



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES A R A G Ó N

CRITERIOS DE DISEÑO DE COLUMNAS DE ACERO POR EL MÉTODO DE DISEÑO
POR ESFUERZOS PERMISIBLES (DEP)

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A :

EDITH ADRIANA GONZÁLEZ GALINDO

ASESOR:

ING. ARTURO MACIAS FERREIRA



MÉXICO 2016

NEZAHUALCÓYOTL, ESTADO DE MÉXICO



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Voy a atreverme a tomar un par de páginas para agradecer a aquellas personas que necesitan un reconocimiento especial, porque gracias a ellas estoy parada en este lugar.

Agradezco de una manera muy especial a mis maestros y profesores quienes gracias a su apoyo he adquirido las herramientas necesarias para enfrentarme al mundo con los retos que se me pongan enfrente. Ing. Arturo Macías Ferreira agradezco su tiempo, su paciencia, su dedicación y la pasión que transmite en sus asignaturas, puedo decir que gracias a profesores como usted, nosotros nos enriquecemos como estudiantes.

Agradezco a mi familia, que es la causa de todo lo que fui, de todo lo que soy y de todo lo que seré; en especial a mis padres, que son un ejemplo muy peculiar de lo que puede entenderse como amor, ese amor incomprendido por todos, pero tan grande que es digno de admirarse; mi papá, que es la persona que menos quiero ser, pero que definitivamente soy, de carácter fuerte, de nunca quedar satisfecha, de exigirme más y con la necesidad de vivir a prisa; mi mamá, la persona que más admiro, la mujer que quiero ser, pero que tal vez nunca sea (bueno sí, tengo un poco de su sentido del humor), de bondad infinita y con buena cara ante malos tiempos; pero una familia no está completa sin el ejemplo de los hermanos, los míos, los mejores... y los únicos así es que no me quejo: mi hermana me ha enseñado que toda decisión tiene consecuencias y que sin importar lo difícil que parezca, se puede vivir con ellas; mi hermano me ha demostrado que hacer lo que más nos gusta, lo que nos complementa, no está peleado con el trabajo y con un poco de esfuerzo se puede lograr todo; mis abuelos José† y Evila: mis segundos padres, mi templo, muestra fiel de cariño, trabajo, sabiduría, razón, conciencia, dedicación y amor incondicional.

Mis amigos (mi segunda familia): aquellos que me juzgan con razón, pero que están conmigo a pesar de todo; y de ellos, mis mejores amigos, que son aquellos que me han sostenido, que me han tendido la mano, aquellos que me han criticado, los que se mantuvieron siempre firmes ante mis arrebatos, los que siempre tienen un tiempo disponible y que a pesar de la distancia nos hemos mantenido fuertes. Idania, mi conciencia entera, la persona que necesitaba tener en un momento tan difícil de mi vida, de ti he aprendido muchas cosas,

pero sin duda lo que mejor entendí fue la palabra “amigo”, gracias por tu confianza mujer, porque nunca he sentido merecerla. Aquino, quien después de haber sido un extraño en mi vida, resultó ser el mejor hermano, me has hecho comprender que el amor a uno mismo es primordial, que va primero lo espiritual antes que lo material, que amar a una persona es gratis y que tiene su recompensa. Jorge, tan iguales y a la vez tan diferentes siempre, nunca has necesitado que te explique algo para que me puedas entender, nunca te has quejado por soportarme... mi destino era conocerte y tenerte ha sido una de las mejores suertes en el mundo, mi vida pudo haber sido peor sin ti, seguramente sería más difícil sin ti. Finalmente, gracias infinitas por haber existido amigo “Devo”, ahora eres parte de un gran sueño. †

No he omitido a nadie, todos forman parte importante en mi vida, pero quise de manera muy especial mencionarlos a ustedes: Idania, Aquino y Jorge porque sin duda han sido ustedes los que más me ayudaron a ser lo que ahora soy, que se reduce a una mejor persona, una mujer viva y feliz, un ser completo.

Amigos: nos queda recordar nuestros momentos como universitarios, recordar nuestros viajes de prácticas, incontables desveladas haciendo tareas, complicados proyectos, exámenes que parecían imposibles, los buenos momentos de “trinchera” que pasamos juntos, momentos que he llegado a pensar son INFINITOS (a mí me vienen muchos a la mente).

Yo: lo que soy.

“Si la familia acaba... entonces todo acaba.”-eagg

ÍNDICE

Objetivo	7
Introducción	9
Capítulo 1 Generalidades.	
1.1 Estructuras reticulares	13
1.2 Marcos rígidos	14
1.3 Forma de columnas.....	15
1.3.1 Tipos de columnas de acero.....	16
1.3.2 Propiedades geométricas de los perfiles	23
1.4 Relaciones ancho-espesor	23
1.5 Placas base de columnas y empalmes	24
1.6 Esfuerzos permisibles.....	25
1.6.1 Esfuerzos permisibles en compresión	25
1.6.2 Esfuerzos permisibles en flexión	26
Capítulo 2 Columnas como elementos estructurales.	
2.1 Columnas como elementos estructurales	33
2.2 Nociones de inestabilidad	34
2.2.1 Modelo con un grado de libertad	34
2.2.2 Modelo con dos grados de libertad	39
2.2.3 Comportamiento de columnas con diferentes longitudes.....	42
2.2.4 Pandeo elástico.....	43
2.2.5 Pandeo por flexión.....	48
2.3 Esfuerzos de pandeo	55
2.4 Radio de giro y relación de esbeltez	55
2.5 Fórmulas de columnas	57
2.5.1 Pandeo Inelástico.....	58
2.5.2 Pandeo Elástico.....	59
2.6 Secciones compuestas.....	60
2.7 Altura no arriostrada	61
2.8 Longitud efectiva de las columnas	62
2.9 Investigación de columnas	65
2.10 Diseño de columnas	65
2.10.1 Procedimiento de diseño de columnas (resumen).	65
2.11 Cargas sobre columnas.....	65

2.11.1	Tablas de cargas admisibles, columnas	66
2.11.2	Columnas con cargas excéntricas.....	68
2.11.3	Diseño de columnas con cargas excéntricas.....	70
2.11.4	Método de la carga concéntrica equivalente	78
2.12	Empalmes de columnas.....	80
2.13	Momentos inducidos en columnas	81

Capítulo 3 Criterio de diseño por el método de esfuerzos permisibles (DEP).

3.1	Determinación de los esfuerzos permisibles	83
3.1.1	Esfuerzos permisibles de miembros en tensión	86
3.1.2	Esfuerzos permisibles miembros en compresión	86
3.1.3	Esfuerzos permisibles de miembros en flexión (vigas)	87
3.1.4	Esfuerzos permisibles totales	89
3.1.5	Esfuerzos permisibles de elementos flexocomprimidos. (Columnas: compresión axial y flexión)	90
3.2	Atiesadores transversales.....	93
3.3	Momentos de segundo orden, factor de amplificación. (Introduciendo el efecto estable en las columnas)	93
3.4	Fórmula de interacción de columnas esbeltas sujetas a flexocompresión	98
3.5	Dimensionamiento y revisión de columnas de acero sujetas a flexocompresión	104
3.6	Dimensionamiento conforme a las normas IMCA	106
3.7	Elección del factor de seguridad.....	108
3.8	Resumen del procedimiento de diseño.....	109

Capítulo 4 Diseño y aplicación de columnas de acero.

4.1	Ejemplo 1.....	112
4.2	Ejemplo 2.....	120
4.3	Ejemplo 3.....	127

Capítulo 5 Revisión de columnas utilizando el software SAP2000.

5.1	Ejercicio	136
-----	-----------------	-----

Conclusión.....155

Bibliografía y Referencias.....157

OBJETIVO

El objetivo de este trabajo es conocer el desarrollo referente al cálculo estructural por un medio tradicional como lo es el método de Diseño por Esfuerzos Permisibles, siendo éste el método base con el que diseñan algunos programas de estructuras como lo es el programa SAP2000 en sus diferentes versiones y comprender de alguna manera el uso de algunos coeficientes que utiliza la plataforma o incluso poder hacer correcciones en los cálculos que arroja dicho programa.

Para ello he desarrollado un capitulado eficiente que permita al lector un poco de conocimiento general acerca de las estructuras metálicas como se presenta en el capítulo 1, en donde se podrá apreciar una vista de lo general a lo particular, estructuralmente hablando, desde estructuras reticulares hasta los elementos que lo conforman, en este trabajo en particular se hará énfasis en los elementos denominados columnas, ya que sobre estas se desarrollará el trabajo.

El capítulo 2 estará dirigido a las columnas, que como ya se mencionó serán la base del presente trabajo; por lo que en este capítulo se presentará la columna como elemento y varias de sus características principales, su definición, el tipo de trabajo que presentan en una estructura y la mayoría de las fórmulas utilizadas para un óptimo cálculo de estas.

En el capítulo 3 se verá el desarrollo del método de Diseño por Esfuerzos Permisibles, este capítulo intentará de manera breve mostrar todos los pasos a seguir dentro del mismo diseño, aunque no en orden, ya que es un método que requiere de comprensión más que de aprendizaje, por lo que en algunos apartados se ha abarcado más, de acuerdo a la par de la misma comprensión del mismo estudiante que lo presenta.

El desarrollo de algunos ejercicios que fueron elegidos para la comprensión total del método, se presentarán en el capítulo 4, el autor consideró en su tiempo de manera primordial que los ejercicios presentados no fueran complicados a la hora de estudiar para poder explicar, ahora sí, paso por paso cada una de las fórmulas utilizadas y así poder observar la utilidad de cada fórmula presentada en los capítulos anteriores. Para este capítulo, se sugiere al lector entender y comprender el ejemplo 1 en el que se presentaran las secciones desarrolladas en los capitulos anteriores, haciendo referencia puntual de fórmulas y notas, así como referencias bibliográficas que le ayudarán y facilitarán en el entendimiento y aprendizaje del método. Una vez comprendido el ejemplo 1, podrá continuar con el ejemplo 2 y finalmente revisar el ejemplo 3, esto, con el propósito de que una vez terminado este capítulo, el lector pueda tener la capacidad de deducción de fórmulas y factores al momento de avanzar al Capítulo 5.

Por último, en el capítulo 5, fue necesario elegir un ejemplo ya desarrollado en el capítulo 4 y comparar los resultados obtenidos para así poder dar un humilde punto de vista que sirva o no en algún trabajo futuro, este capítulo se anexó para que aquél que trabaje con algún software de diseño considere viable o no confiar en los datos que los programas arrojen o discernir un poco y comprobar la veracidad de lo obtenido.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se desarrollará un método de diseño efectivo para columnas que al término nos llevará a la comprensión de un software creado para simplificar el diseño de estructuras, por lo que la intención de este trabajo es presentar al lector las herramientas necesarias que requiera conocer para aplicar un método de diseño, en este caso el método de Diseño por Esfuerzos Permisibles (DEP).

El diseño estructural se refiere al proceso de organizar, de interconectar, elegir un tamaño adecuado y dosificar de manera satisfactoria los miembros de un sistema estructural con el fin de garantizar la seguridad de un conjunto de cargas dado, sin exceder la tensión admisible de los materiales empleados. De manera similar a las otras actividades de diseño, se opera en un entorno de incertidumbre, ambigüedad y de aproximación. Es un sistema estructural que puede satisfacer no sólo las necesidades de carga, sino también abordar el diseño arquitectónico, urbano y cuestiones programáticas a la mano.

- El primer paso en el proceso de diseño estructural puede ser simulado por la naturaleza del diseño arquitectónico, su sitio y el contexto, o la disponibilidad de determinados materiales.
- La idea de diseño arquitectónico puede provocar un tipo específico de configuración o patrón.
- El sitio y el contexto pueden sugerir un cierto tipo de respuesta estructural.

Los materiales estructurales suelen ser determinados por los códigos de construcción, el suministro, la disponibilidad de mano de obra y el costo.

Una vez que el tipo de sistema estructural, su configuración o patrón y la los materiales estructurales se proyectaron, se puede proceder al dimensionamiento, propuestas de ensamblaje (armado) y se hace de manera detallada un análisis de las conexiones entre los miembros.

Dentro del diseño de estructuras, la continuidad siempre será una condición estructural deseable, por lo general es razonable para extender las unidades estructurales a lo largo de las principales líneas de soporte y las direcciones para formar una malla tridimensional. Si fuera necesario acomodar espacios de forma o tamaño específico, una malla estructural podrá adaptarse a la torsión, la deformación, o ampliar ciertos claros. Incluso cuando una sola unidad estructural o montaje abarca todos los espacios de un edificio, los propios espacios deben ser estructurados y apoyados como unidades o entidades de composición.

El método de Diseño por Esfuerzos Permisibles (ASD o Allowable Stress Design por sus siglas en inglés), se diseña de manera tal que las tensiones calculadas por efectos de las cargas de servicio no superen los valores máximos en las especificaciones, es decir que se trabaja en función de las tensiones admisibles, donde estas son una fracción de las tensiones cedentes del material, ya que, por basarse en el análisis elástico de las estructuras, los elementos deben ser diseñados para comportarse elásticamente. Los esfuerzos admisibles o los esfuerzos que son permitidos están dados según las especificaciones de la obra a realizar, el elemento que se requiere y el tipo de acero con el que se trabaje; así su cálculo se regirá por el límite de fluencia del mismo material y su condición más desfavorable, ya que será esta condición la que rija el comportamiento o la falla del elemento diseñado.

En este trabajo se hablará particularmente de columnas que son los elementos dentro de una estructura concebidos como elementos rectos, de sección transversal constante, sometidas a la acción simultánea de fuerzas axiales y pares aplicados en los extremos; se supone además que por las características geométricas de sus secciones transversales o por la existencia de elementos exteriores de contraventeo, al deformarse bajo la acción de las sollicitaciones exteriores de la pieza se mantiene, durante todo el proceso de carga y hasta la falla, en el plano que ocupa originalmente, y que las relaciones ancho- espesor de las placas que la componen son tales que no se presentan fallas prematuras por pandeo local; eliminada la posibilidad de una falla por pandeo lateral o local, la capacidad de carga de la barra que queda controlada por su resistencia a la flexocompresión en el plano en que están aplicados los momentos. También se considera que las condiciones de apoyo impiden el desplazamiento lineal relativo de cada uno de los extremos de la barra con respecto al otro.

Ahora bien, el comportamiento de los elementos como son las columnas, puede hacerse de manera rápida por medio del softwares que fueron creados para facilitar el desarrollo de un cálculo estructural, siendo estos programas ahorradores de tiempo y dinero. El software SAP2000, ofrece al diseñador la posibilidad de ver un modelo de manera práctica, ya que tiene la posibilidad de ver el comportamiento de una estructura por factores como viento y sismo y cargas vivas y muertas o las combinaciones que deriven o que se quieran estudiar. Esta plataforma nos será útil al momento de diseñar desde marcos simples a estructuras más complejas.

CAPITULO I

GENERALIDADES

1.1 Estructuras reticulares

Las estructuras de acero pueden ser divididas en dos grupos: a) estructuras de cascarón, conformadas principalmente por laminas o placas como tanques de almacenamiento, silos, cascos de buques, etc. y b) estructuras reticulares, las cuales se caracterizan por estar constituidas de conjuntos de miembros alargados, tales como armaduras, marcos rígidos, trabes, tetraedros o estructuras reticuladas tridimensionales. Los miembros principales de las estructuras reticulares no son generalmente funcionales y se usan únicamente para la transmisión de cargas, surgiendo la necesidad de colocar elementos adicionales como muros, pisos, techos y pavimentos que satisfagan los requerimientos funcionales. Una estructura reticular convencional está compuesta de miembros unidos entre sí por medio de conexiones. Un miembro puede ser un perfil laminado estándar o estar formado por varios perfiles unidos por soldadura, remaches o tornillos.

Los miembros pueden transmitir cuatro tipos de cargas fundamentales y se clasifican de acuerdo a ellas:

- Tensores, transmiten cargas de tensión.
- Columnas, transmiten cargas de compresión.
- Trabes o vigas, que transmiten cargas transversales.
- Ejes o flechas que transmiten cargas de torsión.

En la práctica los elementos no suelen trabajar con un solo tipo de carga, si ponemos por ejemplo una viga dispuesta de manera horizontal y la sometemos a tensión conectada por medio de pasadores, el miembro actual sufre de una pequeña flexión debido a su propio peso; así es que la mayoría de los miembros estarán sometidos a una combinación de cargas flexión, torsión y tensión o compresión axial y en donde una de ellas es más importante que la otra haciendo que el diseño se rija por ella.

La selección de la sección a utilizar se conoce como diseño y se deben tomar diversos factores a consideración:

- Debe ser rígida para evitar que una deformación excesiva (deflexión) no destruya el valor funcional de la estructura u ocasionar fallas en el material al que se encuentre unida (losas).
- El peso de la sección, por lo general las secciones ligeras son más económicas; el peso es responsable directo de las cargas muertas haciendo a los otros miembros de soporte más pesados.
- El espacio disponible suele ser determinante debido a que la sección elegida debe ajustarse a los requisitos arquitectónicos en cuanto a tamaño y claros, así como la posibilidad de albergar cualquier accesorio o detalle, tuberías, conduits, etc.



Fig. 1.A Estructuras reticulares y marcos rígidos.

- Condiciones de servicio, esto es corrosión, erosión, climas y temperaturas extremos o poco usuales y deben ser considerados al efecto sobre la vida útil de la estructura.
- Disponibilidad del material, si consideramos que son secciones ligeras pero no es un material local o que es necesario que se fabriquen en pequeñas cantidades, entonces no es la sección más económica. La facilidad del manejo, montaje o costo de mantenimiento también son considerables.

1.2 Marcos rígidos

Los marcos rígidos constituyen el esqueleto resistente de un gran número de construcciones de diversos tipos. Su nombre se debe a que los elementos principales que los componen, vigas y columnas, están unidos entre sí por medio de conexiones rígidas, capaces de transmitir los momentos, fuerzas normales y cortantes, sin la existencia de desplazamientos lineales o angulares relativos entre los extremos de las barras que concurren en cada nudo, lo que hace que

la estructura restante pueda resistir por sí sola, sin la ayuda de elementos adicionales de otros tipos, cargas verticales y horizontales.

En estructuras de tipo industrial suelen utilizarse marcos rígidos de un solo piso, de cabezal horizontal o inclinado ligados entre sí por elementos que soportan la cubierta y proporcionan el soporte lateral necesario para que su resistencia no disminuya por debajo de los límites aceptables, a causa de problemas de inestabilidad fuera de su plano. En edificios de varios pisos es común el empleo de marcos rígidos dispuestos en dos direcciones frecuentemente ortogonales, de manera que constituyen una estructura tridimensional. Sin embargo, la práctica seguida para su análisis sugiere separar los elementos en dos familias y en analizar cada marco como una estructura plana, soportada lateralmente por los marcos normales a él, despreciando los momentos torcionantes en las vigas, pero teniendo en cuenta que las columnas están sometidas a flexión biaxial, puesto que cada una forma parte de los dos marcos que la cruzan al mismo tiempo.

Un marco rígido siempre está compuesto por vigas y columnas, así como de elementos que conecten estos elementos y en muchos casos se adiciona un elemento de contraventeo. En este trabajo se considerarán únicamente columnas. Una columna dentro de un marco rígido debe ser capaz de soportar las cargas que le transmiten las vigas adyacentes y los tramos de columnas que se encuentran sobre ellas, llevándolas eventualmente a la cimentación, así como los momentos producidos por cargas verticales que reciben las vigas; además deben de ayudar a soportar las fuerzas horizontales en marcos contraventeados y resistirlas en su totalidad en los que no cuentan con contraventeos, deben de ser capaces también de proporcionarle rigidez al marco, la necesaria para evitar problemas de pandeo de conjunto. Las columnas trabajan principalmente a flexocompresión y los esfuerzos que las fuerzas cortantes ocasionan en ellas suelen ser despreciables. (El fenómeno de compresión axial es una condición poco frecuente). En general, las columnas son elementos sometidas a flexocompresión biaxial, ya que son elementos que forman parte de dos marcos frecuentemente distribuidos de manera ortogonal. La falla de una columna dentro de un marco rígido puede presentarse por inestabilidad o por agotamiento de su resistencia al formarse una o más articulaciones plásticas. La falla de una columna suele tener consecuencias graves, aunque no suele llevar al colapso total a la estructura, pues el alto grado de hiperestaticidad de los marcos rígidos hace que existan diferentes trayectorias posibles de transmisión de cargas, y cuando un miembro no trabaja se produce una redistribución que lleva las cargas que correspondían a los elementos cercanos.

1.3 Forma de las columnas

La resistencia de cualquier columna (debido a su tendencia al pandeo) dependerá del área y forma de la sección transversal, así como del grado de acero con que esté hecha.

La sección transversal ideal es aquella que tiene el mismo momento de inercia respecto a cualquier eje que pase por su centro de gravedad; las columnas no arriostradas tienden a

pandearse en un sentido perpendicular al eje respecto al cual es menor el momento de inercia, este va depender enteramente de la forma de la columna.

El material que está más cercano al centro de gravedad de una sección contribuye poco al momento de inercia, la columna más eficiente es la que tiene la menor cantidad de material posible cerca del eje.

1.3.1 Tipos de columnas de acero

En la *figura 1.B* se muestran las secciones transversales de los perfiles más usados según el Manual de Construcción en Acero publicado por el Instituto Mexicano de la Construcción en Acero A.C. (IMCA), el uso de estos perfiles estará condicionado por la magnitud de la carga y por el tipo de junta o conexión en el extremo que sean más convenientes para la aplicación estructural particular. De esta manera una columna de tubo con placas de apoyo superiores e inferiores y con una base de zapata de concreto es excelente como una unidad aislada que soporta una viga, pero no será tan apropiada para una armadura con conexiones de placa de apoyo. En general, dentro de los límites de espacio disponible y teniendo en cuenta las limitaciones de espesor, el diseñador utiliza una sección con el radio de giro lo más grande posible, con lo que se reduce la relación de esbeltez y se incrementa el esfuerzo permisible. Por supuesto, en el diseño de edificios con longitudes más bien cortas y con la necesidad de hacer máximo el espacio útil disponible, las secciones compactas pesadas se usan para cargas grandes. De modo semejante, en las áreas expuestas quizá convenga utilizar una sección pequeña para disminuir las cargas de viento.

- a. Barras sólidas redondas.

El radio de giro (r) de una sección transversal sólida redonda es igual a:

$$r = \frac{d}{4} = \frac{A}{\pi d}$$

En donde:

d = diámetro de la barra redonda sólida.

A = área de la sección transversal de la barra.

Las barras sólidas redondas de acero de alta resistencia tienen un uso particular como elementos de columnas principales en alturas de hasta más de 2000 ft.

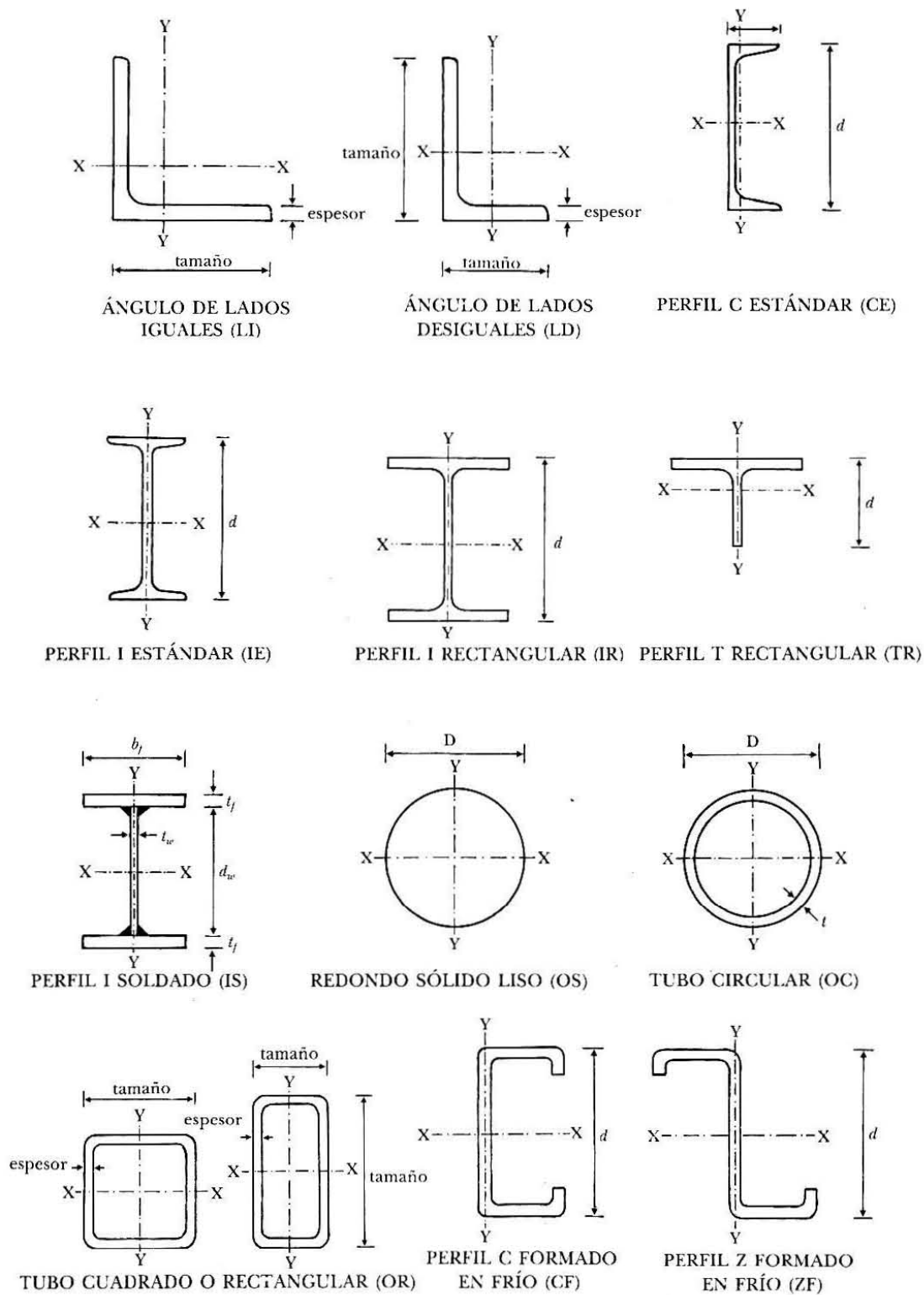


Fig. 1.B Nombres y símbolos de algunos perfiles.

El acero de alta resistencia aparte de tener una resistencia mayor, se encarga de reducir el peso muerto, lo que es ventajoso al momento de considerar fuerzas sísmicas. De igual manera el uso de una sección redonda de diámetro relativamente pequeño minimiza la fuerza de viento y reduce el peso que se añade por la formación de hielo.

b. Tubos circulares de acero

Este es más eficiente que la barra redonda sólida, puesto que se puede incrementar el radio de giro casi independientemente del área de la sección transversal, con lo que se reduce la relación de esbeltez $\frac{l}{r}$ y se incrementa el esfuerzo permisible F_a . Los elementos tubulares circulares sometidos a compresión axial son totalmente efectivos cuando la relación del diámetro exterior al espesor de la pared no sea mayor que $232000/F_y$. Para relaciones $> 232000/F_y$, pero $< 914000/F_y$, ver Apéndice C Manual de Construcción en Acero IMCA.

c. Secciones en cajón (tubos cuadrados o rectangulares)

Los tipos estándar disponibles son cuadrados de hasta 16x16 in o rectangulares de hasta 20x12 in, con propiedades de sección transversal específicos como lo designa el AISCM. Como es un miembro a compresión, el tubular cuadrado combina la efectividad del tubo hueco de acero con la ventaja de detalles más simples de conexiones de extremo en las aplicaciones usuales de estructuras de edificios.

d. Largueros de ángulo

Los largueros de ángulo simple son satisfactorios como miembros secundarios para cargas ligeras. Se les puede utilizar en una situación en donde se puede hacer que la carga se distribuya uniformemente en los dos patines del ángulo en cada extremo o donde se puede evitar la rotación o torsión de los extremos con una conexión rígida de extremo ligada a un miembro pesado o zapata, que puede ser diseñada por los procedimientos usuales utilizados en columnas cargadas axialmente, siempre que se cumplan las limitaciones ancho-espesor.

Los largueros de ángulo doble, como el mostrado en la *fig. 1.C*, se usan con frecuencia en armaduras de un solo plano. Se deben proporcionar “separadores” frecuentes por medio de tornillos o remaches para asegurar que los dos ángulos actuarán como una sola unidad y en donde se tenga que cumplir con $\left(\frac{KL}{r}\right)_{conjunto} > \left(\frac{KL}{r}\right)_{independiente}$.

Las conexiones de extremo siempre deben diseñarse para obtener una distribución uniforme de la carga.

En la sección 1.9.1.2 del AISCS se establece que los puntales de un solo ángulo así como los de ángulo doble con separadores sujetos a compresión axial, serán considerados como efectivos cuando la relación ancho- espesor no sea mayor que $\frac{76}{\sqrt{F_y}}$ (para puntales que tengan ángulos dobles en contacto, la relación no deberá de ser mayor que $\frac{95}{\sqrt{F_y}}$); de lo

contrario, el esfuerzo permisible en compresión se modificará con el factor de reducción apropiado que se proporciona en el AISC.

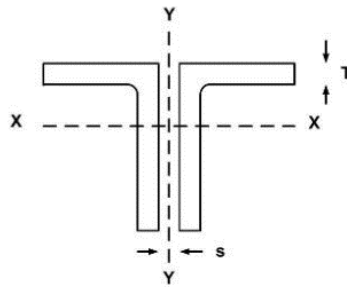


Fig. 1.C Larguero de ángulo doble

e. "T" estructurales

Con frecuencia se usan los perfiles WT, como secciones para las cuerdas en armaduras ligeras, con largueros de ángulo doble soldados al alma de la "T". Estas son el resultado de la división longitudinal de los perfiles W o vigas estándar; como resultado, el alma es considerablemente más delgada que el patín. La restricción del patín con respecto al pandeo del alma permite usar relaciones más grandes de ancho-espesor para el alma de la "T" en comparación con los largueros del ángulo.

f. Perfiles tipo "I"

Los perfiles "I" se laminan en un rango muy amplio de tamaños y pesos, lo que los hace apropiados para una gran variedad de cargas correspondientes de columnas y longitudes.

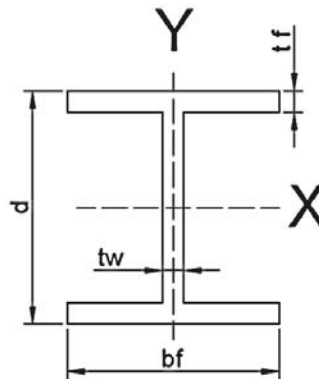


Fig. 1.D Perfil tipo W.

El manual AISC maneja también los perfiles W, M o HP que son de patín ancho y tienen simetría doble.

La serie W 14 proporciona un campo muy amplio de perfiles (algunos con patines lo suficientemente anchos para equilibrar r alrededor de los ejes) que son apropiados para requerimientos de columnas en marcos de edificios altos de muchos pisos.

Existen también perfiles denominados WW, equivalentes a los perfiles W pesados, estos son fabricados por medio de soldaduras longitudinales continuas que unen tres segmentos de placa. También pueden hacerse perfiles combinados por medio de un miembro W con cubreplacas o un perfil I (viga estándar) y dos perfiles canal. Este último puede ser deseable para un miembro muy largo que no soporte cargas grandes, en donde la sección transversal debe ser extendida tanto como sea posible para reducir la relación de esbeltez $\left(\frac{l}{r}\right)$.

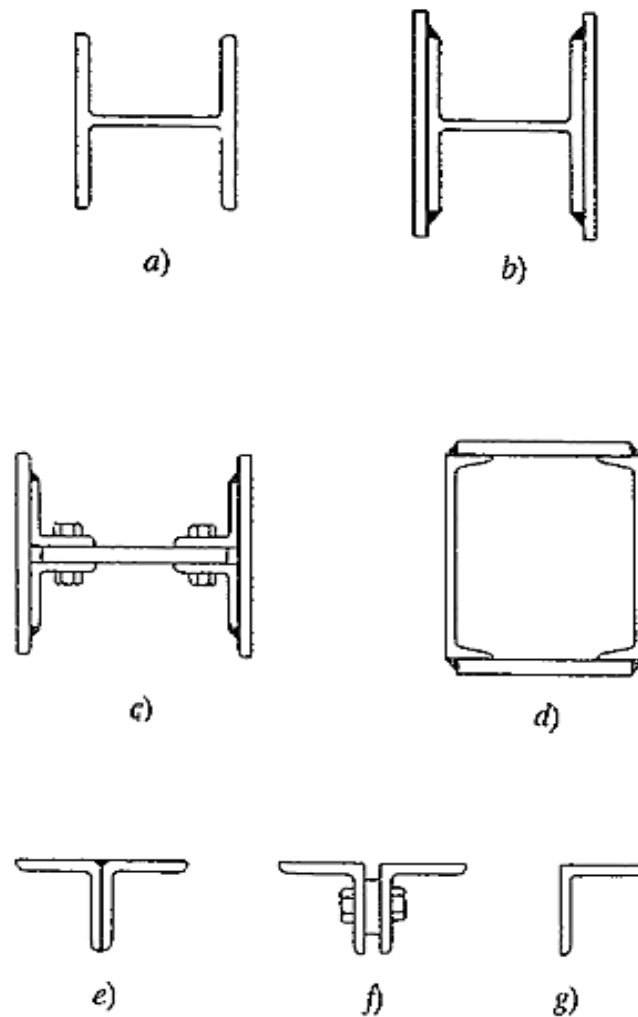


Fig. 1.E Secciones de columnas y puntales.

En el inciso a) de la *figura 1.E* se ilustra una columna de tipo W laminada, y en b) la misma sección reforzada con placas de patín. Las columnas compuestas de ángulos, placas y canales que se muestran en c) y d), pueden ser soldadas, atornilladas o remachadas. En los incisos e), f) y g) se muestran secciones de ángulos que se usan como puntales.



Fig. 1.F En la figura se muestra una columna de perfil tipo W.

g. Columnas en celosía, con placas de unión o con cubreplacas perforadas.

En situaciones cuando se necesiten columnas muy largas, será necesario ampliar la sección transversal hasta un punto que hace económica una columna en celosía con en la *fig. 1.G* inciso a). En la actualidad estos perfiles se utilizan por ejemplo en las plumas de las grúas o en las torres de radio y televisión; en estas aplicaciones los miembros de cuatro ángulos y las barras de celosía pueden ser sustituidas por barras sólidas, que ayudan a reducir las cargas de viento y hielo en los miembros expuestos.

Las barras de celosía no cumplen con la función de soporte de cargas en la columna, a continuación, se citan las funciones que cumplen:

- i. Mantienen en posición los componentes de la columna en celosía para conservar la forma de la sección transversal de la columna. En este caso se debe proveer en forma intermitente un arriostramiento cruzado en un plano normal al eje de la columna.
- ii. La celosía se encarga de proporcionar soporte lateral a los segmentos componentes de la columna en cada uno de los puntos de conexión. La relación $\left(\frac{l_0}{r_0}\right)$ de cada ángulo individual entre los puntos de soporte, debe ser menor que la relación general $\left(\frac{l}{r}\right)$ del miembro completo. El ángulo r_0 del ángulo individual debe ser el menor valor de acuerdo a las tablas que se tabulan en el Manual de Construcción en Acero (Páginas 44-51 IMCA).
- iii. La celosía actúa como un remplazo del alma para resistir el cortante y permitir la transferencia correspondiente de las variaciones longitudinales de esfuerzos en los elementos longitudinales componentes. En las columnas cargadas axialmente, la fuerza cortante surge de una excentricidad accidental en el extremo cargado y por la curvatura del miembro sujeto a la carga., el cortante de diseño resultante se toma como 2% de la carga axial en el miembro. Este tipo de barras pueden ser

diseñadas como miembros secundarios, pero deben de actuar a tensión o compresión y deben ser diseñadas para las dos condiciones de carga.

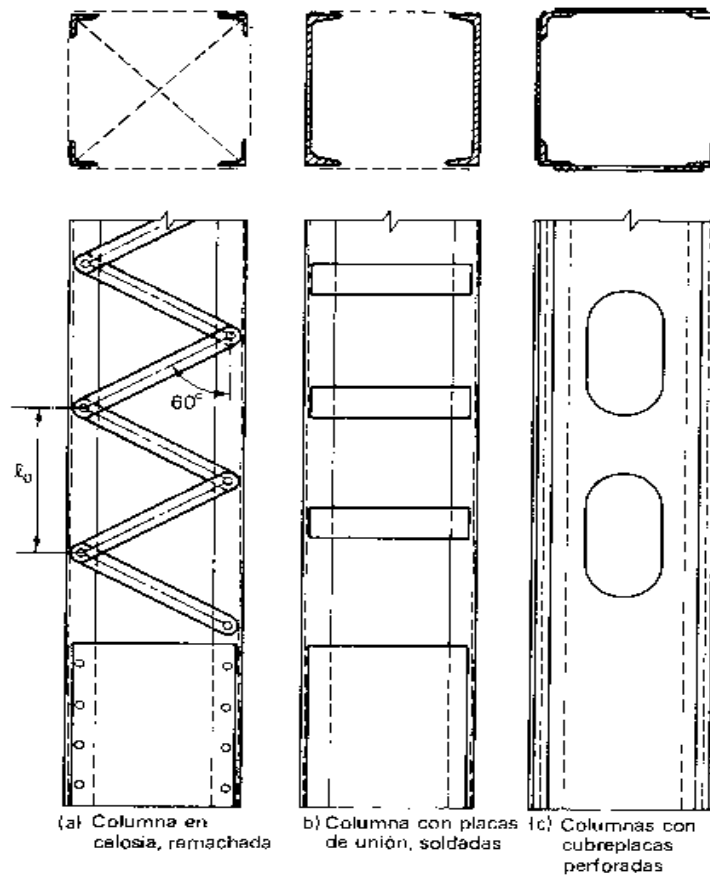


Fig. 1.G Tipos de columnas en celosía con cubreplacas.

Las columnas con placas de unión presentan problemas de diseño al igual que las columnas de celosía, pero este tipo de placas de unión resisten el cortante por la acción menos eficaz y más compleja de marco continuo. Las placas de unión en los extremos son de suma importancia, ya que se encargan de distribuir las cargas aplicadas a los extremos. En columnas con pocas placas de unión se pueden añadir materialmente a la resistencia general de la columna.

Las columnas con cubreplacas perforadas son utilizadas principalmente en la construcción de puentes. Pueden resistir la inclusión de la sección neta de las placas en el área de la columna y son mayormente resistentes al cortante. Las perforaciones que presentan son por motivos de drenaje en los lugares expuestos y proporcionan acceso para limpiar y pintar las superficies interiores.

1.3.2 Propiedades geométricas de los perfiles

Las propiedades geométricas de los perfiles pueden obtenerse de las tablas que suministran los fabricantes. Los perfiles W o similares, los perfiles WT y las canales suelen denominarse con dos números; el primero indica su altura y el segundo su peso por unidad de longitud. Por ejemplo, la designación del AISC (Manual de construcción en acero) W 10 X 45 indica que se trata de un perfil W de altura aproximada 10" y de peso 45 lb/ft. Las dimensiones de las diferentes partes de una sección WT se indican en la *figura 1.H*, junto con los símbolos que las designan.

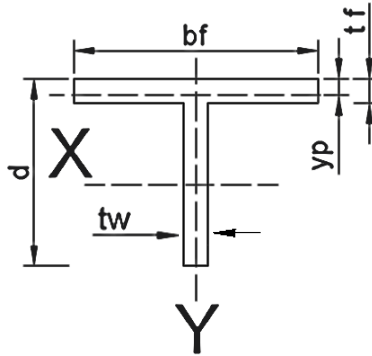


Fig. 1.H Perfil tipo WT o T.

$b_f =$ Ancho del patín

$t_f =$ Espesor del patín

$d =$ Altura del perfil

$t_w =$ Espesor del alma

$y_p =$ Eje de áreas iguales

$y =$ Eje neutro

1.4 Relaciones ancho-espesor

Las limitaciones ancho-espesor se establecen para asegurar que el diseño por esfuerzos permisibles se regirá por el pandeo general de la columna y no por el pandeo local. Cuando no se excedan las limitaciones, se puede considerar efectiva la sección transversal total de la columna. Los límites del ancho-espesor se establecen bajo: elementos atiesados y elementos no atiesados (ver *fig. 1.I*).

Para las relaciones iguales de ancho-espesor, un elemento atiesado es mucho más efectivo que uno no atiesado y se permiten límites mucho más grandes para el elemento atiesado. A medida que se incrementa el esfuerzo de fluencia, se requiere un elemento más robusto para evitar un pandeo local prematuro bajo el esfuerzo permisible incrementado.

Cuando un miembro de paredes delgadas cumple un papel doble como columna y separador, es mejor exceder los límites de ancho-espesor. Esos miembros se pueden utilizar siempre y cuando se emplee un ancho efectivo reducido y/o un esfuerzo permisible reducido (ver Sección 1.9 Manual de Construcción en Acero IMCA).

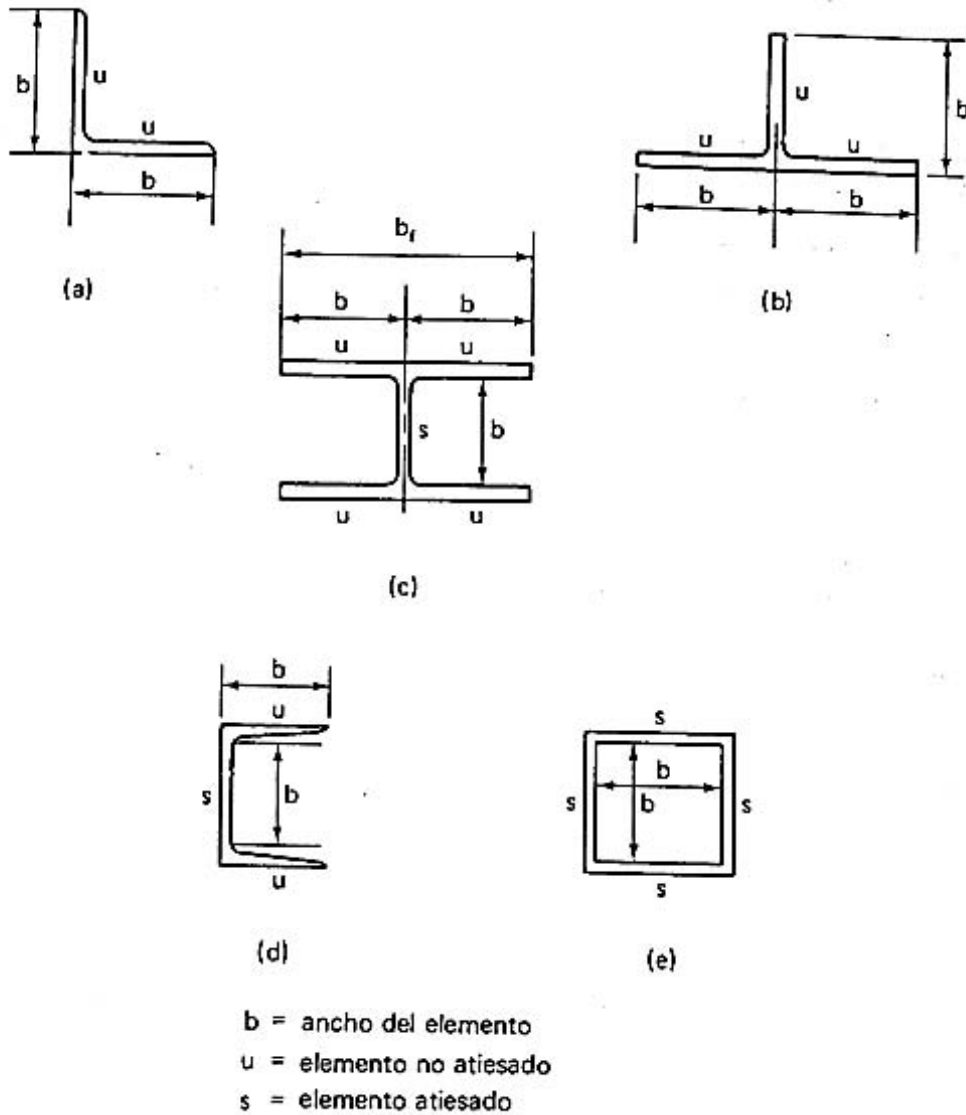


Fig. 1.1 Elementos atiesados y no atiesados de perfiles estructurales como se definen para las limitaciones ancho-espesor del AISC (Sección 1.9).

1.5 Placas base de columnas y empalmes

Las columnas sobre zapatas deben tener placas base para distribuir la carga a la mampostería dentro de la capacidad de apoyo permisible del concreto. Las presiones permisibles en la mampostería están especificadas en el AISC sección 1.5 y 1.5.5. Hay que tomar en cuenta que, para columnas muy pesadas en edificios altos, las placas base individuales pueden no ser suficientes y puede requerir un sistema de emparrillado.

1.6 Esfuerzos permisibles

1.6.1 Esfuerzos permisibles en compresión

En la sección total de miembros cargados en compresión axial, cuya sección transversal cumple con las disposiciones de la Sección 1.9 (Manual IMCA), cuando Kl/r , la mayor relación de esbeltez efectiva de cualquier segmento no arriostrado como se define en la Sección 1.8 (Manual IMCA), es menor que C_c :

$$F_a = \frac{\left[1 - \frac{(Kl/r)^2}{2C_c^2}\right] F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(Kl/r)}{8C_c} - \frac{(Kl/r)^3}{8C_c^3}} \dots\dots\dots 1.01$$

En donde:

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} \dots\dots\dots 1.02$$

En la sección total de miembros en compresión axial, cuando Kl/r excede C_c :

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23(Kl/r)^2}$$

En la sección total de arriostramientos y en miembros secundarios cargados axialmente cuando l/r excede 120 (en este caso $K = 1$):

$$F_{as} = \frac{F_a [\text{según fórmula 1.01 ó 1.02}]}{1.6 - \frac{l}{200r}}$$

En el área total de atiesadores de trabes armadas de alma llena:

$$F_a = 0.60F_y$$

En el alma de perfiles laminados, al pie de la unión alma-patín (pandeo del alma debido a cargas concentradas, ver Sección 1.10.10 (Manual IMCA):

$$F_a = 0.75F_y$$

1.6.2 Esfuerzos permisibles en flexión

- a. Los elementos con tensión y compresión en las fibras extremas de miembros compactos, laminados en caliente o armados (excepto vigas híbridas), cargados en el plano de su eje menor, simétricos con respecto a dicho eje, y que cumplan con los requisitos de esta sección serán calculados mediante:

$$F_b = 0.66F_y$$

Para que un miembro se califique bajo esta sección, debe cumplir con lo siguiente:

- i. Los patines deben estar unidos continuamente al alma o almas.
- ii. La relación ancho-espesor de los elementos no atiesados del patín en compresión, como se define en la sección 1.9.1.1 (Manual IMCA), no excederá de:

$$545/\sqrt{F_y}$$

- iii. La relación ancho-espesor de elementos atiesados del patín en compresión, como se define en la Sección 1.9.2.1 (Manual IMCA), no excederá de:

$$1590/\sqrt{F_y}$$

- iv. La relación peralte-espesor del alma o almas no excederá el valor dado por las fórmulas que se describen a continuación según sea aplicable:

$$d/t = \frac{5370}{\sqrt{F_y}} \left(1 - 3.74 \frac{f_a}{F_y} \right) \quad \text{Cuando } f_a/F_y \leq 0.16$$

$$d/t = 2150/\sqrt{F_y} \quad \text{Cuando } f_a/F_y > 0.16$$

- v. La longitud entre soportes laterales del patín en compresión de miembros que no sean circulares o miembros en cajón, no excederá del valor de:

$$\frac{637b_f}{\sqrt{F_y}} \quad \text{ni de} \quad \frac{1410000}{(d/A_f)F_y}$$

- vi. La longitud entre soportes laterales del patín en compresión de miembros de cajón de sección transversal rectangular, cuyo peralte no es mayor de seis veces

el ancho y cuyo espesor del patín no es mayor de dos veces el espesor del ama, no debe exceder el valor de:

$$\left(137000 + 84400 \frac{M_1}{M_2}\right) \frac{b}{F_y}$$

Excepto que ésta no necesita ser menor que:

$$84400(b/F_y)$$

- vii. La relación diámetro-espesor de secciones circulares huecas no exceda de:

$$232000/F_y$$

Excepto para vigas híbridas, las vigas (incluyendo los miembros diseñados con base en la acción compuesta) que satisfagan los requisitos de los incisos anteriores, y sean continuos sobre apoyos o estén rígidamente conectados a columnas por medio de remaches, tornillos de alta resistencia o soldaduras, podrán ser diseñados para 9/10 de los momentos negativos producidos por cargas gravitacionales, los que son máximos en los puntos de apoyo, siempre que para tales miembros el momento máximo positivo sea incrementado en 1/10 del promedio de los momentos negativos. Esta reducción no aplica en momentos generados por cargas aplicadas en voladizos. Si el momento negativo es resistido por una columna conectada a una viga de manera rígida, la reducción de 1/10 podrá ser utilizada en el diseño de la columna para la combinación de carga axial y flexión, siempre que el esfuerzo f_a no exceda $0.15 F_a$ debido a cualquier carga axial concurrente sobre el miembro.

- b. Los miembros que cumplan con el apartado a., salvo que $b_f/2t_f$ exceda $545/\sqrt{F_y}$, pero menor de $797/\sqrt{F_y}$, podrán ser diseñados sobre la base de un esfuerzo de flexión permisible (a excepción de vigas híbridas):

$$F_b = F_y \left[0.79 - 0.000239 \left(\frac{b_f}{2t_f} \right) \sqrt{F_y} \right]$$

- c. Elementos con tensión y compresión en las fibras extremas de miembros I o H , doblemente simétricos, que cumplan los requisitos mencionados en los incisos i y ii, y estén flexionados con respecto a su eje menor; así como barras sólidas cuadradas y redondas; secciones sólidas rectangulares flexionadas con respecto a su eje menor:

$$F_b = 0.75F_y$$

Los miembros I y H , doblemente simétricos, flexionados con respecto a su eje de menor resistencia (excepto vigas híbridas), que cumplan con el inciso i, salvo que $b_f/2t_f$ exceda $545/\sqrt{F_y}$, pero que sea menor de $797/\sqrt{F_y}$, podrán ser diseñados con base en su esfuerzo permisible de flexión:

$$F_b = F_y \left[1.075 - 0.000596 \left(\frac{b_f}{2t_f} \right) \sqrt{F_y} \right]$$

Las secciones tubulares rectangulares flexionadas con respecto a su eje de menor resistencia, y que cumplan con los requisitos mencionados en los incisos i, iii y iv podrán ser diseñados con base en un esfuerzo permisible de flexión.

$$F_b = 0.66F_y$$

- d. Los elementos en tensión y compresión en las fibras extremas de miembros en cajón a flexión, cuyo patín en compresión o la relación ancho-espesor del alma no cumplan con los incisos mencionados en esta sección, pero que esté conforme con los requisitos de la Sección 1.9 Manual IMCA:

$$F_b = 0.60F_y$$

Para una sección en cajón, el pandeo lateral por torsión no necesita ser investigado cuando su peralte sea menor de seis veces su ancho. Los requisitos de soporte lateral para secciones en cajón con relación peralte-ancho mayor, deben ser determinados por un análisis especial.

En las fibras extremas de miembros a flexión que no se encuentren dentro de los incisos a., b., c. o d. arriba descritos:

1. Tensión:

$$F_b = 0.60F_y$$

2. Compresión:

- a. Para miembros que cumplan los requisitos de la Sección 1.9.1.2 Manual IMCA, que tengan un eje de simetría en el plano del alma y que estén cargados en el plano de ésta y compresión en las fibras extremas de perfiles CE flexionados con respecto a su eje mayor: el mayor de los valores calculados con la fórmula para zona plástica, para la zona elástica o la fórmula de torsión, según sea el caso.

Cuando:

$$\sqrt{\frac{717 \times 10^4 C_b}{F_y}} \leq \frac{l}{r_T} \leq \sqrt{\frac{3590 \times 10^4 C_b}{F_y}}$$

Entonces en la zona plástica se calcula:

$$F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{F_y (l/r_T)^2}{1080 \times 10^5 C_b} \right] F_y$$

Cuando:

$$l/r_T \geq \sqrt{\frac{3590 \times 10^4 C_b}{F_y}}$$

Entonces para la zona elástica queda:

$$F_b = \frac{120 \times 10^5 C_b}{(l/r_T)^2}$$

Cuando el patín en compresión sea sólido y aproximadamente rectangular en la sección transversal y su área no sea menor que la del patín en tensión (fórmula de torsión):

$$F_b = \frac{844 \times 10^3 C_b}{ld/A_f}$$

En estas tres ecuaciones:

l = distancia entre secciones transversales arriostradas, para evitar el giro o desplazamiento lateral del patín en compresión. Para vigas en voladizo o arriostradas para evitar el giro sólo en el apoyo, l puede ser tomada conservadoramente como su longitud real, en cm.

r_T = radio de giro de una sección que comprende el patín en compresión más un tercio del área del alma en compresión tomada con respecto a un eje en el plano del alma, en cm.

A_f = área del patín en compresión, en cm².

$C_b = 1.75 + 1.05(M_1/M_2) + 0.3(M_1/M_2)^2$, pero no mayores de 2.3 donde M_1 es menor y M_2 el mayor de los momentos de flexión en los extremos de la longitud no arriostrada, tomados respecto al eje mayor del miembro, y esta relación M_1/M_2 , es positiva cuando M_1 y M_2 tienen el mismo signo (flexión con curvatura doble), y negativa cuando estos tienen signos opuestos (flexión con curvatura simple). Cuando el momento de flexión en cualquier punto de la longitud no arriostrada, es mayor que en cualquiera de los extremos, el valor de C_b se tomará

como la unidad. Cuando se calcule F_{bx} y F_{by} para usarse en la fórmula de esfuerzos combinados, C_b puede calcularse por la fórmula planteada anteriormente para marcos propensos a traslación de juntas, y se tomará como la unidad para marcos arriostrados que eviten la traslación de las juntas. C_b podrá tomarse conservadoramente como la unidad para vigas en voladizo.

Para vigas híbridas, F_y para las fórmulas de zona plástica y elástica es el esfuerzo de fluencia del patín en compresión. La fórmula de torsión no es aplicable para este tipo de vigas.

- b. Para miembros que cumplan los requisitos de la Sección 1.9.1.2 del manual IMCA, pero no incluidos en a., b., c. o d. arriba descritos:

$$F_b = 0.60F_y$$

Siempre que las secciones flexionadas con respecto a su eje de mayor resistencia estén arriostradas lateralmente en la región del esfuerzo de compresión, a intervalos no mayores de:

$$637b_f / \sqrt{F_y}$$

CAPITULO II

COLUMNAS COMO ELEMENTOS ESTRUCTURALES

En el pasado, el término columna se refería únicamente a miembros a compresión rectos y verticales, como aquellos elementos que se encuentran en templos egipcios, griegos o romanos, que fueron construidos con segmentos de roca o mármol labrados a mano. Actualmente una columna no es erecta y vertical, por lo que columna se le denomina a aquel elemento estructural de eje recto y sección prismática, que se colocan normalmente en posición vertical o en diagonal y que soportan las cargas verticales y accidentales (sismo, principalmente) en una estructura de un edificio, constituida por una familia de marcos ortogonales

Para fines de diseño, se define la columna cargada axialmente como aquella que transmite una fuerza de compresión cuya resultante en cada extremo coincide aproximadamente con el eje centroidal longitudinal del miembro. Aunque no existen cargas de diseño que produzcan momento flexionante, puede haber momentos debido a imperfecciones iniciales, curvatura accidental o una excentricidad no intencional en el extremo. Esos momentos flexionantes accidentales reducen la resistencia del miembro, pero se supone que son tomadas en cuenta en la fórmula de diseño con un factor de seguridad apropiado.

La falla de una columna implica el fenómeno de pandeo, durante el cual un miembro experimenta deflexiones de características totalmente diferentes a las asociadas con la carga inicial. En esta forma, cuando una columna cargada axialmente se carga por primera vez, sencillamente se acorta o comprime en la dirección de la carga. Pero cuando se alcanza una carga de pandeo, la deformación de acortamiento se detiene y se presenta una deformación repentina lateral y/o un torcimiento en una dirección perpendicular al eje de la columna, lo que limita la capacidad por carga axial.

La resistencia de un miembro a tensión es independiente de su longitud, mientras que en una columna tanto la resistencia como el modo de falla dependen mucho de su longitud. Una columna muy corta y compacta fabricada con cualquiera de los metales comunes desarrollará aproximadamente la misma resistencia en compresión que en tensión. Pero si la columna es larga, fallará a una carga que es proporcional a la rigidez flexionante del miembro, EI , e independiente de la resistencia del material.

Las columnas son los elementos estructurales rígidos, relativamente delgados diseñados principalmente para soportar cargas de compresión axial aplicada en los extremos de los miembros. Las columnas relativamente cortas y anchas, están sujetas a una falla por aplastamiento en lugar de pandeo. La falla ocurre cuando la tensión directa de una carga axial es superior a la resistencia a la compresión del material disponible en la sección transversal. Una carga excéntrica sin embargo, puede producir flexión y dar lugar a una distribución de la tensión desigual en la sección.

En cambio, las columnas largas y delgadas están sujetas a una falla por pandeo en lugar de aplastamiento, el pandeo es la inestabilidad lateral o torsión repentina de un miembro estructural delgado inducida por la acción de una carga axial antes de que se alcance el límite elástico del material.

Bajo una carga de pandeo, una columna comienza a pandearse lateralmente y no puede generar las fuerzas internas necesarias para restaurar su estado original, lineal. Cualquier carga adicional causará un desvío en la columna aún más hasta que se produzca colapso por flexión. Cuanto mayor sea la relación de esbeltez de una columna, menor es la tensión crítica que la hará llegar al pandeo. El objetivo principal en el diseño de una columna es entonces reducir su radio de esbeltez acortando su longitud efectiva o maximizando el radio de giro de su sección transversal.

Las columnas intermedias tienen una manera de falla entre la de una columna corta y una larga, generalmente en la zona inelástica por aplastamiento y en la zona elástica por pandeo.

2.1 Columnas como elementos estructurales

Las columnas reales no son elementos aislados (salvo algunas excepciones) sino que están ligadas con otros elementos estructurales, por esto, su comportamiento depende de la estructura en conjunto; tampoco están sometidas a compresión pura, pero un estudio de la columna aislada cargada axialmente constituye un antecedente necesario para el análisis de la misma columna como un elemento de una estructura reticular.

El equilibrio entre las fuerzas exteriores e interiores, en problemas de diseño estructural, es estable para cualquier valor de las cargas mientras no se presenten facturas, de manera que pequeños aumentos en las magnitudes de esas cargas no ocasionan incrementos desproporcionados de las deformaciones; los cálculos pueden basarse en la forma y las dimensiones iniciales de la estructura y es aplicable el principio de superposición de causas y efectos. Utilizando métodos elásticos, el diseño consiste en dimensionar la estructura de manera que los esfuerzos máximos no sobrepasen cierto valor que es generalmente un porcentaje del esfuerzo de fluencia.

No es este el caso cuando el elemento estructural es una columna esbelta ya que el diseño no puede basarse entonces en el cálculo de esfuerzos, sino en la investigación del estado de equilibrio entre las cargas exteriores y la respuesta interna de la columna el que, eventualmente, puede llegar a ser inestable, para valores quizá reducidos de los esfuerzos; la resistencia de una pieza comprimida no depende de la magnitud de los esfuerzos sino de las condiciones que originan el equilibrio inestable, caracterizado por incrementos muy grandes de las deformaciones correspondientes a pequeños aumentos de las cargas. (La característica fundamental del fenómeno de pandeo es la pérdida repentina de resistencia que acompaña a la aparición de fuertes deformaciones, independientemente de que los esfuerzos hayan o no llegado al punto de fluencia en el instante en que comienza el pandeo; iniciando éste, los desplazamientos laterales hacen que los esfuerzos crezcan rápidamente y se entre pronto en el intervalo inelástico, de manera que la falla se presenta siempre en este intervalo).

En 1744 Euler propone una solución al problema de la determinación de la resistencia de las columnas comprimidas aisladas, cargadas dentro del intervalo elástico, esta solución es correcta para los casos en los que las columnas fallan por pandeo debido a la flexión en uno de sus planos principales de inercia, bajo esfuerzos de compresión menores que el límite de proporcionalidad

del material del que están compuestas pero sus resultados no fueron aceptados, así en 1845, Lamarle establece el límite de proporcionalidad como límite de aplicación de la fórmula de Euler.

La falta de una teoría que permitiera evaluar con precisión la resistencia de las columnas provoca el empleo de fórmulas empíricas para el diseño; algunas de las cuales se utilizan actualmente y son la base de empleo de algunos métodos y reglamentos de diseño.

El empleo de aceros de alta resistencia y de otros materiales como el aluminio, así como la utilización de nuevas formas constructivas, han hecho que las estructuras modernas estén generalmente formadas por elementos muy esbeltos, en los que los fenómenos de inestabilidad adquieren una importancia fundamental que hace aumentar la trascendencia del problema del pandeo de columnas, que pueden considerarse como la base para el estudio de todos los problemas de inestabilidad.

2.2 Nociones de inestabilidad

2.2.1 Modelo con un grado de libertad

Este tipo de modelos está compuesto por dos barras rígidas de ejes rectos colineales unidas entre sí por medio de una articulación y un resorte de rigidez K ; en el extremo inferior está articulado y las condiciones de apoyo del superior permiten libremente sus giros y desplazamientos a lo largo del eje, pero no los perpendiculares a él.

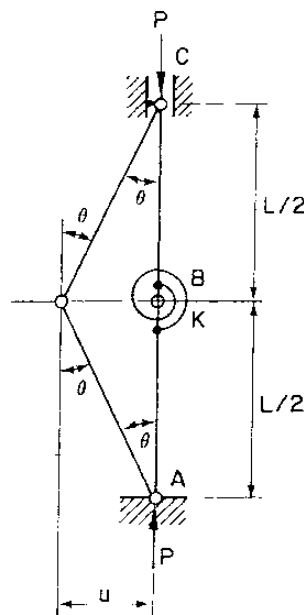


Fig. 2.A Modelo de columna con un grado de libertad.

Si los ejes de las barras AB y BC son colineales y las líneas de acción de las fuerzas P coinciden con ellos el sistema puede estar en equilibrio cualquiera que sea la intensidad de esas fuerzas. Es

indispensable conocer si el sistema se encuentra en equilibrio o no y se determina sacándolo de la posición que ocupa por medio de un agente exterior que le obligue a adoptar una configuración infinitamente cercana a ella y viendo lo que sucede al suprimirlo: si el sistema recupera su configuración original, el equilibrio es estable; si se aparta de ella cada vez más, inestable, y si se queda en la posición que se le obligó a ocupar, sin regresar a la original ni separarse más, independiente. En la figura anterior aplicamos este criterio obligando a la articulación central B a desplazarse una distancia pequeña u hacia uno u otro lado con lo que las fuerzas P , que se conservan verticales, dejan de estar aplicadas a lo largo del eje y producen momentos flexionantes en las diversas secciones transversales; además, en el resorte aparece un momento igual al producto de su rigidez por el ángulo total de giro $K \cdot 2\theta$.

Igualando el momento exterior en el punto medio con el interno en el resorte se obtiene la ecuación de equilibrio de la columna en la configuración ligeramente deformada:

$$Pu = 2K\theta, \quad Pu - 2K\theta = 0 \quad \dots\dots\dots 2.01$$

Donde:

Pu = Representación de la tendencia de las fuerzas exteriores a aumentar la deformación del sistema; es función simultanea de la magnitud de la perturbación y de la intensidad de esas fuerzas (esto es, en una columna dada provista de un resorte de rigidez K conocida, el equilibrio es estable, inestable, o indiferente, según sea la magnitud de las fuerzas exteriores P).

$2K\theta$ = es el momento con el que se opone el resorte al desplazamiento y depende exclusivamente de la magnitud de la perturbación exterior, para un valor dado de la constante de resorte K .

Si $Pu < 2K\theta$ el equilibrio es estable, ya que el resorte obliga a la columna a regresar a la posición inicial, una vez suprimido el agente exterior que originó el desplazamiento lateral de B ; en cambio si Pu es mayor que $2K\theta$ la tendencia a aumentar la deformación de la columna es también mayor que la oposición que presenta el resorte, de manera que aumenta el desplazamiento lateral de B , lo que es una característica del equilibrio inestable. Por último, cuando se satisface la ecuación anterior el equilibrio es indiferente y, al menos en teoría, son posibles configuraciones en equilibrio rectas o ligeramente deformadas.

La condición de equilibrio indiferente separa el estable del inestable; la *ecuación 2.01* se satisface únicamente cuando la columna está en ese estado, ya que sólo en ese caso puede haber configuraciones deformadas en equilibrio después de eliminar el agente exterior.

- a. Desplazamientos pequeños.

Si el desplazamiento u de la articulación es pequeño puede escribirse $u = \theta L/2$, por lo que la ecuación se convierte en:

$$P\theta \frac{L}{2} - 2K\theta = 0,$$

$$\theta \left(P \frac{L}{2} - 2K \right) = 0 \quad \dots\dots\dots 2.02$$

Existen dos posibilidades para que se satisfaga esta ecuación:

- a. $\theta = 0 \therefore u = 0$ esto es que la columna puede permanecer recta cualquiera que sea el valor de P .
- b. $P \frac{L}{2} - 2K = 0 \therefore P = \frac{4K}{L} = P_{cr}$ esta solución indica que cuando P alcanza un valor determinado $4K/L$, es posible un estado de equilibrio con una configuración ligeramente deformada; es decir, cuando la carga vale $4K/L$ puede presentarse un número infinito de configuraciones de equilibrio, una recta y las demás ligeramente deformadas.

El fenómeno correspondiente al estado de equilibrio indiferente y que consiste en la existencia de dos o más posibles configuraciones para una misma carga, es conocido como bifurcación del equilibrio, esta es una característica de los fenómenos de pandeo; la carga que lo ocasiona es la carga crítica del sistema P_{cr} .

El desplazamiento u producido por la carga crítica es indeterminado puesto que la ecuación 2.02 se satisface para cualquier θ , y u es función de θ y de la longitud de la columna.

- b. Desplazamientos grandes.

La suposición de que $u = \theta L/2$ en la ecuación 2.02, describe el fenómeno en el instante en que se inician los desplazamientos laterales de B (en el instante en que se inicia el pandeo), pero deja de ser aplicable cuando esos desplazamientos y los ángulos θ adquieren valores grandes.

A partir de la ecuación de equilibrio (ecuación 2.01), se sustituye $u = (L/2) \sin \theta$:

$$P \frac{L}{2} \sin \theta - 2K\theta = 0$$

La ecuación anterior se satisface si $\theta = 0$ o si:

$$P = \frac{4K\theta}{L \sin \theta} = P_{cr} \frac{\theta}{\sin \theta} \quad \dots\dots\dots 2.03$$

θ es un ángulo muy pequeño cuando se inicia el pandeo, por lo que puede considerarse que $\theta = \sin \theta$, de la ecuación 2.03 se obtiene $P = 4K/L = P_{cr}$, que es el resultado al que se llegó al considerar desplazamientos pequeños. Para ángulos θ crecientes $\sin \theta < \theta$, luego $\theta/\sin \theta > 1$ y la carga se hace mayor que P_{cr} de donde se concluye que esta no es carga máxima que puede soportar la columna; sin embargo, el aumento en resistencia por encima de P_{cr} es muy reducido y tiene poca importancia.

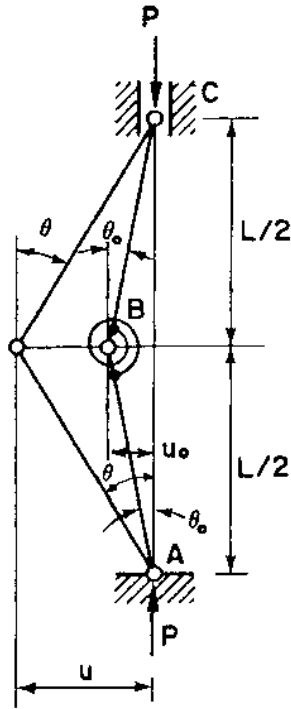


Fig. 2.B Modelo de columna con imperfecciones iniciales

Al suprimir las simplificaciones propias de valores pequeños los desplazamientos dejan de ser indeterminados; la ecuación 2.03 permite calcular el ángulo θ para distintas relaciones P/P_{cr} .

i. Imperfecciones iniciales.

Las columnas rectas y con carga aplicada a lo largo de su eje es una idealización de las columnas reales, en las que siempre hay curvaturas iniciales en el eje y excentricidades en la carga.

En la figura 2.A podemos suponer que el tramo AB y BC no son colineales inicialmente, más bien que el punto B está situado a una distancia u_0 fuera de la recta que une los extremos A y C como se muestra en la figura 2.B.

De acuerdo a que la rotación total de la articulación centra disminuye en $2\theta_0$ respecto a la pieza recta, la ecuación de equilibrio ahora es:

$$Pu = 2K\theta, \quad Pu - 2K\theta = 0 \quad \dots\dots\dots 2.04$$

Si solo se consideran desplazamientos pequeños $u = (\theta L/2)$ se obtiene que:

$$\frac{P\theta L}{2} - 2K\theta + 2K\theta_0 = 0$$

$$\therefore \theta \left(\frac{PL}{2} - 2K \right) + 2K\theta_0 = 0 \quad \dots\dots\dots 2.05$$

A diferencia de los casos anteriores en que la columna era recta inicialmente, $\theta = 0$ no es una solución de la ecuación de equilibrio, cuya única raíz se obtiene despejando a P :

$$P = \frac{4(K\theta - K\theta_0)}{\theta L} = \frac{4K}{L} \left(1 - \frac{\theta_0}{\theta} \right) = P_{cr} \left(1 - \frac{\theta_0}{\theta} \right) \quad \dots\dots\dots 2.06$$

En esta ecuación θ puede obtenerse en función del ángulo inicial θ_0 de P y de P_{cr} :

$$\theta = \theta_0 \frac{1}{1 - P/P_{cr}} \quad \dots\dots\dots 2.07$$

Donde:

$P_{cr} = 4K/L$ es la carga crítica de la columna sin imperfecciones iniciales.

En este caso, no se presenta bifurcación del equilibrio, ya que los ángulos θ y los desplazamientos u incrementan al instante en que se aplica la carga, partiendo de sus valores iniciales en que se deben a la imperfección existente en el sistema; no existe el fenómeno de pandeo, aunque sigue presentándose inestabilidad, ya que al crecer P , tendiendo a P_{cr} , θ incrementa sin límite y tiende a valores infinitos, lo que es característica de la condición de inestabilidad.

En la *figura 2.C* se representan las curvas de carga-rotación esquemáticas de los tres casos estudiados; la curva 3 tiende asintóticamente hacia la 1 al crecer indefinidamente las rotaciones θ .

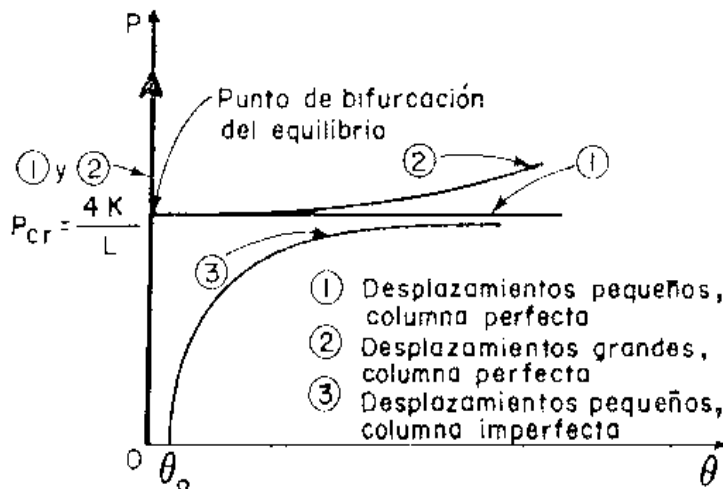


Fig. 2.C Curvas carga-rotación de columnas.

2.2.2 Modelo con dos grados de libertad.

El modelo planteado anteriormente tiene un solo grado de libertad, su condición quedará definida por un solo parámetro (desplazamiento u o el ángulo de rotación θ) en un instante cualquiera.

La *figura 2.D* está formada por tres tramos rígidos y ligados entre ellos por medio de articulaciones y resortes de rigideces K_1 y K_2 , tiene dos grados de libertad y son necesarios dos parámetros para definir su configuración deformada.

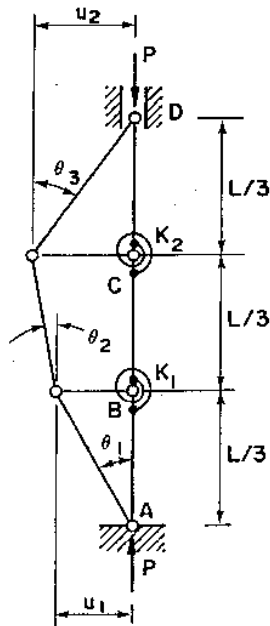


Fig. 2.D Modelo de columna con dos grados de libertad.

Las ecuaciones de equilibrio para la configuración deformada son:

$$Pu_2 - K_2(\theta_3 + \theta_2) = 0$$

$$Pu_1 - K_1(\theta_1 - \theta_2) = 0 \quad \dots\dots\dots 2.08$$

Si se suponen desplazamientos pequeños:

$$\begin{aligned} u_1 &= \theta_1 \frac{L}{3} \quad \therefore \quad \theta_1 = \frac{3u_1}{L} \\ u_2 &= \theta_3 \frac{L}{3} \quad \therefore \quad \theta_3 = \frac{3u_2}{L} \\ u_2 - u_1 &= \theta_2 \quad \therefore \quad \theta_2 = \frac{3}{L}(u_2 - u_1) \end{aligned}$$

Si se sustituyen estos valores en la *ecuación 2.08*:

$$Pu_2 - K_2 \left(\frac{6u_2}{L} - \frac{3u_1}{L} \right) = 0$$

$$Pu_1 - K_1 \left(\frac{6u_1}{L} - \frac{3u_2}{L} \right) = 0$$

Finalmente, las ecuaciones de equilibrio son:

$$\frac{3K_2}{L} u_1 + \left(P - \frac{6K_2}{L} \right) u_2 = 0$$

$$\left(P - \frac{6K_1}{L} \right) u_1 + \frac{3K_1}{L} u_2 = 0$$

.....2.09

Este sistema se satisface si $u_1 = u_2 = 0$, lo que significa que también en este caso es posible una configuración recta en equilibrio con cualquier valor de la carga P .

El determinante de los coeficientes de u_1 y u_2 , al que se da el nombre de “determinante característico”, tiene que ser nulo:

$$\begin{vmatrix} \frac{3K_2}{L} & P - \frac{6K_2}{L} \\ P - \frac{6K_1}{L} & \frac{3K_1}{L} \end{vmatrix} = 0$$

Si se desarrolla el determinante:

$$P^2 - \frac{6}{L}(K_1 + K_2)P + \frac{27K_1K_2}{L^2} = 0$$

.....2.10

Esta es conocida como la ecuación característica o condición de pandeo. Si las rigideces de los dos resortes son iguales y se hace $K_1 = K_2 = K$ la ecuación característica se reduce a:

$$P^2 - \frac{12K}{L}P + \frac{27K^2}{L^2} = 0$$

El sistema puede estar en equilibrio conservando su configuración recta inicial cualquiera que sea la magnitud de P , o con una configuración ligeramente deformada cuando la carga alcanza alguno de los valores característicos P_1 (carga crítica 1 $P_{cr1} = 3K/L$) ó P_2 (carga crítica 2 $P_{cr2} = 9K/L$).

Llevando a las ecuaciones de equilibrio 2.09 la condición $K_1 = K_2 = K$ se convierten en:

$$\frac{3K}{L}u_1 + \left(P - \frac{6K}{L}\right)u_2 = 0 \quad \dots\dots\dots 2.11$$

$$\left(P - \frac{6K}{L}\right)u_1 + \frac{3K}{L}u_2 = 0$$

Sustituyendo P por P_{cr_1} , las ecuaciones 2.11 se reducen a:

$$\frac{3K}{L}u_1 - \frac{3K}{L}u_2 = 0 \quad \dots\dots\dots 2.12$$

$$-\frac{3K}{L}u_1 + \frac{3K}{L}u_2 = 0$$

Si se sustituye P por P_{cr_2} , se obtiene que:

$$\frac{3K}{L}u_1 + \frac{3K}{L}u_2 = 0 \quad \dots\dots\dots 2.13$$

$$\frac{3K}{L}u_1 + \frac{3K}{L}u_2 = 0$$

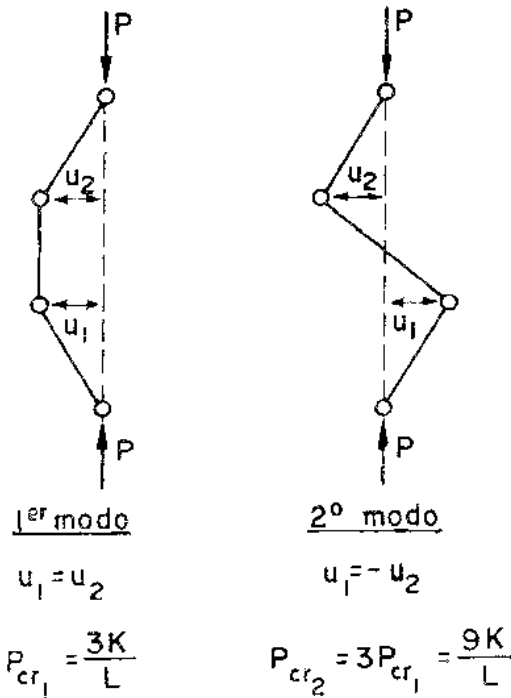


Fig. 2.E Modos de pandeo para columnas con dos grados de libertad.

Cuando se llevan cada una de las cargas críticas a la ecuación de equilibrio, éstas se transforman en dos ecuaciones linealmente dependientes de las que se pueden obtener los valores relativos de los desplazamientos u_1 y u_2 , pero no los absolutos; se conocen las configuraciones de los dos modos de pandeo presentados en la *fig. 2.E*, pero las magnitudes de los desplazamientos son indeterminadas, situación análoga a la que se presenta en el modelo de un grado de libertad.

De cualquiera de las *ecuaciones 2.12* $u_1 = u_2$, y de las *ecuaciones 2.13* $u_1 = -u_2$.

2.2.3 Comportamiento de columnas con diferentes longitudes.

En las columnas es posible describir su comportamiento por medio de las curvas de carga axial-deformación longitudinal y carga axial-deflexión lateral. En la *fig. 2.F* se muestran de manera esquemática el comportamiento y las curvas correspondientes, las cuales varían de acuerdo a la longitud de la columna. En esta figura se ha supuesto que el pandeo se presenta por flexión en uno de los planos principales de la columna, ignorando la posibilidad de que haya torsión alrededor del eje longitudinal).

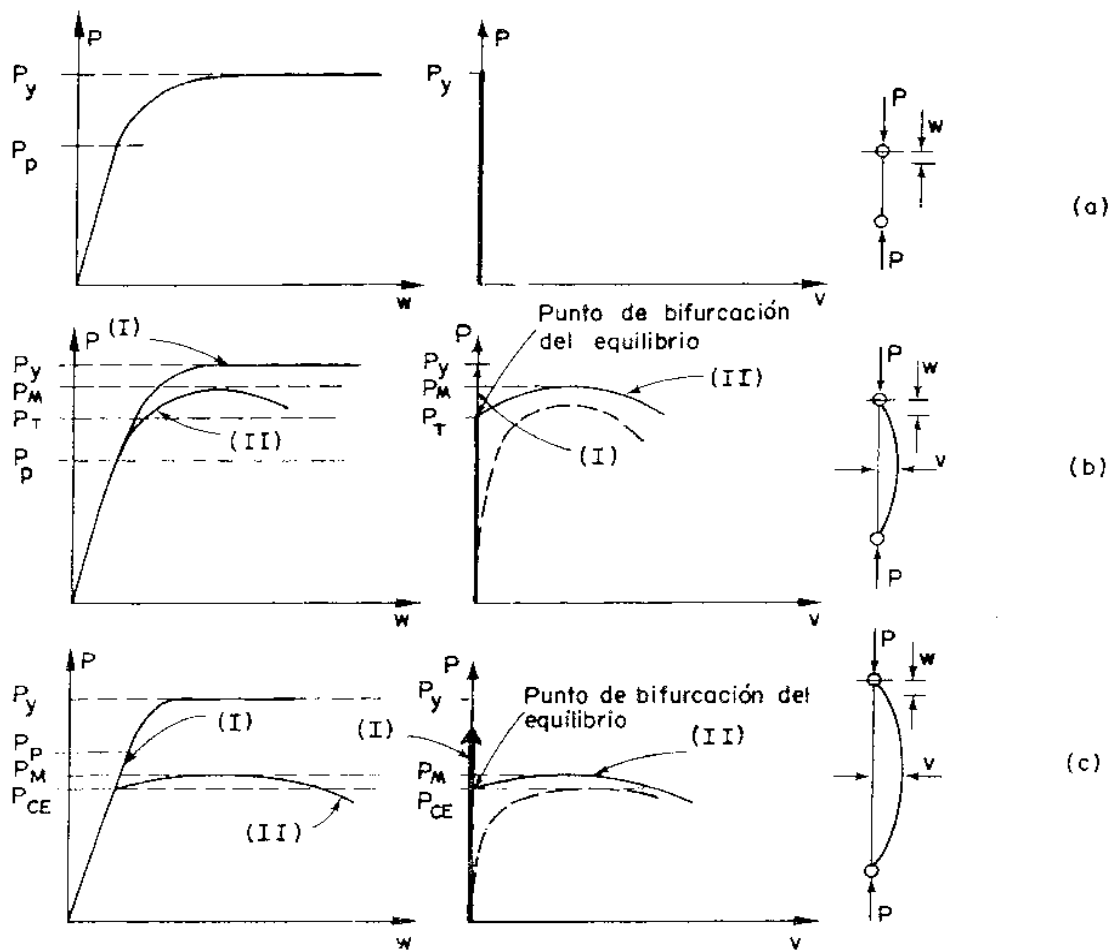


Fig. 2.F Comportamiento de columnas de diferentes longitudes.

- *Fig. 2.F(a)* Corresponde a una columna muy corta en la que el pandeo no se presenta y falla por aplastamiento cuando la carga alcanza un valor de fluencia $P_y = A\sigma_y$, donde A es el área de las secciones transversales (si la carga de aplastamiento sobrepasa $A\sigma_y$ el material de la columna entra al intervalo de endurecimiento por deformación). Los desplazamientos laterales v de los puntos del eje son nulos durante todo el proceso, y la curva $P - w$ es la gráfica carga axial-deformación longitudinal de un perfil completo, en la que se refleja la influencia de los esfuerzos residuales y de la variación del límite de fluencia en los distintos puntos del perfil.
- *Fig. 2.F(b)*, las curvas representan el comportamiento de una columna longitudinal intermedia en la que el pandeo se inicia cuando los esfuerzos normales han sobrepasado el límite de proporcionalidad, pero antes de que lleguen al punto de fluencia, es decir, en el intervalo inelástico.
- *Fig. 2.F(c)*, en las columnas largas, el pandeo sucede dentro del intervalo elástico; el fenómeno comienza a partir de esfuerzos menores que el correspondiente al límite de proporcionalidad y la carga crítica P_{CE} es menor que P_y . (Si la columna es suficientemente larga, la carga crítica de pandeo puede ser una fracción muy reducida de la fuerza que ocasionaría la plastificación total.)

Tanto las columnas intermedias como las largas pueden, en teoría, permanecer rectas o deformarse lateralmente cuando la carga llega al valor crítico; en el primer caso los desplazamientos longitudinales w se deben exclusivamente al acortamiento de la barra y no hay deflexiones laterales (curva I, *Fig. 2.F(b)* y *2.F(c)*), mientras que en el segundo (curvas II) la columna se deforma lateralmente, lo que ocasiona un rápido aumento de los desplazamientos w . La carga de colapso P_M , es un poco mayor que la de pandeo.

En las *figuras 2.F(b)* y *2.F(c)*, que corresponden a columnas intermedias y largas, se han dibujado con línea punteada las curvas carga axial-deflexión que se obtendrían si hubiese imperfecciones iniciales (las curvas trazadas con línea continua describen el comportamiento de columnas “perfectas”); en ese caso no hay pandeo propiamente dicho sino las deformaciones laterales, que se presentan desde que se inicia el proceso de carga, crecen primero lentamente y después de forma rápida, hasta que se produce la falla de la pieza.

2.2.4 Pandeo elástico.

El pandeo comienza cuando la carga alcanza el valor predicho por la teoría del módulo tangente P_t y la columna puede soportar un incremento adicional de carga, generalmente pequeño, pero sin llegar a P_y .

Si se toman las ecuaciones de equilibrio de una barra sometida exclusivamente a compresión axial y se aplican las condiciones $M_{Ax} = M_{Ay} = M_{Bx} = M_{By} = 0$, $P \neq 0$ se obtiene que:

$$B_x v'' + Pv = 0 \quad \dots\dots\dots 2.14$$

$$B_y u'' + Pu = 0 \quad \dots\dots\dots 2.15$$

$$R_\alpha \phi''' - (R_s + \bar{K})\phi' = 0 \quad \dots\dots\dots 2.16$$

Si se tiene que

$$\bar{K} = \int_A \sigma_z a^2 dA$$

y

$$\left(\sigma_z = -\frac{P}{A} + \frac{M_\xi y}{I_x} - \frac{M_\eta x}{I_y} + E\omega_p \phi'' \right)^*$$

**Nota: Los tres primeros términos en la derecha de la igualdad corresponden al esfuerzo normal producido por la fuerza axial y los momentos flexionantes, mientras que el cuarto término es el resultado de la resistencia por el alabeo de la sección.*

Y se sabe que $M_\xi = M_x + \phi M_y = -Pv + \phi Pu$, $M_\eta = M_y - \phi M_x = Pu - \phi Pv$ recordando que M_{Ax} , M_{Ay} , M_{Bx} , M_{By} son nulos. Los términos que contienen los productos de los desplazamientos $M_\xi = -Pv$, $M_\eta = Pu$ son despreciables, y el esfuerzo σ_z está dado, en este caso, por la expresión:

$$\sigma_z = -\frac{P}{A} - \frac{Pvy}{I_x} - \frac{Pux}{I_y} + E\omega_p \phi''$$

Además, si en $a^2 = x^2 + y^2$ se sustituyen valores, despreciando los términos en que aparecen productos de los desplazamientos lineales y angulares, queda:

$$\begin{aligned} \bar{K}\phi' &= \phi' \int_A \sigma_z a^2 dA \\ &= \phi' \int_A \left(-\frac{P}{A} - \frac{Pvy}{I_x} - \frac{Pux}{I_y} + E\omega_p \phi'' \right) (x^2 + y^2) dA \\ &= \phi' \int_A \left(-\frac{P}{A} \right) (x^2 + y^2) dA \end{aligned}$$

Entonces queda que:

$$\begin{aligned} \bar{K}\phi' &= \phi' \int_A \left(-\frac{P}{A} \right) (x^2 + y^2) dA \\ &= -\left(\frac{P}{A} \right) \phi' (I_x + I_y) \end{aligned}$$

$$= -P \frac{I_x + I_y}{A}$$

$$\bar{K} = -P\bar{r}_0^2$$

Donde:

$\bar{r}_0 = \sqrt{(I_x + I_y)/A}$ es el radio polar de giro de la sección.

Si se deriva respecto a z dos veces las ecuaciones 2.14 y 2.15 y una vez la ecuación 2.16:

$$B_x v^{IV} + P v'' = 0$$

$$B_x u^{IV} + P u'' = 0$$

$$R_a \phi^{IV} - (R_s + \bar{K}) \phi'' = 0$$

Si se sustituyen los valores B_x , B_y , R_a , R_s y \bar{K} por EI_x , EI_y , EC_a , GK_T y $-P\bar{r}_0^2$, las ecuaciones pasadas se convierten en:

$$v^{IV} + \frac{P}{EI_x} v'' = 0 \quad \dots\dots\dots 2.17$$

$$u^{IV} + \frac{P}{EI_y} u'' = 0 \quad \dots\dots\dots 2.18$$

$$\phi^{IV} + \frac{P\bar{r}_0^2 - GK_T}{EC_a} \phi'' = 0 \quad \dots\dots\dots 2.19$$

Las ecuaciones obtenidas en 2.17, 2.18 y 2.19 se presentan al someter una pieza a compresión axial exclusivamente y son independientes entre sí ya que solo aparece un solo desplazamiento lineal o angular, esto es, que una pieza comprimida doblemente simétrica puede mantenerse en equilibrio en la configuración deformada descrita por cualquiera de ellas; existen pues tres formas de pandeo independientes entre sí, ya que en cada una de las ecuaciones aparece una sola componente de desplazamiento, de manera que el pandeo se presenta por flexión, alrededor de cualquiera de los ejes principales de las secciones transversales, o por torsión, alrededor del eje longitudinal de la barra y tres cargas críticas que se calculan resolviendo cada una de las ecuaciones de equilibrio.

Las ecuaciones 2.17 y 2.18 corresponden a pandeo por flexión respecto a cada uno de los ejes principales y se obtienen aplicando la teoría de Euler, a excepción de la ecuación 2.19. En un problema dado, lo que interesa es conocer la menor de las tres que es la carga de Euler de pandeo por flexión alrededor del eje de menor momento de inercia o la de pandeo por torsión.

Cuando las secciones transversales de la columna no tienen ningún eje de simetría, las ecuaciones de equilibrio de la barra ligeramente deformada no son independientes entre sí. En cada una de

las dos primeras ecuaciones, correspondientes a flexión alrededor de uno de los ejes principales, aparecen el desplazamiento lineal u ó v y el angular ϕ , mientras que, en la tercera ecuación, obtenida al considerar momentos respecto al eje longitudinal, se presenta simultáneamente los tres desplazamientos u , v y ϕ , lo que indica que este tipo de columnas no se pandea nunca por flexión o torsión puras, sino por una combinación de ambas. Se demuestra entonces que siguen existiendo tres cargas críticas que pueden calcularse en función de las dos cargas de Euler P_{cr_x} y P_{cr_y} y de la de pandeo por torsión P_{cr_z} ; la menor de las tres cargas es conocida como carga crítica real y es siempre más pequeña que la menor de P_{cr_x} , P_{cr_y} y P_{cr_z} y la más grande es siempre mayor que cualquiera de ellas.

Si la sección tiene un solo eje de simetría sigue habiendo tres soluciones, una correspondiente a pandeo por flexión pura y las otras dos a pandeo por flexotorsión; por ejemplo, si el eje de simetría es el x una solución es $P_{cr_1} = P_{cr_y}$, y representa un pandeo por flexotorsión pura alrededor del eje y , las otras dos son las cargas de pandeo por flexotorsión.

Cuando las secciones transversales tienen dos ejes de simetría la columna falla por flexión o torsión pura y la carga crítica es la menor de P_{cr_x} , P_{cr_y} y P_{cr_z} , que se calculan resolviendo las ecuaciones 2.17, 2.18 y 2.19.

Como las ecuaciones 2.17, 2.18 y 2.19 tienen la misma forma, sus soluciones son semejantes, por ejemplo, la ecuación 2.17:

$$v = C_1 \sin \sqrt{\frac{P}{EI_x}} z + C_2 \cos \sqrt{\frac{P}{EI_x}} z + C_3 z + C_4 \quad \dots\dots\dots 2.20$$

Si $P/EI_x = \lambda_x^2$, entonces la ecuación queda como:

$$v = C_1 \sin \lambda_x z + C_2 \cos \lambda_x z + C_3 z + C_4 \quad \dots\dots\dots 2.21$$

La sustitución en la ecuación 2.21 de cuatro condiciones de borde produce cuatro ecuaciones lineales y homogéneas simultáneas en las que las únicas incógnitas son las constantes C_1 a C_4 . Si suponemos, que una barra está apoyada libremente en ambos extremos, de manera que estos puedan alabearse y girar sin restricciones alrededor de los ejes x y y , pero no pueden girar alrededor de z ni desplazarse linealmente en las direcciones x y y , entonces las condiciones de borde serán:

$$u = v = \phi = u'' = v'' = \phi'' = 0, \text{ para } z = 0 \text{ y } z = L$$

Si en la ecuación 2.21 se aplican las condiciones anteriores, entonces:

$$v(0) = 0 = C_1 \sin(0) + C_2 \cos(0) + C_3(0) + C_4$$

$$v''(0) = 0 = -C_1 \lambda_x^2 \sin(0) - C_2 \lambda_x^2 \cos(0)$$

$$v(L) = 0 = C_1 \sin \lambda_x^2 L + C_2 \cos \lambda_x L + C_3 L + C_4$$

$$v''(L) = 0 = -C_1 \lambda_x^2 \sin \lambda_x L - C_2 \lambda_x^2 \cos \lambda_x L$$

Este sistema de ecuaciones se satisface si $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 0$, lo que indica que es posible una configuración recta en equilibrio, cualquiera que sea el valor de P , o si se anula el determinante de los coeficientes de las constantes, con lo que se obtiene la condición de pandeo y la ecuación característica que permite calcular la carga crítica.

Si se iguala a cero el característico determinante, queda entonces que:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -\lambda_x^2 & 0 & 0 \\ \sin \lambda_x L & \cos \lambda_x L & L & 1 \\ -\lambda_x^2 \sin \lambda_x L & -\lambda_x^2 \cos \lambda_x L & 0 & 0 \end{vmatrix} = -L \lambda_x^4 \sin \lambda_x L = 0 \quad \dots\dots\dots 2.22$$

Si se sabe que $L \lambda_x^4 \neq 0$, entonces la ecuación de pandeo es:

$$\sin \lambda_x L = 0 \quad \dots\dots\dots 2.23$$

Sabemos que la bifurcación en equilibrio se presenta cuando:

$$\lambda_x L = \sqrt{\frac{P}{EI_x}} L = n\pi \quad \dots\dots\dots 2.24$$

($n = 1, 2, 3, \dots$)

esto es, cuando P adquiere alguno de los valores característicos dados por:

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI_x}{L^2} \quad \dots\dots\dots 2.25$$

La menor de las cargas críticas es la única que tiene interés práctico (excepto cuando se obligue a la columna a pandearse según alguno de los modos superiores, evitando el desplazamiento lateral de una o más de sus secciones transversales por medio de las restricciones ya descritas), de manera que puede escribirse como:

$$P_{crx} = \frac{\pi^2 EI_x}{L^2} \quad \dots\dots\dots 2.26$$

que es la carga crítica que Euler describe para pandeo por flexión alrededor del eje x.

Las cargas críticas correspondientes a las otras dos formas de pandeo se obtienen siguiendo caminos análogos:

$$P_{cr_y} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \dots\dots\dots 2.27$$

$$P_{cr_z} = \frac{1}{r_o^2} \left(GK_T + \frac{\pi^2 EC_a}{L^2} \right) \dots\dots\dots 2.28$$

Una columna prismática doblemente simétrica tiene tres cargas críticas independientes P_{cr_x} , P_{cr_y} , P_{cr_z} , que se calculan con las ecuaciones 2.26 a 2.28, o con otras semejantes si cambian las condiciones de apoyo: en cualquier caso, la menor de ellas es la que define la capacidad de carga de la columna, por lo que es necesario que se calculen todas. Cuando se emplean perfiles de acero laminado en caliente o formados por placas soldadas, de sección H o en cajón, P_{cr_x} o P_{cr_y} suelen ser menores que P_{cr_z} , por lo que puede determinarse su capacidad para soportar fuerzas axiales utilizando la teoría de Euler. Para columnas de aluminio o de lámina delgada de acero doblada en frío y en algunas secciones hechas con placas laminadas en caliente, conviene calcular la carga crítica de pandeo por torsión y compararla con la de Euler para pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia.

2.2.5 Pandeo por flexión.

En diseño de estructuras existe un fenómeno a estudiar de mayor importancia y es el caso del pandeo por flexión alrededor de uno de los ejes principales en columnas con sección transversal con dos ejes de simetría.

a. Pandeo elástico.

En la *figura 2.G (a)* se considera una columna esbelta de sección transversal constante y con un apoyo guiado que permite rotaciones y desplazamientos lineales a lo largo de su eje en el otro, sujeta a la acción de fuerzas axiales de compresión P y se supone, además, que la columna es perfectamente recta, el material de que está compuesta es homogéneo y elástico y que en las articulaciones no hay ninguna fricción. Para estas condiciones, la forma recta corresponde a un estado de equilibrio entre las fuerzas exteriores e interiores, puesto que en cualquier sección transversal hay un conjunto de fuerzas interiores, uniformemente distribuidas, cuya resultante tiene la misma intensidad y línea de acción que P . Para saber si el equilibrio es estable, inestable o indiferente, se aplica en la sección central de la columna una fuerza lateral infinitamente pequeña que la coloca en una posición ligeramente deformada, y se observa si al eliminarla recupera su forma recta, aumenta la deflexión lateral del eje o se conserva la configuración deformada sin modificarse.

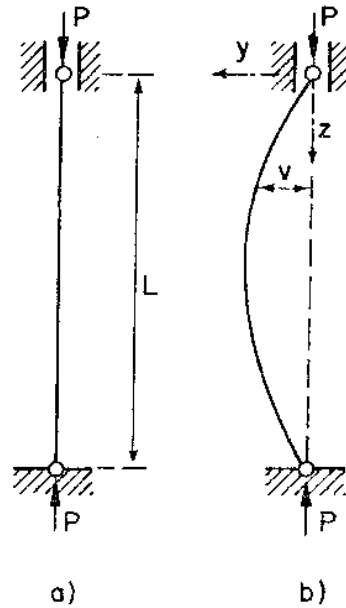


Fig. 2.G Columna esbelta doblemente articulada.

En la figura 2.G (b) se muestra la misma columna, pero con una configuración ligeramente flexionada; en estas condiciones la fuerza exterior P , cuya línea de acción no pasa ya por los centros de gravedad de las secciones transversales, ocasiona momentos flexionantes de magnitud Pv que tienden a aumentar la curvatura del eje.

En cada una de las secciones transversales de la columna flexionada aparecen fuerzas interiores mecánicamente equivalentes a un par que se suponen con las uniformemente distribuidas iniciales y tratan de hacerla volver a la forma recta original. El par interior EI/R que se origina en una sección cualquiera, es función de la curvatura I/R del eje de la pieza en esa sección, es decir, de la magnitud de la deformación que se impulsó a la columna, pero no depende de la intensidad de la fuerza P que obra sobre ella.

En cada sección transversal hay dos momentos, uno exterior de intensidad Pv que es función de la geometría del eje deformado y de la fuerza P , y otro interior que depende exclusivamente de la configuración del eje de la pieza, de manera que al llevar ésta a una posición flexionada infinitamente cercana a la recta original y dependiendo de la magnitud de la fuerza exterior, puede presentarse cualquiera de los siguientes tres casos:

- Si P es pequeña $\Rightarrow Pv < EI/R$. En este caso, el momento que trata que la columna regrese a la forma recta es de mayor intensidad que el que tiende a deformarla y al suprimir la fuerza lateral la pieza se endereza, esto es, que el equilibrio es estable.

- Si P es grande $\Rightarrow Pv > El/R$. En este caso, se invierte la relación entre los momentos, lo que indica que la curvatura del eje crece aún después de quitar la fuerza lateral, lo que es condición característica de un equilibrio inestable.
- Para un cierto valor intermedio de P , $Pv = El/R$. En este caso los dos momentos son iguales, por lo que el equilibrio resulta indiferente y existe la posibilidad de arrojar configuraciones equilibradas de curvas de flecha indeterminada, pero siempre muy pequeña, además de la forma recta, esto es, que la fuerza axial que ocasiona esta condición de equilibrio indiferente es la carga crítica, P_{cr} .

El equilibrio indiferente entonces, será aquel el que marque la determinación de un estado deseable y la iniciación de un fenómeno que debe evitarse siempre: la flexión espontánea o pandeo de la pieza.

De acuerdo con esto, el pandeo de las piezas rectas cargadas axialmente no se debe a imperfecciones en la columna y en la aplicación de la carga (aquellas que provocan que la flexión empiece con valores muy pequeños de P y aumente con ella), sino se verifica también cuando no existen imperfecciones, ya que al alcanzar la carga el valor crítico, la forma recta de equilibrio se vuelve inestable.

(Para que se presente el fenómeno de pandeo, es necesario que la columna sea inicialmente recta y la fuerza de compresión perfectamente axial, de manera que se mantenga recta en las primeras etapas, hasta que P alcance el valor crítico; si hay deformaciones iniciales o excentricidades en la aplicación de la carga la columna no se pandea, sino empieza a flexionarse desde un principio, llegando a un estado de equilibrio inestable eventualmente, a diferencia del pandeo que es un fenómeno instantáneo.)

Esto no sugiere que la columna deba flexionarse necesariamente, pero como sucede en todos los casos de equilibrio inestable, es improbable que permanezca recta, además, en la práctica, las imperfecciones inevitables (aún las más pequeñas) generan que la flexión inicie bajo cargas de poca intensidad y que disminuya la resistencia de la pieza.

Al inicio de la flexión en una columna bastan incrementos muy pequeños de la fuerza axial para que las deformaciones crezcan de manera rápida y con la misma rapidez el aumento de los esfuerzos, alcanzando así los valores de falla, por lo que la iniciación del fenómeno de inestabilidad, equivale a la desaparición completa de la resistencia o sea al colapso de la columna.

Mientras el equilibrio sea estable, los incrementos de la carga P ocasionan deformaciones longitudinales de la columna, que está sujeta exclusivamente a esfuerzos uniformes de compresión; la inestabilidad se manifiesta al aparecer una nueva deformación, la flexión, que provoca un momento flexionante.

Si tomamos de la Fig. 2.F el ejemplo C (como se muestra a continuación), se muestran las curvas Pv (fuerza axial-deflexión) de dos columnas, una recta y cargada axialmente (línea continua), la otra con imperfecciones iniciales (línea discontinua). En la primera se tiene una recta vertical que coincide con el eje de las ordenadas, hasta que la fuerza P alcanza el valor crítico; a partir de ese instante se presentan dos posibilidades: que P siga creciendo sin que la columna se flexione (la gráfica sigue coincidiendo con el eje de las ordenadas), o que se inicien las deformaciones laterales que aumentan rápidamente con incrementos pequeños de P hasta llegar a la carga máxima que puede soportar la columna o P_M . En la segunda, las deformaciones laterales crecen desde un principio en forma gradual, hasta que la carga alcanza el valor de colapso. La curva trazada con línea continua representa una falla por pandeo mientras que la línea discontinua corresponde a colapso por inestabilidad ocasionada por exceso de deformación, sin que exista pandeo; la compresión alcanza su intensidad máxima sin pasar por un valor crítico, el cual se caracteriza por una bifurcación del equilibrio (curva continua).

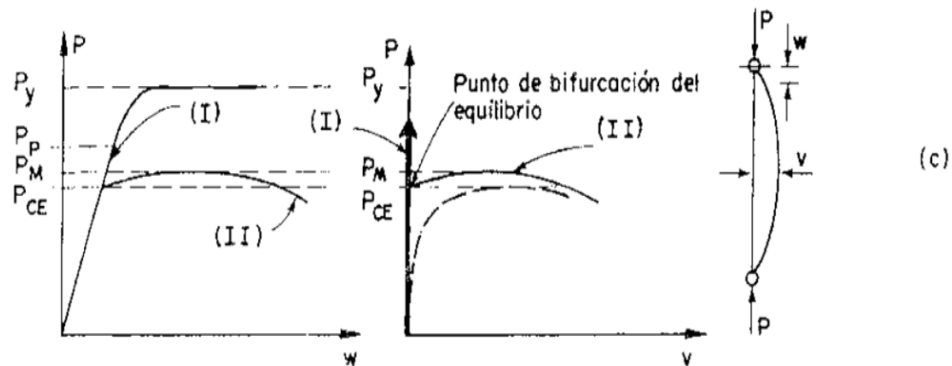


Fig. 2.F Ejemplo C. Comportamiento de columnas.

b. Determinación de la Carga Crítica.

Cuando la existencia de restricciones exteriores o la geometría de las secciones transversales de la columna hacen que se pandee conservándose en uno de sus planos de simetría (siempre y cuando sus secciones transversales tengan dos ejes de simetría, la columna se pandea siempre en uno de los dos planos que los contienen), es fácil calcular la carga crítica igualando el momento exterior en una sección transversal cualquiera, ocasionado por la fuerza P , con el momento resistente interior que aparece en esa misma sección, y resolviendo la ecuación correspondiente; por ejemplo, si la columna se flexiona en el plano y o z (alrededor del eje x) se tiene que $-Pv = EI_x/R$, y si se supone que los desplazamientos de su eje son suficientemente pequeños para que la curvatura l/R pueda considerarse igual a $d^2v/dz^2 = v''$, se llega a:

$$EI_x v'' + Pv = 0$$

Que es la primera de las ecuaciones del caso general y constituye la ecuación de equilibrio de la columna ligeramente deformada; su solución entonces, proporcionará la carga que pueda mantenerla en equilibrio en esas condiciones, es decir, la carga crítica de pandeo elástico o carga crítica de Euler:

$$P_{cr_x} = \frac{\pi^2 EI_x}{L^2}$$

Puesto que el pandeo se presenta en el plano de menor resistencia a la flexión, si no hay restricciones exteriores que lo impidan, la ecuación anterior puede describirse en una forma más general:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \dots\dots\dots 2.29$$

Donde:

I es el momento de inercia mínimo de la sección transversal constante de la columna.

Llevando las condiciones de frontera $v(0) = v''(0) = v(L) = 0$ a la ecuación 2.21 y teniendo en cuenta que el estado de equilibrio inestable se presenta cuando $\sin\lambda_x L = 0$, se demuestra que $C_2 = C_3 = C_4 = 0$, con lo que se obtiene la ecuación del eje de la columna deformada, correspondiente al instante en que se inicia el pandeo, esto en la forma:

$$v = C_1 \sin\lambda_x z = C_1 \sin \frac{n\pi}{L} z$$

Ya que

$$\lambda_x = \sqrt{P_{cr}/EI} = \sqrt{(n^2 \pi^2 EI/L^2)/EI} = n\pi/L$$

**La cuarta condición de frontera $v''(L) = 0$, lleva a la ecuación $0 = -C_1 \lambda_x^2 \sin\lambda_x L$, que indica que C_1 puede tener cualquier valor, puesto que $\sin\lambda_x L = \sin n\pi = 0$.*

Haciendo $n = 1$ y tomando $z = L/2$ se obtiene la flecha máxima en el centro del claro:

$$v_{m\acute{a}x} = C_1 \sin \frac{\pi L}{L 2} = C_1 \sin \frac{\pi}{2} = C_1$$

La deflexión lateral de la columna es indeterminada puesto que C_1 es una constante arbitraria, lo que indica que la teoría desarrollada hasta ahora, permite obtener la carga en la cual se inicia el pandeo, pero no es capaz de predecir el comportamiento posterior de la columna, ya que con ella no se pueden calcular los desplazamientos laterales del eje los cuales permanecen indeterminados.

- Desplazamientos laterales grandes

En el instante en que se inicia el pandeo, la ecuación de equilibrio de la columna toma ahora la forma:

$$EI \frac{d^2v/dz^2}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]^{3/2}} + Pv = 0 \quad \dots\dots\dots 2.30$$

Partiendo de la *ecuación 2.30* se demuestra que la forma recta de la columna es estable hasta que la carga alcanza el valor crítico dado por la *ecuación 2.29* (al igual que la *ecuación 2.14*); sin embargo, a diferencia de la teoría simplificada, ahora sí es posible determinar la magnitud de los desplazamientos laterales que se presentan al pandearse la columna, por lo que la deflexión máxima queda:

$$v_{m\acute{a}x} = \frac{2L}{\pi} \sqrt{\frac{P_{cr}}{P} \left(\sqrt{\frac{P}{P_{cr}} - 1} \right)} \quad \dots\dots\dots 2.31$$

Donde:

P_{cr} es la carga crítica obtenida aplicando la teoría basada en deformaciones pequeñas (*ec. 2.29*).

P es la fuerza axial que actúa en un instante dado, que ocasiona un cierto desplazamiento lateral máximo.

Mientras que $P < P_{cr}$, $v_{m\acute{a}x}$ será imaginario, esto es, que el eje de la columna permanece recto, misma condición que se conserva hasta que $P = P_{cr}$, pues para esta carga axial $v_{m\acute{a}x} = 0$; cuando $P > P_{cr}$ empiezan a presentarse desplazamientos laterales de magnitud definida, de marea que de acuerdo con la teoría mejorada al llegar al punto de bifurcación del equilibrio, la columna puede permanecer recta o adoptar una configuración deformada lateralmente que es aún estable ya que los desplazamientos no crecen indefinidamente, sino que se requieren intercambios de la fuerza axial para que aumenten su magnitud.

El término columna será aplicado entonces de manera general a los miembros verticales más ligeros e inclinados y los miembros a compresión de armaduras de techo serán denominados puntales, ambos se consideran miembros lineales a compresión con una longitud sustancialmente mayor que su dimensión lateral menor.

La carga límite que soporta un bloque pequeño a compresión como se muestra en *figura 2.H(a)* se calcula de manera experimental, esto es incrementando la carga aplicada hasta que falle por fluencia. El esfuerzo de compresión unitario en este bloque en el momento en que falla será igual a la carga última dividida por el área del bloque, esto es $f_a = P/A$.

Si una pieza del mismo material e igual sección transversal, pero con una longitud sustancialmente mayor que sus dimensiones laterales, se sujeta a una prueba igual como se muestra en la *figura 2.H(b)*, fallará antes de que la carga aplicada llegue al valor que causó la falla del bloque pequeño (en este caso se dice que la falla se debe al pandeo). La fluencia seguirá siendo el tipo de falla, incluso en la pieza larga, aunque ésta fuera perfectamente recta y de un material homogéneo, no tuviera esfuerzos residuales iniciales y no sostuviera cargas que no se aplican exactamente sobre su eje longitudinal; aunque estas son características ideales, no se logran dentro de la práctica, por lo tanto, la distribución de esfuerzos sobre la sección transversal no será uniforme, y la irregularidad resultante, aunque pequeña, proveerá un momento flexionante que dará paso a esfuerzos flexionantes o esfuerzos de pandeo. Estos esfuerzos son los mismos, excepto que los esfuerzos flexionantes, por definición, son provocados por cargas axiales y los esfuerzos de pandeo son generados por cargas excéntricas y/o esfuerzos residuales.

En la *figura 2.H(b)* supóngase que P es una carga ligera. A medida que la carga aumenta, la columna empieza a pandearse (*figura 2.H(c)*). Si no se aumenta la carga que causa el pandeo, la columna continuará soportando la carga y la deflexión z permanecerá constante. Sin embargo, la columna está en un estado de equilibrio inestable, y cualquier pequeño incremento en la carga o incluso la aplicación de una fuerza horizontal provocada por un sacudimiento accidental puede destruir esta condición. Entonces, aumentaría la deflexión z , incrementando los esfuerzos de pandeo debidos al momento Pz , el que, a su vez, haría que z aumentara aún más. Los esfuerzos de pandeo seguirán aumentando de esta manera hasta que la columna fallara.

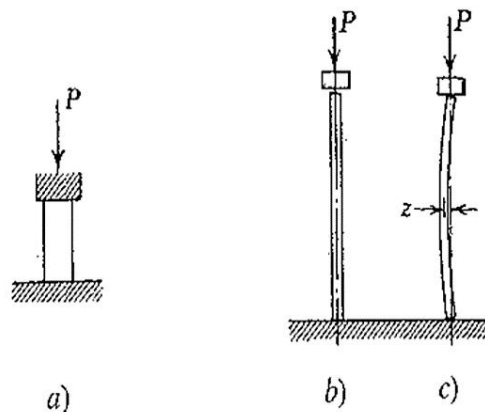


Fig. 2.H Compresión en columnas.

En general, la tendencia al pandeo de una columna varía con la relación entre la longitud y la menor dimensión lateral. En las columnas esbeltas esta relación es grande; por lo tanto, si existe

falla, ésta se deberá casi por completo al pandeo. Por otra parte, en columnas cortas en las que esta relación es pequeña, si existe falla se deberá por completo a la fluencia. Existen también columnas intermedias que han de fallar por una combinación de pandeo y aplastamiento.

2.3 Esfuerzos de pandeo

El valor del esfuerzo máximo unitario real de una columna es un proceso difícil de calcular, pero es evidente que el esfuerzo unitario promedio $F_a = P/A$, será menor que la resistencia al aplastamiento del material, por una cantidad que depende de la tendencia al pandeo.

Si se pudieran medir estos esfuerzos de pandeo, serían $f'_b = Mc/I = Pzc/I$. La *figura 2.1* representa lo anterior, en una columna de tamaño determinado. La ordenada f'_b es el esfuerzo promedio máximo permisible y se supone que permanece constante en cualquier longitud L de una columna dada. Sin embargo, a medida que aumenta la longitud, f_a debe reducir para permitir la presencia de f'_b .

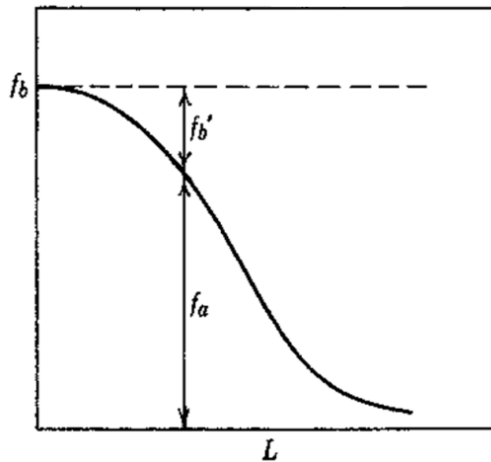


Fig. 2.1 Esfuerzos de pandeo.





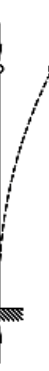


2.4 Radio de giro y relación de esbeltez

En el diseño de columnas, el término análogo es el radio de giro. Depende del tamaño y la forma de la selección y sirve para medir la efectividad para resistir al pandeo. El radio de giro se expresa en pulgadas en la fórmula $r = \sqrt{I/A}$, en donde I es el momento de inercia de la sección respecto al eje dado y A es el área. Como ya se mencionó, la tendencia al pandeo de una columna varía de acuerdo a la relación entre la longitud no arriostrada y su dimensión lateral menor, pero existen también otros dos factores que influyen en la tendencia de las columnas al pandeo: longitud real y características de los extremos, al combinarse, producen la denominada "longitud de pandeo efectiva", es decir, la distancia entre puntos de flexión contraria (entre los puntos en que hay un cambio de curvatura. En las columnas de extremo articulado como se muestra en la *figura 2.1(d)*, los puntos que están en los extremos de la columna, son los que previenen el movimiento lateral (traslación).

r_T se conocerá entonces como el radio de giro total de una sección T que comprende el patín a compresión y $1/3$ del alma, tomado con respecto a un eje en el plano del alma.

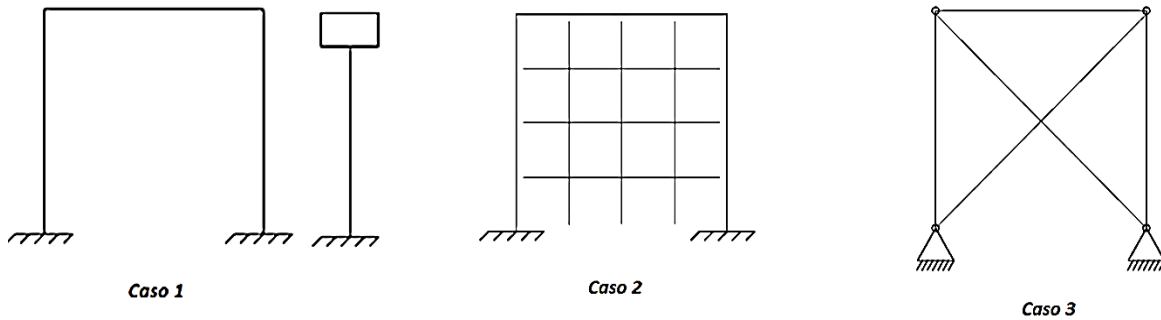
En el diseño, las características de los extremos se toman en consideración para el uso de un factor efectivo de longitud, es decir, un número adimensional o valor K , que cuando se multiplica por la longitud real de la columna de la longitud efectiva del pandeo. La relación de esbeltez estará dada por la longitud efectiva entre el radio de giro (KL/r) y es considerada la medida absoluta de la tendencia al pandeo de la columna (L y r se expresan en pulgadas).

En la *figura 2.J* se ilustran los seis tipos de extremo más comunes y los valores de K que se recomiendan para cada uno; sin embargo el valor verdadero de K se obtiene mediante un análisis del grado de restricción provocado por otros miembros estructurales que se conectan en el extremo de la columna.

<p>La configuración de la columna pandeada se muestra con línea punteada</p>						
<p>Valor teórico de K</p>	<p>0.5</p>	<p>0.7</p>	<p>1.0</p>	<p>1.0</p>	<p>2.0</p>	<p>2.0</p>
<p>Valor de diseño recomendado para K, cuando las condiciones reales de apoyo se aproximan a las ideales</p>	<p>0.65</p>	<p>0.80</p>	<p>1.2</p>	<p>1.0</p>	<p>2.1</p>	<p>2.0</p>
<p>Representación esquemática de las condiciones de apoyo</p>	 <p>Rotación impedida y traslación impedida</p> <p>Rotación libre y traslación impedida</p> <p>Rotación impedida y traslación libre</p> <p>Rotación libre y traslación libre</p>					

*Fig. 2.J Efecto de las condiciones de extremo.
Factores de longitud efectiva K para columnas con carga axial.*

Para el cálculo de estructuras, la longitud efectiva K para columnas de estructuras reales será como se muestra a continuación:



En el primer caso se observa una ejemplificación de contraventeo en un marco de acero, si la estructura es de 5 a 10 pisos el contraventeo será el encargado de impedir el desplazamiento en el eje x . El segundo caso se aplica para muros diafragma o de rigidez que es el caso de estructuras de más de 10 niveles. Y en el tercer caso se observa un marco con contraveteo, pero esta vez cuenta con articulaciones en los 4 extremos, por lo que se considera un marco articulado pero con desplazamiento impedido.

Por lo tanto, se deduce que el valor de K se conocerá como el porcentaje de columna que se pandeo debido a las condiciones de apoyo, pudiendo deducir que a mayor restricción de desplazamiento menor será la longitud de pandeo.

2.5 Fórmulas de columnas

El esfuerzo unitario promedio en una columna en el momento de falla ($F_a = P/A$) es menor que la resistencia de fluencia del material, como ya se mencionó, por una cantidad que depende de la tendencia al pandeo de la columna; por tanto, este factor, también debe influir sobre el esfuerzo promedio admisible y, por ello depende de la relación de esbeltez, así como de la resistencia a la compresión del material. Usando un factor promedio de seguridad de 1.67 y acero del tipo A36, el esfuerzo máximo de diseño permisible para la columna sería:

$$\frac{36\,000}{1.67} = 21\,600 \text{ k/pulg}^2$$

Así pues, ésta es la cantidad que se debe reducir para permitir los esfuerzos de pandeo.

Actualmente las columnas se clasifican, dependiendo de su falla, en dos tipos: las que fallan debido al pandeo elástico (las que tienen una relación de esbeltez muy grande) y las que fallan debido al pandeo inelástico.

La fórmula para la carga límite de una columna larga y esbelta con extremos articulados está propuesta por la fórmula básica de Euler:

$$P_u = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Al dividir ambos lados de la igualdad por el área de la columna A , entonces nos queda que:

$$\frac{P_u}{A} = \frac{\pi^2 EI}{L^2 A}$$

En donde $\frac{P_u}{A}$ se define como el esfuerzo unitario promedio en la falla (F_a), si se sustituye lo anterior y conociendo que $r^2 = I/A$ nos queda que:

$$F_a = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$$

El factor K ha sido omitido de las condiciones de los extremos, ya que se ha definido como la unidad *figura 2.J, caso (d)*.

Se estima de manera razonable que el límite superior de la falla por pandeo ocurrirá cuando el esfuerzo promedio de la columna es igual a la mitad del esfuerzo de fluencia, entonces:

$$\frac{F_y}{2} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$$

Al despejar L/r

$$\frac{L}{r} = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}}$$

Esta fórmula establece la relación de esbeltez que separa el pandeo elástico del inelástico. El valor $\frac{L}{r}$ es igual a C_c , el cual varía con el esfuerzo de fluencia del acero:

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}}$$

De esto se concluye, que si la relación de esbeltez real $KL/r > C_c$, el modo de falla supuesto sería pandeo elástico, pero si $KL/r < C_c$, el modo de falla será por pandeo inelástico.

2.5.1 Pandeo inelástico.

El esfuerzo unitario promedio máximo no debe exceder de:

$$F_a = \frac{\left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right] F_y}{F.S.}$$

Donde F.S. es el factor de seguridad, que refleja las inconsistencias en el comportamiento de la columna bajo las pruebas ya mencionadas. La fórmula recomendada para el factor de seguridad deducido de estas consideraciones es:

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}$$

Nótese que cuando $KL/r = 0$; $F.S. = 1.67$ y cuando $KL/r = C_c$; $F.S. = 23/12 = 1.92$

2.5.2 Pandeo elástico.

El esfuerzo unitario promedio máximo no debe exceder al que resulte de la fórmula de Euler cuando se usa un factor constante de seguridad de 23/12. Por lo tanto:

$$F_a = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2 F.S.} = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2}$$

En esta fórmula no se incluye un factor que represente el grado del acero. Esto se debe al hecho de que E no varía apreciablemente con F_y y E determina el pandeo. Por lo tanto, el mismo esfuerzo limitante será el mismo para todos los grados de acero.

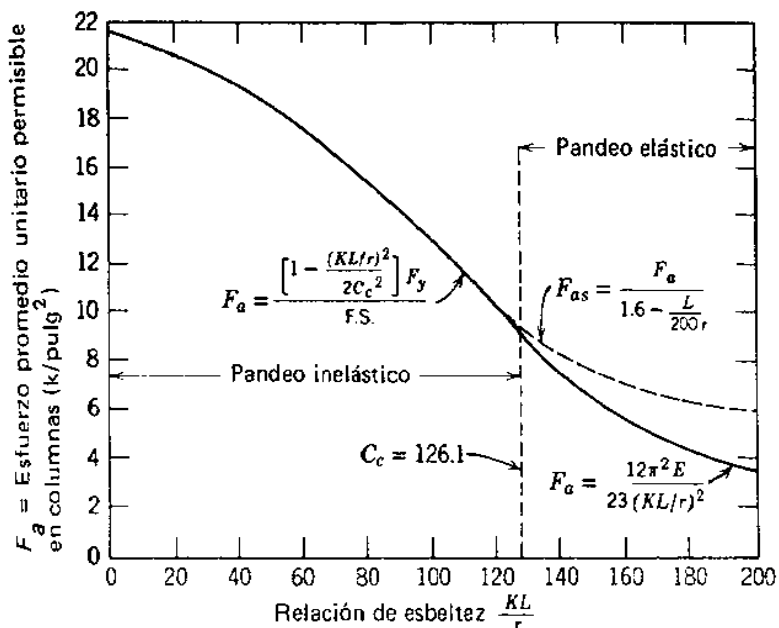


Figura 2.K Esfuerzo de compresión permisible para acero ASTM A36.

En la figura 2.K se muestran de manera gráfica las fórmulas de esfuerzo límite para acero A36. El límite máximo superior de la relación de esbeltez es 200, que es el permitido por el AISC.

2.6 Secciones compuestas

Las secciones del tipo W o M son las de uso más frecuente en la construcción de edificios de acero. Sin embargo, a veces es necesario reforzar las secciones laminadas ordinarias con placas, como ya se vio antes, e incluso puede necesitarse o ser conveniente fabricar una columna usando placas y ángulos o algunas otras formas estándar. En los manuales del acero se pueden encontrar las características de las secciones compuestas de mayor uso, como área y radios de giro, tan fácilmente como las de las secciones laminadas. Cuando no se cuenta con las tablas, se debe calcular el momento de inercia respecto a los dos ejes principales de la sección y luego calcular el menor radio de giro sustituyendo el menor I en la ecuación $r = \sqrt{I/A}$. Una vez calculados el menor radio de giro y el área, se aplican los métodos descritos en el apartado anterior.

Al diseñar secciones compuestas, se debe tener cuidado de ajustarse a los límites de las relaciones entre ancho y espesor. Esos límites son inversamente proporcionales a la raíz cuadrada del esfuerzo de fluencia F_y . Se establecen dos categorías: elementos no rigidizados (salientes) y elementos rigidizados (apoyos a lo largo de dos bordes).

En la *figura 2.L (a)* se muestran tres elementos no rigidizados típicos y se indica cómo determinar las dimensiones b y t . Para elementos no rigidizados, la relación b/t debe limitarse a $95/\sqrt{F_y}$ excepto para puntales de un solo ángulo y las almas de las T . En la *figura 2.L (b)* se muestran tres elementos rigidizados típicos. Las dimensiones b y t se calculan para el caso general, la relación b/t debe estar limitada a $253/\sqrt{F_y}$; sin embargo, si el elemento rigidizado es el patín de una sección cuadrada o rectangular y tiene un espesor uniforme, el límite de la relación se reduce a $238/\sqrt{F_y}$.

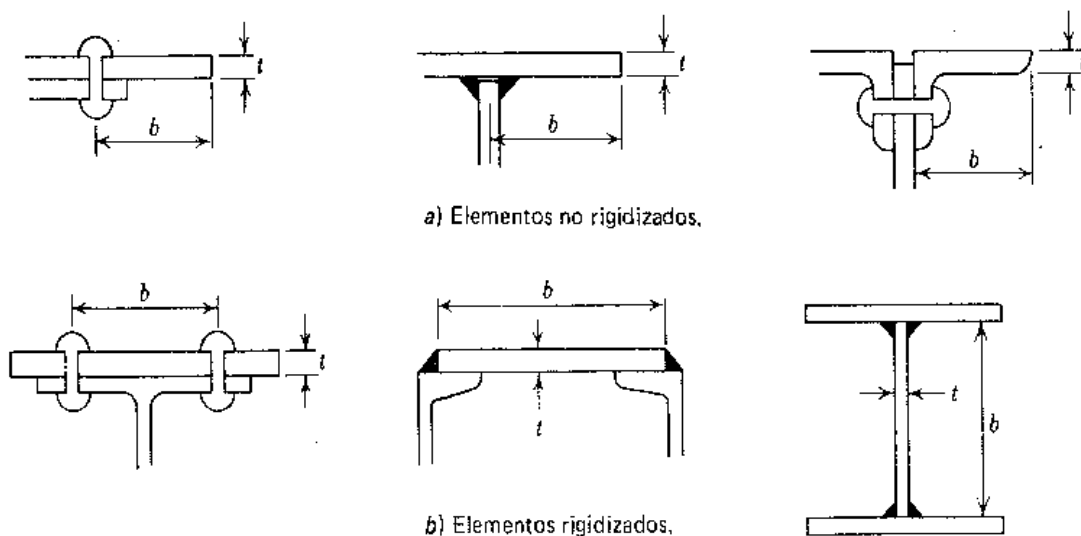


Fig. 2.L Relaciones ancho-espesor según AISC.

2.7 Altura no arriostrada

En edificios de varios pisos y con marcos de acero, usualmente la altura no arriostrada de una columna se toma como la distancia de piso a piso. No obstante, hay ocasiones en que se necesita arriostrar una columna a intervalos menores y cuando menos en una dirección para evitar el pandeo. La relación de esbeltez KL/r se calcula usando el menor radio de giro; esto es válido sólo cuando la columna tiene alturas no arriostradas iguales para ambos ejes, y las condiciones de los extremos son las mismas en ambos ejes. Cuando la altura no arriostrada es distinta en cada eje, la tendencia de la columna al pandeo es mayor para el eje que tiene la mayor relación de esbeltez. En la *figura 2.M*, la relación de esbeltez apropiada para el diseño sería KL_1/r_x o KL_2/r_y , según cuál sea la mayor. Es evidente que siempre que sea posible poner apoyos intermedios, sería deseable orientar la columna de modo que el eje con el menor radio de giro sea el arriostrado.

Existen otros procedimientos para calcular un valor más preciso de K de una columna. En estos procedimientos se considera que la base de la columna estándar no funciona como una articulación verdadera y que el extremo superior de la columna no está completamente protegido contra la rotación. Asimismo, los valores de K y las formas flexionadas de la *figura 2.J* son para condiciones elásticas; si una columna tiene un modo de falla inelástica, se permite hacer un nuevo ajuste.

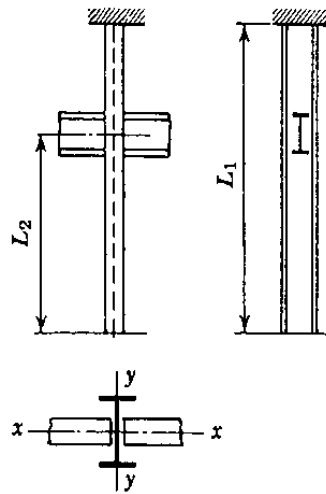


Fig. 2.M Alturas no arriostradas.

Para calcular la relación de esbeltez en un diseño, se debe hacer un cálculo para ambos ejes, es decir:

$$\frac{KL_x}{r_x}, \text{ donde } K = 2.0$$

y

$$\frac{KL_y}{r_y}, \text{ donde } K = 1.0$$

2.8 Longitud Efectiva de las Columnas

L_c será considerado como la longitud máxima no arriostrada del patín en compresión, para la cual el esfuerzo de flexión permisible puede tomarse como $0.66F_y$ o determinarse por medio de las fórmulas (1.5-5a) ó (1.5-5b) presentadas en las especificaciones IMCA cuando el caso sea aplicable; la longitud sin apoyo de un tramo de una columna es presentado en cm. Para los miembros que cumplan la sección 1.5.1.4.1 del manual IMCA:

$$\frac{797}{\sqrt{F_y}} > \frac{b_f}{2t_f} > \frac{545}{\sqrt{F_y}}$$

$$F_b = F_y \left[0.79 - 0.000239 \left(\frac{b_f}{2t_f} \right) \sqrt{F_y} \right]$$

Para los miembros que cumplen con que I y H son doblemente simétricas:

$$\frac{797}{\sqrt{F_y}} > \frac{b_f}{2t_f} > \frac{545}{\sqrt{F_y}}$$

$$F_b = F_y \left[1.075 - 0.000596 \left(\frac{b_f}{2t_f} \right) \sqrt{F_y} \right]$$

L_u es la longitud máxima no arriostrada del patín en compresión, para la cual el esfuerzo de flexión permisible puede tomarse como $0.60 F_y$ expresada en m.

En la tabla de la *fig 2.J* de factores de longitud efectiva se muestran los casos de longitud efectiva para columnas con carga axial. Se dispone de una evaluación más general de los factores de longitud efectiva de columnas en marcos continuos con el uso de los nomogramas que se muestran en la *fig. 2.Ñ* y que son tomados de la Structural Stability Research Council Guide (SSRC).

Estos nomogramas son funciones de los valores $\left(\frac{l}{L}\right)$ de traveses adyacentes (vigas) que se suponen unidas rígidamente a las columnas. De manera conservadora se suponen todas las columnas en el área del entramado en consideración alcanzan de forma simultánea sus cargas individuales de pandeo. Estos nomogramas se basan en un análisis de pendiente-deformación que incluye los efectos de la carga de la columna. Los subíndices A y B hacen referencia a los nodos en los dos extremos de la columna en consideración y G se define como:

$$G = \frac{\Sigma I_c / L_c}{\Sigma I_v / L_v}$$

Donde:

Σ = la suma de todos los miembros conectados rígidamente a ese nodo (A o B) y que se encuentran en el plano en que se considera el pandeo de la columna.

I_c = es el momento de inercia.

L_c = es la longitud de la sección de la columna.

I_v = es el momento de inercia.

L_v = longitud de una trabe (viga) o de otro miembro que se restrinja.

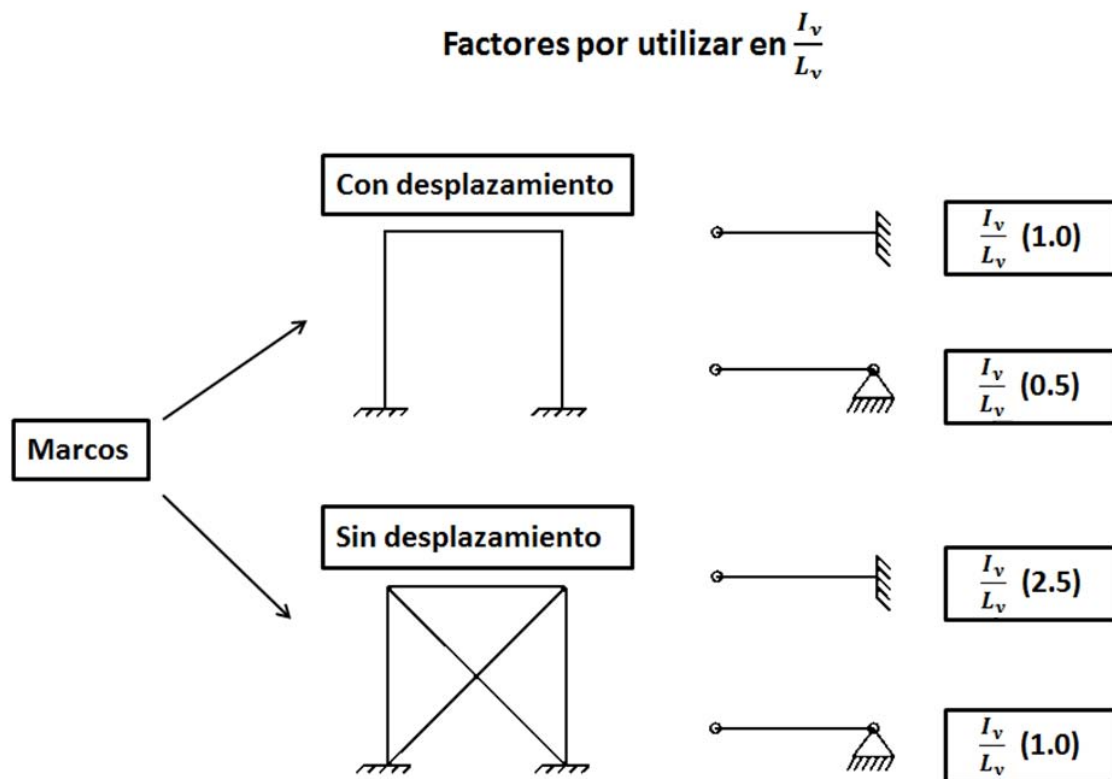
I_c e I_v son tomadas respecto al eje perpendicular al plano de pandeo.

En relación con los nomogramas propuestos se recomienda lo siguiente:

Para una columna con base conectada a una zapata o a la cimentación con una articulación sin fricción, teóricamente G es infinita, pero en la práctica de diseño se debe de tomar como 10 máximo. Si la base de la columna está unida rígidamente a una cimentación diseñada apropiadamente, G se aproxima a un valor teórico de 0, pero el mínimo en este caso es 1.0.

Para mayor exactitud, en la ecuación anterior, se multiplica la rigidez de las vigas $\left(\frac{I_v}{L_v}\right)$ por un factor cuando se conoce que existen ciertas condiciones en el extremo alejado. Para los casos *fig. 2.Ñ (a)* en donde se prohíbe el desplazamiento lateral (contraventeo), los factores son: 1.5 para una viga que tiene su extremo más lejano articulado y 2.0 para el extremo empotrado de una viga. En el caso en el que no se evita el desplazamiento lateral *fig. 2.Ñ (b)* el factor de multiplicación será 0.5 para el extremo alejado articulado de una viga.

Podemos ilustrar esto con el cuadro que se muestra a continuación:



Una vez que se determinan G_A y G_B para una columna, se obtiene K dibujando una línea recta entre los puntos apropiados de las escalas para G_A y G_B .

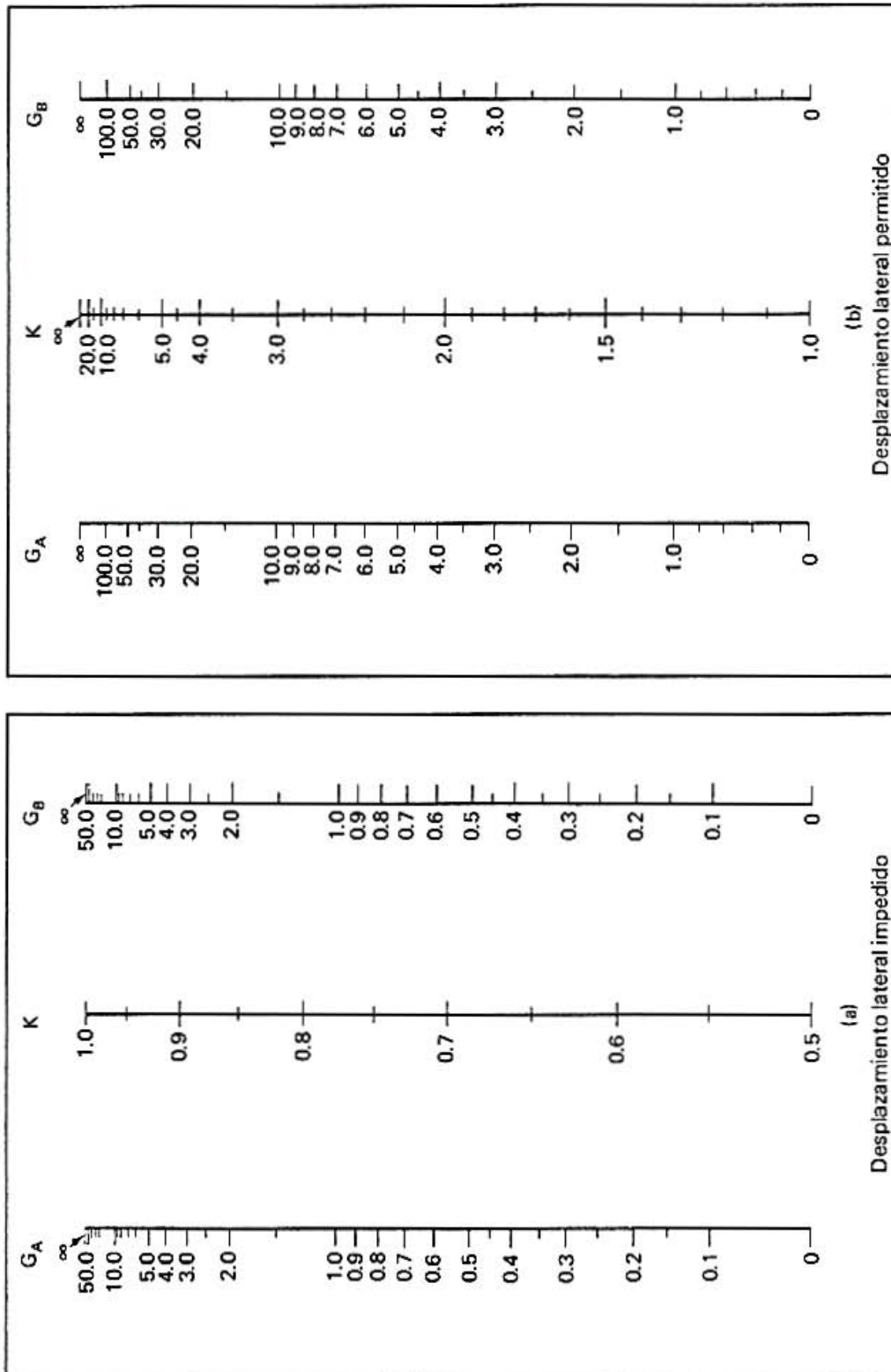


Fig. 2.Ñ Nomogramas para cálculo de la longitud efectiva de columnas en marcos continuos.

2.9 Investigación de columnas

Para calcular la carga axial que una columna puede soportar seguramente de acuerdo con alguna especificación particular, usualmente conviene calcular primero la relación de esbeltez y compararla con el C_c del grado de acero especificado. Al hacerlo, la columna se ubica en una de las categorías, es decir, pandeo inelástico si $KL/r < C_c$ o pandeo elástico si $KL/r > C_c$, luego se deberá elegir la fórmula apropiada de columna y la relación de esbeltez se sustituye en esa fórmula para calcular el esfuerzo permisible F_a ; la carga que la columna puede soportar seguramente será igual al esfuerzo promedio permisible por el área de la sección de la columna.

2.10 Diseño de columnas

El diseño de columnas es un proceso indirecto. Generalmente se tiene el conocimiento de la longitud de la columna y de la carga aplicada que soporta, y hay que seleccionar una sección de forma laminada o compuesta en que el esfuerzo promedio (real) no exceda al esfuerzo permisible indicado en las especificaciones. Las dos incógnitas A y r , y el valor de una no se puede calcular si se desconoce el de la otra. Por lo tanto, el diseño se debe hacer por tanteos. Se elige una sección de prueba y se investiga, si se encuentra que la capacidad de soportar la carga de la sección de prueba es menor que la requerida, o que es más grande que la necesaria y la sección resuelta muy costosa, se elige otra sección de prueba usando como guía la primera. Este proceso se repite hasta encontrar una sección satisfactoria. Los manuales de acero contienen tablas de cargas límite para diferentes secciones de columnas y longitudes.

2.10.1 Procedimiento de diseño de columnas (resumen).

Cuando no se hace uso de tablas, el diseño de una columna se resume de la siguiente manera.

Se supone una sección de prueba en donde se conozcan: la carga aplicada, las alturas no arriostradas y las condiciones de los extremos en cada eje, acto seguido se obtiene el área y los radios de giro dentro de la sección de prueba (en las tablas de propiedades para diseño), con los datos obtenidos, se puede calcular a continuación la relación de esbeltez máxima KL/r y el esfuerzo promedio permisible, así mismo la carga permisible que se puede apoyar sobre la columna, multiplicando el esfuerzo encontrado por el área de la sección. Por último, se compara la carga permisible con la carga aplicada más el peso propio de la columna, si el resultado no es correcto, se debe repetir el proceso hasta encontrar una sección adecuada.

2.11 Cargas sobre columnas

La carga de diseño de una columna dada en un edificio generalmente consiste en:

- a. La carga viva y la carga muerta sobre el área del piso inmediato por encima de la columna que se está diseñando, o bien, en el caso de la columna que se está diseñando, o bien, en el caso de una columna que sostiene un techo, las cargas muertas, vivas y ambientales sobre la columna.
- b. La carga transmitida por la columna que se encuentre arriba, si es que la hay.

- c. El propio peso de la columna. La parte de la carga de la columna ocasionada por el piso o el techo que soporta se encuentra sumando las reacciones de las vigas y las trabes u otros miembros del marco que confluyen en ella, o bien, multiplicando el área tributaria del vano soportado, por las cargas muertas y vivas impuestas por pie cuadrado. La carga de diseño para la columna se toma como la carga total en la base.

En ciertas condiciones y cuando el carácter de la ocupación es tal que no todos los pisos de un edificio están sujetos simultáneamente a toda la carga viva, la mayoría de los reglamentos de construcción permiten una reducción.

2.11.1 Tablas de cargas admisibles, columnas

Una vez determinada la carga axial total a soportar, y establecida la longitud no arriostrada, se selecciona la columna o el puntal por medio de tablas en el Manual del AISC.

Las tablas de carga admisible sobre columnas del tipo que se presentan con forma W , M y S únicamente y ángulos dobles, en aceros con resistencia límite de 36 y 50 k/pulg², en tubo estructural de acero con una resistencia límite de 46 k/pulg² y tubo de acero de 36 k/pulg². La tabla de la *figura 2.0* mostrada a continuación muestra las cargas admisibles y es particularmente para formas W de 10 pulgadas de acero A36 y $F_y = 50$ k/pulg² (las cargas axiales permisibles están dadas en kips.)

$F_y = 36 \text{ k/pulg}^2$		COLUMNAS												
$F_y = 50 \text{ k/pulg}^2$		Formas W												
Cargas axiales permisibles en kips														
Designación		W10												
Peso/pies		60		54		49		45		39		33		
F_y		36	50	36	50	36	50	36	50	36	50	36	50	
Longitud efectiva en pies, KL , en relación al menor radio de giro r_y	0	380	528	341	474	311	432	287	399	248	345	210	291	
	6	353	482	317	433	289	394	260	351	224	303	189	255	
	7	348	472	312	423	284	385	253	340	218	293	184	246	
	8	341	461	306	414	279	376	247	328	213	283	179	237	
	9	335	450	300	403	273	367	240	316	206	272	173	228	
	10	328	437	294	392	268	357	232	303	200	260	167	217	
	11	321	425	288	381	262	346	224	289	193	248	161	207	
	12	313	412	281	369	256	335	216	274	186	235	155	196	
	13	306	398	274	356	249	324	208	259	178	221	149	184	
	14	297	383	267	343	242	312	199	243	170	207	142	171	
	15	289	368	259	330	235	299	190	227	162	193	135	159	
	16	280	353	251	316	228	286	180	209	154	177	127	145	
	17	271	337	243	301	221	273	170	191	145	161	120	131	
	18	262	320	235	286	213	259	160	172	136	144	112	117	
	19	253	303	226	271	205	245	149	154	126	130	103	105	
	20	243	285	217	255	197	230	138	139	116	117	95	95	
	22	222	248	199	221	180	198	115	115	97	97	78	78	
	24	201	209	179	186	161	167	97	97	81	81	66	66	
	26	177	178	158	159	142	143	82	82	69	69	56	56	
	28	154	154	137	137	123	123	71	71	60	60	48	48	
	30	134	134	119	119	107	107	62	62	52	52	42	42	
	32	118	118	105	105	94	94	54	54	46	46	37	37	
	33	111	111	99	99	88	88	51	51	43	43			
	34	104	104	93	93	83	83							
	36	93	93	83	83	74	74							
	Características													
	U	2.55	2.55	2.56	2.56	2.57	2.57	3.25	3.25	3.28	3.28	3.35	3.35	
	P_{wo} (kips)	99	138	83	116	73	101	79	109	64	89	55	77	
	P_{wi} (kips)	15	21	13	19	12	17	13	18	11	16	10	15	
	P_{wb} (kips)	239	282	163	193	127	149	138	163	101	119	79	93	
	P_{fb} (kips)	104	145	85	118	71	98	86	120	63	88	43	59	
	L_c (ft.)	10.6	9.0	10.6	9.0	10.6	9.0	8.5	7.2	8.4	7.2	8.4	7.1	
	L_u (ft.)	31.1	22.4	28.2	20.3	26.0	18.7	22.8	16.4	19.8	14.2	16.5	11.9	
	A (in. ²)	17.6		15.8		14.4		13.3		11.5		9.71		
	I_x (in. ⁴)	341		303		272		248		209		170		
	I_y (in. ⁴)	116		103		93.4		53.4		45.0		36.6		
r_y (in.)	2.57		2.56		2.54		2.01		1.98		1.94			
Ratio r_x/r_y	1.71		1.71		1.71		2.15		2.16		2.16			
B_x } Factores	0.264		0.263		0.264		0.271		0.273		0.277			
B_y } tabulados	0.765		0.767		0.770		1.000		1.018		1.055			
a_x } *	50.5		45.0		40.6		37.2		31.2		25.4			
a_y } *	17.3		15.4		13.8		8.0		6.7		5.4			
* Valores tabulados de a_x y a_y se deben multiplicar por 10^6														
Nota: Las líneas gruesas indican Kl/r de 200.														

Tabla 2.0 Tabla típica de cargas admisibles para columnas.

El listado en la tabla termina cuando L/r para una columna dada excede de 200. Nótese que la relación r_x/r_y se usa cuando la longitud de pandeo efectivo es diferente en cada eje: Cuando la tendencia al pandeo es la misma en ambos ejes:

$$\frac{L_x}{r_x} = \frac{L_y}{r_y}$$

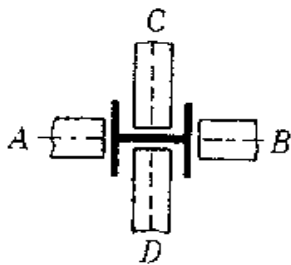
Si se despeja L_y , queda que:

$$L_y = \frac{L_x}{r_x/r_y}$$

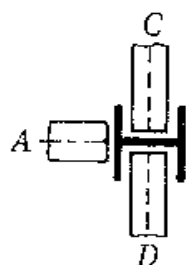
En donde L_y es la longitud hipotética con respecto al eje menor, controlado por el pandeo respecto al eje mayor.

2.11.2 Columnas con cargas excéntricas

Las cargas concéntricas son las que se aplican a lo largo de eje de la columna, siempre y cuando la carga se aplique de manera uniforme sobre la parte superior de la columna o cuando las vigas tienen iguales reacciones se conectan en columnas opuestas entre sí, como en el caso de la *figura 2.P (a)* si las reacciones de las vigas *A, B, C* y *D* fueran las mismas. Sin embargo, si se omite la viga *B* como en la *figura 2.P (b)*, o la reacción de ésta fuera menor a la de *A* como en *fig. 2.Q*, las cargas sobre la columna ya no están en condiciones simétricas, y en ambos casos, el patín izquierdo de la columna se verá sujeto a un mayor esfuerzo unitario que el del lado derecho. Este tipo de carga excéntrica se presenta con frecuencia en columnas de muros de edificio, donde una viga de piso se apoya sobre la cara interior sin tener una carga correspondiente a la cara exterior.



a) Carga concéntrica.



b) Carga excéntrica.

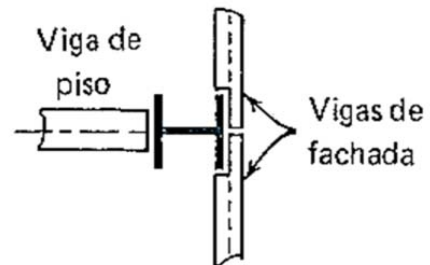


Fig. 2.Q Carga de columna exterior.

Fig. 2.P Cargas de Columna.

Si se pretende obtener una fórmula que considere la variación en el esfuerzo sobre la sección transversal de la columna debido a la excentricidad, se debe considerar un bloque a compresión como se ilustra en la *figura 2.R*.

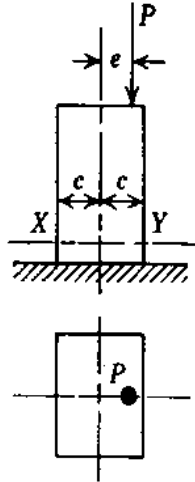


Fig. 2.R

Donde la carga P se aplica de manera excéntrica, la distancia e es la excentricidad y c es la distancia del eje del bloque a las fibras más alejadas. El esfuerzo en cualquier fibra, en cualquier sección del bloque, como X - Y , se puede considerar como la suma de esfuerzo promedio P/A y un esfuerzo causado por el momento Pe a la derecha del eje del bloque, es decir sobre el mismo lado que P , este momento causa un esfuerzo de compresión en la sección, y a la izquierda del eje un esfuerzo de tensión. El esfuerzo unitario en Y es igual al esfuerzo promedio P/A , más el esfuerzo de la fibra extrema Mc/I causado por el momento Pe . Si se sustituye Pe por M , entonces la intensidad del esfuerzo en y se expresa como:

$$f_y = \frac{P}{A} + \frac{Pec}{I}$$

Y la intensidad del esfuerzo en x es:

$$f_x = \frac{P}{A} - \frac{Pec}{I}$$

Estas ecuaciones son aplicables a secciones simétricas respecto a dos ejes, como rectángulos, secciones W o S . De manera general:

$$f = \frac{P}{A} \pm \frac{Pec}{I}$$

Donde f es el esfuerzo unitario en cualquier borde de la sección, dependiendo si se usa un signo + (para compresión) o signo - (para tensión), e I es el momento de inercia en el sentido de excentricidad.

Para columnas cargadas excéntricamente, la compresión máxima es la más crítica casi siempre, ya que pocas veces el esfuerzo de tensión sobre el borde lejano de la columna debido al momento Pe será suficiente para contrarrestar el esfuerzo directo de compresión P/A .

Las columnas suelen soportar una carga axial directa además de cualquier carga excéntrica que pueda existir, en este caso, se debe expresar:

$$f = \frac{P}{A} + \frac{P'ec}{I}$$

En donde P es la carga vertical total incluyendo la carga excéntrica, y P' es la carga excéntrica sola

2.11.3 Diseño de columnas con cargas excéntricas

El cálculo de columnas con cargas excéntricas requiere en esfuerzo flexionante y axial combinado permisible para compararlo con el esfuerzo real calculado. El procedimiento de diseño se basa en valores separados para esfuerzo flexionante permisible.

El objetivo principal es aislar el esfuerzo flexionante real y el esfuerzo directo real e identificar cada uno con esfuerzos flexionantes y axiales permisibles controlados independientemente F_a y F_b (Los esfuerzos permisibles de las vigas varían). El enfoque de diseño consiste en ajustar porcentajes, limitando la suma del porcentaje de esfuerzo axial (f_a/F_a) y el porcentaje de esfuerzo flexionante (f_b/F_b) al 100%. Se complica por el hecho de que los esfuerzos flexionantes reales (f_b) de las vigas se incrementan cuando una columna ya flexionada (con un momento flexionante) se sujeta a una carga axial. Con un factor de amplificación se ajusta el porcentaje de esfuerzo flexionante en esta columna. Finalmente, el esfuerzo flexionante (f_b) se debe ajustar aún más para tomar en consideración las condiciones de extremo; para este propósito se usa un factor de reducción (C_m).

El procedimiento de diseño se inicia suponiendo una sección de prueba y calculando el porcentaje del esfuerzo axial permisible de las cargas, es decir f_a/F_a . En seguida se calcula el porcentaje del esfuerzo flexionante permisible (f_b/F_b). El porcentaje de esfuerzo flexionante se ajusta más para permitir el incremento del esfuerzo del esfuerzo debido a la flexión inicial y para las condiciones de extremo. Esto se logra multiplicando el porcentaje de esfuerzo flexionante por el factor de amplificación y el factor de reducción. Luego se suman los porcentajes y si el valor resultante es menor que 100%, el diseño se considera seguro.

A continuación, se presentan las fórmulas aplicables necesarias para el diseño. La nomenclatura es la siguiente:

$$\begin{aligned} F_a &= \text{esfuerzo unitario axial permisible} \\ F_b &= \text{esfuerzo flexionante unitario permisible} \\ f_a &= \text{esfuerzo unitario axial real desarrollado} \\ f_b &= \text{esfuerzo unitario flexionante real desarrollado} \end{aligned}$$

Como nota, en la definición de radio de giro, el momento de inercia se expresa como Ar^2 . Cuando se calcula una columna cargada excéntricamente,

$$f_a = \frac{P}{A}$$

y

$$f_b = \frac{P'_{ec}}{I} = \frac{P'_{ec}}{Ar^2}$$

En el diseño, si una columna se somete solamente a carga axial, el área de la sección transversal necesaria (A_a) será:

$$A_a = \frac{P}{F_a}$$

Si una columna se somete sólo a acción flexionante, el área de la sección transversal necesaria (A_b) será:

$$A_b = \frac{P'_{ec}}{F_b r^2}$$

Si una columna se sujeta tanto a carga axial como a acción flexionante, el área total necesaria sería:

$$A_a + A_b = A = \frac{P}{F_a} + \frac{P'_{ec}}{F_b r^2}$$

Dividiendo ambos lados de la ecuación entre A ,

$$1 = \frac{P}{F_a A} + \frac{P'_{ec}}{F_b A r^2}$$

Esto puede plantearse como:

$$\frac{P/A}{F_a} + \frac{P'_{ec}/Ar^2}{F_b} = 1$$

Sustituyendo valores,

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} = 1$$

Esta es la fórmula de interacción fundamental. De manera gráfica, nos da una línea recta como se muestra en la *figura 2.S*, en donde por ejemplo si se tiene 0.7 en la relación f_b/F_b , entonces la relación f_a/F_a no puede exceder de 0.3.

La fórmula de interacción fundamental sirve para calcular los esfuerzos adicionales causados por el pandeo de columna bajo carga axial, reduciendo el valor de F_a cuando aumenta el mayor KL/r . Sin embargo, en la fórmula no se toman en cuenta los esfuerzos adicionales causados por la deflexión lateral debida a momentos de extremo inducidos.

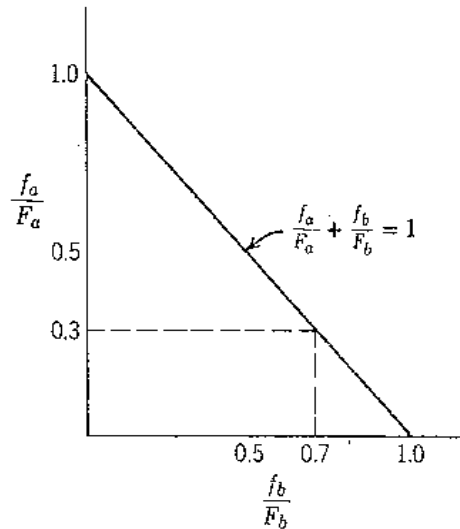


Fig. 2.5 Fórmula fundamental de iteración.

a. Esfuerzos de momento extremo.

Este fenómeno se puede describir por la secuencia de carga de columna de la figura 2.7. En la figura 2.7 (a), se muestra un miembro vertical con iguales momentos de extremo M_0 que se deflexiona hasta una forma que parece exagerada por la línea punteada. La deflexión lateral máxima es Δ_m , y el momento a mitad de la altura es M_0 . Cuando la carga axial P se aplica la forma ya deflexionada figura 2.7 (b), se provocará un momento adicional a la mitad de la altura igual a $P\Delta_m$. Éste a su vez, causa más deflexión lateral, provocando un mayor momento, y así sucesivamente. Por lo tanto, el esfuerzo flexionante final a mitad de la altura de la columna será la suma de los esfuerzos causados por cada acción:

$$f_b = \frac{M_0 c}{I} + \frac{\Delta_m P c}{I}$$

Entonces, para una condición constante de extremo, como la mostrada en la figura 2.7 (iguales momentos de extremo), la deflexión lateral Δ_m dependerá de la relación de esbeltez de la columna con respecto a la dirección de la flexión. Una relación de esbeltez amplia permite una mayor deflexión lateral. Los esfuerzos flexionantes correspondientes de la deflexión aumentarán al incrementarse los valores de la carga axial P .

Con fin de simplificar el procedimiento de diseño, el AISC propone un método aplicando una fórmula iterativa.

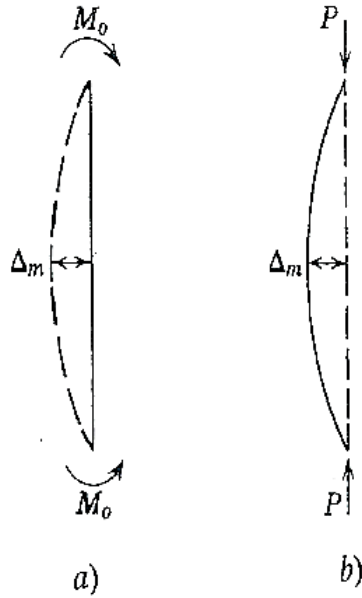


Fig. 6.T Efecto del momento extremo.

En la figura 2.U se muestran curvas típicas de datos de prueba. Se hicieron pruebas con columnas con momentos de extremo iguales (M_o) para determinar qué carga axial adicional P se podría aplicar antes de que ocurriera la falla. El ensayo se generó para diferentes relaciones de esbeltez, calculadas en relación a la dirección del momento aplicado. Los valores resultantes de varias combinaciones de P y M_o se hicieron adimensionales dividiéndolos entre P_y y M_y respectivamente. P_y es la carga axial que causa fluencia si ocurre en ausencia de una carga axial.

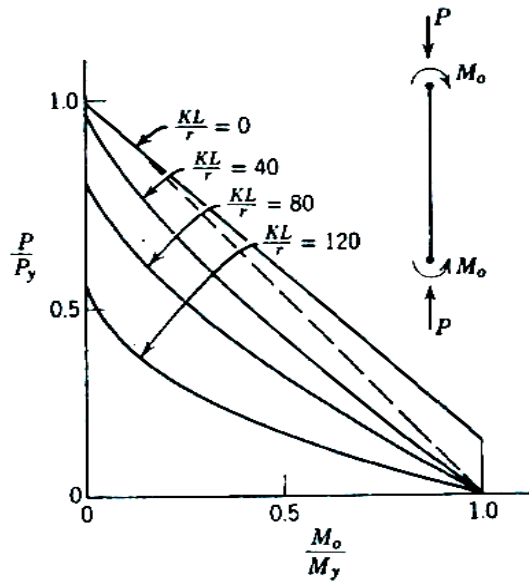


Fig. 2.U Modificación de datos de prueba de la fórmula de interacción

La similitud de las relaciones de carga axial P/P_y y las relaciones de esfuerzo axial f_a/F_a debe ser notada. Esta similitud existe entre las relaciones de momento M_0/M_y y las relaciones de esfuerzo flexionante f_b/F_b . La línea punteada sobrepuesta a estas curvas de datos de prueba representa la fórmula de interacción de la línea recta.

Para todos los casos a excepción de columnas con valores muy pequeños para KL/r , las curvas de datos experimentales quedan en el lado inseguro de la línea recta de la curva de interacción. Las curvas se vuelven cada vez más inseguras a medida que incrementa KL/r .

Pueden obtenerse curvas muy próximas a las mostradas en la *fig. 2.U* con la fórmula:

$$\frac{P}{P_y} + \left[\frac{1}{1 - \frac{P}{P_e}} \right] \frac{M_0}{M_y} = 1.0$$

donde P_e es la carga de pandeo elástico de la columna, cuando el pandeo ocurre respecto al mismo eje que la flexión y es igual a $\frac{\pi^2 EI}{L^2} = F'_e A$.

$$P = f_a A$$

$$P_y = F_a A$$

$$M_0 = \frac{f_b I}{C}$$

$$M_y = \frac{F_b I}{C}$$

Si se sustituyen estos valores en la fórmula básica de la curva:

$$\frac{f_a A}{F_a A} + \left[\frac{1}{1 - \frac{f_a A}{F'_e A}} \right] \frac{f_b (I/C)}{F_b (I/C)} = 1.0$$

que reducida queda como:

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{1}{1 - \frac{f_a}{F'_e}} \right] \frac{f_b}{F_b} = 1.0$$

El factor entre corchetes [] se conoce como factor de amplificación.

F'_e se define como esfuerzo límite de Euler (descrito más adelante). Cuando este factor es muy grande y/o el esfuerzo axial f_a es muy pequeño, el factor de

amplificación se puede omitir; por el contrario, cuando estos factores son significativos, el factor de amplificación aumenta la relación $\frac{f_b}{F_b}$ y toma en cuenta un esfuerzo flexionante adicional.

b. Factor de reducción.

Las curvas básicas de columnas de la *figura 2.U* y el factor de amplificación ya descrito se basaron en momentos iguales de extremos de columnas, que causan una curvatura simple. Estas condiciones de extremo son las más severas. Cualquier otra combinación de condiciones de extremo permitiría una mayor afinación en la forma de un factor de reducción C_m , que se multiplicará por la relación de esfuerzo flexionante amplificado. Por tanto, la fórmula de interacción ajustada establecida por la especificación del AISC de 1987 es:

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{C_m}{1 - \frac{f_a}{F'_e}} \right] \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0$$

Y se deben cumplir todos los puntos sobre una columna entre apoyos laterales cuando $f_a/F_a \geq 0.15$.

En el factor de reducción C_m el valor se ve establecido por el tamaño y la dirección relativos de los momentos de extremo de las columnas y nunca es mayor a 1.0 la especificación del AISC establece en 1978 establece C_m para columnas arriostradas:

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2}$$

M_1 =Momento menor de extremo

M_2 =Momento mayor de extremo

La relación $\frac{M_1}{M_2}$ Es negativa si los momentos extremos actúan en la misma dirección y originan una sola curva y será positiva si los momentos extremos son de dirección opuesta y causan una doble curva de deflexión.

A continuación, se muestran tres condiciones de extremo que suelen encontrarse en edificios de acero. En 1978 la especificación del AISC estipula que C_m no debe de ser menor que 0.4, lo cual sucede en la *figura 2.V (c)*.

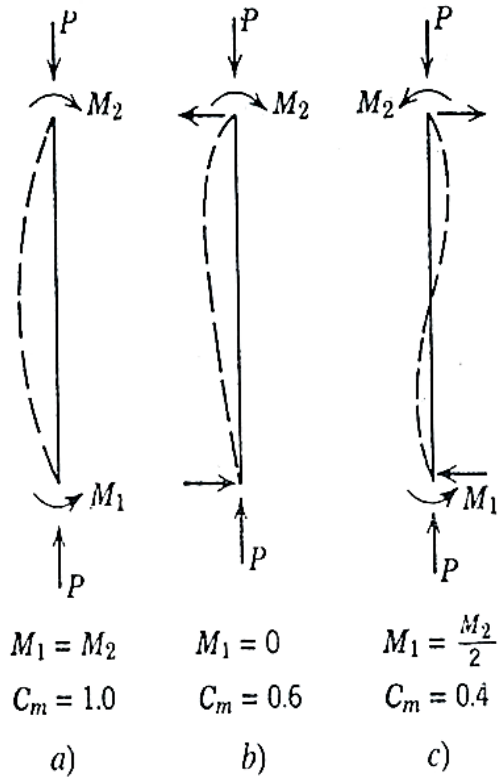


Fig. 2.V Factores de reducción para columnas arriostradas en los extremos.

En caso de que no exista arriostramiento contra el pandeo lateral, la longitud efectiva KL debe de ser mayor que la altura del piso; esto debe de tomarse en consideración para seleccionar el factor K al hacer el cálculo de F_a y en este caso se necesitará una protección contra la influencia de momentos adicionales causados por la fuerza axial multiplicada por la deflexión lateral del marco en piso, así, en 1978 el AISC modifica la especificación situando el límite menor para C_m mayor o igual a 0.85.

Existe también el caso en que la columna recibe cargas transversales además de fuerzas axiales (*fig. 2.W*), en este, la magnitud de la carga y el tipo de carga transversal afectarán apreciablemente a Δ_m , además de la posible influencia en el efecto de momento extremo provocando un mayor momento entre los extremos. El AISC especifica que f_b debe de ser calculado desde el punto bajo considerando usar el M mayor; en estas condiciones C_m puede considerarse de manera conservadora como 1.0.

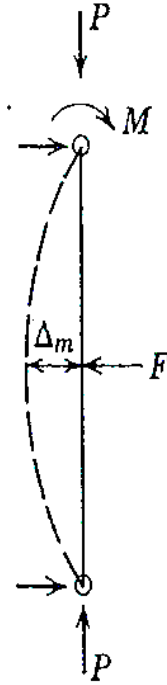


Fig. 2.W Carga transversal sobre una columna.

Cuando la carga axial es mayor en relación con el momento flexionante, los esfuerzos adicionales causados por la deflexión lateral son omitidos, la especificación AISC permite la aplicación directa de la fórmula de interacción de línea recta cuando $f_a/F_a \leq 0.15$. Para estas condiciones se utiliza:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0$$

Es necesario establecer un criterio adicional de seguridad en todas las columnas con cargas combinadas. Las fórmulas de diseño utilizadas son aplicables a posiciones cercanas al centro de una columna en donde el pandeo y la deflexión lateral son mayores. Existe la posibilidad de que el esfuerzo combinado calculado en un extremo exceda al de todos los puntos en que se crea la deflexión lateral por los momentos de extremo, aun cuando se haya modificado el esfuerzo flexionante en esos puntos (dependiendo de la relación de esbeltez de una columna no arriostrada en el plano de flexión). En este caso se deberá usar la fórmula de interacción de línea recta sustituyendo $0.6 F_y$ por F_a quedando:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0$$

Esta condición de cumplirse en los puntos en los que la columna esté arriostrada en el plano de flexión en todas las columnas.

En resumen:

Se calcula la relación entre el esfuerzo axial directo y el esfuerzo axial permisible f_a/F_a . F_a se establece por el valor máximo de KL/r y es independiente del efecto del momento flexionante. Si la relación es menor que 0.15, se debe cumplir la condición de que

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0$$

Si la relación f_a/F_a es mayor que 0.15, se debe cumplir la condición de:

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{C_m}{1 - \frac{f_a}{F'_e}} \right] \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0$$

Además, debe de cumplirse la siguiente condición en puntos de apoyo lateral en el plano de flexión:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0$$

2.11.4 Método de la carga concéntrica equivalente

Un método común para calcular el esfuerzo flexionante unitario en una columna sometida a cargas excéntricas consiste en considerar el efecto de excentricidad como una carga concéntrica equivalente, esto es, la carga excéntrica se reemplaza por una carga concéntrica de suficiente magnitud que produzca un esfuerzo igual al máximo esfuerzo producido por la carga excéntrica.

Si P_{eq} es la carga concéntrica equivalente, y A es el área de la sección transversal de la columna, el esfuerzo unitario producido por P_{eq} se puede igualar al esfuerzo flexionante unitario producido por la carga excéntrica, es decir,

$$\frac{P_{eq}}{A} = \frac{M}{S}$$

De donde

$$P_{eq} = \frac{A}{S} M$$

En donde M es el momento flexionante originado por el momento en el extremo de la viga o por la carga excéntrica (P'_e) y S es el módulo de sección respecto al eje en el cual se efectúa la flexión.

La relación A/S se denomina factor de flexión, este factor se lista con las tablas de cargas admisibles para columnas en el Manual AISC. La relación A/S se simboliza con B , y hay dos valores para cada sección de columna, identificados por los subíndices x o y , según el eje de la columna a que pertenezca. En este estudio el factor de flexión será el eje mayor $x - x$. Por lo tanto, la expresión de la carga concéntrica queda como:

$$P_{eq} = B_x M$$

El método de la carga concéntrica equivalente facilita en gran medida el diseño cuando se usan tablas de cargas admisibles. El objeto es seleccionar al primer intento una sección tan precisamente como sea posible. Sin embargo, cada sección de prueba debe ser revisada mediante el cálculo de la suma de relaciones de esfuerzo.

El esfuerzo obtenido también puede encontrarse usando el método de carga concéntrica equivalente. Sin embargo, este método produce resultados que se aproximan a un diseño exacto sólo cuando el esfuerzo permisible para la carga axial se aproxima al esfuerzo permisible para el momento flexionante, o $F_a \rightarrow F_b$. Se concluye también que entre mayor sea la carga axial y menor el momento flexionante, más exacto será el diseño elaborado al usar el método de la carga concéntrica equivalente.

La exactitud de la carga axial equivalente se puede mejorar multiplicando ésta por la relación f_a/F_b (esto requiere saber de antemano cuales son estos valores finales). La relación puede ser pequeña si en el caso predomina la influencia del pandeo axial; sucede lo contrario en casos en que la columna funciona principalmente como elemento de flexión. Sin embargo, en todos los casos se puede tomar de manera conservadora 1.0.

El procedimiento usual consiste en calcular la carga equivalente total aproximada, basándose en los requisitos de la revisión de estabilidad (fórmula de interacción modificada). La carga equivalente total sería la carga axial total que se usa para calcular f_a , más la carga concéntrica equivalente que representaría el efecto de la excentricidad. En la revisión de la estabilidad, el efecto de excentricidad se mide en la relación de esfuerzo flexionante f_a/F_b , que se modifica aún más por el factor de reducción C_m .

De manera similar, la carga concéntrica equivalente se debe multiplicar por C_m antes de agregar su efecto al de la carga axial. Por lo tanto, la carga axial equivalente sería:

$$P_{total} = P_{axial} + P_{eq}$$

$$P_{total} = P_{axial} + B_x C_{mx} M_x \frac{F_a}{F_b}$$

El único factor no incluido en esta ecuación es el factor de amplificación. Es necesario hacer una modificación más a fin de incluir su influencia.

En las tablas de cargas admisibles se selecciona un factor de flexión de prueba, el cual, cuando se usa producirá una carga total que se puede comparar con las dadas en la tabla de cargas admisibles.

El método de la carga concéntrica equivalente también se podría aplicar a columnas sujetas a flexión en relación a ambos ejes. Sin embargo, para hacerlo se requiere calcular una carga concéntrica equivalente para la flexión según el eje $x - x$ (P_{eq-x}) y una carga concéntrica equivalente para el eje $y - y$ (P_{eq-y}), y luego sumar ambos a la carga axial total para compararlo con cargas listadas en las tablas de cargas admisibles.

2.12 Empalmes de columnas

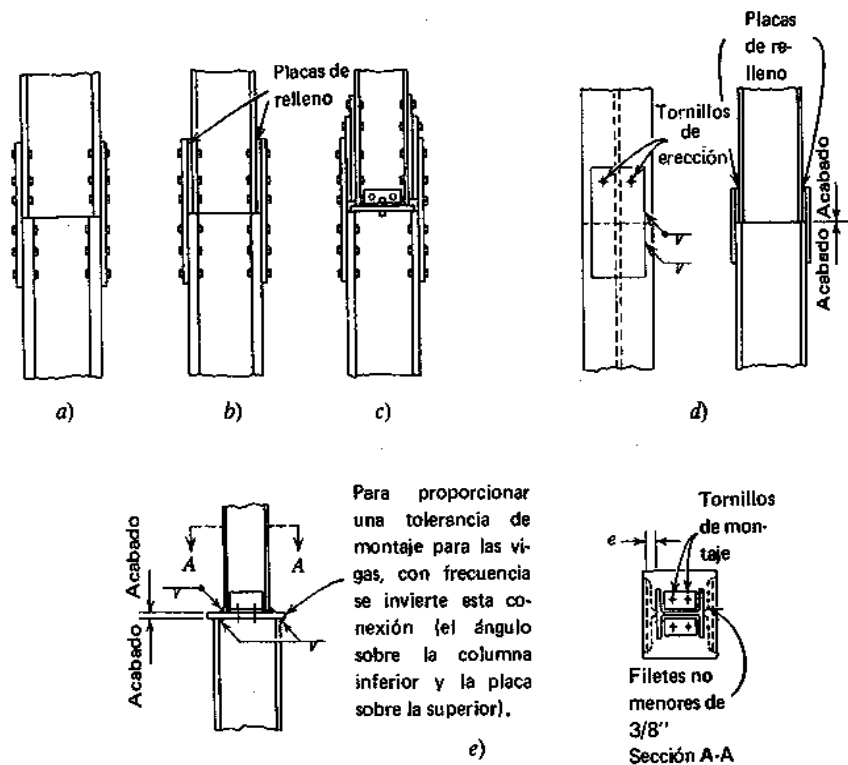


Fig. 2.X Empalmes habituales en columnas.

Usualmente las columnas se empalman más o menos a 1ft 6inch sobre el nivel de piso, y el tipo del empalme depende de los tamaños de los miembros que se van a conectar. En la construcción de edificios, comúnmente se fresan los extremos de las columnas, ya que la mayor parte de los esfuerzos se transmite por apoyo directo. Cuando toda el área de la sección transversal de la columna superior se apoya sobre la columna inferior, las placas de empalme sólo sirven para sujetar la columna en su posición o para transmitir esfuerzos flexionantes *figs. 2.X (a), (b) y (d)*.

Cuando no se puede asegurar el apoyo total, se deben diseñar empalmes especiales, similares a los mostrados en las *figs. 2.X (c) y (e)*.

2.13 Momentos inducidos en columnas

Hasta ahora los avances que existen en la teoría y los métodos de soldadura de arco permiten restringir los extremos de las vigas contra la rotación cuando están conectadas a columnas. Con esto, la viga no sólo transmite una reacción de extremo a la columna, sino que induce un momento flexionante también. El momento en la junta, causado por el extremo restringido de la viga, es resistido por todos los miembros que confluyen rígidamente a la junta, cada uno recibiendo una parte del momento flexionante, proporcional a su rigidez.

En la *figura 2.Y* se ilustra un tipo de diseño con una viga con extremo restringido, y una columna discontinua arriba. El esfuerzo de fibra en la columna de debajo de la viga en cualquier sección se puede expresar como:

$$f = \frac{P}{A} \pm \frac{P'_{ec}}{I} \pm \frac{M_c}{I}$$

Este tipo de diseño se puede expresar como se ve en la *figura 2.Z*, donde el momento debido a la carga excéntrica P' y el momento de extremo de columnas se han combinado. Es decir:

$$f = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I}$$

donde P representa de nuevo la carga vertical total y M los momentos combinados.

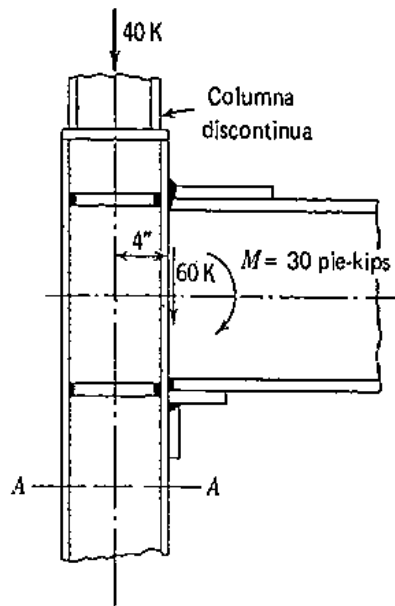


Fig. 2.Y Momentos inducidos.

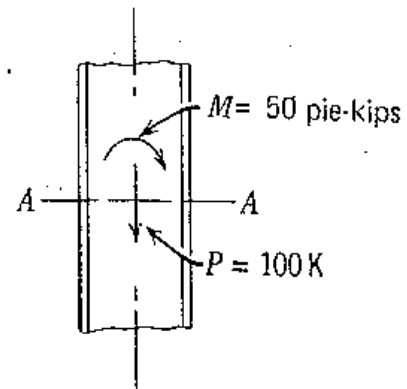


Fig. 2.Z Condición combinada.

CAPÍTULO III

CRITERIO DE DISEÑO POR EL MÉTODO DE DISEÑO POR ESFUERZOS PERMISIBLES (DEP)

El método de diseño por esfuerzos permisibles (DEP) empleado para el dimensionamiento de estructuras de acero para edificios. Consiste en calcular por medio de un análisis de tipo elástico las acciones internas que producen las sollicitaciones de servicio (normales o de trabajo) en los diversos miembros estructurales, y en comparar los esfuerzos ocasionados por esas acciones, determinados también por métodos elásticos, con los permisibles o de trabajo, que se obtienen dividiendo ciertos esfuerzos característicos (de fluencia, falla por inestabilidad, etc.) entre un coeficiente de seguridad.

El DEP es útil para predecir el comportamiento de las estructuras en condiciones de servicio, pero en muchos casos no permite calcularlas en las cercanías de colapso, ya que éste se presenta con frecuencia fuera del intervalo elástico, cuando la ley de Hooke ya no rige las relaciones entre esfuerzos y deformaciones. Cuando esto ocurre no puede determinarse el coeficiente de seguridad real de la estructura respecto a la falla.

A continuación, se presentan los esfuerzos permisibles estipulados en las especificaciones del Instituto Mexicano de la Construcción en Acero (especificaciones AISC-ASD-19899) y que se utilizan en el diseño de miembros estructurales de acero, sujetos a tensión (placas, barras y tirantes), compresión (columna aislada), miembros en flexión y en cortante (vigas) y miembros flexocomprimidos (columnas).

3.1 Determinación de los esfuerzos permisibles.

Si se llevan los valores 1.67 y 1.92 obtenidos en la *sección 3.7* a las fórmulas:

Fórmula de pandeo elástico:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$$

Fórmula de pandeo inelástico:

$$\sigma_{cr} = \sigma_y - \frac{\sigma_{rc}}{\pi^2 E} (\sigma_y - \sigma_{rc}) \left(\frac{L}{r}\right)^2$$

Respectivamente y se sustituye en ellas la longitud real L de la columna doblemente articulada por la longitud efectiva KL , para que pueden aplicarse a otras condiciones de apoyo, se obtienen las expresiones siguientes para el cálculo de los esfuerzos de trabajo de piezas rectas cargadas axialmente:

Para $KL/r \geq C_c$ (pandeo elástico):

$$\sigma_p = \frac{\pi^2 E}{1.92(KL/r)^2} = \frac{10476000}{(KL/r)^2} \text{ kg/cm}^2$$

Para $KL/r \leq C_c$ (pandeo inelástico):

$$\sigma_p = \frac{\left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right] \sigma_y}{C.S.}$$

Al calcular el coeficiente de seguridad por medio de la ecuación que se presenta en la *sección 3.7* es necesario introducir también en ella la longitud efectiva KL .

Estas dos ecuaciones son recomendadas por el AISC para el diseño de piezas sometidas a compresión, mientras que en el Reglamento de Construcción del D.F. se siguen criterios análogos.

Para facilitar su aplicación, evitando la necesidad de calcular en forma directa el esfuerzo permisible en cada caso particular, se han tabulado los resultados proporcionados por las ecuaciones de pandeo elástico e inelástico, de manera que conociendo el tipo de acero usado en una columna y su relación de esbeltez en la tabla se lee directamente el esfuerzo permisible. La siguiente tabla proporciona los esfuerzos admisibles en kg/cm^2 para miembros en compresión de acero A36.

En contraventeos y miembros secundarios con relación de esbeltez mayor de 120, el AISC permite un incremento en los esfuerzos de trabajo dividiendo los obtenidos en las ecuaciones de pandeo elástico y pandeo inelástico entre $1.6 - (L/200r)$; estos esfuerzos son justificados en parte por la importancia relativamente pequeña de los elementos a los que se les aplican, y en parte por la mayor efectividad de las restricciones que suele haber en sus extremos; como la fórmula toma en cuenta la rigidez de las conexiones extremas, al emplearla se utiliza siempre la longitud total del miembro, y el incremento de esfuerzos sólo se aplica a piezas cuyos extremos estén impedidos de moverse tanto lineal como angularmente.

Miembros Principales y Secundarios con $\frac{KI}{r}$ no mayor de 120						Miembros Principales con $\frac{KI}{r}$ de 121 a 200				Miembros Secundarios* con l/r de 121 a 200			
$\frac{KI}{r}$	F_a Kg/cm ²	$\frac{KI}{r}$	F_a Kg/cm ²	$\frac{KI}{r}$	F_a Kg/cm ²	$\frac{KI}{r}$	F_a Kg/cm ²	$\frac{KI}{r}$	F_a Kg/cm ²	$\frac{KI}{r}$	F_a Kg/cm ²	$\frac{KI}{r}$	F_a Kg/cm ²
1	1516	41	1344	81	1072	121	713	161	405	121	716	161	510
2	1513	42	1338	82	1064	122	702	162	400	122	709	162	506
3	1510	43	1332	83	1056	123	693	163	395	123	703	163	503
4	1507	44	1326	84	1048	124	682	164	390	124	696	164	501
5	1504	45	1320	85	1040	125	671	165	386	125	689	165	498
6	1501	46	1315	86	1031	126	662	166	381	126	682	166	495
7	1498	47	1308	87	1024	127	651	167	376	127	674	167	492
8	1494	48	1303	88	1015	128	641	168	372	128	667	168	489
9	1491	49	1297	89	1007	129	631	169	368	129	661	169	487
10	1488	50	1290	90	998	130	622	170	364	130	654	170	484
11	1484	51	1284	91	991	131	612	171	359	131	648	171	482
12	1480	52	1278	92	982	132	603	172	355	132	641	172	480
13	1477	53	1271	93	973	133	593	173	351	133	635	173	477
14	1473	54	1265	94	965	134	585	174	347	134	629	174	475
15	1469	55	1259	95	956	135	576	175	343	135	623	175	473
16	1465	56	1252	96	948	136	567	176	339	136	617	176	471
17	1461	57	1245	97	939	137	560	177	335	137	612	177	469
18	1457	58	1239	98	930	138	551	178	331	138	606	178	467
19	1453	59	1233	99	921	139	543	179	328	139	600	179	465
20	1448	60	1226	100	913	140	536	180	324	140	596	180	463
21	1444	61	1218	101	903	141	528	181	321	141	590	181	461
22	1440	62	1212	102	894	142	521	182	317	142	585	182	459
23	1435	63	1205	103	885	143	513	183	314	143	580	183	458
24	1431	64	1198	104	877	144	506	184	310	144	575	184	456
25	1426	65	1191	105	867	145	499	185	307	145	571	185	454
26	1422	66	1184	106	858	146	493	186	304	146	566	186	453
27	1417	67	1177	107	849	147	486	187	300	147	562	187	451
28	1412	68	1170	108	840	148	480	188	297	148	558	188	450
29	1407	69	1162	109	830	149	473	189	294	149	553	189	449
30	1402	70	1155	110	821	150	467	190	291	150	549	190	447
31	1397	71	1148	111	811	151	461	191	288	151	545	191	446
32	1392	72	1140	112	802	152	454	192	285	152	541	192	445
33	1387	73	1133	113	792	153	449	193	282	153	537	193	444
34	1382	74	1126	114	783	154	443	194	279	154	534	194	443
35	1377	75	1118	115	773	155	437	195	276	155	529	195	442
36	1371	76	1110	116	763	156	432	196	274	156	526	196	441
37	1365	77	1103	117	753	157	426	197	271	157	522	197	440
38	1360	78	1095	118	743	158	420	198	268	158	520	198	439
39	1355	79	1088	119	733	159	416	199	265	159	516	199	438
40	1349	80	1080	120	723	160	410	200	262	160	513	200	437

* K = 1 para miembros secundarios.

3.1.1 Esfuerzos permisibles de miembros en tensión

Los esfuerzos permisibles son aplicables a miembros prismáticos sujetos a tensión axial producida por fuerzas que actúan a lo largo de su eje centroidal. Cuando haya excentricidades importantes en las conexiones, sus efectos deben tenerse en cuenta en el diseño del miembro.

Cuando se espere que el elemento estructural en estudio vaya a quedar sometido durante su vida útil a un número muy elevado de ciclos de carga, el cálculo de su resistencia se tendrá en cuenta la posibilidad de una falla por fatiga.

El esfuerzo de tensión permisible F_t no será mayor de $0.60 F_y$ en el área total.

$$F_t = 0.60F_y$$

El esfuerzo de tensión permisible no será mayor de $0.50 F_u$ en el área neta efectiva.

$$F_t = 0.50F_u$$

El esfuerzo permisible en el área neta a tensión del agujero para miembros conectados con pasador es de $0.45 F_y$.

$$F_t = 0.45F_y$$

El esfuerzo permisible en las barras de ojo que cumplen con los requisitos de la sección D3.3 en el Manual de Diseño para la Construcción con Acero (AHMSA) es $0.60 F_y$ en el área del cuerpo.

$$F_t = 0.60F_y$$

3.1.2 Esfuerzos permisibles miembros en compresión

La columna aislada es un miembro prismático con secciones compactas o no compactas, sometida a compresión axial producida por fuerzas que actúan a lo largo de sus ejes centroidales.

El diseño de miembros formados por elementos planos esbeltos en compresión se efectúa con las disposiciones del Apéndice C del Manual IMCA.

Los miembros de sección variable o de alma trapezoidal se dimensionarán de acuerdo con el apéndice D de las especificaciones (IMCA).

a. Longitud efectiva.

La longitud efectiva de los miembros comprimidos axialmente es igual al producto del factor de longitud efectiva K , que se determinará de acuerdo con la sección 1.8 Especificaciones IMCA, por la longitud libre de la columna. El factor K depende de las condiciones de apoyo de la columna.

b. Relaciones de esbeltez

La relación de esbeltez Kl/r de los miembros comprimidos axialmente se determina con la longitud efectiva Kl y el radio de giro r correspondiente. l es la longitud libre

de la columna, entre secciones soportadas lateralmente y K es el factor de longitud efectiva. Debe tenerse cuidado en todos los casos de utilizar la relación de esbeltez máxima del miembro, ya que K, l, r o cualquiera de estas cantidades, pueden tener valores diferentes en un mismo elemento, dependiendo del eje de las secciones transversales alrededor del que se presenta el pandeo, de las condiciones en sus extremos y de la manera en la que esté soportado lateralmente.

La relación de esbeltez l/r de miembros en tensión se determina con su longitud l .

Para relaciones de esbeltez máximas permisibles, ver sección 1.8.4, Especificaciones IMCA.

3.1.3 Esfuerzos permisibles de miembros en flexión (vigas)

Los esfuerzos permisibles son aplicables a vigas laminadas y trabes hechas con placas soldadas, de sección I o en cajón, con dos ejes de simetría, cargadas en uno de los planos de simetría, y a canales con las cargas situadas en un plano paralelo al alma que pasa por el centro de torsión o restringidas contra la rotación alrededor del eje longitudinal en las secciones en las que están aplicadas las cargas en los apoyos.

También es aplicable a barras de sección transversal maciza, circular, cuadrada o rectangular, estas últimas flexionadas alrededor de su eje menor de momento de inercia, y a barras de sección transversal circular hueca.

Todos los elementos mencionados trabajan principalmente en flexión, producida por cargas transversales o por momentos aplicados en sus extremos; la flexión se presenta, casi siempre, acompañada por fuerza cortante.

Para consultar fórmulas ver sección 1.6.2 de este trabajo.

- a. Flexión alrededor del eje de mayor momento de inercia de miembros de sección transversal I y canales.
 - i. Miembros con secciones compactas
 - ii. Miembros con secciones no compactas
 - iii. Miembros con secciones compactas o no compactas con longitud no arriostrada mayores que L_c .
- b. Esfuerzos permisibles: flexión alrededor del eje de menor resistencia de miembros de sección transversal I , barras sólidas y placas rectangulares.

El contraventeo lateral no se requiere en miembros cargados en el centro de cortante con respecto a su eje de menor momento de inercia ni en miembros de resistencia igual con respecto a los dos ejes.

- i. Miembros con secciones compactas.
- ii. Miembros con secciones compactas.

Para miembros de sección transversal I o H doblemente simétricos flexionados con respecto a su eje de menor momento de inercia (excepto miembros que tengan un esfuerzo de fluencia mayor de $4\,570\text{ kg/cm}^2$) con patines no compactos conectados en forma continua al alma podrán diseñarse sobre la base de un esfuerzo permisible de:

$$F_b = F_y \left[1.075 - 0.0006 \left(\frac{b_f}{2t_f} \right) \sqrt{F_y} \right] \dots\dots\dots 3.01$$

- c. Esfuerzos permisibles: flexión de miembros en cajón, tubos circulares y rectangulares.

- i. Miembros con secciones compactas.

Para clasificar una sección como compacta, un miembro de sección en cajón tendrá, además de cumplir los requisitos de la sección 1.5.1.4, inciso 6 del manual IMCA, un peralte no mayor que 6 veces el ancho, un espesor de patín no mayor que 2 veces el espesor del alma y una longitud sin soporte lateral L_b menor o igual a:

$$L_c = \left(137\,100 + 84\,400 \frac{M_1}{M_2} \right) \frac{b}{F_y}$$

Excepto que es necesario que no sea menor que $84\,360 (b/F_y)$, en donde M_1 es menor y M_2 el mayor de los momentos de flexión en los extremos de la longitud no arriostrada tomada con respecto al eje de mayor momento de inercia, y en donde M_1/M_2 , la relación de los momentos extremos, es positiva cuando M_1 y M_2 tienen el mismo signo (flexión con curvatura doble) y negativa cuando tienen signos contrarios (flexión con curvas simples).

- ii. Miembros con secciones no compactas.

- d. Esfuerzo cortante permisible.

Para relaciones $h/t_w \leq 3185/\sqrt{F_y}$, el esfuerzo cortante permisible es:

$$F_v = 0.40F_y$$

Para relaciones $h/t_w > 3185/\sqrt{F_y}$, el esfuerzo cortante permisible es, en la distancia libre entre patines el espesor del alma:

$$F_v = \frac{F_y}{2.89} (C_v) \leq 0.40F_y \quad \dots\dots\dots 3.02$$

Donde:

$$C_v = \frac{3160000k_c}{F_y(h/t_w)^2}, \text{ cuando } C_v \text{ es menor que } 0.8$$

$$= \frac{1590}{h/t_w}, \text{ cuando } C_v \text{ es mayor que } 0.8$$

$$k_v = 4.0 + \frac{5.34}{(a/h)^2}, \text{ cuando } a/h \text{ es menor que } 1.0$$

$$= 5.34 + \frac{4.00}{(a/h)^2}, \text{ cuando } a/h \text{ es mayor que } 1.0$$

t_w = espesor del alma, en cm.

a = distancia libre entre atiesadores transversales, en cm.

h = distancia libre entre patines en la sección considerada, en cm.

3.1.4 Esfuerzos permisibles totales

Para consultar fórmulas ver sección 1.6.1 de este trabajo.

a. Pandeo por flexotorsión.

El pandeo es un concepto teórico y está asociado a la característica que tienen los elementos esbeltos de deformarse transversalmente respecto a la línea de acción de la carga aplicada, cuando ésta excede un valor determinado denominado carga crítica.

La carga crítica que ocasiona el pandeo de la columna depende de las dimensiones de la sección transversal, de las condiciones de apoyo y de su longitud libre. Por lo tanto, las secciones muy robustas o de menor longitud incrementan el valor de la carga crítica.

El tipo de pandeo más común es el que ocurre en las barras sujetas a una fuerza de compresión axial, otros tipos son el pandeo por torsión y el de flexotorsión. El pandeo por torsión es una característica de las columnas que tienen secciones cruciformes, formadas por placas muy delgadas y ocurre cuando las cuatro placas se pandean por flexión simultáneamente y en la misma dirección; el pandeo por flexotorsión es característico de las columnas con uno o ningún eje de simetría (las formadas por ángulos o T) y las doblemente simétricas (como las de sección transversal en forma de cruz) o columnas de paredes muy delgadas y son el resultado de la combinación de pandeo por torsión y flexión.

- b. Esfuerzos cortantes con el alma de columnas.
Deberá investigarse la introducción de las fuerzas concentradas en las conexiones de columnas.

3.1.6 Esfuerzos permisibles de elementos flexocomprimidos (columnas: compresión axial y flexión)

Las ecuaciones que se presentan, basadas en el diseño por esfuerzos permisibles, son aplicables a miembros de eje recto y sección transversal constante, con dos ejes de simetría, sujetos a compresión y flexión producida por momentos que obran alrededor de uno o de los ejes de simetría. Se designan, indistintamente, como “columnas” o “elementos flexocomprimidos”.

De acuerdo con las especificaciones de 1949 los miembros flexocomprimidos o columnas, así como los que trabajan en flexotensión (tensión axial y flexión), se dimensionen como sigue:

Los miembros sujetos a esfuerzos axiales y de flexión combinados de manera que la siguiente ecuación:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad (\text{No exceda la unidad})$$

F_a = esfuerzo de compresión axial que se permitiría si la barra estuviese sometida únicamente a fuerza axial, kg/cm^2 .

F_b = esfuerzo de compresión por flexión que se permitiría si en la barra solo existiera momento flexionante, en kg/cm^2 .

f_a = esfuerzo axial calculado, en kg/cm^2 . Esfuerzo producido por la fuerza axial, que actúa sobre la barra (cociente de la fuerza axial entre el área de la sección transversal de la columna).

f_b = esfuerzo de compresión producido por la flexión en el punto en consideración, en kg/cm^2 . Cociente del momento flexionante máximo entre el módulo de sección de la columna.

Cuando las columnas están sujetas a flexión alrededor de los ejes centroidales y principales de sus secciones transversales, la ecuación anterior se convierte en:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0$$

F_{bx} = es el esfuerzo permisible por flexión para flexión alrededor del eje de mayor momento de inercia, calculado teniendo en cuenta una posible falla por pandeo lateral, y F_{by} el esfuerzo permisible básico, sin disminuir, ya que la flexión alrededor del eje de momento de inercia no produce inestabilidad lateral.

F_{by} = es el cociente del momento flexionante máximo alrededor de y dividido entre el módulo de sección S_y .

Si solo hay flexión alrededor del eje y , además de la fuerza axial, desaparece el segundo miembro de la ecuación presentada.

En las especificaciones actuales en México (especificaciones IMCA) en vigor desde 1987, se actualizan los miembros sometidos a esfuerzos combinados de compresión axial y de flexión, dimensionándolos de manera que se cumplan los siguientes requisitos:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}\right)F_{bx}} + \frac{C_{my}f_{by}}{\left(1 - \frac{f_a}{F'_{ey}}\right)F_{by}} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots 3.03$$

$$\frac{f_a}{0.60 F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots 3.04$$

Cuando $f_a/F_a \leq 0.15$, entonces se utiliza la siguiente ecuación:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots 3.05$$

En las ecuaciones anteriores, los subíndices x y y , combinados con b , m y e , indican el eje de flexión con respecto al cual se calculan un esfuerzo o una prioridad de diseño y

$$F'_e = \frac{12\pi^2 E}{23(K_{lb}/r_b)^2}$$

F'_e = esfuerzo crítico de Euler en el plano en que se considera la flexión dividido entre un factor de seguridad, en kg/cm^2 . (lb es la longitud real no arriostrada en el plano de la flexión y r_b es el radio de giro correspondiente. K es el factor de longitud efectiva del plano de la flexión).

C_m = coeficiente cuyo valor se toma:

- a. Para miembros en compresión en marcos sujetos a traslación lateral de sus juntas
 $C_m = 0.85$
- b. Para miembros en compresión con restricciones a las rotaciones de sus extremos, que forman parte de marcos contraventados contra la traslación de las uniones, y no están sometidos a cargas entre sus apoyos en el plano de la flexión
 $C_m = 0.60 - 0.40(M_1/M_2)$
 M_1/M_2 es el cociente del menor entre el mayor de los momentos en los extremos de la porción del miembro no arriostrada en el plano de la flexión que se está

considerando. M_1/M_2 es positivo cuando el miembro se flexiona en curvatura doble y negativo cuando se flexiona en curvatura simple.

- c. Para miembros en compresión que forman parte de marcos contraventeados contra la traslación de sus uniones en el plano de carga, que estén sometidos a cargas transversales entre sus apoyos, el valor de C_m puede determinarse por medio de un análisis racional. Sin embargo, en lugar de dicho análisis, se permiten los siguientes valores:

- i. Miembros cuyos extremos están restringidos contra la rotación en el plano de la flexión

$$C_m = 0.85$$

- ii. Miembros cuyos extremos no están restringidos contra la rotación en plano de la flexión

$$C_m = 0.100$$

Cuando la ecuación 3.08 se revisa la columna cuando la flexión es máxima en la zona central y con la ecuación 3.09, que debe aplicarse a los dos extremos, se comprueba que los esfuerzos no sean excesivos en ninguno de ellos; estas ecuaciones son más que ecuaciones de interacción para el diseño de columnas aisladas, por ejemplo, el empleo del factor de longitud efectiva en el cálculo del esfuerzo permisible en la columna comprimida axialmente (F_a) tiene por objeto evitar la falla por inestabilidad, bajo carga vertical, del marco del que forma parte la columna, en su plano o fuera de él, y con los términos $C_m(1 - f_a/F_e)$ se toman en cuenta los efectos aproximados de segundo orden producidos por la interacción carga-desplazamiento, así pues, se revisan de manera simultánea varios estados límite, pero las características de la ecuación no permite individualizarlos.

La tercera ecuación tiene como único objetivo simplificar los cálculos cuando la compresión directa es de poca importancia, pues en ese caso los términos $C_m(1 - f_a/F_e)$ se reducen a un valor muy cercano a la unidad.

El empleo de las ecuaciones de interacción es útil para el diseño de columnas flexocomprimidas y es recomienda en muchos reglamentos actuales; sin embargo, debido a que es un método empírico mayormente, proporciona resultados con un grado de seguridad incierto, y aunque los estados límite de la falla son revisados, esto se lleva a cabo de una manera poco clara, lo que proporciona que se cometan errores importantes.

Aún en la forma de las ecuaciones 3.08 y 3.09, cuando las ecuaciones de interacción se aplica a cada columna por separado, en marcos en los que no están impedidos los desplazamientos laterales de entrepiso, se cometen vario errores, el de mayor importancia se debe a que no se toma en cuenta que el pandeo de un entrepiso, con desplazamientos laterales relativos de los niveles que lo limitan, es un fenómeno de conjunto que involucra a todas las columnas; al utilizar el mismo factor de amplificación para los momentos por carga vertical que para los ocasionados por fuerzas horizontales (principalmente sismo), se comete otro error y no se amplifican los momentos en las trabes que llegan a los extremos de las columnas, lo que no cumple con la

condición de equilibrio. Esto, da lugar a recomendar que el factor $C_m(1 - f_a/F_e)$ de cada uno de los términos que corresponden a flexión se divida en dos, que afecten de manera independiente, los momentos producidos por cargas verticales y fuerzas horizontales.

3.2 Atiesadores transversales

Se requieren atiesadores intermedios cuando la relación h/t_w es mayor que 260 y el esfuerzo cortante máximo en el alma f_v es mayor que el permitido por medio de la ecuación (1.10-1).

El espaciamiento de atiesadores intermedios, cuando se requieran, deberá ser tal que el esfuerzo cortante en el alma no exceda el valor de f_v dado por la ecuación (F4-2) o (G3-1, la que sea aplicable, y

$$\frac{a}{h} \leq \left[\frac{260}{h/t_w} \right]^2 \leq 3.0$$

3.3 Momentos de segundo orden, factor de amplificación. (Introduciendo el efecto estable en las columnas)

La clasificación para diseño de estructuras de acero es por lo general aceptada como marcos contraventeados y marcos no contraventeados arrojando procedimientos de diseño muy diferentes para ambos casos, sin embargo para un diseño real no basta con que un edificio esté provisto de un sistema de contraventeo vertical de cualquier resistencia o rigidez para que caiga dentro del grupo de marcos contraventeados y en el grupo de marcos no contraventeados cuando carece de este sistema; sin embargo, el fenómeno que influye de manera directa en el comportamiento de los marcos, y que puede hacer que varíe por completo uno de otro, es la importancia relativa de los momentos de segundo orden, $P\Delta$, los que dependen tanto de la magnitud de las cargas verticales P como de los desplazamientos Δ , y si estos se mantienen por debajo de los criterios límites, ya sea utilizando un sistema de contraventeo o por medio de la rigidez propia de la estructura su efecto es poco significativo.

La manera más significativa de introducir el efecto $P\Delta$ en el diseño es haciendo un análisis de segundo orden, pero debido a lo laborioso que resulta el método iterativo, sobre todo en el intervalo elástico-plástico, la tendencia actual será evitarlo siempre que no sea indispensable, o sea cuando las estructuras cuentan con una rigidez lateral elevada, independientemente de que cuenten con contraventeo vertical, ya que en ese caso los efectos de segundo orden son poco influyentes.

El ACI menciona en el artículo 11.4 la recomendación de diseñar las columnas en base a un análisis de segundo orden, sin embargo, permite de manera alternativa el empleo de los nomogramas para cálculo de la longitud efectiva de columnas en marcos continuos *fig. 2.Ñ*, por consiguiente, la distinción entre miembros comprimidos en los que los desplazamientos lineales de los extremos están impedidos y miembros en los que pueden presentarse estos desplazamientos.

Uno de los métodos aproximados para obtener $P\Delta$ consiste en estimar los desplazamientos de entrepiso tomando como base los requisitos contenidos en los códigos de construcción y utilizarlos para calcular las fuerzas horizontales ficticias. Al conocer éstas se hace un análisis de primer orden de la estructura con las cargas verticales reales y las horizontales incrementadas, y se determinan los desplazamientos de los niveles; si son menores que los supuestos, los elementos mecánicos obtenidos representan una aproximación conservadora de las reales, puesto que corresponden a desplazamientos de entrepiso mayores que los que se presentarán en la estructura, y pueden utilizarse en el diseño. Es así como se obtiene un diseño conservador, pero que requiere un trabajo mucho menor que el necesario al emplear el método iterativo.

Otra de las maneras de calcular de manera aproximada $P\Delta$ con resultados aceptables es a través de los siguientes pasos:

- Se efectúa un análisis de primer orden para determinar el desplazamiento Δ_{1i} de cada nivel.
- Se calculan los desplazamientos incrementados por efectos de segundo orden, por medio de la expresión:

$$\Delta_{2i} = \frac{\Delta_{1i}}{1 - \Sigma P_i \Delta_{1i} / V_i h_i}$$

Donde:

Δ_{2i} es la deflexión de segundo orden, es decir, el desplazamiento total del nivel i ocasionado por la acción combinada de las fuerzas horizontales y el efecto $P\Delta$.

Δ_{1i} es la deflexión de primer orden producida por las cargas verticales y horizontales reales calculada en 1.

ΣP_i y V_i son la carga vertical total acumulada desde el extremo superior del edificio hasta el entrepiso considerado y la fuerza cortante real en el entrepiso, respectivamente.

h_i es la altura libre entre los niveles que lo limitan.

- Se determinan las fuerzas horizontales ficticias utilizando los desplazamientos Δ_{2i} .
- Los elementos mecánicos de segundo orden se obtienen con un nuevo análisis de primer orden del marco sometido a la acción simultánea de las cargas verticales y horizontales reales, más las fuerzas ficticias calculadas en el paso c.

Los momentos de segundo orden en los extremos de las columnas de un entrepiso, producidos por cargas verticales y horizontales combinadas también pueden calcularse a través de la siguiente fórmula:

$$M = V_i h_i \left(1 + \frac{\Sigma P_i / h_i}{R - 1.2 \Sigma P_i / h_i} \right)$$

En donde R es la rigidez del entrepiso, que es igual al cociente de la fuerza cortante entre el desplazamiento horizontal relativo de los niveles que lo limitan.

Los momentos finales en los extremos de los miembros se calcularán mediante un análisis de primer orden en donde se obtengan los momentos producidos únicamente por las cargas vivas en los extremos de las vigas y columnas; se deberán calcular los momentos en los extremos ocasionados por las fuerzas horizontales reales exclusivamente, haciendo otro análisis de primer orden y de los momentos obtenidos, se deberán de multiplicar por el factor de amplificación dado por la siguiente ecuación:

$$FA = 1 + \frac{\Sigma P_i/h_i}{R - 1.2 \Sigma P_i/h_i}$$

A continuación se deberán superponer los resultados con los dos análisis de primer orden que ya se mencionaron obteniendo los momentos finales en los extremos de las vigas y columnas, amplificados por los efectos de segundo orden.

Un elemento esbelto sometido al efecto de flexocompresión (carga de compresión axial y momento flexionante) presenta una menor capacidad de carga que un elemento corto del mismo material y misma sección transversal. Las deformaciones laterales son importantes sólo en elementos esbeltos ya que, en un elemento corto, las deformaciones son tan pequeñas que pueden ser despreciadas.

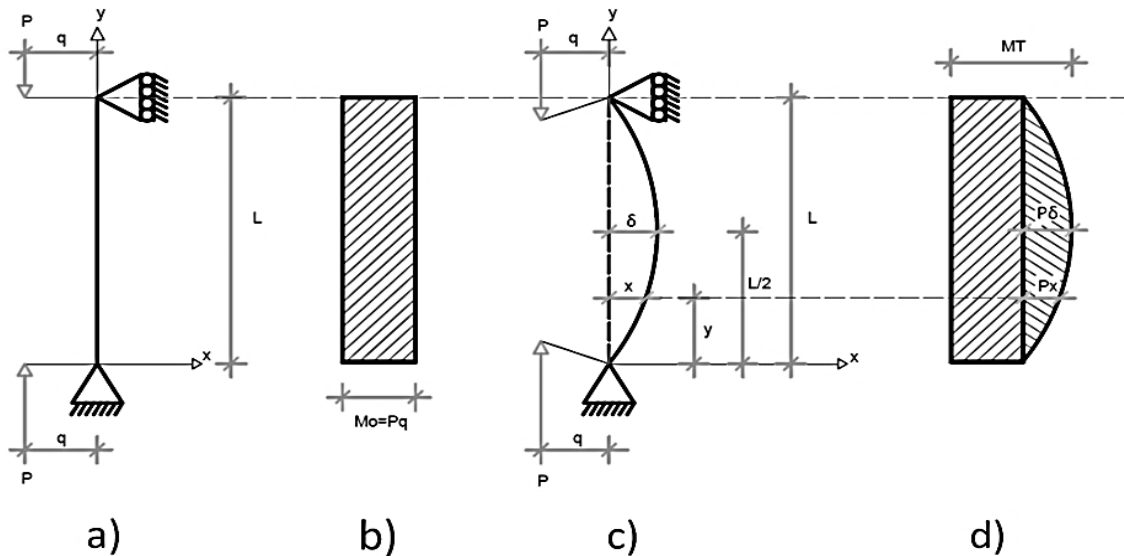


Figura 3.A

En la figura 3.A cuando la carga P es pequeña o se está tratando con una columna corta, se presentan momentos de primer orden (M_0), estos momentos se definen como aquellos que resultan sin considerar las deformaciones de la columna. Cuando la carga P se aplica a la forma ya deflexionada debido a la aplicación inicial de M_0 en una cantidad δ a mitad de la columna se

provoca un momento inicial $P\delta$, siendo éste un momento de segundo orden que podemos definir como un momento adicional debido a la deformación de la columna.

Por lo tanto, el momento flexionante total o máximo a mitad de la columna es:

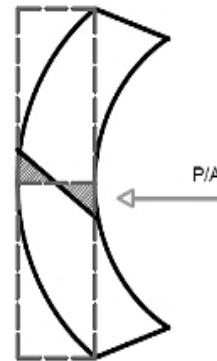
$$M_{m\acute{a}x} = Pq + P\delta = P(q + \delta) \quad \dots\dots\dots 3.06$$

Si se considera el momento de segundo orden, tenemos:

$$f = \frac{P}{A} \pm \frac{M_c}{I} + \frac{\delta P_c}{I} \quad \dots\dots\dots 3.07$$

En donde:

$\frac{P}{A}$ = el esfuerzo de compresión directa inducido por la carga exterior P en el lado cóncavo e la curva.



$\frac{M_c}{I}$ = el esfuerzo por flexión inducido o provocado por el momento de primer orden $M_o = P_q$

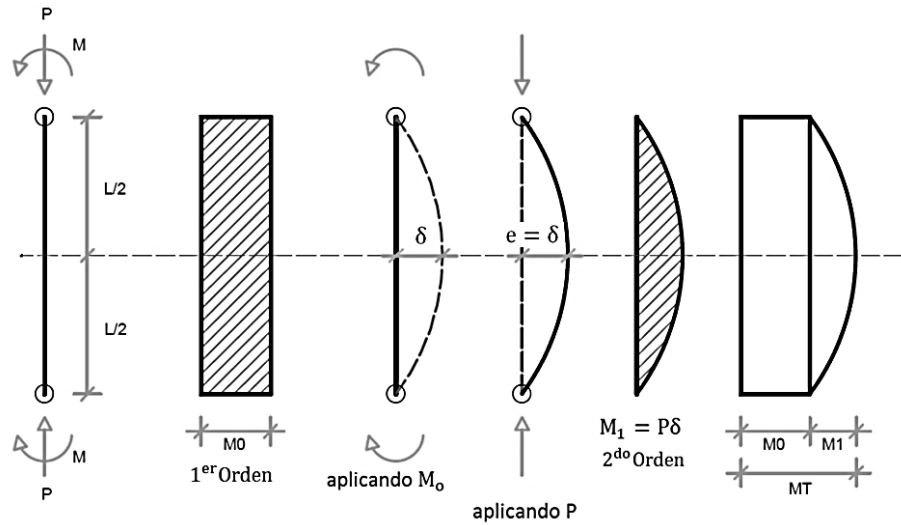
$\frac{\delta P_c}{I}$ = el esfuerzo por flexión invertido por el momento de segundo orden $M_1 = P\delta$

I = el momento de inercia respecto al eje en el cual ocurre la flexión.

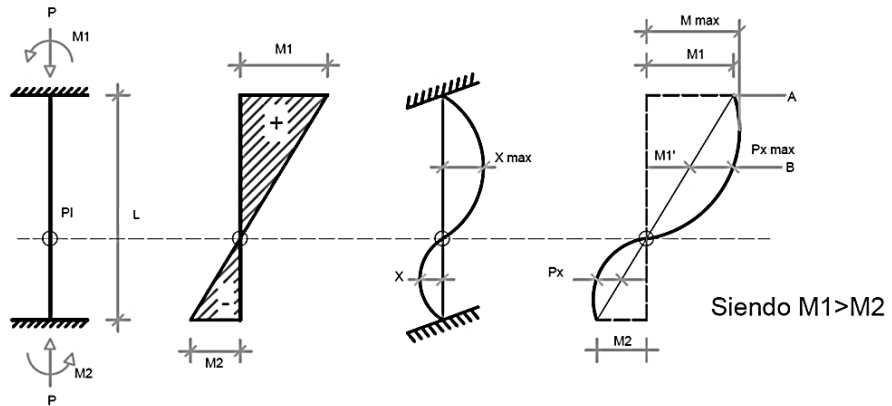
Por otro lado, existen dos aspectos que influyen en la disminución de la resistencia por esbeltez de una columna sujeta al fenómeno de flexocompresión, estos son:

- a. El efecto de los momentos flexionantes en los extremos de la columna y la forma de la curvatura. Estos efectos tienen influencia en la magnitud de las deformaciones laterales y, en consecuencia, en los momentos de segundo orden.
 - i. Columnas con momentos en los extremos iguales y de signo contrario. En estos casos el momento de primer orden es constante a lo largo del eje longitudinal de la columna y se deforma en "curvatura simple". El momento de segundo orden que se presenta a $L/2$ se suma al momento de primer orden para obtener el momento total. Para estos casos,

siempre hay reducción de resistencia por efectos de esbeltez ya que el momento total obtenido es la suma de los momentos de primer y segundo orden.

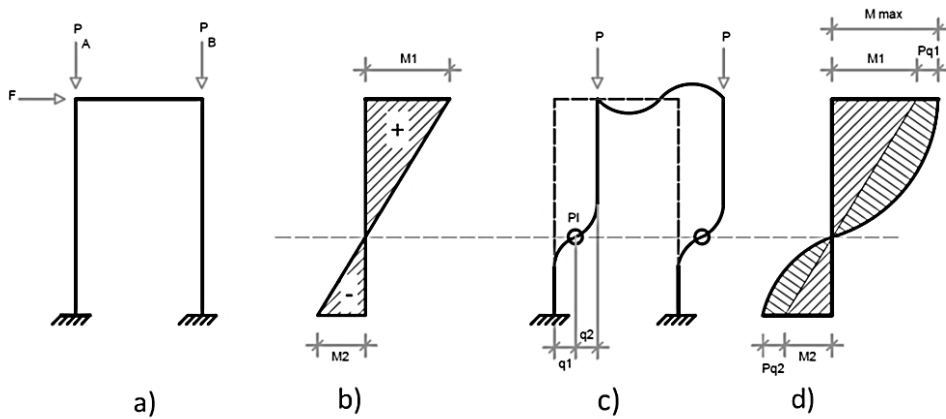


ii. Columnas con momentos flexionantes de mismo signo en sus extremos.



Como se puede observar en las figuras, la columna deformada por los momentos extremos es una curva doble. En este caso es importante observar que los momentos máximos de primer y segundo orden no se presentan en la misma sección transversal de la columna, por lo tanto, el momento total no es la suma de los dos momentos máximos (de primer y segundo orden). Se concluye entonces, que el efecto de esbeltez es más crítico en los casos en que la columna tiene momentos flexionantes de signos contrarios en sus extremos que le producen a la columna curvatura simple.

b. Desplazamiento lateral relativo entre los extremos de la columna.



Este efecto de desplazamiento relativo respecto al punto de inflexión se presenta en marcos que no tienen elementos que impidan el desplazamiento en su plano, como el contraventeo. La columna del eje *A* tiene un diagrama de momentos flexionantes de primer orden (*b*) y considerando las deformaciones *c* se presentan en la columna momentos de segundo orden (*d*). Como puede observarse, los momentos flexionantes de primer orden (M_1 y M_2) en los extremos de la columna le producen a esta una deformación con curvatura doble, pero por efecto lateral de los extremos, los momentos máximos de primer (M_1 y M_2) y segundo (P_{q1} y P_{q2}) se presentan en la misma sección, en este caso, en los extremos superior e inferior, a diferencia de (*b*), lo que concluye que el efecto de esbeltez de una columna es más crítico cuando existen desplazamientos laterales relativos entre sus extremos que cuando estos están impedidos contra el desplazamiento.

3.4 Fórmula de interacción de columnas esbeltas sujetas a flexocompresión.

Sea la figura 3.B:

La flecha máxima en el punto medio de la columna $L/2$

$$\delta = q \left(\sec \frac{RL}{2} - 1 \right) \dots\dots\dots 3.08$$

El momento flexionante máximo considerando el efecto de segundo orden:

$$M_{m\acute{a}x} = P(q + \delta) \dots\dots\dots 3.09$$

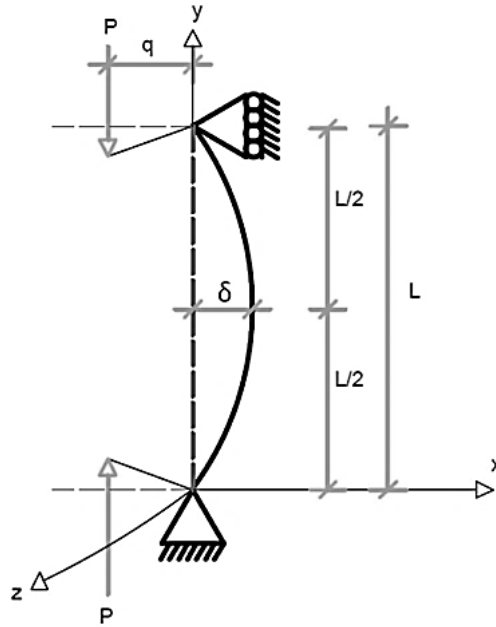


Figura 3.B

Sustituyendo la ecuación 3.08 en 3.09:

$$\begin{aligned}
 M_{m\acute{a}x} &= P \left(q + q \left(\sec \frac{RL}{2} - 1 \right) \right) \\
 &= P \left(q + q \sec \frac{RL}{2} - q \right) \\
 &= P \left(q \sec \frac{RL}{2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$

Sabemos que:

$$f_{m\acute{a}x_c} = \frac{P}{A} + \frac{M_c}{I}
 \tag{3.11}$$

Y tambi3n se sabe que el m3dulo de secci3n viene dado por:

$$S = \frac{I}{C}
 \tag{3.12}$$

$$C = \frac{I}{S}
 \tag{3.13}$$

Si se sustituye la ecuación 3.13 en la ecuación 3.11:

$$\begin{aligned}
 f_{máx_c} &= \frac{P}{A} + \frac{M I/S}{I} \\
 &= \frac{P}{A} + \frac{MI}{S I} \\
 &= \frac{P}{A} + \frac{M}{S} \dots\dots\dots 3.14
 \end{aligned}$$

Sustituyendo la ecuación 3.10 en la ecuación 3.14:

$$\begin{aligned}
 f_{máx_c} &= \frac{P}{A} + \frac{P \left(q \sec \frac{RL}{2} \right)}{S} \\
 &= \frac{P}{A} + \frac{Pq \sec RL}{S 2} \dots\dots\dots 3.15
 \end{aligned}$$

De la ecuación diferencial para la curva elástica (o de flexión) de acuerdo con la teoría de flexión:

$$R = \sqrt{P/EI} \dots\dots\dots 3.16$$

$$L = K\ell \dots\dots\dots 3.17$$

Donde:

EI = la rigidez a la flexión de la columna.

P = la carga excéntrica sobre la columna.

ℓ = la longitud real entre apoyos.

K = el factor de longitud efectiva que depende del tipo de apoyo de la columna.

L = la longitud efectiva de pandeo de la columna.

Sustituyendo la ecuación 3.16 en la ecuación 3.15:

$$f_{máx_c} = \frac{P}{A} + \frac{Pq}{S} \sec \frac{L}{2} \sqrt{P/EI} \dots\dots\dots 3.18$$

Si se simplifica y reduce la ecuación, queda:

$$= \frac{P}{A} + \frac{Pq}{S} \sec \frac{\pi L}{2\pi} \sqrt{P/EI}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{P}{A} + \frac{Pq}{S} \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{PL^2}{\pi^2 EI}} \\
&= \frac{P}{A} + \frac{Pq}{S} \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{\frac{1}{\pi^2 EI} L^2}} \\
&= \frac{P}{A} + \frac{Pq}{S} \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{\frac{\pi^2 EI}{L^2}}} \dots\dots\dots 3.19
\end{aligned}$$

Euler dice que $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ por lo tanto:

$$f_{m\acute{a}x_c} = \frac{P}{A} + \frac{Pq}{S} \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}} \dots\dots\dots 3.20$$

Para valores de $P \leq 0.5 P_{cr}$ en el rango elástico

$$\sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}} = \frac{1}{1 - P/P_{cr}}$$

Si se sustituye lo anterior en la ecuación 3.25:

$$f_{m\acute{a}x_c} = \frac{P}{A} + \frac{Pq}{S} \frac{1}{1 - P/P_{cr}} \dots\dots\dots 3.21$$

Por lo tanto el esfuerzo máximo de compresión en el lado cóncavo de la columna, debido al estado de flexocompresión que genera la carga excéntrica P , es igual al esfuerzo de compresión directo o puro (P/A) debido a la carga axial P , más el esfuerzo de compresión $\frac{Pq}{S}$ debido a la flexión originada por el momento Pq que se produce por la excentricidad de la carga P , afectando este último por el factor $\frac{1}{1 - P/P_{cr}}$ denominado factor de amplificación, que incrementa el esfuerzo de flexión $\frac{Pq}{S}$ en la medida que corresponde al efecto de segundo orden.

Al esfuerzo actuante de compresión puro (o esfuerzo de compresión puro al que está sometido la columna debido a la carga extrema) se le designa como f_a , y al esfuerzo actuante de compresión debido a la flexión de primer orden se le designa como f_b .

$$f_a = \frac{P}{A} \qquad f_b = \frac{Pq}{S}$$

Ambas expresiones pueden sustituirse en la *ecuación 3.21* como sigue:

$$f_{m\acute{a}x} = f_a + f_b \frac{1}{1 - P/P_{cr}} \qquad \dots\dots\dots 3.22$$

Si se dividen ambos miembros de la ecuaci3n entre $f_{m\acute{a}x}$

$$\frac{f_a}{f_{m\acute{a}x}} + \frac{f_b \left(\frac{1}{1 - P/P_{cr}} \right)}{f_{m\acute{a}x}} = \frac{f_{m\acute{a}x}}{f_{m\acute{a}x}} = 1 \qquad \dots\dots\dots 3.23$$

Las cargas P y P_{cr} son directamente proporcionales al esfuerzo actuante de compresi3n pura y al esfuerzo cr3tico de Euler f_a y f_{cr} respectivamente, esto es:

$$\frac{P}{P_{cr}} = \frac{f_a}{f_{cr}}$$

Si se sustituye lo anterior en la *ecuaci3n 3.23*:

$$\frac{f_a}{f_{m\acute{a}x}} + \frac{f_b \left(\frac{1}{1 - f_a/f_{cr}} \right)}{f_{m\acute{a}x}} = 1 \qquad \dots\dots\dots 3.24$$

En el cociente $\frac{f_a}{f_{m\acute{a}x}}$, $f_{m\acute{a}x}$ es el esfuerzo m\acute{a}ximo de compresi3n pura en la columna, es decir, el esfuerzo \acute{u}ltimo de compresi3n uniforme que la pieza puede resistir, se designa como f_{uc} y del mismo modo, el esfuerzo m\acute{a}ximo de compresi3n debido a la flexi3n en la columna $f_{m\acute{a}x}$ es el esfuerzo \acute{u}ltimo que la pieza resiste bajo ese efecto y se designa como f_{ub} ; si se sustituyen estas nuevas expresiones, la *ecuaci3n 3.24* nos queda:

$$\frac{f_a}{f_{uc}} + \frac{f_b \left(\frac{1}{1 - f_a/f_{cr}} \right)}{f_{ub}} = 1 \qquad \dots\dots\dots 3.25$$

Esta igualdad expresa que, en las condiciones de resistencia \acute{u}ltima de una columna esbelta de material el\acute{astico lineal, sujeto a un estado de flexocompresi3n; la suma de las relaciones de los esfuerzos de compresi3n uniforme, m\acute{a}s el esfuerzo de compresi3n debido a la flexi3n actuante de primer y segundo orden, entre el esfuerzo \acute{u}ltimo de compresi3n por flexi3n debe de ser igual a 1.

A esta igualdad se le conoce como fórmula de interacción para elementos estructurales elásticos esbeltos, sujetos a flexocompresión, en condiciones límite de esfuerzos.

En condiciones de trabajo, los esfuerzos últimos f_{uc} y f_{ub} deberán sustituirse por los esfuerzos permisibles de compresión para F_a o de compresión por flexión F_b o F_p que es el esfuerzo crítico de Euler, f_{cr} deberá reducirse con el factor de seguridad correspondiente a piezas estructurales esbeltas (de acero) de comportamiento elástico.

$$F_e = \frac{f_{cr}}{FS} = \frac{12}{23} \frac{\pi^2 E}{(kbLb/rb)^2} \dots\dots\dots 3.26$$

Donde la relación de esbeltez ($kbLb/rb$) se mide con respecto al eje en el cual corre la flexión. Para deducción la flexión ocurre respecto al eje Z . De esta manera la ecuación 3.30 toma la siguiente forma:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bz} \left(\frac{1}{1 - f_a/F'_{cz}} \right)}{F_{bz}} = 1 \dots\dots\dots 3.27$$

Esta expresión es la fórmula de interacción para columnas esbeltas de material elástico lineal en condiciones de servicio en un plano, es decir flexión alrededor de un eje. Esta fórmula expresa que la suma de las reacciones de esfuerzos; de compresión actuante pura entre el esfuerzo de compresión uniforme permisible, más la de compresión por flexión actuante de primer y segundo orden, entre la flexión admisible, debe ser igual a la unidad.

Por otra parte, sea la figura 3.C:

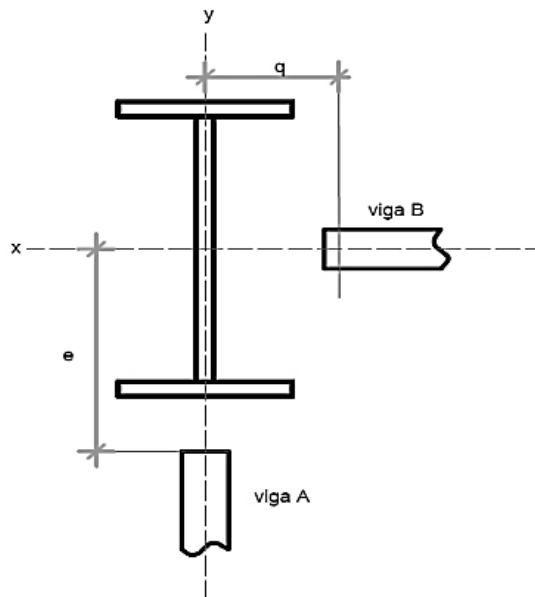


Figura 3.C

En la columna de esquina de la figura, se encuentra otro tipo de carga excéntrica. La viga *A* transmite una reacción excéntrica a la columna la cual provoca flexión alrededor del eje *x – x* y la viga *B* transmite una reacción excéntrica a la columna, causando flexión alrededor del eje *y – y*. Si la viga *B* estuviera conectada directamente al alma, el grado de excentricidad en relación al eje *y – y* podría ser muy pequeño y el efecto despreciable; si la conexión fuera tal que la reacción actuara a una distancia *q* de la cara del alma el efecto se vuelve más significativo.

Mediante un procedimiento análogo al descrito (flexión en un eje) la igualdad queda como:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \frac{1}{1 - f_a/F'_{ex}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \frac{1}{1 - f_a/F'_{ey}} = 1 \quad \dots\dots\dots 3.28$$

A esta igualdad se le conoce como fórmula de interacción de columnas a flexocompresión biaxial para condiciones de servicio (trabajo).

3.5 Dimensionamiento y revisión de columnas de acero sujetas a flexocompresión.

En el caso de columnas de acero sometidas a flexocompresión biaxial, las normas de los reglamentos se basan en la revisión de esfuerzos mediante la fórmula general de interacción (ecuación 3.33) donde las relaciones de esfuerzos no deben exceder la unidad, por lo que:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \left(\frac{1}{1 - f_a/F'_{ex}} \right) + \frac{f_{by}}{F_{by}} \left(\frac{1}{1 - f_a/F'_{ey}} \right) \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots 3.29$$

De donde $\left(\frac{1}{1 - f_a/F'_{ex}} \right)$ y $\left(\frac{1}{1 - f_a/F'_{ey}} \right)$ son los factores de amplificación que toman en cuenta el efecto de *2^{do} Orden* y sólo son válidos para los casos de columnas en cuyos extremos se tienen momentos flexionantes del mismo valor y signo contrario que le produzcan a la columna curvatura simple y no existan cargas transversales entre los apoyos.

Sin embargo, estos factores son muy conservadores para aquellos casos en que los momentos en los extremos son de diferente valor y producen en la columna curvatura doble. Esto se corrige aplicando a los factores de amplificación un coeficiente de reducción *C_{mx}* y *C_{my}*, en la ecuación 3.34 nos queda de la siguiente manera:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \frac{C_{mx}}{(1 - f_a/F'_{ex})} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \frac{C_{my}}{(1 - f_a/F'_{ey})} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots 3.30$$

- a. Factor de reducción *C_m*
 El factor de amplificación (que toma en cuenta los momentos de *2^{do} Orden*), se basó en momentos iguales en los extremos de la columna, lo que causa una curvatura simple;

estas condiciones en el extremo son las más severas, cualquier otra condición de extremo permitiría una mayor afinación en la forma de un factor de reducción C_m que se multiplique por la reacción de esfuerzo flexionante amplificado. Por tanto, la fórmula de interacción ajustada establecida por el IMCA (Instituto Mexicano de la Construcción del Acero) pp. 145 es la que se presentó en la ecuación 3.35 y se debe multiplicar cuando $\frac{f_a}{F_a} \geq 0.15$.

El valor del factor de reducción C_m se establece por el tamaño y dirección de los momentos de extremo de las columnas y nunca es mayor a 1.0 ni menor a 0.4 La especificación IMCA pp. 146 establece los siguientes valores para C_m

- i. Para columnas en flexocompresión que formen parte de marcos restringidos contra el desplazamiento lateral en su plano

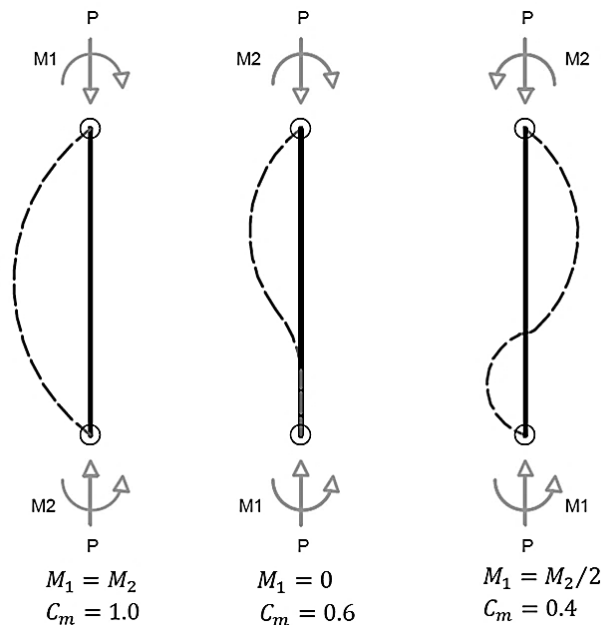
$$C_m = 0.6 - 0.4 M_1/M_2'$$

En donde M_1 es el menor momento de extremo y M_2 es el mayor momento de extremo.

M_1/M_2 es negativo (-) si los momentos de extremo originan curvatura simple.

M_1/M_2 es positivo (+) si los momentos de extremo originan una doble curvatura de flexión.

Existen tres condiciones de extremo que se encuentran frecuentemente en columnas impedidas contra el desplazamiento lateral.

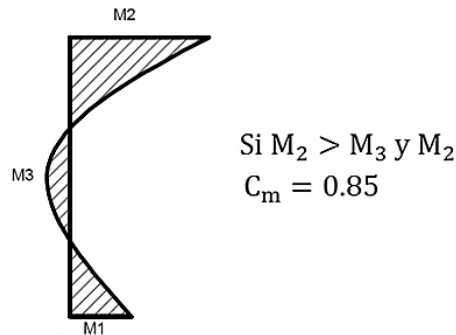


- ii. Para elementos en flexocompresión en marcos no restringidos contra el desplazamiento lateral en su plano

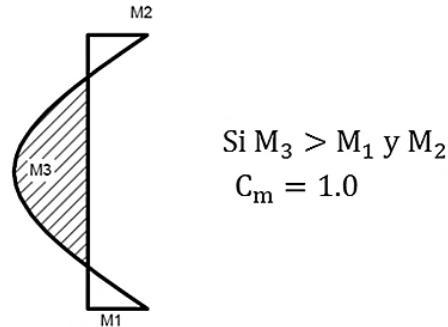
$$C_m = 0.85$$

iii. Para elementos en flexocompresión en marcos restringidos contra el desplazamiento lateral en su plano y sujetos a cargas transversales entre sus apoyos C_m puede tomar los siguientes valores:

a) Para elementos donde el momento máximo se presenta en uno de los extremos de la columna.



b) Para elementos en los cuales el momento máximo se presenta en cualquier sección localizada entre los extremos.



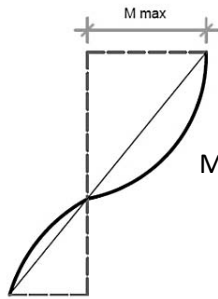
3.6 Dimensionamiento conforme a las normas IMCA.

Las normas IMCA especifican que una columna sujeta a flexocompresión biaxial en la que el esfuerzo actuante a compresión sea mayor que el 15% del esfuerzo axial admisible $f_a > 0.15F_a$, se debe diseñar de tal manera que cumpla con la interacción (ecuación 3.30):

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{(1 - f_a/F'_{ex})F_{bx}} + \frac{C_{my}f_{by}}{(1 - f_a/F'_{ey})F_{by}} \leq 1.0$$

Por otro lado, en algunos casos es posible que, dependiendo de la relación de esbeltez en el plano de flexión, los esfuerzos combinados calculados en uno o ambos extremos de la columna pueden

exceder los esfuerzos correspondientes que se producen en cualquier sección intermedia donde exista desplazamiento lateral originado por los momentos excéntricos.



Momento máximo en la sección externa. (Por ser muy bajo el valor de P)

Por lo tanto, adicionalmente a la revisión, se deberá diseñar para satisfacer la siguiente limitación en los extremos de la columna.

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots 3.31$$

En esta ecuación se omiten los factores de amplificación $\left(\frac{C_{mx}}{1-f_a/F'_{ex}}\right)$ y $\left(\frac{C_{my}}{1-f_a/F'_{ey}}\right)$ ya que en los extremos de las columnas no existen incrementos de excentricidad de la carga por efectos de 2^{do} Orden y el esfuerzo admisible de compresión axial F_a se ha sustituido por $0.6F_y$ debido a que, en algunos casos, es posible que rija en el diseño la fluencia en el acero sobre la estabilidad de la columna. Este caso se presenta generalmente en las columnas flexionadas en curvatura doble, cuando la relación del menor al mayor de los momentos de extremo es de 0.5 ($M_1/M_2 > 0.5$).

Así pues, en ausencia de carga transversal entre puntos de apoyo el diseño deberá hacerse para satisfacer tanto la ecuación 3.30 como la ecuación 3.31 en las que f_b se determina con el mayor de los momentos de extremo.

Cuando se presente carga transversal entre los apoyos el diseño deberá hacerse para satisfacer igualmente las ecuaciones 3.30 y 3.31 contemplando lo siguiente:

- a. En la revisión de la ecuación 3.30, el esfuerzo f_b se deberá calcular como el mayor de los momentos que se presenta entre apoyos. Con esta condición se evita la posibilidad de falla por pandeo.
- b. En la revisión de la ecuación 3.31, el esfuerzo f_b deberá calcularse con el mayor de los momentos que esté actuando en uno de los extremos apoyados.

Cuando el esfuerzo actuante de compresión para f_a no exceda del 15% del esfuerzo axial admisible ($f_a \leq 0.15F_a$), la influencia del factor de amplificación $\frac{C_m}{1-f_a/F'_e}$ es tan pequeño que puede ser despreciada; así la fórmula de interacción se reduce a:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad \dots\dots\dots 3.32$$

3.7 Elección del factor de seguridad.

La elección de un coeficiente de seguridad utilizado en el diseño de miembros comprimidos se basa en las mismas consideraciones que para barras sometidas a cualquier otro tipo de sollicitación. Intervienen en ella, la precisión con que se conocen las cargas que trabajarán sobre el miembro durante la vida útil de la estructura y las propiedades mecánicas del material de que está compuesto, la mayor o menor exactitud de los métodos empleados en el análisis y diseño, la calidad de la mano de obra utilizada en la construcción, la importancia del elemento en consideración dentro de la estructura en conjunto, y la trascendencia de una posible falla de ésta.

Como en todos los casos, debe entenderse con toda claridad a qué consideración se refiere el coeficiente de seguridad empleado en el diseño; así, cuando se trata de piezas en tensión indica seguridad respecto al flujo plástico o a la ruptura del material, cuando éste no es dúctil o está sometido a condiciones de carga que ocasionan fallas de tipo frágil; en cambio, en piezas comprimidas debe referirse a su resistencia al pandeo, menos cuando tengan una esbeltez tan reducida que fallen por aplastamiento.

Al juzgar la seguridad de los miembros comprimidos debe adoptarse un punto de vista prudente, ya que la falla de una columna puede ocasionar el colapso de toda la estructura, mientras que el flujo plástico de una pieza en tensión, o del patín tenido de una viga, no representa en general un peligro grave, sino únicamente produce deformaciones locales excesivas. Además, hay una serie de defectos (excentricidades en la aplicación de la carga, deformaciones iniciales de los miembros, etc.) que juegan un papel secundario en piezas sometidas a tensión, por ejemplo, pero que pueden afectar considerablemente la resistencia al pandeo de las columnas.

Se presenta también el problema de si el factor de seguridad debe ser constante, independiente de la relación de esbeltez, o si debe variar con ésta.

Las consideraciones que determinan el valor del coeficiente de seguridad pueden dividirse en:

- a. Las variaciones no intencionales en las condiciones de carga, la falta de exactitud en los métodos de análisis y diseño, la diferencia entre los valores supuestos y reales de las propiedades geométricas de las secciones transversales de los elementos estructurales, etc., tienen la misma importancia en todas las partes de la estructura y afectan a las columnas cortas y largas por igual.
- b. Las imperfecciones accidentales son diferenciadas entre las propiedades reales de los materiales y las supuestas, la imprecisión de la estimación del grado de rigidez existe en

los extremos, etc., son factores íntimamente ligados con el diseño de columnas y pueden tener mayor o menor importancia según se trate de una columna robusta o de una esbelta.

Las excentricidades no intencionales en la aplicación de la carga, las curvaturas iniciales del eje y los esfuerzos residuales, ocasionan efectos más marcados en columnas con relación de esbeltez media que en las largas; las variaciones en las características mecánicas del material, sobre todo en el esfuerzo de fluencia, afectan apreciablemente la resistencia de columnas cortas y muy poco la de las largas, cuya capacidad de carga es función del módulo de elasticidad E , que es prácticamente constante; en cambio, un error en la estimación de la longitud efectiva tiene mayor importancia en la determinación de la resistencia de una columna larga que en la de una corta, puesto que el esfuerzo crítico varía poco en una zona amplia de relaciones de esbeltez reducidas.

En vista de la multiplicidad de factores que intervienen en la resistencia de las barras rectas comprimidas, y dado que la influencia de algunos de ellos es mayor en las columnas cortas que en las largas mientras que con otros sucede lo contrario, o bien son independientes de la relación de esbeltez, es difícil decidir si el factor de seguridad debe o no ser función de la relación L/r ; de hecho, existen los dos criterios. Sin embargo, en los últimos tiempos ha ganado terreno la idea de que obtienen resultados más racionales si se incluye en el diseño un coeficiente de seguridad variable, función de la esbeltez de la columna.

El AISC (refs. 4.38 y 4.39) recomienda un coeficiente de seguridad igual al de piezas en tensión, pues el endurecimiento por deformación ocasiona un aumento de resistencia arriba de la correspondiente al esfuerzo de fluencia; en columnas largas, que fallan por pandeo elástico, el factor de seguridad se conserva sensiblemente igual al de especificaciones anteriores, y entre esos dos límites se obtiene una transición suave definiéndose por medio de:

$$F.S. = \text{Factor de Seguridad} = \frac{5}{3} + \frac{3\left(\frac{KL}{r}\right) - \left(\frac{KL}{r}\right)^3}{8C_c} - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^3}{8C_c^3}$$

El factor de seguridad para $KL/r = 0$ será igual a 1.67 y cuando $KL/r = C_c$ el F.S. será de 1.92 así como para relaciones de esbeltez mayores dentro de la zona elástica.

3.8 Resumen del procedimiento de diseño.

- i. Calcular la relación entre el esfuerzo axial directo y el esfuerzo axial permisible $\frac{f_a}{F_a}$.

F_a se establece por el valor máximo de KL/r (relación de esbeltez) y es independiente del efecto de momento flexionante o si la relación es menor que 0.15 se debe cumplir la condición:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0$$

- ii. Si la relación $\frac{f_a}{F_a}$ es mayor que 0.15, se debe cumplir entonces:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \frac{C_{mx}}{(1 - f_a/F'_{cx})} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \frac{C_{my}}{(1 - f_a/F'_{cy})} \leq 1.0$$

- iii. Además, se debe cumplir la siguiente ecuación en los puntos de apoyo lateral en el plano de flexión:

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0$$

Cuando se tienen elementos bajo flexocompresión axial en un solo plano, en las fórmulas presentadas (*ecuaciones 3.30, 3.31 y 3.32*) se omite uno de los términos correspondientes a los efectos de flexión respecto a los ejes x o y según sea el caso.

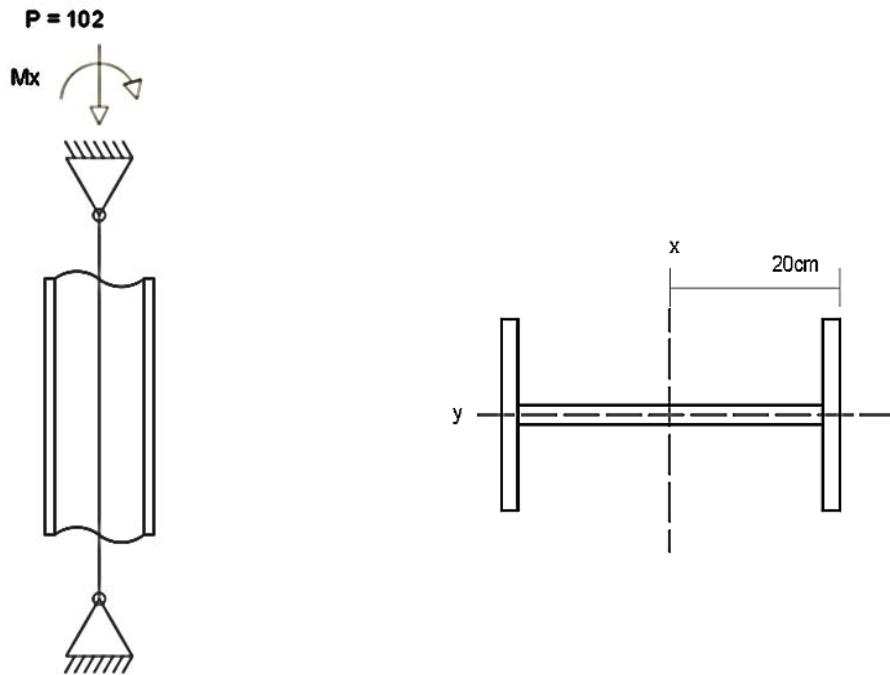
CAPÍTULO IV

DISEÑO Y APLICACIÓN DE COLUMNAS DE ACERO

4.1 Ejemplo 1

Investigar la columna IR 10x68; definir si la sección está sobre-esforzada. Suponer que los extremos están sujetos para prevenir la traslación, pero sí pueden girar. Utilizar acero A 36, la longitud de la columna es de 4.0 m.

Esquemmatizando el problema



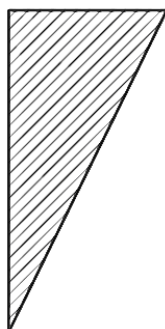
Cargas de la columna:

$$P = 61 + 9 + 9 + 23 = 102 \text{ ton} \rightarrow 102,000 \text{ kg}$$

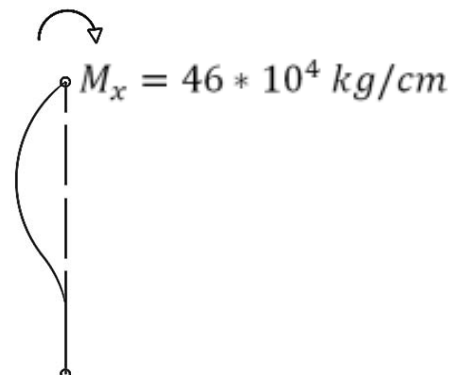
$$M_x = 23(20) = 460 \frac{T}{m} \rightarrow 46 * 10^4 \text{ kg/cm}$$

Diagrama de Momentos

$$M_x = 46 * 10^4 \text{ kg/cm}$$



Curva Simple de Flexión



Las propiedades geométricas de las sección serán tomadas de acuerdo con proveedores, debido a que este es un perfil NO comercial y sólo se elabora bajo pedido. Sin embargo, dichas propiedades podrán ser tomadas de los diferentes manuales de diseño (IMCA, AISC).

Propiedades de la sección	
A=	129.00 cm ²
I _x =	16400.00 cm ⁴
I _y =	5577.00 cm ⁴
S _x =	1240.00 cm ³
r _y =	6.60 cm
r _x =	11.30 cm
r _T =	7.10 cm
d/Af=	6.53 cm ⁻¹
d/2=	13.20 cm

1) Cálculo del esfuerzo axial unitario y el esfuerzo de compresión debido a la flexión actuante.

a) Fórmula del esfuerzo de compresión simple actuante (ver sección 3.4 página 101 de este trabajo): $f = \frac{P}{A}$

$$f = \frac{102000kg}{129.0cm^2} = 790.69 \text{ kg/cm}^2$$

b) Fórmula del esfuerzo de compresión debido a la flexión (respecto al eje x): $f_{bx} = \frac{M_x}{S_x}$

$$f_{bx} = \frac{46 * 10^4 kg - cm}{1240cm^3} = 370.97 \text{ kg/cm}^2$$

2) Cálculo de los esfuerzos permisibles por carga axial y por flexión.

a) De acuerdo a los criterios de la columna y los valor que resulten de encontrar las siguientes incógnitas, se obtendrá una fórmula del esfuerzo admisible por compresión axial F_{ax} para este caso:

i. Calcular la relación de esbeltez máxima permisible. Debido a que el pandeo de esta columna es semejante al caso c) en la fig. 2.J mostrada en la página 56 de este trabajo y según la sección 3.1.2 de este trabajo, nos queda que:

$$\frac{K_x L_x}{r_x} = \frac{(1.0)(400 \text{ cm})}{(11.3 \text{ cm})} = 35.39 *$$

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(1.0)(400 \text{ cm})}{(6.6 \text{ cm})} = 60.60^*$$

* Las unidades de la relación de esbeltez son adimensionales

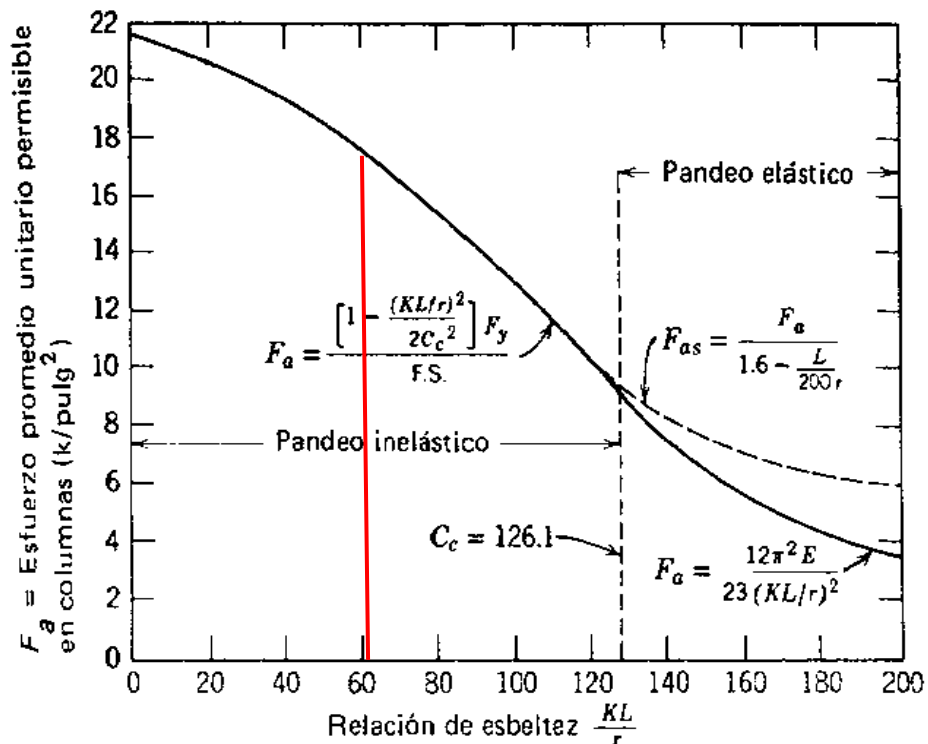
El valor de $\frac{K_y L_y}{r_y} = 60.60$ es el máximo, por lo tanto, el valor rige para diseño.

II. Cálculo del valor de coeficiente de columna (C_c). (Ecuación 1.02, página 24).

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} = \sqrt{\frac{2(3.14159)^2(2.039 * 10^6 \text{ kg/cm}^2)}{2530 \text{ kg/cm}^2}} = 126.13$$

En el Coeficiente de columna (C_c) hay dos aspectos que es importante destacar: el número 2 (marcado con color rojo) en la expresión, representa los esfuerzos residuales en el acero y el otro aspecto es que el coeficiente depende exclusivamente de las propiedades mecánicas del material.

Para este ejemplo, la relación $\left(\frac{KL}{r}\right)_{\text{máx}} < C_c$ y se ubicará en la gráfica (Figura 2.K, página 59) como sigue:



En donde la relación $\left(\frac{KL}{r}\right)_{m\acute{a}x}$ está representada por la línea roja que está ubicada en 60.6 por lo que queda dentro del área del pandeo inelástico y entonces, queda regida la falla por esta.

- III. Cálculo del factor de seguridad donde el factor de seguridad para las columnas que fallan debido al pandeo por flexión (*sección 2.5.1 Pandeo inelástico, página 58*), es un factor de seguridad variable, que depende de la relación de esbeltez y se considera como:

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3\left(\frac{KL}{r}\right)}{8C_c} - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^3}{8C_c^3}$$

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3(60.61)}{8(126.13)} - \frac{(60.61)^3}{8(126.13)^3} = 1.84$$

El valor de F_y para el acero A36 es 2530 kg/cm^2 .

De acuerdo con los valores obtenidos anteriormente, la fórmula del esfuerzo admisible de compresión axial para pandeo inelástico (ver *sección 2.5.1 Pandeo inelástico, página 58*) es:

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.}$$

En donde para pandeo inelástico:

$F_a = \text{Equilibrio estable}$

$$F_{cr} = \text{Equilibrio Neutro Indiferente} = \left[1 - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}{2C_c^2} \right] F_y$$

$$F.S. = \text{Factor de seguridad.} = \frac{5}{3} + \frac{3\left(\frac{KL}{r}\right)}{8C_c} - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^3}{8C_c^3}$$

Sustituyendo:

$$F_a = \frac{\left[1 - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}{2C_c^2} \right] F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3\left(\frac{KL}{r}\right)}{8C_c} - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^3}{8C_c^3}}$$

Sustituyendo los valores, la ecuación queda como:

$$F_a = \left[1 - \frac{(60.61)^2}{2(126.10)^2} \right] \frac{2530 \text{ kg/cm}^2}{1.84} = 1216.17 \text{ kg/cm}^2$$

*Como nota para el lector, si se da el caso de que la relación de esbeltez $\left(\frac{KL}{r}\right)_{\text{máx}}$ quede dentro de la zona elástica, entonces deberá de utilizar:

$$F_a = \frac{F_{cr}}{F.S.}$$

En donde para pandeo inelástico:

$F_a =$ Equilibrio estable

$$F_{cr} = \text{Equilibrio Neutro Indiferente} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}$$

$$F.S. = \text{Factor de seguridad.} = \frac{23}{12}$$

Sustituyendo:

$$F_a = \frac{\frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}}{\frac{23}{12}} = \frac{12\pi^2 E}{23 \left(\frac{KL}{r}\right)^2}$$

Ver sección 1.5 Esfuerzos Permisibles, inciso 1.5.1.3 Compresión página 135 del manual IMCA.

3) Cálculo del esfuerzo permisible por flexión F_{bx}

- a) Se revisa que la viga cuente con un apoyo lateral adecuado.

*para este inciso, ver en Bibliografía y Referencias:

^B **Estructuras de Acero Análisis y Diseño- Stanley W. Crawley, Robert M. Dillon, Winfred O. Carter- Limusa**

- I. Revisión por torsión

$$L_c = \frac{637 bf}{\sqrt{F_y}}$$

$$L_c = \frac{637 (25.7)}{\sqrt{2530}} = 325.47 \text{ cm} = \mathbf{3.25 \text{ m}}$$

**Para la obtención del factor bf se sugiere ver "Tablas de dimensiones y propiedades de perfiles" del manual IMCA, en perfiles tipo IR ver columna referente a patín.*

II. Revisión por flexión lateral

$$L_c = \frac{1\ 410\ 000}{(d/Af)F_y}$$

$$L_c = \frac{1\ 410\ 000}{(0.53)2530} = 1051.53 \text{ cm} = 10.52 \text{ m}$$

**Lc = Longitud especial de patines para cada viga*

Por lo tanto:

$$L_u = \frac{1\ 410\ 000}{(d/Af)F_y} cb$$

$$L_u = \frac{1\ 410\ 000}{(0.53)(2530)} cb = 1051.53 \text{ cb}$$

**El coeficiente de variaciones de momento Cb es igual a $1.75 + 1.05 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2.3$ para columnas de marcos cuyos nudos se desplazan linealmente (marcos sin contraventeo) y debe tomarse Cb = 1.0 en marcos con nudos fijos linealmente (marcos contraventeados)*

En este ejercicio se considera un marco contraventado, por lo que Cb = 1.0

$$L_u = 1051.53 \text{ cb} = 1051.53(1.0) = 1051.53 \text{ cm} = \mathbf{10.52 \text{ m}}$$

$$L_u = \left[r_T \sqrt{\frac{717 \times 10^4}{F_y}} \right] \sqrt{cb}$$

$$L_u = \left[7.1 \sqrt{\frac{717 \times 10^4}{2530}} \right] \sqrt{cb}$$

$$L_u = 378 \sqrt{cb} = 378 \sqrt{1.0} = 378 \text{ cm} = 3.78 \text{ m}$$

La longitud real de la columna es de $4.0\text{m} = L_b$

* L_b = longitud NO soportada.

Como $L_c < L_b < L_u$ la columna se considera con un apoyo lateral adecuado. Para la toma de decisión del esfuerzo permisible a utilizar en función de las longitudes de arriostamiento.

(La palabra arriostamiento hace referencia a la manera en la que están sujetos los elementos estructurales de manera lateral.)

De acuerdo con la sección **1.6.2** de este trabajo, entonces:

$$F_{bx} = 0.6F_y$$

$$F_{bx} = 0.6(2530 \text{ kg/cm}^2) = 1518 \text{ kg/cm}^2$$

- 4) Cálculo de la relación $\frac{f_a}{F_a}$ (ver sección **3.6** de este trabajo):

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{790.69 \text{ kg/cm}^2}{1216.17 \text{ kg/cm}^2} = 0.65$$

Como $0.65 > 0.15$ los efectos de 2° Orden son significativos.

- 5) Debido a que los efectos de 2° Orden son significativos, se deben probar las relaciones de esfuerzos para estabilidad entre los extremos de la columna (sección **2.11.3**, página 74), esto es:

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{C_{mx}}{1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}} \right] \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1.0$$

- a) Cálculo del factor de amplificación (ver sección **3.1.6** página 91):

$$F'_{ex} = \frac{12\pi^2 E}{23 \left(\frac{K_{bx} L_{bx}}{r_{bx}} \right)^2}$$

En donde:

$$\frac{K_{bx} L_{bx}}{r_{bx}} = \frac{(1.0)(400)}{11.3} = 35.4$$

Nota: Esta relación de esbeltez es calculada respecto al eje de flexión, en este caso el eje x.

Entonces:

$$F'_{ex} = \frac{12\pi^2 E}{23 \left(\frac{K_{bx} L_{bx}}{r_{bx}} \right)^2} = \frac{12\pi^2 (2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2)}{23(35.4)^2} = 8374.45 \text{ kg/cm}^2$$

El factor de amplificación queda como:

$$1 - \frac{f_a}{F'_{ex}} = 1 - \frac{790.69 \text{ kg/cm}^2}{8374.45 \text{ kg/cm}^2} = 0.91$$

- b) Cálculo del factor de reducción. Como en este caso los extremos de la columna están sujetos contra el desplazamiento lateral (ver sección 3.5 página 104):

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 0.6 - 0.4 \left(\frac{0}{46 \times 10^4} \right) = 0.6$$

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 0.6 - 0.4 \left(\frac{-46 \times 10^4}{46 \times 10^4} \right) = 1.0$$

Por lo tanto:

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{C_{mx}}{1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}} \right] \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{790.69 \text{ kg/cm}^2}{1216.17 \text{ kg/cm}^2} + \left[\frac{0.6}{0.91} \right] \frac{370.97 \text{ kg/cm}^2}{1518 \text{ kg/cm}^2} = 0.81$$

Como $0.81 < 1.0$ La sección es aceptable por estabilidad entre los extremos.

- 6) Ahora se prueban las relaciones de esfuerzos en el extremo superior de la columna (por ser el extremo donde se tiene mayor momento), para corroborar el aplastamiento o cedencia del material debido al momento máximo aplicado en el extremo. (ver sección 2.11.3 página 77)

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1.0$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{790.69 \text{ kg/cm}^2}{1518 \text{ kg/cm}^2} + \frac{370.97 \text{ kg/cm}^2}{1518 \text{ kg/cm}^2} = 0.52 + 0.24 = 0.76$$

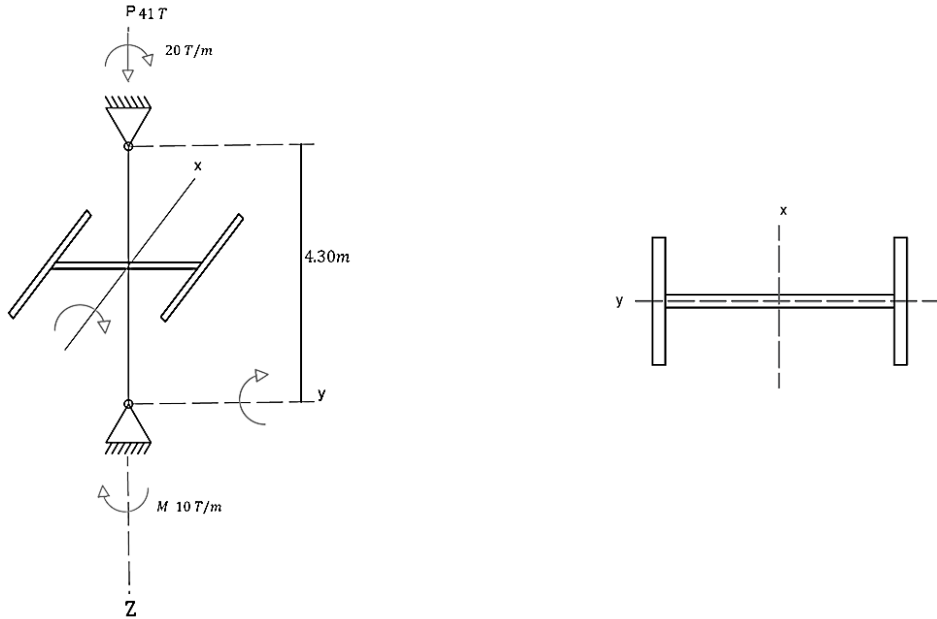
Por lo tanto:

$$0.76 < 1.0$$

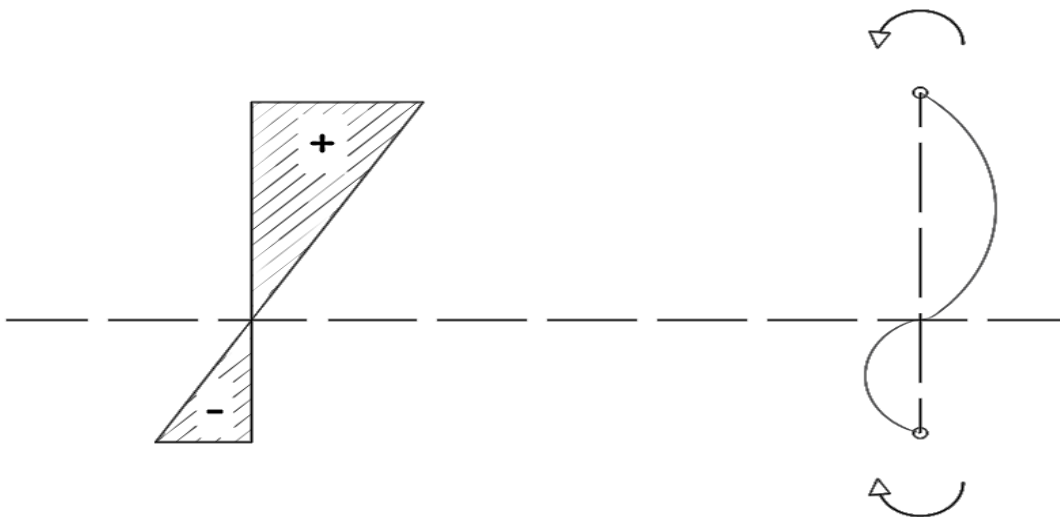
Como se observa en la ecuación anterior, el 24% de la capacidad total de la columna se lleva el esfuerzo por flexión y el 52% la compresión pura, quedando una reserva de Capacidad de Carga del 24%. Como $0.76 < 1.0$, indica que la columna no fallará por aplastamiento en el extremo donde se encuentra el mayor momento y por lo tanto se satisfacen las especificaciones IMCA, por lo tanto, la columna no está sobre esforzada.

4.2 Ejemplo 2

Una columna IR 14x71 de acero A 242 de grado 50 $F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$ con una altura de 4.3 m está cargada como se muestra. Los momentos flexionantes se aplican respecto al mayor momento de inercia de la columna. Ambos extremos de la columna están impedidos contra el desplazamiento respecto a ambos ejes. En el plano 24 la columna se encuentra empotrada en ambos extremos, así mismo en el plano 2x se encuentra articulada en los extremos. Revisar si la columna es segura de acuerdo a las especificaciones IMCA.



Esta columna presenta una Curva Doble de Flexión



Según el manual IMCA, las propiedades de este perfil son las siguientes:

Propiedades de la sección	
A=	91.00 cm ²
I _x =	20187.00 cm ⁴
S _x =	1152.00 cm ³
r _y =	4.90 cm
r _x =	14.90 cm
r _T =	5.40 cm
d/Af=	1.14 cm ⁻¹
bf=	20.40 mm

- 1) Cálculo del esfuerzo axial unitario y el esfuerzo de compresión unitaria debido a la flexión actuante.

- a) Fórmula del esfuerzo de compresión simple: $f = \frac{P}{A}$

$$f = \frac{41000kg}{91.0cm^2} = 450.55 \text{ kg/cm}^2$$

- b) Fórmula del esfuerzo axial unitario $f_{bx} = \frac{M_x}{S_x}$, en este caso se utiliza el mayor de los momentos aplicados en los extremos.

$$f_{bx} = \frac{20 \times 10^5 kg - cm}{1152cm^3} = 1736.11 \text{ kg/cm}^2$$

- 2) Cálculo de los esfuerzos permisibles por carga axial y por flexión.

- a) De acuerdo a los criterios de la columna y los valor que resulten de encontrar las siguientes incógnitas, se obtendrá una fórmula del esfuerzo admisible por compresión axial F_{ax} para este caso:

- I. Calcular la relación de esbeltez máxima

$$\frac{K_x L_x}{r_x} = \frac{(0.65)(430)}{(14.9)} = 18.76$$

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(1.0)(430)}{(4.9)} = 87.76$$

El valor de $\frac{K_y L_y}{r_y} = 87.76$ es el máximo, por lo tanto el valor rige para diseño.

II. Cálculo del valor C_c

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} = \sqrt{\frac{2(3.14159)^2(2.039 * 10^6 \text{ kg/cm}^2)}{3515 \text{ kg/cm}^2}} = 107.01$$

En este caso la relación $\left(\frac{KL}{r}\right)_{\text{máx}} < C_c$ por lo tanto la falla queda regida por pandeo inelástico.

III. Cálculo del factor de seguridad

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3\left(\frac{KL}{r}\right) - \left(\frac{KL}{r}\right)^3}{8C_c^3} = \frac{5}{3} + \frac{3(87.76) - (87.76)^3}{8(107.01)^3} = 1.91$$

El valor de F_y para el acero A 242 es de 3515 kg/cm^2

De acuerdo con los valores obtenidos anteriormente, la fórmula del esfuerzo admisible de compresión axial es:

$$F_a = \left[1 - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}{2C_c^2} \right] \frac{F_y}{F.S.}$$

Sustituyendo los valores, la ecuación queda como:

$$F_a = \left[1 - \frac{(87.76)^2}{2(107.01)^2} \right] \frac{3515 \text{ kg/cm}^2}{1.91} = 1221.43 \text{ kg/cm}^2$$

3) Cálculo del esfuerzo permisible por flexión F_{bx}

a) Se revisa que la viga cuente con un apoyo lateral adecuado.

I. Revisión por torsión

$$L_c = \frac{637 \text{ bf}}{\sqrt{F_y}}$$

$$L_c = \frac{637 (20.4)}{\sqrt{3515}} = 219.18 \text{ cm} = \mathbf{2.20 \text{ m}}$$

II. Revisión por flexión lateral

$$L_c = \frac{1\,410\,000}{(d/A_f)F_y}$$

$$L_c = \frac{1\,410\,000}{(1.14)3515} = 351.87 \text{ cm} = 3.52 \text{ m}$$

**El coeficiente de variaciones de momento C_b es igual a $1.75 + 1.05 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2.3$ para columnas de marcos cuyos nudos se desplazan linealmente (marcos sin contraventeo) y debe tomarse $C_b = 1.0$ en marcos con nudos fijos linealmente (marcos contraventeados)*

En este ejercicio se considera un marco sin desplazamiento, por lo que $C_b = 1.0$

$$L_u = \frac{1\,410\,000}{(d/A_f)F_y} C_b$$

$$L_u = 351.87(1.0) = 351.87 \text{ cm} = \mathbf{3.5 \text{ m}}$$

Y

$$L_u = \left[r_T \sqrt{\frac{717 * 10^4}{F_y}} \right] \sqrt{C_b}$$

$$L_u = \left[5.4 \sqrt{\frac{717 * 10^4}{3515}} \right] \sqrt{1} = 243.89 \text{ cm} = 2.44 \text{ m}$$

Si hacemos una comparativa entre la longitud de la columna $L_b = 4.3 \text{ m}$, $L_c = 2.2 \text{ m}$ y $L_u = 3.5 \text{ m}$ nos queda entonces:

$L_c < L_b > L_u \therefore$ No cuenta con apoyo lateral adecuado.

Entonces:

$$F_{bx} < 0.6F_y \text{ (esfuerzo básico de flexión)}$$

- 4) Determinación de los límites inferior y superior de la relación Lb/r_T permisible para determinar que fórmula es válida para el esfuerzo por flexión permisible F_{bx} :

a) Cálculo de Lb/r_T (real o existente)

$$\frac{Lb}{r_T} = \frac{430}{5.4} = 79.63$$

I. Límite inferior

$$\sqrt{\frac{717 \times 10^4 Cb}{F_y}}$$

$$\sqrt{\frac{717 \times 10^4 (1.0)}{3515}} = 45.16$$

II. Límite superior

$$\sqrt{\frac{3590 \times 10^4 Cb}{F_y}}$$

$$\sqrt{\frac{3590 \times 10^4 (1.0)}{3515}} = 101.06$$

Esto es, que el *Limite Superior* $> \left(\frac{Lb}{r_T}\right)_{real} > \text{Limite inferior}$.

- 5) Cálculo del esfuerzo permisible por flexión F_{bx} :

$$F_{bx} = \left[\frac{2}{3} - \frac{F_y \left(\frac{Lb}{r_T}\right)^2}{1080 \times 10^5 Cb} \right] F_y$$

$$F_{bx} = \left[\frac{2}{3} - \frac{3515 \text{ kg/cm}^2 (79.63)^2}{1080 \times 10^5 Cb} \right] 3515 = 1617.93 \text{ kg/cm}^2$$

a) Revisar con la fórmula de la torsión:

$$F_{bx} = \frac{844 \times 10^3 Cb}{Lb \left(\frac{d}{A_f} \right)} = \frac{844 \times 10^3 (1.0)}{430 (1.14)} = 1721.75 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{bx} = 1721.75 \text{ kg/cm}^2 < 0.6F_y = 2109 \text{ kg/cm}^2$$

6) Cálculo de la relación de esfuerzos de compresión $\frac{f_a}{F_a}$:

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{450.55 \text{ kg/cm}^2}{1221.43 \text{ kg/cm}^2} = 0.37$$

Como $0.37 > 0.15$ los efectos de 2° Orden son significativos.

7) Debido a que los efectos de 2° Orden son significativos, se deben probar las relaciones de esfuerzos para estabilidad entre los extremos de la columna, esto es:

a) Cálculo del factor de amplificación, como la flexión ocurre alrededor del eje x-x:

$$\frac{K_{bx} L_{bx}}{r_{bx}} = \frac{(0.65)(430)}{(14.9)} = 18.76$$

$$F'_{ex} = \frac{12\pi^2 E}{23 \left(\frac{K_{bx} L_{bx}}{r_{bx}} \right)^2} = \frac{12\pi^2 (2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2)}{23 (18.76)^2} = 29833.53 \text{ kg/cm}^2$$

$$1 - \frac{f_a}{F'_{ex}} = 1 - \frac{450.55 \text{ kg/cm}^2}{29833.53 \text{ kg/cm}^2} = 0.98$$

b) Cálculo del factor de reducción. Como en este caso se trata de un marco impedido contra el desplazamiento lateral:

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$$

$\frac{M_1}{M_2}$ es + por ser un marco con curva doble de flexión ∴

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(+ \frac{10}{20} \right) = 0.4$$

8) Revisar las relaciones de esfuerzo para la estabilidad:

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{C_{mx}}{1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}} \right] \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1.0$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{C_{mx}}{1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}} \right] \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{450.55 \text{ kg/cm}^2}{1221.43 \text{ kg/cm}^2} + \left[\frac{0.4}{0.98} \right] \frac{1736.11 \text{ kg/cm}^2}{1721.75 \text{ kg/cm}^2} = 0.78$$

Como $0.78 < 1.0$ La sección es aceptable por estabilidad entre los extremos.

9) Ahora se prueba la relación de esfuerzos en el extremo superior de la columna (en donde se encuentra el momento mayor).

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1.0$$

$$\frac{450.55 \text{ kg/cm}^2}{2109 \text{ kg/cm}^2} + \frac{1736.11 \text{ kg/cm}^2}{1721.75 \text{ kg/cm}^2} = \mathbf{0.21} + \mathbf{1.00} = 1.21$$

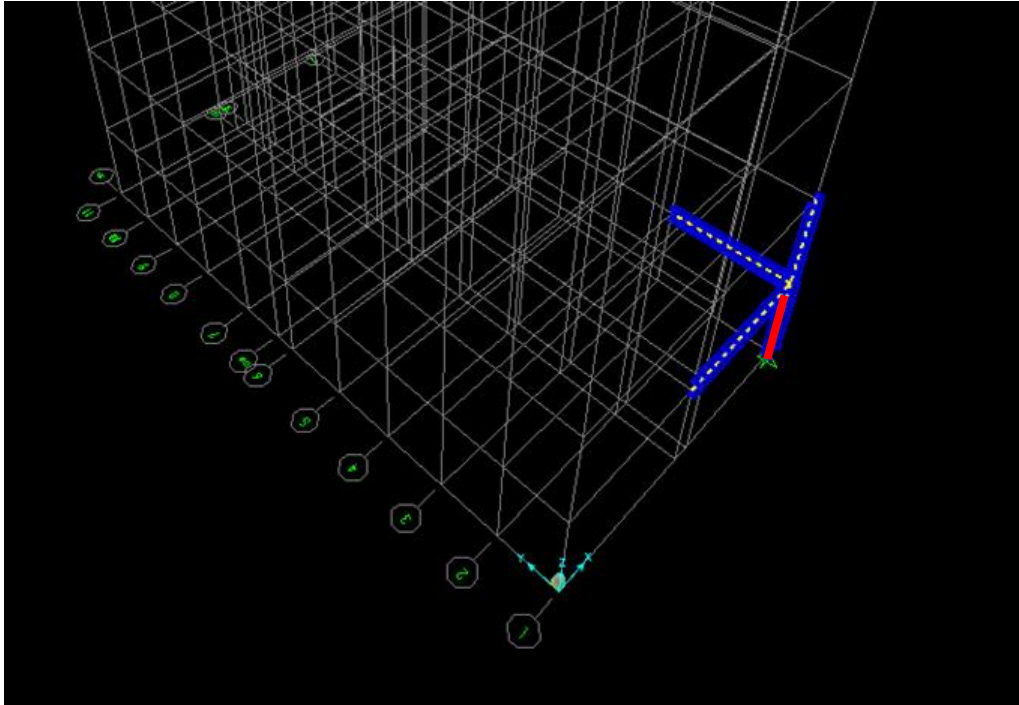
Por lo tanto:

$$1.21 > 1.0$$

Como se puede observar en la ecuación anterior, el 100% de la capacidad total de la columna se lleva el esfuerzo por flexión y además, un 21% se lo lleva la compresión pura, quedando sin reserva de Capacidad de Carga. Como $1.21 > 1.0$, indica que la sección no es satisfactoria por falla de aplastamiento en los extremos, por lo tanto no cumple con las especificaciones IMCA, por lo tanto, la columna está sobre esforzada.

4.3 EJEMPLO 3

Ahora se cuenta con una columna obtenida del diseño de una estructura de tipo reticular, la columna es de tipo W 18x106 de acero A 36 con un $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$, la altura es de 266.2 cm, y está dispuesta como se muestra marcada con rojo a continuación:



Según el manual IMCA, las propiedades de este perfil son las siguientes:

Propiedades de la sección	
A=	200.70 cm ²
I _x =	79500.00 cm ⁴
S _x =	3343.00 cm ³
S _y =	646.00 cm ³
r _y =	6.80 cm
r _x =	19.90 cm
r _T =	7.60 cm
d/A _f =	0.70 cm ⁻¹
bf=	284.00 mm

1) Cálculo del esfuerzo axial unitario y el esfuerzo de compresión unitaria debido a la flexión actuante.

a) Fórmula del esfuerzo de compresión simple: $f = \frac{P}{A}$

$$f = \frac{27984.831kg}{200.7cm^2} = 139.44 \text{ kg/cm}^2$$

b) Fórmula del esfuerzo axial unitario $f_b = \frac{M}{S}$, en este caso se buscarán los momentos aplicados en los extremos tanto en el eje x como en el eje y.

$$f_{bx} = \frac{168195.29kg - cm}{3343cm^3} = 50.31 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{by} = \frac{95145.22kg - cm}{646cm^3} = 147.28 \text{ kg/cm}^2$$

2) Cálculo de los esfuerzos permisibles por carga axial y por flexión.

a) De acuerdo a los criterios de la columna y los valores que resulten de encontrar las siguientes incógnitas, se obtendrá una fórmula del esfuerzo admisible por compresión axial F_{ax} para este caso:

I. Calcular el coeficiente de columna C_c

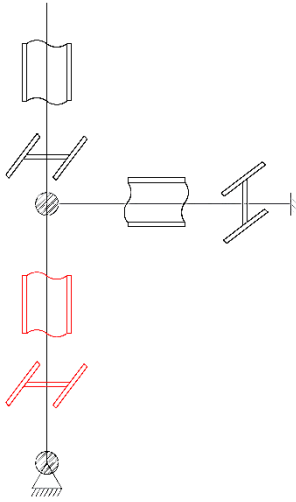
$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} = \sqrt{\frac{2(3.14159)^2(2.039 * 10^6 \text{ kg/cm}^2)}{2530 \text{ kg/cm}^2}} = 126.10$$

En este caso la relación C_c está ubicada en la frontera que separa la falla plástica de la elástica.

II. Cálculo de la relación de esbeltez máxima. Para este caso, la columna estará interactuando con 2 vigas y una columna más, que afectarán de manera directa la longitud efectiva de la columna, por lo que este caso se resolverá de la manera que sigue (ver sección **2.8** página 63):

II.a El caso se referirá a un marco con desplazamiento permitido, en la siguiente figura se encuentra marcada con rojo la columna en estudio y la orientación del perfil, se puede observar además que en el nudo superior

G_A interactúan la columna en estudio, una columna superior y una viga derecha, por lo que el cálculo de K_x :



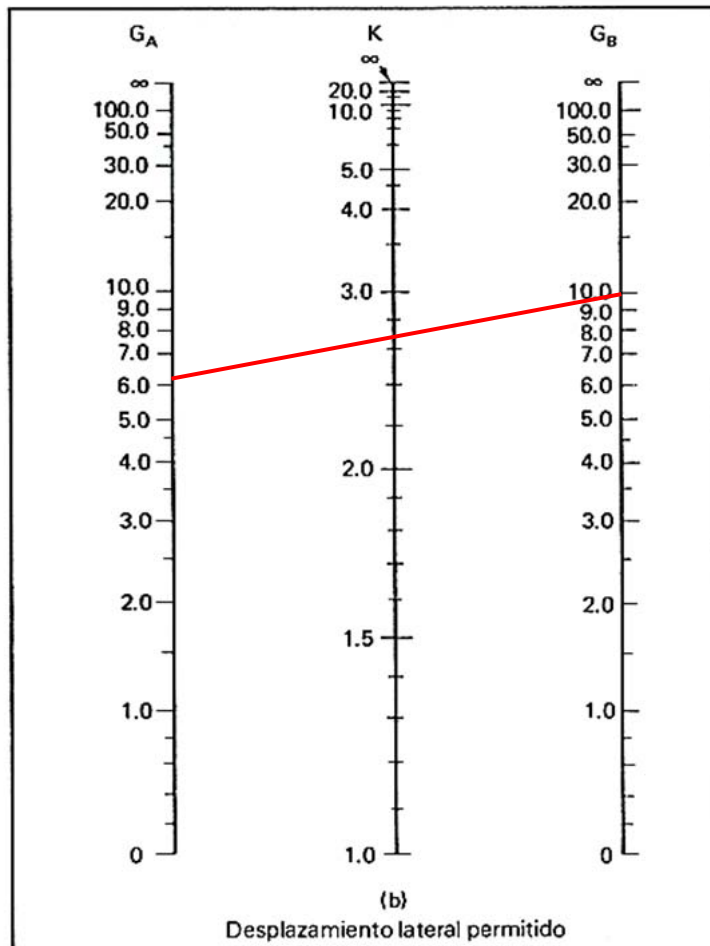
$$G_A = \frac{\Sigma I_c/L_c}{\Sigma I_v/L_v}$$

$$G_A = \frac{\frac{79500}{266.2} + \frac{79500}{290.9}}{\frac{40957}{446.9} (1.00)} = \frac{298.65 + 273.29}{91.64} = 6.24$$

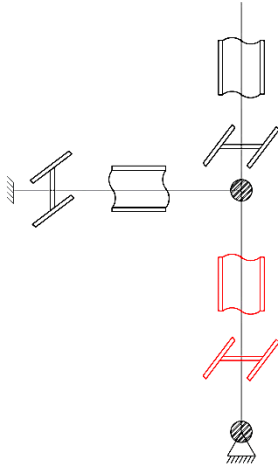
Debido a que el nodo G_B no interactúa con ninguna viga, pero está unido a la cimentación:

$$G_B = 10.0$$

Si se toman los nomogramas presentados de la *fig. 2.Ñ* se ubican los puntos G_A y G_B y se traza una línea que los una, el valor de $K_x = 2.7$



II.b El caso se referirá nuevamente a un marco con desplazamiento permitido, en la siguiente figura se encuentra marcada con rojo la columna en estudio y la orientación del perfil, se puede observar además que en el nudo superior G_A interactúan la columna en estudio, una columna superior y una viga izquierda, por lo que el cálculo de K_y :



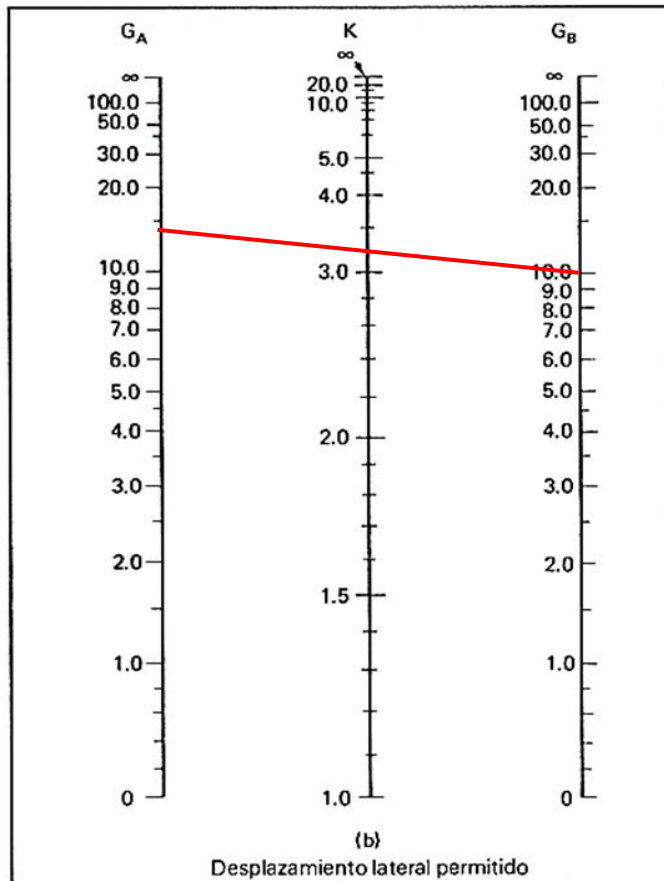
$$G_A = \frac{\Sigma I_c/L_c}{\Sigma I_v/L_v}$$

$$G_A = \frac{\frac{9157}{266.2} + \frac{9157}{290.9}}{\frac{2085}{446.9}(1.00)} = \frac{34.39 + 31.48}{4.67} = 14.10$$

Debido a que el nudo G_B no interactúa con ninguna viga, pero está unido a la cimentación:

$$G_B = 10.0$$

Si se toman los nomogramas presentados de la *fig. 2.Ñ* se ubican los puntos G_A y G_B y se traza una línea que los una, se encuentra que el valor de $K_y = 3.2$



III. Calcular la relación de esbeltez máxima

$$\frac{K_x L_x}{r_x} = \frac{(2.7)(266.2)}{(19.9)} = 36.12$$

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(3.2)(266.2)}{(6.8)} = \mathbf{125.27}$$

El valor de $\frac{K_y L_y}{r_y} = 125.27$ es el máximo, por lo tanto, el valor rige para diseño.

En este caso la relación $\left(\frac{KL}{r}\right)_{\text{máx}} < C_c$ por lo que la falla queda dentro de la zona plástica.

De acuerdo con los valores obtenidos anteriormente, la fórmula del esfuerzo admisible de compresión axial es:

$$F_a = \left[1 - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}{2C_c^2} \right] \frac{F_y}{F.S.}$$

IV. Cálculo del factor de seguridad

$$\begin{aligned} F.S. &= \frac{5}{3} + \frac{3\left(\frac{KL}{r}\right)}{8C_c} - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^3}{8C_c^3} = \frac{5}{3} + \frac{3(125.27)}{8(126.1)} - \frac{(125.27)^3}{8(126.1)^3} \\ &= \frac{5}{3} + \frac{375.81}{1008.8} - \frac{1965808.607}{16041140.65} = 2.16 \end{aligned}$$

El valor de F_y para el acero A36 es 2530 kg/cm^2

Sustituyendo los valores, la ecuación queda como:

$$F_a = \left[1 - \frac{(125.27)^2}{2(126.1)^2} \right] \frac{2530 \text{ kg/cm}^2}{2.16} = 593.33 \text{ kg/cm}^2$$

3) Cálculo del esfuerzo permisible por flexión F_{bx}

a) Se revisa que la viga cuente con un apoyo lateral adecuado.

I. Revisión por torsión

$$L_c = \frac{637 bf}{\sqrt{F_y}}$$

$$L_c = \frac{637 (28.4)}{\sqrt{2530}} = 359.66 \text{ cm} = \mathbf{3.6 m}$$

II. Revisión por flexión lateral

$$L_c = \frac{1\,410\,000}{(d/A_f)F_y}$$

$$L_c = \frac{1\,410\,000}{(0.7)2530} = 796.16 \text{ cm} = 7.9 \text{ m}$$

$$L_u = \frac{1\,410\,000}{(d/A_f)F_y} C_b$$

**El coeficiente de variaciones de momento C_b es igual a $1.75 + 1.05 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2.3$ para columnas de marcos cuyos nudos se desplazan linealmente (marcos sin contraventeo) y debe tomarse $C_b = 1.0$ en marcos con nudos fijos linealmente (marcos contraventeados)*

En este ejercicio se considera un marco con desplazamiento, por lo que

$$C_b = 1.75 + 1.05 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2$$

$$C_b = 1.75 + 1.05 \left(\frac{60159.76}{243536.64} \right) + 0.3 \left(\frac{60159.76}{243536.64} \right)^2 = 2.01$$

$$C_b = 2.01 < 2.3$$

Sustituyendo:

$$L_u = L_c(C_b)$$

$$L_u = 796.16(2.01) = 1600.28 \text{ cm} = \mathbf{16 m}$$

Y

$$Lu = \left[r_T \sqrt{\frac{717 * 10^4}{F_y}} \right] \sqrt{Cb}$$

$$Lu = \left[5.4 \sqrt{\frac{717 * 10^4}{2530}} \right] \sqrt{2.01} = 573.60 \text{ cm} = 5.73 \text{ m}$$

Si hacemos una comparativa entre la longitud de la columna $Lb = 2.66 \text{ m}$, $Lc = 3.6 \text{ m}$ y $Lu = 5.73 \text{ m}$ nos queda entonces:

$Lc > Lb < Lu \therefore$ la columna se considera con un apoyo lateral adecuado.
Entonces:

$$F_{bx} = 0.6F_y$$

$$0.6F_y = 0.6(2530 \text{ kg/cm}^2) = 1518 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{bx} = 1518 \text{ kg/cm}^2$$

- 4) Cálculo de la relación de esfuerzos de compresión $\frac{f_a}{F_a}$:

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{139.44 \text{ kg/cm}^2}{595.019 \text{ kg/cm}^2} = 0.23$$

Como $0.23 > 0.15$ los efectos de 2° Orden son significativos.

- 5) Debido a que los efectos de 2° Orden son significativos, se deben probar las relaciones de esfuerzos para estabilidad entre los extremos de la columna, esto es:

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{C_{mx}}{1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}} \right] \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1.0$$

- a) Cálculo del factor de amplificación:

$$F'_{ex} = \frac{12\pi^2 E}{23 \left(\frac{K_{bx} L_{bx}}{r_{bx}} \right)^2}$$

En donde:

$$\frac{K_{bx} L_{bx}}{r_{bx}} = \frac{(2.27)(266.2)}{19.9} = 36.12$$

Entonces:

$$F'_{ex} = \frac{12\pi^2 E}{23 \left(\frac{K_{bx} L_{bx}}{r_{bx}} \right)^2} = \frac{12\pi^2 (2.039 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2)}{23(36.12)^2} = 8047.76 \text{ kg/cm}^2$$

El factor de amplificación queda como:

$$1 - \frac{f_a}{F'_{ex}} = 1 - \frac{134.44 \text{ kg/cm}^2}{8047.76 \text{ kg/cm}^2} = 0.98$$

- b) Cálculo del factor de reducción. Como en este caso son miembros a compresión en marcos sujetos a desplazamiento lateral:

$$C_{mx} = 0.85$$

Por lo tanto:

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{C_{mx}}{1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}} \right] \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{139.44 \text{ kg/cm}^2}{595.019 \text{ kg/cm}^2} + \left[\frac{0.85}{0.98} \right] \frac{50.31 \text{ kg/cm}^2}{1518 \text{ kg/cm}^2} = 0.26$$

Como $0.26 < 1.0$ La sección es aceptable por estabilidad entre los extremos.

- 6) Probar las relaciones de esfuerzos en el extremo superior de la columna (por ser el extremo donde se tiene mayor momento):

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1.0$$

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{139.44 \text{ kg/cm}^2}{158 \text{ kg/cm}^2} + \frac{50.31 \text{ kg/cm}^2}{1518 \text{ kg/cm}^2} = \mathbf{0.091} + \mathbf{0.033} = 0.125$$

Por lo tanto:

$$0.125 < 1.0$$

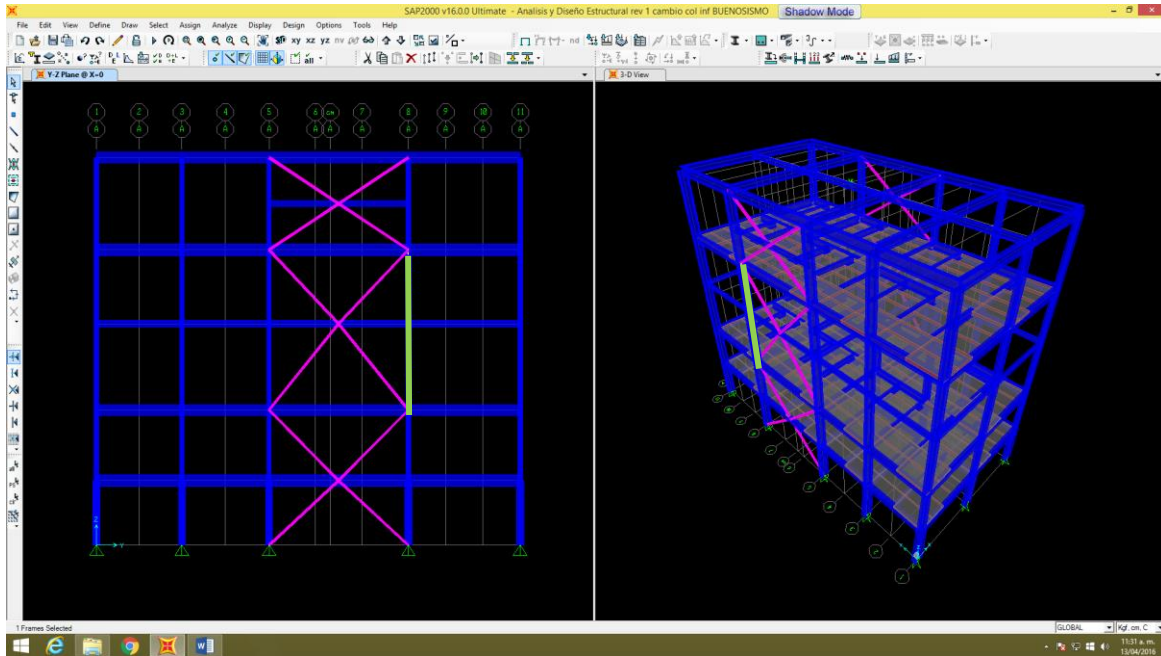
Como se observa en la ecuación anterior, el 3.3% de la capacidad total de la columna se lleva el esfuerzo por flexión y el 9.1% la compresión pura, quedando una reserva de Capacidad de Carga del 87.6%. Como $0.125 < 1.0$, indica que la columna no fallará por aplastamiento en el extremo donde se encuentra el mayor momento y se satisfacen las especificaciones IMCA no quedando una columna sobre esforzada, sin embargo cabe señalar que el hecho de que nos quede un elemento tan sobrado, implica un costo mayor dentro del diseño, por lo que es vital rediseñarla con un perfil menor.

Capítulo 5

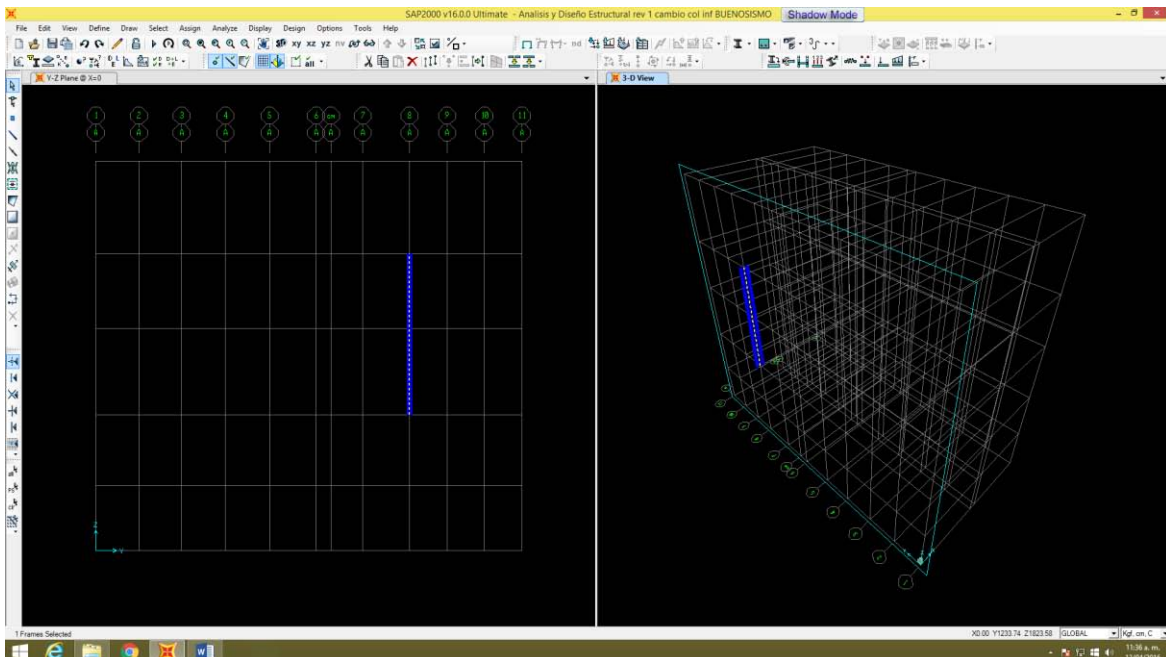
Revisión de columnas utilizando el
Software SAP2000

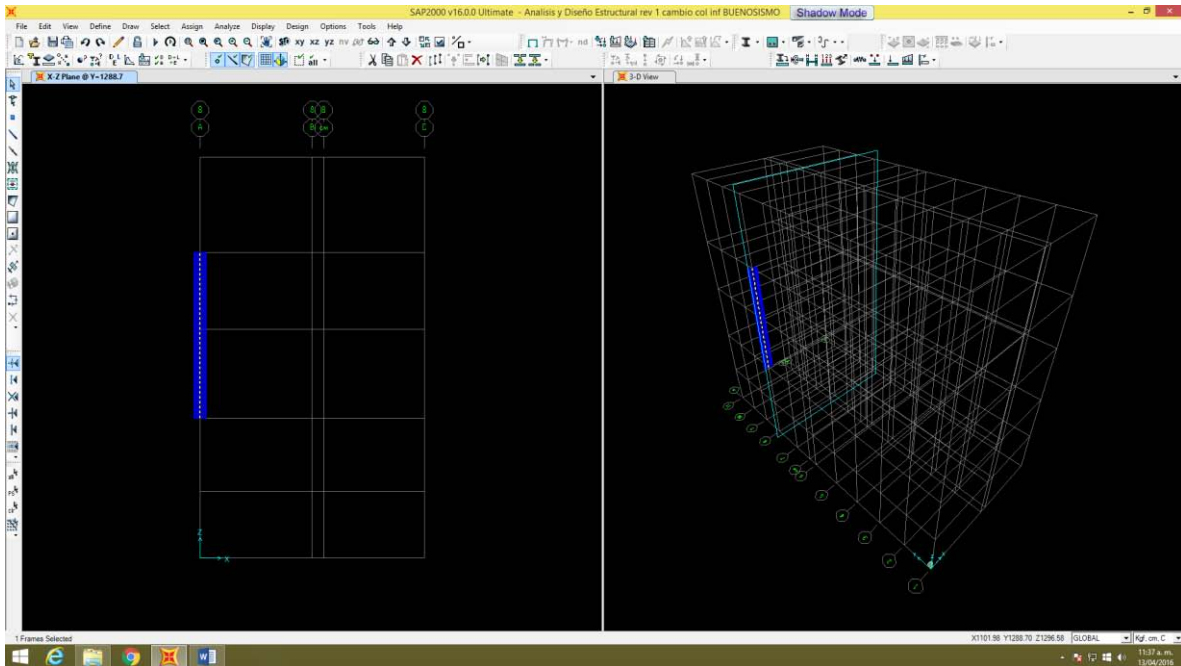
5.1 Ejercicio

Ahora se cuenta con una columna real, obtenida del diseño de una estructura de tipo reticular de 5 niveles. La columna tomada será el elemento No.19 en estudio (como lo marca el programa SAP2000), es de tipo W 18x71 de acero A 36 con un $F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$, la altura es de 660.90 cm y está dispuesta como se muestra a continuación marcada por una línea color verde.



También se presenta una vista de la columna (marcada en color azul) a trabajar en los planos zy y zx de la estructura.





Las propiedades de la sección según el manual IMCA son:

Propiedades de la sección	
A=	134.20 cm ²
I _x =	48699.00 cm ⁴
S _x =	2081.00 cm ³
S _y =	259.00 cm ³
r _y =	4.30 cm
r _x =	19.10 cm
r _T =	5.00 cm
d/A _f =	1.18 cm ⁻¹
bf=	194.00 mm

1) Cálculo del esfuerzo axial unitario y el esfuerzo de compresión unitaria debido a la flexión actuante.

a) Fórmula del esfuerzo de compresión simple: $f = \frac{P}{A}$

$$f = \frac{25456.21 \text{ kg}}{134.2 \text{ cm}^2} = 189.69 \text{ kg/cm}^2$$

b) Fórmula del esfuerzo axial unitario $f_b = \frac{M}{S}$, en este caso se buscarán los momentos aplicados en los extremos tanto en el eje x como en el eje y.

$$f_{bx} = \frac{1854898.62}{2081 \text{ cm}^3} = 891.35 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{by} = \frac{32190.84}{259 \text{ cm}^3} = 124.29 \text{ kg/cm}^2$$

2) Cálculo de los esfuerzos permisibles por carga axial y por flexión.

a) De acuerdo a los criterios de la columna y los valores que resulten de encontrar las siguientes incógnitas, se obtendrá una fórmula del esfuerzo admisible por compresión axial F_{ax} para este caso:

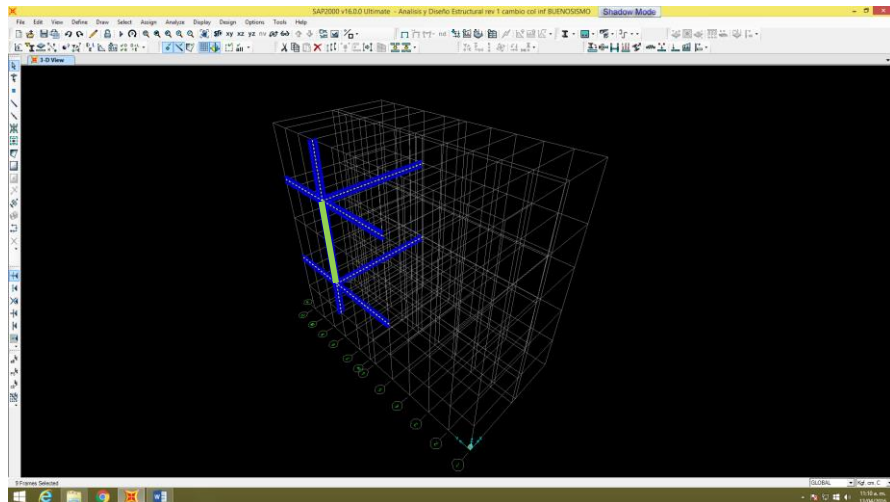
I. Calcular el coeficiente de columna C_c

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} = \sqrt{\frac{2(3.14159)^2(2.039 * 10^6)}{2530}} = 126.10$$

En este caso la relación C_c está ubicada en la frontera que separa la falla plástica de la elástica.

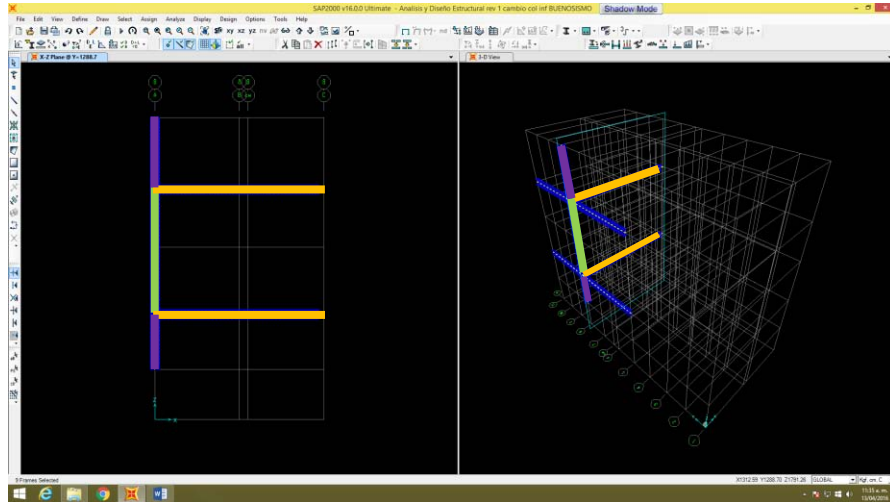
II. Cálculo de la relación de esbeltez máxima. Para este caso, la columna 19 está interactuando con vigas y columnas que afectarán de manera directa la longitud efectiva de la columna.

En la siguiente imagen se muestra marcada con verde la columna en estudio y con azul las columnas y vigas que interactúan directamente con ella.

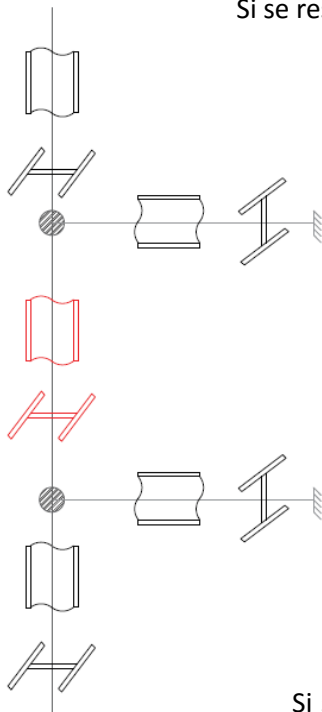


Por lo que para este ejercicio se resolverá de la manera que sigue:

II.a El caso se referirá al marco con desplazamiento permitido, por lo que el cálculo de K_x se resolverá en el plano zx siendo las vigas 20 y 17 (marcadas en naranja) y las columnas 22 y 16 (marcadas en morado) las que afecten su comportamiento:



Si se resuelve, queda como sigue:



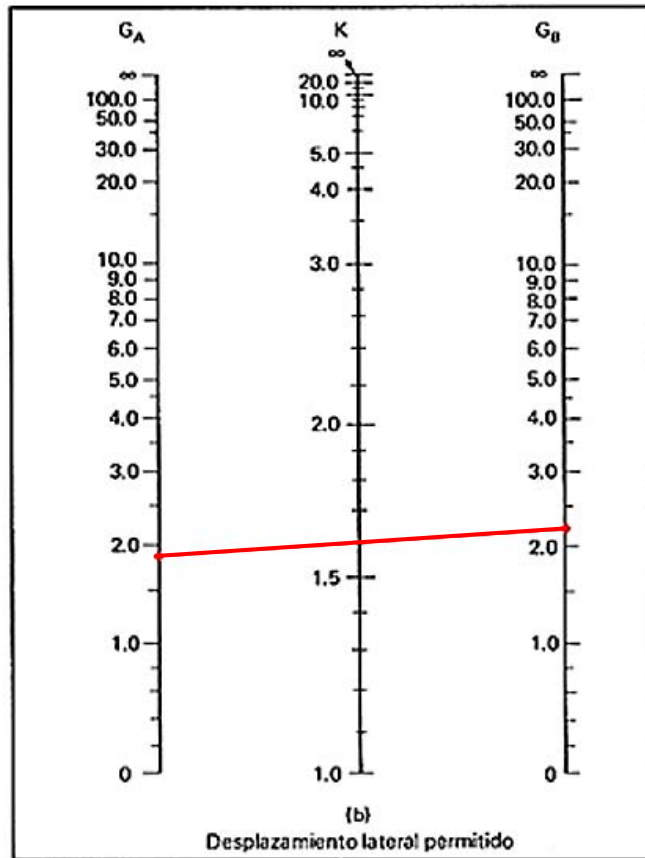
$$G_A = \frac{\sum I_c/L_c}{\sum I_v/L_v}$$

$$G_A = \frac{\frac{48699.08}{661} + \frac{48699.08}{381}}{\left(\frac{48699.08}{447}\right)(1.00)} = \frac{73.67 + 127.81}{108.95} = 1.85$$

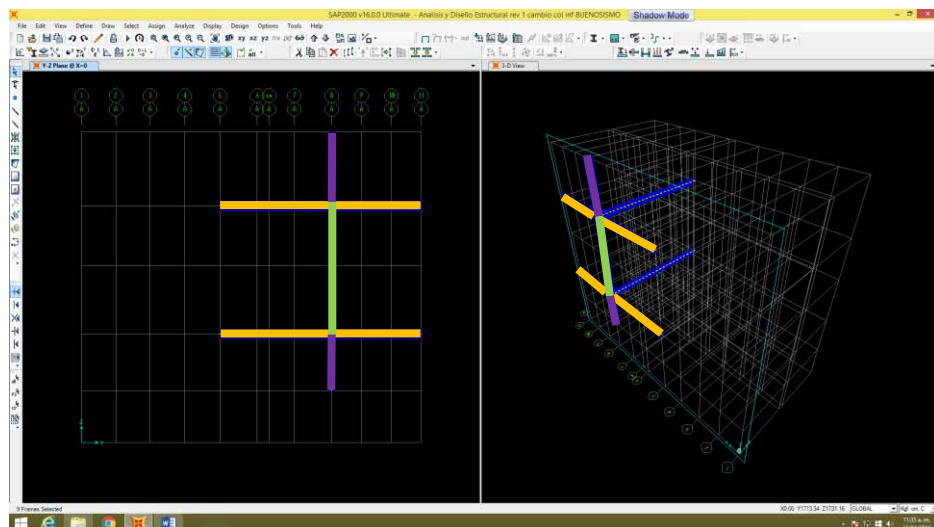
$$G_B = \frac{\sum I_c/L_c}{\sum I_v/L_v}$$

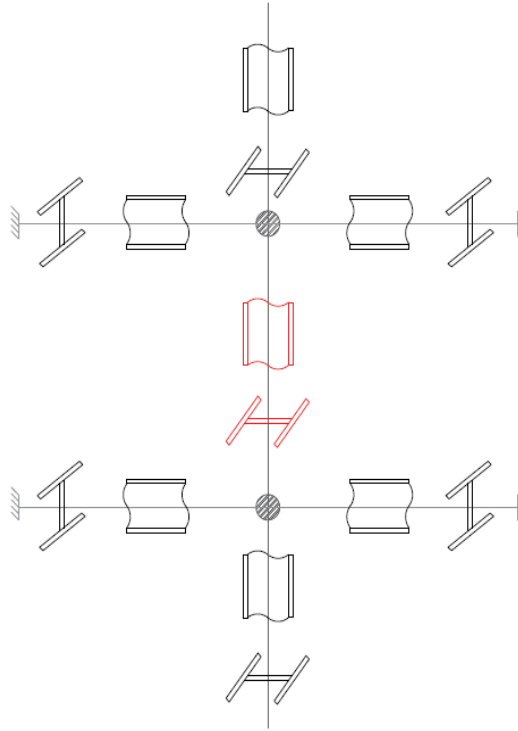
$$G_B = \frac{\frac{48699.08}{291} + \frac{48699.08}{661}}{\left(\frac{48699.08}{447}\right)(1.00)} = \frac{167.35 + 73.67}{108.95} = 2.21$$

Si se toman los nomogramas presentados de la *fig. 2.Ñ* se ubican los puntos G_A y G_B y se traza una línea que los una, el valor de $K_x = 1.6$



II.b El caso se referirá al marco sin desplazamiento permitido, si retomamos la imagen al principio de este ejercicio, notamos que existe un contraventeo, pero para fines de diseño, estos no son considerados en el cálculo, únicamente lo harán las vigas 112, 111, 108 y 107 (marcadas en naranja) y las columnas 22 y 16 (marcadas en morado) que influyen para el análisis en el plano zy como se muestra:





Por lo que el cálculo de K_y queda como sigue:

$$G_A = \frac{\Sigma I_c/L_c}{\Sigma I_v/L_v}$$

$$G_A = \frac{\frac{2509.88}{661} + \frac{2509.88}{381}}{\left[\left(\frac{48699.08}{360}\right)(2.5)\right] + \left[\left(\frac{48699.08}{353}\right)(2.5)\right]}$$

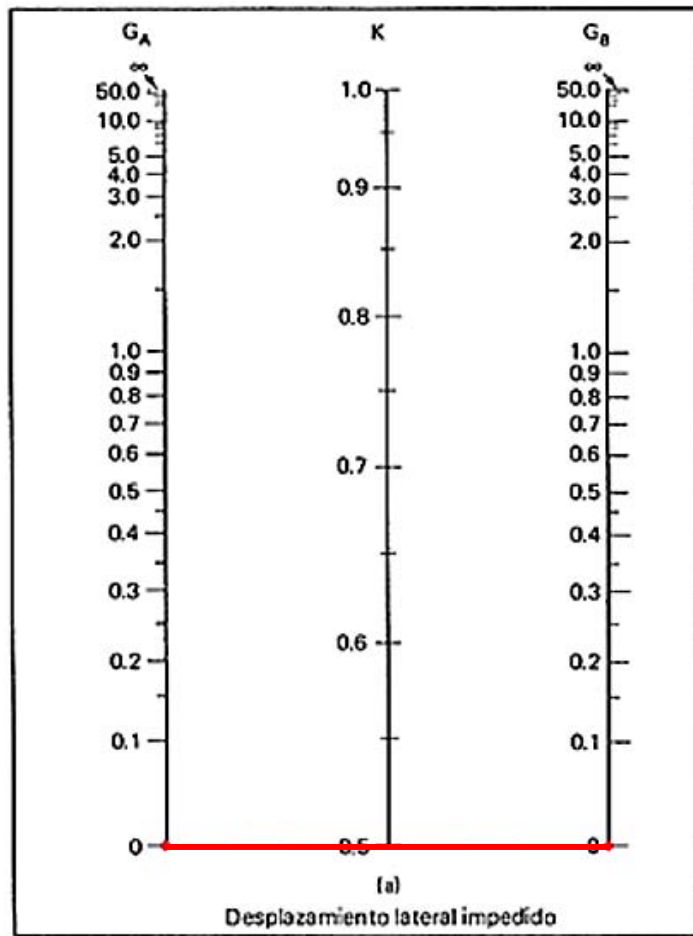
$$= \frac{3.79 + 6.58}{338.19 + 344.89} = 0.015$$

$$G_B = \frac{\Sigma I_c/L_c}{\Sigma I_v/L_v}$$

$$G_B = \frac{\frac{2509.88}{291} + \frac{2509.88}{661}}{\left[\left(\frac{48699.08}{360}\right)(2.5)\right] + \left[\left(\frac{48699.08}{353}\right)(2.5)\right]}$$

$$= \frac{8.62 + 3.79}{338.19 + 344.89} = 0.018$$

Si se toman los nomogramas presentados de la *fig. 2.Ñ* se ubican los puntos G_A y G_B y se traza una línea que los una, se encuentra que el valor de $K_x = 0.5$



- I. Calcular la relación de esbeltez máxima

$$\frac{K_x L_x}{r_x} = \frac{(1.6)(660)}{(19.05)} = 55.43$$

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(0.5)(660)}{(4.33)} = \mathbf{76.21}$$

El valor de $\frac{K_y L_y}{r_y} = 76.21$ es el máximo, por lo tanto, el valor rige para diseño.

En este caso la relación $\left(\frac{KL}{r}\right)_{\text{máx}} < C_c$ por lo que la falla queda dentro de la zona plástica.

De acuerdo con los valores obtenidos anteriormente, la fórmula del esfuerzo admisible de compresión axial es:

$$F_a = \left[1 - \frac{\left(\frac{KL}{r}\right)^2}{2C_c^2} \right] \frac{F_y}{F.S.}$$

II. Cálculo del factor de seguridad

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3\left(\frac{KL}{r}\right) - \left(\frac{KL}{r}\right)^3}{8C_c} = \frac{5}{3} + \frac{3(76.21) - (76.21)^3}{8(126.1)} = 1.86$$

El valor de F_y para el acero A36 es 2530 kg/cm^2

Sustituyendo los valores, la ecuación queda como:

$$F_a = \left[1 - \frac{(76.21)^2}{2(126.1)^2} \right] \frac{2530}{1.86} = 1111.80 \text{ kg/cm}^2$$

3) Cálculo de la relación $\frac{f_a}{F_a}$:

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{264.04}{1111.80} = 0.23\%$$

Como $0.23 > 0.15$ los efectos de 2° Orden son significativos.

4) Determinación de los límites inferior y superior de la relación Lb/r_T permisible para determinar que fórmula es válida para el esfuerzo por flexión permisible F_{bx} :

a) Cálculo de Lb/r_T (real o existente)

$$\frac{Lb}{r_T} = \frac{660}{5.0} = 132.00$$

I. Límite inferior

$$\sqrt{\frac{717 \times 10^4 C_b}{F_y}}$$

En donde $C_b = 1.75 + 1.05(M_1/M_2) + 0.3(M_1/M_2)^2$ pero no mayor de 2.3. (Para valores menores de 2.3 ver el Apéndice A, Tabla 7, pp. 252)

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{56467.89}{65917.32} = 0.86$$

$$C_b = 1.75 + 1.05(0.86) + 0.3(0.86)^2 = 2.71$$

Como $2.71 > 2.3$ entonces el coeficiente C_b se regirá por el valor 2.3.

Sustituyendo valores:

$$\sqrt{\frac{717 \times 10^4 (2.3)}{2530}} = 80.73$$

Como $\frac{L_b}{r_T} = 132.00 > \text{límite inferior} = 80.73$ entonces sí hay inestabilidad lateral.

II. Límite superior

$$\sqrt{\frac{3590 \times 10^4 C_b}{F_y}}$$

$$\sqrt{\frac{3590 \times 10^4 (2.3)}{2530}} = 108.65$$

Esto es, que el *Límite Superior* $< \left(\frac{L_b}{r_T}\right)_{real} < \text{Límite inferior}$.

6) Cálculo del esfuerzo permisible, la fórmula de compresión para la zona elástica:

$$F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{F_y \left(\frac{L_b}{r_T}\right)^2}{1080 \times 10^5 C_b} \right] F_y$$

$$F_b = \left[\frac{2}{3} - \frac{2530(132)^2}{1080 \times 10^5 (2.3)} \right] 2530 = \left[\frac{2}{3} - 0.177 \right] 2530 = 1237.67 \text{ kg/cm}^2$$

a) Revisión por medio de la fórmula de torsión:

$$F_b = \frac{844 \times 10^3 C_b}{ld/A_f}$$

$$F_b = \frac{844 \times 10^3 (2.3)}{660(1.18)} = \mathbf{2525.06}$$

En este caso, F_b para torsión es más grande $F_{bx} = 2525.06 \text{ kg/cm}^2 > 0.6F_y = 1518 \text{ kg/cm}^2$. Por criterio para diseño el mayor es el que rige.

7) Debido a que los efectos de 2° Orden son significativos, se deben probar las relaciones de esfuerzos para estabilidad entre los extremos de la columna, esto es:

a) Cálculo del factor de amplificación, como la flexión ocurre alrededor del eje x-x:

$$\frac{K_{bx}L_{bx}}{r_{bx}} = \frac{(1.6)(660)}{(19.05)} = 55.43$$

$$F'_{ex} = \frac{12\pi^2 E}{23 \left(\frac{K_{bx}L_{bx}}{r_{bx}} \right)^2} = \frac{12\pi^2 (2.039 \times 10^6)}{23 (55.43)^2} = 3417.28 \text{ kg/cm}^2$$

$$1 - \frac{f_a}{F'_{ex}} = 1 - \frac{264.04}{3417.28} = 0.92$$

b) Cálculo del factor de reducción. Como en este caso se trata de un marco impedido contra el desplazamiento lateral:

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$$

$\frac{M_1}{M_2}$ es + por ser un marco con curva doble de flexión ∴

$$C_{mx} = 0.6 - 0.4 \left(+ \frac{4957.25}{13940.90} \right) = 0.46$$

7) Revisión de las relaciones de esfuerzo para la estabilidad:

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{C_{mx}}{1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}} \right] \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1.0$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \left[\frac{C_{mx}}{1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}} \right] \frac{f_{bx}}{F_{bx}} = \frac{264.04}{1112.19} + \left[\frac{0.46}{0.92} \right] \frac{891.35}{2525.06} = 0.41$$

Como $0.41 < 1.0$ La sección es aceptable por estabilidad entre los extremos.

8) Ahora se prueba la relación de esfuerzos en el extremo superior de la columna (en donde se encuentra el momento mayor).

$$\frac{f_a}{0.6F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} \leq 1.0$$

$$\frac{264.04}{1518} + \frac{891.35}{2525.06} = 0.17 + 0.35 = 0.52$$

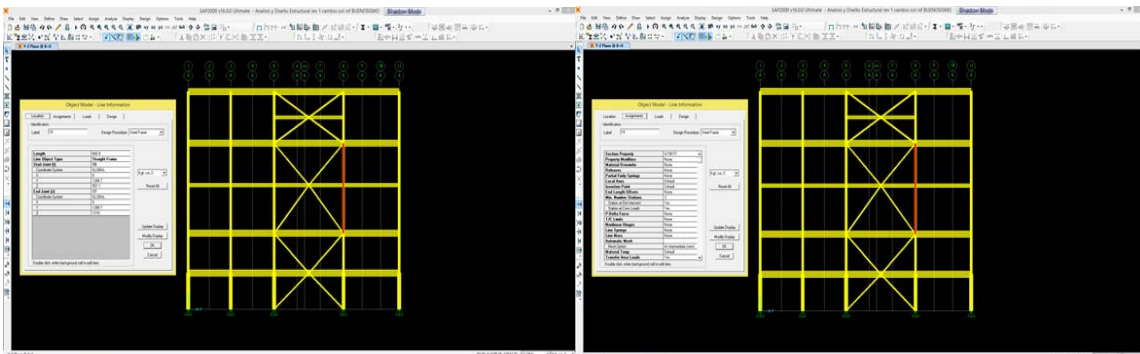
Por lo tanto:

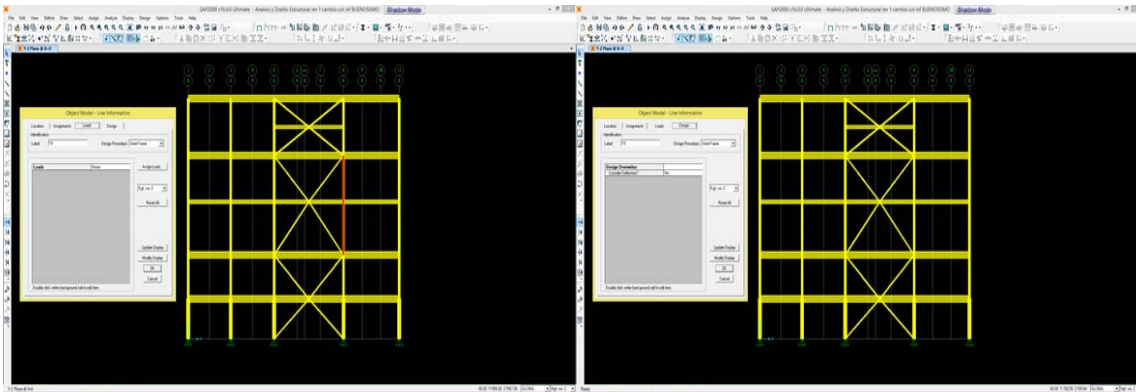
$$0.52 < 1.0$$

Se observa en la ecuación anterior que el 35% de la capacidad total de la columna se lleva el esfuerzo por flexión y que el 17% la compresión pura, quedando una reserva de Capacidad de Carga del 48%. Como $0.52 < 1.0$, indica que la columna no fallará por aplastamiento en el extremo donde se encuentra el mayor momento y por lo tanto se satisfacen las especificaciones IMCA, por lo tanto, la columna no está sobre esforzada.

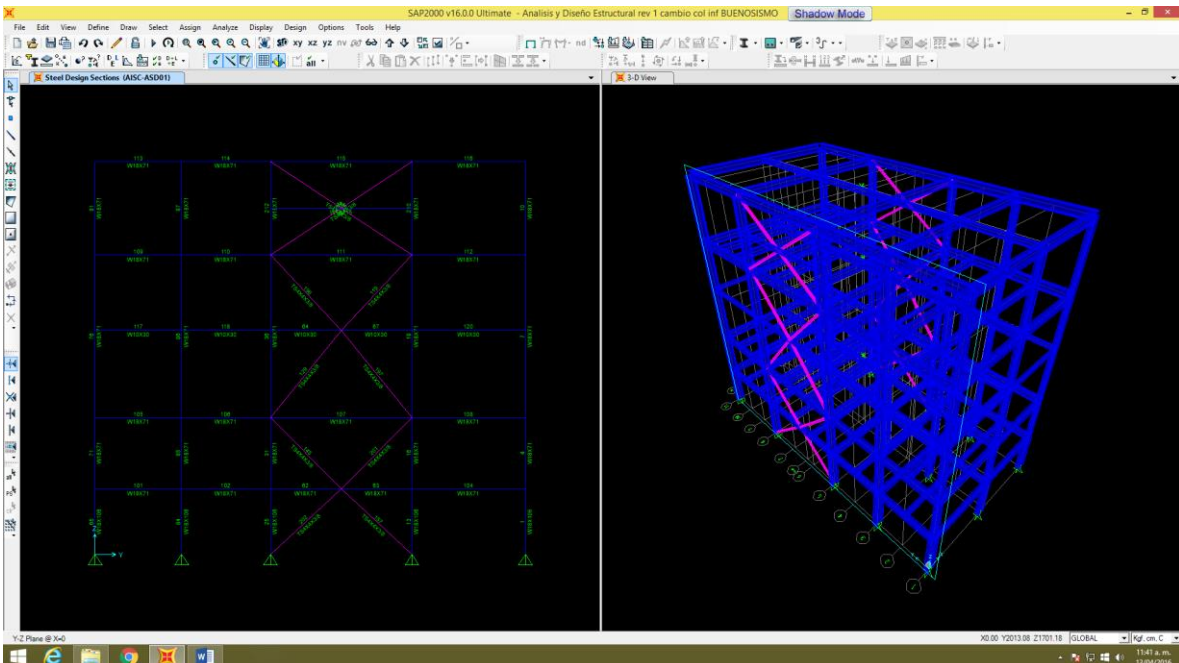
Ya que hemos terminado el diseño a mano, ahora es el turno de revisar el diseño en el programa SAP2000, debido a que algunos datos se obtuvieron directamente del programa, es de esperarse que algunos de estos nos salgan iguales o aproximados, los cuales tomaremos como correctos o verdaderos, sin embargo debemos tomar cuidado al hacer la revisión, pues los resultados no deben variar más allá de unas décimas, en cuyo caso habrá que revisar ambos desarrollos.

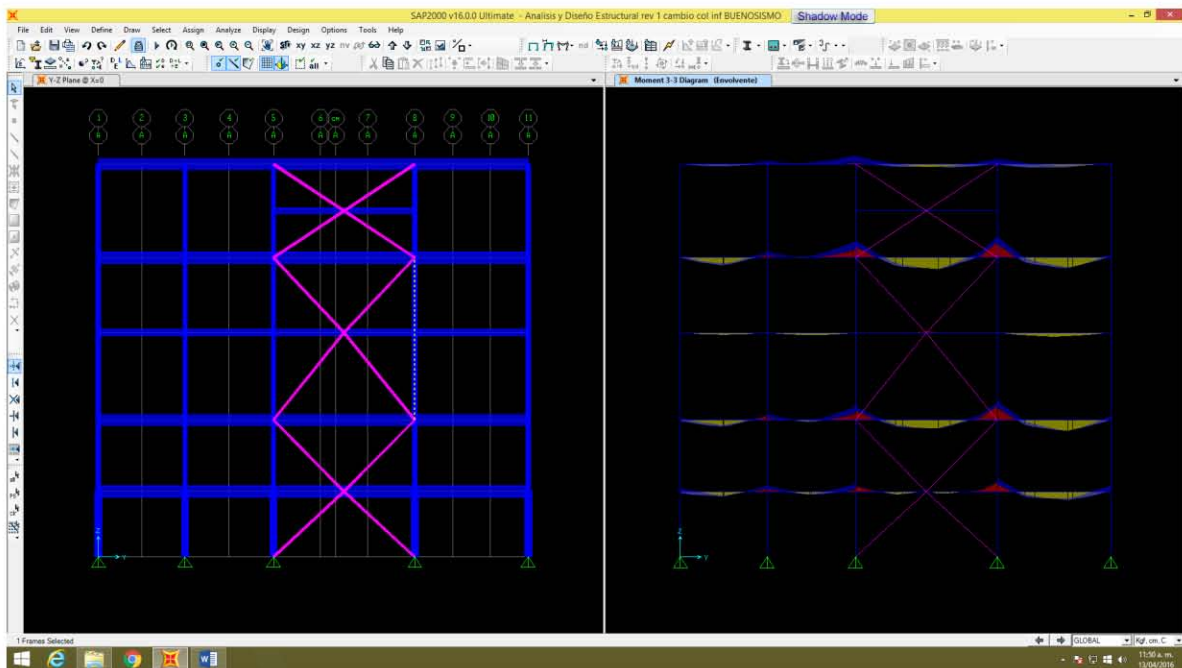
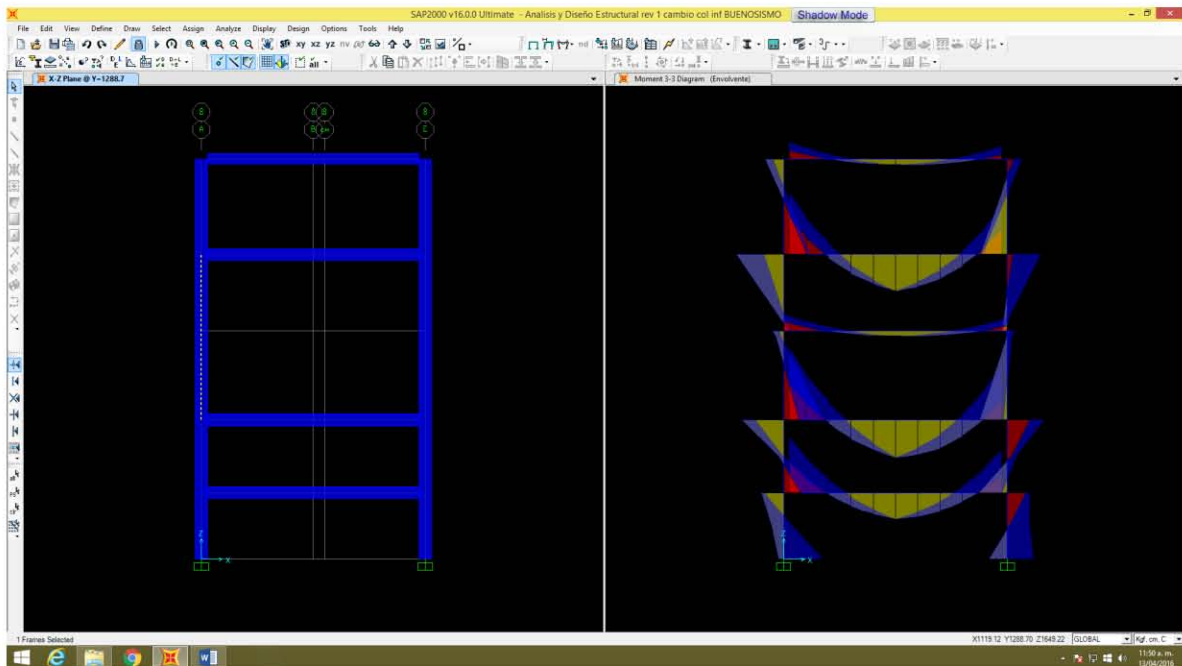
Ahora bien, cabe señalar que al diseñar con el programa SAP2000, éste nos arroja una serie de resultados que deben de interpretarse para su correcto funcionamiento en condiciones reales. Para revisar el elemento que estamos estudiando, que es la columna NO. 19, hay que seleccionar la columna y el programa arrojará una tabla con varias pestañas que nos da los datos de diseño, estos datos son únicamente de apoyo para conocer la base del diseño y no pueden ser modificados si no se cuenta con una sección satisfactoria.



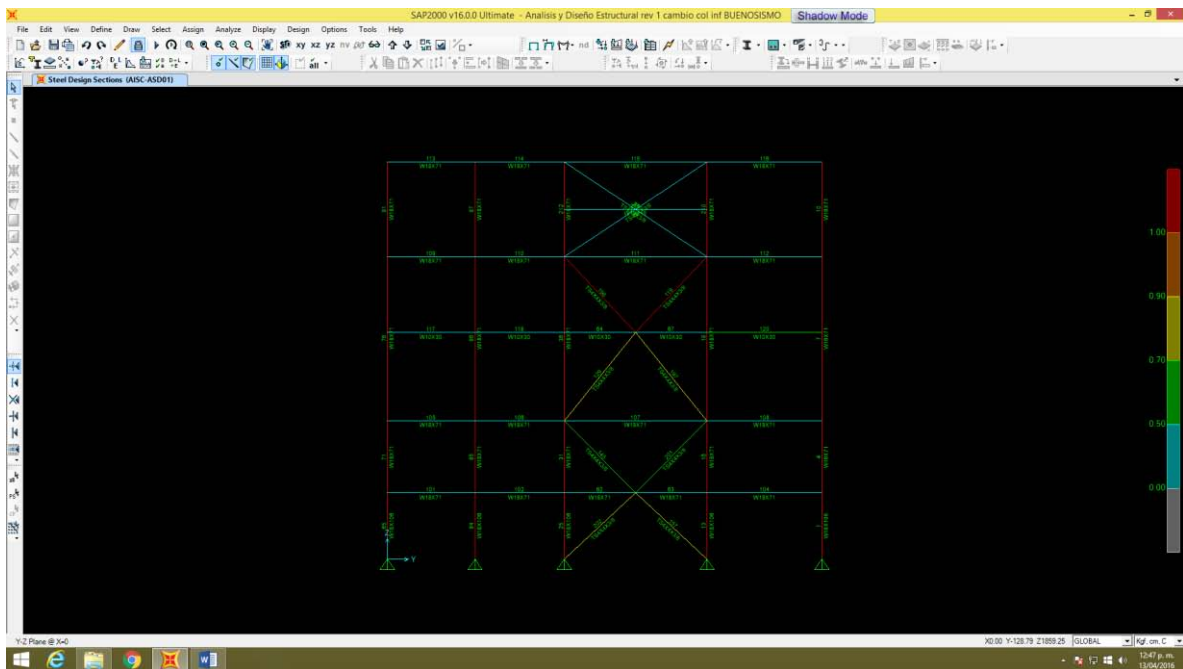
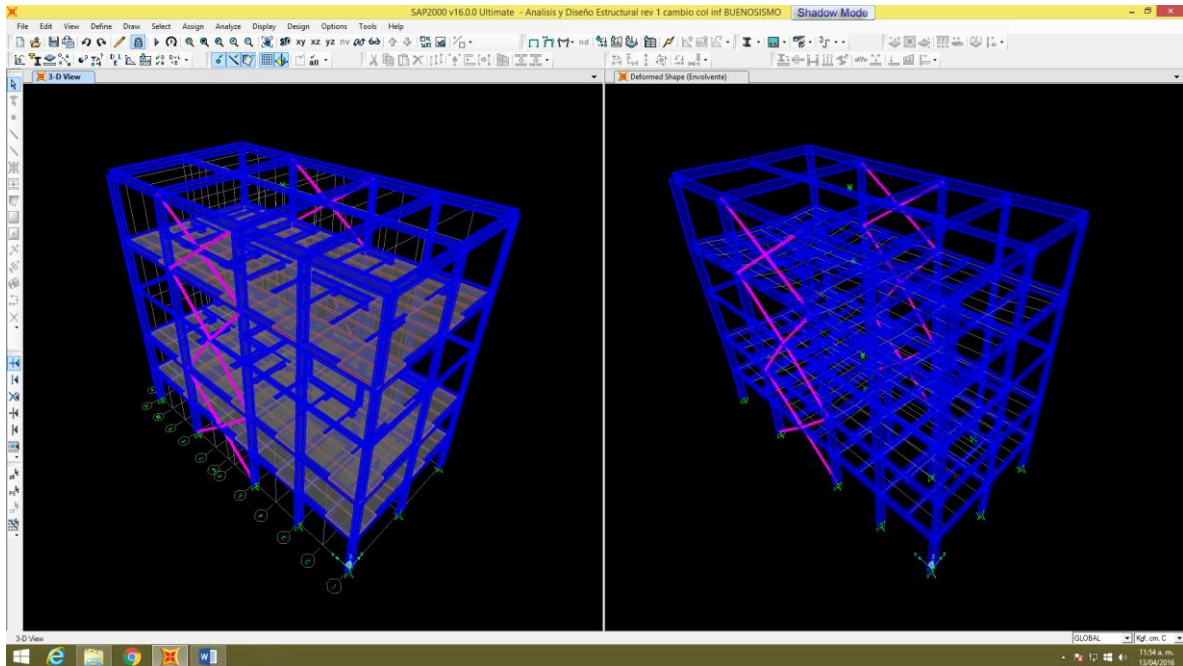


La plataforma también nos da la posibilidad de revisar el material con el que están diseñados todos los elementos, así como los momentos de cada uno de ellos, esto en una “vista rápida”.

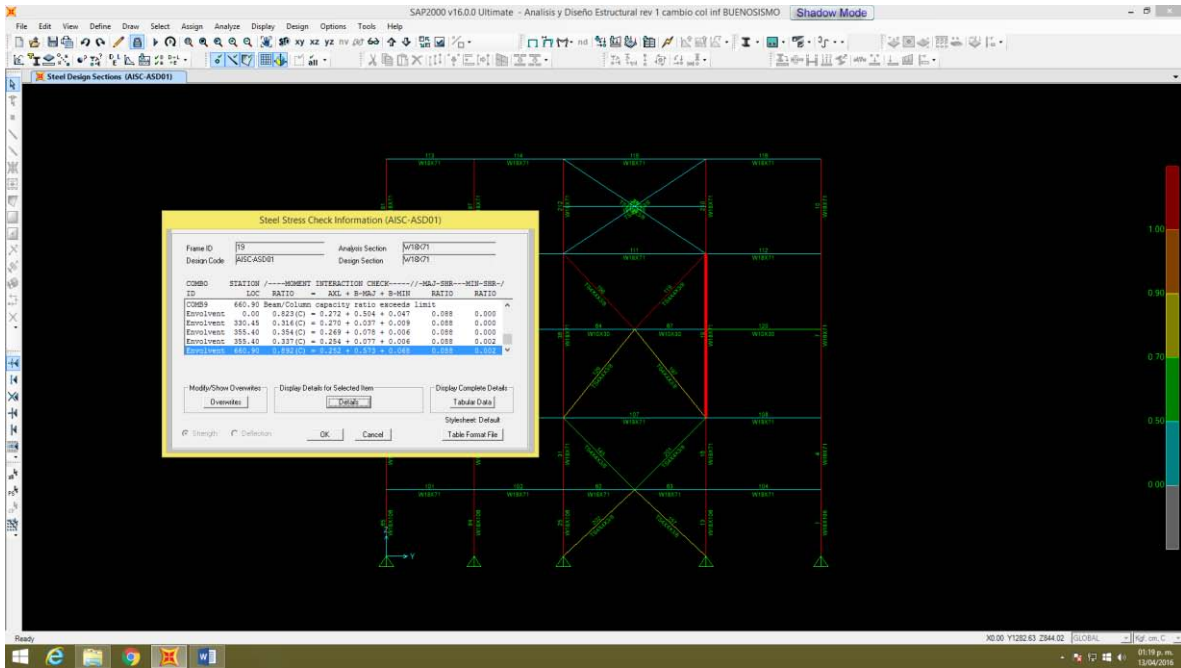




Una vez que el programa se corre, podemos obtener a detalle los elementos que se calcularon para este ejercicio previamente.



El diseño de la columna No. 19 deberá revisarse bajo la característica “envolvente” que será la que rija en diseño.



Se pueden obtener los datos de una sola columna a detalle en tablas de Excel para una revisión más general.

Frame	DesignSect	DesignType	Status	Ratio	RatioType	Combo	Location	ErrMsg	WarnMsg
19	W18X71	Column	No Messages	0.55896	PMM	COMB3	660.9	No Messages	No Messages
19	W18X71	Column	See WarnMsg	0.47267	PMM	COMB4	0	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
20	W18X71	Column	See WarnMsg	0.18952	PMM	COMB4	330.45	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
21	W18X71	Column	See WarnMsg	0.21397	PMM	COMB4	355.4	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
22	W18X71	Column	See WarnMsg	0.20302	PMM	COMB4	355.4	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
23	W18X71	Column	See ErrMsg and WarnMsg	8.86605	Minor CBC Ratio	COMB4	660.9	Beam/Column capacity ratio exceeds limit	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
24	W18X71	Column	See WarnMsg	0.4602	PMM	COMB5	0	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
25	W18X71	Column	See WarnMsg	0.17464	PMM	COMB5	330.45	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
26	W18X71	Column	See WarnMsg	0.19958	PMM	COMB5	355.4	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
27	W18X71	Column	See WarnMsg	0.19416	PMM	COMB5	355.4	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
28	W18X71	Column	See ErrMsg and WarnMsg	8.86605	Minor CBC Ratio	COMB5	660.9	Beam/Column capacity ratio exceeds limit	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
29	W18X71	Column	See WarnMsg	0.36789	PMM	COMB6	0	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
30	W18X71	Column	See WarnMsg	0.20037	PMM	COMB6	330.45	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
31	W18X71	Column	See WarnMsg	0.21071	PMM	COMB6	355.4	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
32	W18X71	Column	See WarnMsg	0.19986	PMM	COMB6	355.4	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
33	W18X71	Column	See ErrMsg and WarnMsg	8.90998	Minor CBC Ratio	COMB6	660.9	Beam/Column capacity ratio exceeds limit	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
34	W18X71	Column	See WarnMsg	0.31227	PMM	COMB7	0	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
35	W18X71	Column	See WarnMsg	0.15204	PMM	COMB7	330.45	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
36	W18X71	Column	See WarnMsg	0.16564	PMM	COMB7	355.4	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
37	W18X71	Column	See WarnMsg	0.1549	PMM	COMB7	355.4	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
38	W18X71	Column	See ErrMsg and WarnMsg	8.90998	Minor CBC Ratio	COMB7	660.9	Beam/Column capacity ratio exceeds limit	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
39	W18X71	Column	See WarnMsg	0.4301	PMM	COMB8	0	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
40	W18X71	Column	See WarnMsg	0.20345	PMM	COMB8	330.45	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
41	W18X71	Column	See WarnMsg	0.22005	PMM	COMB8	355.4	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)
42	W18X71	Column	See WarnMsg	0.20415	PMM	COMB8	355.4	No Messages	I/r > 60, check bracing at beam-column connections (AISC SEISMIC 1.9.7b)

Columna No.19 - Excel

Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista ¿Qué desea hacer? Compartir

Calibri 11 Fuente Ajustar texto General \$ % 000 00 00 Formato condicional Dar formato como tabla Estilos de celda Insertar Eliminar Formato Autosuma Rellenar Ordenar y filtrar Buscar y seleccionar

Portapapeles Fuente Alineación Número Estilos Celdas Editar

A1 TABLE: Program Control

TABLE: Program Control	ProgramName	Version	ProgLevel	LicenseNum	LicenseOS	LicenseSC	LicenseHT	CurrUnits	SteelCode	ConcCode	AlumCode	ColdCode	RegenHinge
Text	Text	Text	Text	Text	Text	Text	Text	Text	Text	Text	Text	Text	Text
SAP2000	16.0.0	Ultimate	Yes	Yes	No	Kgf, cm, C	AISC-ASD01	ACI 318-05/IBC2003	AA-ASD 2000	AISI-ASD96	Yes		

St Det Sum - AISC-ASD01 Program Control

100%

En donde podemos ver las combinaciones de cargas en el elemento, las más sobre-esforzadas y las que no generan mayores problemas en el diseño del elemento.

Se obtiene también de esta manera la tabla de detalle de la sección permitiéndonos comparar nuestros resultados, en este ejercicio la mayoría de los resultados son parecidos.

SAP2000 v16.0.0 Ultimate - Análisis y Diseño Estructural rev 1 cambio col inf BUENOSISMO Shadow Mode

Area : 134.193	SMajor : 2076.109	rMajor : 19.050	AUMajor : 58.984
IMajor : 48699.077	SMMinor : 258.845	rMinor : 4.325	AUMinor : 66.497
IMinor : 2509.875	ZMajor : 2376.124	E : 2038901.916	
Ixy : 0.000	ZMinor : 404.760	Fy : 2531.051	

Design Type: Column
 Frame Type: Special Moment Frame
 Sect Class: Compact
 Major Axis: 8.000 degrees counter-clockwise from local 3
 ILLF : 1.000

Area	134.193	SMajor	2076.109	rMajor	19.050	AUMajor	58.984
IMajor	48699.077	SMMinor	258.845	rMinor	4.325	AUMinor	66.497
IMinor	2509.875	ZMajor	2376.124	E	2038901.916		
Ixy	0.000	ZMinor	404.760	Fy	2531.051		

STRESS CHECK FORCES & MOMENTS

Location	P	M03	M02	M01	M04	M05	M06
666.900	-95404.236	1854898.615	-32198.839	-5254.822	115.304	-25.387	

PBR DESIGN/CAPACITY RATIO

Governing Equation (Rt-1)	Total Ratio	P Ratio	M Major Ratio	M Minor Ratio	Status
	0.892	0.252	0.573	0.068	Check OK

AXIAL FORCE DESIGN

Force	Stress	Allowable	Ratio	Status
axial	-95404.236	264.854	1807.304	1518.038

MOMENT DESIGN

Moment	Stress	Allowable	Ratio	Status
Major Moment	1854898.615	1578.658	2085.854	0.854
Minor Moment	-32198.839	124.363	1898.288	1094.334

SHEAR DESIGN

Force	Stress	Allowable	Ratio	Status
Major Shear	5254.822	89.088	1812.428	0.008
Minor Shear	115.304	1.724	1812.428	0.002

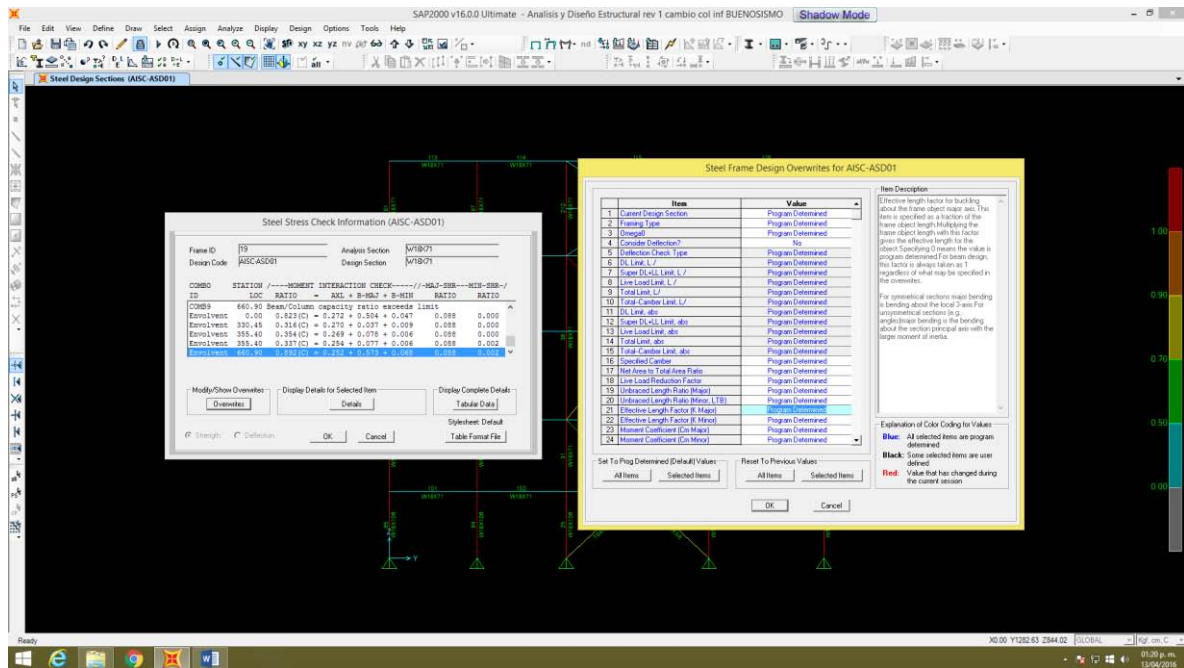
CONTINUITY PLATE, DOUBLE PLATE AND BEAM/COLUMN RATIOS

Cont. Pl. Ratio	DBL. PL. Ratio	BC Ratio	Status
12.000	0.000	N/C	N/C

Factor K
2.045
1.020

Podemos observar variaciones en las propiedades de la sección, pero en manual IMCA trabaja con valores enteros, mientras que el programa considera fracciones. Uno de los detalles más significativos es el cálculo del coeficiente K , ya que el programa no especifica la obtención de este valor, mientras que en el ejercicio lo obtuvimos por medio de nomogramas, haciendo énfasis en el que al considerar un marco sin desplazamiento el coeficiente K tiene un valor específico de diseño y el programa no lo toma en cuenta.

La corrección de cualquiera de estos datos es posible, gracias a que el mismo programa nos da esta posibilidad en el botón de sobre-escribir y así poder obtener un resultado más real o sin que nuestra estructura se deforme de más.



SAP2000 v16.0.0 Ultimate - Analisis y Diseño Estructural rev 1 cambio col inf BUENOSIMSO Shadow Mode

File Edit View Define Data Select Assign Analyze Display Design Options Tools Help

Steel Design Sections (AISC-ASD01)

Steel Stress Check Information (AISC-ASD01)

Frame ID: 178 Analysis Section: W78X21
 Design Code: AISC-ASD01 Design Section: W78X21

COMBO	STATION	MOMENT	INTERACTION	CRITERIA	MAX-STR	MIN-STR
ID		BATTD	=	AXX + B-BBY + B-NBY	BATTD	BATTD
COMB1	660.90	Beam/Column capacity ratio exceeds limit				
Emolment	0.00	0.223(C) = 0.272 + 0.594 + 0.047		0.000	0.000	
Emolment	330.45	0.318(C) = 0.270 + 0.037 + 0.009		0.000	0.000	
Emolment	355.40	0.354(C) = 0.249 + 0.076 + 0.026		0.000	0.000	
Emolment	355.40	0.327(C) = 0.264 + 0.077 + 0.026		0.000	0.000	
Emolment	660.90	0.822(C) = 0.110 + 0.573 + 0.003		0.000	0.000	

Strength Deflection

Steel Frame Design Overwrites for AISC-ASD01

Item	Value	Item Description
1	Current Design Section	Program Determined
2	Planning Type	Program Determined
3	Design	Program Determined
4	Consider Deflection?	No
5	Deflection Check Type	Program Determined
6	DL Live L/F	Program Determined
7	Super DL+LL Limit L /	Program Determined
8	Live Load Limit L/F	Program Determined
9	Total Limit L/F	Program Determined
10	Total Camber Limit L/F	Program Determined
11	DL Live also	Program Determined
12	Super DL+LL Limit also	Program Determined
13	Live Load Limit also	Program Determined
14	Total Limit also	Program Determined
15	Total Camber Limit also	Program Determined
16	Spaced Center	Program Determined
17	Net Area to Total Area Ratio	Program Determined
18	Live Load Reduction Factor	Program Determined
19	Unbraced Length Ratio (Rags)	Program Determined
20	Unbraced Length Ratio (Ribs, L FR)	Program Determined
21	Effective Length Factor (K, Major)	Program Determined
22	Effective Length Factor (K, Minor)	0.85(ASD-10)
23	Moment Coefficient (Cm Major)	Program Determined
24	Moment Coefficient (Cm Minor)	Program Determined

Ready XD:00 Y1282.63 Z844.02 GLOBAL kgz opn C... 07:36 pm 13/06/2016

Conclusión

De este trabajo se concluye que es importante conocer los métodos tradicionales de diseño, que serán una herramienta importante para el cálculo óptimo de estructuras ya que nos ayudan a comprender los procesos utilizados en los programas por computadora.

Debido a que los elementos y materiales con los que están hechos los elementos estructurales, el diseño, resistencia y comportamiento nunca serán iguales; sin embargo los métodos de diseño fueron creados por aproximaciones, ya que estudios de los elementos de una estructura se comportarán de maneras casi iguales en condiciones similares a las que en su momento fueron estudiadas (hablando de coeficientes por ejemplo), entonces concluimos también que ningún método de diseño conocido es exacto, aunque habrá algunos que para ciertas condiciones, materiales, cargas, esfuerzos e incluso lugares, sean más aproximados a condiciones reales.

Para este caso especial, se demostró que saber diseñar en un software no será garantía de que el trabajo que desarrollemos esté adecuado o cumpla con los requerimientos marcados, muy probablemente los errores considerados en este trabajo se deban a que las normas con las que trabaja el programa son las de Estados Unidos y Canadá, arrojando una diferencia considerable con manuales y normas Mexicanas; por tal motivo cabe señalar la importancia de tener los conocimientos básicos de diseño y la comprensión del mismo método para poder en un momento dado hacer correcciones de diseño sobre el mismo software si es posible o hacer un cálculo más real o mucho más aproximado a mano, ya que es el diseñador el que considere o no varios factores a la hora de diseñar los elementos.

En este trabajo se observa también que muchas de las fórmulas y coeficientes utilizados en el método de Diseño por Esfuerzos Permisibles (DEP) son tomadas a consideración del mismo diseñador quien, con base a su experiencia, pueda elegir entre fórmulas, coeficientes, condiciones y finalmente elegir algún método que le permita satisfacer y cumplir con las normas mexicanas de diseño.

Bibliografía

y Referencias

- ^B Estructuras de Acero Comportamiento y Diseño- Oscar de Buen López Heredia- Limusa
- ^B Estructuras de Acero Análisis y Diseño- Stanley W. Crawley, Robert M. Dillon, Winfred O. Carter- Limusa
- ^B Diseño estructural- Roberto Meli- Limusa
- ^B Apuntes Momentos de Segundo Orden y Factor de Amplificación- Ing. Arturo Macías Ferreira
- ^B Artículo Efectos de Esbeltez en Edificios- E. Rosenblueth
- ^B Stability of Reinforced Concrete Building Frames- J.G.MacGregor-
- ^B Diseño Básico de Estructuras de Acero- Bruce G. Johnston, F.J. Lin, T.V. Galambos- Prentice Hall
- ^B Analysis of Structures Strength and Behaviour- T.S. Thandavamoorthy- Oxford University Press
- ^B Structural Steel Design- Joseph E. Bowles- Mc Graw –Hill
- ^B Diseño de Estructuras de Acero- Bresler, Lin y Scalzi- Limusa
- ^B Manual of Steel Construction Allowable Stress Design- American Institute of Steel Construction (AISC)
- ^B Manual de Construcción en Acero DEP (Diseño por Esfuerzos Permisibles)- Instituto mexicano de la Construcción en Acero, A.C. (IMCA)- Limusa
- ^B Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas- Gobierno del Distrito Federal- Gaceta Oficial del Distrito Federal 2004
- ^B Manual de Diseño para la Construcción con Acero- Altos Hornos de México, S.A.B. de C.V. (AHMSA)-
- ^B Curso Básico de Estructuras Metálicas- Carlos Alberto Bermúdez Mejía- <http://www.bdigital.unal.edu.co/5923/1/9589322891.pdf>
- ^B Miembros en flexocompresión- http://www.gerdaucorsa.com.mx/articulos/Miembros_en_Flexocompresion.pdf

- 1 Torre Diana- <http://www.skyscrapercity.com/>
- 1 Edificio para Secretaría de Marina - Galería personal
- 1 Estructura metálica - Galería personal
- 1 Puente Carretero - Galería personal
- 1 Construcción en Concepción Arenal 3774- Arquitecto Javier Goldenberg-
<http://arq.clarin.com/construccion>
- R Proyecto IFASA, Cuernavaca Morelos, México- Memoria de Cálculo- Ingeniero Arturo Macías Ferreira