

Universidad Nacional Autónoma de México  
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán

# ASPECTOS FENOMENOLÓGICOS DE LA FÍSICA DE NEUTRINOS

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
*LICENCIADO EN TECNOLOGIA*  
PRESENTA:  
**EFRÉN NAVARRETE RAMOS**

DIRECTOR DE TESIS:  
DR. RICARDO GAITÁN LOZANO  
CO-DIRECTOR DE TESIS  
DR. JOSE HALIM MONTES DE OCA YEMHA

2016

Cuautitlán Izcalli, Estado de México



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



*Dedicado a  
Sulma Denice,  
Mi familia: Efrén, Andrea, Dulce y Dixie  
por su apoyo, motivación y alegría*



# Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia, Efrén, Andrea, Dulce y Dixie, sin ellos no hubiera podido alcanzar ni una sola meta, pues siempre han estado a mi lado para impulsarme cuando lo he requerido y motivarme a seguir con mis proyectos. En este apartado hago mención de gratitud a Sulma quien es parte de mi familia por elección, compañera de aventuras y de emociones, quien además ha ayudado a tener grandes aprendizajes en distintos ámbitos. Agradezco a mis primos con los que pasé la infancia entre juegos. Así mismo doy gracias a mi otra familia: Ana, Orlando, Samuel y Mitzi, por aceptarme y de igual manera permitirme conocerlos y compartir vivencias.

Agradezco a mis asesores, el Dr. Ricardo Gaitán Lozano y al Dr. José Halim Montes de Oca Yemha, quienes además de asesores y profesores en la carrera han sido fuente de inspiración y ejemplo de dedicación y sabiduría. Les agradezco por su paciencia, tutela y apoyo de todo tipo así como de sus enseñanzas.

Muchas gracias a los amigos de la carrera, que prácticamente fueron todos y cada uno de los 23 integrantes de la tercera generación de Tecnología. Amigos que a su manera aportaban algo especial al grupo. Gracias Agustín, Uriel, Jarel, Rodrigo, Oscar, Omar, Christopher, Alfredo, Felipe, Raúl, Jorge y también a amigos de otras generaciones. A los amigos de TrepCamp que recordaré dentro de una bonita experiencia. Amigos de la preparatoria y en general a todos los amigos con los que en algún momento compartimos experiencias y aventuras.

Les agradezco a mis profesores de la carrera en general, sin alguno de ellos no hubiera podido ser igual la experiencia que tuve durante la licenciatura, los conocimientos que nos transmitieron y también porque con cada uno de ellos tuvimos una sana y amigable relación.

Por último pero no con menos méritos, le agradezco a mi universidad. Es un enorme orgullo formar parte de la gloriosa UNAM que mediante la innovadora carrera de Licenciatura en Tecnología me brindó muchos beneficios, oportunidades y medios para cumplir metas y sueños.



# Índice general

Agradecimientos	III
Resumen	VII
Objetivos	IX
Justificación	XI
Metodología	XIII
Introducción	1
<b>1. Antecedentes</b>	<b>3</b>
1.1. Desintegración $\beta$ . . . . .	3
1.2. Propuesta del neutrino como nueva partícula . . . . .	4
<b>2. Modelo Estándar</b>	<b>7</b>
2.1. Simetrías . . . . .	7
2.2. El Modelo Estándar de partículas elementales . . . . .	8
2.3. Interacciones Fundamentales . . . . .	10
<b>3. Oscilaciones de Neutrinos</b>	<b>13</b>
3.1. Fuentes de Neutrinos . . . . .	13
3.2. El problema de los neutrinos solares . . . . .	15
3.3. Oscilaciones . . . . .	15
3.4. Nobel de física 2015 . . . . .	17
<b>4. Desarrollo tecnológico de la FAE</b>	<b>19</b>
4.1. Detección de Neutrinos . . . . .	19
4.2. Efecto Cherenkov . . . . .	20
4.3. Experimentos con Neutrinos . . . . .	21

4.3.1. Super Kamiokande . . . . .	21
4.3.2. SNO . . . . .	22
4.3.3. IceCube . . . . .	23
4.3.4. OPERA . . . . .	24
4.3.4.1. Anomalía del tiempo de vuelo del neutrino . . . . .	25
<b>5. Procesos con violación de Sabor</b>	<b>27</b>
5.1. Desintegración del pión ( $\pi^+$ ) . . . . .	28
5.2. Violación de sabor en la desintegración del $\pi^+$ . . . . .	34
<b>6. Análisis de resultados</b>	<b>37</b>
<b>7. Conclusiones</b>	<b>39</b>
<b>8. Anexos</b>	<b>41</b>
8.1. Desintegración . . . . .	41
8.2. Regla de oro para desintegraciones . . . . .	42
8.3. Cálculo con <i>Mathematica</i> . . . . .	43

# Resumen/Abstract

**Aspectos Fenomenológicos de la Física de Neutrinos**

por

*Efrén Navarrete Ramos*

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM.

## Resumen

En el presente trabajo se realizó una revisión general de los neutrinos, desde su postulación e inclusión en el Modelo Estándar de partículas elementales, repasando las generalidades de este Modelo Estándar y de algunas teorías que lo conforman. Se hace mención de los aspectos principales y características que tienen los neutrinos, haciendo especial énfasis en el fenómeno de las oscilaciones, el desarrollo de experimentos que permitieron la deducción de éste fenómeno y las consecuencias que tuvo como lo es la contradicción al Modelo Estándar por tener masa distinta de cero. Se analizó el proceso de desintegración del mesón pión positivo ( $\pi^+$ ) donde interviene el neutrino y también se realizó el análisis y el cálculo de un modo de desintegración del  $\pi^+$  en el cual se presenta violación del sabor leptónico, que debido a esto, se cataloga como un proceso que involucra física más allá de la contenida en el Modelo Estándar.

*Asesor: Dr. Ricardo Gaitán Lozano, FES Cuautitlán, UNAM.*

*Co-asesor: Dr. José Halim Montes de Oca Yemha, FES Cuautitlán, UNAM*

**Phenomenological Aspects of Neutrino Physics**

by

*Efrén Navarrete Ramos*

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM.

**Abstract**

In this work an overview of the neutrinos was made from its application and inclusion in the Standard Model of elementary particles, reviewing the generalities of this Standard Model and some theories that comprise it. references to the main aspects and features that have the neutrinos, with particular emphasis on the phenomenon of the oscillations, the development of experiments that allowed the deduction of this phenomenon and the consequences it had such as the Standard Model contradiction for having nonzero mass. The decay process of the positive pion meson ( $\pi^+$ ) where it intervenes neutrino was analyzed and the analysis and calculation of the decay mode of the  $\pi^+$  in which lepton flavor violation occurs also was performed, that because of this, it is classified as a process that involves physics beyond the Standard Model.

*Thesis Supervisor: Dr. Ricardo Gaitán Lozano, FES Cuautitlán, UNAM.*

*Thesis co-supervisor: Dr. José Halim Montes de Oca Yemha, FES Cuautitlán, UNAM*

# Objetivos

## General

Realizar una revisión general del estado actual de la física de Neutrinos, los hechos más relevantes de la investigación de éstas partículas y de la tecnología implementada en los experimentos relacionados a su estudio, así como analizar un proceso específico para la ejemplificación y ejecución de cálculos correspondientes en procesos que involucran física que va mas allá del Modelo Estándar de Partículas Elementales.

## Particulares

- Estudiar un proceso con violación de sabor leptónico que incluya neutrinos y realizar los cálculos correspondientes.
- Analizar los aspectos relevantes en la investigación del neutrino desde su postulación como partícula.
- Describir el funcionamiento de los principales experimentos, detectores y demás proyectos involucrados en el estudio de los Neutrinos.



# Justificación

En esta tesis se pretende realizar un acercamiento a las partículas elementales, específicamente un análisis a la fenomenología de los Neutrinos, partículas peculiares de suma importancia para la física de partículas desde que se postularon. Para ello se requerirá hacer la exploración y descripción de las características que presentan éstas partículas, así como un especial énfasis a aquellas que permitieron mejorar la comprensión de las partículas elementales y por ende, el funcionamiento de la naturaleza.

Otro aspecto fundamental a conocer es el de la tecnología implicada en el desarrollo de la física de partículas como un área que permite el entendimiento de la naturaleza. La tecnología y la ciencia siempre han estado intrínsecamente relacionadas, avanzan, se desarrollan y se complementan al mismo tiempo.

Sin los avances tecnológicos, no hubiera sido posible desentrañar fenómenos físicos, comprobar teorías o incluso formular otras, ni tampoco descubrir propiedades nuevas si no fuese a partir de los experimentos desarrollados. Así también el procesamiento de la información y los datos recabados en los experimentos es posible gracias al desarrollo tecnológico de la computación y en otras ocasiones es mediante los requerimientos de los experimentos que se ha desarrollado tecnología con usos más allá de la física de partículas.



# Metodología

El análisis del estado actual de la física del Neutrino será efectuado a través del estudio del estado del arte mediante investigación documental de libros y artículos indexados que proporcionan información actualizada del tema; se consultará en bases de datos de revistas científicas especializadas impresas y en versión electrónica.

Para los cálculos del proceso que se estudiará será necesario el emplear métodos de forma analítica, en algunos apartados se utilizarán métodos numéricos y también se hará uso de herramientas computacionales mediante software especializado para la física de altas energías en plataformas para cálculos científicos.



# Introducción

Comprender el universo implica conocer sus componentes fundamentales y son precisamente éstos los que pueden brindarnos información del universo, su funcionamiento, comportamiento y relatar los acontecimientos tan sorprendentes y lejanos que parecen imposibles a la imaginación humana.

Los neutrinos son partículas fundamentales que han sorprendido a la comunidad científica por sus propiedades únicas y que pueden proporcionarnos valiosa información. Son partículas con peculiaridades únicas que hasta la fecha no se han desentrañado sus características por completo, pero que se sigue trabajando árdamente. Desde su postulación se había definido como una partícula que no posee masa y sus interacciones con la demás materia son mínimas. Esta partícula no debía tener carga eléctrica y por el hecho de que los neutrinos interactúan mínimamente con la materia a la que atraviesan sin apenas perturbaciones; tampoco son afectados por la fuerza nuclear fuerte o la electromagnética, a diferencia de la gravitatoria y la nuclear débil. Éstas propiedades evasivas de los neutrinos hacen que algunos los llamen la partícula fantasma.

Gracias a proyectos de detección de neutrinos se descubrió que éstos cambian de tipo de neutrinos entre los de las distintas generaciones o sabores, en algo llamado oscilaciones, pero estas oscilaciones sólo son posibles si se considera que el neutrino tiene masa distinta de cero. Los neutrinos se producen en una extensa variedad de interacciones como las desintegraciones de partículas, se generan en abundancia, del orden de millones en un solo proceso tan común como lo es la fusión que se lleva a cabo en el Sol, los choques de partículas cargadas contra la atmósfera terrestre e incluso nosotros mismos producimos neutrinos por la radiactividad de algunos elementos.



# Capítulo 1

## Antecedentes

### 1.1. Desintegración $\beta$

La desintegración  $\beta$ , también conocida como radiación  $\beta$ , es el proceso en el cual un núcleo radioactivo emite un electrón [15]. La importancia histórica de este proceso reside en que puso a prueba las teorías que estaban en desarrollo, como lo fueron la teoría cuántica y la teoría de la relatividad. El problema se debió a que en el proceso  $n \rightarrow p + e^-$  en el cual un neutrón se desintegra en otras dos partículas: un protón y un electrón, éstas partículas hijas tienen energías definidas: [6]

$$E_1 = \frac{1}{2M}(M^2 + m_1^2 - m_2^2) \quad E_2 = \frac{1}{2M}(M^2 + m_2^2 - m_1^2), \quad (1.1)$$

donde  $M$  es la masa del neutrón, y  $m_1$  es la masa del electrón y  $m_2$  la del protón. Éstas energías respetan y se deducen de la conservación de la energía y del momento, pero lo que puso en duda dichas conservaciones fue la evidencia experimental que se dió de mano del científico Chadwick en 1914 y posteriormente confirmada por Ellis y Wooster, la cual mostraba un espectro continuo del electrón emitido, a pesar de tener energías iniciales y finales bien definidas por lo que no debería ser continuo el espectro.

## 1.2. Propuesta del neutrino como nueva partícula y su descubrimiento

En 1930 el físico austriaco Wolfgang Pauli, en una carta pública que escribió el 4 de Diciembre, propuso la existencia de una nueva partícula para explicar el espectro continuo del electrón emitido en la desintegración ( $\beta$ ) y justificar la conservación de energía y momento del proceso.

Ésta partícula además debía ser de carga neutra y de masa muy pequeña, en principio la llamó neutrón, pero ese nombre se le reservó a la partícula descubierta en 1932 y que es el neutrón que conocemos actualmente, entonces el físico italiano Enrico Fermi fue quien la denominó neutrino, que en italiano significa el pequeño neutral.

Con el descubrimiento de esta nueva partícula, muchos científicos se dieron a la tarea de encontrar evidencia experimental que serviría para confirmar su existencia o rechazarla.

El físico estadounidense Frederick Reines (1918 - 1998) fue uno de los personajes mas importantes en la búsqueda del neutrino además de contribuir con numerosos experimentos. En 1956, Frederic y su colega Clyde Cowman demostraron experimentalmente la existencia de los neutrinos. Bombardearon agua pura que contenía Cloruro de Cadmio, con un haz de neutrinos [15] provenientes de un reactor nuclear. El principio de este experimento es el de la desintegración  $\beta$  inversa donde un antineutrino interactúa con un protón, formando un neutrón y un positrón:



El positrón resultante se aniquila inmediatamente con un electrón del medio generando dos fotones ( $\gamma$ ) y el neutrón que también se produce de esta reacción interactúa con el Cadmio, generando otro fotón bajo la reacción:



Así, los fotones resultantes pueden ser detectados facilmente y con la ventaja de dar certeza de su detección.

En 1987 los científicos Leon Max Lederman, Melvin Schwartz y Jack Steinberger, descubrieron otros dos tipos de neutrinos, a éstos se les denominaron los neutrinos tauónicos y los neutrinos muónicos, pertenecientes a las familias del

tauón y del muón, respectivamente. Con ésto, se estaba completando el juego de piezas recién encontradas de la física de partículas.

Desde entonces y mediante una inmensa cantidad de investigación teórica y experimental se ha podido ubicar al neutrino como uno de los bloques fundamentales de la materia, en la familia de los leptones que, junto con los quarks conforman el grupo de los fermiones.



# Capítulo 2

## Modelo Estándar

En la ciencia es común la búsqueda de unificaciones de diferentes leyes y teorías existentes que den congruencia a una teoría más grande, que sea capaz de englobar y explicar fenómenos físicos diferentes y que a su vez corresponda a las pruebas y evidencias experimentales. Así es como surge el Modelo Estándar de Partículas Elementales, en el cual se conjuntan consistentemente los componentes elementales y las interacciones fundamentales de lo conocido por el ser humano.

### 2.1. Simetrías

La física se basa en distintos principios que le dan consistencia a fundamentos primordiales, dentro de estos principios se encuentran los llamados de simetría, que son principios que dictan invarianza de las leyes de la física ante transformaciones que se pueden realizar a un sistema e implican la conservación de cantidades físicas que garantizan la validez de resultados sin importar, por ejemplo, el sistema de referencia utilizado en el caso de una rotación del sistema, con lo que tendríamos una simetría rotacional.

Tenemos entonces varios ejemplos de simetrías que conservan cantidades físicas como lo son la conservación del momento angular en el caso antes mencionado de una rotación, conservación de momento lineal en el caso de una traslación del sistema de referencia, o conservación de energía del sistema en una simetría temporal, por mencionar algunas, con lo que efectivamente se puede decir que cada simetría de la naturaleza conlleva una ley de conservación y cada ley de conservación refleja una correspondiente simetría [6].

Existen otras simetrías utilizadas en la física de partículas, las cuales definen las cargas y otras propiedades de las fuerzas que actúan sobre las partículas. A éstas se les conocen como simetrías locales de norma y son propias del Modelo Estándar, dando origen a algunas implicaciones que veremos en secciones posteriores.

## 2.2. El Modelo Estándar de partículas elementales

El Modelo Estándar de partículas elementales (SM) es una teoría basada en el grupo de simetrías locales de norma que se denominan como  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , que describe tres de las interacciones fundamentales mediante el intercambio de los correspondientes campos de spin 1, partículas mediadoras de las interacciones entre quarks y leptones y que son llamadas bosones de gauge o bosones de norma, siendo 8 gluones sin masa para la interacción fuerte, 1 fotón ( $\gamma$ ) sin masa para las interacciones electromagnéticas, y 3 bosones masivos ( $W^\pm$  y  $Z$ ) para la interacción débil. La fuerza fundamental de la gravedad no se contempla en el Modelo Estándar.

Bosones de norma [6]

Fuerza	Mediador	Carga	Masa	Vida media
Fuerte	$g$ (8 gluones)	0	0	$\infty$
Electromagnética	$\gamma$ (fotón)	0	0	$\infty$
Débil	$W^\pm$ (cargado)	$\pm 1$	80420	$3,11 \times 10^{-25}$
	$Z^0$ (neutro)	0	91190	$2,64 \times 10^{-25}$

la masa está en  $MeV/c^2$ , la vida media en segundos y la carga en unidades de carga del protón.

Los fermiones consisten en tres familias de quarks y tres de leptones, cada familia está formada por dos partículas de spin  $\frac{1}{2}$ ,  $f$  y  $f'$ , con cargas eléctricas  $Qf = Qf' + 1$  en unidades de la carga del protón y sus correspondientes anti-partículas, las cuales son de misma masa pero de carga contraria. Así tenemos seis quarks que son: Up, Down, Charm, Strange, Top y Bottom; y seis leptones: electrón, muón, tau, y los tres neutrinos asociados a cada uno de ellos. Los quarks no se presentan de forma aislada, sino que forman hadrones, que son el conjunto de las formas en las que se pueden agrupar: Mesones, formados por dobletes de un quark y un anti-quark; Bariones, que son tripletes de quarks de diferente color como el caso de los protones y los neutrones.

## 2.2. EL MODELO ESTÁNDAR DE PARTÍCULAS ELEMENTALES 9

En los términos del Modelo Estándar, todas las partículas de materia son fermiones, ya que siguen el principio de exclusión de Pauli. Aparte de sus antipartículas asociadas, el Modelo Estándar plantea que existen doce tipos de partículas de materia [2], que combinadas forman los leptones y hadrones del universo.

**Fermiones[2]**

Fermiones		I	II	III	Q
Quarks	$f$	u	c	t	2/3
Quarks	$f'$	d	s	b	-1/3
Leptones	$f$	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	0
Leptones	$f'$	$e$	$\mu$	$\tau$	-1

Tabla de las generaciones de Fermiones.

Los subgrupos indicados con I, II y III son las generaciones de las partículas, son una clasificación de las partículas con características que las diferencian de generación en generación. A esta clasificación también se le denomina Sabor, así existen, en el caso de los neutrinos tres sabores diferentes: neutrino del electrón ( $\nu_e$ ), neutrino del muón ( $\nu_\mu$ ) y neutrino del tau ( $\nu_\tau$ ), correspondientes a su asociación respectivamente con el electrón, muón y tau. A continuación se listan los leptones y quarks que conforman los fermiones para una mejor ilustración, la masa en  $MeV/c^2$ , la vida media en segundos y la carga en unidades de carga del protón.

**Leptones [6]**

Generación	Sabor	Carga	Masa*	Vida media
primera	$e$ (electrón)	-1	0.510999	$\infty$
	$\nu_e$ (neutrino $e$ )	0	0	$\infty$
segunda	$\mu$ (muón)	-1	105.659	$2,19703 \times 10^{-6}$
	$\nu_\mu$ (neutrino $\mu$ )	0	0	$\infty$
tercera	$\tau$ (tau)	-1	1776.99	$2,91 \times 10^{-13}$
	$\nu_\tau$ (neutrino $\tau$ )	0	0	$\infty$

\*El Modelo Estándar contempla la masa del neutrino igual a cero.

**Quarks [6]**

Generación	Sabor	Carga	Masa*
primera	$d$ (down)	$-1/3$	7
	$u$ (up)	$2/3$	3
segunda	$s$ (strange)	$-1/3$	120
	$c$ (charm)	$2/3$	1200
tercera	$b$ (bottom)	$-1/3$	4300
	$t$ (top)	$2/3$	174000

\*La masa de los quarks ligeros son imprecisas y especulativas, ver [6].

## 2.3. Interacciones Fundamentales

Como se acaba de ver, los quarks y leptones interactúan entre sí mediante partículas mediadoras o bosones de norma, de forma en que un quark o lepton emite uno de estos bosones intermediarios y otro quark o leptón lo absorbe provocando que se transforme en otro miembro del multiplete al que pertenece, intercambiando energía y momento.

Estas interacciones están asociadas con su propia simetría local de norma que también determina el conjunto de cargas y bosones de norma involucrados en cada una de las fuerzas fuerte, débil y electromagnética (la fuerza gravitacional, como se dijo antes, no está contemplada en el modelo estándar).

### Interacción electromagnética

Existe un solo tipo de carga eléctrica, así como sólo existe una sola simetría de norma asociada y relacionada con la invarianza de las propiedades de una partícula ante el cambio de fase de su función de onda. El bosón de norma de la interacción electromagnética es, como ya se dijo antes, el fotón ( $\gamma$ ) que cumple con que esta simetría es válida únicamente si la partícula no tiene masa y siendo cero la masa de este bosón intermediario, trae como consecuencia que su alcance sea infinito como una propiedad de interacción inversamente proporcional a la masa del mediador. Los leptones cargados y los quarks experimentan la interacción electromagnética.

### Interacción fuerte

Se dijo que el Modelo Estándar contempla ocho gluones ( $g$ ) sin masa para la interacción fuerte, esto debido a que al igual que en el caso de los fotones, la simetría asociada a la interacción de los gluones demanda masa cero. Esta simetría de nor-

ma de la interacción nuclear fuerte se le conoce como simetría de color y origina un tipo de carga llamada color, que puede ser de tipo rojo, verde o azul. En esta interacción los quarks pueden tener cualquiera de los tres colores y sólo los quarks, junto con los gluones, experimentan las interacciones fuertes. Las propiedades de los quarks y las partículas formadas de quarks, se derivan de las características de la simetría de color.

### Interacción débil

Esta interacción es producida por las simetrías asociadas a la interacción débil, en concreto son dos y generan dos tipos de carga débil: la carga isotópica débil y la hipercarga débil. Se dice que no existe un nombre particular para aquello que produce la fuerza débil [6], pues así como la carga eléctrica produce fuerzas electromagnéticas, el color produce fuerzas de tipo fuerte, se le suele llamar *carga débil* a lo que genera la fuerza débil.

En el caso de los leptones que no tienen color, no experimentan interacción fuerte; los neutrinos que no tienen carga no participan con fuerzas electromagnéticas; pero todas estas partículas sí participan en las interacciones débiles. Los bosones mediadores de la interacción débil son de dos tipos: el  $Z$  y el  $W$ , que a su vez existe en forma  $W^+$  y  $W^-$  con cargas eléctricas  $+1e$  y  $-1e$  respectivamente.

En los años sesenta se desarrolló una teoría en la cual las interacciones electromagnéticas y las interacciones débiles formaban parte de dos aspectos diferentes de un mismo fenómeno; esta teoría fue desarrollada por Weinberg, Salam y Glashow, a la que se le llamó teoría electrodébil y que en la actualidad describe ambas fuerzas.



# Capítulo 3

## Oscilaciones de Neutrinos

### 3.1. Fuentes de Neutrinos

Los neutrinos se generan en abundancia; tan sólo en un proceso común como lo es la fusión que se lleva a cabo en el Sol o los choques de partículas cargadas contra la atmósfera terrestre e incluso nosotros mismos producimos neutrinos por la radiactividad de algunos elementos; de hecho un ser humano es atravesado a cada segundo por millones de estas partículas casi sin producir efectos, estimándose una cantidad de trescientos treinta neutrinos por centímetro cúbico como flujo de neutrinos aquí en la Tierra [1].

Son producidos debido a varios procesos nucleares, la mayoría de los neutrinos que llegan a la Tierra desde el espacio vienen del Sol (llamados neutrinos solares). Se estima que el Sol produce unos  $10^{38}$  neutrinos por segundo [9]. Los procesos de desintegración beta de las reacciones en el núcleo solar, generan enormes cantidades de neutrinos, pero como no interactúan fácilmente con la materia, escapan libremente del núcleo solar, llegan a la Tierra y la atraviesan para seguir su curso por el espacio.

Los llamados geoneutrinos provienen del decaimiento beta de isótopos radioactivos que se encuentran en el interior de la Tierra. Colectivamente, los geoneutrinos llevan información integrada sobre la abundancia de sus fuentes radioactivas dentro de la Tierra. Uno de los principales objetivos del campo emergente de geofísica de neutrinos involucra extraer información geológica valiosa de las medidas de geoneutrinos.

Los neutrinos solares son del tipo electrónico y se producen en reacciones termonucleares de colisiones de protones  $pp$  que producen el 98% de la energía que emite el Sol y cuyo flujo y energía son variados. Los neutrinos son también liberados cuando los rayos cósmicos gamma chocan contra la atmósfera de la Tierra.

Los neutrinos generados en las supernovas tipo II provocan la expulsión de buena parte de la masa de la estrella al medio interestelar, los cuales tienen energías del orden de 10 MeV, y los producidos por núcleos galácticos activos son del orden de 1 TeV. Las explosiones de supernovas en nuestra galaxia pueden ser bastante raras, pero no en el resto del universo pues en promedio hay un colapso de núcleo supernova cada segundo en algún lugar del mismo. Los neutrinos emitidos de todas estas supernovas desde el inicio de la formación estelar, han impregnado el universo generando un flujo al que se le llama fondo difuso de neutrinos de supernova [19], también conocido como neutrinos reliquia de supernovas.

La detección de los neutrinos reliquia de supernova nos permite investigar la historia de la formación estelar, un factor clave en la cosmología, la nucleosíntesis y evolución estelar. Por otra parte, el estudio de las explosiones de supernovas, que producen y dispersan elementos más pesados que el helio, es vital para entender muchos aspectos del universo.

Las principales fuentes artificiales de neutrinos son las centrales nucleares que producen neutrinos del electrón por la desintegración  $\beta$  de productos de fisión inestables, su energía es del orden del MeV y para cuyos detectores se sitúan por lo general a 1 km de distancia de la central nuclear. La otra fuente artificial de neutrinos son los aceleradores de partículas que producen haces de neutrinos al colisionar protones de unos 100 GeV, lo que genera neutrinos con energías del orden del GeV [9].

Dado que los neutrinos interactúan sólo débilmente con la materia se pueden utilizar para investigar tanto el interior de las estrellas, como los confines del universo. Por ejemplo, podemos observar no sólo el núcleo de nuestro sol, cuya fusión nuclear crea su luz, sino también el momento en que el núcleo central de una estrella masiva colapsa como una supernova.

## 3.2. El problema de los neutrinos solares

Un experimento realizado bajo tierra, el cual mencionaremos mas adelante, se dedicó al estudio de los neutrinos emitidos por el Sol. Fue encabezado por el científico Estadounidense Raymond Davis Jr. En dicho experimento, después de analizar experimentalmente los neutrinos solares, se encontró que la cantidad de neutrinos del tipo electrónico, que son los que se detectaban, resultó ser menor de la cantidad predicha por la teoría del Modelo Estándar Solar (MES), el cual describe el funcionamiento y los aspectos generales de las reacciones del Sol.

Los resultados de éste experimento presentaba un déficit de la cantidad de neutrinos esperados, se analizaron las cantidades de neutrinos captados y estos resultaron ser cerca de sólo una tercera parte de lo predicho. Todos estos resultados dieron origen al denominado problema de los neutrinos solares, que supuso un reto tanto para los físicos estudiosos de los neutrinos como para los científicos solares.

Los investigadores Rusos, Mikheyev y Smirnov, desarrollaron ideas que ya habían sido propuestas anteriormente por otro científico estadounidense de nombre Wolfenstein, las cuales sugerían que los neutrinos solares podían cambiar a otro tipo de neutrinos. El Sol sólo emite neutrinos del electrón y éstos podían convertirse en neutrinos del muón y del tau que no habían sido detectados en la Tierra, un efecto que ya había sido propuesto tiempo antes por Pontecorvo [10].

Experimentos semejantes arrojaron que habían sido detectados neutrinos muónicos y de tipo tauónicos en cantidades tales que la suma total de los tres tipos de neutrinos se acercaba mucho a la cantidad de neutrinos electrónicos esperados provenientes del Sol.

## 3.3. Oscilaciones

Así fue como se confirmó que ocurren transformaciones entre los diferentes sabores de neutrinos. A este fenómeno cuántico se le conoce como Oscilaciones de Neutrinos. Estas oscilaciones dependen en gran medida de las distancias recorridas por los mismos, con lo que se da solución al problema de los neutrinos solares pero además implica que los neutrinos tienen masa.

En el caso de una masa diferente de cero para el neutrino, los eigenestados débiles y de masa no son necesariamente idénticos, un hecho bien conocido en el sector de quarks donde los dos tipos de estados están conectados por la matriz introdu-

cida por Nicola Cabibbo, Makoto Kobayashi y Toshihide Maskawa (CKM). Esto permite el fenómeno de las oscilaciones de neutrinos sean observables, siempre y cuando los paquetes de ondas de neutrinos formen una superposición coherente de estados. Tales oscilaciones entre los diferentes sabores de neutrinos no conservan números leptónicos de sabor individuales, sólo número leptónico total.

La oscilación entre las distintas familias se produce aleatoriamente y suceden en función del tiempo. El mecanismo preciso propuesto por Mikheyev, Smirnov y Wolfenstein involucra el mejoramiento resonante de las oscilaciones de neutrinos debido a los efectos de la materia, con lo que la probabilidad de cambio es más alta en un medio material que en el vacío, y es mejor conocido como el efecto Mikheyev, Smirnov, Wolfenstein (MSW).

Básicamente el efecto MSW consiste en que la presencia de electrones en la materia cambia los niveles de energía de los eigenestados de masa de los neutrinos, debido a la dispersión coherente hacia adelante de corriente cargada de los neutrinos del electrón. La dispersión coherente hacia adelante es análoga al proceso electromagnético que lleva al índice de refracción de la luz en un medio. Esto significa que los neutrinos en la materia tienen una masa efectiva distinta a la que tienen en el vacío, y como la oscilación de neutrinos depende de la masa de estos, entonces el efecto de oscilación es diferente.

Dichas oscilaciones presentan una semejanza con la inducción de oscilaciones entre conjuntos de péndulos acoplados en los cuales uno induce oscilaciones en otro péndulo, y la fuerza de acoplamiento se define en términos de un parámetro llamado ángulo de mezcla.

Experimentos como el Sudbury Neutrino Observatory (SNO), han podido aproximar el ángulo de mezcla de los neutrinos del electrón a alrededor de 30 grados y formando un estado de masa poco mayor de 0,007 eV. El neutrino del tau y del muon deben tener un ángulo de mezcla de aproximadamente 45 grados y forman un estado de masa de cerca de 0,05 eV [7].

### 3.4. Nobel de física 2015

El día 6 de octubre del año 2015, La Real Academia Sueca de las Ciencias decidió otorgar el Premio Nobel de Física en 2015 a Takaaki Kajita por su Colaboración en Super Kamiokande de la Universidad de Tokio en Kashiwa Japón y a Arthur B. McDonald por su Colaboración en el experimento Sudbury Neutrino Observatory (SNO) laborando en la Universidad de Queens en Kingston Canadá. Ambos ganadores por el descubrimiento de las oscilaciones de neutrinos, lo que demuestra que los neutrinos tienen masa [14].

El japonés Takaaki Kajita y el canadiense Arthur B. McDonald demostraron por separado que los neutrinos oscilan, un descubrimiento fundamental para esa rama de la física y para la comprensión del universo. Lo que hicieron Kajita, con su grupo de trabajo del laboratorio Super-Kamiokande en Japón, y McDonald, con investigadores del Instituto del Observatorio de Neutrinos en Sudbury en Canadá, fue construir detectores para neutrinos solares de cualquier sabor (electrónicos, muónicos y tauónicos) y poder realizar las observaciones que llevaron a la conclusión de dichas oscilaciones de neutrinos.

Ambos experimentos (Super Kamiokande y SNO) serán mencionados en el capítulo posterior.



# Capítulo 4

## Desarrollo tecnológico de la Física de Altas Energías

### 4.1. Detección de Neutrinos

Los neutrinos, al interactuar muy débilmente con la materia ordinaria y al sólo ser susceptibles a las interacciones de la fuerza débil, representaron durante mucho tiempo, desde su postulación teórica, un gran reto al momento de poder detectarlos y así poder tener pruebas experimentales que corroboren la teoría y el Modelo Estándar del cual ya eran pieza clave.

Anteriormente se hizo mención de un experimento de detección de Neutrinos cuyos resultados derivaron en el llamado problema de los neutrinos Solares, fué uno de los primeros en poder detectar experimentalmente a los neutrinos. A continuación se mencionan algunas de sus generalidades.

En el año 1967, el físico Raymond Davis consiguió que el Laboratorio Nacional Brook Haven instalara un detector de neutrinos en el interior de una antigua mina de oro ubicada en Lead, en Dakota del Sur. El proyecto se llamó Homestake por el nombre de la vieja mina y contaba con un detector que consistía en un gran depósito de 380 mil litros de percloroetileno  $C_2Cl_4$  situado a 1500 metros de profundidad.

La instalación del detector a esta gran profundidad era para que los rayos cósmicos procedentes del espacio no pudieran llegar hasta el depósito, solamente los neutrinos conseguirían atravesar esa pared de aproximadamente un kilómetro y medio de espesor.

Davis y sus colaboradores consiguieron detectar neutrinos gracias al choque que éstos tenían con átomos de cloro. Anteriormente se observó que el Cloro-37 era capaz de interactuar con un neutrino para convertirse en Argón-37, lo que es una desintegración  $\beta$  inversa que básicamente se puede describir como:



Además existían otros aspectos favorables al emplear este tipo de detectores, como que la sección eficaz de la interacción cloro-37 con un neutrino es bastante grande, lo que implica una mayor probabilidad de que tal reacción se produzca; el argón-37 es radioactivo por lo que es posible detectar su presencia por sus emisiones; y que el cloro-37, aunque no es el isótopo del cloro más abundante, es muy fácil de obtener.

Éste tipo de detección de neutrinos basada en la interacción con éstos isótopos, fué de las primeras en utilizarse de manera eficiente, posteriormente se fueron desarrollando métodos y técnicas de detección de neutrinos basados en otros principios y efectos, directa o indirectamente, que presentan los neutrinos.

## 4.2. Efecto Cherenkov

Gracias a los conceptos de relatividad queda claro que la constante de la velocidad de la luz en el vacío no puede ser superada, pero la luz cuando viaja en ambientes densos como lo es el agua, presenta velocidades menores a diferencia de lo que pasa con otras partículas que pueden superar su velocidad en dichos medios, caso de los neutrinos.

Los neutrinos al atravesar un medio acuoso más rápido de lo que lo haría la luz, producen una emisión de luz azulada característica, conocida como radiación de Cherenkov en honor al físico Pável Cherenkov quien fue el primero en caracterizarla rigurosamente y explicar su producción.

En el caso de los Neutrinos, dicha radiación de Cherenkov se basa en el proceso de transmisión de momento del neutrino a electrones del medio, teniendo:



Como lo que se observa es una transmisión de momento lineal, se puede inferir aproximadamente la masa y la dirección de los neutrinos de quienes procede, mientras que con el anterior sistema de detección basado en perclorotileno, sólo se podía calcular el flujo de los neutrinos y no proporcionaba información adicional

acerca de su procedencia.

Cherenkov recibió el Premio Nobel de Física en 1958 por sus descubrimientos relacionados con esta radiación, que actualmente puede ser captada por dispositivos fotomultiplicadores presentes en algunos detectores de partículas.

### 4.3. Experimentos con Neutrinos

La detección de neutrinos ha ido perfeccionándose y adaptándose a las necesidades de los experimentos que se realizan en torno a ellos y de los fenómenos que se pretenden estudiar. Es así como podemos encontrar experimentos que emplean métodos de detección novedosos.

Para el estudio de los neutrinos, el aspecto tecnológico es primordial en toda instancia. Debido a que son diferentes las fuentes de neutrinos, se requiere de infraestructuras variadas de acuerdo a lo que se pretende estudiar en cada uno de los experimentos. Se tienen que tomar en cuenta la fuente de la que se desea obtenerlos, los mecanismos de detección empleados, la ubicación geográfica de los experimentos y un sin fin de factores más a considerar en cada uno de los experimentos que abordan a los neutrinos.

A continuación se hace una breve revisión de algunos experimentos de neutrinos que han sido de gran importancia para la investigación y el descubrimiento de nueva información que enriquece el conocimiento que se tiene no sólo de los neutrinos, sino de la física contemporánea.

#### 4.3.1. Super Kamiokande

Inspirado en los entonces recientes hallazgos sobre neutrinos, el físico japonés Masatoshi Koshiba, consiguió en 1980 el apoyo de la Universidad de Tokio para diseñar un experimento destinado específicamente a la detección de neutrinos solares y otras fuente cósmicas de cualquier parte de nuestra galaxia. Así fue como en 1995 se construyó el detector Super Kamiokade, ubicado en las profundidades de la mina Kamioka ubicada en Gifu en la costa Este de Japón.

El detector está constituido por un gran tanque de 39,3 metros de diámetro y 41,4 metros de altura lleno de casi 50 mil toneladas de agua pesada ultra-pura. En este experimento, llamado Tokai to Kamioka (T2K), participaron 508 científicos

de 12 países. Uno de los fines del experimento Super-Kamiokande es revelar las propiedades de neutrinos a través de la observación de neutrinos solares, neutrinos atmosféricos y neutrinos artificiales [19].

En febrero de 1997, el detector de neutrinos Super Kamiokande detectó por primera vez en el mundo una explosión de supernova. Desde entonces, ninguna explosión supernova se ha producido en o cerca de nuestra galaxia, así que no se han observado neutrinos del estallido de una supernova desde entonces.

Otro importante tema de investigación en el Super-Kamiokande es la búsqueda de la desintegración del protón. Si el protón es el elemento más ligero de su familia de partículas, la ley de conservación de la energía prohíbe que se descomponga. Sin embargo, si, por ejemplo, electrones, neutrinos, y piones son todos los miembros de la familia de protones, sería posible que el protón se desintegre para producirlos, ya que son todas las partículas más ligeras. La observación de la desintegración de un protón sería verificar que estas partículas son parte de la misma familia y por lo tanto proporcionan una evidencia directa de las teorías de grandes unificaciones, una clase de teorías que extienden el modelo estándar de las partículas elementales.

Actualmente este experimento lleva 20 años desde la primera toma de datos que se inició en 1996 y Super-Kamiokande continúa recogiendo datos y la búsqueda de nuevos descubrimientos.

### 4.3.2. SNO

El Sudbury Neutrino Observatory (SNO) es un observatorio de neutrinos localizado a 2070 metros bajo tierra en la mina Vale Creighton en Sudbury, una ciudad de la provincia de Ontario en Canadá. Es un detector que inicialmente surge para detectar neutrinos solares a través de las interacciones con agua pesada emitiendo luz Cherenkov. Inició operaciones en Mayo de 1999 y aunque fue apagado el 28 de noviembre de 2006, aún realiza actividades de colaboraciones para analizar la información recabada [17].

El detector consistió en 1000 toneladas de agua pesada contenida en un recipiente de acrílico de 6 metros de radio. La cavidad del detector es la más grande hecha por el hombre, la parte de afuera de la vasija se llenó con agua normal para proporcionar tanto la flotabilidad de la vasija como protección contra otros tipos de radiación. Contó con aproximadamente 9600 tubos fotomultiplicadores (PMT) montados en una esfera geodésica en un radio de unos 850 centímetros.

Los tubos fotomultiplicadores (PMT) son los ojos del detector, son detectores de luz muy sensibles capaces de detectar fotones de luz individuales y produciendo un impulso eléctrico que viaja a la electrónica de adquisición de datos. Los PMT consisten en placas de dínodo de alto voltaje dentro de una ampolla de vidrio de 8 pulgadas, los fotones de luz interactúan con una película fina en el interior de la copa para expulsar un electrón, posteriormente este electrón se acelera hacia las placas de alta tensión donde causa una cascada de electrones para producir el pulso.

Así mismo este proyecto cuenta con el laboratorio SNOLAB, que es una instalación científica de clase mundial ubicado en la profundidad. SNOLAB tiene 5000  $m^2$  de espacio subterráneo que cuenta con instalaciones muy limpias para experimentos e infraestructura de apoyo, en la superficie hay un edificio de 3100  $m^2$  para apoyar los experimentos subterráneos. La combinación de una gran profundidad y la limpieza que ofrece SNOLAB permite observar interacciones extremadamente raras y estudiar procesos débiles. El programa científico actual de SNOLAB se centra en la física subatómica, en gran parte de la física de neutrinos y de la materia oscura.

### 4.3.3. IceCube

IceCube es un telescopio de neutrinos situado en el polo sur, es el primer detector de su tipo, diseñado para observar el cosmos desde lo profundo del hielo. Su funcionamiento se basa en la analogía de ser un telescopio que en vez de ser óptico y observar mediante fotones, detecta neutrinos y registra sus interacciones para poder así buscar los neutrinos provenientes de las fuentes astrofísicas más extremas como lo pueden ser la explosión de estrellas, explosiones de rayos gamma y fenómenos cataclísmicos que involucran agujeros negros y estrellas de neutrones.

Ofrece además ser una poderosa herramienta en la búsqueda de misterios cosmológicos como el de la materia oscura y ayudar al entendimiento de los procesos involucrados en el origen de las partículas de mayor energía en la naturaleza. En general, estudia los neutrinos en diversos aspectos con el título de ser el detector de neutrinos más grande del mundo ya que abarca un kilómetro cubico de hielo.

Construido en Diciembre de 2010, actualmente cuenta con aproximadamente 300 físicos de 47 instituciones en 12 países [18]. La National Science Foundation (NSF) proporcionó el financiamiento principal para el Observatorio de Neutrinos IceCube, con la asistencia de los organismos de financiación asociadas procedentes de distintos países y es la Universidad de Wisconsin-Madison la institución principal, responsable del mantenimiento y las operaciones del detector.

El equipo internacional es responsable del programa científico y muchos de los colaboradores contribuyeron al diseño y la construcción del detector que se encuentra de entre 1500 a 2000 metros bajo la superficie. Ésta profundidad permite tener un hielo claro sin burbujas, óptimo para los dispositivos detectores llamados DOM (Digital Optical Modules), los cuales registran las interacciones de los neutrinos. Estos módulos detectan la luz emitida por los muones que se producen por el choque de los neutrinos con el hielo y mediante la dirección y la intensidad de la luz, se puede determinar la procedencia de los neutrinos.

IceCube ha establecido el mejor límite de energía en un flujo de neutrinos cósmicos, descubrieron tres eventos de neutrinos con energías a nivel de PeV, siendo los neutrinos más energéticos jamás detectados. Por otro lado el sub-detector llamado DeepCore, permite extender la medición del flujo de neutrinos de 100 TeV hasta sólo 10 GeV con lo que pueden observar las oscilaciones de neutrinos atmosféricos y que hoy en día han medido los parámetros de oscilación atmosféricas con una precisión compatible y comparable con los datos de experimentos dedicados a oscilaciones como el MINOS o Super Kamiokande.

#### 4.3.4. OPERA

Con el propósito de estudiar las oscilaciones de neutrinos, fue desarrollado el proyecto OPERA (acrónimo inglés de Oscillation Project with Emulsion-tRacking Apparatus), el cual aprovecha los Neutrinos provenientes del CERN (CNGS, del inglés CERN Neutrinos to Gran Sasso) el cual emite un haz de neutrinos muónicos de alta intensidad y energía, generados por el Super Proton Synchrotron del CERN en Ginebra, estos haces son dirigidos hacia el LNGS, un laboratorio bajo tierra en Gran Sasso, a 730 km en el centro de Italia [11].

El experimento OPERA estuvo dirigido a detectar por primera vez la aparición de neutrinos tau ( $\nu_\tau$ ), de la oscilación de los neutrinos muón ( $\nu_\mu$ ), durante su viaje de tres milisegundos desde Ginebra hasta Gran Sasso. Básicamente el principio de OPERA se basa en que los leptones tau ( $\tau$ ) resultantes de la interacción de  $\nu_\tau$  se observan en unos ladrillos especiales de películas de emulsión fotográfica intercaladas con placas de plomo.

El aparato contiene aproximadamente 150 mil de estos ladrillos siendo una masa total de 1300 toneladas y que se complementa con detectores electrónicos (rastreadores y espectrómetros) y de infraestructura auxiliar. Su construcción fue terminada en la primavera de 2008 y recabó datos hasta finales de 2012.

#### 4.3.4.1. Anomalía del tiempo de vuelo del neutrino

El 23 de septiembre de 2011, el equipo del OPERA anunció que neutrinos acelerados a 17 GeV habían conseguido viajar desde el CERN en Ginebra hasta el detector OPERA con una velocidad mayor que la de la luz [8], al momento de medir la velocidad con la que llegaron los neutrinos, se pudo medir que fue de 60 nanosegundos más rápido que si lo hubiese hecho la luz recorriendo la misma distancia. Resultados similares fueron obtenidos para neutrinos a 28 GeV.

A finales de noviembre de 2011 hicieron públicos nuevos experimentos realizados que ratificaban el primer estudio. Se atribuía este fenómeno a la gran longitud del haz de neutrinos que se emitía, por lo cual científicos del CERN modificaron los haces emitidos y cuando los investigadores de Opera ejecutaron una versión mejorada del experimento, hallaron casi exactamente el mismo resultado.

El 8 de junio de 2012 en la 25<sup>a</sup> Conferencia Internacional de Física de Neutrinos y Astrofísica en Kyoto, el director de Investigación del CERN, Sergio Bertolucci presentó los resultados en el tiempo de vuelo de los neutrinos del CERN al laboratorio de Gran Sasso[13].

Cuatro experimentos situados en Gran Sasso: Borexino, ICARUS, LVD y OPERA habían logrado medir un tiempo de vuelo de neutrinos coherente con la velocidad de la luz[12], indicando que la medición original de OPERA puede ser atribuida a un elemento defectuoso del sistema de distribución de fibra óptica del experimento en un receptor GPS.



# Capítulo 5

## Procesos con violación de sabor leptónico

Como se mencionó anteriormente, los leptones se agrupan en dobletes de una partícula de carga negativa y un neutrino, a cada tipo de neutrino se le da el nombre del leptón cargado asociado con él, así tenemos al electrón ( $e$ ) y el neutrino del electrón ( $\nu_e$ ), el muón ( $\mu$ ) y neutrino del muón ( $\nu_\mu$ ) y al tau o tauón ( $\tau$ ) y neutrino del tau ( $\nu_\tau$ ). Al igual que los quarks, a cada tipo de neutrino se le da el nombre de sabor.

A pesar de su enorme éxito para describir los datos experimentales existentes con alta precisión, el modelo estándar generalmente no se considera como modelo definitivo en la unificación, además de tener inconsistencia con la teoría de la gravedad, nuevas observaciones y una variedad de resultados experimentales, han mostrado que el Modelo Estándar esta incompleto. El fenómeno de cambio de sabor está suprimido dentro del Modelo Estándar así como el hecho de que en el Modelo Estándar las masas de los neutrinos son nulas, por lo tanto cualquier evidencia de una masa no nula indicaría física más allá del modelo estándar.

La violación de sabor leptónico es una propuesta teórica en la cual no se respeta el numero de sabor que se espera en los estados finales de los procesos que analizaremos, mas específicamente, se hace el estudio de modos de desintegración de partículas en los cuales las partículas resultantes de dicha desintegración no respetan el número leptónico de sabor.

## 5.1. Desintegración del pión ( $\pi^+$ )

En esta sección analizaremos la desintegración del pión ( $\pi$ ), específicamente el caso del  $\pi^+$ , el cual es un tipo de proceso débil cargado semileptónico. En primera instancia se realizó el análisis del cálculo para el caso en el que un pión positivo se desintegra en un leptón positivo mas un neutrino del mismo tipo que el leptón asociado, siendo éste un caso en donde de forma general no hay violación de sabor en los estados finales. El proceso se representa como:  $\pi^+ \rightarrow l^+ \nu_l$

Por conservación del momento se tiene la relación  $q = p_\pi = p_\nu + p_l$ , donde  $q$  es el momento del bosón W,  $p_\pi$  es el momento del pión y  $p_\nu$ ,  $p_l$  son los momentos respectivamente del neutrino y el leptón en el proceso.

$M_0$  es el elemento de matriz, que se obtiene de implementar las contribuciones de los vértices:

$$\begin{aligned} M_0 &= V_{ud} g_l f_\pi \left( \frac{-i g_{\mu\nu}}{q^2 - M_w^2} \right) q^\mu (-i) \bar{u}_{\nu L} \gamma^\nu u_{lL} \\ M_0 &= -V_{ud} g_l f_\pi \frac{1}{q^2 - M_w^2} q^\mu \bar{u}_{\nu L} \gamma_\mu u_{lL} \end{aligned} \quad (5.1)$$

donde  $V_{ud}$  es el elemento de matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM),  $g_l$  es el acoplamiento del neutrino y el leptón, y  $f_\pi$  es la constante de desintegración del pión.

Si consideramos que  $q^2 \ll M_w^2$ , entonces:

$$\begin{aligned} M_0 &= V_{ud} g_l f_\pi \frac{1}{M_w^2} q^\mu \bar{u}_{\nu L} \gamma_\mu u_{lL} \\ M_0 &= \frac{V_{ud} g_l f_\pi}{2M_w^2} q^\mu \bar{u}_{\nu L} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_{lL}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Nótese que se han utilizado las relaciones

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_L \gamma_\mu \psi_L &= \frac{1}{2} (1 - \gamma_5^+) \varphi^+ \gamma_0 \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \psi \\ &= \frac{1}{4} \varphi^+ \gamma_0 (1 + \gamma_5) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi \\ &= \frac{1}{4} \varphi^+ \gamma_0 \gamma_\mu (1 - \gamma_5)^2 \psi \\ &= \frac{1}{2} \bar{\varphi} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi \end{aligned} \quad (5.3)$$

Ahora aplicando la conservación del momento:

$$q = p_\nu + p_l \quad (5.4)$$

y la ecuación de Dirac  $(\gamma^\mu p_\mu - m)u = 0$ , se obtiene

$$M_0 = \frac{V_{ud}g_l f_\pi}{2M_w^2} m_l \bar{u}_\nu (1 + \gamma_5) u_l \quad (5.5)$$

Tomando el cuadrado, sumando sobre los espines y reemplazando los productos espinoriales por operadores de proyección, obtenemos:

$$\begin{aligned} \sum_{\text{espines}} |M_0|^2 &= \sum_{\text{espines}} M_0 M_0^\dagger = c \text{Tr}[(1 + \gamma_5) \not{p}_\nu \gamma^0 (1 + \gamma_5) \gamma_0 (\not{p}_l + m_l)] \quad (5.6) \\ &= c \text{Tr}[\not{p}_\nu \not{p}_l + m_l \not{p}_\nu + 2\gamma_5 \not{p}_\nu \not{p}_l + 2m_l \gamma_5 \not{p}_\nu + \not{p}_\nu \not{p}_l + m_l \not{p}_\nu] \\ &= 2c \text{Tr}[\not{p}_\nu \not{p}_l + m_l \not{p}_\nu + \gamma_5 \not{p}_\nu \not{p}_l + m_l \gamma_5 \not{p}_\nu] \\ &= 2c(4p_\nu \cdot p_l) \\ &= 8cp_\nu \cdot p_l \end{aligned}$$

Ésto último se obtuvo considerando la identidad:

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\not{p}_\nu \not{p}_l) &= \text{Tr}(\gamma^\alpha p_{\nu\alpha} \gamma^\beta p_{l\beta}) \\ &= p_{\nu\alpha} p_{l\beta} \text{Tr}(\gamma^\alpha \gamma^\beta) \\ &= 4p_{\nu\alpha} p_{l\beta} g^{\alpha\beta} \\ &= 4p_\alpha \gamma p_l^\alpha \\ &= 4p_\nu \cdot p_l \end{aligned} \quad (5.7)$$

, con

$$c = \frac{V_{ud}^2 g_l^2 f_\pi^2}{4M_w^4} \quad (5.8)$$

Consideremos la fórmula

$$\sum_{\text{espines } a,b} [\bar{u}(a)\Gamma_1 u(b)][\bar{u}(a)\Gamma_2 u(b)]^\dagger = \text{Tr}[\Gamma_1(\not{p}_b + m_b)\bar{\Gamma}_2(\not{p}_a + m_a)] \quad (5.9)$$

donde  $\bar{u} = u^\dagger \gamma_0$  (espinor),  $\bar{\Gamma} = \gamma_0 \Gamma^\dagger \gamma_0$  (matriz 4x4).

La demostración de la fórmula anterior es la siguiente:

Sea

$$\begin{aligned} G &= [\bar{u}(a)\Gamma_1 u(b)][\bar{u}(a)\Gamma_2 u(b)]^\dagger \\ &= [\bar{u}(a)\Gamma_1 u(b)][\bar{u}(b)\Gamma_2 u(a)] \end{aligned} \quad (5.10)$$

Puesto que

$$\begin{aligned} [\bar{u}(a)\Gamma u(b)]^\dagger &= [u^\dagger(a)\gamma_0 \Gamma u(b)]^\dagger \\ &= u^\dagger(b)\Gamma^\dagger \gamma_0^\dagger u(a) \\ &= u^\dagger(b)\gamma^0 \gamma^0 \Gamma^\dagger \gamma_0 u(a) \\ &= \bar{u}(b)\bar{\Gamma} u(a), \end{aligned} \quad (5.11)$$

donde  $\gamma^{0\dagger} = \gamma^0$ ,  $\gamma_0^2 = 1$ ,

Se puede escribir

$$\begin{aligned} \sum_{\text{espines } b} G &= \bar{u}(a)\Gamma_1 \left\{ \sum_{s_b=1,2} u^{s_b}(p_b)\bar{u}^{(s_b)}(p_b) \right\} \bar{\Gamma}_2 u(a) \\ &= \bar{u}(a)\Gamma_1(\not{p}_b + m_b)\bar{\Gamma}_2 u(a) \\ &= \bar{u}(a)Q u(a) \end{aligned} \quad (5.12)$$

con  $Q \equiv \Gamma_1(\not{p}_b + m_b)\bar{\Gamma}_2$

Aquí será útil recordar que:

$$\text{Tr}(A) = \sum_i A_{ii} \quad (5.13)$$

con lo que empleamos:

$$\begin{aligned}
\sum_{\text{espines } a} \sum_{\text{espines } b} G &= \sum_{s_a=1,2} \bar{u}^{(s_a)}(p_a) Q u^{(s_a)}(p_a) \\
\sum_{s_a=1,2} \bar{u}^{(s_a)}(p_a)_i Q_{ij} u^{(s_a)}(p_a)_j &= Q_{ij} \left\{ \sum_{s_a=1,2} u^{(s_a)}(p_a) \bar{u}^{(s_a)}(p_a) \right\}_{ji} \\
&= Q_{ij} (\not{p}_a + m_a)_{ji} \\
&= \text{Tr}[Q(\not{p}_a + m_a)]
\end{aligned} \tag{5.14}$$

quedándonos que:

$$\sum_{\text{todos espines}} [\bar{u}(a)\Gamma_1 u(b)][\bar{u}(a)\Gamma_2 u(b)]^\dagger = \text{Tr}[\Gamma_1(\not{p}_b + m_b)\bar{\Gamma}_2(\not{p}_a + m_a)] \tag{5.15}$$

con

$$\overline{|M_0|^2} = \frac{2V_{ud}^2 g_l^2 f_\pi^2 m_l^2}{M_w^4} (p_\nu \cdot p_l) \tag{5.16}$$

donde  $\overline{|M_0|^2} \equiv \sum_{\text{espines}} |M_0|^2$ .

En el sistema de reposo del pi3n,

$$\begin{aligned}
p_\nu \cdot p_l &= p_\nu \cdot (p_\pi - p_\nu) = p_\nu \cdot p_\pi - p_\nu \cdot p_\nu = p_\nu \cdot p_\pi - p_\nu^2 \\
&= p_\nu \cdot p_\pi = E_\nu E_\pi - \vec{p}_\nu \cdot \vec{p}_\pi = m_\pi E_\nu
\end{aligned} \tag{5.17}$$

donde  $m_\pi$  es la masa del pi3n y  $E_\nu$  es la energ3a del neutrino en el sistema de reposo del pi3n.

La probabilidad de desintegraci3n puede ser escrita en la forma:

$$\Gamma = \frac{\overline{|M_0|^2}}{2m} \Phi \tag{5.18}$$

donde  $\Phi$  es el vol3men del espacio de fase. (Ver Anexos: Regla de Oro)

$$\begin{aligned}
\Phi &= \int \frac{d^3 p_\nu}{2E_\nu(2\pi)^3} \frac{d^3 p_l}{2E_l(2\pi)^3} (2\pi) \delta^4(p_\nu + p_l - p_\pi) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3 p_\nu}{2E_\nu} \frac{d^3 p_l}{2E_l} \delta(E_\nu + E_l - E_\pi) \delta^3(\vec{p}_\nu + \vec{p}_l - \vec{p}_\pi) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^3 p_\nu}{4E_\nu E_l - m_\pi} \tag{5.19}
\end{aligned}$$

Lo anterior debido a que  $E_\pi = m_\pi$  y  $\vec{p}_\pi = 0$ , además se omitió la escritura de los términos de  $\delta^3$  debido a la propiedad de la integral de la  $\delta$ :

$$\int \delta^3(\vec{p}_\nu + \vec{p}_l) d^3 p_l = 1 \tag{5.20}$$

Así,

$$\begin{aligned}
\Phi &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{p_\nu^2 dp_\nu}{4E_\nu E_l} \theta_\nu d\theta_\nu d\varphi_\nu \delta(E_\nu + E_l - m_\pi) \\
&= \frac{4\pi}{(2\pi)^2} \int \frac{p_\nu^2 dp_\nu}{4E_\nu E_l} \delta(E_\nu + E_l - m_\pi) \\
&= \frac{1}{(4\pi)} \int \frac{E_\nu^2 dE_\nu}{E_\nu E_l} \delta(E_\nu + \sqrt{E_\nu^2 + m_l^2} - m_\pi) \\
&= \frac{1}{(4\pi)} \int \frac{E_\nu dE_\nu}{E_l} \delta(E_\nu + \sqrt{E_\nu^2 + m_l^2} - m_\pi) \tag{5.21}
\end{aligned}$$

En lo anterior se pudo realizar el cambio de la raíz cuadrada ya que  $E_\nu = |\vec{p}_\nu|$ , entonces:

$$E_l^2 = m_l^2 + \vec{p}_l^2 = m_l^2 + E_\nu^2 \tag{5.22}$$

Además de que en el sistema de reposo del pión,  $|\vec{p}_l| = |\vec{p}_\nu|$ .

Para realizar la integral, se hace el cambio de variable:

$$\begin{aligned}
t &= E_\nu + \sqrt{E_\nu^2 + m_l^2} - m_\pi \\
t - E_\nu + m_\pi &= \sqrt{E_\nu^2 + m_l^2} \\
(t + m_\pi)^2 - m_l^2 &= 2E_\nu(t + m_\pi) \\
E_\nu &= \frac{1}{2(t + m_\pi)} [(t + m_\pi)^2 - m_l^2] \tag{5.23}
\end{aligned}$$

$$dE_\nu = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{m_l^2}{(t + m_\pi^2)} \right] dt \quad (5.24)$$

Con ésto podemos definir una nueva relación:

$$\Phi = \frac{1}{(4\pi)} I, \quad I = \int \frac{E_\nu dE_\nu}{E_l} \delta(t) \quad (5.25)$$

Procedemos a resolver la integral  $I$  con los correspondientes cambios de variable:

$$\begin{aligned} I &= \int \delta(t) \frac{1}{2(t + m_\pi)} [(t + m_\pi)^2 - m_l^2] \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4(t+m_\pi)^2} [(t + m_\pi)^2 - m_l^2]^2 + m_l^2}} \\ &\quad \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{m_l^2}{(t + m_\pi^2)} \right] dt \\ &= \frac{1}{2m_\pi} (m_\pi^2 - m_l^2) \frac{2m_\pi}{\sqrt{(m_\pi^2 - m_l^2)^2 + 4m_\pi^2 m_l^2}} * \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{m_l^2}{m_\pi^2} \right) \\ &= \frac{(m_\pi^2 - m_l^2)(m_\pi^2 + m_l^2)}{2\sqrt{(m_\pi^2 + m_l^2)^2 \pi^2}} \\ &= \frac{(m_\pi^2 - m_l^2)}{2m_\pi^2} \end{aligned} \quad (5.26)$$

Por conservación del momento,

$$\begin{aligned} p_\pi &= p_\nu + p_l \\ p_\pi^2 &= p_\nu^2 + p_l^2 + 2p_\nu \cdot p_l \\ &= p_\nu^2 + p_l^2 + 2(E_\nu E_l - \vec{p}_\nu \cdot \vec{p}_l) \end{aligned} \quad (5.27)$$

por lo que:

$$m_\pi^2 = m_\nu^2 + m_l^2 + 2(E_\nu E_l + |\vec{p}_\nu|^2) \quad (5.28)$$

Considerando  $m_l^2 = 0$  y debido a que  $\vec{p}_\nu = -\vec{p}_l$ , ( $\vec{p}_\pi = 0$ ).

Entonces:

$$m_\pi^2 = m_l^2 + 2(E_\nu E_l + E_\nu^2) = m_l^2 + 2E_\nu(E_\nu + E_l) \quad (5.29)$$

$$m_\pi^2 - m_l^2 = 2E_\nu(E_\nu + E_l) = 2E_\nu E_\pi \quad (5.30)$$

recordando que  $(E_\nu + E_l) = E_\pi$ .

Con:

$$\begin{aligned} I &= \frac{2E_\nu E_\pi}{2m_\pi^2} = \frac{2E_\nu m_\pi}{2m_\pi^2} = \frac{2E_\nu}{2m_\pi} \\ I &= \frac{E_\nu}{m_\pi} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Por lo tanto,

$$\Phi = \frac{E_\nu}{4\pi m_\pi} \quad (5.32)$$

Ahora se puede escribir la probabilidad de desintegración.

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{2V_{ud}^2 g_l^2 f_\pi^2 m_l^2 E_\nu^2}{(2)4\pi m_\pi M_w^4} \\ &= \frac{2V_{ud}^2 g_l^2 f_\pi^2 m_l^2}{(2)4\pi m_\pi M_w^4} \frac{(m_\pi^2 - m_l^2)^2}{4m_\pi^2} \\ \Gamma &= \frac{V_{ud}^2 g_l^2 f_\pi^2 m_l^2 m_\pi}{16\pi M_w^4} \left(1 - \frac{m_l^2}{m_\pi^2}\right)^2 \end{aligned} \quad (5.33)$$

Siendo ésta la probabilidad de desintegración del  $\pi^+$  a  $l^+$  y  $\nu_e$ .

## 5.2. Violación de sabor en la desintegración del $\pi^+$

En un proceso de violación de sabor, los productos son partículas de diferente familia. Como sabemos, los modos de desintegración de las partículas son diferentes y numerosos, en donde cada forma de desintegración contribuye a la razón de desintegración total. (Ver anexo Desintegración.)

Dentro de los distintos canales en los cuales pueden desintegrarse las partículas, se proponen éstos donde existe cambio de sabor en las partículas finales; cabe resaltar que estos canales son altamente restringidos y que experimentalmente aún no se tiene evidencia ya que no tienen explicación en el contexto del modelo estándar.

En este apartado se realizará el cálculo de un proceso en el cual el  $\pi^+$  se desintegra en un muón y un anti-neutrino del tipo del electrón, representado como:  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_e$

Retomando la ecuación de la probabilidad de desintegración (5.33), podemos retomar los valores arrojados por experimentos e investigaciones, así como las mediciones de masas de las diferentes partículas. Consultando los datos mas recientes de mediciones tenemos:

- $m_W = 80,385 \pm 0,015$  (GeV) [22]
- $m_\pi = 139,57018 \pm 0,00035$  (MeV) [24]
- $m_\mu = 105,6583715 \pm 0,0000035$  (MeV) [4]
- $f_\pi = 130,4 \pm 0,03$  (MeV) [21]
- $V_{ud} = 0,97425$  [23]

donde  $m_W$  es la masa del bosón de norma W;  $m_\pi$  es la masa del pión;  $m_\mu$  es la masa del muón;  $V_{ud}$  es el elemento de la matriz CKM;  $f_\pi$  es la constante de desintegración del  $\pi$ . El parámetro de mezcla  $g_l$  es el factor en cuestión que desconocemos debido a que es distinto en cada proceso.

En este punto podemos conocer los valores de las fracciones de cada modo de desintegración entre la probabilidad de desintegración total  $\Gamma_i/\Gamma_t$  (Ver anexos: Desintegraciones). En la siguiente tabla se muestran los valores de éstos modos de desintegración del  $\pi^+$  y también de aquellos modos que surgen del análisis de experimentos de oscilaciones de neutrinos y en los que existe violación del número leptónico.

**Modos de desintegración del  $\pi^+$  [24]**

	Modo	Fracción ( $\Gamma_i/\Gamma_t$ )	Nivel de confianza
$\Gamma_1$	$\mu^+\nu_\mu$	$(99,98770 \pm 0,00004)$	
$\Gamma_2$	$\mu^+\nu_\mu\gamma$	$(2,00 \pm 0,25) \times 10^{-4}$	
$\Gamma_3$	$e^+\nu_e$	$(1,230 \pm 0,004) \times 10^{-4}$	
$\Gamma_4$	$e^+\nu_e\gamma$	$(7,39 \pm 0,05) \times 10^{-7}$	
$\Gamma_5$	$e^+\nu_e\pi^0$	$(1,036 \pm 0,006) \times 10^{-8}$	
$\Gamma_6$	$e^+\nu_e e^+ e^-$	$(3,2 \pm 0,5) \times 10^{-9}$	
$\Gamma_7$	$e^+\nu_e\nu\bar{\nu}$	$< 5 \times 10^{-6}$	90 %
$\Gamma_8$	$\mu^+\bar{\nu}_e$	$< 1,5 \times 10^{-3}$	90 %
$\Gamma_9$	$\mu^+\nu_e$	$< 8,0 \times 10^{-3}$	90 %
$\Gamma_{10}$	$\mu^- e^+ e^+ \nu$	$< 1,6 \times 10^{-6}$	90 %

En esta tabla  $\Gamma_8$ ,  $\Gamma_9$  y  $\Gamma_{10}$  pertenecen a los modos de desintegración donde hay violación de sabor

De éstas formas de desintegración, el modo que analizaremos es el de  $\Gamma_8$ , pues en él existe violación del sabor leptónico, teniendo como partículas finales  $\mu^+\bar{\nu}_e$ . Consideraremos el valor  $\Gamma/\Gamma_t < 1,5 \times 10^{-3}$  y reemplazando en la ecuación (5.33) tenemos:

$$\frac{V_{ud}^2 g_l^2 f_\pi^2 m_l^2 m_\pi}{16\pi M_w^4} \left(1 - \frac{m_l^2}{m_\pi^2}\right)^2 < (1,5 \times 10^{-3})\Gamma_t \quad (5.34)$$

Para realizar el cálculo en donde se desea obtener el valor del término  $g_l$  o parámetro de mezcla, hacemos uso del software *Mathematica*<sup>1</sup>, donde se puede tener un resultado mas preciso del cálculo. El código completo de *Mathematica* utilizado en éste cálculo se puede consultar en los anexos. (Ver anexos: Cálculo con Mathematica)

Como resultado, se obtuvo que el valor del parámetro de mezcla es:

$$g_l = 4,16762x10^{-3}, \quad (5.35)$$

para la desintegración del  $\pi^+$  en donde existe violación de sabor leptónico, con estados finales  $\mu^+\bar{\nu}_e$ .

---

<sup>1</sup>Programa utilizado en áreas científicas, ingeniería, matemáticas y computacionales. Concebido por Stephen Wolfram[20], es considerado un sistema de álgebra computacional. Mathematica es también un poderoso lenguaje de programación, implementa funcionalidades numéricas de cualquier precisión, capacidades simbólicas y de visualización.

# Capítulo 6

## Análisis de resultados

En el cálculo del capítulo anterior se obtuvo el valor del parámetro de mezcla (5.35) que pertenece al caso en el que existe una violación de sabor en el proceso de desintegración del  $\pi^+$ . Este factor es indispensable en la determinación del acoplamiento que se tiene de acuerdo con cada una de las interacciones conocidas. La forma en la que se relaciona este parámetro con las constantes de acoplamiento de las interacciones es:

$$\alpha = \frac{g^2}{4\pi}, \quad (6.1)$$

donde  $\alpha$  es el parámetro de mezcla o constante de acoplamiento y  $g^2$  es el parámetro de mezcla obtenido del proceso del capítulo anterior y que en el caso analizado denotamos como  $g_l$ .

Calculamos entonces la constante de acoplamiento con el valor de  $g_l$ , recordando que se obtuvo con un valor de fracción  $\Gamma/\Gamma_t < 1,5 \times 10^{-3}$ , por lo que:

$$\begin{aligned} \alpha_l &< \frac{4,16762 \times 10^{-3^2}}{4\pi} \\ \alpha_l &< 1,38 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Este valor que hemos denotado como  $\alpha_l$  debe encontrarse dentro de la cota de la constante de acoplamiento de la interacción nuclear débil, por el tipo de proceso que se analizó. Las constantes de acoplamiento para las interacciones son:

**Constantes de acoplamiento de las interacciones fundamentales.**

Interacción	Constante
Fuerte	$\alpha_s = 0,118$
Electromagnética	$\alpha_{EM} = 0,00729$
Débil	$\alpha_w = 3,55 \times 10^{-8}$
Gravitacional	$\alpha_g = 5,9 \times 10^{-39}$

Con estos datos se puede interpretar que en efecto el cálculo realizado arrojó el valor de una constnte de acoplamiento que se encuentra dentro de la cota de la constante de acoplamiento para la interacción nuclear débil, siendo  $\alpha_w$  menor a  $1,38 \times 10^{-6}$ , lo que concuerda con la teoría y no necesariamente significa que este resultado está dentro del marco del Modelo Estándar, pues recordemos que un proceso con violación de sabor está muy restringido y no se explica dentro del Modelo Estándar.

# Capítulo 7

## Conclusiones

Los neutrinos sin duda son un tema actual de suma importancia científica, se encuentran en todas partes y son producidos de diversas fuentes en una medida gigantesca, interactúan mínimamente con el resto de la materia, su masa es extremadamente pequeña y sus propiedades nos pueden brindar información valiosa para el desarrollo de la física de partículas. Su estudio nos puede brindar una mejor comprensión del universo.

El estudio de los Neutrinos ha tenido un gran auge debido a las propiedades y características que han demostrado tener.

Han sido muchos los proyectos dedicados al estudio de los neutrinos y que han permitido ir descubriendo cada vez más sus propiedades y explicar los fenómenos que los involucra y su estudio también ha propiciado un avance y desarrollo bilateral entre ciencia y tecnología.

Desde su postulación como partícula del Modelo Estándar ha tenido un gran avance y desarrollo la física de partículas, pues son pieza clave en esta unificación de teorías.

Experimentalmente la observación de oscilaciones y masa de neutrinos ha sido comprobada y establecida con una precisión considerable, por tal es necesaria una teoría que la explique o justifique adecuadamente e incluyendo los términos que la hagan congruente con lo experimental.

Las extensiones de Modelo Estándar que introducen estas ideas son poco prácticas en el aspecto en el que introducen demasiados parámetros libres, con esto al

pretender encontrar un punto de concordancia con los neutrinos quedan aún muchos aspectos que solucionar pero que seguramente serán resueltos y seguirán sorprendiéndonos.

Queda mucho por hacer y el camino es largo, pero el desarrollo de la ciencia depende de los avances que con constancia, trabajo y un poco de imaginación permite descubrir más sobre el universo.

# Capítulo 8

## Anexos

### 8.1. Desintegración

La razón de desintegración  $\Gamma$  es la probabilidad por unidad de tiempo de que una partícula dada se desintegre. Si hay una gran colección de partículas  $N(t)$ , al tiempo  $t$ , entonces  $N\Gamma dt$  de ellas decaerán en el siguiente instante. El número restante que se desintegrará:  $dN = -\Gamma N dt$  y por lo tanto  $N(t) = N(0)e^{-\Gamma t}$

Para un evento de la forma:  $a \rightarrow b + c + d$  se calcula la razón de desintegración en el estado final medido integrando sobre todas las configuraciones cinemáticas posibles para así conseguir la razón de desintegración parcial  $\Gamma_{bcd}$  o ancho parcial de  $a$  en el canal  $bcd$ . La suma de todas las razones de desintegración parciales es el ancho total  $\Gamma$ .

La vida media  $\tau$  es  $\tau = \frac{1}{\Gamma}$ .

La razón de ramificación de  $a$  en  $bcd$  es

$$R_{bcd} = \frac{\Gamma_{bcd}}{\Gamma} \quad (8.1)$$

donde  $\Gamma$  es la probabilidad por unidad de tiempo de que la partícula se desintegre.

Hay dos posibles expresiones para el estado de fase: La no relativista, usada en física atómica y física nuclear, y la relativista, usada en física subnuclear. Para ambos casos las razones  $W$  deben ser idénticas implicando que el elemento de matriz  $M$  es diferente en los dos casos. En el formalismo no relativista ni el espacio de fases ni el elemento de matriz son invariantes de Lorentz. Ambos factores son

invariantes en el formalismo relativista.

En el formalismo no relativista, la probabilidad de que una partícula  $i$  tenga la posición  $\vec{r}_i$  está dada por el módulo cuadrado de la función de onda  $|\psi(\vec{r}_i)|^2$ . Esto es normalizado igualando la integral sobre todo el volumen igual a 1.

El elemento de volumen  $dv$  es un escalar en 3 dimensiones, pero no en el espacio-tiempo. Ante una transformación de Lorentz  $\vec{r} \rightarrow \vec{r}', dv' \rightarrow \gamma dv$ , por lo tanto  $|\psi(\vec{r}_i)|^2 \rightarrow \frac{|\psi(\vec{r}_i)|^2}{\gamma}$  se tiene una densidad de probabilidad invariante de Lorentz si de la transformación de energía  $E \rightarrow E' = \gamma E$ . Se define como la densidad de probabilidad como  $|(2E)^{-\frac{1}{2}}\psi(\vec{r}_i)|^2$  (el factor 2 se debe a una convención histórica).

## 8.2. Regla de oro para desintegraciones

Para el cálculo de razones de desintegración y de secciones eficaces, hay dos ingredientes esenciales:

- La amplitud ( $M_0$ ) para el proceso
- El espacio de fase disponible.

La amplitud contiene toda la información dinámica y el factor espacio de fase contiene solamente la información cinemática; depende de las masas, energías y momentos de los participantes, y refleja el hecho de que un proceso es más probable de ocurrir que otro. La amplitud también se llama elemento de matriz y el espacio de fase es algunas veces llamado la densidad de estados finales

La razón de transición para un proceso dado es determinado por la amplitud y el espacio de fase de acuerdo a la Regla de Oro de Fermi la cual es:

$$\text{razon de transicion} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_0|^2 (\text{espacio de fase}) \quad (8.2)$$

La regla de oro tiene la forma:

$$d\Gamma = |M_0|^2 \frac{S}{2\hbar m_1} \left[ \left( \frac{cd^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left( \frac{cd^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \dots \left( \frac{cd^3 \vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 \dots - p_n) \quad (8.3)$$

$$p_i = \left(\frac{E_i}{c}, \vec{p}_i\right), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$E_i^2 - p_i^2 c^2 = m_i^2 c^4$$

$$E_i = c \sqrt{m_i^2 c^2 + \vec{p}_i^2}$$

La función delta asegura conservación de energía y momento; es cero a menos que  $p_i = p_2 + p_3 + \dots + p_n$ . La partícula que se desintegra se asume en reposo:  $p_i = (m_1 c, 0)$ ,  $S$  es un producto de factores estadísticos:  $\frac{1}{j!}$  para cada grupo de  $j$  partículas idénticas en el estado final. El tri-momento de la partícula  $i$ -ésima está en el rango  $d^3 \vec{p}_i$  alrededor del valor  $\vec{p}_i$ .

En el caso en el que sólo hubiera dos partículas en el estado final, entonces la regla de oro quedaría:

$$\Gamma = \frac{S}{\hbar m_1} \left(\frac{c}{4\pi}\right) \frac{1}{2} \int \frac{|M_0|^2}{E_2 E_3} \delta^4(p_1 - p_2 - p_3) d^3 \vec{p}_2 d^3 \vec{p}_3 \quad (8.4)$$

En general,  $M_0$  es una función de  $\vec{p}_2$  y  $\vec{p}_3$ , por lo que en primera instancia no puede sacarse de la integral.

### 8.3. Cálculo con *Mathematica*

Para el cálculo del parámetro de mezcla de la desintegración del  $\pi^+$  en un proceso de violación de sabor leptónico se empleó el software *Mathematica*, así también para el análisis de resultados obtenidos del mismo. A continuación se presenta el código completo empleado.

Todo se escribe en MeV. Se inicia definiendo los distintos factores, mw como la masa del bosón de norma W; ml la masa del leptón; mp la masa del pión; fp será la constante de desintegración del pión y Vud es el elemento de la matriz CKM. Después de definir cada factor y después de cada operación se tecléa Shift+Enter y se procede a introducir el cálculo con ayuda de la paleta de comandos de operaciones de *Mathematica*.

**mw = 80,385 \* 1000**

80385.

44

$$ml = 105,6583$$

105,658

$$mp = 139,5701$$

139,57

$$fp = 130,4$$

130,4

$$Vud = 0,9742$$

0,9742

$$At = \frac{6,5821 \cdot 10^{-22}}{2,6033 \cdot 10^{-8}}$$

$2.528367840817424 \cdot 10^{-14}$

$$Res = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot At \cdot 16 \cdot (mw^4) \cdot \pi}{\left(1 - \frac{ml^2}{mp^2}\right)^2 (Vud^2)(fp^2)ml^2mp}$$

0,0000173691

$$\left(1 - \frac{ml^2}{mp^2}\right)$$

0,42691

$$\sqrt{Res}$$

0,00416762

# Bibliografía

- [1] Pastor, S. Curso de Neutrinos en la Cátedra Augusto García González, Sergio Pastor, CINVESTAV, México, 2015.
- [2] Illana, J., El modelo estándar y su fenomenología: La teoría electrodébil y herramientas de cálculo, Departamento de Física Teórica y del Cosmos Universidad de Granada, España, 2012.
- [3] Jörn Kersten, Renormalization Group Evolution of Neutrino Masses, Technische Universität München Physik-Department, Incluyendo sus referencias, 2001.
- [4] Cottingham, W. An Introduction to the Standard Model of Particle Physics, Ed. Cambridge University Press
- [5] John Dirk Walecka, J., Introduction to Modern Physics, Theoretical Foundations, Ed. World Scientific
- [6] Griffiths, D., Introduction to elementary particle physics., ed. 2, Ed. Wiley-VCH, Alemania, 2008.
- [7] King, S. F., Neutrino Mass Models, Department of Physics and Astronomy, University of Southampton, Southampton, Reino Unido, 2003.
- [8] BBC Mundo, Por segunda vez parece que neutrino es más veloz que la luz 2011.
- [9] Particle Data Group, Lawrence Berkeley National Laboratory (LBNL)., La aventura de las partículas.
- [10] Abhijit, S., New bounds on SUSY spectra from quark-lepton unification : LHC data and neutrino masses, Department of Physics, Heritage Institute of Technology,
- [11] OPERA, Oscillation Project with Emulsion-tRacking Apparatus, 2013.

- [12] arXiv:1203.3433 [hep-ex], Measurement of the neutrino velocity with the ICARUS detector at the CNGS beam, Cornell University, 2012.
- [13] CERN Press Office, OPERA experiment reports anomaly in flight time of neutrinos from CERN to Gran Sasso, 2012.
- [14] The official web site of the Nobel Prize, The Nobel Prize in Physics 2015, 2015.
- [15] Ventanas al Universo, Asociación Nacional de Maestros de Ciencias de la Tierra, 2012.
- [16] Thomas Schwetz, Neutrino Physics: a theoretical review, Proceedings of Science, 2010.
- [17] McDonald, A.B., The Sudbury Neutrino Observatory, 2011.
- [18] IceCube, South Pole Neutrino Observatory, 2013.
- [19] Kamioka Observatory, ICRR, Universidad de Tokyo, 2015.
- [20] Wolfram Research, Mathematica, 2013, retomado de <http://www.wolfram.com/mathematica/>
- [21] Rosner, J., Stone, S., Leptonic Decays of Charged Pseudoscalar Mesons, 2013.
- [22] Mohr, P.J., Taylor, B.N. Rev. Mod. Phys. 84, 1527, 2012.
- [23] Blucher, E., Marciano, W.J., Vud, Vus, The Cabibbo Angle, And CKM Unitary, 2013.
- [24] Olive, K. A., et. al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C, 38, 090001 2014 y actualizado 2015.