



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
ELÉCTRICA – INSTRUMENTACIÓN

IMPLEMENTACIÓN DE UN ACELERÓMETRO UNIAxIAL EN FIBRA ÓPTICA CON  
REJILLA BRAGG

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
ING. MIGUEL ANGEL CASAS RAMOS

TUTOR PRINCIPAL  
DR. GABRIEL EDUARDO SANDOVAL ROMERO, CCADET

MÉXICO, D. F. JUNIO 2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dra. Oropeza Ramos Laura  
Secretario: Dr. Garduño Mejía Jesús  
1er. Vocal: Dr. Sandoval Romero Gabriel Eduardo  
2do. Vocal: Dr. Guadarrama Santana Asur  
3er. Vocal: Dra. Montiel Sánchez María Herlinda

Lugar donde se realizó la tesis: LABORATORIO DE SENSORES, DEL CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO

**TUTOR DE TESIS:**

GABRIEL EDUARDO SANDOVAL ROMERO

-----  
**FIRMA**



# Agradecimientos

Al programa de posgrado en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Nacional Autónoma de México, por haberme brindado la oportunidad de continuar con mi preparación académica y profesional.

A mi director de tesis, el Dr. Gabriel Eduardo Sandoval Romero por su orientación, apoyo y amistad.

Al Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, especialmente al grupo de Sensores. Al grupo de Fotónica de Microondas y al Dr. Naser Qureshi por el apoyo brindado con los equipos mecánicos y el espacio necesario para maquinar mi acelerómetro.

A mis sinodales, por su tiempo y dedicación en la revisión de este trabajo.

Al CONACyT, por haberme otorgado el apoyo financiero a través del programa de becas nacionales de estudios de posgrado, que permitió el dedicarme en tiempo completo a los estudios de posgrado.

A la DGAPA-UNAM se le agradece su apoyo a través del proyecto IT101515

A mis compañeros de generación y del laboratorio de Sensores por su compañía, apoyo y amistad brindada.

# Dedicatoria

A mis padres, a los cuales siempre llevo en mi corazón. La educación que me brindaron me ha permitido tener la pasión por continuar preparándome y superándome cada día. Todos mis logros son dedicados a ustedes y constantemente agradeceré su apoyo incondicional, la motivación brindada y sus enseñanzas. Los amo.

A mi hermana Ana, quien ha estado conmigo durante este periodo de mi formación académica y a quien reconozco y admiro como una gran investigadora.

A mi novia Sheninska, quien siempre está conmigo en los momentos buenos y malos, además de ayudarme a no darme nunca por vencido.

**"El científico no busca un resultado inmediato. No espera que sus ideas avanzadas sean fácilmente aceptadas. Su deber es sentar las bases para los que vendrán, señalar el camino".**

---

**Nikola Tesla**





# Resumen

Los acelerómetros ópticos que usan rejillas Bragg grabadas en fibra óptica (FBG, por sus siglas en inglés *Fiber Bragg Grating*) como sensor y vigas en voladizo (conocidas en inglés como *cantilever*) para deformar la FBG, miden el desplazamiento de la longitud de onda de Bragg ( $\Delta\lambda_B$ ) respecto a su longitud de onda central ( $\lambda_B$ ) para calcular la aceleración ( $g$ ). Este desplazamiento se debe a la deflexión del *cantilever* por el movimiento de la masa (por la acción de la aceleración). La razón del cambio en la longitud de onda de Bragg respecto a la aceleración experimentada se conoce como coeficiente de sensibilidad  $\Delta\lambda_B/g$ .

Diversos diseños e implementaciones en la literatura, que utilizan *cantilevers* con una masa presentan dos tendencias: una alta sensibilidad (mayor a 100 pm/g) pero una baja frecuencia natural (menor a 50 Hz), o una baja sensibilidad (menor a 30 pm/g) pero una frecuencia natural grande (mayor a 100 Hz). Además, estos diseños utilizan la teoría de flexión pura y consideran un *cantilever* con una masa concentrada en su extremo libre, para analizar la deformación en la FBG. Este análisis no es del todo correcto, considerando que el *cantilever* y la masa son dos sólidos de volumen y forma definida (normalmente con forma de un prisma rectangular) unidos o pegados.

En este trabajo se presenta el diseño, construcción e implementación de un acelerómetro uniaxial de escala milimétrica, con una FBG en posición vertical en un arreglo mecánico para la medición de la aceleración vertical. Donde un extremo de la FBG se pegó donde se produce la máxima deflexión en el *cantilever* y el otro extremo pegado al marco del sensor. La orientación y posición en la FBG tienen el objetivo de utilizarla como un resorte por su capacidad elástica, para que la deformación sea más pronunciada y lineal. Además, se emplea una nueva metodología para el análisis estructural del *cantilever* más aproximada al modelo real, donde el *cantilever* y la masa se analizan juntos como parte de un mismo sólido (una sola pieza) de volumen y forma conocida con una sección transversal no-uniforme. Los resultados que se obtuvieron con el prototipo del sensor fueron una sensibilidad promedio de 381 pm/g, una aceleración promedio de 0.916 m/s<sup>2</sup> y una frecuencia natural de 227.3 Hz.



# Índice general

Resumen .....	9
Índice general .....	11
Índice de figuras .....	13
Símbolos y abreviaturas .....	17
1. Introducción.....	21
1.1. Objetivos .....	21
1.1.1. Objetivos generales .....	21
1.1.2. Objetivos específicos.....	21
1.2. Hipótesis.....	22
1.3. Fundamentos y antecedentes .....	22
1.4. Esquema básico de un sensor en fibra óptica .....	23
1.5. Sensores de intensidad.....	24
1.5.1. Sensores basados en rejillas de Bragg grabadas en fibra óptica.....	26
1.5.2. Sensor de esfuerzo.....	28
1.5.3. Sensor de aceleración: estado del arte .....	29
1.6. Principio y diseño mecánico de un <i>cantilever</i> .....	31
1.6.1. Conexión o soporte de la viga .....	31
1.6.2. Análisis de <i>cantilevers</i> .....	32
1.7. Sistema masa resorte .....	35
1.7.1. Frecuencia natural del sistema.....	35
1.8. Resumen del capítulo .....	36
2. Marco Metodológico .....	39
2.1. Acelerómetro en FBG .....	39
2.1.1. Metodología del sensor .....	39
2.1.2. Evaluación del comportamiento mecánico de la FBG .....	41
2.1.3. Comportamiento mecánico de la viga en voladizo.....	44
2.1.4. Ecuación de movimiento .....	47
2.1.5. Solución a la ecuación diferencial.....	49
2.2. Selección de datos .....	51

2.3.	Resumen del capítulo .....	55
3.	Resultados .....	57
3.1.	Caracterización de los elementos ópticos.....	57
3.1.1.	Fuente de luz (láser DFB del interrogador OEFSS-200).....	57
3.1.2.	Circulador óptico sin polarización, centrado en 1550 nm .....	62
3.2.	Medición de la deformación en la FBG .....	66
3.3.	Caracterización de la deflexión del <i>cantilever</i> .....	68
3.3.1.	Medición de $\delta_A$ por el método de la deflexión del haz .....	70
3.4.	Medición del desplazamiento de $\lambda_B$ .....	76
3.5.	Medición de frecuencias.....	81
3.5.1.	Frecuencia natural del sensor .....	83
3.6.	Resumen del capítulo .....	85
	Conclusiones .....	86
	Referencias.....	89
	Anexo A: Programa en Matlab para calcular los valores de diseño del sensor.....	93
	Anexo B: Lista de equipos y materiales utilizados en el arreglo experimental.....	95

# Índice de figuras

Figura 1.1. Esquema básico de un sensor en fibra óptica.....	23
Figura 1.2. Esquema básico de los tipos de sensores en fibra óptica: (a) extrínsecos; (b) intrínsecos.	24
Figura 1.3. Modulación de la intensidad mediante micro-dobles para un sensor de fibra óptica. .	25
Figura 1.4. (a) Campo evanescente en una fibra óptica; (b) Principio del transductor de campo evanescente.....	25
Figura 1.5. La luz que proviene de la primera fibra es acoplada a la segunda: a) en modo transmisión, b) en modo reflexión.....	26
Figura 1.6. Esquema de conexiones para detectar el espectro reflejado de una FBG empleando un interrogador. ....	28
Figura 1.7. Cantilever con FBG embebida: (a) FBG sobre la superficie; (b) parche entre FBG y la superficie del cantilever.....	30
Figura 1.8. Cantilever en forma de L con FBG pre-tensada y sujeta en dos extremos. ....	31
Figura 1.9. Flexión de la viga, debido a una carga y su respectiva curva de deflexión. ....	33
Figura 1.10. a) sección transversal doblemente simétrica; b) relaciones entre los signos de momento flexionante y las direcciones de los esfuerzos normales en la viga voladiza [42].....	34
Figura 1.11. Elementos de un oscilador armónico mecánico. ....	35
Figura 2.1. Proyección de perfil del sistema que modulará la periodicidad de la rejilla de Bragg. .	41
Figura 2.2. Sección transversal de la barra deformada por elongación. ....	42
Figura 2.3. a) Estructura del sensor; b) Esquema del sensor con una proyección de perfil. ....	44
Figura 2.4. Análisis de la viga en voladizo por el método de superposición con dos diferentes momentos de inercia: (a) deflexión total; (b) deflexión debido a las flexiones de las secciones AC y CB de la viga .....	45
Figura 2.5. Cantilever en: a) equilibrio; b) movimiento.....	49
Figura 2.6. Cambio en la longitud de onda de Bragg respecto a la aceleración experimentada. ....	53
Figura 3.1. Espectro óptico del láser DFB utilizando el Q8381.....	58
Figura 3.2. Esquema de conexiones para la medición de la potencia óptica del láser DFB del interrogador. ....	58
Figura 3.3. Medición de la potencia de la fuente óptica del interrogador utilizando el OMM-6810B: a) fuente encendida; b) ruido de fondo.....	59
Figura 3.4. Esquema de conexión para la medición de la potencia óptica del láser DFB utilizando el interrogador. ....	60

Figura 3.5. Medición de la potencia de la fuente óptica del interrogador utilizando el OEFSS-200: a) fuente encendida; b) ruido de fondo. ....	60
Figura 3.6. Medición del voltaje emitido por la fuente óptica del interrogador utilizando el PGA10 con el TEK3034C: a) fuente encendida; b) ruido de fondo. ....	61
Figura 3.7. Configuración para la medición de la potencia reflejada por el elemento sensor: a) espejo en fibra óptica; b) rejilla de Bragg. ....	62
Figura 3.8. Medición de la señal de potencia de la fuente óptica del interrogador a través del circulador (del puerto 1 hasta el puerto 3), utilizando el OMM-6810B: a) fuente encendida; b) ruido de fondo. ....	63
Figura 3.9. Medición de la potencia de la fuente óptica del interrogador a través del circulador (del puerto 1 a puerto 3), utilizando el OEFSS-200: a) fuente encendida; b) ruido de fondo. ....	64
Figura 3.10. Diagrama del circuito para la medición de la señal del láser DFB. ....	65
Figura 3.11. Medición del voltaje emitido por la fuente óptica del interrogador a través del circulador (del puerto 1 a puerto 3), utilizando el PGA10 con el TEK3034C: a) fuente encendida; b) ruido de fondo. ....	65
Figura 3.12. Montaje experimental para la deformación lineal de la FBG: a) esquema del montaje de la FBG en el arreglo experimental y su conexión al interrogador; b) modelo 3D del montaje. ....	66
Figura 3.13. Fibra óptica alrededor de la montura y fijada en A. ....	67
Figura 3.14. Longitud de onda de la rejilla de Bragg como función de la tensión aplicada para una rejilla de 1549.630 nm. ....	68
Figura 3.15. Estructura final del sensor fabricado con la FBG puesta. ....	69
Figura 3.16. Haz incidiendo sobre el espejo que esta sobre la superficie del bloque de masa. ....	71
Figura 3.17. Esquema de medición del desplazamiento del cantilever mediante la deflexión del haz láser. ....	71
Figura 3.18. Estados fundamentales del cantilever: a) sin deflexión; b) deflexión natural, propia de la viga ante la gravedad de Tierra. ....	73
Figura 3.19. Arreglo experimental sobre la mesa óptica para la reflexión del haz láser. ....	74
Figura 3.20. El haz reflejado de la figura 3.20 continua proyectándose hasta la puerta del laboratorio, a lo largo de una distancia máxima de $5.740 \pm 0.0005$ m. ....	74
Figura 3.21. Pendientes correspondientes a la amplitud $A_{pp}$ proyectada en la pantalla respecto a la distancia total recorrida por el brazo de palanca óptico. ....	75
Figura 3.22. Gráficas de voltajes correspondientes al cantilever cuando se encuentra: a) sin deflexión; b) oscilando libremente. ....	76
Figura 3.23. Gráfica de la señal de voltaje del cantilever cuando está oscilando libremente. ....	76
Figura 3.24. Montaje experimental para la medición del desplazamiento de la longitud de onda de Bragg utilizando el OEFSS-200: a) foto del montaje experimental; b) esquema de medición. ....	77
Figura 3.25. Circulador óptico CIR-3-1550-A-1-FA. ....	78
Figura 3.26. Espectro reflejado por la FBG en ausencia de deflexión por parte del cantilever. ....	78

Figura 3.27. Espectro reflejado por la rejilla de Bragg cuando el sistema se encuentra oscilando libremente. a) Picos reflejados; b) vista parcial de la parte derecha de los espectros reflejados, se aprecia el desplazamiento en los espectros. ....	79
Figura 3.28. Aceleración experimentada por el sensor, en términos del desplazamiento de la longitud de onda de Bragg respecto a la longitud de onda central. ....	80
Figura 3.29. a) Esquema experimental del sensor; b) Bocina colocada debajo del sensor para inducir vibraciones a diferentes frecuencias en el sensor. ....	81
Figura 3.30. Gráfica de amplitud-frecuencia de las mediciones realizadas en marzo de 2015. ....	82
Figura 3.31. Gráfica de amplitud-frecuencia mediciones realizadas en junio de 2015. ....	82
Figura 3.32. Obtención de la frecuencia natural del cantilever oscilando libremente a partir del espectro de frecuencias. ....	83
Figura 3.33. Frecuencias de resonancia por muestreo, en el eje x de muestras representa el número de prueba realizada. ....	84
Figura 3.34. Espectro de frecuencias del cantilever oscilando libremente. ....	84





# Símbolos y abreviaturas

$A_{pp}$	Amplitud máxima pico a pico del haz láser reflejado en la superficie del <i>cantilever</i> , [m]
$A_{SMF}$	Área transversal de una fibra óptica estándar SMF-28e de Corning®, $A_{SMF}=(47.14\pm 0.02)\times 10^{-9}$ [m <sup>2</sup> ]
$b$	Base en la sección transversal rectangular de la viga o de la <i>cantilever</i> con una sección transversal no-uniforme, [m]
$c, c_1, c_2$	Distancia desde el eje neutro de la viga a la superficie exterior de una viga en las direcciones $z$ positiva y negativa de la viga, [m]
<i>Cantilever</i>	Viga en voladizo
DFB	Realimentación distribuida (por sus siglas en inglés <i>Distributed Feedback</i> ) y hace referencia al diodo láser.
$E$	Módulo de elasticidad o Módulo de Young de un material, [Pa]
$E_{AL}$	Módulo de Young del aluminio, $E_{AL}=72\times 10^9$ [Pa]
$E_{SMF}$	Módulo de Young de la fibra óptica SMF-28e de Corning® que contiene a la rejilla de Bragg, $E_{SMF}=(16.56\pm 0.39)\times 10^9$ [Pa]
EMI	Interferencia electromagnética (por sus siglas en inglés <i>Electromagnetic Interference</i> )
$f$	Frecuencia, [Hz]
$f_n$	Frecuencia natural, [Hz]
$F$	Fuerza axial, [N]
FBG	Rejilla de Bragg en fibra óptica (por sus siglas en inglés <i>Fiber Bragg Grating</i> )
FFT	Transformada rápida de Fourier (por sus siglas en inglés, <i>Fast Fourier Transform</i> )
$g$	Aceleración de la gravedad, $1 g=9.80665$ [m/s <sup>2</sup> ]
GeO <sub>2</sub>	Dióxido de germanio
$h$	Altura del bloque de masa, [m]
$h_T$	Altura en la sección transversal rectangular de la viga, [m]
$h_1$	Altura del <i>cantilever</i> , [m]
$I$	Momento de inercia, [m <sup>4</sup> ]
$IL_{ADAF2}$	Pérdida por inserción del acoplador ADAFC2, [dB]

$IL_{CIRij}$	Pérdida por inserción en el circulador óptico y los subíndices $ij$ representan los números de cada puerto ( $i$ es el puerto entrada y $j$ el puerto de salida), [dB]
$IL_M$	Pérdidas por inserción del espejo en fibra óptica y la rejilla de Bragg en fibra óptica, [dB]
$I_1$	Momento de inercia del bloque de masa, [m <sup>4</sup> ]
$I_2$	Momento de inercia del <i>cantilever</i> , [m <sup>4</sup> ]
$k_1$	Constante de proporcionalidad de la viga, también denominada constante de rigidez o del resorte, [N/m]
$k_2$	Constante de proporcionalidad del <i>cantilever</i> , también denominada constante de rigidez o del resorte, [N/m]
$l$	Longitud total entre el punto en que se refleja el haz láser hasta la superficie sobre la que se proyecta el haz, [m]
$L$	Longitud, distancia total del <i>cantilever</i> con sección transversal no-uniforme ( <i>cantilever</i> con un bloque de masa en su extremo libre), [m]
$L_1$	Longitud del <i>cantilever</i> , [m]
$L_2$	Longitud del bloque de masa, [m]
$L_3$	Longitud de la sección de fibra óptica con la rejilla de Bragg pegada en el arreglo mecánico del sensor, [m]
$M$	Masa total efectiva del <i>cantilever</i> con la sección transversal no-uniforme, [gramos]
$M_f$	Momento flexionante, [N·m]
$M_1$	Bloque de masa en el extremo libre del <i>cantilever</i> , [gramos]
$M_2$	Masa del <i>cantilever</i> , [gramos]
$M_3$	Masa del espejo altamente reflejante, [gramos]
$n_{\text{eff}}$	Índice de refracción efectivo del núcleo de la fibra óptica estándar SMF-28e de Corning®, $n_{\text{eff}}=1.4682$
nm	Nanometros, $1 \times 10^{-9}$ [m]
OFM	Espejo en fibra óptica (por sus siglas en inglés <i>Optical Fiber Mirror</i> )
OSA	Analizador de espectro óptico (por sus siglas en inglés <i>Optical Spectrum Analyzer</i> )
$P_{DFB}$	Potencia emitida por el diodo láser DFB del interrogador OEFSS-200 de OELand, [W]
$P_e$	Constante foto-elástica efectiva para una fibra óptica SMF-28e
$P_{i,j}$	Coefficiente de Pockels del tensor deformación-óptica

$P_T$	Potencia total transmitida en el arreglo experimental, [W]
pm	Picometros, $1 \times 10^{-12}$ [m]
$R$	Reflectividad del elemento óptico: el espejo en fibra óptica o la rejilla de Bragg, [%]
RFI	Interferencia de radiofrecuencia (por sus siglas en inglés <i>Radio Frequency Interference</i> )
RMS	Valor cuadrático medio (por sus siglas en inglés <i>Root Mean Square</i> )
$S$	Coefficiente de sensibilidad, razón de cambio en la longitud de onda de Bragg respecto a la aceleración [m/g]
$S_T$	Sección transversal de la viga, [m <sup>3</sup> ]
SNR	Relación señal a ruido (por sus siglas en inglés <i>Signal-to-Noise-Ratio</i> )
SiO <sub>2</sub>	Dióxido de silicio, también llamado comúnmente sílice
u.a.	Unidades adimensionales
UV	Ultravioleta
$\alpha$	Coefficiente de expansión térmica del material de fabricación de la fibra óptica, [°C <sup>-1</sup> ]
$\Delta T$	Cambio de temperatura, [°C]
$\Delta \lambda_B$	Desplazamiento de la longitud de onda de Bragg, [nm]
$\delta_A$	Deflexión del <i>cantilever</i> en su extremo libre, [m]
$\delta_{SMF}$	Distancia alargada de una fibra óptica estándar SMF-28e (de Corning®) respecto a su longitud original, [m]
$\varepsilon$	Deformación axial unitaria (alargamiento por unidad de longitud del elemento sometido a esfuerzos de tensión axial), [ $\varepsilon$ ] es una unidad adimensional (u.a.)
$\varepsilon_{max}$	Deformación axial unitaria máxima, [ $\varepsilon$ ]
$\zeta$	Coefficiente termo-óptico del material con el que está fabricada la fibra óptica, [°C <sup>-1</sup> ]
$A$	Periodo de la rejilla, distancia de separación entre cada una de las rejillas, [m]
$\lambda_B$	Longitud de onda central de la FBG, [nm]
$\mu\varepsilon$	Micro-deformación, $1 \times 10^{-6}$ [ $\varepsilon$ ] = 1 [ $\mu\varepsilon$ ]
$\nu$	Razón de Poisson de una fibra óptica estándar SMF-28e de Corning®, $\nu=0.16 \pm 0.01$
$\rho$	Densidad del material, [kilogramo/m <sup>3</sup> ]

$\rho_{AL}$	Densidad del aluminio 7075, $\rho_{AL}=2800$ [kilogramo/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Esfuerzo, [Pa]
$\sigma_1$	Esfuerzo de tensión, [Pa]
$\sigma_2$	Esfuerzo de compresión, [Pa]
$\sigma_{max}$	Esfuerzo máximo, [Pa]

# 1. Introducción

## 1.1. Objetivos

### 1.1.1. Objetivos generales

- Diseñar e instrumentar un acelerómetro con una sensibilidad ( $S$ , razón de cambio en la longitud de onda de Bragg respecto a aceleración experimentada) mayor a 200 pm/g y un ancho de banda mayor a 200 Hz.

### 1.1.2. Objetivos específicos

- Emplear un modelo mecánico de primer orden (masa-resorte) para analizar del sensor.
- Del modelo seleccionado y la posición de los elementos involucrados en el diseño del sensor, se debe de obtener el mayor coeficiente de sensibilidad, sin tener sacrificar el ancho de banda del sensor.
- La frecuencia natural debe ser mayor a 200 Hz, para obtener un ancho de banda grande.
- El coeficiente de sensibilidad deberá estar en un rango entre 300 pm/g y 400 pm/g, de manera que al utilizar un interrogador para la medición los cambios en la longitud de onda de la rejilla, sea posible medir pequeñas aceleraciones (en un rango de 0.005-0.016 g). Considerando que la resolución del interrogador este entre 2 pm y 4 pm.
- La fuerza que actuará a lo largo la FBG debe ser menor a 20 N, para evitar que la FBG se fracture y posteriormente se rompa. Este valor límite se obtuvo del estudio realizado por Antunes et al. (2015), en el cual se determinó experimentalmente (mediante pruebas destructivas) en fibras ópticas estándar SMF-28e la fuerza máxima permisible antes de una ruptura en la fibra [1].
- Entre menor sea el esfuerzo aplicado en la FBG (fuerza sobre el área circular de la fibra óptica) mayor será el tiempo de vida de este elemento. Esto queda establecido en trabajos de investigación como el Limberger et al. (1997) donde un esfuerzo menor  $\sim 1$  GPa reduce la probabilidad de que se produzca una fractura o falla en la FBG a  $1 \times 10^{-3}\%$ , asegurando un tiempo de vida útil para la FBG de 20 años [2]. O el trabajo realizado por Pascal Mauron (2001) en el que se determina que un esfuerzo de  $\sim 1.4$  GPa aplicado en la rejilla, una probabilidad de falla en la FBG es del 0.1% y con una expectativa de tiempo de vida entre 5 y 150 años de vida [3].
- Las dimensiones del sensor deben de ser menores a 6 cm de largo, 2 cm de ancho y 6 cm de alto.

## 1.2. Hipótesis

Los acelerómetros ópticos con FBGs que utilizan un diseño de *cantilever* con una masa, transfieren la deformación por deflexión en el *cantilever* directamente a la FBG. Esto resulta en un desplazamiento en la longitud de onda de Bragg proporcional a la deformación experimentada. Normalmente, estos diseños fijan y pegan la FBG a la superficie de la viga para analizar esta deformación con la teoría de flexión pura. Además, los *cantilevers* pueden tener frecuencias naturales altas o bajas, dependiendo de su diseño. Pero, para que oscilen a frecuencias bajas se añade una masa en su extremo libre.

Por lo tanto, en este trabajo se propone que la deformación en la FBG y la frecuencia natural del *cantilever* con la masa se pueden mejorar al cambiar la posición y ubicación de la FBG en el arreglo mecánico. Si la FBG está en posición vertical (fija y pegada) donde ocurre la máxima deflexión en el *cantilever*, se puede utilizar como resorte por su capacidad elástica. También, este cambio en la posición de la FBG incrementará la deformación experimentada de forma lineal (elongándose o comprimiéndose) y modificará la frecuencia natural del *cantilever* con la masa. Y si la FBG se encuentra en un ambiente controlado, la señal de respuesta registrada dependerá únicamente de la deformación porque la dependencia de la temperatura puede omitirse.

También, como el *cantilever* con la masa son dos sólidos de forma (de prisma rectangular) y volumen conocidos unidos entre sí. La deformación se puede obtener al aplicar el método de superposición en estos elementos, porque que ambos elementos son parte de un único sólido (una sola pieza) con un volumen, forma conocida (dos prismas rectangulares pegados) y una sección transversal no-uniforme. Resultando en un análisis más aproximado al modelo real del *cantilever* con una masa en su extremo libre, en lugar de emplear la teoría de flexión pura.

## 1.3. Fundamentos y antecedentes

El presente trabajo resume los estudios realizados en los últimos 2 años sobre sensores de fibra óptica utilizando FBGs, con la finalidad de tener un mejor entendimiento de su comportamiento óptico y mecánico. En este capítulo se tratan las bases de los sensores de fibra óptica con rejilla de Bragg, desde cómo se catalogan los sensores en fibra óptica, pasando por la categoría a la que pertenecen este tipo de sensores y por último el principio de funcionamiento y cómo se asocia el cambio de la longitud de onda de Bragg con la cantidad física de interés, en este caso se trata de la aceleración.

La fibra óptica está continuamente sujeta a perturbaciones de diversas clases, perturbaciones que inducen cambios en su geometría (tamaño, perfil) y/o propiedades ópticas (índice de refracción, conversión de modos), lo que afectará la propagación de la luz en mayor o menor medida a través de la fibra. Cuando se trata de la implementación de fibra óptica en comunicaciones, dichas perturbaciones requieren ser minimizadas, sin embargo, cuando se trata de su aplicación como sensores es evidente que estos cambios son deseados y se requiere que sean

más significativos, a fin de que se le pueda asociar ese cambio en la fibra o su transmisión como una medida de la perturbación externa.

La temperatura, deformación, rotación, entre otros, generan cambios en la transmisión de la radiación óptica a lo largo de la fibra, de manera que actúa como un transductor. Estos cambios externos pueden ser detectados al ser asociados con alguno de los parámetros propios de la luz, ya sea amplitud, fase, frecuencia o polarización. La fibra óptica solo se le podrá considerar como sensor, siempre y cuando la magnitud del cambio y las mediciones puedan ser cuantificables, repetibles y con una buena resolución.

#### 1.4. Esquema básico de un sensor en fibra óptica

Es evidente que los sensores de fibra óptica emplean la luz para medir la o las perturbaciones externas, al transmitir la luz desde la fuente hasta el detector (foto-detector, analizador de espectro óptico, interrogador, etc.), véase el diagrama de bloques de la figura 1.1.



Figura 1.1. Esquema básico de un sensor en fibra óptica.

Para la medición de la perturbación externa, existen clasificaciones dos grandes clasificaciones de sensores de fibra óptica (ver figura 1.2): extrínsecos e intrínsecos.

1. Sensores extrínsecos (“caja negra”) [4-6]: La fibra óptica actúa como una guía de onda, transmitiendo la luz a través de la fibra óptica hasta un elemento sensor externo donde bajo la acción de la magnitud a medir, será modificada y luego nuevamente guiada por la fibra hasta el fotodetector, figura 1.2a.
2. Sensores intrínsecos (“all-fiber sensors”) [4-6]: Estos sensores utilizan la fibra óptica como una guía de onda hasta el lugar donde se requiere medir la magnitud de interés, sin embargo, la perturbación externa actúa directamente sobre la fibra y por tanto, la luz continua permaneciendo dentro de la fibra en todo momento, figura 1.2b.



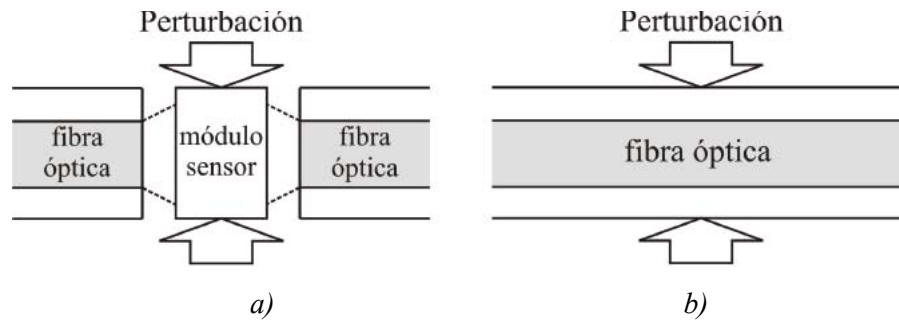


Figura 1.2. Esquema básico de los tipos de sensores en fibra óptica: (a) extrínsecos; (b) intrínsecos.

## 1.5. Sensores de intensidad

El tipo de sensor más simple de construir está basado en la modulación de la intensidad [4,6,7], porque requiere pocos elementos y componentes electrónicos. Estos sensores miden la variación en la intensidad de la luz inducida por la magnitud física de interés, tal como la temperatura, presión, entre otras magnitudes. Además estos sensores son de bajo costo, lo que también los hace atractivos, además no requieren ningún tipo de fibra especial ni un montaje experimental complejo. Sin embargo, no son muy sensibles en comparación con otras técnicas de medición de magnitudes físicas con fibras ópticas. Por lo tanto, se emplean técnicas de compensación para reducir o cuasi-eliminar las variaciones en la señales que no pertenezcan a la magnitud física medida. La medición de la intensidad de la luz para una magnitud física se puede hacer mediante la creación de fugas durante la transmisión de la luz a través de la fibra óptica [8]. Pueden utilizarse dos técnicas básicas para crear estas fugas:

- Pérdidas por micro-curvaturas periódicas [4,7,9]: cuando una fibra óptica se somete a una curvatura mayor a la permitida, se pierde la condición fundamental para la transmisión de la luz por reflexión total interna entre el núcleo (conocidas en inglés como *core*) y el recubrimiento (conocidas en inglés como *cladding*), generando pérdidas de luz. Mediante el uso de micro-dobleces, se generan (de forma local) una modulación conocida, conveniente y controlada, la figura 1.3 muestra el esquema básico de un sensor de micro-dobleces periódicas, con lo que se puede medir por ejemplo la presión al utilizar una membrana elástica que permite que uno de los dos bloques se mueva para generar los micro-dobleces en la fibra [10], así como la medición de vibraciones, cuando uno de los dos bloques está ligado a una masa cuya aceleración hace que se mueva [11].

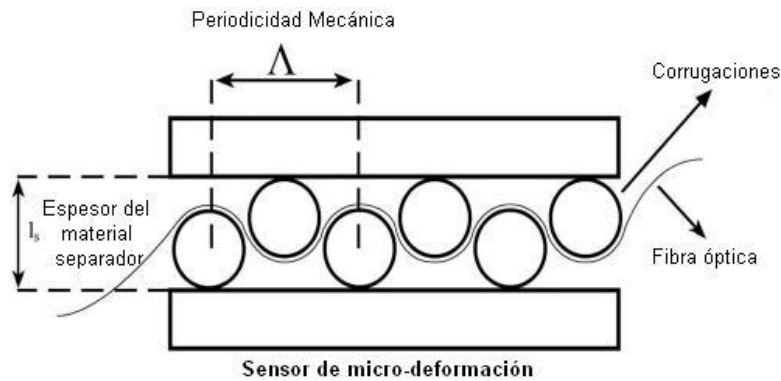


Figura 1.3. Modulación de la intensidad mediante micro-dobleses para un sensor de fibra óptica.

- Por interacción con el campo evanescente [4,7]: el principio básico con el que opera este tipo de sensor de campo evanescente (figura 1.4a) es hacer que la cantidad física a medir y el campo electromagnético interactúen. Por lo que es necesario estar lo más cercano posible del núcleo para obtener la suficiente sensibilidad. El problema que tienen normalmente este tipo de sensores, es la baja interacción entre el campo evanescente y la magnitud a medir. Para las guías de ondas tipo fibras ópticas, esta interacción es proporcional con la profundidad de penetración en el revestimiento, dicha profundidad se relaciona con los parámetros óptico-geométricos de las fibras. La configuración más sencilla de este sensor se muestra en la figura 1.4b, donde se elimina la camisa protectora de plástico de la fibra óptica y el *cladding* se ha reducido por pulido o ataques químicos. Facilitando la detección de agentes químicos o gases al seleccionar la longitud de onda adecuada. La presencia de la magnitud a medir será mucho más evidente a través de la absorción de la onda evanescente, creando fugas y modulando la intensidad de la luz. Ejemplos del tipo de mediciones que pueden obtenerse son la medición de la deformación y la presión [12], así como la implementación de este fenómeno para la construcción de hidrófonos [13].

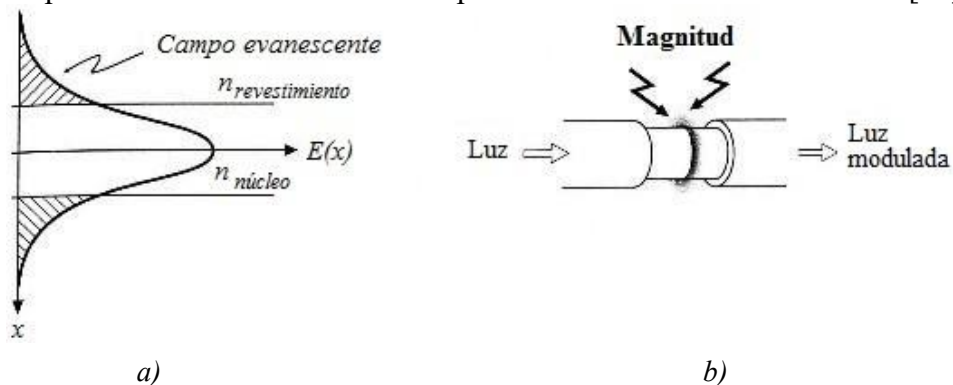


Figura 1.4. (a) Campo evanescente en una fibra óptica; (b) Principio del transductor de campo evanescente.

- Modificación del acoplamiento entre dos fibras [4,7]: este tipo de sensores puede utilizar fibras mono o multimodo, y funciona al extraer la luz de una guía de onda, después dejar que interactúe con la perturbación (correspondiente a la magnitud física) y después

acoplarla en otra o en la misma guía de onda. El acoplamiento de dos fibras puede ser por transmisión o reflexión de la luz, como se muestra en la figura 1.5.

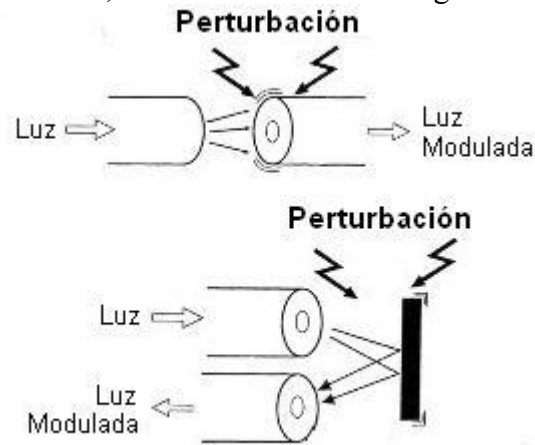


Figura 1.5. La luz que proviene de la primera fibra es acoplada a la segunda: a) en modo transmisión, b) en modo reflexión.

Una clase muy interesante del sensor de intensidad basado en fibra óptica se obtiene a partir del principio de la reflexión total interna. La luz se propaga a través del núcleo de la fibra hasta que incide en el extremo de la fibra donde puede hallarse el extremo con ángulo en particular, un espejo o una rejilla de Bragg. Si el medio que rodea la fibra tiene un índice de refracción lo suficiente menor al de la fibra entonces la luz es reflejada a través de la interface. Si las condiciones del medio varían y el índice de refracción se hace similar al de la fibra, entonces la luz se puede acoplar al medio exterior, teniendo una disminución de la luz que se refleja desde el extremo en dirección contraria.

### 1.5.1. Sensores basados en rejillas de Bragg grabadas en fibra óptica

En estos sensores, la fibra óptica actúa como una guía de onda con bajas pérdidas y cuya estructura es utilizada para la codificación espectral del parámetro a medir. Al núcleo de la fibra óptica se le introduce de forma permanente una perturbación periódica (del índice de refracción efectivo) y dicha perturbación puede llegar a extenderse longitudinalmente desde unos milímetros hasta algunos centímetros, y con períodos que van desde décimas de micras a fracciones de milímetro para el caso de rejillas de período largo.

La FBG puede definirse como una fibra óptica con una modulación periódica ( $A$ ) en el índice de refracción efectivo ( $n_{\text{eff}}$ , es el cociente entre la constante de propagación de una fibra monomodo y la constante de propagación en el vacío) del núcleo de la fibra óptica a lo largo de una sección corta, con la propiedad de reflejar un pico espectral muy angosto de la luz guiada a través de la fibra y centrado a la longitud de onda de Bragg ( $\lambda_B$ ). La ecuación que expresa como la longitud de onda de Bragg es proporcional al periodo de variación del índice de refracción y al índice de refracción efectivo de la fibra óptica es [14]

$$\lambda_B = 2n_{\text{eff}}\Lambda \quad [\text{m}], \quad (1.1)$$

donde  $\lambda_B$  es la longitud de onda de Bragg,  $\Lambda$  es el periodo de la rejilla y  $n_{\text{eff}}$  es el índice de refracción efectivo del núcleo de la fibra óptica.

Para la fabricación de la rejilla es necesario trabajar sobre el núcleo, que normalmente esta hecho de  $\text{SiO}_2$  y dopado con  $\text{GeO}_2$  [15,16]. La técnica consiste (a grandes rasgos) en la proyección de un patrón de interferencia de haces en el rango del ultravioleta (UV) sobre una fibra óptica cuyo índice de refracción es fotosensible. Para ello, las dos maneras de lograr esto son: interferencia de dos haces coherentes o con una máscara de fase. Esta última técnica es mucho más simple, sin embargo es más costosa que la primera y menos versátil, ya que la máscara únicamente sirve para un solo tipo de rejilla, y requiere un láser de corta longitud de onda (244-248 nm), con pulsos cortos y de gran energía [17].

El desplazamiento de la longitud de onda de Bragg se debe a la dependencia de la fibra óptica con la rejilla de Bragg a la deformación y la temperatura (propiedades foto-elásticas y foto-térmicas de la fibra), es decir, que la elongación o compresión que mecánicamente experimenta la fibra (por ejemplo, el esfuerzo aplicado en forma transversal) induce birrefringencia (división del rayo de luz en dos rayos linealmente polarizados de manera perpendicular entre sí), volviéndose dependiente de la polarización, así como de la respuesta térmica que sufre la fibra y del índice de refracción. Dichas relaciones mecánicas y térmicas se expresan como [18]

$$\Delta\lambda_B = 2n_{\text{eff}}\Lambda \left( \left\{ 1 - \left( \frac{n_{\text{eff}}^2}{2} \right) [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})] \right\} \varepsilon + \left[ \alpha + \frac{\left( \frac{dn}{dT} \right)}{n} \right] \Delta T \right) \quad [\text{m}] \quad (1.2)$$

donde  $\Delta\lambda_B$  es el cambio de la longitud de onda de Bragg con la deformación y la temperatura,  $P_{i,j}$  es el coeficiente de Pockels (cambio lineal de índice de refracción con respecto al campo eléctrico aplicado) del tensor deformación-óptica,  $\nu$  es la razón de Poisson (constante elástica, donde una cantidad de material se abulta en una dirección mientras se encoge en la otra) del material con el que está fabricado la fibra,  $\varepsilon$  representa la deformación,  $\alpha$  es el coeficiente de expansión térmica del material del que está hecho la fibra (e.g. sílice) y  $\Delta T$  es cambio de temperatura.

Para las rejillas de Bragg cuya longitud de onda se encuentra centrada en 1500 nm, se puede obtener una sensibilidad de 1.21 pm por cada  $1 \mu\varepsilon$  y/o 10.4 pm por cada  $1^\circ\text{C}$ . Pero la detección de este cambio requiere técnicas de demodulación espaciales de entre las cuales se cuentan aquellas que emplean analizadores de espectro óptico (OSA, por sus siglas en inglés *Optical Spectrum*

*Analyzer*), interrogadores (instrumento para la medición de FBGs, consiste de una fuente de luz, un fotodetector, un sistema para la discriminación de la longitud de onda y una unidad de procesamiento que contiene un conjunto de funciones para procesar la señal recibida) [18-20] interferómetros, entre otros. En la figura 1.6 se observa el modelo de medición básico para la detección del cambio de la longitud de onda de Bragg mediante el uso de un interrogador, en este caso el OEFSS-200A [21], empleando el circulador óptico para separar la señal de salida de la fuente de luz (la del interrogador) de la señal de retorno proveniente de la rejilla de Bragg y que se registra a la entrada del interrogador.

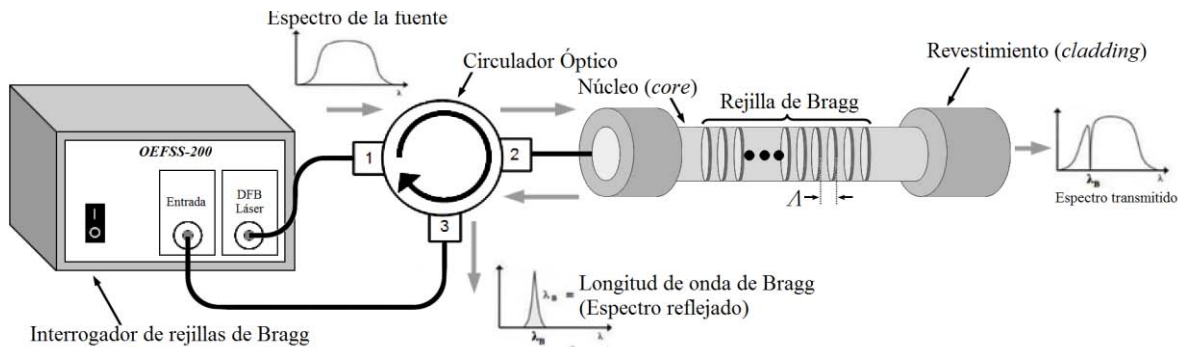


Figura 1.6. Esquema de conexiones para detectar el espectro reflejado de una FBG empleando un interrogador.

### 1.5.2. Sensor de esfuerzo

De la ecuación 1.1 y cómo se relaciona con la ecuación 1.2, se observa que cualquier efecto externo (mecánico y/o térmico) sobre la rejilla cambiará alguno de sus parámetros y modificando la longitud de onda en la que se encuentra centrada la rejilla. Por tanto, la rejilla de Bragg puede ser usada de manera efectiva como un sensor puntual de esfuerzo, presión y temperatura, así como un filtro selectivo en longitud de onda en comunicaciones ópticas.

En el caso particular, cuando la FBG está a temperatura ambiente es constante y se somete a esfuerzos mecánicos, se produce birrefringencia por el efecto foto-elástico, el cual está vinculado a la diferencia de los índices de refracción entre los ejes correspondientes a la dirección de aplicación del esfuerzo y su correspondiente dirección perpendicular. Lo que permite emplearlos como sensores de presión, deformación, distancia, entre otros para aplicaciones industriales y científicas, como ejemplo de ello Ferraro y Natale (2002) proponen implementaciones efectivas de los sensores basados en rejilla de Bragg por deformación para trabajos en el campo de la geología y sismología [22].

### 1.5.3. Sensor de aceleración: estado del arte

Tal y como se trató en secciones anteriores, la FBG se analiza en términos del esfuerzo y la temperatura. Pero, si la temperatura es constante y/o la deformación ocurre con mucha mayor rapidez que el cambio de la temperatura con el tiempo, entonces la respuesta de la FBG queda en términos de la deformación. Y con un comportamiento mecánico conocido en la FBG, se puede relacionar la deformación como una respuesta ante la aceleración. Los acelerómetros que utilizan FBGs fijadas a un sistema masa-resorte (con las consideraciones antes mencionadas) han sido ampliamente comprobados [23,24].

Los acelerómetros con FBGs tienen un excelente desempeño y la deformación es el único parámetro importante. Sin embargo, cualquier cambio térmico puede causar un cambio no deseable en  $\lambda_B$  y ser mal atribuido a una deformación inducida por la aceleración. Para evitar esto, diversas técnicas o consideraciones han sido documentadas e implementadas para compensar o disminuir la dependencia del efecto foto-térmico [25-28], tales como: el uso de dos FBGs juntas y considerando que ambas fibras experimentan la misma temperatura, este parámetro puede ser despreciado dejando únicamente la deformación; otra es asumir que la deformación de la FBG con el tiempo es mucho más corta y rápida que el cambio de la temperatura (que se asume que varía más lentamente); por mencionar algunas de las consideraciones realizadas [24-29].

Una gran variedad de diseños de acelerómetros con FBGs se analizan, utilizando un sistema mecánico de primer orden (masa-resorte sin amortiguamiento). Estos diseños engloban los del tipo embebido, vigas entre placas de soporte y *cantilevers* [30,31]. En particular los diseños de *cantilever* que utilizan una masa, deforman la FBG (fijada y pegada a la superficie de la viga) a lo largo de su eje cuando el *cantilever* se flexiona a causa del desplazamiento de la masa. Esta flexión se debe a la aceleración, resultando en un cambio en la longitud de onda de Bragg proporcional a la deformación causada por la aceleración. Estos diseños añaden una masa, porque su aplicación final requiere medir frecuencias bajas y moderadas con una alta sensibilidad. Además, la FBG se debe de fijar firmemente sobre la superficie del *cantilever* y alinearla con el eje neutral de la viga para maximizar la deformación a lo largo de la rejilla. Pero, los límites de operación de este tipo de sensores son la máxima deflexión del *cantilever* (con una aceleración de  $1 g=9.81 \text{ m/s}^2$ ) y su frecuencia natural.

Es razonable considerar la máxima deflexión del *cantilever* como una de las limitantes del sensor, porque  $\lambda_B$  cambia con la deformación debida a la flexión del *cantilever* (causada por la aceleración). Este cambio en  $\lambda_B$  se obtiene al medir dos condiciones del *cantilever*: cuando no existe ninguna deflexión y cuando ocurre la máxima deflexión a  $1 g$ . La condición inicial del sensor es aquella que en ausencia de cualquier perturbación y flexión, la longitud de onda de Bragg no cambiará y este valor se usará como referencia inicial. La condición final es cuando el *cantilever* oscila libremente (debido a la aceleración), y no existe ningún otro tipo de perturbación externa; la longitud de onda de Bragg cambiará a un valor máximo pico con la deformación producida por la flexión de la viga.

La frecuencia natural es importante para el análisis de vibraciones en vigas elásticas, para calcular la frecuencia con que vibra libremente (su frecuencia natural) y evitar el fenómeno de resonancia. La resonancia se da cuando la viga se somete a una frecuencia de excitación externa periódica igual o muy aproximada a la frecuencia natural de la viga. Esto causa un aumento dramático en la amplitud de la oscilación de la viga, en otras palabras, la viga está acumulando una gran cantidad de energía en su interior, más de la que puede disipar [32]. En el caso de un sistema masa-resorte, el resorte puede fracturarse y romperse [33].

Diferentes enfoques y aproximaciones han sido utilizados para el diseño y análisis de sistemas *cantilever*-masa para determinar el camino más óptimo hacia la mejora de la deformación en la FBG. En diseños que involucran una viga simple, puede aplicarse la teoría de flexión pura para calcular el comportamiento de sensor. Un ejemplo de esta aproximación ha sido reportada por Wang and Lu (2013), quienes construyeron (figura 1.7Figura 1.1a) un sensor con una sensibilidad de 10 pm/g y una frecuencia natural efectiva de 205 Hz, parámetros obtenidos a partir de la aplicación de la teoría de flexión pura con auto-compensación de temperatura [27]. También tenemos, el sensor desarrollado por Zhou et al. (2010) con una sensibilidad experimental de 679 pm/g y sin dependencia de la temperatura [28].

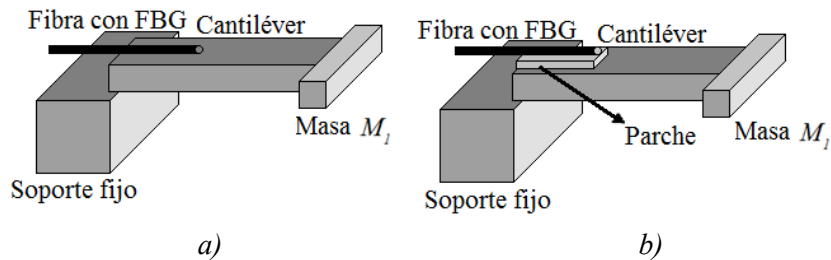


Figura 1.7. *Cantilever* con FBG embebida: (a) FBG sobre la superficie; (b) parche entre FBG y la superficie del *cantilever*.

Basumallick y Dasgupta (2012) mejoraron la sensibilidad de este tipo de sensores sin la necesidad de cambiar el análisis de la flexión pura; esto involucra la alteración de la distancia entre los ejes de la FBG respecto del eje neutral del *cantilever*, situando un parche entre la viga y la FBG (figura 1.7b). El material con el que está fabricado el parche debe tener un módulo de Young mucho menor al del material del *cantilever*, para no alterar el comportamiento original de la viga. Utilizando un parche de poliamida se obtuvo una razón de cambio de la longitud de onda con la aceleración de 450 pm/g y una frecuencia natural de 12 Hz en sus estudios iniciales [34]. Después, mediante un estudio más minucioso acerca de los materiales de bajo módulo de Young para el parche, se alcanzó una gran sensibilidad de ~1062 pm/g con un ancho de banda trabajable de 75 Hz [35].

Adicionalmente, en este campo de investigación muchos investigadores han utilizado *cantilevers* con forma de L soportado por un resorte de lámina, la cual crea prácticamente un espacio de aire (en lugar de utilizar un parche [34,35]) para alterar la distancia entre ejes e inducir una deformación lineal a lo largo de la FBG, ver figura 1.8. Un ejemplo de este cambio en la

localización de la FBG y el análisis de la estructura, donde la FBG ha sido pegada entre el marco del sensor y el brazo del *cantilever* en forma de L, fue desarrollado por Mita y Yokoi (2000), la cual resulta en una configuración con una alta sensibilidad 597 pm/g y una frecuencia de resonancia de 50 Hz [36]. De manera similar, Weng et al. (2011) emplearon un *cantilever* en forma de L para alcanzar una sensibilidad de 106.5 pm/g y un rango de frecuencias de operación de 0-110 Hz, lográndose este amplio rango al modificar la frecuencia con la oscila originalmente la viga mediante el uso de una película delgada en su extremo libre como un resorte [37].

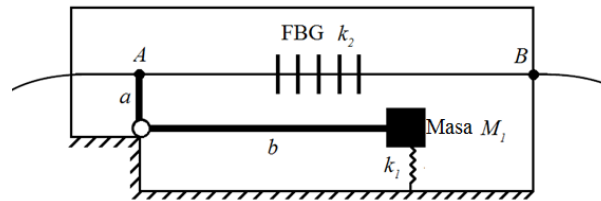


Figura 1.8. *Cantilever* en forma de L con FBG pre-tensada y sujeta en dos extremos.

## 1.6. Principio y diseño mecánico de un *cantilever*

Como se vio en la sección 1.5.3, la mayoría de los acelerómetros mencionados colocan y fijan las FBGs sobre la superficie de un *cantilever*, porque su análisis de la geometría y comportamiento mecánico puede simplificarse utilizando la teoría de flexión pura [38,39]. Debido a que, la deformación que experimente la rejilla será proporcional a la experimentada por la viga, porque el eje de la FBG se encuentra en paralelo con el eje neutral de la viga.

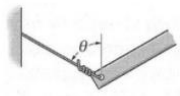
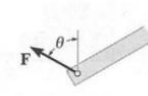
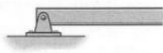
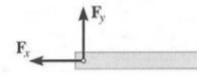
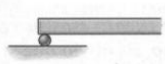
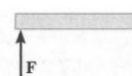
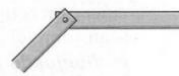
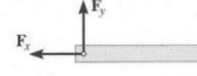
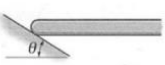
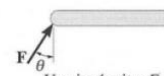
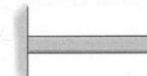
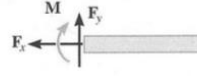
### 1.6.1. Conexión o soporte de la viga

Por definición las vigas son miembros rectos y largos que toman cargas perpendiculares a su eje longitudinal. Cuando se analiza en las vigas las fuerzas de superficie que se desarrollan en los soportes o puntos de contacto entre cuerpos se llaman reacciones. En problemas bidimensionales, es decir, en cuerpos sometidos a sistemas de fuerzas, los soportes más comúnmente encontrados se muestran en la tabla 1.1, clasificándose de acuerdo a como están soportadas o conectadas. En esa misma tabla se observa los símbolos usados para representar cada soporte y el tipo de reacciones que ejerce en su miembro asociado. Si el soporte impide la traslación en una dirección dada, entonces una fuerza debe desarrollarse sobre el miembro en esa dirección. Igualmente, si se impide una rotación, debe ejercerse un momento sobre un miembro [40].

El cálculo de las deflexiones es una parte fundamental en el análisis y diseño estructural. Así como también, las deflexiones son importantes cuando se realiza el análisis dinámico, por ejemplo cuando se investigan las vibraciones de aeronaves o la respuesta de los edificios ante los sismos [41].



Tabla 1.1. Conexiones y reacciones [40].

Tipo de conexión	Reacción	Tipo de conexión	Reacción
 Cable	 Una incógnita: $F$	 Pasador externo	 Dos incógnitas: $F_x, F_y$
 Rodillo	 Una incógnita: $F$	 Pasador interno	 Dos incógnitas: $F_x, F_y$
 Soporte liso	 Una incógnita: $F$	 Empotramiento	 Tres incógnitas: $F_x, F_y, M$

De la tabla 1.1 se selecciona el tipo de conexión de empotramiento, ya que para este caso no se requiere de una conexión móvil, puesto que los demás tipos de conexiones ejercen una fuerza normal  $F$  sobre el miembro en el punto de contacto e impide que se desarrolle un momento sobre el eje.

### 1.6.2. Análisis de *cantilevers*

Cuando a una viga con un eje longitudinal recto se le carga con fuerzas laterales, el eje se deforma y adopta una forma curva, a la cual se le denominada curva de deflexión de la viga. Esas cargas que actúan sobre la viga generan acciones internas (o resultantes de esfuerzos) en forma de fuerzas cortantes y momentos flexionantes. Los esfuerzos y las deformaciones unitarias están relacionadas a esas fuerzas cortantes y momentos flexionantes. Para analizar y diseñar vigas que estén sometidas a una variedad de condiciones de carga, es necesario conocer los esfuerzos y las deformaciones que se producen o pueden producir [40,41].

Estas cargas sobre la viga, ocasionan que la viga se curve (o flexione), deformando su eje en una curva. El eje que inicialmente se encontraba recto, se dobla y adopta la forma de una curva, denominada curva de deflexión de la viga. Para fines de referencia, es necesario contar con un sistema de ejes coordenados (figura 1.9) con el origen ubicado en el apoyo fijo, donde la viga se encuentra empotrada. El eje  $x$  positivo está dirigido hacia la derecha y el eje  $z$  positivo está dirigido hacia arriba. El eje  $y$ , no se muestra en el diagrama porque se dirige hacia fuera (es decir, hacia el lector), de manera que los tres ejes forman un sistema coordenado derecho.

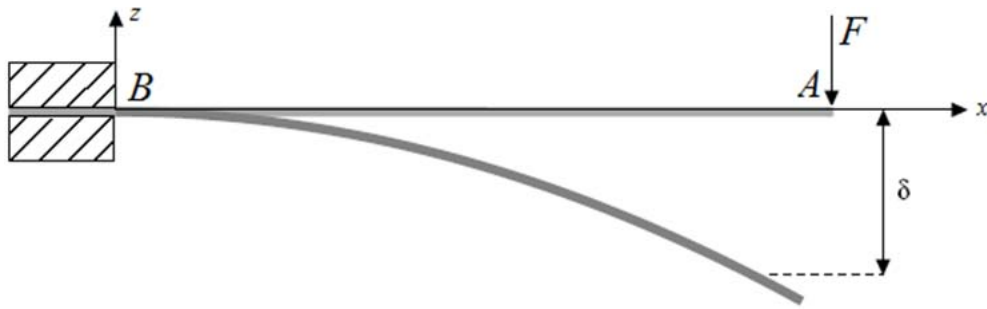


Figura 1.9. Flexión de la viga, debido a una carga y su respectiva curva de deflexión.

Por simplicidad en la figura 1.9, la viga se considera simétrica (empotrada en el punto A) con respecto al plano  $xz$ , lo que significa que el eje  $y$  es de simetría de la sección transversal. Y con una fuerza  $F$  actuando en el plano  $xz$  en el extremo libre de la viga (punto B). La deflexión de la viga se denota con la letra  $\delta$  (delta) para distinguirla de la coordenada  $z$  y corresponde al desplazamiento en cualquier punto a lo largo del eje de viga respecto a su posición original sin la carga aplicada, medido en la dirección  $z$ .

En la figura 1.9, al flexionarse la viga con una concavidad hacia abajo, llamada una curvatura negativa. Las secciones transversales que corresponden a la viga, permanecen planas y normales al eje longitudinal  $x$ . Adicionalmente, las secciones transversales de una viga en flexión pura permanecen planas, este hecho es tan fundamental para la teoría de vigas que a menudo se omite. Por lo que, también se le puede llamar teorema, debido a que se puede demostrar empleando rigurosamente sólo argumentos racionales basados en simetría. El punto básico es que la simetría de la viga y su carga (figura 1.9), para todos los elementos de la viga deben deformarse de una manera idéntica, lo cual es posible sólo si las secciones transversales permanecen planas durante la flexión. Esta conclusión es válida para vigas de cualquier material, sea elástico o inelástico, lineal o no lineal. Por supuesto, las propiedades del material, al igual que las dimensiones, deben ser simétricas con respecto al plano de flexión [42].

Al utilizar la teoría de flexión pura en una viga, se tiene que para una viga con forma de prisma rectangular (con una sección transversal rectangular) su momento de inercia  $I$  y su módulo de sección transversal  $S_T$  (ver figura 1.10a) es [42]

$$I = \frac{b \cdot h_T^3}{12} \quad [\text{m}^4] \quad (1.3)$$

$$S_T = \frac{b \cdot h_T^2}{6} \quad [\text{m}^3] \quad (1.4)$$

donde en la sección transversal rectangular de la viga (ver figura 1.10a)  $b$  es la base y  $h_T$  es la altura.

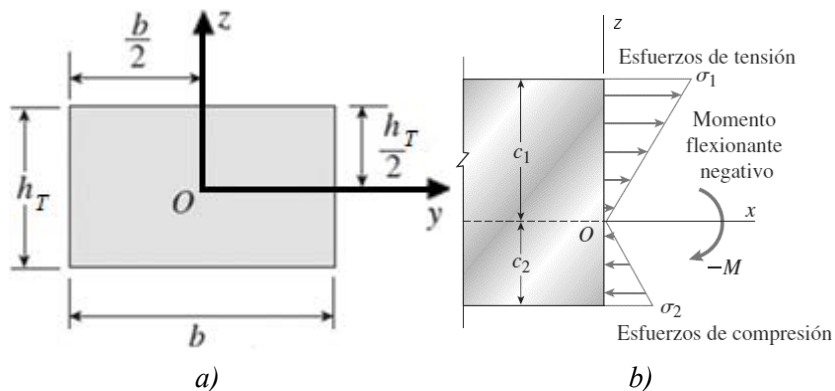


Figura 1.10. a) Sección transversal doblemente simétrica; b) relaciones entre los signos de momento flexionante y las direcciones de los esfuerzos normales en la viga voladiza [42].

Cuando se trata de una viga con forma de un prisma rectangular sólido (ver figura 1.10b), la sección transversal de la viga es simétrica con respecto al eje  $y$  y así como al eje  $z$  (sección transversal doblemente simétrica).  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son los esfuerzos de tensión que se generan en el prisma rectangular sólido,  $c_1$  y  $c_2$  representan las distancias desde el eje neutro hasta los elementos extremos en las direcciones  $z$  positiva y negativa, respectivamente (consultar figura 1.10b). Como la viga es simétrica, entonces las distancias desde el eje neutro  $c_1$  y  $c_2$ , al igual que el esfuerzo de tensión  $\sigma_1$  y compresión  $-\sigma_2$  resultan ser numéricamente iguales. Resultando en  $c=c_1=c_2=h_T/2$  y en un esfuerzo máximo  $\sigma_{max}$  [40,42]:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = -\sigma_2 = \frac{F \cdot L \cdot c}{I} = \frac{M_f (h_T/2)}{I} = \frac{M_f}{S_T} \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right], \quad (1.5)$$

$L$  representa la distancia (del punto  $B$  al punto  $A$  en la figura 1.9) donde se localiza la carga externa que flexiona la viga,  $M_f=FL$  es el momento flexionante (es causado por las cargas externas que tienden a flexionar la viga respecto al eje  $x$  de la figura 1.9 y figura 1.10b que se encuentra dentro del plano del área) [40].

Puesto que los elementos longitudinales de una viga están sujetos solamente a tensión o compresión, se puede hacer uso de la curva deformación-esfuerzo para determinar las deformaciones debido a los esfuerzos para un material dado. Los esfuerzos actúan sobre toda la sección transversal de la viga y varían en intensidad dependiendo del diagrama deformación-esfuerzo y de las dimensiones de la sección transversal.

La relación longitudinal en el eje  $x$  entre el esfuerzo ( $\sigma$ ) y la deformación unitaria ( $\epsilon$ , conocido como el alargamiento por unidad de longitud) más comúnmente encontrada en la ingeniería es la ecuación para un material linealmente elástico. Para esos materiales se sustituye la ley de Hooke para esfuerzo uniaxial [40,42]:

$$\sigma = E\varepsilon \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] \quad \rightarrow \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad [\text{u.a.}] \text{ ó } [\varepsilon] \quad (1.6)$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{E} = \frac{M_f}{ES_T} = \frac{M_f (h_T/2)}{EI} \quad [\varepsilon] \quad (1.7)$$

## 1.7. Sistema masa resorte

A pesar de que el sistema masa-resorte con amortiguamiento es un modelo matemático útil para un acelerómetro, este está incompleto como diseño práctico. Por lo que se debe de suprimir cinco de los seis grados de libertad de la masa sísmica (tres traslaciones y tres rotacionales). De esta manera, la masa se considera que se mueve en una sola dirección. Esto se muestra en el esquema de la figura 1.11, el cual consiste de una masa ( $M$ ) montada sobre un resorte ( $k$ ) y un amortiguador ( $c_a$ ), donde el desplazamiento relativo ( $\delta$ ) se mide cuando la masa se mueve verticalmente en el eje  $z$  y se registra con una escala (regla o indicador) que se encuentra a la derecha de la masa [43].

Los acelerómetros modernos de tres componentes tienen sensores mecánicos separados para los tres ejes de movimiento ( $x, y, z$ ), eliminando los pandeos de la masa cuando su movimiento translacional no está restringido.

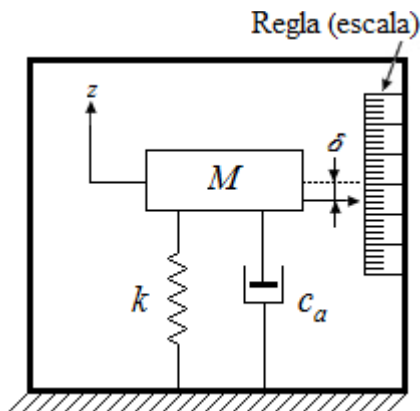


Figura 1.11. Elementos de un oscilador armónico mecánico.

### 1.7.1. Frecuencia natural del sistema

Cuando hay un desplazamiento inicial de la posición de equilibrio del sistema, el sistema vibrará por su cuenta sin la necesidad de estar sometida a fuerzas externas. Dicha frecuencia con la cual vibra se le conoce como la frecuencia natural de sistema ( $f_n$ ). Y cuyas oscilaciones se les define como el número de repeticiones por segundo que efectúa el mismo durante el mismo movimiento,  $T$  (periodo)

$$f_n = \frac{1}{T} \quad [\text{Hz}] \quad (1.8)$$

Donde, el periodo es igual a  $T=2\pi/\omega_0$ , con lo cual se determina el valor de la frecuencia en dependencia de la constante de la rigidez y la masa del sistema.

La frecuencia de una excitación externa es igual con alguna de las frecuencias naturales del sistema, este fenómeno se le conoce como resonancia. Cuando el sistema entra en resonancia, el sistema vibrará con largas amplitudes, resultando en que se produzcan grandes esfuerzos.

## 1.8. Resumen del capítulo

Las rejillas Bragg en fibra son usualmente utilizadas como sensores para la medición de vibraciones en investigaciones y aplicaciones académicas, así como en el uso industrial y militar. En los campos de la ingeniería civil y la sismología, se requiere de la detección de pequeñas vibraciones; uno de los enfoques más populares y detallados con el uso de FBGs como sensores de vibraciones es el uso de diseño de *cantilevers*, los cuales están diseñados para operar en frecuencias bajas y moderadas agregado una masa en su extremo libre, con altas sensibilidades. Los diseños consisten en una deformación por deflexión en la viga que de manera simultánea se transfiere a la FBG, resultando en un cambio en la longitud de onda de Bragg proporcional a la deformación experimentada por el *cantilever*. Al evaluarse el sensor como un elemento masa-resorte sin amortiguamiento, entonces se calcula la frecuencia natural para un sistema de un grado de libertad. De los análisis realizados para *cantilevers* se observan dos tendencias en los diseños, la primera consiste en que es necesario elegir entre una sensibilidad alta o un ancho de banda amplio, pero no ambos; la segunda consiste en que los análisis descritos anteriormente consideran los *cantilevers* con una masa concentrada en su extremo libre, cuando la viga con una masa se debe tratar como un prisma rectangular solido con una sección transversal no-uniforme, porque el *cantilever* y el bloque de masa (en el extremo libre de la viga) son dos sólidos conectados con secciones transversales diferentes.

De igual manera, para tener un sencillo análisis de *cantilevers*, debe aplicarse a flexiones puras de vigas con forma de prismas rectangulares compuestas de materiales homogéneos linealmente elásticos. Ya que si la viga es sometida a una flexión no-uniforme, las fuerzas cortantes producirán distorsión fuera del plano de las secciones transversales. Sin embargo, los esfuerzos normales calculados con la fórmula de la flexión no se alteran de manera significativa por la presencia de esfuerzos cortantes y de distorsiones fuera del plano asociado. Justificando el uso de la teoría de la flexión pura para calcular los esfuerzos normales en vigas sometidas a flexión no-uniforme.

Se considera que la fórmula de la flexión da resultados exactos en regiones de la viga donde la distribución de esfuerzo no se interrumpe por cambios en la forma de la viga o por discontinuidades en la carga. Por ejemplo, la fórmula de la flexión no es aplicable cerca de los apoyos de una viga o

cerca de una carga concentrada. Esas irregularidades producen esfuerzos localizados, o concentraciones de esfuerzos, que son mucho mayores que los obtenidos con la fórmula de la flexión. Por lo anterior, se opta por abandonar el análisis de la masa como una carga concentrada, ya que en realidad la masa (en todos los diseños que utilizan un *cantilever* y una masa) es un sólido con volumen y forma definida, entonces se analiza la masa como parte de la viga, un sólido prismático fabricado de un material homogéneo y linealmente elástico. Para facilitar este análisis se considera que el bloque de masa es del mismo material que el elegido para la viga, además de fabricarse ambos elementos a partir de un mismo material, también pueden ser fabricados en una sola pieza.



## 2. Marco Metodológico

### 2.1. Acelerómetro en FBG

Algunas de las aplicaciones de los acelerómetros en la ingeniería son la estabilización de plataformas, monitoreo sísmico, medición de vibraciones e inclinaciones, entre otras. Los acelerómetros electrónicos convencionales se basan en los efectos: piezoeléctrico, piezorresistivo y capacitivo [44-46]. Donde los acelerómetros piezoeléctricos, el elemento de detección es un cristal, que tiene la propiedad de generar una carga cuando se le somete a una deformación mecánica. El cristal está unido a una masa, la masa deforma el cristal debido a una fuerza externa y el cristal emite una señal. Esta señal está relacionada con la aceleración  $g$ . Para los acelerómetros piezorresistivos, se mide el cambio en la resistencia de un piezo-resistor colocado en el extremo de apoyo de la viga, cuando el *cantilever* se flexiona debido al desplazamiento de la masa se produce una deformación en la viga y por tanto en el piezo-resistor. Finalmente, los acelerómetros basados en el principio del efecto capacitivo, consisten de una masa flotante entre dos placas paralelas (formando dos capacitores en serie) que genera una señal voltaje cuando la masa se desplaza debido a la aceleración, la señal es posteriormente amplificada, detectada y procesada. Sin embargo, estos dispositivos son susceptibles a interferencia por ondas electromagnéticas (o EMI por sus siglas en inglés, *ElectroMagnetic Interference*) y de radio frecuencia (o RFI por sus siglas en inglés, *Radio Frequency Interference*), resultando en señales ruidosas, carencia de capacidad de multiplexado y cuando se requiere hacer implementaciones de redes de sensores su costo se eleva.

Debido a las limitaciones mencionadas por los acelerómetros electrónicos, se requiere una conversión de electrónica a óptica, con especial énfasis en el campo de la fibra óptica, utilizando fibra óptica con rejillas Bragg. Los acelerómetros basados en FBGs han sido ampliamente estudiados y documentados [5,18-31,34-37], porque ofrecen diversas ventajas por encima de su contraparte electrónica, tales como alta resolución, respuesta lineal, se considera la longitud de onda como el parámetro absoluto, inmunidad a EMI y RFI, capacidad de multiplexado y transmisión de señales a través de largas distancias sin la necesidad de emplear amplificadores. Estas últimas ventajas son las más importantes, debido a que la mayoría de las aplicaciones en ingeniería necesitan una red de sensores para el monitoreo de las implementaciones.

#### 2.1.1. Metodología del sensor

Como se vio en la sección 1.5.1, las deformaciones mecánicas y las fluctuaciones de temperatura que experimenta la FBG resultan en un desplazamiento  $\Delta\lambda_B$  de la longitud de onda de Bragg  $\lambda_B$  reflejada (o transmitida). La ecuación 1.2 que representa  $\Delta\lambda_B$ , se puede simplificar al expresarla en términos de los efectos foto-elásticos y termo-ópticos



$$\Delta\lambda_B = \lambda_B(1-P_e)\varepsilon + (\alpha + \zeta)\Delta T \quad [\text{m}], \quad (2.1)$$

donde  $\lambda_B$  es la longitud de onda central de la FBG;  $P_e$  es la constante foto-elástica (variación del índice de refracción con la tensión o compresión axial);  $\varepsilon$  es la deformación axial;  $\alpha$  es el coeficiente de expansión térmica de la fibra óptica;  $\zeta$  es el coeficiente termo-óptico (expresa la dependencia del índice de refracción con la temperatura); y  $\Delta T$  es el cambio de temperatura. El primer término de la expresión anterior, corresponde a un cambio en el espacio de las rejillas y el cambio esfuerzo-óptico inducido en el índice de refracción donde  $P_e$  es la constante efectiva foto-elástica [18], definida como:

$$P_e = \left( \frac{n_{\text{eff}}^2}{2} \right) [P_{12} - \nu(P_{11} + P_{12})]. \quad (2.2)$$

Para una fibra óptica SMF-28e de Corning® los parámetros para  $P_e$  [49,50] son: el índice de refracción efectivo  $n_{\text{eff}}=1.4682$ , la razón de Poisson  $\nu=0.16\pm 0.01$ ,  $P_{ij}$  son los coeficientes de Pockels ( $p_{11}=0.113\pm 0.005$  y  $p_{12}=0.252\pm 0.005$ ).

$$P_e = \left( \frac{(1.47)^2}{2} \right) [0.25 - 0.16 \pm 0.01(0.11 \pm 0.005 + 0.25 \pm 0.005)] = 0.20 \pm 0.006$$

Siendo  $P_e=0.20\pm 0.006$  la constante efectiva de deformación-óptica de la fibra óptica SMF-28e. En la sección 1.5.3, se trataron diversas técnicas y consideraciones para compensar o disminuir (en gran medida) en la ecuación 2.1 la dependencia de la temperatura [25-28], por ejemplo que la deformación que experimenta la FBG debido a la aceleración varía con mucho con mayor rapidez que el cambio de la temperatura con el tiempo y además la temperatura del cuarto de pruebas es estable. Por lo tanto, la ecuación 2.1 solo considera la deformación, expresándose como

$$\Delta\lambda_B = \lambda_B(1-P_e)\varepsilon \quad [\text{m}] \quad (2.3)$$

De la ecuación 2.3, se obtiene que el cambio en la longitud de onda de Bragg está en función de cada micro-deformación ( $1 \times 10^{-6} \varepsilon = 1 \mu\varepsilon$ ) aplicada en la rejilla de Bragg, la sensibilidad [18]:

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\varepsilon} = (1-P_e)\lambda_B = \frac{\sim 1550 \text{ [nm]}}{(0.80 \pm 0.006) \times 10^{-6} \text{ [\varepsilon]}} = 1.24 \text{ [pm}/\mu\varepsilon]$$

Con la relación del cambio en la longitud de onda de Bragg con la deformación (ecuación 2.3), entonces será necesario el modelo de un sistema mecánico que maximice la deformación en la fibra óptica con la rejilla de Bragg. Este sistema tendrá fija una sección de la FBG perpendicular al eje neutral de la viga, y sus extremos pegados entre el punto donde ocurre la máxima deflexión del *cantilever* y el marco del sensor (carcasa), donde el *cantilever* elonga linealmente la FBG. Para que la deformación que se experimenta y el cambio en la longitud de onda de Bragg debidos a la acción de la aceleración sean lo más pronunciados posible. El esquema simplificado del acelerómetro (con la configuración mecánica descrita) se muestra en la figura 2.1, en la que se representa el *cantilever* y el bloque de masa en el extremo libre como secciones de una única pieza, un *cantilever* con una sección transversal no-uniforme;

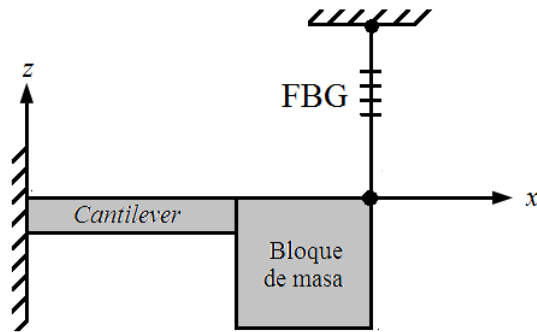


Figura 2.1. Proyección de perfil del sistema que modulará la periodicidad de la rejilla de Bragg.

### 2.1.2. Evaluación del comportamiento mecánico de la FBG

Para un sencillo análisis mecánico de una FBG, la fibra óptica que contiene la rejilla de Bragg se considera como una barra sólida (un cilindro) que está cargado axialmente y presenta una deformación elástica (la FBG recuperará su forma original al retirar la fuerza que provoca la deformación), ver figura 2.2. Y se recurre a la ley de Hooke y las definiciones de esfuerzo y deformación unitaria [40,51,52], para describir la deformación elástica de la barra sólida sometida a cargas axiales. La barra mostrada en la figura 2.2 (donde la línea punteada representa la barra antes de ser elongada) tiene una sección transversal circular que variara gradualmente a lo largo de su longitud  $L_3$ , presentada por sección coloreada de gris. Las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  son iguales, porque esta barra estará sometida a cargas concentradas en sus respectivos extremos y una carga externa variable distribuida a lo largo de su longitud, representada por  $F$ . Produciendo un desplazamiento relativo  $\delta_A$  (delta) que representa el cambio en la longitud original de la barra (del extremo  $A$  de la barra respecto al extremo  $D$ ) causado por la masa.

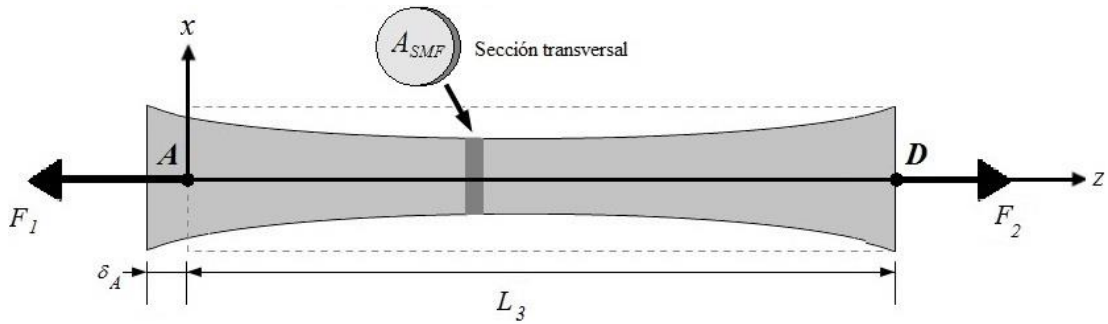


Figura 2.2. Sección transversal de la barra deformada por elongación.

Este análisis desprecia las deformaciones localizadas que ocurren en puntos de carga concentrada y donde la sección transversal cambia repentinamente. Estos efectos ocurren dentro de pequeñas regiones de la longitud de la barra (una analogía de la FBG) y tendrán por tanto, sólo una pequeña influencia en el resultado final. En su mayor parte, la barra se deformará uniformemente y el esfuerzo normal aplicado estará distribuido de manera similar sobre la sección transversal circular. Por lo que, el área ( $A_{SMF}$ ) de la sección transversal circular puede considerarse igual en cada sección de la barra. El esfuerzo ( $\sigma_{FBG}$ ) y la deformación unitaria ( $\varepsilon$ , sus unidades son adimensionales) en la barra son [52]

$$\sigma_{FBG} = \frac{F}{A_{SMF}} \quad \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad (2.4)$$

$$\varepsilon = \frac{\delta_A}{L_3} \quad [\varepsilon] \quad (2.5)$$

Por lo que la FBG se le puede considerar que actúa como un resorte (siempre y cuando el cambio en la longitud de la FBG sea lo suficientemente pequeño para no dañarla internamente) debido a que su material es linealmente elástico, siendo el alargamiento de la FBG proporcional a la carga y viceversa [51,53].

$$F = k_2 \delta_A \quad [N] \quad (2.6)$$

donde la constante  $k_2$  es la constante de proporcionalidad, denominada rigidez de la FBG a la que se le denominará en adelante como resorte cuando se trate del análisis de cuerpo libre y se define como la fuerza necesaria para producir un alargamiento unitario, es decir:

$$k_2 = \frac{F}{\delta_A} \quad \left[ \frac{N}{m} \right] \quad (2.7)$$

Como la barra está cargada axialmente, se alarga debido a las cargas de tensión y se acortan con la compresión, justo como un resorte. Para analizar este comportamiento consideremos la barra cilíndrica que se muestra en la figura 2.2. Una barra cilíndrica es un elemento estructural que tiene un eje longitudinal recto y una sección transversal constante en toda su longitud, así mismo tiene una sección transversal sólida de forma circular, por el hecho de tratarse de una FBG.

Si la carga actúa en el centroide de la sección transversal extrema, el esfuerzo normal uniforme en secciones transversales alejadas de los extremos y además, si la barra está hecha de un material homogéneo, entonces la deformación será unitaria axial. Y así mismo, como se ha mencionado anteriormente el material del FBG es linealmente elástico, lo cual significa que obedece la ley de Hooke, entonces haciendo una analogía a la ecuación 1.6, los esfuerzos  $\sigma_{FBG}$  y las deformaciones unitarias  $\varepsilon$  están relacionadas por la ecuación [40,51,53]

$$\sigma_{FBG} = E_{SMF} \varepsilon \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right], \quad (2.8)$$

donde  $E_{SMF}$  es el módulo de elasticidad del material de fibra óptica que contiene a la rejilla de Bragg, esto incluye la cubierta protectora de acrilato. Al combinar las relaciones básicas establecidas en la ecuación 2.5, se obtiene la siguiente ecuación para el alargamiento de la barra:

$$\delta_A = \frac{FL_3}{E_{SMF} \times A_{SMF}} \quad [\text{m}] \quad (2.9)$$

Esta ecuación indica que el alargamiento es directamente proporcional a la carga  $F$  y a la longitud  $L_3$  e inversamente proporcional al módulo de elasticidad  $E_{SMF}$  y al área de la sección transversal  $A_{SMF}$ . El producto  $E_{SMF} \times A_{SMF}$  se conoce como rigidez axial de la barra.

Aunque la ecuación 2.9 fue deducida para un elemento en tensión, también es aplicable para compresión, caso en el cual  $\delta_A$  representa una contracción de la barra. En general sabemos por inspección si un elemento se alarga o se acorta; sin embargo, hay ocasiones cuando es necesaria una convención de signos (por ejemplo, cuando se analiza una barra estáticamente indeterminada). En ese caso es usual que el alargamiento se tome positivo y la contracción como negativo.

A continuación se comprueba que los valores seleccionados cumplen con lo establecido por la condición expresada mediante la relación de la ley de Hooke, que entre la fuerza que produce la perturbación y la deformación producida, la proporcionalidad es dada por la constante elástica del material (fibra óptica). La aproximación es válida para perturbaciones cuyos valores sean menores que el límite elástico de la fibra óptica y donde las perturbaciones mecánicas sean reversibles. Por tanto, la rigidez axial es

$$k_2 = \frac{E_{SMF} \times A_{SMF}}{L_3} \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (2.10)$$

### 2.1.3. Comportamiento mecánico de la viga en voladizo

Las secciones 1.5.3 y 1.6 mostraron que en el análisis de los sensores de aceleración, se utiliza la teoría de flexión pura: un *cantilever* con una carga concentrada en su extremo libre. Idealmente, la masa en el extremo libre del *cantilever* sería un punto representando una carga concentrada. Pero en la práctica, ese punto concentrado en el extremo libre es un sólido de volumen y forma definida (normalmente un cubo o un prisma rectangular), lo que resulta en un *cantilever* con una sección transversal no-uniforme esto se ejemplifica en la figura 2.3a. La deflexión total del *cantilever* con una sección transversal no-uniforme (figura 2.3a) se calcula a partir de su geometría. Esto se logra al analizar individualmente cada sección de este sólido y finalmente obtener la deflexión final debido a cada una de las aportaciones individuales de las secciones (figura 2.3b). Por ello, a partir del esquema en la figura 2.3b se aplica el método de superposición [39], este esquema tiene un *cantilever* con una longitud total  $L$  que soporta una carga  $F$  en el extremo libre  $A$ , y con dos momentos de inercia diferentes  $I_1$  (bloque de masa) e  $I_2$  (*cantilever*) se puede calcular usando la ecuación 1.3.

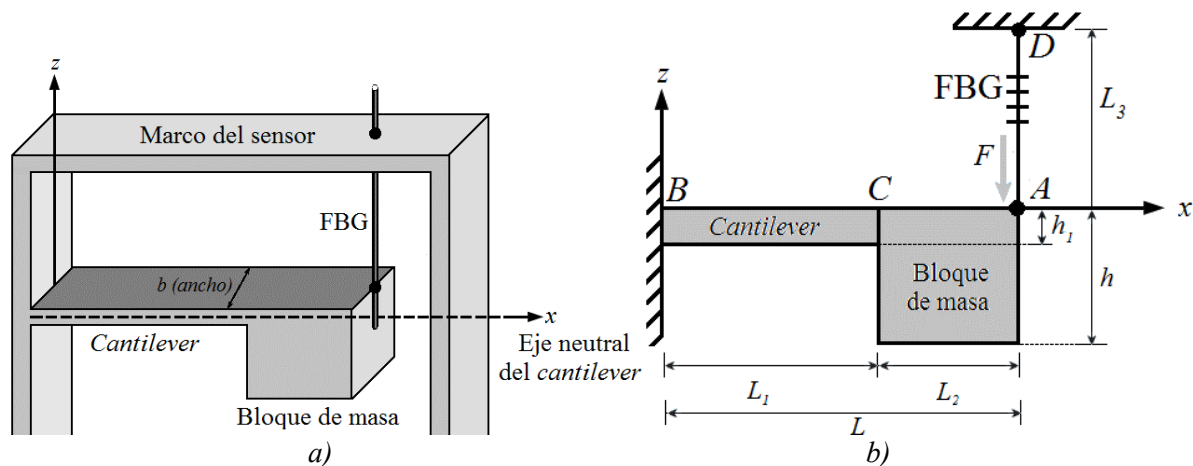


Figura 2.3. a) Estructura del sensor; b) Esquema del sensor con una proyección de perfil.

En la figura 2.3b,  $L$  es la longitud total de la sección  $BA$ ,  $L_1$  es la longitud (sección  $BC$ ) del *cantilever*,  $L_2$  es la longitud (sección  $CA$ ) del bloque de masa,  $L_3$  es la longitud (sección  $DA$ ) de la FBG,  $h_1$  es la altura de la sección  $BC$ .

Ahora, la deflexión  $\delta_A$  en el extremo libre  $A$  debido a  $F$  en la figura 2.4a, representa la deflexión máxima que puede experimentar el *cantilever* con una sección transversal no-uniforme en su extremo  $A$  (teniendo en cuenta que está bajo la acción de una aceleración de un  $1g$ ). La deflexión total de este elemento consiste de dos flexiones individuales: la flexión que se produce en la sección

$AC$  y la flexión debida a la sección  $CB$ . Estas flexiones individuales se determinan por separado, para luego superponerlas y así obtener la deflexión total [39].

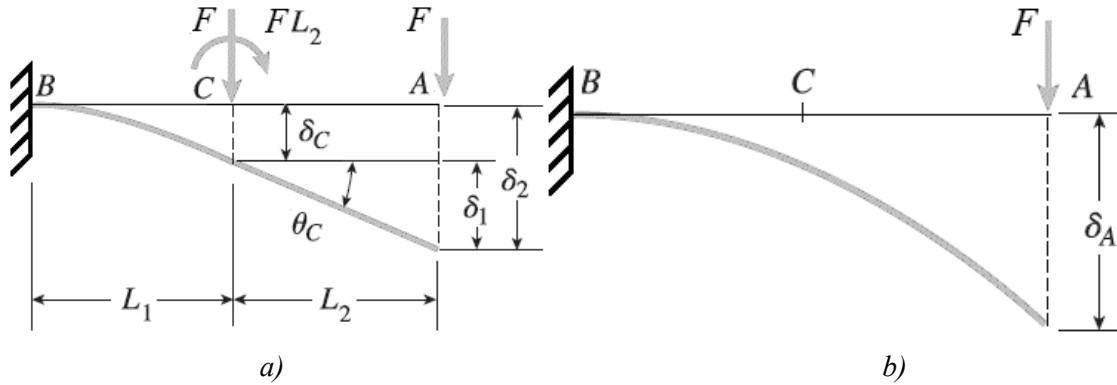


Figura 2.4. Análisis de la viga en voladizo por el método de superposición con dos diferentes momentos de inercia: (a) deflexión total; (b) deflexión debida a las flexiones de las secciones  $AC$  y  $CB$  de la viga

La deflexión debida a la flexión de la sección  $AC$  de la viga, figura 2.4a, se mantiene rígida en el punto  $C$  y la viga no se flexiona ni gira en ese punto, por lo que la deflexión  $\delta_I$  en el punto  $A$  puede ser calculada fácilmente [39,53],

$$\delta_1 = \frac{FL_2^3}{3EI_1} \quad [\text{m}], \quad (2.11)$$

donde  $E$  es el módulo de Young del material;  $L_2$  es la longitud de la sección  $AC$ ;  $I_1 = (b \cdot h^3)/12$  (utilizando la ecuación 1.3) es el momento de inercia de la masa,  $b$  es el ancho de la masa (figura 2.3a) y  $h$  es la altura del bloque de masa (figura 2.3b). Ahora, la deflexión que ocurre debida a la flexión de la sección  $CB$  de la viga, figura 2.4b, se comporta como una viga en voladizo y por supuesto contribuye a la deflexión en el punto  $A$ .

El extremo de la viga en voladizo se encuentra sujeta a una fuerza (carga)  $F$ , un momento flexionante  $FL_2$  ( $L_2$  es la distancia del *cantilever*, sección  $BC$ ) y el momento de inercia del *cantilever*  $I_2 = (b \cdot h^3)/12$  (utilizando la ecuación 1.3). Por tanto, la deflexión  $\delta_C$  y el ángulo de rotación  $\theta_C$  en el punto  $C$  de la figura 2.4a [39,53] son

$$\delta_C = \frac{FL_1^2}{6EI_2} (2L_1 + 3L_2) \quad [\text{m}] \quad (2.12)$$

$$\theta_C = \frac{FL_1}{2EI_2} (L_1 + 2L_2) \quad [^\circ] \quad (2.13)$$

La deflexión y ángulo de rotación realizan una contribución adicional  $\delta_2$  a la deflexión total  $\delta_A$ . La sección  $AC$  ahora se comporta como una viga en voladizo y empotrada en el punto  $C$ , la cual se desplazara una cantidad  $\delta_C$  y rotando en el sentido anti horario un ángulo  $\theta_C$ . El desplazamiento  $\delta_2$  hacia abajo entonces será

$$\delta_2 = \delta_C + \theta_C L_2 = \frac{FL_1}{6EI_2} (L_1(2L_1 + 3L_2) + 3L_2(L_1 + 2L_2)) \quad [\text{m}] \quad (2.14)$$

donde  $L_1$  es la distancia entre los puntos  $CB$ . Por lo tanto, la deflexión final  $\delta_A$ , figura 2.4b, en el extremo libre (punto  $A$ ) es igual a la sumatoria de las deflexiones  $\delta_1$  y  $\delta_2$ :

$$\delta_A = \delta_1 + \delta_2 = \frac{F(2L_2^3 I_2 + I_1 L_1 (L_1(2L_1 + 3L_2) + 3L_2(L_1 + 2L_2)))}{6EI_1 I_2} \quad [\text{m}] \quad (2.15)$$

La deflexión total que ocurre en el *cantilever* con una sección transversal no-uniforme está localizada en el extremo  $A$  de la figura 2.4a. Y por tanto, la máxima deformación que experimentada por la FBG será en la sección  $AD$ , esto se debe a la fuerza que se ejerce sobre el punto  $A$ , figura 2.4b. Cuando se hace referencia a la fuerza  $F$ , se entiende que  $F=M \cdot g$  (donde  $g$  representa la aceleración y a lo largo de los análisis solamente se tomará en cuenta la aceleración de la gravedad en la Tierra 1 g), donde  $M$  es la masa total efectiva [54,55] que deformará la FBG y que está dada por la siguiente expresión:

$$M = M_1 + 0.23M_2 = \rho((L_2 \cdot b \cdot h) + 0.23(L_1 \cdot b \cdot h_1)) \quad [\text{gramos}] \quad (2.16)$$

donde  $M_1$  es el bloque de masa en el extremo libre de la viga (que corresponde al bloque en la sección  $CA$ ) y  $M_2$  es la masa del *cantilever* (correspondiente a la sección  $BC$ ) en la figura 2.3b;  $\rho$  es la densidad del material;  $h$  es altura total en la sección  $CA$  y  $h_1$  es la altura en la sección  $BC$  de la figura 2.3b; y  $b$  es el ancho de la sección transversal de la viga, el cual es uniforme en este análisis en cualquier sección de la viga  $BA$  (figura 2.3a).

Conocido la deflexión total  $\delta_A$  en el punto  $A$  y retomando el análisis de la constante proporcionalidad de en la ecuación 2.7, ahora la rigidez del resorte corresponderá al de la viga en voladizo  $k_1$ ,

$$k_1 = \frac{F}{\delta_A} = \frac{6EI_1 I_2}{(2L_2^3 I_2 + I_1 L_1 (L_1(2L_1 + 3L_2) + 3L_2(L_1 + 2L_2)))} \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \quad (2.17)$$

Es decir, que la distancia con la que se elongan los resortes está en función de la masa  $M$  y la gravedad, es decir, una carga  $F$ . Del riguroso análisis realizado, en las secciones anteriores, donde se han descrito el comportamiento mecánico y elástico de la FBG y la viga; así como de las formulas correspondientes a los esfuerzos y deformaciones que experimenta el sólido. Se consideró que la FBG se comporta como un resorte, el cual se deformará axialmente de manera uniforme, es decir, habrá una elongación en la FBG y su longitud original cambiará a causa de la deflexión de la viga [52].

Después de haber realizado las consideraciones necesarias para la interpretación mecánica del FBG, ahora es necesario describir el sistema que modulará la FBG axialmente de manera uniforme. Esto se logra a través de una masa  $M$  se desplaza verticalmente debido a la fuerza gravitacional  $F$ , dicha masa estará fija en el extremo libre de una viga empotrada, a manera de restringir su movimiento a un único desplazamiento vertical en eje  $z$ . La viga en voladizo producirá una deflexión debido a esta masa  $M$ , es decir que la masa  $M$  producirá que la FBG se elongue en una pequeña distancia  $\delta_A$  y esta deformación axial uniforme  $\varepsilon$  y conociendo ya la expresión correspondiente a  $\delta_A$  (ecuación 2.15).

$$\varepsilon = \frac{\delta_A}{L_3} = \frac{F(2L_2^3I_2 + I_1L_1(L_1(2L_1 + 3L_2) + 3L_2(L_1 + 2L_2)))}{6EI_1I_2L_3} \quad [\varepsilon] \quad (2.15)$$

Ya que la aceleración es la variable que se busca conocer y esta se obtiene a partir de la fuerza  $F=(M \cdot g)$ , donde  $M$  es la masa total efectiva y  $g$  es la aceleración. Ahora se determina la expresión del coeficiente de sensibilidad  $S$  (razón de cambio de la longitud de onda de Bragg respecto a la aceleración percibida por el *cantilever*) al sustituir la ecuación 2.15 en la ecuación 2.3 y despejar respecto a la aceleración:

$$S = \frac{\Delta\lambda_B}{g} = \lambda_B(1 - P_e) \frac{\varepsilon}{g} \rightarrow S = \lambda_B(0.80 \pm 0.006) \frac{\delta_A}{L_3} \quad (2.19)$$

$$S = \lambda_B(0.80 \pm 0.006) \frac{M(2L_2^3I_2 + I_1L_1(L_1(2L_1 + 3L_2) + 3L_2(L_1 + 2L_2)))}{6E_{AL}I_1I_2L_3} \quad \left[ \frac{m}{g} \right]$$

#### 2.1.4. Ecuación de movimiento

Cuando el sistema oscila únicamente bajo perturbación inicial, sin que actúe una fuerza externa sobre el sistema después de la perturbación inicial, se dice que está sometido a vibraciones libres. Si durante las vibraciones no se pierde energía o se disipa en fricción o por otros elementos resistentes, la vibración se le conoce como vibración no amortiguada.



Diversos sistemas mecánicos y estructurales pueden ser modelados como sistemas de un grado de libertad con suficiente precisión. Por ejemplo, varios métodos pueden ser utilizados para el análisis de vibraciones libres no amortiguadas de un grado de libertad [43], tales como el:

1. Método de Newton, considerando un sistema en equilibrio, la suma del trabajo efectuado por todas sus fuerzas (externas e internas) durante cualquier desplazamiento compatible con las restricciones de movimiento del sistema, es igual a cero.
2. Principio de D'Alembert, establece que un sistema puede ser puesto en estado de equilibrio dinámico agregando a las fuerzas externas una fuerza ficticia, comúnmente se le conoce como fuerza de inercia.
3. Método de energía, el sistema se trata como un sistema conservativo, es decir, que no hay pérdidas de energía debido a la fricción o disipación de energía debido a los miembros no elásticos, de esta manera permaneciendo la energía del sistema constante. en un sistema vibratorio se da el intercambio constante de energía entre sus formas cinética y potencia. En un sistema masa-resorte, la energía aparece en dos formas, cinética y potencial. La energía cinética se debe a la velocidad de la masa  $M$  y la energía potencial se debe a la elongación o compresión del resorte.
4. Método de Raleigh, el cual enuncia "si no hay fuerzas externas actuando sobre el sistema, y no existe disipación de energía (amortiguamiento), la energía total del sistema permanece constante durante el movimiento y por lo tanto, su derivada con respecto al tiempo es igual a cero".

Ya que, el objetivo es escribir una ecuación de movimiento para diferentes tipos de sistemas de un grado de libertad y evaluación de la frecuencia natural, es necesario hallar la ecuación diferencial que explique el comportamiento del *cantilever* (viga en voladizo). Se tiene el caso de una viga empotrada de masa  $M_2$  y una masa  $M_1$  al final de su extremo libre, entonces es posible realizar la aproximación a un sistema de un grado de libertad donde la rigidez de la viga se toma en cuenta y la inercia de la viga se despreja, obteniendo una aproximación para la primera frecuencia natural, este solo modelo de un solo grado de libertad solo es razonable utilizarlo cuando la razón entre la masas  $(M_1/M_2) > 2.3$  [55]. La ecuación de movimiento para un modelo masa-resorte sin amortiguamiento resulta en:

$$M\ddot{z} + kz = 0 \quad (2.20)$$

donde  $\ddot{z}$  es la aceleración externa;  $k$  es la rigidez del sistema;  $z$  representa el desplazamiento de la viga; y en la figura 2.3 que existe un desplazamiento angular. La ecuación 2.20 prueba ser una oscilación armónica con una frecuencia angular de  $\omega_n$ . Esta frecuencia a la que el sistema oscilante vibra libremente un vez que la masa se desplaza de su posición promedio es llamada frecuencia natural del oscilador armónico. Por lo tanto, la ecuación 2.20 se expresa como

$$\ddot{z} + \frac{k}{M}z = 0 \quad \rightarrow \quad \ddot{z} + \omega_n^2 z = 0 \quad (2.21)$$

Siendo la frecuencia natural

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad [\text{rad/s}] \quad (2.22)$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad [\text{Hz}] \quad (2.23)$$

### 2.1.5. Solución a la ecuación diferencial

La figura 2.5 muestra una viga con una masa total efectiva en el extremo libre del *cantilever*, soportada por dos resortes. El eje de la viga se deforma y adopta una forma curva debido al desplazamiento de la masa, por la acción de la aceleración ( $g$ ). Cuando la viga se flexiona, no sólo hay una deflexión en cada punto a lo largo del eje, sino también una rotación. El ángulo de rotación ( $\theta$ ) es ángulo que se forma entre el eje  $x$  y la deflexión ( $\delta_A$ ) en el extremo libre del *cantilever*. Los ejes de referencia tienen su origen en el empotramiento de la viga, con el eje  $x$  dirigido a la derecha y el eje  $z$  dirigido hacia arriba. El eje  $y$  está dirigido hacia afuera (hacia el lector). Además, la masa está soportada por dos resortes con dos coeficientes de rigidez propios: el de la propia viga y el de la FBG.

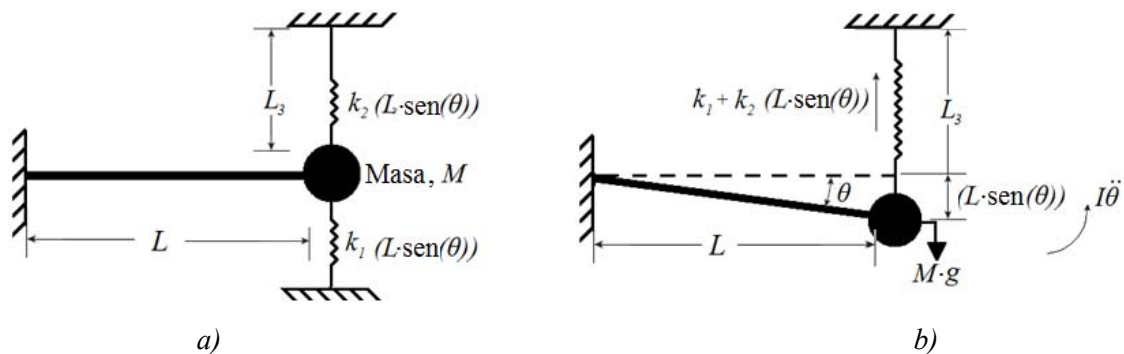


Figura 2.5. *Cantilever* en: a) equilibrio; b) movimiento.

La viga se desplaza verticalmente de su posición de reposo resultando en una deflexión angular  $\theta$ , como se muestra en la figura 2.5b.  $M \cdot g(\text{sen}(\theta))$  actúa como la fuerza restauradora la cual tiende a regresar la masa, a su posición de equilibrio y el correspondiente torque restaurador es  $M \cdot g(\text{sen}(\theta)) \cdot L$ . Y el torque en el pivote (punto  $B$  de la figura 2.3) es igual a  $I\ddot{\theta}$ . Considerando que

el cuerpo no está en equilibrio estático debido a la aceleración que posee, entonces puede ser traído de regreso a su equilibrio estático al introducir una fuerza inercial que actué a través del centro de gravedad del cuerpo en la dirección opuesta a la aceleración y que sea igual a la masa multiplicada por la aceleración, siendo este el principio de D'Alembert [43].

De acuerdo con este principio, la (Fuerza inercial) + (Fuerza de restauración) = 0 y utilizando el principio de D'Alembert se obtienen la ecuación de movimiento

$$I\ddot{\theta} + k_1(L \cdot \text{sen } \theta)(L \cdot \text{cos } \theta) + k_2(L \cdot \text{sen } \theta)(L \cdot \text{cos } \theta) - Mg(L)\text{sen } \theta = 0, \quad (2.24)$$

donde  $L$  la distancia total del *cantilever* (sección  $BA$  de la figura 2.3);  $k_1$  la rigidez del *cantilever*;  $k_2$  la rigidez de la FBG entre las uniones  $D$  y  $A$  de la figura 2.3. Y puesto que los desplazamientos angulares son muy pequeños se considera que los valores de  $\theta$  son,  $\text{sen}(\theta) \approx \theta$ ,  $\text{cos}(\theta) \approx 1$ , por lo tanto

$$I\ddot{\theta} + [k_1L^2 + k_2L^2 - Mg(L)]\theta = 0 \quad \rightarrow \quad I\ddot{\theta} + [L^2(k_1 + k_2) - Mg(L)]\theta = 0 \quad (2.25)$$

La inercia se expresada como  $I = ML^2$ , y se sustituye en la ecuación anterior, obteniéndose la ecuación de movimiento requerida:

$$ML^2\ddot{\theta} + [L^2(k_1 + k_2) - Mg(L)]\theta = 0 \quad (2.26)$$

o

$$\ddot{\theta} + \frac{[L^2(k_1 + k_2) - Mg(L)]}{ML^2}\theta = 0 \quad \rightarrow \quad \ddot{\theta} + \omega_n\theta = 0 \quad (2.27)$$

Por tanto, a partir de la ecuación 2.27, la frecuencia natural estará dada al emplear las ecuaciones 2.22 y 2.23,

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L^2(k_1 + k_2) - Mg(L)}{ML^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L^2(k_1 + k_2) - FL}{ML^2}} \quad [\text{Hz}] \quad (2.28)$$

Al desplazarse la masa en el eje vertical con las vibraciones externas, un único movimiento vertical se forma en la punta del *cantilever*, sin embargo al haber añadido un segundo elemento elástico (el resorte que está fijo entre la masa y el marco del sensor) este modificará el movimiento original del *cantilever* con la masa. Este nuevo movimiento también habrá modificado la frecuencia natural original del *cantilever* debido a la dependencia que tiene con el módulo de Young del resorte, esta nueva frecuencia natural habrá aumentado respecto a la frecuencia natural original del

*cantilever*, demostrándose esté hecho en la siguiente sección de selección de datos, donde a partir de los datos calculados se determinará la nueva frecuencia natural del sistema.

## 2.2. Selección de datos

Los valores para el diseño del *cantilever* y establecer la longitud de FBG en el arreglo mecánico (considerando una aceleración de 1 g), deben cumplir con las condiciones establecidas en la sección 1.1.2 de objetivos: un coeficiente de sensibilidad mayor a 300 pm/g, ancho de banda mayor a 200 Hz, una fuerza aplicada sobre la FBG menor a 20 N [1], un esfuerzo aplicado a lo largo de la FBG menor ~1 GPa y 1.4 GPa [2,3] y con dimensiones menores a 6 cm×6 cm×2 cm (Largo×Alto×Ancho). Tomándose como punto de partida la selección del material para la fabricación de los componentes mecánicos, se eligió la aleación aluminio 7075 (comercialmente se le encuentra con varios nombres como Zicral siendo el más común, Ergal, o Fortal Constructural) debido a su dureza, alta densidad, un bajo coeficiente de dilatación térmica, fácil mecanizado y elevado límite elástico es una aleación muy adecuada para piezas sometidas a grandes fatigas, con una densidad de  $\rho_{AL}=2800$  kilogramos/m<sup>3</sup> y un módulo de Young de  $E_{AL}=72$  GPa. Por tanto, cuando se cite una fórmula de las secciones 1.6 o 2.1.3  $E=E_{AL}$  y  $\rho=\rho_{AL}$ .

Ahora, es necesario calcular las diferentes combinaciones de valores posibles para las variables de la figura 2.3:  $L_1, L_2, L_3, h_1, h, b, M_1$ . Sin embargo, la infinidad de combinaciones entre los valores hacen que el tiempo de cálculo sea prolongado, por tanto, se emplea un programa de simulación numérica escrito en MATLAB para selección de los valores óptimos (consultar anexo A). Además, se establece la variable  $h$  (consultar figura 2.3) como constante con un valor arbitrario (otorgado por el diseñador), para simplificar el diseño. El rango de valores y los intervalos entre cada variable se muestran en la tabla 2.1. Para la fabricación mecánica del sensor se utiliza fresadora con un avance de la cortadora de  $0.01\pm 0.005$  mm. Esto, reduce el problema del cálculo de la combinación de los valores.

Tabla 2.1. Variables, límites e intervalos para las variables de fórmula de la deflexión.

<i>Parámetro</i>	<i>Límites</i>	<i>Intervalos</i>
$L_1$	$(4\geq L_1\leq 29)$ mm	5 mm
$L_3$	$(17\geq L_3\leq 19)$ mm	0.4 mm
$h_1$	$(0.5\geq h_1\leq 1)$ mm	0.1 mm
$h$	25 mm	-
$b$	$(7\geq b\leq 17)$ mm	2 mm
$M_1$	$(5\geq M\leq 20)$ g	5 gramos
$E_{SMF}$ (módulo de Young)	$16.56\pm 0.39$ GPa [1,56]	-
$A_{SMF}$ (área transversal de la FBG)	$(47.14\pm 0.02)\times 10^{-9}$ m <sup>2</sup>	-

El cálculo del área transversal de la FBG (área total, la cual incluye el diámetro de la cubierta protectora de la fibra óptica SMF-28e que es  $245\pm 5 \mu\text{m}$ , información obtenida de Corning®) para una fibra óptica SMF-28e es

$$A_{SMF} = \left(\frac{\pi}{4}\right) \left( (245 \pm 5) \times 10^{-6} [\text{m}] \right)^2 = (47.14 \pm 0.02) \times 10^{-9} \quad [\text{m}^2]$$

De la tabla 2.1 se puede observar que la variable  $L_2$  no se encuentra en la lista. Esto se debe, a que esa distancia corresponde a la masa total  $M$ , aquí ambas variables están relacionadas entre sí, tal y como lo expresa la ecuación 2.16. Por lo que,  $L_2$  se deja como variable dependiente de  $M$ . De las simulaciones realizadas, los valores teóricos de diseño que ofrecen un diseño compacto (en escala milimétrica), una alta sensibilidad y frecuencia natural son:

Tabla 2.2. Valores óptimos teóricos calculados figura 2.3.

<i>Parámetro</i>	<i>Valor</i>
$L_1$	29 mm
$L_2$	16.48 mm
$L_3$	19 mm
$L$	45.48 mm
$h_1$	1 mm
$h$	25 mm
$b$	17 mm
$M_I$	20 gramos
$E_{SMF}$	$16.56\pm 0.39$ Gpa [1,56]
$A_{SMF}$	$(47.14\pm 0.02)\times 10^{-9}$ m <sup>2</sup>
$E_{AL}$	72 Gpa
$\rho_{AL}$	2800 kilogramos/m <sup>3</sup>

A partir de los datos proporcionados por la tabla 2.2 se hallan los siguientes parámetros:

- Una masa total efectiva de  $M=20.32$  gramos, utilizando la ecuación (2.16).
- La fuerza empleada por el sistema es  $F=(195.5\times 10^{-3})$  N, utilizando  $F=M\cdot 1g$ .
- La deflexión máxima del *cantilever* con una sección transversal no-uniforme es  $\delta_A=57.24 \mu\text{m}$  (utilizando la ecuación 2.15).
- La rigidez del *cantilever* es  $k_1=3415.30 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ , (utilizando la ecuación 2.17).
- La rigidez de la FBG (dada por la ecuación 2.10) es  $k_2=41098.42 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ .

Con este diseño (consultar figura 2.3), donde la FBG se encuentra orientada perpendicular al eje neutral y la cara superior del *cantilever* con una sección transversal no-uniforme, y al conocerse el comportamiento mecánico que tendrá la fibra con la rejilla de Bragg al modificarse su longitud original al desplazarse el bloque de la masa debido a la aceleración (ecuación 2.18), se produce un cambio en la longitud de onda de Bragg, conocido como sensibilidad, esto se encuentra descrito por la ecuación 2.19.

Al sustituirse los valores finales para el diseño del sensor (presentados en la tabla 2.2) en la ecuación 2.19. Y considerando una aceleración de 1 g, además de una FBG de OEMarket con una longitud de onda en  $\lambda_B=1549.63$  nm. Se obtiene que el coeficiente de sensibilidad calculado es de  $S=380.73\approx 381$  pm/g. Al utilizar los coeficientes de rigidez  $k_1$  y  $k_2$  (de la viga y la FBG respectivamente) junto con los valores dados en la tabla 2.2, se calcula la frecuencia natural (utilizando la ecuación 2.28) de  $f_n=237.9$  Hz, para un sistema masa resorte sin amortiguamiento.

El diseño del dispositivo presentado (figura 2.3) permite maximizar la deformación en la FBG, al cambiar la colocar y pegar la FBG en el arreglo mecánico en posición vertical donde ocurre la máxima deflexión. La figura 2.6 muestra una comparación entre el modelo del sensor propuesto y algunos de los ejemplos más representativos de las configuraciones más populares existentes en la literatura (sección 1.5.3) para este tipo de sensores: montadas sobre la superficie de la viga [27], utilizando un parche entre la FBG y la superficie del *cantilever* [35], y finalmente la configuración del *cantilever* con forma de L [37].

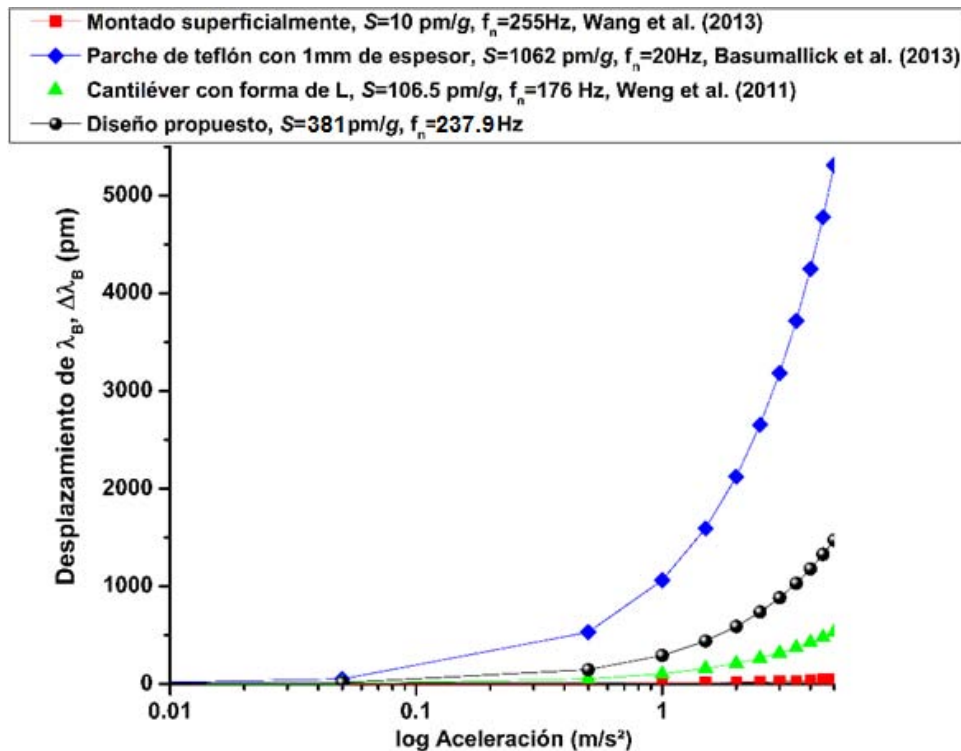


Figura 2.6. Cambio en la longitud de onda de Bragg respecto a la aceleración experimentada.

Conociendo la deflexión máxima del *cantilever* y la longitud de la sección de fibra óptica con la rejilla (resorte)  $L_3=25$  mm, la deformación axial unitaria dada por la ecuación 2.18 quedará como:

$$\varepsilon = \frac{\delta_A}{L_3} = \frac{58.31 \times 10^{-6} \text{ [m]}}{25 \times 10^{-3} \text{ [m]}} = 2332.4 \quad [\mu\varepsilon]$$

El esfuerzo que experimenta la rejilla de Bragg  $\sigma_{FBG}$  (ecuación 2.8) es igual al módulo de Young  $E_{SMF}=16.56 \pm 0.39$  GPa por la deformación unitaria en la FBG (en tensión o compresión simple):

$$\sigma_{FBG} = ((16.56 \pm 0.39) \text{ [GPa]})(2332.4 \text{ } [\mu\varepsilon]) = (36.97 \pm 0.09) \text{ [MPa]}$$

Demostrándose teóricamente, que el esfuerzo aplicado sobre la rejilla de Bragg es mucho menor a la condición máxima establecida de  $\sim 1$  GPa en la sección de objetivos, para una probabilidad de fractura en la rejilla en un  $1 \times 10^{-3}\%$  y una vida útil aproximadamente de 20 años [2,3].

La ecuación 2.29 se le conoce también como ley de Hooke (también conocido como esfuerzo), donde se aplica una fuerza  $F$  sobre el área transversal de la FBG ( $A_{SMF}$ ). La aplicación de la ley de Hooke, es posible siempre y cuando la deformación experimentada axialmente por la fibra sea reversible, por ello se establece los parámetros de seguridad para asegurar que no existan fallas ni rupturas en la fibra óptica y la FBG. Para una fibra óptica estándar SMF-28e con un recubrimiento proyectivo de acrilato de  $245 \pm 5$   $\mu\text{m}$  de diámetro, deberá soportar una fuerza menor a 20 N [1,56] para evitar una ruptura. La fuerza se calcula al igualar las ecuaciones 2.4 y 2.8, y después despejar respecto a  $F$ :

$$\frac{F}{A_{SMF}} = E_{SMF} \varepsilon \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] \quad (2.29)$$

$$F = E_{SMF} \cdot A_{SMF} \varepsilon \quad [\text{N}] \quad (2.30)$$

donde  $E_{SMF}$  el módulo de Young de la fibra óptica SMF-28e con su cubierta protectora igual a  $16.56 \pm 0.39$  GPa;  $A_{SMF}$  es el área total de la fibra incluyendo la cubierta protectora; y  $L_3$  la longitud entre los puntos  $DA$  en la figura 2.3. La ecuación 2.30 resulta en una fuerza aplicada axialmente calculada de  $F=1.82 \pm 0.05$  N, para una deformación aplicada de 2332.4  $\mu\varepsilon$ . Por lo tanto, la fuerza aplicada es mucho menor a la fuerza límite establecida por la literatura de 20 N [1,56].

## 2.3. Resumen del capítulo

En la sección 1.5.3, se discutió uno de los principales aspectos que la mayoría de los sensores de aceleración tienen en común es: la FBG se pone en paralelo con el eje neutral sobre la superficie de la viga, cerca del empotramiento de la viga. Esto se usa para no alterar el análisis del sistema como una viga en voladizo con una carga concentrada en su extremo libre, para aplicar la teoría de flexión pura. También se debe notar que en la realidad la masa no es un punto concentrado como se presenta en otros análisis. Tal como se describió en la sección 2.1.3, en este caso particular el *cantilever* y el bloque de masa conectado en su extremo libre son dos sólidos con forma de prismas rectangulares. Estos dos sólidos forman un nuevo sólido con un único módulo de Young.

En este análisis, se utilizó un mismo material (módulo de Young) para el análisis del *cantilever* con una sección transversal no-uniforme. Sin embargo, esto fue para simplificar el cálculo de la deflexión, la deformación y las constantes de resorte. Se puede mejorar el coeficiente de sensibilidad utilizando materiales más densos en el bloque de masa. Y la frecuencia natural utilizando materiales más rígidos para la fabricación del *cantilever*. Todo dependerá de los requerimientos y la aplicación final que se requiera. La sensibilidad y la frecuencia natural en este sensor dependen de la FBG, porque se colocó en posición vertical donde ocurre la máxima deflexión (en el extremo libre del *cantilever* con una sección transversal no-uniforme). Esta posición y ubicación de la FBG permite una deformación uniformemente distribuida a lo largo del eje de la fibra, lo que incrementa el desplazamiento del espectro reflejado por la FBG. Además, la FBG se utiliza como un resorte que modificar e incrementar la frecuencia natural del *cantilever*.

El cambio de la longitud de onda de Bragg con una aceleración de 1 g indica una sensibilidad teórica de 381 pm/g. Y aplicando el principio de D'Alambert con el sistema masa-resorte propuesto, la frecuencia natural calculada del sensor sin amortiguar que se obtiene es 235.7 Hz. Esto demuestra que la propuesta del sensor supera los parámetros de diseño planteados en un inicio, obteniendo una sensibilidad mucho mayor a 250 pm/g y una frecuencia natural mayor a 200 Hz.

El análisis de la sección 2.1.1 no desprecia la temperatura, se considera que la deformación que experimenta la FBG debido a la aceleración varía con mucho con mayor rapidez que el cambio de la temperatura con el tiempo y además la temperatura del cuarto de pruebas es estable. Por lo tanto, el cambio de temperatura es muy bajo como para tener una influencia significativa en la ecuación 2.1. En la sección 2.1.5 no se considera el amortiguamiento provocado por el aire que rodea al *cantilever*, porque el área de la superficie del sensor en contacto con el aire es mucho menor que el volumen de aire en el cuarto de pruebas.





## 3. Resultados

### 3.1. Caracterización de los elementos ópticos

Antes de realizar las mediciones en el arreglo óptico correspondiente al sensor, es necesario medir y caracterizar los elementos ópticos en el arreglo experimental, así como calcular pérdidas totales a la salida de los equipos y elementos ópticos. Para ello, se utilizaron dos instrumentos de medición óptica:

- Multímetro óptico, OMM-6810B de ILX LIGHTWAVE con una cabeza de detección en la medición de longitudes de onda en el rango de 950 nm a 1650 nm.
- Analizador de espectro óptico (OSA), Q8381 de ADVANTEST, con una resolución máxima de 0.1 nm

Esto, con el fin de medir la potencia y longitud de onda de cada uno de los elementos ópticos utilizados en el arreglo del sensor, de manera individual, además de obtener su espectro correspondiente.

#### 3.1.1. Fuente de luz (láser DFB del interrogador OEFSS-200)

Se determina que para obtener coherencia entre las mediciones y las caracterizaciones, solo puede utilizarse una única fuente de luz, para ello se selecciona el diodo láser de realimentación distribuida (o DFB por sus siglas en inglés *Distributed Feedback*) que se encuentra integrado en el interrogador (instrumento para la medición de FBGs que consiste de una fuente de luz, un fotodetector, un sistema para la discriminación de la longitud de onda y una unidad de procesamiento que contiene un conjunto de funciones para procesar la señal recibida) OEFSS-200, el cual de acuerdo con la información proporcionada por el fabricante está centrado en 1550.180 nm. Ya que al utilizar una sola fuente de luz, se puede asegurar una correspondencia entre las mediciones realizadas por el interrogador y las mediciones hechas por: el analizador de espectro óptico Q8381, el multímetro óptico OMM-6810B y el fotodiodo FGA01FC.

En la figura 3.1, se muestra el espectro óptico del láser del interrogador OEFSS-200 utilizando el OSA Q8381, en el cual se muestra la amplitud y longitud de onda a la que se halla centrada el láser. En el espectro obtenido mediante el OSA se encuentra centrado a una longitud de onda en  $1547.6 \pm 0.5$  nm y se obtiene una potencia  $P_{DFB(dBm)} = 35.178$  dBm, la potencia en dB se puede expresar en Watts utilizando la ecuación 3.1:

$$P = (1 \text{ W}) \cdot 10^{\left(\frac{P [\text{dB}]}{10}\right)} \quad [\text{W}] \quad (3.1)$$

Por lo tanto,  $P_{DFB(\text{dBm})}$  se expresada en miliWatts y queda como:

$$P_{DFB} = (1 [\text{mW}]) \cdot 10^{\left(\frac{P_{DFB(\text{dBm})}}{10}\right)} = (1 [\text{mW}]) \cdot 10^{\left(\frac{35.178 [\text{dBm}]}{10}\right)} = 3.295 \quad [\text{mW}]$$

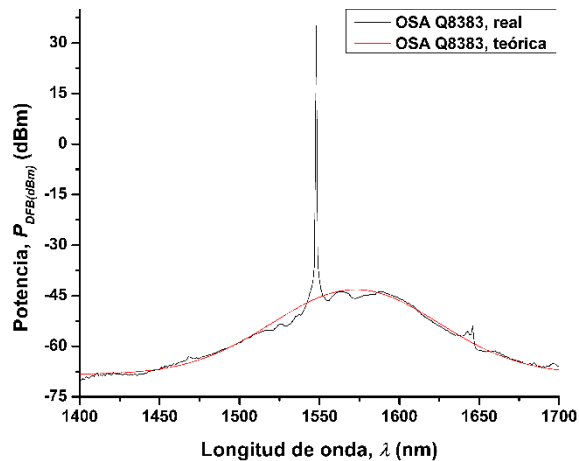


Figura 3.1. Espectro óptico del láser DFB utilizando el Q8381.

Ahora, en la figura 3.2 se muestra el esquema de conexiones para la medición de la potencia máxima potencia y su respectiva longitud de onda, mediante el uso del multímetro óptico OMM-6810B. En dicho esquema se aprecia también que la fibra se conecta a la cabeza de detección (con rango de 950 nm a 1650 nm) el cual proporcionará la información al multímetro. En la figura 3.3a se muestra el registró de la potencia óptica y en la figura 3.3b se gráfica la potencia registrada cuando el láser está apagado (el ruido de fondo), todo esto en una ventana de tiempo de 100 s a fin de hallar la estabilidad de la fuente óptica en el tiempo.

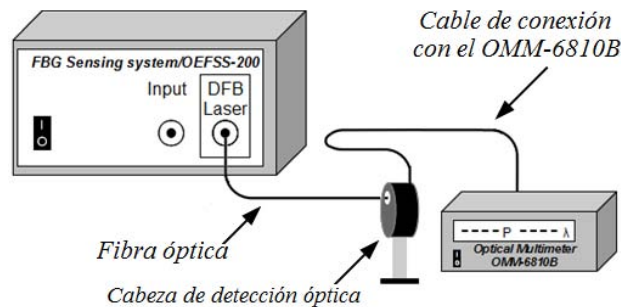


Figura 3.2. Esquema de conexiones para la medición de la potencia óptica del láser DFB del interrogador.

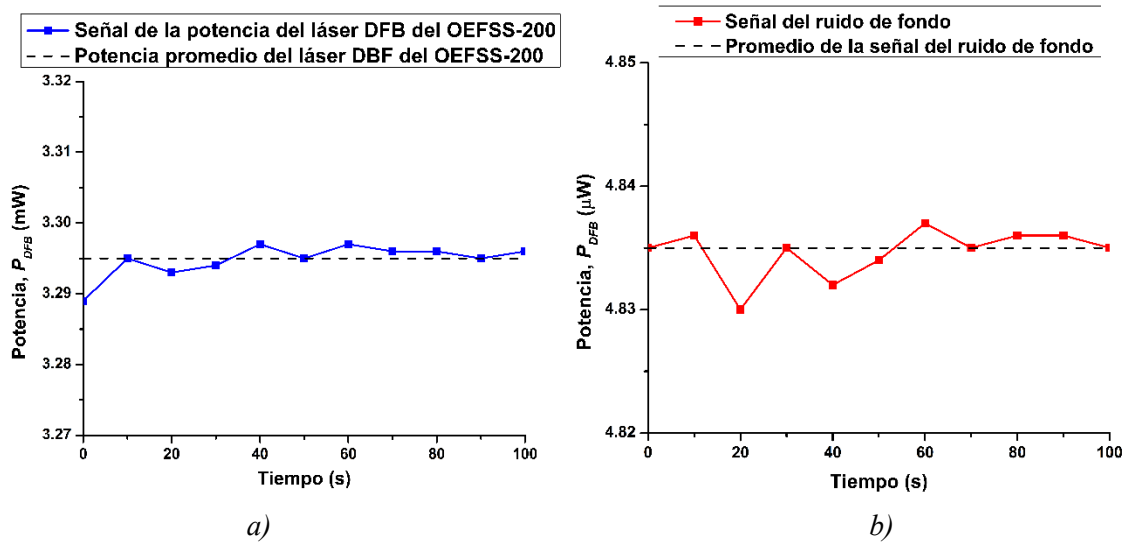


Figura 3.3. Medición de la potencia de la fuente óptica del interrogador utilizando el OMM-6810B: a) fuente encendida; b) ruido de fondo.

De la figura 3.3a se obtiene que la señal de potencia total promedio a la salida de la fuente óptica es de  $(3.295 \pm 0.001)$  mW y se encuentra marcada por una línea negra. En la figura 3.3b, al promediar la señal del ruido de fondo del cabezal de medición del OMM-6810B, se tiene una potencia correspondiente al ruido de  $(4.835 \pm 0.001)$  μW, al restar el ruido de fondo de la potencia óptica medida da como resultado que la potencia total efectiva emitida por el láser es de  $(3.290 \pm 0.002)$  mW.

Ahora, la cuantificación de la cantidad de ruido presente en la señal dada es la relación señal a ruido (SNR, por sus siglas en inglés *Signal-to-Noise-Ratio*). Esta relación se expresa como una relación entre el valor cuadrático medio (RMS, por sus siglas en inglés *Root Mean Square*) de la señal y del ruido (ecuación 3.2). Y el valor RMS está dado por la ecuación 3.3.

$$\text{SNR} = \frac{\text{Señal}_{RMS}}{\text{Ruido}_{RMS}} \quad (3.2)$$

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (3.3)$$

donde  $n$  es el número de muestras; y  $x$  es el valor de la muestra. La SNR para la señal del láser DFB del interrogador OEFSS-200, a partir de las mediciones presentadas en la figura 3.3, es:

$$\text{SNR} = \frac{(3.295 \pm 0.001) \text{ [mW]}}{(4.835 \pm 0.001) \text{ [}\mu\text{W]}} = (681.489 \pm 0.348)$$

Después, se monitorea la potencia de salida del láser DFB a través del mismo interrogador OEFSS-200, ver figura 3.4, conectando mediante una fibra óptica estándar SMF-28e directamente la salida del láser FBG al fotodetector del interrogador.

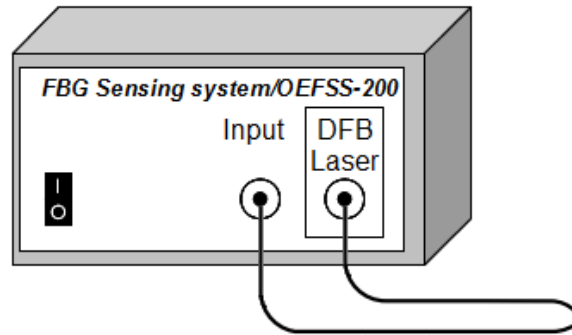


Figura 3.4. Esquema de conexión para la medición de la potencia óptica del láser DFB utilizando el interrogador.

En las mediciones mostradas en la figura 3.5 se toma una ventana de tiempo de 800 segundos, realizando un total de 10 muestras. Esto se debe a que el tiempo de muestreo y procesamiento de los datos en el interrogador es de 80 s. La figura 3.5a muestra que señal de potencia emitida por el láser, la cual es de  $(1023 \pm 0.1) \mu\text{W}$  al mantenerse constante a lo largo del tiempo y sin variar un solo micro Watt. La figura 3.5b muestra el monitoreo de la señal del ruido de fondo del interrogador cuando la fuente de luz se encuentra apagada, estos datos muestran también una constancia a lo largo del tiempo, resultando en una señal de ruido total en el instrumento  $(0 \pm 0.1) \mu\text{W}$ . Por tanto, la señal de la potencia total efectiva registrada por la fuente es de  $(1023 \pm 0.2) \mu\text{W}$ .

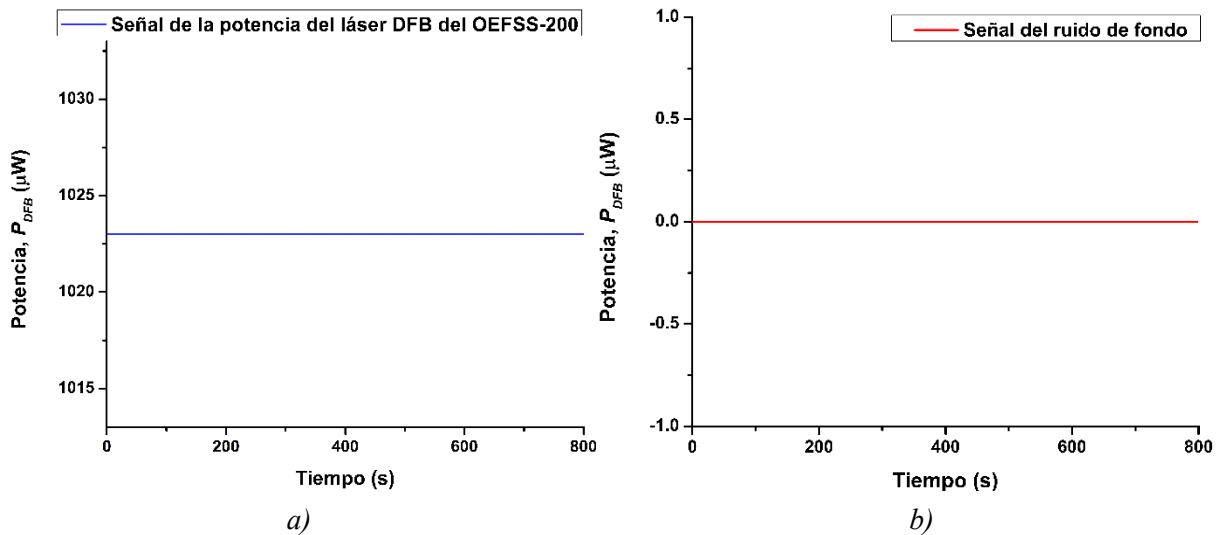


Figura 3.5. Medición de la potencia de la fuente óptica del interrogador utilizando el OEFSS-200: a) fuente encendida; b) ruido de fondo.

Esto se debe a que la detección de la potencia de entrada en el interrogador OEFSS-200 tiene un rango dinámico desde 0.01 mW hasta 1 mW, cualquier otra señal óptica que esté fuera de este rango causará una saturación en la señal y será ignorada.

Al haber caracterizado la potencia del láser, se procede a caracterizar la señal de voltaje correspondiente al láser al utilizar un fotodetector FGA01FC de THORLABS, mediante el cual se obtiene una señal de voltaje al convertir la señal óptica del láser DFB del OEFSS-200 y monitorear dicha señal mediante el osciloscopio TDS 3034C. Para obtener la señal de voltaje efectiva del láser se realizan dos mediciones, presentadas en la tabla 3.1, cuando el láser está prendido y todos los elementos de detección y registro están encendidos, y la cuando el láser está apagado y los elementos de detección y registro continúan encendidos.

Tabla 3.1. Casos para la medición correspondiente de la señal de voltaje.

	Láser DFB	Fuente de Voltaje (para el FGA01FC)	FGA01FC	TDS 3034C
Caso 1	ON	ON	ON	ON
Caso 2	OFF	ON	ON	ON

El caso 1 de la tabla 3.1 representa la señal de voltaje registrada al transmitirse la señal óptica desde el láser del OEFSS-200 y que luego es convertida por el fotodetector, para finalmente ser registrada por el osciloscopio TDS 3034C, los resultados correspondientes se muestran en la figura 3.6a, cuyo valor de la señal promedio total es de  $(5.593 \pm 0.0008)$  V.

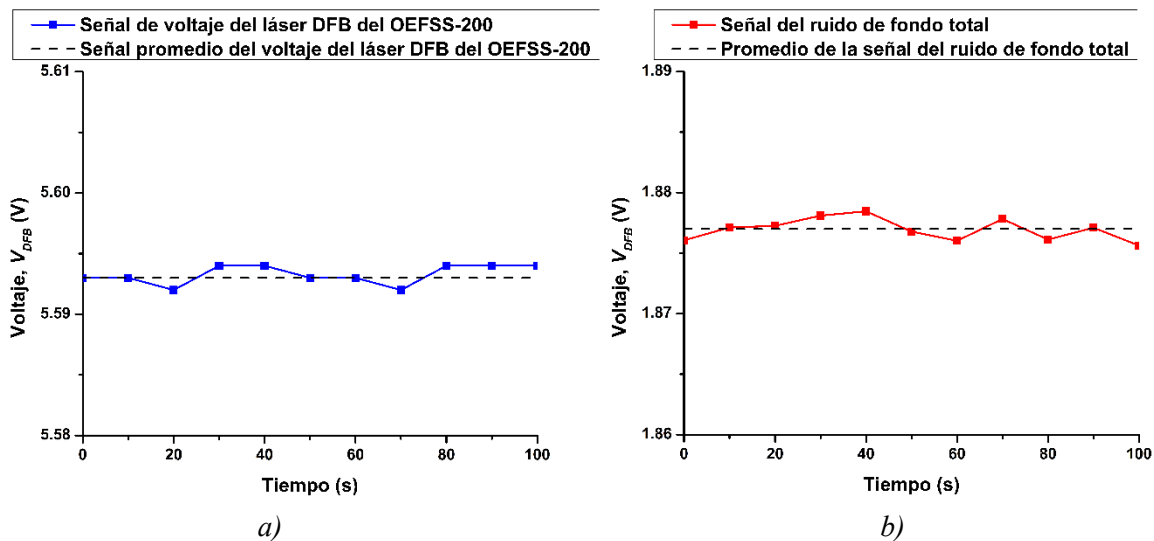


Figura 3.6. Medición del voltaje emitido por la fuente óptica del interrogador utilizando el PGA10 con el TEK3034C: a) fuente encendida; b) ruido de fondo.

El caso 2, ver figura 3.6b, representa la contribución total a la señal de ruido debido a todos los elementos conectados para la medición del láser y su visualización y registro mediante el osciloscopio, el valor total promedio de la señal del ruido es de  $(1.877 \pm 0.0008)$  V.

$$\text{SNR} = \frac{(5.593 \pm 0.008) \text{ [V]}}{(1.877 \pm 0.0008) \text{ [V]}} = (2.980 \pm 0.017)$$

### 3.1.2. Circulador óptico sin polarización, centrado en 1550 nm

La figura 3.7 presentan dos sistemas para la medición de la potencia reflejada por la FBG y un espejo en fibra óptica (OFM, por sus siglas en inglés *Optical Fiber Mirror*) FMR-PM-1550-1-FA de OEMARKET, utilizando la fuente de luz del interrogador OEFSS-200. En este arreglo, se mide la potencia total transmitida ( $P_T$ ) del láser DFB desde el puerto 1, reflejada en el puerto 2 y transmitida hasta el puerto 3 del circulador óptico CIR-3-1550-A-1-FA. El OFM es un elemento óptico altamente reflejante con una reflectividad ( $R$ , relación entre la señal reflejada respecto a la señal incidente) similar a la FBG, por lo que se utiliza para comparar y comprobar la potencia total transmitida a través del arreglo óptico con la FBG.

El esquema de medición mostrado en la figura 3.7 utiliza un acoplador FC/PC-FC/PC hembra ADAFC2 de THORLABS, cuya pérdida por inserción es de 0.3 dB, para conectar el circulador con el elemento reflejante. El OFM utilizado en el esquema de la figura 3.7a tiene una reflectividad  $R=91.83\%$  y la FBG del esquema de la figura 3.7b tiene una reflectividad  $R \geq 95\%$ .

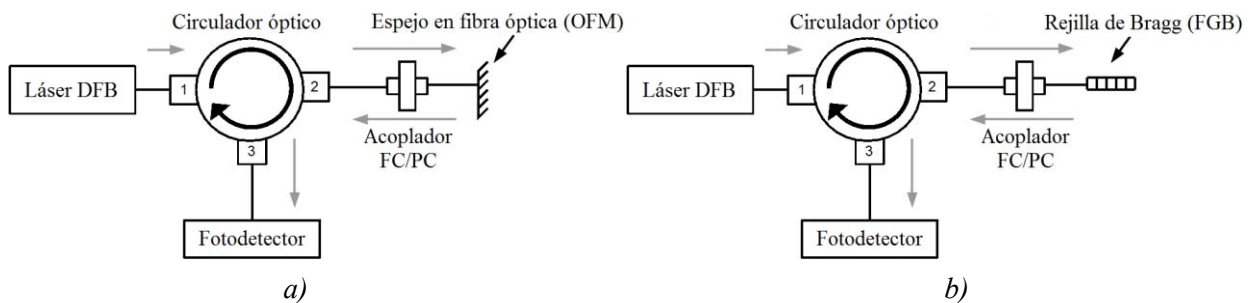


Figura 3.7. Configuración para la medición de la potencia reflejada por el elemento sensor: a) espejo en fibra óptica; b) rejilla de Bragg.

El cálculo de la potencia total transmitida (que registra el fotodetector en el esquema de la figura 3.7) se expresa como el producto de la multiplicación de la potencia de salida del láser DFB ( $P_{DFB}$ ), la reflectividad ( $R$ ) del OFM o la FBG y la sumatoria total de las pérdidas por inserción ( $IL$ , por sus siglas en inglés *Insertion Loss*) en Watts. La pérdida por inserción es una medida de la atenuación de la potencia debida a la inserción de un elemento en el “camino” de la señal y expresa normalmente en dB. La potencia total transmitida se expresa como:

$$P_T = P_{DFB} \cdot 10^{-\left(\frac{IL_{CIR12} + 2 \cdot IL_{ADAF2} + IL_M + IL_{CIR23}}{10}\right)} \cdot R \quad [\text{W}] \quad (3.4)$$

donde  $IL_{CIRij}$  es la pérdida por inserción en el circulador óptico y los subíndices  $ij$  representan los números de cada puerto ( $i$  es el puerto entrada y  $j$  el puerto de salida);  $IL_{ADAF2}$  es la pérdida por inserción en el acoplador ADAFC2;  $IL_M$  y  $R$  son las pérdidas por inserción y la reflectividad, respectivamente, del OFM y la FBG.

La tabla 3.2 muestra los máximos valores de pérdida por inserción ofrecidos por el fabricante. El valor de la potencia del láser DFB se toma de la potencia total promedio obtenida de la figura 3.3.

Tabla 3.2. Pérdidas de los elementos ópticos utilizados para el arreglo experimental.

$P_{DFB}$ (mW)	$IL_{CIR12}$ (dB)	$IL_{CIR23}$ (dB)	$IL_{ADAF2}$ (dB)	$IL_M$ (dB)		$R_M$ (%)	
				OFM	FBG	OFM	FBG
3.290	2.57	2.70	0.30	0.80	0.53	95	91.83

La figura 3.8a muestra la señal de potencia monitoreada a través del circulador, donde la señal del láser entra por el puerto 1, sale por del puerto 2 y se transmite hacia el elemento altamente reflejante: el espejo en fibra óptica (figura 3.7a) o la rejilla de Bragg (figura 3.7b). Después, la señal reflejada se transmitirá nuevamente por el puerto 2 hasta salir por el puerto 3, en el cual la señal resultante será monitoreada por un fotodetector (en este caso particular por el OMM-6810B). La tabla 3.3 presenta el valor promedio registrado para la señal de potencia total transmitida y el ruido de fondo.

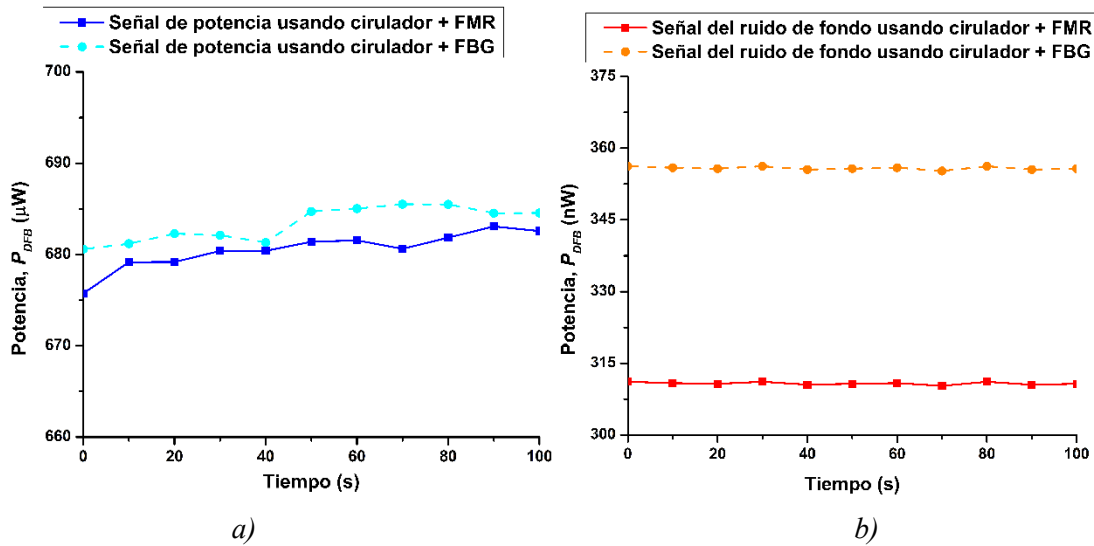


Figura 3.8. Medición de la señal de potencia de la fuente óptica del interrogador a través del circulador (del puerto 1 hasta el puerto 3), utilizando el OMM-6810B: a) fuente encendida; b) ruido de fondo.



Al sustituirlos los valores de la tabla 3.2 en la ecuación 3.4, se obtienen los valores teóricos esperados para la potencia total transmitida y detectada por el fotodetector tabla 3.3. El ruido de fondo se calculó utilizando la potencia promedio medida en la figura 3.3b.

Tabla 3.3. Medición de potencia en el puerto 3 para las dos configuraciones presentadas en la figura 3.7.

	Señal: $P_T$ (W), figura 3.8a		Ruido: $P_T$ (W), figura 3.8b		SNR	
	Calculada	Medida (promedio)	Calculado	Medido (promedio)	Calculada	Medida
OFM	$0.672 \times 10^{-3}$	$(0.680 \pm 0.002) \times 10^{-3}$	$0.997 \times 10^{-6}$	$(310.733 \pm 0.268) \times 10^{-9}$	674.825	$2190.115 \pm 8.396$
FBG	$0.692 \times 10^{-3}$	$(0.683 \pm 0.002) \times 10^{-3}$	$1.017 \times 10^{-6}$	$(355.777 \pm 0.307) \times 10^{-9}$	680.315	$1920.846 \pm 6.981$

Con el interrogador OEFSS-200, se mide la potencia transmitida por el láser DFB (figura 3.9a) y el ruido de fondo (figura 3.9b) para cada una de las configuraciones de la figura 3.7, utilizando el OFM y la FBG. El ruido de fondo del interrogador fue medido con la fuente de luz del interrogador apagada y este dato se utiliza para calcular el ruido esperado. La tabla 3.4 presenta los valores totales promedio de las gráficas en la figura 3.9 y los valores calculados utilizando la ecuación 3.4.

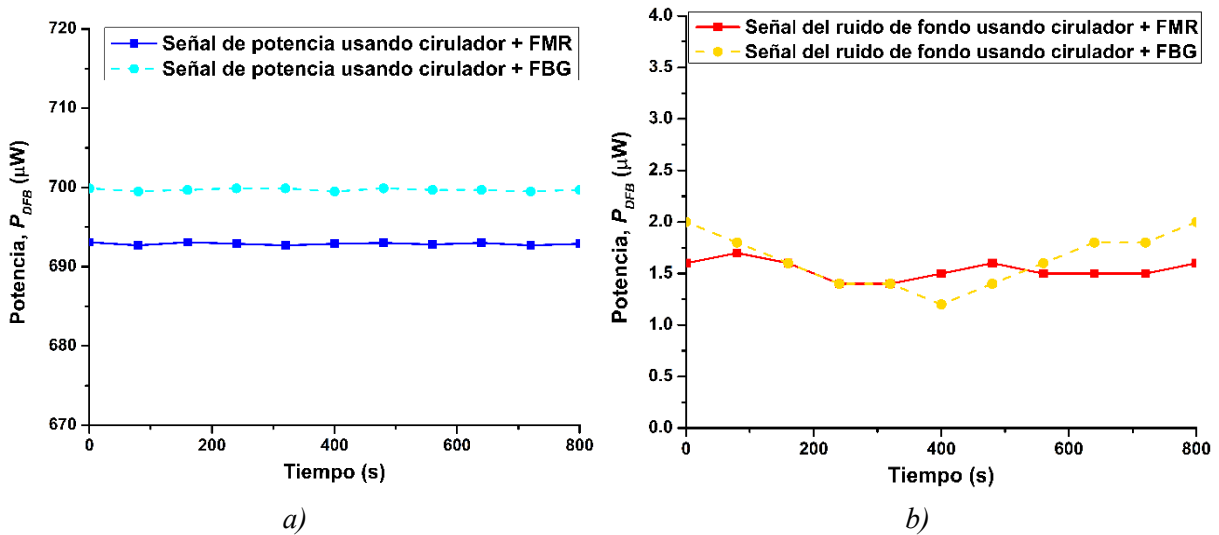


Figura 3.9. Medición de la potencia de la fuente óptica del interrogador a través del circulator (del puerto 1 a puerto 3), utilizando el OEFSS-200: a) fuente encendida; b) ruido de fondo.

Tabla 3.4. Medición de potencia en el puerto 3 para las dos configuraciones presentadas en la figura 3.9.

	Señal: $P_T$ (W), figura 3.9a		Ruido: $P_T$ (W), figura 3.9b		SNR	
	Calculada	Medida (promedio)	Calculado	Medido (promedio)	Calculada	Medida
OFM	$672.8 \times 10^{-6}$	$696.8 \pm 2.1 \times 10^{-6}$	$1.0 \times 10^{-6}$	$1.5 \pm 0.1 \times 10^{-6}$	672.8	464.5
FBG	$692.1 \times 10^{-6}$	$699.8 \pm 1.9 \times 10^{-6}$	$1.0 \times 10^{-6}$	$1.6 \pm 0.3 \times 10^{-6}$	692	437.4

El FGA01FC registra la señal del láser DFB del interrogador como una señal de voltaje y el diagrama del circuito para medir esta señal se muestra en la figura 3.10. Este voltaje se calcula como el producto de la responsividad ( $\mathfrak{R}=1.003 \text{ A/W}$ ) por la resistencia de carga  $R_L=1025 \pm 0.5 \Omega$  [57]:

$$V_O = P_T \times \mathfrak{R} \times R_L \quad [\text{V}] \quad (3.5)$$

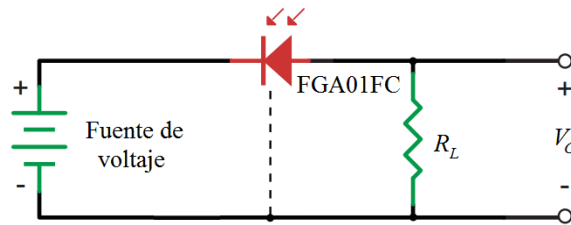


Figura 3.10. Diagrama del circuito para la medición de la señal del láser DFB.

La figura 3.11 muestra la señal total transmitida por el láser DFB con el FGA01FC, como una señal de voltaje ( $V_O$ ). La tabla 3.5 presenta los valores de la señal total registrada con el FGA01FC (figura 3.11a), el ruido de fondo (figura 3.11b), el voltaje calculado utilizando la ecuación 3.5 y la relación señal-ruido (SNR) correspondientes a la relación entre la señal total a la entrada del circulator y la señal de salida en el puerto de medición del circulator.

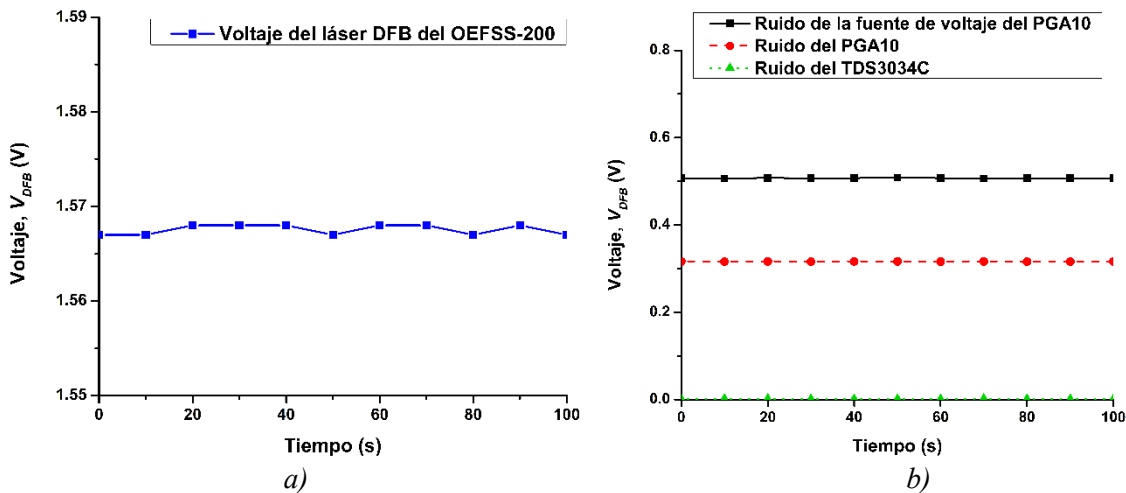


Figura 3.11. Medición del voltaje emitido por la fuente óptica del interrogador a través del circulator (del puerto 1 a puerto 3), utilizando el PGA10 con el TEK3034C: a) fuente encendida; b) ruido de fondo.

Tabla 3.5. Medición de potencia en el puerto 3 para las dos configuraciones presentadas en la figura 3.11.

	Señal: $V_o$ (V), figura 3.11a		Ruido: $V_o$ (V), figura 3.11b		SNR	
	Calculada	Medida	Calculada	Medida	Calculada	Medida
OFM	0.759	$1.563 \pm 0.0002$	0.001	$(679.7 \pm 0.8) \times 10^{-3}$	759	$2.3 \pm 0.01$
FBG	0.780	$1.568 \pm 0.0005$	0.001	$(778.4 \pm 0.8) \times 10^{-3}$	780	$2.0 \pm 0.01$

### 3.2. Medición de la deformación en la FBG

Para comprobar el comportamiento lineal de la FBG descrito en la sección 2, es necesario montar un arreglo experimental para deformar la FBG a lo largo de su eje de manera uniforme (figura 3.12b). Con el fin de tener una referencia sobre el comportamiento mecánico que debe de experimentar la FBG en el arreglo mecánico del sensor.

El montaje mostrado en la figura 3.12 elonga axialmente la FBG, mediante pequeños desplazamientos para mover el espectro óptico reflejado. El montaje consiste de una FBG de OEMARKET con una  $\lambda_B = 1549.63$  nm, una reflectividad del 91.83%, e inscrita sobre una fibra óptica estándar SMF-28e de CORNING® de 1 m de longitud. El desplazamiento de la longitud de onda de Bragg se registra con el OEFSS-200.

La FBG es colocada entre los puntos  $A$  y  $B$  de la figura 3.12a, donde el punto  $B$  se fija para que solo exista una dirección en que se estire la fibra y está puesto sobre un poste de diámetro  $\varnothing_I = 1.25$  cm. La sección  $AB$  tiene una longitud  $L_{AB} = 17.08$  cm y a partir del punto  $A$ , se enrolla la fibra óptica un total de 2 veces ( $A \times 2$ ) alrededor de la montura rotatoria de alta precisión PR01/M de THORLABS. El PR01/M tiene el micrómetro que controlará los alargamientos en la FBG. Finalmente, la bobina se fijó en el punto  $A$ , tal como se ve en la figura 3.13.

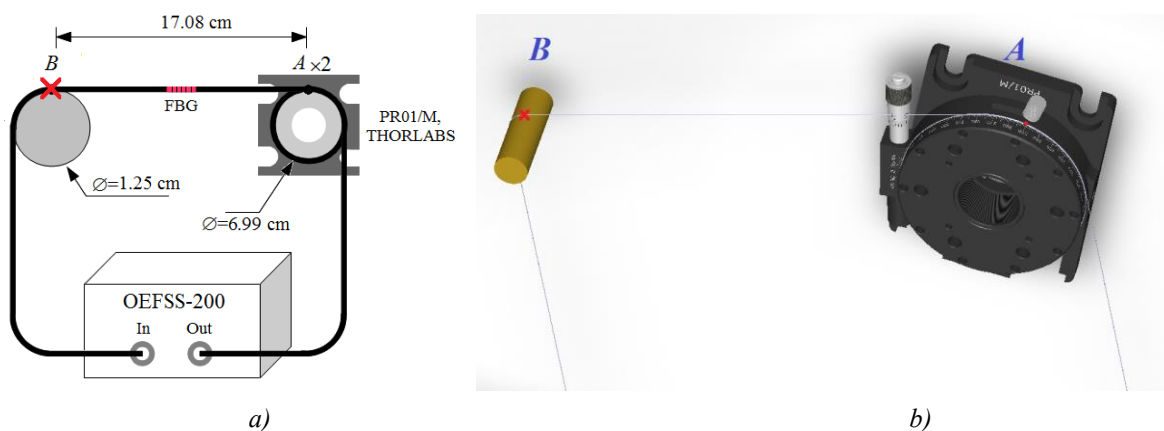


Figura 3.12. Montaje experimental para la deformación lineal de la FBG: a) esquema del montaje de la FBG en el arreglo experimental y su conexión al interrogador; b) modelo 3D del montaje.

El PR01/M tiene una rotación en la plataforma de  $360^\circ$  y el paso del micrómetro es de 2.4 arcmin ( $1 \text{ arcmin}=1/60^\circ$ ) por división, es decir, que tiene un avance de  $0.04^\circ/\text{división}$  (paso del micrómetro). La montura tiene un diámetro de  $\varnothing_2=6.99 \text{ cm}$ , lo que significa que tiene un perímetro total de  $L_2=21.96 \text{ cm}$ . Y haciendo la relación entre el paso fino del micrómetro y el perímetro total de la montura se determina el desplazamiento mínimo por paso, esta relación es de  $24.4 \mu\text{m}/\text{división}$ . Como se mencionó anteriormente, se enrolló la fibra óptica alrededor de la montura dos veces ( $A \times 2$ ), por tanto la distancia total de la bobina alrededor del punto  $A$  es de  $L_A=L_2 \times 2=43.92 \text{ cm}$ .

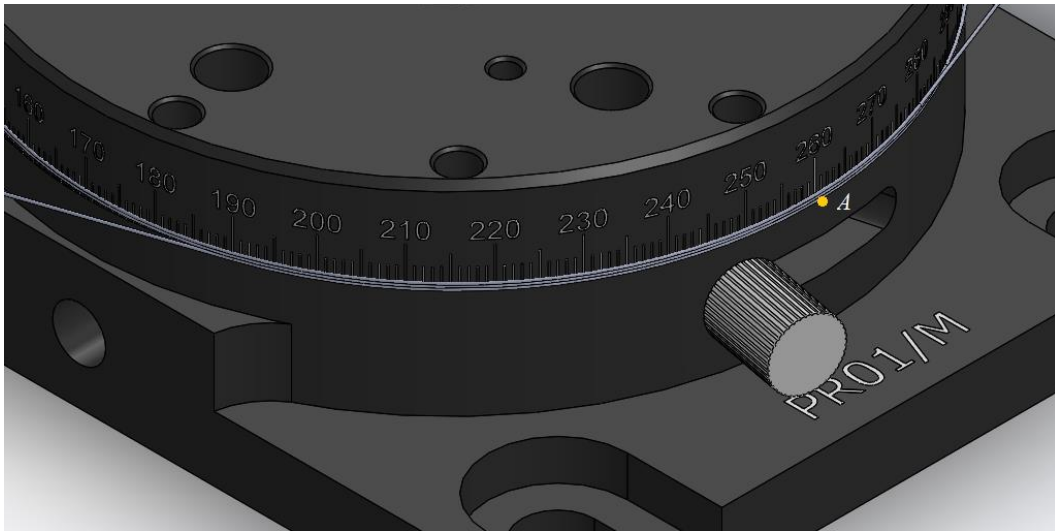


Figura 3.13. Fibra óptica alrededor de la montura y fijada en A.

Se utiliza la ecuación 2.5 para calcular deformación en la FBG, es decir el segmento longitud alargado ( $\delta_A$ ) dividido entre la longitud total de la fibra óptica que sin estirar  $L=L_A+L_{AB}=61 \text{ cm}$ .

$$\varepsilon_{\min} = \frac{\delta_A}{L} = \frac{24.4 \times 10^{-6} \text{ [m]}}{0.61 \text{ [m]}} = 40 \quad [\mu\varepsilon]$$

donde  $\delta_A=24.4 \mu\text{m}$  es el mínimo desplazamiento por paso cada paso del micrómetro que permite PR01/M; y  $L=61 \text{ cm}$  la longitud total entre los puntos  $A$  y  $B$  (considerándose también que se enrolla dos veces en el punto  $B$ ).

Los conectores de la FBG son insertados al interrogador OEFSS-200 de OELand, figura 3.12a. El instrumento está centrado a una longitud de onda central= $1550 \text{ nm}$  con un rango espectral total de  $3.5 \text{ nm}$  y una resolución de  $1 \text{ pm}$ . El OEFSS-200 monitorea los desplazamientos positivos del

espectro reflejado por la FBG, porque el espectro se desplaza positivamente con la elongación o se desplaza negativamente con la compresión.

La relación entre alargamiento de la rejilla de Bragg pre-tensada y el desplazamiento de  $\lambda_B=1549.630$  nm con la deformación cuando se elonga, se muestra en la figura 3.14. Donde la línea negra representa la tendencia teórica y los puntos rojos son las mediciones realizadas por cada paso del micrómetro, haciendo un total de 12 puntos de muestras, es decir, que la FBG se deformó un total de  $292.8 \mu\epsilon$  y la longitud de onda de Bragg se desplazó 363 pm.

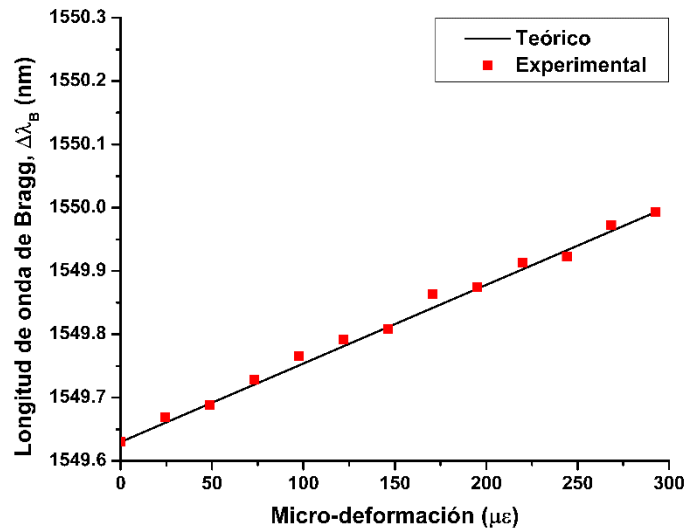


Figura 3.14. Longitud de onda de la rejilla de Bragg como función de la tensión aplicada para una rejilla de 1549.630 nm.

De la figura 3.14, se ve que existe una relación entre la descripción del comportamiento lineal de la FBG y las mediciones realizadas, dicha descripción servirá de referencia para comparar el comportamiento del sensor, cuyas deformaciones experimentadas por la rejilla de Bragg al ser colocada en la estructura del sensor, modulará también el desplazamiento de la longitud de onda de Bragg.

### 3.3. Caracterización de la deflexión del *cantilever*

El arreglo mecánico del sensor que contiene a la FBG (figura 2.3), consiste principalmente en un *cantilever*, el cual modula el periodo de la rejilla Bragg. Por lo que, es necesario determinar la distancia con la que se alarga la rejilla Bragg contenida en la fibra óptica, cuyo comportamiento fue descrito en el arreglo mecánico de la sección 3.1. El arreglo mecánico consiste de un marco y el *cantilever* (con un bloque de masa en su extremo libre) fue maquinado en aluminio 7075, utilizando los parámetros de diseño establecidos en la tabla 2.2 como referencia. La sección de fibra óptica con la FBG fue pegada en el arreglo mecánico usando pegamento de la marca Kola-

Loca como fijador. La tabla 3.6 presenta las dimensiones finales del *cantilever* con una sección transversal no-uniforme fabricado (figura 3.15) y comparándolas con los datos de los valores de diseño, junto al error porcentual correspondiente.

Tabla 3.6. Comparación entre los valores diseño y del *cantilever* después de su fabricación.

Parámetro	Valor $\pm$ 0.005 (mm)		Error porcentual (%)
	Diseño	Real	
$L_1$	29	29.27	0.93
$L_2$	16.48	16.34	0.85
$L_3$	19	19.43	2.26
$h_1$	1	1	0
$h_2$	25	24.53	1.88
$b$	17	16.42	3.41

De las dimensiones medidas para el sensor fabricado (figura 3.15) mostradas en la tabla 3.6, se calculan los siguientes parámetros:

- Una masa total efectiva de  $M=19.49$  gramos, utilizando la ecuación (2.16) y una densidad  $\rho_{AL}=2800$  kilogramos/m<sup>3</sup>. Los valores de las masas individuales calculadas (del *cantilever* y el bloque de masa) para  $M$  se validan experimentalmente con las mediciones de la tabla 3.7.
- La fuerza empleada por el sistema es  $F=(191.20\times 10^{-3})$  N, utilizando  $F=M\cdot 1g$ .
- La deflexión máxima esperada en el *cantilever* con una sección transversal no-uniforme es  $\delta_{A,cal}=58.55\pm 0.17$   $\mu$ m (de acuerdo con la ecuación 2.15, con un módulo de Young de  $E_{AL}=72$  GPa para el Aluminio 7075). Esta deflexión se valida experimentalmente en la sección 3.3.1.
- La rigidez del *cantilever* es  $k_1=3265.18$  N $\cdot$ m<sup>-1</sup>, (utilizando la ecuación 2.17).
- La rigidez de la FBG (dada por la ecuación 2.10) es  $k_2=41098.42$  N $\cdot$ m<sup>-1</sup>.

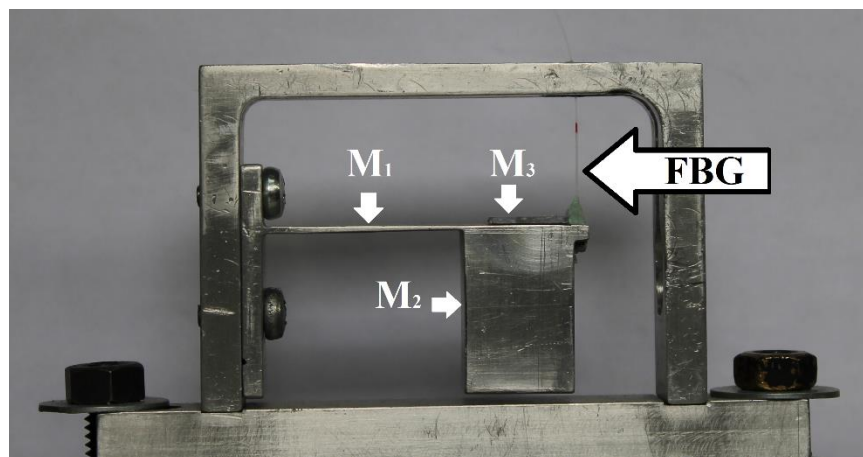


Figura 3.15. Estructura final del sensor fabricado con la FBG puesta.

Así mismo, se miden las masas correspondientes a cada elemento mecánico y del espejo altamente reflejante que será usado para medir la deflexión del *cantilever*. Esto es con el fin de asegurar que existe concordancia entre los datos calculados y los reales. Las mediciones se realizaron con una balanza analítica AL-64 de ACCULAB, la cual tiene un rango de operación de máximo de 60 gramos, y una linealidad de  $\pm 0.2$  miligramos. Obteniéndose así los siguientes datos expresado en la tabla 3.7.

Tabla 3.7. Valores finales correspondientes al *cantilever* después de su fabricación.

<i>Parámetro</i>	<i>Valor</i> $\pm 0.0002$ (gramos)
Bloque de Masa, $M_1$	19.0001
Masa del <i>cantilever</i> , $M_2$	1.735
Masa del espejo, $M_3$	0.485

El método mediante el cual se calculó la deflexión del arreglo consistente en la viga en voladizo con la FBG perpendicular con la viga, fue mediante la utilización de la deflexión del haz. Dicho método consisten en depositar un espejo altamente reflejante sobre la superficie del *cantilever*, y después se incide un haz láser sobre el espejo. Dicho haz se deflecta con cierto ángulo de inclinación y el haz deflectado incide sobre una pantalla, mediante la cual se verá un desplazamiento, este desplazamiento corresponderá con la distancia con la que se mueve el *cantilever*, debido a la deflexión.

### 3.3.1. Medición de $\delta_A$ por el método de la deflexión del haz

El desplazamiento vertical del *cantilever* ( $\delta_A$ ) se determina al proyectar un haz láser sobre un espejo (superficie altamente reflejante) en la superficie del *cantilever*, donde ocurre la máxima deflexión (figura 2.3b), y medir el desplazamiento del haz reflejado sobre una pantalla. El ángulo con el que incide el haz láser sobre el espejo no es relevante, porque el ángulo de interés es el que se proyecta sobre la pantalla respecto al espejo, el haz que incide sobre esta superficie y es proyectado sobre la pantalla tendrá un desplazamiento relativo asociado directamente con la deflexión de la viga con la FBG.

En este método es necesario emplear una superficie altamente reflejante sobre el área superior de la viga, para hacer incidir el haz láser sobre dicha superficie y proyectarla sobre una pantalla. Inicialmente se pulió la cara superior del bloque de masa, pero no se consiguió que fuera lo suficientemente reflejante para desviar el haz incidente, por lo que se colocó un espejo sobre la cara superior del bloque de la masa (ver figura 3.15 y figura 3.16). La masa del espejo se puede consultar en la tabla 3.7 y tiene un valor de  $M_3=0.485\pm 0.0002$  gramos. Debido a que el espejo está sobre el bloque de masa, la masa del espejo se añade a la masa  $M_2$ , por lo que la ecuación 2.16 se reescribe como:

$$M = M_1 + 0.23(M_2 + M_3) \quad [\text{gramos}] \quad (3.6)$$

$$M = 19.511 \pm 0.0003 \quad [\text{gramos}]$$

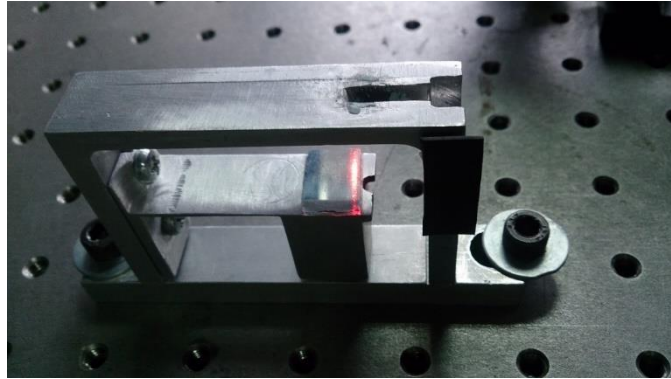


Figura 3.16. Haz incidiendo sobre el espejo que esta sobre la superficie del bloque de masa.

El diagrama del experimento realizado se muestra en la figura 3.17, en el diagrama se observa cómo se proyecta el haz láser (denotado por las flechas rojas) sobre el espejo montado en el punto el  $A$ , que está ubicado a una distancia total  $L$  entre las secciones  $BA$  de donde se encuentra empotrada la viga. El haz de refleja en el punto  $A$  y recorre una distancia  $l$ , al final de esta distancia recorrida por el haz, incide sobre una pantalla. Y el haz proyectado sobre la pantalla se desplazará respecto a la deflexión ( $\delta_A$ ) en el punto  $A$  experimentada por el sistema [58].

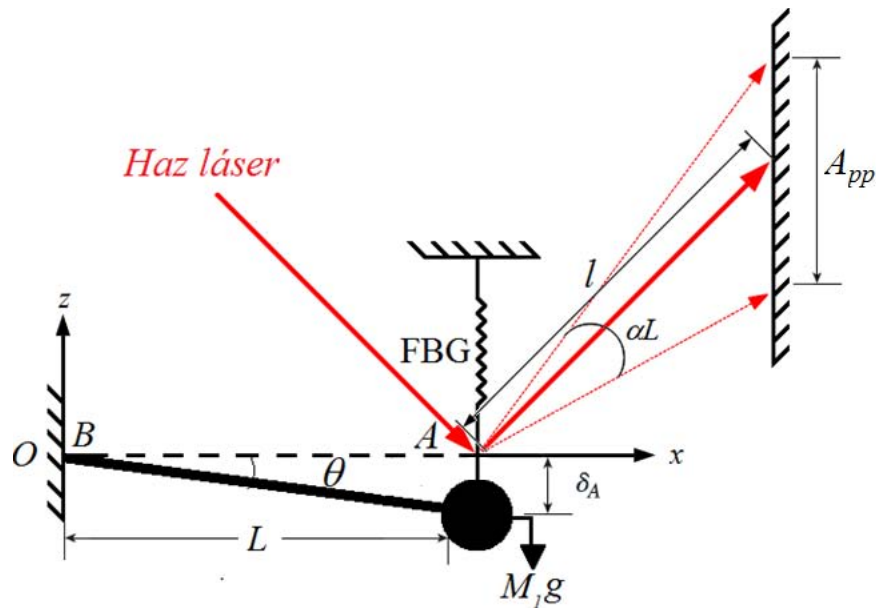


Figura 3.17. Esquema de medición del desplazamiento del *cantilever* mediante la deflexión del haz láser.



El cálculo de la relación entre el ángulo  $\theta$  desplazado, se halla al utilizar una analogía de un triángulo rectángulo correspondiente a la sección BA y la deflexión  $\delta_A$ . A partir de está la comparación de formas, entonces es posible determinar por trigonometría el ángulo al emplear la tangente, la cual es igual a la deflexión  $\delta_A$  en el punto A que es el cateto opuesto entre la longitud de la sección BA que es igual al cateto adyacente.

$$\theta = \tan \frac{\delta_A}{L} \quad [^\circ] \quad (3.7)$$

Con las dimensiones finales del *cantilever* maquinado presentadas en la tabla 3.6 y utilizando la ecuación 2.15 describe la deflexión del *cantilever*, entonces la figura 3.17 tiene una deflexión máxima calculada de  $\delta_A=58.55 \mu\text{m}$  y una longitud total en la sección AB  $L=45.6 \text{ mm}$ , al reemplazar estos datos en la ecuación 2.5 se tiene que el ángulo máximo es muy pequeño  $\theta=22.86 \times 10^{-6} \text{ }^\circ$ . Por lo que se puede decir que para ángulos muy pequeños, la aproximación es:

$$\theta = \frac{\delta_A}{L} \quad [^\circ] \quad (3.8)$$

Del esquemático presentado en la figura 3.17, se sabe que la amplitud máxima pico a pico es  $A_{pp}$ , puesto que el movimiento en el punto A se le considera oscilatorio, entonces  $S$  equivale a dos veces la variación máxima periódica o cuasi-periódica en el tiempo del desplazamiento (deflexión) en el punto A. Pero, lo que se requiere es la distancia entre el punto más alejado de la onda y su punto de equilibrio medio (amplitud) que correspondería a  $A_{pp}/2$ , la amplitud debida a la deflexión en el punto A del *cantilever* respecto a la longitud total  $l$  (desde el punto A en el que se encuentra la superficie sobre la que se proyecta el haz). Nuevamente se recurre a la trigonometría y al uso de la tangente, para hallar el ángulo con el que se desplaza el brazo de palanca formado entre los puntos A y la amplitud proyectada  $A_{pp}/2$  y como el ángulo es en extremo pequeño simplemente se le considera el cateto opuesto y el cateto adyacente.

$$\alpha = \frac{A_{pp}}{2l} \quad (3.9)$$

La simplificación para la aproximación de ángulos pequeños es conveniente ya que tiene una precisión aceptable cuando el ángulo tiende a cero. Para un ángulo específico (en radianes)  $\tan(\theta) \approx \theta$  y  $\tan(\alpha) \approx \alpha$ , el ángulo  $\theta$  será aproximadamente al ángulo  $\alpha$ ,  $\theta \approx \alpha$ .

Ahora que se ha establecido que ambos ángulos son aproximadamente iguales, entonces se tiene que las ecuaciones 3.8 y 3.9 serán iguales:

$$\frac{\delta_A}{L} \approx \frac{A_{pp}}{2l} \quad (3.10)$$

Entonces de la igualdad establecida en la ecuación 3.7, se procede despeja respecto a  $\delta_A$  que es la variable que se desea hallar. Por lo que la aproximación final queda como la amplitud  $A_{pp}/2$  por la longitud de la sección  $BA$  de la viga entre la distancia  $l$  del punto  $A$  hasta la pantalla donde se proyecta el haz,

$$\delta_A = \frac{A_{pp}L}{2l} \quad [\text{m}] \quad (3.11)$$

Al conocerse la teoría referente y el principio de funcionamiento correspondiente a la deflexión del haz láser al reflejarse sobre una superficie altamente reflejante. Mediante este método, debido a la dependencia de la longitud  $l$  con la que se extienda el haz, puesto que las deflexiones  $\delta_A$  son tan pequeñas que la amplitud  $A_{pp}$  también es pequeña y los desplazamientos  $A_{pp}/2$  serán en extremo pequeños para poder apreciarse y caracterizarse.

Para que la amplitud  $A_{pp}$  sea apreciable, el camino óptico se debe proyectar tan lejos como sea posible, considerando las dimensiones y limitaciones del espacio de trabajo que el laboratorio ofrece. Las pruebas realizadas en el laboratorio, se considera que la mínima fuerza medible es aquella debida a la aceleración de la gravedad. Las pruebas para la medición de la deflexión del haz, consideran dos desplazamientos fundamentales:

1. Cuando el desplazamiento  $\delta_A=0 \mu\text{m}$ : no hay deflexión, el *cantilever* se halla en una posición de equilibrio promedio. Esto se logra al colocar una lámina entre la base del sensor y el bloque de masa (figura 3.18a), lo que resulta en una restricción en el movimiento del bloque de masa.
2. Cuando el *cantilever* oscila libremente (figura 3.18b): la lámina de la figura 3.18a es retirada y el *cantilever* tiene una deflexión  $\delta_A$  para una aceleración de 1 g, porque no se aplica ninguna vibración externa en el sensor.

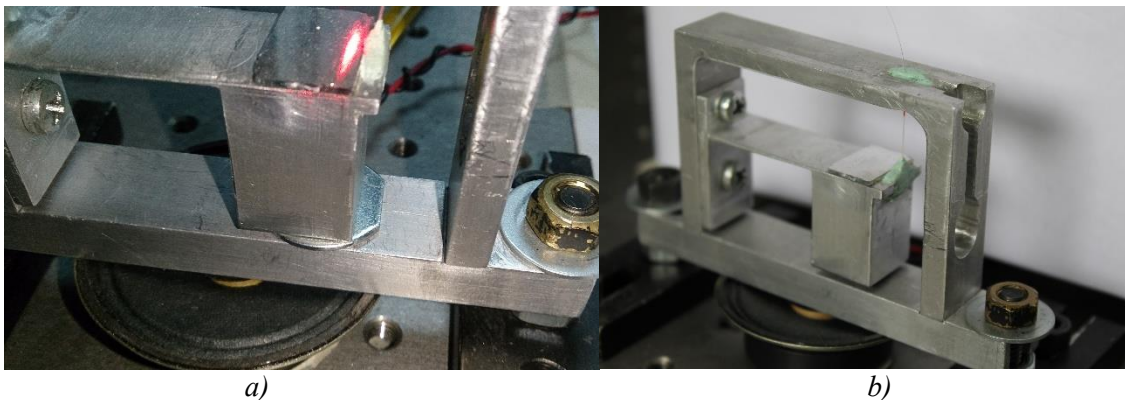


Figura 3.18. Estados fundamentales del *cantilever*: a) sin deflexión; b) deflexión natural, propia de la viga ante la gravedad de Tierra.

La posición de equilibrio promedio se determinó cuando el espectro reflejado por la rejilla Bragg en el interrogador, coincidiera con su longitud de onda central en 1549.63 nm. Para mayor estabilidad en las mediciones, el sensor fue colocado sobre una mesa óptica de THORLABS modelo B6090A, a fin de minimizar las señales mecánicas externas.

La deflexión de la viga en voladizo fue medida empleando un láser que se refleja en el punto *A* como brazo de palanca, para el método de la deflexión del haz, figura 3.19. El haz láser se refleja en el punto *A* mediante un espejo altamente reflejante y es proyectado a la mayor distancia posible hasta incidir sobre una superficie plana, figura 3.20.

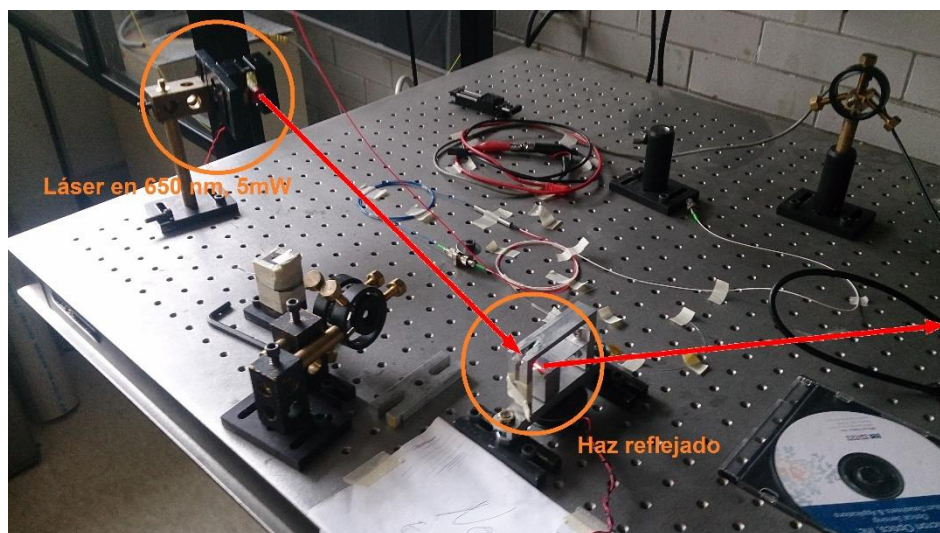


Figura 3.19. Arreglo experimental sobre la mesa óptica para la reflexión del haz láser.



Figura 3.20. El haz reflejado de la figura 3.20 continua proyectándose hasta la puerta del laboratorio, a lo largo de una distancia máxima de  $5.740 \pm 0.0005$  m.

La figura 3.21 presenta las pendientes que se forman a partir de las amplitudes (desplazamiento del haz proyectado en el *cantilever*) respecto a las distancias a las que se proyecta el haz, marcado con líneas punteadas negras. A partir de estas mediciones, se calcula la amplitud promedio  $A_{pp1,prom}=5.35\pm 0.005$  mm proyectada a una distancia de  $l_1\approx 2.160\pm 0.0005$  m y una amplitud de  $A_{pp2,prom}=14.27\pm 0.005$  mm a una distancia de  $l_2\approx 5.740\pm 0.0005$  m. Estas amplitudes forman una pendiente y se marca en la figura 3.21 con una línea roja. Al sustituir estos valores en la ecuación 3.11, se obtiene un desplazamiento máximo promedio para el *cantilever*  $\delta_{A,prom}=56.69\pm 0.15$   $\mu\text{m}$ . Al comparar la deflexión promedio ( $\delta_{A,prom}$ ) con la deflexión calculada ( $\delta_{A,cal}=58.55\pm 0.17$   $\mu\text{m}$ ) en la sección 3.3, se obtiene que el error relativo porcentual de 3.18%.

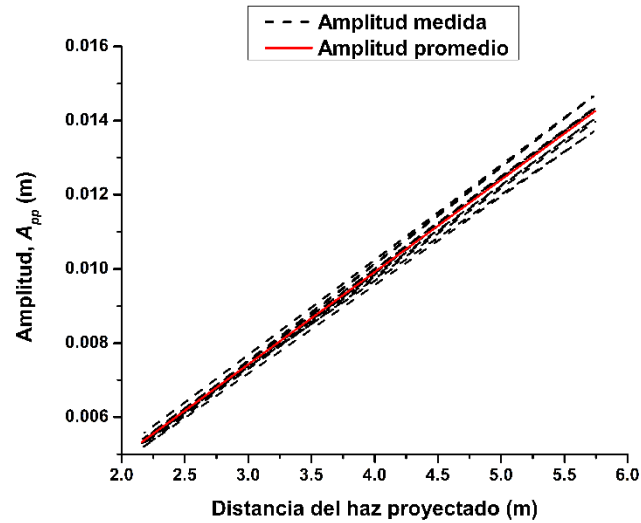


Figura 3.21. Pendientes correspondientes a la amplitud  $A_{pp}$  proyectada en la pantalla respecto a la distancia total recorrida por el brazo de palanca óptico.

Simultáneamente, se mide las señales de voltaje para cada uno de los estados de la viga (figura 3.18) utilizando un fotodetector FGA01FC de THORLABS y se registra la señal con un osciloscopio TDS 3034C de TEKTRONIX con una ventana de tiempo de 100 s. La figura 3.22a presenta las mediciones de la señal de voltaje cuando la viga en voladizo se halla en una posición de equilibrio promedio (el desplazamiento en  $\delta_A$  está restringido), con una amplitud promedio de  $1.55\pm 0.005$  V y una repetibilidad de 94.5%. En la figura 3.22b están las señales de voltaje correspondientes al *cantilever* oscilando libremente, con una amplitud promedio de  $1.67\pm 0.005$  V y una repetibilidad de 91.3%. Las mediciones mostradas en la figura 3.22 fueron realizadas en el mes de marzo de 2015.

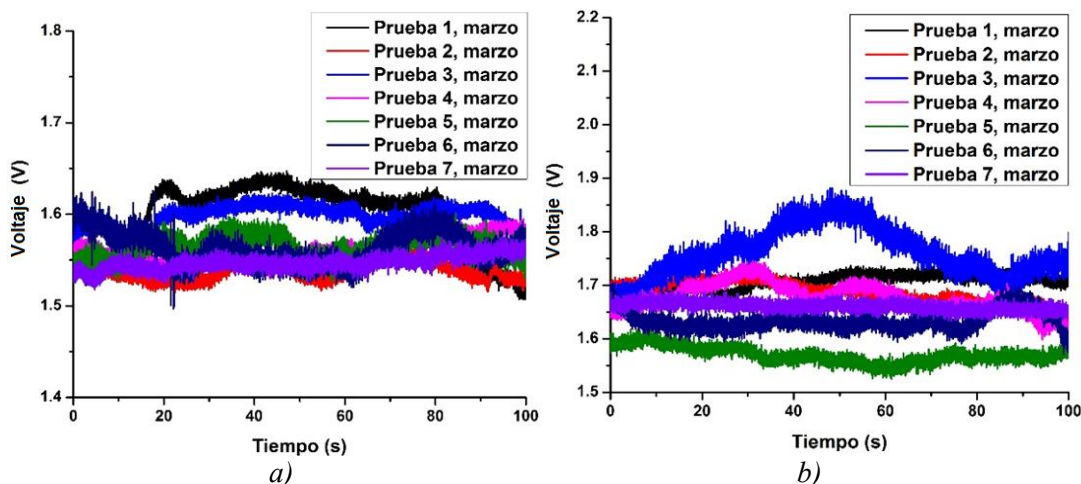


Figura 3.22. Gráficas de voltajes correspondientes al *cantilever* cuando se encuentra: a) sin deflexión; b) oscilando libremente.

La figura 3.23 muestra las mediciones de la señal de voltaje de la viga oscilando libremente, las cuales se realizaron 3 meses después de la serie de pruebas realizadas durante el mes de marzo de 2015 y se denota que la señal ha disminuido de un tercio respecto a la señal original mostrada en la figura 3.22a, resultando en una señal promedio de  $0.518 \pm 0.0002$  V y con una repetibilidad del 99%.

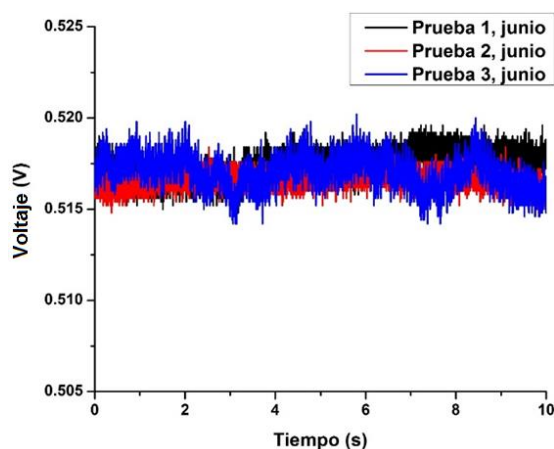


Figura 3.23. Gráfica de la señal de voltaje del *cantilever* cuando está oscilando libremente.

### 3.4. Medición del desplazamiento de $\lambda_B$

Ahora, se proceder a comprobar de manera experimental los desplazamientos de los espectros reflejados por la FBG, que se deben a la deformación axial experimentada. La deformación es causada por la deflexión ( $\delta_A$ , que ocurre en el extremo libre del *cantilever*) y que está directamente relacionada con la aceleración. En la sección 3.3.1 se consideró que el *cantilever* puede hallarse en dos estados fundamentales: cuando no hay deflexión  $\delta_A = 0$   $\mu\text{m}$  y cuando el *cantilever* se flexiona  $\delta_A = 59.67 \pm 0.15$   $\mu\text{m}$  (sección 3.3.1) por la acción de la gravedad de la Tierra. Los desplazamientos



del espectro reflejado por la FBG, se registran con un interrogador de rejillas de Bragg OEFSS-200 que tiene una resolución de 1 pm.

El arreglo experimental (figura 3.24b) consiste de un interrogador OEFSS-200, el cual cuenta con su propia fuente de luz y un fotodetector. La configuración utilizada es similar a la empleada en la figura 3.7b, para caracterizar la potencia de la fuente de luz del interrogador. En este caso, en vez de detectarse el cambio en la potencia con respecto al tiempo por medio de un multímetro óptico, se utilizará el fotodetector del interrogador para medir el cambio en la longitud de onda respecto a la deformación.

El arreglo de la figura 3.24b funciona de la siguiente manera: el espectro de luz de la fuente óptica del interrogador entra al circulador por el puerto 1 (fibra roja, figura 3.25), entonces circula el espectro de la fuente hasta salir por el puerto 2 (fibra azul, figura 3.25) hasta incidir con la FBG, es ahí cuando se refleja de regreso por el puerto 2 un pico que corresponde a la longitud de onda de Bragg. El pico reflejado por la FBG sale por el puerto 3 del circulador (fibra blanca, figura 3.25) y se conecta a la entrada del interrogador.

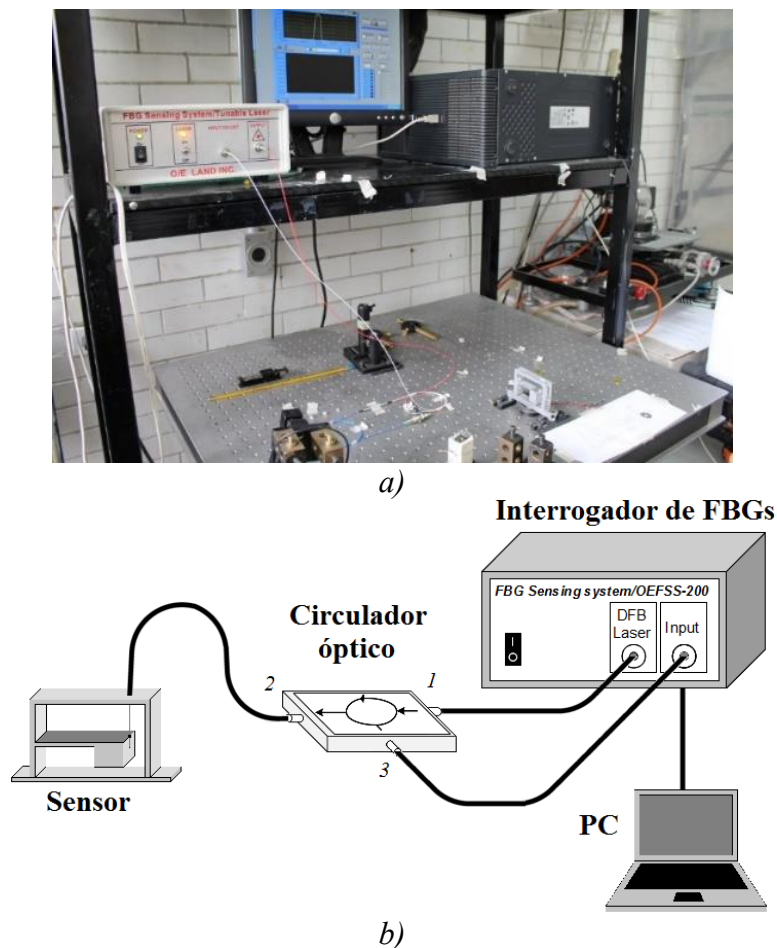


Figura 3.24. Montaje experimental para la medición del desplazamiento de la longitud de onda de Bragg utilizando el OEFSS-200: a) foto del montaje experimental; b) esquema de medición.

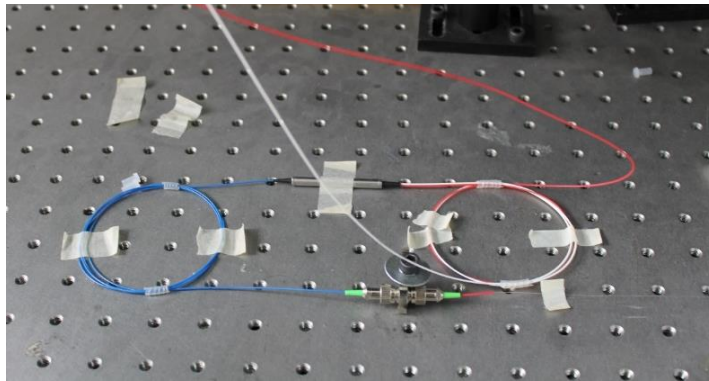


Figura 3.25. Circulador óptico CIR-3-1550-A-1-FA.

Para la medición del espectro óptico reflejado por la FBG, se toma en cuenta que se utilizó una rejilla de Bragg con una reflectividad de  $R=91.83\%$  y una longitud de onda central en  $\lambda_B=1549.630$  nm. Además, en la sección 2.1.3 se estableció que la razón del cambio en la longitud de onda de Bragg respecto a la aceleración se conoce como coeficiente de sensibilidad ( $S$ ). Y al conocer los dos estados fundamentales en que se puede establecer el *cantilever* (sin deflexión y con deflexión) ante una aceleración de 1 g, se halla la razón de cambio de la longitud de onda de Bragg ante un 1 g de aceleración. Para lo cual, se realizaron dos ciclos independientes de mediciones con el interrogador OEFSS-200. En el primero ciclo de medición (figura 3.26) la FBG está tensada dentro del arreglo mecánico sin ninguna deflexión en el *cantilever*, ver figura 2.5a y figura 3.18a.

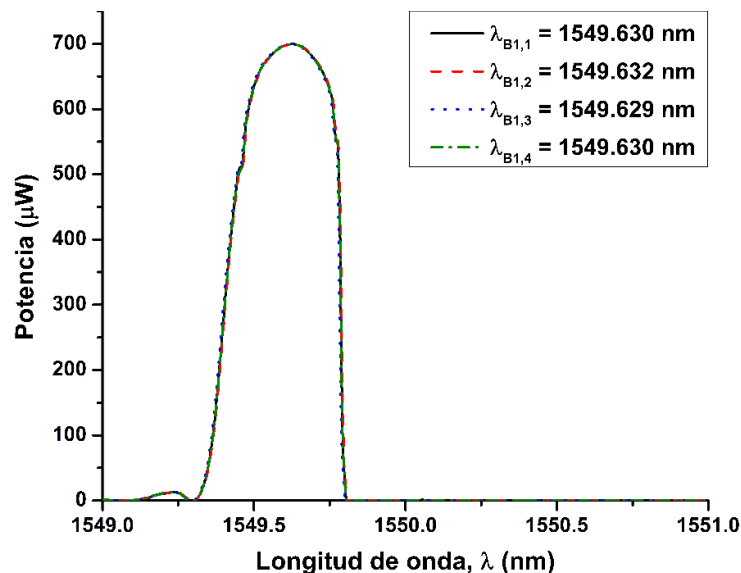


Figura 3.26. Espectro reflejado por la FBG en ausencia de deflexión por parte del *cantilever*.

De la figura 3.26, la longitud de onda de Bragg promedio medida es  $\lambda_{B1}=1549.622$  nm, mostrando una repetibilidad del 98.9% y un error porcentual respecto del 1.27% al valor de  $\lambda_B=1549.630$  nm ofrecido por el fabricante.

En el segundo ciclo, cuando el *cantilever* con una sección transversal no-uniforme se encuentra oscilando libremente debido a la aceleración gravitacional, la longitud de onda de Bragg se desplaza positivamente como se ve en la figura 3.27. A partir de estas mediciones, se obtiene que la longitud de onda promedio es  $\lambda_{B2}=1549.971$  nm con una repetibilidad del 95.2%.

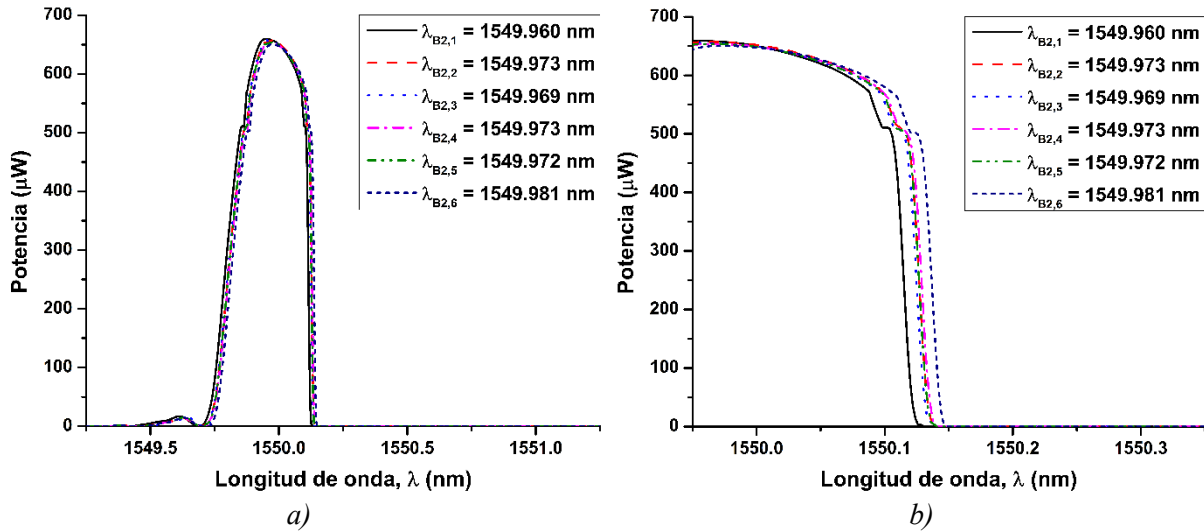


Figura 3.27. Espectro reflejado por la rejilla de Bragg cuando el sistema se encuentra oscilando libremente. a) Picos reflejados; b) vista parcial de la parte derecha de los espectros reflejados, se aprecia el desplazamiento en los espectros.

A partir de las dimensiones finales del sensor en la tabla 3.6 y los valores de las masas en la tabla 3.7, se obtiene el coeficiente sensibilidad (ecuación 2.19)  $S=381.26\approx 381$  pm/g el sensor, con un error porcentual del 0.1% en comparación con el sensibilidad teórica calculada  $S=380.73$  pm/g en la sección 2.2. Y la diferencia entre las longitudes de onda de los ciclos de medición con el *cantilever* sin deflexión (ver figura 3.26) y con deflexión (ver figura 3.27), resulta en un desplazamiento de la longitud de onda de Bragg:

$$\Delta\lambda_B = \lambda_{B2} - \lambda_{B1} = (\lambda_{B2} - 1549.622 \text{ [nm]}) \quad [\text{m}] \quad (3.12)$$

donde  $\lambda_{B1}=1549.622$  nm es la longitud de onda de Bragg promedio medida en ausencia de deflexiones en el sensor.

El coeficiente de sensibilidad ( $S$ , expresado en la ecuación 2.19) está en términos del desplazamiento de la longitud de onda de Bragg (ecuación 3.12) respecto a una aceleración



experimentada de 1 g. Pero, se determinó que el coeficiente de sensibilidad es  $S=381$  pm/g, por lo tanto la ecuación 2.19 se puede despejar en términos de la única incógnita: la aceleración. Esta nueva expresión (ecuación 3.13), muestra que la aceleración es el resultado del desplazamiento de la longitud de onda de Bragg respecto del coeficiente de sensibilidad:

$$S = \frac{\Delta\lambda_B}{g} \quad \left[ \frac{\text{m}}{\text{g}} \right] \quad \rightarrow \quad g = \frac{\Delta\lambda_B}{S} = \frac{(\lambda_{B2} - 1549.622 \text{ [nm]})}{381 \text{ [pm/g]}} \quad \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \quad (3.13)$$

La aceleración que experimenta el sensor durante las mediciones del desplazamiento del espectro reflejado (figura 3.27) por la deflexión del *cantilever*, se muestra en la figura 3.28.

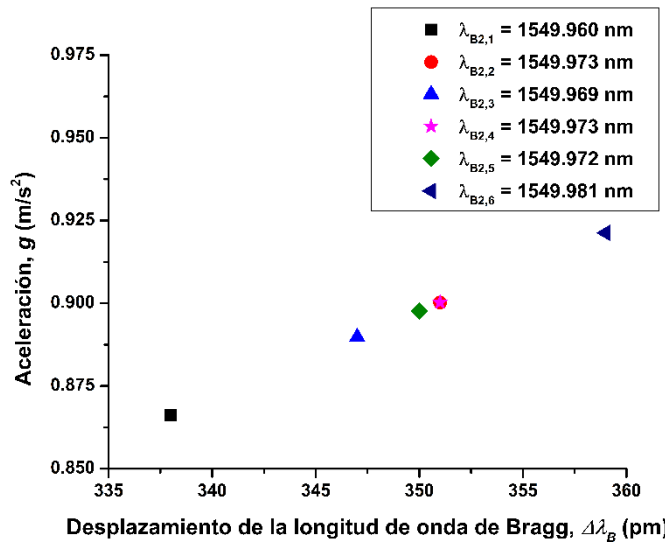


Figura 3.28. Aceleración experimentada por el sensor, en términos del desplazamiento de la longitud de onda de Bragg respecto a la longitud de onda central.

También, se obtiene que la aceleración promedio experimentada por el sensor durante las mediciones es  $0.916 \text{ m/s}^2$ :

$$g = \frac{\Delta\lambda_B}{S} = \frac{(1549.971 \text{ [nm]} - 1549.622 \text{ [nm]})}{381 \text{ [pm/g]}} = 0.916 \quad \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

donde  $\lambda_{B2}=1549.971$  nm es la longitud de onda promedio registrada, a causa de la elongación de la FBG (figura 3.27).

### 3.5. Medición de frecuencias

En la sección 2.1.5 se describió el comportamiento teórico del sensor, un cambio en la ubicación y posición de la FBG modificó la frecuencia natural del sistema ( $f_n$ ). Al utilizar las masas total efectiva ( $M=19.511$  gramos) de la ecuación 3.6 y los nuevos coeficientes de rigidez  $k_1=3265.18$  N/m y  $k_2= 40188.88$  N/m (para la viga y la FBG respectivamente, calculados con los datos de la tabla 3.6 y la masa total efectiva  $M$ ) en el análisis de D'Alembert para el sensor como un sistema masa resorte sin amortiguamiento (ecuación 2.28), la frecuencia natural teórica calculada es  $f_n=237.5$  Hz.

La frecuencia natural teórica se valida al medir la respuesta del sensor con un barrido de frecuencias. Para hallar el rango de frecuencias en las que opera el sensor con un comportamiento conocido, se dispuso de un arreglo experimental (mostrándose el esquema del montaje experimental completo para la medición del acelerómetro en la figura 3.29a) que utiliza una bocina BOC-200 de STEREN por debajo del sensor con la finalidad de inducir vibraciones con una forma de onda y frecuencias conocidas (figura 3.29b). Estas vibraciones son proporcionadas por un generador de señales 33521A de AGILENT, para la detección de la respuesta se utilizó un fotodetector FGA01FC de THORLABS y finalmente se visualizó y registró la señal mediante un osciloscopio TDS3034C de TEKTRONIX. Para cada señal sinusoidal aplicada en el sensor por el generador de señales, se monitoreo el cambio de la amplitud de la señal de voltaje.

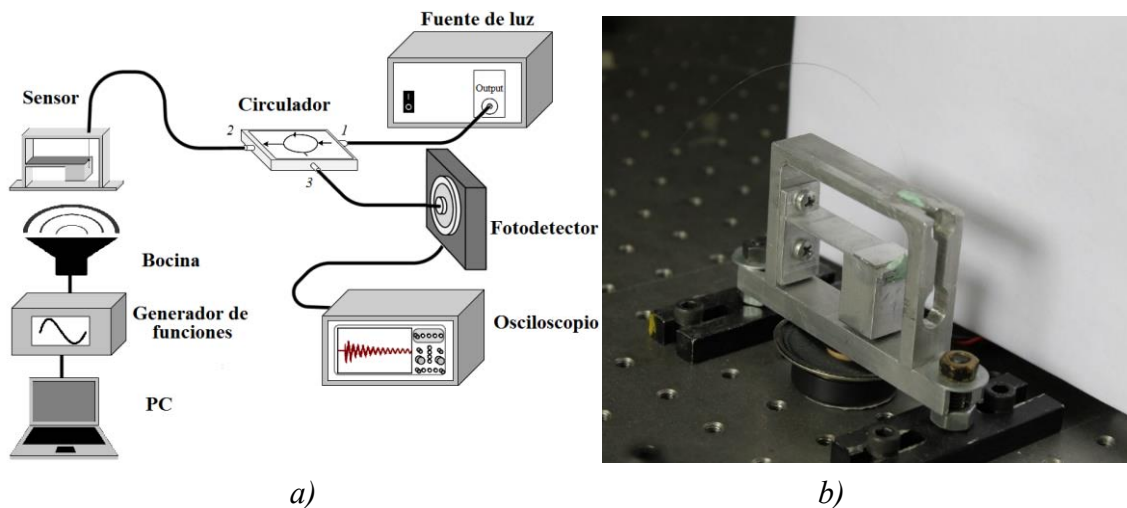


Figura 3.29. a) Esquema experimental del sensor; b) Bocina colocada debajo del sensor para inducir vibraciones a diferentes frecuencias en el sensor.

La gráfica mostrada en la figura 3.30 presenta los resultados de la medición de la frecuencia. En las pruebas realizadas se incrementó la frecuencia de la señal de entrada en la bocina de 0.05 Hz hasta 250 Hz, esta prueba fue repetida tres veces para verificar la repetibilidad del sistema. Estas mediciones fueron realizadas en marzo de 2015 y se muestran dos pendientes: una pendiente para la respuesta en frecuencia de 0.05 Hz hasta  $\sim 10$  Hz (un rango de operación aproximadamente de

9.95 Hz, una repetibilidad del 93.4%), y una segunda pendiente de 10 Hz hasta 210 Hz (en este caso el rango de operación efectivo es de 200 Hz).

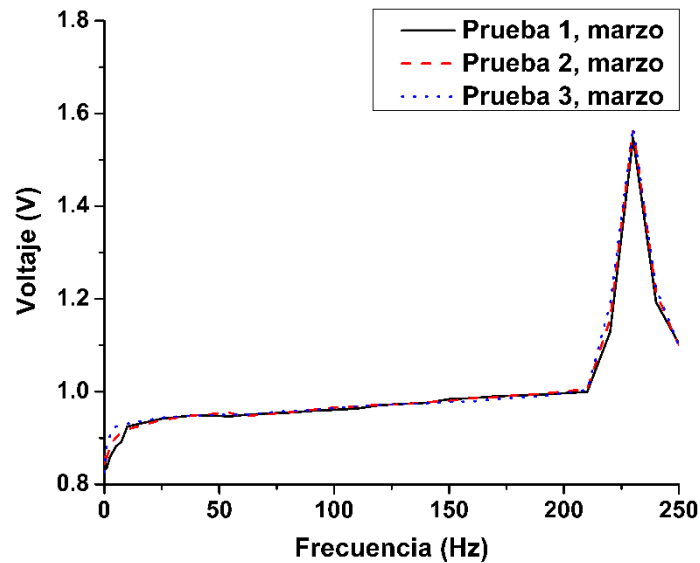


Figura 3.30. Gráfica de amplitud-frecuencia de las mediciones realizadas en marzo de 2015.

Tres meses después, figura 3.31, se realizó nuevamente el barrido de frecuencias para obtener la respuesta completa de la relación entre las frecuencias y su respectiva amplitud, con un rango de frecuencias que va de 60 Hz hasta 260 Hz. La respuesta es lineal en el rango de frecuencias de 60 Hz a 180 Hz, por lo que el rango de frecuencias en que la respuesta de frecuencias es lineal a lo largo de 120 Hz.

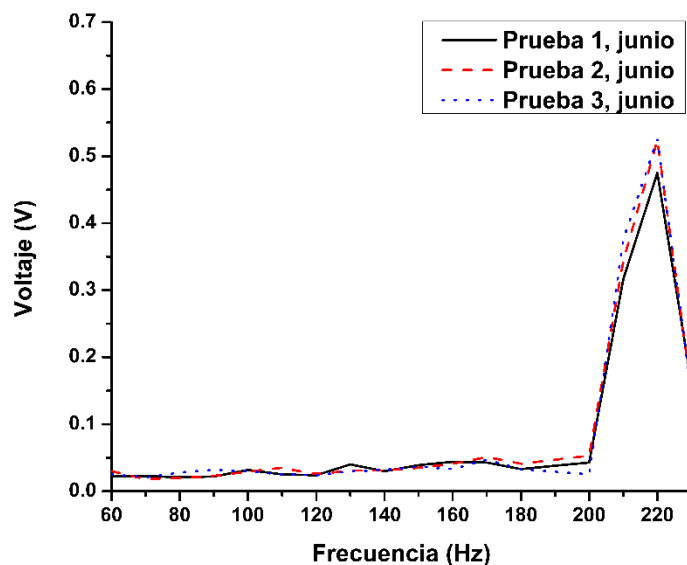


Figura 3.31. Gráfica de amplitud-frecuencia mediciones realizadas en junio de 2015.

### 3.5.1. Frecuencia natural del sensor

Es bien conocido que cuando la frecuencia emitida por una fuente de ondas llega a coincidir con la frecuencia natural del sistema (en este caso, el acelerómetro óptico), se obtiene una condición conocida como resonancia. En condición de resonancia, una fuerza de magnitud pequeña aplicada por el emisor puede lograr grandes amplitudes de oscilación en el sistema resonador, creando con ello perturbaciones marcadas en el sistema resonador. Aunque la condición de resonancia es indudablemente un estado en el cual no se desea que el sistema se encuentre, al mismo tiempo esta condición determina cuál será el rango de frecuencias a las que puede operar sin crear una inestabilidad en el sistema, es decir, hasta qué punto el sistema es confiable. Al dejar el *cantilever* con una sección transversal no-uniforme oscilando libremente, la frecuencia natural del sensor puede ser obtenida al aplicar la transformada rápida de Fourier (o FFT por sus siglas en inglés, *Fast Fourier Transform*) al dominio del tiempo de los datos, registrando una señal lo suficientemente larga para poder obtener su espectro de frecuencia.

Para siete diferentes mediciones con una ventana de tiempo de 100 s cuando el *cantilever* se encuentra oscilando libremente (figura 3.22b), simultáneamente se registra el espectro de frecuencia aplicando la FFT (figura 3.32) para obtener las frecuencias predominantes al momento de tomar la medición. Al comparar la frecuencia natural promedio del prototipo del sensor fue de  $f_{n,prom}=227.3$  Hz (figura 3.22b) con la frecuencia natural teórica calculada  $f_n=237.5$  Hz con la ecuación 2.28 (para una  $M=19.511$  gramos,  $k_1=3265.18$  N/m,  $k_2=40188.88$  N/m y  $L=45.61$  mm) se tiene un error porcentual del 4.3% respecto al valor teórico esperado y una repetibilidad del 98.1%. En la figura 3.32 se encuentran otras dos componentes adicionales, picos, que se hallan en las frecuencias de 27 Hz, 151.5 Hz y 180 Hz, las cuales pueden ser atribuidas al hecho de que el dispositivo no está completamente aislado del ruido mecánico y además de que hay otros laboratorios alrededor del sitio de trabajo, así como también hay máquinas trabajando casi todo el día

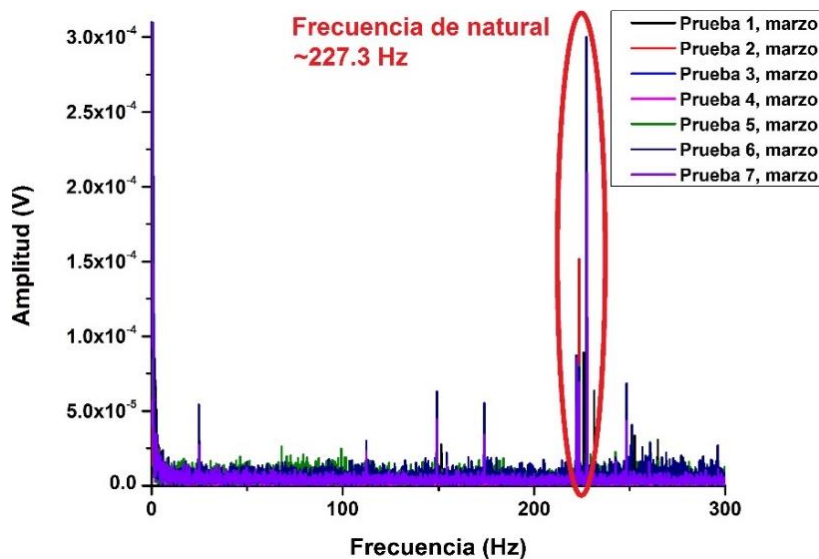


Figura 3.32. Obtención de la frecuencia natural del *cantilever* oscilando libremente a partir del espectro de frecuencias.

La figura de arriba representa el espectro de frecuencias de las señales cuando la viga se encuentra oscilando libremente durante las pruebas 7 realizadas el mes de marzo de 2015. Además, solo 6 de las 7 pruebas realizadas tiene los picos máximos centrados alrededor de 227.55 Hz, debido a que la prueba 2 tiene su máxima componente en 223.56 Hz. Estos datos se grafican en la figura 3.33 y se muestra la tendencia de la frecuencia de resonancia a partir de las mediciones realizadas.

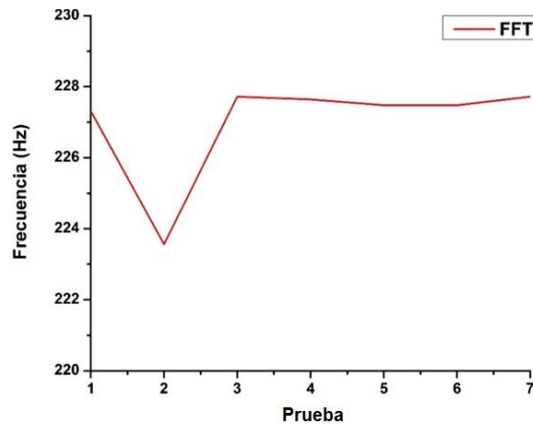


Figura 3.33. Frecuencias de resonancia por muestreo, en el eje x de muestras representa el número de prueba realizada.

La figura 3.34 grafica el espectro de frecuencias de las señales de voltaje en la figura 3.23, las cuales se tomaron tres meses después de tomar las mediciones en marzo. La señal de resonancia permanece casi intacta, y se desplaza 15.1 Hz respecto a las mediciones anteriores de frecuencia anteriores, quedando en una frecuencia de resonancia promedio de 242.4 Hz. Demostrándose que el sistema se sigue comportando de manera casi igual a la descrita en por la ecuación de movimiento 3.23.

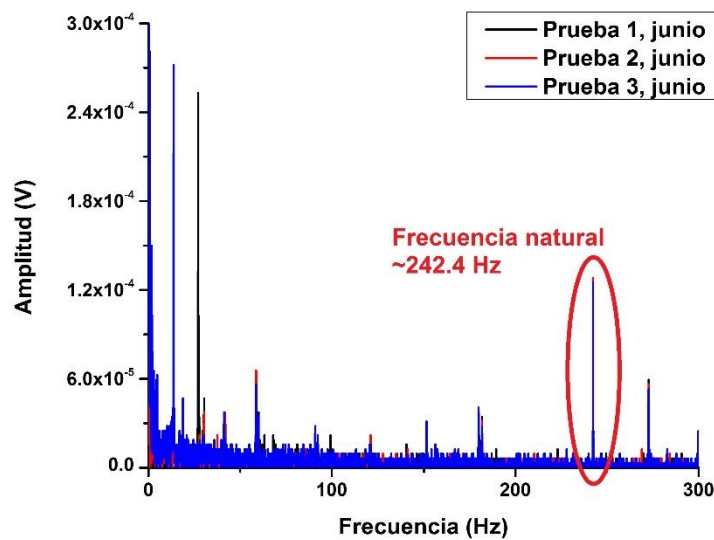


Figura 3.34. Espectro de frecuencias del *cantilever* oscilando libremente.

### 3.6. Resumen del capítulo

Se ha comprobado a lo largo del trabajo que un cambio en la posición y ubicación de la FBG, no solo deforma axialmente la FBG de manera uniforme, sino que modificó e incrementó la frecuencia natural del sistema al utilizarse la FBG como resorte (por su comportamiento elástico, consultar sección 2.1.5). En esta sección, los valores teóricos de sensibilidad (380.73 pm/g) y frecuencia natural (237.5 Hz) del sensor (calculados en la sección 2) se comprobaron de manera experimental. Donde la sensibilidad experimental ( $S$ ) difiere en 0.1% respecto al valor estimado, al igual que la frecuencia natural ( $f_n$ ) difiere en ~4% respecto al valor estimado.

A partir de las medición de la longitud de onda de la FBG cuando el *cantilever* está estático sin ninguna perturbación externa, se obtuvo que el valor ofrecido por el fabricante difiere en 0.1% respecto al valor medido (1549.622 nm). Y cuando el sistema oscila libremente, el valor promedio de la longitud de onda de Bragg es 1549.971 nm.

Aunque se realizaron diversas mediciones para determinar la longitud de onda de Bragg promedio desplazada (1549.971 nm), que corresponde a una aceleración de 0.916 m/s<sup>2</sup>. Sin embargo, se debe de considerar que el tiempo de adquisición y procesamiento del interrogador que es ~1:20 min = 80 s, y que el sistema oscila libremente con una frecuencia de 227.3 Hz. Por lo tanto, la longitud de onda de Bragg desplazada y la aceleración reales pueden tener valores superiores a los medidos.

Al utilizar una bocina para generar vibraciones con diferentes frecuencias y la FFT, se midió y analizó la correspondencia que existe entre lo emitido por la bocina y lo medido con el sensor. El espectro de frecuencia que se obtuvo a partir de estas mediciones, permitió identificar la frecuencia a la que se encontraba oscilando el sensor en cada prueba realizada. Aunque el sistema responde de manera similar a lo calculado (tomando como referencia la frecuencia), difiere entre lo experimental y teórico. Esta diferencia se puede atribuir a: desalineación y/o error en el posicionamiento de la fibra que contiene la rejilla de Bragg, así como imperfecciones durante la fabricación del *cantilever*.

# Conclusiones

El objetivo final de la presente tesis, fue la implementación de un acelerómetro uniaxial con una FBG como elemento sensor, y seleccionando la dirección vertical  $z$  como la dirección de interés a analizar. Para restringir el movimiento de la FBG al eje  $z$ , tener una deformación axial uniforme y medir vibraciones con frecuencias bajas y moderadas se empleó un *cantilever*. Porque el *cantilever* presenta un diseño sencillo y la deformación por deflexión en la viga se transfiere simultáneamente a la FBG, resultando en un cambio en la longitud de onda de Bragg proporcional a la deformación experimentada por el *cantilever*. Además, pueden operar a frecuencias bajas y moderadas agregado una masa en su extremo libre. Este *cantilever* se analizó como una viga en voladizo empotrada con un bloque de masa conectado en su extremo libre. Estos dos elementos tienen forma de prisma rectangular y en conjunto forman un nuevo sólido, un *cantilever* con una sección transversal no-uniforme. Al colocar la rejilla de Bragg en posición vertical (en línea con el eje vertical  $z$ ) donde ocurre la máxima deflexión del *cantilever*, se maximizó linealmente la deformación y la FBG (por sus propiedades elásticas) actuó como un resorte que modificó e incrementó la frecuencia natural del *cantilever*.

A partir del análisis de la sección 2.1.1 para la deformación en la FBG, se halló que la razón del cambio en la longitud de onda de Bragg con la aceleración (coeficiente de sensibilidad) fue de 381 pm/g. Pero este análisis no desprecia la temperatura, porque se consideró que la deformación experimentada por la FBG debido a la aceleración varía con mucho con mayor rapidez que el cambio de la temperatura con el tiempo y que la temperatura del cuarto de pruebas era estable. Y por lo tanto, el cambio de temperatura es muy bajo como para tener una influencia significativa en la ecuación 2.1. Experimentalmente, el desplazamiento promedio de la longitud de onda de Bragg fue de 349 pm, lo que resultó en una aceleración promedio experimentada de  $0.916 \text{ m/s}^2$ . Adicionalmente, con la sensibilidad del sensor y un interrogador (como el OEFSS-200) con una resolución de 1 pm, se podrían detectar aceleraciones de hasta  $2.6 \times 10^{-3} \text{ g}$ .

La sección 2.2 demostró teóricamente que el esfuerzo aplicado sobre la FBG fue de 36.97 MPa y es mucho menor a la condición máxima establecida en la literatura [2,3] de  $\sim 1 \text{ GPa}$ . Además, que la fuerza aplicada axialmente calculada fue de 1.82 N, esto está por debajo de la fuerza límite de 20 N establecida por la literatura [1,56]. Estos parámetros resultan en una reducción de la probabilidad de fractura en la rejilla de Bragg a un 0.001% y prolonga la vida útil hasta un aproximado de 20 años. También estos parámetros indican que la máxima que se puede registrar antes de dañar la FBG por completo es de 10.97 g.

En la sección 2.1.5 no consideró el amortiguamiento provocado por el aire que rodea al *cantilever*, porque el área de la superficie del sensor en contacto con el aire es mucho menor que el volumen de aire en el cuarto de pruebas.

La frecuencia natural del sistema determina el rango de frecuencias en que puede operar el sensor. Mediante un barrido de frecuencias, se encontró que el ancho de banda efectivo del sensor

(rango de operación con un comportamiento conocido) es de 200 Hz para las frecuencias de 10 Hz hasta 210 Hz y a partir de los espectros de frecuencia se obtiene que la frecuencia natural es 227.3 Hz, figura 3.32, con un error de 4.3% respecto valor teórico calculado de 237.9 Hz.

En la figura 3.32 fueron detectadas otras componentes de frecuencias, porque las pruebas sobre la mesa óptica no fueron adecuadamente aisladas de las vibraciones mecánicas externas, tales como: talleres de trabajo, personas caminando y otros experimentos que se llevaron a cabo en el mismo laboratorio. Tres meses después de los experimentos realizados en marzo de 2015, la caracterización de la frecuencia natural (figura 3.31) y la curva de frecuencia-amplitud (figura 3.34), se obtuvo que la frecuencia natural se había desplazado de 227.3 Hz a 242.4 Hz y el ancho de banda paso a ser de 200 Hz a 120 Hz. Esto posiblemente se debe a un desgaste o fractura en la FBG durante las pruebas de deformación o la constante fatiga a la que se le sometió. Sin embargo, todavía se encuentra dentro de las cercanías de los parámetros calculados, lo cual sigue demostrando la validez del modelo aun cuando sea la FBG este ligeramente dañada.

Aunque el sistema responde de manera similar a lo calculado, tomando como referencia la frecuencia natural y el desplazamiento de la longitud de onda de Bragg, los datos experimentales difieren de los valores teóricos calculados. Estas diferencias se pueden atribuir a: una desalineación y/o error en el posicionamiento y pegado de la fibra que contiene la rejilla de Bragg en el arreglo mecánico, así como las imperfecciones la estructura mecánica del sensor, que fue fabricada manualmente y por lo tanto no es perfectamente uniforme. Además, a pesar de haber realizado diversas mediciones para determinar  $\Delta\lambda_B$ , se debe de considerar que el tiempo de adquisición y procesamiento del interrogador es  $\sim 1:20 \text{ min} = 80 \text{ s}$  y que en ausencia de perturbaciones externas el *cantilever* oscila con una frecuencia de 227.3 Hz. Por tanto, la longitud de onda de Bragg desplazada y la aceleración reales pueden tener valores superiores a los medidos, por tanto se propone que a futuro las mediciones de los desplazamientos se realicen con un interrogador dinámico, para así hallar los valores de sensibilidad reales.

En el presente trabajo se diseñó y construyó un modelo de acelerómetro con FBG utilizando una viga en voladizo, que fue instrumentado para validar el modelo real del sensor con los valores predichos ofrecidos por el modelo teórico del sensor. Por lo tanto, se puede concluir que el sistema propuesto además de haber demostrado tener un excelente desempeño, podría ser implementado en una gran variedad de aplicaciones tales como mediciones in situ, el monitoreo dinámico de estructuras en ingeniería civil y estudios sísmicos.





# Referencias

- [1] P. Antunes, F. Domingues, M. Granada, P. André. (2015, Enero 20) “Mechanical Properties of Optical Fibers,” en *Selected Topics on Optical Fiber Technology* (Dr. Moh. Yasin Ed.) [Online]. Disponible: <http://www.intechopen.com/books/selected-topics-on-optical-fiber-technology/mechanical-properties-of-optical-fibers>
- [2] H. G. Limberger, D. Valeras, R. P. Salathé, “Reliability aspects of fiber Bragg gratings,” en *Proc. of Optical. Fibre Meas. Conf., OFMC '97*, pp. 18-123. 1997.
- [3] P. Mauron, “Reliability and lifetime of optical fibres and fibre Bragg gratings for metrology and telecommunications,” Ph.D. dissertation, Swiss Federal Inst. of Technology Lausanne, Dübendorf, Suiza, 2001.
- [4] S. Yin, P. B. Ruffin, y F. T. S. Yu, “Basic Concepts and Intensity-Based Fiber Optics Sensors,” en *Fiber Optic Sensors*, 2a ed., NW: CRC Press, 2008, cap. 1, sec. 2, pp. 2-10.
- [5] A. Grillet, “Optical fibre sensors: principles and state of the art,” en “D1.2 – Specification report on optical sensors”, Optical Fibre Sensors Embedded into technical Textile for Healthcare (OFSETH), contrato FP6-027869, reporte final, 2006.
- [6] B. D. Gupta, “Optical Fibre Sensors,” en *Fiber Optic Sensors: Principles and Applications*, Nueva Delhi, India: New India Publishing, 2006, cap. 1, pp. 1-10.
- [7] E. Udd y W. B. Spillman, Jr., *Fiber Optic Sensors: An Introduction for Engineers and Scientists*, 2a ed. NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2011, cap. 6, pp. 119-134.
- [8] S. K. Yao y C. K. Asawa, “Fiber optical intensity sensors,” *IEEE J. Sel. Area Commun.*, vol. 1, no. 3, pp. 562-575, 1983.
- [9] K. T. V. Grattan y G. Parry, “Microbend fiber optic sensors,” en *Optical Fiber Sensor Technology Vol. 3*, 1a ed., Londres, Inglaterra: Kluwer Academic Publishers, 1998, cap. 8, pp. 225-233.
- [10] J. N. Fields, J. H. Cole, “Fiber microbend acoustic sensor,” *Applied Optics*, vol. 19, no. 19, pp. 3265-3267, 1980.
- [11] J. B. Freal, C. J. Zarobila, and C. M. Davis, “A microbend horizontal accelerometer for borehole deployment,” *J. Lightwave Technol.*, vol. LT-5, pp. 993-996, 1987.
- [12] Kambiz Rahnvardy, Vivek Arya, Anbo Wang, y Joseph M. Weiss, “Investigation and application of the frustrated-total-internal-reflection phenomenon in optical fibers,” *Applied Optics*, vol. 36, no. 10, pp. 2183-2187, 1997.
- [13] W. B. Spillman, Jr., D. H. McMahon, “Frustrated-total-internal-reflection multimode fiber-optic hydrophone,” *Applied Optics*, vol. 19, no. 1, pp. 113-117, 1980.
- [14] R. Kashyap, “Photosensitivity and photosensitization of optical fibers”, en *Fiber Bragg Gratings*, Academic Press, 1999.
- [15] G. D. Maxwell, B. J. Ainslie. “Demonstration of a directly written directional coupler using UV-induced photosensitivity in a planar silica waveguide,” *Electron. Lett.*, vol. 31, no. 2, pp. 95-96, 1995.

- [16] K. O. Hill, B. Malo, F. Bilodeau, D. C. Johnson, J. Albert. “Bragg gratings fabricated in mono-mode photosensitive optical fiber by UV exposure through a phase mask,” *Appl. Physics Lett.*, vol. 62, pp. 1035–1037, 1993.
- [17] R. Kashyap, “Fabrication of Bragg gratings”, Fiber Bragg Gratings, Academic Press, 1999.
- [18] A. D. Kersey, M. A. Davis, H. J. Patrick, et al. “Fiber grating sensors,” *J. Lightw. Technol.*, vol. 15, no. 8, pp. 1442–1463. 1997.
- [19] C. Baldwin, J. Niemczuk, J. Kiddy, T. Salter. (2015, enero 6). Review of Fiber Optic Accelerometers [Online]. Disponible en: <http://www.micronoptics.com/uploads/documents/fiberopticaccel.pdf>.
- [20] M. D. Todd, G. A. Johnson y B. L. Althouse, “A novel Bragg grating sensor interrogation system utilizing a scanning filter, a Mach-Zehnder interferometer and a 3×3 coupler,” *Meas. Sci. and Technol.*, no. 12, pp. 771-777. 2001.
- [21] OELand. (2015, Enero 20). OEFSS-200 Sensing Interrogation System [Online]. Disponible en: <http://www.o-eland.com/Datasheet/OEFSS-200%20Datashet.pdf>.
- [22] P. Ferraro, G. De Natale, “On the possible use of optical fiber Bragg grating as strain sensors for geodynamical monitoring,” *Optics and Lasers in Eng.*, vol. 37, pp. 115-130. 2002.
- [23] M. D. Todd, G. A. Johnson, B. A. Althouse, y S. T. Vohra, “Flexural beam-based fiber Bragg grating accelerometers,” *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol. 10, no. 11, pp. 1605–1607, 1998.
- [24] T. A. Berkoff y A. D. Kersey, “Experimental demonstration of a fiber Bragg grating accelerometer,” *IEEE Photonics Technol. Lett.*, vol.8, no. 12, pp. 1677-1679, 1996.
- [25] S. J. Spammer and P. L. Fuhr, “Temperature insensitive fiber optic accelerometer using a chirped Bragg grating,” *Optical Engineering*, vol. 39, no. 8, 2000, pp. 2177-2181.
- [26] W. Zhang, Z. Wu, et al. “Principles and realizations of FBG wavelength tuning with elastic beams,” *Optoelectronics Lett.*, vol. 1, no. 15, pp. 5-9. 2005.
- [27] C. Wang, Q. Lu, L. Cheng, “Novel type of temperature self-compensating acceleration transducer based on OFBG,” *IEEE Sensors J.*, vol. 13, no. 8, pp. 3012-3013. 2013.
- [28] W. Zhou, X. Dong, K. Ni, et al. “Temperature-insensitive accelerometer based on a strain-chirped FBG,” *Sensors and Actuators*, ser. A, vol.157, pp. 15–18. 2010.
- [29] P. Antunes, A. André, H. Varum, “Uniaxial fiber Bragg grating accelerometer system with temperature and cross axis insensitivity,” *Measurement*, vol. 44, pp. 55-59. 2011.
- [30] P. Ferraro, G. De Natale, “On the possible use of optical fiber Bragg grating as strain sensors for geodynamical monitoring,” *Optics and Lasers in Eng.*, vol. 37, pp. 115-130. 2002.
- [31] J. Wu, V. Masek, M. Cada, “The possible use of fiber Bragg grating based accelerometers for seismic measurements,” en *Electrical and Computer Engineering, CCECE '09, Canadian Conference. St. John's*, NL, 2009, pp. 860 – 863.
- [32] R. A. Serway y J. W. Jewett, *Física para ciencias e ingeniería: Volumen 1*, 7a edición. D.F., México. Cengage Learning Editores S.A. de C.V., 2008.
- [33] A. B. Dickinson, *Differential Equations: Theory and Use in Time and Motion*, MA: Addison-Wesley, 1972.

- [34] N. Basumallick, K. Dasgupta, et al. "Fiber Bragg grating accelerometer with enhanced sensitivity," *Sensor and Actuators*, ser. A, vol. 173, pp. 108-115. 2012.
- [35] N. Basumallick, K. Dasgupta, et al. "Design optimization of fiber Bragg grating accelerometer for maximum sensitivity," *Sensor and Actuators*, ser. A, vol. 194, pp. 31-39. 2013.
- [36] Mita, A., Yokoi, I., "Fiber Bragg grating accelerometer for structural health monitoring," en *Proceedings of the Fifth International Conference on Motion and Vibration Control 2000*, Sydney, Australia. 2000.
- [37] Y. Weng, X. Qiao, Z. Feng, et al., "Compact FBG diaphragm accelerometer based on L-Shaped rigid cantilever beam," *Chinese optics Lett.*, vol. 10, no. 9, pp. (100604-1)-(100604-4). 2011.
- [38] R. C. Hibbeler, "Diseño de vigas y ejes," en *Mecánica de materiales*, Naucalpan de Juárez, México: Pearson Educación, 2006, ch. 11, sec. 2, pp. 559-572.
- [39] J. M. Gere, y B. J. Goodno, "Deflexiones de vigas," en *Mecánica de materiales*, 7th ed., D.F., Mexico: Ceangage Learning, 2009, ch. 9, pp. 677-720.
- [40] R. C. Hibbeler, "Esfuerzo," en *Mecánica de materiales*, Naucalpan de Juárez, México: Pearson Educación, 2006, ch. 1, sec. 2, pp. 5-27.
- [41] S. Timoshenko, *Vibration Problems in Engineering*, NY: Van Nostrand Reinhold. 1964.
- [42] J. M. Gere, y B. J. Goodno, "Esfuerzos en vigas," en *Mecánica de materiales*, 7th ed., D.F., Mexico: Ceangage Learning, 2009, ch. 5, pp. 351-413.
- [43] J. S. Mehta y A. S. Kailey, en *Mechanical vibrations for students of B.E/B.Tech.* 1st ed., New Delhi, India, C. Chand & Company Ltd. 2012.
- [44] C. Williamson, L. Fixter, "State of the art review-structural health monitoring," en *QinetiQ, NAMTEC and the Institute of Materials Minerals and Mining*, London, UK, 2006.
- [45] G. Krishnan, C. U. Kshirsagar, G. K. Ananthasuresh y N. Bhat, "Review: Micromachined High-Resolution Accelerometers," *Journal of the Indian Institute of Science*, vol. 87, no. 3, pp. 333-361, 2007.
- [46] S. Elies y S. Ebenhöch, "Performance Analysis of Commercial Accelerometers of Different Technologies," en *SENSORDEVICES 2015 : The Sixth International Conference on Sensor Device Technologies and Applications*, Vencia, Italia, 2015, pp. 54-59.
- [47] A. Othonos, K. Kali, "Fiber Bragg Gratings", en *Fundamentals and Applications in Telecommunications and Sensing*, Artech House, Boston, 1999.
- [48] C. Baldwin, J. Niemczuk, J. Kiddy, T. Salter. (2015, Enero 6). Review of Fiber Optic Accelerometers [Online]. Disponible en: <http://www.micronoptics.com/uploads/documents/fiberopticaccel.pdf>.
- [49] A. Bertholds, R. Dändliker, "Determination of the individual strain-optic coefficients in single mode optical fibers," *J. Lightw. Technol.*, vol. 6, no. 1, pp. 17-20. 1988.
- [50] F. Julich, L. Aulbach, et al. "Gauge factors of fibre Bragg grating strain sensors in different types of optical fibres," *Meas. Sci. and Technol.*, vol. 24, pp. 1-7. 2013
- [51] R. C. Hibbeler, "Carga axial", en *Mecánica de materiales*, Naucalpan de Juárez, México, Pearson Educación, 2006, ch. 4, sec. 2, pp. 124-127.

- [52] J. M. Gere, y B. J. Goodno, “Tensión, compresión y cortante,” en *Mecánica de materiales*, 7th ed., D.F., Mexico, Ceangage Learning, 2009, ch. 1, pp. 2-55.
- [53] J. M. Gere, y B. J. Goodno, “Elementos cargados axialmente,” en *Mecánica de materiales*, 7th ed., D.F., Mexico, Ceangage Learning, 2009, ch. 2, pp. 90-181.
- [54] J.P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations*, NY: McGraw-Hill Book Company, 1947.
- [55] B. Balachandran y E. B. Magrab “Vibration of beams”, en *Vibrations*, 2a. ed, 2009, ch. 9, sec. 3, pp. 581-584.
- [56] P. Antunes, H. Lima, et al. “Elastic constant measurement for standard and photosensitive single mode optical fibres,” *Microwave and Optical Technol. Lett.*, vol. 50, no.9, pp. 2467-2469, 2008.
- [57] Thorlabs. (2015, Enero 20). InGaAs High Speed Photodiode with FC/PC Bulkhead [Online]. Disponible en: <https://www.thorlabs.com/thorcat/24100/FGA01FC-SpecSheet.pdf>
- [58] L. Y. Beaulieu, M. Godin, O. Laroche, et al., “A complete analysis of the laser beam deflection systems used in cantilever-based systems,” *Ultramicroscopy*, vol. 107, pp. 422-430. 2007.

# Anexo A: Programa en Matlab para calcular los valores de diseño del sensor

```
clear all
clc
close all

% Constantes
h = 25E-3; % Altura del bloque de masa, [m]
rho_AL = 2800; % Densidad del aluminio 7075, [kg/m^3]
E_AL = 72E9; % Módulo de Young del aluminio 7075, [Pa]
E_SMF = 16.56E9; % Módulo de Young de la fibra óptica SMF-28e, [Pa]
A_SMF = 47.14E-9; % Área transversal de la fibra óptica SMF-28e, [m^2]
g = 9.81; % Aceleración, [m/s^2]
LB1 = 1549.630E-9; % Longitud de onda de Bragg, [m]

% Variables
L1_ini = 4E-3; % Longitud inicial del "cantilever", [m]
L3_ini = 17E-3; % Longitud inicial de la FBG, [m]
b_ini = 7E-3; % Ancho inicial del "cantilever" y la masa, [m]
M1_ini = 5E-3; % Masa inicial, [g]
h1_ini = 5E-4; % Altura inicial del "cantilever", [m]

% Intervalos para las variables
n=5; % Número de intervalos
L1_int = 5E-3; % Longitud del "cantilever", [m]
L3_int = 4E-4; % Longitud de la FBG, [m]
b_int = 2E-3; % Ancho del "cantilever" y la masa, [m]
M1_int = 3E-3; % Masa, [g]
h1_int = 1E-4; % Altura inicial del "cantilever", [m]

% I1 = (b*h^3)/12; % Momento de inercia de la masa, [m^4]
% I2 = (b*h1^3)/12; % Momento de inercia del "cantilever", [m^4]

ii=0;
for i=1:n % M, Masa, [m]
    if i==1
        M1=M1_ini;
    else
        M1=M1_ini+(M1_int*i);
    end
    for j=1:n % b, Ancho masa y "cantilever", [m]
        if j==1
            b=b_ini;
        else
            b=b_ini+(b_int*i);
        end
    end
end
```

```

L2 = M1/(rho_AL*h*b); % Longitud de la masa, [m]
for k=1:n % L1, Largo "cantilever"
    if k==1
        L1=L1_ini;
    else
        L1=L1_ini+(L1_int*i);
    end
for l=1:n % h1, Alto "cantilever", [m]
    if l==1
        h1=h1_ini;
    else
        h1=h1_ini+(h1_int*i);
    end
for m=1:n % L3, largo FBG, [m]
    if m==1
        L3=L3_ini;
    else
        L3=L3_ini+(L3_int*i);
    end
L=L1+L2; % Longitud total, [m]
M2=rho_AL*L1*h1*b; % Masa "cantilever", [gramos]
I1 = (b*h^3)/12; % Momento de inercia de la masa, [m^4]
I2 = (b*h1^3)/12; % Momento de inercia del "cantilever",
[m^4]

M=M1+(0.23*M2); % Masa total efectiva, [gramos]
F=M*g; % Fuerza, [N]

num_d=F*((2*I2*(L2^3))+((I1*L1)*((L1*(2*L1+3*L2))+(3*L2*(L1+2*L2)))));
den_d = 6*E_AL*I1*I2;
delta = (num_d/den_d); % Deflexión, [m]
strain=delta/L3; % Deformación, [u.a.]
k1 = (g*M)/delta; % Constante del resorte:
"cantilever", [N/m]
k2 = (E_SMF*A_SMF)/L3; % Constante del resorte: FBG,
[N/m]
wn = sqrt(((L^2)*(k1+k2))-(F*L))/(M*(L^2))); %
Frecuencia natural, [rad/s]
fn = (1/(2*pi))*wn; % Frecuencia natural, [Hz]
S = ((delta/(g*L3))*LB1*0.8)*1E12; % Coeficiente de
sensibilidad, [pm/g]
if
((strain*8)<0.0256)&&(S>=350)&&(fn>=200)&&((M1/M2)>0.23)&&(L2<=L1)&&(L<=0.05)&
&
Val_fin=[S fn L1 L2 L3 b h1 M1 M2] % Valores de
diseño finales
end
end
end
end
end
end
end
end

```

## Anexo B: Lista de equipos y materiales utilizados en el arreglo experimental

1. Rejilla de Bragg en fibra óptica de OEMarket,  $\lambda_B=1549.63$  nm, ancho de banda de 0.5 nm, 91.83% de reflectividad, 10 mm de longitud, fibra óptica SMF-28e, conectores FC/PC macho.
2. Circulador óptico CIR-3-1550-A-1-FA de OEMarket longitud de onda centrada en 1550 nm, conectores FC/PC macho.
3. Acoplador 2x2 de THORLABS, operan en una longitud de onda de  $1550\pm 15$  nm, división de la señal 50:50, conectores FC/PC macho.
4. Fotodiodo FGA01FC de THORLABS, opera en el rango de longitudes de onda de 800 nm a 1700 nm, responsividad=1.003 A/W, tiempo del flanco de subida y bajada de 0.3 ns, conector FC/PC hembra.
5. Interrogador OEFSS-200A de OELand, longitud de onda central=1550 nm, rango total para la longitud de onda=3.5 nm, resolución=1 pm.
6. Osciloscopio TDS 3034C de TEKTRONIX, ancho de banda=300 MHz, frecuencia de muestreo=2.5 GS/s.
7. Fuente de voltaje variable 1672 de BK PRECISION, opera en un rango de voltaje 0 V a 32 V, con un error en el voltaje de salida de  $<0.01\% + 5\text{mV}$ .
8. Analizador de espectro óptico (OSA, por sus siglas en inglés *Optical Spectrum Analyzer*) Q8381 de ADVANTEST, opera en el rango de 600 nm a 1750 nm, resolución de 0.1 nm.
9. Platina de traslación XYZ con micrómetros estándar de THORLABS, 25 mm de distancia total que puede recorrer el micrómetro, resolución de  $10\pm 5$   $\mu\text{m}$ .
10. Multímetro óptico, OMM-6810B de ILX LIGHWAVE con una cabeza de detección para la medición de longitudes de onda en el rango de 950 nm a 1650 nm.
11. Analizador de espectro óptico (OSA, por sus siglas en inglés *Optical Spectrum Analyzer*), Q8381 de ADVANTEST, con una resolución máxima de 0.1 nm.
12. Interrogador de rejillas Bragg, OEFSS-200 de OELand, entrado en 1550 nm, rango de longitud de onda de 5 nm, resolución de 1 pm, velocidad de escaneo de 1 minuto, potencia del láser de 3.291 mW



13. Montura rotatoria de alta precisión PR01/M de THORLABS, rango de rotación (grueso) 360°, rango de ajuste (fino)  $\pm 5^\circ$ , el micrómetro provee rotaciones de 2.4 arcmin por división.