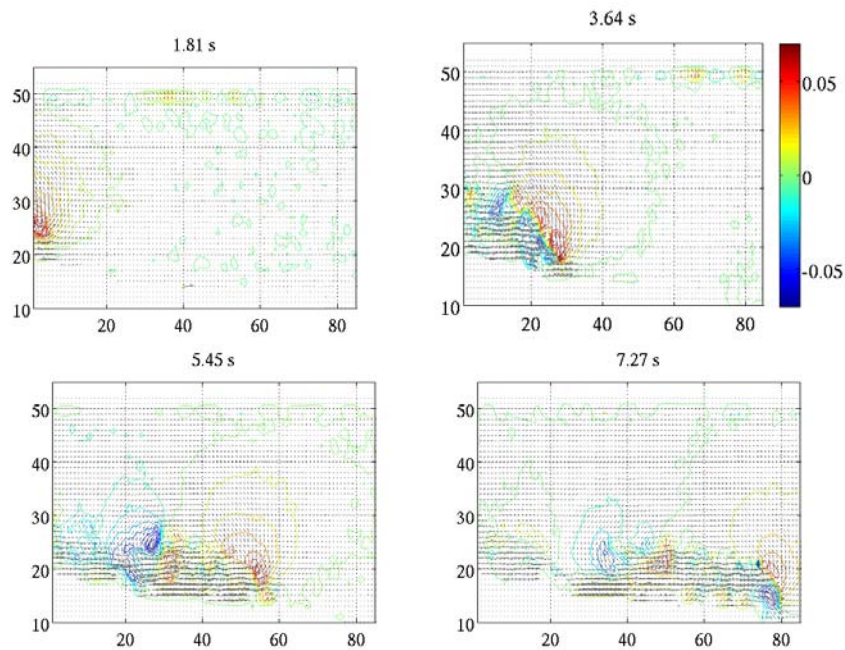


Figura 3.25: Imágenes que muestran las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad avanza sobre la sección inferior del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m/s y las longitudes de los ejes están en pixeles.

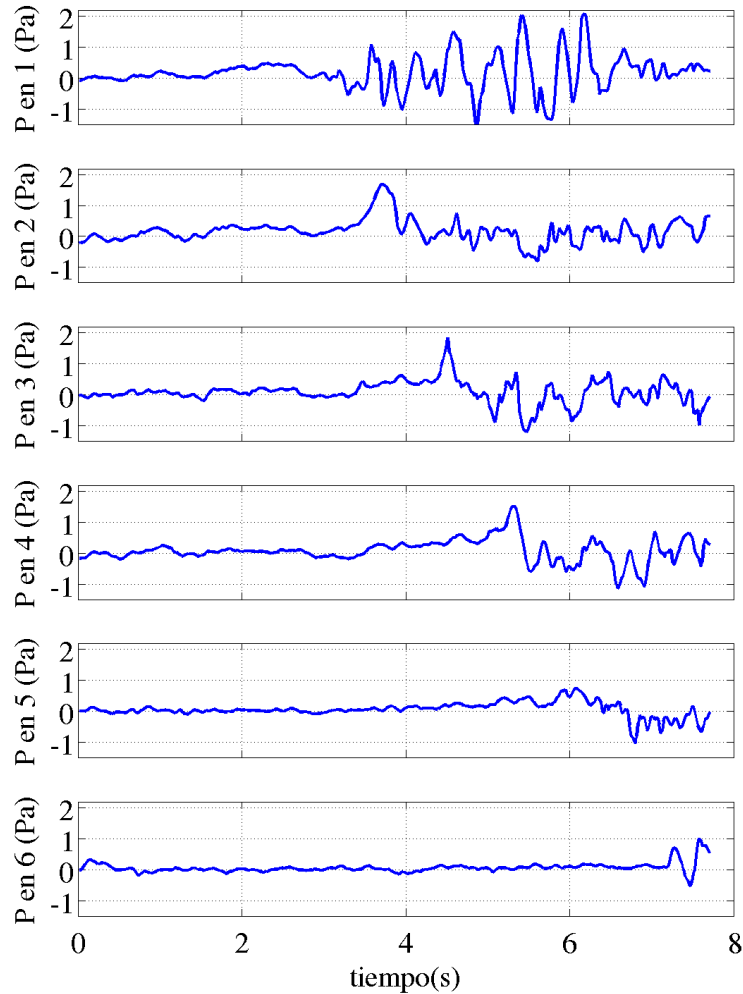


Figura 3.26: Series de tiempo de la presión en las 6 estaciones consideradas para la parte baja del perfil topográfico sintético, en el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,18m/s^2$.

En la figura 3.26 observamos que de nuevo las oscilaciones más rápidas en la presión, coinciden con la llegada de la corriente de gravedad a cada una de las 6 estaciones sintéticas. En este caso la corriente de gravedad no aparece en el dominio de medición sino hasta después de los 3s, por lo que aún en la estación 1 las oscilaciones de mayores frecuencias aparecen hasta este momento y posteriormente en las estaciones subsecuentes. Esta corriente alcanza la estación 6 hasta después de los 7s.

3.1.8. Sección inferior del perfil topográfico sintético con $g' = 0,24m/s^2$

El mayor contraste de densidad utilizado, resultó en una $g' = 0,024$. Los campos de velocidad medidos en este caso muestran que las magnitudes de velocidad son mayores a los casos

anteriores en esta zona, alcanzando los 15cm/s tanto en el frente de la corriente como un poco detrás de él. Esto se observa en la figura 3.27. El promedio de las velocidades que conforman la corriente es de $5,73\text{cm/s}$, el cual fue mayor a los de otras corrientes en esta zona (con g' s menores) pero menor al promedio de velocidad en la corriente de gravedad propagándose en la pendiente lisa. Se observa además que los vectores de velocidad correspondientes a esta corriente con $g' = 0,24\text{m/s}^2$ alcanzan alturas variables y no una totalmente horizontal. Sobre la corriente pueden inferirse varios vórtices que se confirman en la imagen 3.28. Se observa que la vorticidad es primordialmente positiva en la interfaz entre la corriente y el fluido ambiente y que además alcanza en varios tramos magnitudes de hasta 2s^{-1} (sobretudo en los $3,64\text{s}$). Además también se alcanzan vorticidades de magnitud grande pero negativas cerca del frente de la corriente y donde ésta interactúa con el fondo inmóvil, en donde está sujeta a la condición de no deslizamiento. En cuanto al *entrainment*, notamos que éste no pudo ser calculado sino hasta después de los $1,8\text{s}$, pues antes la corriente de gravedad no existía completamente dentro del dominio de estudio para que en la interfaz se llevaran a cabo intrusiones turbulentas. Este coeficiente alcanza valores muy elevados especialmente entre los $3,5$ y los 5s ; lo cual coincide con la formación de alta vorticidad como lo muestra la figura 3.28. El *entrainment* tiene un promedio de $0,0446$, considerablemente menor que para $g' = 0,18\text{m/s}^2$.

En la figura 3.30 se muestran las series de tiempo de presión. En este caso la corriente de gravedad no alcanza la estación 1 sino hasta después de los 2s ; lo cual ocasiona que las variaciones de presión en todas las estaciones son de baja amplitud y frecuencia en los primeros 2 segundos registrados. Cerca de los 3s la primera estación tiene oscilaciones de mayor frecuencia, coincidiendo con la llegada de la corriente de gravedad. En la estación 2 la situación es muy similar excepto porque estas oscilaciones empiezan un poco después. En las estaciones 3, 4 y 5 las oscilaciones alcanzan amplitudes de hasta casi 20Pa de pico a pico y que de nuevo coinciden con presentarse posteriormente en el tiempo conforme la estación está más a la derecha. En la estación 6 las oscilaciones en la presión de nuevo presentan amplitudes menores y se presentan hasta los 7s ; es entonces cuando la corriente alcanza esta última estación.

En la figura 3.29 observamos los contornos de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' . Notamos que, al igual que en otras corrientes, los máximos valores de estas variables se encuentran en la interfaz entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente. Además de nuevo los valores positivos se concentran en el frente de la corriente y los negativos un poco por detrás de este frente. Por otro lado, w' alcanza valores de mayor magnitud (tanto positiva como negativa) que en otros casos.

3.1.9. Comparación de las corrientes de gravedad estudiadas bajo distintas condiciones utilizando PIV

A lo largo de este capítulo se han estudiado 8 casos de corrientes de gravedad desplazándose en distintas condiciones ya sea porque varía la topografía sintética en la que se desplazan o porque cambia la g' . En las 5 corrientes de gravedad para las cuales se varió la g' pero se dejó fija la zona en la que se propagaban (zona inferior), las variaciones del coeficiente de *entrainment* fueron pequeñas. Esto lo atribuimos a que en todos estos casos el número de Richardson tampoco varió significativamente. El menor Richardson (Ri) fue de $0,1404$ para la corriente de $g' = 0,11\text{m/s}^2$ y resultando en el E más bajo registrado para la sección inferior del perfil. El segundo menor Ri fue sólo ligeramente mayor al más bajo: $Ri = 0,15\text{m/s}^2$ y

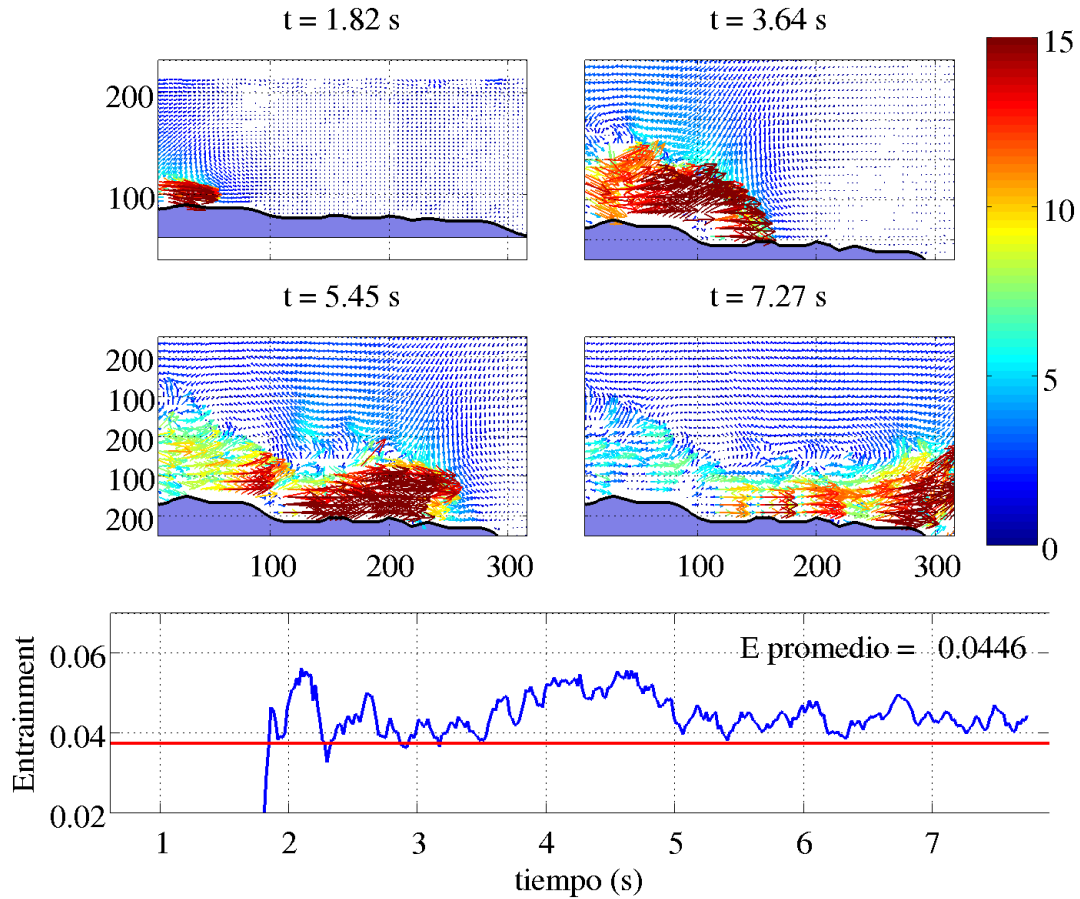


Figura 3.27: Evolución temporal del *entrainment*, junto con los respectivos campos de velocidad de la corriente de gravedad con $g' = 0,24m/s^2$ propagándose en la sección inferior del perfil topográfico sintético.

correspondió al caso de la corriente de $g' = 0,08m/s^2$ y con un *entrainment* mayor que en el otro caso, $E = 0,0457$. Estos casos se resumen en la gráfica de la figura 3.31, en donde los puntos rojos correspondientes a la misma zona del perfil sintético, sugieren una relación entre E y Ri . Sin embargo, cuando se aumenta la g' (nominador para calcular el Ri) también aumenta la velocidad con la que se propaga la corriente (denominador para calcular Ri) y por lo tanto no hay un cambio significativo en el valor del Ri . Por otro lado cuando la g' se dejó fija y se varió la superficie en la que se propagaba la corriente, se advirtieron cambios más abruptos tanto en E como en Ri . En la sección superior del perfil sintético ni el *entrainment* ni el Richardson variaron mucho con respecto a los de la sección inferior. Esto se debe a que las superficies de ambas secciones presentan ondulaciones considerables. Al no ser una mucho más plana que la otra, tampoco las inestabilidades y el transporte turbulento variaron mucho. En cambio para la sección media, que es más lisa que las otras dos, el *entrainment* es menor (0,043). Aún más abruptas son las variaciones en E y en Ri si se considera la pendiente

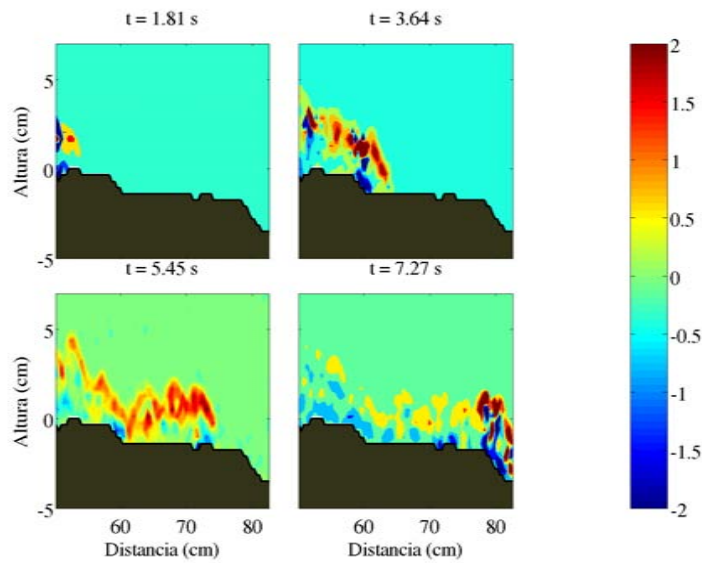


Figura 3.28: Imagen que muestra los campos de vorticidad conforme avanza una corriente de gravedad con una $g' = 0,24m/s^2$ y propagándose en la parte baja del perfil sintético. La escala de color está en unidades de s^{-1} .

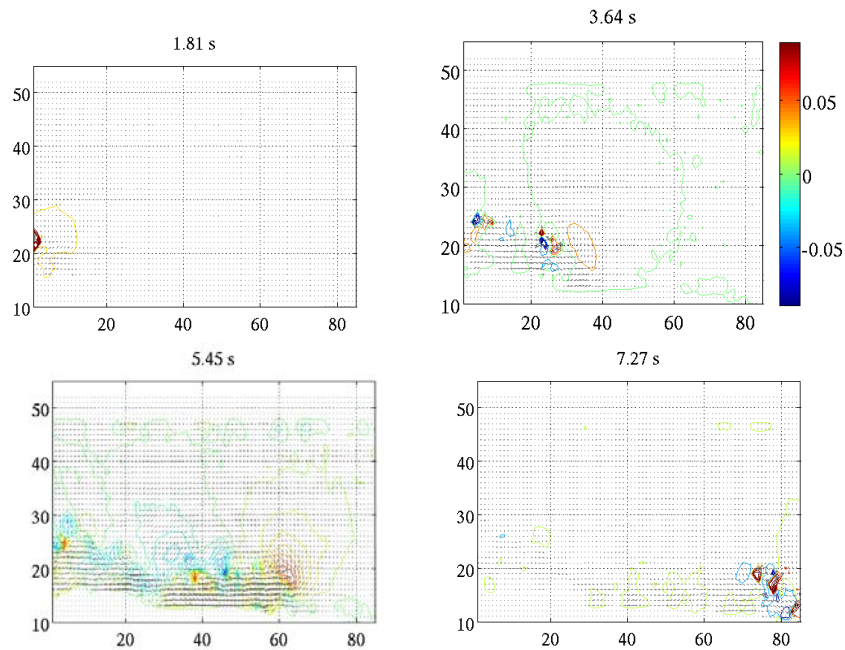


Figura 3.29: Imágenes que muestran las fluctuaciones turbulentas de la velocidad vertical w' en distintos tiempos conforme la corriente de gravedad avanza sobre la sección inferior del perfil sintético. La barra de color tiene unidades de m/s y las longitudes de los ejes están en pixeles.

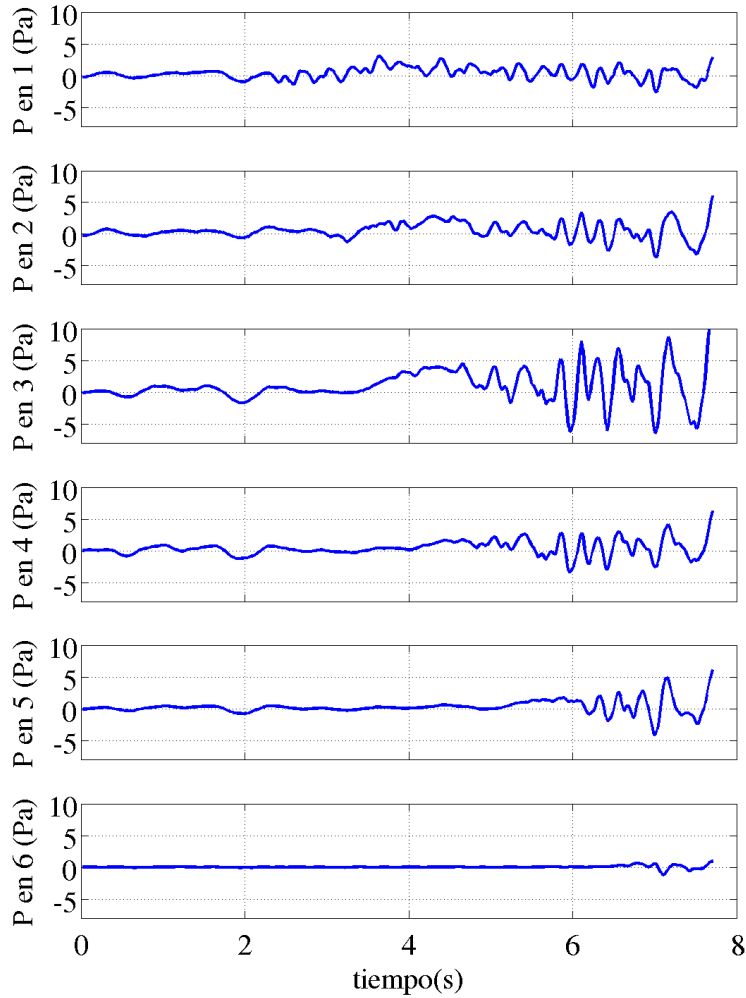


Figura 3.30: Series de tiempo de la presión en las 6 estaciones consideradas para la parte baja del perfil topográfico sintético, en el caso de la corriente de gravedad con $g' = 0,24m/s^2$.

lisa. Para este caso totalmente liso, el *entrainment* resultó ser bastante menor (0,0406) que en cualquiera de los casos con superficie no lisa. Por su parte el Ri resultó ser bastante mayor (0,359), rebasando de manera considerable el valor máximo teórica debajo del cual se presentan inestabilidades del tipo K-H.

En cuanto a los números de Froude encontrados para las distintas corrientes de gravedad producidas, encontramos que el menor Fr corresponde a la corriente en la sección superior del perfil. Esto significa que en este caso es en el que mayores son los efectos gravitacionales on respecto a los inerciales. Además al ser un valor suficientemente menor a 1 (0,6) el régimen en el que se encuentra esta corriente de gravedad es subcrítico. El número de Froude crece notablemente en la corriente de gravedad estudiada en la zona intermedia, alcanzando un valor

g' (m/s^2)	Zona	Velocidad Promedio (cm/s)	Coefficiente de <i>entrainment</i> promedio	Número de Richardson promedio	Número de Froude promedio
0.14	Perfil liso	6.23	0.0406	0.3590	1.3595
0.14	Superior	3.11	0.0459	0.2515	0.6787
0.14	Media	6.7	0.043	0.1950	1.4621
0.14	Inferior	4.51	0.0458	0.1763	0.9842
0.08	Inferior	4.25	0.0457	0.1506	1.2269
0.11	Inferior	4.7	0.0440	0.1404	1.1571
0.18	Inferior	5.1	0.0451	0.2152	0.9815
0.24	Inferior	5.73	0.0446	0.2238	0.9550

Cuadro 3.1: Tabla que resume las velocidades y *entrainments* promedios calculados para las corrientes de gravedad en las 3 zonas estudiadas y con las distintas gravedades reducidas utilizadas.

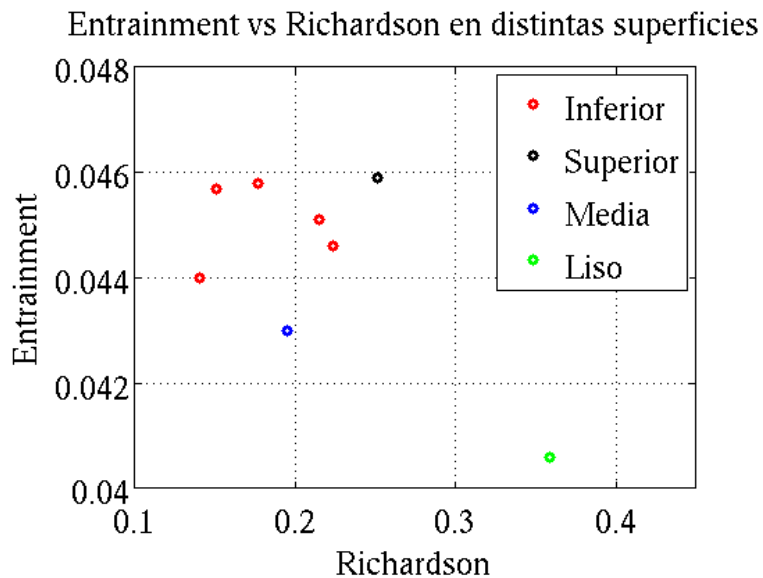


Figura 3.31: Gráfica que muestra los valores del coeficiente de *entrainment* y del número de Richardson para los 8 casos de corrientes de gravedad estudiadas. En rojo se observan los valores correspondientes a las 5 corrientes de gravedad estudiadas en la sección inferior del perfil sintético. En color negro se muestra el caso de la corriente en la sección intermedia, en azul los valores de la corriente de gravedad en la sección superior y finalmente en verde se observa el caso liso.

supercrítico en esa sección y el mayor de los valores registrados para este número adimensional. Posteriormente en la corriente de gravedad (con $g' = 0,14m/s^2$) estudiada en la sección inferior, el número de Froude decrece, alcanzando un valor que de nuevo es menor a 1. La dependencia del número de Froude con la g' deja ver que mientras mayor es esta gravedad

reducida, mayor puede ser el número de Froude, lo cual se deduce directamente de la ecuación para calcular este parámetro.

Los números de Reynolds de las corrientes de gravedad no fueron reportados en la tabla 3.1.9 debido a que todos ellos resultan $Re \sim 10^3$ o mayores, y ello es considerado suficiente para que la corriente de gravedad se encuentre en un régimen turbulento como las corrientes de gravedad atmosféricas.

3.2. Shadowgraph

Al utilizar una versión sencilla de la técnica de *shadowgraph* para visualizar las corrientes de gravedad, se obtuvieron imágenes y videos de las mismas que permitieron observar cualitativamente su comportamiento. Se lograron visualizar estructuras en la interfaz de la corriente de gravedad, que indican el mezclado y disipación de la misma en el fluido ambiente. En algunos casos fueron visibles ciertos vórtices producto de inestabilidades de Kelvin-Helmholtz, las cuales son capaces de propiciar *entrainment*. Para la corriente de gravedad descendiendo la sección superior del perfil sintético y con $g' = 0,14m/s^2$, la visualización mediante *shadowgraph* se observa en la imagen 3.34

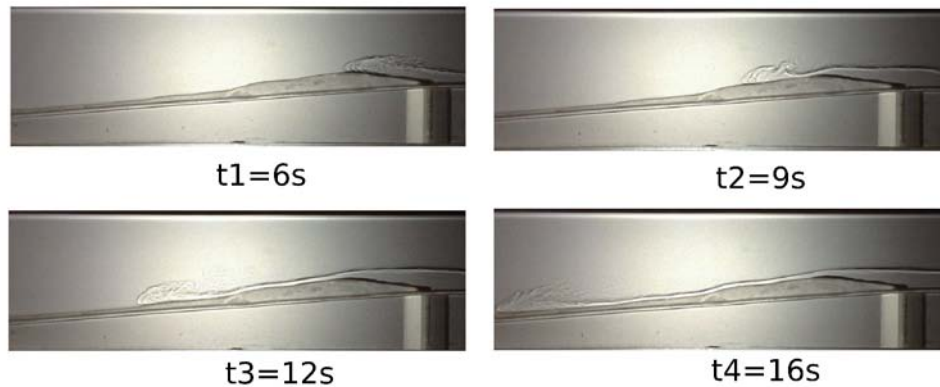


Figura 3.32: Visualización de corriente de gravedad mediante *shadowgraph*. Se utilizó en este caso una $g' = 0,14$ y la corriente se propagó en la sección superior del perfil topográfico sintético.

En la figura 3.32 se observa la corriente de gravedad con $g' = 0,14$ descendiendo la zona superior de la pendiente con rugosidad. Esta zona de la pendiente se caracteriza por tener una elevación que la corriente de gravedad tiene que superar para continuar su descenso. En este caso también se observan vórtices que probablemente sean por inestabilidades de Kelvin-Helmholtz en t_2 y posteriormente se muestran vórtices más difusos.

Como un experimento extra de visualización, se produjo una corriente de gravedad con tinta añadida para que resaltara a simple vista del fluido ambiente. Esta visualización sólo se hizo para en la sección superior del perfil sintético y con una $g' = 0,16$. Para mejorar la imagen y el contraste, se iluminó el tanque con leds de luz roja. En la figura 3.33 observamos que cuando la corriente de gravedad va a la mitad de la elevación, se desprende de ella un vórtice que tiene la forma característica de las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Además

es muy notorio que la altura de la corriente de gravedad varía conforme ésta avanza por las prominencias del perfil sintético; disminuyendo su anchura cuando se ve forzada a subir una elevación. Posteriormente observamos en la segunda imagen de la figura 3.33, que cuando la corriente ya está acabando de recorrer la primera elevación del perfil, su cabeza es mucho más ancha que el flujo justo detrás de ella y que se nota más difusión y no un vórtice muy definido como en la imagen anterior.

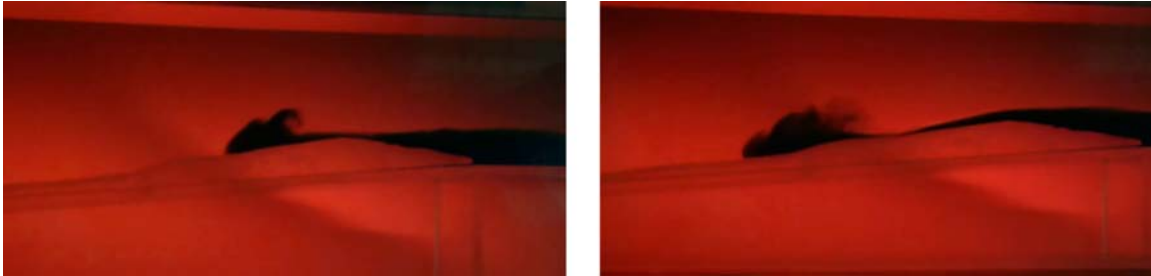


Figura 3.33: Visualización con tinta de corriente de gravedad con $g' = 0,16$ en la sección superior del perfil topográfico sintético. A la izquierda se observa la corriente de gravedad cuando apenas empieza a interactuar con la rugosidad y logra distinguirse un vórtice producto de una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. A la derecha la corriente de gravedad ya ha descendido una de las primeras elevaciones de la rugosidad y se observa mucho más difusa en la interfaz con el fluido ambiente.

Debido a que con el PIV se estudió más la sección inferior del perfil sintético, a continuación se presentan corrientes de gravedad visualizadas mediante *shadowgraph* en esa misma sección y variando también las gravedades reducidas. Primero se utilizó la g' típica en este trabajo, de $= 0,14$ y luego las gravedades reducidas menor y mayor utilizadas en el PIV: $g' = 0,08$ y $g' = 0,24$.

En la figura 3.34 observamos la corriente de gravedad visualizada mediante *shadowgraph* con la menor g' utilizada, que es $g' = 0,08m/s^2$; y evolucionando en el tiempo. Notamos que en el primer segundo, su cabeza se achata al encontrarse con una prominencia del perfil sintético. Posteriormente a los 3s la cabeza ha vuelto a tomar su forma más común como la de la figura 1.1. A los 5s el frente de la corriente ya descendió la prominencia y se observan vórtices desprendiéndose detrás de su cabeza y que también tienen formas que asemejan a los de las inestabilidades K-H. En los siguientes tiempos mostrados en la imagen3.34, observamos una corriente de gravedad más evolucionada con vórtices más difusos y cuya altura varía conforme ésta se desplaza en las elevaciones del perfil.

En la figura 3.35 observamos la corriente de gravedad con $g' = 0,14$ descendiendo la sección inferior del perfil sintético. Notamos que hay mayor contraste de luces y sombras que en la corriente de la figura 3.34, lo cual coincide con el hecho que que en este caso el contraste de densidades es mayor, lo que hace que el *shadowgraph* también muestre más contrastes de luces y sombras. En los 5, 6 y 7s se observan vórtices desprendiéndose de la corriente de gravedad pero un poco más difusos que en el caso anterior, lo que imposibilita distinguir si éstos son del tipo de las inestabilidades K-H. En tiempos posteriores (9 y 12s) se observa que la corriente ha avanzado más sobre el perfil sintético y su cabeza se desplaza en el final de él observándose una interfaz más difusa entre la corriente y el fluido ambiente.

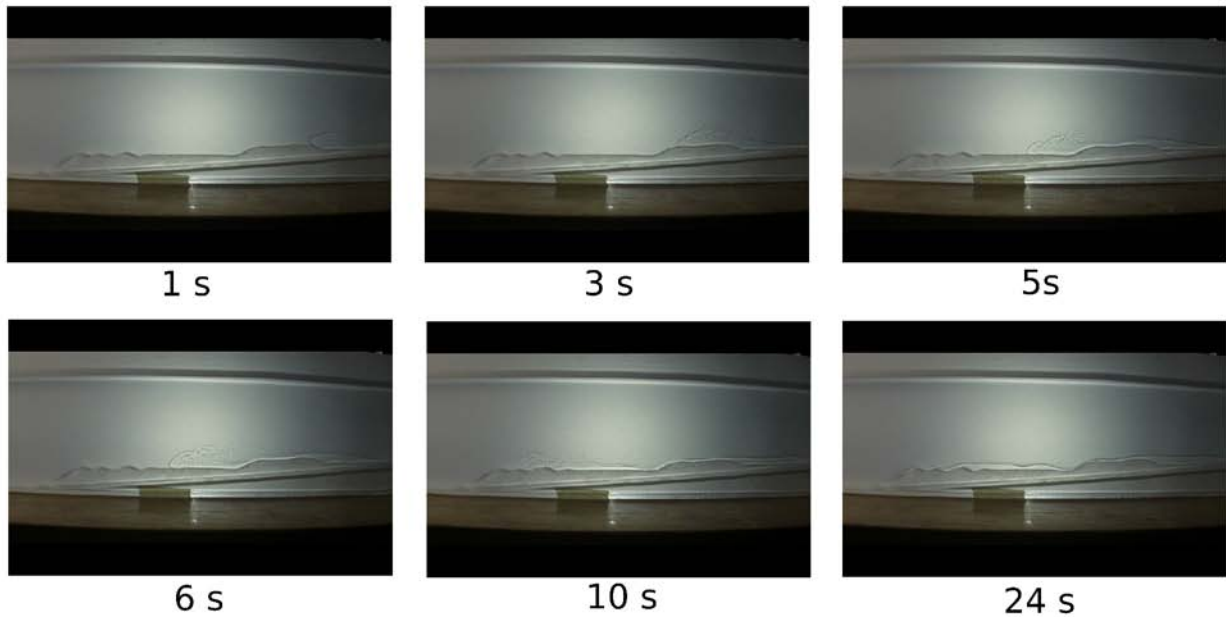


Figura 3.34: Secuencia de imágenes a diferentes tiempos, que muestra una visualización, mediante *shadowgraph*, de una corriente de gravedad con $g' = 0,08m/s^2$ que se desplaza en la parte inferior de la pendiente rugosa.

En la figura 3.36 se muestran las imágenes adquiridas mediante *shadowgraph* de la corriente de gravedad con $g' = 0,24m/s^2$. El contorno de la corriente se ve mejor que en los casos anteriores debido precisamente al mayor contraste de densidades. En los 6 y 7s observamos a la corriente pasando la primera prominencia de esta sección del perfil sintético y desprendiendo algunos vórtices; los cuales cada vez son más difusos conforme pasa el tiempo. Además de nuevo es evidente el cambio en altura de la corriente de gravedad conforme ésta se va desplazando sobre las irregularidades del perfil. En este caso se ha incluido también una imagen de cuando la corriente de gravedad ya desapareció completamente del dominio visualizado mediante *shadowgraph*; la imagen de los 24s. Ésta se incluyó debido a que en ella se observa, casi a la mitad de la imagen, una elevación de fluido más denso (parecido al de la corriente de gravedad). Esta parcela de fluido denso antes formó parte de la corriente de gravedad, pero no alcanzó a descender junto con ella, pues había quedado estancada detrás de una prominencia del perfil topográfico. Posteriormente más fluido denso lo alcanzó, haciendo posible que se desbordara sobrepasando la prominencia; al tiempo que se formó una corriente de gravedad secundaria.

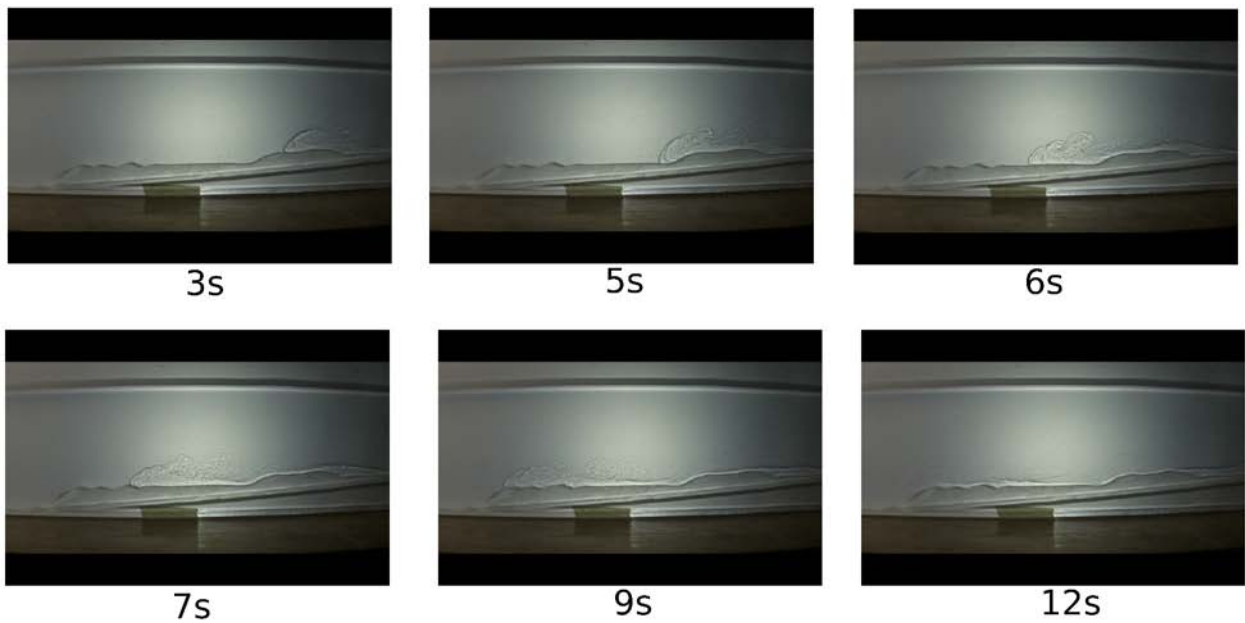


Figura 3.35: Secuencia de imágenes a diferentes tiempos, que muestra una visualización, mediante *shadowgraph*, de una corriente de gravedad con $g' = 0,14m/s^2$ desplazándose en la parte inferior de la pendiente rugosa.

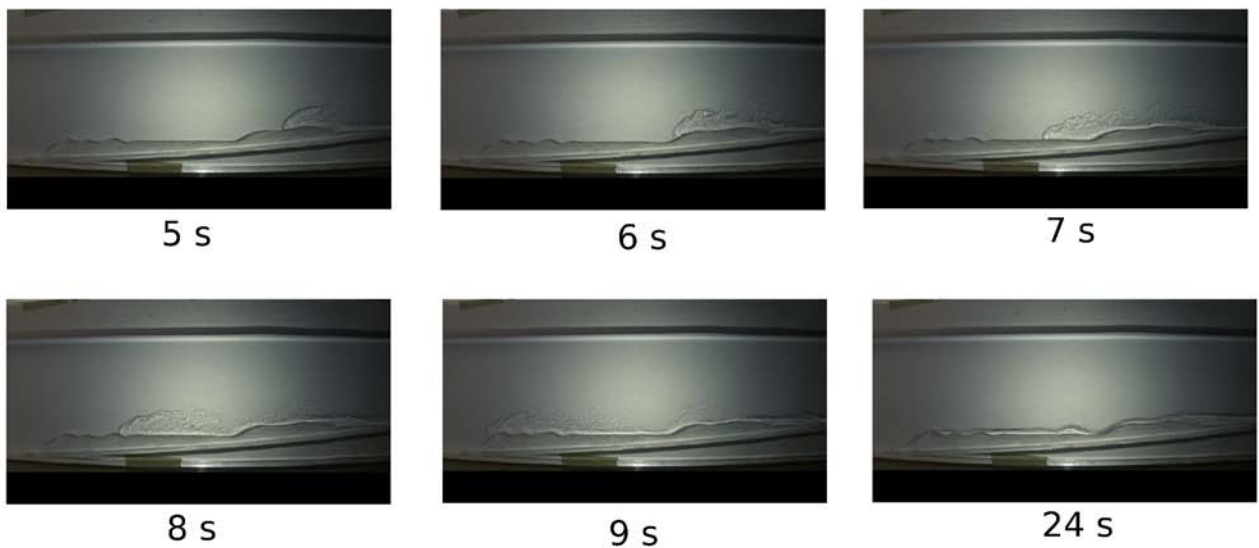


Figura 3.36: Secuencia de imágenes a diferentes tiempos, que muestra una visualización, mediante *shadowgraph*, de una corriente de gravedad con $g' = 0,24m/s^2$ desplazándose en la parte inferior de la pendiente rugosa.

Capítulo 4

Conclusiones

Se calcularon coeficientes de *entrainment* promedio para las corrientes de gravedad estudiadas en los 8 distintos casos y se encontró que hay una dependencia entre el valor de este coeficiente y la topografía sintética. Para la corriente desplazándose sobre la pendiente lisa se encontró un coeficiente de *entrainment* menor que los de todas las corrientes en las 3 secciones del perfil topográfico sintético ($E = 0,0406$). En cambio, en las corrientes del perfil topográfico con ondulaciones en su superficie, los coeficientes de *entrainment* fueron mayores (de hasta $E = 0,0459$). Los valores de *entrainment* más elevados correspondieron a las corrientes de gravedad desarrolladas en las secciones superior e inferior del perfil topográfico sintético, las cuales tienen muchas prominencias. La corriente en la sección intermedia del perfil sintético, que es la más lisa, presentó un *entrainment* menor que el de las otras dos zonas ($E = 0,043$).

Los experimentos correspondientes a la sección inferior del perfil topográfico sintético observan incrementos en las velocidades conforme aumenta la gravedad reducida, i.e., el contraste de densidades. En la atmósfera, el efecto de isla de calor urbana produce mayores temperaturas que a su vez ocasionan un mayor contraste de densidad entre las posibles corrientes de gravedad y el aire que las rodea. Este mayor contraste de densidad ocasiona que aumente g' , lo cual resulta en una intensificación en las corrientes de gravedad generadas por brisas de montaña.

Las series de tiempo de presión presentan fluctuaciones de alta frecuencia cuya aparición coincide con la llegada de la corriente de gravedad a cada una de las estaciones sintéticas del perfil topográfico. Este comportamiento de la presión, que depende de la presencia de corrientes de gravedad, puede ser muy útil para detectar este tipo de corrientes en las laderas de las montañas, ya que realizar mediciones de presión en superficie es relativamente sencillo. Además, se observó que las fluctuaciones de presión tienden a tener amplitudes mayores en las zonas donde hay cambios abruptos en el perfil topográfico sintético. Este hecho podría utilizarse para saber en dónde colocar estaciones de presión.

Los campos de vorticidad, obtenidos para las corrientes de gravedad en los 8 casos estudiados, muestran sus valores máximos en la interfaz entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente. Esto se debe a la cizalla producida en dicha interfaz, la cual puede producir inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Dichas inestabilidades son susceptibles a presentarse debido a que encontramos que en todas las corrientes estudiadas $Ri \leq 0,25$. Teóricamente una condición necesaria para que se generen inestabilidades del tipo K-H es que $Ri < 0,25$; sin embargo, algunos autores afirman que el flujo es susceptible a desestabilizarse incluso para

$0,25 < Ri < 1$ [18]. Experimentalmente es posible encontrar inestabilidades a números de Richardson un poco mayores a 0,25, por lo que en general las condiciones necesarias para que se desarrollen inestabilidades del tipo K-H se cumplen.

Los contornos de las perturbaciones de la velocidad vertical w' alcanzan sus mayores valores en la zona sobre la cabeza de la corriente de gravedad y un poco por detrás de ella. Estos valores máximos w' se observan junto con la corriente conforme ésta avanza sobre el perfil topográfico sintético. La localización de estos máximos comprueba que el intercambio turbulento en la interfaz entre la corriente de gravedad y el ambiente que la rodea se desarrolla prioritariamente en la zona del frente de la misma.

Con las técnicas de visualización se observaron vórtices en la interfaz entre la corriente de gravedad y el fluido ambiente, los cuales pueden ser inestabilidades de Kelvin Helmholtz. Además, con el *shadowgraph* se encontraron regiones de estancamiento a lo largo del perfil sintético, en los cuales se pueden generar desbordamientos posteriores al paso de la corriente de gravedad principal, generando corrientes de gravedad secundarias más débiles. La existencia de este tipo de desbordamientos ha sido señalada por otros autores [38].

Bibliografía

- [1] J. S. Turner T. H. Ellison. Turbulent entrainment in stratified flows. University of Manchester, 1959.
- [2] T. Brooke Benjamin. Gravity currents and related phenomena. *Journal of Fluid Mechanics*, 1968.
- [3] John E. Simpson. Gravity currents in the laboratory, atmosphere and ocean. *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, 1982.
- [4] Herbert E. Huppert y John E. Simpson. The slumping of gravity currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 1980.
- [5] *Gravity Currents: In the Environment and the Laboratory*. Cambridge University Press, 1987.
- [6] R. E. Britter y P. F. Linden. The motion of the front of a gravity current travelling down an incline. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006.
- [7] D. Dowling P. Kundu, I. Cohen. Fluid mechanics, 2012. Chapter 1.
- [8] P. Williamson C. Fleischmann. Salt water modeling of fire compartment gravity currents. 1994.
- [9] y S. E. Allen C. Reuten, D.G. Steyn. Upslope flows in atmosphere and water tank, part i: Scaling. *The Open Atmospheric Science Journal*, 1, 2010.
- [10] S. E. Allen y D. G. Steyn C. Reuten. Upslope flows in atmosphere and water tank, part ii: Fluid-dynamical smoothness as a possible cause for velocity similarity violation. *The Open Atmospheric Science Journal*, 2, 2010.
- [11] Marius Ungarish. On the front conditions for gravity currents in channels of general cross-section. *Environmental Fluid Mechanics*, 2016.
- [12] Marius Ungarish. *An introduction to gravity currents and intrusions*. Department of Computer Science, Technion, 2007.
- [13] Kerry Emanuel. Atmospheric convection, 1994.
- [14] Dale Durran. Downslope winds. *University of Washington*, 2002.

- [15] JCR Hunt, Y Feng, PF Linden, MD Greenslade, and SD Mobbs. Low-froude-number stable flows past mountains. *NUOVO CIMENTO-SOCIETA ITALIANA DI FISICA SEZIONE C*, 20:261–172, 1997.
- [16] P. F. Linden y Stuart B. Dalziel Andrew N. Ross. A study of three-dimensional gravity currents on a uniform slope. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002.
- [17] P. C. Manins y B. L. Sawford. A model of katabatic winds. *Journal of Atmospheric Sciences*, 1979.
- [18] H. J. S. Fernando M. Princevac, J.C.R. Hunt. Quasy-steady katabatic winds on slopes in wide valleys: Hydraulic theory and observations. *Journal of Atmospheric Sciences*, 65, 2007.
- [19] W. McCaffrey B. Kneller, S. Bennett. Velocity structure, turbulence and fluid stresses in experimental gravity currents. *Journal of Geophysical Research*, 104, 1999.
- [20] Benoit Cushman-Roisin. Environmental fluid mechanics, 2004.
- [21] J. Anderson M. Princevac E. Pardyjak S. Grossman-Clarke H. Fernando, S. Lee. Urban fluid mechanics: Air circulation and contaminant dispersion in cities. *Environmental Fluid Mechanics*, 2001.
- [22] C.D. Whiteman M. Princevac, H.J.S. Fernando. Turbulent entrainment into natural gravity-driven flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 2005.
- [23] Emmanuel Díaz-Nigenda, John Tatarko, Arón D Jazcilevich, Agustín R García, Ernesto Caetano, and L Gerardo Ruíz-Suárez. A modeling study of aeolian erosion enhanced by surface wind confluences over mexico city. *Aeolian Research*, 2(2), 2010.
- [24] E. Jáuregui E. Luna A. Jazcilevich, V.Fuentes. Simulated urban climate response to historical land use modification in the basin of mexico. *Climatic Change*, 2000.
- [25] L. G.Ruíz-Suárez A. Jazcilevich, A.R. García. A study of air flow patterns affecting pollutant concentrations in the central region of mexico. *Elsevier Science Ltd*, 2002.
- [26] E. Caetano A. Jazcilevich, A. R. García. Locally induced surface air confluence by complex terrain and its effects on air pollution in the valley of mexico. *Atmospheric Environment*, 2005.
- [27] E. Jauregui. Local wind and air pollution interaction in the mexico basin. *Atmósfera*, 1988.
- [28] B de Foy, A Clappier, LT Molina, and MJ Molina. Distinct wind convergence patterns in the mexico city basin due to the interaction of the gap winds with the synoptic flow. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 6(5), 2006.
- [29] R. Britter J.Simpson. The dynamics of the head of gravity currents advancing over a horizontal surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 1979.
- [30] D. G. Steyn. Scaling the vertical structure of sea breezes. *Kluwer Academic Publishers*, 1998.

- [31] David Whiteman. *Mountain Meteorology : Fundamentals and Applications*. Oxford University Press, E.U.A., 2000.
- [32] Paul Linden. Gravity currents: theory and laboratory experiments. *Cambridge University Press, Cambridge, UK*, pages 13–51, 2012.
- [33] S. Wereley J. Kompenhans M. Raffel, C. Willert. Particle image velocimetry: A practical guide, 2007.
- [34] John O Dabiri, Sanjeeb Bose, Brad J Gemmell, Sean P Colin, and John H Costello. An algorithm to estimate unsteady and quasi-steady pressure fields from velocity field measurements. *Journal of Experimental Biology*, pages jeb–092767, 2014.
- [35] C. Zistl, R. Hilbert, G. Janiga, and D. Thévenin. Increasing the efficiency of post-processing for turbulent reacting flows. *Comput. Vis. Sci*, 12(8):383–395, (2009).
- [36] Cun Biao Chen Guao Qian Lee Joseph Hun Wei Zhu, Jin Bo Lee. Piv observation of instantaneous velocity structure of lock release gravity currents in the slumping phase. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2006.
- [37] M. Rabinovich-Hadar P. Alpert. Pre- and post-sea breeze frontal lines-a meso γ - scale analysis over south israel. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 2003.
- [38] Charlie AR Hogg, Stuart B Dalziel, Herbert E Huppert, and Jörg Imberger. Inclined gravity currents filling basins: The influence of reynolds number on entrainment into gravity currents. *Physics of Fluids (1994-present)*, 27(9), 2015.
- [39] S. B. Dalziel J. Hacker, P. F. Linden. Mixing in lock-release gravity currents. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 1996.
- [40] JCR Hunt, Y Feng, PF Linden, MD Greenslade, and SD Mobbs. Low-froude-number stable flows past mountains. *NUOVO CIMENTO-SOCIETA ITALIANA DI FISICA SEZIONE C*, 20:261–172, 1997.
- [41] J. J. P. Kuenen y P. F. Linden H.B. Cheong. The front speed of intrusive gravity currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006.
- [42] J. E. Simpson H. E. Huppert. The slumping of gravity currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 1980.
- [43] G.E. Willis y J. W. Deardorff. A laboratory model of the unstable planetary boundary layer. *National Center for Atmospheric Research*, 1974.
- [44] Christian Reuten. *Scaling and Kinematics of Daytime Slope Flow Systems*. PhD thesis, University of British Columbia, 2006.
- [45] P.J. Pagni y R.B. Williamson C.M. Fleischmann. Salt water modeling of fire compartment gravity currents. *Proceedings of the fourth International Symposium*, 1994.
- [46] Mohring Mc Elroy et al Kyle, Straub. Interactions between turbidity currents and topography in aggrading sinuous submarine channels: A laboratory study. 2008.

- [47] Linden Thomas, Marino. Lock-released inertial gravity currents over a thick porous layer.
- [48] Humio Mitsudera and Peter G Baines. Downslope gravity currents in a continuously stratified environment: a model of the bass strait outflow. In *Proc. 11th Australasian Fluid Mechanics Conference, Hobart, Australia*, pages 1017–1020, 1992.
- [49] Christian Reuten. *Scaling of Upslope Flows*. PhD thesis, University of British Columbia, 2006.
- [50] Whiteman M. Princevac, H. J. S. Fernando. Turbulent entrainment into natural gravity current flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 533, 2005.