



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

CARACTERIZACIÓN  
DE RETARDADORES  
VARIABLES DE  
CRISTAL LÍQUIDO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A :

IVÁN MONTES GONZÁLEZ

TUTOR:

DR. NEIL CHARLES BRUCE DAVIDSON



FACULTAD DE CIENCIAS  
UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX

2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Hoja de Datos del Jurado

1. Alumno.

Montes González Iván.  
Universidad Nacional Autónoma de México.  
Facultad de Ciencias.  
Física.  
No. Cuenta. 307675778

2. Presidente.

Dr. José Ignacio Jiménez Mier y Terán.  
Instituto de Ciencias Nucleares.

3. Vocal.

Dr. Oscar Gabriel Rodríguez Herrera.  
Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico.

4. Secretario (Tutor).

Dr. Neil Charles Bruce Davidson.  
Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico.

5. Suplente.

Fís. Margarita Sánchez y Sánchez.  
Departamento de Física.

6. Suplente.

Dra. Karen Patricia Volke Sepúlveda.  
Departamento de Física Teórica, Instituto de Física.

7. Trabajo Escrito.

Caracterización de retardadores variables de cristal líquido.  
60 paginas.  
2016.

## **Agradecimientos**

A mis padres por ayudarme a cumplir este sueño de estudiar Física, y apoyarme a lo largo de mis estudios con su comprensión y esfuerzo. A mis abuelos y el resto de mi familia por su apoyo incondicional durante todo este tiempo. A mi novia por estar siempre a mi lado apoyándome y alentándome a seguir adelante.

Al Dr. Neil Bruce por su acertada orientación y ayuda que me brindo desde mi servicio social hasta la realización de esta tesis con sus consejos, experiencia y paciencia.

A mis sinodales gracias por el tiempo que me han dedicado al revisar este trabajo, y por sus valiosas aportaciones y comentarios.

Agradezco al Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico por el apoyo económico y las oportunidades recibidas.

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM dentro del proyecto IT100114 titulado microscopía de esparcimiento óptico polarizado. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida

## Resumen

En esta Tesis se presenta un estudio experimental para caracterizar retardadores variables de cristal líquido. La primera parte consistió en optimizar una fuente de luz adecuada para la experimentación, para esto se utilizó un diodo laser, del cual se realizaron mediciones de intensidad para ver su estabilidad. Se utilizó un divisor de haz para poder monitorear la intensidad del haz reflejado y la señal transmitida, con esto se logró disminuir los errores debidos a las variaciones de intensidad del láser. En la segunda parte se realizó la caracterización de un juego de 4 retardadores variables de cristal líquido, en la que se utilizaron dos técnicas diferentes para hacer mediciones de retardancia como función del voltaje aplicado y se compararon con los datos proporcionados por el fabricante. Por último, para verificar la certeza de esta caracterización se realizó un experimento que involucra la producción de estados de polarización específicos, un polarímetro de Mueller con los 4 retardadores, y se realizaron pruebas para medir la matriz de Mueller de un polarizador lineal. En la comparación de ambos métodos de caracterización, es notorio que uno, de los dos métodos, es en más sencillo, repetible y, por lo tanto, de mayor confiabilidad. Al medir la matriz de Mueller para el polarizador lineal se obtuvieron buenos resultados, sin embargo, hace falta una calibración para obtener mejores resultados.

## **Índice de contenido:**

1. Introducción.
  - 1.1 Justificación.
  - 1.2 Objetivos.
  - 1.3 Estructura.
2. Antecedentes.
  - 2.1 Polarización de la Luz.
  - 2.2 Retardadores Variables de Cristal líquido (RVCL).
  - 2.3 Parámetros de Stokes.
  - 2.4 Vector de Stokes.
  - 2.5 Matriz de Mueller.
    - 2.5.1 Determinación de la matriz de Mueller de un polarizador rotado.
  - 2.6 Medición de retardancia de los retardadores variables de cristal líquido.
    - 2.6.1 Método de Chenault y Chipman.
    - 2.6.2 Método Indirecto.
  - 2.7 Polarimetría de Mueller.
3. Caracterizaciones.
  - 3.1 Elementos.
  - 3.2 Caracterización de la fuente de luz.
    - 3.2.1 Diodo Laser.
    - 3.2.2 Divisor de haz.
    - 3.2.3 Resultados.
  - 3.3 Caracterización de la retardancia de retardadores variables de cristal líquido.
    - 3.3.1 Método de Chenault y Chipman.
      - 3.3.1.1 Procedimiento experimental.
      - 3.3.1.2 Resultados.
    - 3.3.2 Método Indirecto.
      - 3.3.2.1 Procedimiento Experimental.
      - 3.3.2.2 Resultados.
    - 3.3.3 Comparación de Resultados.
4. Polarímetro de Mueller.
  - 4.1 Procedimiento Experimental.
  - 4.2 Resultados.
5. Conclusiones.

# **Capítulo 1:** **Introducción.**

## **1.1 Justificación.**

Hoy en día el estudio de la polarización se ha estado utilizando en diversos campos y ha tomado fuerza debido a la gran cantidad de aplicaciones en las que se utiliza. Un ejemplo de estas aplicaciones esta en las pantallas de 3D en las cuales se proyectan dos imágenes con planos de polarización perpendiculares entre si, y se utilizan lentes con filtros polarizadores orientados de modo que cada ojo reciba solo una imagen. Otro ejemplo es en la medición del campo magnético del sol, que se puede obtener a partir del análisis de su polarización en determinadas componentes del espectro de luz [1]. Otra aplicación del estudio de la polarización es la creación de esparcímetros, actualmente en el CCADET se está construyendo un esparcímetro [2], y para poder describir totalmente el efecto del esparcimiento de la luz sobre el estado de polarización de la luz, se requiere la medición de la matriz de Mueller de la luz esparcida.

## **1.2 Objetivos.**

En esta tesis, como etapa final, se realizó un polarímetro de Mueller, con lo que puede ayudar en la medición de la matriz de Mueller para el esparcímetro que se está construyendo en el CCADET. Este experimento involucra la producción de estados de polarización específicos. Para lograr los diferentes estados de polarización se utilizaron 4 retardadores variables de cristal líquido, estos retardadores varían su retardancia dependiendo del voltaje que se les aplique. El uso de retardadores variables en polarímetros comenzó alrededor de 1976 [3,4], y la ventaja de usar estos retardadores variables es que no hay partes mecánicas que deben mover, y así ayudan a reducir los errores inducidos debido a las vibraciones. Además son de menor costo, menos peso, y requieren voltajes más pequeños que las celdas electro-ópticas, que es una de las técnicas alternativas usadas actualmente.

Para poder obtener buenos resultados en el polarímetro de Mueller, una de las partes más importantes es la caracterización de los retardadores variables,

verificando así que para cada voltaje aplicado se obtienen retardancias específicas. El objetivo principal de esta Tesis es caracterizar un juego de 4 retardadores variables de cristal líquido mediante dos métodos distintos y escoger el más adecuado, para posteriormente usar esta caracterización, en la realización del polarímetro de Mueller.

### **1.3 Estructura.**

El capítulo 1 es una introducción en la que se presenta la justificación del porque el tema de la tesis, las actividades a realizar, así como la estructura de esta tesis. En el capítulo 2 se explican los conceptos más importantes de la teoría, como lo son la polarización de la luz, que son los retardadores variables de cristal líquido, los vectores de Stokes y la matriz de Mueller. En este mismo capítulo se muestran los desarrollos teóricos de cada uno de los métodos utilizados en la caracterización. En el capítulo 3 están todos los desarrollos experimentales y resultados obtenidos para cada uno de los experimentos, empezando por la optimización del sistema de iluminación y detección. Después se muestran la caracterización hecha mediante el método de Chenault y Chipman, así como los resultados obtenidos mediante el método indirecto, por último se muestra una comparación entre ambos métodos de caracterización y los datos proporcionados por el fabricante, para cada uno de los retardadores. En el capítulo 4 se muestra el desarrollo experimental y los datos utilizados para la realización del polarímetro de Mueller. En este mismo capítulo se muestran los resultados de la medición de la matriz de Mueller para un polarizador lineal. Por último, en el capítulo 5, están las conclusiones.

# **Capítulo 2:** **Antecedentes.**

## **2.1 Polarización de la Luz.**

La luz es una onda electromagnética formada por un campo eléctrico y otro magnético que vibran perpendicularmente entre sí, y en un plano que a su vez es perpendicular a la dirección de propagación de la luz. El campo eléctrico que constituye la luz puede vibrar en diferentes direcciones, siempre perpendicular a la dirección de propagación de la luz. El comportamiento de la dirección de vibración se llama la polarización de la luz. Por ejemplo, el campo eléctrico puede mantenerse paralelo a sí mismo y se dice que la luz está linealmente polarizada y la dirección del vector campo eléctrico se llama dirección o plano de polarización.

Existen diferentes dispositivos capaces de alterar el estado de polarización de la luz, a estos dispositivos se les llama polarizadores o retardadores. Los polarizadores que producen luz linealmente polarizada son polarizadores lineales, y la dirección en la que polarizan la luz se llama eje o plano de transmisión, como se ilustra en la figura 2.1.

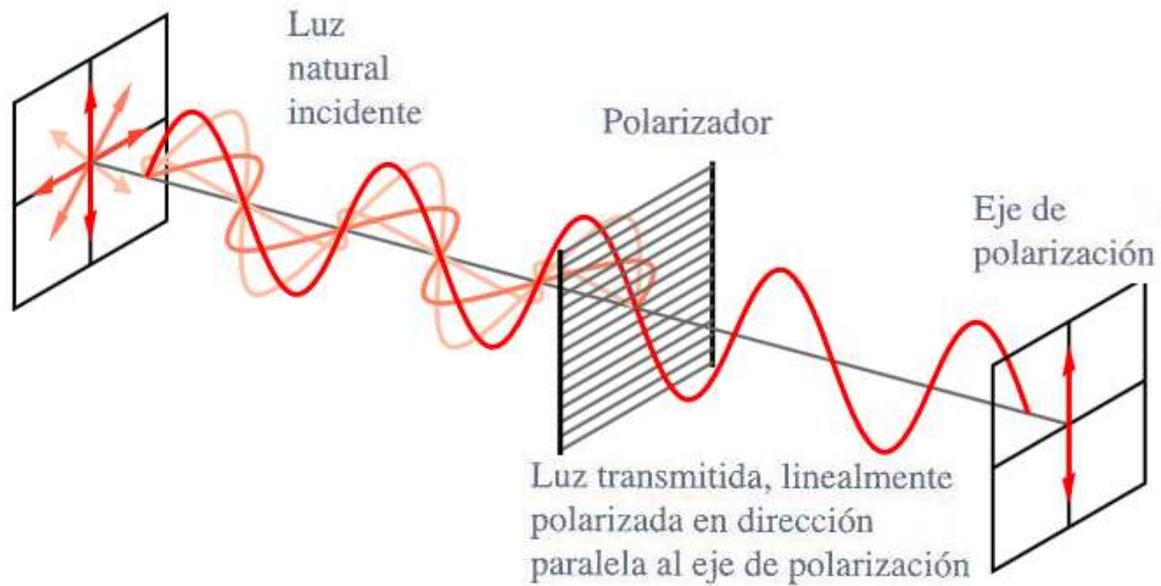


Figura 2.1 Efecto de un polarizador lineal sobre luz no polarizada.  
<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wire-grid-polarizer.svg>

Si la luz que incide sobre un polarizador lineal ideal está ya linealmente polarizada, podemos encontrar la intensidad de luz a la salida del polarizador mediante la Ley de Malus, la cual se expresa matemáticamente como:

$$I_{\alpha} = I_0 \cos^2(\alpha) \quad (2.1)$$

Donde  $I_{\alpha}$  es igual a la intensidad de luz a la salida,  $I_0$  la intensidad de luz incidente y  $\alpha$  el ángulo que forma el plano de polarización de la luz incidente con el plano de transmisión del polarizador.

## 2.2 Retardadores Variables de Cristal Líquido.

Las placas retardadoras también son un tipo de polarizador pero estas, introducen un desfase adicional fijo entre las componentes de la luz según dos direcciones características del dispositivo, llamadas respectivamente ejes rápido y lento. Modifican así el estado de polarización del haz emergente con respecto al incidente; esta modificación depende tanto del retardo introducido como de la orientación del retardador con respecto al estado de polarización del haz incidente. Para realizar su función el retardador retrasa una de las componentes del haz polarizado, cambiándole su fase, por lo cual, el haz resultante que emerge del

retardador tendrá una diferencia de fase entre sus componentes diferente a la del haz original incidente.

Recordemos que las diferentes formas de polarización, matemáticamente relacionadas en las funciones de onda, tienen relación con la amplitud de las ondas componentes y con la diferencia de fase  $\phi$ . De modo que si producimos un cambio en el valor  $\phi$ , mediante un retardador, a un haz de luz polarizada de una forma determinada, necesariamente obtendremos luz también polarizada pero con un modelo seccional diferente. Las combinaciones de diferentes fases nos permiten obtener, por ejemplo, luz circular o elíptica, derechas o izquierdas, como las mostradas en la figura 2.2, a partir de luz linealmente polarizada, o al contrario, a partir de luz circular o elíptica convertirla en luz linealmente polarizada.

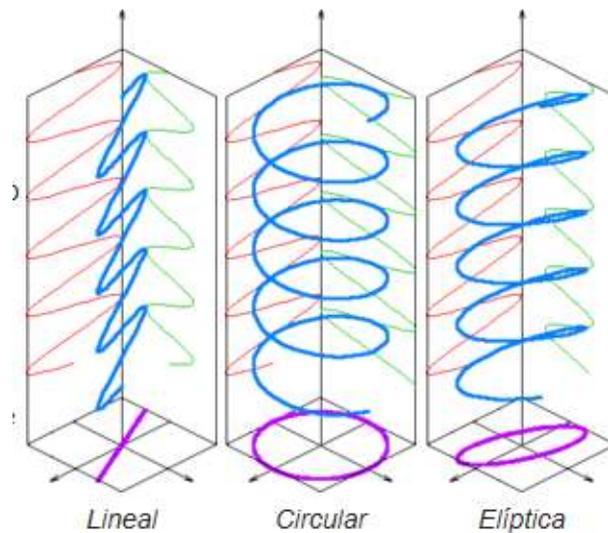


Fig 2.2 Distintos tipos de Polarizaciones.

<http://3.bp.blogspot.com/fU22eu1SYWs/UjU3xPsSoEI/AAAAAAAAE8U/AUpSgPLcP5E/s1600/polarizacionessatelitales.jpg>

Los retardadores variables de cristal líquido están fabricados con ventanas de sílice fundida separadas unas pocas micras, planas y pulidas con gran precisión, recubiertas de una capa de óxido de indio transparente. Después de la capa de óxido de indio se coloca una capa dieléctrica delgada para la alineación molecular del cristal líquido. La separación entre ventanas está rellena con una solución de moléculas de cristal líquido y funciona como una placa retardadora variable [5].

Las moléculas de cristal líquido nemático anisotrópico forman capas birrefringentes en la celda de cristal líquido. Una característica esencial de un material nemático es que, en promedio, las moléculas están alineadas con sus ejes largos paralelos, pero con sus centros aleatoriamente distribuidos. Sin voltaje

aplicado, las moléculas de cristal líquido se posicionan paralelas a las direcciones de las microranuras realizadas durante la fabricación de las celdas; en esta configuración se alcanza la retardancia máxima. Cuando se aplica un voltaje, el campo eléctrico resultante genera una torca sobre las moléculas de cristal líquido por lo que comienzan a girar y tienden a alinearse con la dirección del campo eléctrico, por lo que apuntan perpendicularmente a las ventanas de sílice fundido, estos dos estados opuestos se muestran en la figura 2.3. Cuando el voltaje aumenta, las puntas de las moléculas provocan una reducción en la birrefringencia efectiva y, por lo tanto, en la retardancia debido a que en esta orientación de las moléculas, o configuración, estas se perciben de manera más simétrica, siendo cada vez menos diferente la respuesta de los electrones al campo eléctrico de luz linealmente polarizada en diferentes direcciones. Por lo tanto, la diferencia de fase en un haz de luz puede ser controlada activamente mediante la variación del voltaje aplicado.

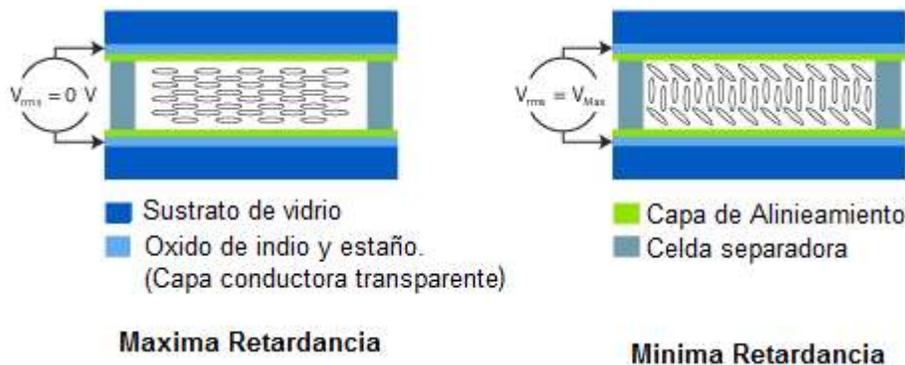


Fig 2.3 Composición de Retardadores Variables de Cristal Líquido.  
[http://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup\\_id=6339&pn=LCC1113-A](http://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=6339&pn=LCC1113-A)

### 2.3 Parámetros de Stokes.

Los parámetros de Stokes son cuatro elementos reales ( $S_0, S_1, S_2$  y  $S_3$ ) que nos dan una descripción completa de cualquier estado de polarización de la luz para un haz polarizado total o parcialmente, y a su vez puede ser monocromático o policromático. Además los cuatro parámetros son directamente medibles, por lo que son una herramienta para estudiar experimentalmente los estados de polarización de ondas viajeras en una amplia variedad de circunstancias.

La derivación de los parámetros de Stokes, que se muestra aquí, está basada principalmente en el capítulo 4 del libro de Goldstein [6]. Para derivar los parámetros de Stokes primero vamos a considerar un par de ondas planas ortogonales entre sí, situándonos en  $Z = 0$  se están desplazando en dirección  $+Z$ .

Las ondas pueden ser monocromáticas o policromáticas y se representan mediante su campo eléctrico con las siguientes ecuaciones:

$$E_x(t) = E_{0x}(t)\cos[\omega t + \delta_x(t)], \quad (2.2)$$

$$E_y(t) = E_{0y}(t)\cos[\omega t + \delta_y(t)], \quad (2.3)$$

donde  $E_{0x}(t)$  y  $E_{0y}(t)$  son las amplitudes instantáneas,  $\omega$  es la frecuencia angular instantánea, y  $\delta_x(t)$  y  $\delta_y(t)$  son los factores de fase instantáneos. En todo momento las amplitudes y factores de fase varían lentamente en comparación con las rápidas variaciones de los cosenos. Al eliminar el término  $\omega t$  entre las ecuaciones (2.2) y (2.3) se obtiene la elipse de polarización, la cual es en general válida para un instante de tiempo:

$$\frac{E_x^2(t)}{E_{0x}^2(t)} + \frac{E_y^2(t)}{E_{0y}^2(t)} - \frac{2E_x(t)E_y(t)}{E_{0x}(t)E_{0y}(t)}\cos\delta(t) = \text{sen}^2\delta(t), \quad (2.4)$$

donde  $\delta(t) = \delta_y(t) - \delta_x(t)$ .

Para ondas monocromáticas, las amplitudes y fases son constantes para todo tiempo, entonces la ecuación (2.4) se puede reducir a:

$$\frac{E_x^2(t)}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2(t)}{E_{0y}^2} - \frac{2E_x(t)E_y(t)}{E_{0x}E_{0y}}\cos\delta = \text{sen}^2\delta. \quad (2.5)$$

Mientras  $E_{0x}, E_{0y}$ , y  $\delta$  son constantes,  $E_x$  y  $E_y$  siguen siendo implícitamente dependientes del tiempo, como se ve en la ecuación (2.2) y (2.3). Para representar (2.5) en términos de las observables, hay que hacer un promedio de su valor durante el tiempo de observación. Debido a que este intervalo es muy largo en comparación con el tiempo de oscilación de la onda, podemos considerarlo como infinito. Sin embargo, por la periodicidad de  $E_x(t)$  y  $E_y(t)$ , el promedio de la ecuación anterior sobre todo el tiempo de medición es equivalente al promedio durante un único periodo de oscilación. El promedio temporal se representa mediante  $\langle \rangle$ , por lo que se reescribe la ecuación (2.5) como:

$$\frac{\langle E_x^2(t) \rangle}{E_{0x}^2} + \frac{\langle E_y^2(t) \rangle}{E_{0y}^2} - \frac{2\langle E_x(t)E_y(t) \rangle}{E_{0x}E_{0y}}\cos\delta = \text{sen}^2\delta, \quad (2.6)$$

donde,

$$\langle E_i(t)E_j(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E_i(t)E_j(t)dt. \quad (2.7)$$

Para este caso  $i, j = x, y$ . Multiplicando la ecuación (2.6) por  $4E^2_{0x}E^2_{0y}$ , se tiene que:

$$4E^2_{0y} \langle E^2_x(t) \rangle + 4E^2_{0x} \langle E^2_y(t) \rangle - 8E_{0x}E_{0y} \langle E_x(t)E_y(t) \rangle \cos\delta = (2E_{0x}E_{0y}\sin\delta)^2. \quad (2.8)$$

De las ecuaciones (2.2) y (2.3), usando (2.7) se obtienen los promedios temporales de (2.8) que son:

$$\langle E^2_x(t) \rangle = \frac{1}{2}E^2_{0x}, \quad (2.9)$$

$$\langle E^2_y(t) \rangle = \frac{1}{2}E^2_{0y}, \quad (2.10)$$

$$\langle E_x(t)E_y(t) \rangle = \frac{1}{2}E_{0x}E_{0y}\cos\delta, \quad (2.11)$$

Sustituyendo (2.9), (2.10) y (2.11) en la ecuación (2.8) lleva a:

$$2E^2_{0x}E^2_{0y} + 2E^2_{0x}E^2_{0y} - (2E_{0x}E_{0y}\cos\delta)^2 = (2E_{0x}E_{0y}\sin\delta)^2. \quad (2.12)$$

Dado que se desea expresar el resultado final en términos de la intensidad, esto sugiere que se sume y reste la cantidad  $E^4_{0x} + E^4_{0y}$  a la parte izquierda de la ecuación (2.12). Haciendo esto se obtiene un trinomio cuadrado perfecto y agrupando términos, se llega a la siguiente ecuación:

$$(E^2_{0x} + E^2_{0y})^2 - (E^2_{0x} - E^2_{0y})^2 - (2E_{0x}E_{0y}\cos\delta)^2 = (2E_{0x}E_{0y}\sin\delta)^2. \quad (2.13)$$

Las cantidades dentro de los paréntesis se reescriben como:

$$S_0 = E^2_{0x} + E^2_{0y}, \quad (2.14)$$

$$S_1 = E^2_{0x} - E^2_{0y}, \quad (2.15)$$

$$S_2 = 2E_{0x}E_{0y}\cos\delta, \quad (2.16)$$

$$S_3 = 2E_{0x}E_{0y}\sin\delta. \quad (2.17)$$

Ahora la ecuación (2.13) se reescribe como:

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2. \quad (2.18)$$

Los cuatro valores de  $S_i$  son los parámetros de polarización de Stokes. Estos son cantidades reales y observables de la elipse de polarización. El primer parámetro  $S_0$  es la intensidad total de la onda. El parámetro  $S_1$  representa la polarización

lineal, dependiendo del signo indica si es vertical u horizontal ( $0^\circ$  o  $90^\circ$ ). El parámetro  $S_2$  describe la cantidad de polarización lineal, dependiendo del signo indica si es a  $45^\circ$  o  $135^\circ$ , y el parámetro  $S_3$  describe la cantidad de polarización circular derecha o izquierda contenida en el haz de luz.

Si ahora se tiene luz parcialmente polarizada, entonces vemos que los parámetros de Stokes siguen siendo válidos para intervalos de tiempo muy pequeños, debido a que sus amplitudes y fases varían lentamente. Usando la desigualdad de Schwarz, se puede mostrar que cualquier estado de polarización satisface la siguiente relación:

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2. \quad (2.19)$$

El signo de igualdad aplica cuando se tiene luz completamente polarizada y el signo de desigualdad, cuando se tiene luz parcialmente polarizada o luz no polarizada.

#### 2.4 Vector de Stokes.

El vector de Stokes es una matriz columna compuesta por los cuatro parámetros de Stokes ( $S_0, S_1, S_2$  y  $S_3$ ). Matemáticamente no es un vector pero por costumbre así se le llama. Los cuatro parámetros se colocan de la siguiente manera:

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

En el caso de luz natural o luz no polarizada, las medias son cero excepto para  $S_0$ , y su vector de Stokes correspondiente es:

$$S_N = \begin{pmatrix} I_N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

El principio de equivalencia óptica para estados de polarización, dice que: "Por medio de un experimento físico es imposible distinguir entre varios estados de polarización de la luz, que son las sumas incoherentes de diferentes estados puros, y que tienen asociado el mismo vector de Stokes" [7]. Tomando en cuenta este principio, un haz de luz parcialmente polarizada puede considerarse como la superposición incoherentes de dos haces, uno de los cuales es de luz totalmente

polarizada, y el otro de luz no polarizada. Matemáticamente se puede expresar de la siguiente manera:

$$S = S_p + S_N, \quad (2.22)$$

donde,

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}, S_p = \begin{pmatrix} I_p \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}, S_N = \begin{pmatrix} I_N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

con,

$$I_p = (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}, I_N = S_0 - I_p. \quad (2.23)$$

De esta forma se define el grado de polarización de un haz de luz, de vector de Stokes  $S$ , como:

$$P = \frac{I_p}{S_0}. \quad (2.24)$$

Para luz polarizada elípticamente se tiene la siguiente ecuación, que se conoce como el vector de Stokes para una onda plana.

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ 2E_{0x}E_{0y}\cos\delta \\ 2E_{0x}E_{0y}\sin\delta \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

A continuación se presentan algunos ejemplos de los vectores de Stokes para diferentes estados degenerados de polarización [8].

**Polarización lineal horizontal:**

Para este caso se toma  $E_{0y} = 0$ , en la ecuación (2.25) y queda:

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

donde  $I_0 = E_{0x}^2$  es la intensidad total.

Polarización lineal vertical:

Para este caso  $E_{0x} = 0$ , y se obtiene

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

donde  $I_0$  es la intensidad total.

Polarización lineal a  $+45^\circ$

En este caso se tiene  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  y  $\delta = 0$ , con lo que se obtiene

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

donde  $I_0 = 2E_0^2$ .

Polarización lineal a  $-45^\circ$

En este caso también se tiene que  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  pero  $\delta = 180^\circ$ , con lo que se obtiene

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

y nuevamente  $I_0 = 2E_0^2$ .

Polarización Circular derecha.

En este caso se tiene que  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  y  $\delta = 90^\circ$ , con lo que se obtiene

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.30)$$

donde  $I_0 = 2E_0^2$ .

Polarización Circular izquierda.

En este caso se tiene que  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$  y  $\delta = -90^\circ$ , con lo que se obtiene

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad (2.30)$$

donde  $I_0 = 2E_0^2$ .

## 2.5 Matriz de Mueller.

La matriz de Mueller ayuda en el estudio de la interacción de la luz con elementos que pueden cambiar su estado de polarización. Esta matriz es capaz de representar a un medio y que transforma un vector de Stokes incidente  $S$ , con parámetros  $S_i$  con  $i = 0, 1, 2, 3$ , en un vector de salida  $S'$  con parámetros de Stokes  $S'_i$  con  $i = 0, 1, 2, 3$ . El vector  $S'$  contendrá la información sobre el estado de polarización de la luz que sale de dicho medio. Matemáticamente se tiene:

$$S' = MS, \quad (2.31)$$

donde  $M$  es la matriz de Mueller de un elemento óptico.

Ahora, si se asume que  $S'_i$  puede ser expresado como una combinación lineal de los cuatro parámetros de Stokes del haz incidente, queda:

$$S'_0 = m_{00}S_0 + m_{01}S_1 + m_{02}S_2 + m_{03}S_3, \quad (2.32)$$

$$S'_1 = m_{10}S_0 + m_{11}S_1 + m_{12}S_2 + m_{13}S_3, \quad (2.33)$$

$$S'_2 = m_{20}S_0 + m_{21}S_1 + m_{22}S_2 + m_{23}S_3, \quad (2.34)$$

$$S'_3 = m_{30}S_0 + m_{31}S_1 + m_{32}S_2 + m_{33}S_3. \quad (2.35)$$

Esto mismo escrito en forma matricial queda como:

$$\begin{pmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

La matriz  $M$  es una matriz de 16 elementos, todos valores reales y por lo tanto medibles. Esto hace esta matriz especial para caracterizar elementos manipuladores de la polarización. Además es capaz de representar diatenuacion y retardancia, cualquiera de ellas en su correspondiente estado del vector de Stokes.

### 2.5.1 Determinación de la matriz de Mueller de un polarizador rotado.

Un polarizador es un elemento óptico que atenúa las componentes ortogonales de un haz de luz desigualmente, se designan los dos ejes de transmisión ortogonales como  $p_x$  y  $p_y$ . Si las componentes ortogonales del haz incidente son atenuadas igualmente, entonces el polarizador se convierte en un filtro de densidad neutra.

Las componentes del haz incidente son representadas por  $E_x$  y  $E_y$ . Después de que el haz emerge del polarizador las componentes son  $E'_x$  y  $E'_y$ , y son paralelas a los ejes originales. Estos campos están relacionados mediante las siguientes ecuaciones:

$$E'_x = p_x E_x, \quad 0 \leq p_x \leq 1, \quad (2.37)$$

$$E'_y = p_y E_y, \quad 0 \leq p_y \leq 1. \quad (2.38)$$

Los factores  $p_x$  y  $p_y$  son los coeficientes de atenuación de la amplitud a lo largo de los ejes de transmisión ortogonales. Para una transmisión perfecta a lo largo de un eje ortogonal  $p_x(p_y) = 1$ , mientras que para atenuación completa se tiene  $p_x(p_y) = 0$ .

Los parámetros de polarización de Stokes del haz incidente son,

$$S_0 = E_x E_x^* + E_y E_y^*, \quad (2.39)$$

$$S_1 = E_x E_x^* - E_y E_y^*, \quad (2.40)$$

$$S_2 = E_x E_y^* + E_y E_x^*, \quad (2.41)$$

$$S_3 = i(E_x E_y^* - E_y E_x^*). \quad (2.42)$$

Y para el haz emergente son,

$$S'_0 = E'_x E'^*_x + E'_y E'^*_y, \quad (2.43)$$

$$S'_1 = E'_x E'^*_x - E'_y E'^*_y, \quad (2.44)$$

$$S'_2 = E'_x E'^*_y + E'_y E'^*_x, \quad (2.45)$$

$$S'_3 = i(E'_x E'^*_y - E'_y E'^*_x). \quad (2.46)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.37) y (2.38) en (2.43-2.46) y usando (2.39-2.42), se obtiene:

$$\begin{pmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} p_x^2 + p_y^2 & p_x^2 - p_y^2 & 0 & 0 \\ p_x^2 - p_y^2 & p_x^2 + p_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2p_x p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_x p_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

La matriz del centro es la matriz de Mueller para un polarizador con coeficientes de atenuación de amplitud  $p_x$  y  $p_y$ . La reescribimos por si sola como,

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} p_x^2 + p_y^2 & p_x^2 - p_y^2 & 0 & 0 \\ p_x^2 - p_y^2 & p_x^2 + p_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2p_x p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_x p_y \end{pmatrix} ; \quad 0 \leq p_{x,y} \leq 1. \quad (2.48)$$

Para el caso particular de un filtro de densidad neutra se tiene  $p_x = p_y = p$ , por lo que la ecuación (2.48) se convierte en,

$$M = p^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.49)$$

Esta matriz muestra que el estado de polarización no es cambiado por un filtro de densidad neutra, pero la intensidad del haz incidente es reducida por un factor de  $p^2$ . De acuerdo a la ecuación (2.49) la intensidad emergente es,

$$I' = p^2 I, \quad (2.50)$$

donde  $I$  es la intensidad del haz incidente.

Es conveniente reescribir la matriz de Mueller para un polarizador lineal, ecuación (2.48), en términos de funciones trigonométricas. Esto se realiza tomando que,

$$p_x^2 + p_y^2 = p^2, \quad (2.51)$$

y

$$p_x = p \cos \gamma, \quad p_y = p \sin \gamma. \quad (2.52)$$

Sustituyendo las últimas dos ecuaciones en (2.48), se obtiene finalmente

$$M = \frac{p^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\gamma & 0 & 0 \\ \cos 2\gamma & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin 2\gamma \end{pmatrix}, \quad (2.53)$$

donde  $0 \leq \gamma \leq 90^\circ$ , para un filtro de densidad neutra se tiene  $\gamma = 45^\circ$ , para un polarizador lineal horizontal  $\gamma = 0$ , y para un polarizador lineal vertical se tiene  $\gamma = 90^\circ$ .

Otra forma en la que un polarizador cambia el estado de polarización de un campo óptico es rotando las componentes ortogonales del campo,  $E_x(z, t)$  y  $E_y(z, t)$ , a un

ángulo  $\theta$ . El ángulo  $\theta$  describe la rotación de  $E'_x$  respecto a  $E_x$  y de  $E'_y$  respecto a  $E_y$ , el ángulo  $\beta$  es el ángulo entre  $E$  y  $E_x$ . Para derivar la matriz de Mueller vamos a tomar el siguiente sistema,

$$E'_x = E \cos(\beta - \theta), \quad (2.54)$$

$$E'_y = E \sin(\beta - \theta). \quad (2.55)$$

En el sistema coordenado  $E_x, E_y$  se tiene

$$E_x = E \cos\beta, \quad (2.56)$$

$$E_y = E \sin\beta. \quad (2.57)$$

Expandiendo las funciones trigonométricas en (2.54) y (2.55) se obtiene

$$E'_x = E(\cos\beta\cos\theta + \sin\beta\sin\theta), \quad (2.58)$$

$$E'_y = E(\sin\beta\cos\theta - \cos\beta\sin\theta). \quad (2.59)$$

Agrupando términos en (2.58) y (2.59) y usando el sistema coordenado  $E_x, E_y$  se llega a:

$$E'_x = E_x \cos\theta + E_y \sin\theta, \quad (2.60)$$

$$E'_y = -E_x \sin\theta + E_y \cos\theta. \quad (2.61)$$

Estas dos ecuaciones son las ecuaciones de amplitud para una rotación. A partir de estas ecuaciones se encuentra la matriz de Mueller para una rotación de  $\theta$ , Los parámetros de polarización de Stokes del haz incidente son los mencionados ya anteriormente en las ecuaciones (2.39-2.42), y sustituyendo las ecuaciones (2.60) y (2.61) en los parámetros de Stokes del haz emergente (2.44-2.46) obtenemos:

$$S'_0 = E'_x E'^*_x + E'_y E'^*_y = E_x^2 + E_y^2, \quad (2.62)$$

$$S'_1 = E'_x E'^*_x - E'_y E'^*_y = E_x^2 \cos(2\theta) + 2E_x E_y \sin(2\theta) - E_y^2 \cos(2\theta), \quad (2.63)$$

$$S'_2 = E'_x E'^*_y + E'_y E'^*_x = E_x^2 (-\sin(2\theta)) + 2E_x E_y \cos(2\theta) + E_y^2 \sin(2\theta), \quad (2.64)$$

$$S'_3 = i(E'_x E'^*_y - E'_y E'^*_x) = 0. \quad (2.65)$$

Utilizando las ecuaciones (2.62-2.65) y (2.39-2.42), se obtiene:

$$\begin{pmatrix} S_0' \\ S_1' \\ S_2' \\ S_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}. \quad (2.66)$$

La matriz del centro es la matriz de Mueller para una rotación de  $\theta$ , la reescribimos por si sola como,

$$M(2\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.67)$$

En la derivación de la matriz de Mueller de un polarizador y la de una rotación, se asumió que los ejes de estos de estos elementos estaban alineados con los ejes  $E_x$  y  $E_y$ . Sin embargo para nuestro propósito están rotados respecto a estos ejes. En consecuencia, necesitamos conocer la forma de la matriz de Mueller para un polarizador cuando esta rotado. Se consideran los ejes del polarizador con una rotación a un ángulo  $\theta$  hasta los ejes  $x'$  y  $y'$ . En términos del vector de Stokes del haz incidente  $S$ , se tiene que

$$S' = M_R(2\theta)S, \quad (2.68)$$

donde  $M_R(2\theta)$  es la matriz de Mueller de una rotación, o ecuación (2.67), y  $S'$  es el vector de Stokes del haz cuyos ejes están a lo largo de  $x'$  y  $y'$ .

El haz  $S'$  ahora interactúa con el polarizador caracterizado por su matriz de Mueller  $M$ . El vector de Stokes  $S''$  del haz emergente del polarizador rotado es

$$S'' = MS' = MM_R(2\theta)S. \quad (2.69)$$

Finalmente, se toman los componentes del haz emergente a lo largo de los ejes  $x$  y  $y$ . Esto puede ser descrito por una rotación en contra de las manecillas del reloj de  $S''$  en un ángulo  $-\theta$ . Entonces

$$S''' = M_R(-2\theta)S'' = [M_R(-2\theta)MM_R(2\theta)]S, \quad (2.70)$$

donde  $S'''$  es el vector de Stokes del haz emergente. La ecuación anterior se puede escribir también de la siguiente manera

$$S''' = M(2\theta)S, \quad (2.71)$$

donde

$$M(2\theta) = M_R(-2\theta)MM_R(2\theta). \quad (2.72)$$

Esta ecuación es la matriz de Mueller de un elemento polarizador rotado. La manera más conveniente de usar la matriz de Mueller de un polarizador rotado es en su forma angular, esto es

$$M = \frac{p^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\gamma & 0 & 0 \\ \cos 2\gamma & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin 2\gamma \end{pmatrix}. \quad (2.53)$$

Se hace la multiplicación de acuerdo a la ecuación (2.72) y utilizando  $M_R(2\theta)$  de la ecuación (2.67), se obtiene la matriz de Mueller para un polarizador rotado.

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\gamma \cos 2\theta & \cos 2\gamma \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\gamma \cos 2\theta & \cos^2 2\theta + \sin 2\gamma \sin^2 2\theta & (1 - \sin 2\gamma) \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \cos 2\gamma \sin 2\theta & (1 - \sin 2\gamma) \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta + \sin 2\gamma \cos^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin 2\gamma \end{pmatrix} \quad (2.73)$$

En la ecuación (2.73) se tomó  $p^2$  como unidad.

La forma más común de la ecuación anterior, es la matriz de Mueller para un polarizador lineal, esto es  $\gamma=0$ , por lo que la ecuación (2.73) reduce a

$$M_p(2\theta) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.74)$$

Finalmente la ecuación (2.74) es la Matriz de Mueller para un polarizador lineal rotado.

A continuación se presentan ejemplos de la matriz de Mueller para algunos elementos polarizadores comunes [6]:

Vacio.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.75)$$

Polarizador Lineal Horizontal

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.76)$$

Polarizador Lineal Vertical

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.77)$$

Polarizador Lineal a  $+45^\circ$

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.78)$$

Polarizador Lineal a  $-45^\circ$

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.79)$$

Retardador  $\lambda/4$  horizontal

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.80)$$

Retardador  $\lambda/4$  a  $45^\circ$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.81)$$

Retardador  $\lambda/2$  horizontal

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.80)$$

Retardador  $\lambda/2$  a  $45^\circ$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.81)$$

## 2.6 Medición de retardancia de los retardadores variables de cristal líquido.

Cuando se utilizan estos retardadores es importante caracterizar su relación de retardancia contra el voltaje aplicado para verificar la caracterización hecha por el proveedor y así poder producir estados de polarización de manera muy precisa. Una calibración de precisión de elementos polarizadores cada vez es más importante, debido a que los sistemas ópticos requieren mayor precisión y un mejor control sobre la polarización [9,10], es por esto que se presenta la caracterización de los retardadores variables de cristal líquido.

La relación de voltaje aplicado contra la retardancia, en los retardadores variables, es una relación no lineal, y no hay una teoría para explicarlo, así que se debe usar la caracterización junto con un segundo experimento que involucre la producción de estados de polarización específicos para verificar la certeza de esta caracterización. A continuación se presentan dos modelos distintos para medir esta relación de voltaje aplicado-retardancia [11,12].

## 2.6.1 Metodo de Chenault y Chipman

El cálculo de Mueller [13] es usado para relacionar la diatenuacion lineal y la retardancia, de una muestra, con la intensidad detectada. La diatenuacion y la retardancia son derivadas en términos de los coeficientes de las series de Fourier que describen la modulación de intensidad del polarímetro. Los espectros de diatenuacion y retardancia de la muestra son obtenidos calculando los coeficientes de las series de Fourier para un número de longitudes de onda, si es necesario, y repitiendo el cálculo para diatenuacion y retardancia con cada uno de estos coeficientes que dependen de la longitud de onda.

Se considera una muestra con transmitancias de intensidad principal  $k_1$  y  $k_2$  y retardancia  $\delta = |\delta_1 - \delta_2|$ . Sus ejes de diatenuacion y retardancia coinciden y están alineados con los ejes  $x$  y  $y$ . Esta muestra puede ser representada por la matriz de Mueller  $M_m$  mostrada a continuación:

$$M_m = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & k_1 - k_2 & 0 & 0 \\ k_1 - k_2 & k_1 + k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{k_1 k_2} \cos \delta & 2\sqrt{k_1 k_2} \sin \delta \\ 0 & 0 & -2\sqrt{k_1 k_2} \sin \delta & 2\sqrt{k_1 k_2} \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (2.82)$$

Ahora tomando la diatenuacion lineal y la transmisión promedio como se muestran en la ecuación (2.83),

$$D = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}, \quad t_m = \frac{1}{2}(k_1 + k_2), \quad (2.83)$$

donde el eje de la transmitancia principal  $k_1$  esta alineado con el eje  $x$  [14], y sustituyendo estos valores en la ecuación (2.82), se puede expresar la matriz ( $M_m$ ) de la siguiente manera en términos de su diatenuacion y retardancia,

$$M_m = t_m \begin{pmatrix} 1 & D & 0 & 0 \\ D & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1 - D^2} \cos \delta & \sqrt{1 - D^2} \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sqrt{1 - D^2} \sin \delta & \sqrt{1 - D^2} \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (2.84)$$

Esta muestra es colocada entre dos polarizadores lineales con sus ejes de transmisión paralelos, como se muestra en la figura 3.11. Se asume que los polarizadores lineales tienen diatenuacion  $D_p$ . La matriz de Mueller del sistema

( $M_{sis}$ ) para el polarímetro con una muestra con un ángulo  $\theta$  entre los polarizadores paralelos es:

$$\begin{aligned}
M_{sis} &= M_{p2}(D_2)M(-2\theta)M_mM(2\theta)M_{p1}(D_1) \\
&= A_2 \begin{pmatrix} 1 & D_2 & 0 & 0 \\ D_2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-D_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{1-D_2^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} A_m \begin{pmatrix} 1 & D & 0 & 0 \\ D & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-D^2} \cos \delta & \sqrt{1-D^2} \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sqrt{1-D^2} \sin \delta & \sqrt{1-D^2} \cos \delta \end{pmatrix} \\
&\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} A_1 \begin{pmatrix} 1 & D_1 & 0 & 0 \\ D_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-D_1^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{1-D_1^2} \end{pmatrix}, \tag{2.85}
\end{aligned}$$

donde  $M_{pi}$  representa el i-esimo polarizador lineal horizontal con diatenuacion  $D_i$  y transmisión promedio  $A_i = \frac{1}{2}(k_{i,1} + k_{i,2})$ ,  $M(2\theta)$  es la matriz para un cambio rotacional de base en el cálculo de Mueller [13].

El Vector de Stokes  $S'$  de la luz transmitida por el polarímetro e incidente en el detector está dado por

$$S' = M_{sis}S_{inc}. \tag{2.86}$$

La intensidad transmitida está dada por el primer elemento del vector de Stokes transmitido. Para una longitud de onda, la intensidad de transmitida  $I$ , como función de la orientación de la muestra, tiene la forma

$$\begin{aligned}
I(\theta) &= t \left[ 1 + \frac{1}{2}D_1D_2(1 + \sqrt{1-D^2} \cos \delta) + D(D_1 + D_2) \cos 2\theta + \frac{1}{2}D_1D_2(1 - \sqrt{1-D^2} \cos \delta) \cos 4\theta \right] \\
&= t(a_0 + a_2 \cos 2(\theta + \Delta\theta_2) + a_4 \cos 4(\theta + \Delta\theta_4)), \tag{2.87}
\end{aligned}$$

donde  $t$  es un factor de normalización que incluye la radiación de la fuente, la respuesta del detector y la transmisión promedio del polarímetro. Esta ecuación es una serie de Fourier en  $\theta$  con coeficientes  $a_0, a_2$  y  $a_4$ . En la ecuación (2.87) los componentes con subíndice impar de la serie de Fourier deben ser igual a cero. Sin embargo, en la literatura [12] se ha mostrado que si las ventanas de la celda de cristales líquidos no son perfectamente paralelas, aparece el término que es el efecto conocido en inglés como "beam wander". En nuestros resultados experimentales encontramos que el término  $a_1$  si estaba presente y lo incluimos en el ajuste a los datos experimentales para obtener resultados más precisos. También incluimos los desfases entre los diferentes términos en la serie de

Fourier que dan información sobre las posiciones de los ejes de retardancia, diatenuación y transmitancia. La ecuación utilizada para el ajuste es, entonces:

$$I(\theta) = t \left[ 1 + \frac{1}{2} D_1 D_2 (1 + \sqrt{1 - D^2} \cos \delta) + D(D_1 + D_2) \cos 2\theta + \frac{1}{2} D_1 D_2 (1 - \sqrt{1 - D^2} \cos \delta) \cos 4\theta \right] = t(a_0 + a_1 \cos(\theta + \Delta\theta_1) + a_2 \cos 2(\theta + \Delta\theta_2) + a_4 \cos 4(\theta + \Delta\theta_4)). \quad (2.88)$$

Finalmente, la retardancia y la diatenuación expresada en términos de los coeficientes de Fourier son:

$$\delta = \cos^{-1} \left( \frac{a_0 - a_4 \left(1 + \frac{2}{D_1 D_2}\right)}{[(a_0 + a_4)^2 - a_2^2 \left(\frac{1 + D_1 D_2}{D_1 + D_2}\right)^2]^{1/2}} \right), \quad (2.89)$$

$$D = \frac{a_2}{a_0 + a_4} \left( \frac{1 + D_1 D_2}{D_1 + D_2} \right). \quad (2.90)$$

### 2.6.2 Método Indirecto

Con este método experimental se obtiene un grafica de voltaje contra retardancia y se tiene que realizar una etapa final conocida como “desdoblamiento de fase” sobre los datos experimentales para obtener de manera indirecta la función continua de voltaje contra retardancia. El resultado final es una curva continua que cubre el rango completo de variación de la retardancia óptica.

La luz que va a ser analizada pasa a través de un polarizador lineal, con su eje de transmisión horizontal, y a través de un retardador variable con su eje óptico a  $45^\circ$  con respecto al primer polarizador y finalmente a través de otro polarizador lineal con su eje de transmisión perpendicular al eje del primer polarizador.

La intensidad de la luz detectada depende de la retardancia, la cual también depende de la birrefringencia del retardador variable. Este sistema óptico puede ser representado mediante la siguiente relación:

$$S = M_S S_i, \quad (2.91)$$

donde  $S_i$  es el vector de Stokes del haz de luz de la fuente, y  $S$  es el vector de Stokes del haz de luz en el detector. La intensidad detectada  $I$  va a ser el primer

término del vector de Stokes  $S$ , esto matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$I = S_0. \quad (2.92)$$

El término  $M_S$  es la matriz de Mueller del sistema y puede ser escrita en términos de las matrices de Mueller de sus componentes, es decir,

$$M_S = M_P(90^\circ)M_R(\delta, 45^\circ)M_P(0^\circ), \quad (2.93)$$

donde  $M_P(2\theta)$  es la matriz de Mueller de un polarizador lineal con su eje de transmisión en un ángulo de  $\theta$ , y  $M_R(\delta, \theta)$  es la matriz de Mueller de un retardador con retardancia  $\delta$  y su eje rápido en  $\theta$ .

Estas matrices están definidas de la siguiente manera:

$$M_P(\theta) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sen 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sen 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sen 2\theta & \sen 2\theta \cos 2\theta & \sen^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.94)$$

$$M_R(\delta, \theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \cos \delta \sen^2 2\theta & (1 - \cos \delta) \sen 2\theta \cos 2\theta & -\sen \delta \sen 2\theta \\ 0 & (1 - \cos \delta) \sen 2\theta \cos 2\theta & \sen^2 2\theta + \cos \delta \cos^2 2\theta & \sen \delta \cos 2\theta \\ 0 & \sen \delta \sen 2\theta & -\sen \delta \cos 2\theta & \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (2.95)$$

Tomando las dos últimas ecuaciones y sustituyéndolas en la ecuación (2.93), la matriz de Mueller para este sistema en particular resulta ser:

$$M_S = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - \cos \delta & -1 + \cos \delta & 0 & 0 \\ 1 - \cos \delta & -1 + \cos \delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.96)$$

Para resolver la ecuación (2.91), solo hace falta el vector de Stokes  $S_i$  y este lo proponemos como luz no polarizada, dado por:

$$S_i = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.97)$$

Ahora, sustituyendo las dos ecuaciones anteriores en la ecuación (2.91), la intensidad detectada estará dada por la siguiente relación:

$$I = A(1 - \cos\delta), \quad (2.98)$$

donde  $\delta$  es la retardancia del retardador variable y A es una constante que depende del factor  $\frac{1}{2}$  de la ecuación (2.96) pero también de los parámetros experimentales como la absorción de los polarizadores. La intensidad máxima es alcanzada cuando  $\cos\delta = -1$ . Sustituyendo este valor en la ecuación anterior queda:

$$I_{max} = A(1 + 1) = 2A. \quad (2.99)$$

Por lo tanto para este caso:

$$A = \frac{I_{max}}{2}. \quad (2.100)$$

Ahora sustituyendo este valor de A en la ecuación (2.98) queda:

$$I = \frac{I_{max}}{2} (1 - \cos\delta). \quad (2.101)$$

Despejando, finalmente se tiene que:

$$\delta = \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2I}{I_{max}} \right). \quad (2.102)$$

Con esta ecuación podemos obtener la retardancia de los retardadores variables en base a datos experimentales de la intensidad de luz detectada como función del voltaje aplicado.

## 2.7 Polarimetría de Mueller

Un polarímetro de la matriz de Mueller mide la matriz real de 4x4 que describe completamente las propiedades de polarización de un material en reflexión o transmisión. Para tener un polarímetro de Mueller completo se necesita tener un analizador de estados de polarización completo y un generador de estados de polarización completo.

La ecuación que se desea resolver en un polarímetro de Mueller es la siguiente

$$I = aMp = (a_1 a_2 a_3 a_4) \begin{pmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{pmatrix}, \quad (2.103)$$

donde M es la Matriz de Mueller a ser medida, p es el vector de Stokes de la luz entrante a la muestra, representada por M. El vector a es el primer renglón de la matriz de Mueller del analizador de estados de polarización. Se debe medir al menos 16 valores de intensidad con 16 arreglos para el generador y analizador de estados de polarización para poder obtener los 16 valores de la matriz de Mueller de una muestra general.

El método utilizado en esta tesis está basado en las relaciones entre las intensidades detectadas y los componentes de la matriz de Mueller mostrados en el artículo de Bickel y Bailey [17]. En la tabla 2.1 se muestran los elementos de la matriz de Mueller como función las intensidades detectadas.

$m_{00}$ $= I(h, h) + I(h, v)$ $+ I(v, h) + I(v, h)$	$m_{01}$ $= I(h, h) + I(h, v)$ $- I(v, v) - I(v, h)$	$m_{02}$ $= 2[\frac{1}{2} m_{00}$ $- I(-45, h)$ $- I(-45, v)]$	$m_{03}$ $= 2[\frac{1}{2} m_{00}$ $- I(ci, h)$ $- I(ci, v)]$
$m_{10}$ $= I(h, h) - I(h, v)$ $+ I(v, v) - I(v, h)$	$m_{11}$ $= I(h, h) - I(h, v)$ $- I(v, v) + I(v, h)$	$m_{12}$ $= 2[\frac{1}{2} m_{10}$ $- I(-45, h)$ $+ I(-45, v)]$	$m_{13}$ $= 2[\frac{1}{2} m_{10}$ $- I(ci, h)$ $+ I(ci, v)]$
$m_{20}$ $= 2[I(h, +45)$ $+ I(v, +45)$ $- \frac{1}{2} m_{00}]$	$m_{21}$ $= 2[I(h, +45)$ $- I(v, +45)$ $- \frac{1}{2} m_{01}]$	$m_{22}$ $= 4I(-45, +45)$ $- m_{00} - m_{02}$ $- m_{20}$	$m_{23}$ $= m_{00} - m_{03}$ $+ m_{20}$ $- 4I(ci, +45)$
$m_{30}$ $= 2[\frac{1}{2} m_{00}$ $- I(h, ci)$ $- I(v, ci)]$	$m_{31}$ $= 2[\frac{1}{2} m_{01} - I(h, v)$ $+ I(v, ci)]$	$m_{32}$ $= 4I(-45, ci)$ $- m_{00} + m_{02}$ $+ m_{30}$	$m_{33}$ $= 4I(ci, ci) - m_{00}$ $+ m_{03} + m_{30}$

Tabla 2.1 Relaciones intensidades detectadas y los componentes de la matriz de Mueller.

La notación utilizada en la tabla 2.1 fue tal que  $I(a, b)$  es la intensidad, con polarización a incidente sobre la muestra y polarización b detectada. Las

polarizaciones son las siguientes:  $h = \text{lineal horizontal}$ ,  $v = \text{lineal vertical}$ ,  $+45 = \text{lineal } a + 45^\circ$ ,  $-45 = \text{lineal } a - 45^\circ$ ,  $ci = \text{circular izquierda}$ .

# Capítulo 3: Caracterizaciones.

## 3.1 Elementos.

En la figura 3.1 se muestran todos los elementos ópticos utilizados para la realización de esta Tesis. Estos elementos están colocados en forma arreglo experimental para hacer mediciones de polarimetría de Mueller.

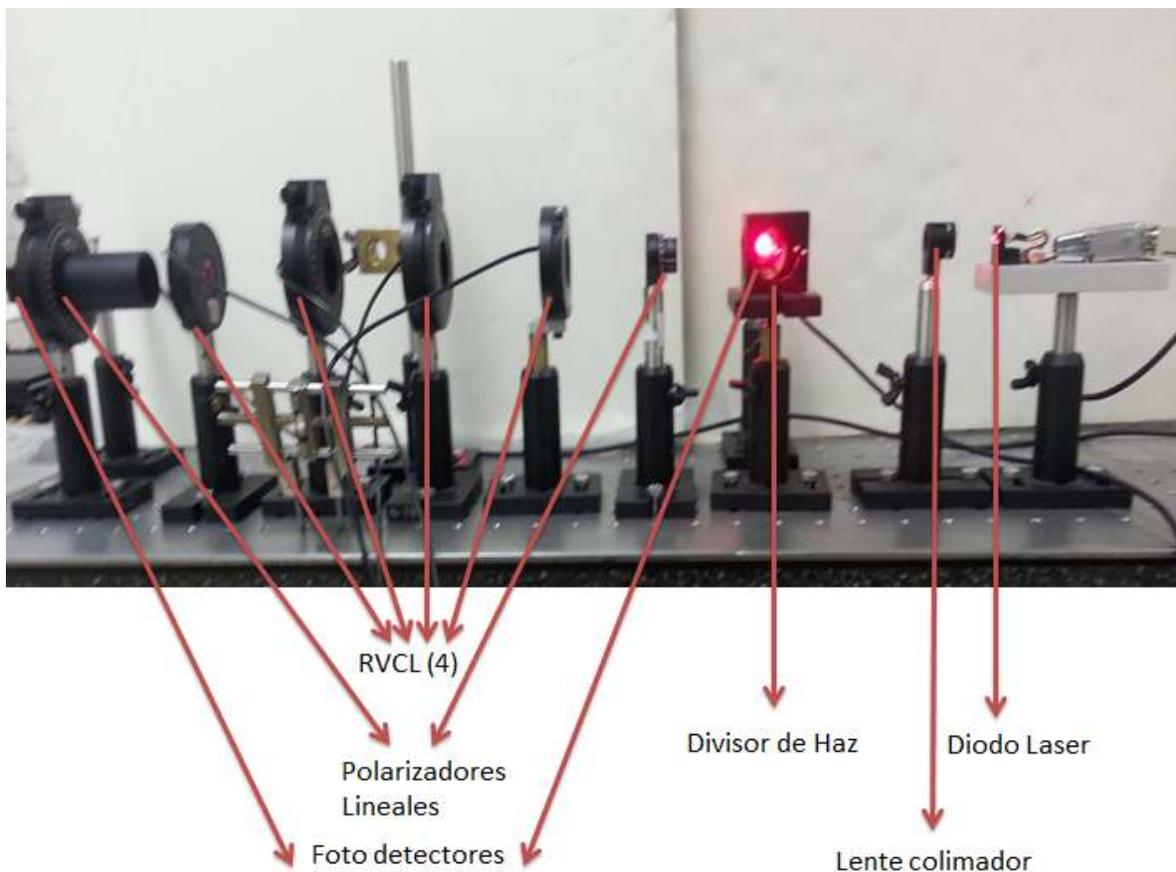


Fig 3.1 Total de elementos utilizados en esta Tesis. Arreglo experimental polarímetro de Mueller.

## 3.2 Caracterización de Sistema de iluminación y detección.

### 3.2.1 Diodo laser.

Para todos los experimentos realizados en esta tesis se utilizó un diodo laser con una longitud de onda de 633 nm. Para verificar la estabilidad del diodo laser, se colocó únicamente el diodo laser, una lente colimadora y un fotodetector y se tomaron medidas de intensidad óptica durante 50 minutos. En el caso de que el láser fuera totalmente estable esperaríamos obtener una línea recta horizontal al graficar la intensidad óptica contra el tiempo. El resultado experimental se muestra en la Figura 3.2,

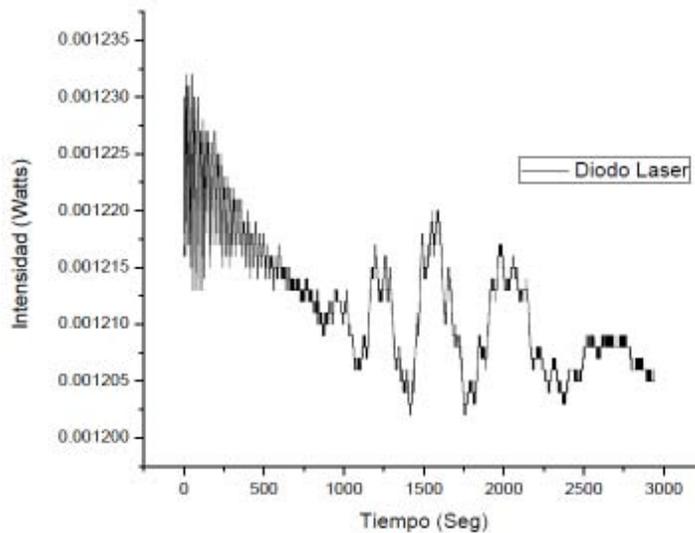


Figura 3.2. Grafica de intensidad del diodo laser durante 50 minutos.

Como se puede observar en la figura anterior, los resultados no fueron los esperados ya que la potencia del láser no se mantiene constante en el tiempo, teniendo una desviación estándar mayor a 0.50%, lo cual puede afectar de manera significativa los resultados para la caracterización de los retardadores variables.

### 3.2.2 Divisor haz

Debido a que la inestabilidad del láser podría afectar significativamente los resultados, se colocó un divisor de haz para poder eliminar los errores debidos a esta inestabilidad. Se realizaron nuevamente mediciones de intensidad óptica colocando ahora un divisor de haz después de la lente colimadora y colocando un

segundo fotodetector para medir la parte del haz laser reflejada. Los resultados después de 45 minutos de la prueba se muestran en la figura 3.3,

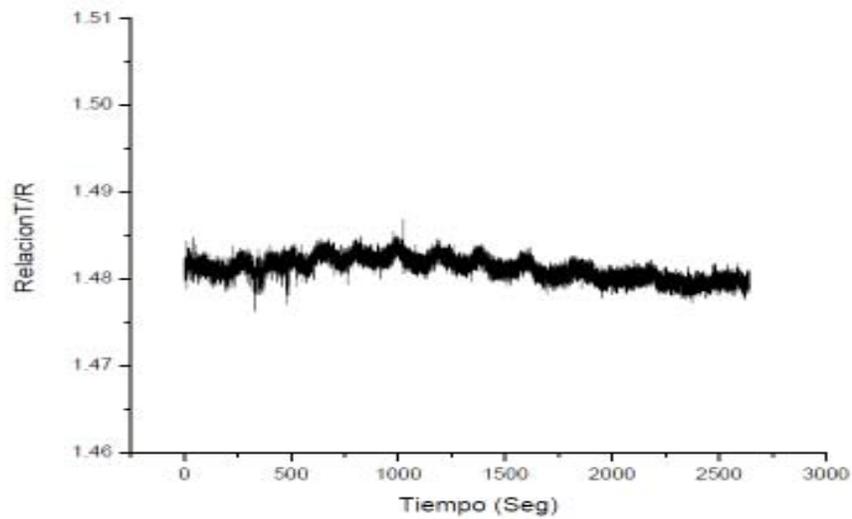


Figura 3.3. Grafica de la relación entre la potencia transmitida y la potencia reflejada del diodo laser durante 45 minutos.

Como era de esperarse, la relación entre la potencia transmitida y la potencia reflejada se mantiene casi constante con una desviación estándar porcentual menor al 0.09%. Este valor puede considerarse aceptable aunque también se puede observar que no tiene un comportamiento del todo lineal. Esto podría estar asociado a variaciones en la fuente de electricidad del laser o vibraciones de la mesa óptica. El análisis estadístico hecho en el programa Origin se muestra en la tabla 3.1.

Promedio	1.48117156
Desviación estándar	0.00126326
Desviación estándar porcentual	0.08528809%

Tabla 3.1 Resultados del análisis estadístico de la Grafica 3.3.

### 3.2.3 Resultados. (sistema de iluminación y detección)

Con el sistema de iluminación y detección ya optimizado, se realizó un pequeño experimento para verificar la precisión y estabilidad del sistema completo. Para esto se colocó un polarizador lineal entre el divisor de haz y el primer fotodetector y se hicieron mediciones de intensidad de luz al girar el polarizador en incrementos de  $10^\circ$  hasta completar  $350^\circ$ . Se graficó la intensidad contra el ángulo en radianes como se muestra en la figura 3.4.

La ley de Malus (ecuación (2.1)) expresa la relación entre la intensidad del haz incidente polarizado linealmente sobre un polarizador lineal y el ángulo de su eje de transmisión con respecto al eje de polarización de la luz incidente. A partir de la ecuación (2.1) se observa que si se varia el ángulo del polarizador lineal de 0 a  $350^\circ$  la intensidad que lo atraviesa se comportara como un  $\cos^2(x)$ , los resultados obtenidos experimentalmente se muestran en la figura 3.4,

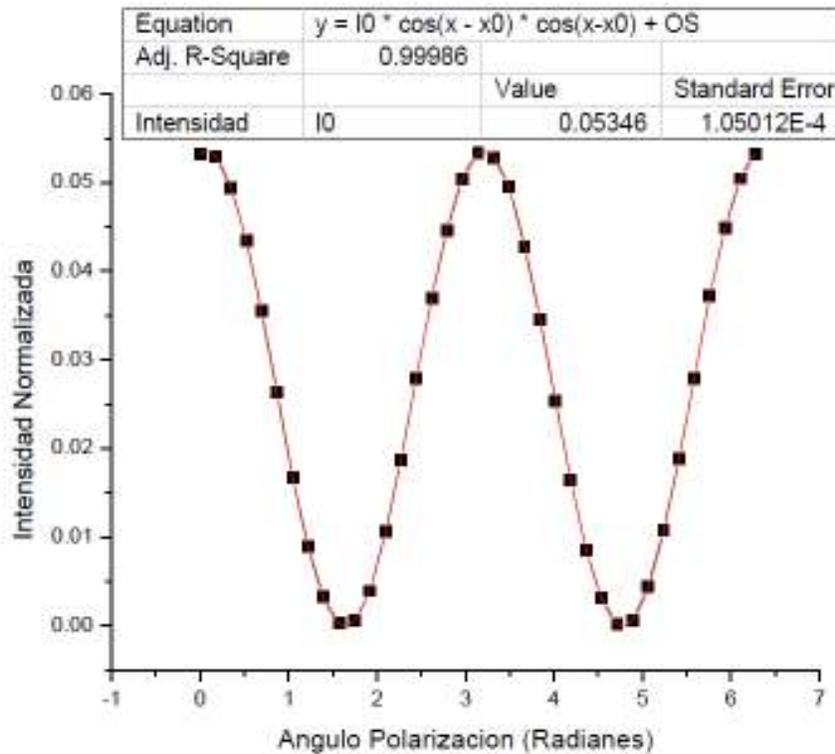


Fig. 3.4 Resultado experimental de la ley de Malus para un polarizador lineal.

En la figura anterior se puede observar que al ajustar los datos a un coseno cuadrado, como lo predice la ley de malus, el coeficiente de correlación ( $R^2$ ) obtenido es mayor a 0.999, con lo que se verifica que el sistema de iluminación está funcionando de manera precisa.

Otra forma de analizar los datos de este experimento es si graficamos la intensidad de la luz transmitida en función del coseno cuadrado del ángulo del eje de transmisión de polarizador. De acuerdo a la ecuación (2.1) deberíamos obtener una línea recta con pendiente igual a la intensidad incidente. Los resultados obtenidos experimentalmente se muestran en la fig. 3.5.

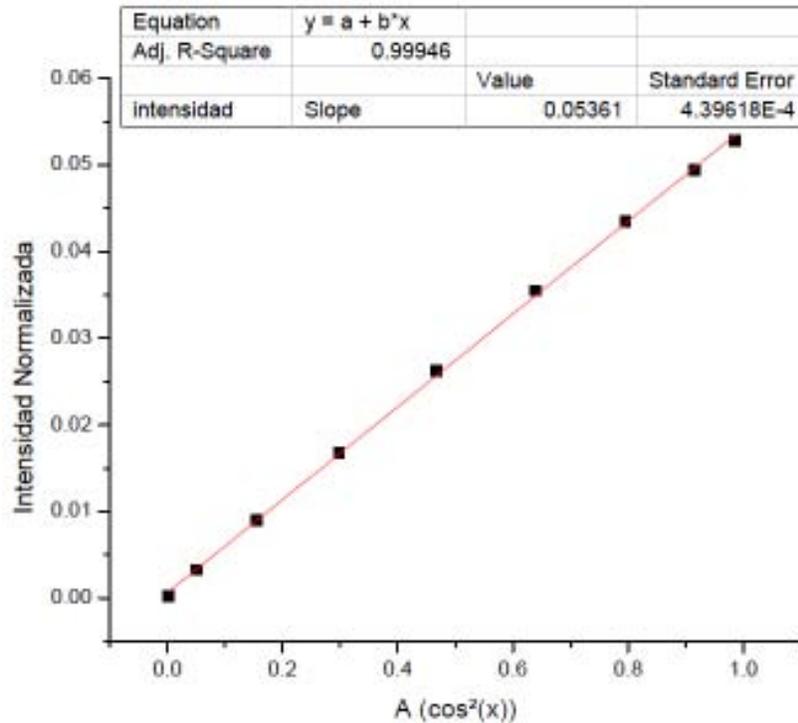


Fig. 3.5 Grafica de intensidad detectada en función del coseno cuadrado del ángulo del eje de transmisión.

En la figura anterior se observa que el valor del coeficiente de correlación, al ajustar los datos a una recta, es superior a 0.999 con lo que se comprueba nuevamente que los sistemas de iluminación y detección están trabajando de manera correcta.

### 3.3 Caracterización de Retardancia de retardadores variables de cristal líquido.

#### 3.3.1 Metodo de Chenault-Chipman

##### 3.3.1.1 Procedimiento experimental

Para esta caracterización de retardancia como función del voltaje aplicado, se utilizó un diodo láser, dos polarizadores lineales con sus ejes de transmisión dispuestos paralelos entre si y el retardador variable de cristal líquido se colocó entre estos dos polarizadores como se muestra en el siguiente diagrama (Figura 3.6).

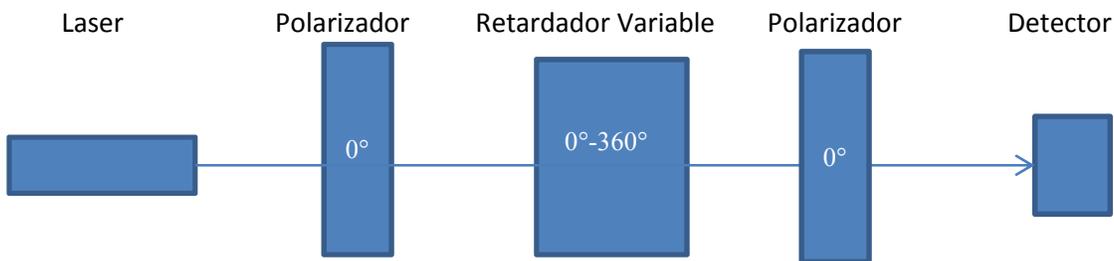


Figura 3.6. Diagrama del montaje experimental para la caracterización de retardancia como función del voltaje aplicado de los retardadores de cristal líquido, mediante el método de Chenault y Chipman.

Con este montaje se tomaron medidas de potencia al estar rotando el retardador variable. Para cada valor de voltaje aplicado, el retardador se giró en el rango de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  (giro completo), tomando medidas cada  $10^\circ$ . Con estos datos se graficó la potencia medida contra el ángulo de los retardadores de cristal líquido y esta grafica se ajustó a la ecuación (2.88) con lo que obtuvimos los coeficientes de Fourier y la intensidad transmitida en función del ángulo de los ejes del retardador. Ya con los coeficientes de Fourier, se sustituyeron los valores de  $a_0$ ,  $a_2$  y  $a_4$  en la ecuación (2.89) para así poder encontrar la retardancia para ese voltaje. Se repitió el procedimiento cada 500 mV en el rango de 0 V a 5.5 V, con lo que se pudo obtener una gráfica de retardancia contra el voltaje aplicado al retardador.

### 3.3.1.2 Resultados

En esta sección se presentan los resultados experimentales, al usar el método de Chenault y Chipman.

Primer retardador

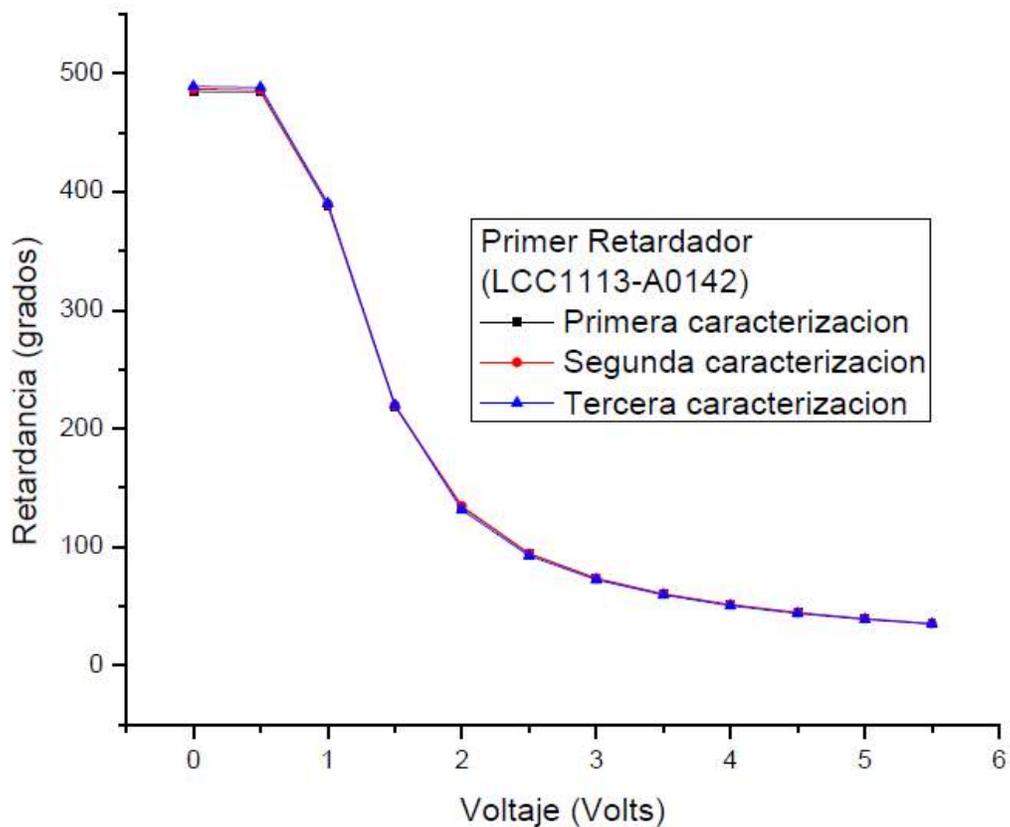


Figura 3.7. Muestra la curva de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 1\* (LCC1113-A0142).

### Segundo Retardador

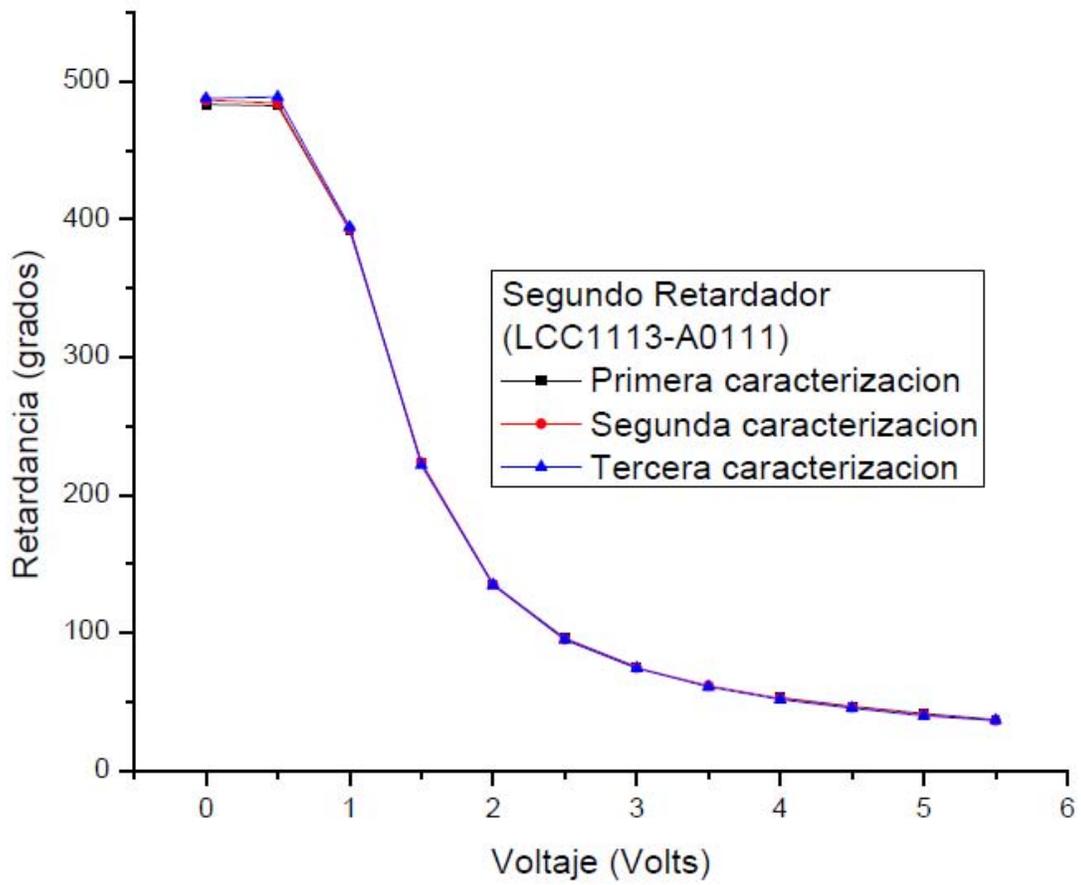


Figura 3.8. Muestra la curva de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 2\* (LCC1113-A0111).

### Tercer Retardador

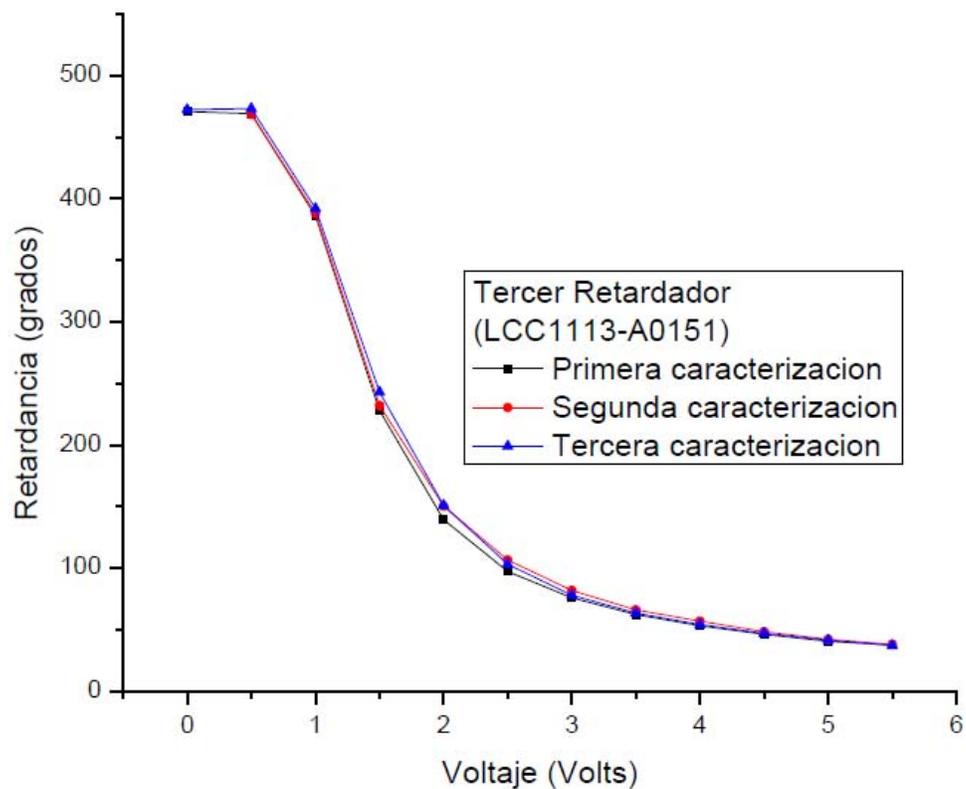


Figura 3.9. Muestra la curva de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 3\* (LCC1113-A0151).

#### Cuarto Retardador

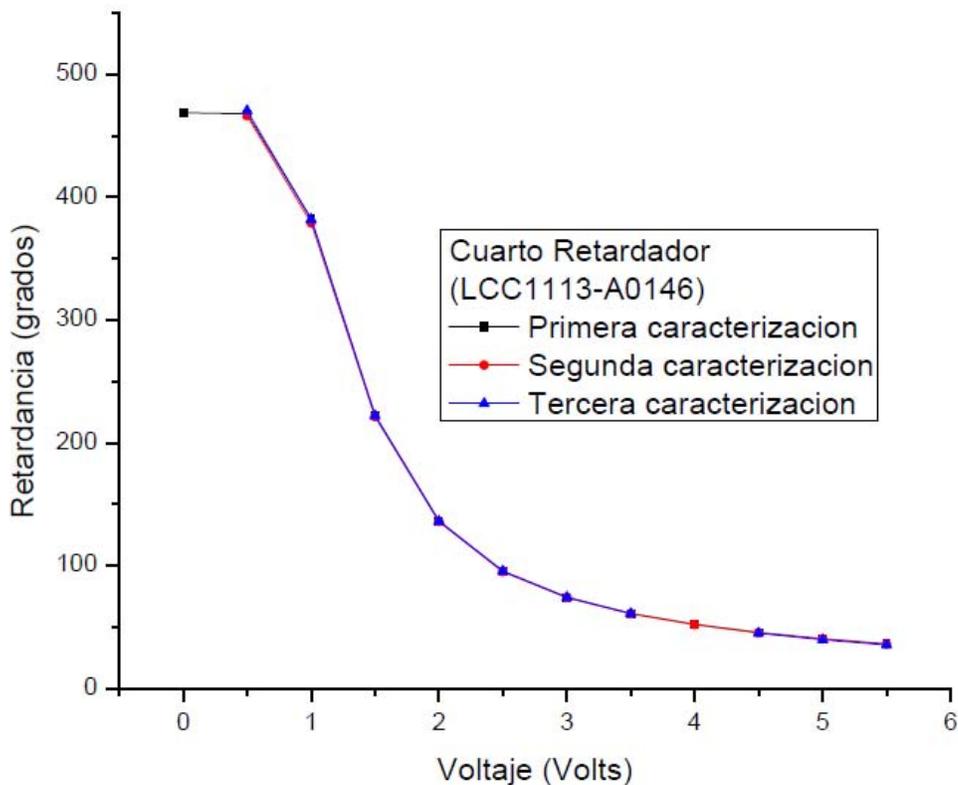


Figura 3.10. Muestra la curva de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 4\* (LCC1113-A0146).

Como se puede observar en la figuras 3.7, 3.9 y 3.10 presentan pequeñas variaciones entre las curvas obtenidas experimentalmente, siendo el máximo error porcentual un 1.3%. En el caso de la figura 3.8, que corresponde al tercer retardador, podemos observar que la variación entre las distintas caracterizaciones es mayor, aun así el máximo error porcentual es del 6.1%. De las gráficas anteriores también se puede observar que la zona de mayor variación entre las distintas caracterizaciones, para cada retardador, esta entre 0.5 Volts y 1.5 Volts.

### 3.3.2 Metodo Indirecto

#### 3.3.2.1 Procedimiento Experimental.

Para este método se utilizó el mismo montaje experimental que en el método anterior, con la diferencia de que en este caso los polarizadores se colocan con sus ejes de transmisión dispuestos ortogonalmente entre sí, y el retardador se colocó con su eje óptico a  $45^\circ$  del plano de polarización incidente, este diagrama se muestra en la figura 3.11. Ya con el montaje listo, se tomaron medidas de potencia al variar el voltaje aplicado a cada uno de los retardadores. Se graficó la potencia medida contra el voltaje aplicado. Estos valores de potencia se sustituyeron en la ecuación (2.102) para obtener una nueva grafica de retardancia contra voltaje aplicado. Una etapa final conocida como “desdoblamiento de fase” se realizó sobre los datos experimentales para obtener de manera indirecta la función continua de voltaje contra retardancia.

Esta etapa de desdoblamiento de fase consiste primero en identificar que voltaje nos da la retardancia máxima, 180 grados. Todos los valores de retardancias con voltajes menores a este se les restaran 360 grados y el resultado se multiplicara por (-1), esto es:

$$\delta' = -(\delta - 360^\circ). \quad (3.1)$$

Resultando así una nueva curva con una nueva retardancia máxima alrededor de 360 grados. En esta nueva curva se identifica el voltaje que nos da esta retardancia máxima y a todos los valores de retardancia con voltajes menores a este se les restara dos veces 360 grados de retardancia y el resultado se multiplicara por (-1), esto es:

$$\delta'' = -(\delta' - 2(360^\circ)). \quad (3.2)$$

El resultado final es una curva continua que cubre el rango de  $0.1\lambda$  hasta a  $1.3\lambda$  de la retardancia óptica.

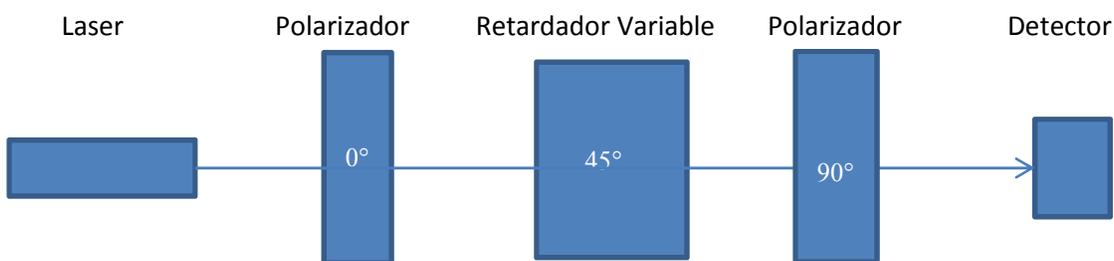


Figura 3.11. Diagrama del montaje experimental para la caracterización de retardancia como función del voltaje aplicado de los retardadores de cristal líquido, mediante el método indirecto.

### 3.3.2.2 Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para cada retardador. En este caso también se hicieron tres mediciones independientes para cada retardador.

Primer retardador

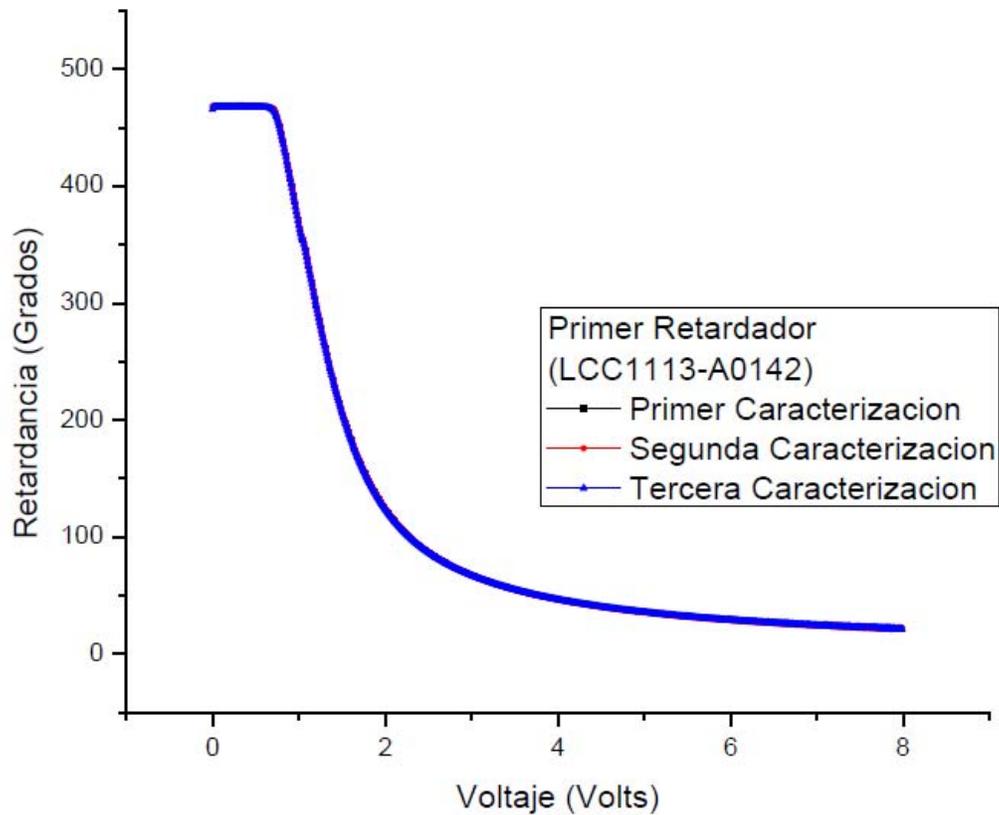


Figura 3.12. Muestra la curva de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 1\* (LCC1113-A0142), obtenida mediante el método indirecto.

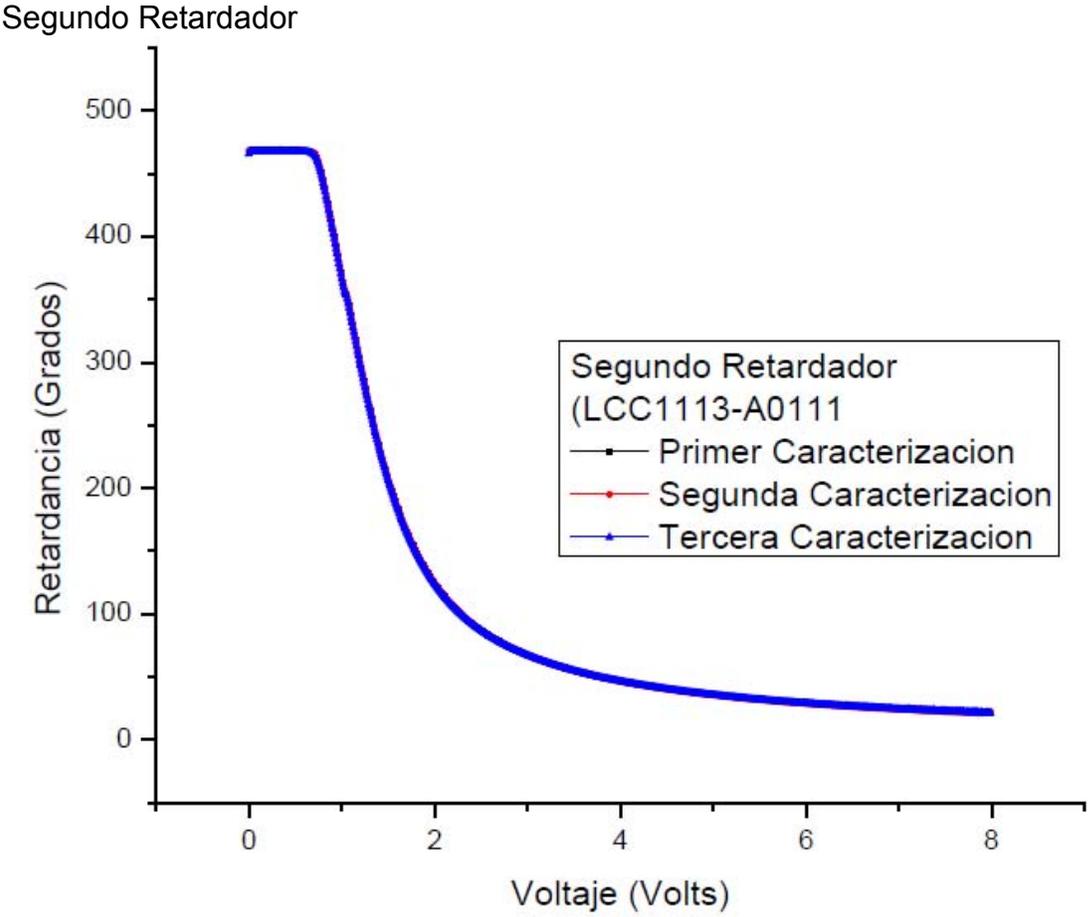


Figura 3.13. Muestra la curva de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 2\* (LCC1113-A0111), obtenida mediante el método indirecto.

### Tercer Retardador

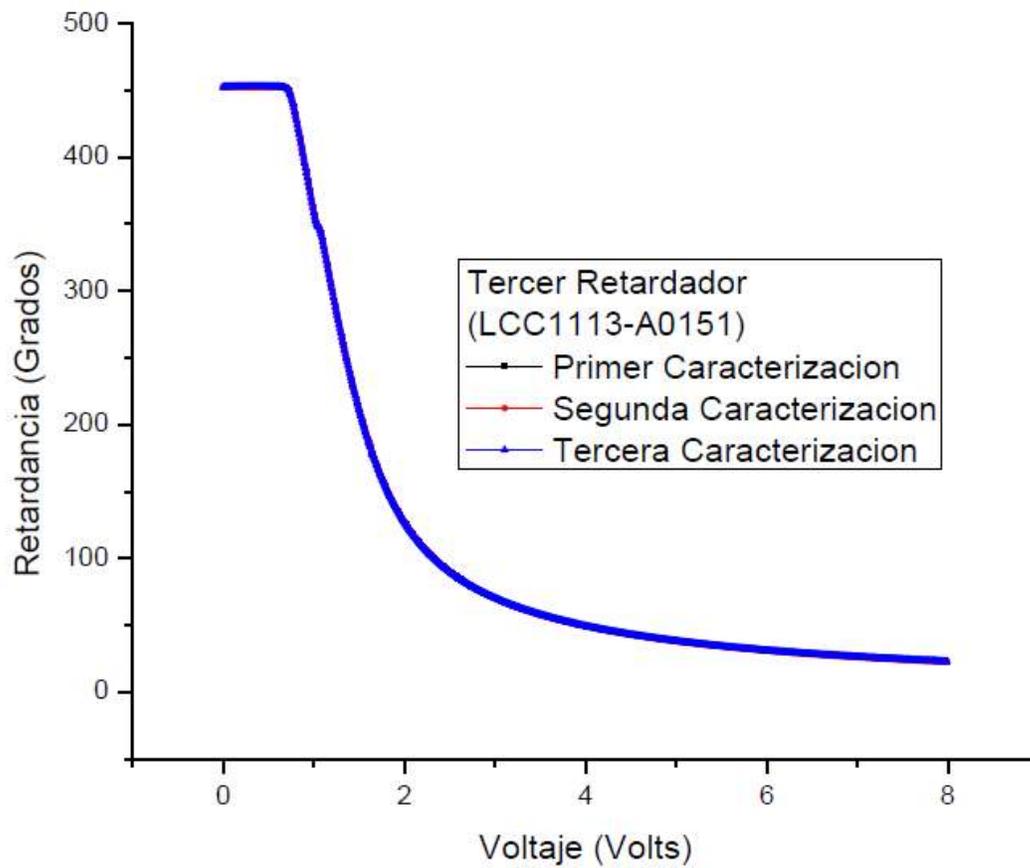


Figura 3.14. Muestra la curva de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 3\* (LCC1113-A0151), obtenida mediante el método indirecto.

### Cuarto Retardador

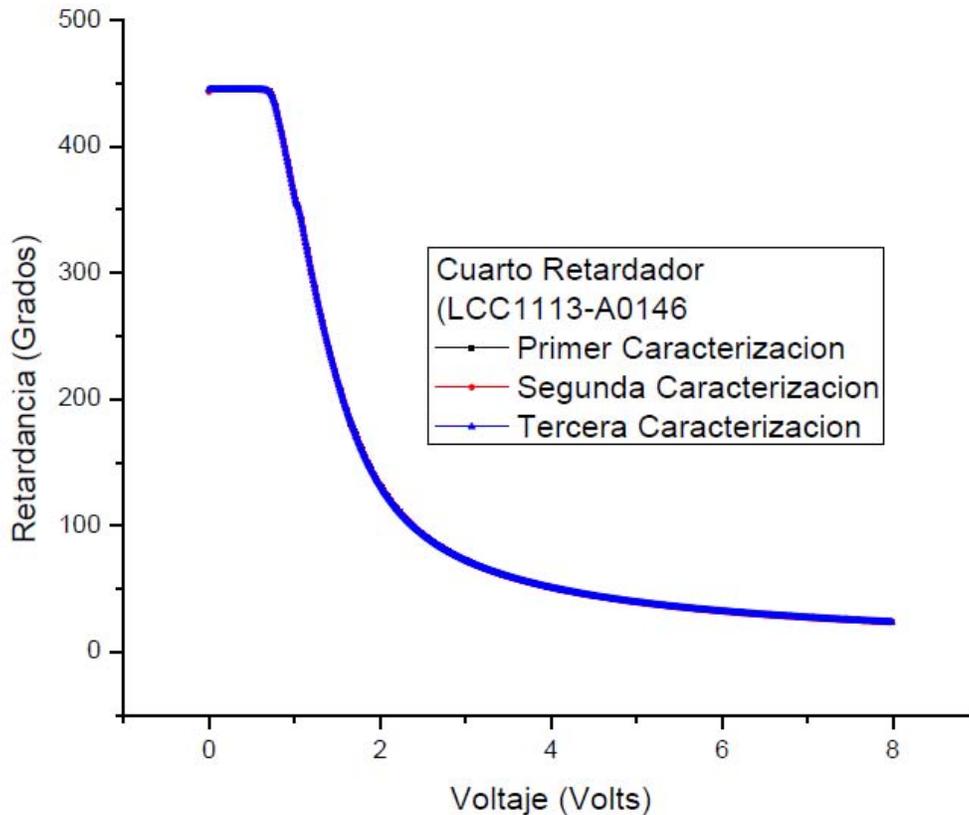


Figura 3.15. Muestra la curva de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 4\* (LCC1113-A0146), obtenida mediante el método indirecto.

Como se puede observar en la figuras 3.12 a 3.15, las distintas caracterizaciones de cada uno de los retardadores son muy similares, teniendo una variación máxima de 0.6%. Con estos resultados se puede ver que las retardancias obtenidas para cada uno de los voltajes aplicados son confiables ya que el experimento es repetible, con variaciones muy pequeñas al repetir el experimento.

### 3.3.3 Comparación de Resultados.

En esta sección se muestra una comparación entre los resultados obtenidos para cada retardador, usando los dos métodos descritos anteriormente y la caracterización proporcionada por el fabricante.

#### Primer Retardador

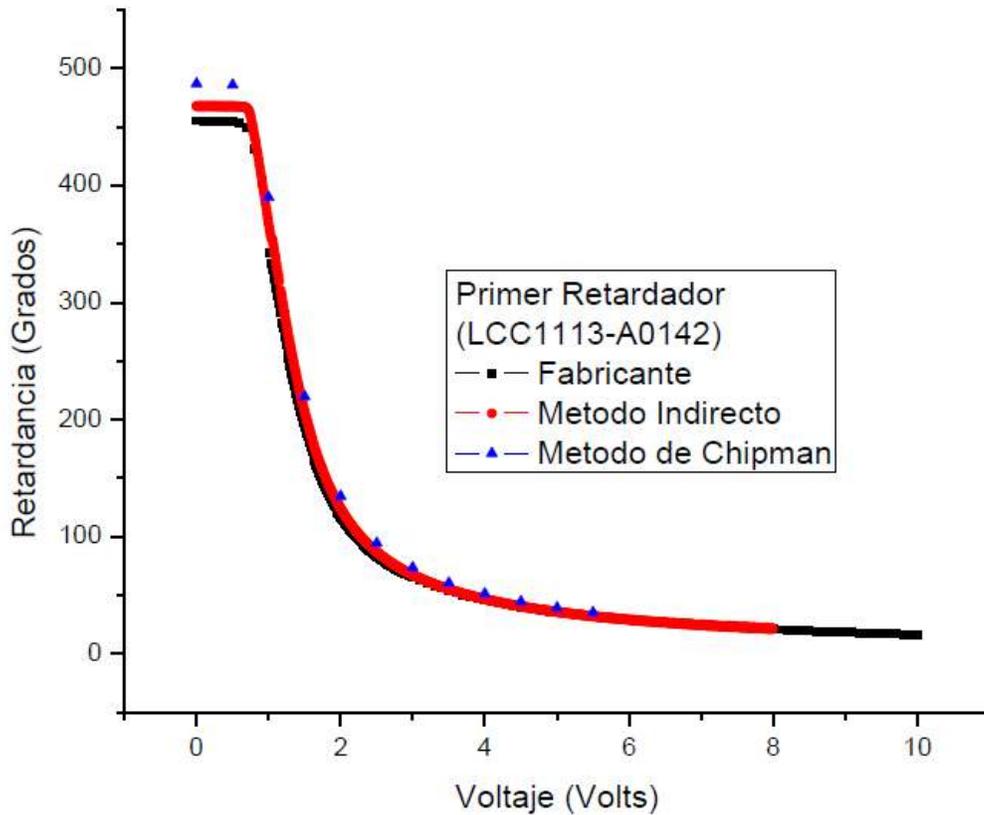


Figura 3.16. Comparación de las curvas de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 1\* (LCC1113-A0142), mediante el método de Chenautl y Chipman, el método indirecto y los datos proporcionados por el fabricante.

### Segundo Retardador

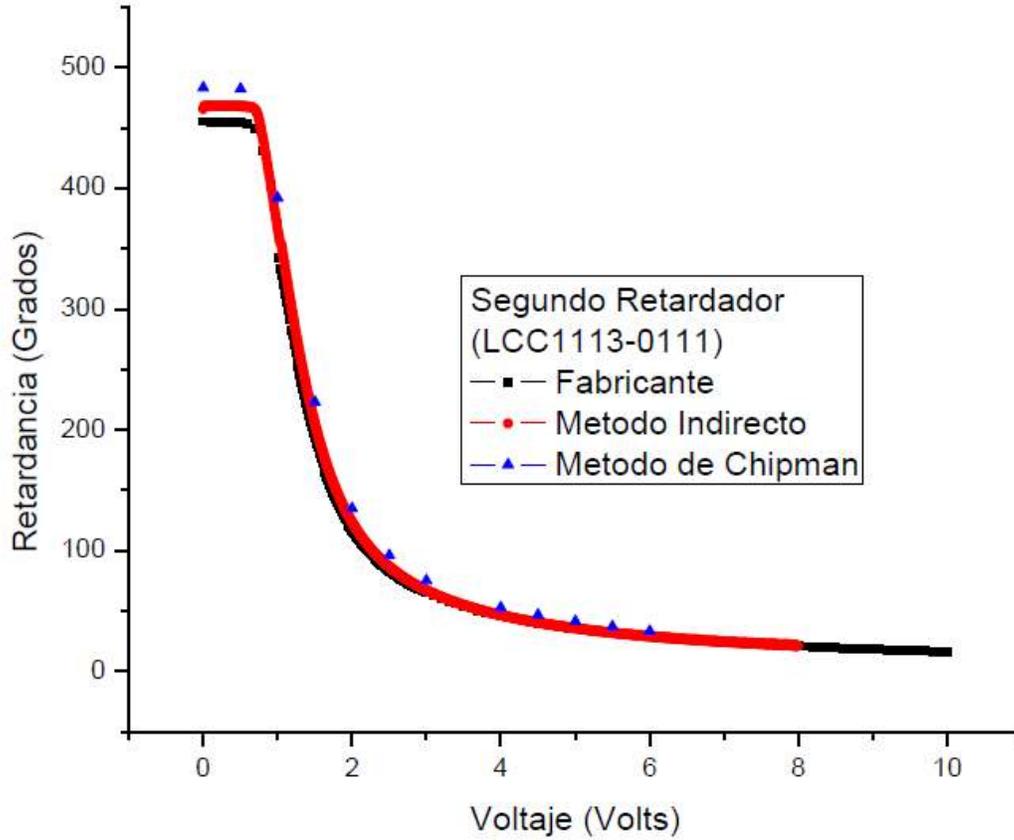


Figura 3.17. Comparación de las curvas de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 2\* (LCC1113-A0111), mediante el método de Chenautl y Chipman, el método indirecto y los datos proporcionados por el fabricante.

### Tercer Retardador

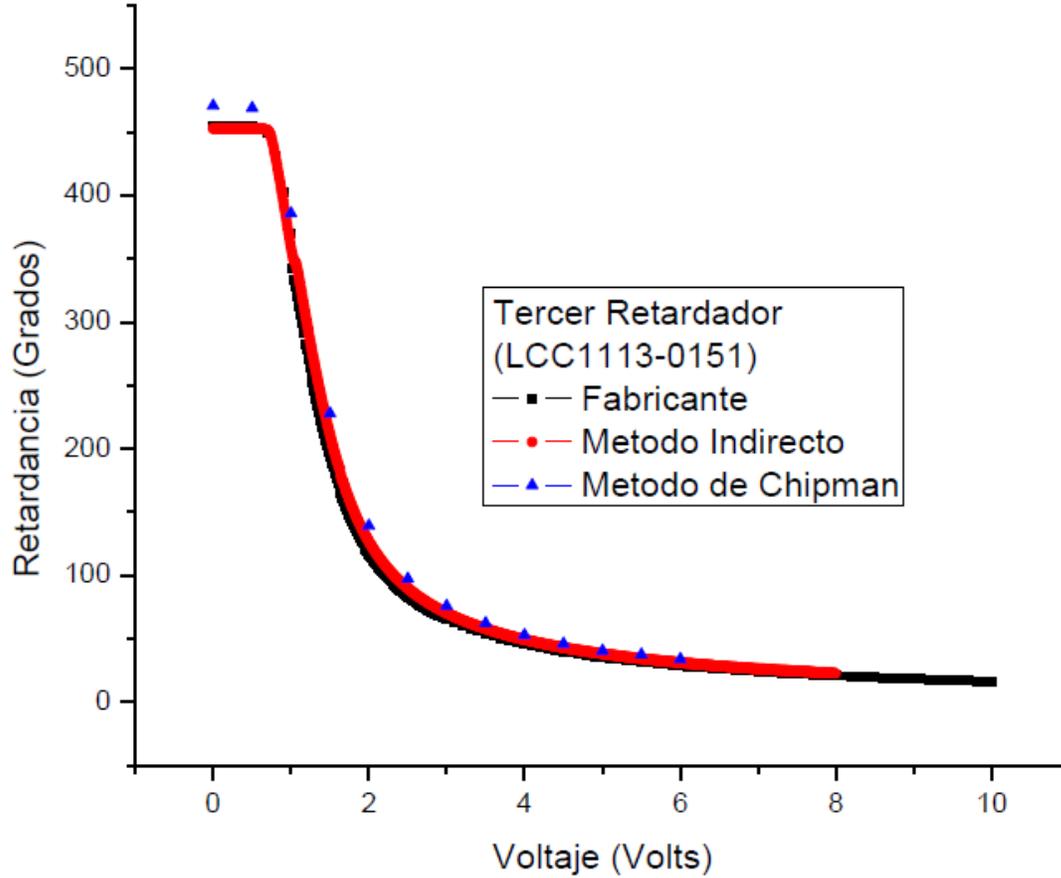


Figura 3.18. Comparación de las curvas de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 3\* (LCC1113-A0151), mediante el método de Chenautl y Chipman, el método indirecto y los datos proporcionados por el fabricante.

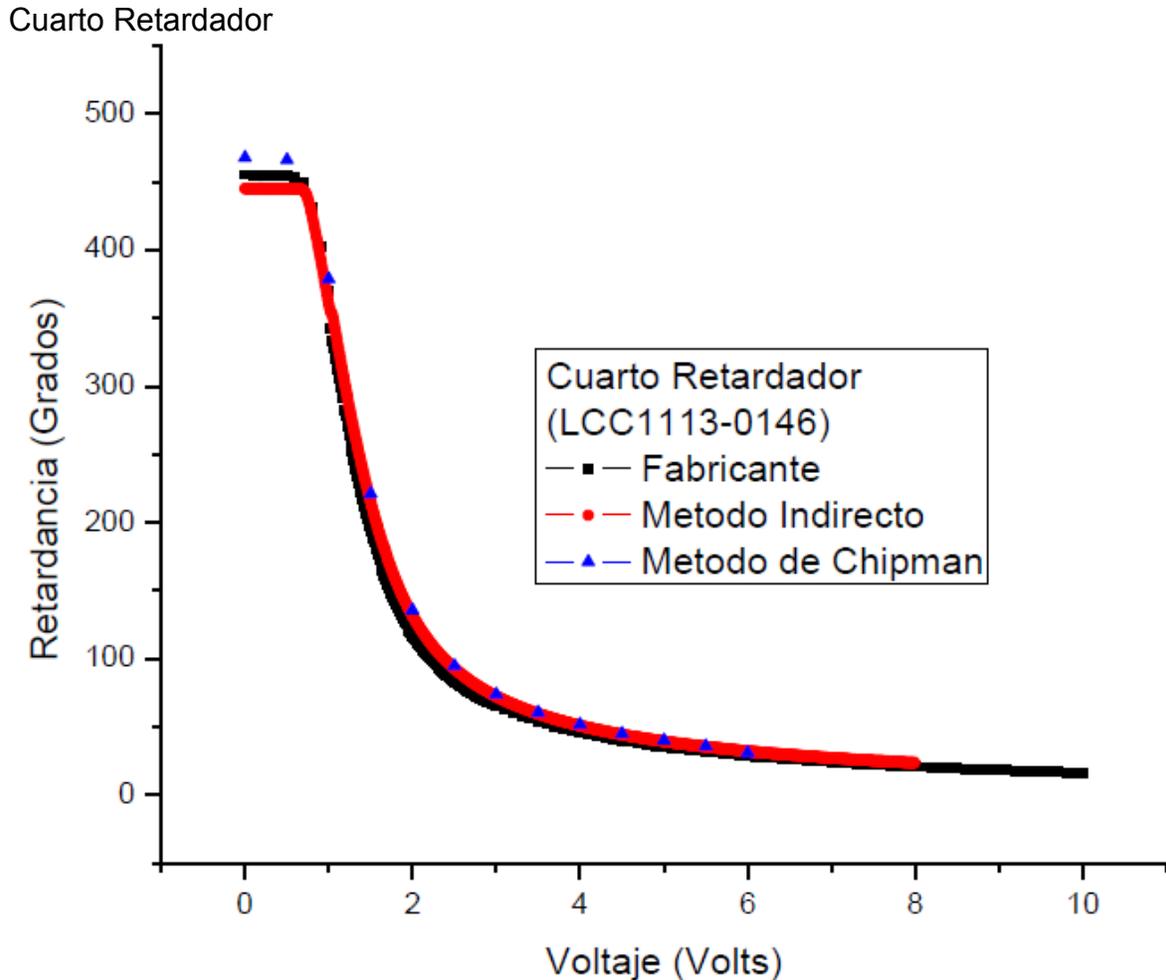


Figura 3.19. Comparación de las curvas de las variaciones de retardancia contra el voltaje aplicado al LCVR 4\* (LCC1113-A0146), mediante el método de Chenault y Chipman, el método indirecto y los datos proporcionados por el fabricante.

A partir de las figuras 3.16 a 3.19 se puede observar que con ambos métodos se obtienen curvas con la misma forma que las proporcionadas por el fabricante. Debido a que la curva proporcionada por el fabricante es un promedio de las distintas caracterizaciones de cada uno de los retardadores individualmente, solo fue utilizada para comparar la forma de dichas curvas.

Si se comparan las curvas obtenidas experimentalmente en el laboratorio se puede notar que las variaciones entre estas son menores al 5%. Además podemos observar que mediante el método indirecto se tiene una mucha mayor resolución ya que para cada valor de voltaje se necesitan una sola medición, mientras que por el método de Chenault y Chipman, para obtener un valor de retardancia, se necesitan por lo menos 35 mediciones.

# Capítulo 4: Polarímetro de Mueller

## 4.1 Método de retardancias escalonadas.

En este método se utilizan dos retardadores variables de cristal líquido como generador de estados de polarización y otros dos como analizador de estados de polarización. El montaje experimental se muestra en la fig. 4.1. Se colocan dos polarizadores lineales con sus ejes de polarización paralelos entre sí a  $90^\circ$  respecto el plano de la mesa, entre estos dos polarizadores se colocan los 4 retardadores variables, con los ángulos mostrados en la figura 4.1, y por último, al centro se coloca la muestra a ser analizada.

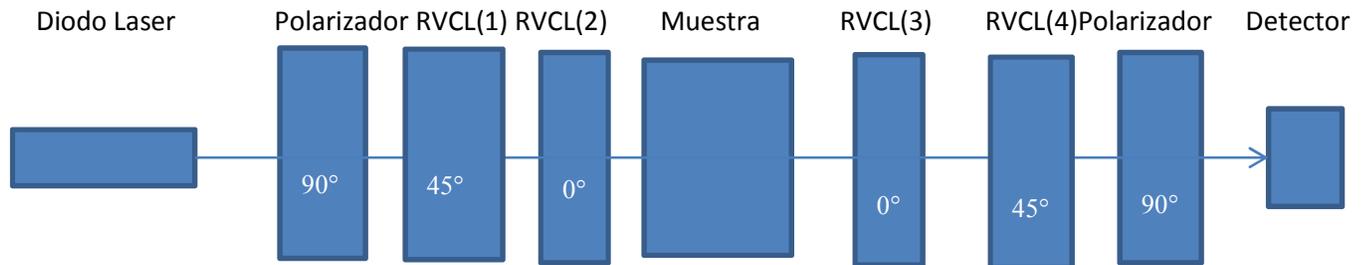


Fig. 4.1 Diagrama del montaje experimental para el polarímetro de Mueller.

Para poder encontrar los 16 valores de la matriz de Mueller según las relaciones de la Tabla 2.1, se utilizaron 16 combinaciones de retardancias, en los cuales se hace incidir una polarización específica y es detectada otra y se mide la potencia para cada uno de estas combinaciones para poder sustituir estos valores de intensidad en la Tabla 2.1. Las combinaciones utilizados se presentan en la tabla 4.1.

Combinación	Polarizaciones(incidente, detectada)
1	(v,v)
2	(v,ci)
3	(v,h)
4	(v,+45)
5	(ci,v)
6	(ci,ci)
7	(ci,h)
8	(ci,+45)
9	(h,v)
10	(h,ci)
11	(h,h)
12	(h,+45)
13	(-45,v)
14	(-45,ci)
15	(-45,h)
16	(-45,+45)

Tabla 4.1 Polarización incidente y detectada para cada una de las combinaciones.

La notación utilizada es la misma que se utilizó en el capítulo 2.7.

Para poder lograr generar estas polarizaciones con los dos primeros retardadores, y poder analizar las polarizaciones necesarias con los otros dos retardadores, las retardancias necesarias para cada combinación se muestran en la tabla 4.2.

Combinación	Retardancia			
	Primer RVCL	Segundo RVCL	Tercer RVCL	Cuarto RVCL
1	$\lambda$	$\lambda$	$\Lambda$	$\Lambda$
2	$\lambda$	$\lambda$	$1/2\lambda$	$1/4\lambda$
3	$\lambda$	$\lambda$	$5/8\lambda$	$1/2\lambda$
4	$\lambda$	$\lambda$	$3/4\lambda$	$3/4\lambda$
5	$1/4\lambda$	$\lambda$	$\Lambda$	$\Lambda$
6	$1/4\lambda$	$\lambda$	$1/2\lambda$	$1/4\lambda$
7	$1/4\lambda$	$\lambda$	$5/8\lambda$	$1/2\lambda$
8	$1/4\lambda$	$\lambda$	$3/4\lambda$	$3/4\lambda$
9	$1/2\lambda$	$1/4\lambda$	$\Lambda$	$\Lambda$
10	$1/2\lambda$	$1/4\lambda$	$1/2\lambda$	$1/4\lambda$
11	$1/2\lambda$	$1/4\lambda$	$5/8\lambda$	$1/2\lambda$
12	$1/2\lambda$	$1/4\lambda$	$3/4\lambda$	$3/4\lambda$
13	$1/4\lambda$	$1/4\lambda$	$\Lambda$	$\Lambda$
14	$1/4\lambda$	$1/4\lambda$	$1/2\lambda$	$1/4\lambda$
15	$1/4\lambda$	$1/4\lambda$	$5/8\lambda$	$1/2\lambda$
16	$1/4\lambda$	$1/4\lambda$	$3/4\lambda$	$3/4\lambda$

Tabla 4.2 Retardancias necesarias para lograr las polarizaciones mencionadas en la tabla 4.1, para cada combinación.

Debido a que el proveedor no da a conocer el método con el que se caracterizaron los retardadores y que las caracterizaciones hechas con el método de Chenault y Chipman varían entre sí, decidimos utilizar nuestras caracterizaciones de la sección 3.3.2 para encontrar los valores de voltaje que se deben aplicar para poder conseguir las retardancias deseadas.

Los valores necesarios de voltaje aplicado, para cada RVCL, se muestran en la tabla 4.3.

Primer Retardador		Segundo Retardador		Tercer Retardador		Cuarto Retardador	
Retardancia	Voltaje (Volts)	Retardancia	Voltaje (Volts)	Retardancia	Voltaje (Volts)	Retardancia	Voltaje (Volts)
$\Lambda$	1.03	$\Lambda$	1.03	$\Lambda$	1.008	$\lambda$	1.011
$\lambda/2$	1.62	$\lambda/4$	2.45	$3\lambda/4$	1.302	$3\lambda/4$	1.308
$\lambda/4$	2.45			$5\lambda/8$	1.459	$\lambda/2$	1.68
				$\lambda/2$	1.64	$\lambda/4$	2.568

Tabla 4.3. Valores de voltaje aplicado para obtener las retardancias necesarias.

## 4.2 Resultados.

En esta sección se muestra una comparación entre los valores de intensidad obtenidos experimentalmente, para cada combinación, y los resultados obtenidos mediante una simulación. Posteriormente se presentan una comparación entre las matrices de Mueller obtenidas experimentalmente y las matrices teóricas, mostradas en la sección 2.5.

Polarizador Lineal Horizontal

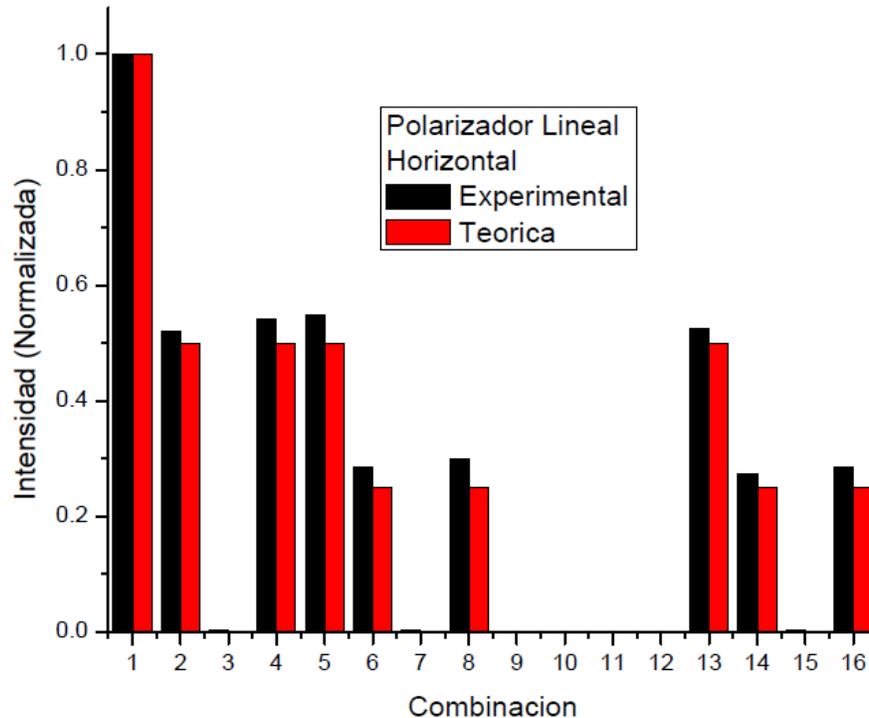


Figura 4.2. Comparación entre las intensidades, para cada combinación, detectadas experimentalmente y las esperadas teóricamente, para un polarizador lineal horizontal.

### Polarizador Lineal Vertical

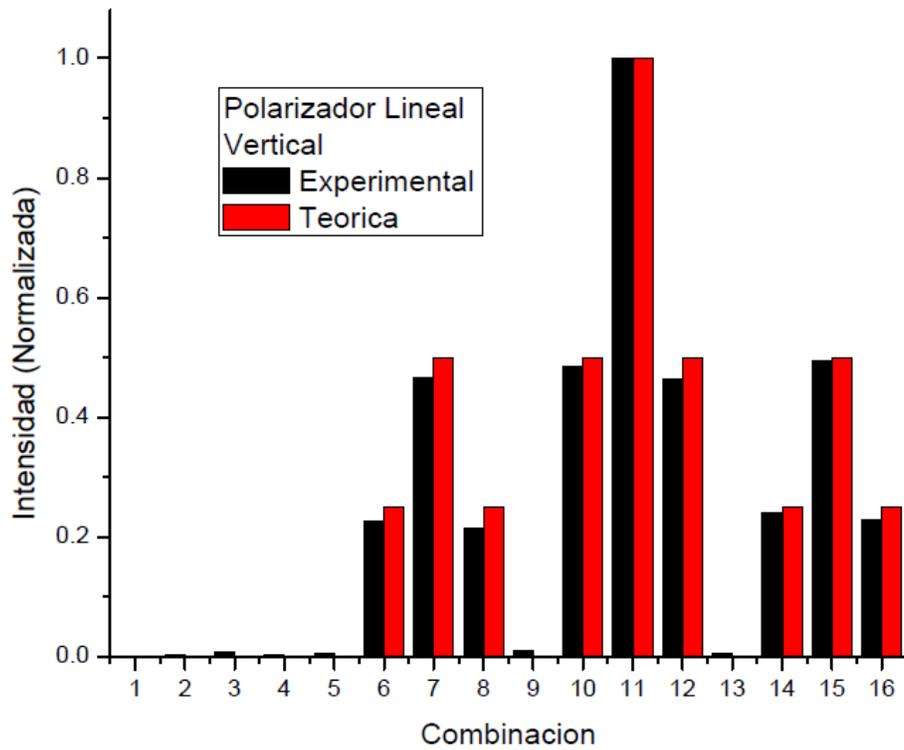


Figura 4.3 Comparación entre las intensidades, para cada combinación, detectadas experimentalmente y las esperadas teóricamente, para un polarizador lineal vertical

### Polarizador Lineal Horizontal

$$M_{teorica} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} M_{experimental} = \begin{pmatrix} 1 & 0.9836 & 0.0049 & 0.0721 \\ 0.9823 & 0.9691 & 0.0029 & 0.0694 \\ -0.0429 & -0.0403 & -0.0103 & -0.0007 \\ -0.0468 & -0.0408 & -0.0006 & 0.0012 \end{pmatrix}$$

### Polarizador Lineal Vertical

$$M_{teorica} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} M_{experimental} = \begin{pmatrix} 1 & -0.9972 & -0.0391 & -0.0841 \\ -0.9933 & 0.9905 & 0.0388 & 0.0837 \\ 0.0466 & -0.0464 & 0.0857 & -0.0067 \\ 0.0686 & -0.0679 & -0.0016 & 0.0026 \end{pmatrix}$$

Como se puede observar en las matrices anteriores, el caso de la matriz de Mueller de un polarizador lineal horizontal y vertical, se obtuvieron los resultados similares a los esperados con errores menores a 7.2% en el caso de polarizador

horizontal y 8.4% en el polarizador vertical. Estos errores pueden deberse a los errores en la alineación de los ejes propios del polarizador. Los errores más notorios se encuentran en la cuarta columna y cuarto renglón de la matriz. Estos elementos involucran estados de polarización circulares, por lo que gran parte de los errores pueden deberse a la falta de control de este estado de polarización.

# **Capítulo 5:** **Conclusiones.**

En la primera parte de este trabajo se logró obtener un sistema de iluminación y detección óptimo para la experimentación. Para esto se tuvo que utilizar un diodo laser, dos fotodetectores, uno para detectar la señal y otro para monitorear la intensidad del láser, y un divisor de haz. Se realizaron dos pruebas para verificar la ley de Malus, en ambas pruebas, al ajustar los resultados con las ecuaciones teóricas, se lograron obtener coeficientes de correlación mayores a 0.999 por lo que el sistema de iluminación y detección es muy confiable.

En esta tesis también se compararon dos métodos para hacer mediciones de retardancia como función del voltaje aplicado en la caracterización de un juego de 4 retardadores variables de cristal líquido. El método indirecto resultó ser el más apropiado.

Como se mostró en el capítulo 3, mediante el método de Chenault y Chipman, en el rango de 0.5 a 1.5 V, hay muy poca repetitividad en los resultados con diferencias de alrededor del 6% entre una y otra caracterización. Además, el método es complicado de realizarse ya que para obtener un valor de retardancia se necesitan por lo menos 35 mediciones. En cada una de estas mediciones se rota, manualmente, el retardador por lo que este movimiento de los retardadores puede afectar significativamente en los resultados.

En el Método indirecto las máximas variaciones, entre una y otra caracterización, están alrededor de 0.6%, por lo que cabe destacar que es un método con muy alta repetitividad. Además, a diferencia del método de Chenault y Chipman, en este no se manipulan manualmente ninguno de los elementos ópticos utilizados, y todo el experimento pudo automatizarse con la utilización del software LabVIEW. Por estas razones creemos que el método más apropiado y confiable para este tipo de caracterización de retardancia es el método indirecto.

Para el cálculo de la matriz de Mueller se utilizaron los voltajes obtenidos mediante el método indirecto por las razones mencionadas en el párrafo anterior. El método de las retardancias escalonadas produjo resultados satisfactorios, ya que primero se lograron obtener intensidades, para cada combinación, muy similares a las del modelo teórico para un polarizador lineal. De hecho, se logró medir la matriz de

Mueller del polarizador lineal horizontal y vertical con un margen de error menor al 8.4%. Esto quiere decir que este método es confiable hasta la primera cifra significativa, por lo que para obtener mejores resultados haría falta una calibración.

Luego de que la caracterización de retardancia, de los cuatro retardadores de cristal líquido, se logró hacer de manera correcta, lo siguiente es hacer una calibración del polarímetro de Mueller. Esto se logrará mediante el método de calibración de eigenvalores [15]. Este método muestra una capacidad de control de error muy eficaz, con lo que podremos obtener mejores resultados experimentales en el cálculo de la matriz de Mueller. En un futuro se busca realizar elipsometría de imágenes. Esta extiende la elipsometría a una técnica de imagen mediante el escaneo de un objetivo y obtener un mapa microscópico de la señal elipsométrica.

## Bibliografía

- [1] Manuel Collados, Valentín Martínez Pillet. "La polarización de la luz en Astrofísica", IAC Noticias **1**, 21-28, (2001).
- [2] N.C. Bruce, Alejandro Domínguez Báez, Tonatiuh Santana Sánchez, Xanat Téllez Díaz, Arturo Nogueira Jiménez, Rigoberto Nava Sandoval. "Design of a scanning polarimetrics scatterometer for rough surface scattering measurements", Journal of Physics: Conference series **274**, (2011).
- [3] Azzam R.M.A. "Photopolarimeter using two modulated optical rotators", Review of Scientific Instruments **47**, 624-628 (1977).
- [4] Azzam R.M.A. "Photopolarimetric measurements os the Mueller matrix by Fourier analysis of a single detected signal", Opt. Lett. **1**, 181-183 (1978).
- [5][http://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup\\_id=6339&pn=LCC1113-A](http://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=6339&pn=LCC1113-A)
- [6] D.H. Goldstein, "Polarized Light". Segunda edición, Marcel Dekker, New York (2003).
- [7] J. W. SIMMONS, M. J. GUTTMANN, "States, Waves and Photons" Wesley, (1970).
- [8] E. Collett, Field Guide to Polarization, SPIE Press, Bellingham, WA (2005).
- [9] C. Warde and U. Efron, "Guest editorial: materials and devices for optical information processing." Opt. Eng.(1987)
- [10] A. A. Ballman, R. L. Byer, D. Eimerl, R. S. Feigelson, B. J. Feldman, L. S. Goldberg, N. Menyuk, and C.L. Tang, "Research on nonlinear optical materials: an assessment. V. Inorganic materials for frecuency conversion" Appl. Opt. (1987)
- [11] Juan M. López-Téllez, N.C. Bruce, J. Delgado-Aguillón, J. Garduño-Mejía y M. Avendaño-Alejo, "Experimental method to characterize the retardance function of optical variable retarders", American Journal of Physics, (2014).
- [12] David B. Chenault and Russell A. Chipman, "Mesaurements of linear diattenuation and linear retardance spectra with rotating sample spectropolarimeter", Applied Optics, (1992)

[13] R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, 'Ellipsometry and Polarized Light', Physics Today, (1977)

[14] W.S. Bickel and W. M. Bailey, "Stokes vector, Mueller matrices and polarized scattered light", Am. J. Phys, **53**(5), 468-478 (1985).

[15] Eric Cmpain, Stephane Poirier, and Bernard Drevillon, "General and self-consistent method for the calibration of polarization modulator, polarimeters, and Mueller-matrix ellipsometer", Applied Optics, vol. 38, No. 16, (1999).