UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR.

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

FILOSOFÍA

La enseñanza del cálculo inferencial a través del aprendizaje cooperativo en el Nivel Medio Superior

TESIS Y EXAMEN PROFESIONAL
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

PRESENTA:
Lic. Areli Ramírez Bárcenas.

TUTOR:
Dr. Raúl Alcalá Campos
FES ACATLÁN

Santa Cruz Acatlán, Junio de 2016

AGRADECIMIENTOS:

A mi tutor: Dr. Raúl Alcalá Campos por su disposición y confianza.

A mi familia y amigos por su apoyo y paciencia inquebrantable.

En especial a la Mtra. Guadalupe Durán y al Dr. Mauricio Pilatowsky Bráverman por permitirme ver la ficción en el seno de la contradicción del absurdo.

El camino es largo a través de los preceptos, breve y eficaz a través de los ejemplos.

L. A. SÉNECA, Cartas morales a Lucilo.

ÍNDICE

Introducción

El presente trabajo contiene los problemas y el desarrollo de las técnicas que se cree son indispensables para una óptima enseñanza del cálculo inferencial en el estudio de la Lógica, como disciplina filosófica, en el Nivel Medio Superior (NMS).

La presente propuesta de intervención didáctico-pedagógica surge como resultado de un esfuerzo dedicado al siguiente problema planteado, desde el lado de la docencia, en la asignatura de Lógica: ¿cómo lograr que los estudiantes del NMS, realicen con pertinencia y eficacia cálculo inferencial para hacer demostraciones formales mediante reglas de inferencia?

Empero: ¿qué importancia tiene para el alumno del NMS realizar cálculo inferencial? La lógica es la ciencia de los principios de la inferencia formalmente válida. La realización del cálculo inferencial permite al estudiante de lógica trabajar sobre una base estructural las formas en que se relacionan unas proposiciones con otras y, sobre todo, la relación que se da entre las proposiciones que componen un razonamiento, para en esta medida, probar su validez o invalidez.

En lógica existen tres formas de probar la validez o invalidez de un argumento:

a) Mediante una *tabla de verdad*: método donde un argumento es válido siempre y cuando no aparezca una línea en la cual las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

b) *Reducción al absurdo*: operación donde se muestra la validez o invalidez de un argumento asignando valores de verdad a las proposiciones simples que lo constituyen. Si hubiera algún caso en que se infiriera una conclusión falsa de premisas verdaderas el argumento es inválido.

c) Desarrollo de la demostración a través de las *reglas de inferencia*: si se llega a la premisa que se pide como conclusión mediante el empleo de las reglas adecuadas el argumento es válido.

Una demostración formal es un método a partir del cual se obtiene la validez lógica de los argumentos, y se lleva a cabo a través de las reglas de inferencia. Este tema es el único que aquí nos ocupa (c), por lo cual será ampliamente desarrollado en el presente trabajo.

El sustento psicopedagógico, que según se ha analizado, proporcionaría una salida viable a la problemática planteada por el docente, se encuentra en el estudio del desarrollo de los procesos cognoscitivos del psicólogo ruso Lev Vygotski (1896-1934), en lo tocante a su procedimiento experimental.

Para Vygotski un experimento tiene que ver más con el desarrollo de los procesos al interior del experimento mismo, en donde el sujeto se comprometa en una gran variedad de actividades que puedan ser observadas y no estrictamente controladas. Esto implica, en el lenguaje técnico de Vygotski, que el docente debe introducir obstáculos y dificultades en las tareas de los alumnos; romper con los métodos rutinarios de resolver problemas.

Por ello, la estrategia psicopedagógica para promover las capacidades y destrezas mentales de los estudiantes, radica en una serie de ejercicios de carácter estructural, es decir; ejercicios donde el alumno habrá de enfrentarse con puras estructuras, de tal manera que en el manejo de éstas logre desarrollar mayor habilidad para reconocerlas en cualquier campo.

En este sentido el salón de clases se torna un laboratorio, desde donde la Doctora en pedagogía Frida Díaz Barriga Arceo, retomando el término de “trabajo cooperativo” que inició Vygotski en el siglo XX, sirve aquí como el aparato teórico pedagógico que indica el modo de proceder del docente en la práctica.

En su texto: “Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida”, Frida Díaz Barriga ofrece todo un estudio sobre cómo implementar métodos de enseñanza y aprendizaje, entre los cuales se encuentra el aprendizaje cooperativo que bien puede entenderse mediante la siguiente expresión de la Doctora:

> La construcción del conocimiento está
> mediada por la influencia de los otros… [pg. 51]

Así, la hipótesis de este trabajo se sostiene sobre la enseñanza cooperativa, entendida como un proceso continuo de negociación de significados, de establecimiento de contextos mentales compartidos, fruto y plataforma a la vez de este proceso de negociación. Sobre este margen se considera que si los estudiantes aprenden a trabajar juntos en la resolución de problemas compartidos, dentro del cálculo inferencial, se logrará una interdependencia positiva entre los miembros de cada grupo.

En el aula, ese *otro* del que habla Frida Díaz Barriga, representa al estudiante mismo; esto quiere decir que cooperar significa para los estudiantes, trabajar juntos con el objeto de lograr metas compartidas que radicarían no sólo en la óptima acreditación de la asignatura sino, sobre todo, en la práctica de la unidad académica de la cual depende el desarrollo a nivel personal.

Para la realización de este trabajo, se han empleado los siguientes recursos y materiales didácticos:

a) Presentación en PowerPoint de la Unidad VIII: reglas de inferencia -leyes de implicación-.
b) Presentación en PowerPoint de la Unidad VIII: reglas de inferencia -leyes de equivalencia-.
c) Ejercicios para resolver dentro y fuera de clase por los equipos formados al interior de la misma.
    - Elaboración de estructuras con un marco de referencia lógico.

Estos elementos se aprovechan en función de las actividades planeadas como estrategias de aprendizaje en el aula. Por su puesto el lector puede acudir a ellos de facto en el apartado señalado como material didáctico.

I. Marco Referencial

1. El estudio de la Lógica en el Nivel Medio Superior

¿Qué es la Lógica?

En el Coloquio realizado en el año 2011 por el *Observatorio Filosófico de México*, el Dr. Alejandro Herrera Ibáñez[1] acotaba lo siguiente:

> Los miembros de la comunidad académica filosófica mexicana somos en gran parte responsables del golpe que la RIEMS ha dado a la filosofía y a sus subdisciplinas, independientemente de si esta reforma busca un eficientismo productivista —disfrazado con el concepto de competencia— del que la filosofía es vista como su antítesis. La lógica —y al igual que ella, la ética, la historia de la filosofía, la estética— se han enseñado de manera libresca y memorista… Ahora bien, la inculcación de habilidades para pensar correctamente no está peleada con la impartición de conocimientos conceptuales. Crear en el estudiante competencia crítica significa –siguiendo una de las definiciones más usadas- inculcar en él conocimientos, habilidades y actitudes. Y éstas se pueden inculcar de manera más exitosa convirtiendo las clases en talleres y abandonando el modelo de la sala de conferencias.[2]

Dado lo anterior, el llamado urgente al que atiende la presente propuesta es a la imprescindible tarea de enseñar de otro modo, esto es, ofrecer herramientas didácticas para enriquecer el trabajo en el aula.

La Lógica: es la ciencia de los *principios de la validez formal de la inferencia*.

En tanto *ciencia*: es, de manera inicial, una entidad disponible, un instrumento o medio del que podemos servirnos con diversos fines. Toda ciencia es un sistema de enunciados, la lógica tiene la peculiaridad de que sus enunciados están deductivamente trabados, esto es; la lógica es una ciencia que se rige por los mismos principios que estudia. De ahí que en lógica se hable de principios o reglas básicas, de las cuales se desprenden deductivamente reglas derivadas que

---

[1] Investigador del Instituto de Investigaciones Filosóficas de la UNAM.

[2] Herrera I. Alejandro, **La situación de la filosofía en la Educación Media Superior**, Editorial Torres Asociados Red Internacional de Hermenéutica Educativa, México, 2011, pg 229.

se siguen formalmente de estos principios. Por ello la lógica es la ciencia de la inferencia deductiva.

Se entiende por *principios*: únicamente al hecho de que la lógica no recurre, sería imposible, a la tarea exhaustiva de enumerar todas las inferencias deductivas formalmente válidas que pueden hacerse, sino que sólo intenta establecer los criterios necesarios para distinguir los razonamientos válidos de los no válidos. "principios" equivale, pues, a "leyes" o "reglas" que deben regir toda buena inferencia.

- ## 1.1 El Instituto de Integración Cultural, Preparatoria del sistema incorporado a la UNAM

Como parte del sistema educativo mexicano, la Escuela Nacional Preparatoria es uno de los dos sistemas de bachillerato que ofrece La Universidad Nacional Autónoma de México. Si bien es cierto que la ENP desde su origen es una institución de carácter público, también ha servido como modelo educativo de la enseñanza media superior en el sector privado.

Tal es el caso del Instituto de Integración Cultural A. C., ubicado en el municipio de Tultepec, Estado de México. Esta Preparatoria particular incorporada a la UNAM (clave 6801), comparte el mismo programa operativo para la planeación didáctica sugerido por la ENP, por lo cual se rige bajo sus mismas políticas de educación, así como los mismos modelos curriculares.

De tal modo que el I. I. C. constituye el marco de referencia sobre el cual se desarrolla la presente propuesta didáctica. Tal Preparatoria imparte la asignatura de Lógica, con carácter obligatorio, en el primer año de preparatoria, cuyo curso consta de tres horas a la semana diferidas en dos clases; en un periodo anual que en su conjunto equivale en promedio a noventa horas de estudio. En el formato sugerido por el programa operativo para la Asignatura de Lógica, propuesto por la ENP, se señalan los siguientes propósitos u objetivos generales del curso:

Plan de estudios 96.

Propósitos generales del curso:

1.- Que el alumno esté capacitado para no confundir la Lógica formal con algunos problemas propios de la gnoseología.

2.- Que el alumno identifique el carácter formal de la Lógica, frente a otras disciplinas no formales.

3.- Que el alumno desarrolle su capacidad analítica para que pueda distinguir la teoría del concepto, del juicio y del raciocinio.

4.- Que el alumno adquiera los elementos de la Lógica proposicional para fincar las bases de un estudio más profundo en el campo de la Lógica moderna.

5.- Que el alumno obtenga las herramientas elementales para iniciarse en el estudio de la metodología de la ciencia.

Entre los cambios notorios, respecto al programa anterior, se encuentran principalmente dos, a saber: el metodológico y el cognoscitivo. Los cambios tuvieron que hacerse porque el alumno sólo era receptor de conocimientos con poca o nula participación en el proceso enseñanza-aprendizaje, por otra parte los excesivos contenidos programáticos hacían que la materia se tornara árida e inaccesible.

Con el nuevo sesgo metodológico, se espera que el alumno tienda al autoaprendizaje, para lo cual el programa se propone fortalecer el trabajo en el aula, con la participación alumno-maestro. En cuanto a los cambios cognoscitivos se suprimieron los contenidos que abordaban las concepciones diferentes de filosofía, los relativos a teoría del conocimiento y los que hacían referencia al método científico, quedando exclusivamente los relacionados a la Lógica formal.

Según lo señalado, el Instituto de Integración Cultural participa en un marco metodológico en el que se espera que el alumno ejerza un *autoaprendizaje*, que se desarrolla y fortalece en la relación alumno-maestro.

Como profesora titular de la asignatura de Lógica en dicha Institución, he corroborado que existe una precaria coincidencia entre el marco metodológico que debe seguir esta preparatoria incorporada a la UNAM, y la enseñanza de facto en el aula.

Existen posiblemente dos motivos sustanciales por los cuales esta Preparatoria UNAM (como la llaman sus miembros) no cumple cabalmente con las expectativas que se propone la ENP:

a) El Instituto de Integración Cultural no ofrece a la planta docente un aparato teórico didáctico-pedagógico que sirva de sustento para la enseñanza, en este caso de la Lógica como disciplina Filosófica. De ahí que el papel del maestro se limite a seguir, según su apreciable entendimiento, el plan sugerido en el formato de la ENP, como mejor le parezca pertinente. De alguna manera, la libre elección de una teoría pedagógica que se ajuste a las necesidades de la asignatura que el docente imparte, resulta arto loable; más, no es el caso que aquí se expone, sino que el docente no ejerce alguna práctica pedagógica porque teóricamente ninguna se le ofrece.

b) Los estudiantes de dicho Instituto son profundamente apáticos en asignaturas abstractas, como es el caso de la Lógica. Hipotéticamente se puede pensar que su apatía radica en la poca participación que tienen al interior del aula, pues recurrentemente es el docente quien ofrece las bases o principios teóricos de los cuales aquellos tienen que dotarse. Sin embargo, tratando de contrarrestar la posición "central" del docente como "único poseedor del conocimiento"; en la Preparatoria UNAM se ha constatado que los alumnos no saben trabajar en equipo, no se ayudan mutuamente, y esto se debe con seguridad al desconocimiento que el docente tiene sobre cómo trabajar en grupos.

Ahora bien, la asignatura de Lógica tal como aparece en el formato de la ENP, consta de ocho unidades, para las cuales existe un número de horas teóricas repartidas, a saber:

I. INTRODUCCIÓN	Ocho horas
II. EL CONCEPTO	Ocho oras
III. EL JUICIO	Diez horas
IV. EL RAZONAMIENTO	Doce horas
V. EL SILOGISMO	Diez horas
VI. LA FALACIA	Doce horas
VII. CÁLCULO PROPOSICIONAL	Catorce horas
VIII. PRUEBAS DE VALIDEZ E INVALIDEZ	Diecisiete horas

En la asignatura de Lógica, de la Unidad I a la Unidad VI se maneja un lenguaje natural, no formalizado, es decir; estas unidades comprenden una parte de la lógica dedicada a la explicación de la formación de conceptos, de cómo es que ocurre el proceso de abstracción de un objeto; de la elaboración de juicios y proposiciones que emitimos sobre algo o alguien; así como la naturaleza, características y tipos de razonamiento. Operaciones mentales que el alumno va redescubriendo a la par de la enseñanza. La relación alumno-conocimiento se da en términos naturales, apelando a un tipo de discurso con el que generalmente nuestros alumnos están emparentados.

Por ejemplo, si decimos: Todo triángulo tiene tres lados, Todo perro es cuadrúpedo, Algún animal es vertebrado, etc., estamos dentro de un lenguaje que concede todas las ventajas posibles para una buena comprensión, pues los términos empleados poseen un significado inmediato para el alumno.

Por otro lado, en las Unidades VII y VIII, que atienden a la parte de la lógica moderna, se trabaja casi exclusivamente con un lenguaje formal, que consiste en abreviar o simbolizar las oraciones o juicios, que en la lógica matemática se llaman proposiciones. En estas unidades la lógica se presenta en forma de cálculo; en este sentido, la lógica consiste en una representación formalizada de los principios del análisis del razonamiento desde el punto de vista de su estructura.

Formalizar un lenguaje o presentar en forma de cálculo la lógica de proposiciones, consiste en sustituir cada signo de ese lenguaje por un símbolo; además, de la simbolización se derivan notables ventajas, como puede ser la evitación de la sinonimia y la homonimia y, en general, para eliminar algunas fuentes lingüísticas de confusión.

Por ejemplo de las siguientes proposiciones:

- La lógica es una ciencia
- La biología es el estudio de la vida
- La luna es un astro con luz propia

Tendíamos, sustituyendo cada una de éstas por un símbolo distinto como:

$$a, b, c$$

Donde *a* simboliza “la lógica es una ciencia, *b*, “la biología es el estudio de la vida, c, “la luna es un astro con luz propia”.

Empero, la formalización del lenguaje no sólo nos permite elaborar un vocabulario artificial exento de limitaciones lingüísticas; el lenguaje de la lógica proposicional en forma de cálculo permite expresar una forma válida de inferencia cabalmente explícita y precisa. De aquí la importancia fundamental de su estudio.

La Unidad VII, El cálculo proposicional, nos otorga los instrumentos necesarios para demostrar la validez o invalidez de argumentos, aplicando las reglas de inferencia (implicación y equivalencia). En efecto, sin la Unidad VII, es decir, sin el previo establecimiento del lenguaje simbólico que posteriormente, en la Unidad VIII, se va a estar utilizando, sería imposible que el alumno sea capaz de inferir que las leyes de la lógica nos permiten realizar inferencias válidas, que finalmente es el objetivo de la última unidad.

La Unidad VIII de la asignatura de Lógica, según el programa de la ENP es, como observamos en el cuadro anterior, la de mayor peso en cuanto a tiempo, pues su aplicación es simplemente compleja, tal como lo muestra el siguiente ejemplo de cálculo inferencial:

Demostrar: $p \vee q$

1) $\neg (p \vee q) \rightarrow \neg r$

2) $\neg b$

3) $a \rightarrow b$

4) $(c \wedge d) \rightarrow r$

5) $\neg (c \wedge d) \rightarrow a$

$\vdash$

6) $\neg a$ (de 2, 3 MTT)

7) $c \wedge d$ (de 5, 6 MTT)

8) r (de 4, 7 MPP)

9) $p \vee q$ (de 1, 8 MTT)

Este tipo de demostraciones se realiza aplicando las reglas o leyes de inferencia; demostrar una proposición de este tipo sólo es posible si el alumno reconoce por un lado, el tipo de regla que puede utilizar para llegar a la inferencia, y por otro, si comprende dicha regla, lo cual se vería reflejado en una aplicación correcta de aquella. Estos dos pasos, absolutamente necesarios para que el alumno realice cálculo inferencial, constituyen el fundamento de la presente propuesta pedagógica.

En rigor, la aplicación de las reglas de inferencia requiere de ciertas habilidades por parte del estudiante, esto es; en las pruebas formales que se realizan mediante las reglas de inferencia, para la demostración de la validez lógica de un argumento dado, no se requiere pensar –como bien lo ha señalado Irving Copi en su libro "Introducción a la Lógica", pagina 385-, ni en el sentido de saber lo que *significan* los enunciados de la serie, ni en el de usar la intuición lógica para verificar cada uno de los pasos.

Siguiendo a Copi, para el cálculo inferencial se requiere únicamente de dos cosas, de las cuales la primera es la habilidad para ver que un enunciado que aparece en un lugar es precisamente el mismo que aparece en otro lugar, porque debemos ser capaces –según Copi- de verificar que algunos enunciados de la prueba son premisas del argumento que se está probando como válido y que el último enunciado de la prueba es la conclusión del argumento; y la segunda es la habilidad para ver si un determinado enunciado tiene o no cierto patrón, esto es, para ver si es una instancia de sustitución de una determinada forma enunciativa , lo cual alude al reconocimiento, por parte del estudiante, de la estructura de la regla que ha de aplicarse durante el desarrollo del cálculo.

En este contexto surge la presente propuesta pedagógica, con el fin de responder a la siguiente cuestión: ¿Cómo fomentar el desarrollo de habilidades mentales a nivel estructural en los alumnos? Se pretende que la enseñanza del cálculo inferencial a través del aprendizaje cooperativo en la EMS, promueva la construcción del conocimiento por la influencia de *los otros*, que en este caso serían los propios compañeros de clase.

Por tanto, el contexto de desarrollo de la propuesta aquí presentada, está orientado exclusivamente a la Unidad VIII del programa de actividades por unidad para la asignatura de Lógica del Instituto de Integración Cultural, Preparatoria incorporada a la UNAM.

Así mismo, dentro de la Unidad VIII se trabaja únicamente las leyes de inferencia y su aplicación, pues se considera que el cálculo proposicional tiene sus limitaciones, en cuanto que sólo simboliza proposiciones sin considerar su contenido, lo cual significa que es insuficiente para proposiciones que tienen cuantificadores universales o particulares.

De tal modo se ha omitido, para la presente intervención didáctica, el tema numerado *8.4 Elementos de la lógica cuantificacional*, porque implica un tipo de demostración de proposiciones muy diferente a la del cálculo proposicional, además de una distinta simbolización que simplemente nos llevaría a la formulación de una nueva propuesta.

1.2 Programa operativo para la asignatura de Lógica propuesto por la Escuela Nacional Preparatoria

A continuación se presenta el Programa Operativo para la asignatura de Lógica, señalando primordialmente el que corresponde a la Unidad VIII, con la intención de puntualizar, en lo que sigue, la propuesta de intervención didáctica para dicha Unidad, así como la planeación de clase para su desarrollo. La bibliografía básica y los recursos didácticos propuestos para al proyecto del presente maestrante, aparecen incluidos en el formato.

FORMATO SUGERIDO DE PROGRAMA OPERATIVO PARA LA PLANEACIÓN DIDÁCTICA

DATOS DE LA INSTITUCIÓN

Nombre:	INSTITUTO DE INTEGRACIÓN CULTURAL A.C.	*Clave*	*6801*

(Escuela Nacional Preparatoria)

LÓGICA (1404)

DATOS DEL PROFESOR

Nombre:	ARELI RAMIREZ BARCENAS	*Dictamen*	*10*
Fecha de elaboración	05 DE AGOSTO DE 2011	*Fecha de revisión final y* *firma del Director Técnico*	

DATOS DE LA ASIGNATURA

Nombre:	LÓGICA				
Clave:	1404	Optativa/obligatoria	**OBLIGATORIA**	Ciclo lectivo:	2011-2012
Horas por semana:	3	Horas teóricas	3	Horas prácticas	
Plan de estudios:	96	Grupo (s):	4010 4020	Clases por semana:	4010: 2 (lunes 1 hr y viernes 2 hrs) 4020: 2 (lunes 1 hr y viernes 2 hrs)

PROPÓSITOS U OBJETIVOS GENERALES DEL CURSO (para consultar el programa indicativo oficial remítase a la Dirección Técnica de su institución, o bien a la página electrónica de la ENP en ***http://dgenp.unam.mx/planes/planes.htm****)*

Propósitos generales del curso:

1.- Que el alumno esté capacitado para no confundir la Lógica formal con algunos problemas propios de la gnoseología.
2.- Que el alumno identifique el carácter formal de la Lógica, frente a otras disciplinas no formales.
3.- Que el alumno desarrolle su capacidad analítica para que pueda distinguir la teoría del concepto, del juicio y del raciocinio.
4.- Que el alumno adquiera los elementos de la Lógica proposicional para fincar las bases de un estudio más profundo en el campo de la Lógica moderna.
5.- Que el alumno obtenga las herramientas elementales para iniciarse en el estudio de la metodología de la ciencia.

Entre los cambios notorios, respecto al programa anterior, se encuentran principalmente dos, a saber: el metodológico y el cognoscitivo. Los cambios tuvieron que hacerse porque el alumno sólo era receptor de conocimientos con poca o nula participación en el proceso enseñanza-aprendizaje, por otra parte los excesivos contenidos programáticos hacían que la materia se tornara árida e inaccesible.

Con el nuevo sesgo metodológico, se espera que el alumno tienda al autoaprendizaje, para lo cual el programa se propone fortalecer el trabajo en el aula, con la participación alumno-maestro. En cuanto a los cambios cognoscitivos se suprimieron los contenidos que abordaban las concepciones diferentes de filosofía, los relativos a teoría del conocimiento y los que hacían referencia al método científico, quedando exclusivamente los relacionados a la Lógica formal.

PLANEACIÓN GLOBAL

CALENDARIZACIÓN DE UNIDADES Y CÁLCULO DE HORAS, CLASES Y PRÁCTICAS								
UNIDADES	HORAS			CLASES TEÓRICAS		CLASES PRÁCTICAS		
	TOTAL	TEÓRICAS	PRÁCTICAS	NÚMERO	FECHAS	NÚMERO	HRS.	FECHAS
UNIDAD I: INTRODUCCIÓN. (8 hrs)	8	7		5	17,18, 24, 25 Y 31. AGOSTO			

UNIDAD II: EL CONCEPTO. (8 hrs)	8	12		8	7, 8, 14, 15, 21, 22, 28, 29/SEPTIEMBRE; 5, 6/OCTUBRE			
UNIDAD III: EL JUICIO. (10 hrs)	10	12		7	20, 21, 26, 27, 28/OCTUBRE; 3, 4, 5, 10, 11, 12/NOVI.			
UNIDAD IV: EL RAZONAMIENTO. (12 hrs)	12	12		8	3, 9, 10, 16, 17, 23, 24, 30/NOVIEMBRE; 7,8/DICI.			
UNIDAD V: EL SILOGISMO. (10 hrs)	10	16		11	14, 15/ DICIEMBRE; 11, 12, 19/ENERO			
UNIDAD VI: FALACIAS. (10 hrs)	10	11		7	25, 26/ ENERO;1,2, 8, 9, 15, 16, 22/FEBRERO			
UNIDAD VII. CALCULO PROPOSICIONAL. (14 hrs)	14	18		11	23, 29/ FEBRERO; 1, 7, 8, 14,15, 21, 22, 28/MARZO			
UNIDAD VIII: PRUEBAS DE VALIDEZ E INVALIDEZ. (18 hrs)	18	18		12	29/MARZO; 18, 19, 25, 26/ ABRIL; 2, 3, 9, 10, 16, 17/ MAYO.			

OBSERVACIONES
El horario de clases de ambos grupos, 4010 y 4020, es el mismo en los días y número de horas por día, de tal forma que las fechas en que se verán los temas son exactamente las mismas para ambos grupos, y únicamente difieren en la hora en que se imparten las clases.

SISTEMA DE EVALUACIÓN	
ELEMENTOS	DESCRIPCIÓN
Factores por evaluar	Factores / Ponderación / Instrumentos 1. Aprendizajes del programa de estudios — 100% Aprendizajes declarativos — 50% — Exámenes escritos Aprendizajes procedimentales — 40% — Trabajos diversos Aprendizajes actitudinales (autoevaluar el desempeño) — 10% — Escala estimativa
Periodos de evaluación y unidades por evaluar	Periodo / Fechas / Grupos / Unidades 1° — 04 al 08 de Oc. — 4010 y 4020 — I, II y III (Hasta el tema 3.2) 2° — 06 al 10 de Dic. — 4010 y 4020 — III, IV y V (Hasta el tema 5.2) 3° — 21 al 25 de Feb. — 4010 y 4020 — V, VI y VIII (Hasta el tema 7.1) 4° — 02 al 06 de Mayo — 4010 y 4020 — VII y VIII
Criterios de exención	80% de asistencia; 8.0 promedio mínimo de los cuatro parciales; ningún parcial reprobado.
Asignación de calificaciones	Calificación por periodo 1. En cada unidad se evaluará a los alumnos conforme a los factores y su peso relativo establecido. 2. La calificación del periodo se asignará como resultado del promedio de las calificaciones de las unidades que en éste hayan sido evaluadas. Calificación Final El promedio de las cuatro calificaciones parciales se promediará con la calificación del examen de 1° o 2° vuelta para obtener la calificación definitiva de la asignatura.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA Y DE CONSULTA	RECURSOS DIDÁCTICOS
-ARANZA, A. *Introducción a la lógica Simbólica*. Edit. Trillas. -CHAPA H. Maria Elena. *Introducción a la Lógica y nociones de teoría del conocimiento*, Edit. Kapelusz, tercera edición, 1991. -CHAVEZ Calderón Pedro. *Introducción a la Ciencia del razonamiento*, Edit. McGraw-Hill. -FERRATER Mora José y LeBlanc Hugues. *Lógica matemática*, F.C.E. 1970. -GARCÍA Fernández Angélica y B. Antonio García Arenas. *Lógica teoría y práctica*. -GARCÍA Olvera José Francisco. *Lógica formal para principiantes*, Edit. UNAM FES Acatlán, 2008. -GORTARI Eli de. *Lógica general*. Edit. Grijalbo, 1979. -GUTIERREZ Saénz, Raúl. *Introducción a la Lógica*, Edit. Esfinge, 2001. - Irving M. Copi. Introducción a la Lógica, Edit. Limusa, México, 2004. -LARROYO Francisco. *Lógica y metodología de las ciencias*, Edit. Porrúa, 1981. -MATEOS Nava Misael. *Lógica para inexpertos*, Edit. Edere, segunda reimpresión, 2008. -MONTES DE OCA Fernando. *Lógica*, Edit. Porrúa, 1996. -MOSTERÍN Jesús y Torretti Edwards Roberto. *Diccionario de Lógica y Filosofía de la Ciencia*, Edit. Alianza. -VARGAS Montoya Samuel. *Lógica e introducción al estudio de la filosofía*, Edit. Porrúa, 1970.	- PIZARRÓN - PLUMONES - CUADERNO DE EJERCICIOS - PROYECTOR - FICHAS DE TRABAJO - TARJETAS - PC

En seguida aparece la Planeación para la Unidad VIII dentro del mismo Programa Operativo. Se señalan únicamente los propósitos y objetivos, así como los contenidos temáticos y las fechas programadas para las actividades que el mismo programa sugiere.

PLANEACIÓN DE UNIDAD

Unidad/Tema	PRUEBAS DE VALIDEZ E INVALIDEZ - 8 hrs.		Número	VIII
Propósito (s) Objetivo (s)	Contenidos temáticos	Fechas programadas	Actividades de enseñanza-aprendizaje	Fechas Reales
1. Que el alumno sea capaz de inferir que las leyes de la Lógica nos permiten realizar inferencias válidas. 2. Demostrar la validez de argumentos mediante tablas de verdad. 3. Que el alumno capte la existencia de otros procedimientos como las leyes lógicas para demostrar la validez o invalidez de los argumentos.	8.1. Las reglas de inferencia: Modus ponendo ponens, Modus tollendo tollens, Modus tollendo ponens, Ley del silogismo hipotético, Regla de la simplificación, Regla de la adjunción, Ley de la adición, Doble negación, Leyes de De Morgan, Ley de la simplificación disyuntiva, Ley del silogismo disyuntivo, Leyes conmutativas, Ley de las proposiciones bicondicionales, Regla de premisas. En este subtema se mostrará cómo se representan formalmente cada una de las leyes o reglas lógicas y de qué manera se aplican. El profesor podrá también desglosar las leyes de inferencia de la siguiente manera: a) Leyes de implicación: l.- Modus Ponendo Ponens. 2.- ModusTollendo Tollens. 3.- Modus Ponendo Tollens. 4.- Modus Tollendo Ponens. 5.- Conjuntividad. 6.- Silogismo Hipotético. 7.- Simplificación. 8.- Adición. 9.- Dilema Constructivo. 10.- Dilema Destructivo. 11.- Condicionalización. b) Leyes de equivalencia: 1.- Conmutatividad. 2.- Asociación. 3.- Distribución. 4.- Teoremas de Demorgan. 5.- Doble Negación. 6.- Exportación. 7.- Implicación Material. 8.- Contraposición. 9.- Equivalencia Material. 10.- Tautología 8.2. La validez lógica de los argumentos. Se describirán los elementos de un argumento (premisas y conclusión). Se explicará la noción de validez o inferencia válida como consecuencia lógica de las premisas.	18 y 19, de abril 25 y 26 de abril 2, 3, 9 y 10 y 16 de mayo;		

	8.3. Las demostraciones formales. Se explicará cada uno de los pasos a seguir en una demostración formal, indicando la abreviatura del nombre de la regla y los números de las líneas de donde se deduce cada paso. **8.4 Elementos de Lógica cuantificacional:** a)símbolos de los cuantificadores. b)leyes de ejemplificación y generalización Se recomienda que la profundización de este tema, tome en cuenta las circunstancias específicas de un alumno de primer grado de preparatoria.	17, 23 y 24 de mayo		

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA Y DE CONSULTA	RECURSOS DIDÁCTICOS
BÁSICA. Misael Mateos Nava, Lógica para Inexpertos, Edit. Edere, México, 2007. **COMPLEMENTARIA:** Copi Irving m., Introducción a la Lógica. Ed., Limusa, México 2004. Chapa H. Maria Elena. Introducción a la Lógica y nociones de teoría del conocimiento, Edit. Kapelusz, tercera edición, 1991.	- Cuaderno de apuntes, plumones y pizarrón - Cuaderno de trabajo - Libros de texto - Cuestionarios - Fichas de trabajo

- ## 1.3 Propuesta de intervención didáctica dentro del Programa Operativo

Para dar seguimiento a los propósitos y objetivos señalados en el Programa Operativo de la Unidad VIII, así como a los contenidos temáticos dentro del mismo, se presenta finalmente el diseño de la planeación de actividades de enseñanza aprendizaje que se ha elaborado a partir de la propuesta de intervención didáctica planteada.

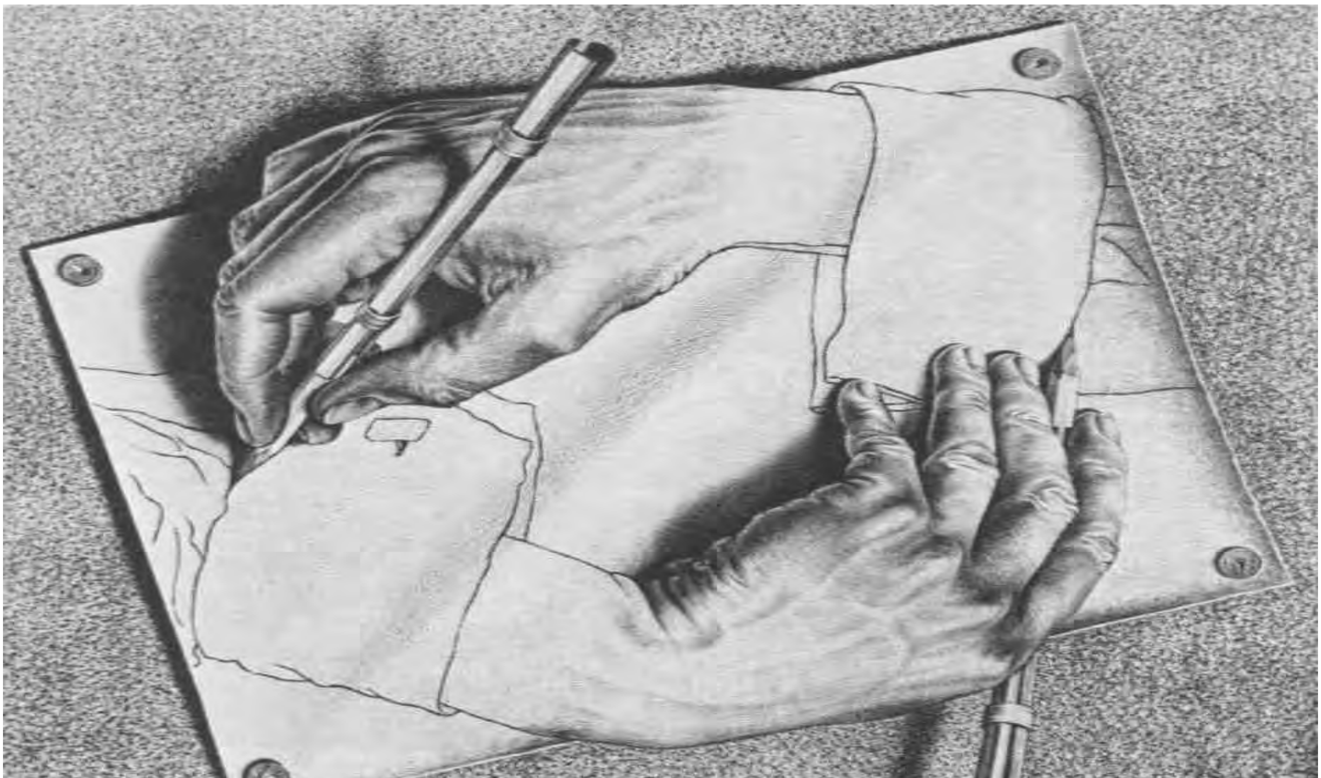
PLANEACIONES DE CLASE. SESIONES: NUEVE. TIEMPO APROXIMADO: 13 HORAS.

Fecha/ hora	Sesión	Tema	Estrategias de enseñanza	Estrategias de aprendizaje	Medios y recursos para la enseñanza	Mecanismos de evaluación
Lunes 8 de Abril. 11:50-13:30	1	**Reglas de inferencia: Leyes de implicación:** MP, MT, SD, Conj, Simpl. SH, Ad. DC, DD, Abs.	Exposición clara y concisa del tema mediante diapositivas en PowerPoint. **Analogía**: Las diapositivas muestran imágenes acompañadas de enunciados, con el propósito de poner en relación los conocimientos previos del alumno y los conocimientos nuevos que el docente pretende introducir.	Apertura: el profesor explica brevemente la dinámica de la clase. Desarrollo: Ejemplificación del uso y aplicación de las reglas de inferencia en la demostración de proposiciones presentadas en las diapositivas. Cierre: se solicita trabajo en casa.	PC Proyector	Participación en clase para la resolución de los ejercicios dictados por el profesor.
Miércoles 10 de Abril 12:40-13:30	2	**Reglas de inferencia: Leyes de implicación.**	Entrega del ejercicio número 1 para resolver individualmente en clase. Formación de grupos de trabajo y entrega del ejercicio número 2 para resolver cooperativamente.	Apertura: el profesor retoma el tema Desarrollo: Ejemplificación del uso y aplicación de las reglas de inferencia en la demostración de proposiciones presentadas. Cierre: se solicita trabajo en casa.	Pizarrón Plumones	Revisión y solución a la tarea solicita. Elaboración individual de fichas de trabajo.
Lunes 15 de Abril. 11:50-13:30	3	**La validez lógica de los argumentos.**	**Trabajo conjunto en el aula:** El profesor media la relación de cada uno de los grupo de trabajo para que estos procedan a la exposición de su material. Justificación del	**Aprendizaje Cooperativo:** Los alumnos trabajan en conjunto para maximizar su aprendizaje tanto como el de sus compañeros, reflejado en	Pizarrón Plumones Fichas de trabajo. Materiales anexos que los grupos cooperativos empleen.	Cada grupo de trabajo debe entregar el ejercicio resuelto de manera conjunta. Interdependencia positiva de cada miembro perteneciente al

			tema por parte del profesor, aludiendo a cada una de las exposiciones. Entrega del ejercicio #3.	una exposición de la que cada miembro es participe.		grupo de trabajo.
Miércoles 17 de Abril 12:40-13:30	4	**La validez lógica de los argumentos.**	**Trabajo conjunto en el aula:** El profesor media la relación de cada uno de los grupo de trabajo para que estos procedan a la exposición de su material.	**Aprendizaje Cooperativo:** Los alumnos trabajan en conjunto para maximizar su aprendizaje tanto como el de sus compañeros, reflejado en una exposición de la que cada miembro es participe.	Pizarrón. Plumones Fichas de trabajo. Materiales anexos que los grupos cooperativos empleen.	Cada grupo de trabajo debe entregar el ejercicio resuelto de manera conjunta. Interdependencia positiva de cada miembro perteneciente al grupo de trabajo.
Lunes 22 Abril 11:50-13:30	5	**Las reglas de inferencia: Leyes de equivalencia:** Ley Con., ley Aso., ley Dist., L M, DN, L Exp., IM, Trans., EM, Taut.	Exposición clara y concisa del tema mediante diapositivas en PowerPoint. Entrega del ejercicio número 4.	Apertura: el profesor explica brevemente la dinámica de la clase. Desarrollo: Ejemplificación del uso y aplicación de las reglas de inferencia en la demostración de proposiciones presentadas en las diapositivas. Cierre: se solicita trabajo en casa.	PC Proyector. Pizarrón. Plumones.	Participación en clase para la resolución de los ejercicios dictados por el profesor y ofrecidos en el libro de trabajo de lógica.
Miércoles 24 de Abril 12:40-13:30	6	**Demostraciones formales**	**Trabajo conjunto en el aula:** El profesor media la relación de cada uno de los grupo de trabajo para que estos procedan a la exposición de su material. Entrega del ejercicio núm. 5 para resolver cooperativamente.	**Aprendizaje Cooperativo:** Los alumnos trabajan en conjunto para maximizar su aprendizaje tanto como el de sus compañeros, reflejado en una exposición de cada equipo.	Pizarrón Plumones Fichas de trabajo. Materiales anexos que los grupos cooperativos empleen.	Cada grupo de trabajo debe entregar el ejercicio resuelto de manera conjunta. Interdependencia positiva de cada miembro perteneciente al grupo de trabajo.

Miércoles 1 de Mayo 12:40-13:30	7	**Demostraciones formales**	**Trabajo conjunto en el aula:** El profesor media la relación de cada uno de los grupo de trabajo para que estos procedan a la exposición de su material. Se ofrece a los estudiantes ejercicios para resolver individualmente en clase.	Como resultado del aprendizaje cooperativo, cada alumno debe realizar demostraciones formales mediante la aplicación del conjunto de reglas de inferencia aprendidas.	Pizarrón Plumones Fichas de trabajo.	Entrega de los ejercicios resueltos. Resolución conjunta de los ejercicios solicitados.
Lunes 6 de Mayo 11:50-13:30	8	**Las reglas de inferencia: Leyes de Implicación:** MP, MT, SD, Conj, Simpl. SH, Ad. DC, DD, Abs. **Leyes de equivalencia:** Ley Con., ley Aso., ley Dist., L M, DN, L Exp., IM, Trans., EM, Taut	El profesor orienta a los alumnos en la resolución de ejercicios ofrecidos en el libro de trabajo. Se solicita trabajo para realizar en casa. Al cierre de la clase ofrece a los alumnos una traducción al lenguaje natural (cuento) de una de las demostraciones formales.	Los alumnos resuelven conjuntamente con el profesor, los ejercicios de libro de trabajo de lógica y los ejercicios dicados en clase Realización de fichas de trabajo	Pizarrón Plumones	Participación en clase para la resolución de los ejercicios dictados por el profesor. Revisión de las fichas de trabajo.
Miércoles 8 de Mayo 12:40-13:30	9	**Reglas de inferencia**	El profesor explica con varios ejemplos cómo se aplican las reglas de inferencia Se ofrece a los estudiantes ejercicios para resolver individualmente en clase. Resolución conjunta de los ejercicios solicitados.	Resolución individual de los ejercicios solicitados. Los alumnos verifican sus resultados con otros compañeros.	Pizarrón Plumones	Revisión de los ejercicios resueltos. Revisión de los cuentos elaborados por los equipos de trabajo.
Lunes 13 de Mayo 11:50-13:30	10	**Examen parcial**				

II Marco Teórico Filosófico



2. La importancia de la enseñanza del cálculo inferencial en la educación media superior.

Volver atrás, repetir lo ya dicho muchas veces,
ha sido, para el alumno, una necesidad, y,
para nosotros, un motivo de impaciencia.
Alfredo Deaño

Con la intención de comprender mejor nuestra disciplina, se hace necesario realizar un breve recorrido histórico de la Lógica que permita señalar, al mismo tiempo, sus incesantes avances y lo imprescindible que resulta su enseñanza.

En el texto: "Introducción a la Lógica" del filósofo mexicano Mauricio Beuchot,[3] se hallan bien trazados los pormenores de la historia de la Lógica –como disciplina filosófica- que aquí se seguirán de cerca pero no cabalmente.

Lo que interesa en este brevísimo recorrido es, con particularidad, la importancia de la enseñanza del cálculo inferencial en la EMS, pues el docente debe estar enteramente persuadido de que lo que enseña tiene una utilidad loable e incluso, que su área de conocimiento, si bien no pretende convertir a sus estudiantes en magníficos expertos, si sentará las bases para que éstos desarrollen un buen manejo y aplicación de los conocimientos adquiridos en otras áreas de su vida.

❖ 1.1 Breve Historia de la Lógica

Tenemos que en la edad antigua, hubo entre los presocráticos mucha práctica de la lógica, especialmente en los pitagóricos, los eleatas y los sofistas, de estos últimos se destaca la figura de Protágoras de Abdera(480-410), que con sus discursos dobles probaba, falazmente, una cosa y su contraria. Empero, la lógica

[3] Beuchot Mauricio, *Introducción a la Lógica*, Editorial Universidad Nacional Autónoma de México, 2004.

no encuentra un nivel teórico estable ni siquiera en el periodo socrático (496-399) y platónico (428-347).

De hecho, es el filósofo Aristóteles (384-322) quien fundamenta las bases teóricas de la lógica como una ciencia instrumental y metodológica para la filosofía (*Organon*), de ahí que incluso actualmente se le reconozca como el padre de la lógica. Según Beuchot, es posible dividir la lógica aristotélica en analítica y tópica. La primera es necesaria o apodíctica, es la silogística aristotélica tal como la conocemos (en donde las premisas se hacen necesarias, lo mismo que las conclusiones). La lógica tópica, en cambio, sólo es posible, plausible (como las premisas son probables, las conclusiones alcanzan sólo la probabilidad). Así, la analítica tiene verdad necesaria, mientras que la tópica tiene una verdad probable. Si bien la lógica proposicional comienza a ver luces con Aristóteles ya desde la silogística hipotética, en realidad es Teofrasto de Eresos (372-288), discípulo de aquél, quien la inicia para que finalmente los megárico –estoicos la desarrollaran.

La lógica que emerge en el seno de la filosofía megárica, responde de manera contundente a los argumentos engañosos de la sofística o contra las paradojas como la de Eubúlides de Mileto (s. IV a.C), cuya paradoja del mentiroso decía así: Epiménides es cretense, y los cretenses son mentirosos; llega Epiménides y dice: "Estoy mintiendo ahora"; pero si dice la verdad miente, y si miente, entonces dice la verdad. Entre los destacados de Mégara se halla Filón (307 a.C), discípulo de Diodoro de Cronos. Filón inventa el método de matrices de verdad, de la conjunción, de la disyunción, la implicación y la equivalencia; asimismo, formula el principio de la transitividad del condicional. Los estoicos siguieron desarrollando la lógica proposicional, por eso -afirma Beuchot- se considera algo propio de los megárico-estoicos. Entre los estoicos griegos más destacados en el estudio de la lógica, se encontraba Crisipo de Soli (279-206), quien estableció los cinco principios indemostrables de la inferencia hipotética, a saber:

1) Si lo primero, entonces lo segundo; pero lo primero; por tanto, lo segundo.

2) Si lo primero, entonces lo segundo; pero no lo segundo; por tanto, no lo primero.
3) No es el caso que lo primero y lo segundo; pero lo primero; por tanto, no lo segundo.
4) O lo primero o lo segundo; pero lo primero, por tanto, no lo segundo.
5) O lo primero o lo segundo; pero no lo segundo; por tanto, no lo primero.

Aunque ya Beuchot lo aclara, es evidente que estos principios constituyen los esquemas que actualmente identificamos como *modus ponens*, *modus tollens* y el correspondiente al silogismo disyuntivo.
Porfirio de Tiro (232-304) destaca por haber contribuido a una célebre introducción (*Isagoge*) a las *Categorías* de Aristóteles, en la que se tratan los predicables: género, especie, diferencia, propio y accidente. La ordenación de los mismos tomando como ejemplo la sustancia lleva su nombre: el "árbol de Porfirio".

Beuchot señala que en la época llamada patrística, por ser la de los santos padres de la iglesia, se destaca la figura de San Agustín, quien estudia el razonamiento dialéctico, a la par que la retórica; y la de Boecio (480-524/5), que codifica los principales resultados de la lógica estoica y emprende el uso de las variables, ya iniciado por Aristóteles.

Para la época de la Edad Media, los islámicos fueron grandes estudiosos de Aristóteles,[4] tal es el caso de Al-Farabi, que exploró una teoría silogística de la inducción así como los futuros contingentes. Avicena investigó sobre las proposiciones condicionales o hipotéticas y Averroes reconstruyó fielmente la silogística modal aristotélica.

San Anselmo de Canterbury (1033-1109) planteó la significación y la apelación, que desembocó en la suposición como propiedad de los términos. En el año

[4] Beuchot señala este hecho: tras las invasiones de los bárbaros fue en Oriente donde se conservó el legado griego y a través de los musulmanes fue recobrado por los cristianos.

1040 Garlando Compotista, en la búsqueda de una gramática lógica, establece la relación de la lógica con la gramática. Pedro Abelardo (1079-1142) aborda el estudio de los universales, analiza la cópula de las proposiciones, distingue la negación de un término de la negación de la proposición entera -con lo cual, señala perfectamente Beuchot, distingue un functor proposicional veritativo-, examina los cuantificadores y las conectivas condicional y disyuntiva.

Adam de Balsham o Parvipontanus, en el año 1132 planteó una de las más famosas paradojas de conjuntos. Guillermo de Sherwood o Shyreswood, en 1230, recopila las aportaciones medievales a la semántica en las llamadas propiedades de los términos; estudia la combinación de cuantificadores con el signo de negación; da por primera vez los famosos versos nemotécnicos para la reducción de los silogismos a los modos (que es la forma que adopta el silogismo de acuerdo a la cantidad y a la cualidad de sus premisas) de la primera figura (recordando que la figura es la forma que adopta el silogismo de acuerdo a la colocación del término medio en las premisas), que reza así:
Barbara celarent darii ferio baralipton
Celantes dabitis fapesmo frisesomorum;
Cesare campestres festino baroco; daraptí
Felapton disamis datisi bocardo ferison.

Shyreswood dejó un tratado sobre los términos consignificativos o sincategoremáticos, que eran términos caracterizados por no tener un objeto como su significado, como "no", "o", "y" "algunos" y "todos". En la lógica del Medioevo se reconoció que al agregar o intercambiar sincategoremas en una oración, se la modifica lógicamente. De ahí que los términos consignificativos constituyen el antecedente de la noción moderna de constantes lógicas o, como hoy algunos lógicos las llama, los functores proposicionales, tales como "no", "y", "si", "todo", "algún", etc.

Alberto Magno, "el Grande" (1206-1280) desarrolla la conversión de proposiciones a entinemas o silogismos abreviados, y realiza trabajos en los que posteriormente se conocerá como el método hipotético. Pedro Hispano (1210-1277) formula varias leyes proposicionales. Tomás de Aquino (1225-1274) distingue las proposiciones modales que son las que, además de anunciar la convivencia o inconvivencia del predicado con el sujeto, indican el modo de ésta. El modo se indica por los cuatro operadores modales (de necesidad, posibilidad, imposibilidad y contingencia): cuando la conectiva o el functor modal se aplica a toda la proposición, se habla de modales compuestas; y cuando se aplica sólo a uno de los términos, de modales divididas. Por otro lado, Raimundo Lulio (1235-1315) sienta las bases de la lógica matemática o simbólica.

Según Beuchot, Guillermo de Ockham (1295-1349) formula las famosas leyes atribuidas a D Morgan, sobre las propiedades distributivas de la negación de la conjunción sobre la disyunción, para hacer equivalente la conjunción a la disyunción. En lo siguiente, la línea ockhamista trabajó la noción de consecuencia, la cual era una teoría general de la inferencia, que incluía la lógica proposicional como más básica y fundamental para la lógica de los predicados. Hubo pues, una serie de lógicos del siglo XIV que desarrollaron investigaciones sobre la lógica modal, tuvieron seis modalidades principales: "posible", "imposible", "contingente", "necesario", "verdadero" y "falso", correspondientes a las modalidades aléticas; y "sabido", "creído" y "dudado", como modalidades epistémicas.

En la Edad Media se desarrolló un extenso estudio sobre la lógica modal, que es la lógica de la posibilidad y de la necesidad; esto es, de las cosas que deben o deberían ser y de las que pueden o podrían ser. De manera simple, puede decirse que la lógica modal estudia las modalidades que pasan en enunciados naturales.
En el renacimiento, propio de la edad moderna, Juan Luis Vives (1492-1540), representa las funciones lógicas por medio de ángulos y triángulos. Francis Bacon (1561-1623) desarrolla el método inductivo y experimental. Johannes Kepler (1571-1630) desarrolla la prueba de las premisas por medio de la conclusión, o del antecedente a partir del consecuente; estudia el método hipotético y de

probabilidad. Galileo Galilei (1564-1642) distingue entre axiomas y postulados, y desarrolla el método experimental, con el tratamiento matemático de las hipótesis.

René Descartes (1596-1650) hace ver que el análisis de la experiencia extiende la razón, y a la inversa; desarrolla la demostración de las causas por los efectos, y a la inversa; establece la relación recíproca de la inducción y la deducción. Thomas Hobbes (1588-1679) ve el razonamiento como un cálculo de signos, avanzando en la búsqueda de un cálculo lógico. Blas Pascal (1623-1662) plantea las nociones básicas del cálculo de probabilidades. Antoine Arnauld y Pierre Nicole proporcionan reglas cuasi-matemáticas para la conversión de las proposiciones y la ejecución de inferencias y tratan sistemáticamente la teoría de la probabilidad. G. W. Leibniz (1646-1716) buscó, sin éxito completo, hacer realidad la lógica como cálculo que puede reconocerse en su intento de la construcción de un lenguaje perfecto, a saber, una *característica universal*; desarrolló el cálculo de la identidad y la inclusión, el de la similaridad y la congruencia. A Leibniz se debe la formulación de dos de los cuatro principios lógicos supremos: de identidad y razón suficiente.

Leonhard Euler (1707-1783) representa las relaciones lógicas a semejanza de las geométricas, con lo cual introduce el uso de diagramas. J. G. Ploucquet (1716-1790) desarrolla la extensión (cuantificación) del predicado y un método para abreviar los silogismos mediante el uso de cierta formalización; también emplea diagramas cuadrados para los silogismos. La cuantificación del predicado de Ploucquet implica que en una proposición del tipo "*todos* los hombres son mortales" la identidad del sujeto y el predicado exige que el significado de tal proposición sea el de que "*todos* los hombres son *algunos* mortales", o sea, el de que "*algunos* mortales son hombres", sin necesidad de apelar al cambio de cantidad, ya que en las proposiciones afirmativas el predicado, para poder ser igual al sujeto, exige una extensión o cuantificación particular. Con lo cual Ploucquet aporta una admirable contribución al desarrollo de la lógica simbólica.

Immanuel Kant (1724-1804) introduce los juicios sintéticos *a priori*: según Kant la ciencia se compone de juicios sintéticos a priori, esto es, juicios de carácter extensivo, de estricta necesidad y universalidad, y puesto que son a priori, su validez se establece y es conocida independientemente de la experiencia, tal es el caso del juicio: "la recta es la distancia más corta entre dos puntos. Kant distingue entre la ciencia de las leyes de la sensibilidad en general (estética) y la ciencia del intelecto en general (lógica). Con respecto a la lógica, esta se divide en lógica general y lógica trascendental: la primera es la célebre lógica formal descubierta por Aristóteles, aquella que prescinde de los contenidos y se limita a estudiar las leyes y los principios en general del pensamiento, sin los cuales no existiría una utilización del intelecto; en cambio, la lógica trascendental por la que se interesa Kant en la *Crítica de la Razón Pura* no prescinde del contenido: estudia las formas puras *a priori* del entendimiento y de la razón. De modo que Kant distingue entre conceptos empíricos y conceptos puros; los empíricos son aquellos conceptos que proceden de la experiencia, que contienen elementos sensibles; puros, en cambio, son aquellos que no están mezclados con ninguna sensación y, por tanto, son independientes de la experiencia.

H. Lambert (1728-1777) estudia la cuantificación del predicado y la lógica de relaciones. P. Simon de Laplace (1749-1827) desarrolla el cálculo de probabilidades y estudia su lógica. Bernard Bolzano (1781-1859) introduce la noción de consecuencia lógica y sienta las bases de la teoría de conjuntos; introdujo un método de variación en lógica y definió la verdad lógica diciendo que: una proposición es lógicamente analítica cuando todos sus términos constituyentes descriptivos ocurren en ella vacuamente. William Hamilton (1788-1856) desarrolla la cuantificación del predicado, analiza nuevas proposiciones, y estudia la simetría de la inducción y la deducción. En esta misma línea -dice Beuchot- J. Stuart Mill (1808-1873) establece los cánones de la inducción.
La edad moderna está marcada por un incipiente y digno esfuerzo para sentar las bases del cálculo proposicional. Sin embargo, para la edad contemporánea los avances en este campo y en otros rubros capitales en el estudio de la lógica, se tornan contundentes.

En el recorrido histórico de Beuchot, tenemos que en la edad moderna Augusto de Morgan (1806-1871) realiza un análisis lógico de los símbolos, operaciones y leyes de la matemática, así como un análisis matemático de la lógica, para ampliar la silogística, con lo cual sienta las bases para la simbolización de la lógica. Estudió razonamientos no-silogísticos, desarrolló el cálculo de relaciones y examinó paradojas lógicas. Desarrolló las leyes distributivas de la negación que llevan su nombre, así como las leyes de la transitividad.

George Boole (1815-1864) construyó la primera formulación sistemática de la lógica simbólica o matemática, en forma de álgebra de la lógica; formuló las leyes tanto del cálculo proposicional como del cálculo de clases, señalando sus afinidades (con base en la suma, la resta y la multiplicación). Realiza avances en lógica de la probabilidad.

Charles Lutwidge Dodgson (más conocido por su pseudónimo: Luis Carroll, 1832-1898) lleva a cabo una representación diagramática de las proposiciones y las inferencias, usando cuadros; formula los sistemas de relaciones poliádicas, y precisa la idea de universo de discurso. John Venn (1843-1923) emplea diagramas topológicos para representar funciones lógicas; concibe la proposición como relación entre dos términos y sus respectivos opuestos y estudia la carga existencial que supone la lógica clásica para ser consistente (esto es, que sus términos denotan objetos existentes).

Hugh MacColl (1837-1909) construye un cálculo proposicional, basado en implicaciones; este sistema bien construido basa toda la lógica en la lógica de proposiciones, con implicación, negación, conjunción, disyunción y equivalencia; interpretó la inclusión de clases en términos de implicación. Trabajó igualmente en lógica modal.

Charles Sanders Peirce (1839-1914) desarrolló la inclusión de clases, interpretándola como implicación y también como inferencia; señaló las funciones proposicionales, interpretando la disyunción como inclusiva; usó el cálculo de valores de verdad para establecer leyes lógicas. Hace avanzar la lógica de relaciones; preludió la lógica polivalente, diciendo que puede haber infinitos grados de falsedad, siendo la verdad el 0. Utilizó cuantificadores lógicos (universal y particular) ligando variables, con lo cual es uno de los inventores de las variables ligadas. Estableció un conjunto suficiente de axiomas para el cálculo proposicional, con la curiosa ley "si *a* entonces *b*, entonces *a* y entonces *a*, llamada ley de Peirce. Introdujo los diagramas llamados "grafos existenciales".

Friedrich Ludwig Gottlob Frege (1848-1925) publica en varios ensayos la construcción de un sistema formal: todo un cálculo lógico, que es también el intento de un lenguaje perfecto al que llama "escritura conceptual"; dicha escritura sentó las bases conceptuales de los cálculos lógicos actuales. Construyó un cálculo proposicional y un cálculo de clases; en el primero, utilizó formalmente las tablas de verdad, así como los conectivos usuales; en el segundo, empleo la estructura de argumento y functor. Elaboró una teoría de la cuantificación, universal y particular, para ligar variables y, en ese rubro, llegó a la cuantificación de segundo orden. Trabajo sobre la lógica de clases y sus paradojas.

Edmund Husserl (1859-1938) ataca el psicologismo en la lógica y establece la lógica fenomenológica, en la línea de la lógica trascendental kantiana.

Alfred North Whitehead (1861-1947) desarrolló el álgebra booleana y buscó varias aplicaciones lógicas. Bertrand Russell (1872-1970) establece el principio del logicismo, señalando las inconsistencias del sistema lógico de Frege. Analiza las paradojas de los conjuntos y las clases; elabora sus teorías de los tipos lógicos y de las descripciones. En 1910 fundamenta la aritmética en la lógica (logicismo); construye una lógica matemática o simbólica que es ya clásica, con un cálculo de proposiciones, uno de clases y otro de relaciones, y elabora una lista formal de los principios de la lógica.

Ludwig Wittgenstein (1889-1951) buscó la forma lógica de los enunciados; avanzó en el estudio de los formalismos y hace un análisis sintáctico y semántico del lenguaje. Junto con Russell desarrolló el llamado “atomismo lógico” (búsqueda de los elementos básicos del lenguaje) para construir un lenguaje perfecto, el cual era la misma lógica matemática depurada de cualquier ambigüedad. Empleó el procedimiento de tablas veritativo-funcionales para obtener el valor de verdad de las proposiciones. Interpretó el cuantificador universal como una conjunción infinita y el particular como una disyunción infinita.

Rudolf Carnap (1891-1970) efectuó un análisis lógico del lenguaje; formula un sistema de lógica inductiva basado en la probabilidad. Norbert Wiener (1894-1964) inicia la nueva ciencia cibernética que revoluciona la lógica; desarrolla la lógica de la comunicación; plantea la analogía entre el funcionamiento del sistema nervioso y las computadoras. En 1920, Emil L. Post (1897-1954) sienta las bases para la construcción de sistemas lógicos con un número finito cualquiera de valores de verdad; publica el desarrollo de una técnica sistemática para evaluar fórmulas del cálculo proposicional, mediante tablas de verdad.

Karl Raimund Popper (1902-1994) analiza formalmente la lógica del descubrimiento científico; y, para la parte demostrativa, introduce la falsabilidad, basada en el *modus tollens*.

Kurt Gödel (1906-1978) con su teorema de incompletud hace ver que ningún sistema de axiomas puede ser completo; demuestra que el axioma de elección y el de hipótesis generalizada del continuo son independientes de los demás axiomas de la teoría de los conjuntos. Prueba que no es posible demostrar la consistencia interna de los sistemas formales y con ello señala las limitaciones del formalismo lógico.

Para finales del siglo XX, Willard Van Orman Quine (1908-2000) formula un sistema de inferencia natural basado en esquemas de inferencia, más bien que en reglas. La relación de la lógica y la computabilidad electrónica va en constante desarrollo, sobre todo con la máquina de Turing. En general, los estudiosos de la lógica del siglo XX retoman las tesis de sus predecesores ya sea para refutarlas o mejorarlas, lo cual permite expandir el escenario incluso en filosofía de la lógica.

❖ 1.2 El lenguaje de cálculo

Para abordar la Unidad VIII correspondiente al tema de las pruebas de validez e invalidez, habrá que definir el lenguaje de la lógica proposicional en forma de cálculo, como se había señalado con antelación.

Según Alfredo Deaño, en su texto "Introducción a la lógica formal", un cálculo se compone de lo siguiente:

1. un conjunto de elementos primitivos, llamados a menudo <<símbolos elementales>>. Ellos constituyen las piezas a manejar dentro de un sistema. Es absolutamente esencial que este conjunto de símbolos primitivos esté definido de un modo efectivo.

Para definir un conjunto de manera efectiva tenemos dos procedimientos: a) enumerar exhaustivamente –o con cierta finitud- los elementos de ese conjunto; b) definir el conjunto por medio de una propiedad que proporcione un sentido indicado con precisión.

2. Un conjunto de reglas -<<reglas de formación>> o <<de construcción>>- que establecen cuáles son las combinaciones correctas posibles de esos símbolos elementales. El conjunto de las reglas de formación ha de proporcionar una definición efectiva de la noción de "expresión bien formada del cálculo", de tal modo que sea posible, ante cualquier combinación de símbolos, decir si es o no una fórmula bien construida. En otros términos, las reglas de formación son las instrucciones que se siguen para posicionar adecuadamente cada uno de los símbolos empleados en un cálculo.

3. Un conjunto de <<reglas de transformación>>. Aplicándolas, podemos transformar una combinación bien construida de símbolos en otra combinación que resultará igualmente bien construida; es decir que con ellas tenemos un número finito de movimientos de los símbolos en el cálculo. [5]

---

[5] Cfr. Deaño A, *Introducción a la lógica*, editorial alianza, cuarta edición, Madrid, 1983, pp. 30-32.

Finalmente, lo esencial de un cálculo es su carácter exclusivamente formal. Un cálculo no es, por lo tanto, un lenguaje, no es un medio de comunicación, pues sus elementos carecen de significado. Un cálculo no es otra cosa que manipular un conjunto de entidades, según unas reglas establecidas explícitamente de antemano.

Podemos, sin embargo, transformar un cálculo en un lenguaje *interpretando* sus símbolos, proveyendo a éstos de un significado.

Por ejemplo, en la siguiente figura:

Si todo **P** es **S**

Y algún **R** es **P**

Por lo tanto, algún **R** es **S**

En donde: **P** = Estudiante

S= Brillante

R = Mario

Al sustituir nuestras variables, tendríamos esta expresión:

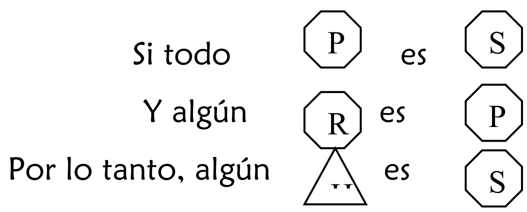
Si todo estudiante es brillante

Y Mario es estudiante

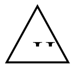
Por lo tanto, Mario es brillante

Este silogismo representa un tipo de expresión que, si bien alude al lenguaje natural, no trata concretamente sobre él. En cambio, lo que si aparece a la vista es un lenguaje formalizado, un lenguaje con estructura de cálculo, un lenguaje con un vocabulario artificial. Así, aunque en la práctica los cálculos se construyen a menudo pensando en sus posibles aplicaciones, teóricamente son absolutamente independientes del lenguaje.

Retomando el ejemplo anterior, podríamos sustituir el silogismo mediante las siguientes variables:



En su estructura, y a la vista de lo anterior, y dado un símbolo como:



Podemos decidir que, en tanto el triángulo aquí representado no es un elemento primitivo del sistema, y de antemano acordamos que no lo es, por lo tanto esta combinación de símbolos no representa una fórmula bien formada del sistema de cálculo que estamos desarrollando. En lógica, se dice que un razonamiento es válido cuando la conclusión se deriva necesariamente de las premisas y es inválido cuando la conclusión no se deriva de las premisas, como en el caso anterior.

La lógica comprende un lugar abstracto dentro de la reflexión filosófica, pues en tanto ciencia, "la lógica es un conjunto de lenguajes formalizados, es decir, un conjunto de cálculos a los que se da una interpretación en el campo de investigación que constituye el objeto de la lógica".[6]

El ejemplo anterior ilustra la definición que le hemos dado a la lógica: es la ciencia de los principios de la validez formal de la inferencia.

Inferir es un acto determinado de la razón; lo especifico de un razonamiento o inferencia es que consiste en derivar una *conclusión* a partir de unas *premisas*. Eso es razonar. Todo razonamiento como resultado de la actividad de razonar constituye el objeto material de la lógica. La inferencia permite al estudiante elaborar la conclusión de un argumento consistente.

Se entiende por validez formal un tipo de razonamiento formalmente válido: se dice que un razonamiento es válido cuando, si sus premisas son verdaderas, necesariamente su conclusión también lo es. Muy importante es señalar que la validez de un argumento es *independiente* de la verdad o falsedad de sus premisas y su conclusión.

[6] Deaño A, *Introducción a la lógica*, editorial alianza, cuarta edición, Madrid, 1983, p. 35.

Ahora bien, se ha visto en el estudio de la Lógica, el uso y aplicación de un lenguaje formal: símbolos por medio de los cuales se ha establecido un margen de comunicación.

A este respecto, diríase inicialmente que nos servimos del lenguaje para los menesteres más diversos: 1) para hacer preguntas, para elevar súplicas, para dar órdenes, para proferir insultos, para expresar deseos. Y 2) también, a veces, para formular afirmaciones acerca de los objetos, es decir, para enunciar hechos o describir situaciones. En el primer caso no tiene sentido plantearse el problema de si aquello es verdadero o falso, de si se enuncia o no un estado de cosas que de hecho se da, es decir, no tienen valor de verdad. Sí lo tienen en cambio, y necesariamente, las afirmaciones que hacemos acerca del mundo.

Mediante oraciones enunciamos proposiciones ya sean verdaderas o falsas
Los lenguajes naturales lo heredamos. Los lenguajes artificiales los construimos. Los lenguajes son, diría Wittgenstein, <<una forma de vida>>. Los lenguajes artificiales surgen como resultado de la necesidad de querer controlar científicamente el medio.

Así, se entiende por lenguaje de cálculo: un lenguaje de precisión, medios artificiosos de expresión construidos por los científicos a fin de poder formular con mayor justeza las relaciones entre los objetos estudiados por sus ciencias respectivas.
Por ejemplo:

- En Química la fórmula empírica de la glucosa es CH_2O, lo cual indica que por cada átomo de C, hay dos átomos de H y un átomo de O.

- En Álgebra el cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número se representa del siguiente modo: $x^3 + 3x^2$
- En Lógica el símbolo " $\vdash$ " representa la conclusión de un argumento, que se lee "luego", "luego entonces", "por lo tanto", etc.

De este modo, los cálculos son, naturalmente, artificiales. Los cálculos no son, propiamente, lenguajes. Un cálculo es una pura estructura, un sistema de relaciones. De manera que el cálculo inferencial refiere a la parte de la lógica que emplea las reglas de inferencia para probar la validez o invalidez de un argumento lógico.

❖ 1.3 Enseñanza del cálculo inferencial

En la enseñanza de la lógica es imprescindible que el docente logre introducir al estudiante en ese lenguaje de cálculo; en el reconocimiento de las estructuras que sirven como suelo y fundamento de un óptimo desarrollo inferencial.

Debe entenderse por estructura un conjunto de elementos solidarios entre sí, o cuyas partes son funciones unas de otras. Los componentes de una estructura se hallan interrelacionados; cada componente está relacionado con los demás y con la totalidad. Se dice por ello que una estructura está compuesta de miembros más que de partes y que es un todo más bien que una suma. En la estructura hay enlace y función más que adición y fusión. [7]

Por ejemplo, el organismo humano representa una estructura que opera favorablemente si cada una de sus partes cumple la función para la cual ha sido diseñada, y si bien es cierto que se puede prescindir de alguno de sus elementos, no hay que olvidar que sin otros de vital importancia, simplemente el sistema se colapsaría.

Sucede lo mismo en lógica. Por ejemplo, la estructura de los argumentos son las premisas y la conclusión; las primeras, en su relación, nos permiten llegar a la última, y sin esta las anteriores no tendrían ninguna utilidad. Las estructuras de las reglas que se emplean en el cálculo lógico, representan formulas bien formadas del sistema y, como tales, sirven de base para una demostración argumentativa.

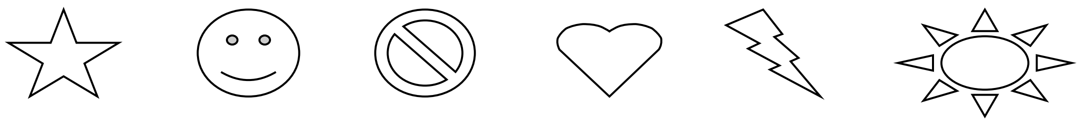
---

[7] Ferrater Mora José, *Diccionario de filosofía*, Editorial Sudamericana, Buenos Aires, quinta edición, 1971.

En este sentido, se dice que el cálculo inferencial es un sistema de relaciones, un conjunto de estructuras por medio de las cuales se pretende llegar a una inferencia lógica, es decir, a la aplicación de una regla de transformación que permita transformar una fórmula bien formada (f.b.f) de un sistema formal en otra fórmula bien formada como teorema del mismo sistema. Así por ejemplo una expresión como " p q → " no sería un f.b.f. del cálculo lógico.

Se había señalado que tres son los elementos básicos de un cálculo: 1. Los símbolos primitivos; 2. Las reglas de formación y 3. Las reglas de transformación. Así por ejemplo tenemos:

1. Símbolos primitivos: a) variables proposicionales, b) signos de puntuación y c) conectivas de esas proposiciones.
   Por ejemplo:

a) 

Acotar el lenguaje en símbolos permite tener una mayor precisión dentro del cálculo. En lo que refiere a la simbolización del lenguaje, los lógicos en general se hallan más familiarizados con el uso práctico que proporcionan las letras del abecedario. Como son:

a, b, c, d, e, f, etc.…

b) Signos de puntuación: paréntesis diversos como ( ), { }, [ ].

c) Las conectivas (functores) son operaciones mediante los cuales ponemos en relación nuestros símbolos primitivos. Tales son:

Nombre	Lenguaje natural	Lenguaje de cálculo
Negación	No, no ocurre que…	$\neg$
Conjunción	y	$\wedge$
Disyunción	o	$\vee$
Condicional	Si… entonces…	$\rightarrow$
Bicondicional	…si y sólo si…	$\leftrightarrow$
Conclusión	Por lo tanto	$\vdash$
Equivalencia	Es equivale a…	$\equiv$

A continuación habrá que acordar, de los símbolos primitivos ejemplificados, cuál será el empleado para realizar el cálculo. Arbitrariamente aquí se han elegido las letras minúsculas del abecedario.

2. Reglas de formación: instrucciones sobre las posiciones que pueden ocupar los símbolos primitivos.

Primera regla: Una letra del abecedario por sí sola representa una expresión bien formada del cálculo. De tal manera que la unión de dos o más letras no representa una expresión bien formada dentro del cálculo.
Segunda regla: Si a es una expresión bien formada del cálculo, entonces $\neg a$ también lo es.
Tercera regla: Si a y b son expresiones bien formadas del cálculo, entonces también lo es $a \vee b$; así como $a \wedge b$, $a \rightarrow b$, $a \leftrightarrow b$.

3. Reglas de transformación: instrucciones sobre los movimientos que se pueden efectuar con los símbolos primitivos partiendo de su posición.

Primera regla: Un expresión como $a \rightarrow (b \rightarrow a)$ puede sustituirse por $r \rightarrow (s \rightarrow r)$.

Segunda regla: si a es una tesis del sistema (cualquier fórmula verdadera del cálculo) y lo es también la expresión $a \rightarrow b$, entonces b es una tesis del sistema.
Tercera regla: existe la posibilidad de traducir una cierta tesis del sistema a reglas de inferencia que nos permitan transformar unas expresiones en otras dentro del mismo.

Todo cálculo consta de una serie de reglas de transformación, mediante las cuales podemos operar, es decir, transformar una f.b.f en otra f.b.f. que, o bien sea equivalente (las llamadas reglas de equivalencia que se distinguen por el símbolo "≡"), o bien resulte directamente deducida de la anterior (reglas de implicación).

Las reglas de transformación de un cálculo deben quedar explicitadas para poder saber las que debemos utilizar en cada momento del cálculo.

Así por ejemplo, tenemos una serie de reglas de inferencia, entre las que se cuentan tanto las de implicación (*primeras diez de la siguiente tabla) como las de equivalencia (**las once siguientes de la misma tabla), que nos permiten efectuar esta transformación. Tales son:

Reglas de inferencia		
Regla	Regla en lenguaje técnico	Nombre y abreviatura
Forma larga: * $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ Esquema: $p \rightarrow q$ p $\vdash$ Q	Si tomamos como premisa un condicional y su antecedente podemos inferir el consecuente como conclusión.	Modus Ponendo Ponens o **M**odus **P**onens (**MP**)
$[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$ $p \rightarrow q$ $\neg q$ $\vdash$ $\neg p$	Si tomamos como premisa un condicional y la negación de su consecuente, podemos inferir la negación de su antecedente como conclusión.	Modus Tollendo Tollens o **M**odus **T**ollens (**MT**)
$[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$ $p \vee q$ $\neg p$ $\vdash$ q	Si tomamos como premisas una disyunción y la negación de uno de sus miembros (disyuntos), podemos inferir el otro miembro como conclusión.	Modus Tollendo Ponens o **S**ilogismo **D**isyuntivo (**SD**) (Se trata de una Inferencia de la alternativa)
$p \wedge q \rightarrow (p \wedge q)$ p q $\vdash$ $p \wedge q$	De dos premisas se puede inferir la conjunción de aquellas premisas como conclusión.	**Conj**unción (**Conj.**)
$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ $p \rightarrow q$ $q \rightarrow r$ $\vdash$ $p \rightarrow r$	Si tenemos como premisas dos condicionales en la que un primer término implica a un segundo y, a su vez, el segundo implica a un tercero, podemos concluir que el primer término implica al tercero.	**S**ilogismo **H**ipotético (**SH**) (Ley de la Transitividad)
$(p \wedge q) \rightarrow p$ $p \wedge q$ $\vdash$ P	Si tenemos como premisa una conjunción, podemos inferir la simplificación de uno de sus miembros (conyuntos).	**Simpl**ificación (**Simpl.**)

$p \rightarrow (p \vee q)$ p $\vdash$ $p \vee q$	Si tenemos una premisa, se puede concluir una disyunción de esa misma premisa y otra cualquiera.	**Adición** **(Adic.)**
$[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s)] \rightarrow r \vee s$ $p \vee q$ $p \rightarrow r$ $q \rightarrow s$ $\vdash$ $r \vee s$	Si tenemos como premisa una disyunción en la que cada uno de los miembros es el antecedente de una condicional, podemos inferir la disyunción de los consecuentes de las condicionales.	**D**ilema **C**onstructivo **(DC)**
$[(\neg p \vee \neg q) \wedge (r \rightarrow p) \wedge (s \rightarrow q)] \rightarrow (\neg r \vee \neg s)$ $\neg r \vee \neg s$ $p \rightarrow r$ $q \rightarrow s$ $\vdash$ $\neg p \vee \neg q$	Si los miembros negados de una disyunción aparecen como consecuentes de condicionales, podemos inferir una disyunción con la negación de los antecedentes de aquellas condicionales.	**D**ilema **D**estructivo **(DD)**
$(p \rightarrow q) \rightarrow [p \rightarrow (q \wedge p)]$ $p \rightarrow q$ $\vdash$ $p \rightarrow (q \wedge p)$	Si tenemos como premisa una condicional, podemos inferir otro condicional cuyo antecedente es el término del primero y el consecuente es una conjunción del consecuente del primer condicional más el primer término.	**Abs**orción **(Abs.)**
$p \equiv \neg\neg p$	Una proposición equivale a ella misma doblemente negada.	**D**oble **N**egación **(DN)**
$\neg (p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)]$ $\neg (p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$	Si tenemos como premisa la negación de una disyunción, podemos remplazarla con una conjunción en la que cada uno de los miembros se halla negado.	**L**ey de **M**organ **(LM)**
$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$ $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \equiv (p \leftrightarrow q)$	Si tenemos como premisa un bicondicional, podemos remplazarlo por la conjunción de los condicionales de sus términos, y a la inversa.	**L**ey del **b**icondicional **(LB)**
$(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$ $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$ $(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$	Si tenemos como premisa una conjunción o una disyunción o un bicondicional, podemos invertir el orden de sus miembros sin que se afecte la verdad de la proposición.	**L**ey **C**onmutativa **(LC)**
$(p \rightarrow q) \equiv (\neg q \rightarrow \neg p)$	Una premisa condicional es equivalente a otra condicional con el intercambio de sus miembros negados.	**Trans**posición o Contraposición **(Trans.)**

$p \equiv (p \vee p)$ $p \equiv (p \wedge p)$	Una proposición equivale a la disyunción o conjunción de la misma proposición.	**Taut**ología (**Taut.**)
$[p \vee (q \vee r)] \equiv [(p \vee q) \vee r]$ $[p \wedge (q \wedge r)] \equiv [(p \wedge q) \wedge r]$ $[p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)] \equiv [(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r]$	Una disyunción en la que el segundo disyunto es otra disyunción, equivale a una disyunción en la que el primer disyunto es otra disyunción con los mismos términos. Lo mismo ocurre para la conjunción y el bicondicional.	**Aso**ciación (**Asos.**) (de la disyunción, la conjunción y el bicondicional)
$[p \wedge (q \vee r)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$ $[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$	Una conjunción en la que uno de sus miembros es una disyunción, equivale a la disyunción de dos conjunciones. El mismo caso para una disyunción.	**Dis**tribución (**Dis.**) (de la conjunción y la disyunción)
$[(p \wedge q) \rightarrow r] \equiv [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \equiv [(p \wedge q) \rightarrow r]$	Una condicional cuyo antecedente es una conjunción, equivale a una condicional cuyo consecuente es otra condicional.	**Exp**ortación (**Exp.**)
$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$	Si tenemos una premisa condicional, podemos remplazarla por la negación del primer miembro de una disyunción.	**I**mplicación **M**aterial (**IM**)
$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \wedge q) \vee (\neg p \vee \neg q)$	Siempre que dos enunciados son materialmente equivalentes, se implican materialmente el uno al otro.	**E**quivalencia **M**aterial (**EM**)

El número de reglas aquí anotadas puede bastar para efectuar diversos movimientos al interior del sistema. Lo importante consiste en señalar que, dentro del lenguaje de cálculo, esto no representa más que un método para probar la validez o invalidez de un argumento; es un medio por el cual se ponen en circulación uno o varios elementos acordados como miembros del cálculo.

Así, por ejemplo, consideremos el siguiente argumento:

1.- Si el presidente es sensato, entonces restringe el alza de los precios en la canasta básica.

2.- Si el presidente restringe el alza de los precios en la canasta básica, estará a favor de la estabilidad económica de los mexicanos.

Conclusión.- Por lo tanto, si el presidente es sensato, estará a favor de la estabilidad económica de los mexicanos.

En un lenguaje de cálculo, esto se simboliza como sigue:

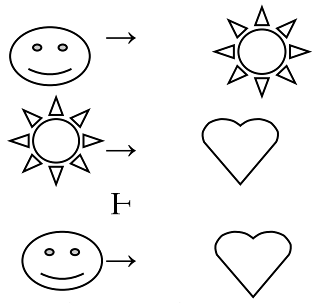
$$s \to r$$

$$r \to e$$

$$\vdash$$

$$s \to e$$

O bien podría simbolizarse del siguiente modo:



Cuando se enseña cálculo inferencial se apela siempre al nivel estructural de las reglas de transformación establecidas, es decir; en el ejemplo anterior se tiene presente la estructura que corresponde al modo del silogismo hipotético, donde: $[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$ puede leerse también de manera vertical:

$$p \to q$$

$$q \to r$$

$$\vdash$$

$$p \to r$$

La inferencia resulta una fórmula bien formada dentro del cálculo, ya sea que su representación simbólica sean imágenes, letras o números (de acuerdo a los símbolos primarios establecidos), porque en su estructura, esa simbolización respeta formalmente el esquema de la regla empleada para demostrar la validez o invalidez de un argumento.

Se sigue de esto que a la lógica le importa únicamente la forma de los razonamientos. La lógica que es *formal*, es la ciencia de las formas o esquemas válidos de razonamiento, y la forma del silogismo hipotético que se acaba de ilustrar, es sólo un tipo de esquema válido de inferencia, entre otros muchos razonamientos válidos formalmente, o bien, lógicamente.

III. Marco teórico pedagógico

3. Aprendizaje cooperativo en Vygotski

El aprendizaje cooperativo como estrategia central en la enseñanza del cálculo inferencial, en el estudio de la lógica a nivel medio superior, representa un método que permite desarrollar tareas en las que entran en juego las funciones psíquicas superiores, es decir "aspectos tales como aumento de la capacidad y la eficacia de la atención y memoria, de la capacidad para ver o percibir, o de la capacidad de resolver problemas de tipo lógico y matemático".[8] En este sentido, para abordar a Vygotski es importante señalar que las teorías psicológicas aplicadas a la educación, intentan ofrecer un marco de referencia que permita proyectar, reflexionar o evaluar los procesos de aprendizaje que tienen lugar en la escuela.

- ### 3.1 La psicología antes de Vygotski

Hasta la última mitad del siglo XIX el estudio de la naturaleza humana competía exclusivamente al área de la filosofía. En Inglaterra se desarrollaron explicaciones empiristas de la mente que postulaban que el origen de la ideas provenía de sensaciones producidas en el ambiente, tal como lo había sugerido John Locke. El problema que surgía en el seno de estas posturas empiristas, radicaba en la imposibilidad de realizar un análisis psicológico que describiera las leyes de asociación de sensaciones simples para producir ideas complejas.

Por otro lado Kant seguía ganando terreno entre intelectuales que, posterior a él, sostenían que las ideas de espacio y tiempo, así como los conceptos de cantidad, cualidad y relación se originan *a priori* en la mente humana y no podían descomponerse en elementos más simples. En este sentido cualquier idea compleja (abstracta) presenta *per se* la imposibilidad de reducirse a un análisis psicológico de las sensaciones.

[8] García Gonzales Enrique, *Vigotski. La construcción histórica de la psique"*, Editorial Trillas, segunda reimpresión, México, 2003, p. 107.

Ambas posturas propiamente filosóficas operaban sobre el mismo supuesto del moderno Descartes, esto es; que el estudio científico del hombre podía aplicarse únicamente a su cuerpo físico. De tal modo que a únicamente a la Filosofía le correspondía el estudio del alma.

Mientras aquellas posturas luchaban por consolidarse, tuvo lugar un acontecimiento que retomó el rumbo de la psicología como ciencia dedicada al estudio de la conciencia. En la década de 1860 se publicaron casi simultáneamente tres libros: The origin of the species (*El origen de las especies*), de Darwin, en el que se postulaba la continuidad esencial del hombre y otros animales. La teoría de la evolución darwiniana englobó a los animales y a los seres humanos en un único sistema conceptual regulado por leyes naturales. El segundo fue Die Psychophysik (*La Psicofísica*) de Gustav Fechner en el que se describía la relación entre cambios en sucesos físicos especificables y respuestas psíquicas verbalizables, lo cual reivindicaba la descripción cuantitativa del contenido de la mente humana. De modo que la teoría de Fechner proporcionó un ejemplo de cómo debería ser una ley que describiera la relación entre los hechos físicos y el funcionamiento mental del hombre. El tercer libro, que apareció más bien como un volumen, fue *Reflejos del cerebro* de Iván Mijáilovich Séchenov donde sostenía la comprensión de reflejos sensorio-motores simples utilizando técnicas que aislaban disposiciones nervio-musculares del organismo vivo. Esto quiere decir que Séchenov estaba sentando las bases para que la fisiología pudiera enlazar el estudio científico natural de los animales con el estudio, hasta entonces filosófico, del hombre.

El mencionado acontecimiento indicaba el paso de una *episteme* a otra e instauraba nuevas prácticas; si bien Darwin, Fechner y Séchenov no eran considerados psicólogos, se hizo posible plantear, a partir de ellos, las cuestiones centrales de las que se ocuparía la psicología como ciencia desde finales del siglo XIX y hasta nuestros días, a saber: que existía una relación entre la conducta animal y la humana, entre los sucesos ambientales y mentales, entre los procesos psicológicos y fisiológicos. En adelante la tarea de la psicología consistirá en definir este tipo de relaciones.

Al comienzo de la Primera Guerra Mundial, tanto en Rusia como en Estados Unidos, los psicólogos renunciaron al estudio de la conciencia en aras de del estudio de la conducta. Aprovechando el potencial aportado por el estudio de Iván Petrovich Pavlov sobre los *reflejos condicionados*[9] y la afirmación de Darwin acerca de la continuidad del hombre y el animal mediante un proceso de selección natural, los conductistas se concentraban en la viabilidad del estudio científico del comportamiento humano y animal. Sin embargo la limitante de la Psicología conductista radicaba en la sustitución de las conexiones estímulo-respuesta por sensaciones, especificando a continuación las reglas por las que estos elementos se combinan para producir fenómenos más complejos, con lo cual, al concentrarse en los procesos compartidos por hombres y animales, surgía un descuido insoslayable de los procesos superiores, tales como el lenguaje, el pensamiento y la conducta volitiva. De hecho, una de las consignas pronunciadas por los psicólogos de la Gestalt,[10] en contra de las teorías conductistas, era esta imposibilidad de explicar los procesos complejos en términos de procesos simples.

- ## 3.2 La teoría psicopedagógica de Vygotski

Dentro de este marco histórico científico, aparece Lev Semiónovich Vygotski. Educado como abogado y filósofo, Vygotski nació el 17 de noviembre de 1896 en Orsha bajo el imperio ruso (actualmente Bielorrusia), en el seno de una familia judía. Comenzó su carrera como psicólogo después de la Revolución Rusa en 1917, tras abolirse todas las discriminaciones contra los judíos. Como se puntualizó, el contexto histórico en el que aparece Vygotski se hallaba marcado por una popularización de las teorías conductistas de estímulo-respuesta y el

[9]Teoría que pretendía modificar a voluntad el comportamiento humano imponiendo sin intervención de la razón de aquél a quien se condiciona, el comportamiento que se deseaba, eliminando la conciencia de su autonomía.
[10] Los psicólogos de la Gestalt consideraban que los principios de la organización perceptual no sólo explican nuestras percepciones visuales, sino también nuestras percepciones auditivas y táctiles y procesos mentales superiores como la memoria.

recién fundado movimiento de la teoría de la Gestalt. Bajo este ambiente, las condiciones psicológicas y sociales en la Rusia postrevolucionaria que atravesó Vygotski, lo llevaron a emprender el desarrollo de una teoría marxista del funcionamiento intelectual humano.

Vygotski buscaba una base sólida para el establecimiento de una teoría unificada de los procesos psicológicos humanos, retomando el tema de la conciencia como un concepto fundamental en el terreno de la Psicología científica.

Vygotski compartía junto con los psicólogos de la Gestalt el descontento por los análisis psicológicos que comenzaron reduciendo todos los fenómenos a un conjunto de "átomos" psicológicos (conductismo). Y al mismo tiempo era consciente de que los psicólogos de la Gestalt eran incapaces de ir más allá de la descripción de los fenómenos complejos hasta llegar a la explicación de los mismos.

De este modo Vygotski se propuso consolidar una teoría nueva que, además de completar una síntesis de las opiniones contendientes, hiciera posible la descripción y explicación de las funciones psicológicas superiores en términos aceptables para las ciencias naturales. En su sentido psicológico, esto implica que una explicación de dichas funciones incluye la identificación de los mecanismos cerebrales subyacentes a una función para establecer la relación entre las formas simples y complejas de lo que parecía ser la misma conducta; y, aún más importante, la especificación del contexto social en el que se desarrollaba esa conducta.

Finalmente las expectativas de Vygotski se vieron truncadas debido a su trágica muerte (junio de 1934). A pesar de ello actualmente se le reconoce como precursor de la psicología moderna por sus aportes a cerca de los mecanismos a través de los cuales la cultura se convierte en una parte de la naturaleza del individuo.

Desde el inicio de su carrera Vygotski consideraba que el pensamiento marxista constituía una fuente científica válida. Así que se inclinó por una ciencia conductista unificada, entendida como una teoría marxista de la historia de la sociedad humana. De modo que la teoría sociocultural de Vygotski es una aplicación psicológica al materialismo histórico y dialéctico, esto es, que todos los fenómenos deben ser estudiados como procesos en constante movimiento y cambio.

De acuerdo con Marx, los cambios históricos que se producen en la sociedad y en la vida material conllevan, al mismo tiempo, otros cambios en la naturaleza humana (en la conciencia y conducta). El proyecto de Vygotski fue relacionar este movimiento con las cuestiones psicológicas del ser humano, en donde el hombre, al cambiar la naturaleza, simultáneamente se transforma a sí mismo. Para Vygotski, siguiendo la línea de Marx y Engels, el mecanismo del cambio evolutivo del individuo halla sus raíces en la sociedad y en la cultura.

Retomar a Vygotski desde sus estudios históricos y evolutivos acerca de la naturaleza humana, tiene un fundamento de peso, a saber: se parte de la tesis de que el elemento sociocultural influye con un determinismo específico en las manifestaciones del individuo en formación, y por otro lado; la planeación de una estrategia didáctico-pedagógica para un área de conocimiento cualquiera, es realizada necesariamente por grupos humanos, por lo que resulta insoslayable su carácter social, ya que son los propios individuos quienes se verán afectados con la implantación de algún plan, programa o proyecto.

En relación a la teoría psicológica y práctica pedagógica o, si se prefiere, la teoría psicopedagógica, Vygotski se interesó en investigar cómo el funcionamiento interpsicológico[11] en el acto educativo podría ser estructurado de manera tal que maximizara la capacidad de influencia en el desarrollo del niño. Para Vygotski, la educación era eficiente cuando podía ir más allá del desarrollo natural, orillando

[11] Proceso que implica la interacción del hombre dentro de pequeños grupos, en donde el nivel de intercambio entre los seres humanos es tan profundo que influye de manera determinante en el desarrollo humano.

al sujeto a "activar" ciertos mecanismos mentales que no han entrado todavía en acción.

- ## 3.3 El aprendizaje cooperativo como método de enseñanza

En cada cultura humana la relación entre conducta y edad posee un balance heterogéneo. Vygotski realizó estudios primordialmente con niños (*Pensamiento y lenguaje*), sin embargo las premisas que sostienen la eficacia de sus experimentos, permiten perfectamente extrapolar sus investigaciones al área adolescente. En este sentido, el trabajo de Vygotski respecto al desarrollo de los procesos cognoscitivos, destaca aquí sobre todo por su carácter experimental.

Inicialmente habrá que definir desde Vygotski qué es un experimento. Según Vygotski si los procesos psicológicos superiores se originan y sufren cambios en el transcurso del aprendizaje y desarrollo, la psicología sólo podrá comprenderlos totalmente determinando su origen y trazando su historia. Y aunque pareciera que esto requiere el estudio de la conducta individual durante largo periodos, en realidad -afirma Vygotski- un determinado experimento permite hacer visibles aquellos procesos ocultos en la superficie del comportamiento habitual.

Para Vygotski un experimento tiene que ver más con el desarrollo de los procesos al interior del experimento mismo, en donde el sujeto se comprometa en una gran variedad de actividades que puedan ser observadas y no estrictamente controladas. Esto implica, en el lenguaje técnico de Vygotski, que el docente debe introducir obstáculos y dificultades en las tareas de los alumnos; romper con los métodos rutinarios de resolver problemas, la cuestión central del experimento radica en detectar qué hacen los sujetos del experimento para resolver algún problema planteado, de qué modo intentan satisfacer las exigencias impuestas en la tarea.

Justo una de las técnicas de Vygotski era crear situaciones de trabajo que exigía que los niños se comprometieran en actividades cooperativas, de modo que la enseñanza importante no consistiera en desarrollar aptitudes técnicas, como escribir a máquina o andar en bicicleta, sino en desarrollar aquellas tareas en que entran en juego, en su máxima expresión, las funciones psíquicas superiores, según se anotaba anteriormente.

En su sentido actual, el salón de clases puede entenderse como un laboratorio donde aparecen, en el escenario del ser humano, nuevos elementos y fuerzas que modifican su desarrollo. De tal modo que existen influencias, que en el caso de la educación se refieren a la intervención del maestro y a los propios pares en el proceso de aprendizaje, que imprimen dentro de la mente del niño cambios apremiantes no sólo en lo que se aprende sino también en la forma (mecanismos mentales) en que se aprende. De aquí que Vygotski sostuvo la idea de que las fuerzas biológicas no pueden ser consideradas las únicas o incluso las principales fuerzas que orientan el desarrollo. A partir de la intervención de la cultura, la mente del niño sufre una especie de choque, reorganizando así su funcionamiento. Así, funciones como la memoria, la atención, la percepción y el pensamiento aparecen primero como formas primarias para luego convertirse en procesos psicológicos superiores.

Aunque la inteligencia práctica y el uso de los signos puedan operar independientemente la una del otro en los niños pequeños, la unidad dialéctica de estos sistemas en el ser humano adulto es la esencia de la conducta humana compleja (A.R. Luria p. 47). Puede entenderse aquí la necesidad del estudio de la Lógica, en tanto que la actividad simbólica tiene una específica función organizadora que permite al alumno ir más allá de una orientación dirigida por su mero sentido común.

Si, como apunta Luria, el momento más significativo en el curso del desarrollo intelectual, que da a luz las formas más puramente humanas de la inteligencia práctica y abstracta, es cuando el lenguaje y la actividad práctica, dos líneas de desarrollo antes completamente independientes, convergen (pp. 47-48), entonces el docente en el área de la Lógica, como disciplina filosófica, debe poner particular atención en la forma en que el estudiante de media superior –el adolescente en formación- debe entrar a la comprensión del lenguaje simbólico.

En términos psicopedagógicos, cada ser humano vive un proceso de desarrollo a capricho de su propio ritmo. Particularmente el adolescente transita por este paso siendo objeto de un cúmulo de experiencias que influyen en su desarrollo. El lenguaje de cálculo viene a representar, en esta etapa, un punto crítico en la esfera de la percepción, pues, "la organización de los elementos en estructuras semánticas (lógicas) amplía sustancialmente las posibilidades de la memoria y hace que las pautas mnémicas sean incomparablemente más estables" (A.R Luria p. 101), evitando de este modo una impresión mecánica de elementos aislados. Según Luria la actividad mnémica está orientada a retener y reproducir el material grabado en la mente. En ésta al hombre se le plantea el cometido de memorizar selectivamente los datos sugeridos, retenerlos, y luego reproducirlos o recordarlos. Por eso la actividad mnémica entraña siempre un carácter selectivo y constituye un tipo de labor en el que el proceso de memorización (o aprendizaje) está separado de los procesos de recordación (o reproducción) por un cierto lapso de tiempo (A.R Luria p. 92).

Lo que se pretende en este trabajo es que tras analizar una tarea, en la que el sujeto va aplicando un lenguaje simbólico que incluso él mismo puede diseñar, adquiera una capacidad selectiva en armonía con la instrucción. Una vez que el alumno ha creado sus propias herramientas (símbolos) del juego, se le ofrecen las reglas que ha de aplicar dentro del mismo (reglas de inferencia). Finalmente las herramientas que él mismo ha producido responden a esquemas mentales que la misma lógica trabaja. De modo que al sustituir los símbolos que el alumno ha creado para realiza cálculo inferencial, por aquellos símbolos que arbitraria y convencionalmente emplea la lógica proposicional, se suscite una actividad consciente sumamente vital en el proceso de aprendizaje, la *atención*.

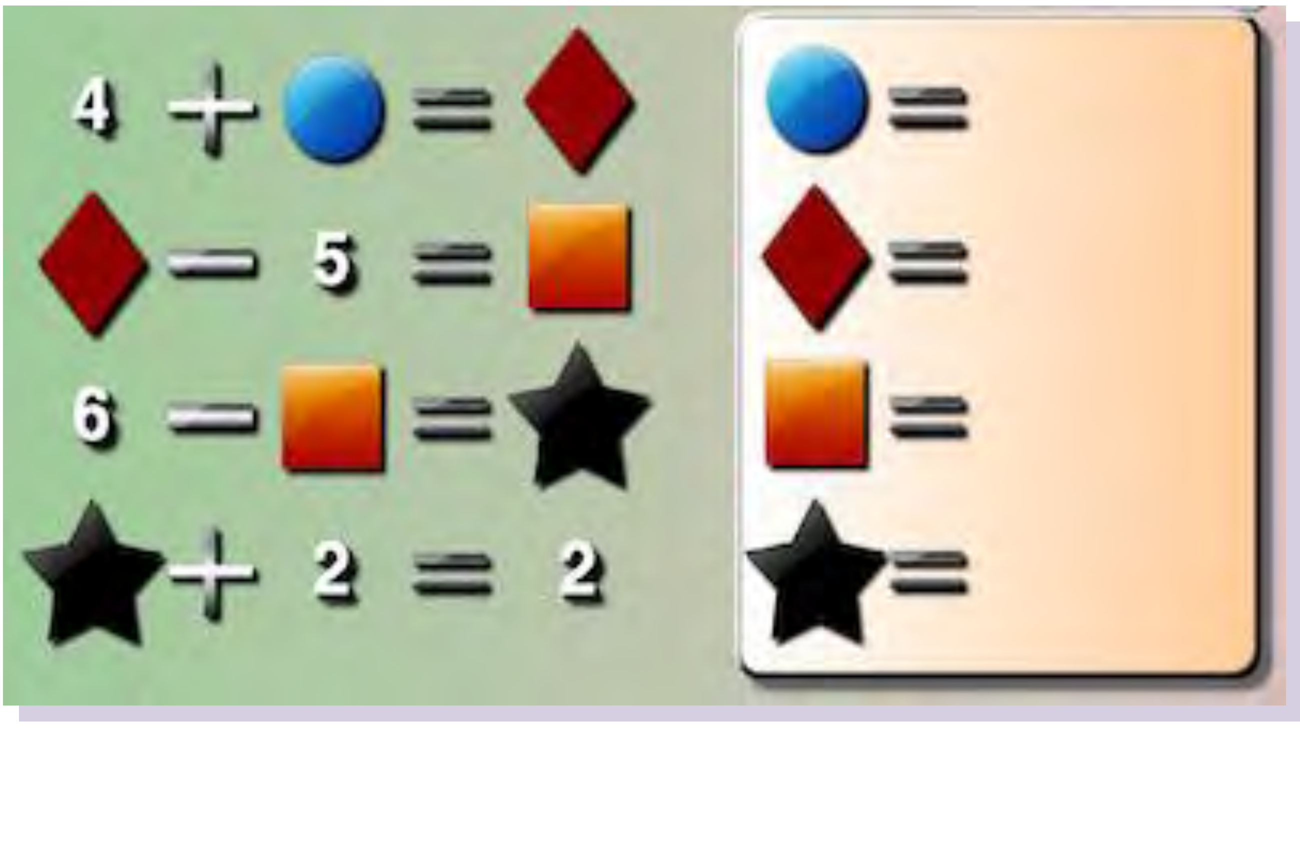
La atención es un filtro de selección que permite al sujeto focalizar una tarea predominante (A.R Luria p. 7). Con frecuencia en el salón de clases se logra una atención inmediata que se caracteriza por la estructura de los estímulos externos que llegan al hombre, es decir; cuando el docente se vuelve un "facilitador" del conocimiento y se concentra en dar de sí lo que otros no tienen (conocimiento), parte de la idea de que ese otro (el alumno) carece de conocimientos y necesidades internas. Cuando Luria denomina atención al proceso selectivo de la información necesaria, a la consolidación de los programas de acción elegibles y el mantenimiento de un control permanente sobre el curso de los mismos, se refiere al hecho de que la atención es un proceso en el que predomina la constancia; un proceso mediado por los factores que tiene que ver con la actividad del propio sujeto concernientes a la estructura de su actividad interna. Es por esto que el influjo estable de la instrucción verbal que guía la atención del sujeto, va formándose con la participación directa de su propia actividad dinámica.

Así, tanto la relación entre el docente con los alumnos y entre los propios alumnos en este proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo inferencial puede establecerse en términos de cooperación pues, según lo que se ha señalado, la construcción del conocimiento está mediada por la influencia de los otros.

Sobra decir que el tema de la cooperación no se reduce en forma alguna a la disposición de técnicas puntuales o de dinámicas de trabajo grupal o en equipos pequeños (Frida Díaz Barriga p. 52). Cooperar significa organizar las actividades en el aula; trabajar juntos para lograr metas compartidas. Se habla de cooperación en el aula cuando un grupo de trabajo se apoya entre sí de tal forma que todos los miembros del grupo entendieron y completaron una actividad con éxito, esto supone que la responsabilidad y el compromiso con la tarea, así como los beneficios, son válidos para cada individuo y para todos los demás colaboradores.

En una estructura de aprendizaje cooperativo, las metas de los alumnos son compartidas; se ejerce una influencia recíproca en el intercambio y afección que los miembros ejercen mediante sus conductas, sus creencias, sus gustos, valores opiniones, etcétera, empero cuando el equipo trabaja hasta que todos alcanzan su objetivo, se hace visible el control de los deseos personales para lograr así el bienestar común que no es otra cosa más que maximizar el aprendizaje personal tanto como el de los compañeros.

IV. Práctica didáctica



4. Planeaciones de clase para la Unidad VIII: Pruebas de validez e invalidez, del Programa operativo de la ENP

La Unidad VIII del Programa operativo para la planeación didáctica de la Escuela Nacional Preparatoria, está orientado al estudio y desarrollo de las pruebas de validez e invalidez para la demostración formal de los argumentos.

Inicialmente habría que decir que la lógica simbólica está constituida por tres partes:

i) Lógica proposicional
ii) Lógica cuantificacional
iii) Lógica de clases.

Dentro de la lógica proposicional (i), justo sobre la cual se ubica la presente propuesta didáctica, se estudian tres elementos fundamentales:

a) Proposiciones
b) Tablas de verdad
c) Cálculo inferencial

La lógica proposicional tiene como función demostrar la validez de los argumentos, y para ello emplea diversos recursos; el que sigue a una serie de reglas de inferencia, alude propiamente al cálculo inferencial (c). De modo que la lógica ha creado un lenguaje especializado (que sería la simbolización del lenguaje natural) a fin de lograr una mayor precisión dentro del cálculo; un lenguaje formal que muestra el desarrollo de un argumento y su validez a través de reglas de inferencia.

Debe entenderse que la lógica es una ciencia, o mejor aún, es la ciencia formal de la validez formal de las inferencias. Esto quiere decir que, en tanto ciencia, la lógica acota para sí un campo de objetos, aplicándose a estudiar las leyes que describen y explican el comportamiento de éstos, reconstruyendo racionalmente este campo. En este sentido, la lógica pretende codificar los principios que guían el análisis de la validez formal de los razonamientos, sistematizar un conjunto de leyes o de reglas para el estudio de las condiciones formales en las que un enunciado se puede inferir válidamente a partir de otro. Para ello, la lógica emplea un conjunto de lenguajes formalizados, es decir, un conjunto de cálculos a los que se da una interpretación determinada.

Existen cálculos que, una vez dotados de significado, es decir, interpretados, puedan ser considerados como criterios formales para distinguir los razonamientos válidos de los que no lo son. Esos cálculos son los cálculos lógicos. De ellos se ocupa, evidentemente, la lógica. La lógica formal no es, pues, un método de descubrimiento de verdades empíricas, aunque puede ayudar indirectamente a ello. Lo que la lógica pretende es, en último término, reducir el razonamiento humano a cálculo, con toda la precisión y exactitud que ello implica; solo así pueden encontrarse los modos válidos de razonar.

El inciso b) tablas de verdad, indica que nuestras reglas sobre el uso de la negación, la conjunción, la disyunción, la implicación y el bicondicional pueden resumirse en forma tabular. Estas tablas básicas de verdad nos dicen en qué circunstancias es verdadera la negación de una oración, si conocemos la verdad o falsedad de ésta, y de modo semejante para la disyunción, la conjunción o la implicación de una oración.[12]

De modo que las tablas de verdad parten de la hipótesis de que toda proposición es verdadera o falsa, pero no puede ser ambas. Sobre esta base las proposiciones atómicas, esto es, las proposiciones simples o sentenciales que carecen de conectivo lógico, sólo tienen dos valores: verdad (V) o falsedad (F), los cuales son llamados valores de verdad. Mediante los valores de verdad de las proposiciones atómicas pueden ser conocidos los valores de verdad de las proposiciones moleculares, estas últimas se distinguen por estar compuestas con un conectivo lógico que relaciona una o más proposiciones atómicas.

A cada conectivo lógico le corresponde un valor de verdad:

[12] Cfr. Suppes Patrick, *Introducción a la Lógica Simbólica*, Editorial Continental, México 1984. p. 34

NEGACIÓN	
p	┐p
V	F
F	V

Regla: La negación de cualquier proposición verdadera es falsa y la negación de cualquier proposición falsa es verdadera.

* V=F
  F=F

CONJUNCIÓN		
p	q	p ^ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Regla: Si *p* es verdadera y *q* es verdadera, *p* ^ *q* es verdadera.
Si *p* es verdadera y *q* es falsa, *p* ^ *q* es falsa.
Si *p* es falsa y *q* verdadera, *p* ^ *q* es falsa.
Si *p* es falsa y *q* es falsa, *p* ^ *q* es falsa.

* V/V= V

DISYUNCIÓN		
p	q	p ᵛ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Regla: Una disyunción es falsa solamente en el caso de que ambos disyuntos sean falsos, siempre que uno solo sea verdadero entonces la disyunción será verdadera.

* F/F= F

CONDICIONAL		
p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Regla: La condicional de dos proposiciones siempre será verdadera, excepto en aquellos casos en donde exista un antecedente verdadero y un consecuente falso.

* V/F= F

BICONDICIONAL		
p	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Regla: La bicondicional de dos proposiciones siempre será verdadera si y sólo si ambas proposiciones son simultáneamente verdaderas o simultáneamente falsas.

* V/V= V
F/F=V

Dentro del Programa Operativo para la asignatura de Lógica de la ENP, el tema de las tablas de verdad antecede al de las reglas de inferencia para la realización del cálculo inferencial, por ello se introducen brevemente aquí para que el docente refuerce su contenido, recurriendo constantemente a ellas, conforme va avanzando en el programa.

➢ 4.1 Reglas de inferencia

Las reglas de inferencia son estructuras válidas del razonamiento, son un instrumento del cálculo proposicional que nos permite inferir o concluir con estricta validez una proposición a partir de otras aceptadas como válidas.

Según se señaló, debe entenderse a la lógica como la ciencia de los principios de la inferencia formalmente válida.[13] Habrá que intentar comentar esta definición comenzando por explicar lo que es una inferencia.

Inferir ("educir"), en principio, es algo tan vago como sacar conclusiones, es decir, obtener unos datos a partir de otros. Si en vez de datos utilizamos proposiciones, inferir sería pasar de unas proposiciones dadas a otras que no se nos dan pero que obtenemos razonando. Así pues inferir sería razonar obteniendo conclusiones. Pero no todas las inferencias son de la misma naturaleza.

[13] Cfr. Deaño Alfredo, *Introducción a la lógica Formal*, edit. Alianza, cuarta edición, España, 1983, p. 36.

Por ejemplo, cuando se excluye la certeza absoluta y sólo se produce una determinada probabilidad dentro de un argumento, se está frente al tipo de inferencias llamas inductivas, caracterizadas por ser probables.

En un ejemplo como el que sigue:
Si llueve, entonces el suelo se moja; y el suelo está mojado, luego...

Al simbolizar este razonamiento tenemos:

Sea "p" el símbolo de la proposición "llueve"
Sea "q" " " " " " " "el suelo está mojado"
"si... entonces..." equivale a la flecha "→" del condicional.
La conjunción "y" la traducimos por el símbolo "^".

Tendríamos el citado razonamiento formalizado así:

$$[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow ?$$

El interrogante es la conclusión que no podemos obtener con certeza, sino sólo con una cierta probabilidad, porque en efecto, podríamos concluir "p" - luego llueve -, pero también podríamos concluir "r" - el jardinero ha regado -, etc.

La lógica formal se rige por el principio de la bivalencia de las proposiciones (verdaderas o falsas), por lo tanto quedarán excluidas de la lógica, por principio, las inferencias inductivas porque no se puede obtener la certera absoluta del valor de verdad o falsedad de una proposición, cosa que sí ocurre en otro tipo de inferencias, las inferencias deductivas.

En otro razonamiento del tipo: si llueve, entonces el suelo se moja; y resulta que ha llovido, luego...

Su simbolización sería ésta:

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow \ldots \qquad \textbf{[1]}$$

¿Qué debemos poner en lugar de los puntos suspensivos? Pues no se puede poner otra cosa que "q" - el suelo se moja. Expliquemos esto: un condicional posee dos partes o miembros: lo que va antes de la flecha, el antecedente, y lo que va después de la flecha, el consecuente.

En el condicional "p → q" se afirma que si se da el antecedente, entonces se da el consecuente; en el ejemplo se afirma que se da el antecedente "p", luego..., no se puede obtener otra conclusión que "q" - el suelo se moja -.

Se observa, no obstante, que al margen de que "p" se pueda traducir por "llueve" y "q" por "el suelo se moja", siempre que se tenga un razonamiento de la forma **[1]**, la conclusión vendrá dada no por la probabilidad de que se produzca "q", sino por el hecho de que "q" es la *única* conclusión posible, es decir, es una conclusión *necesaria*.

Por tanto, un razonamiento de la forma $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ **[2]**

Sea lo que sea "p" y sea lo que sea "q", será siempre un razonamiento válido, formalmente válido o verdadero en virtud de su forma. De este tipo son las inferencias deductivas formalmente válidas de las que se ocupa la lógica. En este sentido se dice que la lógica es una ciencia formal, es decir; una "ciencia deductiva".[14]

El razonamiento **[2]**, formalmente válido, es una ley muy antigua de la lógica. Los medievales la llamaban "modus ponendo ponens" (en abreviatura **MP**), porque "poniendo" (afirmando) el antecedente de un condicional, necesariamente habrá que "poner" (afirmar) su consecuente.

Lo importante es que, al margen de lo que designan las distintas letras proposicionales que utilicemos (p, q, r, etc.), el **MP** es una forma válida de razonar, por eso la

[14] Cfr. Deaño Alfredo, Op. Cit. p. 42.

lógica es una ciencia formal, porque se ocupa de las **formas** válidas de razonar, a diferencia de las llamadas ciencias empíricas (física, química, etc.), que se preocupan del conocimiento de los hechos reales.

Antes de seguir con la explicación de cada una de las reglas de inferencia, es preciso distinguir claramente la diferencia entre lo racional y lo razonable. ¿A qué se le llama razonar y, en este sentido, qué es una forma válida de razonar?

Cuando decimos que un argumento es racional nos hallamos frente a un conjunto de proposiciones al que se le aplican reglas para lograr una inferencia, todo esto dentro de un lenguaje formal en el que esas mismas reglas han sido acordadas.

Por ejemplo: si decimos que **4+3=7** Esto vale lo mismo decirlo en México que en cualquier otra parte del mundo que esté de acuerdo con el sistema numérico y con las reglas que la matemática ha establecido para las operaciones con sumas.

Lo mismo sucede en Lógica. Por ejemplo: si decimos que $\mathbf{p} \equiv \mathbf{p} \wedge \mathbf{p}$ Esto vale lo mismo decirlo en México que en cualquier parte del mundo donde la ley de la Tautología haya sido aceptada como parte de las leyes de equivalencia operantes para el cálculo proposicional.

En cambio, los argumentos razonables se distinguen por el valor que han adquirido dentro de su propio contexto y, en este sentido, sus premisas no implican universalidad.

Por ejemplo: si decimos que Todo infractor debe ir a la cárcel, Pedro asesinó al marido de su vecina, por lo tanto Pedro debe ir a la cárcel; estamos haciendo una aseveración que no vale lo mismo en nuestro sistema judicial capitalino que en el sistema de justicia aplicado por algunas comunidades indígenas, en donde se piensa más bien que el infractor debe mantener de por vida a la esposa de la víctima y a su descendencia (si es que la hubo) en vez de sentenciarlo a la privación de la libertad con derecho a dos o tres comidas al día. Es decir, podríamos aplicar un número indefinido de argumentos razonables por los cuales aquellas premisas no son válidas universalmente y por ende, no nos sirven para llegar al conocimiento exacto de una proposición.

Por ello, decimos que la lógica es una ciencia: ni administra ni prescribe. Se limita a presentar formalizadamente las leyes a las que la mente humana se atiene cuando se aplica a razonar; igual que la matemática, la lógica es una ciencia que penetra todas las demás ciencias.

La importancia de su estudio -puntualiza Deaño- radica en la universalidad de su aplicación, en la inevitabilidad de su presencia, lo que nos la hace, más aún que interesante, necesaria.

Así, el razonamiento, entendido como una de las tres operaciones mentales imprescindibles en el estudio de la Lógica, es el acto mental por el cual, a partir de lo que ya se conoce, se adquiere un nuevo conocimiento. Tenemos que, por medio de la simple aprehensión captamos conceptos, por medio del juicio establecemos relaciones entre dichos conceptos. De modo que el razonamiento establece la relación entre juicios. Por ello se dice que es la forma de pensamiento en la que, a partir de proposiciones dadas, llamadas *antecedentes*, se logra una proposición nueva, llamada *consecuente*.

Todo razonamiento tiene una forma y un contenido; una estructura y un asunto de que trata. Los dos razonamientos siguientes:[15]

1) **Si** todos los esquizofrénicos (*a*) son psicóticos (*b*) y todos los psicóticos (*b*) son personas desdichadas (*c*), **entonces** los esquizofrénicos (*a*) son personas desdichadas (*c*).

2) **Si** todos los santos (*a*) son creyentes (*b*) y todos los creyentes (*b*) se muestran reacios a la desamortización (*c*), **entonces** todos los santos(*a*) se muestran reacios a la desamortización (*c*).

Son distintos en su contenido, sin embargo su forma lógica es la misma.

---

[15] Los ejemplos han sido extraídos de Deaño Alfredo, *Introducción a la lógica Formal*, edit. Alianza, cuarta edición, España, 1983, p. 39-40.

Esto lo vemos cuando se simboliza el argumento con algunas variables:
Si todos los *a* son *b* y todos los *b* son *c*, **entonces** todos los *a* son *c*, donde *a*, *b* y *c*, son variables que indican el lugar posible de un contenido, de cualquier contenido de un cierto tipo.

De aquí que a la lógica le importe únicamente la forma de los razonamientos, pues -en palabras de Deaño-, la lógica es lógica formal, ciencia de las formas o esquemas válidos de razonamiento.[16]

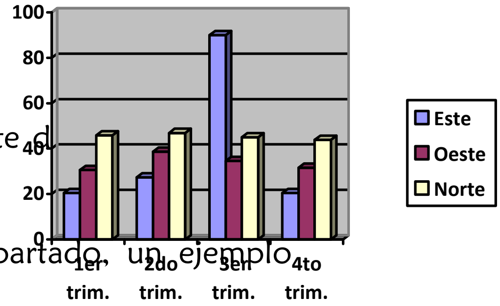
Por otro lado, se había anotado que los cálculos no son, propiamente, lenguajes. Un cálculo es una pura estructura, un sistema de relaciones. Razón por la cual, de aquí en adelante la aplicación de las reglas de implicación y equivalencia propias del cálculo inferencial, estarán sujetas a un lenguaje formalizado o, si se prefiere, a un lenguaje de cálculo, destacando la correcta aplicación de dichas reglas sin importar su contenido material.

En el capítulo anterior se han mostrado, de manera esquemática, las veintiuna reglas de inferencia (de implicación y equivalencia) que se utilizan generalmente para la demostración formal de un argumento lógico. En lo siguiente se explica y ejemplifica con detalle cada una de estas reglas, a fin de que el lector alcance una mejor comprensión en el tema.

[16] Deaño Alfredo. Op. Cit. p. 40.

➢ 4.2 Leyes de implicación

Para este tema se emplean diapositivas. No. 1 del material didáctico.



o 4.3.1 Modus Ponendo Ponens (MPP o MP)

Que en latín significa “poniendo” (afirmando) el antecedente d necesariamente habrá que "poner" (afirmar) su consecuente.

Se había adelantado en el numeral 4.1 de este mismo apartado, un ejemplo sobre el MP que corresponde a un razonamiento de la forma:

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

O, de manera esquemática: $p \rightarrow q$

Si tengo p

$\vdash$

Por lo tanto tengo q

Ambas representaciones del modus ponendo ponens dicen lo mismo: si *p* entonces *q*, y resulta que se da *p*, por lo tanto se da *q*. En tanto el **MP** es una forma válida de razonar, poco importa lo que representen *p* o *q* fuera del cálculo inferencial, pues lo que se pretende es probar la validez o invalidez de un argumento. Sin embargo en el salón de clases el docente puede recurrir a múltiples y variados significados para cada una de las variables que emplea, a fin de introducir al alumno a un lenguaje más complejo, como el tan mencionado lenguaje de cálculo imprescindible para la realización de demostraciones formales.

Pues bien, en lo siguiente se expondrán las leyes de implicación de manera esquemática; a demás se les provee de un significado en el lenguaje natural que finalmente se ilustra en las diapositivas recomendadas para la exposición de este tema.

Ejemplo de Modus Ponendo Ponens:

Lenguaje Simbólico (**MP**)	Lenguaje Natural
(Primera premisa) $p \rightarrow q$	Si pregunto entonces aprendo
(Segunda premisa) p	Es así que Pregunto
$\vdash$	Por lo tanto
(Conclusión) q	Aprendo

o 4.2.2 Modus Tollendo Tollens (MTT o MT)

Que significa en latín: modo en el que "negando" el consecuente, puedo "negar" el antecedente.

Lenguaje Simbólico (**MT**)	Lenguaje Natural
(Primera premisa) $p \rightarrow q$	Si soy hombre entonces soy cobarde
(Segunda premisa) $\neg q$	No soy hombre
$\vdash$	Por lo tanto
(Conclusión) $\neg p$	No soy cobarde

o 4.2.3 Modus Tollendo Ponens (MTP) o Silogismo Disyuntivo (SD)

Ante una disyunción, siempre que se niegue un disyunto, se concluye afirmativamente el otro.

Lenguaje Simbólico (SD)	**Lenguaje Natural**
(Primera premisa) $p \vee q$	Estoy vivo o estoy muerto
(Segunda premisa) $\neg p$	No estoy vivo
$\vdash$	Por lo tanto
(Conclusión) q	Estoy muerto

o 4.2.4 Ley de la conjunción (Conj.)

Dice que cualquier premisa o conclusión puede ser enlazada a otra mediante una conjunción "$\wedge$".

Lenguaje Simbólico (Conj.)	Lenguaje Natural
(Primera premisa) p	En las galerías el arte exclusivo
(Segunda premisa) q	En las calles el grafiti prohibido
⊦	Por lo tanto
(Conclusión) $p \wedge q$	**En las galerías el arte exclusivo y en** las calles el grafiti prohibido.

- 4.2.5 Silogismo Hipotético (SH).

Si tenemos como premisas dos condicionales en la que un primer término implica a un segundo y, a su vez, el segundo implica a un tercero, podemos concluir que el primer término implica al tercero.

Lenguaje Simbólico (SH)	Lenguaje Natural
(Primera premisa) $p \rightarrow q$	Si Hitler fue un famoso teólogo, entonces Gandhi era un infiltrado nazi.
(Segunda premisa) $q \rightarrow r$	Si Gandhi era un infiltrado nazi, entonces la historia miente.
⊦	Por lo tanto
(Conclusión) $p \rightarrow r$	Si Hitler fue un famoso teólogo, entonces la historia miente.

- 4.2.6 Ley de la Simplificación (Simpl.)

Una conjunción puede derivar cualquier conyunto.

Lenguaje Simbólico (Simp.)	Lenguaje Natural
(Primera premisa) $p \wedge q$ / $p \wedge q$	Soy muy crédulo y siempre me va mal
⊦	Por lo tanto
(Conclusión) p / q	Soy muy crédulo

- 4.2.7 Ley de la adición (Ad.)

A cualquier proposición se le puede añadir otra mediante una disyunción.

Lenguaje Simbólico (Ad.)	Lenguaje Natural
(Primera premisa) p	Le voy a los pumas
├	Por lo tanto
(Conclusión) p ˅ q	Le voy a los pumas o le voy a las chivas

- 4.2.8 Dilema Constructivo (DC)

Si hay dos condicionales y una disyunción, de manera que las opciones de la disyunción son los antecedentes de las condicionales, se deriva la disyunción de los consecuentes.

Lenguaje Simbólico (DC)	Lenguaje Natural
(Primera premisa) p ˅ q	O estudio o repruebo el examen
(Segunda premisa) p → r (Tercer premisa) q → s	Si estudio entonces tendré buenas notas Si repruebo tendré que repetir el curso
├	Por lo tanto
(Conclusión) r ˅ s	O tendré buenas notas o repetiré el curso

- 4.2.9 Dilema Destructivo (DD)

Si hay una disyunción y dos condicionales, de manera que las proposiciones de la disyunción son las negaciones de los consecuentes de los condicionales, entonces se puede derivar la disyunción de las negaciones de los antecedentes.

Lenguaje Simbólico (DC)	Lenguaje Natural
(Primera premisa) ┐r ˅ ┐ s	No es cierto que imagino o no leo
(Segunda premisa) p → r (Tercer premisa) q → s	Si propongo entonces imagino Si analizo entonces leo
├	Por lo tanto
(Conclusión) ┐p ˅ ┐q	No es cierto que propongo o no analizo

o 4.2.10 Absorción (Ab.)

Si tenemos como premisa una condicional, podemos inferir otro condicional cuyo antecedente es el término del primero y el consecuente es una conjunción del consecuente del primer condicional más el primer término.

Lenguaje Simbólico (C)	**Lenguaje Natural**
(Primera premisa) $p \rightarrow q$	Si soy joven, entonces soy revolucionario
$\vdash$	Por lo tanto
(Conclusión) $p \rightarrow (q \wedge p)$	Si soy joven, entonces soy revolucionario y soy joven

Para comenzar a comprender qué es y cómo funciona el lenguaje simbólico de las reglas de inferencia, a continuación se proporciona a cada estudiante de manera individual el *Ejercicio número 1* que se anexa en el apartado *V. Material didáctico empleado*, para resolver en clase.

En seguida se organizan los Equipos de trabajo, cuyo formato se encuentra también anexado, mediante el cual el profesor puede tener un mayor sentido del orden con respecto a la agrupación en la que él orienta a los alumnos. Ya que los equipos de trabajo se han reconocido entre sí, se propone un ejercicio para trabajar fuera de clase y de manera grupal, esto implica que; una vez que los alumnos se unifican en grupos pequeños de trabajo, el docente les facilita el *Ejercicio número* 2 (se sugiere sea mediante fotocopias), para que sea presentado y explicado mediante una exposición, en la próxima clase, por cada uno de los grupos.

Se consideran cinco grupos de trabajo: cada grupo está formado por cinco estudiantes, de modo que cada uno de estos cinco ofrecerá dos propuestas como posibles respuestas del ejercicio, para que, una vez aprobadas pos la mayoría del grupo y según las leyes de la lógica, los cinco estudiantes en su totalidad completen los diez ejercicios que se solicitan.

La dinámica es fomentar la convivencia académica fuera del aula con el único objetivo de reconocer metas compartidas, por ello las respuestas aprobadas por el equipo, deberán ser expuestas brevemente según quien las haya aportado. Además, si el docente lo prefiere puede anexar a cada formato una rúbrica de evaluación y así ir asentando de manera constate la calificación de cada grupo.

4.3 Leyes de Equivalencia

Para este tema se emplean diapositivas. No.2 del material anexo.

Las leyes de equivalencia[17] consideran que una proposición, sea simple o compuesta, puede tener otra equivalente.

Al analizar esta definición mediante algunos ejemplos como:

a) Pedro es menor que Juan. ≡ Juan es mayor que Pedro.

b) $4 + 3 = 7 \quad \equiv \quad 7 - 3 = 4$

c) Una manzana cuesta el doble que una naranja. ≡ Una naranja cuesta menos del doble que una manzana.

d) La luna es de queso, y viven ahí gatos y ratones. ≡ La luna es de queso y viven ahí gatos, o la luna es de queso y viven ahí ratones.

Observamos que cuando dos proposiciones están relacionadas de modo que si una de ellas es verdadera la otra también lo es y si una es falsa la otra también es falsa, se dice que son equivalentes.

A continuación se presentan, dentro de las reglas de inferencia que se están trabajando, las once leyes de equivalencia para demostrar la validez o invalidez de un argumento mediante cálculo inferencial.

[17] Recuérdese que en el tema 2.3 del apartado número II del presente trabajo, se señaló el símbolo "≡" como correspondiente a la equivalencia. Por lo cual dicho símbolo debe leerse como "es equivalente a".

o 4.3.1 Conmutativa

Permite hacer equivalente, mediante un cambio de posición, los términos de una disyunción, conjunción o bicondicional.

$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$	$(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$	$(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$
Llueve o graniza ≡ Graniza o llueve	Llueve y graniza ≡ Graniza y llueve	Llueve si y sólo si graniza ≡ Graniza si y solo si llueve

Se ha ofrecido para la ley conmutativa un ejemplo en el lenguaje natural, con la intención de que el docente obtenga una guía para su exposición en clase. Sin embargo también es posible apelar a la elaboración de una tabla de verdad que muestre cómo es que se realiza una equivalencia de proposiciones.

Por ejemplo, para la misma ley Conmutativa, la tabla de verdad que prueba esta equivalencia sería la siguiente:

*Recuérdese que la disyunción "$\vee$" de dos proposiciones será verdadera si y sólo si ambas no son falsas (f/f=f)

p	q	$(p \vee q)$
v	v	**v**
v	f	**v**
f	v	**v**
f	f	**f**

q	p	$(q \vee p)$
v	v	**v**
v	f	**v**
f	v	**v**
f	f	**f**

Ejemplo: Llueve o graniza. ≡ Graniza o llueve.

Las tablas de verdad, como ya se señaló, representan otro método para probar la validez o invalidez de un argumento. En este ejemplo se observa que el conectivo lógico empleado muestra los mismos valores de verdad tanto en una proposición como en la otra, y con ello se afirma que ambas proposiciones son equivalentes.

En lo siguiente se ofrece únicamente la definición de las diez restantes leyes de equivalencia, con la intención de que el docente promueva la participación en el aula mediante ejemplos proporcionados por los propios estudiantes. De cualquier modo, más adelante se sugiere un ejercicio para que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia con tablas de verdad.

- 4.3.2 Asociativa

Los términos de una conjunción o disyunción, pueden reagruparse a su vez en otra conjunción o disyunción siguiendo el orden de su posición.

$[p \vee (q \vee r)] \equiv [(p \vee q) \vee r]$	$[p \wedge (q \wedge r)] \equiv [(p \wedge q) \wedge r]$

- 4.3.3 Distributiva

Una conjunción cuyo segundo elemento sea una disyunción, es equivalente a una disyunción de conjunciones, en la que el primer término participa de la relación. La misma regla se sigue para una disyunción cuyo segundo elemento sea una conjunción.

$[p \wedge (q \vee r)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$	$[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

- 4.3.4 Ley de Morgan

La negación de una disyunción es equivalente a la conjunción de las proposiciones de dicha disyunción, pero negadas. La misma regla se aplica en el caso de la negación de una conjunción

$\neg (p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$	$\neg (p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$

o 4.3.5 Doble Negación

Una proposición cualquiera es equivalente a ella misma doblemente negada.

$$p \equiv \neg\neg p$$

o 4.3.6 Exportación

Una proposición condicional que tiene como antecedente una conjunción, equivale a un condicional cuyo consecuente es un condicional.

$$[(p \wedge q) \rightarrow r)] \equiv [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

o 4.3.7 Bicondicional

Si tenemos como premisa un bicondicional, podemos remplazarlo por la conjunción de los condicionales de sus términos, y a la inversa.

$$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$$
$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \equiv (p \leftrightarrow q)$$

- #### 4.3.7 Implicación Material

Una condicional es equivalente a una disyunción, donde el antecedente de aquella condicional aparece como el primer disyunto pero negado.

$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

- #### 4.3.8 Transposición

Un condicional equivale a otro cuyo antecedente es el consecuente negado del primer condicional, y su consecuente es el antecedente negado del mismo

$(p \rightarrow q) \equiv \neg q \rightarrow \neg p)$

- #### 4.3.9 Equivalencia Material

Las proposiciones bicondicionales son equivalentes a una conjunción de condicionales, donde el antecedente del primero es el consecuente del segundo y el consecuente del primero es el antecedente del segundo. Así mismo, el bicondicional equivale a una disyunción de conjunciones, donde la segunda conjunción tiene los coyuntos en el mismo orden pero negados.

$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$	$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)]$

- #### 4.3.10 Tautología

Una proposición equivale a la disyunción o conjunción de la misma proposición.

$p \equiv p \vee p$	$p \equiv p \wedge p$

Antes de ofrecer a los alumnos un ejercicio sobre las leyes de equivalencia, como parte del trabajo fuera del aula, se sugiere resolver en clase, de manera individual, el Ejercicio número 3 presentado en el anexo de este trabajo, para con la solución colectiva de este ejercicio, cerrar la clase con el ejercicio número 4, para el cual la dinámica de trabajo sigue siendo el aprendizaje cooperativo: cada grupo de los ocho nuevamente acordados, trabajará diez reglas, pues una de ellas ha de presentarla resuelta en clase el mismo docente, para una mayor comprensión sobre cómo trabajar en grupo. Cada uno de los cinco integrantes de un grupo ha de ejemplificar dos leyes de equivalencia: 1) mediante lenguaje natural y 2) mediante una tabla de verdad.

De este modo, una vez aprobadas las soluciones a las que en conjunto ha llegado el grupo, se expone en clase cada una de las respuestas aportadas de manera individual.

➢ 4.5 Demostraciones Formales

La presente lista de veintiún reglas de inferencia constituye un sistema completo de lógica veritativa funcional en el sentido de que permite la construcción de una prueba formal de validez para cualquier argumento veritativo funcional.[18]

Para desarrollar la demostración de un argumento de más de dos proposiciones mediante las reglas de inferencia, es necesario señalar de qué premisas se obtuvo la nueva proposición y mediante qué regla.

En el siguiente ejercicio guiado, ejercicio este que pretende llevar al lector de la mano para seguir minuciosamente cada uno de los pasos empleados, se muestra el desarrollo de las operaciones conducentes a la demostración de una proposición, al cual denominamos como “demostración y validez de

[18] Copi M. Irving, “Introducción a la Lógica”, Editorial Limusa, México, 2004, p. 384.

argumentos" (cálculo inferencial). Se lleva acabo aplicando las reglas de inferencia (implicación y equivalencia) que ya se han mostrado.

Ejemplo guiado aplicando únicamente la regla del Modus Ponens (*MP*):

Demostrar: K

1) B→ D
2) F
3) F→ G
4) G→ B
5) D→ K

├

6) G (2, 3 MP)
7) B (4, 6 MP)
8) D (1, 7 MP)
9) K (5, 8 MP)

Para realizar esta demostración se requiere de ciertos pasos:

a) Las premisas y la conclusión se numeran y se separan mediante un símbolo (que bien puede sustituirse por una simple línea) ├, que se lee "por lo tanto" y que se ubica al final del último argumento dado para señalar el inicio de la conclusión.
b) No existe un número definido de premisas ni de conclusiones (varía según el problema).
c) Se pide la demostración de una conclusión (en este caso K) que aparece en el encabezado del problema y que es lo que se busca.
d) El desarrollo de las operaciones para concluir "K" es, propiamente, cálculo inferencial.
e) El inciso **6) G (2, 3 MP)**, significa que se aplicó el *Modus Ponens* a las premisas 2 y 3 de la siguiente manera:

2) F

3) F→ G

A simple vista no se distingue el *MP*, pero basta invertir el orden de las premisas para verlo con claridad:

2) F→ G que en su estructura equivale a **p → q**

3) F que en su estructura equivale a **p**

La conclusión de nuestras premisas 2 y 3, siguiendo la regla del *MP* queda así:

2) F→ G		**p → q**
3) F	= por *MP*	**p**
$\vdash$		$\vdash$
6) G		**q**

f) Seguimos buscando "K" y encontramos nuevamente dos premisas a las que se les puede aplicar la misma regla del *MP*. Éstas se encuentran en los renglones 4 y 6. Es importante notar que para ir avanzando en la demostración se hace uso también de las proposiciones que vamos obteniendo en la conclusión. Como en este caso:

4) G→ B

6) G

La conclusión será "B" y le corresponderá el número 7.

g) Como todavía no hemos llegado a "K", el cálculo debe continuar. Nuevamente identificamos dos premisas a las que podemos aplicar MP, en este caso a la 1 y 7, y así obtendremos "D":

1) $B \rightarrow D$

7) B

$\vdash$

D

h) Una vez que llegamos a "B", a la cual le corresponde el número 8, vemos que ahora es posible despejar "K" aplicando *MP* a las premisas 5 y 8:

5) $D \rightarrow K$

8) D

$\vdash$

K

i) Finalmente sólo resta numerarla y determinar la regla aplicada así como las premisas utilizadas:

9) K (5, 8 MP)

Efectivamente podemos encontrar que para la demostración de una proposición, se puede hacer uso de una sola regla, como en el caso anterior en donde únicamente hemos empleado el *Modus Ponens.* Sin embargo existen múltiples y variados problemas dentro del cálculo inferencial, que nos exigen hacer uso de otra regla en particular o bien de ir combinando varias reglas con el propósito de lograr una demostración. Tal es el caso de los siguientes ejemplos:

Ejemplo con otra regla en particular: Modus Tollens (MT)

Demostrar: $\neg S$

1) $J \rightarrow K$
2) $S \rightarrow N$
3) $N \rightarrow M$
4) $\neg K$
5) $M \rightarrow J$

$\vdash$

6) $\neg J$ (1, 4 MT)
7) $\neg M$ (5, 6 MT)
8) $\neg N$ (3, 7 MT)
9) $\neg S$ (2, 8 MT)

Ejemplo con varias reglas de implicación:

Demostrar: $R \vee U$

1) $Q \rightarrow R$
2) $\neg S \rightarrow (T \rightarrow U)$
3) $S \vee (Q \vee T)$
4) $\neg S$

$\vdash$

5) $T \rightarrow U$ (2, 4 MP)
6) $Q \vee T$ (3, 4 SD)
7) $R \vee U$ (1, 5, 6 DC)

Ejemplo de cálculo inferencial tanto con reglas de implicación como de equivalencia:

Demostrar: $J \wedge K$

1) $(H \vee I) \rightarrow [J \wedge (K \wedge L)]$
2) I

$\vdash$

3) $I \vee H$ (2, Adic.)
4) $H \vee I$ (3, Conm.)
5) $J \wedge (K \wedge L)$ (1, 4 MP)
6) $(J \wedge K) \wedge L$ (5, Asos.)
7) $J \wedge K$ (6, Simpl.)

Dentro del aula, el docente puede utilizar cualquier argumento y traducirlo al lenguaje natural; ya sea que el tema verse sobre política, cultura, educación, literatura, arte, etcétera. De este modo se reforzaría el uso de las demostraciones formales con referencias reales en su aplicación.

Una vez resuelto el ejercicio (#4) en clase, se proporciona a cada grupo de trabajo el Ejercicio número 5 que han de elaborar juntos fuera del aula. La resolución de esta será expuesta en el salón de clases, paso a paso por cada uno de los integrantes de otro nuevo equipo. Cabe señalar que este último ejercicio va acompañado de una traducción al lenguaje natural por parte de los miembros del grupo. Se sugiere que esta traducción sea sobre un cuento espontáneo, en el que cada miembro aporte un pedazo de su creatividad e ingenio. Quizá al final el cuento que ha resultado de mentes diferentes, no tenga una consistencia real aunque sí lógicamente válida, porque finalmente se busca con esto señalar el uso de las demostraciones formales en cualquier ámbito, ya sea real o ideal.

4.6 La validez lógica de los argumentos

La lógica proposicional tiene como función demostrar la validez de los argumentos. En su sentido puramente lógico, éstos se obtienen mediante la demostración formal que se realiza mediante las reglas de inferencia antes señaladas. La conclusión de un argumento debe ser la consecuencia lógica de las premisas, esta validez se fundamenta en la siguiente proposición: "de premisas verdaderas sólo se obtienen conclusiones verdaderas".

La invalidez se dará cuando de premisas verdaderas llegamos a una conclusión falsa.

Se ha mostrado cómo una prueba formal de validez es efectiva tanto como el uso de las tablas de verdad. Sin embargo, según Copi, la validez lógica de los argumentos mediante pruebas formales difiere de las tablas de verdad en la medida en que el uso de éstas es completamente mecánico, pues dado cualquier argumento, podemos construir siempre una tabla de verdad para probar su validez siguiendo las reglas simples establecidas para la elaboración de dichas tablas. No así para las demostraciones formales, es decir; no existen reglas mecánicas para saber cuándo y cómo aplicar reglas de inferencia. Aquí –señala Copi- debemos pensar o "figurarnos" cómo y dónde comenzar. …Sin embargo, probar que un argumento es válido por medio de la construcción de una prueba formal de validez es mucho más sencillo que la construcción mecánica de una tabla de verdad que puede tener cientos o hasta miles de renglones.[19]

Decíamos que razonar es un proceso progresivo de la mente, que va de unas proposiciones ya conocidas llamadas premisas a otra nueva llamada conclusión. La conclusión está en parte contenida en las premisas, de modo que para que el razonamiento esté bien construido tiene que haber una relación de necesidad entre las premisas y la conclusión. La conclusión se deriva necesariamente de las premisas. Así, sacar conclusiones es derivarlas de las proposiciones anteriores o premisas.

Por ejemplo:

"Si estudio entonces aprendo. Es así que estudio, luego aprendo".

La conclusión de un razonamiento es la proposición que se afirma sobre la base de las otras proposiciones que nos dan los elementos de juicio o razones para aceptar la conclusión.

En el lenguaje formal la conclusión va precedida del símbolo $\vdash$ que se lee "luego".

El razonamiento anterior se simboliza:

1. $p \rightarrow q$ (primera premisa)

[19] Cfr. Op. Cit. p. 386.

2. p (segunda premisa)

⊦ q (conclusión)

Un razonamiento bien construido puede ser falso en su contenido material, por ejemplo si digo:

Todos los burros vuelan.
Platero es un burro.
Luego Platero vuela.

El razonamiento es materialmente falso pero es válido lógicamente porque está bien construido. A la lógica sólo le importa la validez formal.

Otro ejemplo descabellado puede ser:

La tierra está formada de plastilina.
Mi brazo forma parte de la tierra.
Luego, Mi brazo está formado de plastilina.

El razonamiento es lógica o formalmente verdadero porque la lógica busca que la conclusión se derive necesariamente de las premisas, y no una verdad de hecho.

Empero, la lógica en tanto ciencia pretende trabajar sobre razonamientos que sean verdaderos materialmente y válidos formalmente, por ejemplo:

Quien no se presente a examen, suspenderá.
Pedro no se ha presentado.
Luego, Pedro suspende.

En resumen, a la lógica no interesa tanto la verdad o falsedad de las proposiciones, sino las **relaciones lógicas** que existen entre ellas. De modo que estudiar lógica no consiste en estudiar si tales o cuales enunciados son efectivamente verdaderos. Estudiar lógica consiste en verificar qué otros enunciados, dados los anteriores como verdaderos, habría que aceptar como verdaderos también.

En este sentido se dice que un razonamiento es **válido** cuando la conclusión se deriva necesariamente de las premisas y es **inválido** cuando la conclusión no se deriva de las premisas.

Una vez verificado el ejercicio que se trabajó fuera del aula (#5), le resta al docente ofrecer diversos ejercicios sobre demostraciones formales mediante cálculo inferencial para demostrar la validez o invalidez de un argumento. Los ejercicios que se emplean para darle continuidad al presente trabajo recepcional, se han extraído en parte del texto*: Introducción a la lógica*, de Irving M Copi, Editorial limusa, México, 2004; y del texto sugerido por la Institución Académica en la que se labora, que en este caso es: *Lógica para inexpertos*, de Misael Mateos Nava, editorial edere, octava reimpresión, México 2010.

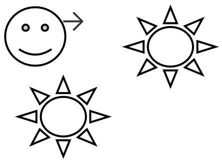
Evidentemente estos ejercicios se resuelven al cierre de clase, en una participación conjunta entre el docente y los estudiantes.

V. MATERIAL DIDÁCTICO EMPLEADO

Nombre de la Institución:		
Nombre del Profesor:		
Asignatura: Lógica.	Ejercicio: **1**	
Unidad: VIII	Tema: Reglas de inferencia.	
Nombre:		Grupo:
Instrucciones: determine la conclusión de las premisas identificando en la línea de la derecha las leyes a las que correspondes los argumentos.		

1) 1. $(p \wedge q) \rightarrow (t \vee q)$
   2. $p \wedge q$
   $\vdash$ ______________________

   ____

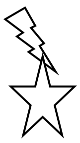
   1. / 2. $\neg$
   

   $\vdash$ ______________________

   ____

2) 1. $(s \leftrightarrow t) \vee (n \rightarrow y)$
   2. $\neg (s \leftrightarrow t)$
   $\vdash$ ______________________

   ____

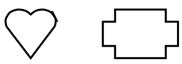
   1. / 2.
   

   $\vdash$ ______________________

   ____

3) 1. $(p \rightarrow s) \wedge (t \rightarrow r)$
   2. $(p \vee t$
   $\vdash$ ______________________

   ____

4) 1.
   

   $\vdash$ ______________________

   ____

5) 1. $(w \vee x) \rightarrow s$
   2. $r \rightarrow (w \vee x)$
   $\vdash$ ______________________

   ____

6) 1. Si no es cierto que apruebo, entonces repito año
   2. No es cierto que apruebo

⊦

7) 1. $(s \rightarrow f) \wedge \neg q$

⊦

8) 1. O las elecciones son un fraude o hay democracia
2. Si las elecciones son un fraude entonces voy a votar por el PRI
3. Si hay democracia entonces voy a votar por el que me convenga

⊦

Nombre de la Institución:		
Nombre del Profesor:		
Asignatura: Lógica.	Ejercicio: 2	
Unidad: VIII	Tema: Reglas de inferencia.	
Nombre:		Grupo:
Instrucciones: Ejercicio para exponer en clase. A continuación sustituya las variables de las reglas de inferencia en el recuadro del lado izquierdo por cualquier otro símbolo; ya sean dibujos, recortes, números, notas musicales, etcétera. Recuerde conservar los esquemas de cada una de las reglas.		

Reglas de implicación	Nombre
	Modus Ponens (MP)
	Modus Tollens
	Silogismo Disyuntivo
	Conjunción
	Silogismo Hipotético
	Simplificación
	Adición
	Dilema Constructivo
	Dilema Destructivo
	Absorción

Nombre de la Institución:	
Nombre del Profesor:	
Asignatura: Lógica.	Ejercicio: 3
Unidad: VIII	Tema: Reglas de inferencia.
Nombre:	Grupo:

Instrucciones: Según los esquemas, indica de qué regla se trata y ejemplifícalo traduciéndolo con enunciados de sujeto, verbo y predicado. Una vez resuelto el ejercicio que aparece al final, puedes tomarlo como ejemplo que lo que tienes que hacer para resolver los incisos anteriores.

1)

y
$\neg z$
$\vdash$
$y \wedge \neg z$

____

$s \vee t$
$\neg s$
$\vdash$
T

____

$x \wedge y$
$(x \wedge y) \rightarrow \neg z$
$\vdash$
$\neg z$

____

$\neg l \rightarrow \neg m$
$m \rightarrow n$
$\vdash$
$\neg l \rightarrow n$

____

$A \vee B$
$B \rightarrow C$
$\vdash$
$C \vee D$

____

2)

$s \rightarrow r$
s
$\vdash$
r

____

$(m \vee n) \wedge b$
$\vdash$
$m \vee n$

____

$c \vee \neg d$
$\neg c$
$\vdash$
$\neg d$

____

$\neg h \rightarrow l$
l
$\vdash$
$\neg\neg h$

____

$t \leftrightarrow x$
$\vdash$
$(t \leftrightarrow x) \vee \neg x$

____

3)

$\neg (A \vee B)$
$\vdash$
$M \rightarrow \neg (A \vee B)$

____

$(L \wedge M) \vee \neg (R \wedge S)$
$\neg (L \wedge M)$
$\vdash$
$\neg (R \wedge S)$

____

$S \rightarrow \neg R$
S
$\vdash$
$\neg R$

____

$\neg A \rightarrow \neg B$
$\neg B \rightarrow \neg C$
$\vdash$
$\neg A \rightarrow \neg C$

____

X
$(W \wedge Z) \rightarrow \neg X$
$\vdash$
$\neg (W \wedge Z)$

____

4)

$P \rightarrow R$
$W \leftrightarrow Y$
$\vdash$
$(P \rightarrow R) \wedge (W \leftrightarrow Y)$

____

$\neg X \rightarrow Y$
$A \rightarrow \neg B$
$\neg X \vee A$
$\vdash$
$Y \vee A$

____

$(D \rightarrow F) \rightarrow \neg (C \rightarrow B)$
$\neg (C \rightarrow B) \rightarrow (H \rightarrow J)$
$\vdash$
$(D \rightarrow F) \rightarrow (H \rightarrow J)$

____

$V \rightarrow (W \vee X)$
V
$\vdash$
$W \vee X$

____

$(G \rightarrow H) \rightarrow C$
$\vdash$
$[(G \rightarrow H) \rightarrow C] \vee R$

____

5)

$\neg(p \vee q)$ $r \to p \vee q$ $\vdash$ $\neg r$	$\neg(l \vee m)$ $(s \to r)$ $\vdash$ $\neg(l \vee m) \wedge (s \to r)$	$(x \wedge y) \to \neg m$ $(t \wedge z) \to \neg l$ $\neg l \vee \neg m$ $\vdash$ $\neg(x \wedge y) \vee \neg(t \wedge z)$	$\neg(p \vee q) \wedge r$ $\vdash$ $\neg l \vee \neg m$	z $\vdash$ $t \to z$
____________	____________	____________	____________	____________

A continuación traduzca el siguiente argumento al lenguaje simbólico y señale las reglas de implicación que se emplearon para la demostración de su validez.

Demostrar que: Soy un vagabundo

1. Si trabajo entonces gano dinero
2. Si gano dinero entonces soy responsable de mis gastos
3. Si soy responsable de mis gastos entonces me voy de vacaciones
4. No es cierto que me voy de vacaciones
5. O trabajo o soy un vagabundo

$\vdash$

6. Si trabajo entonces soy responsable de mis gastos ______________________________
7. Si trabajo entonces me voy de vacaciones ______________________________
8. No es cierto que trabajo ______________________________
9. Por lo tanto soy un vagabundo ______________________________

Donde: Si trabajo es = T; gano dinero es = G; soy responsable de mis gastos es = R; me voy de vacaciones es = M; soy un vagabundo es = V.

Nombre de la Institución:		
Nombre del Profesor:		
Asignatura: Lógica.	Ejercicio: 4	
Unidad: VIII	Tema: Reglas de inferencia.	
Nombre:		Grupo:
Instrucciones: A continuación se presentan las once reglas de equivalencia. Elabore en el recuadro derecho: 1) una sustitución al lenguaje natural y; 2) una prueba mediante tablas de verdad. Recuerde conservar los esquemas de cada una de las reglas. Se ofrece un ejemplo de cómo trabajar este ejercicio.		

Ejemplo: Tabla de verdad para la ley de la Doble Negación (DN) $p \equiv \neg\neg p$

p
v
f

p	┐ (┐ p)
v	**v** f
f	**f** v

Ángel es estudiante ≡ No es cierto que Ángel no sea estudiante.

Reglas de equivalencia	Lenguaje natural
Conmutativa (Conm.) $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$	
Asociativa (As.) $[p \wedge (q \wedge r)] \equiv [(p \wedge q) \wedge r]$	
Exportación (Exp.) $[(p \wedge q) \rightarrow r)] \equiv [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$	
Bicondicional $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$	
Ley de Morgan (LM) $\neg (p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$	
Doble negación (DN) $p \equiv \neg\neg p$	Ejemplo: Ángel es estudiante ≡No es cierto que Ángel no sea estudiante.
Distributiva (Dist) $[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$	
Implicación Material (I. Mat) $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$	
Transposición (Trans.) $(p \rightarrow q) \equiv (\neg q \rightarrow \neg p)$	
Equivalencia Material (E. Mat.) $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$	
Tautología (Tau.) $p \equiv p \wedge p$	

Nombre de la Institución:	
Nombre del Profesor:	
Asignatura: Lógica	Ejercicio: *5*
Unidad: VIII	Tema: Cálculo proposicional
Equipo:	Grupo:
Instrucciones: Aplica las reglas que hemos aprendido para demostrar la validez o invalidez de las siguientes proposiciones. Y elaborar un cuento con todo el argumento, de manera que cada integrante aporte una línea por cada proposición compuesta.	

1) Demostrar: $A \wedge D$

1) $A \wedge B$

2) $(A \vee C) \rightarrow D$

$\vdash$

2) Demostrar: $\neg H$

1) $F \rightarrow \neg G$

2) $\neg F \rightarrow (H \rightarrow \neg G)$

3) $(\neg I \vee \neg H) \rightarrow \neg\neg G$

4) $\neg I$

$\vdash$

3) Demostrar: $R \vee U$

1) $Q \rightarrow R$

2) $\neg S \rightarrow (T \rightarrow U)$

3) $S \vee (Q \vee T)$

4) $\neg S$

$\vdash$

4) Demostrar: $K \vee M$

1) $I \rightarrow J$

2) $J \rightarrow K$

3) $L \rightarrow M$

4) $I \vee L$

$\vdash$

5) Demostrar: D

1) $W \vee L$

2) $K \rightarrow \neg P$

3) Y

4) $Y \rightarrow X$

5) $K \vee D$

6) $L \rightarrow P$

7) $W \rightarrow \neg X$

$\vdash$

6) Demostrar: $B \wedge M$

1) T

2) $T \rightarrow (B \wedge A)$

3) $(\neg S \vee \neg T) \rightarrow M$

4) $\neg S$

$\vdash$

7) Demostrar: $(A \vee B) \wedge (D \rightarrow B)$

1) $\neg N \rightarrow A$

2) $D \rightarrow \neg M$

3) $\neg M \rightarrow B$

4) $D \vee E$

5) $E \rightarrow \neg N$

$\vdash$

8) Demostrar: $(M \vee \tilde{N}) \vee \neg (A \rightarrow B)$

1) $A \rightarrow (O \vee P)$

2) $O \rightarrow M$

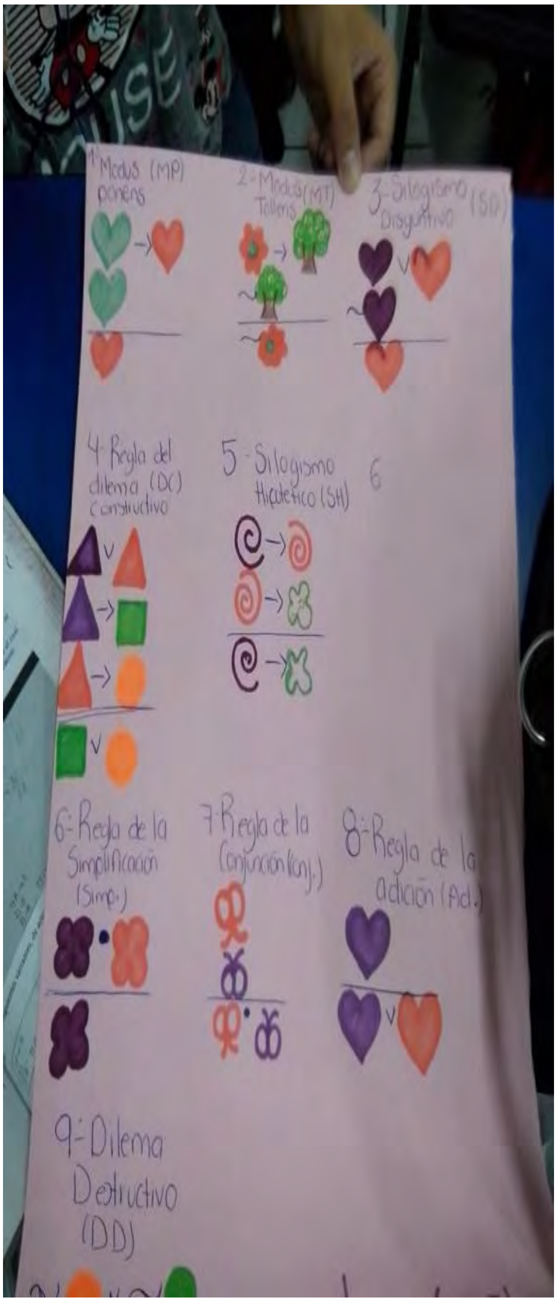
3) $(A \wedge K) \wedge B$

4) $P \rightarrow \tilde{N}$

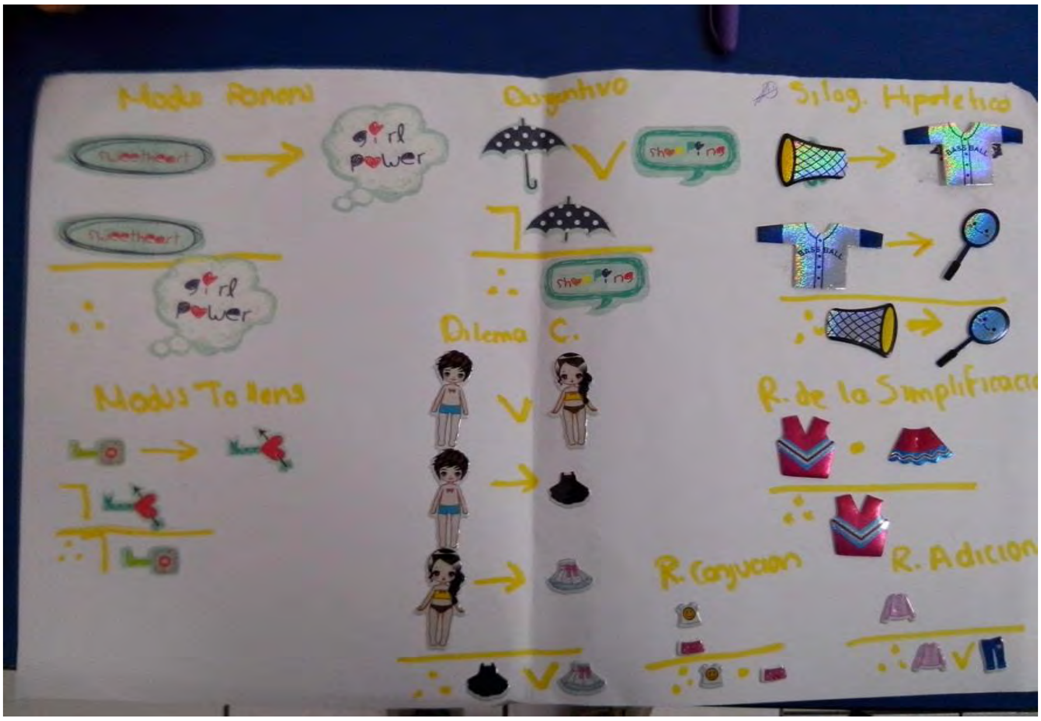
$\vdash$

VI. Evidencias de la propuesta de intervención didáctica

Cálculo Inferencial, ejercicio #2:




Modus Ponens
Modus Tollens
Silogismo disyuntivo
Dilema constructivo
Dilema Destructivo
Silogismo Hipotetico


Modus Ponens
Conjuntivo
Silog. Hipotetico
sweetheart
girl power
shopping
Dilema C.
Modus Tollens
R. de la Simplificacion
R. Conjucion
R. Adicion

Nombre de la Institución: Instituto de Integración Cultural A.C. Preparatoria Incorporada a la UNAM.	
Nombre del Profesor: Areli Ramírez Bárcenas.	
Asignatura: Lógica.	Ejercicio: 1
Unidad: VIII	Tema: Reglas de inferencia.
Nombre: Oscar Camacho Uscanga	Grupo: 4010
Instrucciones: determine la conclusión de las premisas identificando en la línea de la derecha las leyes a las que correspondes los argumentos.	

1) 1. $(p \wedge q) \rightarrow (t \vee q)$
   2. $p \wedge q$
   $\vdash$ $t \vee q$

Modus pones
Mp

1. ☺ → ☼
2. ¬ ☼
   $\vdash$ ¬☺

Modus tollens
Mt

2) 1. $(s \leftrightarrow t) \vee (n \rightarrow y)$
   2. $\neg (s \leftrightarrow t)$
   $\vdash$ $n \rightarrow y$

silogismo disyuntivo
SD

1. ⚡
2. ☆
   $\vdash$ ⚡ • ★

Conjuncion

3) 1. $(p \rightarrow s) \wedge (t \rightarrow r)$
   2. $(p \vee t)$
   $\vdash$ $s \rightarrow r$

silogismo hipotetico

4) 1. $\heartsuit \wedge \square$

⊢

$\heartsuit$ — Simp.

5) 1. $(w \vee x) \rightarrow s$

2. $r \rightarrow (w \vee x)$

⊢

$r \rightarrow s$ — silogismo hipotético

6) 1. Si no es cierto que apruebo, entonces repito año

2. No es cierto que apruebo

⊢

repito año — Modus Pones Mp

7) 1. $(s \rightarrow f) \wedge \neg q$

⊢

$s \rightarrow f$ — Simplificación

8) 1. O las elecciones son un fraude o hay democracia

2. Si las elecciones son un fraude entonces voy a votar por el PRI

3. Si hay democracia entonces voy a votar por el que me convenga

⊢

voy a votar por el PRI ∨ voy a votar por el que me convenga — Dilema constructivo Dc

Nombre de la Institución: Instituto de Integración Cultural A.C. Preparatoria Incorporada a la UNAM	
Nombre del Profesor: Areli Ramírez Bárcenas.	
Asignatura: Lógica.	Ejercicio: 3
Unidad: VIII	Tema: La validez lógica de los argumentos.
Equipo: 5 Christian Luna Montes	Grupo:
Instrucciones: A continuación se presentan ocho incisos con cinco ejercicios. Para su exposición, seleccione el correspondiente a su equipo e indique en la línea inferior de cada ejercicio de qué regla se trata. El último ejercicio se entrega resuelto por cada equipo.	

1)

y	$s \vee t$	$x \wedge y$	$\neg l \rightarrow \neg m$	$A \vee B$
$\neg z$	$\neg s$	$(x \wedge y) \rightarrow \neg z$	$\neg m \rightarrow n$	$B \rightarrow C$
				$A \rightarrow D$
$\vdash$	$\vdash$	$\vdash$	$\vdash$	$\vdash$
$y \wedge \neg z$	t	$\neg z$	$\neg l \rightarrow n$	$C \vee D$
Conjuncion	SD	MP	SH	DC

2)

$s \rightarrow r$	$(m \vee n) \wedge b$	$c \vee \neg d$	$\neg h \rightarrow l$	$t \leftrightarrow x$
s		$\neg c$	$\neg l$	
$\vdash$	$\vdash$	$\vdash$	$\vdash$	$\vdash$
r	$m \vee n$	$\neg d$	$\neg\neg h$	$(t \leftrightarrow x) \vee \neg x$
MP	Simp	SD	MT	Ad

3)

$\neg(a \vee b)$	$(l \wedge m) \vee \neg(r \wedge s)$	$s \rightarrow \neg r$	$\neg A \rightarrow \neg B$	x
	$\neg(l \wedge m)$	s	$\neg B \rightarrow \neg C$	$(w \wedge z) \rightarrow \neg x$
$\vdash$	$\vdash$	$\vdash$	$\vdash$	$\vdash$
$m \rightarrow \neg(a \vee b)$	$\neg(r \wedge s)$	$\neg r$	$\neg A \rightarrow \neg C$	$\neg(w \wedge z)$
Condicionalización	MP	MP	SH	MP

Nombre de la Institución: Instituto de Integración Cultural A.C. Preparatoria Incorporada a la UNAM
Nombre del Profesor: Areli Ramírez Bárcenas
Asignatura: Lógica
Unidad: VIII
Tema: Reglas de inferencia.
Ejercicio: 4
Equipo: 1 Mayra Urban.
Indicaciones: A continuación se presentan las once reglas de equivalencia. Elabore en el recuadro derecho: 1) una sustitución al lenguaje natural y; 2) una prueba mediante tablas de verdad. Recuerde conservar los esquemas de cada una de las reglas.

Reglas de equivalencia	Lenguaje natural
Conmutativa (Conm.) $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$	Enrique & Oscar = Oscar & Enrique
Asociativa (As.) $[p \wedge (q \wedge r)] \equiv [(p \wedge q) \wedge r]$	sol & (agua y lluvia) = [(sol y agua) y lluvia]
Exportación (Exp.) $[(p \wedge q) \rightarrow r)] \equiv [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$	[(si juego & estudio) entonces no aprendo ≡ si juego entonces estudio & aprendo
Bicondicional $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$	Me caso si solo si me enamoro = si me caso entonces me enamoro y si me enamoro entonces me caso
Ley de Morgan (LM) $\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$	No es cierto que bailo o canto = no es cierto que bailo y no es cierto que canto
Doble negación (DN) $p \equiv \neg\neg p$	Ejemplo: Ángel es estudiante ≡No es cierto que Ángel no sea estudiante.
Distributiva (Dist) $[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$	[Brinco o (hablo y platico)] = [Brinco o hablo) ∧ (Brinco o platico)]
Implicación Material (I. Mat) $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$	Si tomo entonces me emborracho ≡ No es cierto que tomo o me emborracho
Transposición (Trans.) $(p \rightarrow q) \equiv (\neg q \rightarrow \neg p)$	Si fumo entonces me enfermo ≡ no es cierto que me enfermo entonces no es cierto que fumo
Equivalencia Material (E. Mat.) $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$	Salgo solo si me arreglo = si salgo entonces me arreglo y si me arreglo entonces salgo.

Teresa de Jesús Rojas Duran.

Nombre de la Institución: Instituto de Integración Cultural A.C. Preparatoria Incorporada a la UNAM	
Nombre del Profesor: Areli Ramírez Bárcenas	
Asignatura: Lógica	Ejercicio: *5*
Unidad: VIII	Tema: Cálculo proposicional
Equipo: 3	Grupo:
Instrucciones: Aplica las reglas que hemos aprendido para demostrar la validez o invalidez de las siguientes proposiciones.	

1) Demostrar: $A \wedge D$

1) $A \wedge B$

2) $(A \vee C) \rightarrow D$

$\vdash$

3) A (1 Sim)

4) $A \vee C$ (3 Adición)

5) D (2,4 MP)

6 $A \wedge D$ (3,5 conj)

2) Demostrar: $\neg H$

1) $F \rightarrow \neg G$

2) $\neg F \rightarrow (H \rightarrow \neg G)$

3) $(\neg I \vee \neg H) \rightarrow \neg\neg G$

4) $\neg I$

$\vdash$

5) $\neg I \vee \neg H$ (adic 4)

6) G (MP 3,5)

7) $\neg F$ (MT 1,6)

8) $H \rightarrow \neg G$ (MP 2,7)

9) $\neg H$ (MT 6,8)

3) Demostrar: $R \vee U$

1) $Q \rightarrow R$

2) $\neg S \rightarrow (T \rightarrow U)$

3) $S \vee (Q \vee T)$

4) $\neg S$

$\vdash$

5) $T \rightarrow U$ (2,3 MP)

6) $Q \vee T$ (4,3 SD)

7) $R \vee U$ (1,5,6 DC)

4) Demostrar: $K \vee M$

1) $I \rightarrow J$

2) $J \rightarrow K$

3) $L \rightarrow M$

4) $I \vee L$

$I \vee L$
$I \rightarrow K$
$L \rightarrow M$
$K \vee M$

$\vdash$

5) $I \rightarrow K$ (1,2 SH)

6) $K \vee M$ (4,5,3 DC)

5) Demostrar: D

1) $W \vee L$

2) $K \rightarrow \neg P$

3) Y

4) $Y \rightarrow X$

5) $K \vee D$

6) $L \rightarrow P$

7) $W \rightarrow \neg X$

$\vdash$

8) X (3,4 MP)

9) $\neg W$ (7,8 MT)

10) L (1,9 SD)

11) P (6,10 MP)

12) $\neg K$ (2,11 MT)

13) D (5,12 SD)

6) Demostrar: $B \wedge M$

1) T

2) $T \rightarrow (B \wedge A)$

3) $(\neg S \vee \neg T) \rightarrow M$

4) $\neg S$

$\vdash$

5) $B \wedge A$ (1,2 MP)

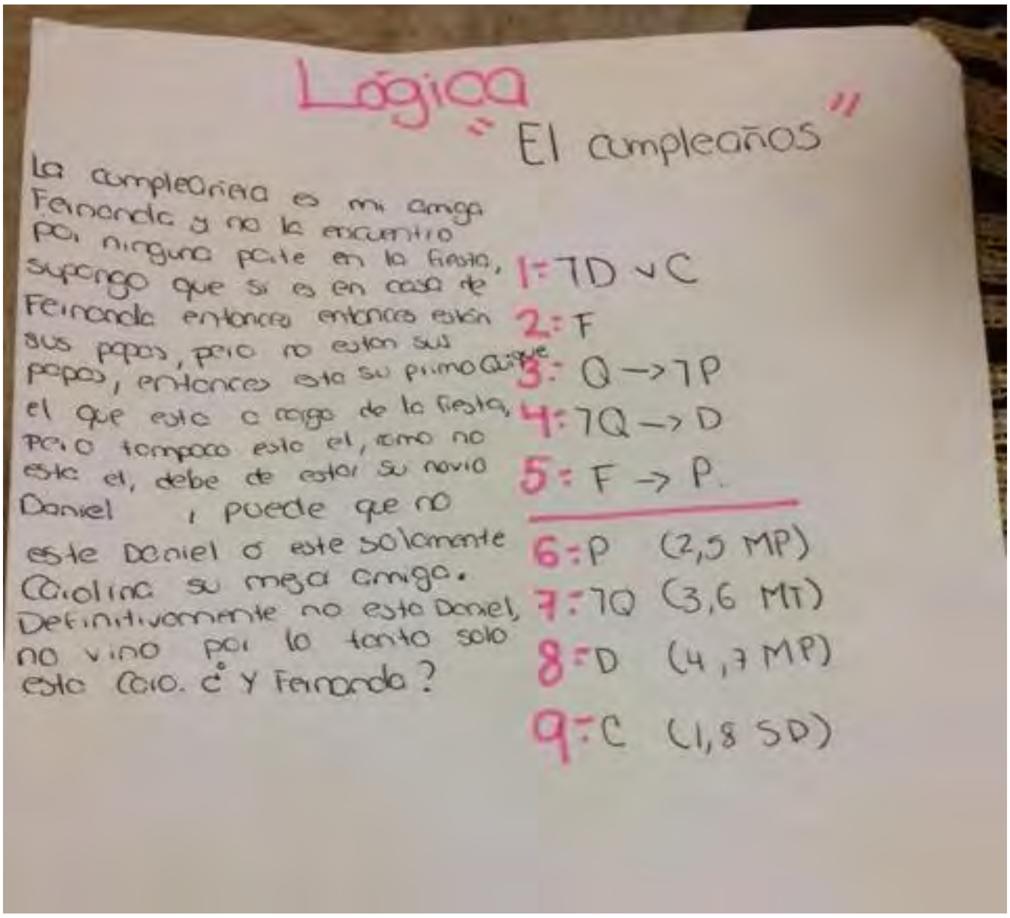
6) B (5 Simp)

7) $\neg S \vee \neg T$ (4 Ad)

8) M (3,7 MP)

9) $B \wedge M$ (6,8 conj)

Cuentos con demostraciones formales, complemento del ejercicio #5:

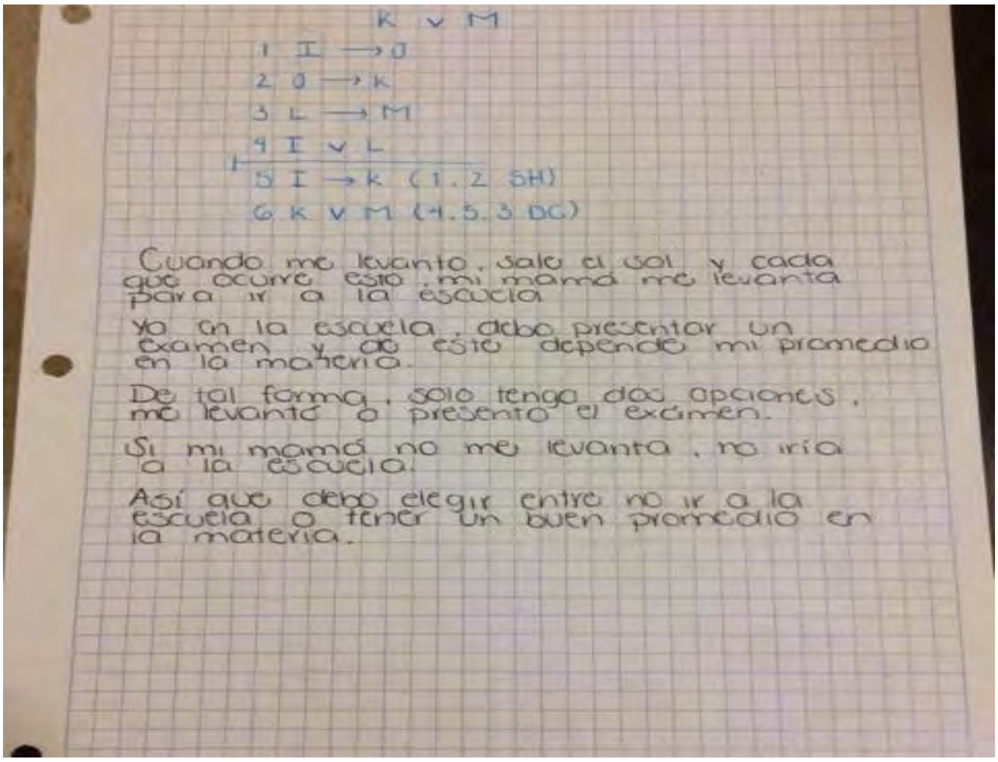

Lógica

"El cumpleaños"

La cumpleañera es mi amiga Fernanda y no la encuentro por ninguna parte en la fiesta, supongo que si es en casa de Fernanda entonces entonces están sus papás, pero no están sus papás, entonces está su primo Quique el que está a cargo de la fiesta, pero tampoco está él, como no está él, debe de estar su novio Daniel, puede que no esté Daniel o esté solamente Carolina su mega amiga. Definitivamente no está Daniel, no vino por lo tanto solo está Caro. ¿Y Fernanda?

1: $\neg D \vee C$
2: F
3: $Q \to \neg P$
4: $\neg Q \to D$
5: $F \to P$

6: P (2,5 MP)
7: $\neg Q$ (3,6 MT)
8: D (4,7 MP)
9: C (1,8 SD)


$K \vee M$

1 $I \to J$
2 $J \to K$
3 $L \to M$
4 $I \vee L$
$\vdash$ 5 $I \to K$ (1.2 SH)
6 $K \vee M$ (4.5.3 DC)

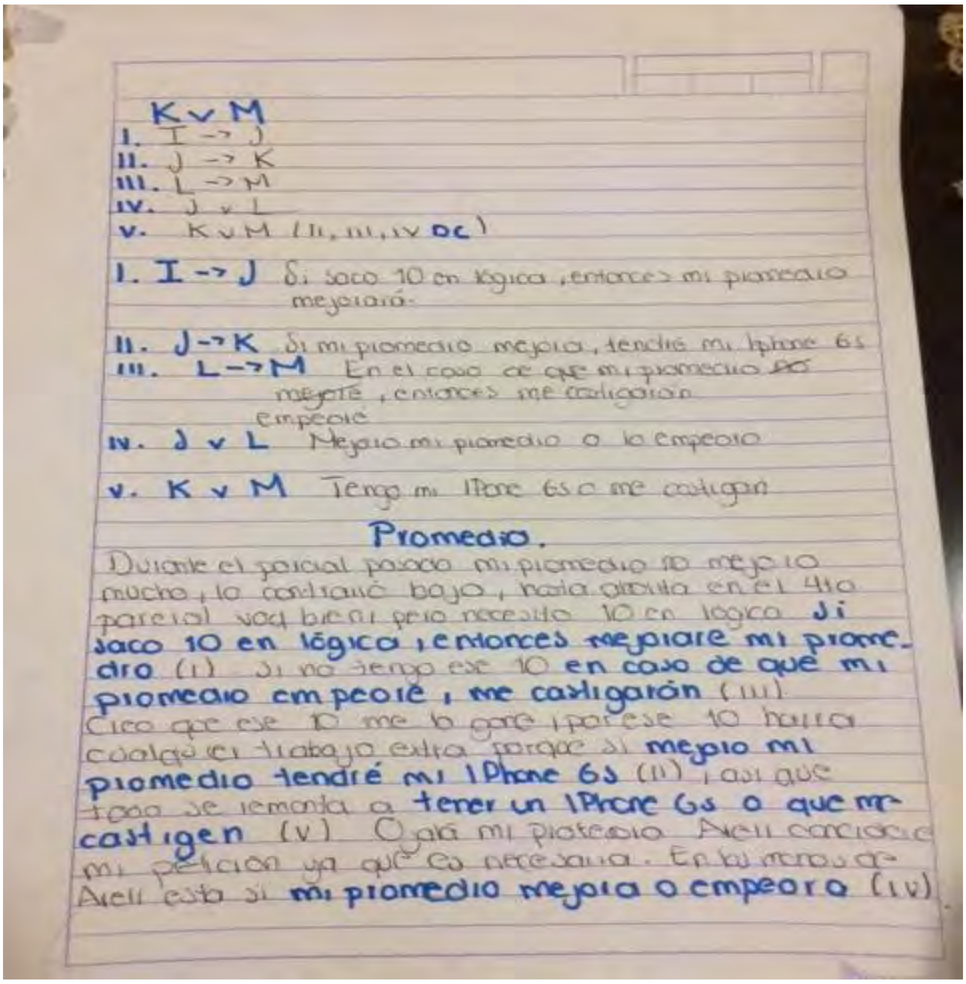
Cuando me levanto, sale el sol y cada que ocurre esto, mi mamá me levanta para ir a la escuela.

Yo en la escuela, debo presentar un examen y de esto depende mi promedio en la materia.

De tal forma, solo tengo dos opciones, me levanto o presento el examen.

Si mi mamá no me levanta, no iría a la escuela.

Así que debo elegir entre no ir a la escuela o tener un buen promedio en la materia.



K v M
I. I -> J
II. J -> K
III. L -> M
IV. J v L
V. K v M (II, III, IV DC)

I. I -> J Si saco 10 en lógica, entonces mi promedio mejorará.

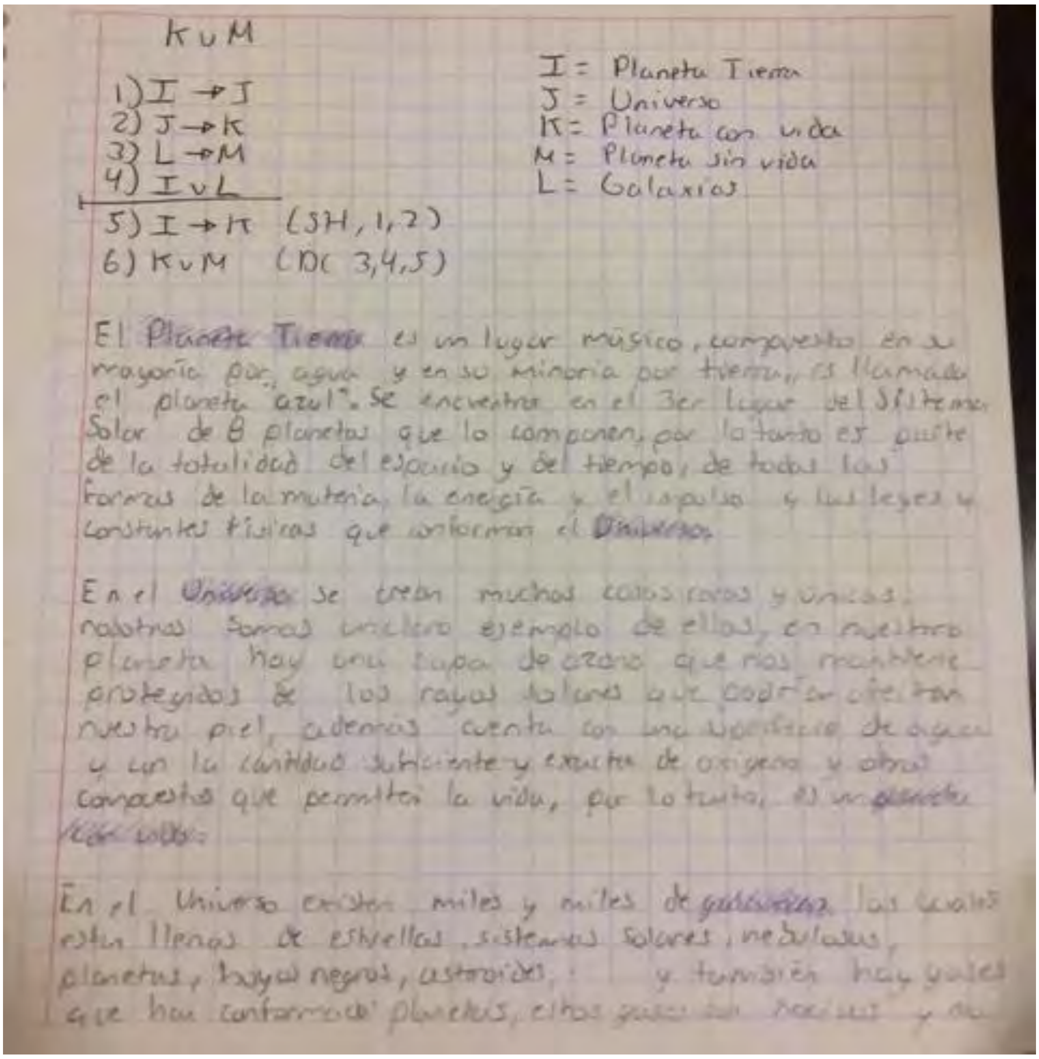
II. J -> K Si mi promedio mejora, tendré mi Iphone 6s
III. L -> M En el caso de que mi promedio ~~no~~ mejore, entonces me castigarán empeore

IV. J v L Mejoro mi promedio o lo empeoro

V. K v M Tengo mi IPone 6s o me castigan

Promedio.

Durante el parcial pasado mi promedio no mejoro mucho, lo contrario bajo, hasta ahorita en el 4to parcial voy bien pero necesito 10 en lógica si saco 10 en lógica, entonces mejorare mi promedio (I) si no tengo ese 10 en caso de que mi promedio empeore, me castigarón (III) Creo que ese 10 me lo gane, por ese 10 haria cualquier trabajo extra porque si mejoro mi promedio tendré mi IPhone 6s (II), así que todo se remonta a tener un IPhone 6s o que me castigen (V) Ojalá mi profesora Areli conciderе mi petición ya que es necesaria. En las manos de Areli esta si mi promedio mejora o empeora (IV).



K v M

1) I → J
2) J → K
3) L → M
4) I v L
5) I → K (SH, 1, 2)
6) K v M (DC 3, 4, 5)

I = Planeta Tierra
J = Universo
K = Planeta con vida
M = Planeta sin vida
L = Galaxias

El Planeta Tierra es un lugar mágico, compuesto en su mayoría por agua y en su minoria por tierra, es llamado el planeta "azul". Se encuentra en el 3er lugar del Sistema Solar de 8 planetas que lo componen, por lo tanto es parte de la totalidad del espacio y del tiempo, de todas las formas de la materia, la energía y el impulso y las leyes y constantes físicas que conforman el Universo.

En el Universo se crean muchas cosas raras y unicas, nosotros somos un claro ejemplo de ellas, en nuestro planeta hay una capa de ozono que nos mantiene protegidos de los rayos solares que podrían afectar nuestra piel, ademas cuenta con una superficie de agua y con la cantidad suficiente y exacta de oxigeno y otros compuestos que permiten la vida, por lo tanto, es un planeta con vida.

En el Universo existen miles y miles de galaxias las cuales estan llenas de estrellas, sistemas solares, nebulosas, planetas, hoyos negros, asteroides, y también hay gases que han conformado planetas, estos gases son [illegible] y no

$A \wedge D$

1. $A \cup B$		1 Aristoteles corrió y Buñuel tambien.
2. $(A \vee C) \rightarrow D$		2 Aristoteles corrió y Casasola tambien entonces Dali se quedo solo
3. A	(1 simpl)	3 Por tanto Aristoteles corrio
4. $A \vee C$	(3 ad.)	4 Aristoteles corrió y Casasola también
5. D	(2,4 MP)	5 Dali se quedó solo
6. $A \wedge D$	(3,5 Conj)	6 Entonces Aristoteles corrió y Dali se quedó solo.

Un dia como cualquier otro, estaba Aristoteles enseñandole sobre las leyes de la verdad a el fotografo Casasola mientras Dali los observaba, el no queria aprender porque al ser un pintor con arte abstracto no queria perder parte de su creactividad, cuando entonces Casasola le dijo a Aristoteles que estaba mal en una tabla de verdad pero el ego gigante de Aristoteles no dejó que viera claro y enloqueció en furia contra Casasola diciendole que era un ignorante que solo sabia tomar fotos a lo que Casasola se sintió ofendido, pero justo antes de responderle a Aristoteles Dali intervino.

-Les propongo un trato ¿que tal una carrera? es algo en lo que ambos no se destacan y bueno les servira para tranquilizarse

Al principio Casasola se negaba ya que él tenia la razón pero al ver la obstinidad de Aristoteles aceptó. La cita que la carrera era en la entrada de Parque Residencial Coacalco (en los arcos) y la meta seria en la letra "V" de la palabra AVE escrita en el cerro, a las 8:00 am.

El dia de la carrera llegó y ambos competidores estaban listos, Dali fue el Juez, él ya estaba en la meta y con una llamada privada les marcó le señal para empezar a correr pero unos momentos antes de iniciar la carrera Buñuel quiso unirseles ya que él queria perderse en el cerro para ver cosas tristes y llenarse de inspiración, la carrera comenzó y las 3 corrieron con rapidez Aristoteles corria por su ego, Casasola por su dignidad y Buñuel corria para llegar más rápido al bosque... Horas pasaron y a mitad de camino Aristoteles se rindio porque a su edad ya no tenia la fuerza ni el coraje para subir el cerro en una carrera asi que Casasola ganó, pero por el cansancio ambos se olvidaron de que Dali los esperaba en la meta, fue entonces que 8 horas pasaron y Dali estaba completamente solo, y se sintio muy triste

La leccion de este cuento es no confiar en nadie porque le das la mano te agarran el pie

VII. CONCLUSIONES GENERALES

El Instituto de Integración Cultural, Preparatoria del sistema incorporado a la UNAM, ha sido el lugar de la presente propuesta de intervención didáctica, cuyos planes y programas de estudio son dictados por la Escuela Nacional Preparatoria (ENP). Al igual que otros sistemas incorporados a la UNAM, en dicho Instituto existen problemáticas en el interior de los contenidos referentes al estudio de la Lógica, en el sentido de que su amplitud y formalidad impide muchas veces que se concretice en resultados significativos para el estudiante. Según Arturo Hernández Sánchez[20] "A partir de una encuesta aplicada a estudiantes de bachillerato tanto pública como privada (100 estudiantes), la mayoría coinciden en que la forma de impartir las diversas asignaturas de filosofía en especial, introducción a la filosofía, la lógica y doctrinas filosóficas, son muy aburridas por la falta de uso de recursos y estrategias, además de ser muy amplias en sus contenidos, a diferencia de la ética, que la identificaron con mayor aplicación y movimiento, por sus contenidos atractivos y estrategias utilizadas."[21] En este sentido, la Maestría en Docencia para la Educación Media Superior (MADEMS)-Filosofía, se enfoca en fortalecer la calidad y pertinencia con que se enseñan aquellos contenidos que por sí mismos parecieran un conjunto de teorías poco efectivas o significativas.

De modo que, a continuación se ofrecen algunas ventajas y desventajas que lograron identificarse en esta propuesta de intervención didáctica.

VENTAJAS

Inicialmente la hipótesis de la que se partió en esta tesis fue la siguiente: *si los estudiantes aprenden a trabajar juntos en la resolución de problemas compartidos, dentro del cálculo inferencial, se logrará una interdependencia positiva entre los miembros de cada grupo.*

---

[20] Docente en el Instituto de Educación Media Superior del D. F. Plantel Gustavo A. Madero 1 y el Colegio Inglés Michael Faraday. Integrante del CCMF e IXTLI-AMPFEMS A.C.

[21] Hernández S. Arturo, **La situación de la filosofía en la Educación Media Superior**, Editorial Torres Asociados Red Internacional de Hermenéutica Educativa, México, 2011, pg. 124

1. Sobre este punto hay que señalar que, aunque el trabajo en el aula es grupal, la evaluación que se mide –por políticas de la propia institución- con un examen individual, es bastante satisfactoria. Es decir, cuando la construcción del conocimiento está mediada por la influencia de los otros, la cooperación responde a un principio de "supervivencia personal", pues los alumnos aprenden la importancia del apoyo mutuo y de lo mucho que dependen de ello para obtener un aprendizaje y, por ende, una calificación satisfactoria que ha sido resultado de su contribución.
2. La cooperación grupal invita al estudiante a socializar con el resto del grupo, en una sociedad en la que los medios tecnológicos –como el uso desmedido que los adolescentes hacen de las redes sociales para comunicarse– lo han orillado a relacionarse de forma virtual.
3. El uso de materiales didácticos, como diapositivas aportadas por el docente y cartulinas elaboradas por los estudiantes, ha permitido economizar el tiempo establecido para el número de horas de dicha Unidad, esto es, de 17 se redujo a 12 horas debido a que los estudiantes resuelven con mayor efectividad y en un menor tiempo las demostraciones formales que se les presentan.
4. Cuando el docente sugiere que las demostraciones formales dentro del cálculo inferencial o proposicional recaigan en la generación de cuentos generados por los propios alumnos, alienta su capacidad creativa e ingenio, pues en este terreno los conduce a una posible aplicación de la lógica en otra área de conocimiento o forma de expresión.

DESVENTAJAS

1. Debido a la mala interpretación del trabajo cooperativo como una simple *formación de equipos*, los estudiantes aborrecen trabajar juntos porque han caído en la dinámica de que uno o dos son los que realmente se esfuerzan y los demás esperan, sin hacer nada, para que aquellos resuelvan todo. El docente tiene que lidiar con esta desconfianza y convencerse de que lo que está proponiendo no es un atajo para deshacerse de los contenidos conceptuales que no quiere ofrecer. Formar

grupos de trabajo que cooperen para su propio beneficio, es realmente serio porque hay que guiarlos en la resolución de problemas compartidos.

2. Una parte de esta tesis se ha limitado a la propuesta de generación de cuentos fantasiosos, a partir de demostraciones formales dentro del cálculo inferencial, por parte de los estudiantes. Seguramente en otro momento el docente pueda sugerir otros temas literarios o no como: política, bioética, cultura, tecnología, ciencias, arte, etcétera.
3. Los recursos tecnológicos no siempre están a la mano, hay que hacer uso de un proyector y de un elemento para proyectar. Sin embargo, el grueso del material que sugiere esta propuesta es en fotocopias,
4. Finalmente, si partimos de la pedagogía de Lev Vygotski en la resolución de problemas compartidos para optimizar la relación entre los iguales, él mismo sugeriría que la evaluación ha de ser enteramente compartida. Por políticas de la propia institución a veces es difícil sostener una evaluación en grupo, y esto provoca que los estudiantes no adquieran el sentido de pertenencia que puede otorgarles un trabajo cooperativo. Porque al final la calificación no es compartida, es desigual, lo que puede recaer en un reforzamiento del individualismo al que se opondría el mismo Vygotski.

BIBLIOGRAFÍA

- BEUCHOT Mauricio, **Introducción a la lógica**, Universidad Nacional Autónoma de México, 2004.

- COPI Irving M, **Introducción a la lógica**, Editorial Limusa, México, 2004.

- CHEHAYBAR y KURI Edith, **Técnicas para el aprendizaje grupal: grupos numerosos**, Editorial UNAM, México, 2007.

- DEAÑO Alfredo, **Introducción a la lógica Formal**, Alianza, cuarta edición, España, 1983.

- DÍAZ Barriga Frida, **Enseñanza Situada: Vínculo entre la escuela y la vida**, McGraw-Hill, México, 2006.

- DUBROVSKY Silvia (comp.), **Vigotski. Su proyecto en el pensamiento actual**, Ediciones Novedades Educativas, Buenos Aires, 2000.

- FERRATER M. José, **Diccionario de Filosofía**, Editorial sudamericana, quinta edición, Buenos Aires, 1971.

- FERRATER M. José, **Diccionario de Filosofía Volumen 1**, Editorial Ariel, tercera reimpresión, Barcelona, 2004.

- FERREIRO Gravié Ramón, **Nuevas alternativas de aprender y enseñar: aprendizaje cooperativo**, Editorial Trillas, México, 2006.

- GONZÁLEZ García Enrique, **Vigotski. La construcción histórica de la psique**, Editorial Trillas, segunda reimpresión, México, 2003.

- LURIA A.R, **Atención y Memoria**, ediciones Martínez Roca, libros Fontanella, España, 1984.

- MATEOS Nava Misael, ***Lógica para inexpertos***, Edere, segunda reimpresión, México, 2008.

- MOSTERÍN Jesús y Torretti Edwards Roberto, ***Diccionario de Lógica y Filosofía de la Ciencia***, Alianza, España.

- NEGRETE Juan M, **Lógica elemental**, Editorial Limusa, México, 2002.

- PUJOLÁS Maset Pere, **Aprender juntos alumnos diferentes: los equipos de aprendizaje cooperativo en el aula**, Editorial Octaedro, Barcelona, 2004.

- SLAVIN Robert, **La enseñanza y el método cooperativo**, Editorial EDAMEX, México, 1985.

- SUPPES Patrick, **Introducción a la lógica simbólica**, Editorial Continental, décimo quinta reimpresión, México, 1984.

- VARGAS L. Gabriel (compilador), **La situación de la filosofía en la Educación Media Superior**, Editorial Torres Asociados Red Internacional de Hermenéutica Educativa, México, 2011.

- VYGOTSKI Lev S, **El desarrollo de los procesos psicológicos superiores**, Editorial Crítica, Barcelona, 1979.

- http://dgenp.unam.mx/planes/planes.htm)

UNIDAD VIII:
PRUEBAS DE VALIDEZ E INVALIDEZ

REGLAS DE INFERENCIA

PROPÓSITO

- Conocer las reglas de Inferencia y utilizarlas para justificar la validez de un argumento lógico

- Definir y aplicar las reglas para demostrar proposiciones lógicas

JUEGO

Ahora nos ocuparemos de conocer las llamadas

REGLAS DE INFERENCIA

que se dividen en: Leyes de Implicación y Leyes de Equivalencia

Objetivo del Juego:

Verificar la validez o no de un argumento lógico

Elementos del juego: Premisas

Conclusión

Alumno + intelecto

Buena Disposición

Lápiz y papel

Reglas del juego: Son las que definiremos a continuación

¿Qué entendemos por **Premisas**?

¿Qué entenderemos por premisas?

Serán proposiciones simples o compuestas, por ejemplo:

$p \wedge q$ (Hago trampa para el examen y apruebo)
$p \vee q$ (Hago trampa para el examen o apruebo)
P (Hago trampa para el examen)
$\neg\ p$ (No es cierto que hago trampa para el examen)
$(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$ (Si hago trampa para el examen o apruebo, entonces…)

¿Qué entendemos por **Conclusión**?

Será otra proposición simple o compuesta, que se obtiene a partir de las premisas aplicando las reglas del juego.

¿Cómo se juega?

Dadas una serie de premisas: Premisa1, P_2, P… P_o en donde "o" es un número de premisas cualquier, un argumento será válido si cada vez que las premisas sean verdaderas entonces la Conclusión también lo es.

Esto sería equivalente a probar que el condicional $p \rightarrow q$ es verdadero dado que las premisas de las cuales parte son verdaderas, ejemplo:

P_1 p (es verdadero)
P_2 q (es verdadero)
$\vdash$
C $p \rightarrow q$ (es verdadero)

Veamos un ejemplo:

Dado el siguiente argumento, verificar si es o no válido.

Premisa$_1$: $\underbrace{\text{Si llego a tiempo}}^{(p)}$ entonces $\underbrace{\text{participo en el juego}}^{(r)}$

Premisa$_2$: Llego a tiempo

Por lo tanto

Conclusión: Participo en el juego

Este argumento con sus premisas y su conclusión, lo podemos simbolizar como sigue:

$$
\begin{array}{ll}
P_1 & p \rightarrow r \\
P_2 & p \\
 & \vdash \\
C & r
\end{array}
$$

El símbolo $\vdash$ se lee "por lo tanto" y se ubica antes de la Conclusión.

PRIMERA REGLA DEL JUEGO:

MODUS PONENS

Modus Ponendo Ponens o Modus Ponens. Que significa en latín modo en el que "poniendo" (afirmando) el antecedente, "pongo" (afirmo) el consecuente. Ejemplo:

	Lenguaje Natural
Premisa_1	Si pregunto entonces aprendo
Premisa_2	Pregunto
	Por lo tanto
Conclusión	Aprendo

MODUS PONENS

Lenguaje Simbólico (MP)

P_1	$p \rightarrow q$	
P_2	p	
	$\vdash$	
C	q	(P_1 y P_2, por MP)

MP EN LENGUAJE NATURAL

$p \rightarrow q$

Si pregunto entonces aprendo

MP EN LENGUAJE NATURAL

p

Pregunto

$\vdash$

q

Aprendo

SEGUNDA REGLA: MODUS TOLLENS

Modus Tollendo Tollens o Modus Tollens. Que se puede traducir como el modo en el que "negando el consecuente, puedo negar el antecedente".

Ejemplo:

Lenguaje Natural

Premisa$_1$ Si soy hombre entonces soy cobarde

Premisa$_2$ No soy cobarde

Por lo tanto

Conclusión No soy hombre

MODUS TOLLENS

Lenguaje Simbólico (MT)

P_1 $p \rightarrow q$

P_2 $\neg q$

$\vdash$

C $\neg p$ (P_1 y P_2, por MT)

MT EN LENGUAJE NATURAL

$p \rightarrow q$

Si soy hombre entonces soy cobarde

MT EN LENGUAJE NATURAL

¬ **q**

No soy cobarde

⊢

¬ **p**

No soy hombre

TERCERA REGLA: SILOGISMO DISYUNTIVO

Silogismo Disyuntivo o Modus Tollendo Ponens .
Ante una disyunción, siempre que se niegue un disyunto, se concluye afirmativamente el segundo.
Ejemplo:

	Lenguaje Natural
Premisa$_1$	Estoy vivo o estoy muerto
Premisa$_2$	No estoy vivo
	Por lo tanto
Conclusión	Estoy muerto

SILOGISMO DISYUNTIVO

Lenguaje Simbólico (SD)

P_1 $p \vee q$

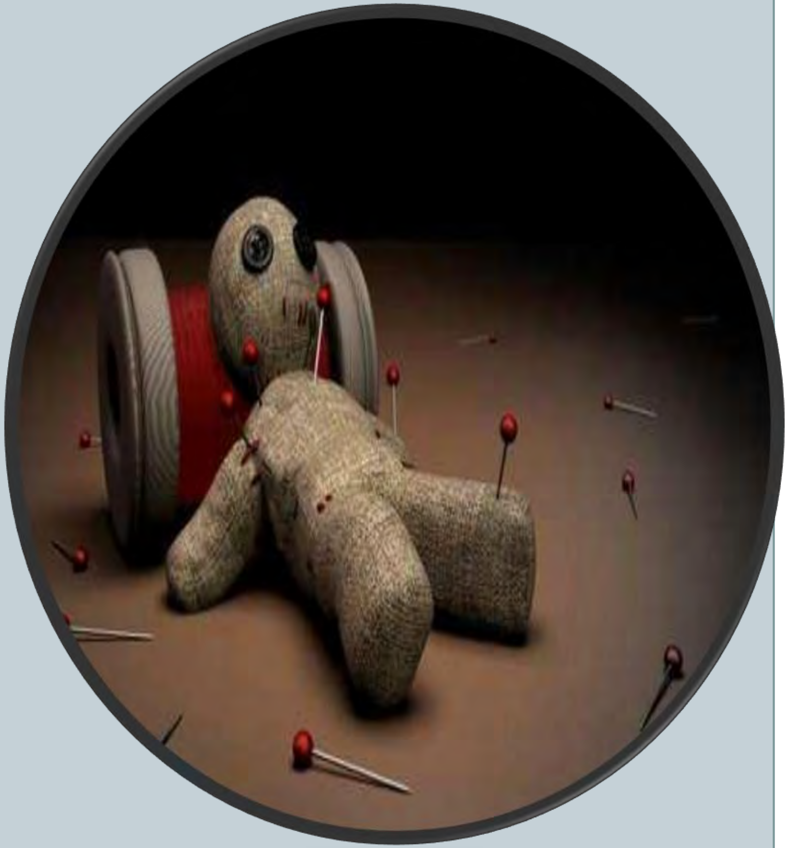
P_2 $\neg p$

$\vdash$

C q (P₁ y P₂, por SD)

SD EN LENGUAJE NATURAL

$p \vee q$



Estoy vivo o estoy muerto

SD EN LENGUAJE NATURAL

$\neg$ **p**

No es cierto que estoy vivo

$\vdash$

q

Estoy muerto

CUARTA REGLA:
LEY DE LA CONJUNCIÓN

Ley Conjuntiva. Que dice que cualquier premisa o conclusión puede ser enlazada a otra mediante una conjunción “^”.

Ejemplo:

	Lenguaje Natural
Premisa$_1$	En las galerías el arte exclusivo
Premisa$_2$	En las calles el grafiti prohibido
	Por lo tanto
Conclusión	En las galerías el arte exclusivo y En las calles el graffiti prohibido

LEY DE LA CONJUNCIÓN

Lenguaje Simbólico (Conj.)

P_1 p

P_2 q

$\vdash$

C p ^ q (P1 y P2, por Conj.)

Conj. EN LENGUAJE NATURAL

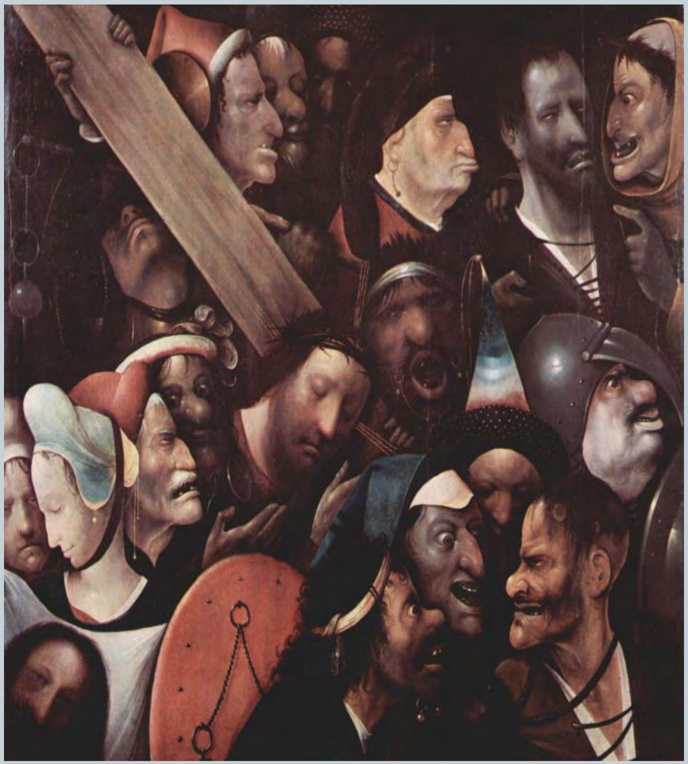
p

En las galerías el arte exclusivo

q

En las calles el graffiti prohibido

Conj. EN LENGUAJE NATURAL



$\vdash$

p ^ q

En las galerías el arte exclusivo y En las calles el graffiti prohibido

QUINTA REGLA: SILOGISMO HIPOTÉTICO

Ante dos condicionales que posean un término en común, se puede concluir un condicional cuyo antecedente sea el antecedente del primero y cuyo consecuente sea el consecuente del segundo condicional. Ejemplo:

	Lenguaje Natural
Premisa$_1$	Si Hitler fue un famoso teólogo, entonces Gandhi era un infiltrado nazi
Premisa$_2$	Si Gandhi era un infiltrado nazi, entonces la historia miente
	Por lo tanto
Conclusión	Si Hitler fue un famoso teólogo, entonces la historia miente

SILOGISMO HIPOTÉTICO

Lenguaje Simbólico (SH)

P_1 $p \rightarrow q$

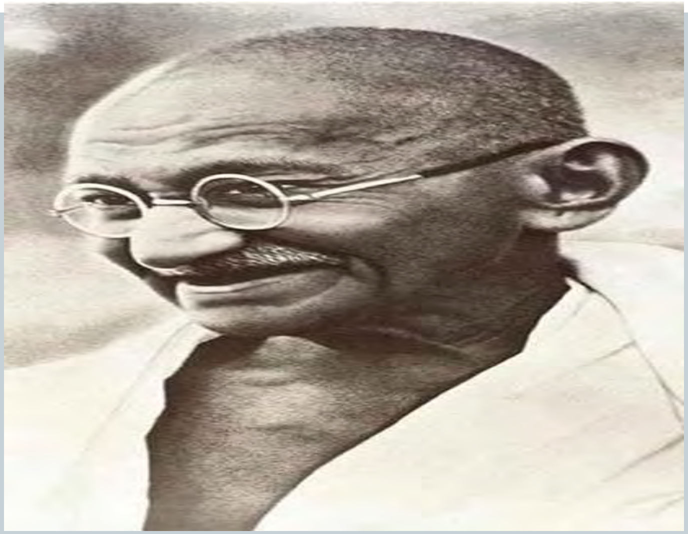
P_2 $q \rightarrow r$

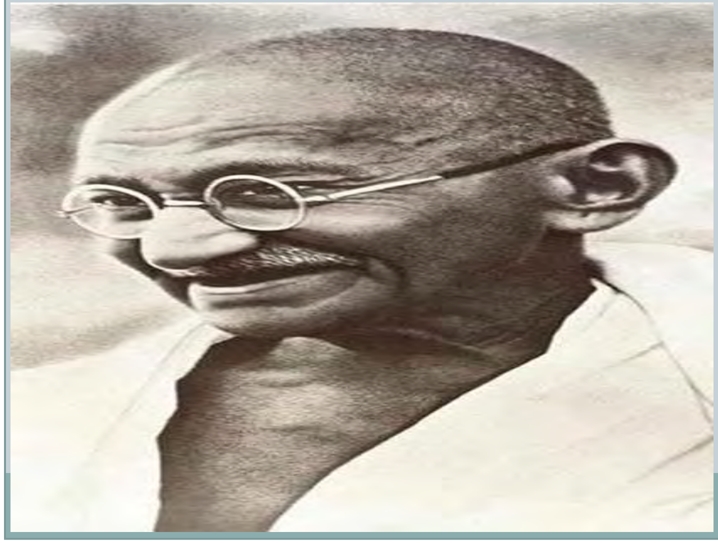
$\vdash$

C $p \rightarrow r$ (P_1 y P_2, por SH)

SH EN LENGUAJE NATURAL

$p \rightarrow q$





$q \rightarrow r$

SH EN LENGUAJE NATURAL

$\vdash$

$p \rightarrow r$

Si Hitler fue un famoso teólogo, entonces la historia miente

SEXTA REGLA:
LEY DE LA SIMPLIFICACIÓN

Simplificación. Toda premisa de una conjunción, puede derivar cualquier conyunto.

Ejemplo:

Lenguaje Natural

Premisa$_1$ Soy muy crédulo y siempre me va mal

Por lo tanto

Conclusión Soy muy crédulo

LEY DE LA SIMPLIFICACIÓN

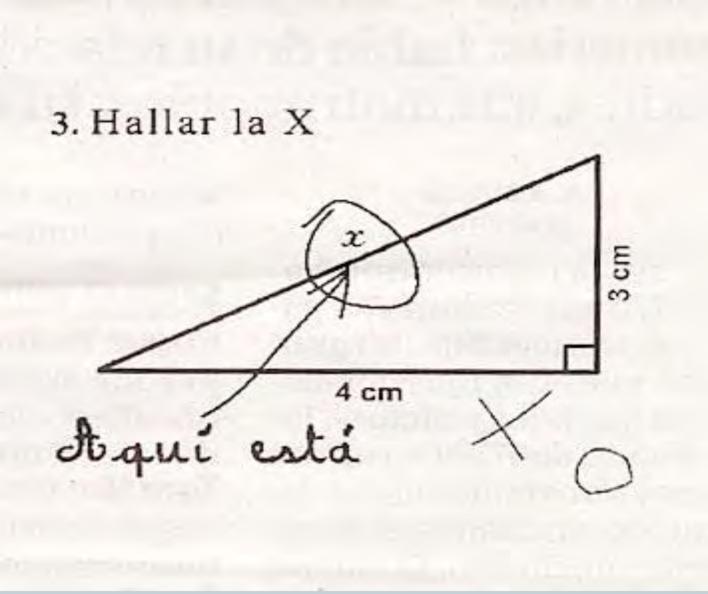
Lenguaje Simbólico (Simp.)

P_1 $\quad p \wedge q$

$\vdash$

C $\quad p \qquad (P_1$ por Simp.)

Simp. EN LENGUAJE NATURAL



$p \wedge q$

$\vdash$

p

SÉPTIMA REGLA: LEY DE LA ADICIÓN

Adición. A cualquier proposición se le puede añadir otra, simple o compuesta, mediante una disyunción. Ejemplo:

Lenguaje Natural

Premisa$_1$ Yo le voy a los Pumas

Por lo tanto

Conclusión Yo le voy a los pumas o a las Chivas

LEY DE LA ADICIÓN

Lenguaje Simbólico (Ad.)

P_1 $\quad p$

$\vdash$

C $\quad p \vee q \qquad (P_1, \text{ por Ad.})$

Ad. EN LENGUAJE NATURAL

p

Yo le voy a los Pumas

├

p ˅ q

Yo le voy a los pumas o a las Chivas

OCTAVA REGLA: DILEMA CONSTRUCTIVO

Dilema Constructivo. Si hay dos condicionales y una disyunción, de manera que las opciones de la disyunción son los antecedentes de las condicionales, se deriva la disyunción de los consecuentes.

DILEMA CONSTRUCTIVO

Lenguaje Simbólico (DC)

P_1 $p \vee q$

P_2 $p \rightarrow r$

P_3 $q \rightarrow s$

$\vdash$

C $r \vee s$ (P_1, P_2 y P_3, por DC)

Ejemplo con DC

Verificar si el siguiente argumento es válido o no:

P_1 O (e) estudio o (r) repruebo el examen

P_2 Si (e) estudio entonces (t)tendré buenas notas

P_3 Si (r) repruebo tendré que repetir el (c)curso

Por lo tanto

C O (t) tengo buenas notas o repetiré el (c) curso

La demostración formal de este Dilema Constructivo, nos queda así:

P_1 $e \vee r$

P_2 $e \rightarrow t$

P_3 $r \rightarrow c$

$\vdash$

C $t \vee c$ (P_1, P_2 y P_3, por DC)

NOVENA REGLA:
DILEMA DESTRUCTIVO

Dilema Destructivo. Si hay una disyunción y dos condicionales, de manera que las proposiciones de la disyunción son las negaciones de los consecuentes de los condicionales, entonces se puede derivar la disyunción de las negaciones de los antecedentes.

DILEMA DESTRUCTIVO

Lenguaje Simbólico (DD)

P_1 $\neg r \vee \neg s$

P_2 $p \rightarrow r$

P_3 $q \rightarrow s$

$\vdash$

C $\neg p \vee \neg q$ (P_1, P_2 y P_3, por DD)

Ejemplo con DD

P_1 No es cierto que (r) repruebo o no (s) saco buenas notas
P_2 Si (p) pierdo clase entonces (r) repruebo
P_3 Si (q) quiero aprender entonces (s) saco buenas notas
Por lo tanto
C No es cierto que (p) pierdo clase o no (q) quiero aprender

La demostración formal de este Dilema Destructivo, nos queda así:

$$P_1 \quad \neg r \vee \neg s$$
$$P_2 \quad p \rightarrow r$$
$$P_3 \quad q \rightarrow s$$
$$\vdash$$
$$C \quad \neg p \vee \neg q$$

DÉCIMA REGLA: ABSORCIÓN

Si tenemos como premisa una condicional, podemos inferir otro condicional cuyo antecedente es el término del primero y el consecuente es una conjunción del consecuente del primer condicional más el primer término.

Ejemplo:

Lenguaje Natural

Premisa$_1$ Si soy joven, entonces soy revolucionario

Por lo tanto

C Si soy joven, entonces soy revolucionario y soy joven

LEY DE LA ABSORSIÓN

Lenguaje Simbólico (Abs.)

P_1 $p \rightarrow q$

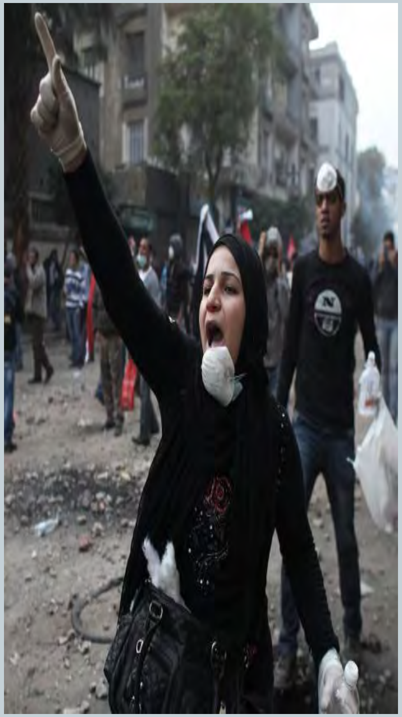
$\vdash$

c $p \rightarrow (q \wedge p)$ (P_1 por Abs.)

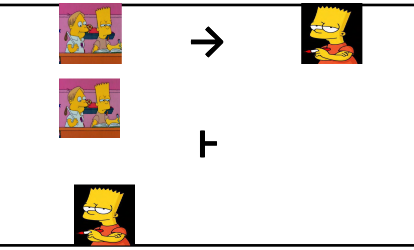
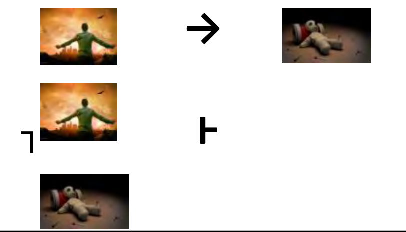
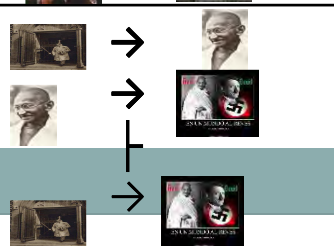
LEY DE LA ABSORCIÓN

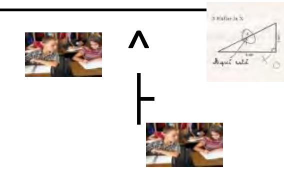
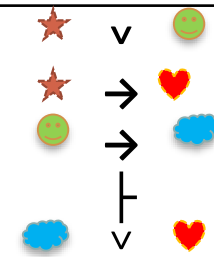
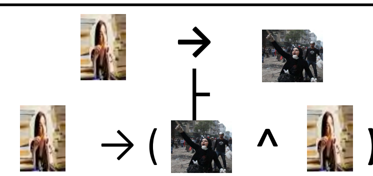
p →q Por lo tanto p→ (q ∧ p)

→



En Resumen, las leyes de Implicación son:

Regla de inferencia	Nombre de la Regla	Abreviatura	Regla de inferencia
$p \rightarrow q$ p $\vdash$ q	Modus Ponens	MP	
$p \rightarrow q$ $\neg q$ $\vdash$ $\neg p$	Modus Tollens	MT	
$p \vee q$ $\neg p$ $\vdash$ q	Silogismo Disyuntivo	SD	
p q $\vdash$ $p \wedge q$	Conjunción	Conj	
$p \rightarrow q$ $q \rightarrow r$ $\vdash$ $p \rightarrow r$	Silogismo Hipotético	SH	

Regla de inferencia	Nombre de la Regla	Abreviatura	
$p \wedge q$ $\vdash$ p	Simplificación	Simp.	
p $\vdash$ $p \vee q$	Adición	Ad.	
$p \vee q$ $p \rightarrow r$ $q \rightarrow s$ $\vdash$ $r \vee s$	Dilema Constructivo	DC	
$\neg r \vee \neg s$ $p \rightarrow r$ $q \rightarrow s$ $\vdash$ $\neg p \vee \neg q$	Dilema Destructivo	DD	No hay perros o no hay gatos Si tengo casa entonces hay perros Si tengo mansión entonces hay gatos $\vdash$ No tengo casa o no tengo mansión
$p \rightarrow q$ $\vdash$ $p \rightarrow (q \wedge p)$	Absorción	Ab.	

Otras reglas para el juego: Leyes de Equivalencia

Las leyes de equivalencia consideran que una proposición, sea simple o compuesta, puede tener otra equivalente.

LEY CONMUTATIVA

Conmutativa. Permite cambiar de lugar los términos de una <u>disyunción</u>, <u>conjunción</u> o <u>bicondicional</u>.

Disyunción $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$

Conjunción $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$

Bicondicional $(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$

LEY ASOCIATIVA

Asociativa. Los términos de una <u>conjunción</u> o <u>disyunción</u>, pueden reagruparse a su vez en otra conjunción o disyunción siguiendo el orden de su posición.

Conjunción

$[p \vee (q \vee r)] \equiv [(p \vee q) \vee r]$ $[p \wedge (q \wedge r)] \equiv [(p \wedge q) \wedge r]$

LEY DE EXPORTACIÓN

Exportación. Una proposición condicional que tiene como antecedente una conjunción, equivale a un condicional cuyo consecuente es un condicional.

$$[(p \wedge q) \rightarrow r)] \equiv [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$$

LEY DEL BICONDICIONAL

Bicondicional. Si tenemos como premisa un bicondicional, podemos remplazarlo por la conjunción de los condicionales de sus términos. Lo mismo sucede a la inversa.

$$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \equiv (p \leftrightarrow q)$$

LEY DE MORGAN

De Morgan. La negación de una disyunción es equivalente a la conjunción de las proposiciones de dicha disyunción, pero negadas. La misma regla se aplica en el caso de la negación de una conjunción.

$$\neg (p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$$

$$\neg (p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$$

LEY DE LA DOBLE NEGACIÓN

Doble Negación. Una proposición cualquiera es equivalente a ella misma <u>doblemente</u> <u>negada</u>.

$$p \equiv \neg\neg p$$

LEY DISTRIBUTIVA

Distributiva. Una conjunción cuyo segundo elemento sea una disyunción, es equivalente a una disyunción de conjunciones, en la que el primer término participa de la relación. La misma regla se sigue para la disyunción.

$$[p \wedge (q \vee r)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$$

$$[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$$

IMPLICACIÓN MATERIAL

Implicación Material. Una condicional es equivalente a una disyunción donde el antecedente está negado.

$$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$$

TRANSPOSICIÓN

Transposición. Un condicional equivale a otro cuyo antecedente es el consecuente negado del primer condicional, y su consecuente es el antecedente negado del mismo.

$$(p \rightarrow q) \equiv (\neg q \rightarrow \neg p)$$

EQUIVALENCIA MATERIAL

Las proposiciones bicondicionales son equivalentes a una conjunción de condicionales, donde el antecedente del primero es el consecuente del segundo y el consecuente del primero es el antecedente del segundo. Así mismo, el bicondicional equivale a una disyunción de conjunciones, donde la segunda conjunción tiene los coyuntos en el mismo orden pero negados.

Equivalencia Material.

$$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)]$$

$$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \land q) \lor (\neg p \land \neg q)]$$

TAUTOLOGÍA

Tautología. Una proposición cualquiera equivale a ella misma en disyunción en conjunción.

$$p \equiv p \vee p$$

$$p \equiv p \wedge p$$

Las leyes de Equivalencia son:

Conmutativa $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$ $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$ $(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$	Asociativa $[p \vee (q \vee r)] \equiv [(p \vee q) \vee r]$ $[p \wedge (q \wedge r)] \equiv [(p \wedge q) \wedge r]$
Exportación $[(p \wedge q) \rightarrow r)] \equiv [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ Bicondicional $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$ $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \equiv (p \leftrightarrow q)]$	Doble negación $p \equiv \neg \neg p$
De Morgan $\neg (p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$ $\neg (p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$	Distributiva $[p \wedge (q \vee r)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$ $[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$
Implicación Material $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$	Transposición $(p \rightarrow q) \equiv \neg q \rightarrow \neg p)$
Equivalencia Material $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$ $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)]$	Tautología $p \equiv p \vee p$ $p \equiv p \wedge p$

Ejemplo de Equivalencia

Veamos cómo opera la equivalencia en algunas de estas leyes, utilizando tablas de verdad.

Ley De Morgan (Recuerda que para toda disyunción "v", solo f/f es Falso; y para toda conjunción "^" sólo v/v es Verdadero)

$$\neg (p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$$

p	q	$\neg$ (p $\vee$ q)
v	v	f v
v	f	f v
f	v	f v
f	f	v f

p	q	($\neg$ p $\wedge$ $\neg$ q)
v	v	f f f
v	f	f f v
f	v	v f f
f	f	v v v

Ejemplo de Equivalencia

Para la Ley de Doble Negación, la tabla de verdad nos quedaría así:

p	$\neg p$	$\neg(\neg p)$
v	f	v f
f	v	f v

El siguiente ejercicio es un caso en el que se emplean varias reglas de inferencia (tanto de implicación como de equivalencia).

Demostrar: $R \rightarrow S$

1) $Q \vee \neg R$
2) $\neg Q \vee (R \wedge \neg Q)$

$\vdash$

3) $(\neg Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee \neg Q)$	(2, Dist.)
4) $(\neg Q \vee \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R)$	(3, Conm.)
5) $\neg Q \vee \neg Q$	(4, Simp.)
6) $\neg Q$	(5, Taut.)
7) $Q \vee (\neg R \vee S)$	(1, Asos.)
8) $\neg R \vee S$	(6,7, SD)
9) $R \rightarrow S$	(8, Im.Mat.)