



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Sobre el mecanismo de volteo en taludes
y laderas, enfoque numérico aplicado
con elemento finito.**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Geólogo

P R E S E N T A

Alonso García Reyes

DIRECTOR DE TESIS

Ing. Edgar Montiel Gutiérrez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice

1	Resumen.	2
2	Generalidades.	3
3	Objetivos y alcances.	12
4	Importancia de la evaluación de la estabilidad del mecanismo de volteo y caída de bloques	12
5	Requerimientos mínimos de geología y geotecnia	17
6	Generalidades sobre el mecanismo de volteo en laderas y taludes	38
6.1	Definición.	39
6.2	Condiciones estructurales y tamaño de bloque.	39
6.3	Tipos de falla por volteo y sus características	47
6.3.1	Volteo de bloques de roca (block toppling).	48
6.3.2	Volteo flexural de columnas de roca (flexural toppling).	48
6.3.3	Block-Flexural toppling.	49
6.3.4	Modos secundarios de volteo.	50
6.4	Metodologías de análisis	51
6.4.1	Análisis estereográfico.	52
6.4.2	Análisis de equilibrio límite.	60
6.5	Medidas de mitigación.	67
7	Generalidades sobre el análisis de caída de bloques.	69
7.1	Formulación matemática para evaluación.	71
7.2	Coefficientes de restitución y ángulos de rebote.	77
7.3	Importancia de la forma de bloque e implicaciones de su dirección de rotación.	84
7.4	Medidas de mitigación y energía mínima de impacto.	86
8	Enfoque numérico.	90
8.1	Características de los métodos numéricos.	92
8.2	Generalidades sobre la Modelación Numérica en Geotecnia.	96
8.3	Generalidades sobre el elemento finito y los elementos discretos.	98
8.4	Método de elemento finito con discontinuidades explícitas.	103
8.4.1	Análisis con elemento finito y juntas explícitas.	108
8.5	Comparativa con los análisis tradicionales.	120
9	Conclusiones y recomendaciones.	122
10	Anexos.	124
11	Bibliografía.	129

1 Resumen.

El presente trabajo aborda el estudio del fenómeno de volteo o *toppling* en la estabilidad de taludes bajo el punto de vista geotécnico. Éste consiste en un vuelco o vuelcos de bloques de roca de un talud o ladera por condiciones geológicas y estructurales específicas y cuya consecuencia directa es la caída de bloques de roca.

Dentro del ámbito de la geotecnia es común tratar con problemas que requieran análisis precisos y cuantificables de fenómenos, que por su naturaleza, no son sencillos de plantear y resolver, sin embargo es deber del ingeniero proporcionar una solución pertinente y efectiva a tal problemática. Dado que el mecanismo de volteo es una de las causas de movimiento de masas, las consecuencias de un mal diseño ingenieril o una revisión exhaustiva de este fenómeno puede ser grave, yendo éstas desde daños a las infraestructuras hasta accidentes fatales.

Aunque las condicionantes exigidas al tratar con un mecanismo natural no son sencillas, se han realizado estudios a través del tiempo, los cuales nos han proporcionado una mejor idea acerca del comportamiento de éste. Los estudios para tal mecanismo que se tratarán posteriormente abarcan, primeramente, los análisis de condiciones geológico-estructurales y de hidrogeología y posteriormente, los análisis cinemáticos bidimensionales, tanto para la estabilidad del bloque como su movimiento una vez iniciada la inestabilidad, su recorrido y hasta el término de la caída.

Estos análisis brindan una noción acerca del comportamiento del mecanismo de volteo y la caída de rocas, sin embargo, su tratamiento analítico tradicional está basado en considerables suposiciones, las cuales elevan el grado de incertidumbre de dichos análisis. En la actualidad el uso de los métodos numéricos permite solventar las carencias de los análisis tradicionales. Los métodos numéricos más usados en el rubro geotécnico son el *método el elemento finito (FEM)* y el *método de los elementos discretos o distintos (DEM)*. Estos últimos permiten considerar más parámetros que los métodos convencionales, además de reducir considerablemente la incertidumbre debido a su formulación matemática.

Los métodos numéricos que se tratarán a continuación son el FEM y el JFEM o método del elemento finito con juntas explícitas, por sus siglas en inglés. El JFEM, a comparación del FEM tradicional, permite analizar materiales que se vean afectados por discontinuidades corrigiendo el problema de compatibilidad del FEM. Para demostrar el alcance de dichos métodos numéricos se realizaron modelos de un bloque de roca potencialmente inestable cuyas repercusiones directas afectarían la central hidroeléctrica Fernando Hiriart Balderrama (Zimapán). Los resultados obtenidos por los métodos numéricos fueron comparados entre sí y con los análisis convencionales.

2 Generalidades.

La definición de las condiciones de equilibrio y estabilidad que las laderas presentan en el terreno, es un tópico de ha sido estudiado desde las etapas tempranas del desarrollo de la ingeniería geotécnica. El desarrollo de deslizamientos en el terreno puede generar afectaciones importantes en las actividades antropogénicas, haciendo necesaria el estudio de sus procesos y características.

Como tal; los deslizamientos de tierra son ejemplos de procesos gravitacionales que influyen en el arreglo y condición geológica del terreno los cuales se encuentran controlados por la **meteorización**, la **erosión** y las características o rasgos geológicos que presenta el relieve que observamos. De acuerdo con Tarbuk & Lutgens (2005, p. 426); los procesos gravitacionales se definen como movimientos pendiente abajo de roca, regolito y suelo, bajo la influencia directa de la gravedad. Dichos procesos se denominan **externos** y actúan en la capa superficial de la tierra.

Los métodos usados para analizar la estabilidad han ido evolucionando desde los orígenes de la geotécnica; desde soluciones analíticas simples hasta la modelación compleja con softwares utilizando métodos numéricos.

Para el ingeniero *geotecnista* poder aproximar la respuesta de algún medio ante la acción de fuerzas que en él se generen, mediante algún método de análisis que permita conocer de la manera más exacta su estabilidad, ofrece la posibilidad de realizar mejores diseños ingenieriles, tomar decisiones con un menor grado de incertidumbre, mitigar problemas de seguridad, así como predecir y evitar desastres que puedan tener alguna consecuencia fatal.

La superficie de la tierra no es plana sino que el paisaje que vemos es el resultado de la interacción de los procesos dinámicos de la tierra, la modificación de dicho paisaje depende de las fuerzas que actúen sobre él; los distintos **ambientes tectónicos** se encargan de modificar el relieve, cada ambiente tectónico tiene una característica particular que se encarga de moldear el paisaje, además fenómenos como la **meteorización**, la **erosión** y los **procesos gravitacionales** también actúan en la modificación del paisaje.

“El término asignado a los procesos que producen colectivamente un cinturón montañoso es el de **orogénesis**” (Tarbuck & Lutgens, 2005, p. 396). Los cinturones montañosos se forman principalmente en ambientes tectónicos **convergentes**, estos ambientes están caracterizados por la subducción entre placas tectónicas ya sea continentales u oceánicas; los ambientes tectónicos **divergentes** dan origen a la formación de las **dorsales oceánicas** que son cadenas montañosas submarinas. El sistema de dorsales oceánicas supera los 70000 [km] de longitud y representa el 20% de la superficie terrestre (Tarbuck & Lutgens, 2005, p. 371), además este tipo de ambientes tectónicos dan origen a la creación de nueva corteza oceánica. Existe otro tipo de ambiente tectónico denominado **transformante**, éste está caracterizado por el desplazamiento de dos bloques de manera lateral, ya sea con un movimiento derecho o izquierdo, un ejemplo de este tipo de ambientes es la llamada falla de San Andrés, su movimiento ha provocado terremotos a lo largo de su historia como el de 1857 que tuvo una magnitud aproximada de 8.0 en la escala de Richter y provocó severos daños.

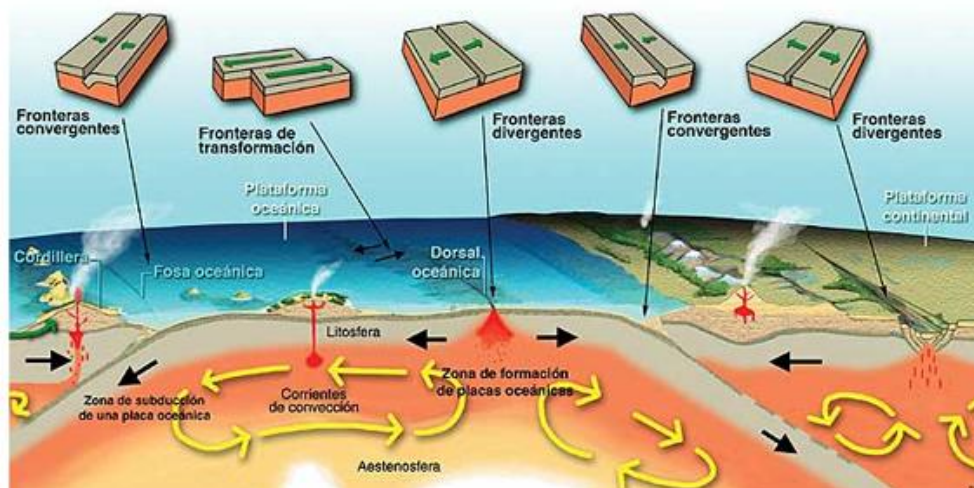


Fig. 2.1 El tectonismo es controlado por las corrientes de convección que son generadas en el manto, dichas corrientes crean los tres ambientes tectónicos conocidos; de izquierda a derecha: ambientes tectónico convergente, ambiente tectónico transformante o de transformación y ambiente tectónico divergente. Recuperado de: <http://www.portalciencia.net/geolotec.html>

La **meteorización** es un proceso que actúa una vez que el terreno queda expuesto al ambiente, dando origen a la formación de diversas geomorfologías. Dicho proceso implica la fragmentación física y la alteración química de las rocas (Tarbuck & Lutgens, 2005, p. 176), además las laderas se ven afectadas también por un fenómeno importantísimo conocido como **erosión**, proceso que implica la eliminación física de material por agentes dinámicos como el agua, el viento o el hielo (Tarbuck & Lutgens, 2005, p. 176).

Por lo tanto, el tectonismo, la erosión, la meteorización en conjunto a los procesos gravitaciones son los encargados de la modificación del paisaje y del origen de las diversas geomorfologías presentes en el sistema Tierra. El resultado de la interacción de los procesos dinámicos anteriormente mencionados da como resultado la presencia de laderas como una de las geomorfologías más comunes en el sistema Tierra. De acuerdo con Dávila (1999); “Una ladera es un término descriptivo usado en geomorfología para designar los terrenos inclinados de una cadena montañosa, o para las pendientes de cualquier tipo de elevación de terreno”. Este tipo de morfologías ocurren de manera muy frecuente en el sistema tierra, específicamente en la capa del planeta denominada corteza, terrestre u oceánica.

Por otro lado, las obras que genera el ser humano en muchas ocasiones requieren la realización de excavaciones, por **excavación** se entiende cualquier corte, cavidad, trinchera o depresión hecha en la superficie de la tierra, como resultado de la remoción del material; en el caso de la ingeniería civil, permite alojar estructuras, o en la minería, la extracción de materiales útiles para el desarrollo humano.



Fig. 2.2 Excavación a cielo abierto. Taludes diseñados para una mina en Argentina. Recuperado de: <http://www.srk.com.ar/es/open-pit>

Los taludes, por otro lado, son generados por la acción humana y son uno de los muchos tipos de excavaciones que existen dentro de la geotécnica. El término **talud** puede ser definido como cualquier corte que genera una superficie inclinada en un material natural (Kliche, 1999). Cabe destacar que la diferencia entre una ladera y un talud es que, la ladera, es el resultado natural de la interacción de los procesos dinámicos de la tierra que modelan el paisaje; el talud es resultado de la acción antropogénica.

Dado que este trabajo de tesis está enfocado en materiales rocosos y no granulares, se hará referencia al elemento de estudio en cuestión como **macizo rocoso**, a menos que se mencione algo específico. “El **macizo rocoso** se define como la forma en que se presentan las rocas en el medio natural. Así pues un macizo rocoso estará definido por la roca y la estructura, que a su vez contendrá planos de estratificación, fallas, juntas, pliegues y otros caracteres estructurales” (Ramírez & Alejano, 2004, p. 1).

Strahler (1950. Citado por Gutiérrez, 2008, p.230) propone una clasificación para laderas basada en un análisis de distribución de frecuencias de sus ángulos de inclinación de un gran número de lugares: 1) **Laderas de alta cohesión** tales como las constituidas por arcilla o por rocas masivas resistentes. Tienen ángulos entre 40° y 50°. 2) **Laderas de reposo** con ángulos de 30°-35°, constituidas por clastos gruesos controlados por el ángulo de reposo. 3) **Laderas reducidas por lavado y reptación** que reducen la inclinación de ésta por debajo del ángulo de reposo. El ángulo de reposo o de **fricción** es básicamente la inclinación máxima a la que pueden estar sometidos los materiales que constituyan la ladera, si se excede este ángulo de fricción entonces los materiales pasarán de un régimen estático a uno dinámico, provocando entonces un movimiento de masas cuesta abajo.

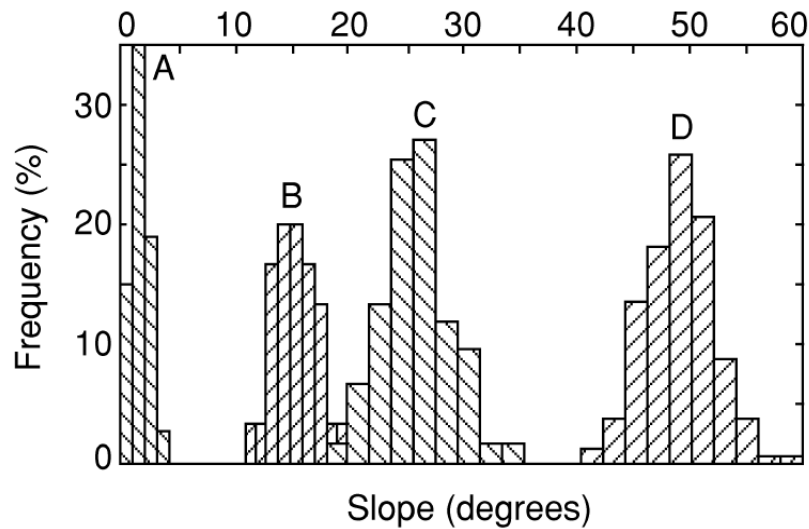


Fig. 2.3 Histograma de frecuencias de los ángulos de inclinación de diversas laderas analizadas por Strahler (1950). A) Steenvorde, Francia. B) Gravas de Rose Well, Arizona. C) Formación Santa Fé, Bernalillo, Nuevo México. D) Rellenos de arcilla, Perth Amboy, Nueva Jersey. Imagen tomada y modificada de Montgomery (2001).

La estabilidad de las laderas depende de varias condicionantes. Para diferenciar y tener claros los factores que promueven la inestabilidad de un macizo rocoso Crozier (1986, 2004. Citado por Gutiérrez, 2008, p. 254) propone la siguiente clasificación: 1) **Factores precondicionantes**, que son catalizadores que permiten operar más efectivamente a otros factores dinámicos desestabilizadores (socavación, lluvias). 2) **Factores preparatorios**, que son factores que hacen a la ladera susceptible de movimiento sin llegar a iniciarlo (meteorización, cambio climático, levantamiento tectónico, deforestación, acciones humanas). 3) **Factores desencadenantes**, que son aquellos que inician el movimiento (lluvias intensas, sacudidas sísmicas, socavación). 4) **Factores sustentadores**, son los que controlan la duración, forma y velocidad del movimiento.



Fig. 2.4 Erosión provocada por intensas lluvias; el incremento del río se traduce en una mayor velocidad de erosión lo que provocó un descalze en la cimentación de la casa por socavación, Suecia. Recuperado de: <http://enriquemontalar.com/cimentacion-descalzada-por-socavacion-un-ejemplo-sueco/>

Jahn (1930, citado por Gutiérrez, 2008, p. 230) define dos fuerzas morfogenéticas que son las que actúan en la formación de una ladera. La primera es denominada fuerza perpendicular que incluye a los procesos de **meteorización** y **edafogénesis**. La segunda es denominada fuerza paralela que se refiere al desplazamiento del material por acción de la gravedad. La interacción de estas dos fuerzas controla la evolución de la ladera. Si la fuerza perpendicular es superior el material disgregado o **regolito** que es producto de los mecanismos de meteorización no se movilizará, si por el contrario la fuerza paralela es superior a la perpendicular entonces el material se desplazará por acción de la gravedad, a esta relación Schumm y Chorley (1966, citado por Gutiérrez, p.230) lo llaman **balance morfogenético** y depende de la inclinación de la pendiente.

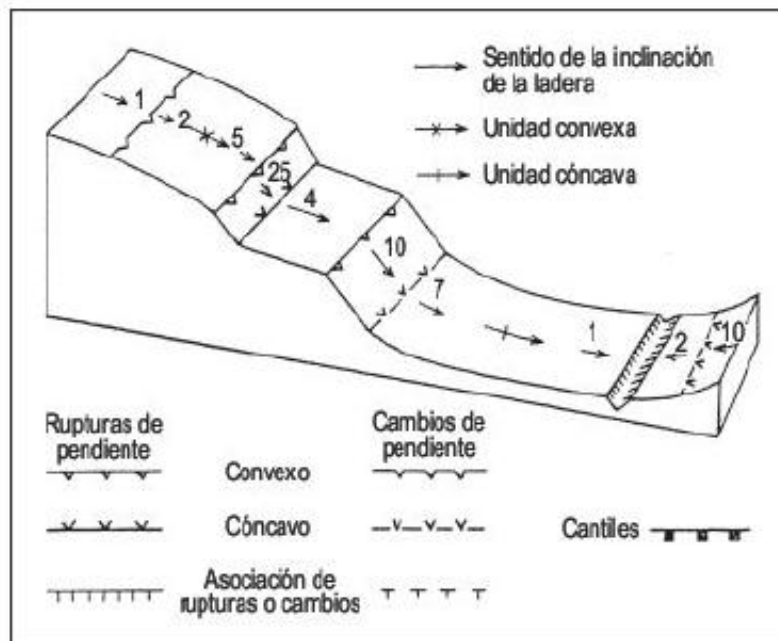


Fig. 2.5 Curtis (et. al. 1965, citado por Gutiérrez, 2008, p. 232) supone que el relieve puede dividirse en unidades morfológicas uniformes, limitadas por discontinuidades morfológicas. De esta manera se pueden dividir las laderas en base a su forma y a su inclinación. Figura tomada de Gutiérrez (2008).

Para comprender y poder analizar cómo es que se comporta cualquier material fue necesario para el ser humano introducir el concepto de esfuerzo. Las grandes construcciones que se han erigido a través del tiempo eran primeramente actos empíricos que no consideraban con detalle los efectos de las cargas que en ellas se ejercían.

A través del paso del tiempo fue para el hombre necesario conocer cómo se distribuían dichas fuerzas que actuaban sobre una estructura. Con el avance de las matemáticas fue posible entender cómo las cargas o **esfuerzos** se comportaban y se distribuían, fue Augustin Louis Cauchy quien definió dicho concepto como **principio de esfuerzos de Cauchy** y lo demostró analíticamente.

Los esfuerzos son básicamente una abstracción matemática que nos permite conocer cómo actúan las fuerzas en un determinado cuerpo, permitiéndonos conocer de éstas su magnitud, dirección y sentido (Hudson & Harrison, 1997).

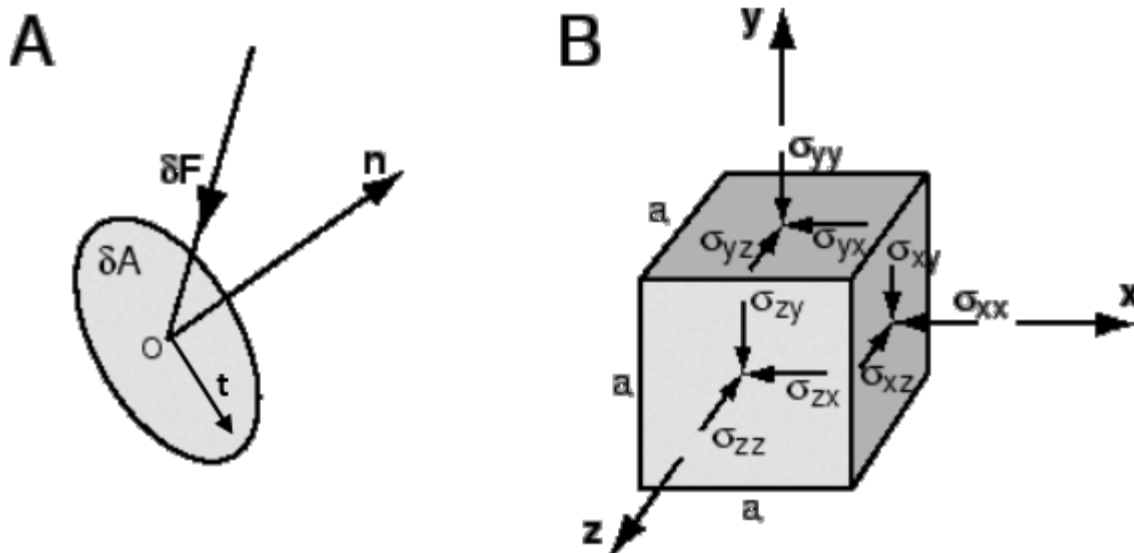


Fig. 2.6 A. Concepto del vector de esfuerzos. B. Tensor de esfuerzos de Cauchy. Recuperado y modificado de: <http://physics.stackexchange.com/questions/62963/why-is-the-nonrelativistic-stress-tensor-linear-and-symmetric>

Todos los materiales están sometidos a un estado de esfuerzos que condicionan su estabilidad, su comportamiento y su posible fractura. La estabilidad depende prácticamente de la magnitud del esfuerzo cortante, tangencial o de **cizalla**.

Si los esfuerzos tienen la suficiente magnitud como para romper el estado de equilibrio de un determinado material que conforme un macizo rocoso, entonces, éste fallará debido a que excede la **resistencia permitida** de dicho material (Hudson & Harrison, 1997). Antes de romper dicho equilibrio estático, el macizo rocoso puede ir respondiendo a las variaciones del estado de esfuerzos al que esté sometido, iniciando procesos de plasticidad asociada a la resistencia del material (Potts & Zdravkovic, 1999), siendo reflejado tanto en el material (como medio continuo), en planos de discontinuidad (procesos gravitacionales) (Palmström & Stille, 2010) o en su conjunto debilitando al macizo rocoso y pudiendo producir superficies de falla con la consecuente movilización de los materiales afectados.



Fig. 2.7 Deslizamiento ocurrido en la mina de cobre Bingham Canyon ubicada 20 [km] al suroeste de Salt Lake City, USA. Las intensas lluvias disminuyeron la resistencia permitida del material llevándolo a fallar. Recuperado de: <http://enriquemontalar.com/el-impresionante-deslizamiento-de-tierras-de-la-mina-de-cobre-de-bingham-canyon/>

Las laderas y los taludes pueden presentar diversos mecanismos de falla que provocan el movimiento de masas cuesta abajo, éstas pueden ser fallas rotacionales, las cuales se presentan en pendientes con poca o nula cohesión (suelos), fallas planas que se presentan en rocas de resistencia alta o media afectadas por fallas o diaclasas (Ramírez & Alejano, 2004, p. 286), fallas en cuña que se presenta generalmente en macizos rocosos con discontinuidades bien marcadas (Ramírez & Alejano, 2004, p. 298) o bien en su conjunción, las cual origina mecanismos más complejos que los aquí nombrados.

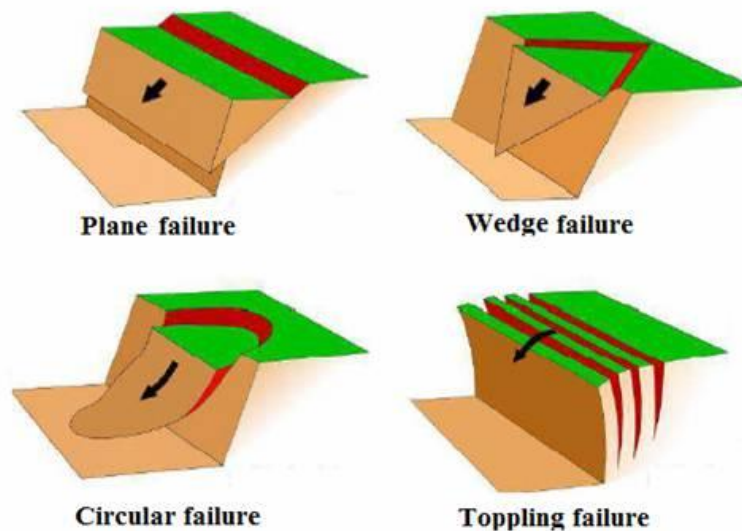


Fig. 2.8 Diversos tipos de fallas en taludes y laderas, falla planar, falla circular, falla en cuña y *falla por volteo o vuelco*. Recuperado de: <http://www.iitbhu.ac.in/faculty/min/rajesh-rai/NMEICT-Slope/lecture/intro.html>

El mecanismo de falla tratado y estudiado en esta tesis es el **mecanismo de volteo y caída de bloques** o **toppling failure and rock falls** por su nombre en inglés, (fig. 2.7 y 2.8). A manera de síntesis, es un mecanismo que provoca un volteo, giro, rotación o momento en bloques de roca que son generados por un conjunto de discontinuidades con características específicas que favorecen su presencia.

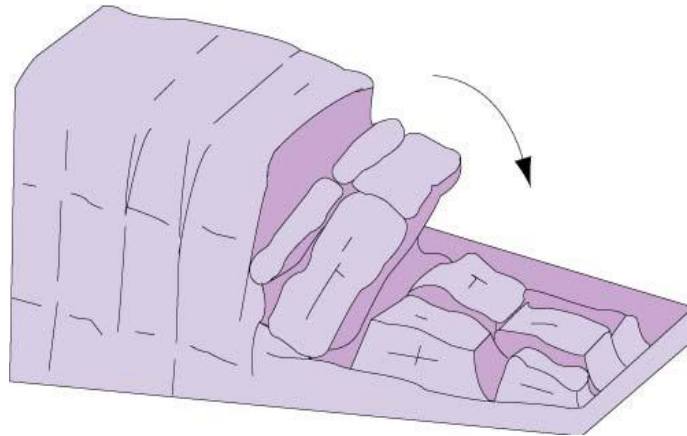


Fig. 2.9 Esquema para una falla por volteo. Recuperado de: <http://www.bgs.ac.uk/discoveringGeology/hazards/landslides/topples.html>

El estudio de las condiciones que provocan la falla no solo se restringe a conocer su estabilidad sino, una vez iniciado el mecanismo, si es que no se pudo evitar, predecir lo que sucederá con el bloque en movimiento una vez que se desprenda, golpee el suelo y hasta que alcance un nuevo estado de equilibrio.

Evaluar estas dos condiciones permite la estimación del comportamiento mecánico de la ladera o talud, estableciendo la capacidad de que se presenten condiciones de volteo y posterior a eso, las características de los desprendimientos y su interacción con la ladera o talud; a fin de establecer si sus consecuencias son perjudiciales o no para los elementos expuestos a este tipo de falla de las laderas.

El principio básico y primero para abstraer esta problemática y presentarla en resultados cuantitativos es el llamado **método de equilibrio límite** desarrollado por Goodman y Bray (1976), este método es básicamente un análisis cinemático bidimensional de fuerzas que actúan sobre los bloques de roca presentes en algún talud o ladera. El método está basado en considerables suposiciones para lograr que la solución sea estáticamente determinada (Kliche, 1999), debido a esto es poco fiable además de que cuenta con distintas limitaciones (Pritchard y Savigny, 1990) entre las que destacan que: 1) Ningún bloque puede estar volcando y deslizando 2) El método solo se aplica al volteo de bloques de roca en columnas continuas. 3) Las columnas se consideran rígidas, es decir se desprecia las deformaciones internas de éstas 4) El análisis, es por definición un balance estático de fuerzas es decir no puede tomar en cuenta leyes constitutivas; por lo que no puede incluir variaciones en la resistencia de las discontinuidades existentes.

Para solventar las carencias del método de equilibrio límite se incorporan actualmente a este tipo de problemáticas los análisis numéricos, cuya solución se obtiene por los llamados **métodos de elemento finito**, **FEM** (finite element method por sus siglas en inglés) o **DEM** (discrete element method).

Estos tipos de análisis permiten reducir de manera considerable la incertidumbre del problema de la estabilidad, la idea general que plantea el método es la subdivisión de un medio de carácter continuo partes finitas (elementos), cada parte cuenta con determinadas características y parámetros índices que serán los mismos para el resto de los elementos.

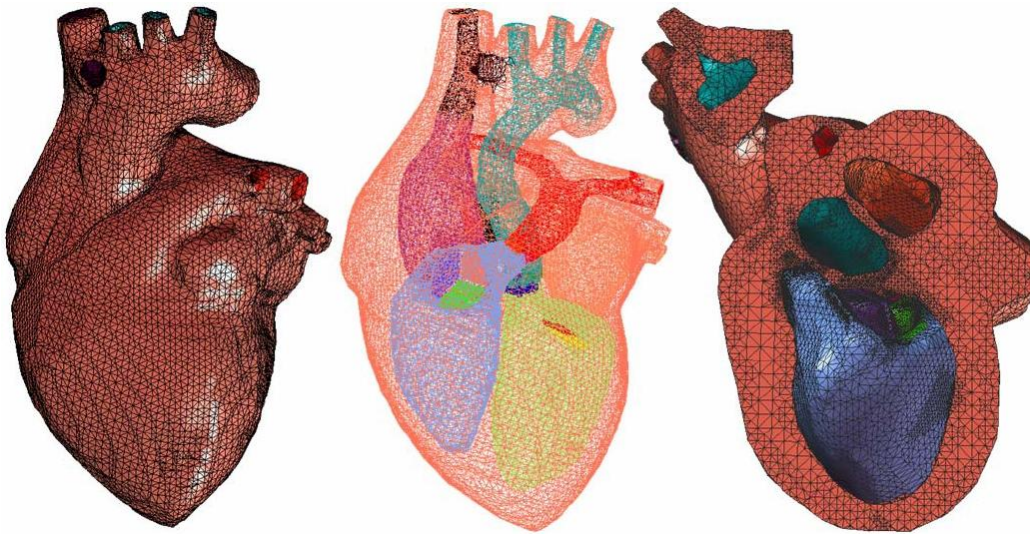


Fig. 2.10 Modelo matemático diseñado con el método del elemento finito que simula el bombeo mecánico del corazón. Recuperado de: http://ceeserver.cce.cornell.edu/pk285/cee4720-6720_2010.html

En comparación con el método desarrollado por Goodman y Bray, los métodos numéricos (como el FEM) permiten considerar un gran número de condiciones y parámetros que los usados en el equilibrio límite, incluyendo la transmisión de esfuerzos, la representación del carácter real de las discontinuidades y su comportamiento bajo criterios adecuados en lo que a resistencia y deformabilidad se refieren. Cabe destacar que el método de elemento finito utilizado en esta tesis para tratar el mecanismo de volteo permite añadir al modelo numérico discontinuidades explícitas, lo que permite modelar de una manera más real y acertada dicho mecanismo de falla que el simple FEM (JFEM) (Riahi & Hammah, 2010).

Dado que el mecanismo de volteo provoca el movimiento de masas de roca cuesta abajo, es de suma importancia analizar qué es lo que pasará con dichos bloques de roca una vez que el mecanismo de falla haya sido iniciado. La **caída de rocas** (*rockfall*) es un proceso extremadamente rápido que involucra grandes distancias recorridas por las masas desprendidas pertenecientes al macizo rocoso, debido a estas características cuando uno de estos eventos llega a presentarse, la capacidad de tomar una acción evasiva es prácticamente nula (Volkwein et al., 2011, p. 2617). Este tipo de eventos conllevan por lo general daños a estructuras por lo que deben considerarse dentro

de los análisis de estabilidad en cualquier proyecto ingenieril para tomar las medidas de mitigación y de seguridad pertinentes.

Recientemente se han creado potentes software que trabajan con el llamado método de elemento discreto de forma tridimensional, especialmente aquellos que simulan la caída de rocas. Esto tiene diversas ventajas ya que el modelado en dos dimensiones causa problemas con la forma del bloque de roca y su interacción con el talud y el suelo, esto debido a que el análisis para dos dimensiones está idealizado para geometrías elipsoidales y es resuelto de manera prácticamente sencilla, esto es con un simple sistema de ecuaciones. El modelado en 3 dimensiones integra a su modelo dinámico métodos de elementos discretos que permiten una mayor precisión que los análisis 2D.

Evaluar dichas condiciones explicadas anteriormente es de vital importancia tanto en el ámbito ingenieril geotécnico como en el social. Los deslizamientos son considerados eventos que implican un gran riesgo y que pueden causar severos problemas a construcciones o poblaciones. Si el deslizamiento es de magnitudes considerables puede provocar el desborde de una presa, enterrar poblaciones, provocar accidentes carreteros, que son muy frecuentes etc.

3 Objetivos y alcances.

El objetivo general de la tesis es mostrar la importancia del enfoque numérico (utilizando para este caso el FEM) en la evaluación de la estabilidad de una ladera o un talud con condiciones estructurales tales que permiten el volteo y sus variaciones. El alcance se limita al uso de modelos bidimensionales con software comercial.

Como objetivos particulares se pretende lo siguiente:

- a) Mostrar una metodología práctica para evaluar la estabilidad de una ladera o un talud cuyo mecanismo principal sea el volteo de bloques así como el análisis de caída de los mismos en caso de generarse el mecanismo
- b) Evidenciar la practicidad de modelar en bidimensional una ladera de geología compleja
- c) Realizar una comparativa sobre las soluciones prácticas como las estereográficas y analíticas contra los análisis numéricos
- d) Adicionar evaluaciones en condiciones con agua y sismo
- e) Concluir sobre la importancia de incorporar los métodos numéricos a la práctica común de la evaluación de estabilidad de laderas

4 Importancia de la evaluación de la estabilidad del mecanismo de volteo y caída de bloques.

Analizar la estabilidad de una excavación desde el punto de vista geotécnico tiene como principal objetivo analizar y comprender el comportamiento del terreno con el fin de evitar posibles deslizamientos, desprendimientos o vuelcos de masas de roca, situaciones de riesgo que pueden presentarse durante el proceso de ejecución del proyecto a corto o largo plazo. Inclusive, considerando un control geológico adecuado, los análisis de estabilidad permiten optimizar los avances de excavación, permitiendo optimizar tiempos y costos de acuerdo a las situaciones que los procesos de ingeniería requieran.

Dentro de los tipos de deslizamiento que existen, el mecanismo de volteo, que fuera mencionado por primera vez en 1968 por Muller (citado por Wyllie & Mah. p. 200) como un factor de contribución en la parte norte del deslizamiento de la presa de Vaiont que es uno de los más conocidos debido a sus fatales consecuencias. Esta presa se encuentra a través del cañón Vaiont junto al monte Toc, en los Alpes italianos. El mecanismo general que provocó la falla de una de las laderas fue un mecanismo rotacional propiciado por el desarrollo del embalse de la presa, el cual tuvo un aporte de inestabilidad por el volteo de columnas de roca existentes.

Dicho deslizamiento provocó la avalancha de 240 millones de metros cúbicos de material que inmediatamente se deslizaron cuesta debajo de la ladera y llenaron casi dos kilómetros de la garganta hasta alturas de 150 metros. Esto provocó que el agua saliera de la presa en una ola con una altura de aproximadamente 90 metros destruyendo todo a su paso, cabe resaltar que la presa tiene 270 metros de altura. Este incidente provocó la inundación del pueblo más cercano cobrando alrededor de 2600 vidas (Tarbuck & Lutgens, 2005).

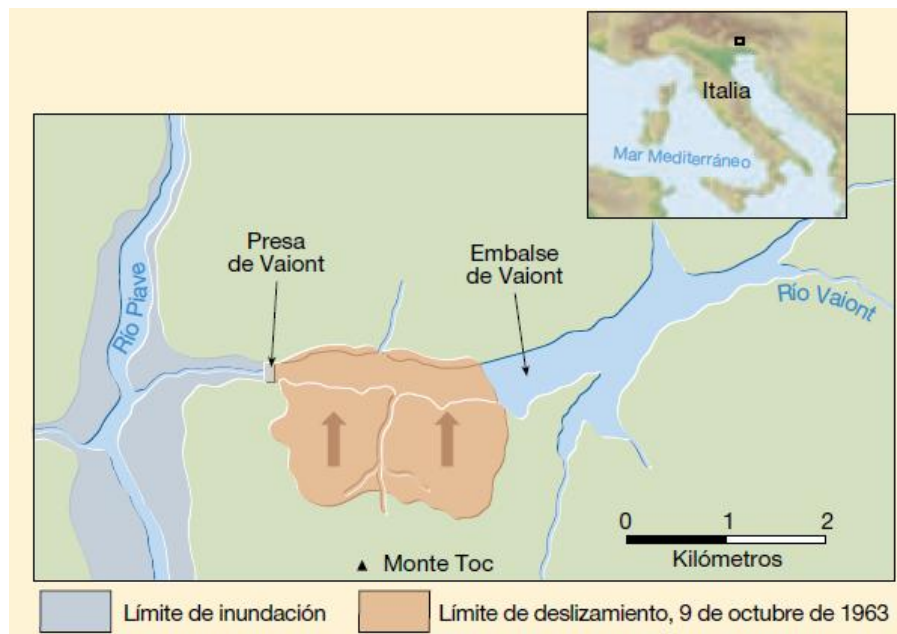


Fig. 4.1 Mapa esquemático del área del río Vaiont que muestra los límites del deslizamiento. (G. A. Kiersch. Tomado de Tarbuck & Lutgens, 2005).

Un ejemplo donde el mecanismo de volteo ha sido el mecanismo de falla principal es analizado por Pritchard & Savigny (1991) en el valle Beaver en British, Columbia. Dicho valle cuenta con un corredor para transporte llamado Canadian Pacific Railway, llamado actualmente CP Rail construido en 1985 y la estación de trenes de Canadá (Trans Canada Highway), construida en 1960. Los deslizamientos que se habían suscitado a lo largo del tiempo causaban problemas de mantenimiento a dichas construcciones por lo que se llevó a cabo una revisión de proyecto, encontrando evidencias litológicas y estructurales propicias para activar mecanismos de volteo de bloques de roca.

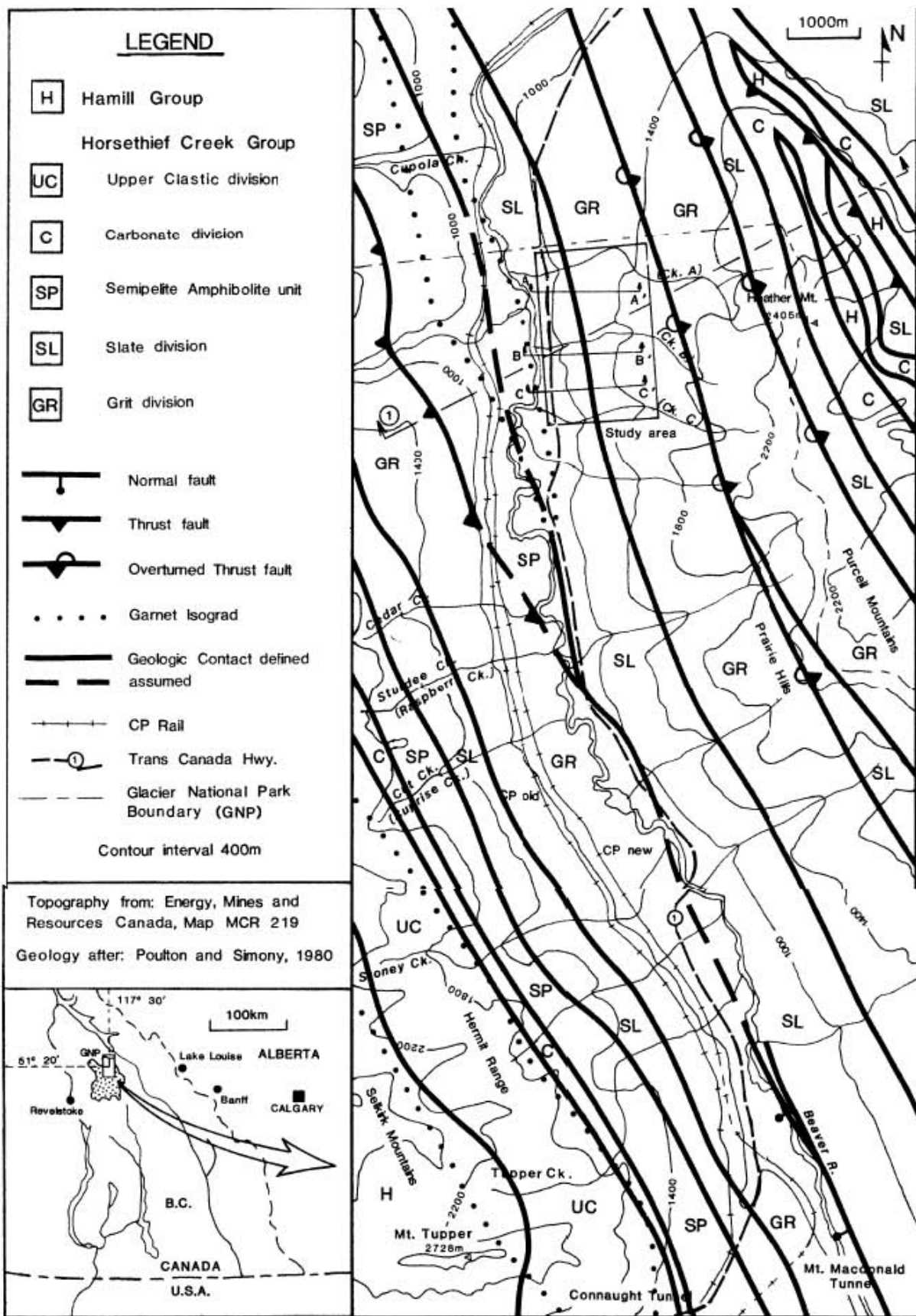


Fig. 4.2 Geología regional del valle Beaver. Tomado de Pritchard & Savigny, (1991).

La zona de estudio está compuesta principalmente por rocas metasedimentarias de bajo grado, a lo largo de dos grupos; el primero es denominado “*Horsethief Creek*” del precámbrico tardío y el segundo, “*Hamill*”, del cámbrico inferior. El grupo *Horsethief Creek* está compuesto inferiormente por una división de arenas y gravas a las que le sobreyacen lutitas, carbonatos y una sucesión clástica; la porción superior de la división de lutitas está localmente dividida en la unidad semipelita-anfibolita; el grupo *Hamill* está compuesto primordialmente de cuarzita (Pritchard & Savigny, 1991). Los efectos tectónicos causantes del metamorfismo provocaron una foliación en las rocas que es uno de los principales planos de discontinuidad analizados para dicho trabajo. Además, los efectos tectónicos no solo ocasionaron metamorfismo sino deformaciones también, dichas deformaciones orientaron las discontinuidades de tal modo que fueran susceptibles de fallar por el mecanismo de volteo, esto es cuando el rumbo de las discontinuidades es paralelo al talud o ladera y además éstas tienen un fuerte buzamiento hacia el interior de la excavación (fig. 4.3), esta condición estructural es básica en los análisis para dicho mecanismo de falla.

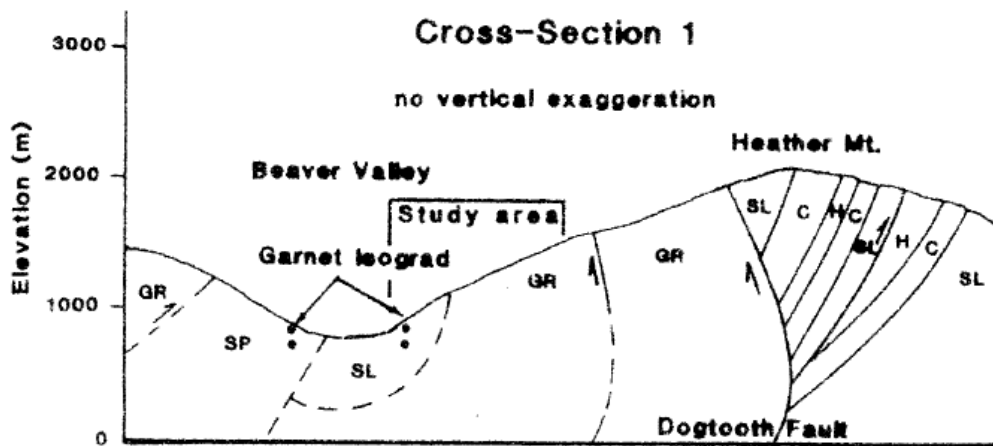


Fig. 4.3 Sección geológica 1. En la parte de la sección este, se pueden apreciar un conjunto de capas con un buzamiento considerable al interior de la ladera, por el contrario, en la parte oeste solo se encuentra una capa con dicha condición. La leyenda se puede apreciar en la figura 4.2.

Tomado de Pritchard & Savigny, (1991).

La cima de los escarpes de los deslizamientos es de 450-1200 [m] por arriba del río Beaver que se ubica a 825 [msnm], los volúmenes estimados de los deslizamientos tienen un rango de 1 a 30 millones de metros cúbicos (Pritchard & Savigny, 1991), por lo tanto es de considerarse y evaluarse dicho mecanismo de falla, ya que el deslizamiento de dichos volúmenes ocasionaría problemas demasiado serios o catástrofes que se pueden prevenir con un estudio adecuado.

Cabe resaltar que además de las posibles fallas que el mecanismo de volteo pudiera ocasionar, es de interés analizar el factor de riesgo asociado a la caída de bloques de rocas una vez que el mecanismo haya sido iniciado. Los volúmenes de roca producto del desprendimiento pueden generar grandes problemas a cualquier obra civil, pueden ocasionar accidentes, en algunos casos catastróficos, casos comunes sobre esta problemática suelen presentarse con frecuencia en

carreteras y autopistas donde taludes y laderas, que son mal analizados, son dejados sin tratamientos que aumenten su estabilidad, provocando la caída de bloques. El factor de riesgo está en función de una matriz de condiciones desfavorables y una matriz de vulnerabilidad de los elementos expuestos. De acuerdo con el riesgo que se considere se efectuará la toma de decisiones para establecer qué zonas se deben analizar con mayor detalle o para definir medidas de mitigación que solventen la problemática de los elementos expuestos (Montiel, 2015).

Pritchard & Savigny (1991) solo hicieron los estudios pertinentes relacionados al mecanismo de volteo y sugirieron para evaluar dicho mecanismo de falla el método de los elementos discretos o distintos (distinct element method) como la mejor técnica. Dicho método simula el comportamiento mecánico de un conjunto de partículas que interaccionan entre sí a través de sus puntos de contacto, a nivel de cada partícula se hace uso de la mecánica del cuerpo rígido. La característica principal de este método es que se consideran partículas circulares, mientras que a nivel 2D se emplean cilindros y a nivel 3D esferas.

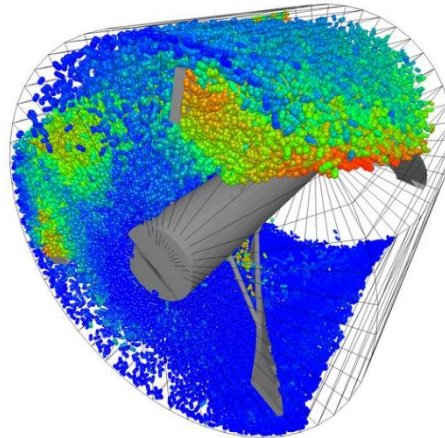


Fig. 4.4 Ejemplo de un diseño mecánico analizado con el método de los elementos discretos o distintos (DEM). El mecanismo simula un aspa que actúa en un material granular, los colores representan velocidades; el DEM es generalmente recomendado para dichos materiales aunque puede ser aplicado también en el mecanismo de volteo. Recuperado de:

http://www.easyfairs.com/typo3temp/_processed_/csm_velocity_particles_0ba8e5f09e.jpg

La estabilidad y el modelo de deslizamiento Heather Hill fue verificada por el software UDEC (Universal distinct element code). Los resultados analizados por el software predijeron que el deslizamiento Heather Hill es un resultado de la deformación provocada por el mecanismo de volteo (Pritchard & Savigny, 1991).

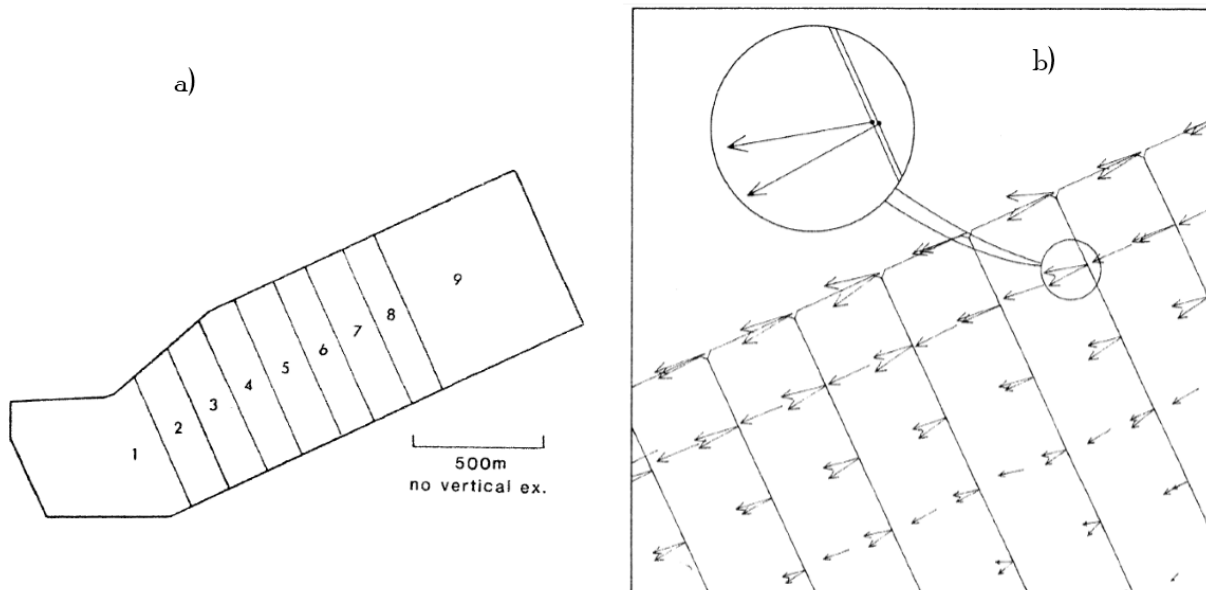


Fig. 4.5 Modelo general del volteo. a) Columnas de roca propensas al mecanismo de volteo. b) Vectores velocidad del desplazamiento de las columnas de roca, 0.5 [m/s] . Imagen modificada y tomada de Pritchard & Savigny. (1991).

Contar con herramientas numéricas que resuelvan el comportamiento de los materiales (vía elementos finitos o discretos), siempre y cuando los datos geológicos, estructurales, hidrogeológicos y mecánicos sean correctos, nos permiten advertir con cierto detalle los niveles de estabilidad y sus condicionantes más importantes.

5 *Requerimientos mínimos de geología y geotecnia.*

Los modelos geotécnicos basan su análisis en una serie de parámetros físicos que representan la respuesta mecánica del macizo rocoso a la interacción de fuerzas que en él se puedan ejercer como por ejemplo empuje hidráulico por acción del agua, cargas externas, sismicidad etc. Para que los análisis pertinentes sean lo más confiables posibles, estos deben ser provistos de una fuente de datos exhaustivamente trabajada.

Ramírez Oyanguren y Alejano Monge (2004) definen una metodología que pretende sentar las bases para el diseño de excavaciones:

1. La determinación, de la manera más exacta de las propiedades de resistencia y deformabilidad de los macizos rocosos que rodean la excavación.
2. La definición del macizo rocoso a través de trabajo de reconocimiento de campo y pruebas de laboratorio.
3. La distribución de presiones de agua en el dominio afectado por la excavación mediante técnicas de piezometría.
4. Desarrollo de técnicas analíticas o numéricas para evaluar cada uno de los posibles modos de respuesta del macizo rocoso.

Esta es una metodología idealizada, si es necesario se debe recurrir a más estudios o incluso varios reconocimientos en campo más que los ya hechos, de esta manera se garantiza un mejor análisis y una toma de decisiones más efectiva.

La estabilidad de laderas o taludes es un ejercicio primeramente analítico que considera fuerzas que actúan sobre el macizo rocoso y que condicionan la respuesta de éste. Cabe resaltar que toda interacción de fuerzas con el macizo rocoso provoca un reacomodo en el estado de esfuerzos de éste.

Para que un macizo rocoso sea considerado estable es necesario definir una relación entre las fuerzas que se oponen al movimiento, es decir, las que resisten o sostienen al macizo o bien las que se oponen al movimiento, éstas son las llamadas **fuerzas resistentes**, y de las fuerzas que hacen a éste sea proclive a fallar, es decir las fuerzas que actúan en dirección del movimiento, o las llamadas **fuerzas actuantes**, el cociente de ambas es conocido en ingeniería como **factor de seguridad**. La relación de este factor puede ser entre dichas fuerzas o sus esfuerzos, el cociente de cualquiera guarda la correspondiente proporcionalidad entre ellos. Si el esfuerzo en una parte del material es conocido, a lo que se le llama **carga aplicada**, si la **resistencia** del material es conocida también, y si la **resistencia permitida** del material es mayor que la carga o esfuerzo aplicado entonces dicha parte **no** fallará (Ullman, 2010, p. 403).

En la práctica el factor de seguridad es usado de tres maneras diferentes (Ullman, 2010, p. 403): 1) Puede ser usado para reducir la resistencia permitida, esto con el fin de conocer la última resistencia del material y su límite de cedencia, 2) Puede ser usado para incrementar la carga aplicada con el fin de compararla con la resistencia permitida, 3) Puede ser usada como una comparación entre la relación de la resistencia permitida del material y la carga aplicada en él. Generalmente este último punto es el más usado; las tres definiciones descritas anteriormente son aplicadas con la simple fórmula:

$$FS = \frac{F_R}{F_A} \quad (5.1)$$

Donde:

FS es el factor de seguridad.

F_R son las fuerzas resistentes.

F_A son las fuerzas actuantes.

Ullman (2010, p.403) lo define como la relación entre la resistencia permitida del material y las cargas o esfuerzos aplicados en éste:

$$FS = \frac{S_{al}}{\sigma_{ap}} \quad (5.2)$$

Donde:

FS es el factor de seguridad.

S_{al} es la resistencia permitida.

σ_{ap} son los esfuerzos aplicados.

Si el factor de seguridad es igual a 1 significa entonces que la carga aplicada es igual a la resistencia permitida y el material analizado en cuestión no fallará, dejándolo en su límite de estabilidad y cualquier perturbación que modifique su estado de esfuerzos puede llevarlo a fallar, si el factor de seguridad es menor a 1 significa que la carga aplicada excede la resistencia permitida del material lo que quiere decir que el éste no es estable y fallará, si por el contrario el factor de seguridad es mayor a 1 significa que la resistencia permitida excede la carga aplicada y por lo tanto el material analizado conservará su estado de equilibrio (Ullman, 2010, p. 403).

El cálculo de un factor de seguridad requiere medidas precisas de propiedades que modelen el comportamiento mecánico del material estudiado, sin embargo dichas mediciones no siempre son conocidas con precisión, debido a la **incertidumbre** que este hecho pueda generar, existen dos maneras para obtener un factor de seguridad aceptable (Ullman, 2010, p. 404): 1) El método clásico de la **“regla del pulgar”** (*rule of thumb*) y 2) El **método probabilístico o estadístico**.

El factor de seguridad puede ser rápidamente estimado en base a cinco medidas: las propiedades del material, los esfuerzos, el análisis de falla, la geometría y la fiabilidad; el factor de seguridad calculado por la llamada **regla del pulgar** no es más que el producto de los factores de seguridad de cada una de las medidas descritas, lo que está definido en la siguiente ecuación (Ullman, 2010, p. 405):

$$FS = FS_{material} \cdot FS_{esfuerzos} \cdot FS_{análisis_falla} \cdot FS_{geometría} \cdot FS_{fiabilidad} \quad (5.3)$$

El enfoque cuantitativo del cálculo del factor de seguridad por la regla del pulgar es demasiado impreciso y es un enfoque meramente conservativo ya que la incertidumbre de las medidas realizadas es considerable. Para tratar de reducir dicha incertidumbre y encontrar valores más reales y aproximados para el factor de seguridad, es necesario considerar un enfoque basado en **medidas estadísticas** de las propiedades del material, de los esfuerzos desarrollados, de la aplicabilidad de la teoría de falla escogida y de la fiabilidad requerida (Ullman, 2010, p. 406).

En el **método probabilístico o estadístico** cada medida es discutida en términos de dos parámetros que son necesarios para dicho enfoque, la **media** y la **desviación estándar (o varianza)**. Dichos términos son de vital importancia ya que el método probabilístico opera bajo una **distribución**

normal (Ullman, 2010, p. 406); las medidas en las que se basa el método probabilístico son precisamente distribuciones, así el factor de seguridad es mejor definido cómo:

$$FS = \frac{\bar{S}_{al}}{\bar{\sigma}_{ap}} \quad (5.4)$$

Donde:

FS es el factor de seguridad.

\bar{S} es la media de la resistencia permitida.

$\bar{\sigma}$ es la media de los esfuerzos aplicados.

La figura 5.11 muestra un gráfico entre la media de la resistencia permitida y la media de los esfuerzos aplicados contra la probabilidad. En el área de traslape de las curvas, la resistencia permitida tiene la **probabilidad** de ser más pequeña que el esfuerzo aplicado, dicha región representa la **probabilidad de falla** del material analizado en cuestión.

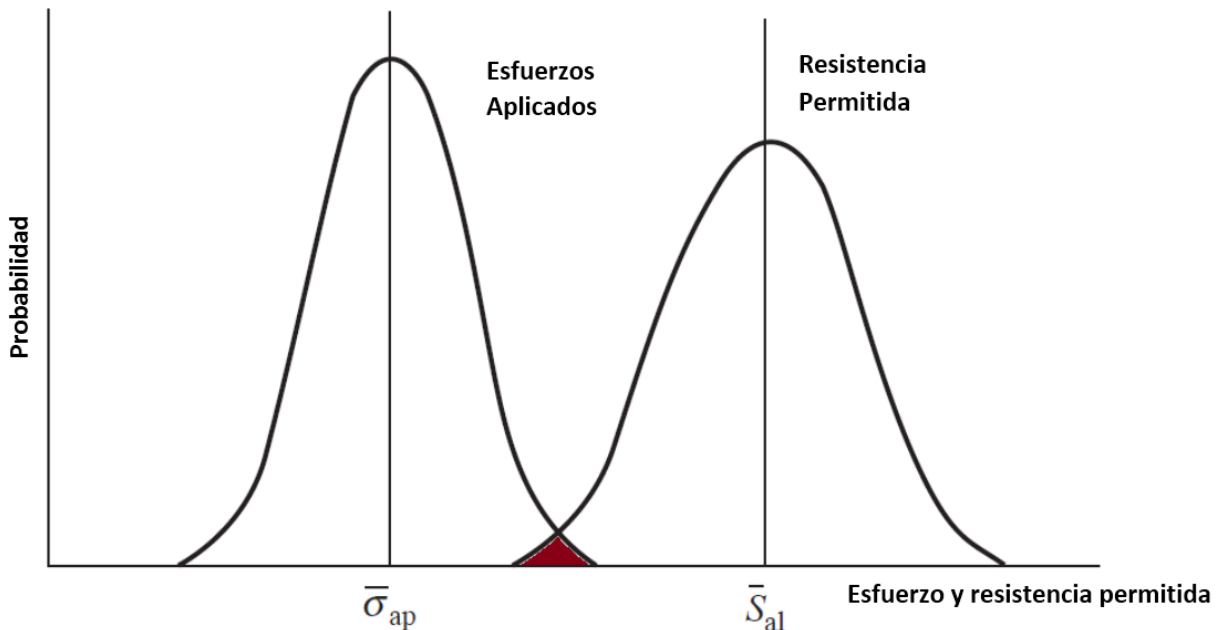


Figura 5.11 Gráfico de distribuciones normales de la media del esfuerzo y la resistencia permitida. El área sombreada representa la probabilidad de falla del material. Modificada de Ullman (2010, p. 407).

Los primeros análisis incorporados a la problemática de la estabilidad de taludes y laderas, para cualquier mecanismo de falla, consisten en hallar dos fuerzas que son las que controlan el equilibrio estático, **la fuerza normal y la fuerza tangencial o de cizalla**, que están orientadas en dirección del movimiento; cabe resaltar que los análisis de dichas fuerzas son representados de forma **bidimensional**. Dicho análisis consiste en descomponer todas las fuerzas actuantes y resistentes en la dirección de éstas dos y conocer su relación. Estas fuerzas se ven afectadas por diversos factores como señala Crozier (1986, 2004. Citado por Gutiérrez, 2008, p. 254) y son el resultado de la génesis y alteración de macizo rocoso.

Esta metodología empleada para los diversos mecanismos de falla cuenta con varias suposiciones que hacen al análisis más que un método fiable un mero ejercicio de clase ya que el nivel de incertidumbre manejado por dichas suposiciones sobre fenómenos naturales es muy alto. El tratar de formular expresiones que respondan de manera satisfactoria y sobre todo exacta a fuerzas generadas por el dinamismo del planeta tierra es prácticamente imposible, al menos hasta ahora, además la formulación está basada en conceptos matemáticos básicos.

Por ejemplo, el primer análisis incorporado a la caída de rocas (*rockfall*) es resuelto con un simple sistema de ecuaciones, cuya solución define la intersección de la forma “elíptica” de una roca con un plano inclinado perfecto, llámese talud o ladera. Otro punto a considerar es que dichos análisis fueron concebidos primeramente de manera bidimensional por lo que están bastante lejos de poder modelar de manera precisa fenómenos naturales de tal envergadura.

En la actualidad los modelos geotécnicos y los análisis de estabilidad son ejecutados mediante métodos numéricos como el FEM, que permite reducir de manera considerable el grado de incertidumbre debido a su formulación matemática. Este método basa su análisis en la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales parciales que obedecen a **leyes o ecuaciones constitutivas** características de un determinado material y que obedecen a las leyes de movimiento de la mecánica Newtoniana.

Existen distintos tipos de ecuaciones constitutivas que modelan el comportamiento de algún material y que pueden relacionar distintos parámetros físicos que son de interés, tales como las ecuaciones de estado en la termodinámica, que relacionan variables de presión volumen y temperatura. Las ecuaciones constitutivas obedecen a comportamientos mecánicos y *su objetivo es caracterizar macroscópicamente la relación existente entre las fuerzas internas de interacción entre las partículas y la cinemática deformacional del medio* (Ayneto & Ferrer, 2006, p. 125).

Las ecuaciones constitutivas utilizadas para la descripción del comportamiento material deben de obedecer a los siguientes criterios o postulados (Ayneto & Ferrer, 2006, p. 128):

1. **Principio de determinismo del estado de tensión:** el estado de tensión en un medio continuo queda determinado por la historia temporal de su cinemática.
2. **Principio de la acción local:** el estado de tensión en un punto depende solo de la cinemática en el entorno mismo.
3. **Principio de indiferencia frente a cambios de referencia:** las ecuaciones constitutivas deben ser invariantes frente a cambios de referencia.
4. **Principio de admisibilidad física:** las ecuaciones constitutivas deben ser compatibles con el primer y segundo principios de la termodinámica.

El conocimiento de las ecuaciones constitutivas es de suma importancia, ya que son vitales para poder *predecir* cómo se comportará mecánicamente cualquier medio o material objeto de análisis, ya que de ellas dependen los resultados obtenidos mediante cualquier teoría de falla que se haya decidido utilizar.

5.1 Importancia de la geología.

La **geología** es la principal ciencia en la que, en conjunto a las matemáticas y la física, están basadas todas las teorías y análisis que realiza la geotécnica.

Sus sub-disciplinas tales como la **geología estructural**, la **estratigrafía**, la **cartografía** y la **hidrogeología** nos proporcionan información como la génesis y el comportamiento de los macizos rocosos. Por otro lado la **ingeniería de rocas (Rock Engineering)**, la cual forma parte de la ingeniería geotécnica, se auxilia de la ingeniería civil y la geológica, las cuales están apoyadas en dos disciplinas muy importantes que ayudan a comprender el comportamiento mecánico de los materiales geológicos, la **mecánica de suelos** y la **mecánica de rocas**, la comprensión de cada una es elemental dentro de cualquier análisis. Por otro lado, el reciente avance de la **geofísica**, junto con sus métodos y su instrumentación, ha permitido incorporar dicha disciplina como parte fundamental dentro de cualquier proyecto geotécnico ingenieril.

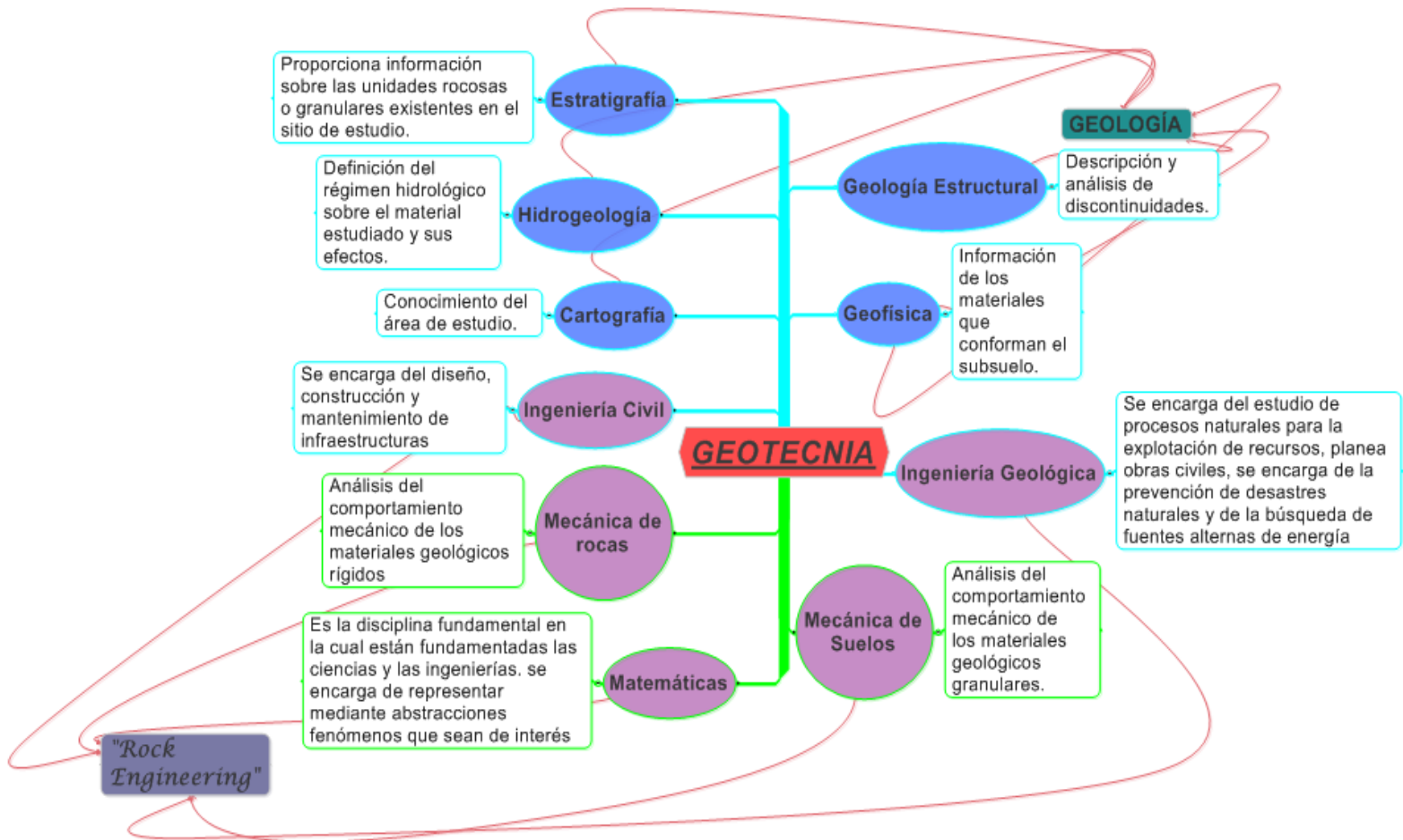


Figura 5.1.1 Mapa que muestra las disciplinas que interactúan con la Geotecnia y sus principales funciones.

Un aspecto importante a recalcar es la creación y uso de mapas geotécnicos, dichos mapas se utilizan para representar información geológica-geotécnica con fines de planificación y uso de territorio para el proyecto, proporcionan información como las características del suelo y del subsuelo que serán utilizadas para evaluar su comportamiento en los análisis geotécnicos pertinentes (González et. al., 2002, p.376), esto es principalmente porque en la Ingeniería Geotécnica las escalas que se manejan son muy diferentes a las que se manejan en Geología, ésta generalmente considera extensiones muy grandes de algún terreno objeto de estudio, suelen usarse escalas como 1:1000000, 1:500000, 1:100000, 1:50000 etc.

De acuerdo con González (et. al., 2002, p. 5): *“En el terreno ingenieril las escalas espaciales se adaptan a la medida de las actividades humanas”* y son por lo general mucho más pequeñas, 1:1000, 1:500 etc.; es por ello que los mapas geotécnicos deben tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- ❖ Descripción y **clasificación geotécnica** del tipo de suelo y/o roca.
- ❖ Propiedades físicas y mecánicas de los materiales.
- ❖ Régimen hidrogeológico.
- ❖ Condiciones y procesos geomorfológicos.
- ❖ Procesos dinámicos.

Por lo tanto crear mapas a nivel detalle o semi-detalle que contengan de la forma más precisa y detallada posible el mapeo de la información y características geológico-geotécnicas del sitio de estudio es de vital importancia. Para el desarrollo y la comprensión de dichos mapas el ingeniero geotecnista debe tener claro conocimiento de los factores geológicos que son de interés para cualquier zona objeto de estudio. La disciplina que se encarga de la elaboración de mapas y cartas, y una en las cuales se apoya la geotécnica es la **cartografía**.

La geología tiene una interacción fundamental con el trabajo ingenieril. Los procesos dinámicos de la tierra junto con los procesos externos que en ella se suscitan modifican la morfología del planeta, dichos procesos se ven reflejados como fuerzas que interactúan en algún material geológico y pueden tener efectos graves sobre él. La erosión, por ejemplo, es un fenómeno de carácter primordial a analizar, dicho proceso genera desgaste en los materiales, lo que puede provocar fracturas que tienen como consecuencia un descenso en la resistencia del material.

La **geología estructural** es una de las principales disciplinas en las que se apoya la geotécnica, ésta *estudia la estructura de la rocas desde el punto de vista de patrones deformacionales a través de variaciones geométricas en ellas* (Weijermars, 1997). Para el estudio de tales patrones dicha disciplina se auxilia en el estudio de estructuras geológicas. Una **estructura geológica** se define como el arreglo espacial y temporal que guardan los componentes rocosos, dichas estructuras se caracterizan por base en sus aspectos geométricos, tales como la forma, distribución, tamaño, relaciones, orientación, tipo de material, etc. (Silva, et. al., 2010). Las estructuras geológicas son clasificadas en **primarias** y **secundarias**. Las primarias son originadas de forma **singénética**, es decir son el producto de su depósito y emplazamiento de las rocas, las secundarias, por el contrario ocurren de manera **epigenética**, es decir, son ocasionadas después del emplazamiento de las rocas

como respuesta a cambios en las condiciones de esfuerzo y temperatura de las rocas (Silva, 2010). Algunos ejemplos de estructuras primarias son la estratificación, imbricación, rizaduras, diques, mantos, derrames, etc. Pliegues, fallas y fracturas son ejemplos de estructuras secundarias.



Figura 5.1.2 Izquierda: Estructura primaria: estratificación. Recuperado de: <https://en.wikipedia.org/wiki/Stratigraphy>
Derecha: Estructura secundaria: falla normal. Recuperado de: <http://www.senderosdealicante.com/geologicos/lugares/riublanc.html>

Una parte básica para analizar cualquier excavación es realizar un estudio estructural de la zona en cuestión (Ramírez y Alejano, 2004, p.4). En los modelos geotécnicos las estructuras geológicas que son de vital importancia son aquellas que generen una **discontinuidad** en el macizo rocoso. Por discontinuidad puede entenderse cualquier plano de separación que divida a un medio continuo, estas pueden ser, principalmente, fallas, estratificación y fracturas. Las discontinuidades tienen un papel fundamental en cualquier mecanismo de falla ya que condicionan de una forma definitiva las propiedades y el comportamiento resistente, deformacional e hidráulico de los macizos rocosos (González et. al., 2002, p.247). Una discontinuidad, como por ejemplo una fractura, puede estar rellena, si es así la propagación de los esfuerzos a los que esté sometido un determinado material serán transmitidos al resto de él, si por el contrario la fractura se encuentra vacía, es decir sin relleno, ésta actuará como una barrera que impedirá que los esfuerzos se transmitan al resto del macizo (Ramírez y Alejano, 2004, p.98).

Otro factor clave a analizar en cualquier modelo geotécnico es la influencia que el agua pueda tener sobre la excavación, ésta tiene considerables efectos sobre cualquier macizo rocoso, su acción puede provocar erosión, alteración, disminución de los coeficientes de fricción entre materiales, filtraciones a través de discontinuidades preexistentes que reduzcan la resistencia permitida del material debido a la fuerza de empuje que genera el agua. Lo anterior es conocido como *principio de esfuerzos de Terzaghi*, en honor al ingeniero mecánico, civil y geólogo Karl von Terzaghi. Su capacidad de razonamiento analítico y de observación le llevó a estudiar e interpretar el comportamiento de las arcillas, definiendo así el término de *esfuerzos efectivos*, éste indica que al aplicar una carga (esfuerzo) a un suelo blando saturado con agua, éste de inmediato empieza a

expulsar el agua de sus vacíos y se desata un proceso de asentamiento de las estructuras desplantadas en un suelo, dedujo que el proceso de deformación está en función del tiempo y de la permeabilidad del suelo (Santoyo, 2012). Sus estudios desembocaron en lo que hoy se conoce como *teoría de consolidación de los suelos*.

Definir el régimen hidrogeológico de la zona permite considerar en los análisis la acción del agua para un determinado macizo rocoso. La disciplina encargada de estudiar el comportamiento y los efectos que el agua pueda tener en los diversos materiales geológicos es la **hidrogeología**. Dicha disciplina nos ayuda definir ciertos parámetros como la **porosidad, permeabilidad, transmisividad** y el **coeficiente de almacenamiento** (González, et. al., 271), cada una describe un determinado comportamiento del agua y son de gran importancia dentro de los modelos geotécnicos.

La hidrogeología, por lo tanto, es una disciplina muy importante que se debe tomar en cuenta para cualquier diseño ingenieril. Definir los acuíferos, niveles freáticos, los drenajes naturales, conocer la dirección del flujo del agua, las cargas piezométricas y sus variaciones, saber que litologías son más permeables y porosas que otras o cuales son más fáciles de alterar o de erosionar por efecto del agua son algunos de los factores más importantes que dicha disciplina ayuda a definir y que son de gran ayuda para los análisis geotécnicos de estabilidad.

Dado que la **estratigrafía** se define como la disciplina que tiene como objeto de estudio a las rocas con **estratos** (discontinuidades) o "**paquetes**", su orden y condiciones de formación, su relación entre unidades, su geometría y disposición temporal, es de vital importancia tener conocimiento de ésta. Las unidades litológicas y/o estratigráficas de la zona estudio proporcionan primeramente una visión general de los factores que pueden o pudieron haber afectado dicha zona. Por ende, el conocimiento de la estratigrafía es necesaria para poder modelar de manera más precisa cualquier comportamiento geomecánico.

Para dotar de más información a un modelo geotécnico y hacerlo más confiable y lo más aproximado a la realidad se requiere la interacción de otra disciplina que ha tomado un importante auge en décadas recientes, la geofísica. La **geofísica** es la disciplina que se encarga de estudiar, en base a fuertes análisis matemáticos, el comportamiento físico de los materiales terrestres; su acción y su respuesta ante agentes externos a los que dichos materiales pudieran ser sometidos están en función de sus propiedades mecánicas. Conocer lo que se encuentra en el subsuelo, por ejemplo, por parte de los estudios geofísicos, proporciona información que es relevante para cualquier excavación ya que en el material subyacente del regolito se sustentarán las cimentaciones pertinentes a algún diseño ingenieril. Además los estudios geofísicos nos ayudan a definir fronteras y contactos entre los materiales litológicos y por ende ayudan a **zonificar** de una manera mejor y más aproximada algún sitio de estudio.

5.2 Modelos Geotécnicos y Zonificación.

La **zonificación** geotécnica consiste en representar toda la información geológica básica sobre un plano topográfico y se basa en la clasificación de **unidades geotécnicamente "homogéneas"** y se establecen a partir de la litología, origen y características litológicas de los materiales que son determinadas de trabajos geológicos preexistentes, fotogeología y reconocimiento en trabajos geológicos de campo (González, et. al., p. 382).

Una **unidad geotécnica** está definida como una uniformidad litológica y física, caracterizadas por valores medios de propiedades geotécnicas a partir de determinaciones y medidas puntuales (González, et. al., p. 382).

Un modelo geotécnico es el resultado del análisis de la información obtenida en los trabajos de campo y laboratorio que incluye la conjunción y el procesamiento de datos y parámetros necesarios para que éste se lleve a cabo. Un modelo geotécnico debe tener contemplado, mínimo, los siguientes aspectos:

- *Planeación y gestión del sitio de investigación.* Engloba aspectos como la ubicación del sitio de estudio, descripción de la geología general, análisis estructurales, niveles piezométricos del agua.
- *Formulación y presentación del modelo.* Contempla la consulta y realización de mapas geológicos y geotécnicos, la correcta selección de secciones orientadas de manera que sean favorables a los objetivos del proyecto, el uso de datos geofísicos, la zonificación del macizo rocoso según sus propiedades estructurales e ingenieriles, además una **clasificación geomecánica** asignada a dicho macizo es primordial y necesaria.
- *Verificación durante la construcción.* Es importante que todas las suposiciones hechas en el modelo geotécnico sean verificadas durante la etapa de la construcción a manera de garantizar la seguridad y la efectividad del proyecto.

Las clasificaciones geomecánicas son parte fundamental en todo diseño ingenieril que requiera alguna excavación y pueden llegar a ser una herramienta muy potente, antes, durante y después del desarrollo de éste. Las clasificaciones no son más que un método cuantitativo que describen las propiedades representativas del macizo rocoso que son de interés para realizar algún modelo geotécnico. Dichas clasificaciones han sido usadas con gran éxito en Austria, Sudáfrica, Estados Unidos, India y Europa debido a las siguientes razones (Sing & Goel, 1999):

1. Provee una mejor comunicación entre geólogos, diseñadores, constructores e ingenieros.
2. Las observaciones, las experiencias y el juicio de los ingenieros son correlacionados y consolidados de una manera más efectiva debido a un sistema de clasificación cuantitativo.
3. Estos sistemas de clasificación cuantitativos tienen considerables aplicaciones especialmente en el enfoque de la calidad de la roca en cuestión.

No sólo las clasificaciones geomecánicas ayudan a los análisis de los modelos geotécnicos, estos también incorporan datos cuantitativos de pruebas mecánicas llevadas a cabo en laboratorios; existen diferentes tipos de pruebas pero generalmente todas consisten en conocer el estado de esfuerzos en el cual se produce la falla o fracturas de un determinado material, en este caso de alguna litología particular. Para lo anterior se ensayan probetas de roca que son sometidas a fuerzas controladas y cuantificadas hasta que la fractura se produce. Dichas pruebas proporcionan una idea más representativa del comportamiento mecánico del macizo rocoso y de su respuesta a factores externos que modifiquen su estado de esfuerzos original al que se encontraba sometido.

Dentro del ámbito geotécnico ingenieril las clasificaciones geomecánicas más comúnmente usadas son el **RMR** (*Rock Mass Rating*) y la **Q** de Barton. Cada uno describe la calidad del macizo rocoso analizado en cuestión con un enfoque diferente, parámetros usados dentro de alguna de estas clasificaciones no son exclusivos de sí misma, algunos pueden presentarse en alguna otra clasificación (no sólo dentro de las mencionadas) como parte importante para estimar algún valor cuantitativo necesario en los modelos geotécnicos.

➤ **RMR (*Rock Mass Rating*).**

El **RMR** fue introducido por Z.T. Bieniawski en 1973 y ha sido aplicado en más de 268 casos de historia tales como túneles, cámaras, minas, taludes, cimientos y cavernas de roca; los parámetros en los que se basa dicha clasificación son los siguientes (Edelbro, 2003 p. 57):

1. Resistencia a la compresión simple o uniaxial de la roca intacta.
2. **RQD** (*rock quality designation*).
3. Espaciamiento de las discontinuidades.
4. Condición de las discontinuidades.
5. Condiciones de agua subterránea.
6. Orientación de las discontinuidades respecto a la obra proyectada.

El **RQD** es otra clasificación geomecánica usada para asignar calidades al macizo rocoso; es un porcentaje de recuperación hecho en núcleos de roca productos de barrenación, se expresa como una relación entre la suma de las longitudes de los fragmentos entre discontinuidades mayores a 10 [cm] y la longitud total del tramo perforado, dicha relación se expresa en la siguiente fórmula:

$$RQD = \frac{\sum (\text{Longitud de fragmentos} > 10[\text{cm}])}{\text{Longitud total perforada}} \cdot 100 \quad (5.2.1)$$

Los valores de RQD y la calidad de roca se relacionan en la tabla 5.21.

1 RQD (Rock Quality Designation)			RQD
A	Muy pobre	>27 discontinuidades por [m ³]	0-25
B	Pobre	20 - 27 discontinuidades por [m ³]	25-50
C	Regular	13 – 19 discontinuidades por [m ³]	50-75
D	Bueno	8 - 12 discontinuidades por [m ³]	75-90
E	Excelente	0 - 7 discontinuidades por [m ³]	90-100

Nota: 1) Cuando el RQD reportado o medido sea menor a 10 (incluyendo el 0), el valor usado para evaluar la Q será de 10.
2) Los intervalos de RQD de 5 en 5, por ejemplo, 100, 95, 90 etc., son suficientemente precisos.

Tabla 5.2.1 Clasificaciones del RQD según su valor obtenido. Tabla modificada y tomada de NGI (2013, p. 4).

Los primeros cinco parámetros mencionados anteriormente forman parte de lo que se denomina **RMR básico**, el sexto parámetro es tratado aparte ya que la influencia de la orientación de las discontinuidades depende de las aplicaciones ingenieriles, así el **RMR** es calculado con las siguientes fórmulas (Edelbro, 2003 p. 57):

$$RMR = RMR_{básico} + \text{ajuste.para.la.orientación.de.discontinuidades} \quad (5.2.2)$$

$$RMR_{básico} = \sum (1 + 2 + 3 + 4 + 5) \quad (5.2.3)$$

La clasificación de los resultados obtenidos en base al RMR son mostrados en la tabla 5.1 que se muestra a continuación:

Parameter/properties of rock mass	Rock Mass Rating (Rock class)				
	100-81	80-61	60-41	40-21	< 20
Ratings	100-81	80-61	60-41	40-21	< 20
Classification of rock mass	Very Good	Good	Fair	Poor	Very Poor
Average stand-up time	10 years for 15 m span	6 months for 8 m span	1 week for 5 m span	10 hours for 2.5 m span	30 minutes for 1 m span
Cohesion of the rock mass	> 400 kPa	300-400 kPa	200-300 kPa	100-200 kPa	< 100 kPa
Friction angle of the rock mass	> 45°	35° - 45°	25° - 35°	15° - 25°	< 15°

Tabla 5.2.2 Clasificaciones del RMR según su valor obtenido. Tabla tomada de Edelbro (2003, p. 58).

Los cálculos y las clasificaciones de los parámetros definidos del 1 al 6 para el RMR son detallados en el anexo 1.

➤ **Q de Barton.**

Otra clasificación que es de gran utilidad para caracterizar macizos rocosos es la llamada **Q** de Barton, **Rock Mass Quality**, **Tunnelling Quality Index** o la también llamada **clasificación NGI** debido a que se desarrolló en el Instituto Geotécnico Noruego (Norwegian Geotechnical Institute, por sus siglas en inglés); dicha clasificación fue introducida por Nick Barton entre 1971 y 1974 (NGI, 2013). Dicho método está basado, en un principio, por un análisis de 212 casos registrados, 180 de esos casos resultaron en excavaciones soportadas o estables, las restantes 32 fueron excavaciones no soportadas (Edelbro, 2003 p. 59). Con el tiempo la clasificación ha sido actualizada en base a numerosos casos analizados, actualmente han sido añadidas nuevas correlaciones para encontrar el valor de la Q. El sistema de clasificación original propuesto por Barton en 1974 (citado por Edelbro, 2003 p. 59) toma en cuenta los siguientes parámetros:

1. RQD.
2. Número de familias (*sets*) de discontinuidades.
3. Rugosidad de discontinuidades.
4. Alteración de las discontinuidades.
5. Condiciones de agua en las discontinuidades.
6. Factor de esfuerzo.

La estabilidad del macizo rocoso es influenciada por diferentes factores que el sistema de clasificación Q considera como los más importantes y que además están en función de relaciones de parámetros de éste, mismas que se mencionan más adelante; los factores aludidos son los siguientes tres (NGI, 2013, p. 8):

- i. El tamaño de bloque.
- ii. Fricción de las discontinuidades (resistencia a la cizalla o esfuerzo cortante inter-bloque)
- iii. Esfuerzo.

Dichos parámetros son los que prácticamente controlan la estabilidad del macizo rocoso; el tamaño de bloque es definido por las discontinuidades existentes en el macizo analizado en cuestión, si las discontinuidades tienen las orientaciones adecuadas, éstas formarán bloques de roca cuyo tamaño está en función del espaciamiento entre dichas discontinuidades. Es común encontrar en la práctica discontinuidades que se pueden agrupar en conjuntos o familias que representan el patrón de fracturamiento de todo el macizo rocoso.

Dado que en los materiales rocosos duros la deformación ocurre como desplazamiento de cizalla a lo largo de las discontinuidades es importante tener en cuenta la fricción que se pueda generar entre éstas. Dicha fricción es dependiente de la rugosidad de las discontinuidades, del espesor y de la mineralogía del relleno si es que se presentara (NGI, 2013).

En el sistema de clasificación Q el esfuerzo vertical cobra principal importancia, esto es debido a que dicho sistema es generalmente usado para excavaciones subterráneas, esto obliga al geotecnista a tener especial conocimiento sobre las variaciones del esfuerzo con respecto a la profundidad. Cabe

recaltar que dicho sistema se acopla también a excavaciones superficiales, por lo que el valor del esfuerzo vertical se verá simplificado si ese fuere el caso.

Barton (2002, citado por Edelbro, 2003 p. 59) define las siguientes relaciones para los tres parámetros explicados anteriormente:

$$\text{Tamaño.de.bloque.relativo} = \frac{RQD}{J_n} \quad (5.2.4)$$

$$\text{Resistencia.friccional.relativa} = \frac{J_r}{J_a} \quad (5.2.5)$$

$$\text{Esfuerzo.activo} = \frac{J_w}{SRF} \quad (5.2.6)$$

Por lo tanto el sistema de clasificación Q queda definido por Barton (et. al. 1974, citado por Edelbro, 2003 p. 60) como el producto del tamaño de bloque, la resistencia friccional y el esfuerzo activo, como se muestra en la siguiente expresión:

$$Q = \left(\frac{RQD}{J_n} \right) \cdot \left(\frac{J_r}{J_a} \right) \cdot \left(\frac{J_w}{SRF} \right) \quad (5.2.7)$$

Donde:

RQD es el índice de calidad de roca.

J_n es el número de familias de discontinuidades.

J_r es el número de la rugosidad de las discontinuidades.

J_a es el número de la alteración de las discontinuidades.

J_w es el factor de reducción de agua y presión en las discontinuidades.

SRF es el factor de reducción del esfuerzo.

Los valores de Q y su calidad de roca se muestran en la siguiente tabla:

Q	Group	Classification
10-40	1	Good
40-100		Very Good
100-400		Extremely Good
400-1000		Exceptionally Good
0.10-1.0	2	Very Poor
1.0-4.0		Poor
4.0-10.0		Fair
0.001-0.01	3	Exceptionally Poor
0.01-0.1		Extremely Poor

Tabla 5.2.3 Clasificaciones de la Q según su valor obtenido. Imagen tomada de Edelbro (2003, p. 61).

Los cálculos y las clasificaciones de los parámetros definidos del 1 al 6 para el sistema de clasificación Q son detallados en el anexo 2 y tomados de Edelbro (2003).

❖ **Relación entre las dos principales clasificaciones geomecánicas.**

Las clasificaciones explicadas anteriormente pueden correlacionarse entre sí, ya que cada una de ellas utiliza parámetros que tienen en común. Primeramente existen varias relaciones matemáticas entre el sistema **RMR** y la **Q** de Barton (Edelbro, 2003 p. 63):

$RMR = 9 \ln(Q) + 44$; introducida por Bieniawski (1976, citado por Edelbro, 2003 p. 63).

$RMR = 5.9 \ln(Q) + 43$; introducida por Rutledge & Preston (1978, Edelbro, 2003 p. 63).

$RMR = 5.4 \ln(Q) + 55.2$; introducida por Moreno (1980, Edelbro, 2003 p. 63).

$RMR = 5 \ln(Q) + 60.8$; introducida por Cameron et. al., (1981 citado por Edelbro, 2003 p. 63).

$RMR = 10.5 \ln(Q) + 41.8$; introducida por Abad et. al., (1984, citado por Edelbro, 2003 p. 63).

Dado que los parámetros empleados para ambas clasificaciones nos proporcionan información específica sobre la calidad de la roca y su estructura, es importante reconocer y tener en cuenta cuáles de éstos interactúan en las clasificaciones RMR y Q, además de conocer las variaciones tomadas en cuenta para cada parámetro, Romana (2003) los resume en la siguiente tabla:

PARÁMETRO	RMR	Q
Resistencia de la matriz	Compresión simple	-
Fracturación	RQD Espaciamiento -	RQD - Nº de familias
Estado de las juntas	Rugosidad Continuidad Abertura Relleno Meteorización de bordes	Rugosidad - Contacto tras esfuerzo cortante Relleno Meteorización de bordes
Agua subterránea	Flujo en túneles ó Razón de presiones intersticiales ó Condiciones generales	Flujo en túneles Presiones intersticiales -
Estado tensional	-	Nivel de tensiones relativo a compresión simple

Tabla 5.2.4 Relación de parámetros usados en las clasificaciones geomecánicas RMR y Q. Imagen tomada de Romana. (2003, p. 4).

5.3 Análisis de Discontinuidades.

En geología, una discontinuidad es definida como cualquier plano que divida al medio objeto de estudio, es decir, que lo haga perder su continuidad. En mecánica de rocas el término discontinuidad se refiere a todos los planos de debilidad cuya coherencia es interrumpida a lo largo de la **roca intacta** (Wittke, 2014, p.15).

Como ya se ha mencionado antes, las discontinuidades tienen un papel más que primordial en los análisis geotécnicos ya que de ellas depende en gran parte el comportamiento del macizo rocoso. La importancia de las discontinuidades radica en que son planos de debilidad que se presentan en materiales duros o rígidos, por lo tanto en la roca intacta, la falla tiende a ocurrir preferencialmente a lo largo de esas superficies (Wyllie & Mah, 2004).

Dada la importancia de las discontinuidades, los análisis de estabilidad tienen que abordar el **estudio geológico estructural** de la zona de interés, para esto se siguen los dos pasos siguientes (Wyllie & Mah, 2004):

- I. Determinar las propiedades de las discontinuidades, las cuales envuelven el mapeo de afloramientos y la existencia de cortes.
- II. Determinar la influencia de las discontinuidades en la estabilidad de la excavación, la cual toma en cuenta la relación entre la orientación de éstas y los cortes.

El objetivo general del estudio geológico estructural es definir una familia o familias (*sets*) de discontinuidades que puedan tener influencia en la estabilidad de la excavación. Además es importante recordar que las clasificaciones geomecánicas toman en cuenta parámetros característicos que nos proporcionan información sobre el comportamiento de las discontinuidades y su efecto sobre cualquier macizo rocoso.

Los elementos principales que se deben tomar en cuenta para la descripción de discontinuidades son la **orientación**, **apariencia**, el **espaciamiento** y la **persistencia**, a continuación se explica cada uno de éstos aspectos.

Orientación.

En el trabajo ingenieril es común trabajar con estructuras geológicas que formen discontinuidades con el elemento de estudio, tales como fracturas, fallas y la estratificación, éstas se estudian como elementos geométricos definidos como planos. El primer paso en la investigación de discontinuidades de un talud o ladera es analizar sus orientaciones e identificar familias de discontinuidades que puedan formar bloques de roca potencialmente inestables (Wyllie & Mah, 2004, p.26). La orientación tridimensional de dichos planos o discontinuidades queda definida por dos ángulos (Wittke, 2014, p.23): el ángulo del rumbo (*strike angle*), α , que es medido a partir del norte en sentido de las manecillas del reloj hasta la intersección de la discontinuidad con la horizontal, y del ángulo del echado (*dip*), ψ , que es el ángulo comprendido entre la línea de máxima pendiente y su proyección en el plano horizontal. Este último también cuenta con su propia dirección que es conocida como rumbo del echado (*dip direction*).

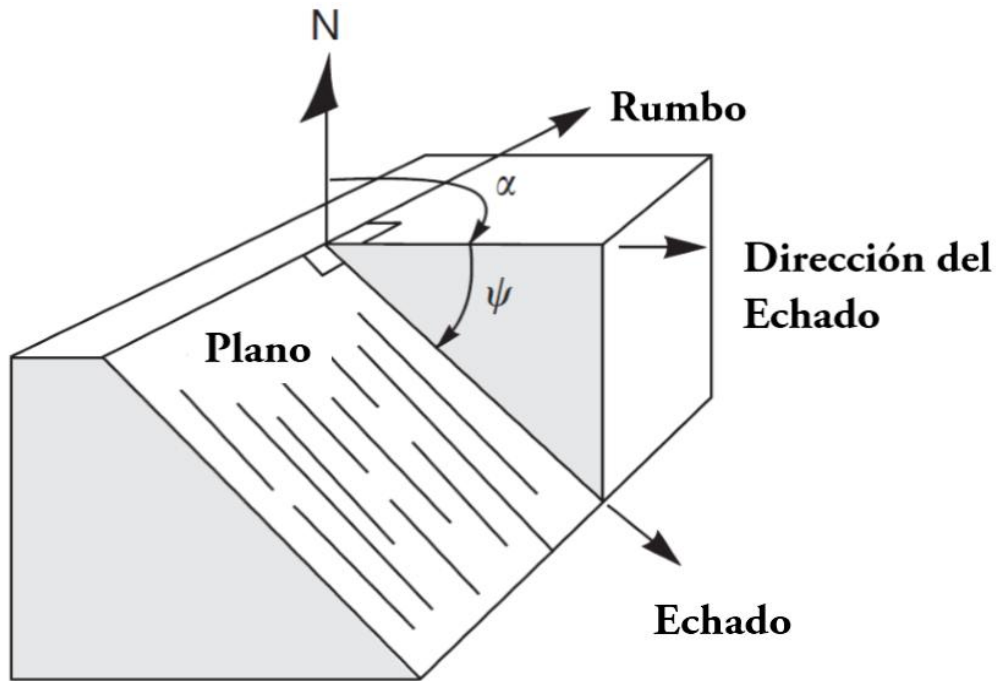


Figura 5.3.1 Representación tridimensional de la orientación de un plano de discontinuidad. Imagen modificada y tomada de Wyllie & Mah (2004, p. 27).

El objetivo del estudio de las discontinuidades, que es denominado un **análisis cinemático**, es identificar posibles modos de falla en algún macizo rocoso (Wyllie & Mah, 2004, p.22). Para lo anterior es necesario realizar un **análisis estereográfico** de las familias de discontinuidades descritas.

Los análisis estereográficos permiten representar las orientaciones tridimensionales de las discontinuidades de forma bidimensional a través de la proyección de una esfera de referencia, específicamente, de su hemisferio inferior, en la cual su plano ecuatorial es horizontal y ésta es fijada al norte relativo. Estas proyecciones estereográficas sólo consideran relaciones angulares entre líneas y planos, por lo que el tamaño y extensión de las discontinuidades no puede ser analizado con dicha técnica (Wyllie & Mah, 2004, p. 27).

Los planos y las líneas son posicionados de tal forma que el eje de ellos pase a través del centro de la semiesfera de referencia. Para el caso de planos de discontinuidad, su intersección con la semiesfera generará una línea que es denominada **traza ciclográfica**, ya que son dos superficies. Por el caso contrario, dado que las líneas no son superficies, su intersección con la superficie de la semiesfera generará un punto, esto se ilustra en la figura 5.32.

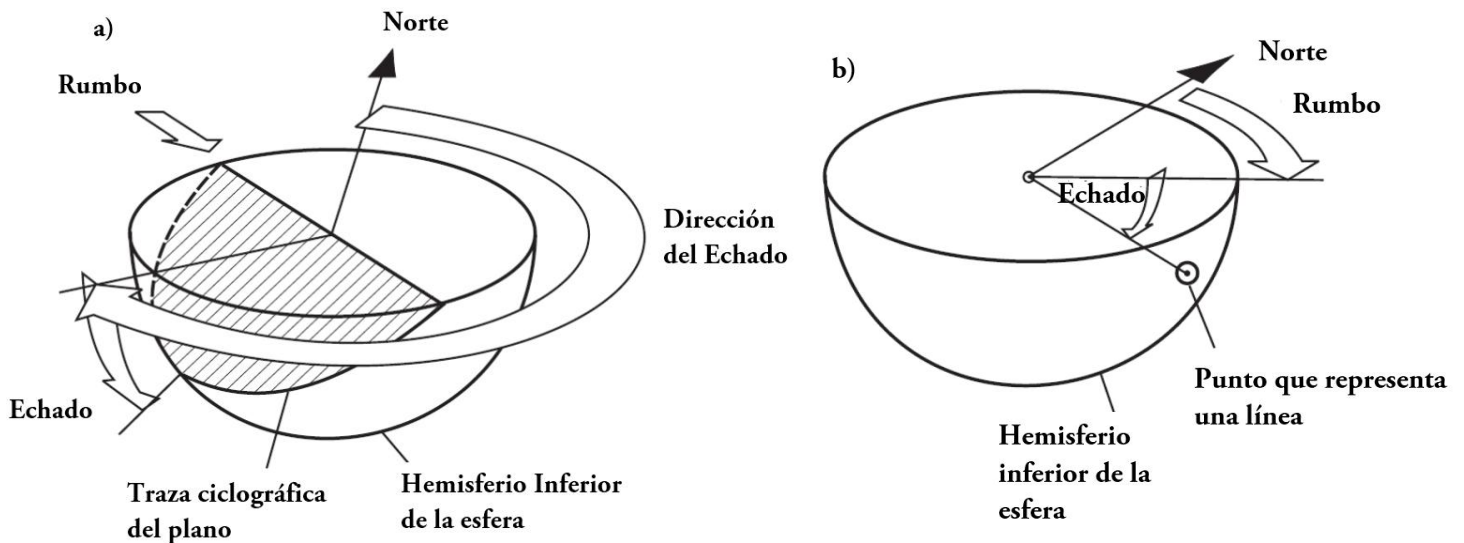


Figura 5.3.2 a) Representación tridimensional de la orientación de un plano de discontinuidad sobre la semiesfera de referencia.

b) Representación tridimensional de una línea sobre la semiesfera de referencia.

Imagen modificada y tomada de Wyllie & Mah (2004, p. 28).

Existen dos tipos de proyecciones estereográficas utilizadas en geología estructural, la proyección polar y la proyección ecuatorial. La primera solo puede ser usada para dibujar polos mientras que la segunda puede ser ocupada para dibujar planos y polos (Wyllie & Mah, 2004, p. 29). El **polo** es una línea que forma un ángulo normal con algún plano de discontinuidad, en la red estereográfica es representado como un punto.

Para el caso de la proyección ecuatorial existen dos tipos de redes distintas, la primera es llamada red de Lambert (Schmidt), en ésta cualquier área en la superficie de referencia es proyectada con igual área en la red estereográfica, ésta también es llamada red equiareal. El otro tipo de proyección ecuatorial es la de ángulos iguales, equiangular o la llamada red de Wulff. Ambas proyecciones pueden ser usadas para evaluar relaciones angulares pero sólo la de Lambert puede ser usada para desarrollar **contornos de concentración de polos** (Wyllie & Mah, 2004, p. 29). Estos últimos son muy prácticos y usados en el terreno ingenieril, ya que el polo, que es visto como un punto en la red estereográfica, representa la orientación de algún plano en particular, esto permite analizar y visualizar de manera más sencilla la orientación de familias conformadas por un gran número de planos de discontinuidad.

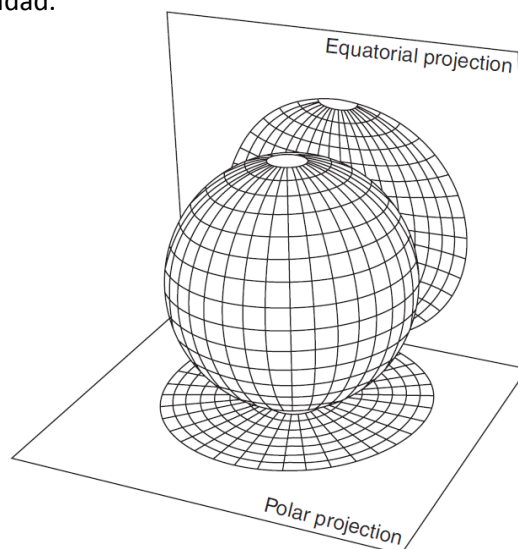


Figura 5.3.3 Representación de la proyección ecuatorial y la proyección polar. Imagen tomada de Wyllie & Mah (2004, p. 28)

Apariencia.

La apariencia de las discontinuidades está en función de las características de su superficie, en las cuales es muy importante considerar la estimación de la resistencia al esfuerzo cortante o de cizalla (Wittke, 2014, p.29). Los términos o **perfiles de superficie** usados para la descripción de la apariencia de discontinuidades son **escalonamiento** (*stepped*), **ondulación** (*undulating*) y **planar** (*planar*); a menor escala son clasificados como **rugoso** (*rough*), **suave** (*smooth*) y **patinoso/jabonoso** (*slickensided*) (Wittke, 2014, p.29). Cada uno de estos términos describe de manera cualitativa la condición de las discontinuidades en su interfase.

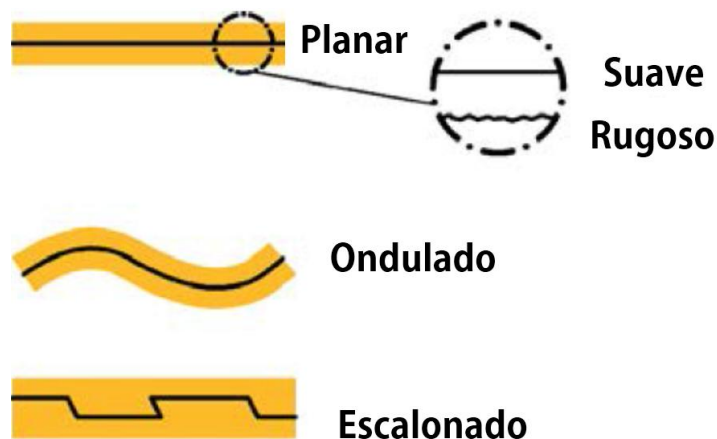


Figura 5.3.4 Perfiles de superficie para la descripción de discontinuidades. Imagen modificada y tomada de Wittke (2014, p. 30).

Una discontinuidad puede estar **abierta** o **cerrada**, esta condición es de suma importancia para comprender el comportamiento del macizo rocoso ya que los esfuerzos que actúen en él, junto con su propagación dependen estrictamente de las condiciones del material, por lo tanto otros perfiles de superficie tales como la **apertura**, el **relleno** la presencia de **capas** (*coating*) de alteración deben ser tomados en cuenta (Wittke, 2014, p.30).

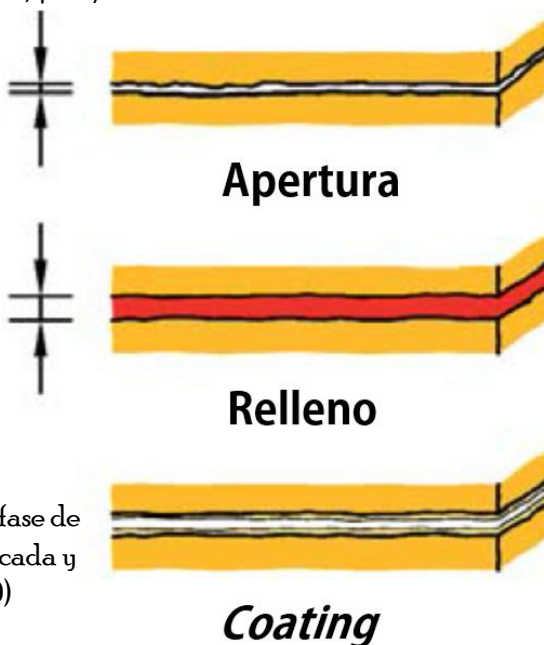


Figura 5.3.5 Condiciones en la interfase de las discontinuidades. Imagen modificada y tomada de Wittke (2014, p. 30)

Espaciamiento.

El espaciamiento es otro de los elementos a analizar cuando se están describiendo discontinuidades o familias de éstas que puedan tener influencia directa sobre la estabilidad del macizo rocoso. El espaciamiento es definido como una medida de la distancia de una discontinuidad a otra más próxima, dicha medida debe ser de manera perpendicular a los planos. Dado que en la naturaleza es prácticamente imposible encontrar condiciones predilectas que no afecten con un cierto grado de incertidumbre las medidas hechas, Wittke (1990, citado por Wittke, 2014, p. 30) define una ecuación con la cual calcular el espaciamiento cuando éste no puede ser medido de forma perpendicular entre los planos, dicha expresión está en función del ángulo, γ , formado entre el rumbo de las discontinuidades y el rumbo de la medición, y β , que es el echado de dichas discontinuidades.

$$s = d \cdot \text{sen}(\gamma) \cdot \text{sen}(\beta) \quad (5.3.1)$$

Donde:

s es el espaciamiento entre discontinuidades.

d es la distancia entre discontinuidades.

γ es el ángulo entre el rumbo de las discontinuidades y el de la medición.

β es el echado de las discontinuidades.

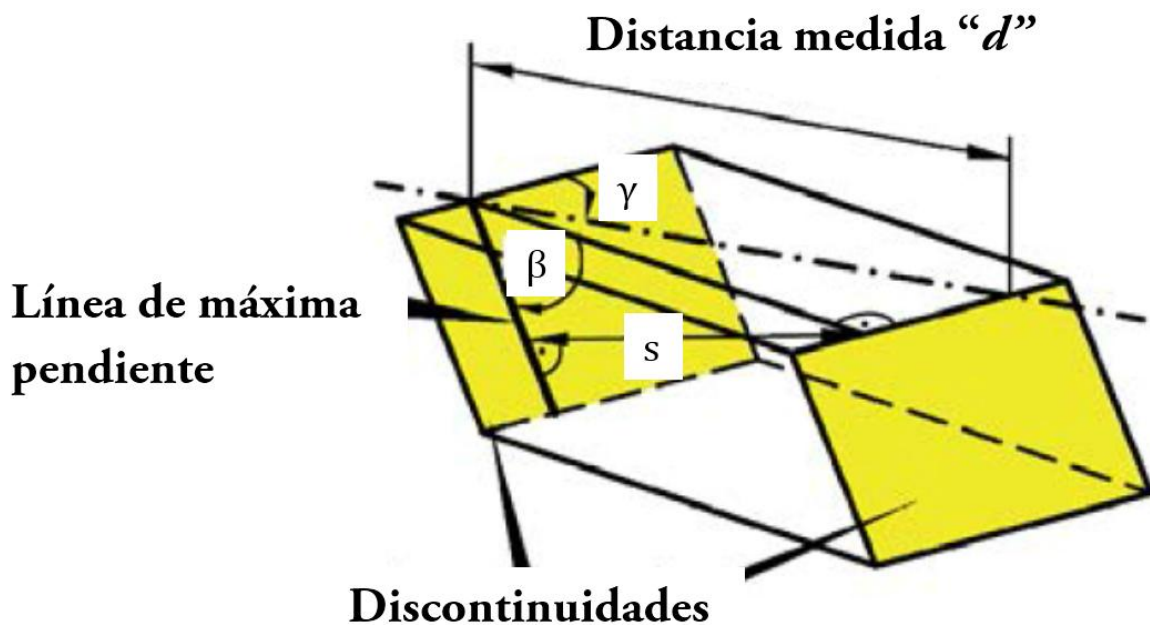


Figura 5.3.6 Espaciamiento entre discontinuidades no paralelas. Imagen modificada y tomada de Wittke (2014, p. 31)

Persistencia.

La persistencia es una medida de la continuidad de las estructuras geológicas que afecten a un macizo rocoso y que además es importante considerar ya que la resistencia al esfuerzo cortante está en función de dicho parámetro (Price, 2009, p. 71). Las discontinuidades pueden ser persistentes por grandes distancias, fallas regionales, fracturas de dimensiones considerables o grandes depósitos de rocas estratificadas son ejemplos de la persistencia a gran escala.

La persistencia es generalmente citada como una medida unidimensional de distancia, sin embargo en la realidad esta medida estaría compuesta por dos dimensiones, dependiendo las familias de discontinuidades presentes en el macizo rocoso analizado. Lo anterior puede apreciarse en la figura 5.37.

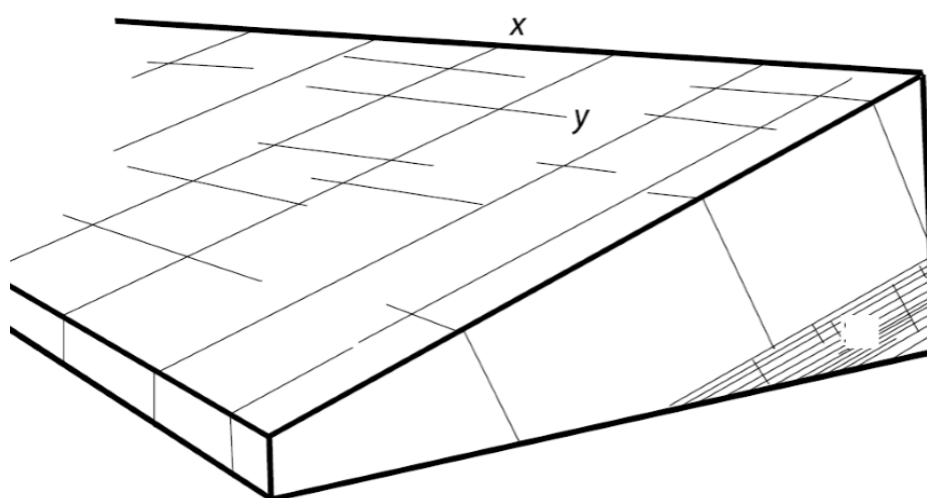


Figura 5.3.7 Representación de la persistencia en dos dimensiones (x, y). Imagen modificada y tomada de Price (2009, p. 73)

Una discontinuidad, y , puede tener una menor persistencia en la dirección del rumbo del plano indicada en la figura anterior, pero otra discontinuidad, x , puede tener una mayor persistencia en sentido de la línea de máxima pendiente, esto genera, por lo tanto, que la persistencia no tenga una medida unidimensional en el macizo rocoso. Lo anterior debe considerarse en los análisis de estabilidad ya que este tipo de comportamientos condiciona de gran manera el comportamiento del medio (Price, 2009, p. 71), familias de discontinuidades con una orientación y persistencia favorables pueden formar bloques de roca potencialmente inestables que sean propensos a fallar, además la dimensión de dichos bloques están también en función de la persistencia.

6 Generalidades sobre el mecanismo de volteo en laderas y taludes.

El mecanismo de volteo ha sido un t3pico que ha generado diversos problemas en la estabilidad de taludes y laderas a trav3s del tiempo. Los primeros estudios que comenzaron a analizar la problem3tica de dicho mecanismo fueron hechos por Hofmann (1990), bajo la direcci3n de Muller, para investigar la rotaci3n de bloques de roca; similares a estos fueron desarrollados tambi3n por Ashby (1971), Soto (1974) y Whyte (1973); por otro lado, Cundall (1971), Byrne (1974) y Hammett (1974) (todos citados por Wyllie & Mah, 2004, p. 200) incorporaron modos de falla rotacional en an3lisis de computadora para el comportamiento de macizos rocosos. La primera soluci3n matem3tica formal al mecanismo de falla fue desarrollada por Goodman y Bray (1976) a trav3s de un **m3todo de equilibrio l3mite**, el cual de considera distintos modos de volteo junto con sus consideraciones cinem3ticas correspondientes.

Este mecanismo se presenta generalmente en rocas duras o r3gidas con discontinuidades regulares y paralelas con o sin intersecci3n entre ellas, en rocas metam3rficas foliadas y capas de rocas sedimentarias, tales como lutitas y limolitas estratificadas (Goodman & Kieffer, 2000, p. 677) que presentan un buzamiento abrupto, tambi3n en bloques de granito fracturados y basaltos columnares.



Figura 6.1 Columnas esquistosas de roca propensas al mecanismo de volteo. Gran Ca3n3n. Recuperado de: http://web.mst.edu/~rogersda/grand_canyon_research/granite_gorge_toppling.htm

6.1 Definición.

El mecanismo de volteo o *toppling*, es un modo de falla resultado de un vuelco, giro, rotación o momento en bloques o columnas de roca alrededor de una base fija (Wyllie & Mah, 2004, p. 200).

Para que la geometría de las columnas de roca pueda presentarse en algún talud o ladera, es necesaria la existencia de familias de discontinuidades que se intersequen con el macizo rocoso, además, si éstas tienen un fuerte buzamiento hacia el interior del macizo, las columnas de roca podrían ser potencialmente inestables y, por lo tanto, desencadenar el inicio del mecanismo de falla.

Este mecanismo también puede presentarse cuando las discontinuidades buzan en la misma dirección que el echado del macizo rocoso, solo si la carga por parte de bloques de roca ubicados por encima de la excavación es transferida como producto del deslizamiento potencial de alguno o algunos de éstos (Goodman & Bray, 1976).

6.2 Condiciones estructurales y tamaño de bloque.

Para que el mecanismo de volteo pueda presentarse ciertas condiciones geológicas estructurales, que son las que hacen proclive el inicio de la falla, deben presentarse.

Como se mencionó anteriormente, la primera condición y la más importante es que el rumbo del plano del talud o ladera sea casi prácticamente paralelo al rumbo de las discontinuidades existentes en ellos y además éstas deben tener un fuerte buzamiento hacia el interior del talud (Goodman, 1976), esto se ilustra en la figura 6.2.1.

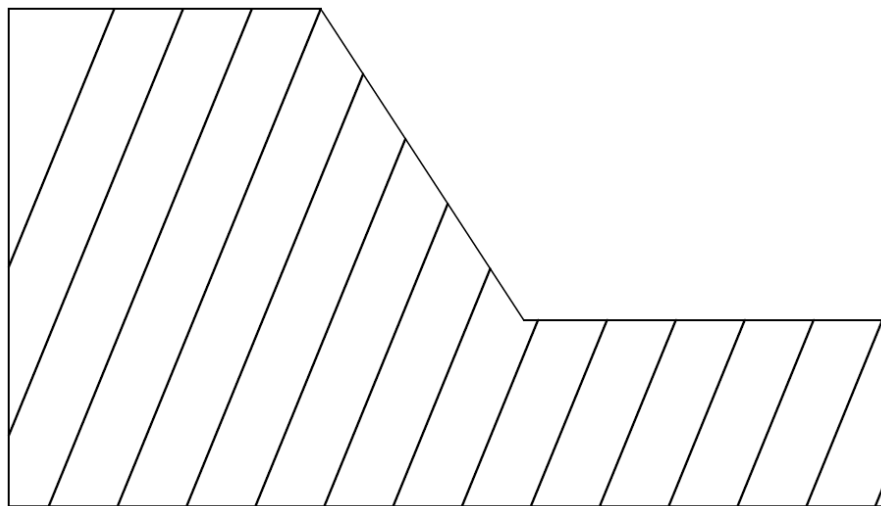


Figura 6.2.1 Representación de la condición estructural más importante de las discontinuidades en el mecanismo de volteo.

Además, existen otros factores o principios que propician de manera particular el inicio del mecanismo de volteo, aunque de manera general también tienen influencia sobre cualquier mecanismo de falla.

Los factores son los siguientes (Goodman & Kieffer, 2000, p. 678):

- 1) Los bloques o columnas de roca con orientaciones desfavorables que hayan fallado primero, crean un nuevo espacio por el cual los bloques adyacentes pueden moverse y volcar.
- 2) Si el deslizamiento de los bloques o columnas de rocas es inhibido, se generarán movimientos rotacionales en éstos, lo que puede provocar algún volteo.
- 3) Los bloques o columnas de roca que se encuentren incompletos, es decir que no se encuentren totalmente delimitados por las discontinuidades, pueden fallar si algún nuevo patrón de fracturamiento completa el aislamiento del bloque.

Existen, además, otras situaciones que favorecen el volteo de bloques de roca con diferentes efectos tales como la presencia de agua en el macizo rocoso, la cual genera un empuje que se ve reflejado en la disminución de la resistencia del macizo, los sismos, por otro lado, tienen también un efecto considerable en la estabilidad de cualquier macizo rocoso, las oscilaciones que generan pueden alterar el estado de esfuerzos al que está sometido éste y que mantiene equilibrio a los bloques de roca, incluso, vibraciones menores provocadas por acción antropogénica también afectan la estabilidad.

Tamaño de bloque.

Conocer el volumen del bloque de roca que sea propenso de fallar por volteo, así como su forma, tiene considerables implicaciones en los análisis de estabilidad, especialmente en la caída de rocas ya que el rebote y la trayectoria dependen ampliamente de ésta última.

El concepto del tamaño de bloque hace referencia a una expresión usada para describir el patrón de las discontinuidades, su densidad, su espaciamiento y el volumen de los bloques de roca formados por éstas (Palmstrom, 2005, p. 2).

El tamaño de bloque es representado de manera explícita o implícita dentro de las principales clasificaciones geomecánicas de las siguientes maneras (Palmstrom, 2005, p. 3):

- Como la relación entre el RQD y el número de familias de discontinuidades (J_n) en el sistema Q.
- Como la relación entre el RQD y el espaciamiento de las discontinuidades (S) en el sistema RMR.

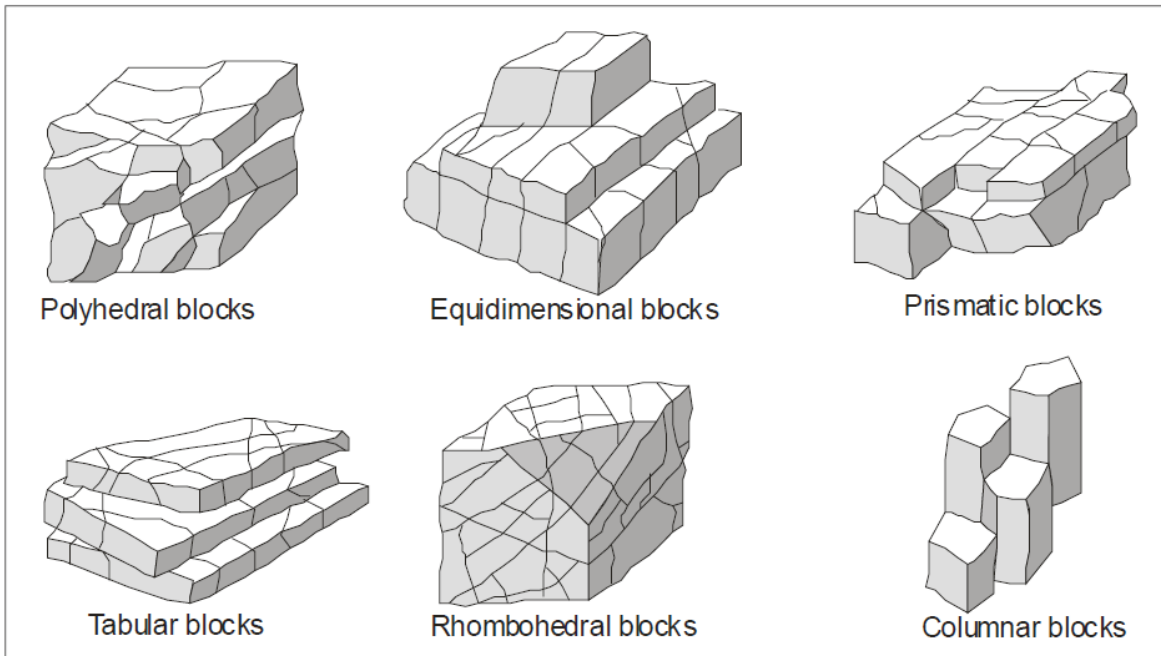


Figura 6.2.2 Ejemplos de las formas que pueden tomar los bloques de roca. Imagen tomada de Palmstrom, (2005, p. 2).

Dado que el espaciamiento es uno de los elementos que nos permiten caracterizar las discontinuidades y los macizos rocosos y que además se relaciona de manera directa con el RMR a través del RQD, es importante aproximar de la manera más correcta su medida. Cuando más de una familia de discontinuidades se presentan en el macizo rocoso, la correcta medida del espaciamiento se torna más difícil ya que la disposición al azar de las demás familias no garantiza la perpendicularidad entre ellas (figura 6.2.3), por lo tanto la medida del espaciamiento solo puede ser aproximada o en el mejor de los casos promediada.

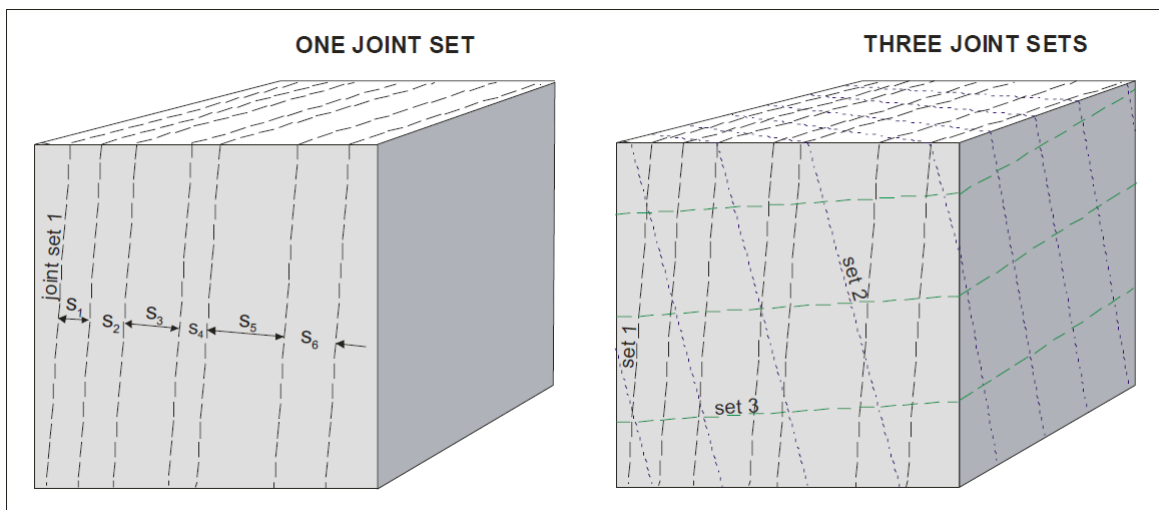


Figura 6.2.3 Familias de discontinuidades y su espaciamiento. Imagen tomada de Palmstrom, (2005, p. 5).

En caso de existir más de una familia de discontinuidades y de usar un promedio de espaciamento entre ellas, se puede utilizar una expresión que relaciona a éste con el volumen del bloque de roca (Palmstrom, 2005, p. 5):

$$Sa \approx \sqrt[3]{Vb} \quad (6.2.1)$$

Donde:

Sa es el espaciamento promedio.

Vb es el volumen del bloque de roca.

Cuando los bloques de roca son visibles, por ejemplo en una excavación a cielo abierto, sus volúmenes pueden ser medidos directamente y ser usados como el promedio entre los más representativos del macizo rocoso, en caso de no poderse observar o de tener sólo conocimiento del espaciamento de las discontinuidades y del ángulo entre ellas, se puede utilizar la siguiente expresión (Palmstrom, 2005, p. 5):

$$Vb = \frac{(S1)(S2)(S3)}{(\text{sen}(\gamma1))(\text{sen}(\gamma2))(\text{sen}(\gamma3))} \quad (6.2.2)$$

Donde:

S1, S2 y S3 son los espaciamentos entre las correspondientes familias de discontinuidades.

$\gamma1$, $\gamma2$ y $\gamma3$ son los ángulos entre las correspondientes familias de discontinuidades.

Cabe recalcar que la expresión (6.2.2) solo se puede usar cuando las familias de discontinuidades son *regulares*, es decir cuando los bloques de roca son mayoritariamente persistentes (figura 6.2.4) o cuando su varianza es relativamente pequeña; es ideal que todas las medidas cuantitativas que nos proporcionan información acerca de las características de los macizos rocosos sean evaluadas estadísticamente mediante diagramas de distribución, esto disminuye de manera considerable el error en los análisis geotécnicos de estabilidad.

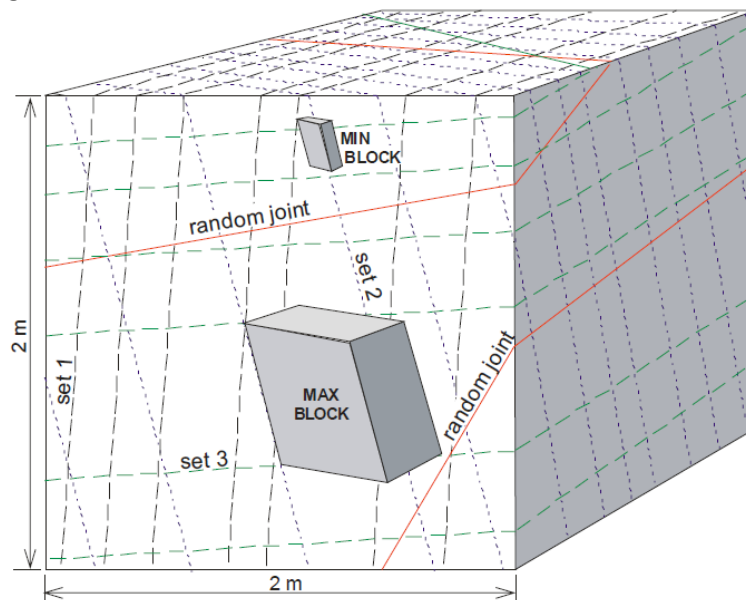


Figura 6.2.4 Representación de 3 familias de discontinuidades y sus correspondientes volúmenes en un macizo rocoso. Imagen tomada de Palmstrom (2005, p. 5) Página 42 de 131

Por otro lado, cuando las discontinuidades forman patrones muy irregulares (figura 6.2.5) el tamaño de bloque no puede ser estimado mediante el uso del espaciamiento, cuando éste sea el caso el tamaño de bloque podrá ser estimado asumiendo un espaciamiento entre discontinuidades cinco veces más grande que la principal familia observada en el macizo rocoso (Palmstrom, 2005, p. 6).

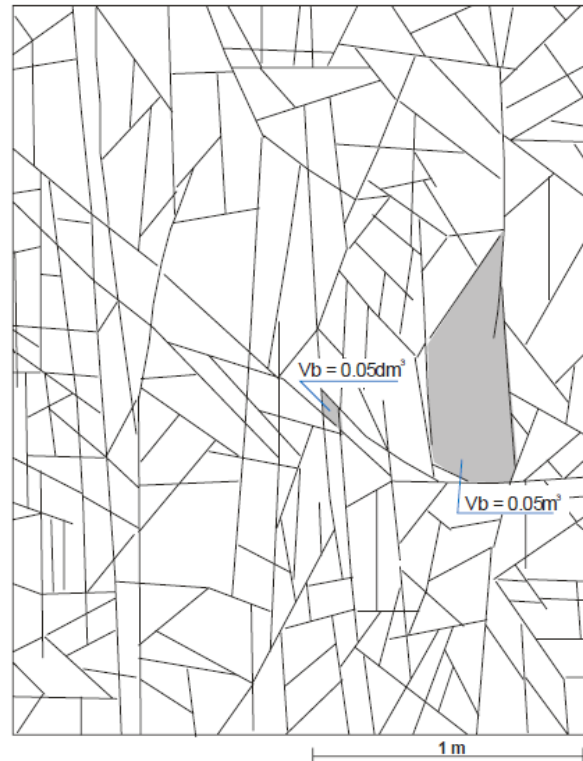


Figura 6.2.5 Patrón de discontinuidades muy irregular. Imagen tomada de Palmstrom (2005, p. 6).

El conteo volumétrico de las discontinuidades, o mejor conocido como J_v (joint volumetric count) es una medida introducida por Palmstrom en 1974 (citado por Palmstrom, 2005, p. 7) y es de especial consideración ya que se relaciona de manera directa con el RQD en la siguiente expresión (Edelbro, 2003 p. 51):

$$RQD = 115 - 3.3J_v \quad (6.2.3)$$

El J_v se contabiliza como el número de discontinuidades que intersecan a un volumen de roca de 1 metro cúbico y es definido de la siguiente manera (Palmstrom, 2005, p. 7):

$$J_v = 1/S_1 + 1/S_2 + 1/S_3 + \dots + 1/S_n \quad (6.2.4)$$

Donde:

J_v es el conteo volumétrico de las discontinuidades.

S_1, S_2 y S_3 los espaciamientos entre las correspondientes familias de discontinuidades.

Esta expresión es usada solo para aquellas discontinuidades que presenten un patrón y un espaciamiento regular, si existiera alguna otra familia o familias posicionadas de manera aleatoria que influyan en el conteo de las discontinuidades, entonces el valor del J_v propuesto en la expresión (6.24) no sería fiable, sin embargo Palmstrom (1982, citado por Palmstrom, 2005, p. 7) presentó una expresión en la cual dichas discontinuidades son consideradas:

$$J_v = 1/S_1 + 1/S_2 + 1/S_3 + \dots + 1/S_n + Nr(5\sqrt{A}) \quad (6.2.5)$$

Donde:

Nr es el número de discontinuidades aleatorias.

A es una localidad con área de 1 [m²]

El J_v no solo se relaciona de manera directa con el RQD sino también con el volumen del bloque de roca, dicha relación fue propuesta por Palmstrom (1995, 1996, citado Palmstrom, 2005, p. 8) en la siguiente expresión:

$$V_b = \beta \cdot J_v^{-3} \quad (6.2.6)$$

Donde:

β es el factor que considera la forma del bloque; tiene la siguiente caracterización:

- Para bloques equidimensionales, $\beta=27$.
- Para bloques prismáticos y tabulares, $\beta=28-32$.
- Para bloques moderadamente largos y planos, $\beta=33-59$.
- Para bloques largos y planos, $\beta=60-200$.
- Para bloques muy largos y planos, $\beta>200$.

Además de las observaciones hechas insitu, el J_v puede ser estimado de núcleos de roca perforados, esta medida es conocida como **wJd** (weighted joint density) y aplica un valor de ajuste para la orientación de las discontinuidades relativo a la superficie de barrenación (Palmstrom, 2005, p. 9).

El wJd está contemplado para ser calculado en una o dos dimensiones. La barrenación es unidireccional, por lo tanto, los núcleos recuperados solo pueden ser concebidos y medidos en una dimensión que es la del eje del barreno, las discontinuidades que corten dicho eje tendrán un ángulo δ (figura 6.2.6), de esta manera el wJd unidimensional puede ser calculado con la siguiente expresión (Palmstrom, 2005, p. 9):

$$wJd = \frac{1}{L} \sum (f_i) \quad (6.2.7)$$

Donde:

L es la longitud del barreno.

$f_i=1/\text{sen}(\delta_i)$

Por otro lado, cuando se tiene la exposición del macizo rocoso el wJd puede ser medido de forma bidimensional (figura 6.2.6) considerando un área de observación (A), además, los ángulos δ serán los respectivos echados de las discontinuidades, de esta forma el wJd bidimensional queda expresado de la siguiente manera (Palmstrom, 2005, p. 9):

$$wJd = \frac{1}{\sqrt{A}} \sum (f_i) \quad (6.2.8)$$

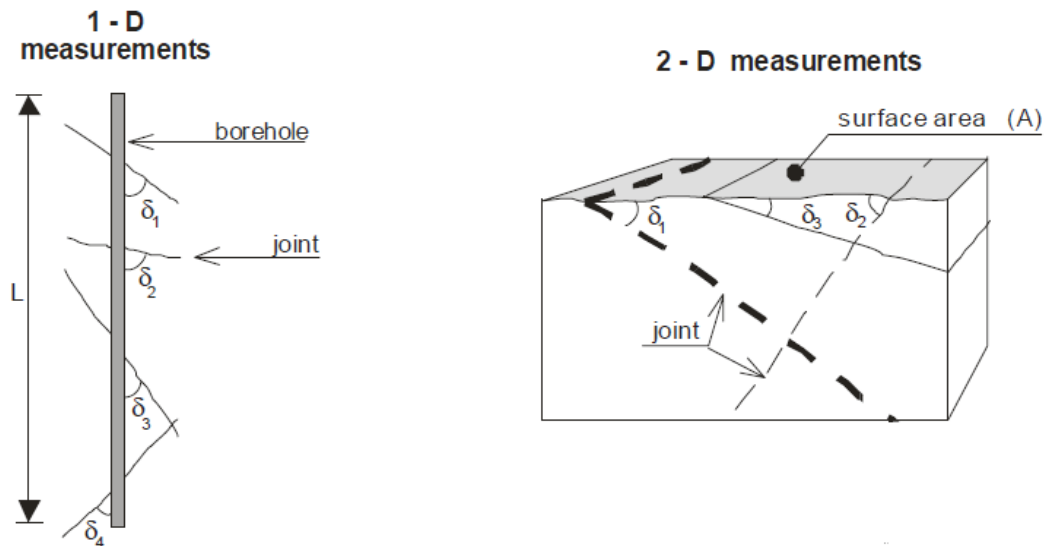


Figura 6.2.6 Medidas del wJd en 1 y 2 dimensiones. Imagen modificada y tomada de Palmstrom (2005, p. 9).

Hasta ahora se ha hecho hincapié en las posibilidades que existen para poder calcular el tamaño de los bloques de roca a través de las clasificaciones geomecánicas más comúnmente usadas, sin embargo, todas éstas toman en cuenta una clasificación primordial, el RQD. A pesar de que el RQD sea una de las herramientas más utilizadas en la geotécnica y a pesar de que un gran número de análisis estén basados en ella, el RQD tiene sus limitaciones.

Se debe tener en cuenta, primeramente, que el RQD es una medida unidireccional, es decir, unidimensional, por lo que la orientación de las discontinuidades juega un papel fundamental en el cálculo de dicho valor, por ejemplo se podría realizar una perforación en un sentido tal que el "fracturamiento" visto al sacar los núcleos de roca sea mínimo, esto favorecerá el valor del RQD, por otro lado, si se hiciera una perforación en dirección tal que la orientación de las discontinuidades favoreciera el "fracturamiento" visto en los núcleos de roca, el valor del RQD se vería afectado (figura 6.2.7).

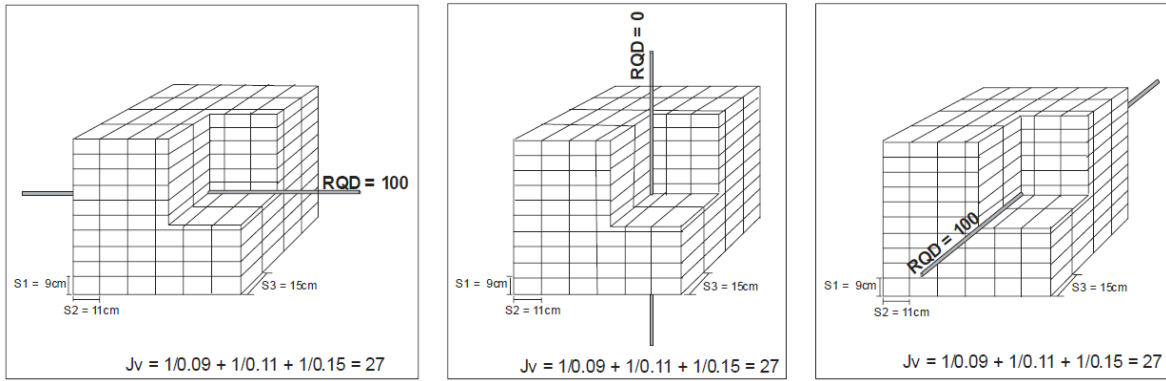


Figura 6.2.7 Comparación entre RQD's efectuados en diferentes direcciones y sus J_v 's. Imagen modificada y tomada de Palmstrom (2005, p. 9).

La figura anterior muestra las discrepancias existentes entre tomar el RQD en una u otra dirección, el J_v no varía, por lo tanto el J_v es uno de los valores más importantes que se deben tomar de referencia para posteriores análisis, sin embargo, la relación existente entre ambos es pobre. La expresión (6.2.3) representa una recta con el RQD en el eje de las ordenadas y el J_v en el eje de las abscisas, en la cual, siendo estrictos, siempre deberían de caer los valores tomados para cualquier RQD. No obstante se ha demostrado en base a numerosos ensayos que dicha recta tiene un amplio rango de oscilación (figura 6.2.8), lo que hace a la expresión (6.2.3) poco fiable.

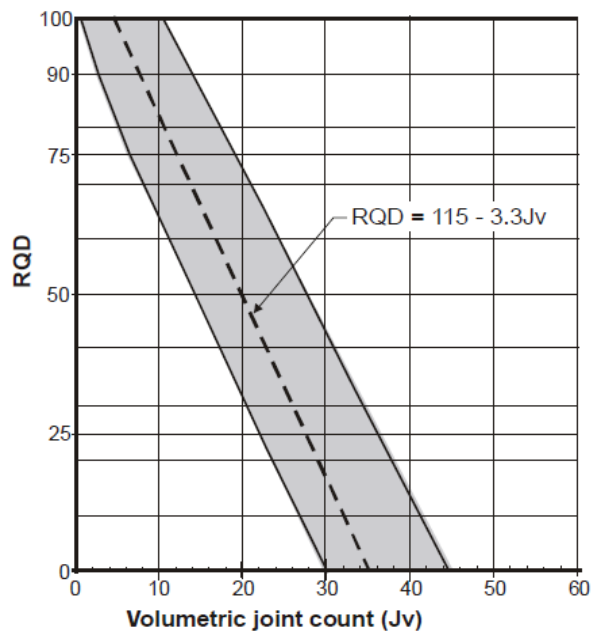


Figura 6.2.8 Variación del RQD con respecto al J_v . Imagen modificada y tomada de Palmstrom (2005, p. 9).

Hudson y Priest (1979, citado por Palmstrom, 2005, p. 12) presentaron la siguiente relación matemática entre el RQD y la frecuencia de las discontinuidades:

$$RQD = 100e^{-0.17\lambda} (1 + 0.1\lambda) \quad (6.2.9)$$

Donde λ es la frecuencia total de las discontinuidades.

Esta ecuación fue posteriormente desarrollada en 1991 por Sen y Eisa (citado por Palmstrom, 2005, p. 9) en función de la forma y el tamaño de bloque, cabe resaltar que la relación existente entre el RQD y el J_v a partir de la expresión (6.29) resulta en un ajuste para la expresión (6.23) tal y como se muestra en la figura 6.2.9.

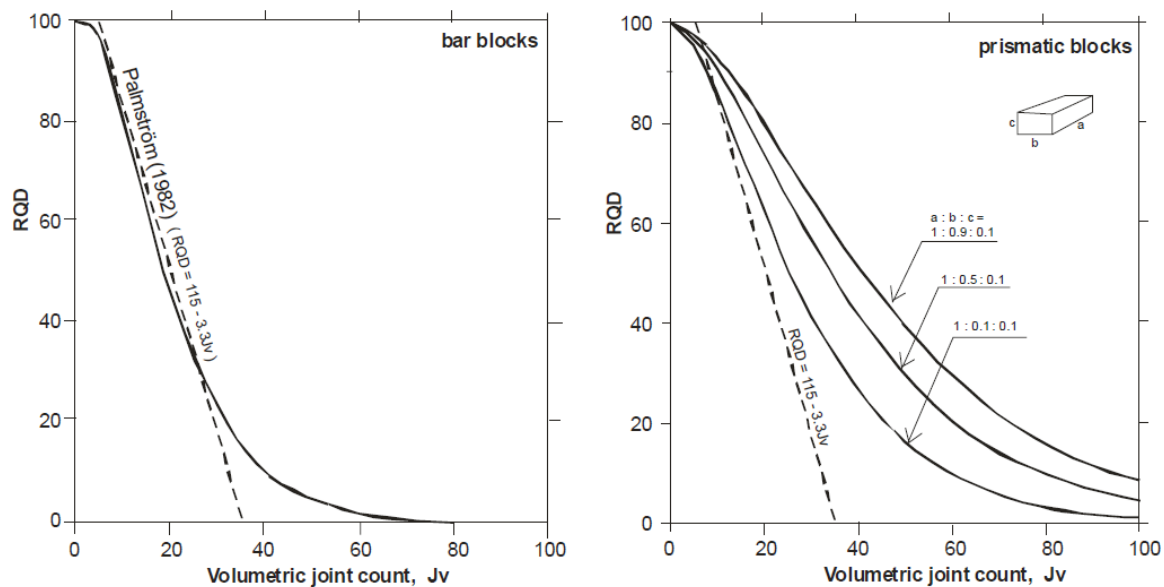


Figura 6.2.9 Correlación entre el RQD y el J_v propuesta por Sen y Eisa. Imagen tomada de Palmstrom (2005, p. 9).

Todo lo anterior debe tenerse en cuenta para realizar un correcto modelo geotécnico, cabe recalcar que muchas de las relaciones explicadas anteriormente surgieron de la experiencia, por lo tanto el ingeniero geotecnista debe ir desarrollando cierta sensibilidad para aplicar los criterios correctos que le permitan una mejor toma de decisiones.

6.3 Tipos de falla por volteo y sus características.

El mecanismo de falla por volteo no actúa siempre de la misma manera, debido a esto se han distinguido dos subdivisiones principales de dicho mecanismo, el **volteo de bloques de roca** (*block toppling*) y el **volteo flexural** de columnas de roca (*flexural toppling*), cada uno definido por Goodman & Bray (1976, p. 202). Conocer las características de cada uno de los diferentes tipos de mecanismos de volteo y sus implicaciones dentro de los análisis de estabilidad es de suma importancia puesto que los análisis cinemáticos y estereográficos no son los mismos para cada caso, implicando directamente en el desarrollo del comportamiento mecánico diferenciándose entre sí.

Cabe señalar que en la naturaleza y en la práctica ingenieril es común encontrar en los macizos rocosos una combinación de tales subdivisiones, lo que fue definido por Goodman y Bray (1976, p. 204) como **block-flexural toppling**.

6.3.1 Volteo de bloques de roca (*block toppling*).

Este mecanismo de volteo es caracterizado por la presencia de discontinuidades bien desarrolladas, es decir con una alta persistencia, extensamente espaciadas, generalmente lisas, su intersección con la cara del talud o ladera genera columnas de roca susceptibles al mecanismo de falla. Al pie del talud estarán las columnas más pequeñas o las de menor altura, éstas son las que reciben la carga de los volteos de las columnas superiores del macizo rocoso una vez que el mecanismo haya sido iniciado, esto propicia que las columnas del pie del talud o ladera sean empujadas hacia el exterior permitiendo así que el mecanismo complete el vuelco de todas las columnas de roca (Goodman & Bray, 1976, p. 202).

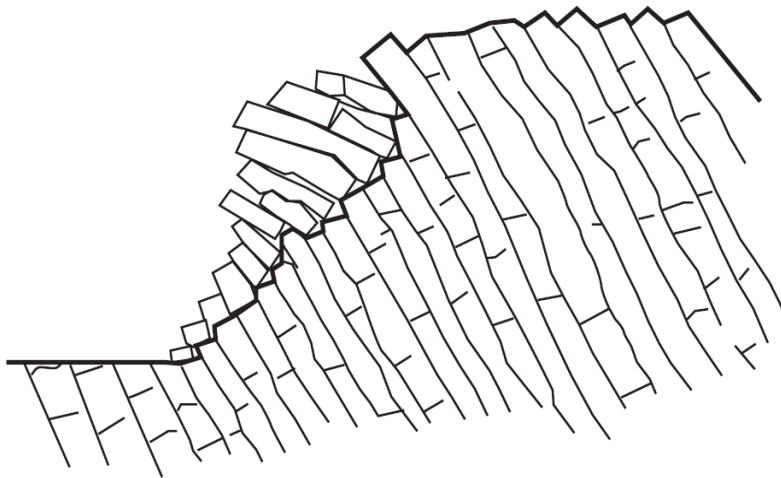


Figura 6.3.1.1 Esquema del mecanismo de volteo de bloques de roca o *block toppling*. Imagen modificada y tomada de Wyllie & Mah (2004, p. 202).

6.3.2 Volteo flexural de columnas de roca (*flexural toppling*).

Este mecanismo de volteo es caracterizado por la presencia de discontinuidades persistentes, rugosas o lisas, con un espaciado variable, lo que provoca una variación en los espesores de las columnas de roca, las más delgadas transfieren la carga a las más gruesas (Goodman & Bray, 1976, p. 202) por lo que la falla se produce cuando éstas se doblan y se rompen por acción de su propio peso y las cargas transferidas.

Factores tales como deslizamientos, excavaciones o erosión en el pie del talud o ladera promueven el inicio de este mecanismo de volteo (Wyllie & Mah, 2004, p. 201), estos factores ocasionan que se generen grietas de tensión (*tensión cracks*) en el macizo rocoso, que normalmente se extienden hacia su corona, éstas pueden generar efectos de coalescencia en alguna o algunas de las familias de discontinuidades existentes provocando la formación de nuevas columnas de roca que podrían tener orientaciones desfavorables y ser proclives a fallar por dicho mecanismo de volteo.

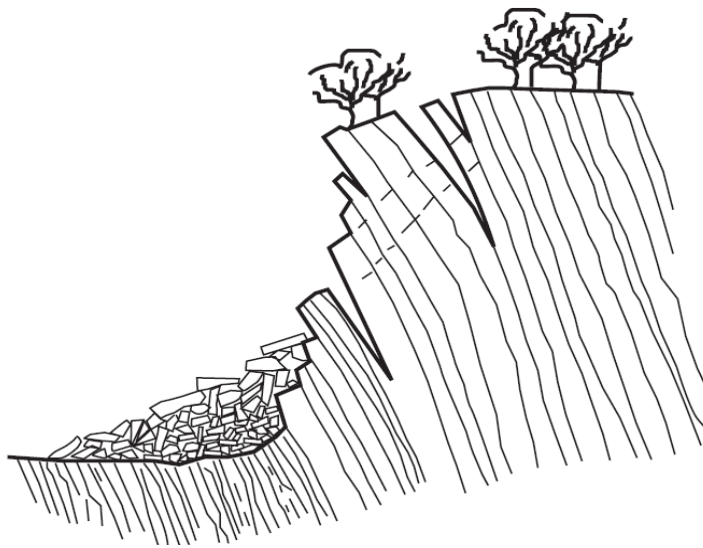


Figura 6.3.2.1 Esquema del mecanismo de volteo flexural en columnas roca o *flexural toppling*. Imagen modificada y tomada de Wyllie & Mah (2004, p. 202).

6.3.3 Block-Flexural toppling.

A diferencia de los mecanismos explicados anteriormente, el modo de falla por volteo conocido como *block-flexural toppling* está caracterizado por la presencia de columnas de roca con *flexiones* o dobleces pseudocontinuos (Wyllie & Mah, 2004, p. 202), es decir, las discontinuidades que forman dichas columnas no presentan una persistencia ni una continuidad constante en el macizo rocoso. A comparación del mecanismo de falla flexural puro (*flexural toppling*), donde las columnas de rocas son continuas y resultan en un volteo debido a la carga de su propio peso y a la carga transmitida de las columnas adyacentes, el mecanismo de falla *block-flexural toppling* es el resultado de los desplazamientos acumulados de la intersección de las discontinuidades (Wyllie & Mah, 2004, p. 202). Debido a los pequeños desplazamientos causados por la particularidad de este mecanismo es común encontrar una menor cantidad de grietas de tensión en el macizo rocoso.

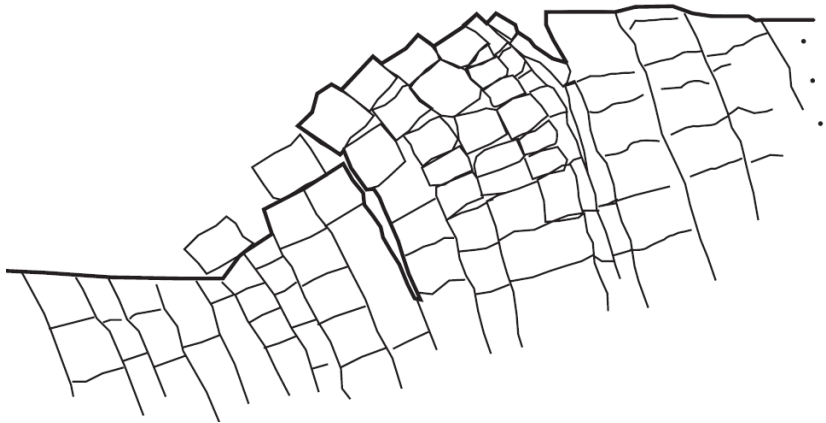


Figura 6.3.3.1 Esquema de la combinación de los dos principales mecanismos de volteo (*block-flexural toppling*). Imagen modificada y tomada de Wyllie & Mah (2004, p. 202).

6.3.4 Modos secundarios de volteo.

Además de los dos principales mecanismos de volteo, Goodman & Bray (1976, p. 204) definieron tres modos secundarios que involucran de manera particular el vuelco de bloques o columnas de roca en taludes:

- i. **Volteo por deslizamiento en el pie del talud (*slide toe toppling*):** este modo de falla ocurre cuando capas de roca que son propensas a deslizarse están siendo obstruidas o bloqueadas por columnas de roca al pie del talud, si la carga ejercida por las capas de roca que están encima de dichas columnas es suficiente como para exceder la resistencia permitida de éstas entonces el volteo será iniciado.
- ii. **Volteo por deslizamiento en la parte superior del talud (*slide head toppling*):** ocurre cuando nuevo espacio entre bloques de roca es creado por el producto del deslizamiento de los mismos.
- iii. **Volteo por deslizamiento en la base del talud (*slide base toppling*):** es causado por el efecto del esfuerzo de cizalla producto de algún deslizamiento, esto provoca el volteo de capas de roca que se encuentran al pie del talud y que tienen la característica de tener un fuerte buzamiento hacia el interior de él.

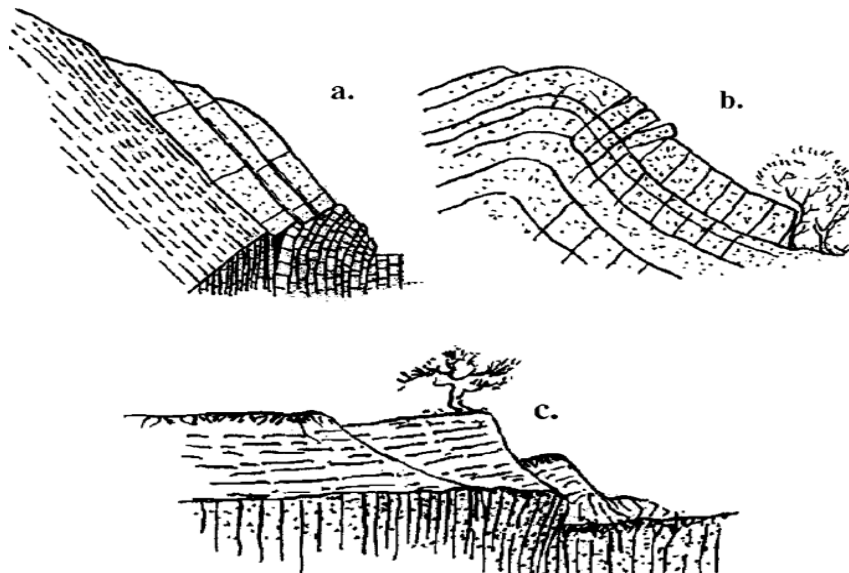


Figura 6.3.4.1 Representación de los modos secundarios de volteo: a) *toe toppling*, b) *slide head toppling* y c) *slide base toppling*. Imagen tomada de Goodman & Kieffer (2000, p. 678).

6.4 Metodologías de análisis.

El fin de los análisis de estabilidad para cualquier mecanismo de falla, y en general para cualquier análisis que conlleve algún fundamento físico-matemático, es representar de la manera más exacta posible el comportamiento de cualquier elemento objeto de estudio mediante abstracciones, así, mientras más aproximada sea dicha abstracción mejor serán los resultados obtenidos.

El mecanismo de volteo aborda primeramente los análisis estereográficos pertinentes de la zona de estudio. Los análisis cinemáticos correspondientes a los bloques y columnas de roca son posteriormente desarrollados con base en el método de equilibrio límite. Estos primeros análisis permiten evaluar las condiciones de posibles volteos de cualquier macizo rocoso.

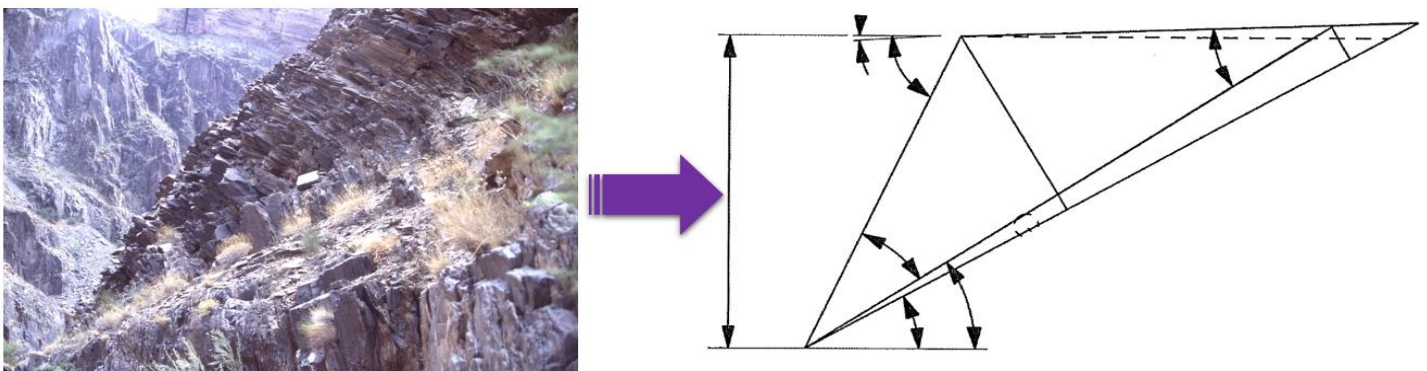


Figura 6.4.1 Abstracción geométrica de un talud afectado por el mecanismo de volteo en el Gran Cañón. La geometría es uno de los factores claves dentro del análisis de equilibrio límite.

Se debe tener en cuenta que para que la falla por volteo ocurra es necesario que primeramente se suscite un **deslizamiento** en la interfase de los lados de las columnas de roca.

Las discontinuidades que forman dichas columnas pueden estar fijas y ser estables en un determinado momento, mientras el macizo rocoso se desplace en el tiempo, fenómenos como la meteorización, la erosión o por ejemplo, una nueva etapa de excavación pueden provocar un reajuste en el estado de esfuerzos, éste reajuste puede empezar a generar pequeños movimientos que provoquen un deslizamiento, primero de una o unas cuantas discontinuidades, hasta la totalidad de las que conforman al macizo rocoso. Este tipo de desplazamientos definen los **planos de la base** de columnas de roca y generan una **base escalonada**, dichas columnas se doblan debido a la carga de las superiores, este efecto puede provocar una pequeña falla rotacional en el pie del talud, misma que puede propagarse a su cresta, de este modo, una condición de volteo puede evolucionar en una falla plana que puede desplazar grandes volúmenes de material y que podría tener graves consecuencias.

6.4.1 Análisis estereográfico.

Como se mencionó anteriormente, los análisis estereográficos o también denominados cinemáticos, (puesto que evalúan la posibilidad del movimiento), comparan relaciones angulares de una o más familias de discontinuidades y además nos permiten reconocer bloques o columnas de roca que podrían ser potencialmente inestables. Dichos análisis toman en cuenta primeramente la forma del bloque y subsecuentemente la relación entre el echado de los planos que forman dichos bloques y el echado de la cara del talud (Wyllie & Mah, 2004, p. 204).

Considérese un talud con un ángulo ψ_f respecto a la horizontal, y un ángulo ψ_d formado entre la horizontal y las discontinuidades como se ilustra en la figura 6.4.1.1.

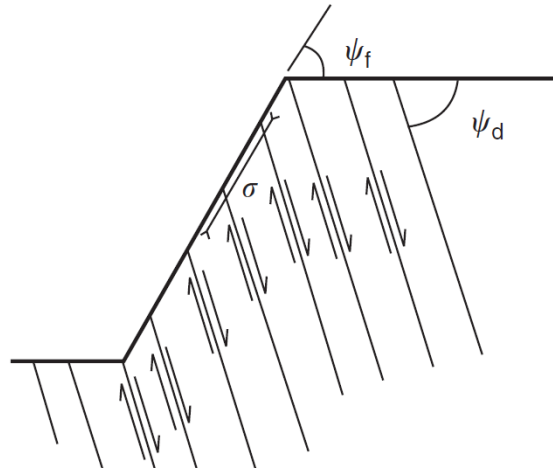


Figura 6.4.1.1 Dirección del esfuerzo y deslizamiento en un determinado macizo rocoso. Imagen tomada de Wyllie & Mah (2004, p. 204).

Para que la falla por volteo ocurra es necesaria la presencia de un esfuerzo de cizalla o corte, este es provocado por el desplazamiento en los contactos de las caras de la cima y la base de los bloques o columnas de roca (Wyllie & Mah, 2004, p. 204). El estado de esfuerzos cercano a la cara del talud es uniaxial, en dirección del esfuerzo normal σ , que está alineado de forma paralela a la cara del talud. Cuando las capas o columnas de roca deslizan una sobre otra, el esfuerzo σ debe estar inclinado a un ángulo ϕ_d formado por una la normal de la dirección del echado de las discontinuidades, y la cara del talud (fig. 6.4.1.2); ϕ_d también es concebido como el ángulo de fricción de los lados de las columnas de roca.

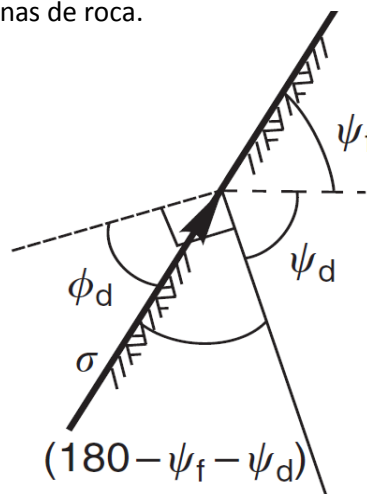


Figura 6.4.1.2 Condición para el deslizamiento en la interfase de las capas. Imagen tomada de Wyllie & Mah (2004, p. 205).

Si ψ_f es el echado de la cara del talud y ψ_d es el echado de los planos que forman las columnas de roca entonces la condición para que el deslizamiento en a interfase de capas de roca exista es la siguiente (Wyllie & Mah, 2004, p. 205):

$$(180 - \psi_f - \psi_d) \geq (90 - \phi_d) \quad (6.4.1.1)$$

O también:

$$\psi_d \geq (90 - \psi_f) + \phi_d \quad (6.4.1.2)$$

Donde:

ψ_f es el echado de la cara del talud.

ψ_d es el echado de las discontinuidades.

ϕ_d es el ángulo de fricción de los lados de las columnas de roca.

Por otra parte si tomamos en cuenta las direcciones de los echados, primero para los planos de discontinuidad, α_d , y segundo para la cara del talud, α_f , la inestabilidad será posible cuando la variación entre sus respectivas direcciones sea menor a 10° ; Wyllie & Mah (2004, p. 205) definen la siguiente expresión como condición para que el mecanismo de volteo sea posible, en función de las direcciones de los echados:

$$|(\alpha_f - \alpha_d)| < 10^\circ \quad (6.4.1.3)$$

Donde:

α_f es la dirección del echado de la cara del talud.

α_d es la dirección del echado de las discontinuidades.

Las dos condiciones que definen la estabilidad cinemática de los volteos está dada por las expresiones (6.4.1.2) y (6.4.1.3) (Wyllie & Mah, 2004, p. 205) y pueden ser representadas en una análisis estereográfico con la red de Wulff tal y como se muestra en la figura 6.4.1.3.

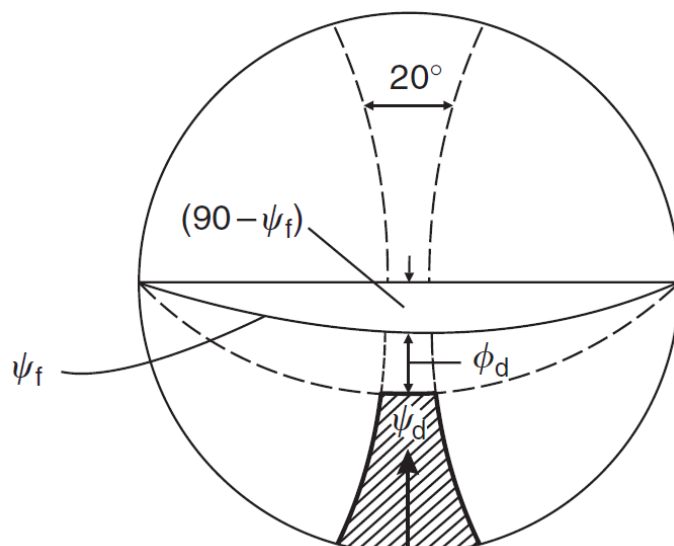


Figura 6.4.1.3 Representación estereográfica del mecanismo de volteo. Imagen tomada de Wyllie & Mah (2004, p. 205).

El volteo sucederá para los planos cuyos polos se sitúen en el área sombreada de la figura anterior, dicha área es definida con la dirección del echado de la cara del talud $\pm 10^\circ$, y representa la desigualdad de la expresión (6.4.1.2) junto con las condiciones cinemáticas de la expresión (6.4.13). El valor absoluto de la expresión (6.4.1.3) es usado debido a que solo importa la diferencia neta entre las dos direcciones de los echados mencionados anteriormente.

El análisis estereográfico del mecanismo de volteo puede generalizarse y ser expresado en función del echado de los planos de discontinuidad. Considere la figura 6.4.1.4.

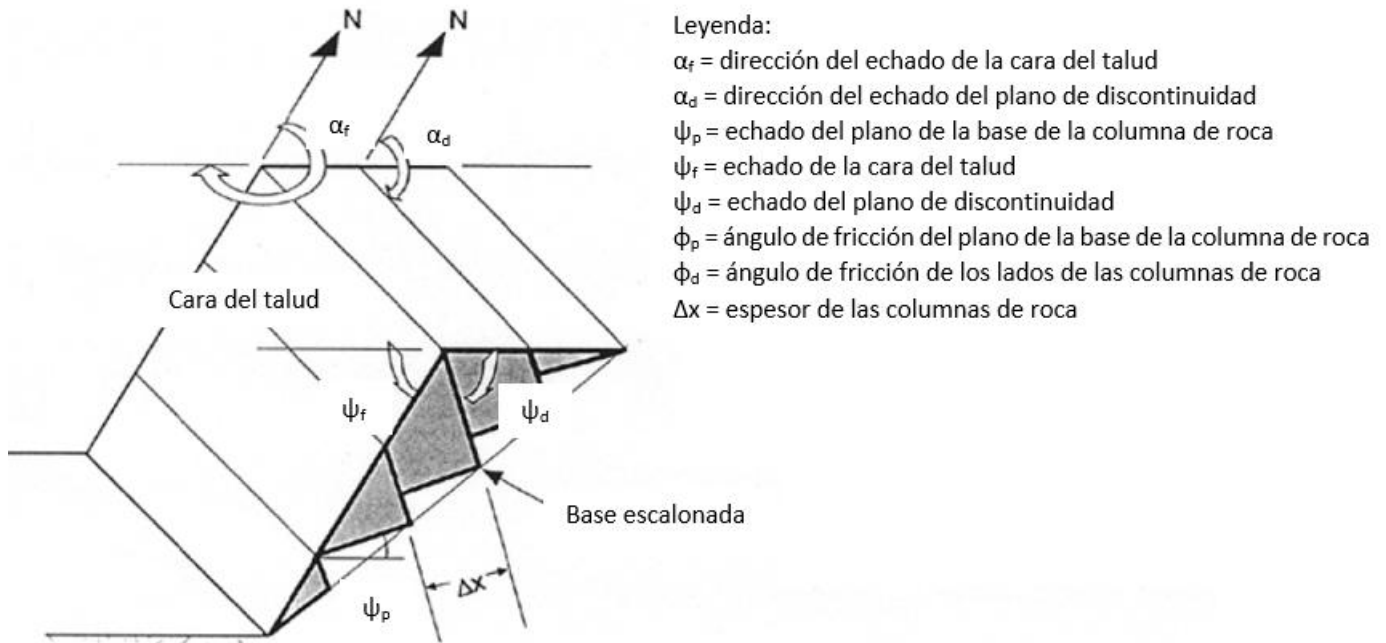


Figura 6.4.1.4. Elementos a considerar dentro del análisis estereográfico.

Las condiciones para que la falla por volteo se suscite están dadas por las siguientes expresiones:

$$\alpha_d = (\alpha_f \pm 180^\circ) \pm 20^\circ \quad (6.4.1.4)$$

O también:

$$(90^\circ - \psi_d) \leq (\psi_f - \phi_d) \quad (6.4.1.5)$$

Lo anterior puede ser representado en una proyección estereográfica así como se muestra en la figura 6.4.1.5.

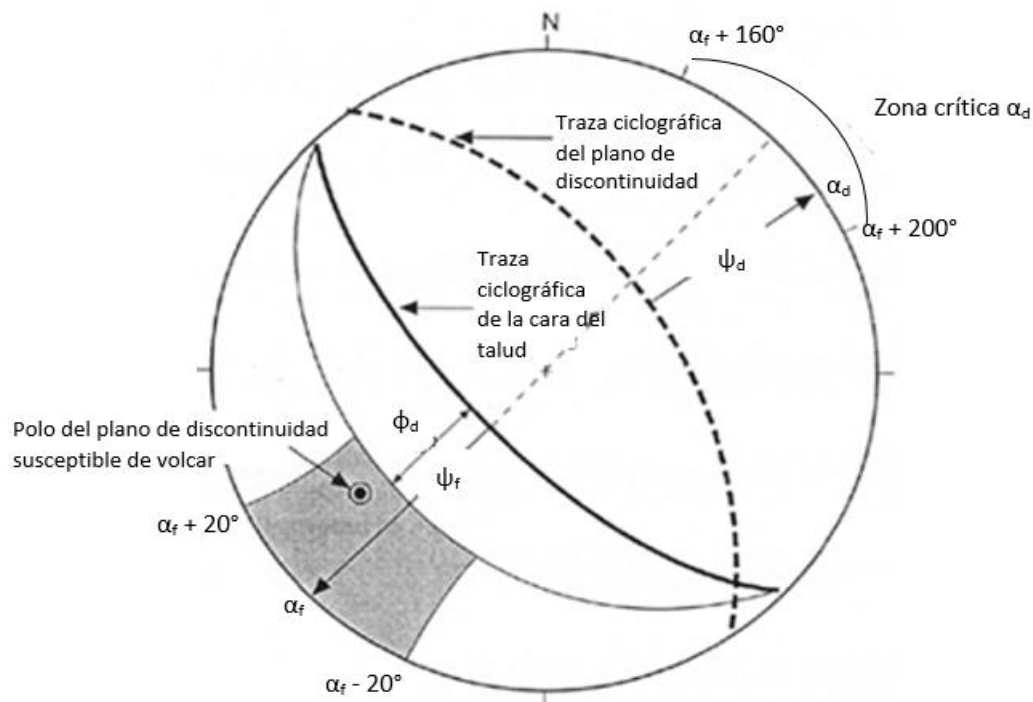


Figura 6.4.15. Análisis estereográfico general para el mecanismo de volteo.

De manera similar a la primera proyección estereográfica definida anteriormente, los polos de los planos de discontinuidad que se encuentren dentro del área sombreada definida por la dirección de los echados de las discontinuidades y la cara del talud serán potencialmente inestables y deberán tomarse en cuenta para garantizar la estabilidad del macizo rocoso. A comparación de los 10° usados en la expresión (6.4.1.3), que son resultado de un análisis puramente cinemático bajo condiciones matemáticamente idealizadas, los 20° que forman parte de la expresión (6.4.1.4) representan un subcriterio basado en observaciones empíricas que han indicado que el mecanismo de volteo tiende a ocurrir preferentemente dentro de dicho rango (Hudson & Harrison, 1997, p. 318).

Dado que el comportamiento mecánico para los dos principales tipos de volteo, *block toppling* y *flexural toppling*, no es el mismo, las proyecciones estereográficas respectivas no serán, por ende, las mismas. Tal condición ha llevado a los ingenieros geotecnistas a desarrollar análisis cinemáticos particulares para cada tipo de volteo que deben tomarse en cuenta una vez identificado el tipo de falla.

El análisis cinemático para el mecanismo de volteo directo, o *direct toppling*, fue desarrollado por Hudson y Harrison (1997) y se basa en las siguientes características:

- 1) Existen dos familias de discontinuidades que se intersecan, de modo que las líneas generadas buzan hacia el interior del talud, éstas pueden formar bloques discretos de roca que sean susceptibles de fallar por volteo.
- 2) Existe una tercera familia de discontinuidades que actúan como planos de liberación o de deslizamiento y que permiten el volteo de los bloques de roca.

La representación estereográfica de las condiciones definidas anteriormente requiere el concepto del **cono de fricción** y de los **límites laterales**. Los límites laterales definen la extensión lateral de la **zona crítica primaria** con respecto a la dirección del echado de la cara del talud (figura 6.4.1.7), por

lo tanto, estos quedarán definidos desde la dirección del echado de la cara del talud $\pm 20^\circ$ o 30° (Goodman, 1980, Hudson & Harrison, 1997). Los límites laterales también pueden ser interpretados como el rango angular de la dirección por la cual los bloques de roca pueden voltear desde la dirección de máxima pendiente hacia un lado o hacia el otro.

El cono de fricción define, en su base, un área circular en la que si la componente del peso de algún bloque de roca cae fuera de ella, éste será inestable. Consideremos un bloque sobre un plano inclinado tal como se muestra en la figura 6.4.1.6 a). Si descomponemos el peso en su componente normal, $N=W\cos(\alpha)$, y su componente tangencial, $S=W\sin(\alpha)$, y si no existe cohesión sobre el plano, la fuerza que se opone al deslizamiento es $R_\phi=N\tan(\phi)$ y el movimiento tendrá lugar cuando $S > R_\phi$, es decir, cuando $\alpha > \phi$; por lo tanto el factor de seguridad quedará definido como (González, et. al., 2002, p. 460):

$$F = \frac{\tan(\phi)}{\tan(\alpha)} \quad (6.4.1.6)$$

Donde:

ϕ = ángulo de fricción entre el plano de deslizamiento y el bloque.

α = ángulo del plano de deslizamiento respecto a la horizontal.

La fuerza R_ϕ actúa uniformemente en la superficie entre el bloque y el plano, si la fricción es la misma en cualquier dirección entonces se puede construir un *cono de fricción* con radio R_ϕ en la base y altura N . La condición para el deslizamiento dada por $\alpha > \phi$ se cumple cuando la componente del peso del bloque cae fuera del cono de fricción. En caso de existir cohesión, R_c , dicha fuerza se suma a R_ϕ , por lo que el radio de la base del cono de fricción aumentará. Por otro lado, si existiera una fuerza externa que actúe sobre el elemento con peso W , se deberá calcular la resultante W_c entre el peso del elemento y la fuerza externa T , si dicha resultante cae fuera de la base del cono de fricción, entonces el bloque será inestable (González, et. al., 2002, p. 460).

Los correspondientes cocientes que definen el factor de seguridad para cuando existe cohesión en el plano (6.4.1.7) y para cuando existe influencia de una carga externa (6.4.1.8) están dados por las siguientes expresiones (González, et. al., 2002, p. 461):

$$F = \frac{\tan(\phi_{ap})}{\tan(\alpha)} \quad (6.4.1.7)$$

$$F = \frac{\tan(\phi_{ap})}{\tan(\tau)} \quad (6.4.1.8)$$

Donde:

ϕ_{ap} = ángulo de fricción aparente definido por el plano de deslizamiento y su cohesión.

α = ángulo del plano de deslizamiento respecto a la horizontal.

τ = ángulo entre la resultante del peso y la fuerza externa, y la normal al plano de deslizamiento.

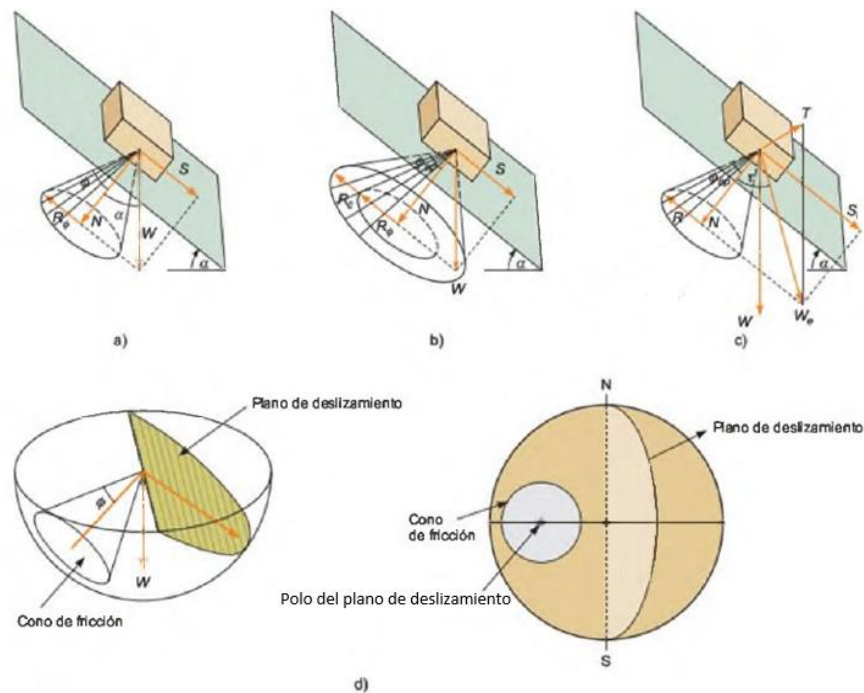


Figura 6.4.1.6 Representación del cono de fricción. a) Cohesión nula. b) Existencia de cohesión y fricción en el plano. c) Influencia de una fuerza externa y d) Representación estereográfica del cono de fricción usando una proyección polar. Modificada de González et. al. (2002, p. 460).

Teniendo en cuenta los conceptos anteriores, el análisis estereográfico para el volteo directo de bloques de roca queda definido en la figura 6.4.1.7. El segundo círculo exterior al cono de fricción delimita a los polos de los planos de la base de las columnas de roca y es un segundo cono de fricción con la característica de tener un ángulo igual al ángulo del talud. La distancia de este límite desde la periferia de la red estereográfica está dada por la diferencia entre los 90° y el ángulo del talud. De esta manera quedan definidas 3 zonas donde las direcciones de las líneas de máxima pendiente (dirección del echado) de las familias de discontinuidades y los *polos de los planos de la base* de las columnas de roca, se ubican, estas zonas son de principal interés para evaluar el mecanismo de volteo directo ya que cada una proporciona información sobre el comportamiento de los bloques o columnas de roca.

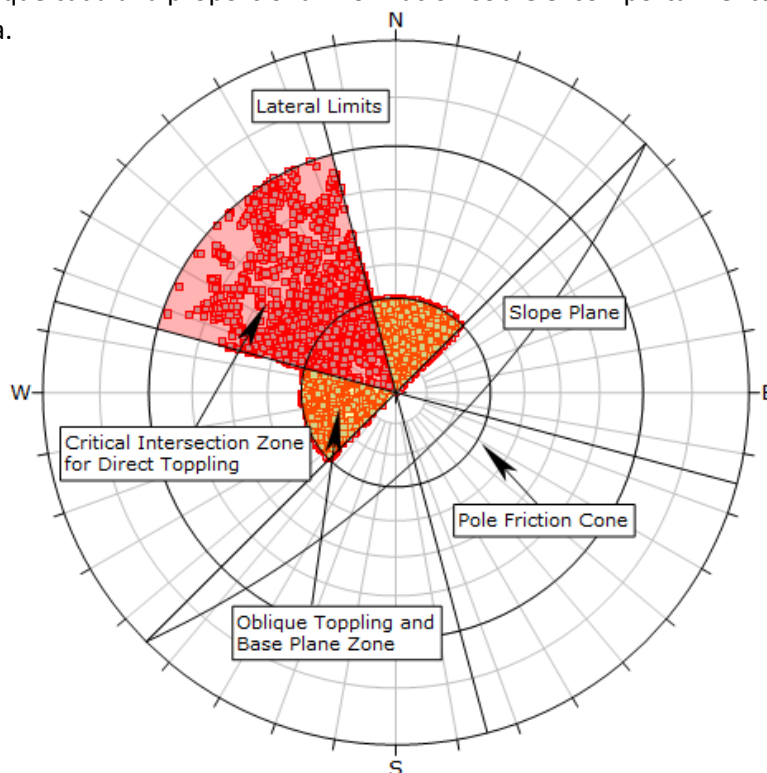


Figura 6.4.1.7. Análisis estereográfico para evaluar el mecanismo de volteo directo o *direct toppling*.

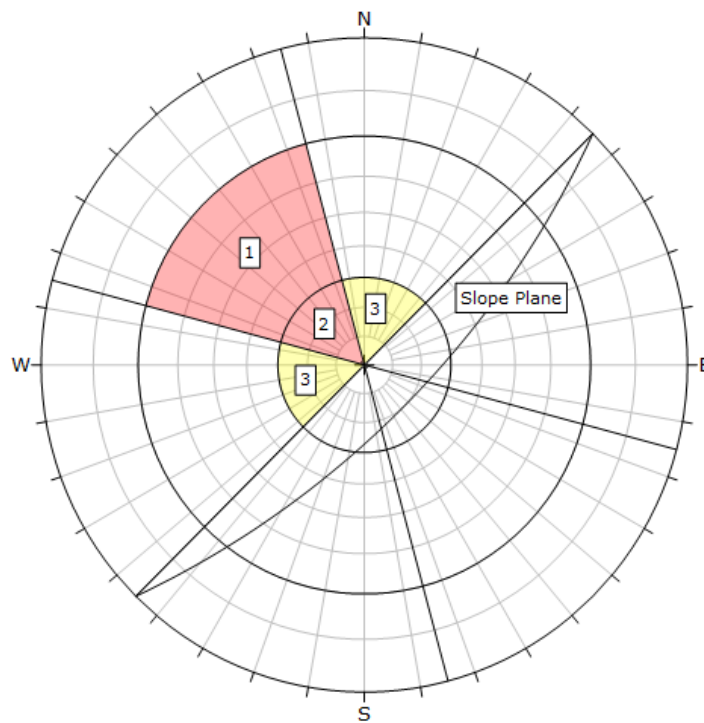


Figura 6.4.1.8. Zonas de interés representadas en una proyección estereográfica ecuatorial (Wulff).
 Recuperado de: https://rocscience.com/help/dips/webhelp/dips/Direct_Toppling.htm

Las zonas 1 y 2 de la figura 6.4.1.8 son definidas como las **zonas críticas primarias** y representan el riesgo de formación de bloques de roca.

El límite superior, representado como la zona 1 en la figura 6.4.1.8, define el modo de falla por volteo directo, y garantiza que el ángulo entre la cara del talud y el volteo del bloque es siempre menor o igual a 90° , si el talud fuera vertical dicha zona se extendería hasta el perímetro de la red estereográfica.

Las direcciones de las líneas de máxima pendiente de las familias de discontinuidades que se ubiquen en la zona 2 serán más cercanas a la vertical, por lo que el riesgo por volteo es mucho más alto que en la zona 1. El límite entre la zona 1 y 2 representa el cono de fricción de los planos de la base de las columnas de roca.

Las direcciones de las líneas de máxima pendiente de las familias de discontinuidades que se ubiquen en la zona 3, serán tratadas como un volteo *oblicuo*, es decir, el rango angular de la dirección en la que los bloques de roca pueden volcar es definida por los límites laterales, si ésta estuviera fuera de dicho rango, los bloques de roca volcarían y fallarían de manera oblicua hacia los lados del talud. Esta condición se presenta cuando las direcciones de los echados son más cercanas a la vertical.

Por otra parte, los polos que se ubiquen dentro de las zonas 2 y 3, representan los planos de la base de las columnas o bloques de roca que pueden actuar como posibles superficies de liberación para que el mecanismo de volteo se lleve a cabo. Los polos de las zonas 2 y 3 están dentro del cono de fricción, por lo tanto, no son planos de deslizamiento, pero pueden actuar como planos de liberación. De manera similar, los polos que se ubiquen en la zona 3 serán planos oblicuos de liberación debido a que están fuera de los límites laterales.

Los polos de los planos de la base de las columnas de roca ubicados en la zona 1 representan planos de liberación que también pueden actuar como planos de deslizamiento, por lo tanto la zona 1 puede representar un caso combinado de deslizamiento y volteo, los cuales pueden ocurrir de manera simultánea.

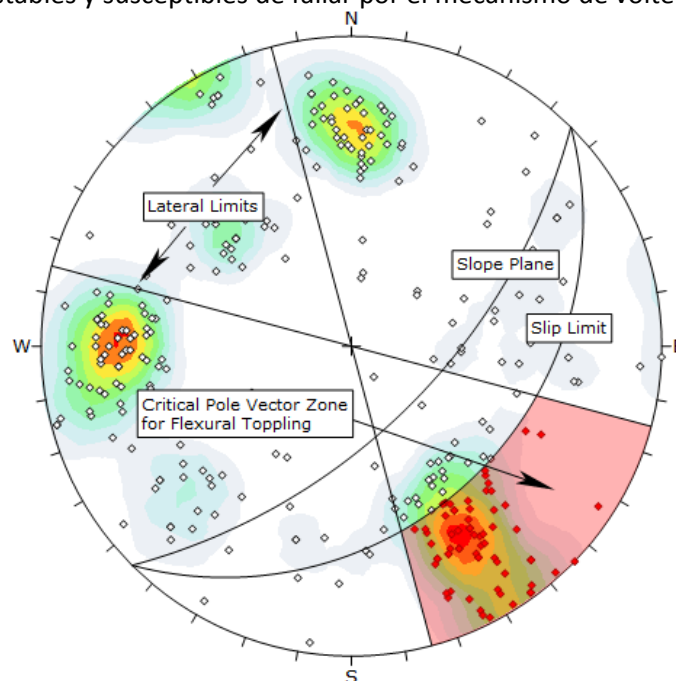
Por otra parte, el análisis estereográfico para el mecanismo de volteo flexural o *flexural toppling*, fue definido por Goodman (1980) y los elementos esenciales a analizar son los siguientes:

- 1) El plano del talud.
- 2) El plano límite de deslizamiento.
- 3) Límites laterales.

Como se explicó anteriormente, los planos que conformen las discontinuidades no volcarán si éstos no pueden deslizarse uno de otro. Goodman (1980) definió que el deslizamiento puede ocurrir cuando las capas de roca que conforman al macizo rocoso tienen una inclinación menos abrupta que una línea inclinada a un ángulo equivalente al ángulo de fricción comprendido en la parte superior del talud y el elemento en cuestión.

Lo anterior conlleva al concepto del **plano límite de deslizamiento**, el cual define la zona crítica para el mecanismo de volteo flexural. El echado del plano límite de deslizamiento está dado por la diferencia del ángulo del talud y el ángulo de fricción. La dirección del echado del plano límite de deslizamiento es igual al de la cara del talud. Cabe resaltar que el plano límite de deslizamiento no es un actual plano físico pero es el resultado del ángulo del talud y del de fricción y su propósito es definir la zona crítica para el volteo.

Por lo tanto, la zona crítica estará definida por los límites laterales y del plano límite de deslizamiento hacia afuera, como se muestra en la figura 6.4.1.9. Así, los polos de los planos de las discontinuidades que se ubiquen dentro de la zona crítica definirán los bloques o columnas de roca potencialmente inestables y susceptibles de fallar por el mecanismo de volteo flexural.



6.4.2 Análisis de equilibrio límite.

El análisis matemático utilizado primeramente para conocer las condiciones de estabilidad de los bloques o columnas de roca generadas en un macizo rocoso fue introducido por Goodman y Kieffer (1976) y es básicamente un análisis de fuerzas que nos permite conocer determinadas relaciones entre la geometría y la posición que guardan éstas con respecto a un sistema de referencia.

Para poder comprender el fundamento de las ecuaciones que nos permiten determinar la magnitud de las fuerzas que interactúan en el talud, las que son función de la geometría de una columna de roca aislada (altura y ancho). La figura 6.4.2.1a) representa los elementos a considerar en una columna de roca mientras que en la figura 6.4.2.1b) se representa su comportamiento en función de la relación de *esbeltez* $\Delta x/y$, del ángulo de fricción (ϕ) y del ángulo del plano inclinado donde se encuentran apoyadas dichas columnas, para este caso, ya que el plano de la base de las columnas coincidirá con el plano inclinado para evaluar su estabilidad, definiremos dicho ángulo como ψ_p , el cual también puede apreciarse en la figura 6.4.1.4.

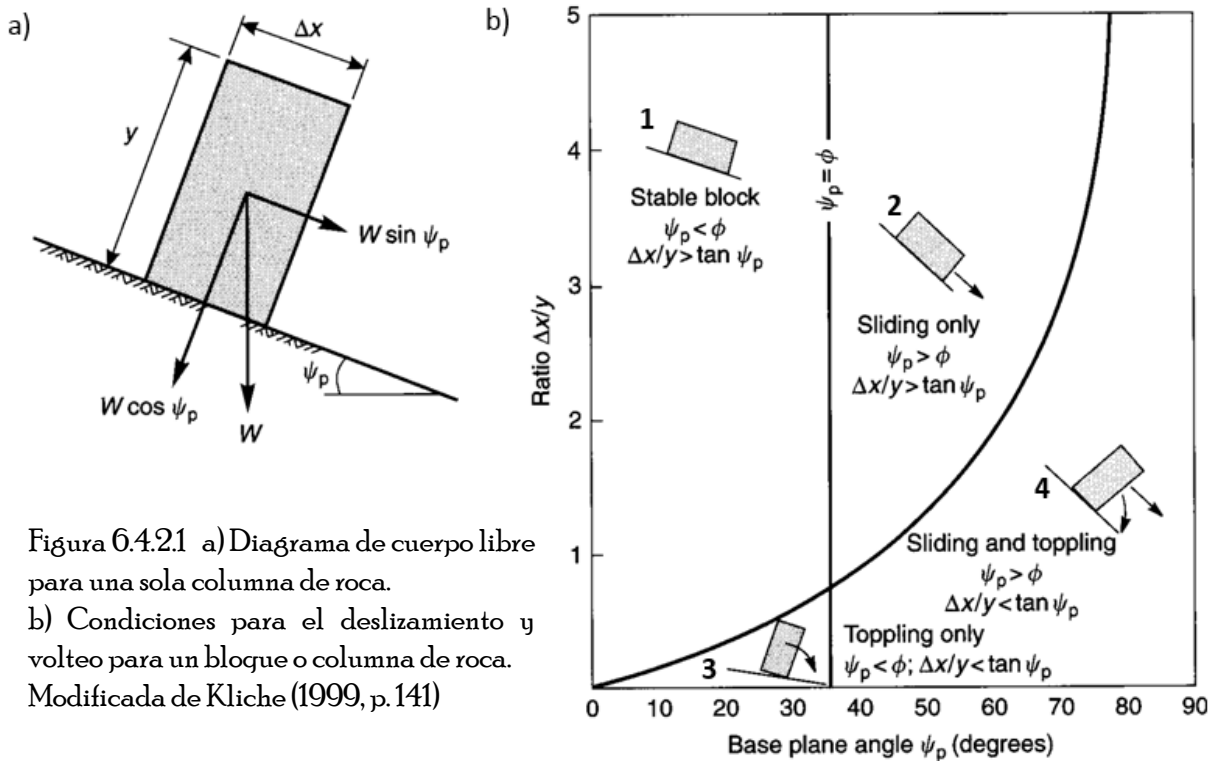


Figura 6.4.2.1 a) Diagrama de cuerpo libre para una sola columna de roca.

b) Condiciones para el deslizamiento y volteo para un bloque o columna de roca.

Modificada de Kliche (1999, p. 141)

La figura anterior es dividida en cuatro regiones que representan las condiciones básicas para el deslizamiento y/o el volteo de los bloques de roca (Kliche, 1999, p. 140):

- Región 1: $\psi_p < \phi$; $\Delta x/y > \tan(\psi_p)$. El bloque será estable, es decir no deslizará ni volcará.
- Región 2: $\psi_p > \phi$; $\Delta x/y > \tan(\psi_p)$. El bloque deslizará pero no volcará.
- Región 3: $\psi_p < \phi$; $\Delta x/y < \tan(\psi_p)$. El bloque volcará pero no deslizará
- Región 4: $\psi_p > \phi$; $\Delta x/y < \tan(\psi_p)$. El bloque deslizará y volcará simultáneamente.

Si analizamos lo anterior, el factor principal que provoca el volteo de los bloques o columnas de roca es la componente del peso W . Para analizar la condición del vuelco es necesario definir un punto pivote que es por donde la columna generará su momento (figura 6.4.2.2).

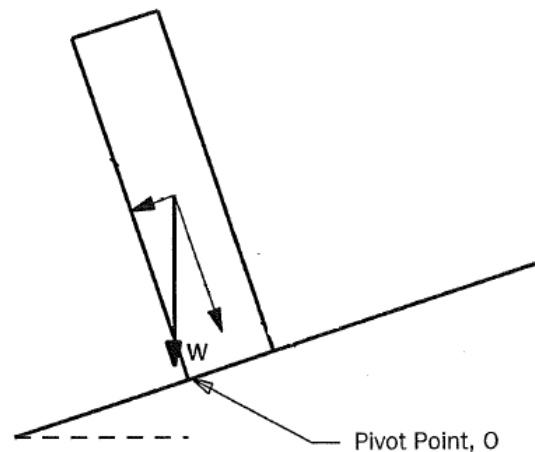


Figura 6.4.2.2 El punto pivote es colocado en la esquina inferior de las columna de roca en dirección del movimiento. Modificada de Kliche (1999, p. 140).

Si la relación de *esbeltez* $\Delta x/y$ es menor que la $\tan(\psi_p)$ entonces la fuerza resultante debida a la componente del peso caerá fuera del pie del bloque o columna de roca, lo que provocará un momento o vuelco alrededor del punto pivote. Por otro lado el factor que gobierna el deslizamiento está en función de los ángulos ψ_p y ϕ , si $\psi_p > \phi$ entonces el deslizamiento ocurrirá (Kliche, 1999, p. 140).

Dado que el mecanismo de volteo involucra movimientos rotacionales, el equilibrio de una columna de roca aislada estará en función de la suma de sus momentos alrededor de un punto pivote, si la suma de los momentos es igual a cero, la columna se considerará estable, sino fuera así, ésta volcará. Si analizamos la figura 6.4.2.1a) la sumatoria de los momentos quedará expresada de la siguiente manera (Kliche, 1999, p. 141):

$$\sum M = W \cos(\psi_p)(\Delta x/2) - W \sin(\psi_p)(y/2) = 0 \quad (6.4.2.1)$$

Por otro lado, el factor de seguridad quedará definido como la relación entre los momentos resistentes y los momentos actuantes o motrices en la siguiente expresión (Kliche, 1991, p.141):

$$FS = \frac{\sum (\text{Momentos _ resistentes})}{\sum (\text{Momentos _ actuantes})} = \frac{W \cos(\psi_p) \cdot (\Delta x / 2)}{W \sin(\psi_p) \cdot (y / 2)} = \frac{(\Delta x / y)}{\tan(\psi_p)} \quad (6.4.2.2)$$

El mecanismo de volteo se presenta generalmente en macizos rocosos donde la orientación de las discontinuidades genera un sistema de columnas de roca de manera escalonada como se muestra en la figura 6.4.2.3.

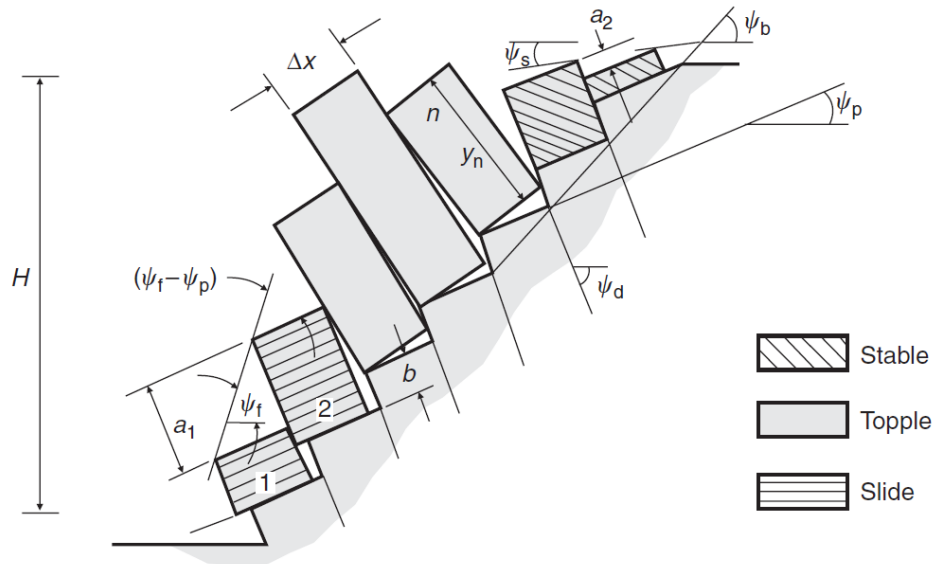


Figura 6.4.2.3 Modelo para el análisis de equilibrio límite en una base escalonada. Tomada de (Wyllie & Mah, 2004).

Si el echado de los planos de la base (ψ_p) que forman dichas columnas coincide con el echado del plano de la base (ψ_b), en el cual están apoyadas y que es definido por las esquinas contrarias a los puntos pivotes de las columnas antes del volteo, se generará una superficie coincidente ($\psi_p = \psi_b$) con la base de las columnas de roca en la que el mecanismo de volteo solo ocurrirá si se presenta un efecto de *dilatación* (δ) (figura 6.4.2.4) (Wyllie & Mah, 2004).

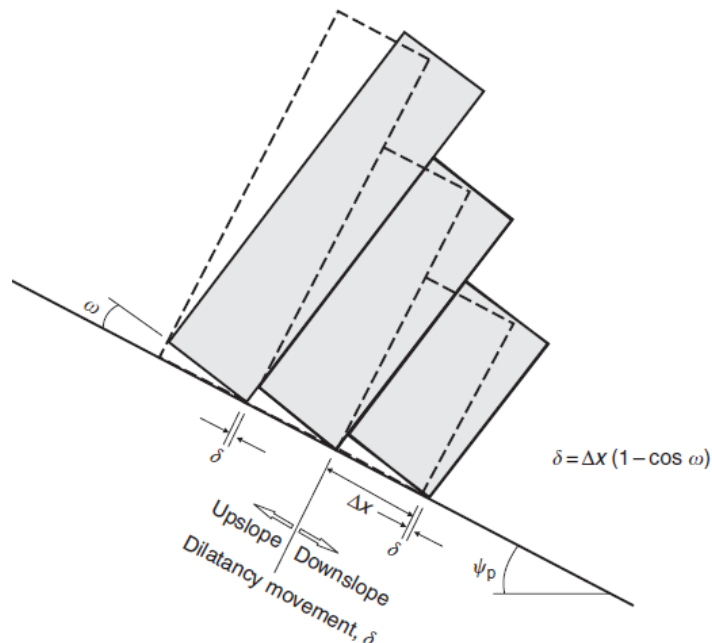


Figura 6.4.2.4 Efecto de dilatación en columnas de roca. Tomada de (Wyllie & Mah, 2004, p. 207).

Es esperado que una mayor cantidad de energía sea requerida para dilatar la masa de roca que para desarrollar un esfuerzo cortante a lo largo de las discontinuidades existentes, por ende es más común encontrarse con macizos rocosos en los cuales las columnas de roca forman una base escalonada ($\psi_p > \psi_b$), además en los análisis de estabilidad para tal condición, es necesario utilizar un valor apropiado para ψ_b ya que éste tiene un efecto significativo en la estabilidad del talud, éste puede ser calculado en función de ψ_p de la siguiente manera (Wyllie & Mah, 2004, p. 207):

$$(\psi_p + 10^\circ) \leq \psi_b \leq (\psi_p + 30^\circ) \quad (6.4.2.3)$$

Es recomendable que en situaciones donde el valor ψ_b es desconocido se lleven a cabo análisis de sensibilidad dentro del rango definido en la expresión (6.4.2.3) para encontrar el valor mínimo que garantice la condición de estabilidad (Wyllie & Mah, 2004, p. 207).

El análisis de equilibrio límite está basado íntimamente en la geometría del macizo rocoso generada por las columnas o bloques de roca, básicamente se abstrae el macizo a una geometría triangular (figura 6.4.2.5) con diversos ángulos de planos (figura 6.4.2.3) que se ven involucrados en las condiciones de estabilidad de las columnas de roca que se explicarán a continuación.

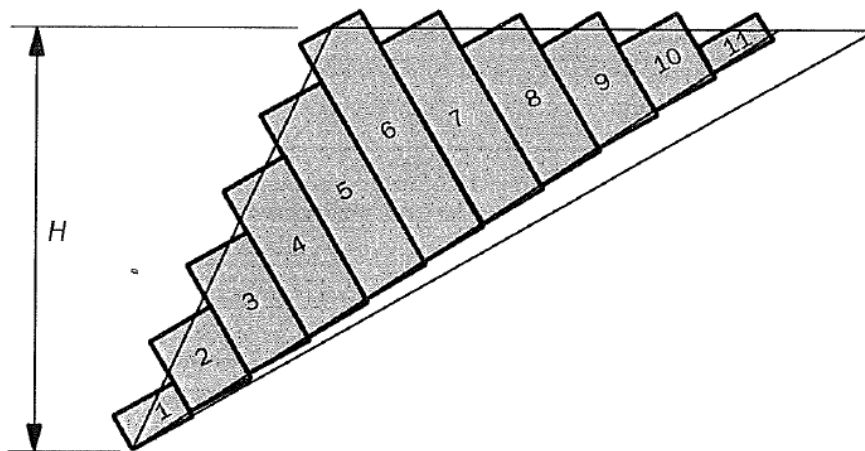


Figura 6.4.2.5 Geometría del talud. Tomada de (Kliche, 1999, p.145).

Dado que las columnas de roca superiores transmiten la carga a las inferiores es de interés conocer la geometría y las cargas que se ejercen en cada una, por lo que éstas se enumeran empezando del pie del talud hacia la parte superior de él (figura 6.4.2.3 y 6.4.2.5). El número de bloques o columnas de roca, n , puede estimarse con la siguiente expresión (Wyllie & Mah, 2004, p. 207):

$$n = \frac{H}{\Delta x} \left[\frac{1}{\text{sen}(\psi_b)} + \text{sen}(\psi_s) \left(\frac{\frac{1}{\tan(\psi_b)} - \frac{1}{\tan(\psi_f)}}{\text{sen}(\psi_b - \psi_f)} \right) \right] \quad (6.4.2.4)$$

Por otra parte, la altura Y_n del *n*teavo bloque o columna de roca estará en función del número de bloque y de unas constantes a_1 , a_2 y b que a su vez están en función del espesor Δx y de los ángulos mostrados en la figura 6.4.2.3 como se muestra a continuación en las siguientes expresiones (Wyllie & Mah, 2004, p. 208):

$$y_n = n(a_1 - b) \quad (6.4.2.5)$$

$$y_n = y_{n-1} - a_2 - b \quad (6.4.2.6)$$

La expresión 6.4.2.5 es utilizada para calcular la altura de las columnas cualesquiera por debajo de la cresta del talud, mientras que la expresión 6.4.2.6 es utilizada para calcular la altura de las columnas de roca por encima de la cresta del talud. Las constantes a_1 , a_2 y b quedan definidas de la siguiente manera (Wyllie & Mah, 2004, p. 208):

$$a_1 = \Delta x \tan(\psi_f - \psi_p) \quad (6.4.2.7)$$

$$a_2 = \Delta x \tan(\psi_p - \psi_s) \quad (6.4.2.8)$$

$$b = \Delta x \tan(\psi_b - \psi_p) \quad (6.4.2.9)$$

Cabe resaltar que el ángulo ψ_s es el ángulo formado por el plano de un segundo talud definido por la geometría de las columnas de roca de la parte superior del macizo rocoso, es decir la cresta. Los ángulos de dichas expresiones pueden apreciarse en las figuras 6.4.1.4 y 6.4.2.3.

Si tomamos en cuenta la figura 6.4.2.6a) las fuerzas que se ejercerán en un bloque típico serán las normales y las cortantes o de cizalla, R_n y S_n , respectivamente, éstas actuarán en la base del bloque o columna de roca mientras que en la interfase generada por sus adyacentes actuarán fuerzas P_n , Q_n , P_{n-1} y Q_{n-1} . Cuando el bloque es potencialmente inestable y susceptible al volteo, entonces los puntos de aplicación de todas las fuerzas son conocidos (figura 6.4.2.6b)) (Wyllie & Mah, 2004, p. 208).

Los puntos de aplicación de las fuerzas normales P_n serán, por tanto, M_n y L_n en las caras superior e inferior del bloque o columna de roca, respectivamente, si el *n*teavo bloque está debajo de la cresta del talud, entonces se tiene que (Wyllie & Mah, 2004, p. 208):

$$M_n = y_n \quad (6.4.2.10)$$

$$L_n = y_n - a_1 \quad (6.4.2.11)$$

Por otro lado si el *n*teavo bloque o columna de roca es el bloque que define la cresta, entonces se tiene que (Wyllie & Mah, 2004, p. 208):

$$M_n = y_n - a_2 \quad (6.4.2.12)$$

$$L_n = y_n - a_1 \quad (6.4.2.13)$$

Y si el *n*teavo bloque o columna de roca se encuentra por encima de la cresta (Wyllie & Mah, 2004, p. 208):

$$M_n = y_n - a_2 \quad (6.4.2.14)$$

$$L_n = y_n \quad (6.4.2.15)$$

Si existieran bloques irregulares en el macizo rocoso, dichas medidas pueden ser determinadas gráficamente.

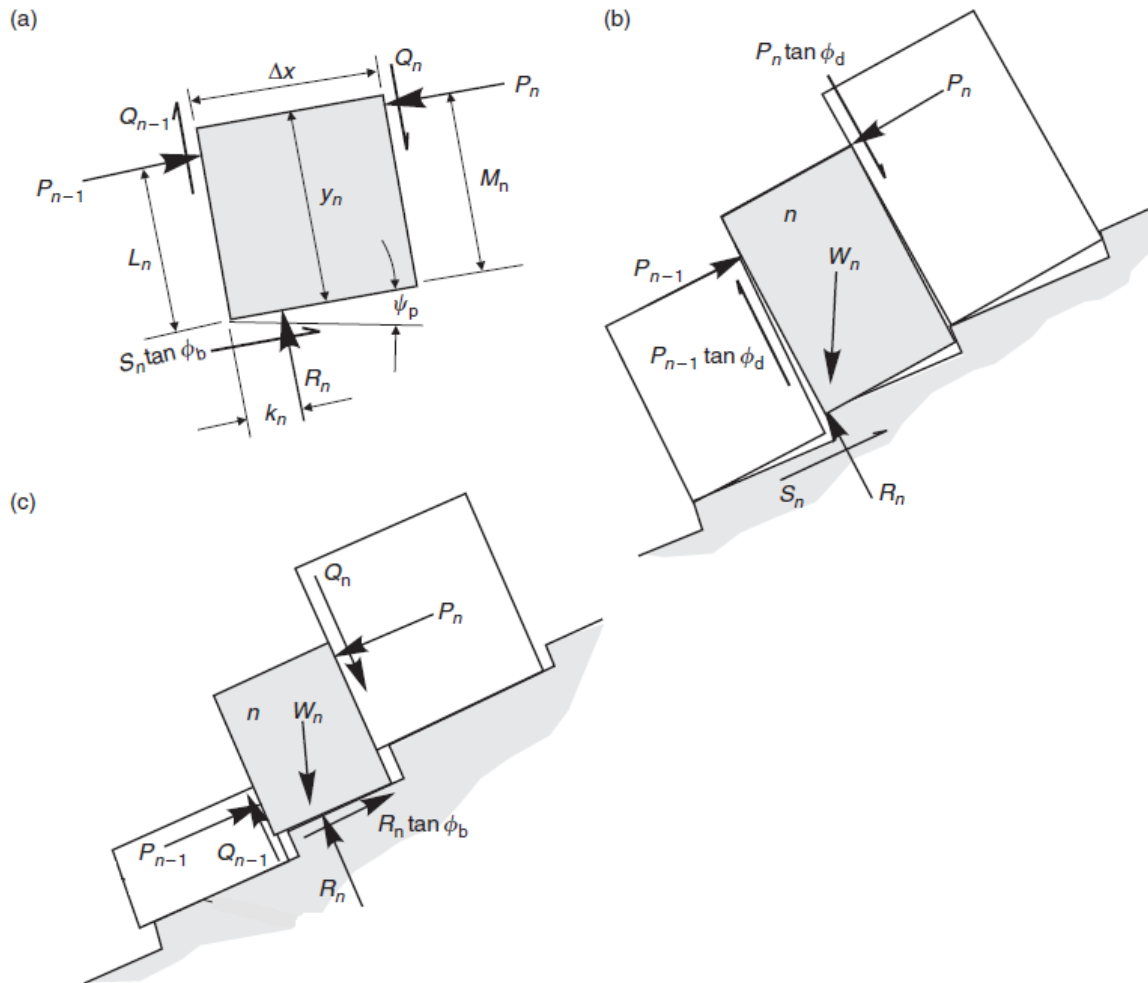


Figura 6.4.2.6 Condiciones de equilibrio límite para deslizamiento y volteo. a) Fuerzas actuando en un *n*teavo bloque; b) Volteo de un *n*teavo bloque; c) Deslizamiento de un *n*teavo bloque. Modificada de Wyllie & Mah (2004, p. 209).

Cuando el deslizamiento y el volteo ocurren se generan fuerzas en la base y en los lados de las columnas o bloques de roca además de fricción, ésta generará, por ende, dos ángulos de fricción diferentes, el que se genera entre la base de las columnas y su apoyo, (ϕ_p), y el que se genera entre

la interfase de las discontinuidades que forman dichas columnas, (ϕ_d). En la naturaleza es común que el ángulo ϕ_d sea menor que el ángulo ϕ_p y éstos pueden ser incorporados al análisis de equilibrio límite. Primeramente, para los lados de las columnas o bloques de roca (Wyllie & Mah, 2004, p. 208):

$$Q_n = P_n \tan(\phi_d) \quad (6.4.2.16)$$

$$Q_{n-1} = P_{n-1} \tan(\phi_d) \quad (6.4.2.17)$$

Si consideramos un sistema de referencia perpendicular a la base y paralelo en dirección del movimiento entonces las fuerzas resultante y normal actuando en el bloque n , y considerando el peso W_n (figura 6.4.26), quedarán definidas de la siguiente manera (Wyllie & Mah, 2004, p. 209):

$$R_n = W_n \cos(\psi_p) + (P_n - P_{n-1}) \tan(\phi_d) \quad (6.4.2.18)$$

$$S_n = W_n \text{sen}(\psi_p) + (P_n - P_{n-1}) \quad (6.4.2.19)$$

Considerando un equilibrio rotacional, se encuentra que la fuerza P_{n-1} necesaria para prevenir el volteo está dada por la siguiente expresión (Wyllie & Mah, 2004, p. 209):

$$P_{n-1,t} = \frac{(P_n (M_n - \Delta x \tan(\phi_d)) + (W_n / 2)(y_n \text{sen}(\psi_p) - \Delta x \cos(\psi_p)))}{L_n} \quad (6.4.2.20)$$

Por otro lado, cuando el bloque considerado es uno de los que deslizan (figura 6.4.2.6c)), entonces se tiene que (Wyllie & Mah, 2004, p. 209):

$$S_n = R_n \tan(\phi_p) \quad (6.4.2.21)$$

Dado que la magnitud de las fuerzas Q_{n-1} , P_{n-1} y R_n aplicadas en los lados y bases de las columnas juntos con sus puntos de aplicación L_n y K_n son desconocidos, la fuerza P_{n-1} requerida para prevenir el deslizamiento de un bloque n puede estimarse si se asume que $Q_{n-1} = P_{n-1} [\tan(\phi_d)]$, por lo tanto se tendrá que (Wyllie & Mah, 2004, p. 209):

$$P_{n-1,s} = P_n - \frac{W_n (\cos(\psi_p) \tan(\phi_p) - \text{sen}(\psi_p))}{(1 - \tan(\phi_p) \tan(\phi_d))} \quad (6.4.2.22)$$

6.5 Medidas de mitigación.

En caso de que el mecanismo de volteo no pudiera ser evitado, deben contemplarse medidas pertinentes de seguridad para mitigar los riesgos que el desarrollo de en un evento así, puedan causar.

De acuerdo con Richard (et. al., 2001, p. 79), “*las estructuras diseñadas y utilizadas para proteger las áreas alrededor del talud de la caída de rocas incluyen mallas o redes de cables, barreras, cercas, y áreas de captación*”; a continuación se nombran los sistemas más utilizados como medida de mitigación para el volteo de rocas:

1. *Remoción o excavación* de los bloques propensos a caer.
2. *Los sistemas de mallado*, utilizados para prevenir la caída de bloques, pueden clasificarse en dos, las mallas que se encargan de cubrir el talud apoyándose en anclas que sirven únicamente para sostener dichas mallas o las llamadas ***draped meshes (drapery systems)*** y las mallas cuyo anclaje, además de sostener las mallas, también tiene la función de reforzar la cara del talud o las ***anchored meshes***.
3. *Anclaje pasivo o activo solo*. Para reforzar la resistencia del talud se utilizan anclas cuyo objetivo es modificar el esfuerzo cortante que es generado en éste. Los anclajes pasivos consisten en anclas que son instaladas con *grout* pero que no son tensionadas, la tensión se genera cuando los bloques comienzan a moverse, generalmente se colocan en la cresta del talud; si los bloques de roca se han relajado y por lo tanto, movido, se utilizan los anclajes activos, los cuales consisten en instalar anclas al macizo rocoso pero tensionadas. La fuerza de tensión ejercida en el ancla es transmitida al interior de la roca por la reacción en la placa, lo que produce compresión en el macizo (Wyllie & Mah, 2004, p. 288).
4. Un *sistema de cubiertas (drapery system)*, que consiste en un conjunto de mallas de alambre o de cable colocadas sobre la cara del macizo rocoso y que están suspendidas por los anclajes y colgadas sobre una pendiente casi vertical. Este tipo de sistemas son comúnmente usados en taludes que oscilan entre 15 y 45 [m] de altura y son diseñados para soportar volúmenes de bloques de roca de hasta aproximadamente 7.6 [m³] (Richard, et. al., 2011, p. 82). Los sistemas de cubiertas pueden, además, ser clasificados en *asegurados* y *no asegurados*. Los primeros incorporan correas separatistas cuya función es mantener la malla pegada a la cara del talud, sin embargo, cuando la caída de rocas se suscita, éstas son liberadas. Los segundos sujetan la malla solo a la cima del talud permitiendo que la caída de rocas ocurra entre la malla y el talud teniendo como consecuencia la desaceleración del bloque, proceso que es conocido como *atenuación* (Richard, et. al., 2011, p. 82).



Figura 6.5.1. Instalación de una *draped mesh*. Recuperado de:
<http://www.blastingconsultants.com/gallery/>

5. Por otro lado las ***anchored meshes*** también tienen la función de evitar la erosión, contener la caída de bloques de roca y dirigirla a un área de captación en el fondo del talud. Las anclas, que proporcionan una mayor resistencia al talud, son colocadas en un patrón de cuadrícula sobre la malla (Richard, et. al., 2011, p. 87).



Figura 6.5.2. Patrón de anclaje de una *anchored mesh*. Recuperado de:
<http://www.dreamstime.com/royalty-free-stock-images-steel-mesh-anchor-rockfall-protection-image29441419>

Cabe mencionar que el sistema de mitigación pertinente a utilizar depende de las condiciones en las que el proyecto ingenieril se esté desarrollando, además ésta debe ser seleccionada en función del costo y su efectividad.

7 Generalidades sobre el análisis de caída de bloques.

El efecto de la caída de rocas (*rockfall*) es resultado posterior a la movilización de bloques en una ladera o talud, siendo el mecanismo de volteo el origen de los desprendimientos. Las implicaciones que pueden resultar al no considerar este fenómeno pueden resultar en efectos negativos dentro de las actividades humanas, los cuales pueden ir desde incertidumbres hasta daños catastróficos (Montiel, 2015, p.1)

Como tal, la caída de rocas puede definirse como un movimiento cuesta abajo de fragmentos o bloques de roca por *caída libre, rebote, rodamiento y deslizamiento* (Crosta, et. al., 2015, p. 43). La caída de rocas generalmente desplaza masas de “*pequeños*” volúmenes, que, si bien por su tamaño no serían de consideración, sí pueden tener consecuencias graves debido a su alta movilidad y cantidad de energía cinética (Chen, et. al., 2012, p. 1), debido a esto, es importante realizar métodos analíticos que nos permitan conocer de la manera más precisa el comportamiento de su trayectoria y movimiento para evaluar el riesgo y el diseño de estructuras preventivas que permitan solventar los efectos de dicho fenómeno si se llegara a presentar.

En la actualidad existen diferentes metodologías de análisis que modelan la caída de rocas, diferenciándose primeramente los modelos de trayectoria bidimensionales (2-D), enseguida los cuasi 3-D y finalmente los modelos de trayectoria 3-D (Volkwein et al., 2011, p. 2624).

Cabe resaltar que diferentes metodologías de análisis pueden estar basadas en modelos idealizados, es decir, aquellos que no consideran el comportamiento interno del cuerpo y cuya solución analítica, basada en considerables suposiciones, es relativamente rápida y puede ser asistida de forma manual. Por otro lado, estas metodologías también pueden estar basadas en modelos que integren la reacción del cuerpo ante los impactos, las cuales consideran el cálculo de energías antes y después de la colisión considerando el comportamiento interno del cuerpo, tal es el caso de los modelos realizados con elementos discretos (DEM).

Cada uno de los métodos mencionados anteriormente proporciona información acerca del comportamiento de los bloques de roca durante su movimiento, pero cada uno tiene también sus limitaciones. Los modelos 2-D no toman en cuenta la forma del bloque de roca ni la topografía mientras que los modelos 3-D pueden incorporar dichos factores en el comportamiento mecánico resultante. Los modelos 2.5-D o también llamados cuasi 3-D, están apoyados en la ciencia de información geográfica (*GIScience*). Estos modelos consideran un evento de caída de rocas como un bloque deslizando y simulan el evento en un mapa ampliado con colores de elevación usando enfoques topográficos e hidrológicos (Chen, et. al., 2012, p. 2). Estos modelos pueden calcular la ruta de la caída de bloques rocas y su distancia pero no son útiles para estimar rebotes y alturas de éstos.

Dado que la caída de rocas se suscita como un efecto a posteriori de la pérdida de equilibrio de los bloques propensos al volteo, es importante tener en cuenta que dicho fenómeno debe evaluarse desde un punto de vista dinámico, la energía del cuerpo en colisión, la altura de su rebote, sus velocidades y aceleraciones (lineales y angulares) antes y después del impacto y su desplazamiento

son parámetros que deben ser tomados en cuenta para una debida modelación, además de los factores que puedan influir de manera directa o indirecta en el desarrollo de la caída de rocas, los cuales están íntimamente ligados a los procesos geológicos. Para que dicha modelación proporcione resultados correctos y congruentes, es necesario conocer dichos factores, los cuales favorecen la caída de bloques de roca y que pueden dividirse en *factores externos* y *parámetros internos* (Volkwein et al., 2011, p. 2622).

Los parámetros internos son características intrínsecas de los taludes, por ejemplo, la morfología, la geología, el fracturamiento, las propiedades mecánicas del suelo y las rocas, la actividad (movimientos o caída de rocas) y la hidrogeología. Estos parámetros internos pueden ser afectados debido a los factores externos como los efectos gravitacionales, la meteorización, la erosión, la sismicidad, la tectónica de placas, inestabilidades en áreas circundantes, actividad humana etc. (Volkwein et al., 2011, p. 2623).

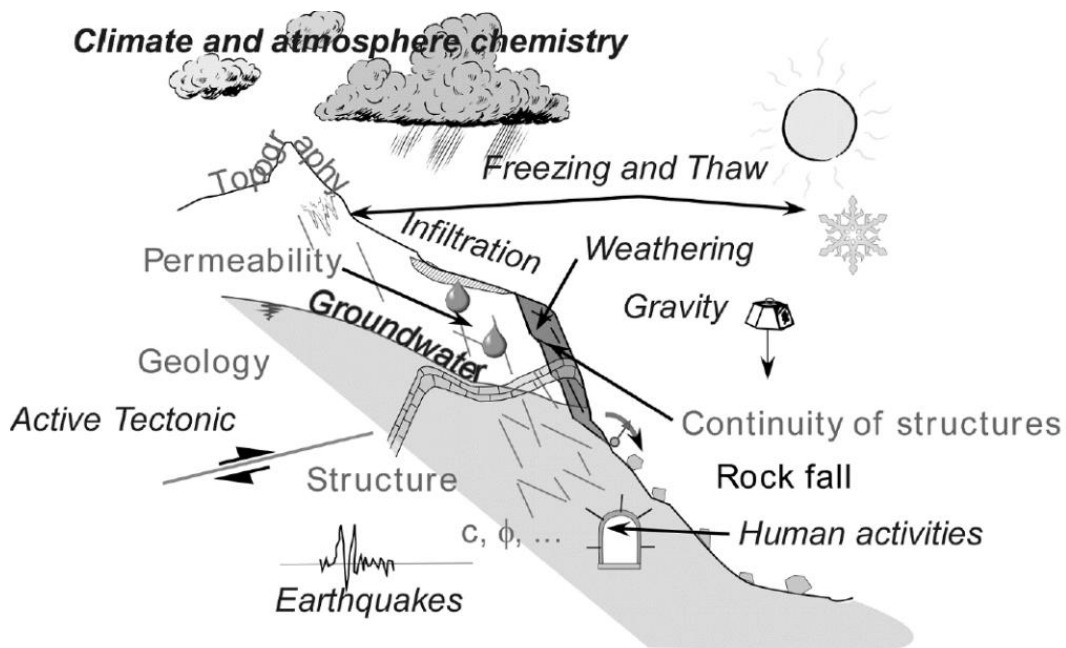


Figura 7.1 Representación de los factores externos y parámetros internos en la caída de rocas.
Tomada de Volkwein (et. al., 2011, p. 2623)

El entendimiento de cada uno de los factores y parámetros permite una modelación más realista de la caída de rocas. Cabe resaltar que la interpretación de dichos factores y parámetros dependen, primeramente, del entendimiento geológico del geotecnista, y después de la experiencia que éste tenga.

7.1 Formulación matemática para evaluación.

A continuación se mostrará la formulación 2D realizada por Azzoni (et. al., 1995) para la evaluación de la caída de bloques. Dicha formulación se basa en los análisis de la mecánica de la partícula y del cuerpo rígido, considerando la trayectoria del bloque desde el inicio del movimiento hasta su impacto con el suelo así como la energía de éste antes y después de dicho impacto, se enfatiza que esta analogía no integra la respuesta de los cuerpos antes los impactos (su posible rotura y fragmentación).

De acuerdo con lo anterior, la caída de rocas distingue cuatro movimientos básicos o fases:

6. *Caída libre.*
7. *Rebote.*
8. *Rodamiento.*
9. *Deslizamiento.*

La caída libre tiene la particularidad de que su movimiento ocurre en el aire y por lo tanto sin contacto con el talud. El movimiento toma lugar después de la fase de deslizamiento o rodamiento o después de un impacto con el talud (figura 7.1.1. Azzoni, et. al., 1995, p. 711).

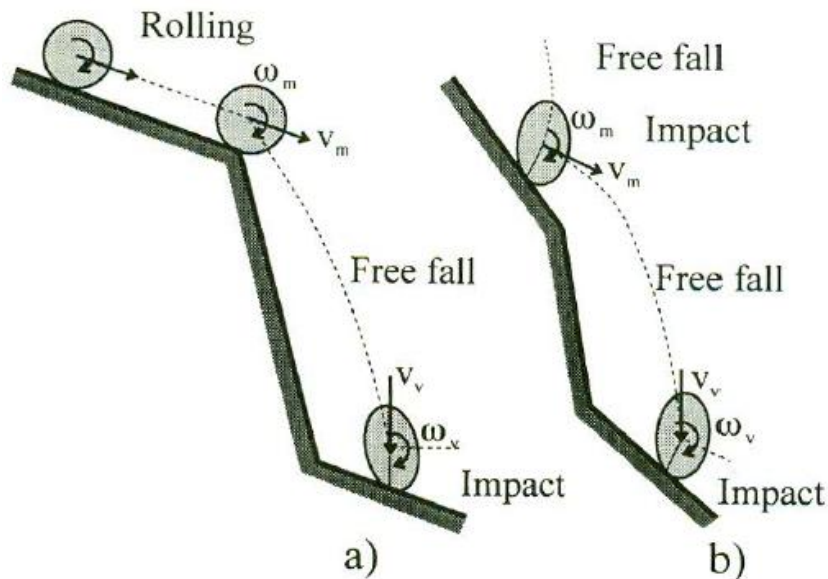


Figura 7.1.1 Diferentes condiciones iniciales para la fase de caída libre. Tomada de Azzoni (et. al., 1995, p. 711).

La fase de caída libre está compuesta básicamente por dos movimientos: traslación del centro de masa, que puede ser analíticamente descrito por una ecuación cuadrática; y la rotación del bloque alrededor de su centro de masa (Azzoni, et. al., 1995, p. 712).

Las condiciones iniciales son determinadas en el instante en que el bloque se separa del macizo rocoso. Consideremos la figura 7.1.2 tal y como se muestra a continuación.

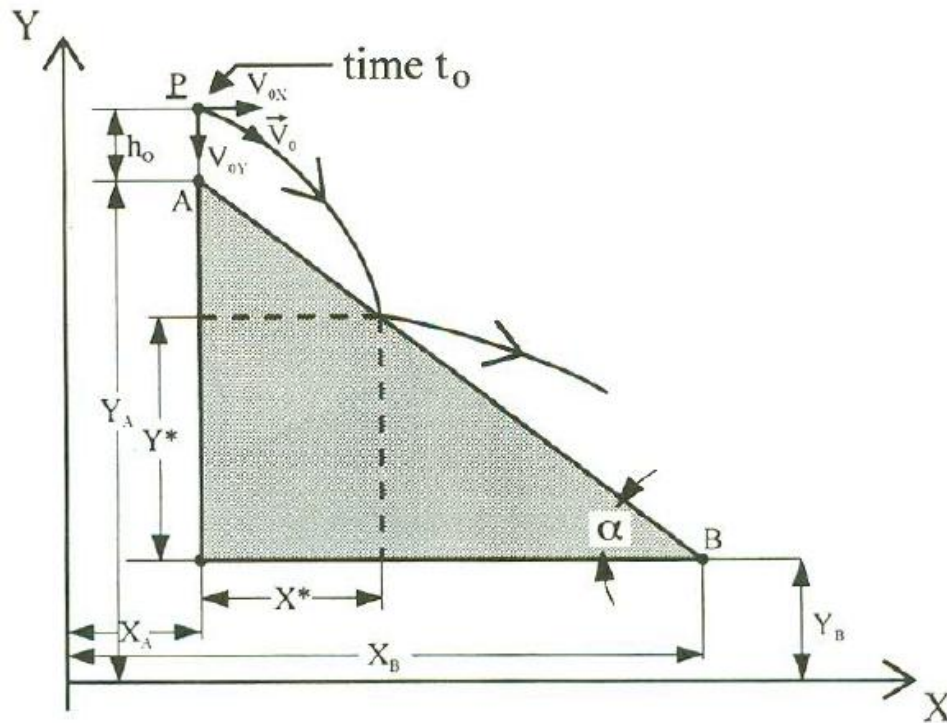


Figura 7.1.2 Definición del problema para la fase de caída libre en un sistema de referencia XY.
Tomada de Azzoni (et. al., 1995, p. 723).

Las componentes de la aceleración en función del tiempo para el sistema de referencia XY de la figura anterior son (Azzoni, et, al., 1995, p. 722):

$$\left\{ \begin{array}{l} a_x(t) = 0 \quad (7.1.1) \\ a_y(t) = -g \quad (7.1.2) \end{array} \right.$$

Las condiciones iniciales, denotando las componentes de la velocidad inicial $V(t_0)$ en el instante de tiempo t_0 son las siguientes (Azzoni, et, al., 1995, p. 722):

$$\left\{ \begin{array}{l} V_x(t_0) = V_{0x} \quad (7.1.3) \\ V_y(t_0) = V_{0y} \quad (7.1.4) \end{array} \right.$$

Y las coordenadas de la posición inicial del centro de masa en el instante t_0 estarán dadas por (Azzoni, et, al., 1995, p. 722):

$$\left\{ \begin{array}{l} X(t_0) = X_A \quad (7.1.5) \\ Y(t_0) = Y_A + h_0 \quad (7.1.6) \end{array} \right.$$

Integrando las expresiones 7.1.1 y 7.1.2 respecto al tiempo se tiene que (Azzoni, et, al., 1995, p. 722):

$$\begin{cases} X(t) = V_{0x}(t - t_0) + X_A & (7.1.7) \\ Y(t) = -\frac{1}{2}g(t - t_0)^2 + V_{0y}(t - t_0) + (Y_A + h_0) & (7.1.8) \end{cases}$$

Si se despeja $(t - t_0)$ de la expresión 7.1.7 y se sustituye en la 7.1.8 se obtiene lo siguiente (Azzoni, et, al., 1995, p. 723):

$$Y(t) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{V_{0x}^2} [X(t) - X_A]^2 + \frac{V_{0y}}{V_{0x}} [X(t) - X_A] + [Y_A + h_0] \quad (7.1.9)$$

La expresión anterior corresponde a la de una parábola, así, el impacto después de la fase de caída libre estará definido por la intersección de dicha parábola con la poligonal que representa el perfil del talud (figura 7.1.3).

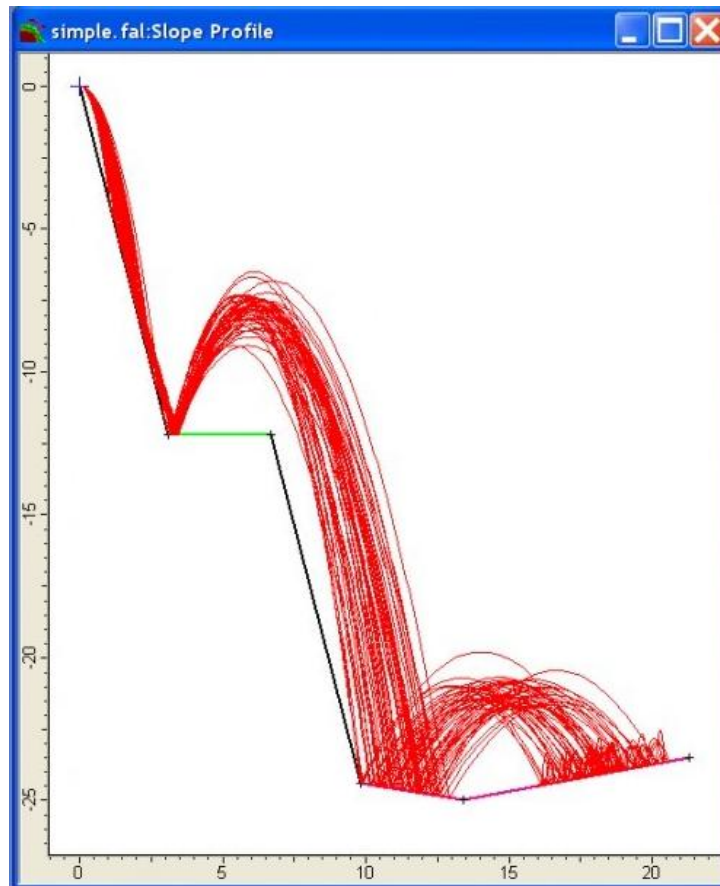


Figura 7.1.3 Representación de la trayectoria parabólica de un bloque de roca y su intersección con un talud evaluada con el software RocFall de Rocscience. Las diferentes líneas corresponden a diferentes trayectorias que un solo bloque de roca puede tomar.

Recuperado de: http://www.iengineeringgeologist.com/?page_id=34926

Por otra parte, analizar el movimiento cuando el bloque rueda y desliza es una tarea compleja, el comportamiento no lineal de los materiales, las irregularidades del bloque y del talud y el desarrollo de complejos momentos dificultan el modelado matemático, el cual está basado en la cinemática plana del cuerpo rígido.

El modelo matemático desarrollado por Azzoni simplifica todas las situaciones de complejidad variable por considerar el movimiento de deslizamiento en términos equivalentes al del movimiento circular o rodamiento. La simplificación es aceptable por considerar que el deslizamiento es un fenómeno básicamente limitado a las fases inicial y final de la caída (Azzoni, et, al., 1995, p. 713).

Consideremos la figura 7.1.4, la cual se muestra a continuación:

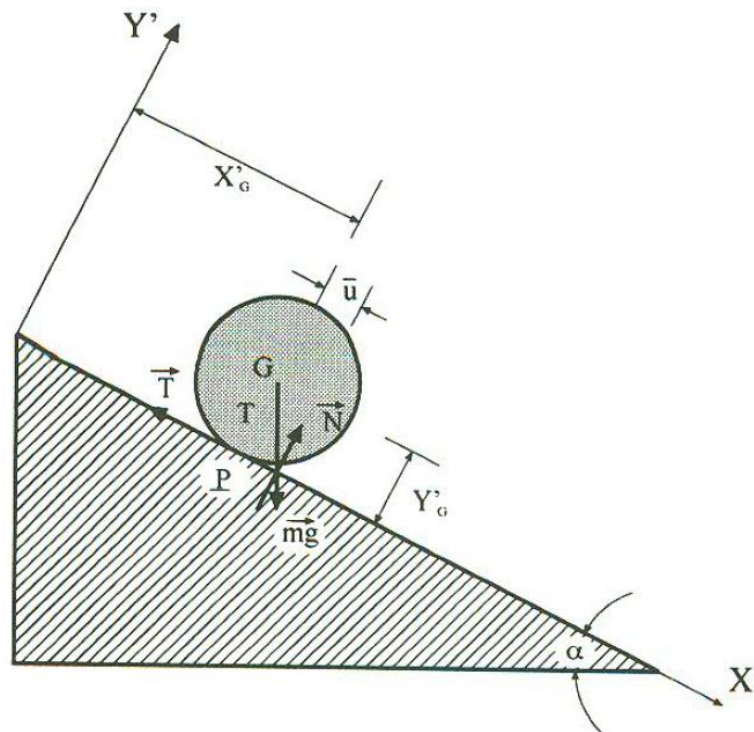


Figura 7.1.4 Definición del problema para la fase de rodamiento en un sistema de referencia $X'Y'$. Tomada de Azzoni (et. al., 1995, p. 724).

Las ecuaciones de equilibrio dinámico del cuerpo rígido considerado en la figura anterior son (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = N - mg \cos(\alpha) \quad (7.1.10). \text{ Que representa el equilibrio ortogonal a la superficie.} \\ m\ddot{X}_G = mg \sin(\alpha) - T \quad (7.1.11). \text{ Que representa el movimiento en dirección del eje } X'. \\ I \frac{d^2\theta}{dt^2} = TR - N\bar{u} \quad (7.1.12). \text{ Que representa la condición de momentos respecto al centro de masa } G. \end{array} \right.$$

Donde:

$\dot{X}_G = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ es la aceleración angular y es representada como la segunda derivada de la posición angular respecto al tiempo.

R es el radio de giro de la esfera considerada como bloque de roca.

\bar{u} es la distancia perpendicular de la normal en el punto de contacto al centro de masa G.

I es el momento de inercia.

T es la fuerza tangencial generada cuando el bloque impacta la superficie.

La expresión (7.1.11) puede ser expresada utilizando en función de la aceleración tangencial, dado que el movimiento se genera en dirección del eje X' , de modo que puede reescribirse como (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$I \frac{\dot{X}_G}{R} = TR - N\bar{u} \quad (7.1.13)$$

$$T = \frac{I}{R^2} \dot{X}_G + N \frac{\bar{u}}{R} \quad (7.1.14)$$

Si sustituimos el valor de la normal de la expresión (7.1.10) en la (7.1.14) entonces (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$T = \frac{I}{R^2} \dot{X}_G + mg \cos(\alpha) \frac{\bar{u}}{R} \quad (7.1.15)$$

Si sustituimos la expresión (7.1.15) en (7.1.11) se obtiene (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$\dot{X}_G = \frac{m}{m + \frac{I}{R^2}} \cdot g \left[\text{sen}(\alpha) - \cos(\alpha) \frac{\bar{u}}{R} \right] \quad (7.1.16)$$

Dado que esta expresión aplica para circunferencias, conviene crear una constante, la cual se definirá como A (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$A = \frac{m}{m + \frac{I}{R^2}} \quad (7.1.17)$$

Por otra parte, cuando el bloque de roca entra en movimiento se genera una fricción entre éste y el talud la cual tiene que ser asistida en función del coeficiente de fricción del rodamiento, μ_r , el cual es calculado como (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$\mu_r = \frac{\bar{u}}{R} = \tan(\phi_d) \quad (7.1.18)$$

Donde ϕ_d es el ángulo de fricción entre el bloque de roca y el talud.

De este modo se puede reescribir la expresión (7.1.16) como (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$\ddot{X}_G = Ag \cos(\alpha) [\tan(\alpha) - \tan(\phi_d)] \quad (7.1.19)$$

Si integramos dicha expresión para obtener la velocidad del cuerpo en el tiempo, resultará que (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$\dot{X}_G(t) = Ag \cos(\alpha) [\tan(\alpha) - \tan(\phi_d)] t + \dot{X}_G(t_0) \quad (7.1.20)$$

Si integramos nuevamente la expresión (7.1.20) para obtener la posición en el tiempo se tendrá que (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$X_G(t) = \frac{1}{2} Ag \cos(\alpha) [\tan(\alpha) - \tan(\phi_d)] t^2 + \dot{X}_G(t_0) t + X_G(t_0) \quad (7.1.21)$$

Esta ecuación es la que describe el movimiento en cualquier situación para la evaluación del movimiento y está condicionada a tres situaciones que pueden ser posibles dependiendo de los valores de la aceleración y los ángulos α y ϕ_d (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$\dot{X}_G = 0$ cuando $\tan(\phi_d) = \tan(\alpha) \rightarrow$ Rodamiento uniforme con velocidad constante.

$\dot{X}_G < 0$ cuando $\tan(\phi_d) > \tan(\alpha) \rightarrow$ Rodamiento uniformemente desacelerado.

$\dot{X}_G > 0$ cuando $\tan(\phi_d) < \tan(\alpha) \rightarrow$ Rodamiento uniformemente acelerado.

En caso de contar con todos los valores de tiempo. Masa y posición, es posible obtener los parámetros de fricción entre el bloque y el talud, un procedimiento simple es el siguiente; si obtenemos el tiempo t de la expresión (7.1.20) se obtiene (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$t = \frac{\dot{X}_G(t) - \dot{X}_G(t_0)}{Ag \cos(\alpha) [\tan(\alpha) - \tan(\phi_d)]} \quad (7.1.22)$$

Sustituyendo la expresión (7.1.22) en (7.1.21) se obtiene (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$\dot{X}_G = \sqrt{2Ag \cos(\alpha) [\tan(\alpha) - \tan(\phi_d)] \cdot [X_G(t) - X_G(t_0)] + \dot{X}_G^2(t_0)} \quad (7.1.23)$$

De la expresión (7.1.23) el coeficiente de fricción por rodamiento puede ser estimado como (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$\mu_r = \tan(\phi_d) = \tan(\alpha) - \frac{\dot{X}_G^2(t) - \dot{X}_G^2(t_0)}{2Ag \cos(\alpha) \cdot [X_G(t) - X_G(t_0)]} \quad (7.1.24)$$

Con este desarrollo matemático, se puede observar la simpleza en la que se basa la revisión analítica de la caída de bloques, en adelante veremos ciertas variables que permitirán brindar más precisión a estos cálculos.

7.2 Coeficientes de restitución y ángulos de rebote.

En la mecánica clásica los choques o colisiones entre masas pueden ser evaluados en función de su energía cinética y de su cantidad de movimiento. Estas características nos permiten calcular un *coeficiente de restitución*, el cual fue definido inicialmente en la mecánica del cuerpo rígido por Newton en 1686 para cuantificar la pérdida de energía durante una colisión y que después fue adaptado a la mecánica de rocas para calcular la velocidad del rebote de una caída de rocas (Peng, 2000, p. 15). Los coeficientes de restitución son tratados generalmente en dirección de la velocidad normal y tangencial. Cabe resaltar que la formulación matemática depende del comportamiento del material a evaluar, dado que los bloques de rocas se consideran rígidos es correcto evaluar el coeficiente de restitución asumiendo un comportamiento elástico (o parcialmente inelástico) de dichos bloques.

La definición original de Newton, la cual es conocida como *definición cinemática del coeficiente de restitución*, es expresada como la relación negativa de la velocidad normal relativa después del choque y la velocidad normal relativa antes del choque. Sin embargo Brach (1997, citado por Peng, 2000, p. 17) demostró que el enfoque de Newton puede ser energicamente consistente con rebotes adecuados en el coeficiente de fricción, que es expresado como la relación del impulso tangencial y normal. En 1817 Poisson definió formalmente el *coeficiente de restitución cinético* como la relación de los impulsos normales en el período de restitución (período en el cual el cuerpo rígido regresa a su forma original) y los impulsos normales en el período de compresión (período en el cual el cuerpo rígido sufre una deformación) (Peng, 2000, p.17).

Por otra parte Strong (1990, citado por Peng, 2000, p. 18) define lo que se conoce como *coeficiente de restitución energético* como la raíz cuadrada de la relación entre el trabajo hecho por el impulso normal que representa el “regreso” de la energía de deformación asociada a la energía cinética durante la etapa de restitución y el trabajo hecho por el impulso normal, que representa la transformación de la energía cinética para las formas asociadas con la deformación en la etapa de compresión.

Cuando un bloque de roca se desprende del macizo rocoso e impacta con la superficie de éste, la primera consecuencia es traducida en una pérdida de energía del bloque. Para modelar la fase de impacto es necesario tener en cuenta que las fuerzas internas de reacción entre dos cuerpos en colisión son más grandes que las fuerzas externas activas; la determinación de esas fuerzas es muy difícil de calcular, sin embargo, para propósitos ingenieriles el fenómeno puede ser analizado satisfactoriamente asumiendo el principio de conservación del momento angular y lineal (Azzoni, et, al., 1995, p. 712).

Si asumimos que el bloque de roca se comporta de forma parcialmente elástica es posible simplificar el modelo considerando las siguientes suposiciones (Azzoni, et, al., 1995, p. 712):

- 1) El bloque en el punto de impacto tiene una forma elipsoidal.
- 2) El contacto entre el bloque y el macizo rocoso ocurre en un área infinitesimal la cual puede ser considerada como un punto al cual denominaremos P .
- 3) Después del impacto, la rotación del bloque de roca toma lugar alrededor de este punto.

Dichas suposiciones sugieren que las fuerzas internas predominan sobre las externas y que estas fuerzas actúan en el punto P , de este modo los momentos de todas las fuerzas que pasen por dicho punto serán igual a cero, por lo tanto es posible considerar que el momento angular generado en P es conservado durante el impacto (Azzoni, et, al., 1995, p. 712).

Consideremos la figura 7.2.1 que se muestra a continuación:

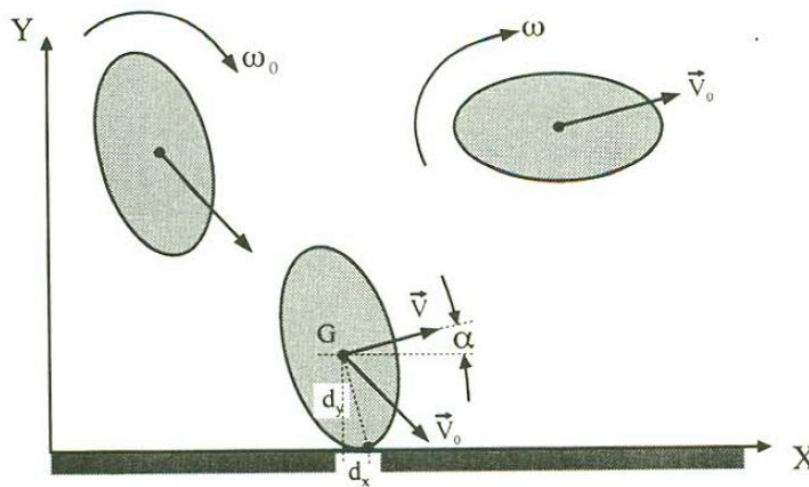


Figura 7.2.1 Configuración del bloque antes y después del impacto. Tomada de Azzoni (et, al., 1995, p. 723)

Aplicando el principio de la conservación del momento angular sobre un intervalo de tiempo infinitesimal antes y después del impacto se tiene que (Azzoni, et, al., 1995, p. 723):

$$I \cdot \omega_0 + V_{0x} \cdot dy - V_{0y} \cdot dx = I \cdot \omega + V_x \cdot dy - V_y \cdot dx \quad (7.2.1)$$

Donde:

I es el momento de inercia del bloque alrededor de su centro de masa.

ω_0, ω son las velocidades antes y después del impacto, respectivamente.

V_{0x}, V_x son las componentes de la velocidad en x antes y después del impacto, respectivamente.

V_{0y}, V_y son las componentes de la velocidad en y antes y después del impacto, respectivamente.

$d_y = Y_G - Y_P$ y $d_x = X_G - X_P$.

Si asumimos que un movimiento rotacional alrededor del punto de contacto P se suscita después del impacto (figura 7.2.1), entonces la velocidad del centro de masa puede ser calculada como (Azzoni, et, al., 1995, p. 723):

$$\mathbf{V} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{PG} \quad (7.2.2)$$

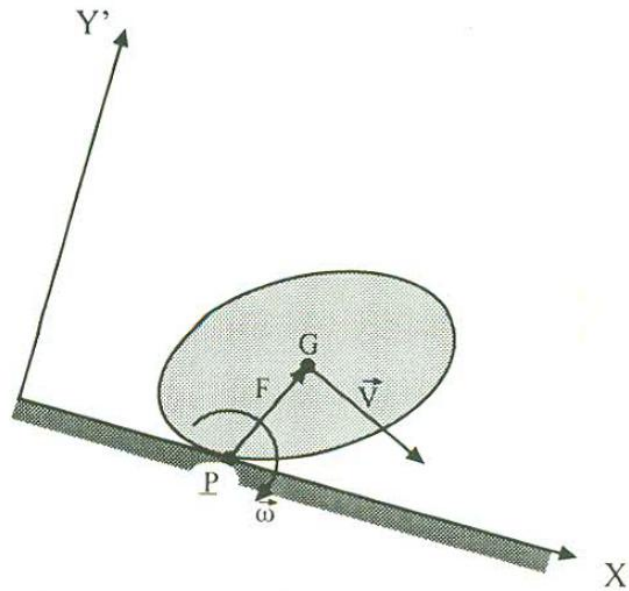


Figura 7.2.2 Suposiciones del bloque en el momento del impacto. Tomada de Azzoni (et. al., 1995, p. 712)

Donde:

$$\boldsymbol{\omega} = 0 \cdot \hat{i} + 0 \cdot \hat{j} - \omega_z \cdot \hat{k} \quad (7.2.3)$$

$$\mathbf{PG} = (X_G - X_P) \cdot \hat{i} + (Y_G - Y_P) \cdot \hat{j} \quad (7.2.4)$$

Si efectuamos el producto vectorial de las dos expresiones anteriores se tiene que (Azzoni, et, al., 1995, p. 723):

$$\mathbf{V} = \omega_z (Y_G - Y_P) \cdot \hat{i} - \omega_z (X_G - X_P) \cdot \hat{j} + 0 \cdot \hat{k} \quad (7.2.5)$$

Por lo tanto se tiene que (Azzoni, et, al., 1995, p. 723):

$$V_x = \omega_z \cdot d_y \quad (7.2.6)$$

$$V_y = -\omega_z \cdot d_x \quad (7.2.7)$$

Asumiendo que $\omega = \omega_z$ (Azzoni, et, al., 1995, p. 723):

$$V = \omega \cdot d_y \cdot \hat{i} - \omega \cdot d_x \cdot \hat{j} = V_x \cdot \hat{i} + V_y \cdot \hat{j} \quad (7.2.8)$$

Dado que Y_G es siempre mayor que Y_P , entonces V_x será mayor que cero. Por otro lado, d_x puede ser menor, igual o mayor que cero, dependiendo de la posición del centro de masa con respecto al punto de contacto P (figura 7.2.3) por lo que existen tres posibles escenarios a considerar (Azzoni, et, al., 1995, p. 723):

- 1) $X_G > X_P \Rightarrow d_x > 0 \Rightarrow V_y < 0$ [figura 7.2.3 a)]
- 2) $X_G = X_P \Rightarrow d_x = 0 \Rightarrow V_y = 0$ [figura 7.2.3 b)]
- 3) $X_G < X_P \Rightarrow d_x < 0 \Rightarrow V_y > 0$ [figura 7.2.3 c)]

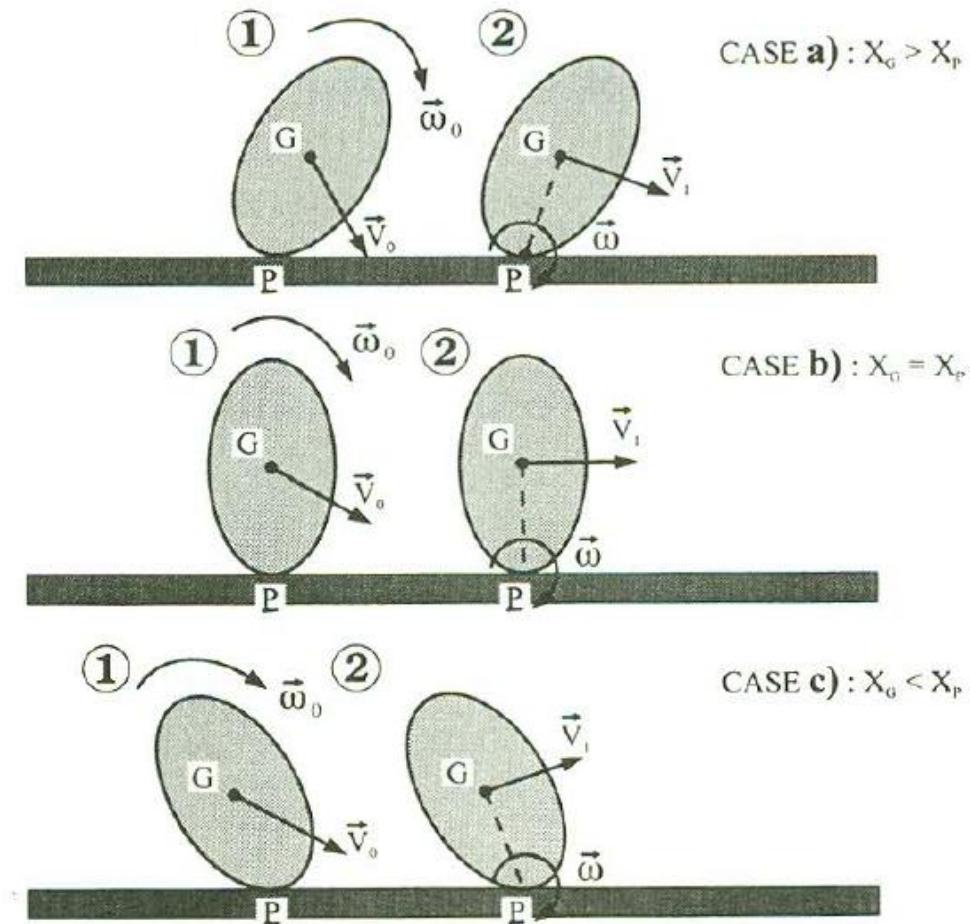


Figura 7.2.3 Diferentes posibilidades en el momento del impacto. Tomada de Azzoni (et. al., 1995, p. 723)

Si la velocidad en la componente y es menor o igual a cero entonces el rebote no puede ocurrir, debido a esto se introduce a continuación la posibilidad de un segundo impacto. Para dicha condición se asume que el bloque tiene una posición simétrica con respecto a la anterior, esto se traduce en un cambio positivo para la componente de la velocidad en y (Azzoni, et, al., 1995, p. 723).

Si sustituimos las expresiones (7.2.6) y (7.2.7) en (7.2.1) se obtiene la aceleración angular final como (Azzoni, et, al., 1995, p. 723):

$$\omega = \frac{I \cdot \omega_0 + V_{0x} \cdot d_y - V_{0y} \cdot d_x}{I + d_x^2 + d_y^2} \quad (7.2.9)$$

Por otro lado, la energía cinética para el bloque de roca después del impacto puede ser calculada con la siguiente expresión (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$E_k = \frac{1}{2} (I \cdot \omega^2 + V_x^2 + V_y^2) = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 (I + d_x^2 + d_y^2) = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 (I + r^2) \quad (7.2.10)$$

Donde:

K es la energía cinética y r el radio del eje giro a la periferia del bloque de roca.

De esta manera es posible evaluar un coeficiente de restitución en función de la energía cinética de los bloques de roca mediante la siguiente expresión (Azzoni, et, al., 1995, p. 724):

$$\varepsilon^* = \frac{E_k}{E_{k0}} = \frac{Q_0^2}{2K_0(I + R^2)} = \frac{\omega^2}{2K_0} (I + R^2) = \frac{w \cdot Q_0}{2K_0}; 0 \leq \varepsilon^* \leq 1 \quad (7.2.11)$$

Donde:

ε^* es el coeficiente de restitución.

$$Q_0 = I \cdot \omega_0 + V_{0x} \cdot d_y - V_{0y} \cdot d_x$$

$$r^2 = d_x^2 + d_y^2$$

E_{k0} es la energía cinética total antes del impacto.

El coeficiente de restitución forma parte importante de un gran número de modelos matemáticos que analizan la caída de rocas ya que representa el rebote de los bloques de roca de manera simplificada. Volkwein (et al., 2011, p. 2627) considera un coeficiente de restitución R_V en función de la velocidad final e inicial de los bloques de roca y un coeficiente R_E en términos de la energía cinética final e inicial de éstos.

$$R_V = \frac{V^+}{V^-} \quad (7.2.12)$$

$$R_E = \frac{(1/2) \left[I(\omega^+)^2 + m(V^+)^2 \right]}{(1/2) \left[I(\omega^-)^2 + m(V^-)^2 \right]} \quad (7.2.13)$$

Generalmente la definición del rebote más común envuelve la diferenciación de dos coeficientes de restitución, uno definido como la relación de las velocidades tangenciales final e inicial, llamado coeficiente de restitución tangencial R_t y otro definido como la relación de las velocidades normales final e inicial, llamado coeficiente de restitución normal R_n (Volkwein et al., 2011, p. 2628). Dichos coeficientes caracterizan el decremento en la componente de velocidad tanto tangencial como normal y son definidos como (Pavlos & Tsiambaos, 2015, p. 3):

$$R_t = \frac{V_{t,r}}{V_{t,i}} \quad (7.2.14)$$

$$R_n = -\frac{V_{n,r}}{V_{n,i}} \quad (7.2.15)$$

Donde:

R_t y R_n son los coeficientes de restitución tangencial y normal, respectivamente.

$V_{t,r}$ es la velocidad tangencial resultante del impacto a un ángulo de rebote r de la superficie del macizo rocoso.

$V_{t,i}$ es la velocidad tangencial inicial a un ángulo de impacto i de la superficie macizo rocoso.

$V_{n,r}$ es la velocidad normal resultante del impacto a un ángulo de rebote r de la superficie macizo rocoso.

$V_{n,i}$ es la velocidad normal inicial a un ángulo de impacto i de la superficie macizo rocoso.

Lo anterior se ilustra en la figura 7.2.4 que se muestra a continuación:

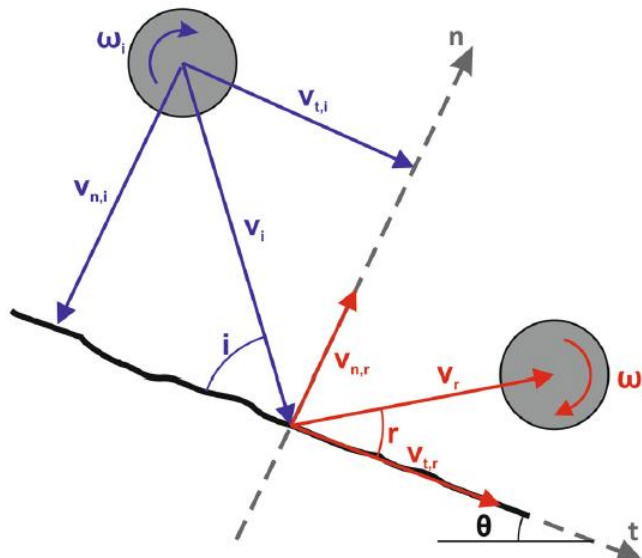


Figura 7.2.4 Representación esquemática de las velocidades de un bloque de roca antes y después de la colisión. Tomada de Pavlos & Tsiambaos (2015, p. 3)

Como se especificó en la expresión (7.2.11) y de acuerdo con la mecánica Newtoniana, específicamente con el principio de conservación de la cantidad de movimiento, el coeficiente de restitución estará siempre acotado entre 0 y 1. Si el coeficiente de restitución fuera igual a 1 significaría que la colisión tiene un comportamiento totalmente elástico, es decir, las velocidades antes y después de la colisión serán exactamente iguales (condición que jamás ocurre en la naturaleza), por lo que los coeficientes de restitución dan una medida de la elasticidad del choque o también, una medida de la energía.

Por otro lado, los coeficientes de restitución son usados también para evaluar la trayectoria del bloque y su ángulo de rebote, si las velocidades tangenciales y normales, finales e iniciales son conocidas o calculadas, entonces se puede determinar el ángulo r (figura 7.2.4) al cual el bloque de roca rebotará con respecto de la superficie del macizo rocoso, así para cada punto a lo largo de la superficie por donde se desplazará e impactará dicho bloque. De este modo, el ángulo r de rebote quedará definido como:

$$r = \arctan\left(\frac{V_{n,r}}{V_{t,r}}\right) = \text{angsen}\left(\frac{V_{n,r}}{V_r}\right) = \text{ang}\cos\left(\frac{V_{t,r}}{V_r}\right) \quad (7.2.16)$$

Como ya se mencionó, las formulaciones matemáticas están basadas en suposiciones que simplifican de gran manera los análisis bidimensionales, sin embargo, evaluar la trayectoria y el ángulo del rebote es una de las partes más complejas y está influenciada por los parámetros de la tabla 7.2.1. Dichos parámetros generan una respuesta más compleja que las formuladas hasta ahora por lo que el entendimiento del fenómeno realmente es limitado (Pavlos & Tsiambaos, 2015, p. 2).

Slope characteristics	Block characteristics	Kinematics
Strength	Strength	Translational velocity
Stiffness	Stiffness	Rotational velocity
Roughness	Weight—size	Collision angle
Inclination	Shape	Configuration of block at impact

Tabla 7.2.1 Parámetros que influyen en la trayectoria del rebote. Tomada de Pavlos & Tsiambaos (2015, p.

Como Pavlos y Tsiambaos señalan, la trayectoria de los rebotes de los bloques de roca está altamente influenciada por la forma, peso de éstos, así como por las características del macizo rocoso y su topografía donde impactan. En el siguiente capítulo se explicará de forma detallada la influencia de la forma de los bloques de roca en su trayectoria.

7.3 Importancia de la forma de bloque e implicaciones de su dirección de rotación.

Los modelos matemáticos que consideran la caída de rocas son análisis cinemáticos y dinámicos bajo condiciones idealizadas, sin embargo dicho fenómeno no sugiere tal facilidad para ser evaluado. Factores como la topografía, la inclinación del macizo rocoso, la rugosidad, el tipo de material y especialmente la forma del bloque tienen gran implicación sobre la trayectoria del bloque después del impacto.

En la actualidad el parámetro gobernante usado para definir el impacto del bloque de roca es el coeficiente de restitución normal R_n , este parámetro define el cambio fraccional en la velocidad de la partícula durante el impacto en dirección normal al macizo rocoso (Vijayakumar, et. al., 2012, p. 1).

Los análisis bidimensionales para la fase de impacto tienen una omisión importante, no toman en cuenta un cambio en la velocidad del centro de masa debido a la consideración de tratar dicho centro de manera puntual, que independientemente del punto de apoyo donde impacte del bloque de roca, no tendrá implicación en la trayectoria y velocidad del rebote, o lo que es lo mismo, por considerar una forma circular para el bloque de roca. Esto implica que el movimiento que experimentarán los bloques de roca no es un movimiento circular.

Cuando se considera el cambio en la velocidad del centro de masa en el instante de la colisión se observa que la velocidad inicial es menor que la velocidad final. Tal condición sugeriría que el coeficiente de restitución R_n es mayor a 1, lo cual es teóricamente incorrecto a menos que se considere la forma del bloque, lo que además implicaría que dicho bloque ha ganado energía cinética traslacional desde el talud (Vijayakumar, et. al., 2012, p. 1). Lo anterior lleva al concepto de coeficiente de restitución aparente, $*R_n$, el cual está en función del coeficiente de restitución normal.

Deducir un coeficiente de restitución aparente, $*R_n$, implica asumir una forma elíptica para los bloques de roca e involucra determinar la relación de las velocidad final o saliente y la inicial o entrante en un punto de contacto entre la elipse y el talud o macizo rocoso.

La geometría, cinemática y fuerza impulsiva relacionada al impacto de una elipse con un plano horizontal se ilustra en la figura 7.3.1. Los subíndices 1 y 2 indican el antes (inicio) y después (final) del impacto, respectivamente, V indica la velocidad, ω la velocidad angular, a es el semieje mayor, b el semieje menor; θ indica el ángulo de impacto medido del eje mayor de la elipse al punto de contacto C , a partir de su centro, y ϕ , el ángulo medido entre el talud y el eje mayor de dicha elipse.

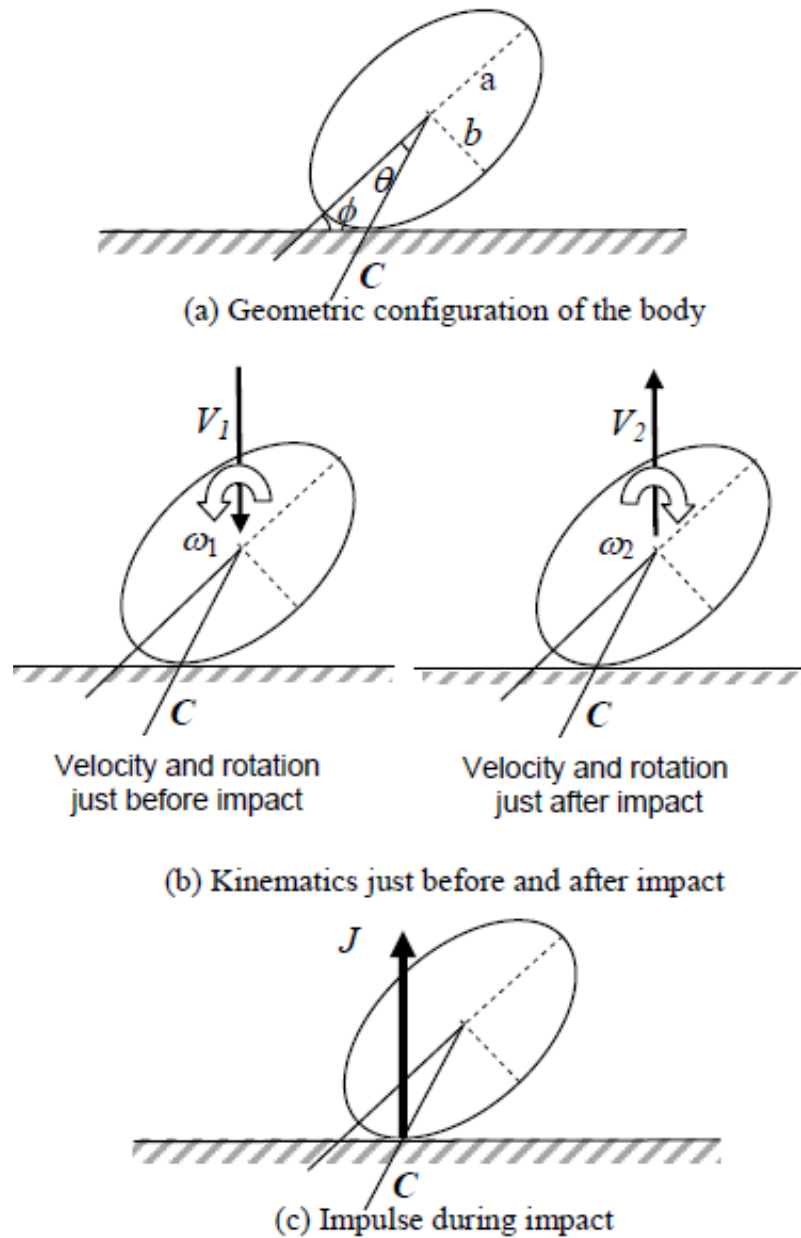


Figura 7.3.1 Representación del impacto de un bloque *elipsoidal*.

J representa una constante la cual es calculada como:

$$m(V_2 + V_1)$$

Modificada y tomada de Vijayakumar (et. al., 2012, p. 3)

De acuerdo a Vijayakumar (et. al., 2012, p. 3) el coeficiente de restitución normal puede ser calculado con la siguiente expresión:

$$R_n^* = \frac{V_2}{V_1} = \frac{[R_n I - mr^2 \cdot \cos^2(\theta + \phi)]}{[I + mr^2 \cdot \cos^2(\theta + \phi)]} = \frac{[I r \cos(\theta + \phi)(1 + R_n)](\omega_1 / V_1)}{[I + mr^2 \cdot \cos^2(\theta + \phi)]} \quad (7.3.1)$$

Donde:

$$\phi = \arctan\left(\frac{-y_1}{-x_1}\right); x \text{ son las coordenadas en dirección horizontal mientras que en } y \text{ se consideran}$$

las elevaciones.

R_n es el coeficiente de restitución normal.

I es el momento de inercia.

$$\theta = \arctan\left(-\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1}\right)$$

r es la distancia del centro de gravedad al punto de contacto en el impacto.

m es la masa del bloque.

El coeficiente de restitución normal aparente propuesto por Vijayakumar permite evaluar una forma elipsoidal del bloque de roca, en función del coeficiente de restitución normal, esto permite disminuir la incertidumbre del modelado bidimensional para el fenómeno de la caída de rocas, sin embargo, a pesar de considerar una forma del bloque diferente a la circular, los análisis matemáticos aquí formulados siguen estando apartados de la realidad. Tal condición ha llevado a los ingenieros a usar el método del elemento discreto el cual permite reducir considerablemente la incertidumbre, como se verá más adelante, en el capítulo 8.

7.4 Medidas de mitigación y energía mínima de impacto.

Es importante conocer la energía con la que los bloques de roca impactarán, ya que las medidas de mitigación están en función de ésta, de su fiabilidad y de su costo. En el capítulo anterior se ha hecho hincapié en la importancia de los coeficientes de restitución, que pueden ser evaluados como una relación de velocidades o como una relación de energías cinéticas.

Estimar la energía del impacto de un bloque de roca y en general de cualquier colisión forma parte de la mecánica Newtoniana. Se sabe que la energía cinética de cualquier cuerpo en movimiento depende de su masa y de la velocidad ($E_k=1/2*mv^2$), sin embargo también es de interés conocer la transmisión que ésta tendrá para con cualquier estructura. Dicha transmisión de energía puede ser calculada de acuerdo con el Departamento de Energía de Estados Unidos para misiles de impacto en estructuras (Doe, 2006. Citado por Mavrouli & Coromias, 2010, p. 171) con la siguiente expresión:

$$E_{k_{imp}} = \left(\frac{1}{2}mv^2\right) \left(\frac{4m/M}{(1+m/M)^2}\right) \text{ para } m/M < 1 \quad (7.4.1)$$

Donde $E_{k_{imp}}$ es la energía del bloque de roca en el momento del impacto y M es la masa de la estructura impactada.

Por otro lado, Wei (et. al., 2014, p. 125) calcula la energía de impacto como una función de la densidad del bloque de roca, d , del espaciamiento, s , y la velocidad máxima, V_{mas} , que éste puede alcanzar, como se muestra a continuación:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ds^3V_{mas}^2 \quad (7.4.2)$$

Dado que las medidas de mitigación tienen la función de atenuar y/o contener los bloques de roca, es indispensable contar con expresiones que nos permitan estimar la energía cinética en el instante de su colisión con las estructuras. Dichas formulaciones nos dan la posibilidad, también, de realizar análisis de sensibilidad, lo que permite una visión más realista del fenómeno y una toma de decisiones efectiva.

Las medidas para mitigar los riesgos y efectos de la caída de rocas son las barreras, éstas absorben la energía de los bloques de roca, bloquean su trayectoria y los detienen antes de llegar a la carretera. Las barreras pueden ser de diversos tipos, están las *barreras de tierra*, las *barreras de concreto* y los *muros estructurales* (Richard, et. al., 2011, p. 89).

Las barreras de tierra tienen la función de desarrollar un frente escalonado en la cara del talud, éstas disipan de manera considerable la energía cinética de los bloques de roca debido a su gran masa y a las pobres características de su superficie (Richard, et. al., 2011, p. 89), es decir, ya que las barreras de tierra no son sólidas, como un muro de concreto, por ejemplo, éstas funcionarán también como un atenuador que dirigirán los bloques de roca hacia un área de captación, las cuales pueden ser bermas o muros hechos de tierra estabilizada mecánicamente (figura 7.4.1).



Figura 7.4.1. Áreas de captación hechas de tierra estabilizada mecánicamente. Izquierda: berma a la orilla de una carretera. Tomada de Richard (et. al., 2011, p. 90)

Derecha: muros en una ladera. Recuperado de: <http://www.maccaferri.com/id/en/>

Por otro lado, las barreras de concreto o comúnmente conocidas como barreras Jersey son diseñadas para bloquear impactos de bloques de roca con poca energía y son colocadas generalmente a la orilla de la carretera (Richard, et. al., 2011, p. 91). Si la energía de los bloques de roca es mayor que la soportada por las barreras de concreto, entonces pueden instalarse otras barreras denominadas flexibles o una combinación de ambas. Las barreras flexibles tienen la función de absorber la energía cinética de los bloques de roca a través de la deformación de su cara y usualmente están soportadas a una serie de postes de acero anclados con *grout* a los cimientos (Richard, et. al., 2011, p. 92).



Figura 7.4.2. Combinación entre barreras de concreto y flexibles. Recuperado de: <http://forcesofchange.gfnnet.com/2015/SpringSummer/Rockfall.htm>

Además de las medidas de mitigación de captación que se mencionaron anteriormente, otra muy comúnmente usada en carreteras y autopistas son las cunetas (*ditches*). La función de las cunetas es cambiar la trayectoria, de uno o más bloques de roca al momento de su impacto con éstas. Para lograr dicho objetivo las cunetas son diseñadas contrarias a la dirección del echado del talud (figura 7.4.3).



Figura 7.4.3. Cuneta en una carretera. Recuperado de: <http://www.skateboardracing.org.au/forum/topics/ditches-in-the-sunshine-state>

Existen, además, los llamados túneles falsos o *shed tunnels*. Estos son diseñados en áreas donde el fenómeno de la caída de rocas está presente y donde reforzar el macizo rocoso tiene un costo muy elevado o simplemente no es factible. Dichos túneles son construidos con una capa de un determinado material cuyo fin es absorber la energía del bloque en el momento del impacto (Wyllie & Mah, 2004, p. 318). Las estructuras de estos pueden ser construidas con concreto reforzado o acero.

Las características principales que se deben considerar para el diseño y la implementación de esta medida de mitigación son el peso y la capacidad de absorción energética del material (amortiguador) que constituya la capa que cubrirá el túnel. El amortiguador debe, idealmente, absorber energía por compresión y dispersar la energía en el punto de impacto, por lo tanto debe permanecer intacto después del impacto por lo que no necesitará ser remplazado en un futuro. La efectividad del material puede ser expresada como la diferencia entre la fuerza de impacto generada por el peso del bloque de roca y la fuerza transmitida que es absorbida por la estructura (figura 7.4.4) (Wyllie & Mah, 2004, p. 319).

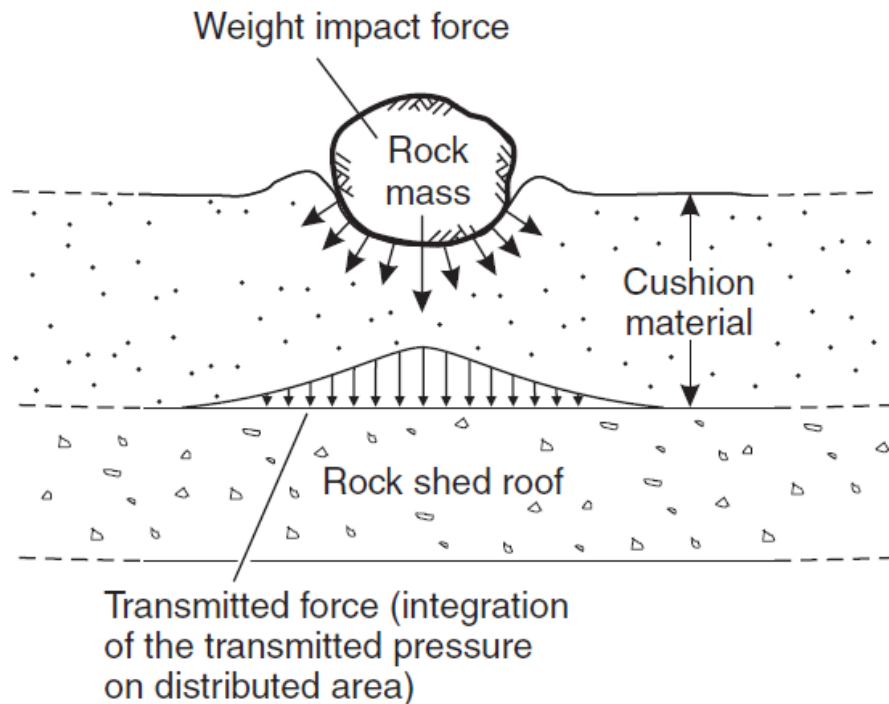


Figura 7.4.4. Definición de la fuerza de impacto generada por el peso y la fuerza transmitida al amortiguador. Tomada de Wyllie & Mah (2004, p. 319).



Figura 7.4.5. Túnel falso como medida de mitigación contra la caída de rocas. Recuperado de:
<http://www.geosistema.it/en/?id=296&cateid=16>

8 Enfoque numérico.

La tendencia que ha caracterizado al ser humano durante el transcurso de la evolución y que marca una gran diferencia respecto a las demás especies que habitan este planeta, es la capacidad de pensamiento y racionalización cognitiva. Estas características han permitido el desarrollo de la ciencia y la ingeniería, basándose en un lenguaje abstracto cuyas estructuras lógicas proporcionan información sobre el ambiente donde habita identificando las variables que definen la forma que tendrá éste analizándolo cuantitativamente a través de las *matemáticas*.

Los análisis presentados hasta ahora han sido modelos matemáticos que tratan de simular la respuesta de un sistema ante perturbaciones que en él se ejercen sin considerar los fenómenos internos que se desarrollan en el dominio. Para poder analizar la respuesta de los materiales que incluya tanto el comportamiento externo como interno, la geotecnia utiliza la mecánica de medios continuos o discretos para recrear o *modelar* un evento lo más próximo a la realidad mediante la obtención *cuantitativa* de parámetros específicos.

Lo anterior quiere decir que para tener argumentos sólidos acerca del comportamiento de cualquier sistema, es necesario hacer mediciones; Lord Kelvin expresó hace tiempo: “*cuando tú puedes medir acerca de eso que estás hablando y expresarlo en números, entonces tú sabes algo acerca de eso*” (Smith, 2000, p. 11).

El *modelado numérico* puede entenderse como la representación de nuestro entendimiento en forma matemática para un sistema físico real. El fin del modelado es proporcionar información específica y detallada de la respuesta de un medio ante las perturbaciones brindando la capacidad de hacer predicciones con base en su formulación y los parámetros considerados.

Regalado (et. al., 2008, p. 9) define un modelo matemático como *“la representación abstracta de algún aspecto de la realidad. Su estructura está conformada por dos partes, la primera son todos aquellos aspectos que caracterizan la realidad modelizada y la segunda no son más que las relaciones existentes entre los elementos antes mencionados”*.

Dado que los modelos están basados en la lógica matemática es necesaria una adecuación del cálculo del sistema que se esté evaluando. Sistemas diferentes se comportan de manera diferente, realizar un modelo matemático implica saber exactamente qué propiedades del medio que estemos evaluando nos interesa medir, la complejidad de un modelo está, primeramente, en función del comportamiento del sistema y después en función de lo que el usuario quiera conocer de él. Realizar modelos complejos integrando parámetros que no son de interés o que no influyen directamente en el comportamiento del sistema puede provocar errores o diseños sobrados.

Hawking y Mlodinow (2010, p. 60) señalan que un modelo es satisfactorio si:

- 1) Es simple,
- 2) Contiene pocos elementos arbitrarios o ajustables,
- 3) Concuerda con las observaciones existentes y proporciona una explicación de ellas y
- 4) Realiza predicciones detalladas sobre observaciones futuras que permitirán refutar o falsar el modelo si no son confirmadas.

La importancia de los modelos numéricos radica, de acuerdo con Regalado (et. al., 2008, p. 10):

- Proporcionan relaciones que no son evidentes a simple vista,
- Observar las relaciones entre propiedades y características ocultas por suposiciones,
- En situaciones donde no es posible interactuar con la realidad, éstos ofrecen un marco teórico para evaluar la toma de decisiones así como sus consecuencias.

Generalmente todos los modelos de análisis derivan de ecuaciones diferenciales (ya sean ordinarias o parciales) las cuales se pueden resolver por métodos analíticos y/o numéricos, estos últimos son requeridos debido a que muchos de los problemas son prácticamente imposibles de resolver de manera analítica (Regalado, et. al., 2008, p. 10), dada la naturaleza de solución de las ecuaciones diferenciales.

Así, la finalidad de los métodos numéricos consiste en aproximar soluciones a sistemas de ecuaciones diferenciales (parciales u ordinarias) las cuales satisfagan una relación dada entre varios de sus derivados en alguna región dada del espacio y/o en el tiempo a lo largo de los límites del dominio y con condiciones que definan dicho límite (LeVeque, 2006, p. 3).

Dentro de los métodos numéricos, primeramente se encuentran los *métodos límite* en los cuáles una excavación es dividida en elementos y el interior del macizo rocoso es representado matemáticamente como un continuo. Los métodos de frontera se dividen, a su vez, en métodos continuos y discontinuos (Scheldt, 2002, p.6). Los primeros son evaluados de manera directa o

indirecta mientras que los segundos son evaluados en función del desplazamiento de las discontinuidades.

Siguiendo a los anteriores se ubican los métodos denominados de *dominio*, en los cuales el interior del macizo rocoso es dividido en elementos geoméricamente simples, cada uno con determinadas propiedades asignadas. Estos métodos, como los anteriores, se dividen en continuos y discontinuos.

Los métodos continuos pueden ser evaluados con el método del *elemento finito* o con el de *diferencias finitas*. Los métodos discontinuos son evaluados con el método de los *elementos discretos o distintos* (Scheldt, 2002, p.6). Es importante puntualizar las diferencias entre los métodos límite y los de dominio.

8.1 Características de los métodos numéricos.

Los **métodos límite** tienen la característica de trabajar con materiales cuyo comportamiento es elástico, operan con un número limitado de materiales, su análisis es cuasi-estático y los problemas bidimensionales son resueltos de manera rápida mientras que los problemas que requieren un análisis tridimensional son cuantiosos debido a las matrices generadas (Scheldt, 2002, p.14).

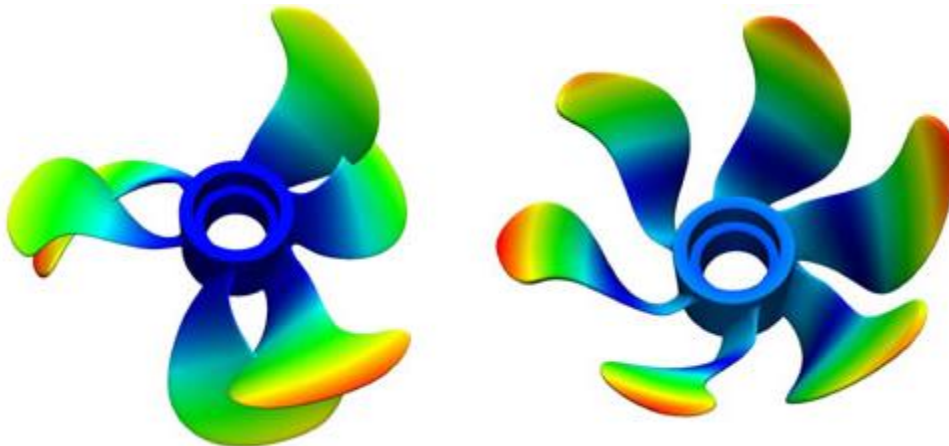


Figura 8.1.1 Análisis de vibración libre de una hélice propulsora modelada con el método límite, específicamente con el método límite inmerso. La estructura está inmersa en una caja con los elementos alineados en dirección de un eje. Recuperado de:

<http://www.tc.umn.edu/~dominik/sampling-of-research-activi.html>

Por otro lado, **los métodos de dominio** pueden trabajar con materiales cuyo comportamiento no es lineal, consideran múltiples tipos de materiales, permiten realizar análisis cuasi-estáticos o dinámicos, además, los límites que se refieren a la ubicación y condiciones del sistema son determinados por el usuario.

Dentro de los métodos de dominio, *el método de diferencias finitas*, opera bajo el concepto de sustituir los derivativos característicos del sistema en la ecuación o ecuaciones diferenciales que definan al medio, mediante una diferencia de aproximaciones finitas, lo cual resulta en un gran

sistema de ecuaciones algebraicas, expresadas en términos de cantidades de campo (esfuerzos, desplazamientos), que pueden ser resueltas en lugar de las ecuaciones diferenciales (LeVeque, 2006, p. 3).

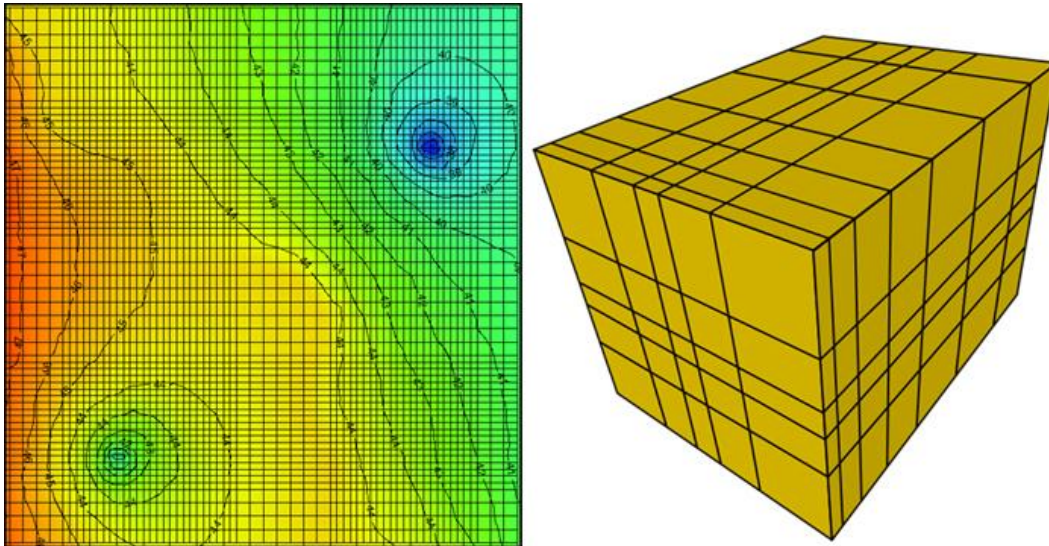


Figura 8.1.2 Modelado de un flujo subterráneo de agua basado el método de diferencias finitas y resuelto por el software MODFLOW. Recuperado de:

<http://www.novamatrixgm.com/blog/groundwater-modeling-numerical-methods-which-one-should-you-use>

Los análisis que operan bajo el método del elemento finito, a comparación de los anteriores descritos, son utilizados especialmente para aproximar ecuaciones diferenciales parciales y están basados en el concepto del *problema variacional* (problema que consiste en encontrar máximos y mínimos). El dominio (el medio y su geometría) es dividido en un número finito de subelementos o subdominios llamados elementos finitos y la solución a la ecuación diferencial parcial es aproximada por una función polinomial en cada elemento, por ende, el resultado es un sistema algebraico con un tamaño finito, a diferencia del sistema original infinite-dimensional de ecuaciones diferenciales parciales. La diferencia de este método al de diferencias finitas es que la solución es conocida a través del dominio de una función polinomial y no solo como un conjunto de puntos.

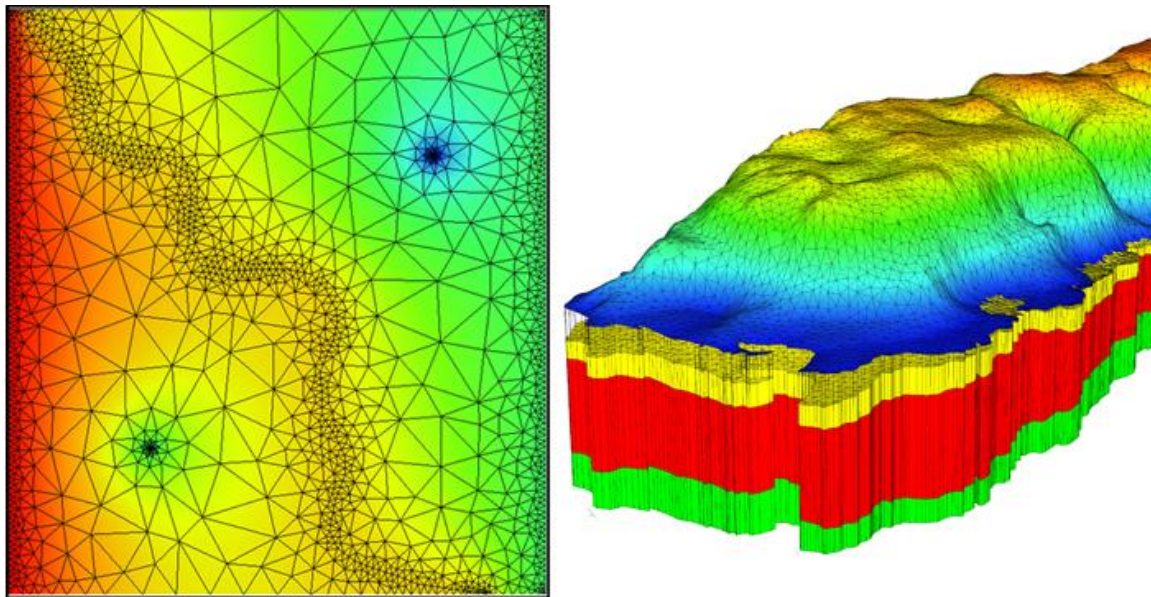


Figura 8.1.3 Modelado de un flujo subterráneo de agua basado el método de los elementos finitos y resuelto por el software FEFLOW. Recuperado de: <http://www.novamatrixgm.com/blog/groundwater-modeling-numerical-methods-which-one-should-you-use>

Los análisis con elementos discretos están enfocados específicamente en conocer las interacciones de fuerzas en los puntos de contactos de las partículas y por ende, éstas solo pueden moverse con seis grados de libertad, tres para el movimiento traslacional y tres para el movimiento rotacional (Jakob & Konietzky, 2012, p. 3). Este tipo de análisis es utilizado cuando se analizan dominios discontinuos como los macizos rocosos, o bien cuando es necesario tratar con medios más pequeños, como por ejemplo materiales granulares. Este método opera con cuerpos discretos los cuales se consideran rígidas y por lo tanto indeformables. La geometría de las partículas puede ser definida de manera arbitraria aunque generalmente la esfera es la forma más eficiente debido a las simplificaciones matemáticas que ésta conlleva.

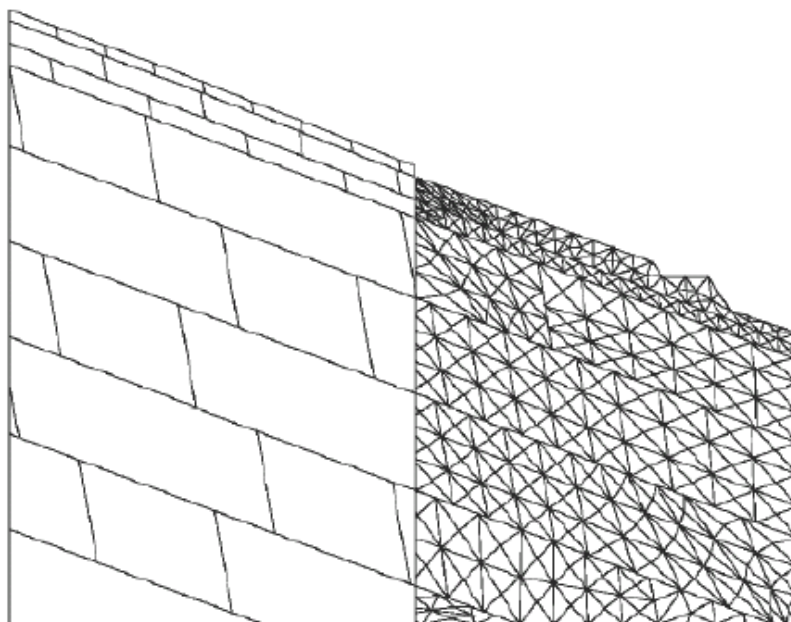
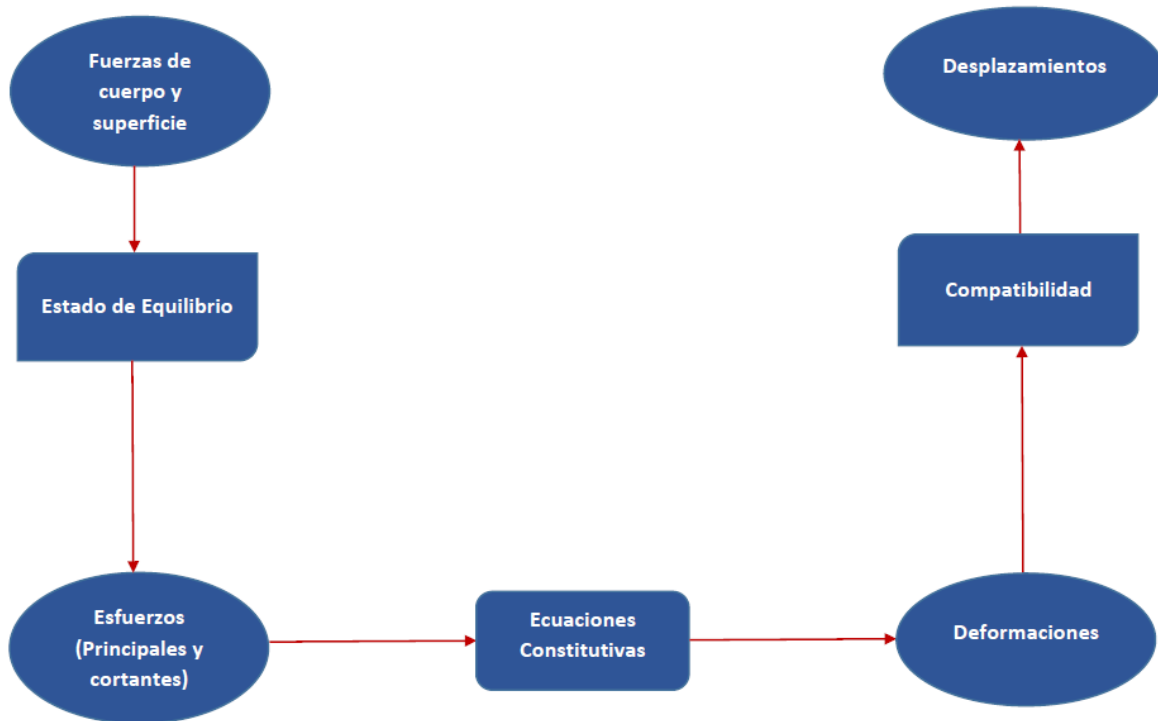


Figura 8.1.4 Talud rocoso modelado con el método de los elementos discretos o distintos. Recuperado de: <http://www.iitbhu.ac.in/faculty/min/rajesh-rai/NMEICT-Slope/Pdf/06%20Numerical%20Modeling.pdf> Página 94 de 131

Es importante tener en cuenta que la modelación numérica tiene como objetivo principal evaluar los desplazamientos del medio objeto de estudio. Los desplazamientos son el resultado final de un proceso que consiste en evaluar, primeramente, las fuerzas (de cuerpo y/o superficie) ejercidas en un medio para determinar su estado de equilibrio, el cual proporciona información acerca de su estado de esfuerzos. Los esfuerzos ejercidos en el material del medio, a través de las ecuaciones constitutivas, proporcionan la deformación de éste y finalmente, mediante el uso de algún método numérico, dichas deformaciones son analizadas con el fin de conocer los desplazamientos de dicho medio. Lo anterior se ilustra en el cuadro 8.1.1.



Cuadro 8.1.1 Proceso del modelado numérico.

Los métodos numéricos usados especialmente en el rubro de la ingeniería geotécnica son los métodos de dominio, principalmente el FEM (*finite element method*) y el DEM (*distinct element method*).

Estos tipos de métodos tienen grandes ventajas sobre los análisis convencionales ya que permiten considerar un gran número de parámetros y además, reducen considerablemente el grado de incertidumbre, lo que permite una toma de decisiones más efectiva y confiable dentro de cualquier proyecto ingenieril de diseño.

8.2 Generalidades sobre la Modelación Numérica en Geotecnia.

El papel del modelado en la ingeniería geotécnica consta, acorde a John Burland (citado por Lee & Krahn, 2004, p. 44), de tres partes: el establecimiento del perfil del suelo, su definición y modelado. John interrelacionó dichas partes en lo que hoy se conoce como el *Triángulo de Burland* (figura 8.1.1).

El triángulo de Burland también puede ser usado como un símil de los materiales no granulares. Para realizar un buen modelo numérico es imprescindible conocer el comportamiento de los diferentes materiales rocosos que puedan existir, así como sus variaciones espaciales (perfil). El desarrollo de un apropiado modelo conceptual y analítico depende en gran medida de las otras partes señaladas en el triángulo de Burland, es decir de las condiciones del sitio de estudio, de las observaciones y medidas hechas en campo y en laboratorio, y especialmente, de la experiencia y sensibilidad del geotecnista.

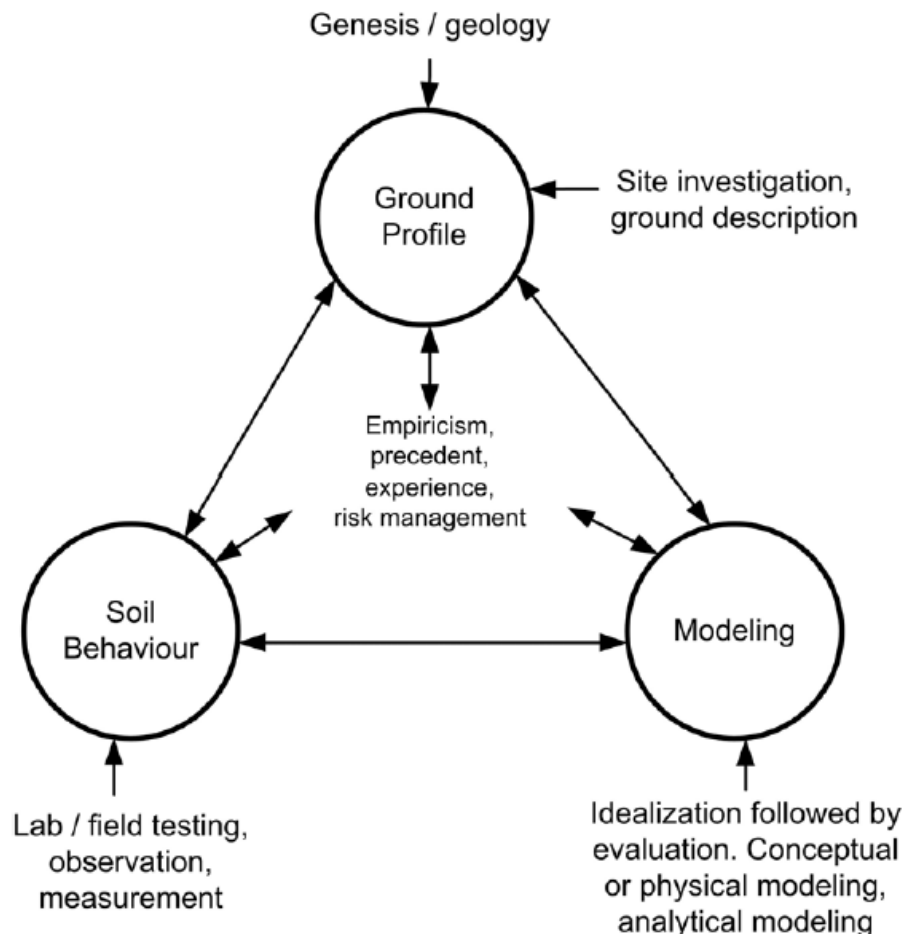


Figura 8.1.1 Triángulo de Burland. Tomado de Lee y Krahn (2004, p. 44)

La complejidad de un modelo numérico depende en gran parte del sistema que se esté intentando reproducir matemáticamente. Dado que la geotecnia está enfocada en encontrar respuestas a eventos naturales, su modelación no es sencilla. Para obtener respuestas verídicas y funcionales acorde a las observaciones es necesario contar con la mayor cantidad de información posible; el tipo de roca, su orientación, sus variaciones espaciales, los factores internos y externos que afectan al sitio de estudio, su régimen hidrogeológico, su estado de esfuerzos al que está sometido naturalmente, son ejemplos de consideraciones que se deben tomar en cuenta para una correcta modelación.

Para tratar de generalizar la ejecución de un diseño geotécnico apoyado en el modelado numérico, se debe tener en cuenta que sus principales objetivos están en función de tres tipos de comportamiento y propiedades, por lo que es importante contar con una metodología que considere cada uno de estos aspectos:

- a) Deformación o compresibilidad.
- b) Estabilidad (resistencia).
- c) Flujo de agua (conductividad hidráulica).

Lee y Krahn (2004, p. 48) plantearon una metodología basándose en un símil del método científico, la cual queda definida en cuatro pasos: *observación, medición, explicación y verificación*.

Dentro de la etapa de observación se desarrolla el *modelo conceptual*, en el cual se basarán todos los análisis posteriores, por lo que es de vital importancia tener claro el propósito del modelo, además de reunir la mayor cantidad de información posible de la zona de estudio. También se debe tener en mente que el modelo probablemente irá evolucionando durante el transcurso del diseño debido a datos nuevos, resultados de simulaciones y/o información recabada a partir de monitoreo directo en la zona. La finalidad del modelo conceptual y por ende de la etapa de observación, es el entendimiento y definición de las condiciones geológicas e hidrogeológicas caractericen el sitio de estudio (Lee & Krahn, 2004, p. 48).

En la etapa de medición se desarrollará el modelo teórico, que estará basado en el modelo conceptual. Aquí se plantearán las ecuaciones que definan las propiedades y el comportamiento del medio. El resultado de los análisis y la interpretación proporcionarán un entendimiento sobre el fenómeno y sus parámetros. Cabe resaltar que los errores más comunes en este paso son debidos a la llamada *intimidación teórica* (Lee & Krahn, 2004, p. 49); las matemáticas y la física han sido, generalmente, enseñadas de tal manera que aprendamos las teorías y teoremas sin dudar y/o analizar. Para desarrollar un buen modelo y lo más cercano a la realidad es de vital importancia comprender las relaciones matemáticas que definan el comportamiento del medio, de este modo se podrán realizar ajustes o consideraciones cuyo resultado será traducido en una mejor precisión de los análisis.

La etapa de explicación corresponde al desarrollo y la verificación del modelo. En muchos casos la solución toma forma de un problema con valor límite. Primero un dominio (medio y geometría) debe ser definido, dentro de éste se buscará la solución a un conjunto de ecuaciones gobernantes,

las cuales serán resueltas sujetas a las condiciones límite de dicho dominio y acorde a un conjunto de propiedades del material especificadas dentro éste. La finalidad en esta etapa no es simplemente conseguir una solución al modelo planteado, sino desarrollar “*confianza*” o un cierto grado de certidumbre en los límites de la solución, esto especialmente para aquellos modelos donde problemas de redondeo, convergencia, discretización espacial y temporal, oscilación numérica o dispersión puedan ocurrir (Lee & Krahn, 2004, p. 49).

Por último, la etapa de verificación consiste en interpretar y corroborar la solución proporcionada por el modelo contra la realidad física. Generalmente, para tal fin, es común realizar análisis de sensibilidad. Estos consisten en una serie de simulaciones en las cuales se realizan variaciones de un solo parámetro y se analizan en función del comportamiento clave del medio que se esté evaluando. La finalidad de los análisis de sensibilidad es auxiliarnos a identificar aquel elemento del modelo conceptual y teórico que es de particular importancia en el comportamiento del material (Lee & Krahn, 2004, p. 50).

Dado que la finalidad de un modelo geotécnico es conocer el comportamiento del sistema que se esté estudiando, entender los objetivos principales de cada una de las etapas que conllevan a la elaboración de un modelo es primordial. Cada una de éstas brindará solidez al modelo y lo adaptará lo más posible a la realidad que trata de ser modelada.

8.3 Generalidades sobre el elemento finito y los elementos discretos.

Antes de apoyarnos en alguno de los métodos señalados anteriormente para realizar algún modelo geotécnico, es importante tener en cuenta las diferentes formas que son consideradas en los análisis y que describen el comportamiento del elemento de estudio. Éstas son básicamente cuatro (Potts, 2003, p. 536):

- 1) *Equilibrio*. Puede ser dividido en equilibrio general y equilibrio interno. El primero está asociado a fuerzas resultantes y toma de momentos mientras que el equilibrio interno es asociado al establecimiento de esfuerzos de campo que satisfagan las ecuaciones diferenciales del equilibrio interno.
- 2) *Compatibilidad*. Es asociada a los desplazamientos y deformaciones del dominio y debe satisfacer las ecuaciones de deformación.
- 3) *Comportamiento constitutivo*. Es una descripción del comportamiento del material y está en función del esfuerzo y deformación que defina al medio; el incremento de los esfuerzos es directamente proporcional al incremento de la deformación, multiplicado por una matriz (constante) de rigidez que depende del estado de esfuerzos pasado y actual del medio.
- 4) *Condiciones límite*. Definen la naturaleza del problema del valor límite.

Cada una de las formas descritas anteriormente proporciona información específica acerca del medio que se esté evaluando y son el núcleo de operación de los métodos numéricos. Dado que el enfoque numérico de este trabajo está contemplado con el método del elemento finito y discreto, es necesario tener una idea general y clara sobre cómo operan cada uno de éstos.

Como se mencionó anteriormente, el método del elemento finito plantea la división del medio y su geometría en un número finito de subelementos, los cuales tendrán asignadas propiedades características que definan el comportamiento del dominio evaluado, además de que dicho método está basado en el concepto del problema variacional.

Al modelar un problema bajo enfoque numérico, es necesario indicar el valor de los límites (contorno del dominio), la geometría del medio bajo investigación es representada como un ensamble de pequeñas regiones llamadas *elementos finitos*.

Estos elementos finitos tienen en sus bordes una serie de nodos, los cuales funcionan como elementos de continuidad entre los elementos, su función recae en determinar los grados de libertad que tiene dicho elemento en ese punto. Para proceder con el método, se debe seleccionar una variable primaria (como el desplazamiento o el esfuerzo) y las reglas que corresponden a cómo deben variar más de un elemento finito deben ser definidas. Dentro de cada elemento (básicamente en sus bisectrices) se coloca ubicado de forma cartesiana un “*punto de integración*”, en el cual se integrarán todos los resultados de esfuerzos deformaciones y gradientes que se obtengan del “movimiento” de los nodos.

Dentro de la ingeniería geotécnica es común adoptar los desplazamientos como la variable primaria y asumir que ésta varía de forma polinomial sobre cada elemento. (Potts, 2003, p. 538). Este proceso es llamado *aproximación de la discretización* (figura 8.3.1).

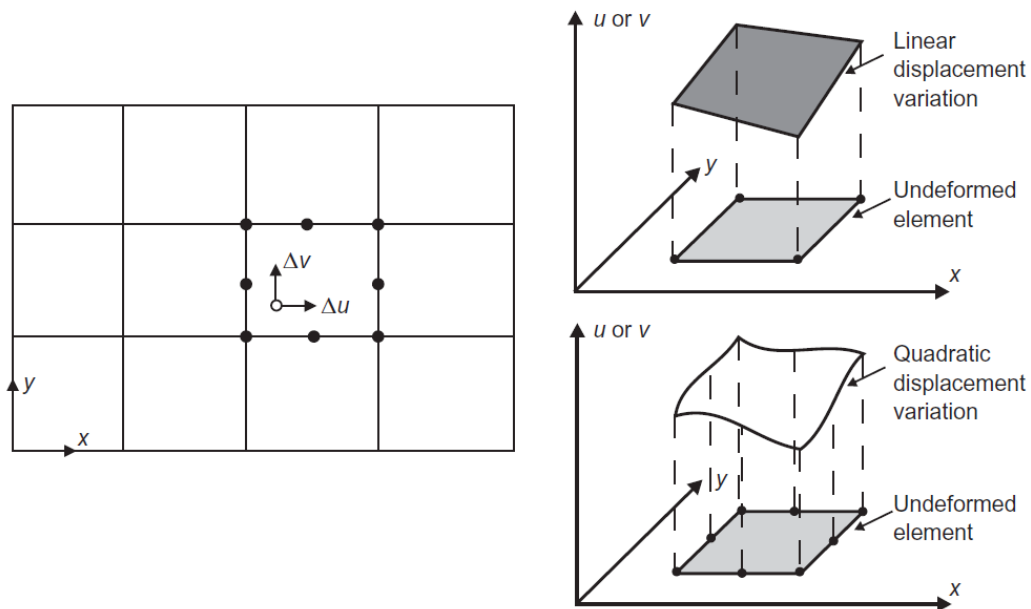


Figura 8.3.1 Discretización y aproximaciones de los desplazamientos; u y v representan funciones vectoriales que definen el desplazamiento en direcciones de x e y , respectivamente. Tomada de Potts (2003, p. 538)

El caso de análisis más simple y del cual se desprende la teoría básica para el modelado a través de métodos numéricos es suponer que el comportamiento del material es lineal y que los desplazamientos son demasiado pequeños, esto implica que el comportamiento del material sea “linealmente elástico” con una constante de rigidez y una resistencia infinita (Potts, 2003, p. 538). Tal condición es meramente teórica ya que realmente ningún material se comporta de manera perfectamente elástica, por lo tanto una solución que pueda cuantificar el cambio en su comportamiento es requerida.

Como una primera aproximación de lo mencionado anteriormente se puede cuantificar, por medio de la aplicación de una serie de incrementos de carga, el cambio en la rigidez. Para cada incremento un apropiado valor de rigidez es seleccionado (figura 8.3.2) y los incrementos en los desplazamientos, esfuerzos y deformaciones son calculados. Como los incrementos de carga son de tamaño finito, esto resulta en una aproximación igual que los cambios de rigidez en dichos incrementos (Potts, 2003, p. 538). Lo anterior resalta la importancia de la ejecución de pruebas en muestras inalteradas que proporcionen información característica del macizo rocoso, y específicamente del material con el que se esté trabajando. Éstas deberán compararse con las simulaciones proporcionadas por *default* de los paquetes de cómputo utilizados.

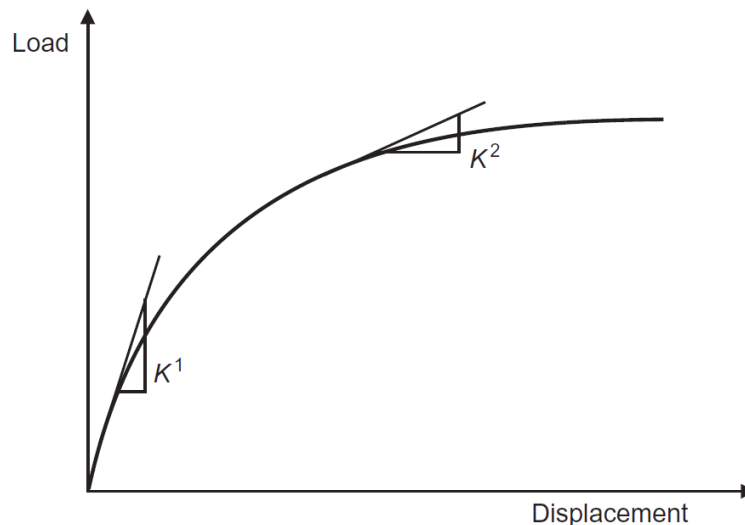


Figura 8.3.2 Implicaciones del comportamiento no lineal; K representa la constante de rigidez para los estados 1 y 2. Modificada de Potts (2003, p. 538)

Esta concepción del comportamiento, asume la integración en forma tensorial de las ecuaciones constituyas del material permitiendo la obtención de distintas condiciones de deformación bajo los campos de esfuerzos desarrollados dentro del modelo. Una de las condiciones requeridas en este método es la **continuidad** de deformaciones; en donde si ésta no se desarrolla las iteraciones de solución del modelo no permitirán la convergencia del análisis.

Por otro lado, el método de los elementos discretos, como se enfatizó anteriormente, es utilizado generalmente para modelar el comportamiento de materiales compuestos por cuerpos discretos rígidos o deformables.

El número de cuerpos o dominios en contacto es relativamente pequeño, es posible definir, a priori, grupos de nodos, segmentos o superficies que pertenezcan a un posible conjunto de contactos. Los cuerpos que posiblemente estén en contacto pueden ser discretizados internamente por elementos finitos (figura 8.3.3) (Bićanić, 2007, p. 1).

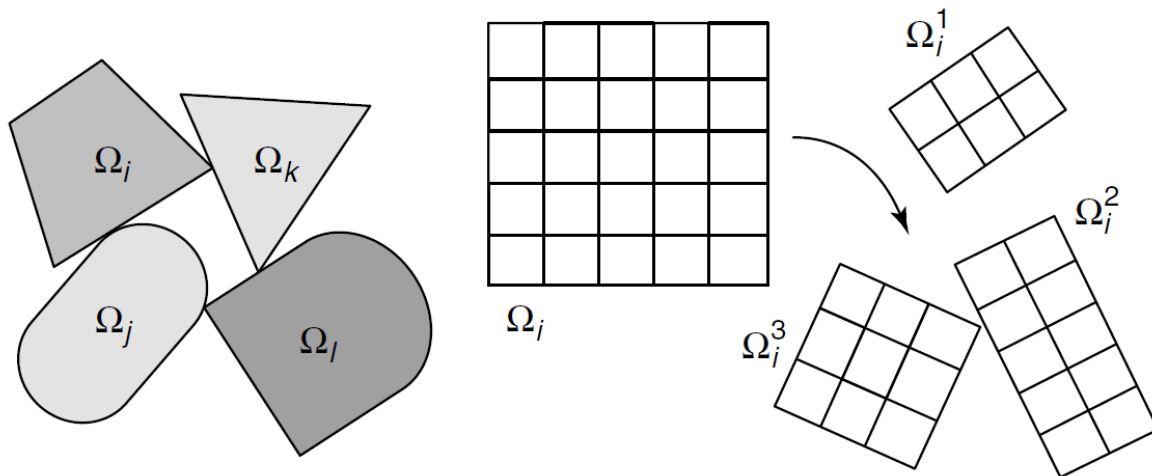


Figura 8.3.3 Discretización de medios (cuerpos) en elementos finitos cambiando su configuración y posible fragmentación; Ω representa el dominio. Tomada de Bićanić (2007, p. 2)

El método de los elementos discretos está específicamente orientado para aquellas simulaciones que envuelven un gran número de cuerpos y tiene un especial énfasis en el cambio de las ubicaciones de los contactos y condiciones, las cuales no pueden ser definidas a priori y que necesitan ser actualizadas continuamente acorde al progreso de la solución del modelado (Bićanić, 2007, p. 1).

Los atributos principales que caracterizan a este método, y los cuales son mencionados por Bićanić (2007, p. 2) son los siguientes.

- i. **Esquemas de integración en el tiempo (explícito o implícito).**
- ii. Algoritmo de detección de contacto.
- iii. Tratamiento de contactos (rígidos o deformables).
- iv. Deformabilidad y modelo del material constituyente de los cuerpos en contacto (rígido, deformable, elástico, elasto-plástico).
- v. Formulación de las deformaciones.
- vi. Número y distribución de los cuerpos interactuando.
- vii. Consideración de los límites del modelo.
- viii. Posible fracturamiento o fragmentación.

Un modelo implícito es un modelo que incluye determinadas propiedades por *default* y que no son necesariamente características de algún macizo rocoso elemento de estudio. Por otro lado, los modelos explícitos toman en cuenta parámetros y propiedades que son específicamente características del elemento de estudio en cuestión.

Ejemplos de este tipo de propiedades en un macizo rocoso pueden ser el número de discontinuidades, su orientación, espaciamiento, rugosidad, etc. Los modelos explícitos tienen la principal ventaja de estar más apegados a la realidad, lo que disminuye de manera considerable el grado de incertidumbre en los resultados. El grupo consultor ITASCA (2015, p. 6) realiza, en su manual introductorio al software FLAC, una comparación entre las modelación explícita e implícita, la cual se resume en la tabla 8.3.1 que se muestra a continuación.

Modelación Explícita	Modelación Implícita
El cambio en el incremento del tiempo debe ser más pequeño que un valor crítico para la estabilidad.	El cambio en el incremento del tiempo puede ser arbitrariamente largo, con esquemas permanentemente incondicionales.
Menor trabajo computacional por cada cambio en el incremento del tiempo.	Gran esfuerzo computacional por el cambio en el incremento del tiempo.
No hay amortiguamiento numérico significativo introducido para una solución dinámica.	Amortiguamientos numéricos dependientes del paso del tiempo con esquemas permanentes incondicionales.
No hay iteraciones necesarias para seguir una ley constitutiva no lineal.	Los procedimientos iterativos son necesarios para seguir las leyes constitutivas no lineales.
Dado que el criterio del cambio en el incremento del tiempo siempre es satisfecho, las leyes constitutivas no lineales resultan válidas en un sentido físico.	Siempre es necesario demostrar que el procedimiento iterativo sea estable y siga el camino físico correcto.
Las matrices nunca son generadas. Los requerimientos de memoria están siempre en un mínimo y no hay limitación para el ancho de banda (rango de frecuencias dentro de una banda dada).	Las matrices de rigidez siempre deben ser almacenadas. Las soluciones deben ser encontradas para superar problemas asociados tales como el ancho de banda. Los requerimientos de memoria tienden a ser más grandes.
Dado que las matrices nunca son formadas, grandes desplazamientos y deformaciones son acomodados sin un esfuerzo computacional adicional.	Se requiere un esfuerzo computacional adicional para seguir con los desplazamientos y las deformaciones.

Tabla 8.3.1. Tomada de ITASCA (2015).

Lo anterior sugiere que los modelos explícitos no solo se traducen en una modelación más realista, sino que también permiten el ahorro de tiempo y de requerimientos computacionales debido a las consideraciones de su formulación. Por su parte los demás atributos y metodología seguida por el DEM; se describirá en el siguiente apartado, en donde se describirá el método numérico a utilizar en este trabajo de tesis.

8.4 Método de elemento finito con discontinuidades explícitas.

En esta tesis el método numérico que se pretende utilizar es una extensión del FEM, en donde el uso “explícito de discontinuidades”, rompe la necesidad de continuidad en las deformaciones (impuesta por la naturaleza del FEM) adoptando el uso de la formulación de Goodman.

Debido a que en la naturaleza es común encontrar macizos rocosos que estén afectados por discontinuidades, éstas causan un “brinco” en los desplazamientos de campo, así como en los esfuerzos y deformaciones ya que la continuidad del material es interrumpida. La presencia de dichas superficies reduce las propiedades elásticas y de resistencia del material e introduce una dirección preferencial en la respuesta del material (por ejemplo, la anisotropía). Por lo anterior es común realizar en la práctica ingenieril modelos que consideren el comportamiento discontinuo del material bajo los siguientes enfoques (Riahi & Hammah, 2010, p. 1):

- Métodos continuos basados en la teoría de elasticidad de Cosserat o elasticidad micropolar.
- Una combinación de métodos continuos y de interfase.
- Método de los elementos discretos o distintos.

Los análisis que consideran las juntas en un macizo rocoso y por ende el comportamiento discontinuo de dicho material son modelados con el JFEM (Joint Finite Element Method, por sus siglas en inglés) y los términos matemáticos de sus elementos finitos asociados en la interfase son equivalentes a los de los contactos en el método de los elementos discretos (Riahi & Hammah, 2010, p. 1).

El JFEM basa su formulación, primeramente, en la teoría de Cosserat, la cual es una generalización de la elasticidad clásica que incluye grados de libertad adicional para sólidos o materiales con microestructura. En esta teoría los movimientos de los microelementos y la microestructura son tomados en cuenta como grados de libertad independientes de los desplazamientos que describen la deformación general. La teoría de Cosserat se ha aplicado actualmente a análisis de materiales que estén separados por capas o discontinuidades como una alternativa a las formulaciones basadas en la teoría de medios continuos que simulan explícitamente dichas capas mediante el uso de elementos de *interfase*, los cuales representan las condiciones de interacción en los límites de los materiales (Riahi & Curran, 2010, p. 40).

En la teoría de Cosserat, cada punto del continuo es asociado con grados rotacionales independientes de libertad además de los usuales grados de libertad traslacional. Las variables cinemáticas básicas de la teoría de Cosserat son los desplazamientos, primeramente los gradientes de desplazamiento, enseguida las rotaciones microestructurales y por último los gradientes de rotación. Consecuentemente, además de las deformaciones normales y de corte, gradientes rotacionales se desarrollan *dentro* del continuo y por lo tanto, se requieren micromomentos para definir el trabajo cinemático y cinético del par de fuerzas actuantes. La finalidad de introducir dicho trabajo mediante un par de fuerzas conjugadas es relajar la simetría del tensor de esfuerzos (Riahi & Curran, 2010, p. 40).

Como resultado de lo anterior, la teoría de Cosserat para medios continuos (o microcontinuos), proporciona una descripción a gran escala del material y su microestructura mediante variables cinéticas y cinemáticas y por la introducción de una escala de longitud física de un material dentro de las ecuaciones gobernantes de un sistema (Riahi & Curran, 2010, p. 40).

En general, cualquier método continuo que contemple discontinuidades, debe estar basado en el comportamiento de los elementos de la interfase, por lo tanto, para que el JFEM opere de manera correcta es necesario conocer las ecuaciones que gobiernan dicho comportamiento.

La expresión que describe el movimiento de un sólido continuo es conocida como *ecuación de momento lineal* y es la que gobierna las técnicas para interfaces continuas combinadas con las técnicas de elementos discretos. Dicha expresión se muestra a continuación:

$$\frac{\partial u_j}{\partial t^2} \rho + \sigma_{ij,i} + b_j = 0 \quad (8.4.1)$$

Donde:

u es el desplazamiento.

σ es el tensor de esfuerzos de Cauchy.

b es la fuerza del cuerpo.

ρ es la densidad del material.

Por otro lado, las ecuaciones que gobiernan el comportamiento en la interfase de las discontinuidades están concebidas para tomar en cuenta el deslizamiento y la separación que pueda ocurrir a lo largo de la superficie de discontinuidad entre bloques adyacentes. La función potencial o trabajo virtual para el elemento es obtenida de la ecuación de momento lineal bajo la suposición de considerar un espesor infinitesimal para el elemento de la discontinuidad y descartar los términos cinéticos (esfuerzos) y cinemáticos (deformaciones), los cuales están asociados con un espesor en dirección y (Riahi & Curran, 2010, p. 43). Por lo tanto, el trabajo virtual δW , o la función potencial, Π , para el elemento en la interfase, quedará definida de la siguiente manera:

$$\delta W = \int_A \delta u_j \left[\frac{\partial u_j}{\partial t^2} \rho + \sigma_{ij,i} + b_j \right] dA \quad (8.4.2)$$

$$\Pi^{\text{int}} = \frac{1}{2} \int_A \varepsilon_{ij} \sigma_{ij} dA \quad (8.4.3)$$

Donde δ representa la variación, ε el tensor de deformaciones y el subíndice *int* la energía interna o trabajo.

Por otro lado es imprescindible conocer también las ecuaciones que gobiernan el método de los elementos discretos ya que el problema de *inconformidad* que generan los contactos de los elementos en el FEM, y en general en cualquier método continuo, es resuelto mediante la

comparación de dichas ecuaciones con aquellas que definen la teoría de Cosserat y el comportamiento de las discontinuidades en el JFEM. Lo anterior requiere especial atención ya que en el método de los elementos discretos o distintos (DEM) se consideran todas las reacciones que puedan existir entre los contactos de los elementos a comparación del FEM, el cual no puede operar de dicha forma debido a su formulación continua. En un marco de trabajo bidimensional, para cada elemento discreto, e , la integración directa de la ecuación de momento lineal queda expresada de la siguiente manera (Riahi & Hammah, 2010, p. 2):

$$\int_{A_e} \left(\frac{\partial u_j}{\partial t^2} \rho + \frac{\partial u_j}{\partial t^2} c + \sigma_{ij,i} + b_j \right) dA = 0 \quad (8.4.4)$$

Donde c es un término de amortiguamiento.

Y dado que el método de los elementos discretos está basado considerando la energía, se tendrá entonces una energía potencial que quedará definida de la siguiente manera (Riahi & Hammah, 2010, p. 2):

$$\Pi_{system}^{total} = \sum_{e=1}^{e-n} \Pi_e^{total} \quad (8.4.5)$$

Donde:

$$\Pi_e^{total} = \int_{A_e} \Pi_e \left(\frac{\partial \dot{u}_j}{\partial t^2} m, \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial t^2} c, \sigma_{ij,i}, b_j \right) + \Pi_e^{contact} \quad (8.4.6)$$

Las ecuaciones mostradas anteriormente rigen el comportamiento del contacto en la interfase de los elementos que conformen a las discontinuidades. Una condición de contacto normal previene la *interpenetración* de objetos, es decir, los elementos no pueden sobreponerse unos sobre otros en dirección normal al contacto en la interfase de las discontinuidades mientras que una *limitante* tangencial hace cumplir las condiciones de deslizamiento y "*adherimiento*" para dichos elementos. Dado que, matemáticamente, el contacto es tratado como una limitante en los desplazamientos en la interfase de dos objetos, se han desarrollado técnicas numéricas para satisfacer dichas condiciones limitantes (Riahi & Hammah, 2010, p. 3), las cuáles son incorporadas al modelado numérico con elementos finitos mediante imposiciones (forzamientos) de dichos contactos, con el objetivo de analizar el comportamiento de discontinuidades presentes en algún medio.

Lo anterior sugiere que, para definir las respuestas constitutivas normal y tangencial en la interfase de dos objetos, es necesario conocer el comportamiento en la imposición del contacto de éstos y de los elementos que conformen dicha interfase en la discontinuidad. Aproximar las condiciones de impenetrabilidad en la imposición del contacto y una ley constitutiva tangencial, requiere del uso de los términos fuerza y rigidez. De forma similar, un elemento de una discontinuidad (*joint*

element), una entidad que representa un continuo con espesor despreciable en una dirección, fuerza las respuestas constitutivas normal y tangencial en la interfase de dicha discontinuidad (Riahi & Hammah, 2010, p. 4). Esto es de vital importancia ya que se ha demostrado que las ecuaciones que rigen las condiciones de impenetrabilidad del contacto, es decir, la fuerza y rigidez, y las que rigen las respuestas constitutivas normal y tangencial, *representan la misma respuesta física* en la interfase de las discontinuidades (Riahi & Hammah, 2010, p. 4).

Los términos que definen a los elementos de las discontinuidades son generalmente evaluados con un método estándar de discretización espacial usada en los métodos numéricos continuos como el FEM. Dado que la condición de contacto cambia con el tiempo, la evaluación de estos términos depende de la cinemática de dicho contacto en el momento de la evaluación. Ésta última está basada en las siguientes tres suposiciones hechas por Goodman (citado por Riahi & Hammah, 2010, p. 4):

- i. El elemento de la discontinuidad es una forma reducida de un elemento sólido cuadrilateral con espesor despreciable.
- ii. Los dos lados de un elemento de la discontinuidad tienen igual longitud.
- iii. El elemento de la discontinuidad define un contacto borde a borde en donde la conectividad (pares nodales) no cambian con el tiempo (figura 8.4.1).

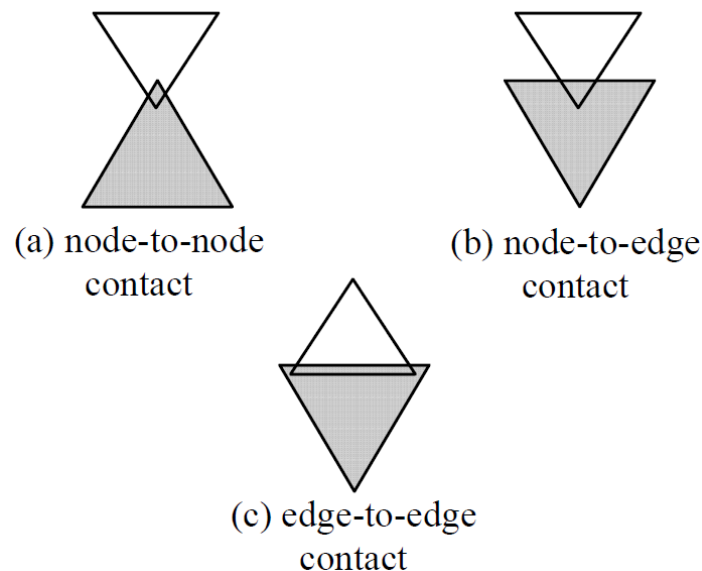
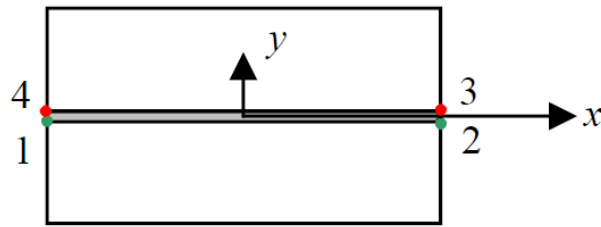
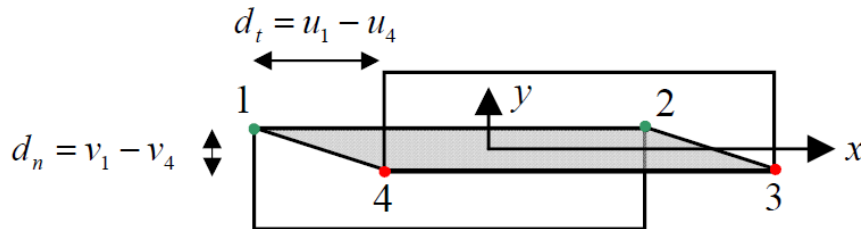


Figura 8.4.1 Desde un punto de vista físico, existen tres modos cinemáticamente factibles de contacto entre dos objetos. Tomada de Riahi & Hammah (2010, p.5)

Los elementos de las discontinuidades propuestos por Goodman modelan la respuesta de los desplazamientos discontinuos en un contacto borde a borde en la interfase. Los desplazamientos normales y tangenciales son medidos en términos de desplazamientos relativos de los pares nodales de los bordes como se puede apreciar en la figura 8.4.2 (Riahi & Hammah, 2010, p. 4). Goodman asume que aunque los bordes se desplacen relativamente unos de otros las parejas nodales permanecen constantes.



(a) original



(b) displaced

Figura 8.4.2 Geometría y topología de nodo de Goodman para elementos de interfaces.
Tomada de Riahi & Hammah (2010, p.3)

A comparación de los elementos de las discontinuidades, los contactos en el método de los elementos discretos no están solamente restringidos a un modo borde a borde. Los pares nodales que definen los contactos pueden cambiar durante el proceso de solución. Por lo tanto, el método de los elementos discretos requiere algoritmos para (Riahi & Hammah, 2010, p. 4):

1. Actualizar las posiciones de los objetos discretos.
2. Determinar contactos nuevos o separados.

Debido a las consideraciones que debe tomar en cuenta el DEM, su cálculo computacional es más lento con respecto al JFEM, el cual opera de manera más rápida. Por otro lado, se concluye que en un instante específico de tiempo, si un ensamble de objetos discretos con contactos borde a borde fuera remplazado por un modelo combinado de interfase continua, las ecuaciones algebraicas resultantes serían idénticas (Riahi & Hammah, 2010, p. 8).

La elección entre el método de los elementos discretos o el método combinado de interfase continua depende de la configuración de un ensamble de bloques discretos y de cómo evolucionan estos en el tiempo. Los métodos basados en el continuo que usan elementos de discontinuidades son precisos, provistos de cambios en los contactos borde a borde que son insignificantes a través de la solución. Estos métodos pueden acomodar grandes desplazamientos, rotaciones o deformaciones de objetos discretos siempre que estos mecanismos no cambien el modo de contacto entre los pares nodales. Por otra parte, los métodos de elementos discretos pueden acomodar problemas en los cuales la conectividad del bloque cambia extensivamente (Riahi & Hammah, 2010, p. 9).

8.4.1 Análisis con elemento finito y juntas explícitas.

Para mostrar y comparar el alcance de los métodos numéricos usados para evaluar el mecanismo de volteo, se analizó un posible desprendimiento de un bloque de roca de una ladera cuyas repercusiones afectarían directamente estructuras pertenecientes a la Central Hidroeléctrica Fernando Hiriart Balderrama (Zimapán), la cual se localiza en los límites de los estados de Hidalgo y Querétaro.

Las estructuras afectadas tales como la subestación eléctrica, oficinas técnicas, laboratorios y talleres, se encuentran alojados en una plataforma construida al pie de un cantil de aproximadamente 350 [m] de altura constituido por una alternancia de rocas sedimentarias con buena resistencia mecánica (Montiel, et. al., 2012, p. 1). La zona de estudio había mostrado desprendimientos de bloques de roca anteriormente debido a las lluvias y mecanismos de erosión, por lo que se llevaron a cabo estudios geológico estructurales encontrando, especialmente, un bloque potencialmente inestable de dimensiones considerables.

El cantil presenta una topografía regular con una pendiente de oscila entre 65° y 70° de inclinación, con respecto a la horizontal, su altura aproximada es de 350 [m]. El macizo rocoso de dicha ladera está constituido particularmente de calizas y lutitas metamorfizadas de la formación Trancas, perteneciente al Jurásico superior, incluyendo un dique-estrato granítico. Dichos materiales están estratificados y presentan un buzamiento hacia el interior del macizo rocoso (Montiel, et. al., 2012, p. 2).

Los sistemas de fracturamiento identificados en la zona de estudio fueron dos, uno de ellos casi paralelo al rumbo de la ladera (E-W) pero con mayor inclinación y uno casi perpendicular de menor intensidad. Tales condiciones generaron un bloque cuyo pie de apoyo es demasiado esbelto con respecto al tamaño de toda la masa y el cual tiene salida libre (Montiel, 2012, p. 3). Debido a esto, se requirió evaluar la estabilidad de dicho bloque debido a los riesgos que implicaba su posible desprendimiento. Para lo anterior se realizó un análisis basado en el método de los elementos finitos y juntas explícitas (JFEM) con el programa *Phase 2* de *Rocscience*®. Los parámetros usados para evaluar el modelo numérico tales como la propiedades de los materiales, orientación de discontinuidades y medidas del bloque y ladera, están basados en los datos recabados por Montiel (et. al., 2012).

La geometría de la ladera y del bloque de roca fue definida en 8 etapas con la finalidad de calibrar la energía analizada por el programa, quedando como se muestra en la figura 8.4.1.1. Los dos materiales que se distinguen son los pertenecientes a la formación Trancas.

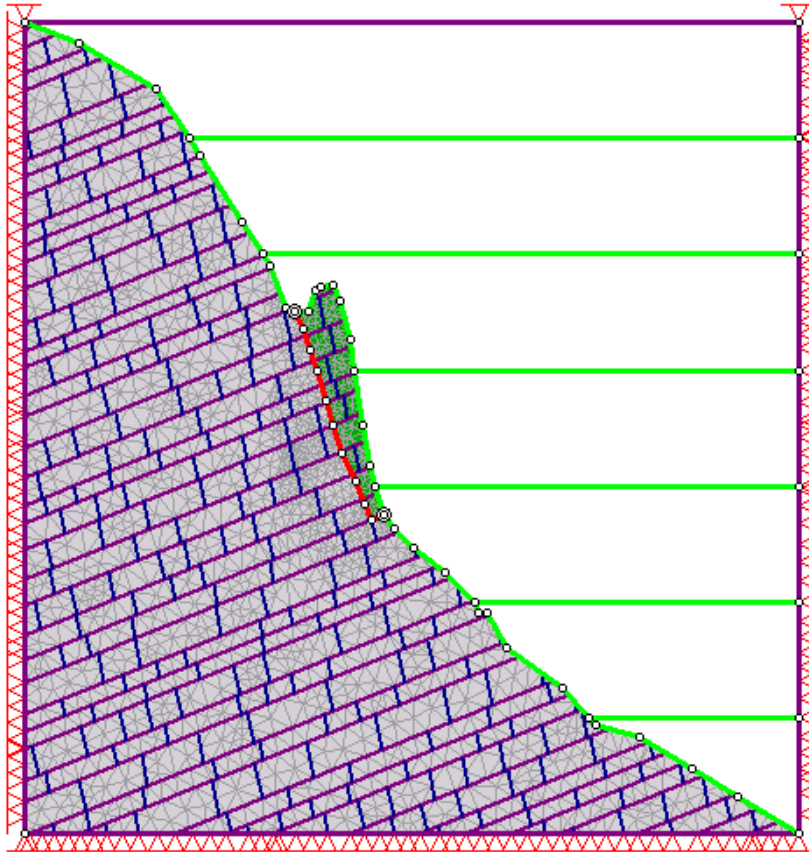


Figura 8.4.1.1 Geometría de la ladera y del bloque de roca.

Los parámetros usados para definir el comportamiento del material y el de las diferentes discontinuidades se resumen en la tabla 8.4.1.1 y 8.4.1.2, respectivamente, las cuales se muestran a continuación; el peso unitario del material rocoso es de 0.026 [MN/m³].

Unidad Geológica	Color en el modelo	Propiedades Elásticas		Criterio de falla: Mohr Coulomb				
		Módulo de Young (MPa)	Relación de Poisson (MPa)	Resistencia al cortante (MPa)	Ángulo de fricción (deg°)	Cohesión (MPa)	Ángulo de fricción residual (deg°)	Cohesión residual (MPa)
Formación Trancas	Material gris	45000	0.25	0.75	50	2.1	38	0.9
	Material verde	45000	0.25	0.75	50	2.1	38	0.9

Tabla 8.4.1.1 Parámetros usados para materiales rocosos.

Discontinuidades	Criterio de falla: Mohr Coulomb				Rigidez	
	Ángulo de fricción (deg°)	Cohesión (MPa)	Ángulo de fricción residual (deg°)	Cohesión residual (MPa)	Rigidez Normal (MPa/m)	Rigidez Tangencial (MPa/m)
Junta morada	45	1	45	1	20000	9000
Junta azul	45	1	45	1	20000	9000
Junta roja	30	0	30	0	10000	3000

Tabla 8.4.1.2 Parámetros usados para las discontinuidades.

Para abordar el análisis de la estabilidad del bloque de roca, se realizó primeramente un modelo que considerara solo los esfuerzos insitu a los que está sometido el macizo rocoso con la finalidad de conocer la resistencia del pie del bloque ante su propio peso. En la figura 8.4.1.2 se pueden apreciar los esfuerzos σ_1 , mientras que la 8.4.1.3 y la 8.4.1.4 muestran las máximas deformaciones de corte y los desplazamientos verticales, respectivamente.

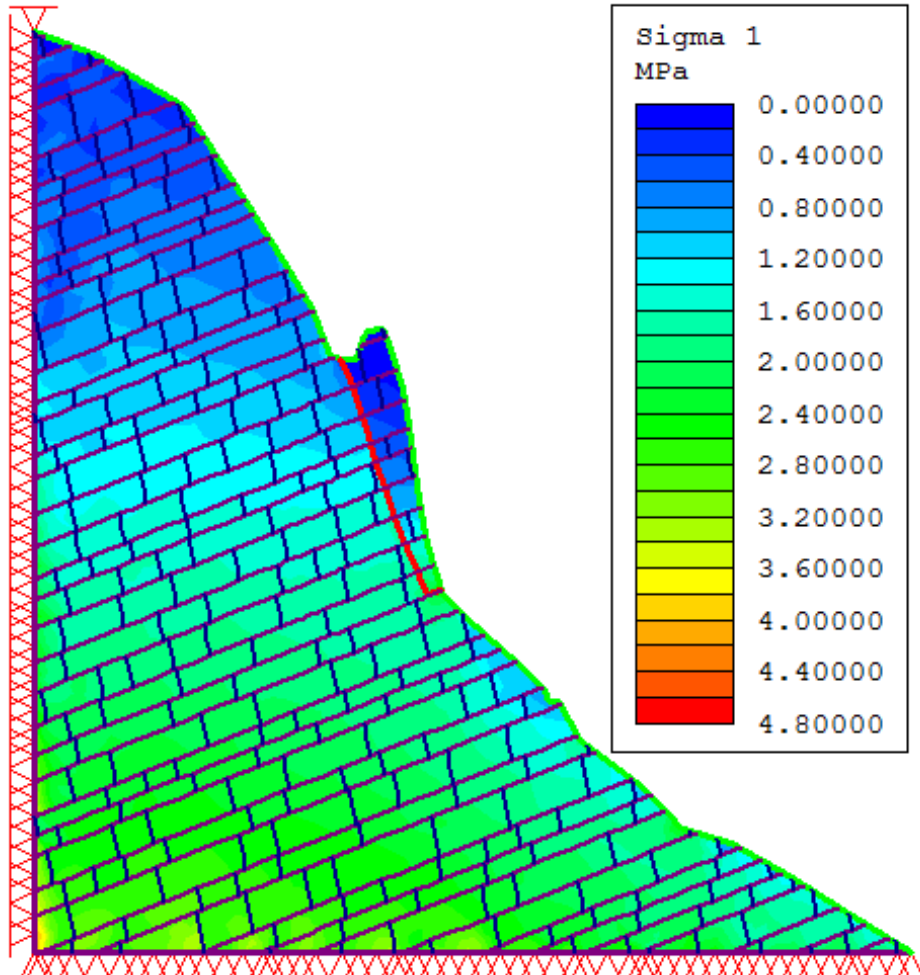


Figura 8.4.1.2 Carga ejercida en el bloque de roca.

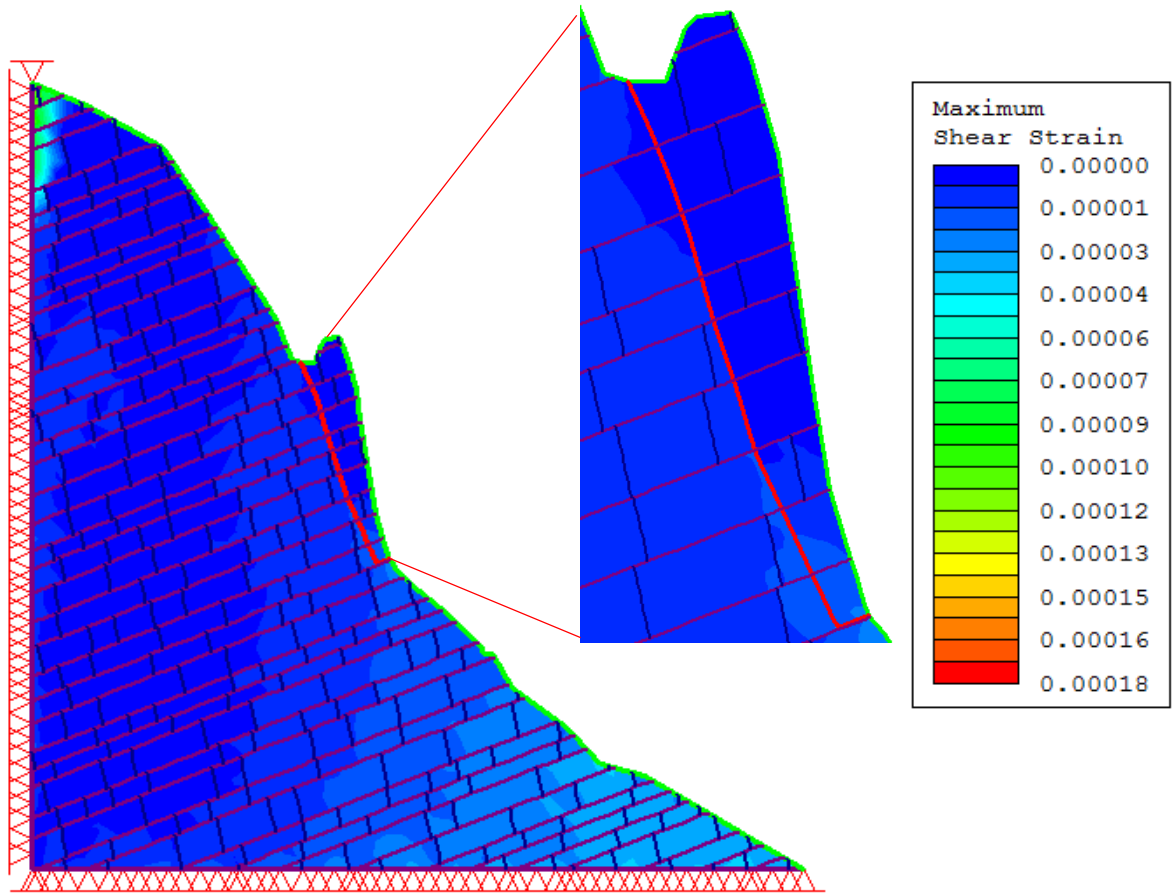


Figura 8.4.1.3. Máximas deformaciones de corte.

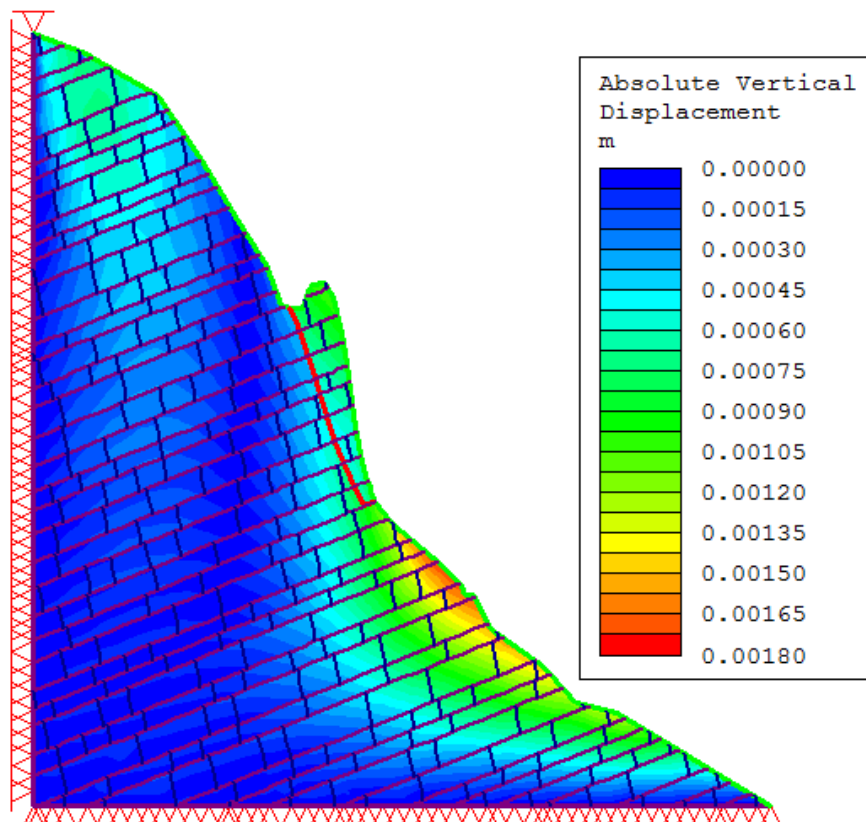


Figura 8.4.1.4. Desplazamientos verticales.

Las figuras anteriores muestran que las máximas deformaciones de corte que se producen en la parte fija del modelo y en el pie del bloque de roca son iguales, ya que en la etapa de cálculo correspondiente las deformaciones se cuelgan, tanto de los bordes fijos como entre los bloques, por lo que el estado de carga es general en el modelo, resultando en un estado lógico inicial. Estos bordes quedan lejos del modelo del bloque, asilándolo del efecto de los puntos de apoyo fijo.

Por otro lado, desplazamiento vertical es más marcado en el pie del bloque que en la cima de la ladera, lo cual es provocado por la relajación del macizo rocoso, producto de las deformaciones de corte.

El factor de seguridad de las condiciones anteriores fue estimado en base al cálculo del *strength reduction factor* realizado por Phase 2. El factor crítico fue de 2.6 como se muestra en la figura 8.4.1.5, lo que garantiza la estabilidad del macizo rocoso.

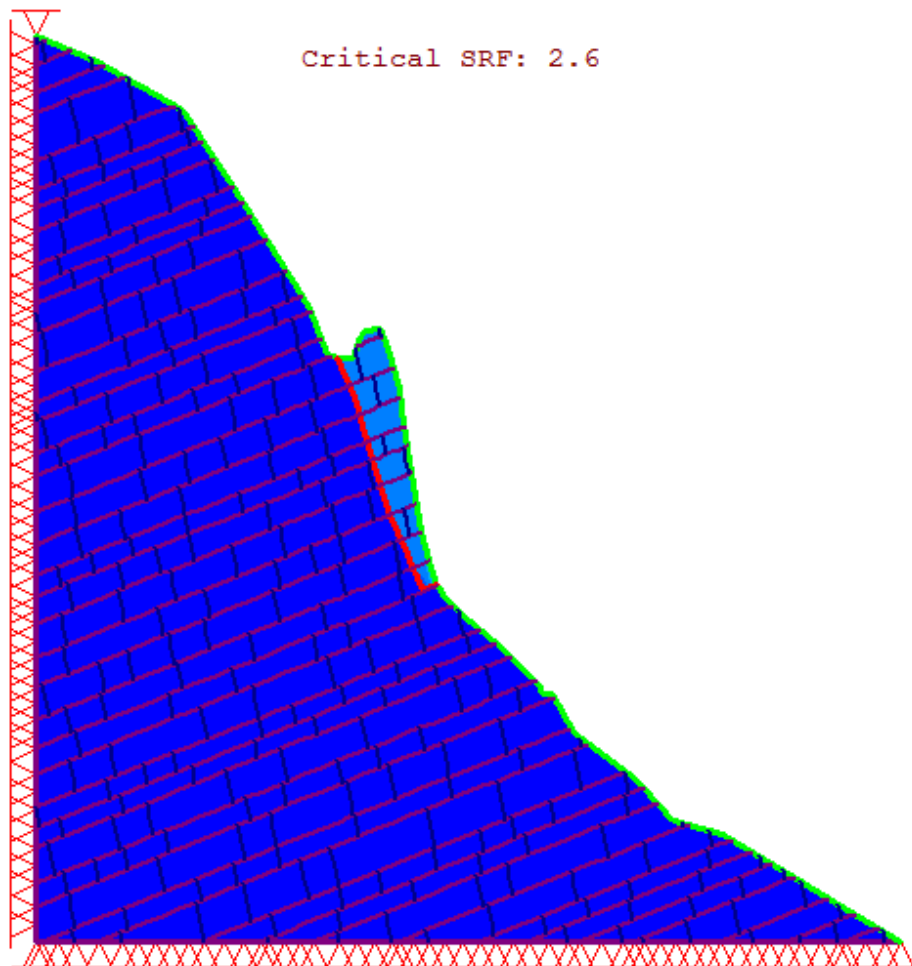


Figura 8.4.1.5. Desplazamientos totales para un factor de seguridad de 2.6.

Por otra parte, las máximas deformaciones de corte son generadas justo en el pie de bloque de roca, como se muestra en la figura 8.4.1.6, lo cual proporciona indicios de por dónde se generará una posible fractura en caso de que el equilibrio sea perturbado.

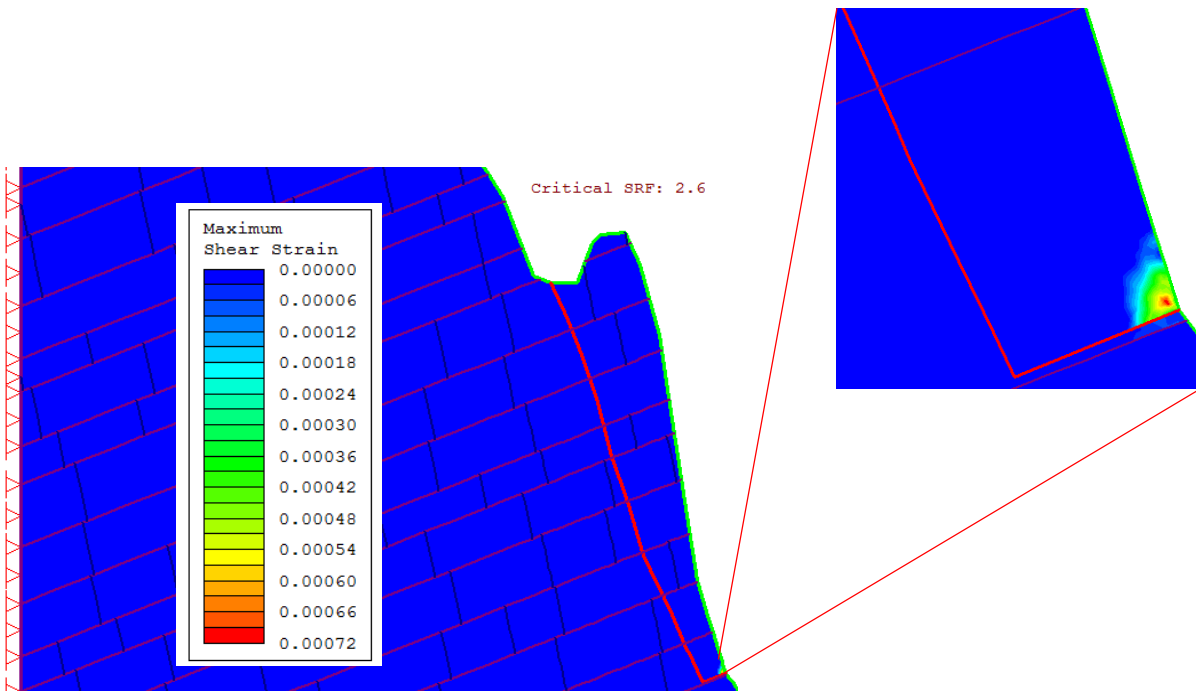


Figura 8.4.1.6. Máximas deformaciones de corte para un factor de seguridad de 2.6

Dado que el sitio donde se aloja el bloque es considerado como una zona sísmica del tipo D^1 , de acuerdo al manual de diseño de obras civiles de CFE, se consideró un valor de aceleración para el terreno de 0.15 [g] (Montiel, et. al., 2012, p. 5). Para visualizar de mejor manera los efectos que el sismo podría producir, se agregaron varias etapas de cálculo, las cuales consideran distintos valores de aceleración sísmica, empezando en 0.05 [g] y concluyendo en 0.35 [g], con incrementos de 0.05 [g] en cada una. El cálculo del modelo realizado muestra, que para un valor de aceleración de 0.15 [g], el bloque permanece estable mientras que solo se produce una relajación del macizo en la parte superior, lo que es traducido en un mínimo desplazamiento de este (figura 8.4.1.7).

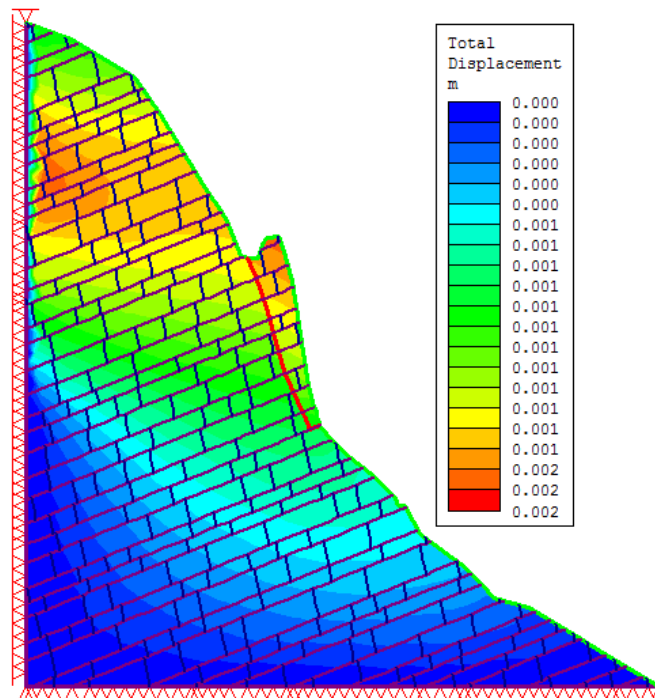


Figura 8.4.1.7. Desplazamientos generados con una aceleración sísmica de 0.15 [g].

¹Las zonas sísmicas tipo D son definidas, acorde al manual de diseño de obras civiles de CFE, considerando el diseño óptimo y la ocurrencia de sismos deterministas y probabilistas (Mena & Pérez, 2008).

La figura 8.4.1.8 muestra que para una aceleración de 0.15 [g], dichas deformaciones son generadas en la parte trasera de la ladera, como en el caso anterior, lo que provoca un ligero movimiento del macizo rocoso hacia el frente de éste. La figura 8.4.1.9 muestra los esfuerzos verticales σ_1 , los cuales representan la carga ejercida en el bloque y cuyo aumento se suscita hacia el pie del este.

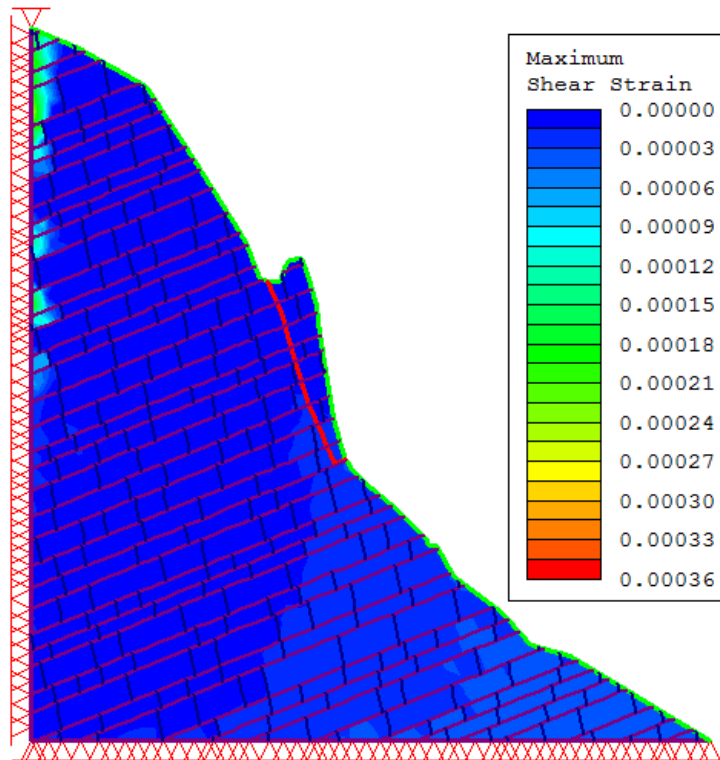


Figura 8.4.1.8 Máximas deformaciones de corte para una aceleración sísmica de 0.15 [g].

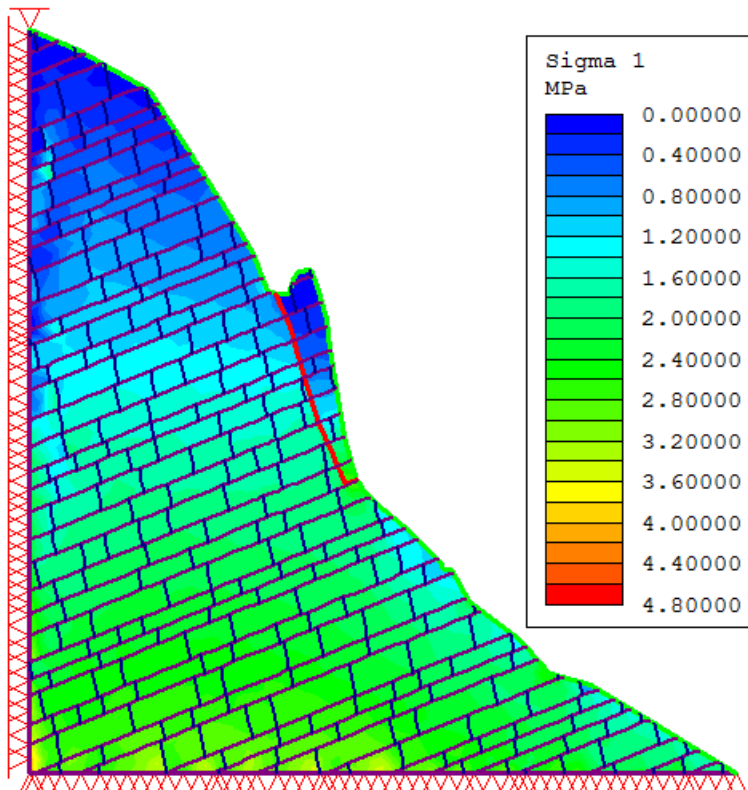


Figura 8.4.1.9. Carga ejercida sobre el pie del bloque para una aceleración sísmica de 0.15 [g].

Por otro lado, cuando la aceleración sísmica aumenta a 0.20 [g] el bloque falla debido a que la relajación del macizo provoca una deformación de éste hacia el frente o cara de la ladera, por lo que dicho bloque vuelca. Lo anterior puede ser visualizado en la figura 8.4.1.10 en función de los vectores de deformación, o en la figura 8.4.1.11 como función de los contornos de deformación de la malla.

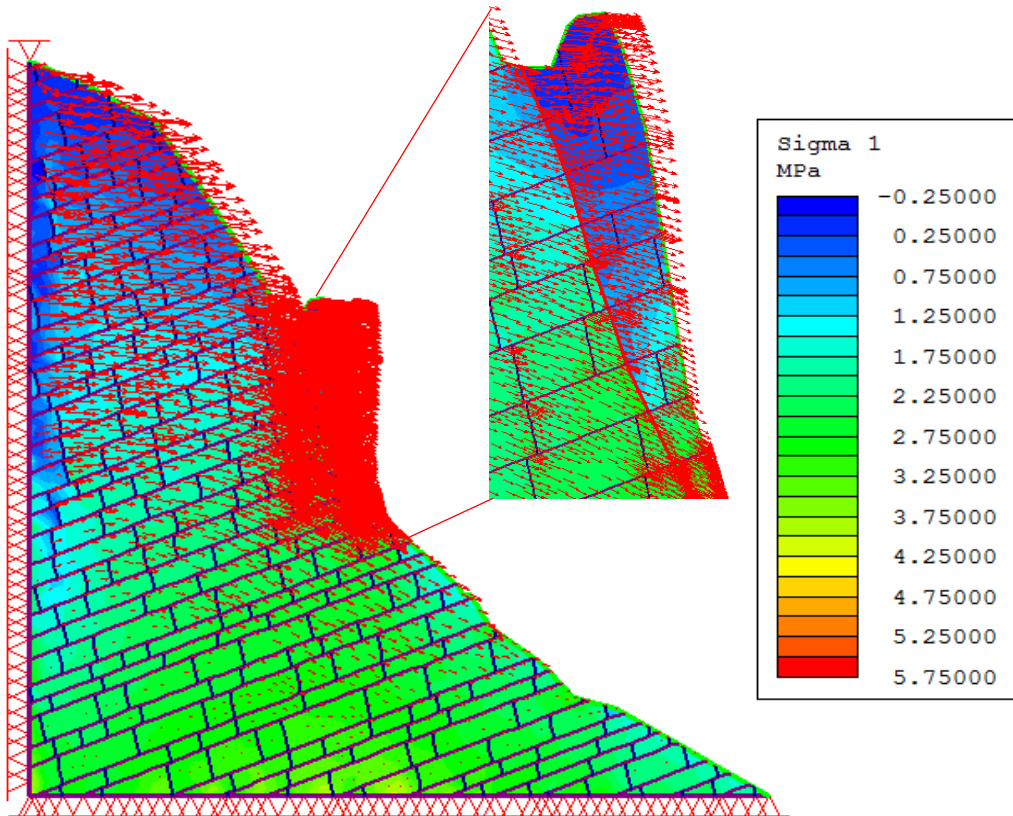


Figura 8.4.1.10. Vectores de deformación para una aceleración sísmica de 0.20 [g].

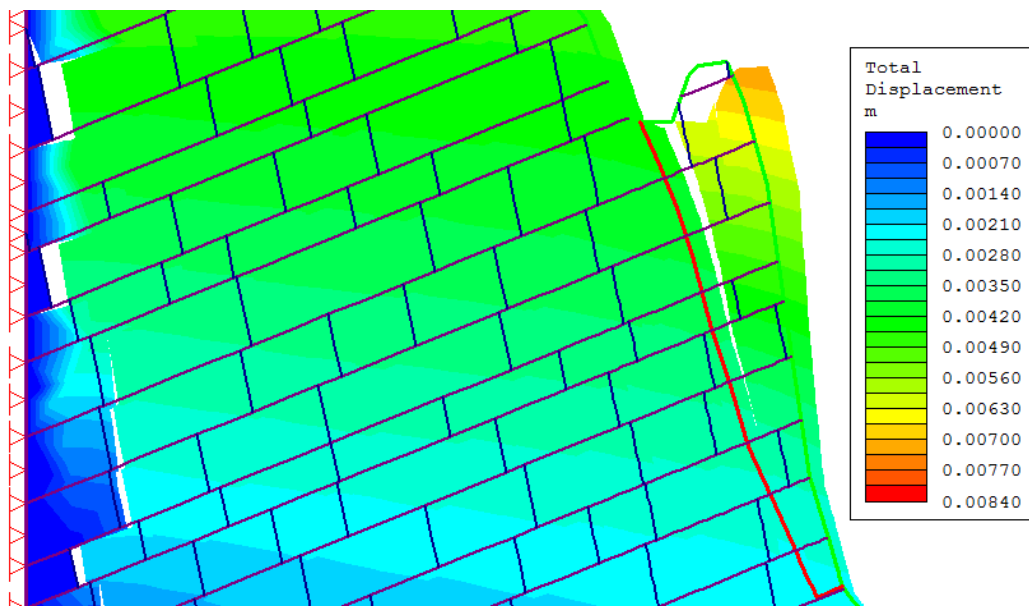


Figura 8.4.1.11 Contornos de deformación de la malla para una aceleración sísmica de 0.20 [g].

Para reducir la incertidumbre acerca del comportamiento del bloque, se realizó un análisis de sensibilidad considerando la misma geometría pero con la diferencia de que las discontinuidades existentes solo se presentan en el bloque de roca a analizar, además de que sus parámetros están considerados para representar una resistencia considerablemente baja (cohesión nula).

La figura 8.4.1.12 muestra que para una aceleración sísmica de 0.15 [g], existen desplazamientos mínimos, sin embargo el bloque sigue siendo estable. Por otro lado, para una aceleración de 0.20 [g] el bloque se volverá inestable y volcará (figura 8.4.1.13 y 8.4.1.14).

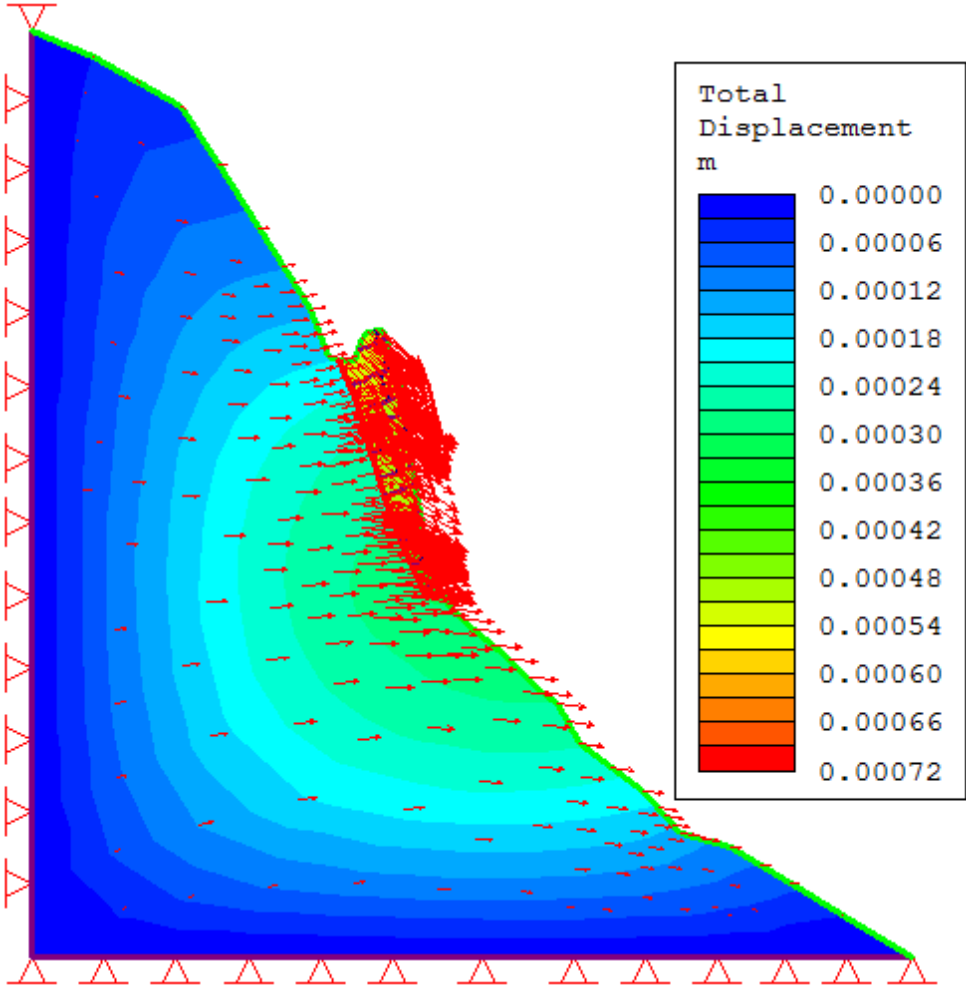


Figura 8.4.1.12 Vectores de deformación para una aceleración sísmica de 0.15 [g].

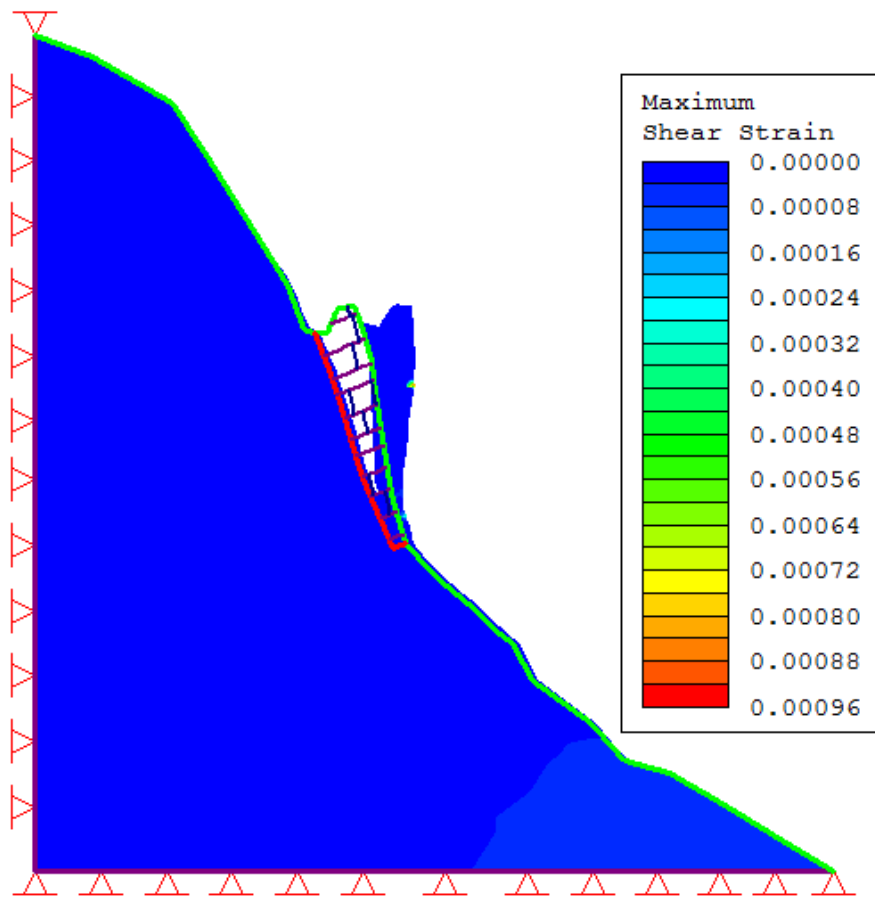


Figura 8.4.113. Máximas deformaciones de corte para una aceleración sísmica de 0.20 [g].

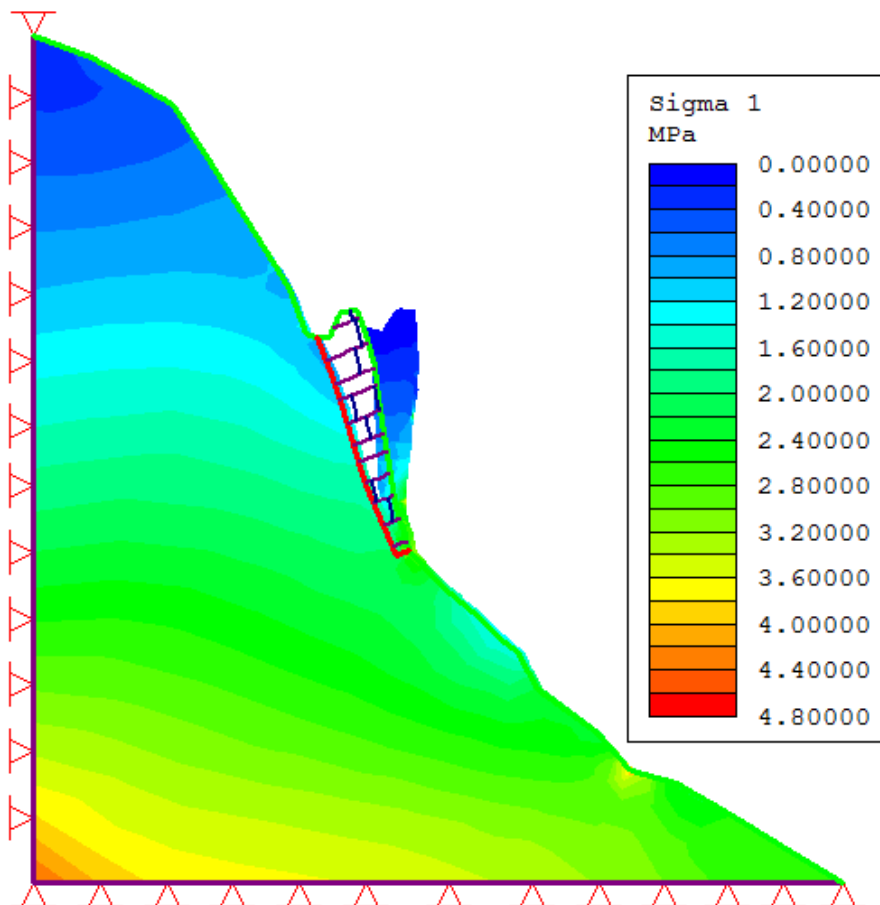


Figura 8.4.114. Carga ejercida en el bloque de roca para una aceleración sísmica de 0.20 [g].

La comparativa de análisis demuestra que incluso cuando las propiedades de resistencia de las discontinuidades son disminuidas, el comportamiento del bloque de roca es el mismo y, por ende, se considera estable para una aceleración sísmica de 0.15 [g], el cual define las zonas sísmicas tipo "D".

Como se mencionó al principio del capítulo, la modelación del mecanismo de volteo anterior fue basada en el método del elemento finito con discontinuidades explícitas (JFEM), el cual toma en cuenta dos pares nodales en cada extremo de la discontinuidad, estas condiciones definen su interface y la impenetrabilidad de los elementos que la conformen y éstos últimos forzan la respuesta normal y tangencial del material en la discontinuidad.

Para comparar los resultados entre el JFEM y el FEM en el modelo anterior, se eliminaron dichos pares nodales de los extremos de la discontinuidad principal (junta roja), dejando solamente un nodo en cada extremo de ésta.

Tras realizar el cálculo con un solo nodo en cada extremo de la junta, con los parámetros de la tabla 8.4.1.2 y considerando las discontinuidades en todo el macizo rocoso, se observa que, de manera similar al primer análisis basado en el JFEM, el bloque será estable, incluso con una aceleración sísmica de 0.15 [g] mientras que para una aceleración de 0.20 [g] el bloque volcará (figuras 8.4.1.15 y 8.4.1.16).

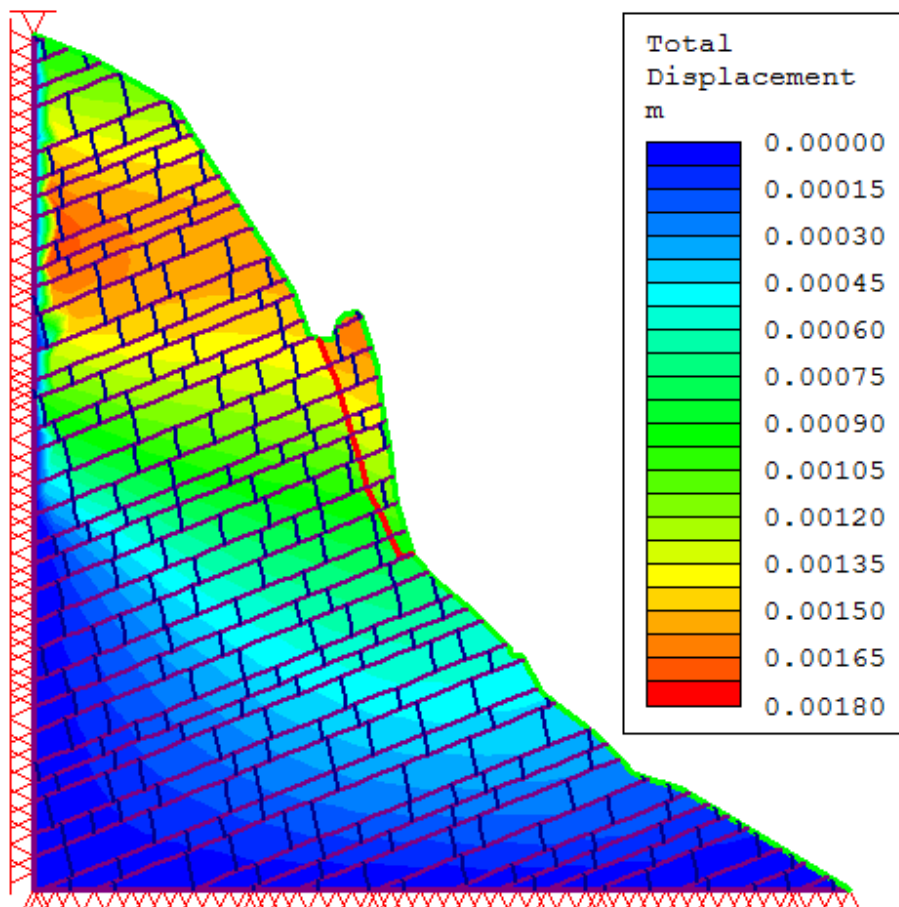


Figura 8.4.1.15. Desplazamientos para una aceleración de 0.15 [g].

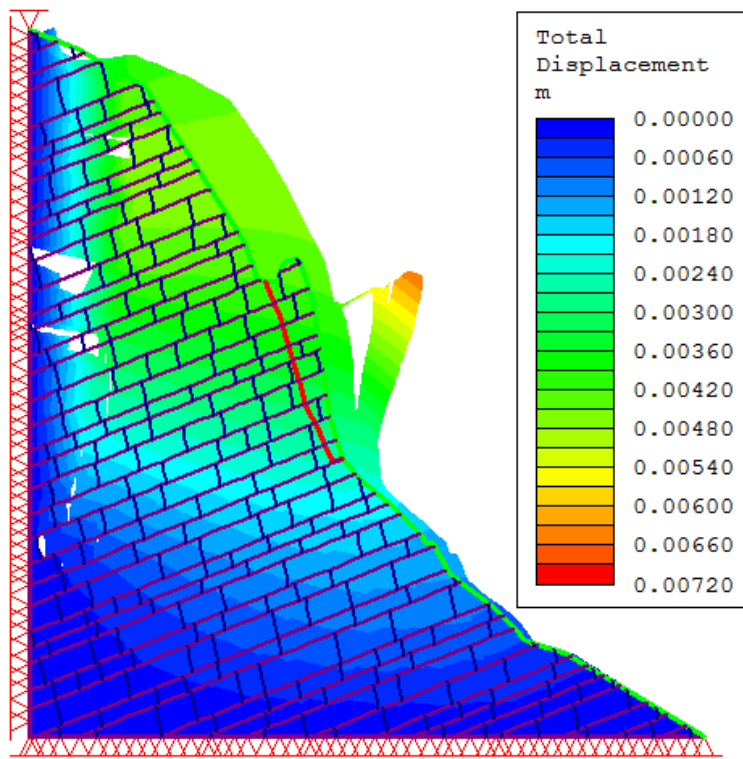


Figura 8.4.1.16. Contornos de deformación de la malla para una aceleración de 0.20 [g].

Cuando se disminuyen las propiedades resistivas de las discontinuidades, para un modelo en donde éstas existan solamente en el bloque de roca propenso al vuelco, se observa que el bloque sigue siendo estable para una aceleración de 0.15 [g] mientras que para un valor de 0.20 [g], éste se vuelve inestable (figuras 8.4.1.17 y 8.4.1.18).

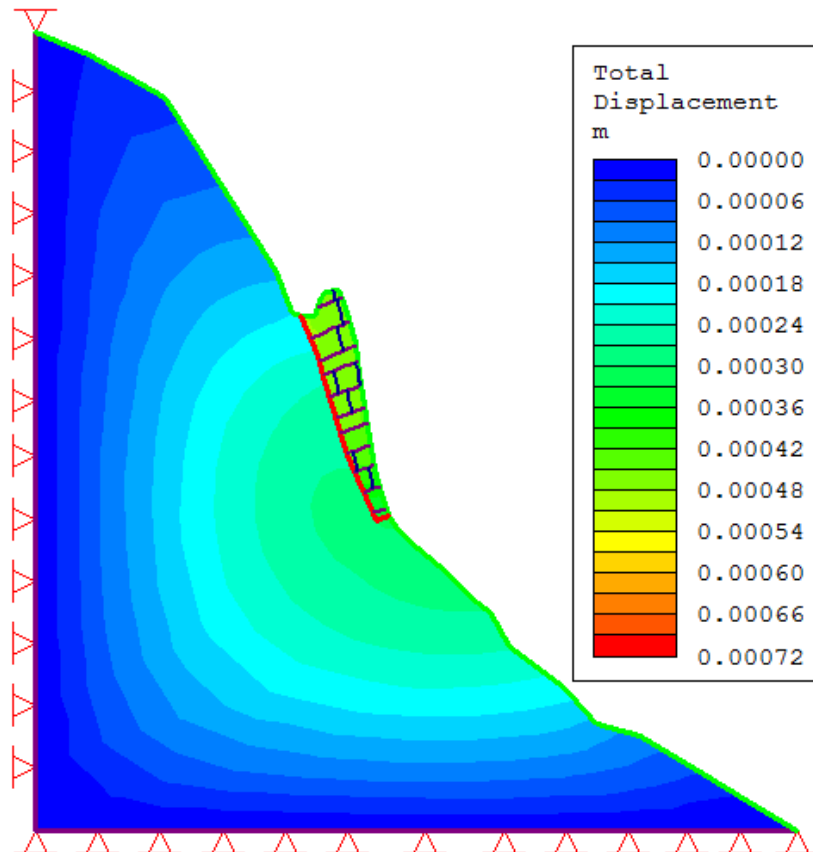


Figura 8.4.1.17. Desplazamientos para una aceleración sísmica de 0.15 [g].

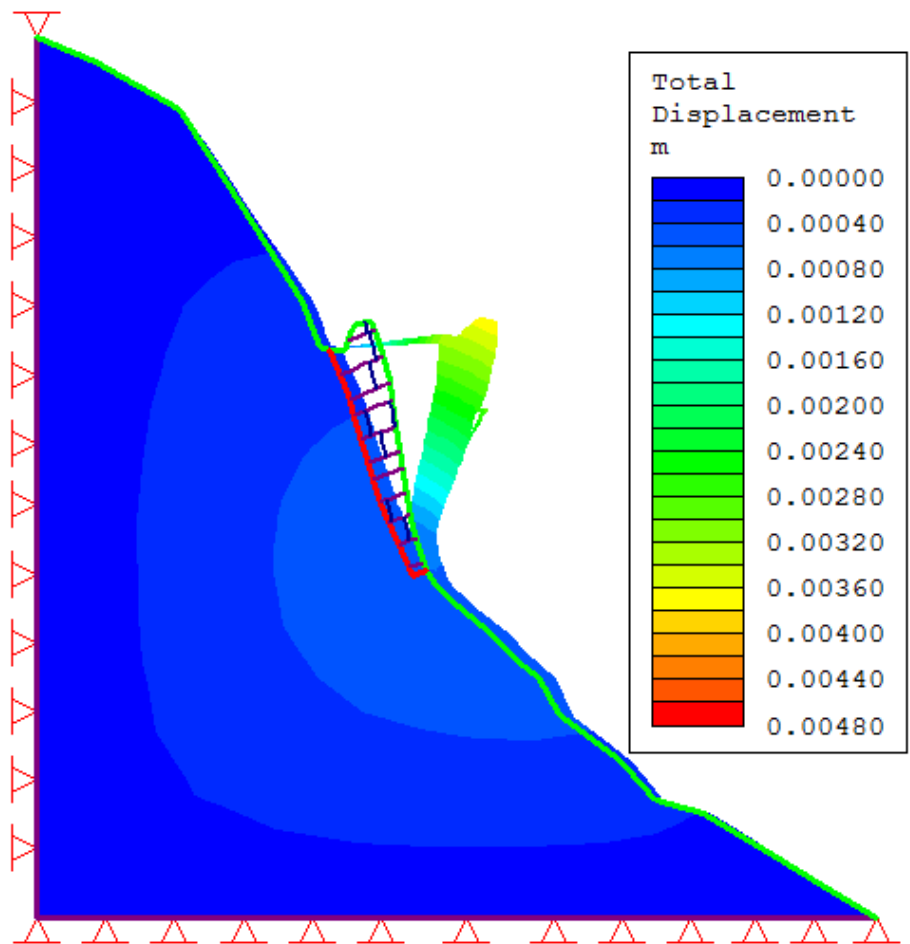


Figura 8.4.118. Contornos de deformación de la malla para una aceleración sísmica de 0.20 [g].

Las figuras anteriores muestran que, aun cuando la resistencia de las discontinuidades es disminuida, el mecanismo de volteo sigue estando presente. Se debe notar que en las figuras mostradas en la parte superior, el bloque de roca parece estirarse en su cima, lo que es físicamente imposible dadas sus propiedades elásticas. Esto último se debe a que el nuevo cálculo fue realizado sujeto a la eliminación de los pares nodales en cada extremo de la discontinuidad. Lo anterior sugiere al JFEM como mejor método para evaluar problemas en la continuidad del material debido a la similitud de sus ecuaciones gobernantes con las del DEM.

8.5 Comparativa con los análisis tradicionales.

Los resultados producto de la modelación con JFEM fueron comparados con aquellos calculados de manera convencional por Montiel (et. al., 2012) en función del factor de seguridad, evaluando una condición estática, es decir sin la acción de un sismo y evaluando una condición pseudoestática, es decir con presencia de sismo. Los factores de seguridad calculados de manera convencional fueron evaluados con la siguiente expresión.

$$FS = \frac{\sigma_c}{\sigma_p, \sigma_{pw}, \sigma_{kt}, \sigma_{sw}} \quad (8.5.1)$$

Donde:

σ_c es la resistencia a la compresión del macizo rocoso.

σ_p es la presión del macizo rocoso por efecto de su propio peso.

σ_{pw} es la presión en el pie del bloque, debido a diferentes porcentajes de llenado de agua.

σ_{kt} representa los esfuerzos transmitidos en el pie del bloque.

σ_{sw} es el esfuerzo transmitido al pie del bloque.

Los resultados obtenidos por Montiel (et. al., 2012) y los parámetros considerados para el análisis se resumen en la tabla 8.5.1.

Condición	c [t/m ²]	ϕ (°)	F _k	FS
Estática	-	30	-	3.01
Pseudoestática	-	30	0.15	1.81

Tabla 8.5.1 Parámetros considerados para el material rocoso. Tomado de Montiel (et. al., 2012).

Donde c es la cohesión, F_k es la fuerza sísmica y FS el factor de seguridad.

La estabilidad solamente del macizo rocoso con un modelo que considerara solo los esfuerzos in situ del sitio (estático), esto con la finalidad de comparar el factor de seguridad sin la acción del sismo de los métodos convencionales con el JFEM. El factor de seguridad o *strength reduction factor* (SRF), calculado por el software y con base en los parámetros de la tabla 8.4.1.1 y 8.4.1.2, fue de 2.6 como se muestra en la figura 8.4.1.5.

Definir un factor de seguridad que tome en cuenta las condiciones de sismo no es una tarea que el software pueda realizar, sin embargo, el factor de seguridad puede ser estimado mediante el cociente de la aceleración sísmica a la cual el bloque de roca falla y la aceleración sísmica del sitio, es decir:

$$FS = \frac{F_{ktf}}{F_{kt}} \quad (8.5.2)$$

Donde F_{ktf} es la aceleración sísmica al cual el bloque falla y F_{kt} es la aceleración sísmica del sitio.

Si se realiza el cociente definido por la expresión 8.5.2, el factor de seguridad del sitio para una aceleración sísmica de falla de 0.2 [g], será de 1.33.

Los cálculos anteriores demuestran que el método de los elementos finitos, específicamente el JFEM, tiene una mejor precisión debido a los parámetros que pueden ser considerados en la modelación y a su forma de operar. Esto reduce considerablemente la incertidumbre manejada en los métodos convencionales, además, permite hacer comparaciones y análisis de sensibilidad, lo que se traduce en una toma de decisiones más efectiva.

Los factores de seguridad calculados para el caso estático y pseudoestático, tanto en los análisis tradicionales como para los obtenidos mediante el modelado numérico, difieren, primeramente para el caso estático, aproximadamente 13.6%, mientras que para el caso pseudoestático un 26.5%. Si los resultados obtenidos en los resultados analíticos difirieran alrededor del orden de cuatro o cinco décimas y por otro lado, si en el modelado numérico la condición de estabilidad fuera límite, entonces dicha diferencia crecería alrededor de 5% por cada décima para el caso estático y alrededor del 2% para el pseudoestático. Por lo anterior es de suma importancia considerar los parámetros bajo los esfuerzos reales en los análisis numéricos. También se debe tener presente que, a comparación de los análisis numéricos, la carga, dentro de los análisis convencionales, es calculada en función solamente del peso del bloque y que los valores de sismo dependen de si éste se aplica en el centroide o en algún otro punto de referencia.

9 Conclusiones y recomendaciones.

Lograr la correcta evaluación de las condiciones de estabilidad de un cualquier macizo rocoso requiere, primeramente, conocimientos sólidos acerca de geología, la identificación de los materiales rocosos que conforman el macizo define en gran parte el comportamiento de éste, procesos tales como la meteorización y la erosión y las discontinuidades existentes condicionan también su respuesta ante agentes externos. La información geológica recabada debe ser analizada mediante métodos cuantitativos que representen el comportamiento del medio, por ende una conjunción entre conocimientos sólidos de matemáticas y física debe ser aplicada para obtener respuestas acorde a las observaciones hechas en campo.

Analizar los factores que propician el desarrollo del mecanismo volteo involucra conocer sus condiciones estructurales, el tamaño del bloque propenso a fallar y las diferentes formas en las que se presenta este. Dichas condiciones son abstraídas en modelos matemáticos bidimensionales que representan el comportamiento del medio y su respuesta ante la acción de fuerzas que en él se ejerzan. Los modelos tratados, tanto para la estabilidad del macizo rocoso y del bloque, como para la caída de rocas, están basados en considerables suposiciones que elevan el grado de incertidumbre de sus resultados. Para reducir dicha condición, actualmente es común incorporar diseños asistidos mediante el método del elemento finito, el cual permite considerar un mayor número de parámetros y reducir la incertidumbre de los resultados obtenidos de los métodos convencionales.

Al inicio de este trabajo se planteó resaltar la importancia del modelado numérico en la evaluación de la estabilidad de laderas susceptibles al mecanismo de volteo, a través de la comparativa de éste con los métodos convencionales.

Se ha demostrado durante el desarrollo de este trabajo que el modelado geotécnico de diseño puede y debe ser asistido por software que opere mediante el método de los elementos finitos. Estos representan una potente herramienta que permite obtener una respuesta más apegada a la realidad. Incorporar una mayor cantidad de datos permite modelar de una mejor manera el comportamiento del mecanismo de volteo, esto se traduce en una mejor visualización y entendimiento del fenómeno para el ingeniero geotecnista, permitiendo así una toma de decisiones congruente y efectiva basada en demostraciones cuantitativas.

Es de resaltarse que, para obtener un máximo desempeño y aprovechamiento de tales herramientas, se debe conocer de la mejor manera el funcionamiento de éstas. Los métodos numéricos usados, FEM y JFEM, no operan de la misma manera. El JFEM, a comparación del simple FEM, el cual sirve para modelar comportamientos de material continuos, puede considerar juntas o discontinuidades específicas del material estudiado. Lo anterior es posible debido a su formulación de doble nodo en cada extremo de la junta. El desarrollo matemático de las ecuaciones de movimiento de esta condición es, prácticamente similar, al de las ecuaciones de movimiento del DEM, método que modela materiales discontinuos y todos sus posibles contactos e interacción entre ellos.

El JFEM, cuyos resultados son certeros y confiables, tiene la principal ventaja sobre el DEM en su velocidad, ya que al modelar con discontinuidades explícitas no es necesario calcular todas las matrices de posibles contactos como en este.

Por otra parte, se debe tener en cuenta que los resultados de cualquier modelo están en función de las condiciones geológicas que definen los parámetros usados, de los criterios de rotura, del tipo de método numérico empleado y en gran medida de la experiencia del usuario. Dado que los parámetros que definen al material son obtenidos, primeramente, de la literatura y posteriormente de pruebas de campo y de laboratorio, es necesaria una comparativa exhaustiva entre los datos obtenidos; esto recalca la garantía de realizar dichas pruebas con la mejor calidad y en base a las normativas existentes.

Por último se debe recalcar que la finalidad de cualquier proyecto ingenieril es desarrollar y permitir beneficios para un país o grupo social, por lo tanto se requiere una conjunción de personas capacitadas de diferentes áreas.

La comunicación que exista entre los participantes de un proyecto es de vital importancia. En el rubro de la geotecnia se llegan a suscitar errores, debido primeramente a la planeación y posteriormente a la poca o nula comunicación entre el geólogo y el ingeniero geotecnista.

Evitar estos errores requiere que el personal encargado de recabar la información geológica comprenda qué es lo que se necesita para realizar un proyecto de diseño y que de igual manera el geotecnista sea específico en los datos a utilizar. La perfecta conjunción de lo anterior garantiza resultados óptimos.

Anexo 1. Sistema de clasificación RMR.

Strength of intact rock material (Bieniawski, 1989).

Qualitative Description	Compressive Strength (MPa)	Point Load Strength (MPa)	Rating
Exceptionally Strong	> 250	>8	15
Very Strong	100-250	4-10	12
Strong	50-100	2-4	7
Average	25-50	1-2	4
Weak	5-25	Use of uniaxial compressive strength is preferred	2
Very weak	1-5	- do -	1
Extremely weak	< 1	- do -	0

Rock Quality Designation, *RQD* (Bieniawski, 1989).

S. No.	RQD (%)	Rock Quality	Rating
5	90-100	Excellent	20
4	75-90	Good	17
3	50-75	Fair	13
2	25-50	Poor	8
1	< 25	Very Poor	3

Spacing of discontinuities (Bieniawski, 1989).

Description	Spacing (m)	Rating
Very wide	> 2	20
Wide	0.6 – 2	15
Moderate	0.2 – 0.6	10
Close	0.006 – 0.2	8
Very close	> 0.06	5

Condition of discontinuities (Bieniawski, 1989).

Description	Rating
Very rough surfaces and unweathered, wall rock. Not continuous, no separation	30
Slightly rough surfaces and slightly weathered walls . Separation < 1 mm	25
Slightly rough surfaces and highly weathered walls. Separation < 1 mm	20
Slickensided surfaces or < 5 mm thick gouge or 1-5 mm separation, continuous discontinuity	10
Soft gouge > 5 mm thick, Separation > 5 mm continuous discontinuity	0

Ground water condition (Bieniawski, 1989).

Inflow per 10 m tunnel length (litre/min)	None	< 10	10-25	25-125	> 125
Joint water pressure / major principal stress	0	< 0.1	0.1-0.2	0.2-0.5	>0.5
General description	Completely dry	Damp	Wet	Dripping	Flowing
Rating	15	10	7	4	0

Adjustment for joint orientation (Bieniawski, 1989).

Joint orientation Strike and dip	Very favourable	Favourable	Fair	Unfavourable	Very Unfavourable
Tunnels & mines	0	-2	-5	-10	-12
Foundations	0	-2	-7	-15	-25
Slopes	0	-5	-25	-50	

Anexo 2. Sistema de clasificación Q.

Rock Quality Designation RQD	Condition	RQD
A	Very Poor	0-25
B	Poor	25-50
C	Fair	50-75
D	Good	75-90
E	Excellent	90-100

Note: (i) Where RQD is reported or measured as ≤ 10 (including 0), a nominal value of 10 is used to evaluate Q
(ii) RQD intervals of 5, i.e., 100, 95, 90 etc. are sufficiently accurate

The parameter J_n , representing the number of joint sets will often be affected by foliation, schistosity, slaty cleavage or bedding etc. If strongly developed, these parallel discontinuities should be counted as a complete joint set. If there are few joints visible or only occasional breaks in rock due to these features, then one should count them as “a random joint set” while evaluating J_n in the following table

Joint set number J_n	Condition	J_n
A	Massive, none or few joints	0.5 – 1.0
B	One joint set	2
C	One joint set plus random	3
D	Two joint sets	4
E	Two joint sets plus random	6
F	Three joint sets	9
G	Three joint sets plus random	12
H	Four or more joint sets, random, heavily jointed, “sugar cubes”, etc	15
I	Crushed rock, earth like	20

Note: (i) For intersections use $(3.0 J_n)$
(ii) For portals use $(2.0 J_n)$

The parameters J_r and J_a , should be relevant to the weakest significant joint set or clay filled discontinuity in a given zone. J_r represents joint roughness and J_a the degree of alteration of joint walls or filling material. If the joint set or discontinuity with the minimum value of (J_r/J_a) is favourably orientated for stability, then a second, less favourably orientated joint set or discontinuity may sometimes be of more significance, and its higher value of (J_r/J_a) should be used

Joint roughness number J_r	Condition	J_r
	a) Rock wall contact and b) Rock wall contact before 10 cm shear	
A	Discontinuous joints	4
B	Rough or irregular, undulating	3
C	Smooth, undulating	2.0
D	Slickensided, undulating	1.5
E	Rough or irregular, planar	1.5
F	Smooth, planar	1.0
G	Slickensided, planar	0.5
	c) No rock wall contact when sheared	
H	Zone containing clay minerals thick enough to prevent rock wall contact	1.0
I	Sandy, gravelly, or crushed zone thick enough to prevent rock wall contact	1.0

Notes: (i) Descriptions refer to small-scale features and intermediate scale features, in that order.

(ii) Add 1.0 if the mean spacing of relevant joint set is greater than 3 m.

(iii) $J_r = 0.5$ can be used for planar, slickensided joints having lineation, provided the lineation are oriented for minimum strength.

(iv) J_r and J_a classification is applied to the joint set or discontinuity that is least favourable for stability both from the point of view of orientation and shear resistance, τ (where $\tau \approx \sigma_n \tan^{-1} (J_r/J_a)$)

Joint alteration number J_a	a) Rock wall contact (no mineral fillings, only coatings)	ϕ_r (degree)	J_a
A	Tightly healed hard, non-softening, impermeable filling, i.e., quartz or epidote		0.75
B	Unaltered joint walls, surface staining only	25-35	1.0
C	Slightly altered joint walls. Non-softening mineral coatings, sandy particles, clay-free disintegrated rock, etc.	25-30	2.0
D	Silty or sandy clay coatings, small clay fraction (non-softening)	20-25	3.0
E	Softening or low friction clay mineral coatings, i.e., kaolinite, mica. Also chlorite, talc, gypsum, and graphite, etc., and small quantities of swelling clays	8-16	4.0
	b) Rock wall contact before 10 cm shear (thin mineral fillings)		
F	Sandy particles, clay-free disintegrated rock, etc.	25-30	4.0
G	Strongly over-consolidated, non-softening clay mineral fillings (continuous, < 5mm in thickness)	16-24	6.0
H	Medium or low over-consolidation, softening, clay mineral fillings (continuous, < 5 mm in thickness)	12-16	8.0
J	Swelling clay fillings, i.e., montmorillonite (continuous, < 5 mm in thickness). Value of J_a depends on percentage of swelling clay-sized particles, and access to water, etc.	6-12	8-12
	c) No rock wall contact when sheared		
KLM	Zones or bands of disintegrated or crushed rock and clay (see G, H, J for description of clay condition)	6-24	8-12
N	Zones or bands of silty or sandy clay (non-softening)		5
OPR	Thick, continuous zones or bands of clay (see G, H, J for description of clay condition)	6-24	13-20

The water pressure has an adverse effect on the shear strength of joints due to the reduction in the effective normal stress across joints. The parameter J_w is a measure of water pressure. Water in addition may cause wash-out in a clay filled joint or softening.

Joint water reduction factor J_w	Approx. Water pres (kg/cm ²)	J_w	
A	Dry excavations or minor inflow, i.e., 5 lt./min locally	< 1	1.0
B	Medium inflow or pressure occasional out-wash of joint fillings	1-2.5	0.66
C	Large inflow or high pressure in competent rock with unfilled joints	2.5-10	0.5
D	Large inflow or high pressure, considerable out-wash of joint fillings	2.5-10	0.33
E	Exceptionally high inflow or water pressure at blasting, decaying with time.	> 10	0.2-0.1
F	Exceptionally high inflow or water pressure continuing without noticeable decay	> 10	0.1-0.05

Note: (i) Factors C to F are crude estimates. Increase J_w if drainage measures are installed.

(ii) Special problems caused by ice formation are not considered

(iii) For general characterisation of rock masses distant from excavation influences, the use of $J_w = 1.0, 0.66, 0.5, 0.33$, etc. as depth increases from say 0-5, 5-25, 25-250 to > 250 metres is recommended, assuming that RQD/J_n is low enough (e.g., 0.5-25) for good hydraulic connectivity. This will help to adjust Q for some of the effective stress and water softening effects, in combination with appropriate characterisation values of SRF . Correlations with depth-dependent static deformation modulus and seismic velocity will then follow the practice used when these were developed.

The factor *SRF* appropriate to loosening pressures/loads when the rock mass contains clay. In such case the strength of the intact rock is of little interest. When jointing is minimal and clay is completely absent, the strength of the intact rock may become the weakest link and the stability will then depend on the ratio rock stress/rock strength. A strongly anisotropic stress field is unfavourable to stability, see note (ii).

Stress reduction factor <i>SRF</i>	Condition	SRF			
	a) Weakness zones intersecting excavation, which may cause loosening of rock mass when tunnel is excavated.				
A	Multiple occurrences of weakness zones containing clay or chemically disintegrated rock, very loose surrounding rock (any depth)	10.0			
B	Single-weakness zones containing clay or chemically disintegrated rock (depth of excavation ≤ 50 m)	5.0			
C	Single-weakness zones containing clay or chemically disintegrated rock (depth of excavation > 50 m)	2.5			
D	Multiple-shear zones in competent rock (clay-free), loose surrounding rock (any depth)	7.5			
E	Single-shear zones in competent rock (clay-free)(depth of excavation ≤ 50 m)	5.0			
F	Single-shear zones in competent rock (clay-free)(depth of excavation >50 m)	2.5			
G	Loose open joints, heavily jointed or "sugar cubes", etc. (any depth)	5.0			
	b) competent rock, rock stress problems		σ_c/σ_1	σ_θ/σ_c	SRF
H	Low stress, near surface open joints		>200	<0.01	2.5
J	Medium stress, favourable stress condition		200-10	0.01-0.3	1.0
K	High stress, very tight structure (usually favourable to stability, may be unfavourable to wall stability)		10-5	0.3-0.4	0.5-2
L	Moderate slabbing after > 1 hr in massive rock		5-3	0.5-0.65	5-50
M	Slabbing and rock burst after a few minutes in massive rock		3-2	0.65-1.0	50-200
N	Heavy rock burst (strain-burst) and immediate deformations in massive rock		<2	>1	200-400
	c) Squeezing rock; plastic flow of incompetent rock under the influence of high rock pressure				
			σ_θ/σ_c	SRF	
Q	Mild squeezing rock pressure		1-5		5-10

P	Heavy squeezing rock pressure		> 5	10-20
	d) Swelling rock; chemical swelling activity depending on presence of water			
		SRF		
Q	Mild swelling rock pressure	5-10		
R	Heavy swelling rock pressure	10-15		

Note: (i) Reduce these *SRF* values by 20-50% if the relevant shear zones only influence but do not intersect the excavation. This will also be relevant for characterisation. (ii) For strongly anisotropic stress field (if measured): when $5 \leq \sigma_1/\sigma_3 \leq 10$, reduce σ_c to $0.75 \sigma_c$, when $\sigma_1/\sigma_3 > 10$, reduce σ_c to $0.5 \sigma_c$ (where σ_c is unconfined compressive strength, σ_1 and σ_3 are major and minor principal stress, and σ_θ the maximum tangential stress (estimated from elastic theory)) (iii) Few case records available where depth of crown below surface is less than span width. Suggest an *SRF* increase from 2.5 to 5 for such cases (see H) (iv) Cases L, M and N are usually most relevant for support design of deep tunnel excavations in hard rock massive rock masses, with RQD/J_r ratios from about 50-200. (v) For general characterisation of rock masses distant from excavation influences, the use of *SRF*=5, 2.5, 1.0 and 0.5 is recommended as depth increases from say 0-5, 5-25, 25-250 to > 250 m. This will help to adjust *Q* for some of the effective stress effects, in combination with appropriate characterisation values of J_r . Correlations with depth-dependent static deformation modulus and seismic velocity will then follow the practice used when these were developed. (vi) Cases of squeezing rock may occur for depth $H > 350Q^{1/3}$. Rock mass compression strength can be estimated from $\text{SIGMA}_{cm} \approx 5\rho Q^{1/3}$ (MPa) where ρ is the rock density in t/m^3 , and $Q = Q \sigma_c/100$.

11 Bibliografía.

- I. Ayneto, G. X. & Ferrer, B. M. (2012). *Mecánica del Medio Continuo en la Ingeniería: Teoría y Problemas Resueltos*. Barcelona. Iniciativa Digital Politécnica.
- II. Azzoni, A.; La Barbera, G. & Zaninetti, A. (1995). Analysis and Prediction of Rockfalls Using a Mathematical Model. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 32. No.7 pp. 709-724.
- III. Bićanić, N. (2007). Discrete Element Methods. *Encyclopedia of Computational Mechanics*. Volume 1: Fundamentals. Pp. 1-32.
- IV. Chen, G.; Zheng, L.; Zhang, Y. & Wu, J. (2012). *Numerical Simulation In Rockfall Analysis; A Close Comparison Of 2-D And 3-D DDA*. Springer-Verlag Wien.
- V. Crosta, G.; Agliardi, F.; Frattini, P.; Lari, S. (2015). *Key Issues In Rock Fall Modeling, Hazard And Risk Assessment For Rock Fall Protection. Engineering Geology For Society And Territory – Volume 2*.
- VI. Dávila, Burga Jorge. (1999). *Diccionario Geológico. Sector Energía y Minas: Instituto Geológico Minero y Metalúrgico*. Lima, Perú : República del Perú.
- VII. Edelbro, C. (2003). *Rock Mass Strength. A Review*. LULEÁ UNIVERSITY OF TECHNOLOGY. Department of Civil Engineering. Division of Rock Mechanics.
- VIII. Gonzáles, de V. L. I.; Ferrer, M.; Ortuño, L. & Oteo, C. (2002). *Ingeniería Geológica*. Madrid, España. PEARSON EDUCACIÓN S.A.
- IX. Goodman, R. E. & Bray, J. W. (1976). *Toppling of Rock Slopes*. Reprinted from the Proceedings of the Specialty Conference on Rock Engineering for Foundations and Slopes.
- X. Goodman, R. E. (1980). *Introduction to Rock Mechanics*, Toronto. John Wiley.
- XI. Goodman, R. E. & Kieffer, D. S. (2000). Behavior Of Rock In Slopes. *JOURNAL OF GEOTECHNICAL AND GEOENVIRONMENTAL ENGINEERING*. p. 675-684.
- XII. Gutiérrez, E. M. (2008). *Geomorfología*. Madrid, España. PEARSON EDUCACIÓN S.A.
- XIII. Hawking, S. & Mlodinow, L. (2010). *El GRAN DISEÑO*. (1a ed.) Estados Unidos. Crítica.
- XIV. Hudson, J. H. & Harrison, J. P. (1997). *Engineering Rock Mechanics. An Introduction to the Principles*. London, UK. Pergamon.
- XV. ITASCA, Consulting Group, Inc. (2015). *FLAC 8 Basics. An introduction to FLAC 8 and guide to its practical application in geotechnical engineering*.
- XVI. Jakob, C. & Konietzky, H. (2012). *Particle Methods. –An Overview-*. Technical University Bergakademie Freiberg.
- XVII. Kliche, C. A. (1999) *Rock Slope Stability*. United States of America. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc.
- XVIII. Lee, B. S. & Krahn, J. (2004). Numerical Modelling – Prediction or Process? *Geotechnical New*. Pp. 44-52.
- XIX. LeVeque, R. J. (2006). *Finite Difference Methods for Differential Equations*. University of Washington.
- XX. Mavrouli, O. & Coromias, J. (2010). Vulnerability of simple reinforced concrete buildings to damage by rockfalls. *Landslides*. Volume 7, Issue 2, pp. 169-180.
- XXI. Mena, H. U. & Pérez, R. L. E. (2008). *Manual de Diseño de Obras Civiles. Diseño por Sismo*. CFE, Instituto de Investigaciones Eléctricas.

- XXII. Montgomery, D. R. (2001). Slope Distributions, Threshold Hillslopes, and Steady-State Topography. *American Journal of Science*, Vol. 301, p. 432-454.
- XXIII. Montiel, E.; Escamilla, F.; Zúñiga, J. & Fernández, A. (2015) Evaluación de Riesgos por Caída de Rocas en Laderas; Metodología Utilizada en Centrales Hidroeléctricas de México. *Proceedings of the 8th South American Congress on Rock Mechanics*; pp. 279-286.
- XXIV. NGI [Norwegian Geotechnical Institute] (2013). Using the Q-System. *Rock Mass Classification And Support Design*. Oslo, Norway.
- XXV. Palmstrom, A. (2005). Measurements of and Correlations Between Block Size And Rock Quality Designation (RQD). *Tunnels And Underground Space Technology* 362-377.
- XXVI. Palmström, A. & Stille, H. (2010). *Rock Engineering*. London, UK. Thomas Telford.
- XXVII. Pavlos, A. & Tsiambaos, G. (2015). Empirical Model for Predicting Rockfall Trajectory Direction. *ROCK MECHANICS AND ROCK ENGINEERING*.
- XXVIII. Peng, B. (2000). *Rockfall Trajectory Analysis – Parameter Determination and Application*. Master's Thesis. University of Canterbury.
- XXIX. Potts, D. M. & Zdravkovic, L. (1999). *Finite Element Analysis In Geotechnical Engineering. Theory*. London, UK. Thomas Telford.
- XXX. Potts, D. M. (2003). Numerical analysis: a virtual dream or practically reality? *Géotechnique*. 53. No. 6. Pp. 535-573.
- XXXI. Price, D. G. (2009). *Engineering Geology. Principles And Practice*. Berlin, Germany. Springer.
- XXXII. Pritchard, M. A. & Savigny, K. W. (1990). Numerical Modelling of Toppling. *Geological Engineering Program, Department of Geological Sciences, The University of British Columbia, 6339 Stores Road, Vancouver, B.C., Canada V6T 2B4*.
- XXXIII. Pritchard, M. A. & Savigny, K. W. (1991). The Heather Hill Landslide: an example of a large scale toppling failure in a natural slope. *Geological Engineering Program, Department of Geological Sciences, University of British, Columbia. 6339 Stores Road, Vancouver, B.C. Canada V6T 2B4*.
- XXXIV. Ramirez, O. P. & Alejano, M. L. (2004). *Mecánica de Rocas: Fundamentos e Ingeniería e Taludes*. Madrid, España. Red DESIR.
- XXXV. Regalado, M. A.; Peralta, R. E. & González, R. C. A. (2008). Cómo hacer un modelo matemático. *Temas de Ciencia y Tecnología*. Vol. 12. No. 35. Pp. 9-18.
- XXXVI. Riahi, A. & Curran, J.H. (2010). Comparison of the Cosserat Continuum Approach with Finite Element Interface Models in a Simulation of Layered Materials. *SCIENTIA IRANICA*. Vol. 17, No. 1, pp. 39-52.
- XXXVII. Riahi, A. & Hammah, E.R. (2010). Limits of Applicability of the Finite Element Explicit Joint Model in the Analysis of Jointed Rock Problems. *American Rock Mechanic association*.
- XXXVIII. Richard, D. A.; Ryan, B.; Howard, H. (2011). *Context Sensitive Rock Slope Design Solutions*. United States. Central Federal Lands Highway Division. FHWA-CFL/TD-11-002.
- XXXIX. Romana, R. M. & Serón, G. J. B. (2003). *Formatos Normalizados Para La Toma De Datos De Campo A Usar En Las Clasificaciones Geomecánicas RMR, Q y SMR*. Valencia, España. Universidad Politécnica de Valencia.
- XL. Santoyo, V. E. (2012). Génesis de la mecánica de suelos, fruto de la tenacidad y sabiduría de Karl von Terzaghi. *Geotecnia. ÓRGANO OFICIAL DE LA SOCIEDAD MEXICANA DE INGENIERÍA GEOTÉCNICA*, A. C. No. 224, pp. 8-12.

- XLI. Scheldt, T. (2002). Comparison of Continuous and Discontinuous Modelling for Computational Rock Mechanics. Tesis de doctorado. Norwegian University of Science and Technology.
- XLII. Silva, R. G.; Mendoza, R. C. C.; Campos, M. E. (2010). Elementos de Cartografía Geológica. México, D.F. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- XLIII. Singh, B. & Goel, R. K. (1999). Rock Mass Classification. A Practical Approach In Civil Engineering. Kidlington, Oxford. ELSEVIER SCIENCE Ltd.
- XLIV. Smith, D. W. (2000). GEOTECHNICAL DESIGN AND NUMERICAL MODELLING. Australian Geomechanics. Pp. 7-32.
- XLV. Tarbuck, E. J.; Lutgens, F. K. & Tasa, D. (2005). Ciencias de la Tierra. Una Introducción a la Geología Física. Madrid, España. PEARSON EDUCACIÓN S.A.
- XLVI. Ullman, D. G. (2010). The Mechanical Design Process. Nueva York, Estados Unidos. McGraw-Hill Companies.
- XLVII. Vijayakumar, S.; Yacoub, T. & Ranjram, M. (2012). Effect of Rockfall Shape on Normal Coefficient of Restitution. ARMA, American Rock Mechanics Association. 12-631.
- XLVIII. Volkwein, A.; Schellenberg, K.; Labiouse, V.; Agliardi, F.; Berger, F.; Bourrier, F.; Dorren, L. K. A.; Gerber, W. & Jaboyedoff, M. (2011). Rockfall Characterisation And Structural Protection –A Review. Natural Hazards And Earth System Sciences. 11, 2617-2651. Copernicus Publications.
- XLIX. Wei, L. W.; Chen, H.; Lee, C. F.; Huang, W. K.; Lin, M. L.; Chi, C. C. & Lin, H. H. (2014). The mechanism of rockfall disaster: A case study from Badouzi, Keelung, in northern Taiwan. ELSEVIER. Volume 183, pp. 116-126.
- L. Weijermars, R. (1997). Structural Geology And Map Interpretation. Saudi Arabia. Alboran Science Publishing.
- LI. Wittke Walter (2014). Rock Mechanics Base on an Anisotropic Jointed Rock Model (AJRM). Weinheim, Germany. Ernst & Sohn. A Wiley Brand.
- LII. Wyllie, D. C. & Mah, C. W. (2004). Rock Slope Engineering. Civil and Mining. New York, USA. Spon Press.