



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS

MODELO DE CRECIMIENTO DE CORALES BAJO EL EFECTO
DEL CAMBIO CLIMÁTICO EN EL SISTEMA ARRECIFAL
VERACRUZANO (SAV)

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MATEMÁTICA

PRESENTA

MÓNICA CHANTALL MINJARES GONZÁLEZ

DIRECTOR DE TESIS
DR. DAVID ALBERTO SALAS DE LEÓN



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO DF

JUNIO, 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Modelo de crecimiento de corales bajo el efecto del cambio
climático en el Sistema Arrecifal Veracruzano (SAV)**

por

Mónica Chantall Minjares González

Tesis presentada para obtener el título de

Matemática

FACULTAD DE CIENCIAS

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Ciudad Universitaria, México DF. Junio, 2016

0.1. Datos del Jurado

- Datos del alumno

Minjares González

Mónica Chantall

55 59 10 42

Universidad Nacional Autónoma de
México

Facultad de Ciencias

Matemáticas

402112301

- Datos del tutor Dr

David Alberto

Salas

De León

- Datos del sinodal 1

Dr

Pedro Eduardo

Miramontes

Vidal

- Datos del sinodal 2

Dra

María de Lourdes

Esteva

Peralta

4 ■ Datos del sinodal 3

M. en C.

Erika

Mojica

Ramírez

■ Datos del sinodal 4

Dr

Raúl

Aguirre

Gómez

■ Modelo de Crecimiento de corales Considerando el Efecto del Cambio Climático en el Sistema Arrecifal Veracruzano (SAV)

68 p

2016

Índice general

0.1. Datos del Jurado	3
Introducción	1
0.1.1. Estructura	2
1. Antecedentes	3
1.1. Cambio climático	3
1.2. Gases de efecto invernadero	5
1.3. Arrecifes Coralinos	6
1.4. Corales	7
1.5. <i>Proxy</i>	7
1.6. Modelos de Cambio Climático	8
1.7. Modelos de crecimiento de corales	9
2. Metodología	11
2.1. Zona de estudio	11
2.2. Marco Teórico	13
2.3. Factores de crecimiento.	14
2.3.1. Modelo	16
3. Resultados	19
3.1. Análisis de Temperatura	20
3.2. Análisis de CO_2	22
3.3. Análisis de Irradiancia	32
3.4. Análisis de la población de coral integrando las tres variables	34

4. Discusión	42
5. Conclusiones	46
A. Características del modelo térmico	47
B. Solución de la ecuación cuando los coeficientes son constantes	49
C. Resultados para la zona situada frente a Antón Lizardo	51
D. Datos	57
Referencias	58

Introducción

Los constantes cambios de temperatura que se han presentado en las últimas décadas, debido al incremento en las concentraciones de gases de efecto invernadero en la atmósfera, principalmente de CO_2 antropogénico, ponen de manifiesto la posibilidad de encontrarnos ante un cambio climático global (Hansen, 2004). El incremento en las concentraciones de CO_2 atmosférico representa tan sólo la mitad de las emisiones antropogénicas, aproximadamente el 25% del CO_2 es absorbido por el océano (Hoegh-Guldberg et al., 2007), teniendo como resultado cambios en la química del agua que derivan en una acidificación de los océanos, afectando así a organismos calcificadores como los arrecifes coralinos (Kleypas et al., 1999a).

Los sistemas arrecifales del mundo son uno de los ecosistemas biológicamente más diversos y con gran relevancia económica debido a los servicios que aportan al hombre, tales como alimento, protección a las costas, materiales de construcción, entre otros (Assessment, 2005). Por esto, entender cómo podrían responder estos sistemas ante variaciones del clima nos ayudará para tomar medidas ante efectos negativos o aprovechar los cambios si los favorecieran.

En este estudio se desarrolla un modelo matemático basado en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO), para analizar y estudiar la relación entre los factores que determinan la razón de cambio de la población de coral y su respuesta ante un escenario de cambio climático global. Este estudio, no obstante que el modelo es de tipo general, se enfoca al Sistema Arrecifal Veracruzano (SAV) por la importancia que éste tiene en los ecosistemas del Golfo de México y en la economía nacional.

0.1.1. Estructura

Esta tesis está estructurada de la siguiente manera:

- Capítulo 1: Se da una descripción sobre el cambio climático, su importancia y consecuencias en términos evolutivos. Se introducen los sistemas arrecifales, indicadores climáticos y modelos matemáticos para hacer reconstrucciones del clima del pasado; así como, modelos de crecimiento de corales.
- Capítulo 2: Se introduce la zona de estudio: Sistema Arrecifal Veracruzano. Se hace un análisis de las principales variables que intervienen en el crecimiento del coral para proponer un modelo matemático en función del cambio climático y se presenta el modelo desarrollado en esta tesis.
- Capítulo 3: Se hace un análisis del modelo estudiando individualmente cada una de las variables para después integrarlas y hacer un análisis completo. Se presentan diferentes posibles escenarios para la población de coral.
- Capítulo 4: Se presentan la discusión y conclusiones de los resultados obtenidos.
- Apéndice A: Se presenta el modelo térmico propuesto por van Woesik y Koksal, 2006.
- Apéndice B: Se presenta la solución numérica del modelo considerando los coeficientes como constantes.
- Apéndice C: Se presentan los resultados obtenidos para la zona situada frente a Antón Lizardo.
- Apéndice D: Se describe el tipo de datos y origen, que fueron usados en el modelo.

Capítulo 1

Antecedentes

1.1. Cambio climático

Existen numerosas evidencias históricas de condiciones climáticas muy diferentes a las presentes hoy en día (Arellano-Torres et al., 2015; Barker et al., 2011), estas variaciones climáticas pueden estar relacionados con un aumento o un descenso de la cantidad de radiación solar que recibe la Tierra. Esta radiación solar es distribuida en el sistema océano-tierra-atmósfera para compensar contrastes térmicos. La superficie terrestre y la atmósfera baja se calientan a una temperatura tal que la energía que irradian hacia el espacio se equilibra con la energía que absorben del Sol. Si algo interfiere con la cantidad de energía que llega a la tierra o con la cantidad de energía reemitida al espacio, entonces la temperatura de la superficie puede cambiar (Wang et al., 2004). Por lo tanto, la energía de la tierra se encuentra en balance cuando la cantidad de energía reemitida al espacio se iguala a la cantidad recibida del Sol (Hansen, 2004).

A estos cambios en la disponibilidad de energía radiativa se le conoce como forzamientos radiativos. Cuando producen un calentamiento de la superficie terrestre es un forzamiento positivo, cuando producen enfriamiento entonces es un forzamiento negativo. Un factor importante que afecta la radiación solar que llega a la tierra son los cambios cíclicos de la órbita terrestre en relación al Sol, que tienen como resultado fluctuaciones climáticas a largo plazo, como los períodos glaciales (Arellano-Torres et al., 2015). Estos cambios en la órbita terrestre se deben a tres parámetros: excentricidad, oblicuidad y precesión orbital (Hansen y Sato, 2012; Wang et al., 2004); estas variaciones son llamadas variaciones de Milankovitch (Castillo, 1999).

Durante el Cuaternario, que inició hace dos millones de años, ocurrieron numerosas fases de enfriamiento llamadas períodos glaciales, separadas por fases de calentamiento, denominadas éstas como períodos interglaciales, las cuales concuerdan con las variaciones en la órbita del planeta (Barker et al., 2011; Margari et al., 2010). Estas glaciaciones son las que se produjeron en Europa y América del norte. La más reciente es la llamada Wisconsin, en Norteamérica y Wurm en Europa, que se llevó a cabo entre 120,000 y 10,000 años antes de la era común. Los casquetes continentales de Europa y Norte América alcanzaron su máxima extensión hace 21,000 años en lo que se conoce como Último Máximo Glacial (UMG) (Caballero et al., 2010). Las reconstrucciones climáticas hechas con los glaciares de montañas sugieren que la temperatura media durante el UMG era entre 6°C y 8°C más baja que la actual (Caballero et al., 2010). Actualmente nos encontramos en un período interglacial llamado Holoceno, que inició hace 10,000 años al finalizar el UMG y se espera que de paso a un período glacial.

El cambio climático, según el Panel Intergubernamental de expertos sobre Cambio Climático (IPCC por sus siglas en inglés), es cualquier cambio en el clima debido a variabilidad natural o como resultado de la actividad humana (Forster et al., 2007). Sin embargo, en la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre Cambio Climático, se refirió al cambio climático como el cambio en el clima que se atribuye directa o indirectamente a la actividad humana que altera la composición de la atmósfera global además de la variabilidad natural del clima observada a lo largo de períodos de tiempo comparables.

Los forzamientos radiativos se utilizan para evaluar y estimar los conductores antropogénicos y naturales del cambio climático (Forster et al., 2007).

En los últimos siglos los mayores cambios en los forzamientos climáticos se han dado debido al incremento en la concentración de gases de efecto invernadero (Hansen, 2004), resultado de la forma de producción de bienes de consumo, que inició con la revolución industrial.

1.2. Gases de efecto invernadero

Un gas de efecto invernadero está compuesto por moléculas que absorben radiación en la región aproximada de $10\ \mu\text{m}$ ($8 - 14\ \mu\text{m}$) de la longitud de onda del espectro, que es la región a la cual la tierra irradia energía al espacio (Gates et al., 1993). Los gases de efecto invernadero regresan más radiación a la tierra que la que dejan escapar al espacio; por lo tanto, la tierra está radiando menos energía al espacio que la que absorbe. Este desbalance de energía temporal en la tierra tiene como resultado un calentamiento global gradual (Hansen, 2004).

El gas más importante de efecto invernadero es el dióxido de carbono (CO_2), proveniente principalmente de la quema de combustibles fósiles (carbón mineral, petróleo, gas), pues tiene un incremento constante en la concentración atmosférica (Hansen, 2004). Otros gases de efecto invernadero de rápido incremento son el metano (CH_4), el óxido nitroso (N_2O), el ozono (O_3) en la tropósfera y los clorofluorocarbonos CFC-11 y CFC-12. Existen otros gases como el monóxido de carbono (CO) y el óxido nítrico (NO) que no son precisamente gases de efecto invernadero; sin embargo, afectan al clima a través de reacciones químicas que generan gases de efecto invernadero. El vapor de agua es un caso especial, no es un gas de efecto invernadero; sin embargo, absorbe una gran cantidad de energía.

El dióxido de carbono juega un papel muy importante en el ciclo del carbono global porque es un componente clave para la fotosíntesis, el sistema amortiguador de carbonato de los océanos y el balance de radiación atmosférica de la tierra. Es por esto que cualquier cambio en la cantidad de dióxido de carbono en la atmósfera tiene consecuencias diversas y de largo alcance en todos los ecosistemas (Buddemeier et al., 2004). La biósfera almacena y libera CO_2 tanto natural como proveniente de combustibles fósiles a través del ciclo de carbono global. Actualmente, la biósfera funciona como un pozo atractor (sumidero) de CO_2 ; sin embargo, algunos de los atractores biológicos actuales se están convirtiendo en fuentes (emisores de CO_2) debido al incremento de temperatura (Doney et al., 2009).

En los últimos doscientos años el hombre ha introducido a la atmósfera cerca de 400 Gt (1 Gt = mil millones de toneladas) de carbono en forma de CO_2 a través de procesos como la deforestación, quema de combustibles fósiles, fabricación de cemento y cambios en el uso de suelo. Aproximadamente una tercera parte de este carbono ha sido absorbido por el mar (Buddemeier et al., 2004). Los océanos retienen la mayor cantidad de CO_2 , absorben y liberan

CO_2 natural y de combustibles fósiles de acuerdo a las dinámicas del ciclo de carbono y, esto da como resultado cambios en la química del océano que tiene consecuencias importantes en organismos marinos y ecosistemas como los arrecifes coralinos (Doney et al., 2009).

1.3. Arrecifes Coralinos

Los arrecifes de coral son reconocidos como ecosistemas complejos con características tanto biológicas como geológicas. Durante los años 70's y 80's existieron diferencias entre los geólogos y biólogos al definir a los arrecifes coralinos. Mientras que los geólogos los consideraban como sistemas sedimentarios, por su importancia como registros geológicos pues nos proveen de herramientas para el estudio de ambientes pasados, los biólogos se concentraban en los organismos que construían o vivían en los arrecifes (Kleypas et al., 2001).

Los sistemas arrecifales son los ecosistemas con mayor productividad biológica, presentan una alta diversidad y representan una fuente crucial de ingresos y recursos en términos de pesca, turismo, materiales de construcción, descubrimiento de nuevas medicinas y compuestos bioquímicos (Evenhuis et al., 2015). También protegen las costas de tormentas, erosión e inundaciones reduciendo la acción de las olas a lo largo de las costas tropicales (Hoegh-Guldberg et al., 2007).

El turismo es el sector de mayor crecimiento económico asociado con los arrecifes coralinos. La pesca también genera una riqueza importante para los países con costas de arrecifes coralinos y son fuente esencial de proteínas para muchos de los países más pobres del mundo. También sirven para dar refugio y alimento a muchas otras especies; así como, para reciclar nutrientes. Los arrecifes coralinos requieren de un ambiente y de condiciones oceanográficas muy particulares para sobrevivir, como son: temperaturas mayores a $18^{\circ}C$ por lo que se encuentran limitados latitudinalmente a la franja de $30^{\circ}N$ y $30^{\circ}S$, donde encuentran buena iluminación, alta salinidad, baja concentración de sedimentos suspendidos y oleajes o corrientes (Kleypas et al., 2001).

En las últimas décadas se han convertido en uno de los ecosistemas marinos más vulnera-

bles. Entre el 50 % y 70 % se encuentran hoy en peligro. La actividad humana, eutroficación, incremento en los sedimentos, sobreexplotación de especies marinas, zonas minadas y destrucción física por parte de los usuarios de los arrecifes, son las principales causas de destrucción de los mismos.

1.4. Corales

Los corales pertenecen al *phylum* Cnidaria, clase Anthozoa, son animales sésiles con simetría radial. Existen diferentes tipos de corales, los corales blandos o ahermatípicos y los corales duros mejor conocidos como pétreos o hermatípicos. El coral consiste de un animal muy pequeño llamado pólipo con tentáculos que disponen alrededor de un disco oral o boca. Los arrecifes de coral están formados por muchas especies de corales duros. Estas grandes formaciones de piedra caliza son depositadas por los pólipos durante miles de años. Los pólipos están concentrados en la capa superior del arrecife donde añaden carbonato de calcio ($CaCO_3$) sobre los esqueletos muertos de sus predecesores los cuales forman un exoesqueleto para proteger la colonia de pólipos (Dubinsky, 1990).

Gracias a su carácter sésil, su alta sensibilidad a cambios ambientales y su larga permanencia en el tiempo, son muy útiles como indicadores (*proxies*) de cambios climáticos globales, pues durante la calcificación incorporan concentraciones de elementos estables en proporción con su ocurrencia en el agua de mar. Es por esto que los corales pueden usarse para analizar diversos aspectos como temperatura, cantidad de lluvias o productividad oceánica (Calderón-Aguilera et al., 2007).

1.5. Proxy

El estudio del clima del pasado se puede realizar a partir de dos fuentes diferentes: las reconstrucciones a través de medidas indirectas (también llamadas *proxy*) y las simulaciones con modelos climáticos (Forster et al., 2007). Un indicador climático o *proxy* es un registro local que se interpreta como una variable climática (como temperatura o precipitación) utilizando principios físicos y biofísicos para representar alguna combinación de variaciones relacionadas

con el clima en el tiempo. Algunos ejemplos de *proxies* incluyen análisis de polen, registros de anillos de árboles, características de corales e información obtenida de núcleos de hielo (Forster et al., 2007).

1.6. Modelos de Cambio Climático

Los modelos climáticos son representaciones matemáticas del sistema climático que se utilizan para simular episodios del clima del pasado para poder entender los mecanismos que llevaron a cambios climáticos. Los modelos han mostrado una gran capacidad para representar características climáticas muy significativas; tales como, distribuciones atmosféricas a gran escala de temperatura, precipitación, radiación y viento; así como, de temperaturas oceánicas, corrientes y cobertura de hielo.

Se puede confiar en ellos porque están basados en principios físicos bien establecidos como conservación de masa, energía y momento; así como, en una serie de observaciones. También por su habilidad para simular importantes aspectos del clima actual (Forster et al., 2007). Además, son constantemente evaluados comparando sus simulaciones con observaciones de la atmósfera, océano, criósfera y superficie terrestre.

Entre los principales modelos climáticos se encuentran los siguientes:

AOGCMs (*Atmosphere Ocean General Circulation Models*)

Son la principal herramienta utilizada para entender las variaciones del clima del pasado y de futuras proyecciones. Este modelo incluye componentes dinámicas que describen procesos atmosféricos, oceánicos y de la superficie terrestre; así como, hielo y otras componentes (Houghton et al., 1997).

Los modelos de atmósfera y océano más complejos son los modelos climáticos generales atmosféricos (AGCMs) tridimensionales y los modelos de circulación general oceánica (OGCMs). Estos modelos dividen la atmósfera o el océano en una malla horizontal con una resolución de 2°- 4° de latitud por 2°- 4° de longitud y 10 a 20 capas en la vertical. Hacen simulaciones

directamente del viento, corrientes oceánicas y otras variables y procesos que caracterizan el océano y la atmósfera (Houghton et al., 1997).

Un AOGCM consiste de un modelo climático general atmosférico acoplado con un modelo de circulación general oceánica. Estos dan información sobre el estado de la atmósfera y del océano adyacente a este o de la superficie del océano para calcular el intercambio de energía, humedad y momento entre las dos componentes. Estos modelos calculan la transferencia radiativa a través de la atmósfera, nieve y hielo, flujos en la superficie, transporte de energía y agua por la atmósfera y el océano; así como, la absorción de calor por el océano. También calculan los procesos de retroalimentación, cuyo efecto determina la sensibilidad climática (Houghton et al., 1997).

1.7. Modelos de crecimiento de corales

Existen varios modelos de crecimiento de coral que consideran factores hidrodinámicos (flujo estático y no estático, marea, oleaje), competencia coral-macroalga, conectividad, flujo sedimentario e incluso factores geométricos.

El modelo propuesto por van Woesik y Koksals, 2006 ha demostrado ser eficiente sólo con variables termodinámicas el cuál puede servir como base para un estudio más profundo.

Modelo de respuesta poblacional al estrés térmico (CPR)

En este modelo se estudia el estrés térmico en función de niveles altos de la temperatura del agua y acopla la temperatura en función de la irradiancia. Este estrés térmico tiene como resultado el blanqueamiento de coral y una extensa mortalidad de corales (van Woesik y Koksals, 2006). Por medio de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales se relacionan las respuestas fisiológicas del coral con los cambios de temperatura del agua, irradiancia y flujo de agua para poder predecir el estrés térmico y el cambio en la población derivado de este estrés.

Los autores del modelo consideraron que la población de coral (N) se incrementa logística-

mente con la capacidad de carga (N_{max}) y decrece a una tasa proporcional con la interacción entre el estrés térmico (t_{sh}) y la población. Las dinámicas de $N(t)$ y $t_{sh}(t)$ están gobernadas por el sistema de Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO's):

$$\frac{dN}{dt} = mN + r_1N \left(1 - \frac{N}{N_{max}}\right) - k_1 t_{sh} N - pN \quad ; \quad N(0) = N_0 \quad (1-1)$$

$$\frac{dt_{sh}}{dt} = \begin{cases} k_2 t_{sh} + k_3 f(t, l) & \text{si } 0 < t < 12 \\ -k_4 t_{sh} - k_5 F_0 t_{sh} & \text{si } 12 < t < 24 \end{cases} \quad ; \quad t_{sh}(0) = t_{sh}^0 \quad (1-2)$$

En la ecuación [1-1] r_1 es la tasa de crecimiento intrínseca del coral, m y p son las tasas de migración y mortalidad, respectivamente y k_1 es una constante de proporcionalidad respecto a la temperatura.

En la ecuación [1-2] k_2 es una constantes de proporcionalidad y k_3 es un parámetro de ajuste adimensional, $f(t, l)$ es la tasa de cambio total de la temperatura como función de la irradiancia dependiendo de si es un valor moderado o crítico, tal como se explica en el apéndice A y k_4 es una constante de proporcionalidad siguiendo un modelo reducido de pérdida de temperatura como la ley de Newton. $F_0 [cm.s^{-1}]$ es el coeficiente de flujo de agua y k_5 es una constante de proporcionalidad con unidades de $[cm^{-1}]$.

Con este modelo encontraron que:

- El estrés térmico se reduce considerablemente bajo un flujo de agua moderado y es alto cuando no hay flujo.
- Hay una fuerte dependencia con el valor inicial de estrés térmico.
- Bajo una temperatura superficial del océano (SST por sus siglas en inglés) moderada la población de coral decrece aunque con una tasa mucho más baja que bajo temperaturas altas.
- Cuando el estrés térmico llega a niveles críticos decrece la población de coral llegando a niveles irreversibles.

Capítulo 2

Metodología

2.1. Zona de estudio

SAV

El Sistema Arrecifal Veracruzano (SAV) representa el sistema arrecifal de mayor tamaño de la región Centro del Golfo de México y, en conjunto con los sistemas arrecifales del norte de Veracruz, “*funciona como reservorio, puente y punto de diseminación de especies entre las áreas arrecifales del Mar Caribe y Florida*” (Jordán-Dahlgren, 2002; Vargas-Hernández et al., 1993). El SAV es uno de los más importantes en México por su tamaño y por el número de especies que se encuentran en él. Está formado por bajos, islas y arrecifes situados en la porción interna de la plataforma continental en el Golfo de México, los cuales se elevan desde profundidades cercanas a los 40 m.

El SAV se ubica en las costas del estado de Veracruz en el Golfo de México entre los 19°00'00" y 19°16'00" N y los 95°45'00" y 96°12'00" W. Fue declarado área natural protegida, denominada Parque Nacional Sistema Arrecifal Veracruzano (PNSAV), el 24 de agosto de 1992 y está constituido por 23 arrecifes coralinos, ocupando una superficie de 52,238 Ha. Se sitúa en una región donde las formaciones arrecifales están limitadas por la carencia de lechos rocosos y la alta turbiedad del agua, derivada del aporte de sedimentos por varios ríos, propiciando que los arrecifes se formen en parches aislados (Granados-Barba et al., 2007; Horta-Puga y Tello-Musi, 2009).

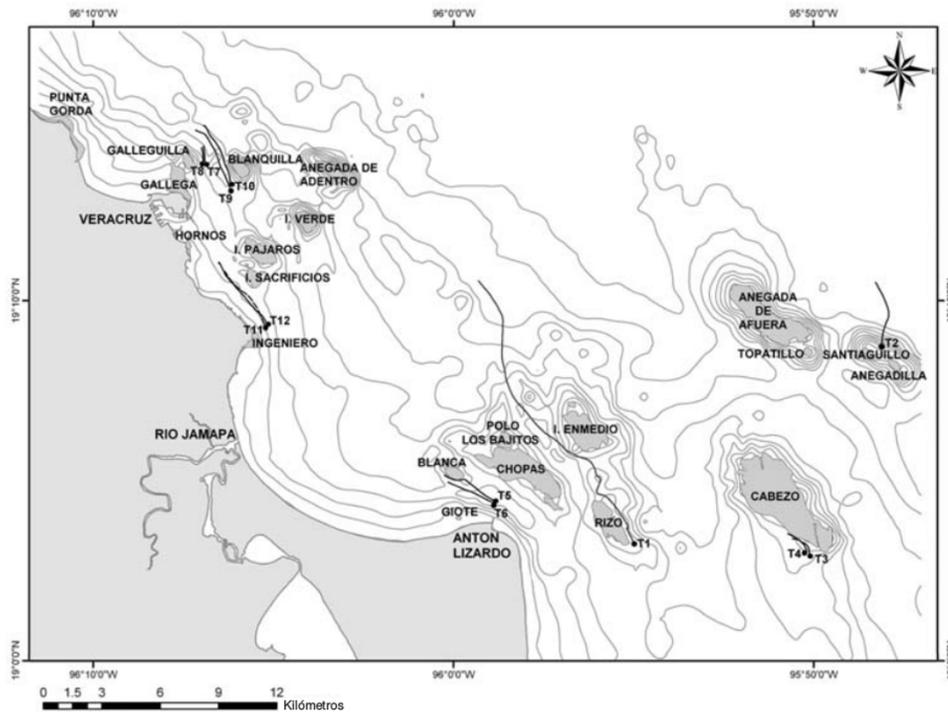


Figura 2-1: Ubicación del Parque Nacional Sistema Arrecifal Veracruzano.
(Granados-Barba et al., 2007)

En el SAV se pueden observar dos complejos arrecifales geográficamente separados (Figura 2-1), el primero se localiza frente a Veracruz-Boca del Río y está compuesto por 11 arrecifes: Punta Gorda, La Gallega, Galleguilla, Anegada de Adentro, La Blanquilla, Isla Verde, Sacrificios, Pájaros, Hornos, Bajo Paducah e Ingenieros. El segundo se localiza frente al poblado de Antón Lizardo y está compuesto por 12 arrecifes que son Giotte, Polo, Blanca, Punta Coyol, Chopas, Enmedio, Cabezo, Rizo, Santiaguillo, Anegada de Afuera, Anegadilla y Topatillo (Granados-Barba et al., 2007).

El SAV es uno de los sistemas arrecifales más impactados ya que se encuentra en un medio marino con fuerte influencia continental debido a la descarga de los grandes sistemas fluviales que caracterizan esta región del golfo (Jordán-Dahlgren y Rodríguez-Martínez, 2004), particularmente en época de lluvias pues acarrear grandes cantidades de sedimentos suspendidos, provocando así una reducción en la transparencia del agua y cubriendo corales y otros organis-

mos sésiles de la comunidad coralina.

Existen otros impactos como la extracción de peces (sobreexplotación), corales, conchas y otros organismos para su venta, encallamientos de buques y actividades turísticas como el buceo, paseos en lanchas y viajes a algunas de las playas y zonas someras.

El SAV también se encuentra expuesto a las descargas de los ríos Jamapa (1,670 millones de m^3 año⁻¹) y la Antigua y a la influencia ocasional del río Papaloapan que descarga 20,000 millones de m^3 año⁻¹ (Pérez-España y Vargas-Hernández, 2008). Estas descargas acarrearán sedimentos que pueden cambiar la turbidez del agua ocasionando que penetre una menor cantidad de luz, que es un factor indispensable para el crecimiento de corales y para los procesos fotosintéticos de algunos organismos. Estos sedimentos al precipitarse pueden cubrir los arrecifes impidiendo así, el reclutamiento de larvas de coral o de algas carnosas.

Objetivo general

En este estudio, se plantea desarrollar un modelo matemático basado en ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO), para analizar y estudiar la relación entre los factores que determinan la razón de cambio del coral y su respuesta en un escenario de cambio climático global. Este estudio, no obstante que el modelo será de tipo general, se pretende enfocarlo al Sistema Arrecifal Veracruzano (SAV) por la importancia que éste tiene en los ecosistemas del Golfo de México y en la economía nacional.

2.2. Marco Teórico

Modelar el crecimiento de coral es sin duda una tarea bastante compleja pues son varios los factores a considerar tales como temperatura, profundidad, cantidad de luz recibida, cercanía a la costa, enfermedades, turbidez, competencia coral-macro alga, pH, reclutamiento, fisiología, entre otros. A su vez se deben considerar las dinámicas que existen entre estos factores y los posibles eventos tanto naturales (fenómenos meteorológicos, variaciones estacionales, etc.) como inducidos por el hombre (sobrepesca, contaminación de las aguas, etc.). Por lo tanto se debe

establecer cuáles son los factores relevantes para el caso de estudio.

Como un primer acercamiento se estudiará la razón de cambio de la población de coral considerando las siguientes variables:

- Temperatura
- CO_2
- Luz

2.3. Factores de crecimiento.

1. Luz.

La cantidad de luz que reciben los corales es un factor muy importante dada la relación simbiótica que existe entre el pólipo y las zooxantelas pues la principal fuente de energía del coral proviene de la fotosíntesis realizada por las zooxantelas. También son ellas las responsables del color que poseen los corales. A su vez el coral provee a la zooxantela de nutrientes como dióxido de carbono, fósforo y nitrógeno, componentes de deshecho de la respiración celular del coral (Coles y Jokiel, 1978).

2. Temperatura

El incremento en la temperatura oceánica superficial (SST) del mar, asociado al incremento en la concentración de CO_2 atmosférico, tiene resultados positivos en la tasa de calcificación pues aumenta el estado de saturación de aragonita el cual ayuda a la calcificación (Evenhuis et al., 2015). Sin embargo, por encima de los $28^\circ C$ el coral sufre un estrés térmico que lo lleva a cambiar su estrategia de crecimiento o a una disminución en la tasa de calcificación, (Cantin et al., 2010; Coles y Jokiel, 1978).

3. CO_2

La acidificación del océano ha sido identificado como uno de los mayores problemas para los corales y otros organismos calcificadores (Kleypas y Langdon, 2006). En los últimos 150 años la concentración de CO_2 atmosférico se ha incrementado de manera drástica, por

lo tanto la cantidad de CO_2 que es absorbida por el océano se ha incrementado también, teniendo efectos sobre el equilibrio de carbonatos; así como, en el pH (Hohn y Merico, 2012; Marubini et al., 2001).

El sistema de carbonatos en el océano está gobernado por una serie de reacciones químicas dadas por:



El CO_2 atmosférico al entrar en contacto con el agua forma H_2CO_3 (ácido carbónico) que se disocia rápidamente perdiendo iones hidrógeno (H^+) para formar HCO_3^- (bicarbonatos) y iones carbonatos (CO_3^{2-}). Añadiendo CO_2 al océano incrementa el H_2CO_3 , HCO_3^- y H^+ , éste último disminuye el pH y por lo tanto hay una reducción en la concentración de los iones CO_3^{2-} disminuyendo así su disponibilidad en los sistemas biológicos (Álvarez-Borrego, 2007; Cantin et al., 2010; Doney et al., 2009).

Los organismos calcificadores combinan calcio y iones carbono para construir sus esqueletos de carbonato de calcio ($Ca^{2+}CO_3^{2-} \rightarrow CaCO_3$), es por esto que una disminución en la concentración de iones carbonato disminuye el proceso de calcificación (Buddemeier et al., 2004; Schneider y Erez, 2006). Esto quiere decir que el coral encuentra menos CO_3^{2-} con el cual poder fortalecer o extender su estructura.

Medir la cantidad de CO_2 absorbida de manera experimental no es tarea fácil ya que el incremento anual es pequeño en comparación a la variabilidad regional y temporal (Siegenthaler y Sarmiento, 1993). Por lo tanto la absorción de CO_2 se debe estimar por medio de modelos del ciclo del carbono.

El flujo neto de CO_2 entre aire y océano está dado por la diferencia de presión parcial de CO_2 y se puede escribir de la siguiente manera (Takahashi et al., 2002; Wanninkhof, 1992):

$$F = k\beta(pCO_{2,o} - pCO_{2,a}) = k\Delta pCO_2 \quad (2-1)$$

donde $pCO_{2,o}$, es la presión parcial de CO_2 en equilibrio en la superficie del océano, $pCO_{2,a}$ es la presión parcial en la atmósfera, k es un coeficiente de intercambio de gas y β la constante de solubilidad.

Las moléculas de Dióxido de Carbono reaccionan químicamente con el agua para formar HCO_3^- y CO_3^{2-} lo cuales no están en contacto con la capa de aire adyacente. Tan sólo el 0.5% del total de moléculas de CO_2 disueltas en el agua a lo largo de la superficie del océano tienen contacto con el aire a través de un intercambio de gas. A esta cantidad se le llama presión parcial de CO_2 (Kozyr, 2008).

Cuando la pCO_2 del océano es menor a la pCO_2 atmosférica el océano absorbe CO_2 de la atmósfera, si la pCO_2 del océano es mayor a la pCO_2 atmosférica el océano emite CO_2 a la atmósfera.

2.3.1. Modelo

Tomando como base el modelo propuesto por van Woesik y Koksai, 2006, se introducirán las variables concentración de dióxido de carbono (CO_2), irradiancia (I) y temperatura oceánica superficial (SST) que para este estudio será simplemente T , considerando sus valores críticos correspondientes $CO_{2,c}$, I_c y T_c . Se estudiará el crecimiento de la población de coral para lo cual se tomará en cuenta únicamente la tasa de cambio del coral respecto del tiempo:

$$\frac{dN}{dt} = mN + r_1N \left(1 - \frac{N}{N_{max}}\right) - k_1t_{sh}N - pN; \quad N(0) = N_0 \quad (2-2)$$

esta ecuación se puede reescribir como:

$$\frac{dN}{dt} = (m - k_1t_{sh} - p)N + r_1N \left(1 - \frac{N}{N_{max}}\right); \quad N(0) = N_0 \quad (2-3)$$

y esta a su vez se puede reescribir como:

$$\frac{dN}{dt} = AN + r_1 N \left(1 - \frac{N}{N_{max}} \right); \quad N(0) = N_0 \quad (2-4)$$

donde A da información de la dinámica intrínseca promedio de cada individuo. Para explicar A pensemos en la ecuación $\frac{dN}{dt} = AN$ donde N represente una colonia de bacterias. Esta ecuación nos dice que la tasa de cambio de la población de bacterias es A veces proporcional a ésta y A puede ser positiva o negativa dependiendo de las condiciones que afecten a la población.

Regresando a la ecuación [2-4], se propone que A se puede asociar a una función $A = A(T, [CO_2], I)$

La ecuación sería de la forma:

$$A = F_1(T) + F_2([CO_2]) + F_3(I) \quad (2-5)$$

donde F_1, F_2 y F_3 nos da la contribución parcial de cada una de las variables. Aún cuando la temperatura, la concentración de CO_2 y la irradiancia están correlacionadas, para este estudio las analizaremos de manera independendiente.

Linealizando alrededor de sus puntos críticos tenemos:

$$A = -k_1(T - T_c) - k_2([CO_2] - [CO_2]_c) - k_3(I - I_c) + M \quad (2-6)$$

Para $-k_1(T - T_c)$, término correspondiente a la temperatura, tenemos que si T es menor a T_c la contribución de la razón de cambio de la población respecto a la temperatura es positiva pues el $CaCO_3$ precipita mejor a temperaturas altas siendo esto benéfico para el coral. Si T es mayor a T_c la contribución será negativa pues a partir de $32^\circ C$ (T_c) el coral se estresa y la población empieza a decrecer.

Para el término correspondiente a la concentración de CO_2 ; $-k_2([CO_2] - [CO_2]_c)$, tenemos que si $[CO_2]$ es menor a $[CO_2]_c$ la contribución respecto al CO_2 será positiva pues el equilibrio de carbonatos se mantiene y el coral tiene suficiente $CaCO_3$ disponible para depositarlo en su estructura. Si $[CO_2]$ es mayor a $[CO_2]_c$ se rompe el equilibrio de carbonatos llevando a una acidificación del agua y esto hace que haya menos $CaCO_3$ disponible para el coral e incluso podría disolver la estructuras de aragonita.

Para el término correspondiente a la irradiancia, $-k_3(I - I_c)$, tenemos que si I es menor a I_c la contribución respecto a I será positiva pues las zooxantelas necesitan luz para producir el alimento necesario para el coral. Si I es mayor a I_c la contribución será negativa pues con una irradiancia muy alta las zooxantelas pueden migrar provocando así el blanqueamiento del coral y su eventual muerte.

M es la suma de las constantes de cada aproximación lineal en donde se pueden incluir la migración y el crecimiento propio del coral.

Capítulo 3

Resultados

En este capítulo vamos a estudiar dinámicas parciales de las variables, temperatura, CO_2 e Irradiancia para ver la dinámica individual y la manera en que ésta afecta el crecimiento del coral.

Para esto vamos a resolver por diferencias finitas la ecuación [2-4] teniendo que:

$$N_{i+1} = N_i + \frac{dN}{dt} \cdot \Delta t \quad (3-1)$$

esto es:

$$N_{i+1} = N_i + \left[AN_i + \alpha N_i \left(1 - \frac{N}{N_c} \right) \right] \cdot \Delta t \quad (3-2)$$

esta ecuación se puede ver como:

$$N_{i+1} = N_i + N_i \left[1 + A_i + \alpha \left(1 - \frac{N}{N_c} \right) \right] \cdot \Delta t \quad (3-3)$$

donde A_i varía respecto a cada una de las variables a lo largo del tiempo y α es la reportada en el artículo de [van Woesik y Koksals, 2006](#).

La ecuación $N' = \alpha N \left(1 - \frac{N}{N_c} \right)$ es la dinámica logística, donde α y N_c son parámetros positivos, α da la tasa del crecimiento de la población cuando N es pequeña, N_c representa la capacidad de carga. Si N es muy pequeña la ecuación es esencialmente $N' = \alpha N$ (pues el término $1 - \frac{N}{N_c} \approx 1$) y cumple las siguientes suposiciones:

- Si la población es pequeña, la tasa de crecimiento es directamente proporcional al tamaño

de la población;

- Si la población crece demasiado, la tasa de crecimiento es negativa.
(Smale et al., 2003)

La ecuación 2-5 discretizada en el tiempo queda de la siguiente manera:

$$A_i = F_1(T_i) + F_2([CO_2]_i) + F_3(I_i) \quad (3-4)$$

donde el subíndice i indica el valor de las variables T , CO_2 e I en el tiempo i . Para el caso en que el coeficiente A es constante se tiene una solución numérica tal como es presentada en el apéndice B.

3.1. Análisis de la Temperatura como variable única de cambio en la población de coral

Para el estudio de la temperatura vamos a tomar la ecuación 3-4 como:

$$A_i = F_1(T_i) \quad (3-5)$$

donde T_i toma como valores los datos obtenidos de Hybrid Coordinate Ocean Model (Hycom) (Dukhovskoy y Nedbor-Gross, 2015) para la zona ubicada frente al puerto de Veracruz. Estos datos fueron medidos diariamente de 1992 hasta 2006. Para utilizarlos en el modelo promediamos los trece años mes con mes es decir, tomamos los trece eneros y se obtuvo un promedio y así sucesivamente con cada mes. Este promedio lo realizamos para poder relacionar estos datos con los datos de Irradiancia obtenidos de <https://eosweb.larc.nasa.gov/sse/RETScreen/> (NASA Atmospheric Science Data Center) que fueron calculados de la misma manera.

En el artículo van Woesik y Koksals, 2006 hacen un análisis local alrededor de 28°C y 32°C donde encuentran un decremento debido a estrés térmico. Con estos resultados proponemos una aproximación cuadrática para F_1 con el fin de estudiar sensibilidad respecto a la temperatura.

$$F_1(T) = B_0 + B_1T + B_2T^2 \quad (3-6)$$

donde B_0 , B_1 y B_2 se obtuvieron ajustando a tres puntos la parábola, éstos son: 28°C, 32°C (van Woësik y Koksál, 2006) y se tomó 18°C como la temperatura mínima para el crecimiento del coral.

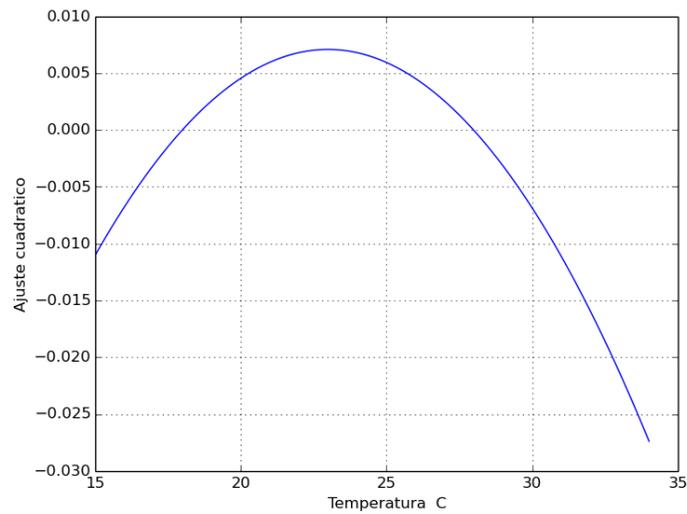


Figura 3-1: Sensibilidad de F_1 a la temperatura

Utilizando como condiciones iniciales una población $N_0 = 1500$ pólipos, un capacidad máxima $N_c = 100,000$ pólipos, se obtiene la siguiente gráfica para un período de 12 meses.

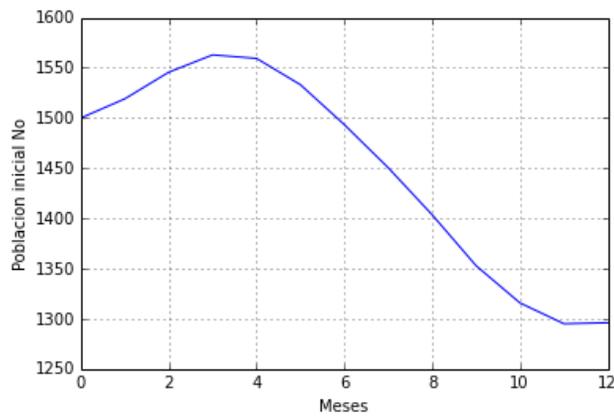


Figura 3-2: Dinámica de la población respecto a la temperatura frente al puerto de Veracruz

En la figura 3-2 vemos la dinámica utilizando los datos de temperatura medidos frente al puerto de Veracruz. Se puede ver que inicialmente hay un crecimiento de la población en los primeros cuatro meses. Entre mayo y noviembre se tienen las temperaturas más altas entre 27°C y 29°C por lo que se observa un decrecimiento constante bajo estas condiciones iniciales. Utilizando distintas condiciones iniciales se obtienen resultados semejantes considerando la aproximación cuadrática anterior siempre y cuando $N_c \geq 0.8 N_0$.

El mismo comportamiento se puede observar para la zona situada frente a Antón Lizardo como se presenta en el apéndice C.

3.2. Análisis de la concentración de CO_2 como variable única de cambio en la población de coral

Para el estudio del CO_2 vamos a tomar la ecuación 3-4 como:

$$A_i = F_2[CO_{2,i}] \quad (3-7)$$

Dado que sólo se cuenta con datos de CO_2 atmosférico para la región de estudio, debemos encontrar una relación entre la concentración de CO_2 atmosférico y la concentración de CO_2 en el océano. Para esto contamos con los valores de CO_2 atmosférico obtenidos de NOAA/ESRL (www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/trends/), estos valores son mediciones anuales de 1991 a 2007 para tener un mejor entendimiento de la tendencia del CO_2 .

Para calcular el flujo entre la atmósfera y el océano usamos la ecuación (Takahashi et al., 2002; Wanninkhof, 1992):

$$F = k\beta(pCO_{2,a} - pCO_{2,o}) \quad (3-8)$$

donde el flujo es la derivada de la concentración en el tiempo, k un coeficiente de intercambio de gas que depende de la velocidad del viento $k = 0.31u^2 (Sc/660)^{1/2}$ (Wanninkhof, 1992) y β la constante de solubilidad del CO_2 . La pCO_2 oceánica depende de la temperatura, la cantidad

total de CO_2 disuelta en el agua, del pH y la ubicación.

La tasa de intercambio de gas es lo suficientemente rápida para asegurar que la pCO_2 en la superficie está cerca del equilibrio con la atmósfera (con excepción de regiones donde el intercambio vertical es fuerte) con una diferencia de pCO_2 global media de $\approx 8 \text{ ppm}$ (Siegenthaler y Sarmiento, 1993), es decir, que el flujo cerca de la superficie es cercano a cero.

Entonces cerca de la superficie

$$F \approx 0 \approx k\beta(pCO_{2,a} - pCO_{2,o}) \quad (3-9)$$

esto implica que $pCO_{2,o} \approx pCO_{2,a}$, aproximando linealmente la concentración de CO_2 oceánica tenemos que $[CO_{2,o}] \approx \gamma pCO_{2,o}$, donde γ es una constante de proporcionalidad, por lo tanto

$$[CO_{2,o}] \approx \gamma pCO_{2,a} \quad (3-10)$$

y entonces se puede aproximar la susceptibilidad de F al CO_2 como:

$$F_2([CO_2]) = F_2(\gamma pCO_{2,a}) \quad (3-11)$$

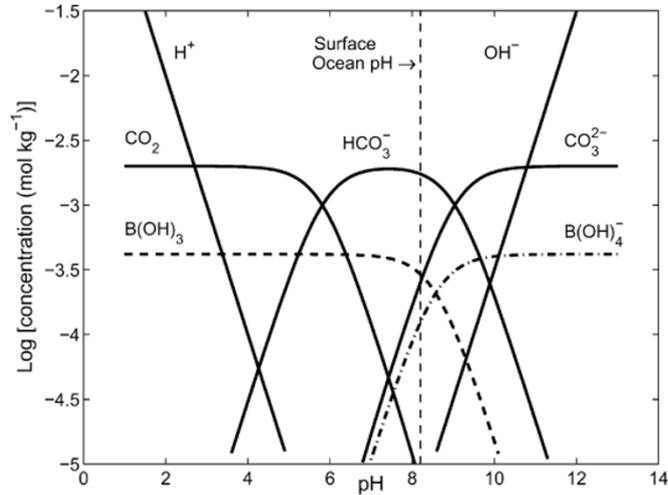


Figura 3-3: Sistema de carbonatos.
(Zeebe y Wolf-Gladrow, 2001)

Por otro lado, en la figura 3-3 observamos la disponibilidad de las diferentes especies de carbono en función del pH . Para valores de $pH < 6$ la especie dominante es el CO_2 . Para valores $6 < pH < 9$, la especie dominante es HCO_3^- , es por esto que a lo largo del océano sea la especie más abundante pues el pH promedio es de 8.1 (Doney et al., 2009). Por último, para valores de $9 < pH$ la especie dominante es el CO_3^{2-} . Por lo tanto, si incrementa la cantidad CO_2 que entra al océano el pH disminuye. Esto quiere decir que se reduce la cantidad de CO_3^{2-} disponible.

Ya se modeló el intercambio de CO_2 entre atmósfera y océano, además se explicó el comportamiento de las diferentes especies de carbono en función del pH y su relación con el equilibrio de carbonatos. Ahora proponemos una aproximación para ajustar los umbrales mínimo y máximo necesarios para el estudio del crecimiento de la población de coral bajo diferentes concentraciones de CO_2 . Para esto, proponemos una aproximación cuadrática de F_2 . Nombramos como umbral mínimo A y como umbral máximo B . Así encontramos una familia de parábolas cuya ecuación es de la forma:

$$Y = -K \left(x - \frac{B+A}{2} \right)^2 + \eta \quad (3-12)$$

donde $\left(\frac{B+A}{2}\right)$ es el punto medio de la parábola en el cual se encuentra la máxima susceptibilidad positiva de CO_2 dada por " η " y $x \in [A, B]$.

Evaluando en B tenemos que

$$0 = -K \left(B - \frac{B+A}{2} \right)^2 + \eta \quad (3-13)$$

entonces

$$0 = -K \left(\frac{B-A}{2} \right)^2 + \eta \quad (3-14)$$

despejando obtenemos

$$K \left(\frac{B-A}{2} \right)^2 = \eta \quad (3-15)$$

esto es

$$K = \frac{4\eta}{(B-A)^2} \quad (3-16)$$

Evaluando en el umbral mínimo A y desarrollando obtenemos el mismo resultado.

Entonces nuestra función F_2 queda de la siguiente forma:

$$F_2(x) = \left(- \left(\frac{4}{(B-A)^2} \right) \cdot \left(x - \frac{B+A}{2} \right)^2 + 1 \right) \eta \quad (3-17)$$

Alrededor del océano la pCO_2 se encuentra entre $100 \mu atm$ y $1000 \mu atm$ (Kozyr, 2008), por lo tanto consideramos nuestros umbrales máximo y mínimo dentro de este intervalo. Para esto definimos cinco regiones para analizar diferentes escenarios con variaciones periódicas anuales, éstas son; debajo de A , alrededor de A , entre A y B , alrededor de B y mayor a B .

En la ecuación 3-17 podemos ver que la susceptibilidad a la concentración de CO_2 está escalada por η la cual llamaremos η_{CO_2} , por lo que hicimos experimentos numéricos con tres valores de η_{CO_2} para ver la dinámica del modelo respecto a la concentración de CO_2 contra la dinámica logística escalada por α . Esto es, si tomamos $N < N_c$ nuestra ecuación queda como $N' = AN + \alpha N$ con A como función del CO_2 . Es decir, si $\eta_{CO_2} > \alpha$ decimos que los cambios en la concentración de CO_2 tienen más contribución que la parte logística, si $\eta_{CO_2} = \alpha$ las dos contribuciones serán iguales y si $\eta_{CO_2} < \alpha$ entonces la dinámica logística tiene mayor contribución.

Para ver cómo es la susceptibilidad de F a la concentración de CO_2 proponemos $A = 250 \text{ ppm}$ y $B = 450 \text{ ppm}$ como nuestros umbrales debido a que los datos obtenidos de la NOAA a partir del año 1880 tiene una concentración de 280 ppm y la concentración actual es aproximadamente 390 ppm y tomamos la variación de la concentración de CO_2 anual como $[50 \cdot (\sin \frac{2\pi}{12} \cdot t)]$ para estudiar las diferentes soluciones a lo largo de un año.

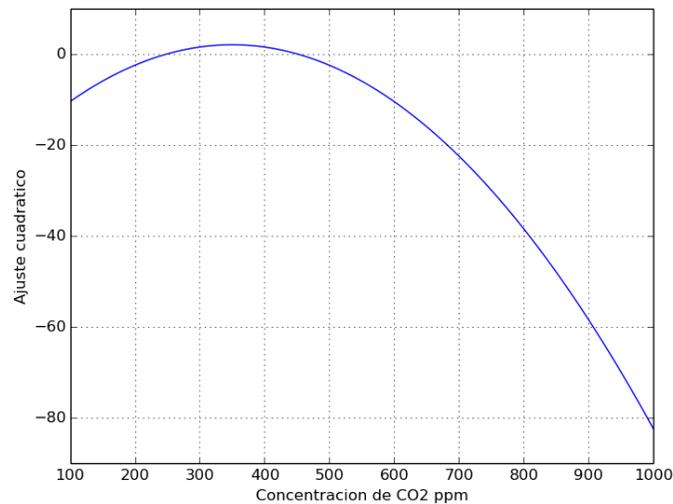


Figura 3-4: Sensibilidad de F_2 a la concentración de CO_2 con $A = 250 \text{ ppm}$ y $B = 450 \text{ ppm}$.

Analicemos ahora la dinámica en cada una de las regiones utilizando escala logarítmica con base en nuestra población inicial (n_o) para ver el cambio en el crecimiento de la población.

- Para η_{CO_2} de bajo del umbral A :

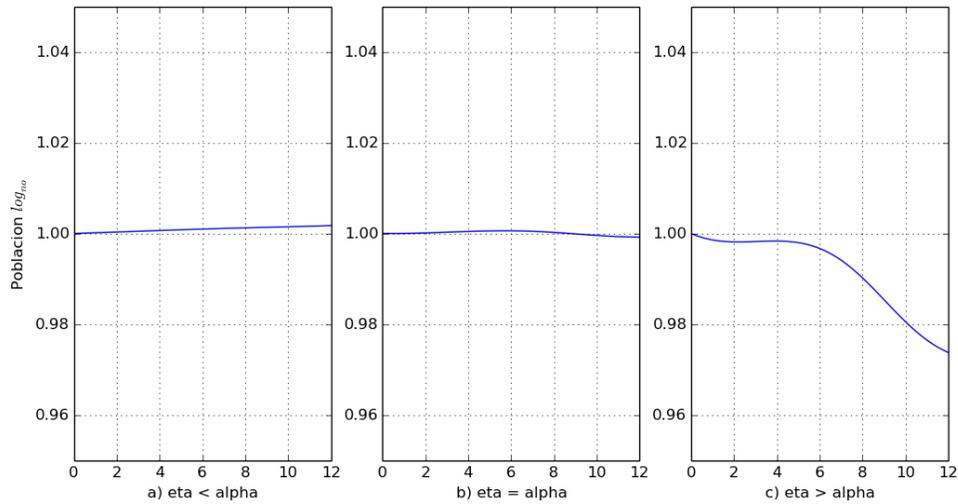


Figura 3-5: Dinámica de la población de coral debajo del umbral mínimo A .

En (a) se puede observar que si la dinámica logística tiene una mayor contribución la población de coral tiene un crecimiento tan pequeño que nos hace suponer que la población se mantiene constante en el período de un año.

En (b) se observa que si la contribución de la concentración de CO_2 es igual a la contribución de la dinámica logística la población de coral decrece aunque este decremento no es significativo en un período de un año, aunque podría ser importante en un período más extenso.

En (c) la contribución de la concentración de CO_2 es mayor que la contribución de la dinámica logística, podemos observar que la población decrece de manera drástica por lo que podemos suponer que el aporte de CO_2 no es suficiente para la formación del $CaCO_3$ necesario para la formación de las estructuras de la población de coral.

- Para η_{CO_2} en el umbral A :

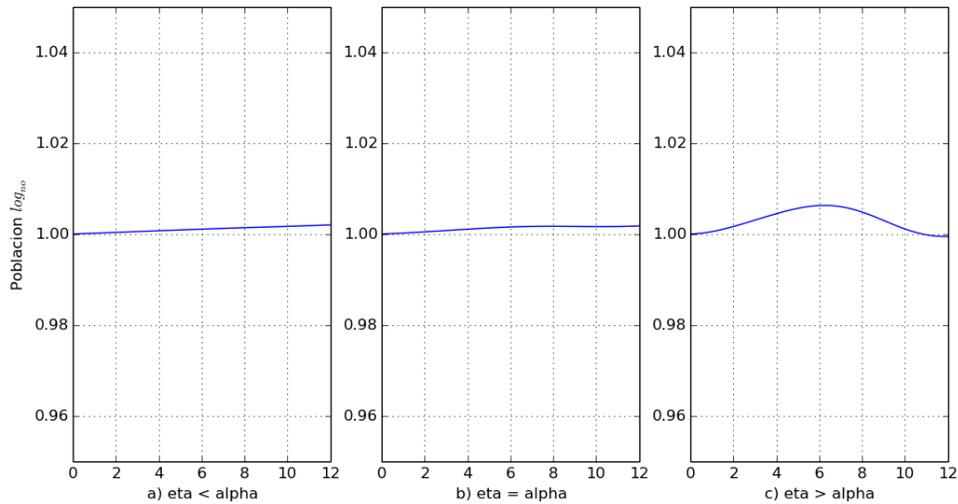


Figura 3-6: Dinámica de la población de coral alrededor del umbral mínimo A .

En (a) y (b) vemos un crecimiento continuo de la población aunque no significativo por lo que se puede suponer que la población se mantiene constante por lo tanto no se aprecia un cambio importante en el aporte de CO_2 .

En (c) se ve un pequeño incremento en la mitad del período el cual puede deberse a un incremento de temperatura durante los meses más cálidos lo cual es benéfico para la precipitación de $CaCO_3$ sin embargo, vuelve a decrecer y para el final del período tenemos la misma población que se tenía al principio.

- Para η_{CO_2} entre A y B :

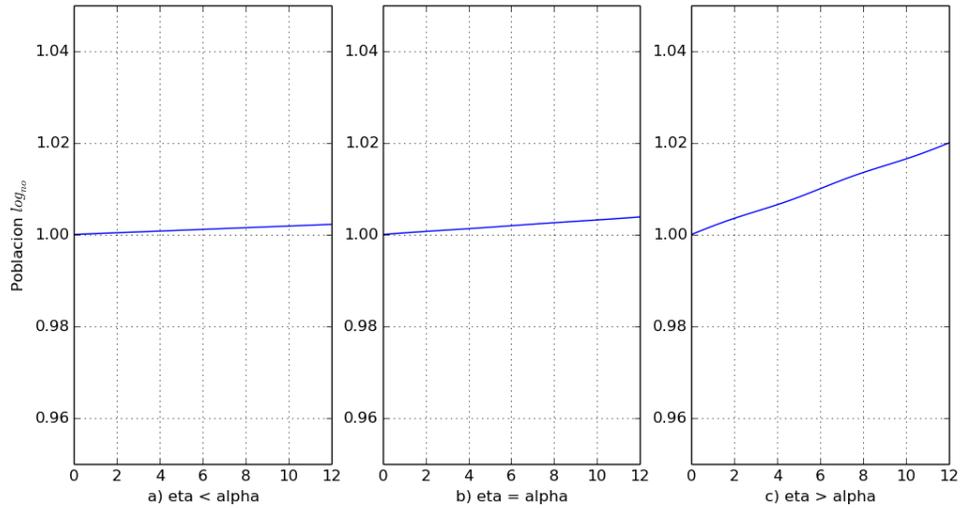


Figura 3-7: Dinámica de la población de coral entre el umbral mínimo A y el umbral máximo B .

Aquí se puede ver que en los tres casos hay un crecimiento de la población pero la tendencia positiva es más importante en (c). Esto se debe a que la cantidad de CO_2 que es absorbida por el océano es la óptima para formar suficiente $CaCO_3$ disponible para las estructuras coralinas.

- Para η_{CO_2} en el umbral B :

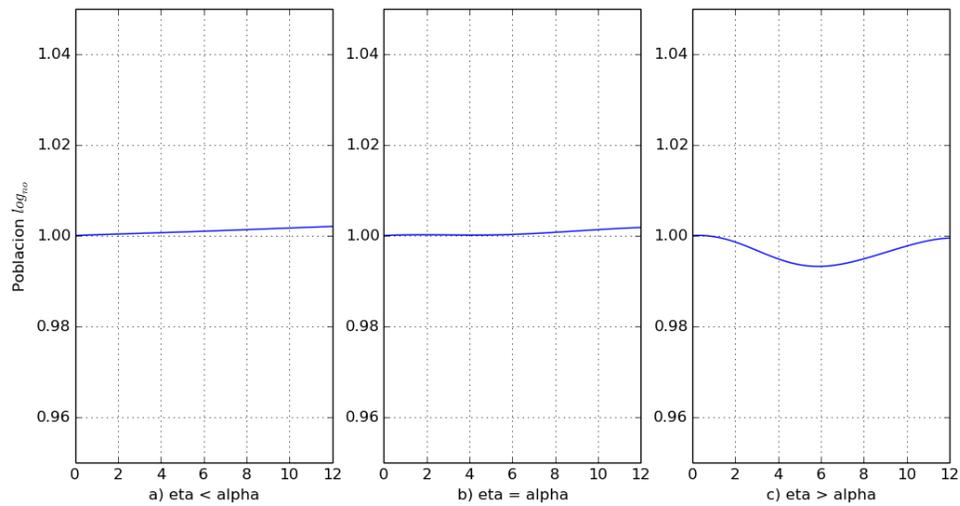


Figura 3-8: Dinámica de la población de coral alrededor del umbral máximo B .

Aún estando en el umbral superior la población se mantiene constante durante un período anual. En (c) (al contrario que en el umbral A) se observa un decremento, no significativo, a la mitad del período.

- Para η_{CO_2} por arriba del umbral B :

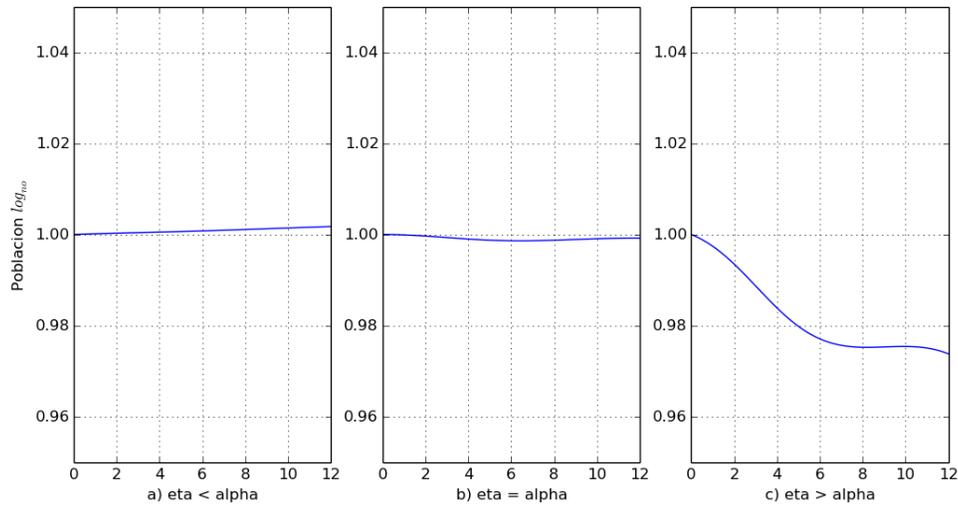


Figura 3-9: Dinámica de la población de coral por arriba del umbral máximo B .

En (a) y (b) se puede ver que la población se mantiene constante. Sin embargo, en (c) se observa un decremento de la población de coral el cual puede deberse a que el océano está absorbiendo más CO_2 y puede verse alterado el sistema de carbonatos haciendo que disminuya el pH y a su vez la cantidad de $CaCO_3$ disponible para los corales. Pueden incluso disolverse las estructuras de $CaCO_3$ afectando fuertemente a la población de corales.

Las gráficas de los resultados utilizando los datos de la zona situada frente a Antón Lizardo se presentan en el apéndice A.

3.3. Análisis de la Irradiancia como variable única de cambio en la población de coral

Para el estudio de la Irradiancia vamos a tomar la ecuación 3-4 como:

$$A_i = F_3[I_i] \quad (3-18)$$

donde I_i toma los valores de los datos obtenidos de <https://eosweb.larc.nasa.gov/sse/RETScreen/> (NASA Atmospheric Science Data Center), con latitud de 19.16 N y longitud de 96.75 W.

La cantidad de luz mínima necesaria para asegurar el crecimiento de coral es diferente para cada especie habiendo especies que prefieren niveles bajos de luz ($5 - 60 \mu\text{mol photons } m^{-2}s^{-1}$) (Vermeij y Bak, 2002). Por lo tanto consideraremos 250 y 2300 ($\mu\text{mol photons } m^{-2}s^{-1}$) como la cantidad mínima y máxima respectivamente, necesaria para el crecimiento de la población de coral tal como en Kleypas et al. 1999b, esto es nuestros umbrales serán $A = 250$ y $B = 2300$.

Al igual que como se hizo con el análisis para el CO_2 proponemos una aproximación parabólica obteniendo una familia de parábolas que estarán escaladas por η como en la ecuación 3-17.

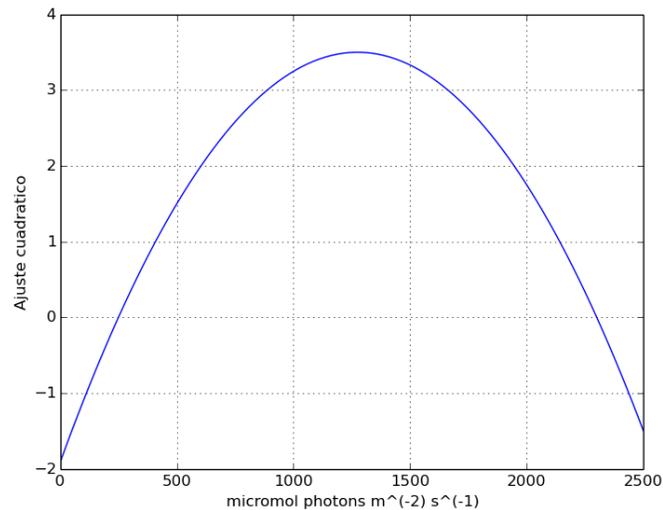


Figura 3-10: Sensibilidad de F_3 a la Irradiancia.

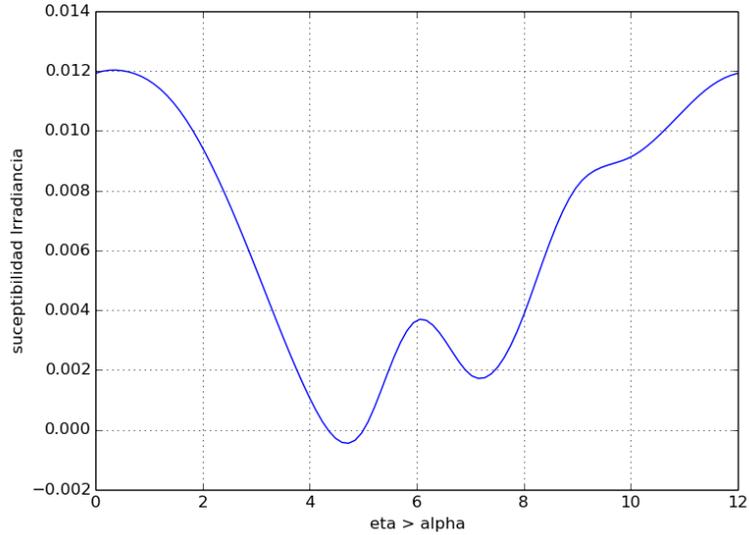


Figura 3-11: Sensibilidad de F_3 a la Irradiancia a lo largo de un año.

En la figura 3-11 podemos ver la forma de la sensibilidad de F_3 a la irradiación a lo largo del tiempo con los datos en la zona de estudio, con valores dese de 1500 y 1542 ($\mu\text{mol photons m}^{-2} \text{s}^{-1}$) en diciembre y enero respectivamente hasta 2307 ($\mu\text{mol photons m}^{-2} \text{s}^{-1}$) en mayo. En la figura 3-10 y figura 3-11 se puede observar que F_3 es muy sensible a la irradiación.

Para los tres valores de η_i se observó el mismo comportamiento en la sensibilidad, a diferente escala.

Haciendo de nuevo experimentos numéricos con tres valores, $\eta_i < \alpha$, $\eta_i = \alpha$ y $\eta_i > \alpha$ para ver la dinámica del modelo respecto a la Irradiancia contra la dinámica logística analizaremos el crecimiento de la población de coral para un período de un año utilizando escala logarítmica.

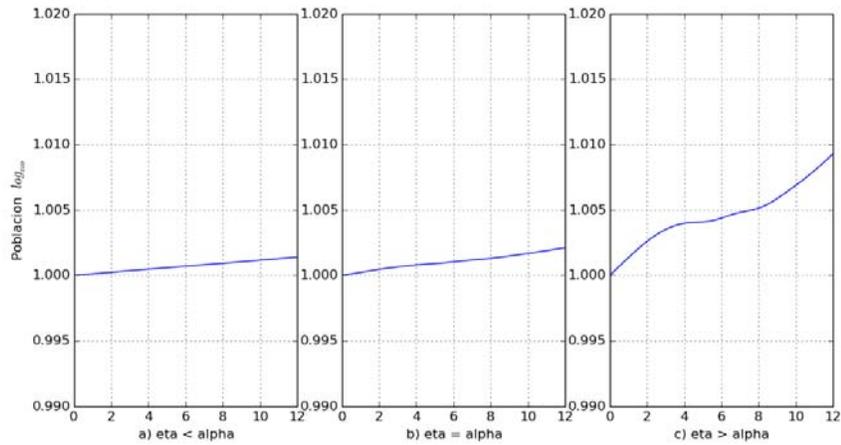


Figura 3-12: Dinámica de la población respecto a la Irradiancia.

En (a) y (b) vemos un crecimiento pequeño de la población no muy importante. En (c) el crecimiento de la población es más importante y se da mucho más rápido.

3.4. Análisis de la población de coral integrando las tres variables

Hasta ahora hemos estudiado el crecimiento de la población de coral haciendo un análisis individual de cada una de las variables. Tomemos ahora la función 3-3 para estudiar el cambio de la población integrando las tres variables. Para este caso utilizaremos los mismos datos haciendo incrementos en la temperatura y la concentración de CO_2 para analizar los diferentes escenarios comparando de nuevo la dinámica logística contra la susceptibilidad de la población tanto a la temperatura como a la concentración de CO_2 .

- Incremento en 100 ppm en CO_2 y $0^\circ C$.

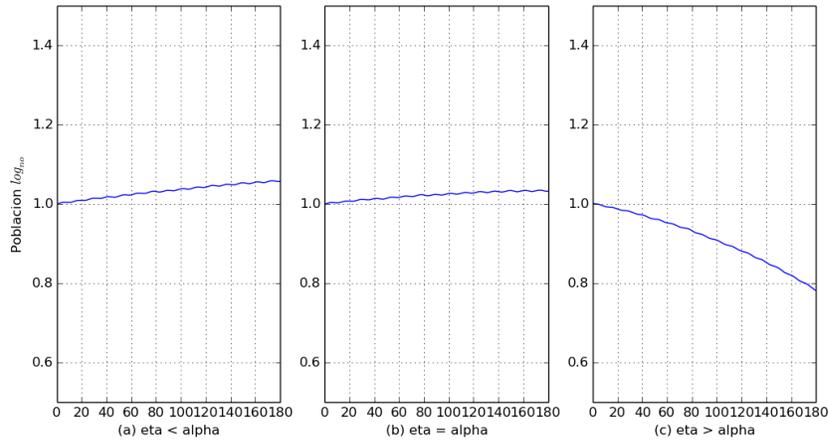


Figura 3-13: Dinámica de la población incrementando 100 ppm la concentración de CO_2 y $0^\circ C$.

En este caso vemos que un incremento de 100 ppm en la concentración de CO_2 afecta al crecimiento de la población de coral cuando la susceptibilidad al CO_2 es mayor, (c). En (a) y (b) se observa un crecimiento de la población aunque éste es pequeño para un período de 180 meses.

- Incremento de 100 ppm en CO_2 y $1^\circ C$.

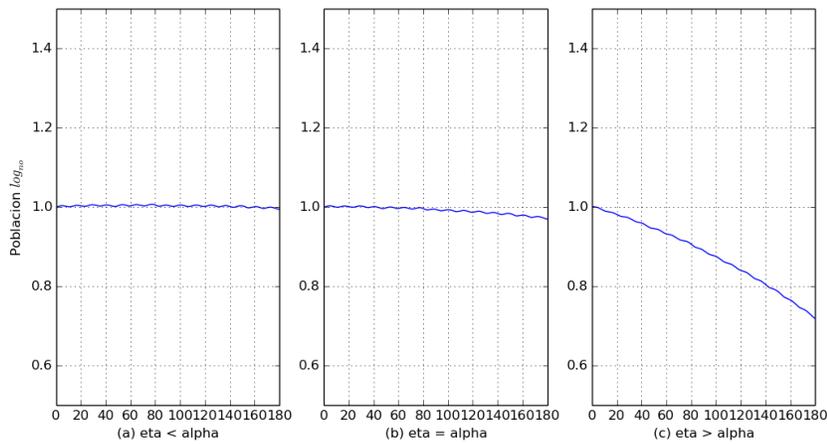


Figura 3-14: Dinámica de la población incrementando 100 ppm la concentración de CO_2 y $1^\circ C$.

En (a) se observa que con un incremento en la temperatura de $1^\circ C$ empieza a tener efecto sobre la población de coral, aún cuando domina la dinámica logística la población se mantiene constante, ya no hay crecimiento. En (c) se observa el mismo comportamiento que cuando no había incremento de temperatura, lo que hace suponer que el CO_2 tiene más peso que la temperatura.

- Incremento en 100 ppm en CO_2 y $2^\circ C$.

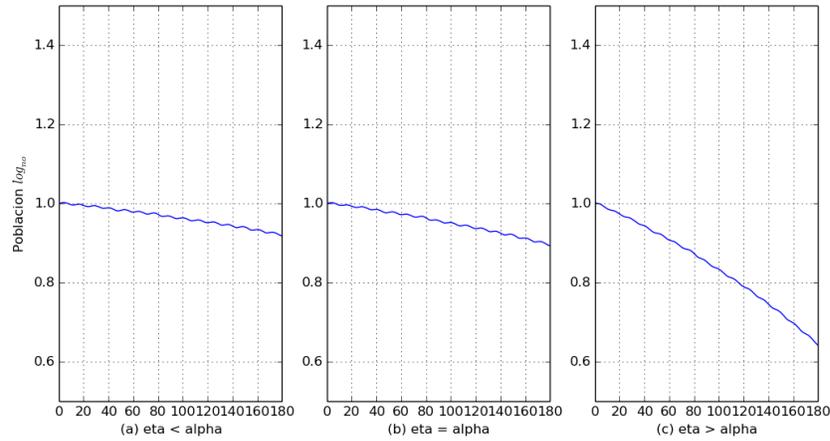


Figura 3-15: Dinámica de la población incrementando 100 ppm la concentración de CO_2 y $2^\circ C$.

Al igual que en el caso anterior, en (a) aún cuando domina la dinámica logística se observa un decremento debido al incremento en temperatura. En (c) se observa la misma dinámica que en los casos anteriores. Esto reitera que el CO_2 tiene mayor peso y que la temperatura acelera el decremento.

- Incremento en 150 ppm en CO_2 y $0^\circ C$.

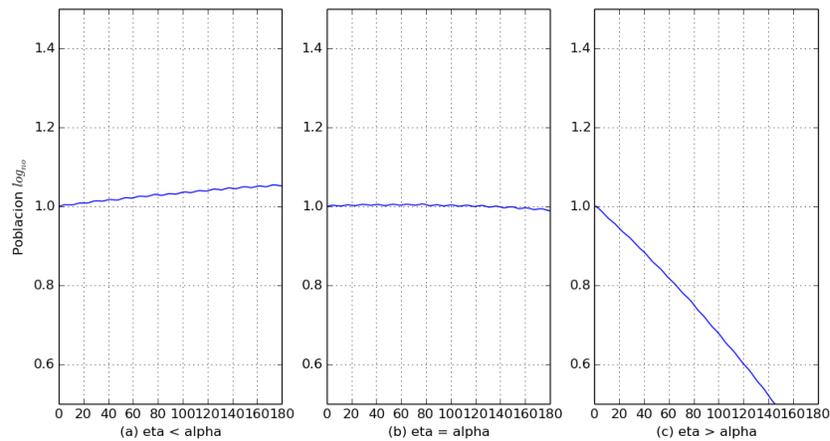


Figura 3-16: Dinámica de la población incrementando 150 ppm la concentración de CO_2 y $0^\circ C$.

En (a) y (b) la población de coral permanece practicamente constante. Es en (c) donde se observa un decremento importante mucho antes de que termine el período.

- Incremento en 150 ppm en CO_2 y $1^\circ C$.

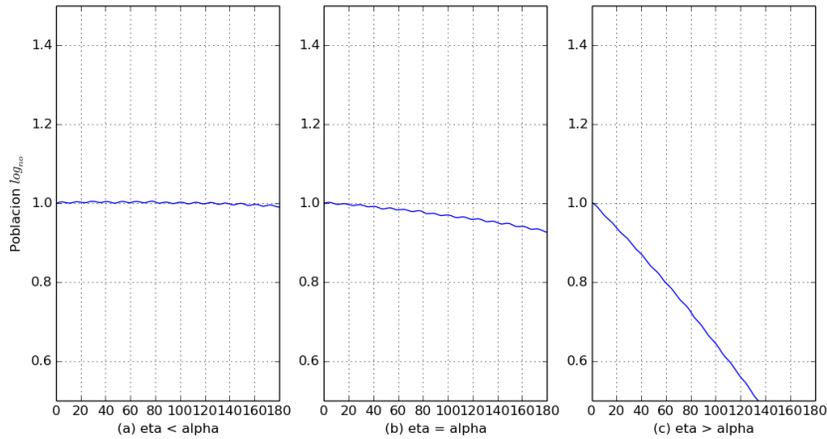


Figura 3-17: Dinámica de la población incrementando 150 ppm la concentración de CO_2 y $1^\circ C$.

Aquí se puede observar que este incremento de la temperatura mantiene la población constante en (a). En (b) y (c) vemos que ya hay un decremento de la población mucho más importante cuando dominan la susceptibilidad de la concentración de CO_2 y de temperatura.

- Incremento en 150 ppm en CO_2 y $2^\circ C$.

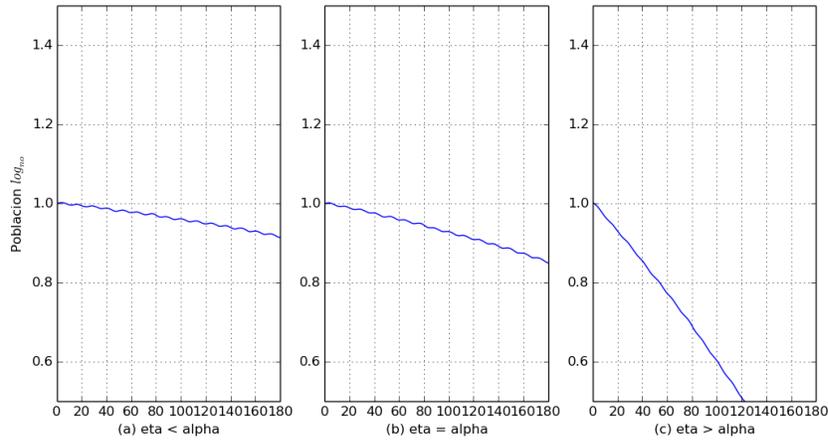


Figura 3-18: Dinámica de la población incrementando 150 ppm la concentración de CO_2 y $2^\circ C$.

Aquí se observa un decremento de la población de coral en la tres gráficas siendo de nuevo mucho más drástico en el tercer caso.

- Incremento en 200 ppm en CO_2 y $0^\circ C$.

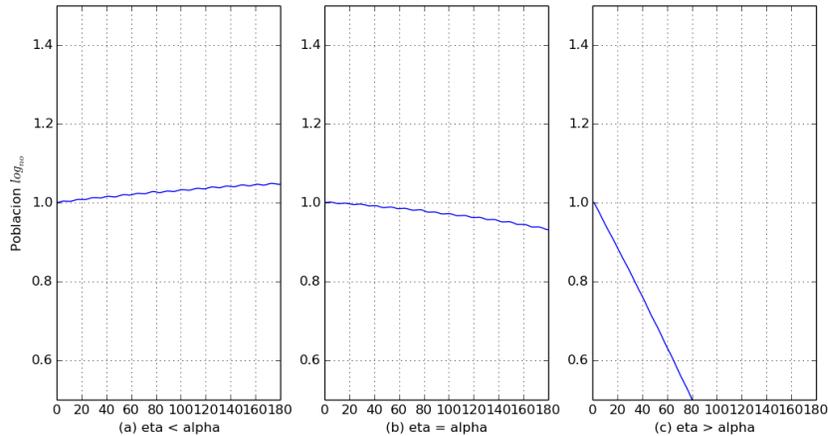


Figura 3-19: Dinámica de la población incrementando 200 ppm la concentración de CO_2 y $0^\circ C$.

En (a) donde domina la dinámica logística, vemos un pequeño incremento aunque no es significativo en este período, en (b) la población se mantiene constante. En (c) vemos un

decremento mucho más grande antes de que termine el período.

- Incremento en 200 ppm en CO_2 y $1^\circ C$.

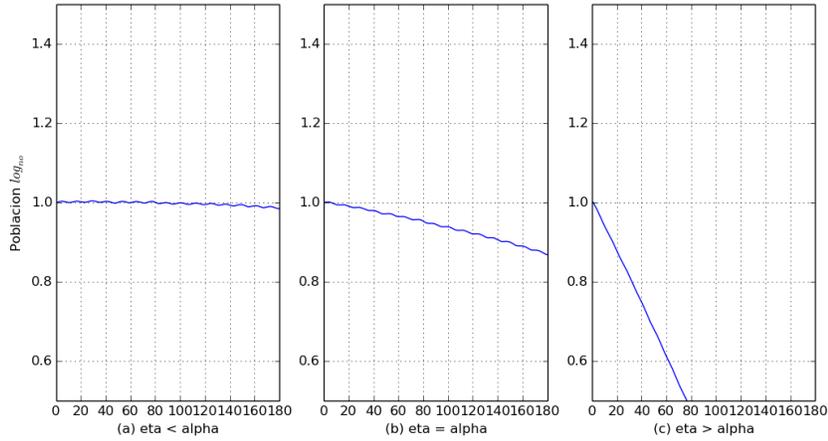


Figura 3-20: Dinámica de la población incrementando 200 ppm la concentración de CO_2 y $1^\circ C$.

En (a) la población se mantiene constante aunque al final del período parece que empieza a decrecer. En (b) y (c) la población de coral decrece y observamos en la tercer gráfica que el decremento es más rápido que en el caso anterior, de nuevo se da antes de que termine el período.

- Incremento en 200 ppm en CO_2 y $2^\circ C$.

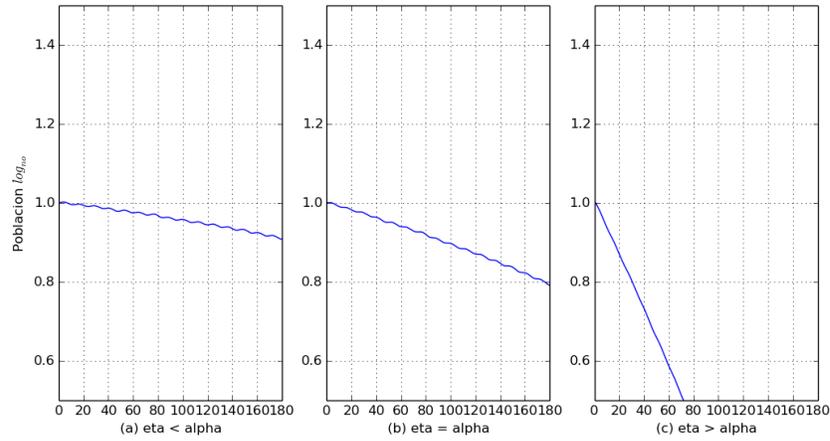


Figura 3-21: Dinámica de la población incrementando 200 ppm la concentración de CO_2 y $2^\circ C$.

En este caso la población de coral decrece en las tres gráficas y en la tercera vemos que decrece más rápido que en los dos casos anteriores.

Capítulo 4

Discusión

Del análisis de la temperatura observamos que el comportamiento de la población es el mismo independientemente de las condiciones iniciales, es decir del tamaño de la población inicial. Para la zona situada frente al puerto de Veracruz con temperaturas que varían de 24°C a 30°C con un promedio de 27.03°C , observamos que la población tiene un crecimiento hasta el cuarto mes a partir del cual empieza a decrecer a una tasa del 2.55 % con respecto a la población inicial esto es, al final del año tenemos una población del 88 %.

En el caso de la zona frente a Antón Lizardo las temperaturas varían entre 24°C y 30°C con un promedio de 27.12°C , análogamente observamos un crecimiento de la población hasta el cuarto mes a partir del cual empieza a decrecer con una tasa del 2.78 % con respecto de la población inicial es decir, al final del año tenemos una población del 87 %. Por lo que podemos decir que el comportamiento en las dos zonas es la misma pues la variación promedio es de 0.05°C .

De los resultados obtuvimos que para los casos en que la contribución de la dinámica logística es mayor a la de CO_2 y cuando las dos contribuciones son iguales no hay un cambio importante en la población de coral, se mantiene casi constante durante el período de un año. Los cambios significativos en la población de coral se observaron cuando la susceptibilidad a la concentración de CO_2 domina sobre la dinámica logística.

Para la región por debajo del umbral mínimo A la población decrece significativamente lo cual

nos hace suponer que no hay suficiente CO_2 para formar los iones CO_3 necesarios para las estructuras coralinas.

Para las región alrededor del umbral mínimo A vemos que al final del período la población se mantiene constante a pesar de tener un crecimiento a mitad del período, este crecimiento podría deberse a un incremento en la temperatura, pues se da en los meses más cálidos, que incrementa la respiración de las zooxantelas proveyendo más nutrientes a los corales. Para la región entre A y B hay un crecimiento de la población importante lo cual es esperado dado que estamos en el punto máximo de susceptibilidad.

Para la región alrededor de B la población de coral se mantiene prácticamente constante, teniendo un comportamiento opuesto al del umbral mínimo A , esto es un decremento de la población en los meses más cálidos. Al incrementar la temperatura oceánica la solubilidad del CO_2 disminuye sin embargo, a concentraciones altas de CO_2 se tiene también una alta solubilidad por lo que podría haber una disminución temporal de pH que se ve reflejada en la población de coral sin ser significativa. Esto se debe al final del período.

Para la región por arriba de B observamos un decremento importante cerca del octavo mes por lo que podemos suponer que la contribución de la concentración de CO_2 es suficientemente grande para que disminuya el pH y así mismo la cantidad de iones CO_3^{2-} disponibles o incluso disolver las estructuras de $CaCO_3$ que ya han sido formadas.

Para el análisis del comportamiento de la población con respecto a la Irradiancia observamos que hay un crecimiento importante de la población dados los datos de esta zona en un período de un año. La irradiancia juega un papel muy importante pues es indispensable para la fotosíntesis a través de la cual la zooxantelas proveen de alimento y energía a los corales. La cantidad de luz absorbida depende de el tamaño de la población y de la especie (Dubinsky, 1990), está en función de la latitud, es decir del ángulo de incidencia, y se deben tomar en cuenta los sedimentos suspendidos o turbiedad del agua. Para este estudio sólo se consideró la cantidad de luz incidente y los datos utilizados estuvieron (en su mayoría) dentro del rango óptimo para los corales y las zooxantelas. Por lo tanto la irradiancia tiene un impacto menor en comparación a la temperatura y concentración de CO_2 sin embargo, estos factores se deben considerar para estudios posteriores.

Integrando las tres variables observamos que a partir de un incremento de 100 *ppm* tenemos un decremento de la población de coral cuando $\eta > \alpha$. Sin embargo, al incrementar la temperatura, se aprecia un decremento cuando $\eta < \alpha$ es decir cuando domina la dinámica logística. Esto quiere decir que la población de coral es más susceptible a cambios en la concentración de CO_2 y al incrementar la temperatura se acelera el decremento de la población de coral.

Para la temperatura se escogió un incremento máximo de 2°C pues muchos modelos predicen a lo más este incremento en la temperatura promedio dado un incremento en CO_2 del doble de lo que había en épocas preindustriales (Forster et al., 2007; Kleypas et al., 2001).

Este modelo es una primera aproximación sin embargo, dada la simplicidad de la solución podemos analizar posibles escenarios futuros así como las condiciones del pasado cambiando los valores de los umbrales para ajustarlos a la época que se pretenda estudiar y al proponer una función con variables desacopladas podemos prescindir de alguna de ellas o incorporar otra variable si fuese necesario.

Las variables propuestas para este modelo están estrechamente relacionadas. La solubilidad de CO_2 en el océano depende de la temperatura, la temperatura oceánica superficial depende de la irradiancia y es necesario que haya suficiente luz para convertir el CO_2 (y H_2O) en carbohidratos a través de la fotosíntesis. Sin embargo para este estudio se consideraron como variables independientes pues se pretende estudiar el efecto neto de cada una.

Para una mejor aproximación podemos ver qué sucede con los términos de orden superior en nuestra ecuación 2-5. Desarrollando en series de Taylor alrededor de los puntos críticos, tenemos:

$$F(x_i, x_j, x_k) = F(x_{i_c}, x_{j_c}, x_{k_c}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_i} (x_i - x_{i_c}) + \frac{1}{2!} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j} (x_i - x_{i_c})(x_j - x_{j_c}) + \frac{1}{3!} \sum_{i,j,k=1}^n \frac{\partial^3 F}{\partial x_i \partial x_j \partial x_k} (x_i - x_{i_c})(x_j - x_{j_c})(x_k - x_{k_c})$$

donde el término lineal nos da un plano que pasa por el origen, los términos de segundo orden nos darían un paraboloide y los terminos de tercer orden nos darían una sábana que pasa

por el origen con puntos de inflexión. Para este último caso vemos donde interseca α para poder analizar los posibles escenarios utilizando diferentes valores de nuestras variables.

Capítulo 5

Conclusiones

De los resultados y análisis de nuestro modelo obtuvimos que:

- La evolución de la población coralina respecto de la temperatura es independiente de las condiciones iniciales es decir, del tamaño de la población.
- En este estudio los cambios de la población depende principalmente de los cambios en la temperatura y concentración de CO_2 .
- Los cambios en la población de coral que se observaron en las gráficas del análisis de cada una de las variables para un período de un año fueron no significativos; sin embargo, para un período mayor podría ser un cambio importante.
- Del análisis de la población que se hizo integrando las tres variables observamos que a partir de un incremento en la concentración de CO_2 de 100 ppm la población de coral se ve realmente afectada teniendo mucho más peso la concentración de CO_2 que la temperatura.

Apéndice A

Características del modelo térmico

Este modelo muestra que la dinámica debida a la fotoinhibición es una función de la duración e intensidad de la luz.

Cómo función del tiempo, la irradiancia ($\mu\text{mol photons m}^{-2} \text{s}^{-1}$) en el tiempo t está dada por la función periódica (van Woesik y Koksals, 2006):

$$l = \begin{cases} I_0 \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right) & \text{si } 0 < t < 12 \\ 0 & \text{si } 12 < t < 24 \end{cases} \quad (\text{A-1})$$

Donde I_0 es la irradiancia máxima ($2000 \mu\text{mol photons m}^{-2} \text{s}^{-1}$) y t se mide en horas, considerando 12 horas de día y 12 horas de noche, teniendo el mayor estrés térmico al medio día.

Se utiliza el método de aproximación por mínimos cuadrados para representar el estrés térmico t_{sh} ($^{\circ}\text{C } \mu\text{mol photons m}^{-2} \text{s}^{-1}$) como una función de la irradiancia tomando como variables de estrés térmico la alta irradiancia y la alta temperatura del agua. Bajo una temperatura oceánica superficial (SST) alta (32°C) se definió el estrés térmico como (van Woesik y Koksals, 2006):

$$t_{sh} = f_{high}(l) = a_1 + \left(\frac{b_1 l^2}{c_1^2 + l^2} \right) \quad (\text{A-2})$$

Donde a_1 y b_1 tienen las mismas unidades de t_{sh} y c_1 tiene unidades de ($\mu\text{mol photons m}^{-2} \text{s}^{-1}$).

Por otro lado, bajo una SST moderada (28°C) el estrés térmico está dado por:

$$t_{sh} = f_{mod}(l) = a_2 2^{b_2 l} \quad (\text{A-3})$$

Donde a_2 tiene las mismas unidades de t_{sh} y b tiene unidades de ($\mu\text{mol photons m}^{-2} \text{s}^{-1}$).

Se utilizaron los coeficientes de irradiancia y flujo de agua para modelar las interacciones entre el estrés térmico y las poblaciones de coral en términos de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs). Se consideró que la tasa de cambio del estrés térmico, t_{sh} , respecto del tiempo es directamente proporcional a la cantidad de estrés térmico en el momento y a la tasa de cambio total de la función de estrés térmico $f_{mod}(l)$.

Por lo tanto $f(t, l)$ se puede expresar como:

$$f(t, l) = \begin{cases} \frac{df_{high}}{dl} \frac{dl}{dt} & \text{si } T > 32^\circ\text{C} \\ \frac{df_{mod}}{dl} \frac{dl}{dt} & \text{si } 28 < T < 32^\circ\text{C} \end{cases} \quad (\text{A-4})$$

Con este sistema de ecuaciones, van Woesik y Koksall 2006, estudiaron la dinámica del estrés térmico sobre la población de coral durante el día. Para obtener la respuesta del sistema durante la noche reemplazaron [1-2] con:

$$\frac{dt_{sh}}{dt} = -\tilde{k}_4 t_{sh} \quad (\text{A-5})$$

Apéndice B

Solución de la ecuación cuando los coeficientes son constantes

Para el caso particular en el que la función asociada A no dependen del tiempo se utiliza la forma:

$$\frac{dN}{dt} = AN + r_1N \left(1 - \frac{N}{N_{max}}\right) \quad ; \quad N(0) = N_0 \quad (\text{B-1})$$

que se puede reescribir como:

$$\frac{dN}{dt} = AN + r_1N - \frac{r_1N^2}{N_{max}} \quad ; \quad N(0) = N_0 \quad (\text{B-2})$$

y esta a su vez se puede reescribir como:

$$\frac{dN}{dt} = (A + r_1)N - \frac{r_1}{N_{max}}N^2 \quad ; \quad N(0) = N_0 \quad (\text{B-3})$$

esto es,

$$\frac{dN}{dt} = A_0N + A_1N^2 \quad ; \quad N(0) = N_0 \quad (\text{B-4})$$

la cuál es una ecuación diferencial no lineal de primer orden cuya solución es de la forma:

$$N(t) = -\frac{A_0 e^{A_0 c_1 + A_0 t}}{A_1 e^{A_0 c_1 + A_0 t} - 1} \quad (\text{B-5})$$

donde c_1 cumple $N(0) = N_0$ cuando $t = 0$ dada la condición inicial $c_1 = \frac{1}{A_0} \ln \left(\frac{A_0 + A_1 N_0}{N_0} \right)$ con N_0 la población inicial.

Apéndice C

Resultados para la zona situada frente a Antón Lizardo

Estudio de la temperatura como variable única de cambio en la población de coral

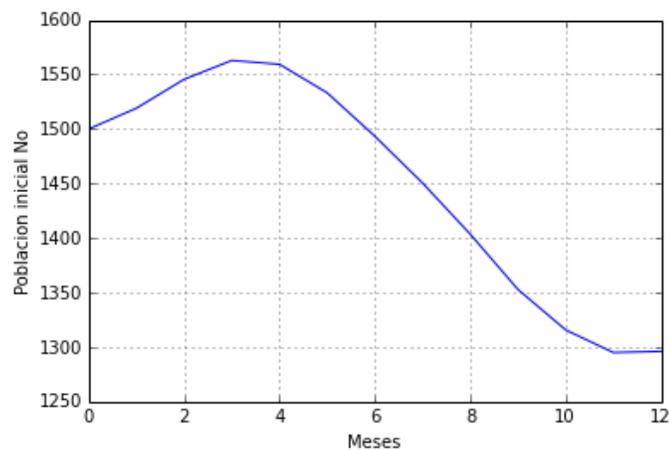


Figura C-1: Dinámica de la población respecto a la temperatura frente a Antón Lizardo

Estudio integrando las tres variables:

- Incremento en 100 ppm en CO_2 y 0 °C.

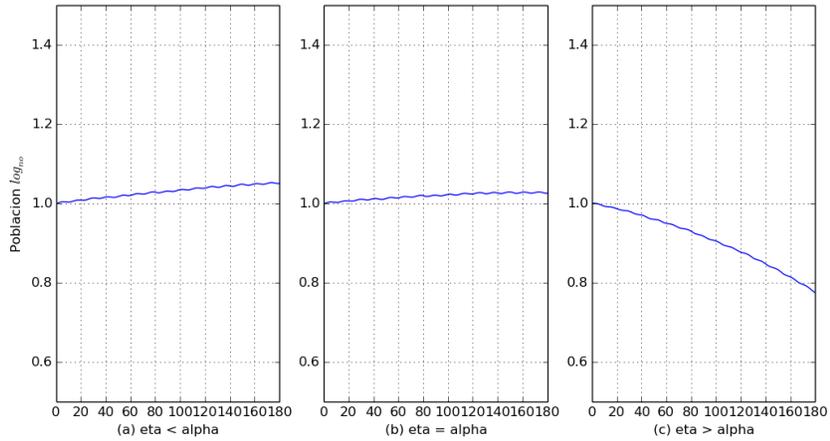


Figura C-2: Dinámica de la población incrementando 100 ppm la concentración de CO_2 y 0°C.

- Incremento en 100 ppm en CO_2 y 1 °C.

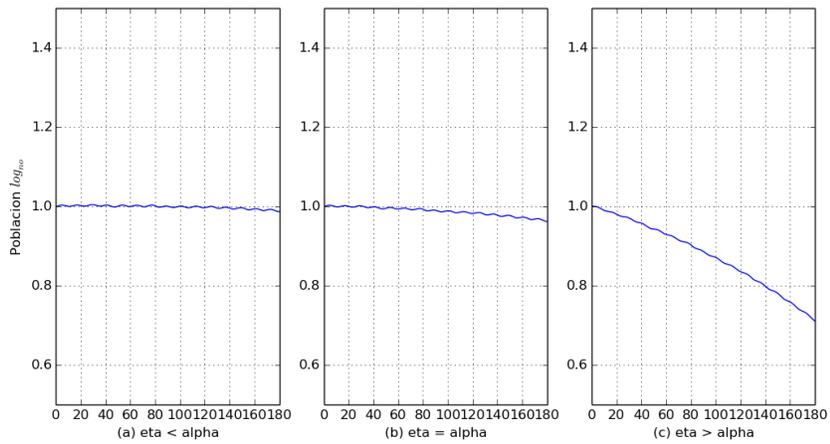


Figura C-3: Dinámica de la población incrementando 100 ppm la concentración de CO_2 y 1°C.

- Incremento en 100 ppm en CO_2 y $2^\circ C$.

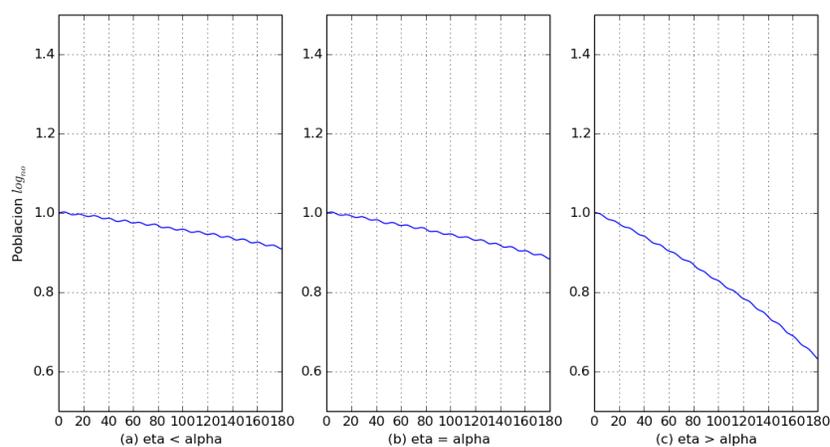


Figura C-4: Dinámica de la población incrementando 100 ppm la concentración de CO_2 y $2^\circ C$.

- Incremento en 150 ppm en CO_2 y $0^\circ C$.

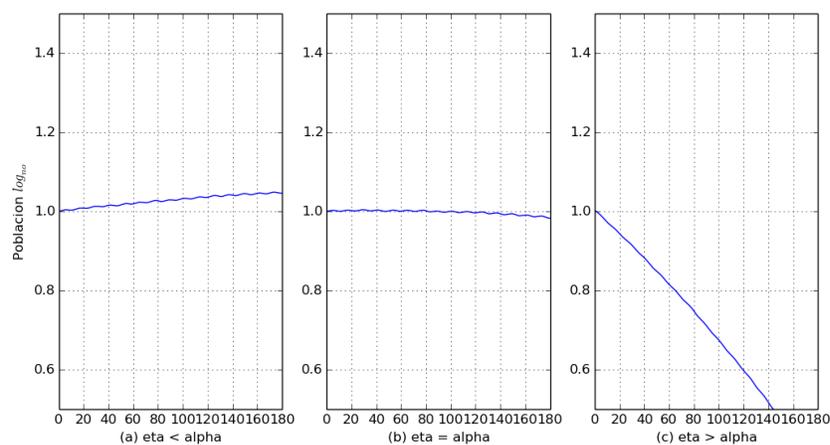


Figura C-5: Dinámica de la población incrementando 150 ppm la concentración de CO_2 y $0^\circ C$.

- Incremento en 150 ppm en CO_2 y $1^\circ C$.

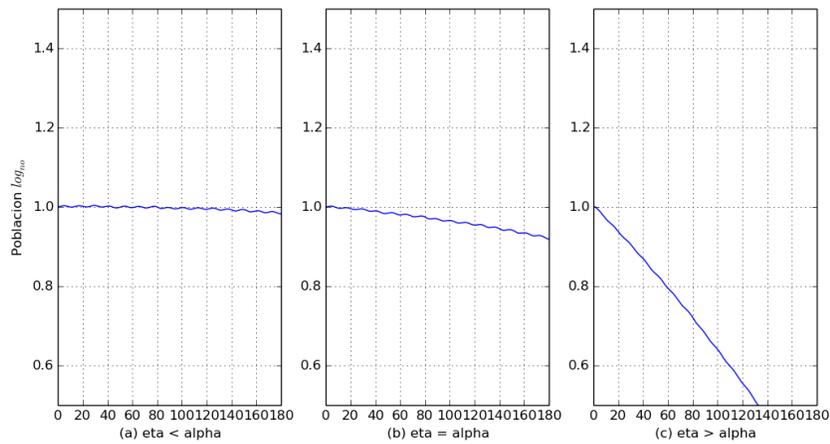


Figura C-6: Dinámica de la población incrementando 150 ppm la concentración de CO_2 y $1^\circ C$.

- Incremento en 150 ppm en CO_2 y $2^\circ C$.

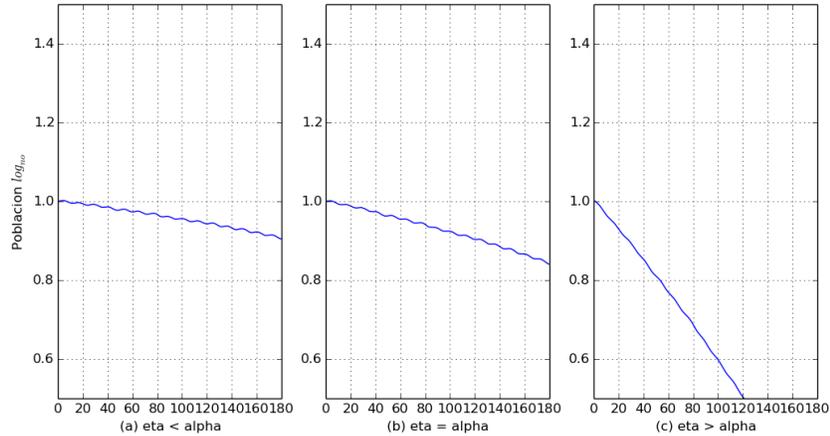


Figura C-7: Dinámica de la población incrementando 150 ppm la concentración de CO_2 y $2^\circ C$.

- Incremento en 200 ppm en CO_2 y $0^\circ C$.

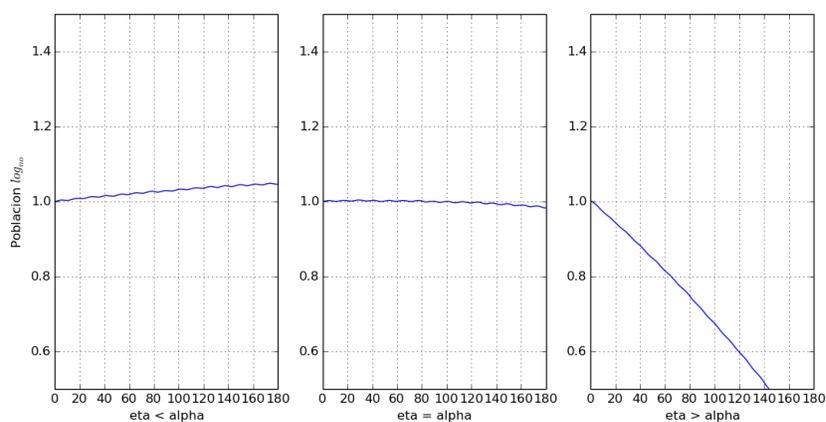


Figura C-8: Dinámica de la población incrementando 200 ppm la concentración de CO_2 y $0^\circ C$.

- Incremento en 200 ppm en CO_2 y $1^\circ C$.

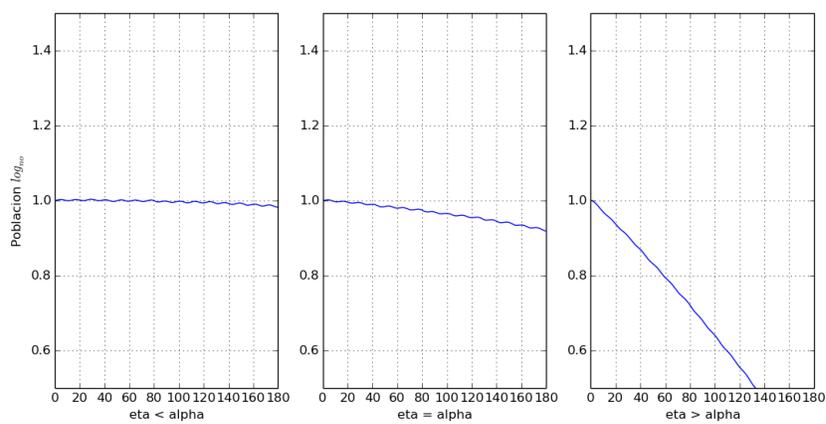


Figura C-9: Dinámica de la población incrementando 200 ppm la concentración de CO_2 y $1^\circ C$.

- Incremento en 200 ppm en CO_2 y $2^\circ C$.

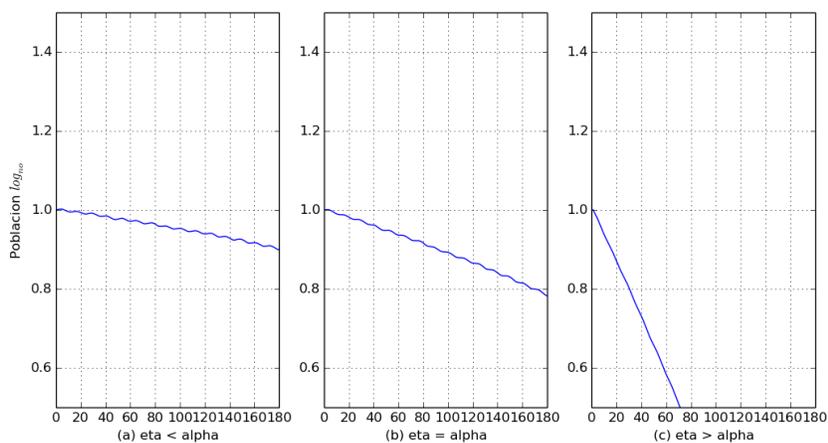


Figura C-10: Dinámica de la población incrementando 200 ppm la concentración de CO_2 y $2^\circ C$.

Apéndice D

Datos

Para la Irradiancia se utilizaron los datos obtenidos de: <https://eosweb.larc.nasa.gov/sse/RETScreen/>, con latitud de 19.16 N y longitud de 96.75 W:

Cuadro D-1: Datos de irradiancia obtenidos de;
NASA Atmospheric Science Data Center

Mes	Radiación solar diaria kWh/m ² /d
Enero	3.65
Febrero	4.23
Marzo	4.86
Abril	5.35
Mayo	5.46
Junio	5.07
Julio	5.27
Agosto	5.05
Septiembre	4.46
Octubre	4.29
Noviembre	3.95
Diciembre	3.55
“Anual”	4.6

dado que la irradiancia, para el modelo propuesto por van Woesik y Koksál 2006, tiene unidades de ($\mu\text{mol photons m}^{-2}\text{s}^{-1}$) y los datos obtenidos de la nasa tienen unidades de ($KWh/m^2/d$) se utilizó la siguiente conversión; $1 W m^{-2} \approx 4.6 \mu\text{mol photons m}^{-2}\text{s}^{-1}$ (Biggs, 1984).

Referencias

- S Álvarez-Borrego. Principios generales del ciclo del carbono en el océano. *Carbono en ecosistemas acuáticos de México*, págs. 11–28, 2007.
- E Arellano-Torres, RS Ganeshram, LE Pichevin, y DA Salas-de Leon. Persistent millennial-scale climate variability in the eastern tropical north pacific over the last two glacial cycles, *paleoceanography*, 30, doi: 10.1002/2014pa002714. received 22 aug 2014 accepted 15 may 2015 accepted article online 19 may 2015 2015. american geophysical union. all rights reserved. *that occurred frequently between*, 60:2, 2015.
- Millennium Ecosystem Assessment. Ecosystems and human well-being: wetlands and water. *World Resources Institute, Washington, DC*, 2005.
- Stephen Barker, Gregor Knorr, R Lawrence Edwards, Frédéric Parrenin, Aaron E Putnam, Luke C Skinner, Eric Wolff, y Martin Ziegler. 800,000 years of abrupt climate variability. *Science*, 334(6054):347–351, 2011.
- W. Biggs. Principles of radiation measurement. *LI-COR, IN. Lincoln, NE*, 1984.
- Robert W Buddemeier, Joanie A Kleypas, y Richard Beer Aronson. *Coral reefs & global climate change: potential contributions of climate change to stresses on coral reef ecosystems*. Pew Center on Global Climate Change Arlington, 2004.
- Margarita Caballero, Socorro Lozano-García, Lorenzo Vázquez-Selem, y Beatriz Ortega. Evidencias de cambio climático y ambiental en registros glaciales y en cuencas lacustres del centro de México durante el último máximo glacial. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 62(3):359–377, 2010.

- LE Calderón-Aguilera, H Reyes-Bonilla, y JD Carriquiry. El papel de los arrecifes coralinos en el flujo de carbono en el océano: estudios en el pacífico mexicano. *Carbono en ecosistemas acuáticos de México. Semarnat/ine*, 2007.
- Neal E Cantin, Anne L Cohen, Kristopher B Karnauskas, Ann M Tarrant, y Daniel C McCorkle. Ocean warming slows coral growth in the central red sea. *Science*, 329(5989):322–325, 2010.
- Casas Castillo. Mc y m. Alarcón Jordán. “Meteorología y Climatología”. Ed. UPC, 1999.
- SL Coles y PL Jokiel. Synergistic effects of temperature, salinity and light on the hermatypic coral *Montipora verrucosa*. *Marine Biology*, 49(3):187–195, 1978.
- Scott C Doney, Victoria J Fabry, Richard A Feely, y Joan A Kleypas. Ocean acidification: the other CO₂ problem. *Marine Science*, 1, 2009.
- Z Dubinsky. Ecosystems of the world 25: Coral reefs. *Ecosystems of the World 25: Coral Reefs*, 1990.
- R.R. Leben E.P. Chassignet C. Hall S.L. Morey Dukhovskoy, D.S. y R. Nedbor-Gross. *Characterization of the Uncertainty of Loop Current Metrics using a Multidecadal Numerical Simulation and Altimeter Observations*, *Deep-Sea Res.*, 2015. Available at (<https://hycom.org/data/goml0pt04/expt-02pt2>).
- C Evenhuis, A Lenton, NE Cantin, y JM Lough. Modelling coral calcification accounting for the impacts of coral bleaching and ocean acidification. *Biogeosciences*, 12(9):2607–2630, 2015.
- Piers Forster, Venkatachalam Ramaswamy, Paulo Artaxo, Terje Berntsen, Richard Betts, David W Fahey, James Haywood, Judith Lean, David C Lowe, Gunnar Myhre, et al. Changes in atmospheric constituents and in radiative forcing. chapter 2. En *Climate Change 2007. The Physical Science Basis*. 2007.
- David Murray Gates et al. *Climate change and its biological consequences*. Sinauer Associates, Inc., 1993.
- A Granados-Barba, L Abarca-Arenas, y JM Vargas-Hernández. Investigaciones científicas en el sistema arrecifal veracruzano. *EPOMEX-UAC. México*, 2007.

- James Hansen. Defusing the global warming time bomb. *Scientific American*, 290(3):68–77, 2004.
- James E Hansen y Makiko Sato. *Paleoclimate implications for human-made climate change*. Springer, 2012.
- Ove Hoegh-Guldberg, PJ Mumby, AJ Hooten, RS Steneck, P Greenfield, E Gomez, CD Harvell, PF Sale, AJ Edwards, K Caldeira, et al. Coral reefs under rapid climate change and ocean acidification. *science*, 318(5857):1737–1742, 2007.
- S Hohn y A Merico. Modelling coral polyp calcification in relation to ocean acidification. *Biogeosciences*, 9(11):4441–4454, 2012.
- G Horta-Puga y J Tello-Musi. Sistema arrecifal veracruzano: Condición actual y programa permanente de monitoreo: Primera etapa. informe final, snib-conabio proyecto no. dm005: 1-128. 2009.
- John Theodore Houghton, L Gylvan Meira Filho, David J Griggs, y Kathy Maskell. *An introduction to simple climate models used in the IPCC second assessment report*. Intergovernmental Panel on Climate Change Geneva, 1997.
- E Jordán-Dahlgren. Gorgonian distribution patterns in coral reef environments of the gulf of mexico: evidence of sporadic ecological connectivity? *Coral Reefs*, 21(2):205–215, 2002.
- Eric Jordán-Dahlgren y Rosa E Rodríguez-Martínez. Coral diseases in gulf of mexico reefs. En *Coral Health and Disease*, págs. 105–118. Springer, 2004.
- Joan A Kleypas, Robert W Buddemeier, David Archer, Jean-Pierre Gattuso, Chris Langdon, y Bradley N Opdyke. Geochemical consequences of increased atmospheric carbon dioxide on coral reefs. *Science*, 284(5411):118–120, 1999a.
- Joan A Kleypas, Robert W Buddemeier, y Jean-Pierre Gattuso. The future of coral reefs in an age of global change. *International Journal of Earth Sciences*, 90(2):426–437, 2001.
- Joan A Kleypas y Chris Langdon. Coral reefs and changing seawater carbonate chemistry. *Coastal and Estuarine Studies: Coral Reefs and Climate Change Science and Management*, 61:73–110, 2006.

- Joan A Kleypas, John W McManus, y Lambert AB Meñez. Environmental limits to coral reef development: where do we draw the line? *American Zoologist*, 39(1):146–159, 1999b.
- Alex Kozyr. Global ocean surface water partial pressure of co2 database: Measurements performed during 1968–2007 (version 2007). Inf. téc., Oak Ridge National Laboratory (ORNL), Oak Ridge, TN (United States). Carbon Dioxide Information Analysis Center, 2008.
- V Margari, LC Skinner, PC Tzedakis, A Ganopolski, M Vautravers, y NJ Shackleton. The nature of millennial-scale climate variability during the past two glacial periods. *Nature Geoscience*, 3(2):127–131, 2010.
- F Marubini, H Barnett, C Langdon, y MJ Atkinson. Dependence of calcification on light and carbonate ion concentration for the hermatypic coral *porites compressa*. *Marine Ecology Progress Series*, 220:153–162, 2001.
- H Pérez-España y JM Vargas-Hernández. Caracterización ecológica y monitoreo del parque nacional sistema arrecifal veracruzano: Primera etapa. *Universidad Veracruzana. Centro de Ecología y Pesquerías Informe final SNIBCONABIO proyecto No. DM002. México*, 2008.
- Kenneth Schneider y Jonathan Erez. The effect of carbonate chemistry on calcification and photosynthesis in the hermatypic coral *acropora eurystoma*. *Limnol. Oceanogr.*, 51 (3) 1293., 1284, 2006.
- U Siegenthaler y JL Sarmiento. Atmospheric carbon dioxide and the ocean. *Nature*, 365(6442):119–125, 1993.
- Stephen Smale, Morris W Hirsch, y Robert L Devaney. *Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos*, tomo 60. Academic Press, 2003.
- Taro Takahashi, Stewart C Sutherland, Colm Sweeney, Alain Poisson, Nicolas Metzl, Bronte Tilbrook, Nicolas Bates, Rik Wanninkhof, Richard A Feely, Christopher Sabine, et al. Global sea–air co₂ flux based on climatological surface ocean pco₂, and seasonal biological and temperature effects. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, 49(9):1601–1622, 2002.

- R van Woesik y S Koksal. A coral population response (cpr) model for thermal stress. *Coral Reefs and Climate Change: Science and Management*, págs. 129–144, 2006.
- JM Vargas-Hernández, A Hernández-Gutiérrez, LF Carrera-Parra, SI Salazar-Vallejo, y NE González. Sistema arrecifal veracruzano. *Biodiversidad Marina y Costera de México*, SI Salazar-Vallejo and NE González (eds.). *Comisión Nacional de Biodiversidad, Mexico DF*, págs. 559–575, 1993.
- MJA Vermeij y RPM Bak. How are coral populations structured by light? marine light regimes and the distribution of madracis. *Marine Ecology Progress Series*, 233:105–116, 2002.
- Chunzai Wang, Shang-Ping Xie, y James A Carton. A global survey of ocean atmosphere interaction and climate variability. *Earth's Climate: The Ocean-Atmosphere Interaction*, edited by: Wang, C., Xie, S.-P., and Carton, JA, *AGU Geophysical Monograph Series*, 147:1–19, 2004.
- R Wanninkhof. Relationship between wind speed and gas exchange. *J. geophys. Res*, 97(25):7373–7382, 1992.
- Richard E Zeebe y Dieter A Wolf-Gladrow. *CO2 in seawater: equilibrium, kinetics, isotopes*, tomo 65. Gulf Professional Publishing, 2001.