



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**REVISIÓN DE LA RESISTENCIA A FUERZA CORTANTE  
ÚLTIMA EN PILAS HUECAS PARA PUENTES BAJO  
CARGA CÍCLICA**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**INGENIERO CIVIL**

P R E S E N T A :

**MARIO ALFREDO ALONSO GARCÍA MARÍN**

DIRECTOR DE TESIS:  
**DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ**



México DF, febrero 2016



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: M.I MIGUE ÁNGEL RODRÍGUEZ VEGA  
Secretario: DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ  
Vocal: ING. ALFONSO MARIA MORALES GARCÍA  
1<sup>er</sup>. Suplente: M.I ENRIQUE ELIZALDE ROMERO  
2<sup>do</sup>. Suplente: M.I GUILLERMO MANCILLA URREA

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

---

DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios, por siempre acompañarme.

A mi madre y hermana, por todos los sacrificios realizados y el cariño que me otorgaron a lo largo de todos estos años, con el objetivo de poder convertirme siempre en una mejor persona.

A mis abuelos, por ser mi modelo de éxito a seguir.

A mi familia, porque gracias a ellos aprendí los valores que me hacen ser la persona que soy.

A Ana, por su apoyo incondicional y su comprensión.

A la UNAM, por permitirme ser parte de la mejor institución educativa en el país y de la cual me siento orgulloso de ser parte.

A la Facultad de Ingeniería, por transmitirme de diversas maneras los conocimientos necesarios para competir en la actualidad.

Al Dr. José Alberto Escobar Sánchez, por su inagotable paciencia y su apoyo para poder realizar este trabajo.

Al Instituto de Ingeniería y al Dr. Néstor Iván Prado García, por abrirme las puertas y permitirme ser parte de esta investigación.

A mis amigos, por su incondicional e invaluable amistad.

## RESUMEN

Actualmente, debido a los problemas generados por la densidad de población que se tienen en la ciudad de México, se ha vuelto una necesidad primordial mejorar la forma de transporte a través de ella. Estos congestionamientos viales, han llevado a la construcción de múltiples carreteras a desnivel, dentro de la ciudad para que ayuden a mitigar el problema de transporte.

El paso a desnivel comúnmente usado para tratar de solventar el problema del transporte, ha sido la construcción de puentes carreteros. El tener un crecimiento en el uso de esta estructura en la ciudad de México y al encontrarse esta en una zona altamente sísmica, se requiere verificar si las normas con las que cuenta el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal RCDF, (RCDF, 2004) son válidas y útiles para poder realizar una revisión adecuada de estas estructuras.

En el presente trabajo, se muestra una revisión que se realizó a dos pilas huecas para puentes sujetas a carga cíclica, las pilas fueron probadas y analizadas en el trabajo del Dr. Nestor Prado (2014). La revisión se realizó conforme a lo establecido en las Normas Técnicas Complementarias del RCDF, NTCRCDF.

En el trabajo se comprobó que las ecuaciones contenidas en las NTCRCDF no toman en cuenta la forma de la sección transversal de la pila. Esto lleva a sobre estimar la contribución a la resistencia de la fuerza cortante del concreto en secciones huecas. Por lo cual, se propone la adición a las normas de una ecuación que incluya un factor de forma que modifique el cálculo de la contribución del concreto.

De igual manera, se comprobó que las ecuaciones contenidas en las NTCRCDF para el cálculo de la contribución a la resistencia de la fuerza cortante de los estribos son válidas, siempre y cuando, se separe adecuadamente las zonas más afectadas por la fuerza cortante y no se tome por igual la distribución del cortante en todas las zonas de la cara transversal.

## ABSTRACT

Now a day due to problems caused by the density of population in Mexico City it has become a primary need to enhance the way of transportation throughout the city. These traffic congestion have led to the construction of multiple underpass roadways through the city so they can help to mitigate the transportation problem.

The underpass roadway most used to try to solve this problem has been the bridge. Having an increase in the use of this type of structure in Mexico City and being Mexico City located in a highly seismic region it is required to validate if the rules that are contain in the construction code for Mexico City are valid and useful for making an adequate revision of this type of structures.

This work shows a revision made to two hollow columns for bridges subject to cyclic load, these columns where tested and analyzed in Dr. Nestor Prado work (2014). The revision was made according to the rules established in the Normas Tecnicas Complementarias para el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (NTCRCDF).

In this work it was proved that the formulas contained in the NTCRCDF do not take in account the shape of the cross section of the column, this led to overestimate the contribution to resistance of the shear force of the concrete in hollow sections. Due to this it has been proposed to add a formula to the NTCRCDF that includes a shape factor that modifies the calculation of the contribution of the concrete.

Likewise it was proved that the formulas contained in the NTCRCDF for the calculation of the contribution to the shear force of the stirrups are valid as long as the zones affected by the shear force are adequately separated and the distribution of the shear force through the cross section it is not taken as equal value in all sections.

## CONTENIDO

<b>RESUMEN.....</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>v</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 1. PRUEBAS A LAS PILAS .....</b>	<b>2</b>
1.1 Construcción de las pilas .....	2
1.2 Instrumentación .....	4
- <i>Celdas de carga en la zapatas</i> .....	4
- <i>Deformímetro</i> .....	5
- <i>Transductor de desplazamientos</i> .....	5
1.3 Descripción de las pruebas realizadas en el CENAPRED .....	6
1.3.1 Consideraciones para la aplicación de los desplazamientos.....	8
1.4 Desarrollo de la prueba.....	9
<b>CAPÍTULO 2.REVISIÓN DE LA RESISTENCIA A FUERZA CORTANTE DE LAS PILAS .</b>	<b>12</b>
2.1 Marco teórico .....	12
2.1.1 Comportamiento de los elementos sujetos a fuerzas cortantes.....	12
2.1.2 Resistencia de un elemento de concreto reforzado sin refuerzo en el alma .....	14
2.1.3 Resistencia de elementos de concreto reforzado con refuerzo en el alma.....	14
2.1.3.1 Analogía de la armadura.....	15
2.2 Investigación previa .....	16
2.3 Disposiciones de las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (NTCRCDF) vigente (2004) .....	20
2.3.1 Cálculo de la resistencia a fuerza cortante de las pilas huecas.....	21
<b>CAPÍTULO 3.RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....</b>	<b>35</b>
3.1 Análisis de resultados.....	35
3.1.1 Análisis de los resultados del espécimen PH-4 .....	35
3.1.2 Análisis de los resultados del espécimen PH-5 .....	35
3.2 Conclusiones y recomendaciones.....	35
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>38</b>

## INTRODUCCIÓN

A través de los años, el estudio y mejoramiento de los materiales utilizados en las estructuras ha sido de gran importancia entre los investigadores en ingeniería civil, a tal grado que, para entender el comportamiento de algunos materiales se han tenido que realizar ciertas simplificaciones y así poder realizar diseños con ellos.

Entre los materiales de construcción se encuentra uno de los más importantes y usados, el concreto. Que, a pesar de que su uso se remonta a varias décadas atrás, aún se tienen incógnitas en su comportamiento debido a la heterogeneidad de los materiales que lo forman. En la actualidad, los avances dentro del campo de la Mecánica del Medio Continuo, han permitido que el comportamiento del concreto sea percibido de una mejor manera. Sin embargo, no en su totalidad, por lo que la combinación con otros materiales, especialmente con el acero de refuerzo, ha sido la respuesta para mejorar la resistencia del concreto frente a diferentes sollicitaciones.

El concreto reforzado tiene una buena respuesta ante los diferentes elementos mecánicos que actúan sobre una estructura hecha de dicho material. Para cualquier elemento mecánico tanto el acero de refuerzo como el concreto tienen contribución en resistencia, pero como es bien sabido en algunos casos es el acero de refuerzo el que provee la mayor parte de la resistencia. De las fuerzas actuantes, el cortante es el que está presente en la mayoría de las estructuras y que llega a ser peligroso. Sobre todo si las magnitudes que alcanza son muy grandes pues este elemento termina en una falla comúnmente frágil.

Debido al riesgo que presenta la presencia del cortante en cualquier estructura, es necesario la elaboración de un buen diseño del acero de refuerzo a cortante. Es decir, el cálculo y la revisión al arreglo del acero de refuerzo propuesto. El objetivo principal de este documento es hacer la revisión al diseño del acero de refuerzo a cortante, tomando como referencia las NTCRCDF, de dos pilas huecas para puentes que se probaron en el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) y, bajo estos lineamientos, decidir cuál es el mejor y cómo mejorar su contribución al mejoramiento del desempeño de las pilas.

A lo largo de este documento se encuentra una explicación de las pruebas realizadas en el CENAPRED y la forma en que fueron obtenidos sus resultados en relación con a la fuerza cortante. De igual manera, se realizará la revisión de la resistencia a la fuerza cortante de ambas pilas mediante las NTCRCDF, y se propondrá las modificaciones necesarias a ellas, para predecir un cálculo más exacto comparado con los resultados obtenidos tanto experimentalmente como teóricos.

# CAPÍTULO 1

## PRUEBAS A LAS PILAS

El presente trabajo se basó en pruebas que se realizaron en el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED). El objetivo de estas pruebas fue someter, a dos modelos a escala de pilas para puentes con la misma cuantía de acero longitudinal y también de refuerzo a cortante, a carga lateral cíclica. La diferencia que tenían era la variación del arreglo del acero de refuerzo a cortante. Esto, con la finalidad de determinar cuál de los dos arreglos de acero a cortante podía resistir una mayor carga a cortante generada a partir de los diferentes desplazamientos generados por la carga lateral.

### 1.1 Construcción de las pilas

La construcción de las dos pilas se inició en agosto de 2013 y ambas se diseñaron con las mismas dimensiones tanto en el cuerpo como en la zapata. También, ambas pilas fueron huecas y contaron con un cabezal para asegurar la aplicación de la carga axial, tal como se muestra en la figura 1.1 y 1.2.

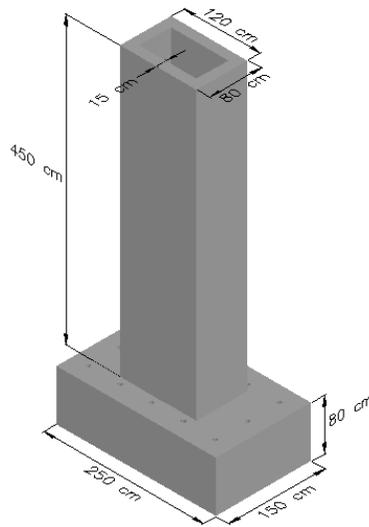
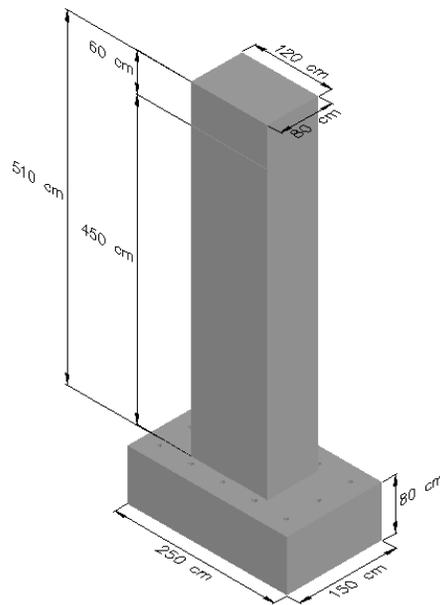


Figura 1.1. Dimensiones de las pilas utilizadas en las pruebas

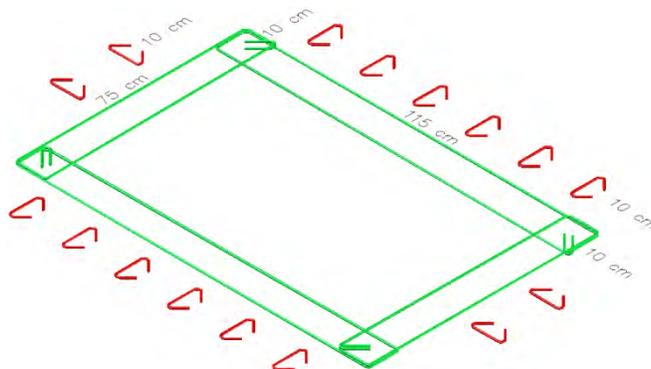


**Figura 1.2 Esquema de las dimensiones con cabezal macizo**

En el diseño del armado de las dos pilas, se tomó en cuenta que la cuantía del acero longitudinal fuera la misma en ambas, teniendo como diferencia el arreglo del acero de refuerzo transversal.

El acero de refuerzo longitudinal que se utilizó fue de 1.27 cm de diámetro (#4), distribuido a lo largo del contorno de la pila en dos lechos. Para el arreglo del acero longitudinal, la sección transversal de la columna se organizó en tres zonas diferentes. La primera, en las esquinas que constó de cuatro varillas a cada 8 cm de separación entre ellas. La segunda zona, en el lado corto de la pila, se colocaron 8 varillas en cada lecho con un espaciamiento de 6.3 cm. Y, por último, en el lado largo se colocaron 16 varillas en cada lecho con un espaciamiento de 5.7 cm.

En cuanto al acero de refuerzo transversal, se utilizaron varillas de 0.794 cm de diámetro (#2.5) para formar los 3 diferentes tipos de estribos que se colocaron en las pilas. Como la diferencia entre ambas columnas reside en el arreglo del acero de refuerzo a cortante, se hizo la distinción entre ambas pilas llamándolas PH4 y PH5, respectivamente como aparecen en las figuras 1.3 y 1.4.



**Figura 1.3 Arreglo del acero de refuerzo transversal para pila PH4**





Figura 1. 5 Celda de carga

- ***Deformímetro***

Se usa para medir las deformaciones en materiales. En su forma más usual, consta de una lámina flexible que contiene una serie de tiras de metal. La lámina se adhiere al material con algún tipo pegamento que asegure su contacto total al mismo para que no existan movimientos que alteren las lecturas.

Las mediciones de los deformímetro se basan en el cambio de la resistencia eléctrica en los materiales ya que ésta puede aumentar o disminuir, dependiendo del sentido de la deformación generada por la aplicación de esfuerzos en esa zona del material.

En las pruebas realizadas a las pilas se utilizaron deformímetros (figura 1.6) para medir los cambios en las deformaciones que sufrían tanto el acero de refuerzo longitudinal como el transversal durante los ciclos de carga y descarga. Todos los deformímetros fueron conectados a dos consolas para capturar los resultados.

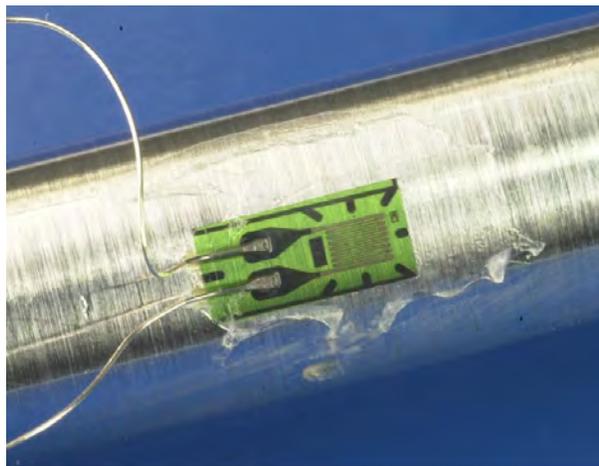


Figura 1. 6 Deformímetro

- ***Transductor de desplazamientos***

Constan de una aguja actuadora que registra una señal física, como un cambio de posición, y la transforma en una señal eléctrica que será registrada para su interpretación posterior.

Para la prueba se utilizaron dos tipos de transductores:

1. El tipo CDP (transductor de desplazamiento en cantiliver), por sus siglas en inglés, es un transductor de desplazamiento-esfuerzo compacto con intervalo de medición de 50 a 100 mm. Son reconocidos por

proporcionar estabilidad y alta precisión en los resultados. Por lo cual, se colocaron en las caras largas de las columnas debido a la dirección en la que se midieron los desplazamientos.



Figura 1.7 Transductor de desplazamiento tipo CDP

2. El tipo SPD-D (transductor de desplazamiento estable), por sus siglas en inglés, es un transductor de tipo axial con un intervalo de 200 a 300 mm. Este tipo de transductor cuenta con una graduación en su contenedor que facilita las mediciones registradas por su pistón.



Figura 1.8 Transductor de desplazamiento tipo SDP-D

### 1.3 Descripción de las pruebas realizadas en el CENAPRED

Las pruebas a ambas pilas fueron diseñadas con base en desplazamientos y no de fuerzas. La finalidad de las pruebas era encontrar el desplazamiento máximo resistente de las pilas y después la fuerza asociada a este.

Para llevar a cabo las pruebas, se utilizó un actuador hidráulico con una capacidad de 981 kN (100 t). El actuador hidráulico consta de un pistón que, con la inyección de aceite, proporciona la presión necesaria para que desplace y ejerza la fuerza necesaria para poder generar el desplazamiento deseado sobre la estructura.

La colocación del actuador hidráulico fue en una de las caras cortas de las pilas como se muestra en la figura 1.8. En esta figura, también se puede observar el sentido de aplicación de la carga y de los desplazamientos. Además, también se le incluyó una carga axial para mantener su estabilidad.

La aplicación de los desplazamientos laterales fue de forma cíclica para describir un movimiento oscilatorio. Este comportamiento cíclico fuerza-desplazamiento, puede ser descrito a través de curvas de histéresis, y depende de los materiales con los que fueron hechas las pilas. Estas gráficas de histéresis eran uno de los

objetivos de las pruebas, ya que demostrarían la capacidad de deformación del material, y en qué momento se presentó la carga máxima. Las curvas se presentan en la figura 1.1a y 1.1b.

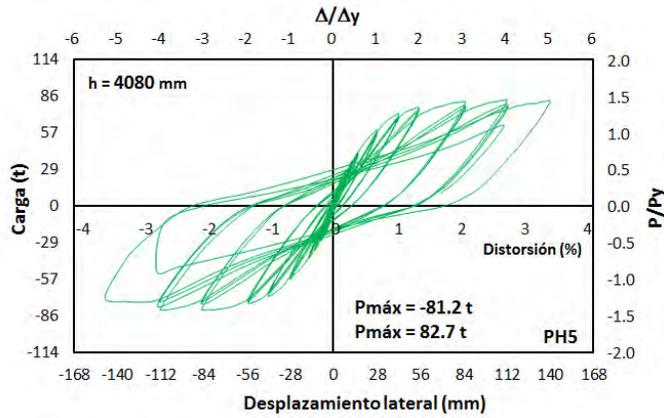


Figura 1.1a Curva histerética de la pila PH5

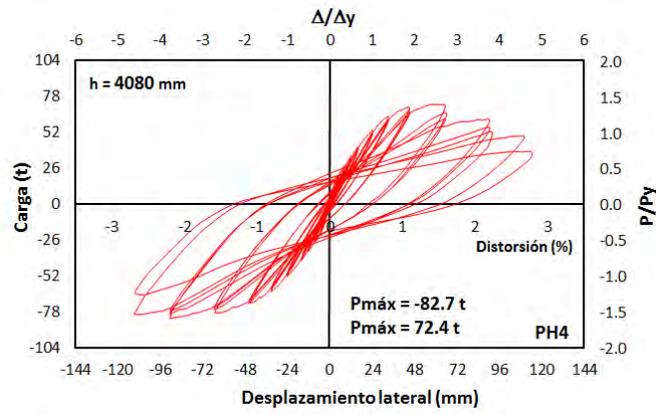


Figura 1.1b Curva histerética de la pila PH4

En las curvas de histéresis se observó un cambio en la capacidad de carga de la estructura, así como también deformaciones permanentes. Al momento de la falla en la figura (1.1a y 1.1b) se observa un máximo en la carga. Este valor máximo es de interés para el objetivo de este trabajo.



Figura 1.8 Posición del actuador durante las pruebas

### 1.3.1 Consideraciones para la aplicación de los desplazamientos

Para asegurar la aplicación correcta de los desplazamientos se hicieron tres consideraciones en ambas pilas.

- 1- El anclaje de la zapata a la losa de reacción. Este se logró a través de doce varillas de 1 1/2" de diámetro (3.81 cm) colocadas en todo el perímetro de la zapata (figura 1.9). La sujeción a la losa de reacción se aseguró a través de la aplicación de una fuerza a tensión, en cada una de las varillas de la zapata. Esto se hizo por medio de un gato hidráulico. Este procedimiento se aplicó a ambas pilas.



Figura 1.9 Anclaje utilizado en las pruebas

- 2- La colocación de placas metálicas (figura 1.10) en ambos lados de las caras cortas de las pilas tenía dos funciones esenciales. La primera, fue anclar o asegurar el actuador hidráulico a una sola posición para que no existiera variación en la posición de la aplicación de la carga. La segunda, fue para poder aplicar los desplazamientos en dirección contraria y así simular el movimiento oscilatorio esperado.



**Figura 1.10 Placas Metálicas en el cabezal**

- 3- Debido a la aplicación de la carga axial a ambas pilas, se les tuvo que adicionar un armado que sostuviera dos varillas de 1 1/2” de diámetro (3.81cm) a las que les fue aplicada una carga de tensión, para generar una carga de compresión en la parte superior y, así, las pilas no perdieran estabilidad.

#### **1.4 Desarrollo de la prueba**

La prueba constó de tres etapas:

1. Aplicación de los desplazamiento en dirección de la carga
2. Regreso de la pila a su posición original, donde el desplazamiento es igual a cero
3. Aplicación de los desplazamientos en dirección contraria a la aplicación de la carga

Durante cada intervalo de desplazamiento, se revisaba cada una de las caras para registrar la aparición de grietas o cualquier otro indicio que sugiera degradación del elemento estructural o incluso la falla. Se hizo la distinción entre los daños que aparecían en las diferentes etapas distinguiendo las grietas que aparecían cuando se aplicaban los desplazamientos en dirección de la carga en color rojo y en color azul cuando los desplazamientos iban en sentido contrario como se puede ver en la figura 1.11.

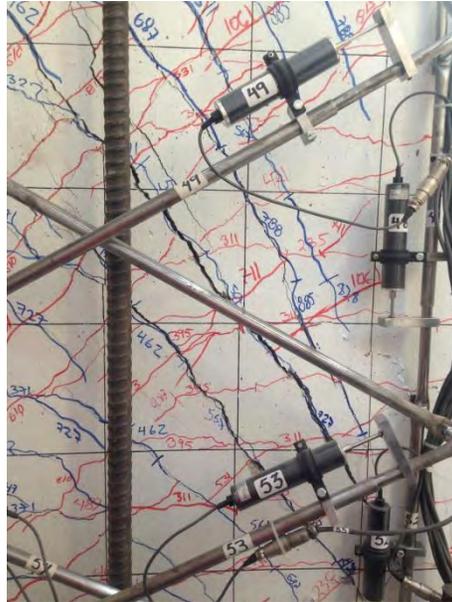


Figura 1.11 Localización de los daños durante la aplicación de los desplazamientos

La prueba se inició, para ambas pilas, con la aplicación de una carga con valor de tres toneladas y se fue aumentando gradualmente hasta alcanzar 11 tf, que corresponden a la carga de agrietamiento en donde empezaron a aparecer grietas en todas las caras de las pilas.

Después de la carga de agrietamiento se aplicaron desplazamientos y no de fuerzas. Para ambas pilas se inició con un desplazamiento de 5 mm hasta llegar a un desplazamiento máximo, que, para el espécimen PH4 fue de 110 mm mientras que para el espécimen PH5 fue de 140 mm.

Las grietas alrededor de toda la columna comenzaron a ser evidentes al aumentar el valor del desplazamiento. En especial, al observar la cara que se encontraba en compresión. Esto debido a la concentración de esfuerzos en la parte baja de las pilas el concreto comenzó a sufrir aplastamiento y las varillas longitudinales de las esquinas comenzaron a pandearse hasta fallar, como se puede observar en la figura 1.12.



Figura 1.12 Falla de las varillas longitudinales por pandeo

La carga última resistente de las pilas se obtuvo al hacer un análisis de los resultados recolectados por los deformímetros y los transductores de desplazamiento. A partir de las Figuras 1.1a y 1.1b se puede saber que las cargas últimas en las dos direcciones de los desplazamientos tuvieron los siguientes valores:

- Para PH4 en sentido de la fuerza de 710.24 N (72.4 t) a un desplazamiento máximo de 114.3 mm y en dirección contraria de 811.29 N (82.7 Tonf) a un desplazamiento máximo de 110.3 mm, y
- ParaPH5 en sentido de la fuerza 811.29 N (82.7 t) a un desplazamiento máximo de 140.3 mm y en dirección contraria de 796.57 N (81.2 t) a un desplazamiento máximo de 147.8 mm

Una vez que se conocieron estos resultados fue posible realizar los cálculos necesarios para obtener la resistencia a fuerza cortante de las pilas.

## CAPÍTULO 2

### REVISIÓN DE LA RESISTENCIA A FUERZA CORTANTE DE LAS PILAS

A continuación se muestra un repaso a las teorías ya existentes para el cálculo de la resistencia a la fuerza cortante de las pilas.

#### 2.1 Marco teórico

Los elementos estructurales de concreto reforzado tienen como objetivo el resistir diferentes acciones ya sean aisladas o combinadas. Una de las combinaciones más comunes dentro de los elementos estructurales es aquella que involucra a las acciones a flexión con acciones de cortante. De estas dos acciones actuantes, el amplio estudio del comportamiento de elementos a flexión ha aclarado el mecanismo de falla a flexión situación que no ocurre con las fuerzas cortantes debido a la gran complejidad de su mecanismo de falla.

Debido a esta incertidumbre en la predicción del modo de colapso por fuerza cortante los elementos estructurales también deben tener un margen de seguridad ante tales acciones. Por tales motivos, es de gran importancia el proveer con el adecuado refuerzo a los elementos para asegurar que el colapso no ocurra por cortante.

##### 2.1.1 Comportamiento de los elementos sujetos a fuerzas cortantes

La transmisión de la fuerza cortante en elementos estructurales de concreto reforzado se apoya en la resistencia a tensión del concreto, en consecuencia la “falla a cortante” es dúctil. Por esta razón, es importante suprimir la falla por cortante en elementos de concreto asegurándose que la resistencia a cortante sea mayor que la de flexión.

Debido a la complejidad del análisis de las fuerzas cortantes en elementos de concreto reforzado es importante utilizar los conceptos clásicos de esfuerzo cortante en cuerpos homogéneos, isotrópicos y elásticos. Esto a que la mayoría de las teorías propuestas para predecir el comportamiento de elementos de concreto reforzado se basan en la teoría elástica de los materiales.

Es importante comprender que el análisis de un elemento a cortante no está directamente relacionado con la fuerza cortante como tal, ya que en la mayor parte de los elementos de concreto reforzado los esfuerzos cortantes se encuentran por debajo de la resistencia directa a cortante del elemento. Para el análisis se consideró un estado de esfuerzos planos considerando así solamente los esfuerzos normales y tangenciales correspondientes a la cara transversal del elemento.

Los esfuerzos normales longitudinales a lo largo del eje X pueden ser evaluados con la ecuación (2.1):

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad (2.1)$$

donde:

- M es el momento flexionante actuando en la zona de análisis
- y es la distancia del eje neutro de la sección transversal a la fibra de análisis, y
- I es el momento de inercia de la cara transversal del elemento.

En cuanto a la distribución elástica de esfuerzos tangenciales, estos pueden ser calculados con la siguiente ecuación (2.2):

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (2.2)$$

Donde

- V es la fuerza cortante actuando en la sección de análisis
- Q es el momento estático con respecto al eje neutro del área de la sección situada arriba de la fibra considerada
- I es el momento de inercia de la sección transversal, y
- b es el ancho de la sección transversal del miembro

La distribución de ambos esfuerzos se puede ver en la figura 2.1.

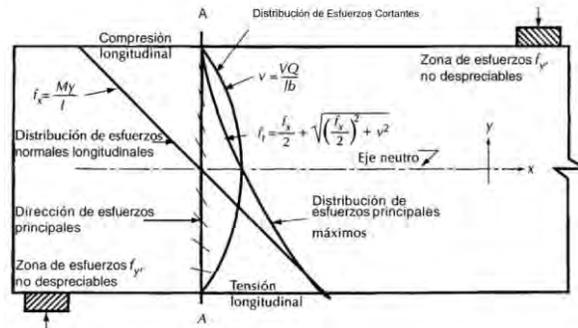


Figura 2.1 Distribución de los esfuerzos longitudinales ( $\sigma$ ) y cortantes ( $\tau$ ) (González Cuevas, 2005)

Otro concepto que se debe tomar en cuenta en el análisis de la resistencia de un elemento a fuerza cortante es la distribución del flujo de cortante. El conocimiento del flujo de cortante es importante ya que determinará el sentido en el que la fuerza cortante recorrerá la sección transversal. Además, no debe olvidarse que la deducción de la ecuación para la obtención del esfuerzo cortante tiene como base el equilibrio estático de la sección. Por lo tanto el flujo de cortante se define como:

$$f = \tau b = \frac{VQ}{I} \quad (2.3)$$

donde

- V es la fuerza cortante actuando en la sección de análisis
- Q es el momento estático con respecto al eje neutro del área de la sección situada arriba de la fibra considerada
- I es el momento de inercia de la sección transversal, y
- b es el ancho de la sección transversal del miembro

Los esfuerzos longitudinales en la dirección vertical pueden despreciarse ya que estos sólo son considerados cuando el análisis se realiza a partir de una distancia igual al peralte del elemento del apoyo o justo en la sección de la aplicación de la carga. Para la presente revisión se despreciaron dichos efectos ya que la sección de análisis no se encuentra cerca del apoyo o donde se concentra la carga.

Por lo anterior, es entonces posible la combinación de los esfuerzos cortantes y los de flexión en cualquier fibra del elemento. Esto con la finalidad de determinar las secciones donde los esfuerzos de tensión exceden la capacidad de carga del concreto a tensión. Por lo tanto los elementos de concreto tienden a fallar por las trayectorias perpendiculares a la direcciones de los esfuerzos principales a tensión.

Por esta razón es necesario hacer diferencia entre la capacidad de carga a fuerza cortante de un elemento de concreto sin refuerzo en el alma y con refuerzo.

### **2.1.2 Resistencia de un elemento de concreto reforzado sin refuerzo en el alma**

En zonas de fuerza cortante elevada, es posible que se generen esfuerzos principales a tensión que excedan la resistencia del concreto a esfuerzos tensión. Como consecuencia, en esta zona comienzan a aparecer grietas inclinadas aproximadamente igual a  $45^\circ$ .

A partir de la aparición de las grietas, el comportamiento del elemento de concreto cambia y, por lo tanto, el concepto de esfuerzo principal pierde importancia, a menos de que se involucre el complejo sistema de distribución de esfuerzos en elementos agrietados. Esto se debe a que es casi imposible predecir con exactitud la posición de la siguiente grieta.

Las grietas inclinadas debido a los esfuerzos principales a tensión pueden aparecer súbitamente y extenderse por todo el elemento hasta causar el colapso. A este tipo de falla se le llama falla por tensión diagonal.

Puede suceder también que, a partir de la formación de la grietas, el elemento desarrolle otro comportamiento. En él, la formación de grietas inclinadas es gradual, debido a que el elemento desarrolla una capacidad de carga adicional, hasta el punto de alcanzar el aplastamiento en la zona de compresión. Esto se debe a que el área que puede tomar los esfuerzos de compresión se ve reducida debido a la aparición de grietas. Esta falla se denomina falla de compresión por cortante.

Como se revisó en la teoría, queda claro que no es suficiente el acero de refuerzo a tensión longitudinal debido a que este sólo sirve para tomar los efectos longitudinales de la tensión a lo largo del eje del elemento. Por lo tanto, este acero no es suficiente para resistir la tensión diagonal y así proteger al concreto débil ante tales acciones.

Por lo anterior, resulta muy desventajoso tener un elemento de concreto sin de refuerzo en el alma.

### **2.1.3 Resistencia de elementos de concreto reforzado con refuerzo en el alma**

Las desventajas que tiene el concreto ante el cortante, han obligado que en los elementos de concreto reforzado se suministre, además del acero a tensión longitudinal, acero de refuerzo en el alma del elemento.

Este tipo de refuerzo transversal no cambia el comportamiento ante fuerza cortante del elemento en un principio, si no hasta la aparición de las primeras grietas inclinadas. Es decir, no afecta en el valor de la carga de agrietamiento. Sí se pueden obtener diversas ventajas después de este punto como:

- 1- Los estribos que atraviesan la grieta inclinada resisten parte de la fuerza cortante.
- 2- La presencia de los estribos a lo largo del eje longitudinal del elemento restringe el crecimiento de las grietas inclinadas.
- 3- Le dan una mayor duración, ante la aparición de grietas, a la zona de compresión al no permitir la formación de estas.
- 4- Al estar unidos con el acero de refuerzo a tensión, se retrasa el ensanchamiento de las grietas evitando así la separación del concreto con el acero.

Por las razones mencionadas, un diseño adecuado de un elemento de concreto reforzado requiere de una buena distribución de estribos a lo largo del mismo. En ocasiones, este acero puede asegurar que la capacidad del elemento a cortante sea mayor que la capacidad a flexión, tratando así suprimir este tipo de falla.

### 2.1.3.1 Analogía de la armadura

Debido al aumento en la resistencia a fuerza cortante por la adición de los estribos, ninguno de los mecanismos de falla anteriormente descritos aplica para la nueva configuración del elemento. Ya que ahora, se debe involucrar la resistencia añadida por los estribos al sistema global del elemento, y ya no sólo considerar la contribución del concreto.

Por tales motivos, algunos investigadores han considerado como válido el mecanismo conocido como la “analogía de la armadura” (González Cuevas, 2005). El cual supone a un elemento viga de concreto reforzado con refuerzo transversal en el cual existen grietas inclinadas causadas por tensión diagonal.

Esta analogía idealiza al acero longitudinal como la cuerda a tensión de una armadura, a los estribos como las diagonales a tensión y al concreto como las diagonales a compresión. Esta idealización se muestra en las figuras (2.2a) y (2.2b).

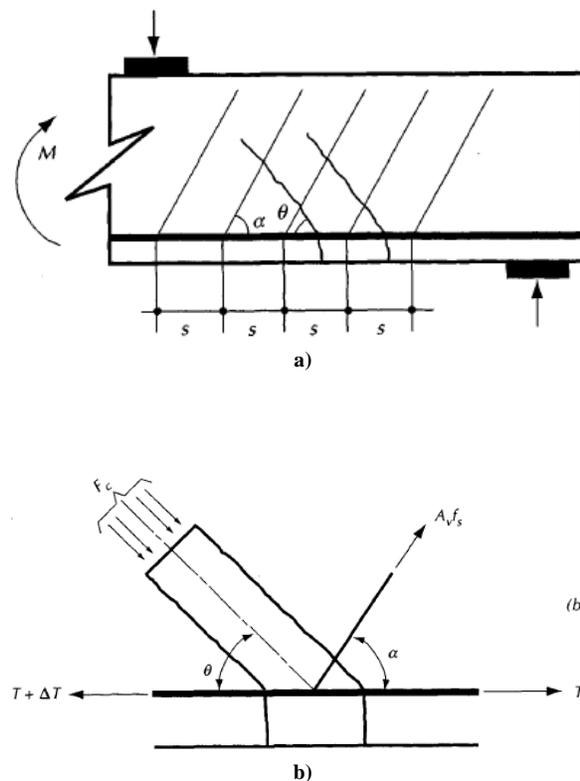


Figura 2.2 Representación de la analogía de la armadura (González Cuevas, 2005)

La hipótesis en las que se basa la analogía de la armadura son las siguientes:

- La zona de compresión sólo considera esfuerzos normales a compresión
- El refuerzo a tensión sólo considera esfuerzos normales a tensión
- Toda tensión diagonal será resistida por el refuerzo transversal
- Las grietas se empiezan a formar a partir del acero longitudinal
- El diferencial de momentos entre dos secciones distantes de refuerzo transversal se mantendrá constante tomando un valor igual a  $Vs$ , siendo  $Vs$  la fuerza cortante entre dos zonas consideradas.

Todos estos aspectos fueron utilizados para realizar una revisión adecuada de las columnas. Además, se revisó el estado del arte para definir los efectos que serían de mayor cuidado durante la revisión, el cual se describe a continuación.

## 2.2 Investigación previa

A través de los años se han tratado de establecer ecuaciones para describir, de manera completa, el comportamiento y la contribución de los materiales a la resistencia ante la fuerza cortante. Pero la complejidad del problema comienza desde la heterogeneidad de algunos materiales hasta lo errático de la falla. Esto ha hecho imposible utilizar una sola ecuación para calcular la resistencia de los materiales a fuerza cortante. Así, el conocimiento que se tiene hoy en día es prácticamente experimental.

De toda la información experimental recopilada para poder explicar el fenómeno de cortante, la mayoría, está dirigida al comportamiento en vigas. La referencia experimental hacia columnas es escasa pero no nula. La investigación previa que se eligió fue por la similitud que se tenía entre los parámetros de las investigaciones con el experimento que se realizó. Esto ayudó a definir las variables que tendrían mayor importancia en la obtención de los resultados.

A continuación se muestran los tres ejemplos tomados en cuenta que hacen referencia a tres variables que, para el experimento, fueron consideradas importantes en el cálculo de la fuerza cortante.

### 1) Trabajo de Priestley, Verma y Xiao (1993)

En este trabajo se utilizó una ecuación para predecir la fuerza cortante en columnas de sección transversal tanto rectangulares como circulares sujetas a fuerza lateral cíclica. Esta ecuación considera por separado la contribución del concreto, de la carga axial y de la mecanismo de la armadura. Las ecuaciones resultantes son una modificación de los trabajos de Watanabe e Ichinose (1989) y Ang (1989) y Wong (1993).

Las ecuaciones predictivas propuestas fueron las siguientes:

$$V_n = V_c + V_p + V_s \quad (2.4)$$

donde:

$$V_c = k\sqrt{f'_c}Ac \quad (2.5)$$

$$V_p = \frac{D - c}{2a} P \quad (2.6)$$

$$V_s = \frac{A_v f_y D'}{s} \cot \alpha \quad (2.7)$$

- $V_n$  es la resistencia nominal a cortante del elemento
- $V_c$  es la resistencia a cortante del concreto
- $V_p$  es la resistencia debido a la existencia de una carga axial en el elemento
- $V_s$  es la resistencia a cortante del acero de refuerzo transversal
- $k$  factor que depende de la demanda de ductilidad del elemento
- $Ac$  es el área efectiva de la sección transversal
- $f'_c$  es la resistencia específica del concreto a compresión
- $D$  es el peralte total del elemento

- $c$  es la altura total del bloque de compresión en la sección transversal
- $a$  es igual a la longitud total del elemento en cantiliver
- $P$  es la cuantía del refuerzo longitudinal de la sección transversal
- $D'$  es igual al peralte total menos el recubrimiento superior y el recubrimiento inferior
- $A_v$  es el área de una sola capa de acero de refuerzo transversal
- $s$  es la separación entre capas de acero de refuerzo transversal
- $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal
- $\alpha$  es el ángulo que forma el acero de refuerzo transversal con respecto al eje longitudinal del elemento

Los resultados predichos por la ecuación (2.4) fueron comparados con los resultados de las pruebas a las columnas. Esta recopilación de datos produjo una buena referencia para determinar la influencia de la ductilidad a flexión, carga axial y el cambio de relación de aspecto. El enfoque propuesto previó una gran mejora en la predicción de la fuerza cortante que aquella predicha por los otros métodos mencionados con anterioridad (Watanabe e Ichinose (1989), Ang (1989) y Wong (1993)).

Finalmente, en la etapa de diseño es posible adoptar un enfoque un poco más conservador que aquel propuesto en la ecuación resultante. Ya que este modelo tendría aún un resultado más eficiente que el aquellos ya existentes. Siempre y cuando se proporcione al elemento con una mejor protección contra la falla a cortante en su parte baja.

Analizando los resultados obtenidos en estos experimentos, se observa que el hecho de considerar carga axial aplicada al elemento, puede mejorar la resistencia del elemento a fuerza cortante, debido al incremento del confinamiento.

## 2) Trabajo de Tadehara (1996)

Este trabajo está basado en pruebas a 160 especímenes de columnas rectangulares para investigar los efectos de la fuerza cortante en el refuerzo transversal localizado en la parte media del elemento. Siendo la cuantía de refuerzo transversal menor en comparación con la cuantía de refuerzo longitudinal, la falla por tensión diagonal tiende a suceder y la fuerza del cortante varía aleatoriamente dependiendo de la cuantía de refuerzo transversal. En cambio, si se tiene una cuantía de refuerzo transversal mayor a la cuantía de refuerzo longitudinal, el tipo de falla cambia y se presenta la falla a compresión por cortante antes o después de la fluencia del acero a tensión. La falla a compresión por cortante, antes de la fluencia del acero de tensión, no está influenciada por el refuerzo intermedio.

Las ecuaciones utilizadas para poder evaluar la resistencia a la fuerza cortante de los especímenes en este trabajo están basadas en la analogía del arco (Tahedara, 1990) y la de la armadura. Para el experimento se hicieron especímenes de 20 cm x 20 cm, se probaron con cargas laterales y un porcentaje de la carga axial total.

Los resultados obtenidos del experimento se resumieron en una gráfica donde las rectas son la relación entre el  $V_{\text{experimental}}/V_{\text{calculado}}$ , el color blanco son concreto con resistencia baja, los negros son concretos de alta resistencia y los símbolos son:

- Círculos señalan falla a compresión de cortante
- Cuadrados señalan tanto falla a compresión por cortante o falla a compresión por flexión
- Triángulos señalan la falla por tensión diagonal

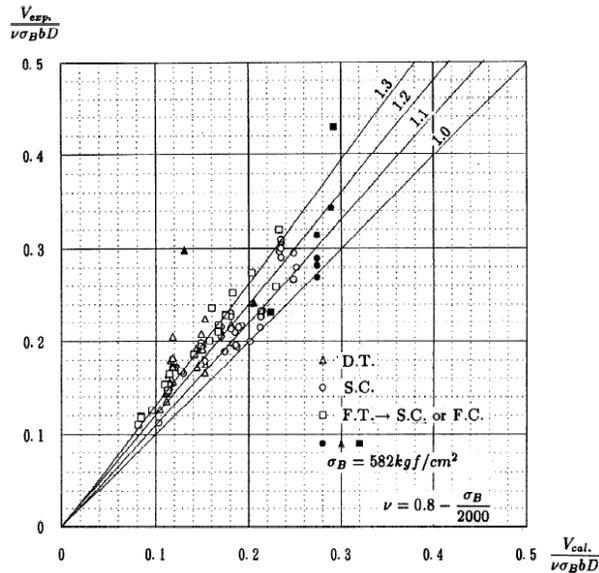


Figura 2.3 Resultados del experimento de Shin-Ichi Tadehara

De los 160 especímenes solamente se compararon 94 con los resultados calculados analíticamente. De acuerdo con la figura 2.3, se observó que la mayoría de los resultados experimentales están por encima de los valores calculados, esto quiere decir que la mayoría de los especímenes se encuentran del lado de la seguridad.

La importancia del trabajo de Tadehara (1996) radica en la consideración de la cuantía de acero de refuerzo transversal. Ya que muestra que la variación en la cantidad de estribos por unidad de distancia, puede cambiar el comportamiento de espécimen y con ello el tipo de falla que se puede presentar.

### 3) Trabajo de Ick-Hyun y otros (2011)

El objetivo principal de este trabajo fue encontrar la contribución del concreto en columnas huecas sujetas a cargas laterales. Se probaron siete especímenes con relaciones de ancho-alto de 1.5 a 3 y diferentes cuantías de refuerzo transversal.

En las pruebas se utilizaron especímenes con longitudes entre 90 cm y 120 cm y secciones transversales que tenían un ancho de 60 cm y peralte de 90 cm. Se siguió un modelo en cantiliver en posición vertical para la representación del elemento al momento del análisis de los resultados del experimento.

Para poder hacer la comparación en la resistencia de la fuerza cortante, se utilizaron modelos que evaluaron el cortante pero en secciones sólidas, así como también las expresiones que considera códigos de diseño como el American Concrete Institute (ACI) 2008 y el Caltrans Seismic Design Criteria (2002) para el diseño de puentes.

A continuación se muestra la tabla comparativa tomada del trabajo de Ick-Hyun et. al. (2011) que representa la relación obtenida entre la carga última experimental y los valores calculados con las diferentes expresiones.

Tabla 1 Valores experimentales y calculados en el trabajo de Ick-Hyun Kim et. al. (2011)

Especímenes	1	2	3	5	6	7	8
Carga máxima experimental (kN)	525	445	341	259	337	552	368
Esfuerzo cortante experimental (MPa)	1.63	1.38	1.06	0.8	1.57	1.62	1.43
Esfuerzo Cortante teórico de los diferentes modelos (MPa)							
Ascheim y Moehle (1992)	1.11	0.94	0.72	0.55	1.07	1.1	0.97
Xia y Martirosyan (1998)	1.15	0.97	0.74	0.57	1.11	1.14	1.00
Priestley y Kowalsky (2002)	0.96	1.13	0.87	0.66	0.93	0.96	1.17
Maekwa y An (2000)	1.06	1.76	1.35	1.03	1.02	1.05	1.82
Caltrans (2002)	1.33	1.13	0.86	0.66	1.28	1.32	1.16
ACI318-08 (2008)	1.66	1.48	1.17	0.91	1.61	1.65	1.53

Para poder evaluar la fuerza cortante en columnas huecas, Thaedara (1996) propuso en este trabajo una ecuación basada en los esfuerzos principales. Las modificaciones propuestas en la ecuación para obtener la fuerza cortante, consistieron en añadirle un coeficiente que depende de la relación entre las dimensiones de la sección transversal de la columna y, también, tomar en cuenta la contribución a la resistencia de la fuerza cortante debido a la presencia de la carga axial. De ahí, se obtiene:

$$V_c = \alpha(0.5)\sqrt{f'_c} \sqrt{1 + \frac{P}{0.5\sqrt{f'_c}Ag}} (0.8Ag) \quad (2.8)$$

donde

- $a$  es la relación entre longitud del elemento y el peralte de la sección transversal
- $f'_c$  es la resistencia específica del concreto a compresión
- $P$  es la cuantía de refuerzo longitudinal
- $Ag$  es el área neta de la sección transversal

En conclusión, se puede decir primeramente, que hacen falta todavía más datos experimentales para poder hacer factible esta expresión, ya que algunos de los especímenes del experimento fallaron por cortante en el concreto, antes de que el acero de refuerzo transversal pudiera contribuir a la resistencia. También se deberá considerar el volumen confinado entre las paredes de la columna, puesto que su rigidez cambia al momento en que se inicia el agrietamiento, ya que el bloque de compresión se ve reducido debido a las grietas. Finalmente, de los resultados del experimento se concluyó que la resistencia de una columna hueca a la fuerza cortante está más asociada con el área total del elemento

que con el área confinada entre los estribos. Por tal razón, la cuantía de acero de refuerzo transversal no influye en el resultado.

La importancia del trabajo de Ick-Hyun y otros (2011) radica en las conclusiones a las que se llegaron, además de la consideración en el factor de forma,  $\alpha$ , para calcular la contribución del concreto. Por consiguiente, durante la revisión de la resistencia a la fuerza cortante de las pilas en este trabajo se puso atención en la variación de la cuantía de refuerzo transversal.

### **2.3 Disposiciones de las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (NTCRCDF) vigente (2004)**

El cálculo de la resistencia de ambas columnas a fuerza cortante se hizo con base en lo dispuesto en las NTCRCDF actuales (2004). Para este código se trabajó con el sistema internacional y en algunas ecuaciones se utilizó los milímetros en vez de metros dado que así lo marcan las NTCRCDF (2004).

Además, a lo largo de la revisión no se utilizaron los correspondientes factores de reducción puesto que se buscaba conocer la resistencia nominal del espécimen.

De acuerdo con la sección 2.5.1 de las NTCRCDF (2004) para poder calcular la fuerza cortante que resiste el concreto,  $V_{cr}$ , se debe considerar que la dimensión transversal,  $h$ , del elemento paralela a la fuerza cortante no sea mayor que 700 mm. Cuando la dimensión  $h$  es mayor que 700 mm, el valor  $V_{cr}$  deberá ser multiplicado por el factor:

$$f = 1 - 0.0004(h - 700) \quad (2.9)$$

Este factor se usa más adelante en este trabajo, una vez calculado el valor de  $V_{cr}$ . Otra condición que se debe considerar para poder hacer uso de las expresiones contenidas en las NTCRCDF (2004), es que la relación claro a peralte total no sea menor que 5. Pero si esta relación,  $L/h$ , es menor que 4 y la cuantía de refuerzo longitudinal no es menor que 0.015, entonces el valor de  $V_{cr}$  se calcula como:

$$V_{cr} = 0.16Bd\sqrt{f'_c} \quad (2.10)$$

La ecuación anterior podrá ser utilizada siempre y cuando en el elemento no exista carga axial. Así, para este trabajo no es aplicable ya que los especímenes sí se encuentran sujetos a una carga axial. Por lo tanto se usó la sección 2.5.1.3 de las NTCRCDF (2004) donde se habla de elementos sujetos a flexión y carga axial.

Los especímenes a revisar se encuentran sujetos a flexocompresión. Primeramente habrá que calcular la carga axial última resistente de la sección con la ecuación:

$$P_u = 0.06f'_cA_g \quad (2.11)$$

No se tomó el valor total de la carga axial debido a la posible inestabilidad que se podía presentar durante el experimento.

En seguida se revisa si ese valor excede el límite propuesto en el código con:

$$P_u < 0.7f'_cA_g + 200A_s \quad (2.12)$$

Si no se excede este límite, entonces la fuerza  $V_{cr}$  se obtendrá de multiplicar la ecuación (2.10) por el factor:

$$f' = 1 + \frac{0.07P_u}{A_g} \quad (2.13)$$

Una vez calculada la fuerza que tomará el concreto se pasó a la sección 2.5.2 de las NTCRCDF (2004) en donde se habla del cálculo del refuerzo por tensión diagonal.

La fuerza que resisten los estribos,  $V_{sr}$ , se calculó como:

$$V_u = V_{cr} + V_{sr} \quad (2.14)$$

donde:

- $V_u$  es la fuerza cortante última del elemento
- $V_{cr}$  es la fuerza cortante resistente por el concreto
- $V_{sr}$  es la fuerza cortante resistente por los estribos

Para la obtención de  $V_{sr}$  se utilizó:

$$V_{sr} = \frac{A_v f_{yd} (\sin\theta + \cos\theta)}{s} \quad (2.15)$$

donde:

- $A_v$ , corresponde al área transversal del refuerzo por tensión diagonal
- $\theta$ , corresponde al ángulo que forma el refuerzo transversal con el eje del elemento
- $s$ , corresponde a la distancia entre estribos

### 2.3.1 Cálculo de la resistencia a fuerza cortante de las pilas huecas

Antes de utilizar las expresiones revisadas anteriormente se hizo una representación de los especímenes PH4 y PH5 para obtener los elementos mecánicos últimos actuantes. De entre las diferentes condiciones de apoyo que existen, la más parecida al caso de estudio fue una viga en cantiliver en posición vertical, esto debido a la sujeción que se le aplicó a la zapatas a la losa de reacción.

Para ambas pilas las características de los materiales que se usaron fueron:

- Concreto  $f'_c = 26.88$  MPa
- Acero de refuerzo transversal  $f_{y_{estribos}} = 426.15$  MPa
- Diámetro del acero de refuerzo
  - Acero longitudinal  $\phi = 12.7$  mm con un área  $A_{s_L} = 126.677$  mm<sup>2</sup>
  - Acero transversal  $\phi = 6.35$  mm con un área  $A_{s_T} = 31.669$  mm<sup>2</sup>

Dimensiones de la sección transversal de las pilas:

- $h = 1200$  mm
- $L = 4500$  mm
- Área transversal  $510000$  mm<sup>2</sup>

Ya que  $h > 700$  mm, se utilizó la ecuación (2.9)

$$f = 1 - 0.0004(h - 700) = 1 - 0.0004(1200 - 700) = 0.8$$

Calculando la carga última de acuerdo con la ecuación (2.11)

$$P_u = 0.06f'_c A_g = 0.06(26.88)(0.51) = 822\,528$$

Se revisó que el valor calculado con la ecuación anterior no exceda el límite de la ecuación (2.12)

$$P_u < .7f^*cA_g + 200A_s = 0.7(0.8)(26.88)(0.51) + 200(1.267 \times 10^{-4}) = 7\,702\,268 \text{ N}$$

A continuación se calculó la fuerza cortante que toma el concreto de ambos especímenes usando la ecuación (2.9), (2.10) y (2.13), además de la cuantía del refuerzo longitudinal con la ecuación (2.16). Tomando en cuenta que el término  $bd$  de la ecuación (2.16) se refiere al área neta de concreto por encima del refuerzo a tensión, se utilizó el área que considera el hueco existente en ambas pilas.

Para ambas pilas el número de varillas longitudinales es 112, entonces la cuantía queda como:

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{112 * 1.267 \times 10^{-4}}{0.51} = 0.0278 > 0.015 \quad (2.16)$$

$$V_{cr} = 0.16bd\sqrt{f^*c} = 0.16(0.51)\sqrt{.8(26.88)} = 378\,398.83 \text{ N}$$

$$f' = 1 + \frac{0.07P_u}{A_g} = 1 + \frac{0.07 * 822\,528}{510000} = 1.11$$

$$V_{crf} = 378\,398.83(0.8)(1.11) = 336\,018.16 \text{ N}$$

El valor de  $V_{crf}$  obtenido, corresponde a la contribución del concreto a la resistencia de la fuerza cortante. Hasta este punto no habrá que hacer diferencia alguna entre los dos especímenes (PH4 y PH5) ya que ambas tienen las mismas dimensiones. A partir de las siguientes ecuaciones se empezará a hacer distinción entre PH4 y PH5.

Las expresiones contenidas en las NTCRCDF (2004), dedicadas al cálculo de la fuerza cortante en elementos de concreto sin refuerzo transversal, sólo consideran elementos con sección transversal sólida sin tomar en cuenta variaciones que puedan existir en geometría de la cara transversal. Debido a esta falta de consideraciones en las ecuaciones de las NTCRCDF no se pueden tomar como válidos los resultados obtenidos.

Por lo tanto, el cálculo de la contribución del concreto se tomará del trabajo de Prado (2014), que fue calculado con diferentes modelos que toman en cuenta diferentes factores de los elementos por ejemplo:

- El efecto de la relación de aspecto de la columna
- El efecto de la cuantía del acero longitudinal, y
- El efecto en la degradación de la capacidad del concreto a cortante debido al incremento en la demanda de ductilidad de desplazamiento

En la tabla 1.2 se presenta el resumen de la contribución del concreto a la fuerza cortante de los diferentes modelos utilizados por Prado (2014) para ambas pilas. Y serán los valores que se utilizarán para calcular la resistencia última de ambas pilas.

**Tabla 1.2 Resumen de la contribución del concreto a la fuerza cortante (Prado, 2014)**

Especímen	Carga lateral (t)				
	Kent et al.	Saatcioglu y Razvi	Mander et al.	Hoshikuma et al.	Promedio
PH4	81.4	88.7	87.4	80.5	84.5
PH5	81.5	86.7	88.8	80.1	84.3

Para utilizar la ecuación (2.14), se consideró la carga máxima resistente de los especímenes en valor absoluto. Esta se tomó como  $V_u$  para poder obtener la contribución del refuerzo transversal.

Para PH4 la carga última experimental fue:

$$V_u = 82.7 \text{ t} = 811\,287 \text{ N}$$

Para revisar la resistencia a la fuerza cortante de los especímenes, primero se hizo una modificación a la ecuación (2.15) considerando la ecuación de Nilson (2001) donde la fuerza del refuerzo transversal está afectada por la variable  $n$ , que es el número de estribos afectados por la proyección de la grieta inclinada  $p$  en una separación de los estribos  $s$ .

$$V_{sr} = nAv_f y \quad (2.18)$$

$$n = \frac{p}{s} \quad (2.19)$$

Sustituyendo la ecuación (2.18) y (2.19) en la ecuación (2.15), la ecuación final es:

$$V_{sr} = \frac{nAv_f y d (\sen\theta + \cos\theta)}{s} \quad (2.20)$$

Debido a la geometría de las pilas PH4 y PH5 y la aplicación de los desplazamientos, las grietas inclinadas no se desarrollaron en todo el perímetro de la sección, tal como se aprecia en la figura (2.2a) y (2.2b).



a) Zonas de formación de grietas por tensión diagonal



b) Zona de grietas debido a la flexión

Figura 2.4 Zonas de formación de grietas por tensión diagonal y flexión

Para la pila PH4 se tomaron en cuenta las siguientes consideraciones:

- $\theta$  es igual a  $90^\circ$  ya que los estribos están colocados perpendicularmente al eje de la pila
- El área a utilizar para los estribos cerrados es  $63.34 \text{ mm}^2$ , mientras que para las grapas el área será de  $31.67 \text{ mm}^2$
- Se considera que los estribos desarrollarán su fuerza máxima cuando el acero fluya, y
- La separación entre estribos es de 10 cm

- Los estribos a trabajar son los ubicados en las caras largas de las pilas

Debido a que la hipótesis inicial fue que las grietas por tensión diagonal se formarían con un ángulo de 45°, para obtener el número de estribos involucrados en la resistencia de la fuerza cortante, en donde se consideró que  $p$  es igual al peralte efectivo de la pila, se utilizó la ecuación (2019)

$$n = \frac{p}{s} = \frac{120}{\frac{\tan 45}{10}} = 12$$

Se realizó esta operación para apreciar que el conteo resultante fue erróneo, ya que esta ecuación no toma en cuenta la configuración del acero (si existe más de una capa o la geometría del espécimen no es sólida). Para obtener la cantidad correcta de estribos involucrados a lo largo de la proyección de la grieta, se hizo un conteo manual. El total de estribos en el peralte del espécimen,  $h$ , es de 168 estribos (24 estribos cerrados y 144 grapas) en 120 cm esto si se toman en cuenta sólo las caras laterales.

Utilizando la ecuación (2.20), la resistencia a fuerza cortante de los estribos es:

$$V_{sr} = \frac{nAv_{fyd}(\sin\theta + \cos\theta)}{s} = \frac{273.7 (24(.6334 \times 10^{-4}) + 144(.3167 \times 10^{-4}))(\sin 90^\circ + \cos 90^\circ)(1.16)}{0.1}$$

$$V_{sr} = 19\,305\,545 \text{ N}$$

Por lo tanto, es incorrecto utilizar contribución de los estribos a lo largo de la proyección de la grieta inclinada, pues en el diagrama de fuerza cortante de los especímenes la fuerza cortante es constante en toda la longitud del espécimen sin importar la sección de análisis. Por lo tanto, la ecuación de Nilson (2001) es válida sólo si la fuerza cortante varía a lo largo del eje longitudinal del espécimen.

Entonces, se realizó el mismo cálculo pero únicamente se consideró una sola capa de estribos.

$$V_{sr} = \frac{nAv_{fyd}(\sin\theta + \cos\theta)}{s} = \frac{273.7 (2(.6334 \times 10^{-4}) + 12(.3167 \times 10^{-4}))(\sin 90^\circ + \cos 90^\circ)(1.16)}{0.1}$$

$$V_{sr} = 1\,608\,795.46 \text{ N}$$

Entonces, la resistencia nominal del espécimen es de:

$$V_u = 1\,608\,795.46 + 828\,945 = 2\,437\,740.46 \text{ N}$$

Comparándola con la resistencia obtenida del trabajo de Prado (2014):

$$811\,287 \text{ N} \ll 2\,437\,740.46 \text{ N}$$

De acuerdo con estos valores se demuestra que el espécimen PH4 no debería de fallar por cortante. Este valor sólo es verdadero si la suposición en donde los estribos colocados en las caras expuesta a flexión no contribuyen a la resistencia de la fuerza cortante.

Las NTCRCDF (2004) consideran una ecuación para suministrar un área mínima de acero de refuerzo a tensión diagonal, para aquellos casos en los que la resistencia a cortante del concreto sea suficiente para cubrir el cortante último, lo anterior queda expresado como:

$$A_{v_{\min}} = 0.10\sqrt{f^*c} \frac{bs}{f_y} \quad (2.21)$$

De la ecuación (2.21) se obtuvo:

$$A_{v_{\min}} = 0.10\sqrt{f_c} \frac{bs}{f_y} = 0.10\sqrt{0.8(26.88)} \frac{0.8 * .1}{273.7} = 1.355 \times 10^{-4} = 1.355 \text{ cm}^2$$

Como límite inferior utilizando la ecuación (2.16) aplicada al refuerzo transversal:

$$\rho_w = \frac{A_v}{b_s} = \frac{(1.355)}{120 * 10} = 0.00113$$

Y límite superior considerando todos los estribos:

$$\rho_w = \frac{A_v}{b_s} = \frac{2(0.6334) + 12(0.3167)}{120 * 10} = 0.0042$$

El valor obtenido de la ecuación (2.21) se tomó como el límite inferior para poder generar la gráfica de resistencia. Como límite superior se considera el área nominal de acero del espécimen PH4. Para los valores intermedios se varió la cuantía de refuerzo.

Una vez obtenidas las cuantías de refuerzo transversal para el área de acero mínima y máxima. Se calculó la resistencia a la fuerza cortante sin considerar los estribos en las caras a flexión y considerando sólo los estribos laterales.

En la Figura 2.5 se presentan los resultados obtenidos.

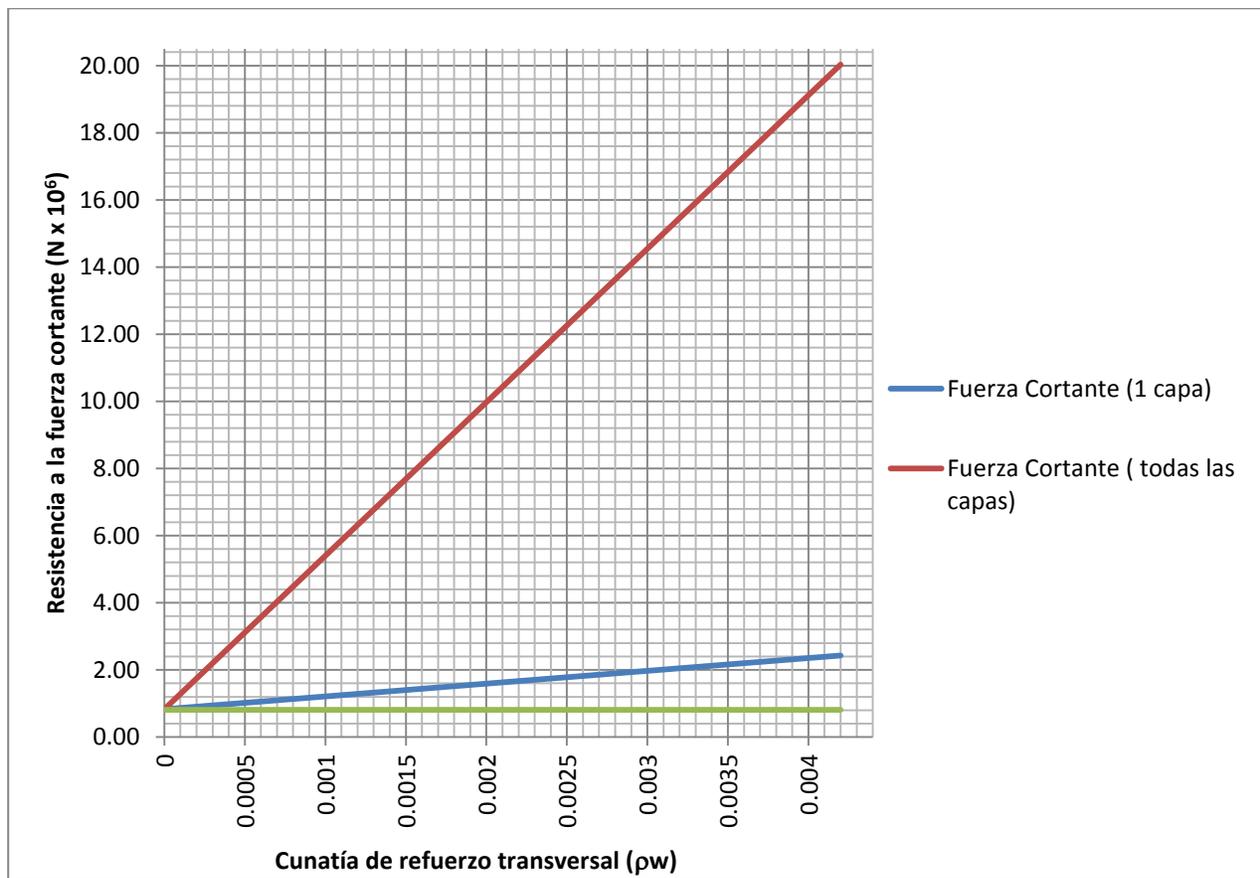


Figura 2.5 Variación del cortante último con respecto a la cuantía de refuerzo transversal

En la figura se observa que el cortante último tiene una variación lineal sin importar el arreglo de estribos que se tome en las caras trabajando a fuerza cortante. Por otra parte, la línea roja en la misma es el cortante último obtenido del trabajo de Prado (2014). Esto indica que cualquier valor por encima de esta línea cumple con la resistencia necesaria para las pilas. En otras palabras, el punto de intersección entre la línea roja y la verde, es el valor mínimo de cuantía transversal capaz de resistir la fuerza cortante del experimento, la cual tiene un valor de:

$$\rho_w = 0.00113$$

Con este valor se observó que no es necesario calcular el área correspondiente a esta cuantía transversal ya que su valor se encuentra por debajo al valor calculado con las NTCRCDF (2004). Por lo tanto, la contribución correspondiente a esta área mínima de refuerzo transversal fue suficiente para resistir la fuerza cortante actuante.

Se concluyó que este arreglo de acero de refuerzo transversal, aún sin considerar los estribos en las caras a flexión, es adecuado y su resistencia se encuentra por encima de la carga que llevó a la falla al espécimen. Esto indica que la falla que se presentó en el espécimen PH4 no ocurrió por tensión diagonal. Entonces, se dedujo que la falla se debió a una combinación del cortante con otra acción, ya sea flexión, compresión o tensión, sin embargo, dicha falla se encuentra fuera de los límites de compresión de este trabajo, por lo que no se revisará este tema.

A continuación, se revisó la contribución del refuerzo transversal en el espécimen PH5 con la finalidad de analizar la contribución de los diferentes arreglos del refuerzo transversal a la fuerza cortante. Como se vio en el espécimen PH4 la revisión de dicho refuerzo no tuvo complicación alguna ya que la distribución del refuerzo era constante a diferencia del espécimen PH5 donde es variable.

Es por esta variación entre una capa y otra del refuerzo transversal que se tuvo que idear una forma para poder hacer uso de las expresiones en las NTCRCDF (2004). De todas las variables involucradas en la ecuación (2.20) para poder calcular la contribución de la fuerza cortante resistente por los estribos, solo el área del refuerzo transversal de acero ( $A_v$ ) y la separación entre estribos ( $s$ ) no eran constantes.

Para obtener la contribución del refuerzo transversal en el espécimen se aplicaron dos enfoques diferentes:

- 1) Obtener un factor que relacionase ambas columnas y así poder hacer constantes las capas de refuerzo
- 2) Tomar por separado las capas involucradas en la distancia  $d$  y sumarlas considerando la distribución del flujo de cortante

Para trabajar con el primer enfoque se decidió obtener una relación de área tomando el área total de estribos por cada 10 cm en cada uno de los especímenes, debido a que dentro de estos 10 cm se encuentra la diferencia entre ambas pilas. Esta distribución se puede ver en la figura (1.4).

Entonces esta relación entre el área de refuerzo transversal de PH4 y PH5 queda como:

$$r = \frac{A_{T2}}{A_{T1}} = \frac{1139.97}{759.98} = 1.5 \quad (2.22)$$

donde:

- $A_{T1}$ , es el área correspondiente al espécimen PH5
- $A_{T2}$ , es el área correspondiente al espécimen PH4

La relación obtenida fue la que se utilizó para obtener una distancia equivalente para la segunda columna y así trabajar con las ecuaciones. La distancia afectada por esta relación de área fue de 10 cm, ya que esta dimensión fue la base para obtener la relación de áreas, por lo que la distancia a usar para los cálculos fue de 15 cm.

De la misma forma en la que se calculó la contribución del acero de refuerzo transversal del espécimen PH4 anterior, se aplicaron ciertas modificaciones a la ecuación para el cálculo de la fuerza cortante para incluir la relación modular.

Se usó la variable  $n$  de la ecuación (2.19) pero sólo por capas, no por número de estribos, ya que se consideró una capa uniforme a cada 15 cm con un área constante.

Entonces el número de capas involucradas resultó:

$$n = \frac{p}{s} = \frac{120}{15} = 8$$

Para encontrar la resistencia a fuerza cortante de los estribos se utilizó la ecuación (2.20):

$$V_{sr} = \frac{A_v f_y d (\sin\theta + \cos\theta)}{s} = \frac{273.7 (8)(0.00113997)(\sin 90^\circ + \cos 90^\circ)(1.16)}{0.15} = 19\,303\,005.61 \text{ N}$$

El diagrama de fuerza cortante para el espécimen PH5 también es constante como el del espécimen PH4, por lo que el valor de la resistencia se encuentra sobre estimado para la fuerza última.

Entonces también se consideró la resistencia por capa pero respetando la separación equivalente obtenida con la relación modular de áreas.

$$V_{sr} = \frac{Avfyd(\sin\theta + \cos\theta)}{s} = \frac{273.7 (0.00113997)(\sin 90^\circ + \cos 90^\circ)(1.16)}{0.15} = 2\,412\,875.7 \text{ N}$$

Se obtuvo la resistencia nominal del espécimen:

$$V_u = 2\,412\,875.7 \cdot 826\,983 = 3\,239\,858.7 \text{ N}$$

De igual manera, la contribución de los estribos se tuvo que multiplicar por la relación de áreas para el primer enfoque.

En el segundo enfoque se consideró por separado cada una de las capas. Así, se aplicaron las ecuaciones de las NTCRCDF (2004) sin modificación alguna.

La configuración del acero de refuerzo transversal es diferente al del espécimen PH4 y contiene una capa de estribos a 5 cm localizada en las caras cortas de la pila. Debido a esta capa intermedia de estribo, fue necesario el considerar el flujo de cortante en la sección transversal.

Como se observó, si no fuera por las capas intermedias del espécimen PH5 las cuantías del acero de refuerzo transversal serían iguales entre especímenes. Para involucrar las capas intermedias que sólo se encuentran en las caras a flexión se tuvo que encontrar el equilibrio estático del flujo de cortante. Esto con la finalidad definir la magnitud de la carga que pasa por estas caras.

Para conocer la magnitud de la fuerza que recorre la parte superior de la cara transversal se estableció el equilibrio estático en la parte superior de la sección transversal.

Primero se calcularon los momentos en la sección deseada.

$$M = Px \tag{2.23}$$

donde:

- M es el momento a tensión o compresión en la sección deseada
- P es la carga última (en N) del espécimen, y
- x es la distancia (en m) medida a partir del punto de aplicación de la fuerza a donde se busca el momento

De la longitud total de espécimen se decidió que las secciones en donde se calculó el momento será:

1. En la sección donde termina la columna y empieza la zapata, esto puesto que se quiere conocer la resistencia solo de la pila y la zapata se encuentra fuera de los alcances de este trabajo
2. A una distancia s, antes apoyo. Esta distancia s fue la separación entre dos capas iguales de estribos.

Una vez establecidos los parámetros se calculó los momentos en las secciones establecidas:

Para x=5.1 m

$$M_1 = 811\,287 (5.10) = 4\,137\,563.7 \text{ Nm}$$

Para x=5.0 m

$$M_2 = 811\,287 (5) = 4\,056\,435 \text{ Nm}$$

Se mantuvo la hipótesis de que se trabajó con un material elástico y homogéneo, al cual se le aplicó la ecuación de la escuradria (2.1) para poder calcular los esfuerzos en cualquier fibra de la cara transversal de la pila.

Con la ecuación (2.24) se calculó el momento de inercia para la sección transversal de acuerdo con las dimensiones señaladas en la figura 1.1:

$$I = \frac{b_M h_M^3}{12} - \frac{b_m h_m^3}{12} = \frac{(0.8)(1.2^3)}{12} - \frac{(0.5)(0.9^3)}{12} = 0.084825 \text{ m}^4 \quad (2.24)$$

donde:

- $b_M$  es la base mayor de la sección transversal
- $h_M$  es la altura mayor de la sección transversal
- $b_m$  es base mayor menos el espesor de las caras
- $h_m$  es la altura mayor menos dos veces el espesor de las caras

Las fibras de la sección transversal, que son de interés para los cálculos, se localizan justo en la unión del alma con el patín (0.45 m) y la fibra más alejada del eje neutro con respecto al eje x de la sección (0.6 m). Su distribución de esfuerzos a flexión se puede ver en la figura (2.6). De acuerdo con estos valores y la sección de análisis que se decidió a lo largo del eje longitudinal, los esfuerzos en estas fibras tienen la siguiente magnitud:

Para  $y=0.45 \text{ m}$

$$\sigma = \frac{(4\,137\,563.7)(0.45)}{0.084825} = 21\,949\,940.05 \text{ Pa} = 21.95 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{(4\,056\,435)(0.45)}{0.084825} = 21\,519\,549 \text{ Pa} = 21.53 \text{ MPa}$$

Para  $y=0.6 \text{ m}$

$$\sigma = \frac{(4\,137\,563.7)(0.6)}{0.084825} = 29\,266\,586.74 \text{ Pa} = 29.27 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{(4\,056\,435)(0.6)}{0.084825} = 28\,692\,732.1 \text{ Pa} = 28.69 \text{ MPa}$$

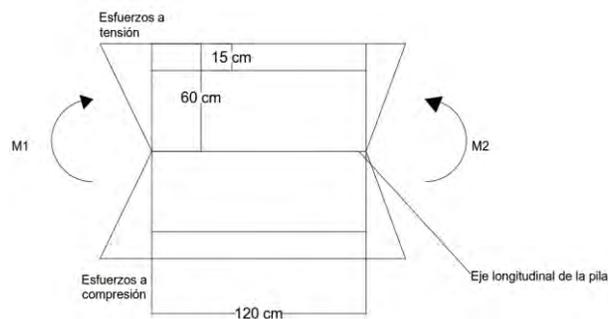


Figura 2.6 Distribución de esfuerzos de flexión a lo largo del eje longitudinal de la pila PH5

Una vez que se encontraron los esfuerzos en las fibras de interés, al establecer el equilibrio estático para ambas secciones, las magnitudes de estas fuerzas resultaron:

$$F_1 = 1.54 \text{ MN}$$

$$F_2 = 1.5 \text{ MN}$$

Se supusieron las direcciones de las fuerzas de acuerdo con la dirección de los esfuerzos de flexión como se muestra en la figura (2.7). De esta suposición se obtuvo el equilibrio estático de fuerzas en la dirección x, si se despeja el valor de  $F_3$  entonces se obtiene el valor de la fuerza horizontal actuante en la sección.

$$F_1 + F_3 - F_2 = 0; F_3 = F_2 - F_1 \therefore F_3 = 1.5 - 1.54 = -0.4 \text{ MN}$$

El símbolo negativo indica que la dirección en la que se supuso la fuerza fue errónea y la fuerza resultante va en dirección contraria.

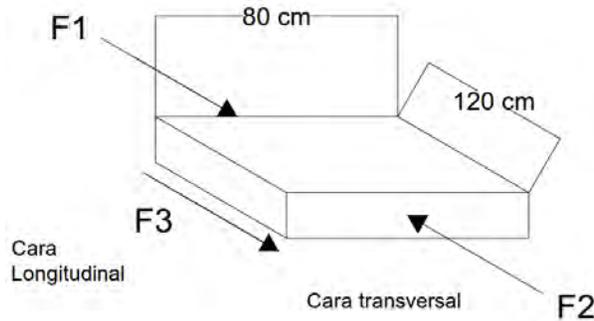
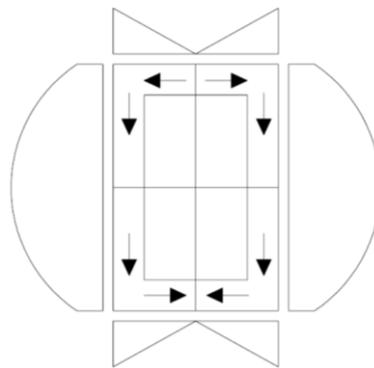
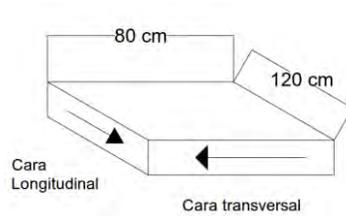


Figura 2.7 Suposición de la dirección de las fuerzas resultantes

Para que la sección se encuentre en equilibrio con las demás caras, la dirección que debe tomar la fuerza resultante,  $F_3$ , se muestra en la figura (2.8a). Dicha dirección indica el sentido del flujo de cortante. Una vez que se conoce el flujo de cortante en la cara transversal, se encuentra la distribución del esfuerzo cortante. La distribución de los esfuerzos cortantes y el sentido completo del flujo de cortante se muestran en la figura (2.8b).



a)



b)

**Figura 2.8 Flujo de cortante en la cara transversal del espécimen y distribución de esfuerzos cortantes**

De igual manera, conociendo el sentido del flujo de cortante en la sección transversal se puede conocer el valor de las demás fuerzas aplicando el equilibrio estático en ambas direcciones ortogonales. En la dirección X no es necesario realizar el equilibrio ya que por simetría la magnitud de las fuerzas será igual que la calculada,  $F_3$ , pero en dirección contraria por lo que las fuerzas se anulan entre sí.

Para que exista el equilibrio en Y, la única forma es que las fuerzas horizontales sean iguales a la carga última entre dos.

Así, se realizó la revisión de la sección usando lo establecido en las NTCRCDF (2004). A diferencia de lo que se hizo anteriormente esta vez se comparó la resistencia del elemento por separado, ya que ahora se conoce la resistencia mínima que cada uno de los lados.

Primero, se calculó la contribución del concreto para cada sección. Esto debido a que el área de concreto aplicable para cada dirección tiene diferentes dimensiones. No se debe olvidar que este procedimiento sólo es válido para secciones transversal sólidas.

Para las caras laterales se tiene:

$$V_{cr} = 0.16bd\sqrt{f'_c} = 0.16(0.9)(0.15)\sqrt{0.8(26.88)} = 100\ 164.4\ \text{N}$$

$$f' = 1 + \frac{0.07Pu}{Ag} = 1 + \frac{0.07 * 822\ 528}{2 * (900)(150)} = 1.21$$

$$V_{cr_f} = 2(100\ 164.4)(0.8)(1.21) = 193\ 918.3\ \text{N}$$

El número 2 se agrega debido a que son dos caras verticales las que participan. De la misma forma se procede con las zonas horizontales.

$$V_{cr} = 0.16bd\sqrt{f'_c} = 0.16(0.8)(0.15)\sqrt{0.8(26.88)} = 89\ 035.02\ \text{N}$$

$$f' = 1 + \frac{0.07Pu}{Ag} = 1 + \frac{0.07 * 822\ 528\ \text{N}}{2 * (800)(150)} = 1.24$$

$$V_{cr_f} = 2(89\ 035.02)(0.8)(1.24) = 176\ 645.48\ \text{N}$$

Ahora se calculó la participación que tienen los estribos a la fuerza cortante para obtener la resistencia total del elemento. Para poder usar la ecuación para obtener la resistencia a fuerza cortante, se hizo diferencia en la separación entre capas. Sin olvidar que una de las capas, contiene estribos en todo su perímetro (véase figura 1.4).

Para la capa que tiene estribos en todo su perímetro, los estribos verticales tienen una capacidad de:

$$V_{sr} = \frac{nAvfyd(\text{sen}\theta + \text{cos}\theta)}{s} = \frac{273.7(\text{sen}90^\circ + \text{cos}90^\circ)[(12 * 0.00003167) + (2 * 0.00006334)]}{0.10}$$

$$V_{sr} = 1\,386\,892.6 \text{ N}$$

En cuanto a los estribos en la dirección horizontal para la capa que tiene estribos en todo su perímetro:

$$V_{sr} = \frac{nAvfyd(\text{sen}\theta + \text{cos}\theta)}{s} = \frac{273.7(\text{sen}90^\circ + \text{cos}90^\circ)[0.00006334]}{0.10} = 173\,361.6 \text{ N}$$

Para la capa intermedia:

$$V_{sr} = \frac{nAvfyd(\text{sen}\theta + \text{cos}\theta)}{s} = \frac{273.7(\text{sen}90^\circ + \text{cos}90^\circ)(6)[0.00003167]}{0.10} = 520\,084.7 \text{ N}$$

Finalmente se obtiene la resistencia total del elemento en ambas direcciones:

La resistencia en dirección vertical queda como:

$$V_u = 193\,918.3 + 1\,386\,892.6 = 1\,580\,810.9 \text{ N}$$

Y para la dirección ortogonal:

$$V_u = 176\,645.48 + 173\,361.6 + 520\,084.7 = 870\,091.8 \text{ N}$$

De igual manera que para el espécimen PH4, de estas dos opciones se puede obtener la cuantía de refuerzo transversal mínima que satisface la condición de carga última. La forma de obtenerla fue también por medio gráfico.

Para realizar la gráfica fue necesario calcular las cuantías de refuerzo transversal de cada opción además de la cuantía del refuerzo mínimo. En lo que respecta a la cuantía mínima de refuerzo transversal esta se ve afectada por la separación entre estribos, aunque no involucre el área de los estribos.

De la ecuación (1.11) para la opción 1 se tiene:

$$A_{v_{\min}} = 0.10\sqrt{f^*c} \frac{bs}{f_y} = 0.10\sqrt{0.8(26.88 \text{ MPa})} \frac{0.8 * 0.15}{273.7} = 2.0331 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2.0331 \text{ cm}^2$$

La cuantía para la primer opción queda como:

$$\rho = \frac{A_v}{bs} = \frac{(2.0331 \times 10^{-4})(8)}{0.8 * 0.15} = 0.01355$$

Como límite superior la cuantía para la opción 1 queda como:

$$\rho = \frac{A_v}{bs} = \frac{(.00113997)(8)}{0.8 * 0.15} = 0.076$$

Ahora para la segunda opción para las caras horizontales, usando la ecuación (1.10):

$$A_{v_{\min}} = 0.10\sqrt{f^*c} \frac{bs}{f_y} = 0.10\sqrt{0.8(26.88)} \frac{0.8 * 0.1}{273.7} = 1.355 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 1.355 \text{ cm}^2$$

La cuantía mínima para la capa principal en la cara horizontal de la segunda opción queda como:

$$\rho = \frac{Av}{bs} = \frac{(1.355 \times 10^{-4})}{0.8 * 0.1} = 0.00169$$

La cuantía para la capa principal en la cara horizontal de la segunda opción queda como:

$$\rho = \frac{Av}{bs} = \frac{(.3167 \times 10^{-4})(4)}{0.8 * 0.1} = 0.001583$$

La cuantía para las capas intermedias queda como:

$$\rho = \frac{Av}{bs} = \frac{(.3167 \times 10^{-4})(12)}{0.8 * 0.1} = 0.00475$$

Ahora para la segunda opción para las caras verticales, usando la ecuación (1.10):

$$Av_{\min} = 0.10 \sqrt{f_c} \frac{bs}{f_y} = 0.10 \sqrt{0.8(26.88)} \frac{0.15 * 0.1}{273.7} = 2.5414 \times 10^{-5} \text{m}^2 = .25414 \text{ cm}^2$$

La cuantía mínima para la capa principal en la cara vertical de la segunda opción queda como:

$$\rho = \frac{Av}{bs} = \frac{(2.5414 \times 10^{-5})}{0.15 * 0.1} = 0.00169$$

La cuantía para la capa principal en dirección vertical queda como:

$$\rho = \frac{Av}{bs} = \frac{(.3167 \times 10^{-4})(8)}{0.15 * 0.1} = 0.01689$$

Con todos los valores obtenidos anteriormente se puede obtener una gráfica y así poder elegir la cuantía mínima para poder resistir la carga última obtenida en el experimento.

En la Figura (2.9) se pudo observar que para la opción 1 se mantiene una variación lineal al hacer el arreglo constante. Además, la capacidad de carga de este arreglo es menor que la opción 2, incluso si se multiplica por la relación de áreas la capacidad no será mayor.

En la misma Figura (2.9) para la opción 2 se puede observar que la mayor parte de la contribución la dan los estribos. Además, el considerar por separado las capas de estribos hace que en un punto la contribución a la resistencia de la fuerza cortante aumente considerablemente.

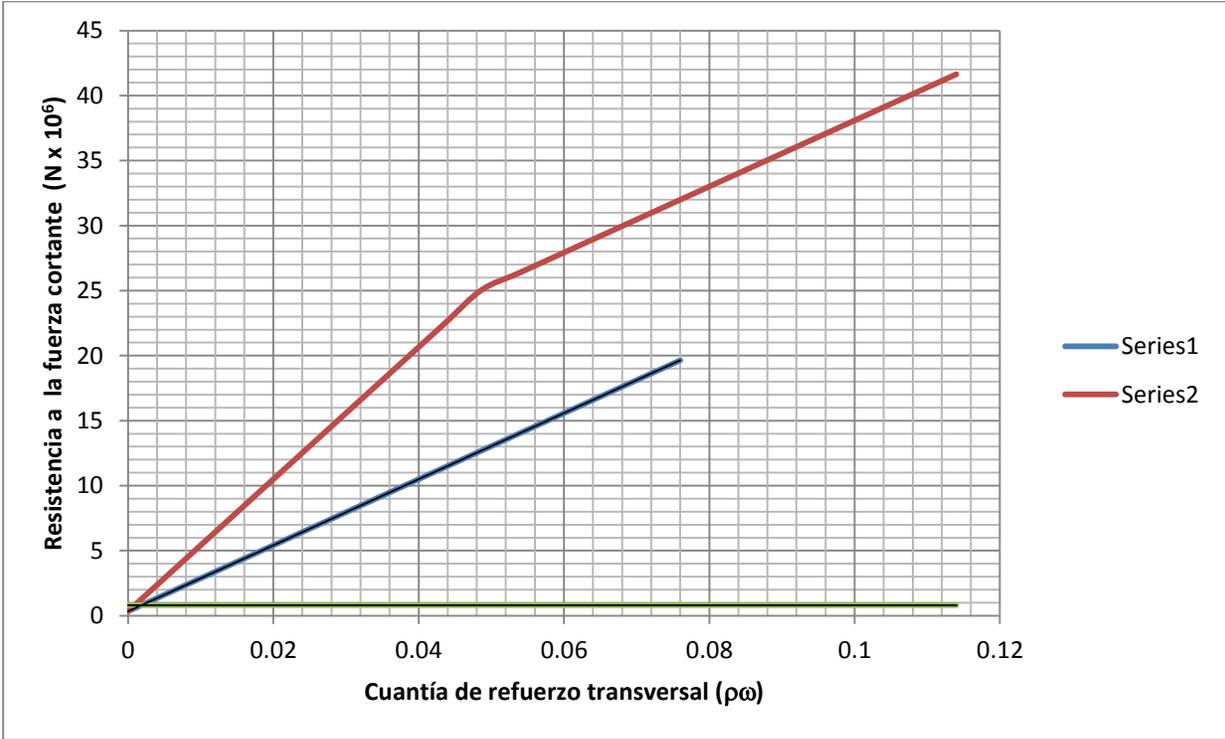


Figura 2.9 Variación del cortante último con respecto a la cuantía en ambas opciones

## CAPÍTULO 3

### RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se presentan los resultados, las conclusiones y recomendaciones obtenidas a partir del análisis de los resultados de la presente revisión a la resistencia de la fuerza cortante última en pilas huecas bajo carga cíclica.

#### 3.1 Análisis de resultados

##### 3.1.1 Análisis de los resultados del espécimen PH-4

Los valores obtenidos de los cálculos realizados para obtener la contribución tanto del concreto como del acero de refuerzo fueron satisfactorios. Ya sea tomando toda el área de acero de refuerzo de la sección transversal o solo la parte del refuerzo que se encuentra en contacto directo con las grietas formadas por tensión diagonal.

Cabe destacar que la composición simple y constante de este arreglo facilitó la obtención de los resultados haciéndolos mucho más confiables. Esto porque las ecuaciones citadas en las NTCRCDF (2004) fueron formuladas con base en arreglos continuos y uniformes de acero de refuerzo.

También, se obtuvo que la capacidad del espécimen varía linealmente, por lo que de manera simple, se puede obtener una cuantía que cumpla con la capacidad de carga de diseño que se desee.

##### 3.1.2 Análisis de los resultados del espécimen PH-5

Existe una diferencia de 0.5, entre la relación de áreas de ambos especímenes. Aunque la diferencia entre ellas es la mitad, la capacidad de carga no fue diferente entre ambas, sin embargo, el desplazamiento máximo si lo fue, 114.3 mm para el espécimen PH4 y 147.8 mm para PH5, (Prado, 2014).

El enfoque de relación de áreas no se puede tomar como válido. Primeramente porque la diferencia entre áreas es de la mitad de su valor. Y también porque esta relación no toma en cuenta la configuración de los estribos a lo largo de todo el perímetro, lo cual puede modificar el comportamiento del espécimen.

Si bien hay más área transversal por capa en el espécimen PH4 que en el espécimen PH5 para resistir la cortante, la separación entre capas de refuerzo transversal en el espécimen PH5 cambia el confinamiento del concreto y es la razón por la que el método de falla cambia en el espécimen PH5.

Tomando ahora los resultados del enfoque dos con los esfuerzos en el espécimen PH5, se puede estar omitiendo consideraciones relevantes al no conocer los valores de los esfuerzos cortantes. Ya que al existir también esfuerzos a flexión, la combinación de estos dos tipos de esfuerzos pueden generar diferentes planos de falla a lo largo del eje longitudinal de la pila.

Otra cuestión importante en el análisis de resultados, es no considerar una relación de forma durante la obtención de los resultados de la revisión. Esto se debe a que, al considerar una carga axial en compresión los elementos de refuerzo longitudinal pueden fallar por pandeo local y así modificar el comportamiento de confinamiento del concreto.

#### 3.2 Conclusiones y recomendaciones

En este trabajo se revisó de la capacidad a cortante de dos pilas huecas para puentes, utilizando las ecuaciones contenidas en las NTCRCDF (2004), con el fin de comprobar si las pilas cumplen con los requisitos de resistencia mínima establecida dentro de las normas.

Al terminar esta revisión de la resistencia a la fuerza cortante en la sección hueca de dos pilas se puede decir que:

1. De ambas estructuras habrá que considerar que las ecuaciones empleadas dentro de las NTCRCDF están formuladas para secciones sólidas, las cuales no contemplan ningún factor u otra ecuación que involucre la forma de la sección transversal hueca. Por lo tanto, se propone la adición de un factor de forma como el incluido en el capítulo 11 del Reglamento para concreto estructural del ACI 318S-08 (2008).

$$V_c = \left( 0.16\lambda\sqrt{f'_c} + 17\rho_w \frac{V_u d}{M_m} \right) b_w d$$

$$M_m = M_u - N_u \left( \frac{4h - d}{8} \right)$$

donde:

- $V_c$  es la resistencia al cortante del concreto
  - $\lambda$  es el factor de modificación que toma en cuenta las propiedades mecánicas reducidas del concreto de peso liviano
  - $f'_c$  es la resistencia especificada a la compresión del concreto
  - $\rho_w$  es la cuantía de acero de refuerzo transversal del elemento
  - $V_u$  es el cortante último actuante en el elemento
  - $d$  es la distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal en tensión
  - $M_m$  momento modificado para tener en cuenta el efecto de compresión axial
  - $b_w$  es el ancho de la sección transversal del elemento
  - $N_u$  es la carga axial última actuante en el elemento
  - $h$  es la altura total del elemento
2. Aunque la cuantía de refuerzo transversal también se encuentra afectada por el efecto del hueco en las pilas, el valor de la cuantía de acero se encuentra por encima del valor mínimo para resistir la carga última del experimento. Por lo tanto, los elementos se encuentran sobre reforzados para cortante.
  3. Se comprobó teóricamente que existen esfuerzos cortantes en las caras expuestas a flexión del espécimen PH5. Al existir cortante en esta zona aumenta el problema de agrietamiento y por lo tanto existirá una reducción en el área de concreto. El incluir acero de refuerzo transversal, mejoró el confinamiento del concreto, mejorando su capacidad para resistir momento flexionante. Esto quedó demostrado al comparar los desplazamientos de ambos especímenes.
  4. También se comprobó que la falla por tensión diagonal no sería factible de ocurrir debido a la contribución de los estribos en ambos especímenes. Además, por la cuantía tan grande que se tiene, la falla más factible de ocurrir sería compresión por cortante, en conjunto con el pandeo local en las varillas longitudinales para la gran concentración de esfuerzos en la parte baja de los especímenes



a)



b)

**Figura (3.1) Muestra de la falla por compresión a cortante del espécimen PH-4 (a) y PH-5 (b)**

5. Finalmente, el mejor arreglo fue el del espécimen PH-5. En él, la capa intermedia de refuerzo transversal proporcionó un mayor confinamiento en las caras de flexión. Así, aumentó la resistencia a la fuerza cortante y también a esfuerzos cortantes generados por flexión. Por lo anterior, la colocación de acero de refuerzo transversal es necesaria en las zonas de cortante directo y de grandes esfuerzos a tensión diagonal. Sin embargo, también habrá que tomar en consideración las zonas en flexión donde se puedan presentar esfuerzos cortantes. Con lo anterior se aumenta el confinamiento del concreto y, con ello, la capacidad de carga a cortante.

## REFERENCIAS

ACI (2008), "ACI-318S-08", Michigan, EUA.

González Cuevas O. y Robles Fernández-Villegas F., (2005), "Aspectos fundamentales del concreto reforzado", Editorial Limusa, 4ª Edición, México D.F, pp. 172-175.

Kim I., Sun C. y Shin M., (2011), "Concrete contribution to initial shear strength of reinforced concrete hollow bridge columns", University of Ulsan, Korea del Sur, pp 43-63.

Nilson A., (2001), "Diseño de estructuras de concreto", Mc Graw Hill, 12<sup>va</sup> Edición, Santa Fé de Bogotá Colombia, pp.118 y 119.

Park R. y Paulay T., (1988), "Estructuras de concreto reforzado", Editorial Limusa, 4ª Edición, Mexico D.F, pp. 279.

Prado N., (2014), "Comportamiento de pilas huecas de concreto reforzado de puentes ante carga lateral cíclica", tesis doctoral, UNAM, México.

Priestley M.J., Verma R. y Xiao Y., (1993), "Seismic shear strength of reinforced concrete columns", Univesidad de San Diego, California, EUA, pp 1-10.

Tadehara S., (1996), "Shear strength of rectangular short reinforced concrete columns with intermediate reinforcement", Universidad de Nagasaki, Japón, pp1-8.