



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA
TIERRA**

Modelos de simulación de yacimientos basados en leyes de conservación hiperbólica, aplicando el método de seguimiento de frentes sobre líneas de corriente.

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO PETROLERO

P R E S E N T A:

CARLOS ALBERTO ORTEGA GARCÍA

DIRECTOR DE TESIS

ING. HECTOR ERICK GALLARDO FERRERA



MÉXICO, D.F., CIUDAD UNIVERSITARIA 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice general

	Pag.
Lista de figuras	6
Lista de tablas	10
Introducción	11
Abstract	11
1. Revisión de la literatura	1
1.1. Leyes de conservación hiperbólicas en la simulación numérica de yacimientos.	4
1.2. Seguimiento de frentes como un método numérico	4
1.3. Simulación con líneas de corriente	5
1.4. ¿Por qué usar la simulación de yacimientos?	7
1.5. Pasos en la simulación de yacimientos	7
1.6. Relación de la Simulación con otras disciplinas.	9
1.7. Información requerida.	9
1.8. Parámetros de selección para modelos de simulación.	13
1.9. Tipos de simuladores	14
1.9.1. Modelo de cero dimensiones o modelo de tanque	14
1.9.2. Modelos de una dimensión	14

1.9.3.	Modelos de dos dimensiones	15
1.9.4.	Modelo tridimensionales.	16
1.9.5.	Tipos de flujo.	17
1.9.6.	Modelos composicionales.	18
1.9.7.	Modelos térmicos.	19
1.10.	Utilidad de la simulación numérica de yacimientos	19
2.	Formulación de las ecuaciones fundamentales de flujo.	21
2.1.	Ley de Darcy	21
2.1.1.	Ecuación de continuidad	22
2.1.2.	Ecuaciones constitutivas	23
2.2.	Ecuaciones para flujo en dos Fases (Agua y Aceite)	24
2.2.1.	Ecuación de Presión	24
2.2.2.	Ecuación de Saturación	26
2.2.3.	Simplificación de los modelos	28
3.	Modelo numérico y algoritmos de cálculo.	30
3.1.	Tipo de enfoque de simulación	30
3.2.	Simulación con Líneas de corriente vs. Métodos Finitos	32
3.3.	Algoritmo IMPES	34
3.4.	Método de Volúmenes Finitos.	35
3.4.1.	Etapas del método de volumen finito	36
3.4.2.	Discretización de la ecuación de presión	37
3.5.	Modelado con líneas de corriente	41
3.5.1.	Trazado de líneas de corriente	42
3.5.2.	Cálculo de la velocidad a partir de la presión	43
3.5.3.	Algoritmo de Pollock	43
3.5.4.	Tiempo de vuelo como coordenada espacial	46

3.6. Método de seguimiento de frentes	48
3.6.1. Dispersión numérica	49
3.6.2. Leyes de conservación hiperbólicas.	49
3.6.3. Curvas características	51
3.6.4. Soluciones clásicas	54
3.6.5. Soluciones débiles	54
3.6.6. Soluciones entrópicas	55
3.6.7. Condición de salto de Rankine-Hugoniot.	56
3.6.8. Problema de Riemman	56
3.6.9. Teorema del método de seguimiento de frentes	59
3.7. Método de Seguimiento de frentes sobre líneas de corriente.	61
3.7.1. Etapas del método de seguimiento de frentes sobre líneas de corriente	61
3.7.2. Resolución de la ecuación de saturación por el método de se- guimiento de frentes sobre líneas de corriente	62
3.7.3. La ecuación de saturación como una ley de conservación	62
3.7.4. Solución de los problemas de Riemann	66
3.7.5. Condiciones de Frontera	67
4. Caso de aplicación	71
4.1. FrontSim	71
4.1.1. Archivo DATA	73
4.2. Five-Spot	75
4.2.1. Resultados	75
4.3. Caso heterogéneo e Anisótropo	80
4.3.1. Resultados	86
4.4. Caso Diferencias Finitas vs Seguimiento de frentes	86

Conclusiones	95
Bibliografía	98
A. Propiedades de la roca.	102
A.1. Porosidad y el concepto de heterogeneidad.	102
A.2. Permeabilidad y el concepto de anisotropía.	103
A.3. Relación de la isotropía y la homogeneidad respecto al tamaño de la muestra.	104
B. Propiedades de los fluidos.	106
B.1. Tipos de fluidos del yacimiento.	106
B.2. Comprensibilidad de los fluidos y factor de comprensibilidad del gas. .	106
B.2.1. Correlación de Standing & Katz	108
B.3. Factor de volumen	108
B.4. Relación de solubilidad	110
B.5. Densidad de los fluidos	111
B.6. Viscosidad de los fluidos	112
C. Propiedades del sistema Roca-Fluidos.	114
C.1. Saturación de fluidos.	114
C.2. Presión capilar	115
C.3. Permeabilidad relativa	115
C.4. Mojabilidad	118
D. Deducción de la ecuación de avance frontal.	119
E. Formulación Axiomática y obtención de la ecuación de continuidad	123
E.1. obtención de la ecuación de continuidad	125

F. Clasificación de ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden 127

G. Archivos .data de FrontSim 129

G.1. Caso Five-Spot 129

G.2. Caso heterogéneo e Anisotrópo 134

Índice de figuras

	Pag.
1.1. Parámetros de selección en los simuladores de yacimiento (Arana).	3
1.2. Arreglo de bloques en 3D de un anticlinal (Ertekin).	8
1.3. Etapas del desarrollo del modelo numérico de un yacimiento (Rodri- guez).	10
1.4. Interacción de los métodos usados para predecir el comportamiento de un yacimiento (Ertekin).	12
1.5. Modelo de cero dimensiones (Ayala).	14
1.6. Modelo de una dimensión (Ayala).	15
1.7. Modelo de dos dimensiones (Ayala).	15
1.8. Modelo de sección transversal(Ayala).	16
1.9. Modelo radial en dos dimensiones (Ayala).	16
1.10. Modelo cartesiano en tres dimensiones(Ayala).	17
1.11. Modelo radial en tres dimensiones (Ayala).	17
3.1. Modelo Discreto. a) Finite Difference Method, b) Boundary Element Method, c) Control Volumes Method, d) Finite Element Method, e) Green Element Method, f) Finite Pointset Method, g) Meshless Local Petrov–Galerkin, h) Local Boundary Integral Equation (De la Cruz)	31

3.2. En el enfoque Lagrangiano (izquierda) los componentes de nuestra discretización son las propias partículas del fluido. En el enfoque Euleriano (derecha) discretizamos el volumen que ocupa el fluido, y cada punto por el que pasen las partículas será un elemento discreto. (Pérez & Garre)	32
3.3. Discretización de un yacimiento en diferencias finitas (Datta).	34
3.4. Esquema del algoritmo IMPES para el método de Volumen Finito	35
3.5. Esquema del algoritmo tipo IMPES	36
3.6. Volúmenes de control en 3 dimensiones. Las letras mayúsculas P, E, W, N, S, F, B identifican los centros de los volúmenes de control, mientras que las letras minúsculas w, n, s, f, b a las caras de los mismos. (De la Cruz).	37
3.7. Líneas de corriente. (Moll).	42
3.8. Identificación de las caras en una celda de la malla. (De la Cruz).	44
3.9. Trayectoria y tiempo de vuelo de una partícula en una celda. (De la Cruz).	47
3.10. Cálculo del tiempo de vuelo para una sola celda.. (Martínez).	47
3.11. Trazado de Líneas de Corriente en 2D. (Salazar).	47
3.12. Dipersión numérica (Consentino).	50
3.13. Curvas características para la ecuación lineal advectiva(LeVeque).	53
3.14. Curvas características para la ecuación de Burgers (LeVeque).	54
3.15. Problema de Riemann para $u_L > u_R$ (LeVeque).	57
3.16. Modificación en las condiciones iniciales del problema para cuando $u_L < u_R$ (LeVeque).	58
3.17. Problema de Riemann para $u_L < u_R$ (LeVeque).	59
3.18. Representación gráfica de la función convexa f_{\smile} (LeVeque).	60
3.19. Función de flujo fraccional	63

3.20. Aproximación inicial	64
3.21. Puntos de quiebre de la función de flujo fraccional. (Schlumberger)	65
3.22. Envolvente convexa superior y la envolvente convexa inferior. (Schlumberger)	65
3.23. Problema de Riemann	66
3.24. Velocidades de propagación a distintos tiempos. (Schlumberger)	68
3.25. Condición de frontera tipo Dirichlet	70
4.1. Logo de Eclipse (Schlumberger)	72
4.2. Interfaz principal del Launcher de Eclipse 2009.1.	73
4.3. Geometría del dominio del caso de cinco pozos. (De la Cruz)	75
4.4. Saturaciones de agua a diferentes tiempos a) 120 días b) 240 días c) 360 días d) 600 días	77
4.5. Saturaciones de agua sobre las líneas de corriente a diferentes tiempos a) 120 días b) 240 días c) 360 días d) 600 días	78
4.6. Producción acumulada de aceite vs tiempo	79
4.7. Distribución de la porosidad en este caso	82
4.8. Distribución de la permeabilidad en X para este caso	83
4.9. Distribución de la permeabilidad en Y para este caso	84
4.10. Distribución de la permeabilidad en Z para este caso	85
4.11. Saturaciones de agua a diferentes tiempos a) 250 días b) 500 días c) 750 días d) 1000 días	87
4.12. Saturaciones de agua sobre las líneas de corriente a diferentes tiempos a) 250 días b) 500 días c) 750 días d) 1000 días	88
4.13. Producción acumulada de aceite vs tiempo	89
4.14. Producción acumulada de agua vs tiempo	90
4.15. CPU vs tiempo	91

4.16. Simulación de un caso 5 Spot para distintos Δt	93
A.1. Representación gráfica de la porosidad.	102
A.2. Representación gráfica de la permeabilidad.	104
A.3. Clasificación del tamaño de la muestras.	105
A.4. Gráfica de tamaño de muestras vs propiedad de la roca.	105
B.1. Tipos de fluidos presentes en el yacimiento.	107
B.2. Correlación de Standing & Katz.(Banzer)	109
B.3. Variación de las propiedades de los fluidos con respecto a la presión (Ertekin).	113
C.1. Curvas típicas de presión capilar (Ertekin).	116
C.2. Permeabilidad relativa aceite-gas (Ertekin).	117
C.3. Permeabilidad relativa gas-aceite(Ertekin).	117
E.1. Volumen representativo del medio continuo (De la Cruz).	123

Índice de cuadros

	Pag.
1.1. Razones para realizar un estudio de simulación de yacimientos. (Fan-chi).	2
3.1. Tabla de equivalencia entre la notación usada y la convencional (De la Cruz).	41
4.1. Descripciones de las secciones del archivo DATA(Schlumberger.) . .	74
4.2. Datos del ejemplo five spot	76
4.3. Datos del ejemplo 2	80
4.4. Tabla de saturación de aceite y permeabilidad relativa al aceite . . .	81
4.5. Tabla de Saturación de agua y permeabilidad relativa al agua	81
4.6. Datos del ejemplo Diferencias finitas vs Seguimiento de frentes	92
4.7. Tabla de resultados del caso diferencias finitas vs seguimiento de frentes	94

Abstract

The goal of streamline front tracking, for problems containing important discontinuous behavior, is to combine the flexibility of a general purpose hydrodynamics calculation with the efficiency of a special purpose calculation.

Reservoir simulation problems involve the numerical fluid dynamics of multi phase flow, specifically the computation of the flow of oil, water and/or gas in a porous medium.

The fluid variables for these problems are pressure and the saturations. The phases are oil, water and gas. Each rock pore is thought of as containing a single phase, while a macroscopic region is characterized by its fractional volume contents of the three phases. Typical "shocks" in such problems are discontinuities in phase concentrations: the oil, gas or water banks.

Currently there are many developments in numerical methods that attempt to solve problems where discontinuities are present in the solution of partial differential equations. Particularly, the solutions of the governing equations of the flow of hydrocarbons can be approximated numerically using well known as finite difference or finite volume techniques. However, these techniques often introduce what is known as "numerical dispersion" fronts causing fluid injection are not properly defined during simulation. For this reason the application of streamline front tracking method is proposed to better resolve these fronts.

This work aims to show the different implicit models in a numerical reservoir

simulation for a case where we use laws of hyperbolic conservation, which will be solved with the streamline front tracking method and the importance within the petroleum engineering.

Introducción

El incremento en el uso de una mayor cantidad de información estadística en los modelos geológicos indica una descripción mas detallada del modelo estático del yacimiento. Su uso directo requiere de una gran capacidad de cómputo, sin que ello implique un manejo eficiente de la información.

El método de seguimiento de frentes sobre líneas de corriente provee un método directo, preciso, rápido y versátil de simular el flujo multifásico de fluidos en formaciones altamente heterogéneas y complejas (Sovald, 1900). En este método, la solución de saturaciones es desacoplado de la malla y extendida al yacimiento en un esquema independiente de la geometría, tamaño de los bloques.

Esta tesis tiene como fin presentar algunos métodos no convencionales usados actualmente en la simulación de yacimientos. El objetivo principal es darle al lector una idea **básica** de los conceptos que se usan en la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales por medio de modelación con líneas de corrientes, el método de volumen finito y el de seguimiento de frente. Todo desde un punto vista ingenieril. Así mismo se presenta una colección de fuentes bibliográficas útiles para la comprensión y profundización de los conceptos aquí estudiados.

Capítulo 1

Revisión de la literatura

La ingeniería de yacimientos tiene como objetivo optimizar la explotación de los sistemas geológicas petroleras (Gallardo 2015). Para ellos el ingeniero de yacimientos realiza análisis técnicos y económicos sobre el potencial de cada sistema y su comportamiento en distintos escenarios.

Las herramienta básica para el estudio de los ingenieros de yacimientos es el modelo de exploración del sistema, que integran información estática y dinámica del yacimiento , y de producción y operación de los campos (Gallardo, 2015).

Por lo que es necesario disponer de estudios de laboratorio de núcleos, PVT, de afloramientos e interpretaciones geológicas, geofísicas, de sistemas de producción superficiales, estados de los pozos y redes, entre otras incluyendo legales y económicos. Algunas de las principales razones para el uso de un simulador se listan en la **Cuadro 1.1**. Un simulador es una herramienta capaz de conjuntar los elementos del yacimiento para su evaluación a distintas condiciones (Gallardo, 2013).

Existen diversos tipos de simuladores, mismos que pueden ser clasificados de acuerdo al esquema de la **Figura 1.1** , una forma de clasificar a los programas de simulación de acuerdo a los métodos de soluciones usados.

Impacto económico

1. Predicción de flujos de efectivo
 - a) Necesidad de previsión económica en base al precio de los hidrocarburos.

Gestión de yacimientos

1. Coordinar las actividades de gestión de yacimientos.
2. Evaluar resultados de los proyectos.
 - a) Interpretar / Entender los modelos de sensibilidad.
3. Modelo de sensibilidad de para estimar datos.
 - a) Determinar la necesidad de datos adicionales.
4. Estimar la vida del Proyecto.
5. Predecir la recuperación de hidrocarburos frente al tiempo.
6. Comparar diferentes procesos de recuperación.
7. Plan de desarrollo o cambios operacionales.
8. Seleccionar y optimizar el diseño del proyecto.
9. Maximizar la recuperación económica.

Cuadro 1.1: Razones para realizar un estudio de simulación de yacimientos. (**Fanchi**).

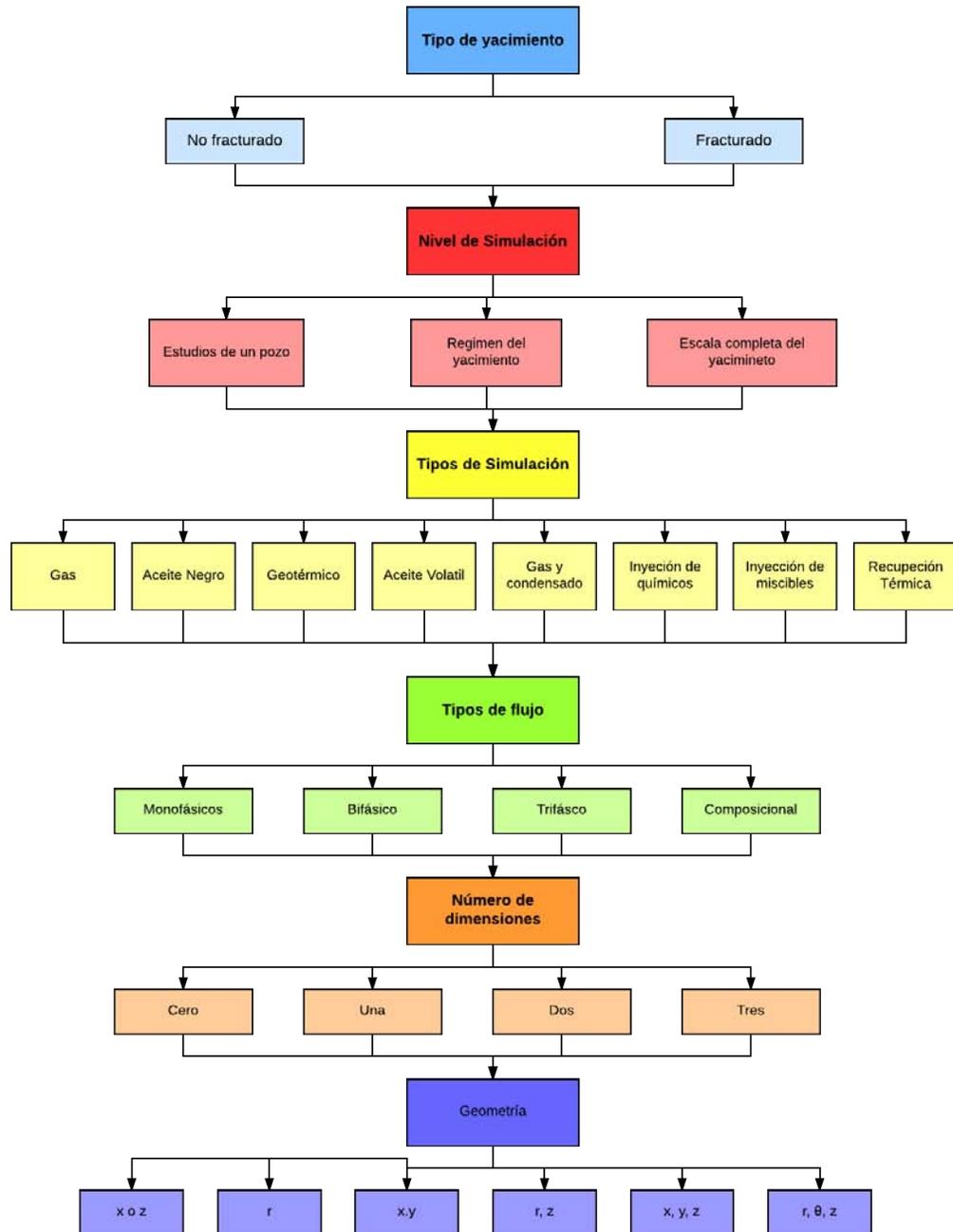


Figura 1.1: Parámetros de selección en los simuladores de yacimiento (Arana).

1.1. Leyes de conservación hiperbólicas en la simulación numérica de yacimientos.

La simulación matemática de yacimientos como ta se ha mencionado es una herramienta predictiva del comportamiento del flujo de fluidos en medios porosos. Por lo que hay que contemplar las distintas etapas de explotación del yacimiento. Esto debido a que a lo largo del yacimiento se presentan distintos fenómenos los cuales hay que tratar con extremo cuidado debido a su naturaleza.

Como su nombre lo dice las leyes de conservación hiperbólicas, son ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de tipo hiperbólico donde sus variables son conservadas, es decir, que se da el fenómeno de conservación. En específico cuando en un yacimiento se inyecta agua como método de recuperación secundaria y esta a su vez hace que se produzca cierta cantidad de hidrocarburo y esta a su vez es la misma cantidad de fluido inyectado ($Q_w = Q_o$) y tomando algunas consideraciones más el modelo del yacimiento se convierte en una ley de conservación hiperbólica. En el **Capítulo 3** y el **Apéndice F** se muestra una manera mas formal de definir las leyes de conservación hiperbólica y la obtención del modelo de simulación.

Estas ecuaciones presentan comportamientos muy especiales (discontinuidades) por lo cual los métodos tradicionales presentan varias dificultades, uno de los objetivos de esta tesis es mostrar el método de seguimiento de fretes como un método muy eficaz para las leyes de conservación hiperbólica.

1.2. Seguimiento de frentes como un método numérico

El método de seguimiento de frentes fue usado en forma particular por primera vez por Dafermos en la década de 1970 quien sugirió su uso en problemas de valo-

res iniciales para ecuaciones hiperbólicas no lineales escalares; observando que si la función de flujo es lineal pro tramos, la saturación podría presentarse superponiendo una serie de funciones escalonadas constantes a tramos(Problema de Riemann). Esto permitió establecer una solución global dado que todas las interacciones obtenidas pueden representarse siempre por problemas de Riemann; para la función de flujo que se forma por una secuencia compacta de soluciones aproximadas en segmentos lineales (Lie,2001).

El método propuesto por Dafermos ha sido validado y extendido por diversos autores(Glimm,1982; Holden, 1988; Risebro 2000), permitiendo su uso como una herramienta computacional eficiente ya que su implementación conduce naturalmente a un método libre de malla, salvo por la especificación de los valores iniciales, que se presentan en un arreglo arbitrario altamente detallado, lo que evita generar un sistema de ecuaciones. , en que hay un número finito de pasos en el algoritmo, incluso para un tiempo infinito. Propuso utilizar el algoritmo como un método numérico eficiente.

La propiedad más destacada del método es que resulta incondicionalmente estable, por lo que no es necesario restringir las posos del tiempo ante una discretización espacial dada (Bradvedt, 1992) y los pasos del tiempo se determinan por los frentes que chocan.

Su principal aplicación ha sido a la aplicación de inyección y desplazamiento de fluidos para incrementar la recuperación de aceite en los yacimientos (Sovald, 1990; otros).

1.3. Simulación con líneas de corriente

La simulación con líneas de corriente (SLS) se han utilizado en la industria del petróleo desde los años 50's (Datta-Gupta, 2007). El renovado interés recientemente

ha sido en gran parte impulsado por los nuevos avances en la caracterización de yacimientos. Las últimas dos décadas han visto un enorme crecimiento en la capacidad de la industria petrolera para desarrollar modelos estáticos a escala fina que se integran los datos geológicos y geofísicos en 3D (Datta-Gupta, 2007). Modelos de varios millones de celdas ahora son comunes, y pueden ser generados por paqueterías comerciales, generando nuevas áreas de oportunidad: en primer lugar, la brecha entre el modelado geológico y simulación de flujo se ha ampliado. En segundo lugar, con una mayor resolución de los modelos viene un mayor reconocimiento de su incertidumbre (Datta-Gupta, 2007). Debemos entender y cuantificar el impacto de los elementos desconocidos del modelo estático de flujo de fluidos y el transporte para la gestión prudente del yacimiento.

Los fundamentos de la teoría de flujo potencial se remontan al siglo XIX. El modelado de líneas de corriente para el transporte de fluidos se remonta al trabajo de Muskat (1937). Desde entonces, varios autores (Fay y Pratts, 1951; Higgins y Leighton, 1962; Morel-Seytoux, 1966; Pitts y Crawford, 1970; LeBlanc y Caudle, 1971; Martin y Wegner, 1979) han aplicado y ampliado los conceptos subyacentes para aplicaciones de modelado de yacimientos de petróleo. Muchas de estas primeras aplicaciones utilizan enfoques basados en líneas de corriente analíticas o numéricas para modelar desplazamientos multifase, principalmente de inyección de agua.

El dominio de flujo se divide en un número de líneas de corriente, y los cálculos de saturación de fluidos se realizan a lo largo de las mismas. Las motivaciones detrás de modelado con líneas de corriente fueron la falta de dispersión numérica y la ventaja computacional asociado a un campo de velocidad que varía lentamente durante una inyección de agua. Lago(1981) adoptó un enfoque híbrido por el que combinan un modelo de líneas de corriente superficial con un simulador de diferencias finitas de sección transversal. Algunas de las exitosas aplicaciones subsiguientes de este enfoque híbrido fueron reportados por Emanuel(1989), Mathews et al. (1989), Hewett y

Behrens (1991), y Emanuel y Milliken (1997).

1.4. ¿Por qué usar la simulación de yacimientos?

Los simuladores de yacimientos modernos son programas informáticos que están diseñados para modelar el flujo de fluidos en medios porosos. La simulación de yacimientos aplicada es el uso de estos programas para resolver problemas de flujo en el yacimiento.

La simulación de yacimientos, es la metodología más sofisticada disponible para lograr el objetivo principal de la gestión de yacimientos de hidrocarburos. El **Cuadro 1.1** enumera algunas razones para realizar un estudio de modelo de flujo. Tal vez la más importante, desde el punto de vista comercial, es la capacidad de generar predicciones de flujo de efectivo. La simulación de yacimientos ofrece un perfil de producción para la preparación de las previsiones económicas.

1.5. Pasos en la simulación de yacimientos

La simulación numérica de yacimientos puede dividirse a grandes rasgos en cinco pasos los cuales son:

1. **Establecer los objetivos de estudio.** El primer paso del estudio de simulación es establecer claramente los objetivos del estudio. Estos objetivos deben tomar en cuenta la disponibilidad de los datos y la historia de producción. Es necesario definir una estrategia básica, identificar los recursos disponibles y determinar lo que se debe aprender del estudio.
2. **Adquirir y validar los datos del yacimiento.** Una vez que los objetivos del estudio se han definido. En este paso las reservas y los datos de producción

se conocen. Únicamente los datos necesarios para cumplir con los objetivos del estudio deben ser incorporados en el modelo de simulación.

3. **Construir el modelo del yacimiento.** Después de que los datos han sido reunidos y validados, el modelo de simulación se construye. En este paso el yacimiento se divide en bloques. Las propiedades son asignadas a cada una de las celdas (porosidad, permeabilidad, altura de la celda, etc. Como se muestra en la **Figura 1.2**. Las celdas tienen diferentes propiedades una de otras,

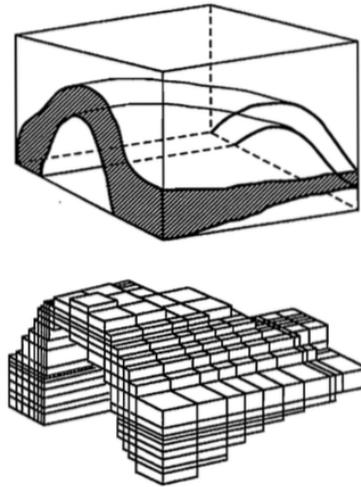


Figura 1.2: Arreglo de bloques en 3D de un anticlinal (**Ertekin**).

4. **Ajustar el histórico con el modelo del yacimiento.** Una vez que el modelo de simulación se ha construido debe ser sintonizada al histórico de producción disponible del yacimiento, ya que gran parte de los datos en un modelo de simulación típica no se conocen con certeza, pero las interpretaciones son de los ingenieros petroleros y de los geólogos. Estas interpretaciones son generalmente la mejor representación de los datos disponibles, aunque, todavía son subjetivas

y pueden requerir modificaciones.

5. **Correr la simulación de los escenarios de producción.** El paso final en el proceso de simulación es la fase de predicción, en la cual varios escenarios de producción son evaluados y sometidos a análisis de sensibilidad para varios parámetros de producción y parámetros del yacimiento.

1.6. Relación de la Simulación con otras disciplinas.

Muchas disciplinas diferentes contribuyen a la preparación de los datos de entrada de un modelo de flujo. La información se integra durante el proceso de desarrollo del modelo numérico en el yacimiento. La **Figura 1.3** ilustra las contribuciones de las diferentes disciplinas que contribuyen en los datos de entrada en el modelo de flujo. Uno de los objetivos de desarrollo de la tecnología reciente es el de mejorar el software utilizado para integrar datos de diferentes disciplinas.

1.7. Información requerida.

Para llevar a cabo una simulación se debe contar con la descripción detallada del yacimiento entre lo que se requiere por mencionar algunos:

1. Propiedades petrofísicas.
 - a) Porosidad (ϕ).
 - b) Permeabilidad (k).
 - c) Saturación de agua, aceite y gas (S_w, S_o, S_g).

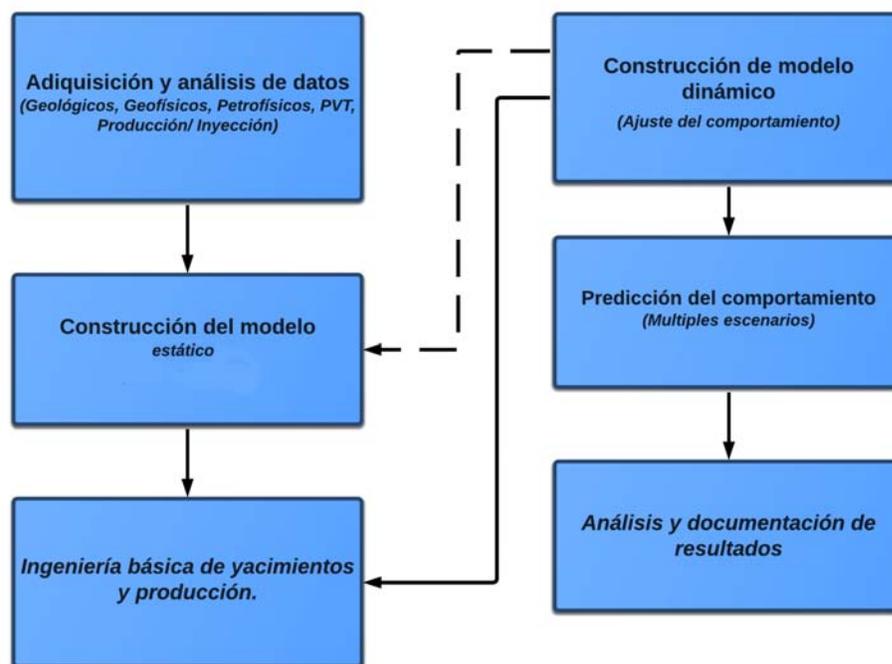


Figura 1.3: Etapas del desarrollo del modelo numérico de un yacimiento (**Rodriguez**).

d) Presión capilar entre diferentes interfaces.

$$(P_{c_{w-o}}, P_{c_{o-g}}, P_{c_{g-w}}).$$

2. Propiedades PVT de los fluidos del yacimientos

a) Factores de volumen (B_w, B_o, B_g).

b) Relación de solubilidad (R_s).

c) Viscosidades (μ_w, μ_o, μ_g).

d) Compresibilidades.

$$(C_f, C_w, C_o, C_g).$$

3. Límites del yacimiento.

4. Características del acuífero que rodea al yacimiento.

5. Cuando se trata de hacer un ajuste de la historia del yacimiento, se requieren; ritmos de producción, declinación de la presión, etc.

Las propiedades petrofísicas como las propiedades PVT se pueden determinar por medio de distintas técnicas ya sean directas e indirectas como son: Registros geofísicos o en el laboratorio a través de muestras del yacimiento, que se procura sea representativas. Los límites del yacimiento y las características del acuífero, se determinan con estudios geológicos ayudados de métodos indirectos como los registros geofísicos, etc.

En los estudios de yacimientos por medio de simulación, es vital conocer las permeabilidades relativas y las presiones capilares. Las permeabilidades relativas determinan el flujo fraccional de las fases y por ende los resultados del simulador. Las curvas de presión capilar son necesarias para poder describir la distribución de la saturación y el tamaño de la zona de transición, los contactos agua-aceite y gas-aceite.

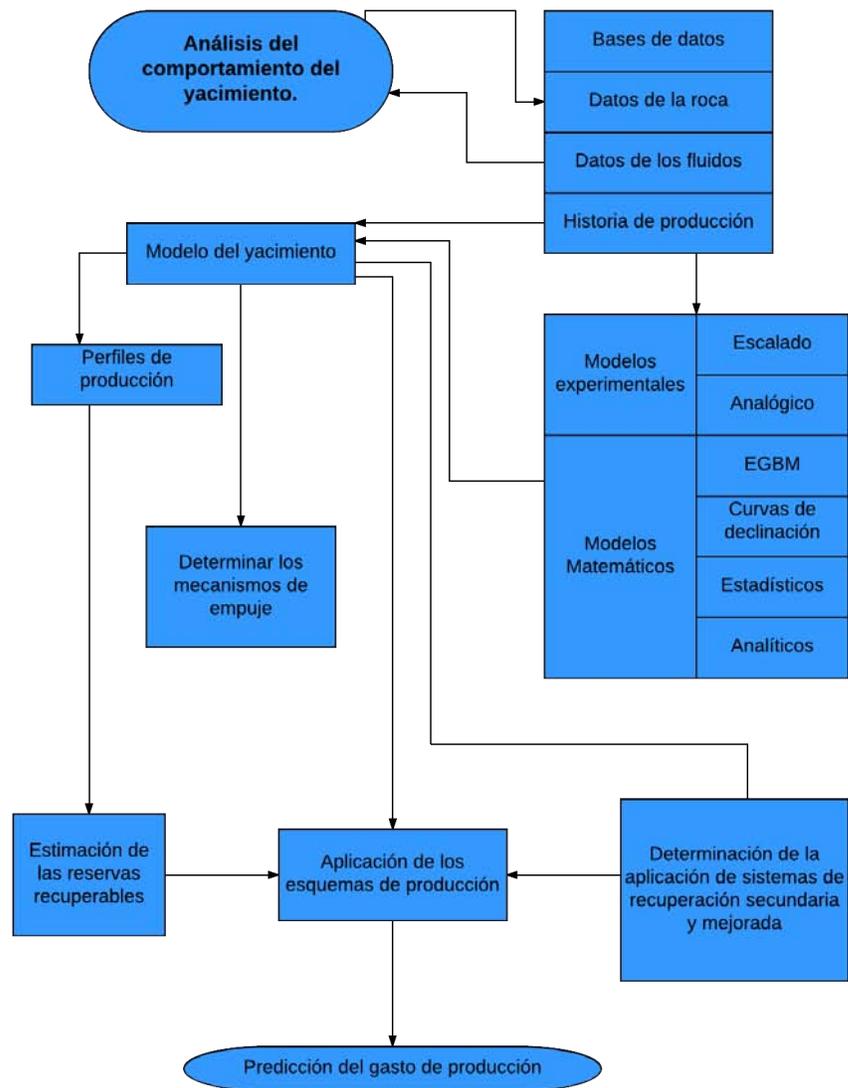


Figura 1.4: Interacción de los métodos usados para predecir el comportamiento de un yacimiento (Ertekin).

Para poder obtener una buena simulación de un yacimiento deben garantizarse que las fuentes de información sean las correctas y los estudios sean los adecuados dependiendo al tipo de simulación que queremos. Esto puede garantizarse realizando el correcto análisis del comportamiento del yacimiento como se muestra en la **Figura 1.4**.

1.8. Parámetros de selección para modelos de simulación.

Cada yacimiento tiene sus propias características, lo que hace de cada uno diferente y especial, por lo que hay que definir una metodología para poder seleccionar el modelo que mejor describa los fenómenos presentes en el yacimiento.

Se definen los siguientes parámetros de selección:

1. Tipo de simulación.
2. Nivel de simulación.
3. Tipo de flujo en el yacimiento.
4. Número de dimensiones.
5. Geometría.

Estos parámetros pueden a su vez subdividirse, como se muestra en la **Figura 1.1**

1.9. Tipos de simuladores

1.9.1. Modelo de cero dimensiones o modelo de tanque

En este modelo se supone que el yacimiento se comporta como un tanque con propiedades promedio, además supone que las propiedades PVT son función de presión media y que la permeabilidad relativa es únicamente función de la saturación media. Este modelo es comúnmente conocido como *balance de materia*. **Figura 1.5**

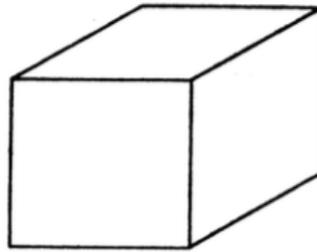


Figura 1.5: Modelo de cero dimensiones (Ayala).

1.9.2. Modelos de una dimensión

Dicho modelo fue generado por **Bluckley-Leverett**, para dar una solución analítica al comportamiento por recuperación secundaria.

En simulación de yacimientos dicho modelo se puede aplicar, si se tiene un yacimiento en el que el flujo en una dirección es predominante. Por ejemplo en los casos de inyección de gas en la cresta de un yacimiento o en la inyección de agua (o entrada natural de agua) por el flanco de otro yacimiento. **Figura 1.6**

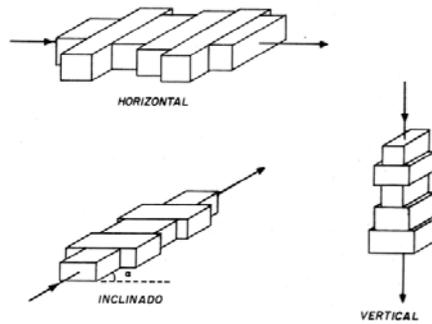


Figura 1.6: Modelo de una dimensión (Ayala).

1.9.3. Modelos de dos dimensiones

Modelo areal

Se tiene variaciones de las propiedades en dos direcciones, pudiéndose considerar además. los efectos gravitacionales al asignar diferentes profundidades a las celdas del modelo, el cual puede ser representado por una malla. Este modelo se aplica a yacimientos donde generalmente los espesores son pequeños con respecto a su área y no existe efecto muy marcado de estratificación o se ha generado un conjunto adecuado de pseudo-permeabilidades relativas.

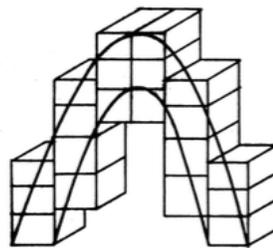


Figura 1.7: Modelo de dos dimensiones (Ayala).

Modelo de sección transversal.

Otro tipo de modelo de dos dimensiones se tiene en la representación de secciones

transversales en donde las propiedades de las capas varían. La utilidad de estos modelos estriba en su versatilidad en la descripción de la distribución vertical de saturaciones de avance de un frente (gas y/o agua) además de ser los instrumentos para la obtención de las mencionadas curvas de pseudo-permeabilidades relativas (**Figura 1.8**).

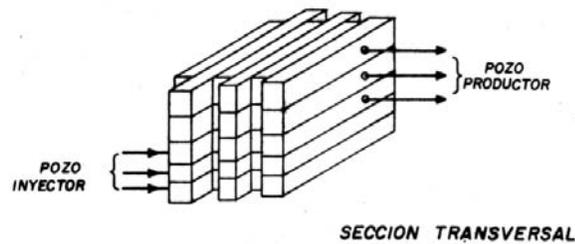


Figura 1.8: Modelo de sección transversal(Ayala).

Modelos de dos dimensiones en forma radial.

Incluyen algunas de las consideraciones del modelo anterior además de la ventaja de poder analizar con mayor detalle los cambios bruscos de presión y saturación que ocurren en la cercanía de los pozos (**Figura 1.9**).

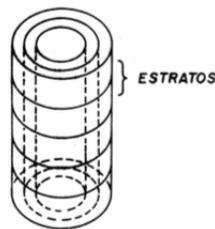


Figura 1.9: Modelo radial en dos dimensiones (Ayala).

1.9.4. Modelo tridimensionales.

Existen yacimientos con espesores muy grandes, por lo que es necesario considerar

variaciones tanto horizontales como verticales (**Figura 1.10**). Otro tipo de modelo de tres dimensiones se puede representar en forma radial (**Figura 1.11**).

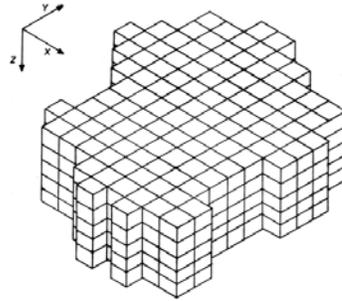


Figura 1.10: Modelo cartesiano en tres dimensiones(Ayala).

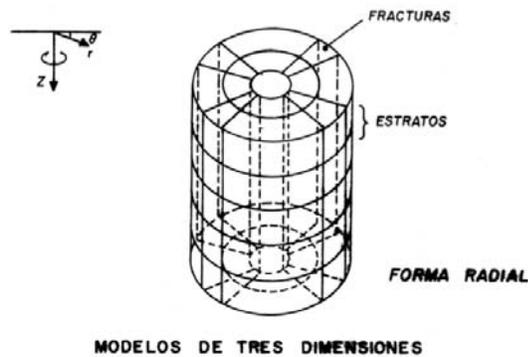


Figura 1.11: Modelo radial en tres dimensiones (Ayala).

1.9.5. Tipos de flujo.

Hasta aquí se han mostrado solamente variaciones en la geometría y las dimensiones: sin embargo, en el yacimiento se pueden considerar también varios tipos de flujo.

Flujo monofásico

El flujo monofásico está dado por el flujo de un sólo fluido en particular. Por

ejemplo en los acuíferos el agua; aceite en un yacimiento bajo saturado o gas en un yacimiento de gas volumétrico.

Flujo bifásico.

Se presenta cuando dos fluidos diferentes fluyen al mismo tiempo por ejemplo:

Gas y Aceite. En un yacimiento que produce por empuje de gas disuelto liberado.

Agua y Aceite. En un yacimiento bajo saturado con entrada de agua, cuya presión se mantiene arriba de la presión de burbujeo.

Agua y Gas. En un yacimiento de gas con entrada de agua o cuya saturación de agua congénita es mayor.

Flujo trifásico.

Se presenta cuando hay flujo de tres fluidos a la vez: agua, aceite y gas. Este caso se contempla en yacimientos que producen por empuje combinado, en los que la entrada de agua, el empuje de gas disuelto y/o el empuje de un casquete original o secundario tiene influencia en la producción.

Por todo lo anterior, se pueden tener combinaciones entre modelos y tipos de flujos; es decir, se puede tener un modelo de una dimensión con 3 fases o bien en 2 dimensiones con 2 fases o generalizando un modelo de 3 dimensiones con 1, 2 o 3 fases.

1.9.6. Modelos composicionales.

En este tipo de modelos no sólo se toma en cuenta la variación de la geometría y el tipo de flujo, si no también la variación de la composición de los fluidos del yacimiento al explotarlos. En esta categoría se incluyen los yacimientos de aceite volátil y los yacimientos de gas y condensado, para los cuales se debe tomar en cuenta la composición de los fluidos originales. Consecuentemente, este tipo de simuladores

permite predecir variaciones en la composición de los fluidos, así como variaciones en los gastos y presiones del yacimiento.

1.9.7. Modelos térmicos.

Cuando se somete un yacimiento a un proceso de recuperación secundaria y mejorada por medio de un método térmico, por ejemplo: la inyección de vapor o la combustión *in-situ*, independientemente de existir flujo de fluidos en el medio poroso a causa de gradientes de presión, se genera un intercambio de energía en el yacimiento, variaciones de temperatura y viscosidad de los fluidos, efectos de destilación y/o kraqueo, etc. Estos generan una serie de modificaciones en las propiedades de los fluidos.

Teniendo en cuenta lo anterior se pueden elaborar modelos que involucren tanto las variaciones de flujo, como las variaciones en las propiedades de los fluidos del yacimiento en función de los efectos composiciones y/o variaciones en las temperaturas.

1.10. Utilidad de la simulación numérica de yacimientos

Hasta ahora hemos hablado de la importancia de la simulación numérica de yacimientos vista desde el punto técnico-económico. Más concretamente podemos mencionar algunos ejemplos:

1. Conocer el volumen original de aceite.
2. Tener una clara idea del movimiento de fluidos dentro del yacimiento.
3. Determinar el comportamiento de un campo de aceite bajo diversos mecanismos de desplazamiento, como puede ser: la inyección de agua, la inyección de gas o

el uso de algún método de recuperación mejorada

4. Determinar la conveniencia de inyectar agua en un yacimiento de aceite por los flancos en lugar de utilizar un patrón determinado de pozos inyectores o viceversa.
5. Optimizar los sistemas de recolección.
6. Determinar los efectos de la localización de los pozos y su espaciamiento.
7. Estimar los efectos que tiene el gasto de producción sobre la recuperación.
8. Calcular la cantidad de gas que se obtiene de un número determinado de pozos localizados en puntos específicos.
9. Definir valores de parámetros en el yacimiento, para llevar a cabo estudios económicos.
10. Obtener la sensibilidad de los resultados o variaciones en las propiedades petrolíficas del yacimiento o las propiedades PVT de sus fluidos cuando no son bien conocidas.
11. Realizar estudios individuales de pozos.
12. Conocer la cantidad de gas almacenado.
13. Hacer un programa de producción.

Capítulo 2

Formulación de las ecuaciones fundamentales de flujo.

Este capítulo está dedicado a describir las ecuaciones fundamentales que describen los fenómenos de transporte de fluidos en medios porosos y se presentan como ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que consideran las relaciones entre los fluidos, el medio poroso y las condiciones de flujo presentes en el sistema. Las ecuaciones pueden ser expresadas en distintos sistemas de coordenadas, que deberán escogerse de acuerdo a las necesidades que el problema requiera. Este trabajo tiene como fin el mostrar un modelo matemático escrito como una ley de conservación hiperbólica, la cual se define en el **Capítulo 3**. A continuación se presenta la obtención de una ecuación que describe el flujo de un fluido bifásico en un medio poroso, donde las fases son Agua y Aceite y las coordenadas son x, y y z .

2.1. Ley de Darcy

La ley de Darcy es una relación empírica entre el flujo de fluidos a través de un medio poroso y el gradiente de potencial. A condiciones de flujo laminar se define

como:

$$v_\alpha = -K \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} [\nabla p_\alpha - \rho_f g \nabla h]. \quad (2.1)$$

Este desarrollo se hizo tomando en cuenta las siguientes consideraciones

1. El fluido es homogéneo, en una fase y Newtoniano.
2. No hay reacciones químicas entre el fluido y el medio poroso.
3. Prevalcen condicione de flujo laminar.
4. La permeabilidad es una propiedad del medio poroso y es independiente de la presión, la temperatura y del flujo de fluidos.
5. No hay efecto de desplazamiento (efecto Klinkenberg).
6. No hay efecto electrocinético.

2.1.1. Ecuación de continuidad

Abordaremos el modelamiento matemático de sistemas multifásicos partiendo de las expresiones obtenidas en el **Apéndice E** desde el punto de vista de la formulación axiomática, la cual puede definirse como:

$$\frac{\partial \phi \rho_\alpha S_\alpha}{\partial t} - \nabla \cdot (\rho_\alpha \lambda_\alpha K (\nabla p_\alpha - \rho_\alpha g)) = q_\alpha. \quad (2.2)$$

Donde:

- ϕ es la porosidad
- ρ_α es la densidad de la fase α
- S_α es la saturación de la fase α
- λ_α es la movilidad de la fase α

- K es el tensor de la permeabilidad.
- p_α La presión de la fase α
- g representa la gravedad
- q_α es el gasto de la fase α

2.1.2. Ecuaciones constitutivas

Las ecuaciones constitutivas son aquellas que relacionan dos o más propiedades que son útiles para colocar un ecuación en términos de una variable de interés, por mera comodidad o simplicidad del modelo.

Las ecuaciones constitutivas del medio poroso toman en cuenta la dependencia de la porosidad con la presión, de forma que se usa la definición de compresibilidad de la roca

$$C_r = \frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T, \quad (2.3)$$

que al asumir la temperatura constante, esta ecuación queda:

$$\frac{d\phi}{dP} = \phi C_r, \quad (2.4)$$

si se asume que la compresibilidad de la roca es cero, entonces la porosidad no varía con la presión, despreciando el fenómeno de subsidencia que se presenta en ocasiones en campos con producción petrolero.

Por otra parte para describir el comportamiento de un fluido en el yacimiento, se aplica la definición de compresibilidad de un fluido a una temperatura dada T

$$C_r = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T, \quad (2.5)$$

adicionalmente se consideran las ecuaciones de presión capilar y de saturación:

$$S_w + S_o = 1, \quad (2.6)$$

$$p_{c_{ow}} = p_o - p_w. \quad (2.7)$$

2.2. Ecuaciones para flujo en dos Fases (Agua y Aceite)

2.2.1. Ecuación de Presión

Para obtener las ecuaciones correspondientes para el flujo en de aceite y agua, donde el agua es la fase mojante. Se tiene las siguientes ecuaciones obtenidas de adecuarla ecuación (2.2) para la fase w y o

$$\frac{\partial \phi \rho_w S_w}{\partial t} + \nabla \cdot (u_w \phi \rho_w S_w) = q_w, \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \phi \rho_o S_o}{\partial t} + \nabla \cdot (u_o \phi \rho_o S_o) = q_o, \quad (2.9)$$

sustituyendo la ley de Darcy para cada fase y expandiendo las derivadas

$$-\nabla \cdot (u_o \rho_o) + q_o = \left[\rho_o S_o \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi S_o \frac{d\rho_o}{dp_o} \frac{\partial p_o}{\partial t} + \phi \rho_o \frac{\partial S_o}{\partial t} \right], \quad (2.10)$$

$$-\nabla \cdot (u_w \rho_w) + q_w = \left[\rho_w S_w \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi S_w \frac{d\rho_w}{dp_w} \frac{\partial p_w}{\partial t} + \phi \rho_w \frac{\partial S_w}{\partial t} \right]. \quad (2.11)$$

A continuación se dividen las ecuaciones (2.10) y (2.11) por sus respectivas densidades ρ_α , se sustituye la relación (2.6), y se suman ambas ecuaciones para así quedar como

$$-\frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot (\rho_o u_o) - \frac{1}{\rho_w} \nabla \cdot (\rho_w u_w) + Q_t = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi S_o c_o \frac{\partial \rho_o}{\partial t} + \phi S_w c_w \frac{\partial \rho_w}{\partial t}, \quad (2.12)$$

donde el Q_t es el gasto total

$$Q_t = \frac{q_o}{\rho_o} + \frac{q_w}{\rho_w}, \quad (2.13)$$

y las compresibilidades de las fases

$$c_o = \frac{1}{\rho_o} \frac{d\rho_o}{dp_o}, \quad (2.14)$$

$$c_w = \frac{1}{\rho_w} \frac{d\rho_w}{dp_w}. \quad (2.15)$$

Se define ahora la presión promedio

$$P_{avg} = \frac{p_o + p_w}{2}, \quad (2.16)$$

Además, vamos a definir las movibilidades de fase, λ_o y λ_w , que serán funciones de la saturación

$$\lambda_o = \frac{k r_o}{\mu_o}, \quad (2.17)$$

$$\lambda_w = \frac{k r_w}{\mu_w}, \quad (2.18)$$

substituyendo las ecuaciones (2.1) en (2.12) y reacomodando

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot (\rho_o \lambda_o) + \frac{1}{\rho_w} \nabla \cdot (\rho_w \lambda_w) \right] \nabla p_{avg} + \left[\frac{1}{2\rho_o} \nabla \cdot (\rho_o \lambda_o) + \frac{1}{2\rho_w} \nabla \cdot (\rho_w \lambda_w) \right] \nabla p_c + Q_t \\ &= \left[\frac{d\phi}{dp_{avg}} \right] \frac{\partial p_{avg}}{\partial t} + \left(\frac{\phi(S_o c_n - S_w c_w)}{2} \right) \frac{\partial p_c}{\partial t} + g \left[\frac{1}{\rho_o} \nabla \cdot (\rho_o^2 \lambda_o) + \frac{1}{\rho_w} \nabla \cdot (\rho_w^2 \lambda_w) \right] \nabla D. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Por último se simplifica la ecuación (2.19) con las suposiciones que se mencionaron al principio

$$\nabla \cdot [(\lambda_o + \lambda_w) K \nabla p_{avg}] = Q_t, \quad (2.20)$$

o bien escrita en terminos de la velocidad total definida como

$$u_t = u_o + u_w, \quad (2.21)$$

obtenemos

$$\nabla \cdot u_t = Q_t. \quad (2.22)$$

La ecuación (2.22) es la ecuación de presión en términos de la velocidad total u_t de los fluidos

2.2.2. Ecuación de Saturación

Al desarrollar una ecuación para la saturación podemos enfocarla ya sea en "a" la fase mojante "o" no mojante. Aquí elegimos, como es habitual, la fase mojante. Si tenemos la solución de la ecuación (2.19), entonces p_w se pueden obtener a partir de (2.6) y u_w obtenido a partir de (2.1). La ecuación (2.8) que implica u_w , podría ser utilizado para la ecuación de saturación. Podemos, sin embargo, obtener una ecuación de saturación más perspicaz que involucra el campo velocidad total definida

por la ecuación (2.21). Para ello, primero se obtiene la velocidad de fase mojanante en términos de la velocidad total. De las ecuaciones (2.6), (2.1) y (2.18), tenemos

$$\nabla p_c = \nabla p_o - \nabla p_w, \quad (2.23)$$

$$u_o = -\lambda_o(\nabla p_o - \rho_o g \nabla D), \quad (2.24)$$

$$u_w = -\lambda_w(\nabla p_w - \rho_w g \nabla D). \quad (2.25)$$

Combinando estas ecuaciones y reordenando obtenemos

$$\lambda_o \lambda_w \nabla p_c = -\lambda_w u_o + \lambda_o u_w + \lambda_o \lambda_w (\rho_o - \rho_w) g \nabla D, \quad (2.26)$$

usando (2.44)

$$(\lambda_o + \lambda_w) u_w = \lambda_w u_t + \lambda_o \lambda_w [\nabla p_c + (\rho_w - \rho_o) g \nabla D]. \quad (2.27)$$

Ahora definiremos las siguientes funciones de saturación

$$f_w = \frac{\lambda_w}{\lambda_o + \lambda_w}, \quad (2.28)$$

$$h_w = -\frac{\lambda_o \lambda_w}{\lambda_o + \lambda_w} \frac{dp_c}{dS_w}, \quad (2.29)$$

sustituyendo las ecuaciones (2.28) y (2.29) en (2.27) se obtiene

$$u_w = f_w v_t - h_w \nabla S_w + \lambda_o f_w (\rho_w - \rho_o) g \nabla D, \quad (2.30)$$

la ecuación (2.8) puede escribirse de la siguiente forma

$$\nabla \cdot (\rho_w h_w \nabla S_w) - \nabla \cdot (\rho_w f_w [v_t + \lambda_o (\rho_w - \rho_o) g \nabla D]) + q_w = \frac{\partial (\phi \rho_w S_w)}{\partial t}, \quad (2.31)$$

La ecuación (2.31) claramente se observa que es parabólica, esto debido a que el primer termino el cual implica a la presión capilar. Esto a menos que los efectos de presión capilar sean insignificantes. En este caso, los dos términos centrales que implican la velocidad y la gravedad se vuelvan más importantes. Si asumimos incompresibilidad, de manera que ρ_o y ρ_w son constantes, así como la porosidad ϕ , la ecuación (2.51) se convierte

$$\nabla \cdot (h_w \nabla S_w) - \nabla \cdot (\rho_w f_w v_t) + \nabla \cdot (G_w \nabla D) + \frac{q_w}{\rho_w} = \phi \frac{\partial S_w}{\partial t}, \quad (2.32)$$

donde

$$G_w = f_w \lambda_o (\rho_w - \lambda_o) g, \quad (2.33)$$

la ecuación (2.32), representa la ecuación de saturación.

2.2.3. Simplificación de los modelos

Si tomamos en cuenta las siguientes consideraciones:

1. La porosidad ϕ es constante a lo largo de los medios de comunicación.
2. Los fluidos son incompresibles e inmisible.
3. No hay fuentes ni sumideros.
4. No se consideran los efectos de la presión capilar, ni de la fuerza de gravedad.

Por los que las ecuaciones que gobiernan se convierten en

$$\nabla \cdot (\lambda(S_w) K \nabla p_{avg}) = 0, \quad (2.34)$$

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} - \nabla \cdot (u_t f_w(S)) = 0, \quad (2.35)$$

donde

$$u_t = \lambda(S_w)K\nabla p_{avg}, \quad (2.36)$$

y

$$\lambda = \lambda_w + \lambda_o. \quad (2.37)$$

Además , vamos a dejar el uso de los subíndices en el futuro de manera que , por ejemplo , u y S se entiende que son la velocidad total y la saturación de agua respectivamente. La ecuación de saturación (2.35) se obtuvo por primera vez por Buckley y Leverett y por lo tanto se refiere a menudo como la ecuación "Buckley - Leverett "(en el **Apéndice D**). Para completar la descripción del problema modelo debemos proporcionar los formularios para las funciones λ y f_w en (2.34) y (2.35). La forma de obtener λ y f_w sería , en general, mediante experimentación. Sin embargo, en ausencia de estos datos podemos usar las correlaciones de Stone para el flujo de dos fases , por lo que, las movilidades fase dada por

$$\lambda_w(S) = S^2, \quad (2.38)$$

$$\lambda_o = \mu(1 - S)^2. \quad (2.39)$$

Este modelo es amplia mente utilizado (**Modelo de Stone**). Aquí $\mu = \mu_w/\mu_o$ es la relación de movilidad , que es un número entre 0 y 1 que indica la facilidad con la que la fase no mojante puede fluir .De las expresiones anteriores y la expresión para λ_t y la ecuación (2.28) tenemos

$$\lambda(s) = S^2 + \mu(1 - S)^2, \quad (2.40)$$

$$f_w(s) = \frac{S^2}{S^2 + \mu(1 - S)^2}. \quad (2.41)$$

Capítulo 3

Modelo numérico y algoritmos de cálculo.

Debido a que generalmente para los modelos que se estudian en la simulación numérica de yacimientos no existe una solución analítica, se usan métodos numéricos para aproximar las soluciones. Es entonces cuando se convierte en un modelo numérico para lo cual se tiene que construir una malla. En la simulación numérica de yacimientos es muy costoso dado que las mallas son irregulares y contienen fallas, aunque otra opción son los métodos libres de malla. La **Figura 3.1** muestra algunos de los métodos que se pueden implementar en la simulación numérica de yacimientos.

3.1. Tipo de enfoque de simulación

Si queremos conocer los movimientos de las partículas del fluido podemos abordar el problema desde dos enfoques totalmente diferentes.

La primera idea sería estudiar el movimiento de cada partícula en concreto, siguiendo su recorrido según se desplaza por el fluido. Este sería el enfoque **lagrangiano**.

La segunda idea sería fijarnos en un punto concreto del espacio que abarca el fluido,

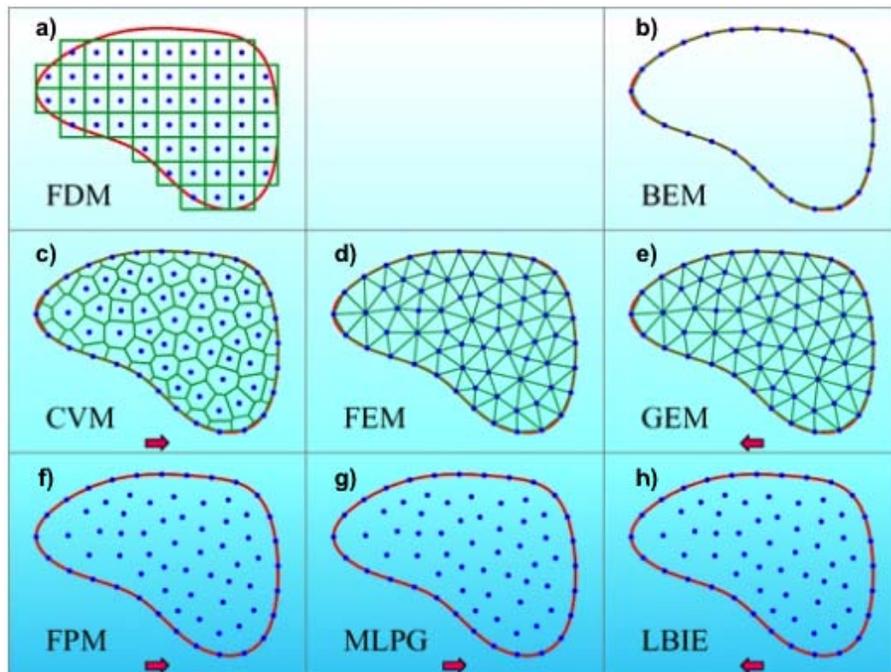


Figura 3.1: Modelo Discreto. a) Finite Difference Method, b) Boundary Element Method, c) Control Volumes Method, d) Finite Element Method, e) Green Element Method, f) Finite Pointset Method, g) Meshless Local Petrov–Galerkin, h) Local Boundary Integral Equation (**De la Cruz**)

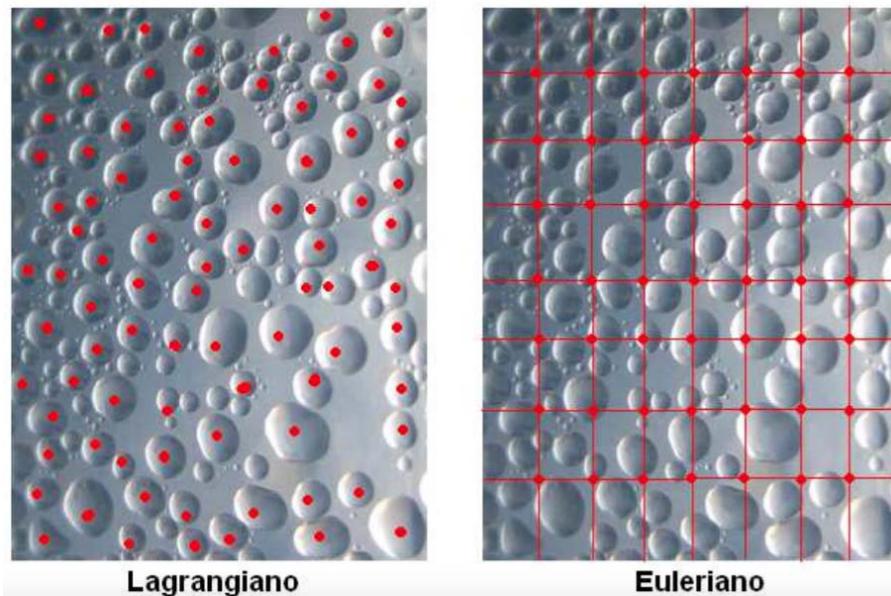


Figura 3.2: En el enfoque Lagrangiano (izquierda) los componentes de nuestra discretización son las propias partículas del fluido. En el enfoque Euleriano (derecha) discretizamos el volumen que ocupa el fluido, y cada punto por el que pasen las partículas será un elemento discreto. (Pérez & Garre)

y estudiar los movimientos que se producen debido a las partículas que atraviesan ese punto fijo. Este sería el enfoque **euleriano**.

3.2. Simulación con Líneas de corriente vs. Métodos Finitos

Una vez que ya definimos los distintos tipos de enfoques de simulación dentro de la dinámica de fluidos será más fácil mencionar la diferencia de los métodos finitos y la simulación con líneas de corriente. Los métodos finitos se basan en definir elementos o celdas que describen la geometría de nuestro yacimiento **Figura 3.3**. Calculamos el flujo dentro y fuera de cada celda y la acumulación de volumen o masa en cada celda. Hablamos de "bloques" discretizados en x, y, z conectados por una transmissi-

bilidad interbloque. Se divide el tiempo en pequeños incrementos elegidos para que ningún bloque se sobrellene durante un paso de tiempo. Hay un sentido muy preciso de lo que tenemos y dónde está, pero no hay un sentido de donde los fluidos van.

La Simulación con líneas de corriente introduce una discretización numérica en base a donde los fluidos van. Una cantidad fundamental que puede ser integrada a lo largo de una línea de corriente es el tiempo de vuelo, τ . La simulación con líneas de corriente discretiza las ecuaciones numéricas utilizando la coordenada τ . No perdemos nuestro sentido de x, y, z pero ahora obtenemos una información adicional sobre la preferencia de una partícula a moverse en una dirección. Los aspectos restantes de las ecuaciones de flujo de fluido todavía se pueden modelar en x, y y z . La coordenada τ es una coordenada que podemos utilizar como coordenada espacial de esta forma el discretizado se realiza en dirección de las líneas de corriente, independientemente de que estamos trabajando en uno, dos o tres dimensiones.

Algunos métodos basados en distintas técnicas de simulación pueden llegar a ser muy difíciles de manejar en tres dimensiones. Por lo cual, el contar con un modelo que pueda reducirse de tres a una dimensión a partir de x, y y z a τ , y viceversa. Aunque hemos criticado la simulación euleriana convencional de no tener una idea de a dónde se va, podemos criticar la simulación con líneas de corriente de no tener una idea de dónde estamos. En la simulación de diferencias finitas convencional, las coordenadas x, y, z describen una ubicación y DX, DY y DZ proporciona un volumen. En la simulación línea de corriente, la coordenada describe una ubicación en una línea de corriente, pero ¿cómo obtener volúmenes? Podemos interpolar soluciones entre líneas de corriente adyacentes para obtener una sensación volumétrica llamadas tubos de corriente.

Como podemos observar la simulación con líneas de corriente es una útil herramienta cuando se pretende utilizar métodos los cuales se complica la resolución en 3D, pero también carece de algunas herramientas que nos pueden proporcionar los métodos

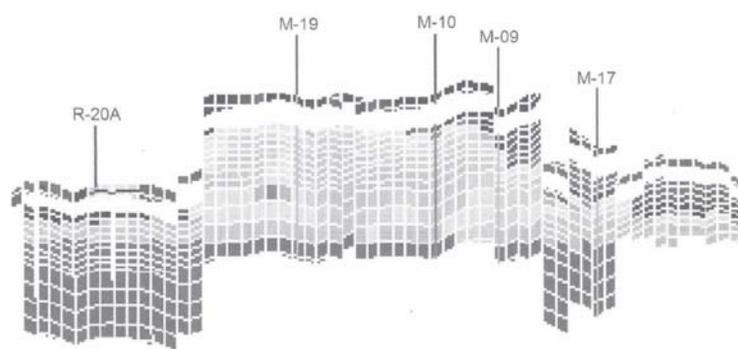


Figura 3.3: Discretización de un yacimiento en diferencias finitas (**Datta**).

tradicionales eulerianos. Es importante contar con varias herramientas implementadas en los simuladores para así poder utilizar las que más se acomoden a nuestros requerimientos.

3.3. Algoritmo IMPES

Este método surgió en el trabajo de Sheldon et al. (1959), y Stone y Gardner (1961). Su idea básica es obtener una sola ecuación de presión mediante una combinación de las ecuaciones de flujo. Luego que la presión se haya determinado en el tiempo, las saturaciones son actualizadas explícitamente. Un procedimiento numérico similar ha sido desarrollado también para las ecuaciones de Navier-Stokes donde es conocido como el método de la variable primitiva (Fox y Deardoff, 1972). El método IMPES fue propuesto también por autores soviéticos (Danilov et al., 1968). Este algoritmo permite el resolver sistemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales. Como su nombre lo dice resuelve la ecuación de Presión por medio de un esquema implícito y la ecuación de saturación por un medio explícito. La (**Figura 3.4**) presenta un esquema algoritmo IMPES.



Figura 3.4: Esquema del algoritmo IMPES para el método de Volumen Finito

En este trabajo se usará un método tipo IMPES ya que funciona de la misma manera pero en lugar de usar un método euleriano al resolver la ecuación de saturación, se usará el método de seguimiento de frentes. En la (**Figura 3.5**) se muestra como se usará el algoritmo tipo IMPES utilizando método de volumen finito y el Método de seguimiento de frentes. Así mismo, en este orden se darán a conocer los métodos a lo largo de este capítulo.

3.4. Método de Volúmenes Finitos.

El método de los volúmenes de control finitos permite discretizar y resolver numéricamente ecuaciones diferenciales. Es un método alternativo a los de diferencias finitas y elementos finitos. Consideremos una malla de discretización del espacio. En torno a cada punto de esta malla se construye un volumen de control que no se traslapa con los de los puntos vecinos (**Figura 3.6**). De esta forma el volumen total de fluido resulta ser igual a la suma de los volúmenes de control considerados. La ecuación diferencial a resolver se integra sobre cada volumen de control, lo cual

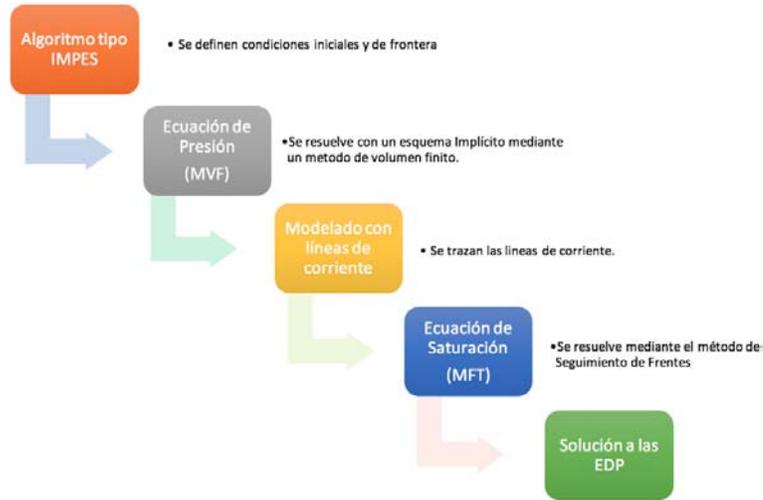


Figura 3.5: Esquema del algoritmo tipo IMPES

entrega como resultado una versión discretizada de dicha ecuación. Para realizar la integración se requiere especificar perfiles de variación de la variable dependiente entre los puntos de la malla, de modo de poder evaluar las integrales resultantes.

El método de volumen finito muestra ciertas bondades como una mejor precisión sobre el FVM y menos esfuerzo computacional que el FEM así como una forma más fácil de implementar que este último.

3.4.1. Etapas del método de volumen finito

1. **Generación de la malla.** El dominio de estudio se discretiza en un número de volúmenes de control no sobrepuestos, de tal manera que existe un volumen rodeando a cada punto de la malla.
2. **Integración.** Se realiza una integración de las ecuaciones gobernantes del problema sobre cada volumen de control del dominio de estudio.
3. **Discretización .** Se discretiza cada uno de los diferentes términos resultantes de la integración usando diferentes esquemas numéricos. Esto produce un

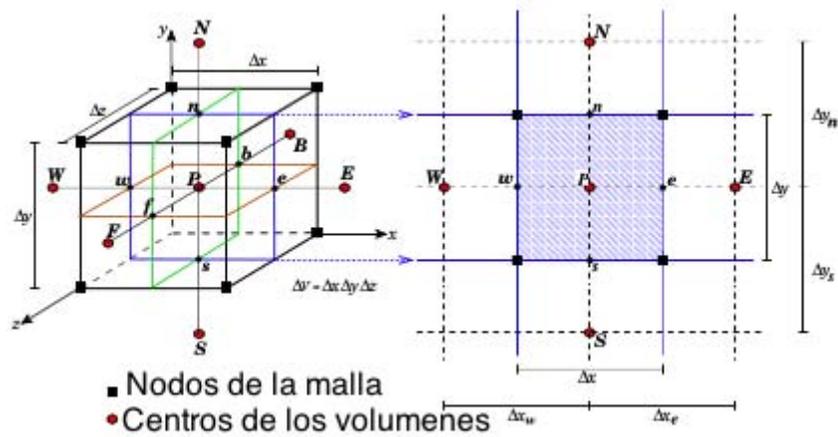


Figura 3.6: Volúmenes de control en 3 dimensiones. Las letras mayúsculas **P**, **E**, **W**, **N**, **S**, **F**, **B** identifican los centros de los volúmenes de control, mientras que las letras minúsculas **w**, **n**, **s**, **f**, **b** a las caras de los mismos. (De la Cruz).

sistema algebraico de ecuaciones.

4. **Solución.** Se utiliza algún algoritmo para resolver el sistema algebraico de ecuaciones. Dado que las matrices son en general dispersas, se prefieren algoritmos iterativos.

a continuación se retomaran las ecuaciones (2.57) y (2.58).

3.4.2. Discretización de la ecuación de presión

Para discretizar la ecuación de presión (2.57) primero asumiremos por comodidad que $p \equiv p_{avg}$ y $S_w \equiv S$ el tensor de permeabilidades K tiene la forma

$$K = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Definiremos ahora la siguiente *función de flujo*.

$$F = -K\lambda\nabla p + K\lambda_w \frac{dp_c}{dS} \nabla S, \quad (3.2)$$

con esta definición las componentes de F se escriben

$$\begin{aligned} F_x &= -k_x \left(\lambda \nabla p + \lambda_w \frac{dp_c}{dS} \nabla S \right), \\ F_y &= -k_y \left(\lambda \nabla p + \lambda_w \frac{dp_c}{dS} \nabla S \right), \\ F_z &= -k_z \left(\lambda \nabla p + \lambda_w \frac{dp_c}{dS} \nabla S \right), \end{aligned} \quad (3.3)$$

de esta manera, la ecuación (2.57) se transforma en

$$\nabla \cdot = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} = Q_w + Q_o. \quad (3.4)$$

En términos de la ecuación de balance, la ecuación se puede escribir como

$$\int_{\Delta V} \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) dV = \int_{\Delta V} (Q_w + Q_o) dV, \quad (3.5)$$

donde $dV = dx dy dz$ y la integración se hace sobre un volumen de control como el que se muestra en la **Figura 3.6**

Usando como referencia el volumen de control de la **Figura 3.6**, la integral del primer término de lado izquierdo de la ecuación (2.49) se calcula

$$\int_b^f \int_s^n \int_w^e \frac{\partial F_x}{\partial x} dx dy dz = \left((F_x)_e - (F_x)_w \right) A_x, \quad (3.6)$$

donde $A_x = \Delta_y \Delta_z$ representa el área de las caras del volumen de control paralelas al plano yz . La notación $(F_x)_e$ significa que F_x se debe evaluar en la cara de e del

volumen de control.

Realizando el mismo tratamiento para los dos términos restantes de la integral de la izquierda de la ecuación (3.5) se obtiene

$$\begin{aligned} ((F_x)_e - (F_x)_w)A_x + ((F_y)_n - (F_y)_s)A_y + ((F_z)_f - (F_z)_b)A_z = \\ (\bar{Q}_w + \bar{Q}_o)dV, \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde $A_y = \Delta_x \Delta_z$, $A_z = \Delta_x \Delta_y$ y $\Delta V = \Delta_x \Delta_y \Delta_z$. En esta última ecuación \bar{Q}_w y \bar{Q}_o representan un promedio de Q_w y Q_o dentro del volumen de control, representativo. La evaluación de F_x en la cara e se hace como sigue

$$\begin{aligned} (F_x)_e &= -k_x \left(\lambda \frac{\partial p}{\partial x} + \lambda_w \frac{dp_c}{dS} \nabla S \right), \\ &= -k_x \left((\lambda)_e \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_e + \left(\lambda_w \frac{dp_c}{dS} \right)_e \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_e \right), \\ &= -k_x \left((\lambda)_e \frac{p_E - p_P}{\Delta x_e} + \left(\lambda_w \frac{dp_c}{dS} \right)_e \left(\frac{S_E - S_P}{\Delta x_e} \right) \right), \end{aligned} \quad (3.8)$$

donde las derivadas parciales se van aproximado usando diferencias finitas centrales. Los subíndices **E** y **P** indican que la variable se evalúa en el centro del volumen de control correspondiente. La evaluación de F_x en la cara **w** se hace de forma similar. de tal manera que el primer termino de la ecuación (3.7) queda como sigue

$$\begin{aligned} ((F_x)_e - (F_x)_w)A_x &= -k_x \left((\lambda)_e \frac{p_E - p_P}{\Delta x_e} + \left(\lambda_w \frac{dp_c}{dS} \right)_e \left(\frac{S_E - S_P}{\Delta x_e} \right) \right) + \\ & k_w \left((\lambda)_w \frac{p_E - p_P}{\Delta x_w} - \left(\lambda_w \frac{dp_c}{dS} \right)_w \left(\frac{S_E - S_P}{\Delta x_w} \right) \right), \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde $\Delta x_w = x_P - x_W$ y $\Delta x_e = x_E - x_P$, véase **Figura 2.3**. Las componentes F_y y F_z se evalúa de la misma manera en las caras correspondientes.

Sustituyendo estas evaluaciones en la ecuación y re-arreglando se obtiene la siguiente

ecuación y arreglando se obtiene la siguiente ecuación discreta para el volumen de control \mathbf{P}

$$a_p p_p = a_E p_E + a_w p_w + a_N p_N + a_F p_F + a_B p_F + q_w, \quad (3.10)$$

donde los coeficientes están definidos como sigue

$$\begin{aligned} a_E &= \frac{k_x(\lambda)_e A_x}{\Delta x_e} \equiv T_E; & a_W &= \frac{k_x(\lambda)_W A_x}{\Delta x_W} \equiv T_W; & a_N &= \frac{k_x(\lambda)_e A_y}{\Delta y_e} \equiv T_N; \\ a_s &= \frac{k_y(\lambda)_s A_y}{\Delta x_s} \equiv T_S; & a_F &= \frac{k_z(\lambda)_f A_z}{\Delta z_f} \equiv T_F; & a_B &= \frac{k_z(\lambda)_b A_z}{\Delta z_f} \equiv T_B. \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$a_P = a_e + a_w + a_n + a_s + a_F + a_b \equiv T_p, \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} q_P &= \left(T_e \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_e + T_w \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_w + T_n \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_n + T_s \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_s + T_f \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_f + \right. \\ & \quad \left. T_b \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_b \right) S_p - \left(T_e \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_e S_E + T_w \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_w S_w + T_n \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_n S_N + \right. \\ & \quad \left. T_s \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_s S_s + T_f \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_f S_f + T_b \left[\frac{dp_c}{dS} \right]_b S_b \right) + (\overline{Q}_w + \overline{Q}_o) \Delta V, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$T_e = \frac{k_x(\lambda)_e A_x}{\Delta x_e}; \quad T_w = \frac{k_x(\lambda)_W A_x}{\Delta x_W}; \quad T_n = \frac{k_x(\lambda)_e A_y}{\Delta y_e}; \quad (3.14)$$

$$T_s = \frac{k_y(\lambda)_s A_y}{\Delta x_s}; \quad T_f = \frac{k_z(\lambda)_f A_z}{\Delta z_f}; \quad T_b = \frac{k_z(\lambda)_b A_z}{\Delta z_f}.$$

Las T_{NB} y T_{nb} para $\mathbf{NB} = \mathbf{P, E, W, N, S, F, B}$ y $\mathbf{nb} = \mathbf{e, w, n, s, f, b}$, se conocen como *Transmisibilidades* de cada uno de los volúmenes y deben ser calculadas de manera cuidadosa para evitar introducir errores numéricos en la solución.

Los coeficientes descritos dependen de la movilidad total de, λ , de la movilidad del agua, λ_w , y del cambio de la presión capilar p_c con respecto a S . Los coeficientes antes descritos dependen de la movilidad total, λ , de la movilidad del agua, λ_w , y del cambio de presión capilar p_c con respecto a S . La relación entre la notación de este trabajo y la usada típicamente se muestra en el cuadro

NB	id	nb	id
P	i, j, k		
E	$i + 1, j, k$	e	$i + \frac{1}{2}, j, k$
W	$i - 1, j, k$	w	$i - \frac{1}{2}, j, k$
N	$i, j + 1, k$	n	$i, j + \frac{1}{2}, k$
S	$i, j - 1, k$	s	$i, j - \frac{1}{2}, k$
F	$i, j, k + 1$	f	$i, j, k + \frac{1}{2}$
B	$i, j, k - 1$	b	$i, j, k - \frac{1}{2}$

Cuadro 3.1: Tabla de equivalencia entre la notación usada y la convencional (**De la Cruz**).

3.5. Modelado con líneas de corriente

El método de simulación con líneas de corriente se basa en el seguimiento de partículas dentro de un flujo para definir sus trayectorias en un espacio multidimensional (2D o 3D), el método permite la aproximación del flujo por medio de soluciones en 1D a lo largo de varias líneas de corriente. La solución unidimensional hace que este enfoque sea extremadamente rápido y efectivo para modelar flujos en yacimientos en donde existen heterogeneidades. La geometría y la densidad de las líneas de corriente reflejarán el impacto geológico sobre los caminos preferenciales del flujo, introduciendo mayor densidad de líneas en regiones de alta porosidad y permeabilidad. Las líneas de corriente son curvas que son localmente tangentes a la dirección de la velocidad. La **Figura 3.7** muestra las líneas de corriente trazadas sobre un yacimiento.

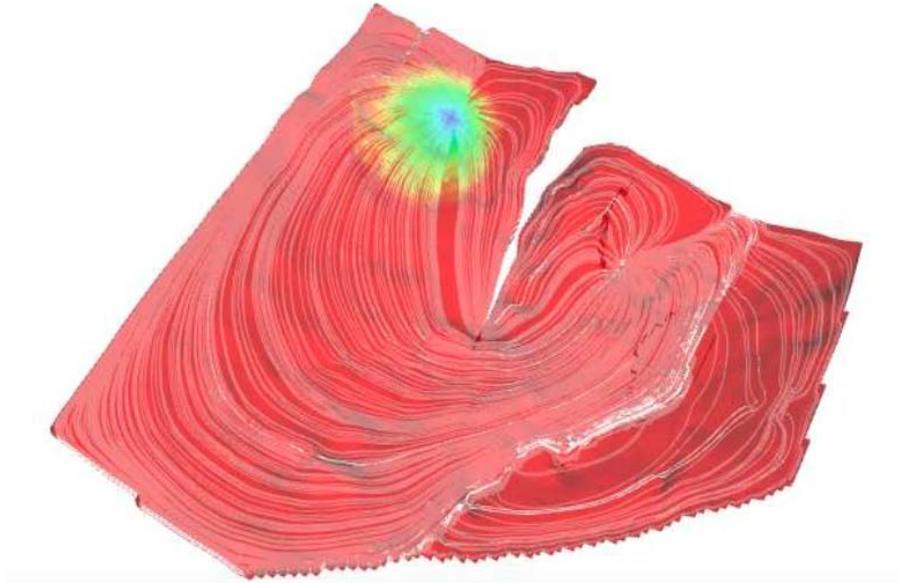


Figura 3.7: Líneas de corriente. (Moll).

3.5.1. Trazado de líneas de corriente

Como se ha mencionado con la simulación con líneas de corriente permite reducir las ecuaciones multidimensionales de la saturación en una serie de cálculos en 1D a lo largo de las líneas de corriente esto gracias al uso del tiempo de vuelo como una coordenada espacial. Para calcular el tiempo de vuelo se seguirá la construcción propuesta por Pollock. El tiempo de vuelo es una coordenada específica que es usada a lo largo de las líneas de corriente. El uso del tiempo de vuelo como coordenada espacial es efectivo especialmente para representar los efectos de la heterogeneidad espacial sobre el flujo. Para definir el tiempo de vuelo, $\tau(x, y, z)$, podemos liberar una nube de trazadores desde cada pozo inyector, y determinar el tiempo que toma a cada trazador llegar a una determinada posición dentro del yacimiento.

3.5.2. Cálculo de la velocidad a partir de la presión

Nuevamente haciendo uso de la ecuación (2.18) podemos aplicar diferencias finitas centrales en las caras de los volúmenes de control usando diferencias centrales como se muestra a continuación

$$u_e = -(K\lambda)_e \frac{(p_{avg})_e - (p_{avg})_p}{\Delta x_e}, \quad (3.15)$$

$$u_n = -(K\lambda)_n \frac{(p_{avg})_n - (p_{avg})_p}{\Delta x_n}, \quad (3.16)$$

$$u_f = -(K\lambda)_f \frac{(p_{avg})_f - (p_{avg})_p}{\Delta x_f}, \quad (3.17)$$

Las componentes u_e, u_n y u_f son las componentes de la velocidad en direcciones x,y,z. respectivamente, y se usarán en el algoritmo de cálculo de líneas de corriente.

3.5.3. Algoritmo de Pollock

El algoritmo descrito por Pollock se basa en el uso de la interpolación lineal simple de las componentes principales de la velocidad dentro de una celda. La solución numérica debe dar la presión en el centro de las celdas y la velocidad del fluido en las caras de las celdas. El algoritmo de Pollock supone un modelo de velocidad en que cada componente de la velocidad varía linealmente entre caras vecinas. Es decir, la componente de la velocidad en x varía linealmente en la dirección x siendo independiente de las otras componentes.

Esto lleva al siguiente modelo de velocidad en una celda

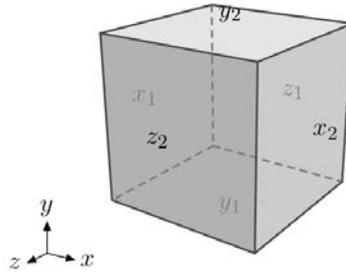


Figura 3.8: Identificación de las caras en una celda de la malla. (De la Cruz).

$$\begin{aligned}
 u_x &= u_{x_1} + c_x(x - x_1) & c_x &= \frac{u_{x_2} - u_{x_1}}{\Delta x}, \\
 u_y &= u_{y_1} + c_y(y - y_1) & c_y &= \frac{u_{y_2} - u_{y_1}}{\Delta y}, \\
 u_z &= u_{z_1} + c_z(z - z_1) & c_z &= \frac{u_{z_2} - u_{z_1}}{\Delta z},
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

donde x_1, x_2, y_1, y_2, z_1 y z_2 son las seis caras de la celda. La cara x_1 es perpendicular a la dirección de x en $x = x_1$ **Figura 3.8**. Esta definición puede aplicarse similar mente para las de más caras de la celda y los coeficientes dependen de la diferencia de velocidad de Darcy en las caras de la celda.

De la ecuación podemos deducir que

$$\nabla \cdot u = c_x + c_y + c_z = 0, \tag{3.19}$$

Es igual a 0 por la conservación de flujo, en un flujo incompresible, sin fuentes y sin sumideros.

Las trayectorias de las líneas de corriente y el tiempo de vuelo dentro de la celda pueden ser calculados por una integración directa a las velocidades.

$$\frac{d\tau}{\phi} = \frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}. \tag{3.20}$$

Debido a la independencia lineal de la velocidad (3.18). La ecuación (3.20) puede ser integradas de manera explícita e independiente de cada dirección. Considérese una partícula en un punto arbitrario (x_0, y_0, z_0) dentro de un volumen de control como se muestra en la **Figura 3.4** . La partícula puede salir del volumen a través de cualquiera de las 6 caras. Integrando la ecuación (3.20) obtenemos el tiempo de vuelo a cada una de las seis caras

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\tau_{x_i}}{\phi} &= \int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{u_{x_0} + c_x(x - x_0)} = \frac{1}{c_x} \ln\left(\frac{u_{x_i}}{u_{x_0}}\right), \\ \frac{\Delta\tau_{y_i}}{\phi} &= \int_{y_0}^{y_1} \frac{dy}{u_{y_0} + c_y(y - y_0)} = \frac{1}{c_y} \ln\left(\frac{u_{y_i}}{u_{y_0}}\right), \\ \frac{\Delta\tau_{z_i}}{\phi} &= \int_{z_0}^{z_1} \frac{dz}{u_{z_0} + c_z(z - z_0)} = \frac{1}{c_z} \ln\left(\frac{u_{z_i}}{u_{z_0}}\right).\end{aligned}\tag{3.21}$$

El índice $i = 1, 2$ indica que las caras de la celda en cada dirección. El algoritmo de Pollock especifica la cara de salida correcta como la que requiere un tiempo de vuelo mínimo positivo. Así, el tiempo de vuelo de la partícula en la celda será dada por el tiempo de necesario para llegar hacia la cara especificada

$$\Delta\tau = \text{Mínimo Positivo}(\Delta\tau_{x_1}, \Delta\tau_{x_2}, \Delta\tau_{y_1}, \Delta\tau_{y_2}, \Delta\tau_{z_1}, \Delta\tau_{z_2}),\tag{3.22}$$

conociendo el tiempo de vuelo de las partículas, las coordenadas de salida se pueden obtener simplemente reordenando la ecuación (3.20)

$$\begin{aligned}
x &= x_0 + u_{x0} \left(\frac{e^{\frac{c_x \Delta \tau}{\phi}} - 1}{c_x} \right) = x_0 + u_{x0} \eta_x \\
y &= y_0 + u_{y0} \left(\frac{e^{\frac{c_y \Delta \tau}{\phi}} - 1}{c_y} \right) = y_0 + u_{y0} \eta_y \\
z &= z_0 + u_{z0} \left(\frac{e^{\frac{c_z \Delta \tau}{\phi}} - 1}{c_z} \right) = z_0 + u_{z0} \eta_z.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Los términos entre paréntesis en ésta ecuación aumentan con el tiempo y puede ser considerado como un pseudotiempo η . Ésta ecuación define una línea de corriente hiperbólica, pero en términos de η tiene una forma lineal.

Cuando la velocidad es constante a través de una celda en una dirección dada la posición varía linealmente con el tiempo para una velocidad constante.

$$x = x_0 + u_{x0} \frac{\Delta \tau}{\phi}. \tag{3.24}$$

Finalmente, dada una localización arbitraria de punto de partida de la partícula, se debe calcular el tiempo de transito en la celda en la que se encuentre con la ecuación (3.22), después conociendo el tiempo de tránsito, se puede calcular la coordenada de salida de la celda usando (3.23). El momento en que la partícula sale de una celda está dada por $t = t_p + \Delta t$. Esta secuencia de cálculos se repite y los tiempos de tránsito serán acumulados a través de varias celdas, llegando eventualmente a un productor, o avanzando hacia atrás a un inyector.

Para obtener mayores detalles consulte [14]

3.5.4. Tiempo de vuelo como coordenada espacial

La mayor ventaja de la coordenada τ se hace evidente cuando se considera la ecuación de balance de masa para la fase agua en un flujo bifásico incompresible

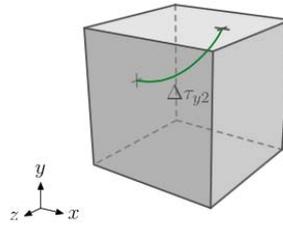


Figura 3.9: Trayectoria y tiempo de vuelo de una partícula en una celda. (De la Cruz).

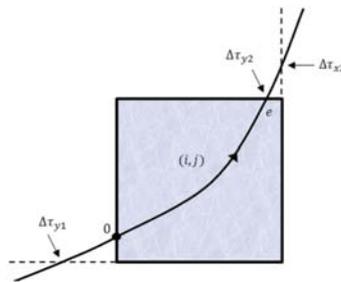


Figura 3.10: Cálculo del tiempo de vuelo para una sola celda.. (Martínez).

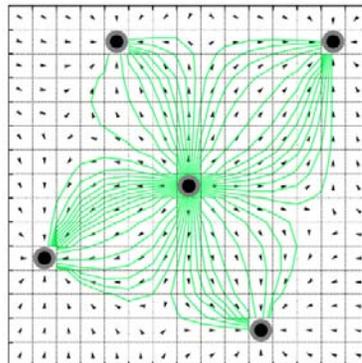


Figura 3.11: Trazado de Líneas de Corriente en 2D. (Salazar).

sin fuentes ni sumideros. Usando el tiempo de vuelo se puede llegar a la siguiente identidad, véase [14].

$$v \cdot \nabla = \phi \frac{\partial}{\partial \tau}, \quad (3.25)$$

donde $v = u\phi$. Retomando la ecuación (2.58) y aplicando la identidad (2.35)

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial f_w}{\partial \tau} = 0. \quad (3.26)$$

Esta transformación de coordenadas, descompone el flujo de fluido tridimensional en una serie de ecuaciones de evolución en una dimensión, para S_w a lo largo de las líneas de corriente. La ecuación (2.26) es válida en una, dos, y tres dimensiones y para medios homogéneos y heterogéneos. Para más detalles véase [14]. La ecuación (2.90) es un ecuación diferencial en derivadas parciales de tipo hiperbólico, conocidas como **Leyes de conservación hiperbólica** las cuales se definirán más adelante.

3.6. Método de seguimiento de frentes

Los simuladores numéricos de yacimientos son amplia mente utilizados para predecir el comportamiento de un yacimiento en presencia de alguna perturbación externa como el inyectar agua como método de de recuperación secundaria. La aplicación de métodos numéricos convencionales como método de elementos finitos, diferencias finitas y volúmenes finitos, para la solución de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales a menudo resulta en comportamiento oscilatorio y/o dispersión numérica, a menos que se adopten medidas temporales y espaciales muy finas.

3.6.1. Dispersión numérica

La dispersión numérica es un artificio de las técnicas numéricas actuales, la cual ocurre en los procesos de simulación asociados a cambios rápidos en la saturación de agua y aceite en procesos de imbibición. La dispersión numérica introduce un sesgo en los resultados, el cual está relacionado a las dimensiones de las celdas que son usadas en el modelo de simulación.

La **Figura 3.12** ilustra el problema. Cuando el mismo proceso de desplazamiento es simulado usando un número de celdas diferentes, el perfil de saturaciones cambia. Como se puede notar, el efecto de la dispersión numérica es alterar negativamente el perfil de saturaciones cuando se usan pocas celdas y por lo tanto decrece la eficiencia del desplazamiento en el avance. Además, este efecto es más pronunciado en la presencia de una relación de movilidades favorable.

La dispersión numérica está siempre presente en cualquier modelo de simulación en alguna medida, aunque reducir el tamaño de las celdas minimiza el impacto en el cálculo de los resultados. Se debería buscar un balance satisfactorio en la selección de las dimensiones de la malla, para limitar el efecto de la dispersión numérica y trabajar con un número de celdas práctico.

3.6.2. Leyes de conservación hiperbólicas.

Un sistema de leyes de conservación establece que la variación de unas magnitudes contenidas en una región es igual al flujo que entra a través de la frontera de dicha región.

Las leyes de conservación hiperbólicas son ecuaciones diferenciales en derivadas parciales hiperbólicas de la forma

$$u(x, t) = \begin{cases} u_t + F(u)_x = 0, & \text{en } \mathbb{R} \times (0, \infty) \\ u = u_0 & \text{en } \mathbb{R} \times \{t = 0\}. \end{cases} \quad (3.27)$$

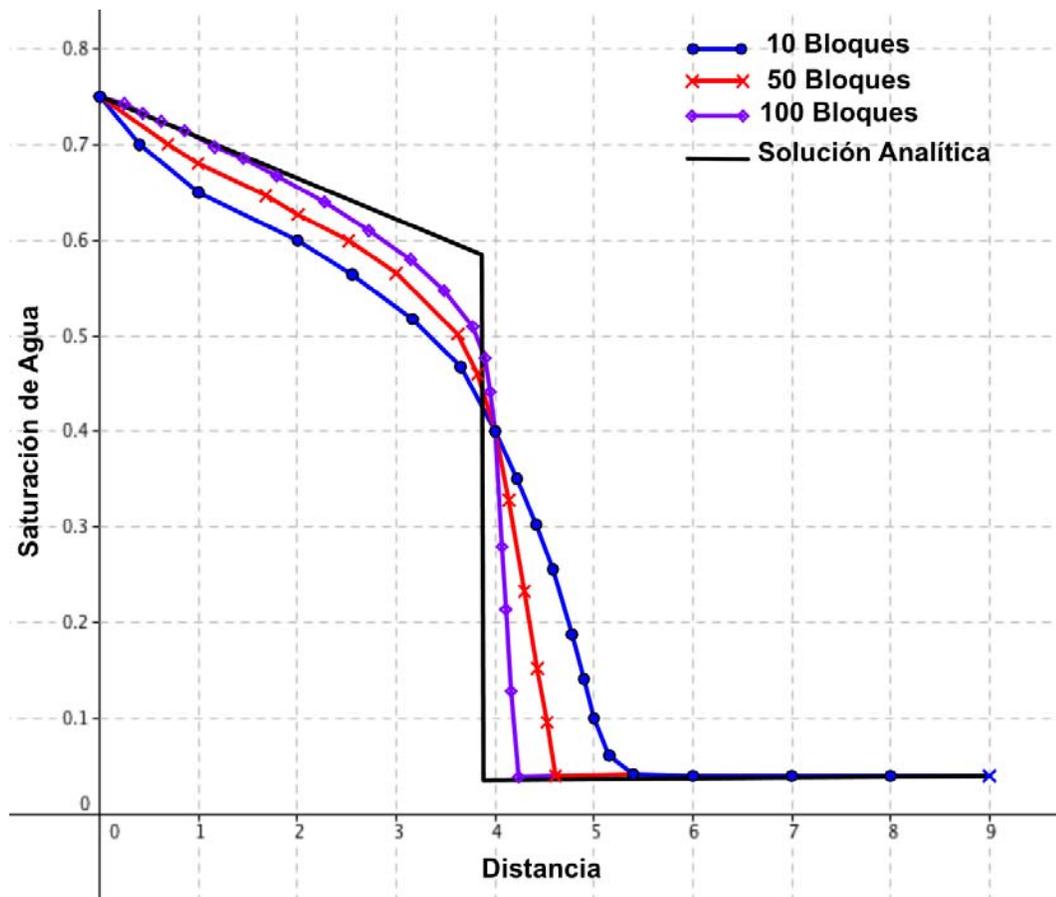


Figura 3.12: Dispersión numérica (Consentino).

Una cantidad conservada que se define como

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_j(x, t) dx, \quad (3.28)$$

donde es constante con respecto a t . Para efectos de este trabajo $m = 1$, lo cual, establece que son leyes de conservación escalares.

3.6.3. Curvas características

Las curvas características pueden ser rigurosamente definidas como curvas que transportan información. Cualquier perturbación que se produzca será transmitida por las velocidades características que están directamente relacionadas con las curvas características.

Estas curvas poseen relevancia en el análisis de problemas con condiciones iniciales determinadas. Sin embargo, también se aplican a problemas que no poseen dependencia del tiempo, en los cuales las condiciones de contorno trabajan matemáticamente en forma similar a las condiciones iniciales.

Las curvas características, en el contexto de una ecuación escalar, se definen como curvas $x = x(t)$ en el plano (x, t) sobre las cuales la ecuación en derivadas parciales se reduce, por lo menos, a una ecuación diferencial ordinaria.

Curvas características para la ecuación lineal advectiva.

Para comprender el concepto de curvas características se considera la ecuación lineal advectiva

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (3.29)$$

y una condición inicial

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad (3.30)$$

sobre las curvas características, $x = x(t)$, la variable $u = u(x(t), t)$, sólo depende de la variable t y su variación se puede expresar

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = 0. \quad (3.31)$$

Si la curva $x = x(t)$ es definida por las ecuación diferencial ordinaria

$$\frac{dx}{dt} = a, \quad (3.32)$$

sobre dicha curva se verifica que

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} a = 0. \quad (3.33)$$

Esta última expresión indica que la variación de la función u sobre las curvas características es nula, es decir que la función u adquiere el mismo valor sobre toda la curva característica definida en el plano (x, t) .

De la ecuación (3.32) se deduce que las curvas características, en este caso particular son rectas con pendiente a

$$x = x_0 + at, \quad (3.34)$$

las curvas características para la ecuación lineal advectiva se muestran en la **Figura 3.13**

La función u es constante sobre cada curva característica particular y su valor es igual al de la condición inicial correspondiente dada por el punto de intersección entre la característica y el eje $t = 0$.

Por lo tanto, utilizando la ecuación (3.34) es posible expresar que sobre cada curva característica se verifica

$$u(x, t) = u_0(x_0) = u_0(x - at), \quad (3.35)$$

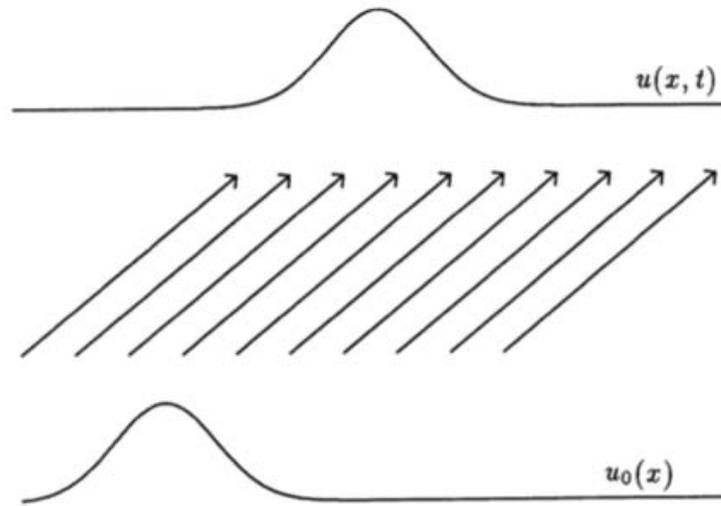


Figura 3.13: Curvas características para la ecuación lineal advectiva(**LeVeque**).

esta última expresión indica que una vez establecida la condición inicial, cada curva característica transportará el valor $u_0 = u(x_0, 0)$ con velocidad a . La velocidad a se denomina velocidad característica. La ecuación (3.35) puede ser interpretada de la siguiente forma: dado un perfil inicial $u_0(x)$, la ecuación lineal advectiva trasladará este perfil sin deformarlo a la derecha si $a > 0$ o a la izquierda si $a < 0$. La forma del perfil $u_0(x)$ determinado por la condición inicial permanece inalterada.

Curvas características para la ecuación de Burgers no viscosa.

Ahora consideramos la ecuación escalar no lineal.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \tag{3.36}$$

con

$$f(u) = \frac{1}{2}u^2, \tag{3.37}$$

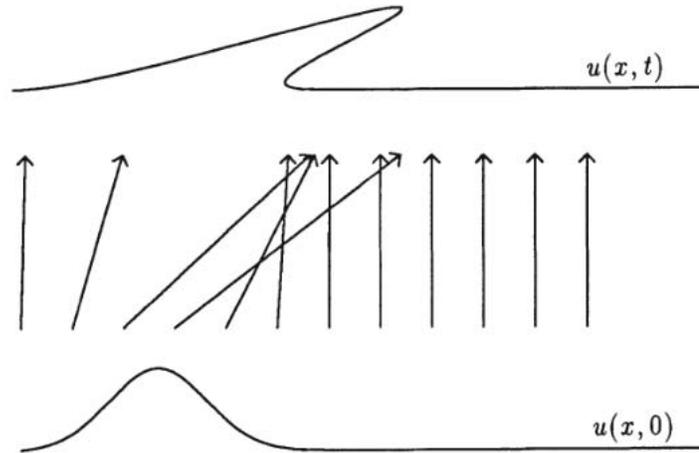


Figura 3.14: Curvas características para la ecuación de Burgers (**LeVeque**).

usando el método de las características se obtiene

$$x = \eta + u_0(\eta)t, \tag{3.38}$$

$$u(x, t) = u_0(x - u(x, t)t). \tag{3.39}$$

3.6.4. Soluciones clásicas

Una solución clásica es una solución de clase C_1 para $t > 0$, continua para $t \geq 0$ y que satisface la ley de conservación punto a punto. En particular, si $u_0 \in C_1$, la solución clásica es también de clase C_1 para $t \geq 0$. Para evitar fenómenos relacionados con la velocidad de propagación infinita, supondremos que u_0 está acotada en \mathbb{R} .

3.6.5. Soluciones débiles

Una solución débil es una función en la cual las derivadas que aparecen en la ecuación pueden no todas existir aunque se considera que satisfacen la ecuación en

algún sentido definido con precisión. Una ecuación diferencial puede tener soluciones que no son diferenciables; y la formulación débil permite encontrar tales soluciones.

3.6.6. Soluciones entrópicas

La definición de curva característica nos ofrecía una manera de calcular una fórmula (generalmente implícita) para las soluciones de la ley de conservación. Esta teoría puede extenderse al caso multidimensional.

$$\begin{cases} s_t + f(s)_\tau = 0, & \text{en } \mathbb{R}^N \times (0, \infty) \\ s = s_0, & \mathbb{R}^N \times [t = 0]. \end{cases} \quad (3.40)$$

La solución u , suponiendo la regularidad suficiente, es constante a lo largo de estas, que vienen dadas por

$$y(m) = (f(s_0(\tau_0))m + \tau_0, s) \forall \geq 0. \quad (3.41)$$

La proposición (3.41) prueba que existe la posibilidad de que dos curvas características acaben cruzándose, provocando una discontinuidad en la solución al avanzar en el tiempo. En cambio, es de esperar que si estamos en un punto en $\mathbb{R}^N \times (0, \text{inf})$ y retrocedemos en el tiempo a lo largo de una curva característica, no nos crucemos con ninguna otra; es decir, que no encontraremos ninguna discontinuidad de u .

Supongamos que Γ es una curva sobre la que u es discontinua y tiene distintos valores límite a izquierda y a derecha, u_L y u_R respectivamente. Si una característica de cada lado va a parar a un punto de Γ , por (2.7) deducimos que

$$f'(u_L) > \Theta > f'(u_R). \quad (3.42)$$

Estas desigualdades forman la *condición de entropía*. Puede verse como el análogo al principio de la termodinámica, que afirma que la entropía física no puede disminuir a medida que el tiempo aumenta. Donde Θ es la condición de **Rankine-Hugoniot**, la cual definiremos a continuación.

3.6.7. Condición de salto de Rankine-Hugoniot.

La condición de Rankine-Hugoniot o también conocida como condición de salto de Rankine-Hugoniot o relación de Rankine-Hugoniot, describen la relación entre los estados en ambos lados de una onda de choque y la cual se describe por la siguiente expresión:

$$\Theta_i = \frac{f(v_{i+1}) - f(v_i)}{v_{i+1} - v_i}. \quad (3.43)$$

3.6.8. Problema de Riemann

Un ley de conservación con unas condiciones iniciales dadas por una función constante con una discontinuidad se conoce como *problema de Riemann*. Consideremos el siguiente problema

$$u_t + f(u)x = 0, \quad (u) = \frac{1}{2}u^2, \quad (3.44)$$

$$u(x, 0) = u_0(x) = \begin{cases} u_L & x < 0 \\ u_R & x > 0. \end{cases} \quad (3.45)$$

Supongamos primero que $u_L > u_R$. Usando el método de características y la condición de Rankine-Hugoniot tenemos que la velocidad de la discontinuidad es $\Theta = \frac{1}{2}$ (**Figura 3.15**).

La solución es

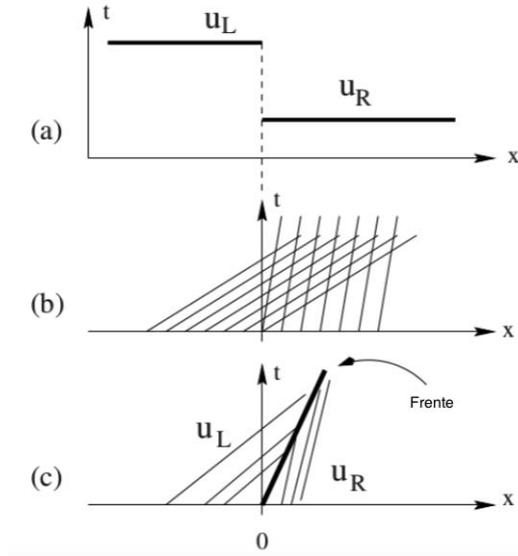


Figura 3.15: Problema de Riemann para $u_L > u_R$ (LeVeque).

$$u(x, t) = \begin{cases} u_L & x - \Theta t < 0 \\ u_R & x - \Theta t > 0. \end{cases} \quad (3.46)$$

Dicha solución representa un Shock (onda de compresión).

Ahora supongamos que $u_L < u_R$. Una posible solución puede ser como el caso anterior; sin embargo dicha solución es físicamente incorrecta pues es inestable a las condiciones iniciales, por lo que se modifican las condiciones iniciales

$$u(x, t) = \begin{cases} u_L & x \leq x_L \\ u_L + \frac{u_R - u_L}{x_r - x_L}(x - x_l) & x - \Theta t > 0 \\ u_R & x \geq x_R, \end{cases} \quad (3.47)$$

1. De lado derecho: $x = x_R + \lambda(u_R)t$
2. De lado izquierdo: $x = x_L + \lambda(u_L)t$

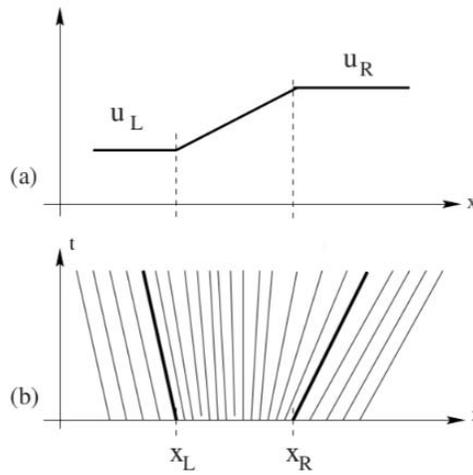


Figura 3.16: Modificación en las condiciones iniciales del problema para cuando $u_L < u_R$ (LeVeque).

3. El flujo es convexo: $f''(u) > 0$, por lo tanto los valores más grandes de u_0 se propagan más rápido (más aceleración).

quedando la solución

$$\begin{cases} u(x, t) = u_L & \text{si} & \frac{x-x_L}{t} \leq \lambda_L \\ \lambda(u) = \frac{x-x_L}{t} & \text{si} \lambda & L < \frac{x-x_L}{t} < \lambda_L \\ u(x, t) = u_R & \text{si} & \frac{x-x_R}{t} \geq \lambda_R. \end{cases} \quad (3.48)$$

Esta solución es estable . Cuando x_L y x_R tienden a 0 recuperamos el problema inicial. La solución es

$$\begin{cases} u(x, t) = u_L & \text{si} & \frac{x}{t} \leq \lambda_L \\ \lambda(u) = \frac{x}{t} & \text{si} \lambda & L < \frac{x}{t} < \lambda_L \\ u(x, t) = u_R & \text{si} & \frac{x}{t} \geq \lambda_R, \end{cases} \quad (3.49)$$

en la **Figura ?? c)** podemos observar que se trata de una onda de refacción centrada.

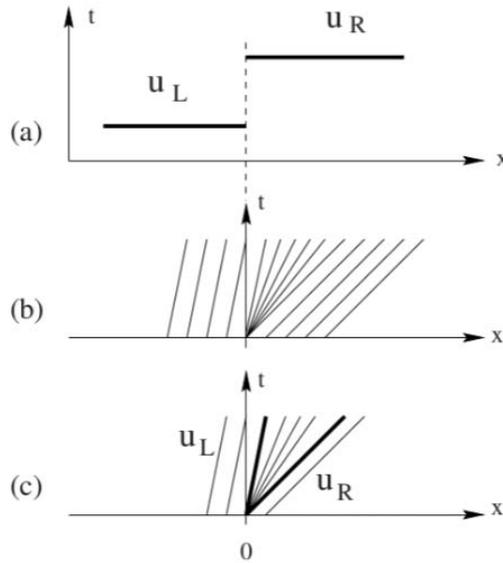


Figura 3.17: Problema de Riemann para $u_L < u_R$ (LeVeque).

3.6.9. Teorema del método de seguimiento de frentes

Definiremos la envolvente convexa de f

$$f_{\leftarrow}(u) = \sup\{g(u) \mid g \leq f \text{ y } g \text{ convexa en } [u_L, u_R]\}. \quad (3.50)$$

Se f una función lineal continua por pedazos definida en algún intervalo $[-k, k]$. Denotaremos los puntos de inflexión de f como $-k = u_0 < u_1 < \dots < u_{n-1} < u_n = k$. El problema de Riemann

$$u_t + f(u)u_x = 0 \quad u(x, 0) = \begin{cases} u_j & \text{para } x < 0 \\ u_k & \text{para } x \geq 0, \end{cases} \quad (3.51)$$

tiene una solución constante por pedazos (en $z = \frac{x}{t}$). Si $u_j < u_k$, sean $u_j = v_1 < v_2 < \dots < v_m = u_k$ los puntos de inflexión de la envolvente convexa; si $u_L > u_R$ sean $u_k = v_1 < v_2 < \dots < v_m = u_j$ los puntos de inflexión de la envolvente cóncava. La

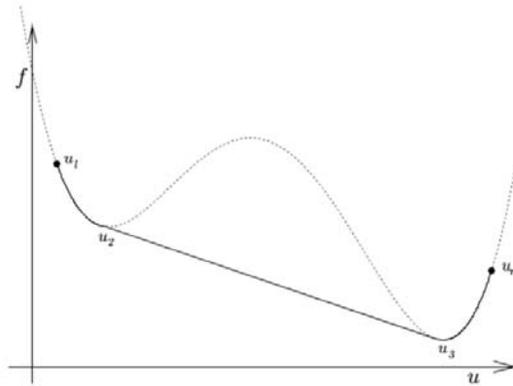


Figura 3.18: Representación gráfica de la función convexa f_{\leftarrow} (LeVeque).

solución débil del problema de Riemann está dada por

$$u(x, t) \left\{ \begin{array}{l} v_1 \text{ para } x < \Theta_1 t, \\ v_2 \text{ para } \Theta_1 t < x \leq \Theta_2 t \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_i \text{ para } \Theta_{i-1} t < x \leq \Theta_i t. \\ \cdot \\ \cdot \\ v_m \text{ para } \Theta_{m-1} t < x, \end{array} \right. \quad (3.52)$$

donde s_i está dado por la condición de salto de Rankine-Hugoniot descrita en la ecuación 3.27.

3.7. Método de Seguimiento de frentes sobre líneas de corriente.

Los métodos numéricos que hemos visto hasta ahora, se han mostrado de forma independiente, con la intención de mostrar la naturaleza de cada uno de estos. En este capítulo se mostrará la implementación del método de seguimiento de frentes para la resolución de la ecuación de saturación mostrada en el **Capítulo 2**. El método de SFTM (*streamline front tracking method*) se basa en la metodología IMPES resolviendo implícitamente la ecuación de presión con el método de volumen finito para poder calcular la velocidad de los fluidos y así trazar las líneas de corriente para finalmente resolver la ecuación de saturación con el método de seguimiento de frentes. La ventaja de este método es que se reduce la dispersión numérica como se ha mencionado con anterioridad así como la reducción del tiempo de cómputo. La metodología del método se muestra a continuación

3.7.1. Etapas del método de seguimiento de frentes sobre líneas de corriente

1. **Resolución de la ecuación de presión.** Aplicando el método de volumen finito se resuelve la ecuación de presión.
2. **Calculo de la velocidad.** De la ley de Darcy se calcula la velocidad de los fluidos..
3. **Trazado de las líneas de corriente** . Se calculan las líneas de corriente partiendo de las velocidades calculadas.
4. **Resolución de la ecuación de presión con seguimiento de frentes.** Se aplica la metodología del front tracking a la ecuación de presión.

3.7.2. Resolución de la ecuación de saturación por el método de seguimiento de frentes sobre líneas de corriente

La ecuación de saturación la cual formulamos como una ley de conservación hiperbólica, que describe la velocidad de los frentes de choque. El proceso de desplazamiento dispersado es descrita por un conjunto de frentes, cada uno definido por una saturación dada. La ley de conservación hiperbólica, a través del concepto de flujo fraccional, se utiliza para describir la velocidad de cada frente de saturación (shock), ya que se desarrolla en el tiempo. La solución de la ecuación de saturación es en gran medida independiente del tamaño de la celda y la geometría desde la malla no se utiliza directamente para la solución. Los frentes se tratan por separado a lo largo de la línea de corriente que se construye a partir de la solución de la presión y se obtiene un perfil típico de saturación Buckley-Leverett. De esta manera, la dispersión numérica es mínima. La solución es totalmente incondicionalmente estable para todos los *timestep* y el método de solución numérica es rápido (solución directa). Esto, en combinación con las ventajas de la geometría de la celda, hace que el rendimiento del CPU sea muy eficiente en comparación con los métodos de diferencias finitas tradicionales, en particular para sistemas con grandes bloques de la cuadrícula. La gran ventaja que muestra el método de SFTM es el resolver la ley de conservación hiperbólica por medio de la implementación de dos métodos estables y que resultan ser más rápidos que los tradicionales. La ecuación (2.36) muestra la ley de conservación hiperbólica expresada en términos del tiempo de vuelo lo cual nos permite reducir un problema en tres dimensiones a una sola dimensión.

3.7.3. La ecuación de saturación como una ley de conservación

Como se vio en el **Capítulo 2** la ecuación de Buckley-Leverett se puede escribir

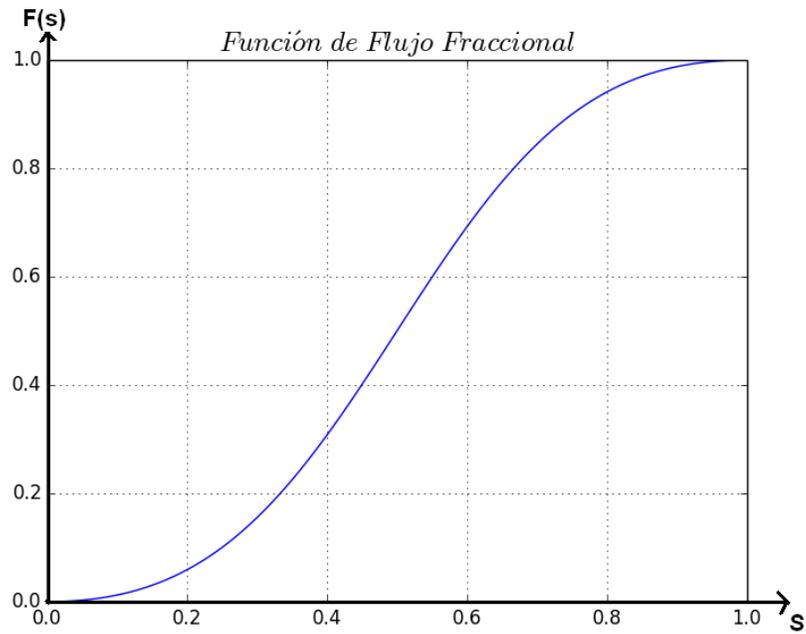


Figura 3.19: Función de flujo fraccional

como una ley de conservación en función de la saturación del agua S_w , el tiempo de vuelo τ y el tiempo t .

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial f_w}{\partial \tau} = 0, \quad (3.53)$$

donde f_w es la función de flujo fraccional por lo que es igual a escribir

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{S^2}{S^2 + (1 - S)^2} \right) = 0, \quad (3.54)$$

para poder resolver esta ecuación diferencial en derivadas parciales requerimos de una condición inicial de la forma

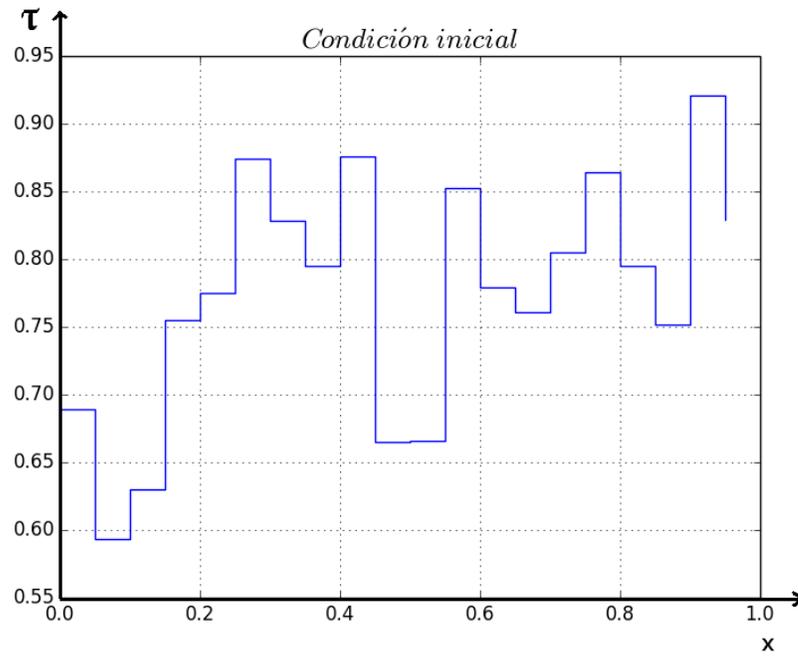


Figura 3.20: Aproximación inicial

$$S(\tau, 0) = S_0(\tau) = \left\{ \begin{array}{l} S_1 \quad \tau < a \\ S_2 \quad a \leq \tau < b \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ S_2 \quad n - 1 \leq \tau < n. \end{array} \right. \quad (3.55)$$

Esta condición esta definida como una función escalón donde se puede notar que se convierte de una serie de problemas de Riemann.

Siguiendo el algoritmo del Front Tracking se obtiene una aproximación lineal a trozos de la función de flujo fraccional

Ahora se obtienen la envolvente convexa superior y la envolvente convexa inferior.

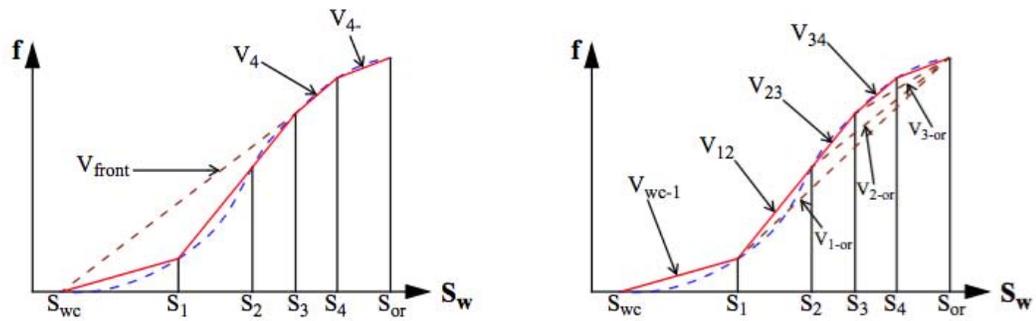


Figura 3.21: Puntos de quiebre de la función de flujo fraccional. (Schlumberger)

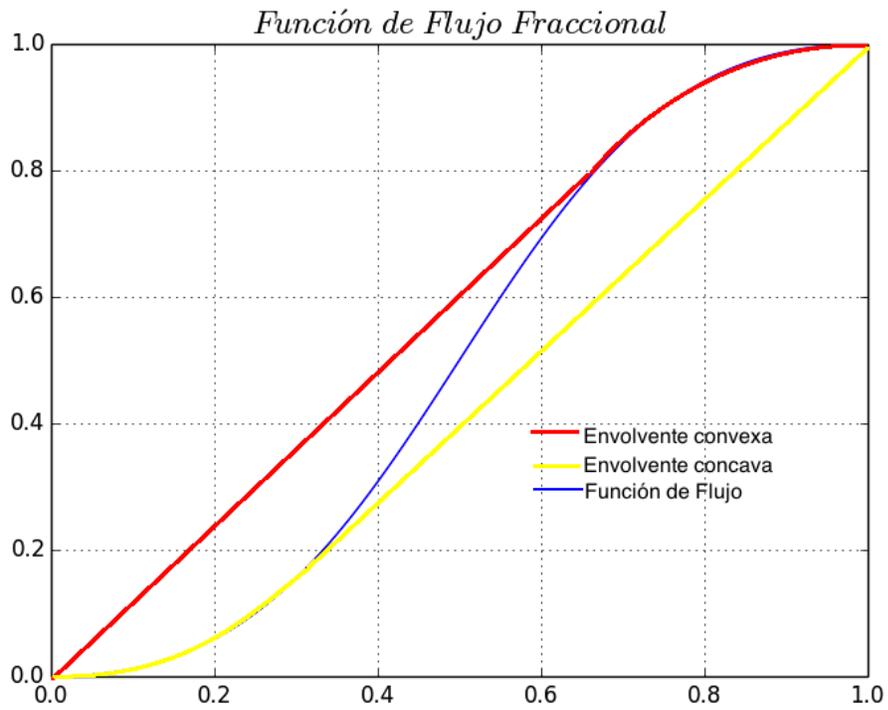


Figura 3.22: Envlovente convexa superior y la envlovente convexa inferior.(Schlumberger)



Figura 3.23: Problema de Riemann

3.7.4. Solución de los problemas de Riemann

Como se mencionó si tomamos por intervalos la condición inicial tenemos una serie de problemas de Riemann los cuales podemos resolver uno por uno para de esta forma crear una solución de la ecuación de saturación.

Se toman por intervalos las condiciones iniciales es decir una S_L y una S_R y se procede a resolver el problema.

$$S(\tau, 0) = u_0(x) = \begin{cases} S_L & \tau < a \\ S_R & \tau > b. \end{cases} \quad (3.56)$$

El problema de Riemann es el caso más simple donde se puede estudiar la dinámica de un frente simple, es decir, una discontinuidad.

La solución a esta ecuación con los datos iniciales (3.65), consiste en una sucesión

de ondas elementales, ya sean ondas de choque u ondas de rarefacción. Además uno tiene que imponer condiciones de entropía para asegurar una única, solución física. Supongamos ahora $S_L < S_R$ aparte de que denotaremos como F_c a la envolvente convexa inferior de f en el intervalo $[S_L, S_R]$, de manera que $F_c(S) = F(S)$ para todo $S \in (S_i, S_{i+1})$ o $f_c(S) < f(S)$ para toda $s \in (S_i, S_{i+1})$. Considerando ahora el intervalo (S_i, S_{i+1}) . Si $F_c(S) = F(S)$, entonces tenemos una de rarefacción la cual nos dice que

$$S_{\rho,i}(\xi) = (f'_c)^{-1}(\xi) \text{ para } \xi \in (f_c(S_i), f_c(S_{i+1})), \quad (3.57)$$

donde $\xi = \tau/t$. Sin embargo si $f_c(S) < f(S)$ tenemos una onda de choque cuya solución esta dada por

$$S_{\sigma,i}(\xi) = \begin{cases} S_i & \text{para } f_c(S_i) < \xi < \frac{f_c(S_{i+1}) - f_c(S_i)}{S_{i+1} - S_i} \\ S_{i+1} & \text{para } \frac{f_c(S_{i+1}) - f_c(S_i)}{S_{i+1} - S_i} < \xi < f_c(S_{i+1}), \end{cases} \quad (3.58)$$

teniendo finalmente como solución entrópica:

$$S_{\sigma,i}(\xi) = \begin{cases} S_L, & \text{para } \xi < f'_c(S_L) \\ S_{\rho,i}(\xi), & \text{si } f_c = f \text{ en } (S_i, S_{i+1}) \\ S_{\sigma,i}(\xi), & \text{si } f_c < f \text{ en } (S_i, S_{i+1}) \\ S_R, & \text{para } \xi > f'_c(S_R). \end{cases} \quad (3.59)$$

Dada esta solución entrópica podemos generar una solución siguiendo los frentes dependiendo la naturaleza de los problemas de Riemann. La **Figura 3.24** muestra las distintas velocidades de las ondas a distintos tiempos.

3.7.5. Condiciones de Frontera

Como ya se ha estudiado el método de seguimiento de frentes se utiliza para

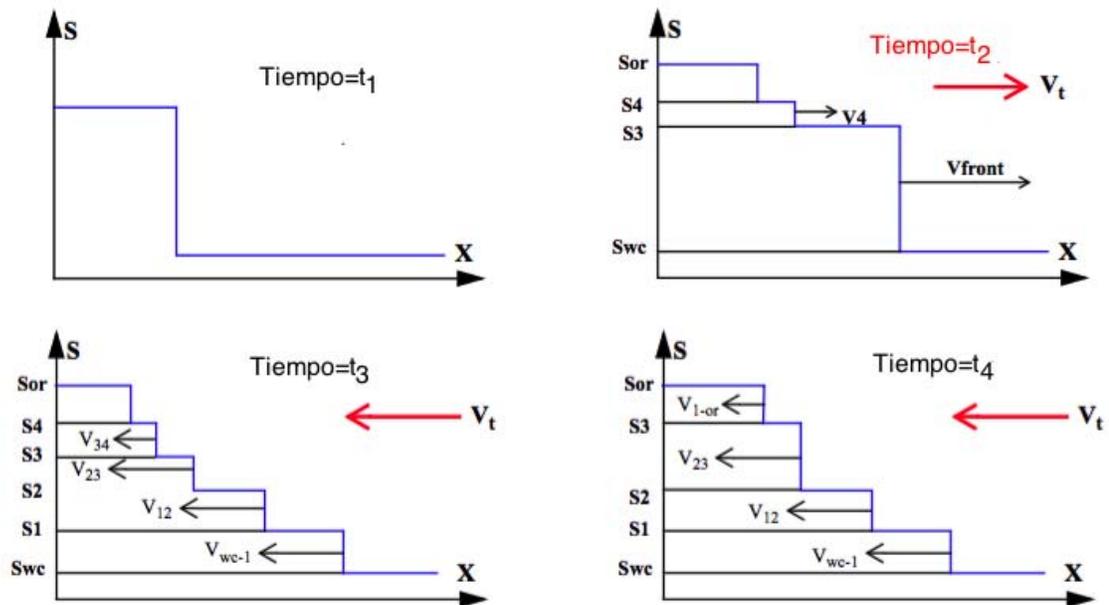


Figura 3.24: Velocidades de propagación a distintos tiempos. (Schlumberger)

construir soluciones débiles a las leyes de conservación hiperbólicas escalares con dos tipos de condiciones de contorno: condiciones de Dirichlet y frontera de no flujo pero por alcances de este trabajo solo se mencionaran las primeras. Es importante mencionar que por el modelo usado en el presente trabajo se presentaran únicamente para el caso de una dimensión.

Condiciones de frontera tipo Dirichlet

Las condiciones de frontera de Dirichlet consisten en fijar el valor de la función incógnita en los puntos de la frontera.

Considerando la siguiente condición inicial y de frontera

$$\begin{aligned}
 S(\tau, 0) &= S_0(\tau) \\
 S(a, t) &= S_a, \quad S(b, t) = S_b.
 \end{aligned}
 \tag{3.60}$$

Construimos soluciones aproximadas de seguimiento de frente. Supongamos que la condición inicial es una función escalonada, es decir, una serie de problema inicial de Riemann. Si la función de flujo f es lineal por tramos entonces todos los problemas de Riemann tienen soluciones dentro de la clase de funciones escalonadas. En el límite izquierdo ($\tau = a$) tenemos un problema de Riemann con las condiciones iniciales y de contorno

$$\begin{aligned} S(\tau, 0) &= S_0(a^+) \\ S(a, t) &= S_a, \end{aligned} \tag{3.61}$$

a solución de este problema esta definido con restricciones en la solución del problema de Riemann con el estado izquierdo S_a y el estado derecho $v_0(a^+)$ para $\tau > a$. La construcción para la frontera derecha $\tau = b$ se puede construir de una forma similar. Todas las interacciones de onda conducen a nuevos problemas de Riemann, ya sea en el interior del dominio o en el límite.

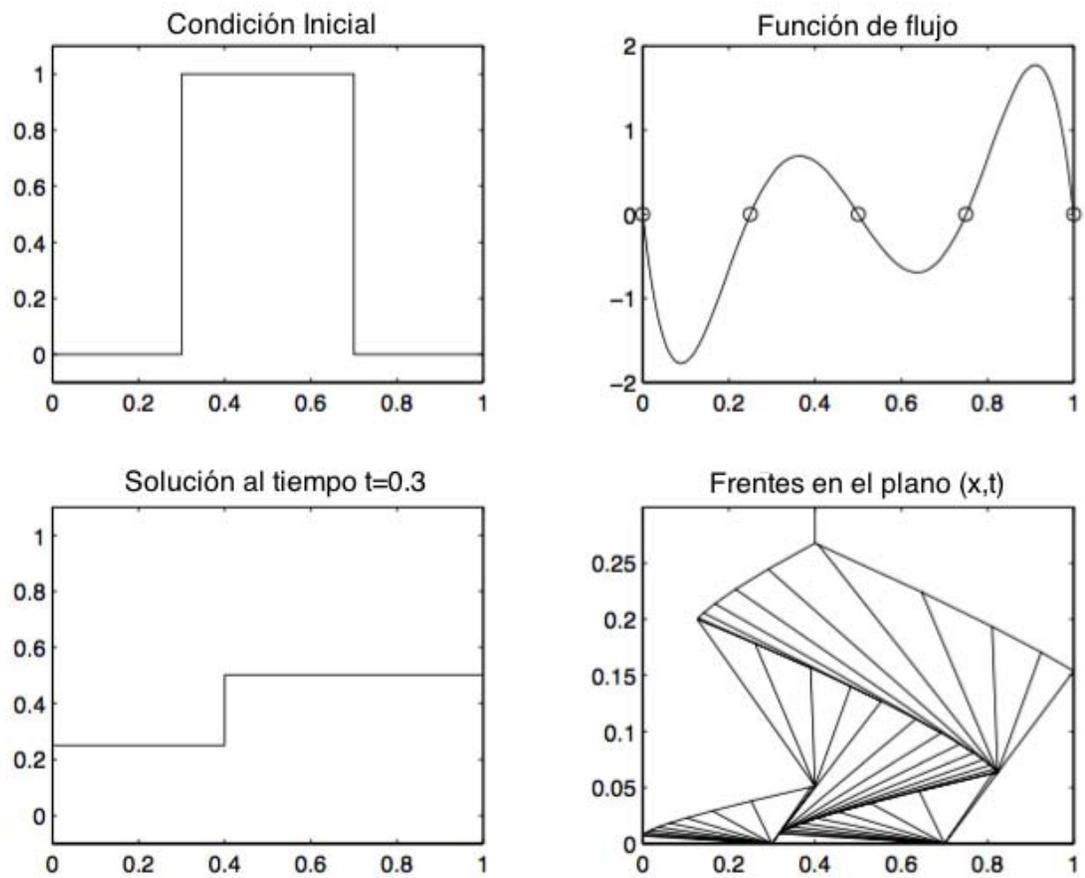


Figura 3.25: Condición de frontera tipo Dirichlet

Capítulo 4

Caso de aplicación

Los modelos matemáticos y numéricos abordados en capítulos anteriores necesitan ser resueltos a través de la codificación de un conjunto de algoritmos especializados a fin de obtener una solución numérica del problema que sea precisa, estable y eficiente. En el presente trabajo se utilizará el software Eclipse Frontsim

4.1. FrontSim

FrontSim es un simulador de aceite negro trifásico de tres dimensiones y un simulador de líneas de corriente distribuido y comercializado por Schlumberger e incluidos en la suite de simuladores Eclipse. El simulador se basa en la formulación IMPES(IMPlicit Pressure EXplicit Saturation), tal como se utiliza en simuladores de diferencias finitas, con la diferencia principal es que la ecuación de saturación de fluido se resuelve a lo largo de una línea de corriente en un espacio dimensional y con el algoritmo del método de seguimiento de frentes, el cual es altamente eficiente y no dispersivo. Se utiliza para dos fases inmiscibles, por ejemplo, aceite-agua. Los principales puntos fuertes de la simulación con líneas de corriente son

1. La relación costo-eficacia en el modelado y simulación del flujo en modelos



Figura 4.1: Logo de Eclipse (**Schlumberger**)

extremadamente grandes de muy alta resolución y / o con varios millones de celdas,

2. La reducción de la dispersión numérica y los efectos numéricos de orientación.
3. Cuantificación directa del pozo productor y/o inyector.

El programa está escrito en ANSI C ++ y se puede operar en una amplia gama de plataformas de computación.

La suite de ECLIPSE contiene distintos módulos, los cuales se pueden iniciar desde la interfaz del LAUNCHER. La versión de ECLIPSE que usaremos para este trabajo será 2009.1 y contiene los siguientes módulos para una arquitectura de 32 bits:

1. ECLIPSE 100 \Rightarrow Simulador de aceite negro.
2. ECLIPSE 300 \Rightarrow Simulador composicional.
3. FrontSim \Rightarrow Simulador de Lineas de corriente y Front Tacking.
4. FloGrid \Rightarrow Modelado de yacimientos, escalamiento y mallado.
5. Office \Rightarrow Administrador de la simulación.
6. FloViz \Rightarrow Visualizador 3D.
7. SCAL \Rightarrow Análisis especial de núcleos.
8. SimOpt \Rightarrow Historia de producción de un yacimiento.

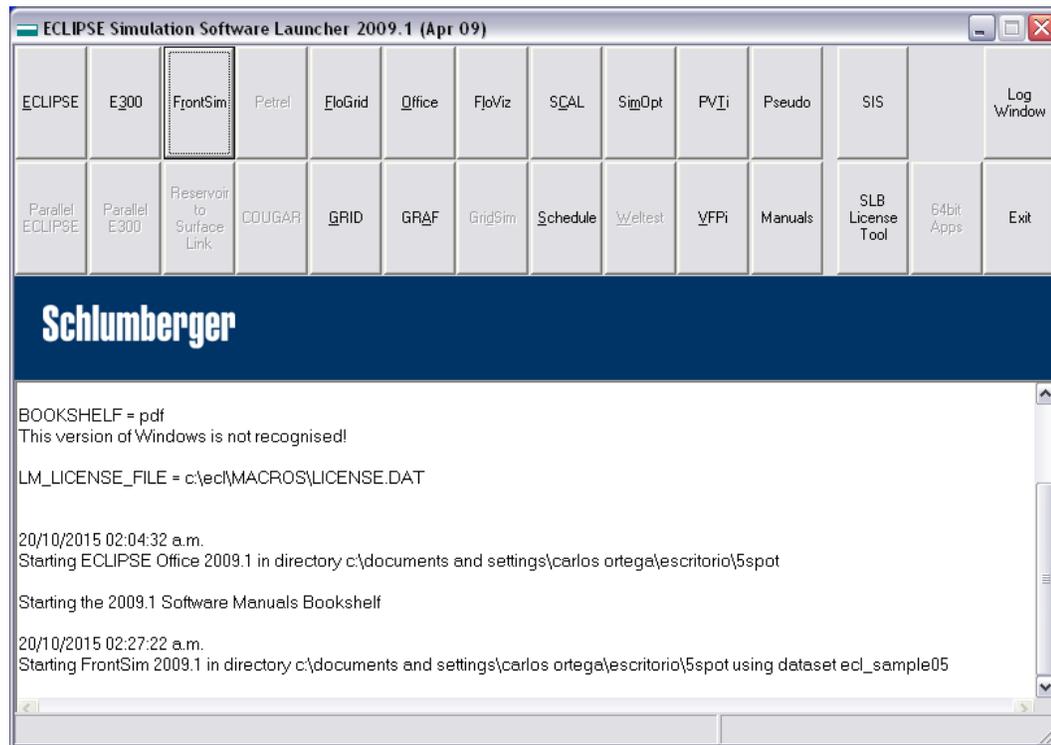


Figura 4.2: Interfaz principal del Launcher de Eclipse 2009.1.

9. PVTi \Rightarrow Análisis PVT.
10. GRID \Rightarrow Pre-procesador de malla.
11. GRIF \Rightarrow Post-procesador.
12. Schedule \Rightarrow Análisis de producción de pozos.
13. VFPi \Rightarrow Generador de tablas de rendimiento de flujo vertical.

En la **Figura 4.2** se muestra la interfaz principal de Eclipse 2009.1

4.1.1. Archivo DATA

En este archivo vamos a introducir los datos del yacimiento. En el **Cuadro 4.1** se muestran las distintas secciones del archivo DATA

Carácter	Keyword de sección	Descripción
Requerido	RUNSPEC	Titulo, Dimensiones del problema, fases presentes, entre otros
Requerido	GRID	Especificación de la geometría de la malla computacional y propiedades de la roca (Porosidad, permeabilidad absoluta) en cada celda.
Opcional	EDIT	Modificaciones para calcular el volumen de poros, profundidades y transmisibilidades.
Requerido	PROPS	Tablas de las propiedades de la roca y de los fluidos que son función de la presión y de la saturación (Densidad, Viscosidad, permeabilidad relativa, entre otros).
Opcional	REGIONS	Divide la malla computacional en regiones para el cálculo de Propiedades PVT, Propiedades de saturación, Condiciones iniciales, Fluidos en sitio, Si se omite esta sección todos los bloques de la malla se ponen en la región 1.
Requerido	SOLUTION	Especificación de las condiciones iniciales en yacimiento pueden ser: Calculado usando específicas profundidades de contactos de fluidos para dar potencial de equilibrio.
Opcional	SUMMARY	Especificación de los datos que van a ser escritos en el archivo SUMMARY después de cada <i>Timestep</i> .
Requerido	SCHEDULE	Especifica las operaciones que son simuladas (Control y restricciones de la Producción e inyección), así como los <i>Timestep</i> que se requieren en el reporte.

Cuadro 4.1: Descripciones de las secciones del archivo DATA(**Schlumberger.**)

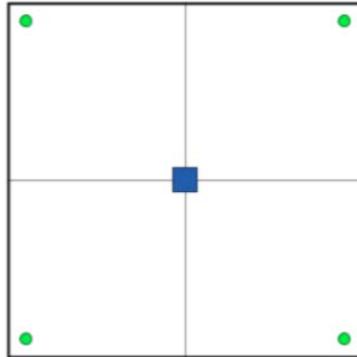


Figura 4.3: Geometría del dominio del caso de cinco pozos. (De la Cruz)

4.2. Five-Spot

En esta sección se analiza un problema conocido como **Five Spots Pattern**, la geometría del dominio de muestra en la **Figura 4.3**. Se tienen cuatro pozos productores en las esquinas por uno inyector en el centro del dominio. En las fronteras del dominio de estudio se impone una condición de no flujo. Los datos del problema se muestran en el **Cuadro 4.2**. Se contempla un dominio en tres dimensiones inicialmente saturado de aceite y un flujo bisáfico.

Se producirá a gasto constante constante.

En el **Apéndice G** se presenta el archivo DATA que se ingresaran al simulador.

4.2.1. Resultados

Después de una corrida de simulación, FrontSim entregó los siguientes resultados:

- La producción acumulada de aceite a 600 días fue de $= 1,39423 \times 10^5$ **Figura 4.6**
- El volumen acumulado de inyección a 600 días fue de $= 1,81249 \times 10^5$
- Se generaron un total de 250 líneas de corriente.

Parámetros	Valores	Unidades
Celdas en X	21	
Celdas en Y	21	
Celdas en Z	1	
Dimensión en X	23.8095	metros
Dimensión en y	23.8095	metros
Dimensión en Z	10	metros
Profundidad	2500	metros
Porosidad	0.2	
Permeabilidad en X	1000	mD
Permeabilidad en Y	1000	mD
Permeabilidad en Z	1000	mD
Presión de fondo fluyendo (P_{wf})	250	barsa
Factor de volumen del aceite a la presión de referencia	1.3	$\frac{rm^3}{sm^3}$
Viscosidad del aceite a la presión de referencia	1.24	cP
Presión de referencia para la fase agua	250	barsa
Factor de volumen del agua a la presión de referencia	1	$\frac{rm^3}{sm^3}$
Comprensibilidad del agua	0	1/bars
Viscosidad del agua a la presión de referencia	0.5	cP
Relación de solubilidad	60	$\frac{sm^3}{sm^3}$
Densidad del aceite CE	1000	Kg/m^3
Densidad del agua CE	1000	Kg/m^3
Profundidad de referencia	2500	m
Presión a profundidad de referencia	250	barsa

Cuadro 4.2: Datos del ejemplo five spot

- El simulador tardó un total de 0.95 segundos en la resolución del problema.
- Las saturaciones de agua en las celdas se muestran en la **Figura 4.4**
- Las saturaciones de agua sobre las las líneas de corriente se muestran en la **Figura 4.5**

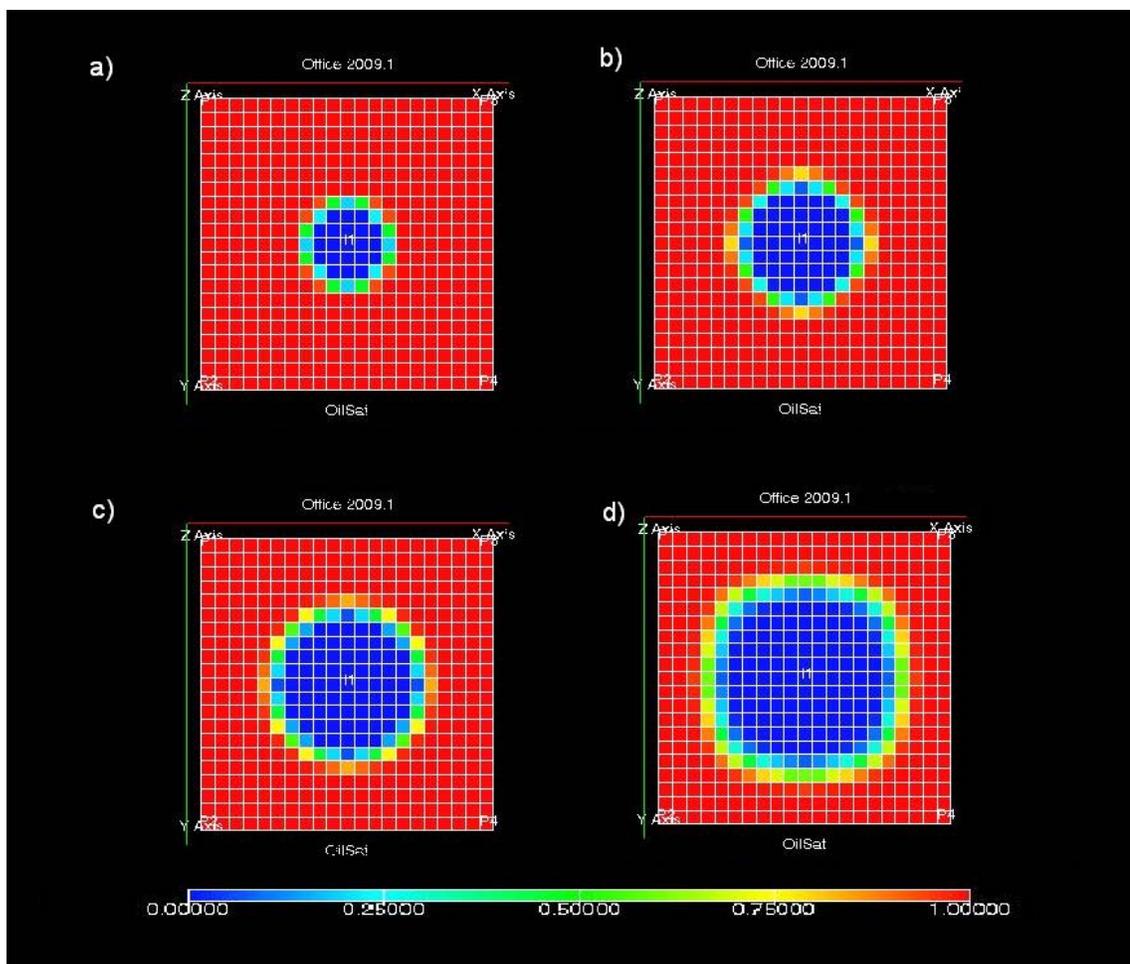


Figura 4.4: Saturaciones de agua a diferentes tiempos a) 120 días b) 240 días c) 360 días d) 600 días

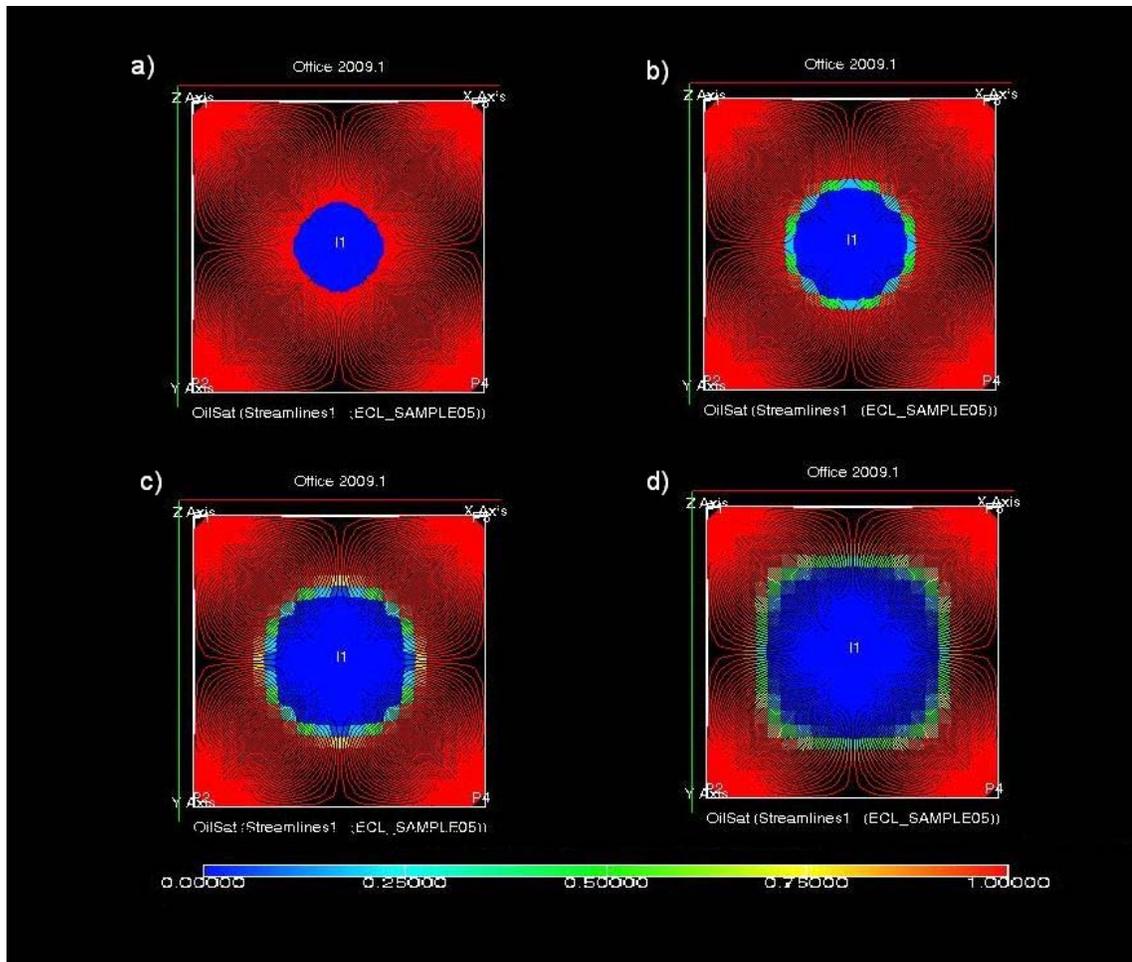


Figura 4.5: Saturaciones de agua sobre las líneas de corriente a diferentes tiempos a) 120 días b) 240 días c) 360 días d) 600 días

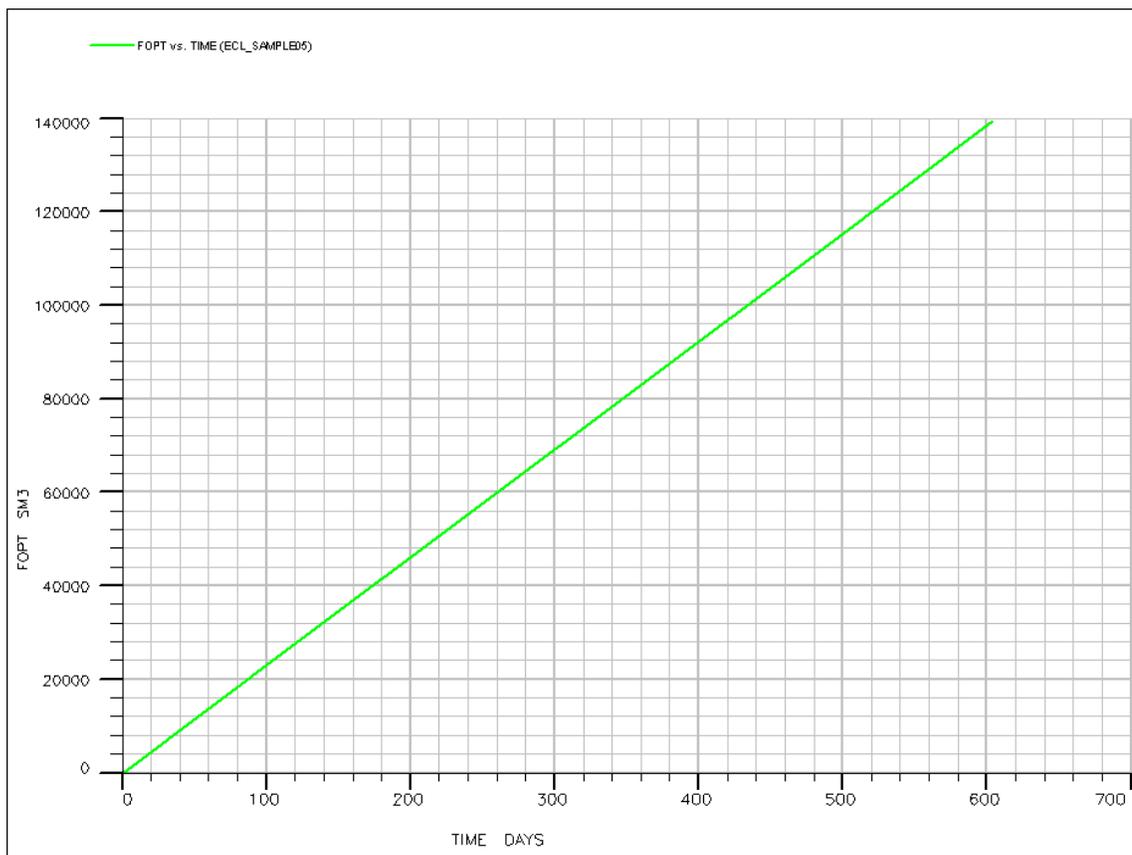


Figura 4.6: Producción acumulada de aceite vs tiempo

4.3. Caso heterogéneo e Anisótropo

Parámetros	Valores	Unidades
Celdas en X	25	
Celdas en Y	25	
Celdas en Z	1	
Dimensión en X	20	metros
Dimensión en y	20	metros
Dimensión en Z	10	metros
Profundidad	2500	metros
Porosidad	0.2	
Permeabilidad en X	1000	mD
Permeabilidad en Y	1000	mD
Permeabilidad en Z	1000	mD
Presión de fondo fluyendo (P_{wf})	250	barsa
Factor de volumen del aceite a la presión de referencia	1.3	$\frac{rm^3}{sm^3}$
Viscosidad del aceite a la presión de referencia	1.24	cP
Presión de referencia para la fase agua	250	barsa
Factor de volumen del agua a la presión de referencia	1	$\frac{rm^3}{sm^3}$
Comprensibilidad del agua	0	1/bars
Viscosidad del agua a la presión de referencia	0.5	cP
Relación de solubilidad	60	$\frac{sm^3}{sm^3}$
Densidad del aceite CE	1000	Kg/m^3
Densidad del agua CE	1000	Kg/m^3
Profundidad de referencia	2500	m
Presión a profundidad de referencia	250	barsa

Cuadro 4.3: Datos del ejemplo 2

Se producirá a gasto constante constante.

Ademas de las siguiente información.

En el **Apéndice G** se presenta el archivo DATA que se ingresaran al simulador.

S_o	k_{ro}
0.3	0
0.35	0.053
0.4	0.116
0.45	0.189
0.5	0.263
0.55	0.337
0.6	0.432
0.65	0.558
0.7	0.737
0.75	1

Cuadro 4.4: Tabla de saturación de aceite y permeabilidad relativa al aceite

S_w	k_{rw}
0.25	0
0.3	0.06
0.35	0.12
0.45	0.24
0.5	0.3
0.55	0.36
0.6	0.435
0.7	0.6
1	1

Cuadro 4.5: Tabla de Saturación de agua y permeabilidad relativa al agua

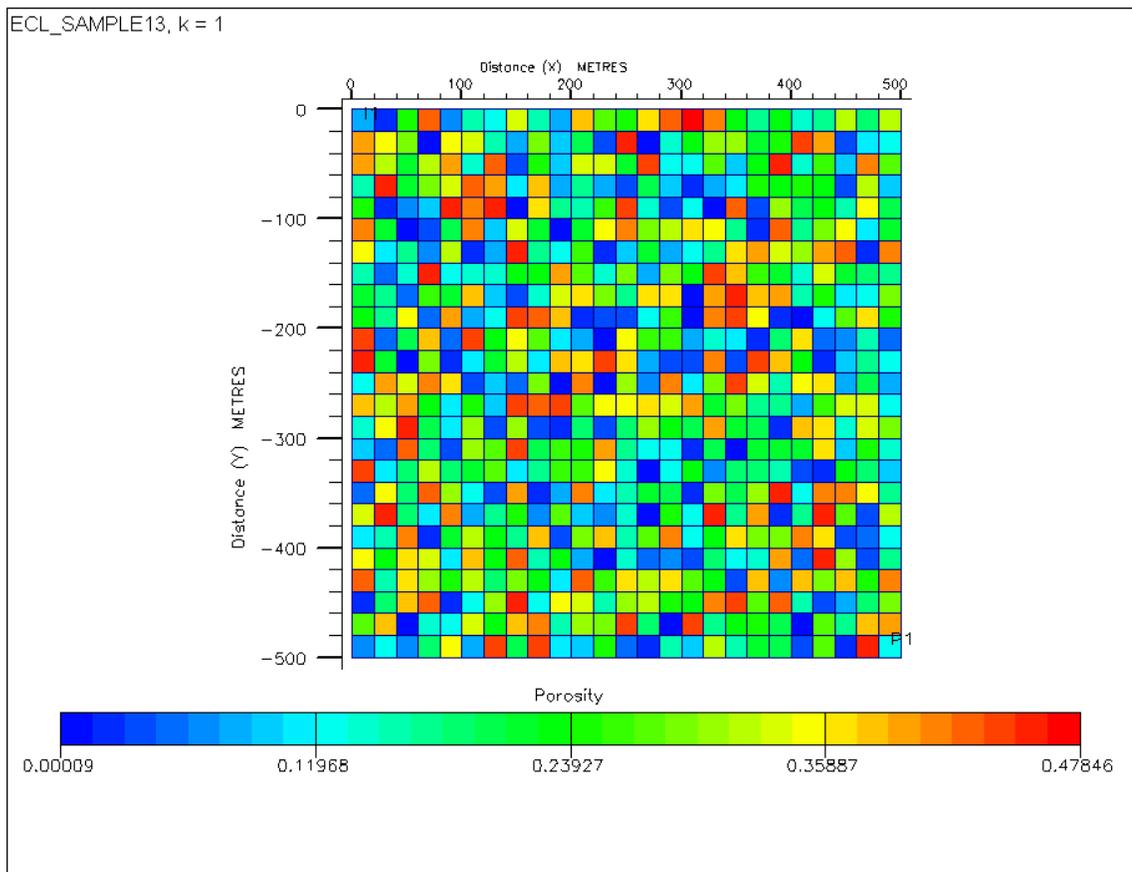


Figura 4.7: Distribución de la porosidad en este caso

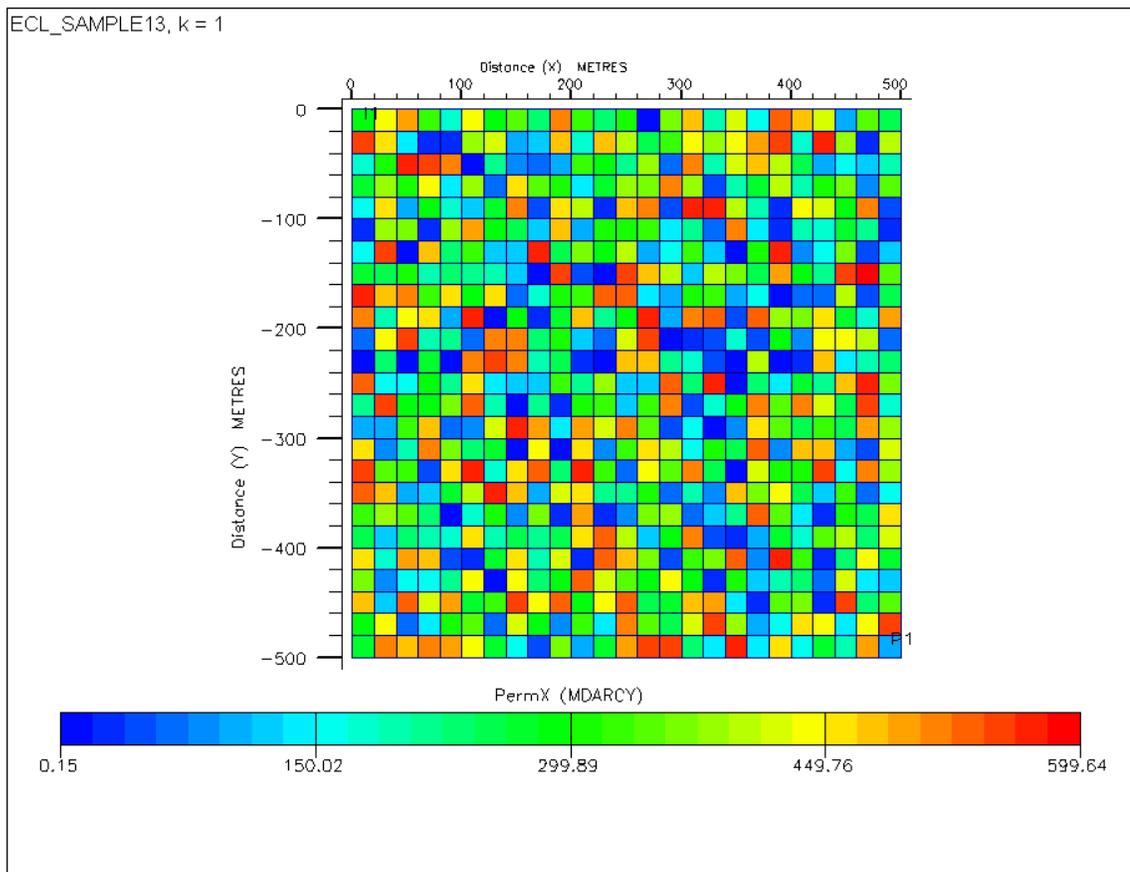


Figura 4.8: Distribución de la permeabilidad en X para este caso

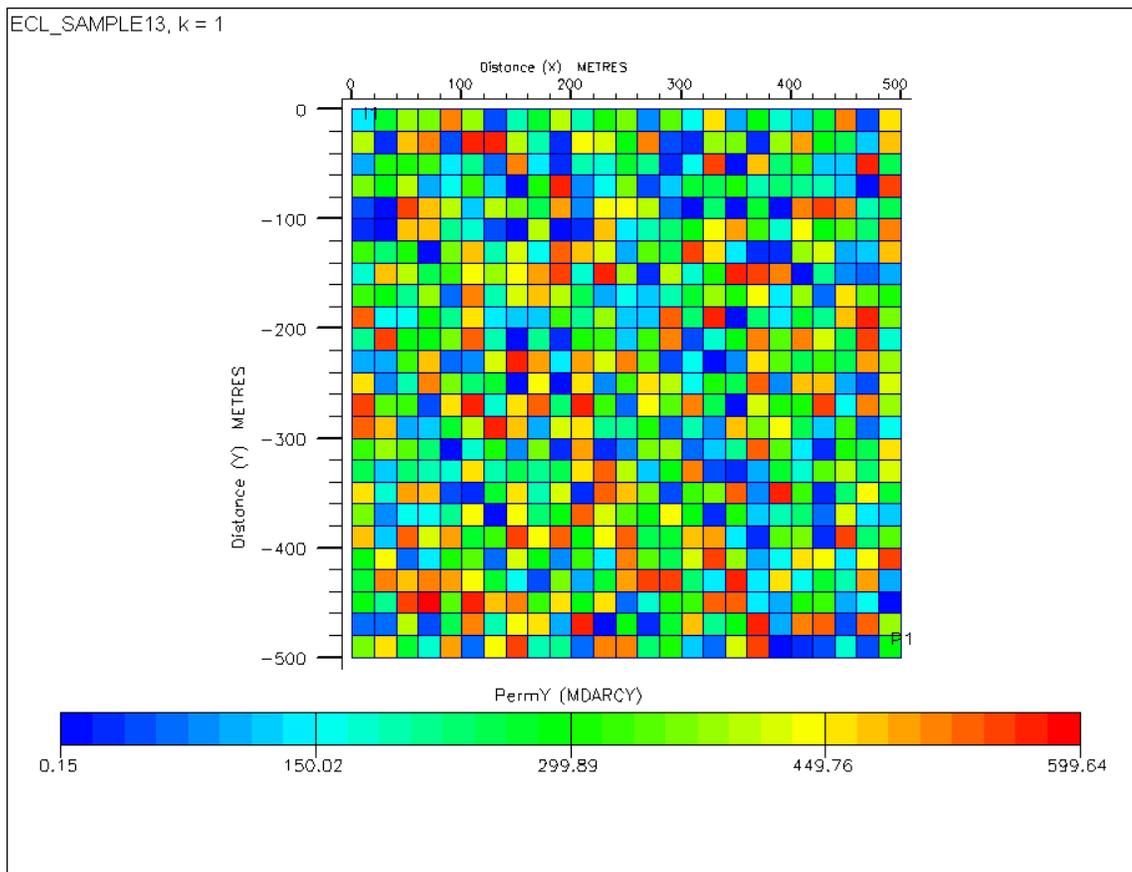


Figura 4.9: Distribución de la permeabilidad en Y para este caso

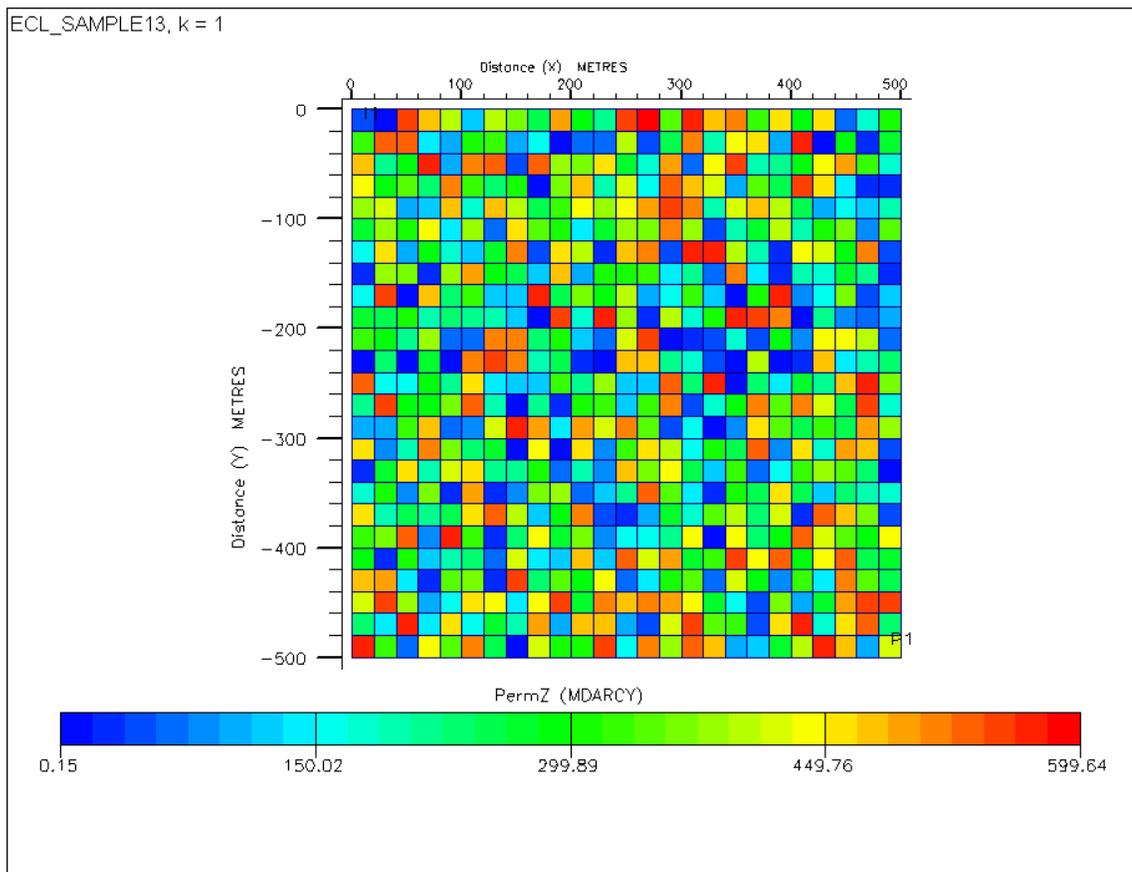


Figura 4.10: Distribución de la permeabilidad en Z para este caso

4.3.1. Resultados

Después de una corrida de simulación, FrontSim entrego los siguientes resultados:

- La producción acumulada de aceite a 1000 días fue de $= 9,68091 \times 10^4$ **Figura 4.13**
- La producción acumulada de agua a 1000 días fue de $= 3,188 \times 10^3$ **Figura 4.14**
- Se generaron un total de 195 líneas de corriente.
- El simulador para 1000 días tardo un total de 9.6 segundos en la resolución del problema.
- Las saturaciones de agua en las celdas se muestran en la **Figura 4.11**
- Las saturaciones de agua sobre las las líneas de corriente se muestran en la **Figura 4.12**

4.4. Caso Diferencias Finitas vs Seguimiento de frentes

Esta ultima sección esta dedicada a hacer una pequeña comparación de como se comporta la solución de la ecuaciones de saturación por medio de diferencias finitas y por otro lado con seguimiento de frentes. Como ya se sabe los métodos tradicionales depende mucho de los Δt y se piensa mostrar el comportamiento a distintos Δt . Se simularan 800 días, para el primer caso se dividirán los 800 días con un $\Delta t= 5$ días. Segundo caso $\Delta t=10$ y para el tercer caso $\Delta t=20$. La 4.6 muestra las propiedades del yacimiento.

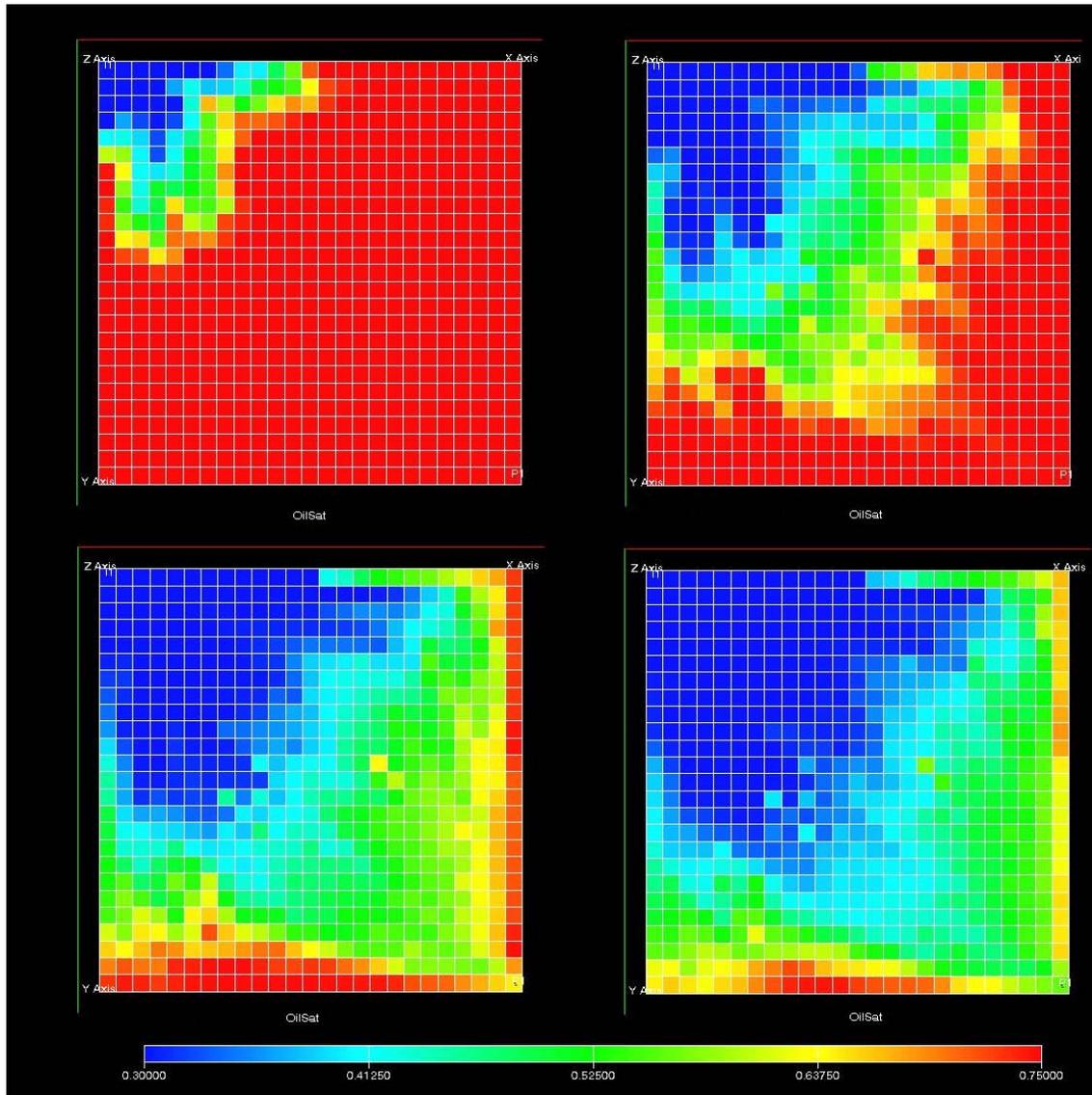


Figura 4.11: Saturaciones de agua a diferentes tiempos a) 250 días b) 500 días c) 750 días d) 1000 días

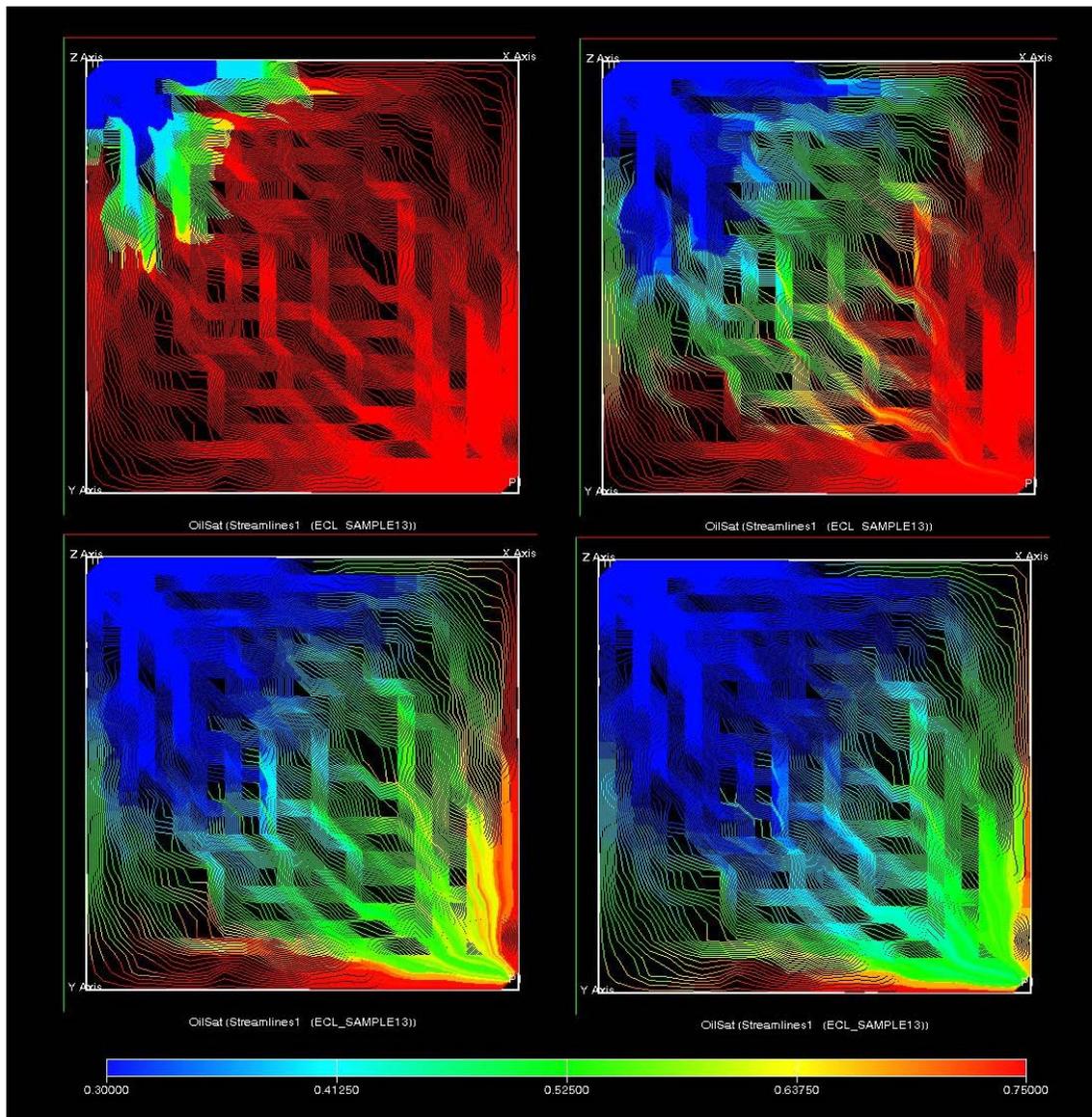


Figura 4.12: Saturaciones de agua sobre las líneas de corriente a diferentes tiempos
 a) 250 días b) 500 días c) 750 días d) 1000 días
 [htbp!]

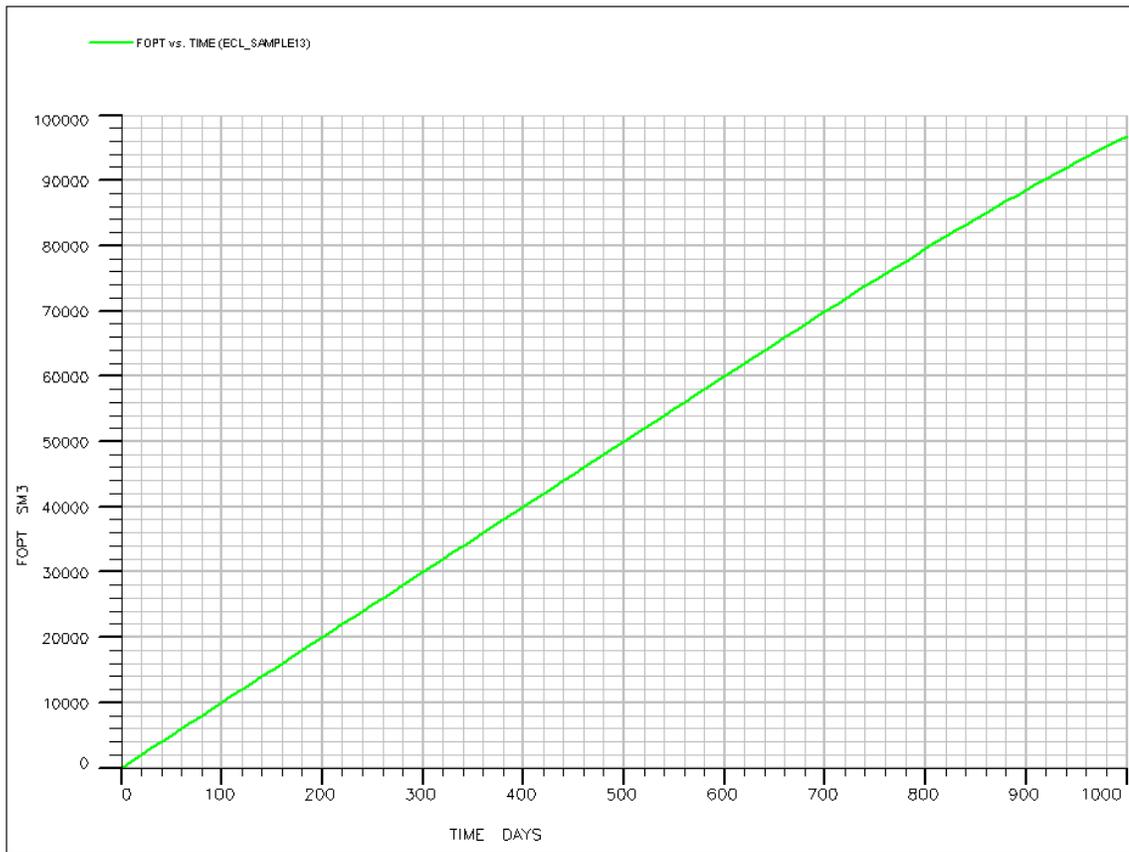


Figura 4.13: Producción acumulada de aceite vs tiempo

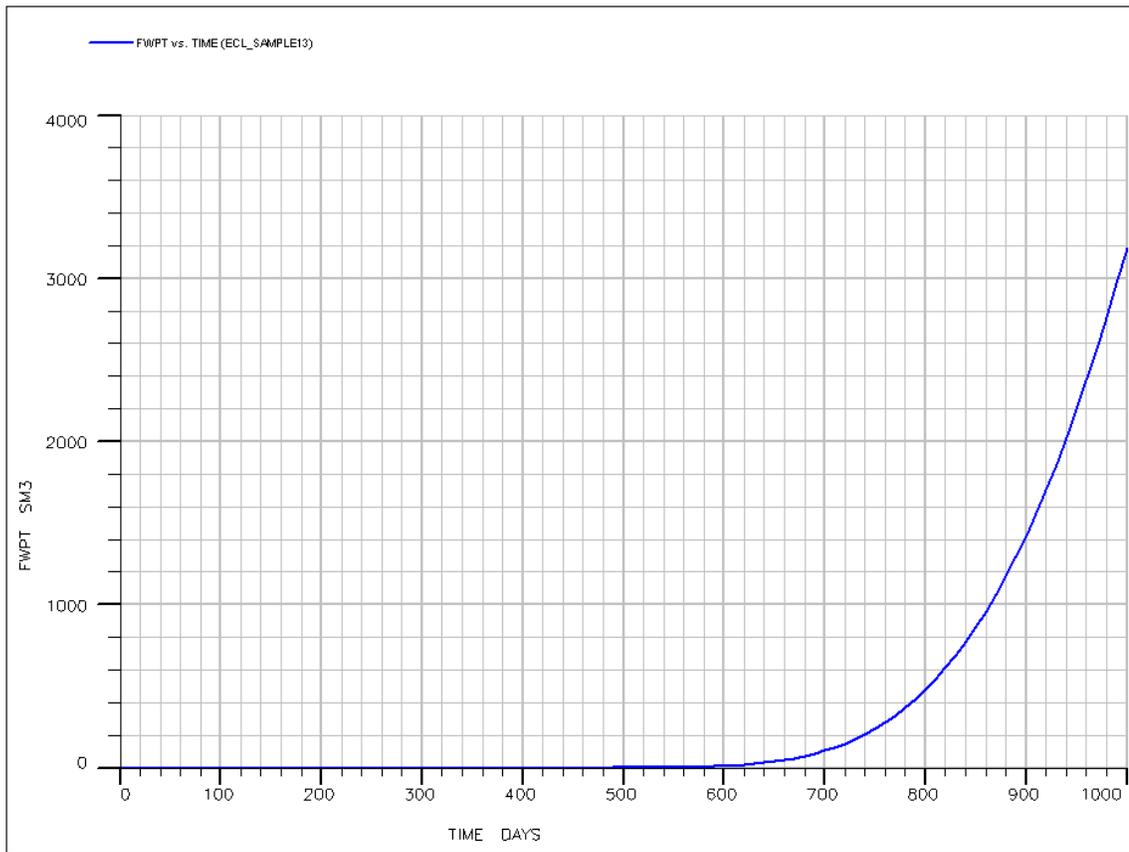


Figura 4.14: Producción acumulada de agua vs tiempo

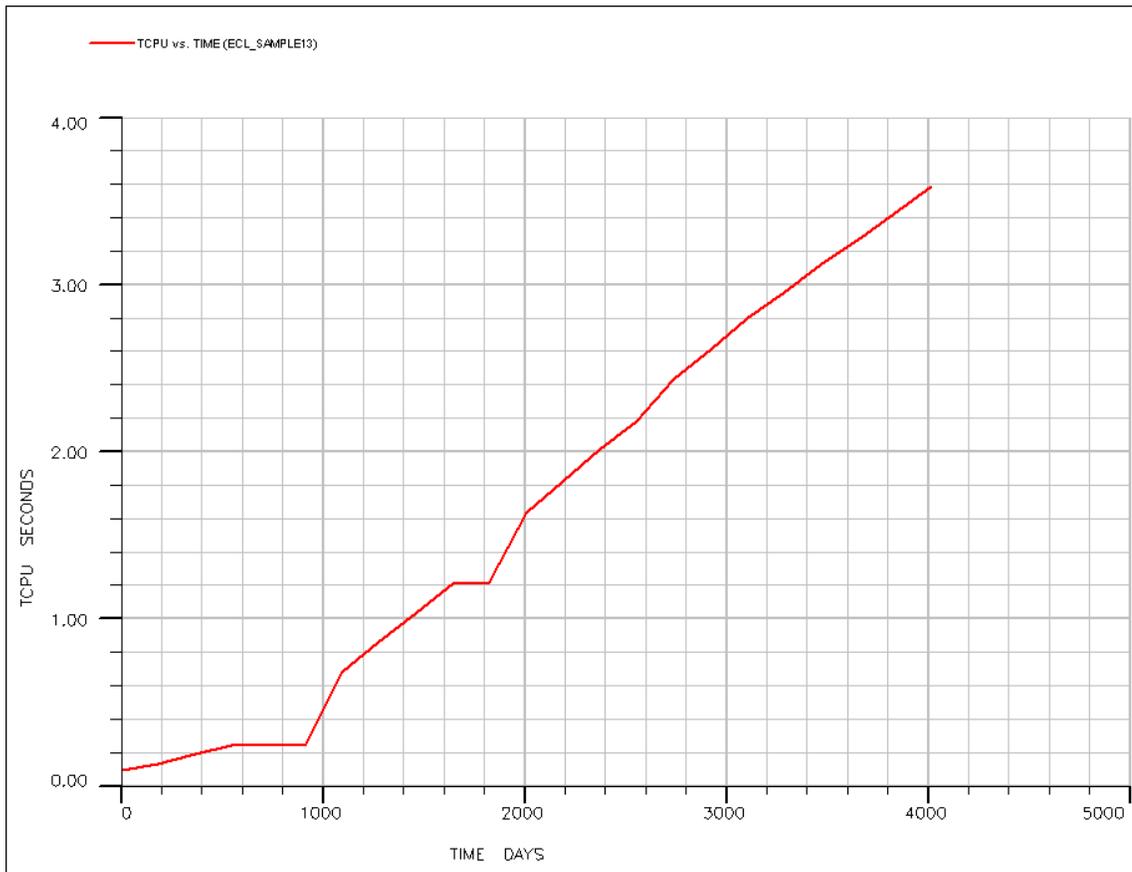


Figura 4.15: CPU vs tiempo

Parámetros	Valores	Unidades
Celdas en X	210	
Celdas en Y	210	
Celdas en Z	1	
Dimensión en X	13.8095	metros
Dimensión en y	13.8095	metros
Dimensión en Z	10	metros
Profundidad	2500	metros
Porosidad	0.2	
Permeabilidad en X	1000	mD
Permeabilidad en Y	1000	mD
Permeabilidad en Z	1000	mD
Presión de fondo fluyendo (P_{wf})	250	barsa
Factor de volumen del aceite a la presión de referencia	1.3	$\frac{rm^3}{sm^3}$
Viscosidad del aceite a la presión de referencia	1.24	cP
Presión de referencia para la fase agua	250	barsa
Factor de volumen del agua a la presión de referencia	1	$\frac{rm^3}{sm^3}$
Comprensibilidad del agua	0	1/bars
Viscosidad del agua a la presión de referencia	0.5	cP
Relación de solubilidad	60	$\frac{sm^3}{sm^3}$
Densidad del aceite CE	1000	Kg/m^3
Densidad del agua CE	1000	Kg/m^3
Profundidad de referencia	2500	m
Presión a profundidad de referencia	250	barsa

Cuadro 4.6: Datos del ejemplo Diferencias finitas vs Seguimiento de frentes

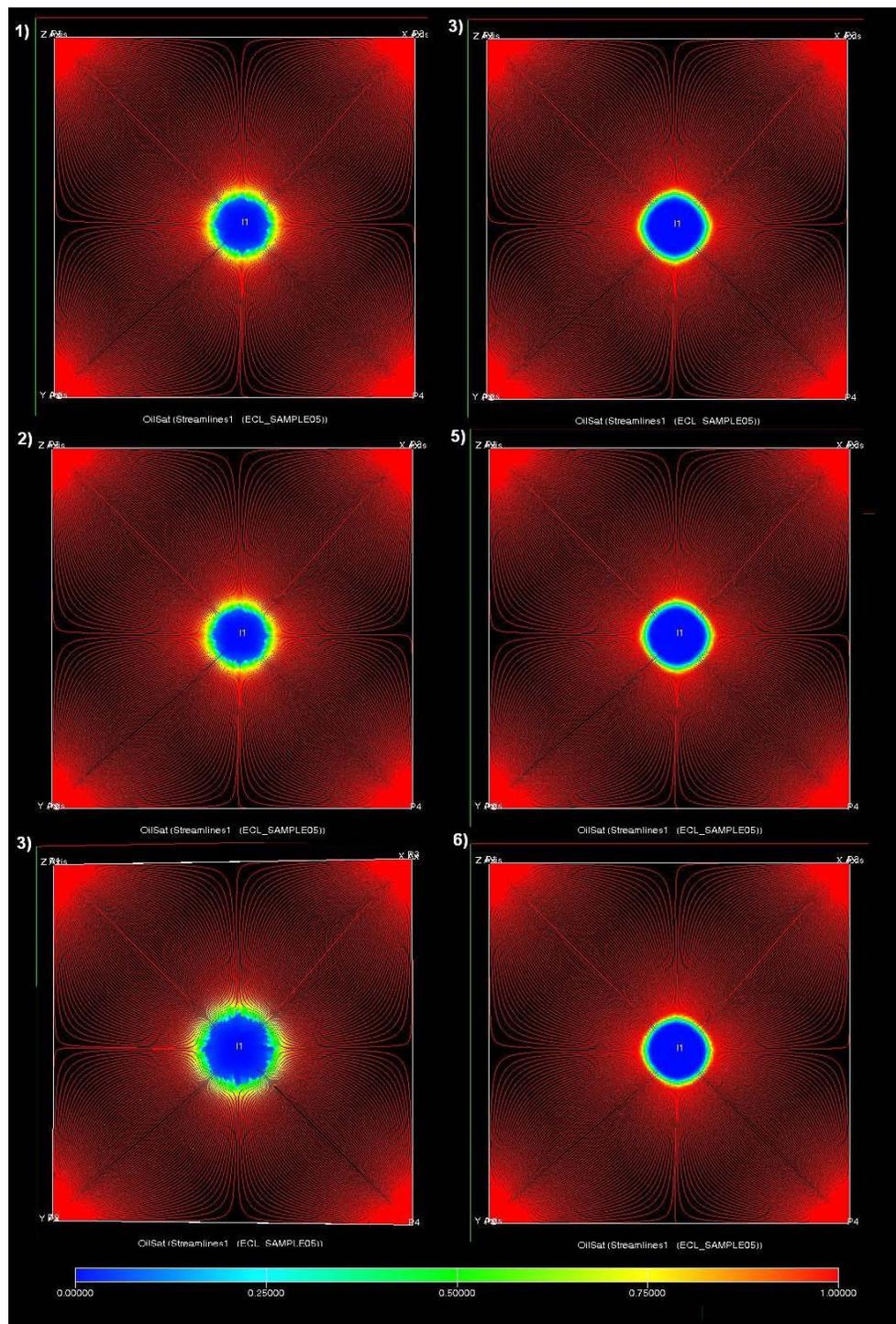


Figura 4.16: Simulación de un caso 5 Spot para distintos Δt

Se producirá a gasto constante constante.

El la **Tabla 4.7** muestra los comparativos de los resultados de la simulación para los distintos Δt , para ambos métodos.

	IMPES	Seg. de Frentes
$\Delta t = 5$ días		
Producción Acumulada	184579 sm^3	184609 sm^3
Tiempo de simulación	7.2447 minutos	6.4856 minutos
$\Delta t = 10$ días		
Producción Acumulada	171774 sm^3	184624 sm^3
Tiempo de simulación	3.3988 minutos	3.1893 minutos
$\Delta t = 20$ días		
Producción Acumulada	167035 sm^3	184655 sm^3
Tiempo de simulación	1.4738 minutos	1.3506 minutos

Cuadro 4.7: Tabla de resultados del caso diferencias finitas vs seguimiento de frentes

Conclusiones

Los modelos en leyes de conservación hiperbólica, se presentan dentro del yacimiento naturalmente en ciertos tiempos de la explotación, principalmente cuando se inyecta o reinyecta un fluido como método de recuperación secundaria donde el gasto de inyección y el de producción se muestran como cantidades conservadas. Es muy importante implementar métodos especialmente acoplados a estos tipos de ecuaciones ya que debido a la naturaleza de los modelos hiperbólicos se presentan discontinuidades y se deben usar esquemas de alta resolución para que se pueda mitigar el error que crean estas discontinuidades. Otra alternativa es usar métodos creados especialmente para las leyes de conservación hiperbólica como es por ejemplo el método de seguimiento de frentes. En este trabajo se describieron los modelos matemáticos, numéricos y computacionales para el estudio de flujo en dos fases en medios porosos. Se empleó la formulación axiomática introducida por el Dr. Ismael Herrera para la obtención de los modelos matemáticos. El método de volumen finito para obtener el modelo numérico de la ecuación de presión y el método de seguimiento de frentes (*Front Tracking*) para la ecuación de la ecuación de saturación, además el modelado con líneas de corriente como estrategia directa. A continuación se en listan algunas de las conclusiones a las que se llegaron en este trabajo:

- El modelado con líneas de corriente permite reducir los modelos en 3D a modelos de 1D por medio del tiempo de vuelo como una coordenada espacial. Esto evita el uso de métodos de separación de operadores el cual, produce mayor

dificultad e introduce error.

- El método seguimiento de frentes permite obtener soluciones con menor grado de error, ya que disminuye la dispersión numérica.
- Computacionalmente el método de seguimiento de frentes es más rápido a comparación de los métodos tradicionales comúnmente utilizados en la simulación de yacimientos.
- El método de volumen finito proporciona mejoras al momento de generar mallas de diferentes geometrías que con el método de diferencias finitas, además de que es más sencillo de entender que el método de elemento finito.
- El modelado con líneas de corriente al ser independientes cada línea de corriente, nos permite hacer uso del cómputo en paralelo por lo que podemos realizar la simulación sobre las líneas de corrientes en paralelo.
- El método de seguimiento de frentes es un método que muestra una importante ventaja al no depender directamente de los saltos de tiempo.
- El modelado con líneas de corriente permite conocer la trayectoria de una partícula de aceite dentro del medio poroso, por lo que nos da una idea de como se va a desplazar el fluido a lo largo de la explotación.
- Los métodos libres de malla como lo es el método de seguimiento frentes tiene distintas bondades, en específico el seguimiento frentes no requiere de la resolución de un sistema de ecuaciones. Por otro lado están restringidos a ser utilizados en ecuaciones específicas.

- El método de seguimiento de frentes brinda la ventaja de ser un método incondicionalmente estable, por lo que siempre va a converger a una solución sin tener que cumplir una condición de estabilidad que dependa de los Δt o del tamaño de celda.
- Es muy importante mencionar que este trabajo tiene como fin mostrar distintos enfoques de simulación de manera que un mismo problema puede ser simulado y visualizado desde dos enfoques diferentes, de forma que se puede obtener mayor información.

Es importante que el Ingeniero Petrolero conozca distintos métodos numéricos, los cuales se pueden implantar en simulación de yacimientos. Así como involucrarse en trabajos multidisciplinarios, ya que hay un gran número de métodos numéricos por implementar, así como metodologías que puedan generar mejores resultados en la simulación de yacimientos.

Bibliografía

- [1] Ansorge, R., *Mathematical Models of Fluid Dynamics: Modelling, Theory, Basic Numerical Facts – An Introduction*, Die Deutsche Bibliothek, 2003.
- [2] Arana, V., Trujillo, D., Sánchez, J. *Apuntes de simulación numérica de yacimientos*, Facultad de Ingeniería UNAM, México, D.F, 307 pp.
- [3] Ayala, L., Serrano, J., *Simulación numérica de yacimientos*, Facultad de Ingeniería UNAM, Departamento de Explotación del petróleo, México, D.F, 1984, 169 pp.
- [4] De Berg, M., Van Kreveld, M., *Computational Geometry, Algorithms and applications*, Springer, 2^a ed., Springer, New York, 1997.
- [5] Bratvedt, F., Bratvet, K., Buchholz C., Holden, L., Holden, H., Risebro, N., *A New Front-Tracking Method for Reservoir Simulation*, SPE, SPE Reservoir Engineering, february 1992.
- [6] Bratvedt, F., Bratvet, K., Buchholz C., Holden, L., Holden, H., Risebro, N., *Ideas and methods in mathematical analysis, stochastics and applications: Front-Tracking Method for Reservoir Simulation*, Volume 1, Cambridge 1992.
- [7] Chen, Z., Huan, G., Li, B., *An Improved IMPES Method for Two-Phase Flow in Porous Media*, Transport in Porous Media 54: 361–376, 2004, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

-
- [8] Comisión Nacional de Hidrocarburos, *El futuro de la producción de aceite en México: Recuperación Avanzada y Mejora, IOR-EOR*, México, 169 pp.
- [9] Cosentino Luca. *Integrated Reservoir Studies*, Institut Francais Du Pétrole Publications, Editions TECHNIP. 2001
- [10] Craig, F., *Aspectos de ingeniería de la inyección de Agua*, SPE-AIME, New York, 1982.
- [11] Datta-Gupta, A., King, M., *Streamline Simulation Theory and Practice.*, SPE Textbook series vol. 11, Richardson, Texas, 2007, 379 pp.
- [12] Ertekin, T., Abou-Kassem, J., King, G. *Basic Applied Reservoir Simulation*, SPE Textbook series vol. 7, Richardson, Texas, 2001, 406 pp.
- [13] De la Cruz, L., *Flujo en una y dos fases en medios porosos: modelos matemáticos, numéricos y computacionales*, Grupo de geofísica matemática y computacional, Memoria 9, Instituto de Geofísica, UNAM. México D.F., 25 de Septiembre de 2012.
- [14] De la Cruz, L, Santini, M., *Modelo Matemático: Versión Final*. Reporte Técnico del Proyecto: Modelado con líneas de corriente en yacimientos naturalmente fracturados para identificar zonas con drenado pobre de hidrocarburos. PEMEX-PEP, UNAM., 2014.
- [15] Fanchi, J., *Principles of applied reservoir simulation*, Gulf Professional Publishing, USA, 2006, 511 pp.
- [16] Gallardo, H., *Apuntes de caracterización dinámica de yacimientos*, Facultad de Ingeniería UNAM.

-
- [17] Glimm, J., Lindquist, B., McBryan, O., *Front Tracking for Petroleum Reservoir Simulation*, SPE Reservoir Simulation Symposium held, San Francisco, SPE 12238.
- [18] Guevara, J., Bermúdez, M., *Métodos de Alta Resolución para la Ecuación de Buckley-Leverett*, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela
- [19] Herrera I., Allen M., Pinder, G., *Numerical modeling in science and engineering*, John Wiley & Sons, USA, 1988.
- [20] Herrera I., Pinder, G., *Mathematical Modeling in Science and Engineering: An Axiomatic Approach*. John Wiley & Sons, USA, 1988.
- [21] Holden, H., Henrik, N., *Front Tracking for Hyperbolic Conservation laws*, Applied Mathematical Sciences Volume 125, Springer, USA, 2002.
- [22] Holden, H., Risebro, H., Pinder, G., *STOCHASTIC PROPERTIES OF THE SCALAR BUCKLEY-LEVERETT EQUATION*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1991.
- [23] Iske, A., Käser, M., *Two-Phase Flow Simulation by AMMoC, an Adaptive Mesh-free Method of Characteristics*, University of Hamburg, Department of Mathematics, 2005.
- [24] Kalisch, H., Mitrovic D., Nordbotten, J., *Non-standard shocks in the Buckley-Leverett equation*, Journal of Mathematical Analysis and Applications.
- [25] Juanes, R., Lie, K., Kippe, V., *A front-tracking method for hyperbolic three-phase models*, Stanford University, Dept. of Petroleum Engineering, 88 Green Earth Sciences Bldg., Stanford.

-
- [26] Leveque, R., *Numerical Methods for Conservation Laws*, lectures in mathematics, **Finite-Volume Methods for Hyperbolic Problems** Cambridge texts in applied mathematics, 2004.
- [27] Leveque, R., *Numerical Methods for Conservation Laws*, lectures in mathematics, **ETH Zürich**, Berlin: Birkhuser, 1992.
- [28] Rodríguez, J., *Ingeniería básica de yacimientos*. Universidad de Oriente, Núcleo de Anzoátegui, Mayo 2007
- [29] Rodríguez, O., *Métodos numéricos: Front Tracking*, Curso intensivo en computación científica de alto rendimiento. Instituto de Geofísica, UNAM, 23 de enero de 2015.
- [30] Schlumberger, *FrontSim: User Guide*, 2009.1
- [31] Schlumberger, *FrontSim: Technical Description*, 2009.1
- [32] Szymkiewicz, A., *Modelling Water Flow in Unsaturated Porous Media*, Springer, 2013.
- [33] Tyrle, J., *Some Poerful Reasons for Adopting Front Tracking Simulation*, Aberdeen Petroleum Engineering Consultants. SPE 30444.
- [34] Tryggvason, G., Burnner, B., Esmaeeli, Juric, D., *A Front Tracking Method for the computations of multiphase flow*.
- [35] Vázquez, E., *Introducción al método de volúmenes finitos.*, Universidad de Santiago de Compostela, Manuais Universitarios num 10. Santiago de Compostela, 2008.
- [36] Versteeg, H., Malalasekera, W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The finite volume method*, second edition, Pearson, 1995.

Apéndice A

Propiedades de la roca.

A.1. Porosidad y el concepto de heterogeneidad.

El espacio poroso de la roca del yacimiento contiene a los fluidos petroleros. Algunos poros se encuentran interconectados mientras que otros están aislados. A la fracción del volumen de poros entre el volumen de roca, se le conoce como porosidad

$$\phi = \frac{V_p}{V_r}. \quad (\text{A.1})$$

Podemos encontrar dos tipos de porosidad: efectiva y absoluta. La porosidad absoluta incluye los poros aislados y los interconectados, mientras que la porosidad efectiva solo incluye solo los poros interconectados. Siendo esta última la más impor-

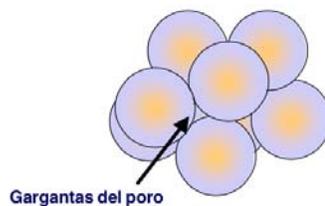


Figura A.1: Representación gráfica de la porosidad.

tante para este trabajo, ya esta porosidad es la que produce los fluidos del yacimiento. La porosidad la podemos definir como que es la medida o la capacidad de una roca a contener fluidos en sus poros.

La variación del volumen poroso (V_p) puede ser explicada por la dependencia de la porosidad a la presión, debido a la compresibilidad de la roca (comúnmente utilizada como constante de 10^{-6} a 10^{-7} psi^{-1} . Por lo que podemos calcular la porosidad de la roca a una presión dada como:

$$\phi = \phi^o [1 + c_\phi (p - p^o)], \quad (\text{A.2})$$

donde p^o es una presión de referencia asociada una porosidad de referencia, ϕ^o usualmente utilizada la presión atmosférica o la presión inicial del yacimiento.

Una propiedad de la roca del yacimiento (como la porosidad) a menudo varía en el espacio de un punto a otro o de una región a otra. Si una propiedad es constante e independiente de la localización la roca del yacimiento es llamada **homogénea**. En cambio si una propiedad varía con la localización es llamada **heterogénea**. En su gran mayoría los yacimientos son heterogéneos, por lo que hablar de un yacimiento homogéneo es meramente conceptual, ya que el término generalmente es usado para el medio poroso ideal, con el fin de simplificar problemas para obtener soluciones analíticas.

A.2. Permeabilidad y el concepto de anisotropía.

La permeabilidad es la capacidad de un medio poroso para transmitir fluidos entre los poros interconectados. Esta capacidad es llamada *permeabilidad absoluta* en un medio saturado 100 % de una misma fase. Para la fase gaseosa. la permeabilidad es una función de la presión debido al efecto Klinkenberg. Si dos o mas fases saturan

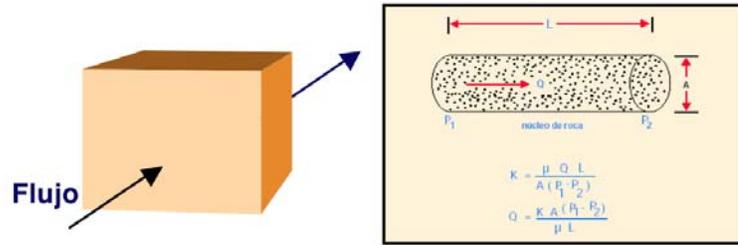


Figura A.2: Representación gráfica de la permeabilidad.

al medio poroso, la capacidad de transmitir algunas fases es llamada *permeabilidad efectiva* para una fase.

Si la permeabilidad varía de un punto a otro e incluso en el mismo punto, pueden depender de la dirección del flujo. En muchos problemas prácticos, es posible asumir que la permeabilidad puede ser representada por tres valores (k_x , k_y y k_z) y tres principales direcciones (x , y y z). Así mismo es común poder asumir que $k_H = k_y = k_z$ en planos horizontales mientras que en planos verticales puede asumirse que $k_V = k_x$. Si $k_x = k_y = k_z$ el medio poroso se puede llamar isotópico, por otro lado si la permeabilidad depende de la dirección del flujo se le conoce al medio poroso como anisótropico.

A.3. Relación de la isotropía y la homogeneidad respecto al tamaño de la muestra.

El tamaño de la muestra (**Figura A.3**) es vital para poder considerar un sistema homogéneo. Si graficamos tamaño de la muestra contra la propiedad de la roca, podemos ver que mientras más pequeñas sean las muestras la variación de las propiedades es más representativa, mientras que, cuando la muestra es grande la propiedad varía menos con respecto del tamaño de la roca. Por lo cual, si en un sistema mi-

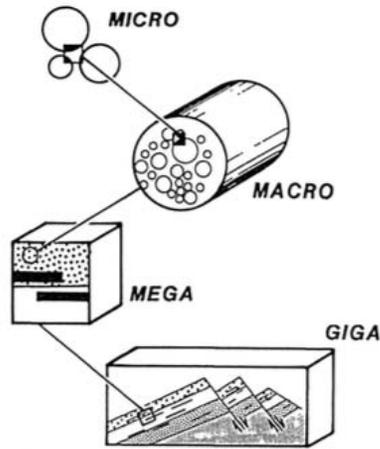


Figura A.3: Clasificación del tamaño de las muestras.

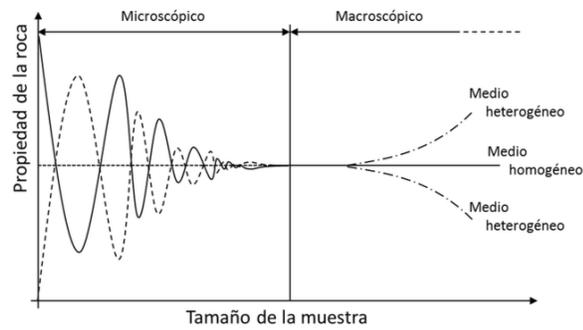


Figura A.4: Gráfica de tamaño de muestras vs propiedad de la roca.

macroscópico se presentan variaciones en la propiedad, éstas no se podrían considerar homogéneas(**Figura A.4**).

Condiciones de homogeneidad $\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial \theta}{\partial z}$

Condiciones de isotropía $\theta_{x_1} = \theta_{x_2} = \theta_{x_3}$

Apéndice B

Propiedades de los fluidos.

B.1. Tipos de fluidos del yacimiento.

El aceite, el gas y el agua son los fluidos que se producen de los yacimientos petroleros. Estos fluidos pueden ser clasificados en: compresible, incompresible y ligeramente compresible, dependiendo del comportamiento del fluido en presencia de una perturbación en la presión. El gas considerado como un fluido altamente compresible, por su facilidad a sufrir perturbaciones por la presión ($10^{-5} < c_g < 10^{-6} Psi^{-1}$), mientras que el aceite es considerado como un fluido ligeramente compresible ($c_o \approx 10^{-4} Psi^{-1}$), y por último el agua es considerada como un fluido incompresible ($c_w \approx 0 Psi^{-1}$). En la **Figura B.1** se muestra la configuración de los fluidos dentro del yacimiento.

B.2. Comprensibilidad de los fluidos y factor de comprensibilidad del gas.

La comprensibilidad de los fluidos es definida como el cambio relativo del volumen

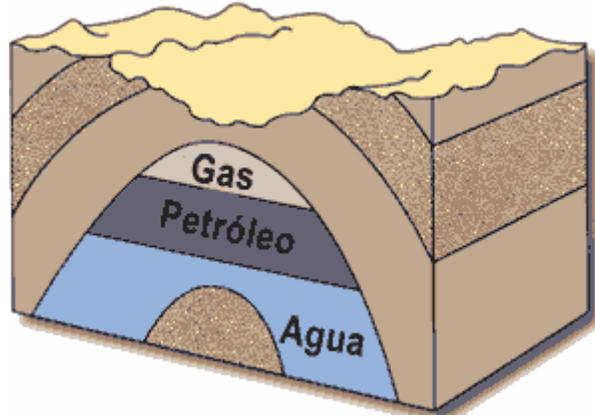


Figura B.1: Tipos de fluidos presentes en el yacimiento.

de una masa a temperatura constante, debido a un cambio de presión. Siendo definida matemáticamente

$$C_{\alpha} = -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial p} \right|_T, \quad (\text{B.1})$$

donde los $\alpha = o, w, o g$. Y conociendo la definición de la densidad

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (\text{B.2})$$

podemos definir una ecuación equivalente para fluidos compresibles

$$C_{\alpha} = -\frac{1}{\rho_f} \left. \frac{\partial \rho_f}{\partial p} \right|_T. \quad (\text{B.3})$$

Despejando la densidad del gas (ρ_g) de la ley de gas real

$$\rho_g = \frac{pM}{zRT}, \quad (\text{B.4})$$

sustituyendo la ecuación (B.4) en la ecuación (B.3) y despejando

$$C_g = -\frac{1}{p} - \frac{1}{z} \left. \frac{\partial z}{\partial p} \right|_T. \quad (\text{B.5})$$

El factor de compresibilidad de los gases z se utiliza como una corrección a la ecuación de estado del gas ideal. Se puede obtener con experimentos de laboratorio o con correlaciones.

B.2.1. Correlación de Standing & Katz

Quizá la correlación de **Standing & katz** sea la más utilizada para aproximar el factor de compresibilidad de un gas, debido a su sencillez y simplicidad. En la **Figura B.2** Esta correlación está basada en el teorema de los estados correspondientes, la cual, nos sirve para determinar el factor de compresibilidad de un gas conociendo su presión pseudoreducida y su temperatura pseudo reducida.

B.3. Factor de volumen

El factor de volumen (B_α) es una relación de los volúmenes de los fluidos medidos en superficie a condiciones estándar y los volúmenes medidos a condiciones de yacimiento

$$B_\alpha = \frac{V_\alpha @CY}{V_\alpha @CE}, \quad (\text{B.6})$$

donde $\alpha = o, w$ o g quedando

$$B_o = \frac{V_{o+gd}@CY}{V_o@CE} = \frac{\text{Volumen de aceite más gas disuelto @CY}}{\text{Volumen de aceite @CE}}, \quad (\text{B.7})$$

$$B_w = \frac{V_{w+gd}@CY}{V_w@CE} = \frac{\text{Volumen de agua más gas disuelto @CY}}{\text{Volumen de agua @CE}}, \quad (\text{B.8})$$

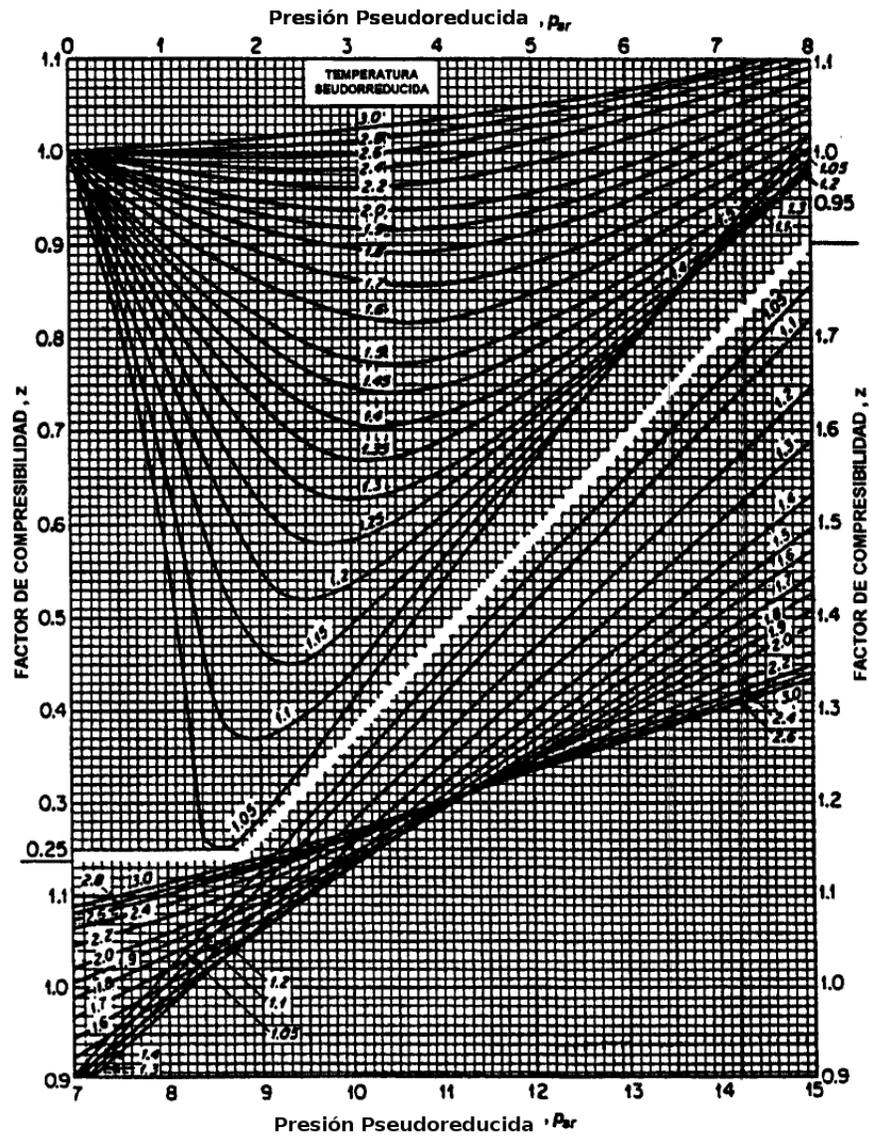


Figura B.2: Correlación de Standing & Katz.(Banzer)

y

$$B_g = \frac{V_{g@CY}}{V_{g@CE}} = \frac{\text{Volumen de gas@CY}}{\text{Volumen de gas @CE}}. \quad (\text{B.9})$$

De la ecuación de gas real podemos despejar el volumen el cual sustituyendo en la ecuación (B.9) queda:

$$V_{@CE} = \frac{Z_{@CE} n R T_{@CE}}{P_{@CE}}, \quad (\text{B.10})$$

y

$$V_{@CY} = \frac{Z_{@CY} n R T_{@CY}}{P_{@CY}}, \quad (\text{B.11})$$

sustituyendo la ecuación la ecuación (B.10) y la ecuación (B.11) en la ecuación (B.12) nos queda

$$B_g = \frac{\frac{Z_{@CY} n R T_{@CY}}{P_{@CY}}}{\frac{Z_{@CE} n R T_{@CE}}{P_{@CE}}}. \quad (\text{B.12})$$

Como se trata de la misma constante (R) y el número de moles (n) no cambia podemos eliminarlas, reduciendo, tomando en cuenta que $P_{@CE} = 14.7$ psia y la $T_{@CE} = 60$ °F y que el factor de desviación $Z_{@CE}=1$, nos queda

$$B_g = \frac{P_{@CE}}{T_{@CE}} \frac{Z T}{p}. \quad (\text{B.13})$$

B.4. Relación de solubilidad

Para cada temperatura y presión, el equilibrio de fases de un sistema gas-aceite es alcanzado por la transferencia de masa entre dos fases. Para una modelo de aceite negro, la transferencia de masa puede ser descrita por la relación de solubilidad, R_s . Siendo definida como; el volumen de gas a condiciones estándar que puede ser disuelto en una unidad de de volumen de liquido a condiciones estándar, todo esto

a condiciones de equilibrio termodinámico

$$R_s = \frac{V_g@CE}{V_l@CE}. \quad (\text{B.14})$$

B.5. Densidad de los fluidos

Densidad relativa del aceite

La densidad específica o relativa de un aceite, γ_o ; se define como la relación de densidad del líquido a la densidad del agua, a las mismas condiciones de presión y temperatura:

$$\gamma_g = \frac{\rho_o}{\rho_w} \quad (\text{B.15})$$

En el sistema inglés se tienen las siguientes unidades:

$$\gamma_g = \frac{\rho_o \text{ (lbm}_{\text{aceite}}/\text{pie}^3\text{aceite)}}{\rho_w \text{ (lbm}_{\text{aceite}}/\text{pie}^3\text{deagua)}} \quad (\text{B.16})$$

La densidad relativa también se puede expresar como la densidad relativa $60^\circ/60^\circ$, lo que significa que las densidades del aceite y del agua se midieron a $60^\circ F$ a la presión atmosférica.

En la industria petrolera se emplea la densidad en grados API que se define como:

$${}^\circ API = \frac{141,5}{\gamma_o} - 131,5 \quad (\text{B.17})$$

Densidad del gas

La densidad es definida como la masa de gas por unidad de volumen, la ecuación de estado (ideal o Real), puede ser usado para calcular la densidad de gas a varias

condiciones de presión y temperatura, la ecuación para determinar la densidad de un gas ideal es mostrada a continuación:

$$\rho_g = \frac{m}{V} = \frac{PM}{ZRT}. \quad (\text{B.18})$$

Donde:

ρ_g : Densidad de la mezcla gaseosa (lb/*Pies*³)

P: Presión Absoluta (Lpca).

Mg: Peso Molecular de la mezcla. (Lb/Lbmol)

Z: Factor de Compresibilidad del gas (Adimensional)

R: Constante Universal de los Gases = 10.73(Lpca *Pies*³)/(Lbmol °R)

T : Temperatura Absoluta °R.

B.6. Viscosidad de los fluidos

Se le conoce como viscosidad a la facilidad de un fluido a fluir cuando a éste se le aplica un gradiente de presión. Para un fluido en solución, las moléculas están apartadas unas de otras y ofrece baja resistencia al fluir como consecuencia de sus movimientos aleatorios. En contraste, un fluido denso presenta alta resistencia a fluir por que las moléculas están muy próximas una de otra. La viscosidad de los fluidos es función de la presión y de la temperatura.

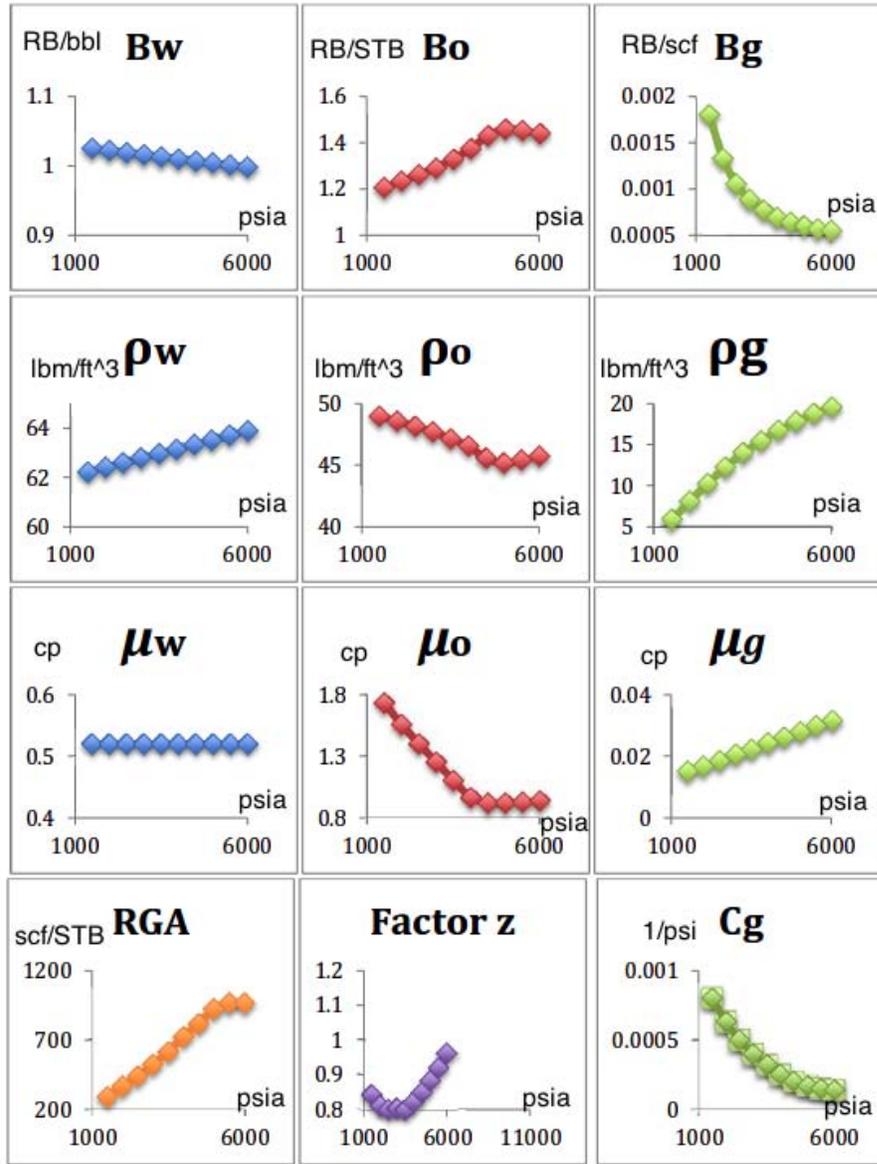


Figura B.3: Variación de las propiedades de los fluidos con respecto a la presión (Ertekin).

Apéndice C

Propiedades del sistema Roca-Fluidos.

C.1. Saturación de fluidos.

La saturación de un fluido en particular, es la fracción del fluido que ocupa dentro de medio poroso. Por ejemplo para una sola fase la saturación de ese fluido es la unidad (S_f). Para dos fases, por ejemplo agua y aceite, la suma de las saturaciones es igual a la unidad

$$S_o + S_w = 1, \tag{C.1}$$

para un sistema de tres fases (aceite, agua y gas), podemos escribir la relación de saturaciones como:

$$S_w + S_o + S_g = 1. \tag{C.2}$$

C.2. Presión capilar

La presión capilar se define como la diferencia de presión a través de la interfase que separa dos fluidos inmiscibles, uno de los cuales moja preferencialmente la roca. Si se toma positiva, entonces es la presión de la fase no mojante menos la presión de la fase mojante

$$p_c = p_{nm} - p_m. \quad (C.3)$$

La presión capilar es proporcional a la tensión interfacial entre los fluidos inmiscibles y a la afinidad del agua a la roca, e inversamente proporcional al tamaño del poro. Para un tubo capilar, la presión capilar es definida en función de la tensión interfacial entre los fluidos, el ángulo de contacto de la interfase entre los dos fluidos y el tubo capilar, θ_c , y el radio del tubo r_t . Esta relación se expresa en la siguiente ecuación

$$p_c = -2\sigma \cos\left(\frac{\theta_c}{r_c}\right). \quad (C.4)$$

La presión capilar es un función de la saturación, por lo cual, pueden generarse curvas de presión capilar a una correspondiente saturación como se muestra en la **Figura C.1**.

C.3. Permeabilidad relativa

Se refiere a la relación entre la permeabilidades efectiva y absoluta. Esta permeabilidad también es función de la saturación del fluido y siempre será menor o igual a la unidad.

$$k_{r\alpha} = \frac{k_{e\alpha}}{K}, \quad (C.5)$$

donde α puede ser w , o o g .

En el caso gas-aceite las permeabilidades relativas se gráficán en función de la

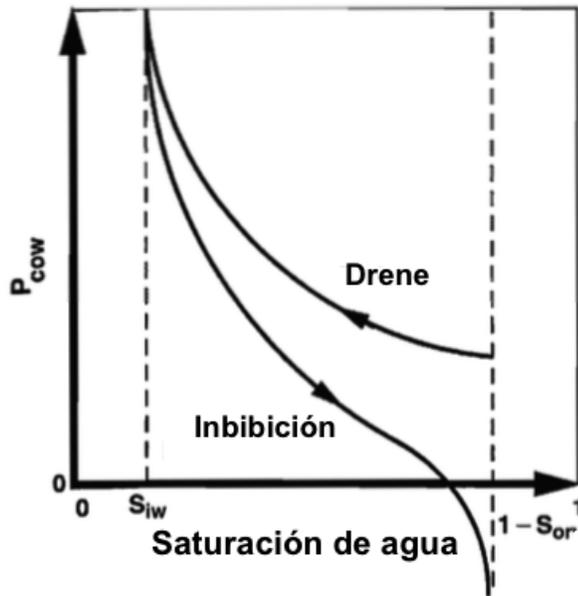


Figura C.1: Curvas típicas de presión capilar (Ertekin).

saturación del líquido **Figura C.2**, $S_l = S_w + S_o$ y en el caso agua-aceite en función de la saturación de agua (S_w) **Figura C.3**.

Existen correlaciones para calcular la permeabilidad relativa donde podemos encontrar:

1. Para sistemas de dos fases
 - a) Correlación de Corey
 - b) Correlación de Henderson
2. Para sistemas de tres fases
 - a) Correlación de Stone 1
 - b) Correlación de Stone 2
 - c) Correlación de Near, Henderson y Wygal.

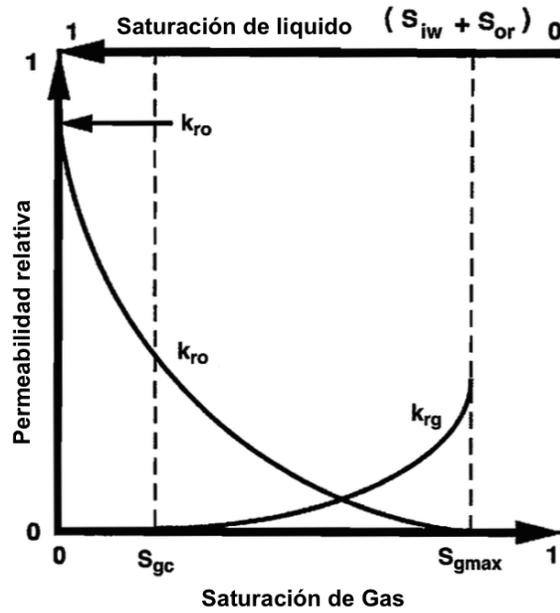


Figura C.2: Permeabilidad relativa aceite-gas (Ertekin).

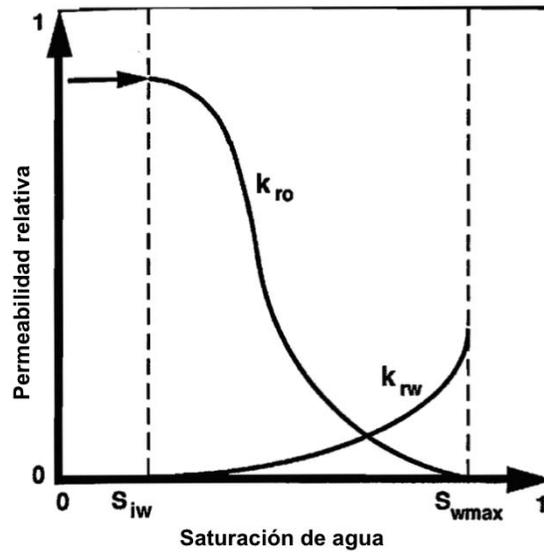


Figura C.3: Permeabilidad relativa gas-aceite(Ertekin).

C.4. Mojabilidad

La mojabilidad se define como la preferencia de un fluido para adherirse a la superficie de la roca en presencia de otro fluido. La mojabilidad en un yacimiento afecta en el proceso de desplazamiento de los fluidos, Es función de entre otras propiedades de la permeabilidad relativa y de la presión capilar.

Un sistema roca-fluidos puede ser:

1. Preferentemente mojado por agua.
2. Preferentemente mojado por aceite.

{Aún que en algunos casos se puede presentar mojabilidad mixta; ésto quiere decir que, el sistema roca no tiene preferencia a la adhesión de ningún fluido.

Apéndice D

Deducción de la ecuación de avance frontal.

La deducción de la ecuación de avance frontal involucra únicamente dos suposiciones:

1. No hay transferencia de masa entre las fases.
2. Las fases son incompresibles.

Considérese un elemento infinitésimo de roca con porosidad ϕ , área A y longitud L en el sentido del flujo. El gasto de masa de agua - el fluido desplazado que entra al yacimiento en el punto L es

$$(q_w \rho_w)_L, \tag{D.1}$$

el gasto de masa de agua que sale del elemento en el punto $L + \Delta L$, es

$$(q_w \rho_w)_{L+\Delta L}, \tag{D.2}$$

la acumulación del gasto de masa de agua en el elemento es

$$A\phi\Delta L\frac{\partial}{\partial t}S_w\rho_w, \quad (\text{D.3})$$

El gasto de masa de agua que entra al elemento de roca menos el gasto de masa de agua que sale es, de acuerdo con los principio del balance de materia, igual al gasto de masa de agua acumulado en la roca.

$$(q_w\rho_w)_L - (q_w\rho_w)_{L+\Delta L} = A\phi\Delta L\frac{\partial}{\partial t}S_w\rho_w, \quad (\text{D.4})$$

Por definición

$$F(L, t) - F(L + \Delta L, t) = -\left(\frac{\partial F}{\partial L}\right)_t dL. \quad (\text{D.5})$$

Por lo tanto, la ecuación (D.4), puede escribirse:

$$\frac{\partial}{\partial L}(q_w\rho_w) + A\phi\frac{\partial}{\partial t}(S_w\rho_w) = 0, \quad (\text{D.6})$$

sin embargo, se considera que los fluidos son incompresibles. Por lo tanto, la densidad del agua ρ_w , no es función del tiempo ni de la distancia

$$\frac{\partial}{\partial L}(q_w) + A\phi\frac{\partial}{\partial t}(S_w) = 0, \quad (\text{D.7})$$

$$\left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)_L = -\frac{1}{A\phi}\left(\frac{\partial q_w}{\partial L}\right)_t. \quad (\text{D.8})$$

Puesto que el gasto de agua, q_w , es función de la saturación de agua y del tiempo:

$$dq_w = \left(\frac{\partial q_w}{\partial S_w}\right)_t dS_w + \left(\frac{\partial q_w}{\partial t}\right)_{S_w} dt, \quad (\text{D.9})$$

derivando con respecto a la longitud, L , para un tiempo fijo, t , se obtiene:

$$\left(\frac{\partial q_w}{\partial L}\right)_t = \left(\frac{\partial q_w}{\partial S_w}\right)_t \left(\frac{\partial S_w}{\partial L}\right)_t. \quad (D.10)$$

$$\left(\frac{\partial S_w}{\partial L}\right)_t = \frac{\left(\frac{\partial q_w}{\partial L}\right)_t}{\left(\frac{\partial q_w}{\partial S_w}\right)_t}. \quad (D.11)$$

Analógicamente, la saturación de agua, S_w , es función de la distancia y del tiempo y por lo tanto, para una saturación constante,

$$dS_w = \left(\frac{\partial S_w}{\partial S_w}\right)_t dL + \left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)_L dt = 0. \quad (D.12)$$

Por lo tanto:

$$\left(\frac{\partial L}{\partial t}\right)_{S_w} = \frac{\left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)_L}{\left(\frac{\partial S_w}{\partial L}\right)_t}. \quad (D.13)$$

Sustituyendo las ecuaciones (D.8) y (D.11) en la ecuación (B.13)

$$\left(\frac{\partial L}{\partial t}\right)_{S_w} = \frac{1}{A\phi} \left(\frac{\partial q_w}{\partial S_w}\right)_t, \quad (D.14)$$

el termino F_w es por definición, la fracción de agua en la corriente total

$$q_w = f_w q_t. \quad (D.15)$$

Diferenciando la ecuación (B.15) con respecto a la saturación de agua, S_w , para un tiempo constante, t

$$\left(\frac{\partial q_w}{\partial S_w}\right)_t = f_w \left(\frac{\partial q_t}{\partial S_w}\right)_t + q_t \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_L. \quad (D.16)$$

Sin embargo, puesto que los fluidos son incompresibles, la variación de la velocidad total con la saturación para un tiempo cualquiera es cero

$$\left(\frac{\partial q_w}{\partial S_w}\right)_t = q_t \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_t. \quad (\text{D.17})$$

Sustituyendo la ecuación en la ecuación se obtiene

$$\left(\frac{\partial L}{\partial t}\right)_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_t. \quad (\text{D.18})$$

Esta ecuación indica que la velocidad de avance de un plano de saturación es igual a la velocidad superficial total del fluido, multiplicada por la derivada del flujo fraccional con respecto a la saturación de agua.

1

¹Tomado de [7]

Apéndice E

Formulación Axiomática y obtención de la ecuación de continuidad

La formulación axiomática, nos permite abordar desde un punto de vista general, abarcar un conjunto amplio de problemas. Esto gracias a la simplicidad con que se obtienen los términos de las ecuaciones de balance global y local. Identificar las propiedades extensivas e intensivas relevantes del problema bajo estudio es uno de los pasos medulares, seguido por establecer balances de dichas propiedades en un volumen representativo $B(t)$ del medio continuo como se muestra en figura E.1 .

Las propiedades intensivas son funciones, escalares o vectoriales, definidas en cada paso de tiempo para cada una de las partículas de $B(t)$. Mientras que, a una función

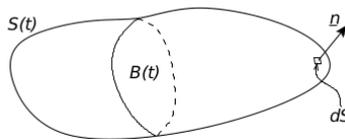


Figura E.1: Volumen representativo del medio continuo (**De la Cruz**).

que a cada cuerpo $B(t)$ de un sistema continuo y a cada tiempo le asocia un número real o un vector, se le llama propiedad extensiva cuando esta dada por la siguiente integral

$$E(B(t), t) = \int_{B(t)} \psi(x, t) dx, \quad (\text{E.1})$$

donde x es la posición en el espacio y t el tiempo.

El integrando de la ecuación E.1 define una función (x, t) la cual es una propiedad intensiva Euleriana. Esta ecuación establece una correspondencia uno a uno de las propiedades intensivas y extensivas; es decir, que la integral de una propiedad intensiva sobre el dominio ocupado por el volumen $B(t)$ define a una propiedad extensiva. Las variaciones sobre una propiedad extensiva respecto al tiempo se debe a que esta se produce dentro del sistema o que entra y sale por las fronteras. Definido matemáticamente como

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{B(t)} \psi(x, t) dx = \int_{B(t)} q(x, t) dx + \int_{S(t)} \tau(x, t) \cdot n ds, \quad (\text{E.2})$$

donde $q(x, t)$ es la *generación* y $\tau(x, t)$ es el vector *flujo* de la propiedad extensiva en un cuerpo $B(t)$, n es el vector normal a cuerpo y $S(t)$ es la superficie que envuelve al cuerpo $B(t)$ (figura E.1).

Un resultado puramente matemático, muestra que la ecuación se satisface para cada cuerpo $B(t)$ de un sistema continuo, si y sólo si, la siguiente condición de balance se cumple

$$\int_{B(t)} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot (v\psi) \right) dx = \int_{B(t)} q dx + \int_{S(t)} \nabla \cdot \tau dx. \quad (\text{E.3})$$

La ecuación anterior produce una ecuación diferencial de balance local para la

propiedad extensiva ψ quedando

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot (v\psi) = q + \nabla \cdot \tau. \quad (\text{E.4})$$

Para revisar el desarrollo completo de la formulación axiomática consultar [19] y [20]

E.1. obtención de la ecuación de continuidad

Siguiendo la formulación axiomática denotaremos como propiedad intensiva

$$\psi_\alpha = \phi \rho_\alpha S_\alpha, \quad (\text{E.5})$$

la masa del fluido de una fase α en un sistema multifásico es una propiedad extensiva que se escribe

$$E = \int_{B(t)} \phi \rho_\alpha S_\alpha dx, \quad (\text{E.6})$$

donde ϕ es la porosidad del medio, ρ_α y S_α son la densidad y la saturación de la α respectivamente. Si suponemos que no hay difusión, es decir ($\tau = 0$), y aplicando la ecuación de balance local para masa del fluido de la fase α

$$\frac{\partial \phi \rho_\alpha S_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (v \phi \rho_\alpha S_\alpha) = q_\alpha. \quad (\text{E.7})$$

Si tomamos en cuenta que la velocidad de Darcy

$$u_a = v \phi S_\alpha \quad (\text{E.8})$$

sustituyendo (E.8) en (E.9)

$$\frac{\partial \phi \rho_\alpha S_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_\alpha u_\alpha) = q_\alpha, \quad (\text{E.9})$$

definiendo la movilidad de la fase

$$\lambda = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_\alpha}. \quad (\text{E.10})$$

Si sustituimos (2.1) (Ley de Darcy) y (E.10) en (E.9) y no consideramos cambios en la altura

$$\frac{\partial \phi \rho_\alpha S_\alpha}{\partial t} - \nabla \cdot (\rho_\alpha \lambda_\alpha K(\nabla p_\alpha - \rho_\alpha g)) = q_\alpha. \quad (\text{E.11})$$

La ecuación (E.11) representa un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden y generalmente no lineales. Para completar estas ecuaciones utilizaremos fórmulas constitutivas las cuales describen la dependencia de una variable con respecto de las otras. En un sistema multifásico, se usan generalmente las siguientes ecuaciones constitutivas (2.6) y (2.7) descritas en el **Apéndice C**

Apéndice F

Clasificación de ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden

Una ecuación en derivadas parciales, lineal de segundo orden con dos variables independientes y con coeficientes constantes puede pertenecer a uno de tres tipos generales. Dicha clasificación solo depende de los coeficientes de las derivadas de segundo orden, suponiendo que al menos uno de los coeficientes es diferente de cero. La forma general de la ecuación diferencial parcial lineal de segundo orden, homogénea:

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D \frac{\partial u}{\partial x} + E \frac{\partial u}{\partial y} + Fu = 0, \quad (\text{F.1})$$

donde A , B , C , D , E y F son constantes reales, y dependiendo del valor de $B^2 - 4AC$, las ecuaciones diferenciales se clasifican en tres grupos: elípticas, parabólicas e hiperbólicas

- Hiperbólica si $B^2 - 4AC > 0$
- Parabólica si $B^2 - 4AC = 0$

- Elíptica si $B^2 - 4AC < 0$

Otra forma de identificar las ecuaciones diferenciales, aunque no es formal pero si práctica, es observando el orden de las derivadas con respecto al tiempo. Cuando no se tienen derivadas cruzadas, las ecuaciones con segunda derivada con respecto al tiempo son usualmente hiperbólicas, las que tiene primera derivada con respecto al tiempo son parabólicas y las que no tienen derivada con respecto al tiempo son elípticas.

Apéndice G

Archivos .data de FrontSim

Este apéndice presenta los archivos .data de los ejemplos mostrados en el **Capítulo 4**

G.1. Caso Five-Spot

```
RUNSPEC  
  
FRONTSIM  
  
TITLE  
5spot  
  
DIMENS  
21 21 1 /  
  
METRIC  
  
OIL
```

WATER

START

1 JAN 2000 /

GRID

GRIDFILE

2 /

INIT

DXV

23.8095 23.8095 23.8095 23.8095 23.8095
23.8095 23.8095 23.8095 23.8095 23.8095
23.8095 23.8095 23.8095 23.8095 23.8095
23.8095 23.8095 23.8095 23.8095 23.8095
23.8095 /

DYV

23.8095 23.8095 23.8095 23.8095 23.8095
23.8095 23.8095 23.8095 23.8095 23.8095
23.8095 23.8095 23.8095 23.8095 23.8095
23.8095 23.8095 23.8095 23.8095 23.8095
23.8095 /

DEPTHZ

484*2500 /

DZV

```
10 /  
  
PORO  
441*0.2 /  
  
PERMX  
441*1000 /  
  
PERMY  
441*1000 /  
  
PERMZ  
441*1000 /  
  
PROPS  
  
PVDO  
250 1.3 1.24 /  
  
PVIW  
250 1 0 0.5 /  
  
RSCONSTT  
60 0 /  
  
DENSITY  
1000 1000 1 /  
  
SOF2  
0 0
```

```

1      1 /

SWEN
0      0      0
1      1      0 /

REGIONS

SOLUTION

EQUIL
2500 250 /

SUMMARY

SCHEDULE

TUNEFSSA
0 /

RPTRST
3 4* 1 /

WELSPECS
P1      A      1      1 1* LIQ 3* 1* 3* /
P2      A      1      21 1* LIQ 3* 1* 3* /
P3      A      21     1 1* LIQ 3* 1* 3* /
P4      A      21     21 1* LIQ 3* 1* 3* /
I1      A      11     11 1* LIQ 3* 1* 3* /
/

```

WCONPROD

P1 1* RESV 4* 75 /
 P2 1* RESV 4* 75 /
 P3 1* RESV 4* 75 /
 P4 1* RESV 4* 75 /

/

WCONINJ

I1 WATER 1* RESV 2* 1 FVDG /

/

WECON

P1 1* 1* 1 1* 1* /
 P2 1* 1* 1 1* 1* /
 P3 1* 1* 1 1* 1* /
 P4 1* 1* 1 1* 1* /

/

TSTEP

120.8333 /

G.2. Caso heterogéneo e Anisotrópo

RUNSPEC

FRONTSIM

TITLE

tracer test , 1 tracer

DIMENS

25 25 1 /

METRIC

OIL

WATER

START

1 JAN 2000 /

GRID

GRIDFILE

2 /

INIT

DXV

25*20 /

DYV

25*20 /

DEPTHZ

676*2500 /

DZV

10 /

PORO

*Ver valores en la tabla

/

PERMX

*Ver valores en la tabla

/

PERMY

*Ver valores en la tabla

/

PERMZ

*Ver valores en la tabla

/

PROPS

PVDO

250 1.3 1.24 /

PVIW

250 1 0 0.5 /

RSCONSTT

60 0 /

DENSITY

1000 1000 1 /

SOF2

0.3 0

0.35 0.053

0.4 0.116

0.45 0.189

0.5 0.263

0.55 0.337

0.6 0.432

0.65 0.558

0.7 0.737

0.75 1 /

SWFN

0.25 0 0

0.3	0.06	0
0.35	0.12	0
0.45	0.24	0
0.5	0.3	0
0.55	0.36	0
0.6	0.435	0
0.7	0.6	0
1	1	0 /

TPFAT1

1 /

TADST1

0.00000 0.00000 /
 0.200000 0.00200000 /
 0.400000 0.00400000 /
 0.600000 0.00600000 /
 0.800000 0.00800000 /
 1.00000 0.0100000 /
 /

REGIONS

SOLUTION

EQUIL

2495 250 /

SUMMARY

SCHEDULE

TUNEFSSA

0 /

RPTRST

3 4* 1 21* 50 /

WELSPECS

P1 A 25 25 1* LIQ 3* 1* 3* /

I1 A 1 1 1* LIQ 3* 1* 3* /

/

COMPDAT

P1 0 0 1 1 1* 1* 1* 1* 1* 1* 1* Z /

I1 0 0 1 1 1* 1* 1* 1* 1* 1* 1* Z /

/

WIRACER

I1 T1 1 /

/

WCONPROD

P1 1* LRAT 3* 100 1* /

/

WCONINJ

I1 WATER 1* RESV 2* 1 FVDG /

/

TSTEP

182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /

TSTEP
182.5 /