



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESTIMACIÓN DE DAÑO EN EDIFICIOS. RECONSTRUCCIÓN DE  
MATRIZ DE RIGIDECES MEDIANTE PRUEBAS EN MESA VIBRADORA.**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**INGENIERO CIVIL**

P R E S E N T A :

**EMMANUEL ZAMORA ROMERO**

DIRECTOR DE TESIS:  
**DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ**

México, D. F. Diciembre de 2015





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA  
COMITÉ DE TITULACIÓN  
FING/DICyG/SEAC/UTIT/074/15

Señor  
EMMANUEL ZAMORA ROMERO  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"ESTIMACIÓN DE DAÑO EN EDIFICIOS. RECONSTRUCCIÓN DE MATRIZ DE RIGIDECES MEDIANTE PRUEBAS EN MESA VIBRADORA"**

- I. INTRODUCCIÓN
- II. IDENTIFICACIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN
- III. ANÁLISIS MODAL
- IV. ALGORITMO DE BARUCH Y BAR-ITZHACK
- V. PROTOTIPO Y MODELO EXPERIMENTAL
- VI. PRUEBAS EN MESA VIBRADORA
- VII. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDECES Y ESTIMACIÓN DE DAÑO
- VIII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 4 de diciembre del 2015.  
EL PRESIDENTE

*Germán*  
M.I. GERMÁN LOPEZ RINCÓN

GLR/MTH\*gar.

Vo Bo  
15/01/16

*Almey*  
A. DeMeiochi C

*H. Gerdea*  
Dr. Humberto Gerdea Villega

*Fernando*  
Fernando Monroy Mira

*6 Bo*  
*H*

MANUEL A. RODRIGUEZ V.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. HUMBERTO GARDEA VILLEGAS  
Secretario: M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA  
Vocal: DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ  
1<sup>er</sup>. Suplente: M.I. FERNANDO MONROY MIRANDA  
2<sup>do</sup>. Suplente: M.I. MIGUEL ÁNGEL RODRÍGUEZ VEGA

MÉXICO DISTRITO FEDERAL  
INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

**DIRECTOR DE TESIS:**

---

**DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ**

## **AGRADECIMIENTOS**

A mis padres, Alicia Romero Torres y Rosendo Zamora Carrasco, por el apoyo incondicional durante tantos años y creer en mí.

A mis hermanos, Carolina, Noé, Ángel, Rosendo, Daniela, Aldo y Oswaldo; por estar siempre ahí cuando los necesité durante mi vida estudiantil.

Al Dr. José Alberto, debido a su apoyo para la culminación de mis estudios de licenciatura.

Al Instituto de Ingeniería y en general a la UNAM por haberme dado la oportunidad de formarme en sus aulas, permitiéndome superarme personal y profesionalmente.

A mis sinodales, por sus importantes aportaciones durante sus clases y su apoyo en la última porción de carrera.

A Liliana, por haber estado gran parte de mi proceso durante la licenciatura.

## **RESUMEN**

El Monitoreo de Estado Estructural, MEE (“Structural Health Monitoring” en Inglés), es en la actualidad un tema de suma importancia en el ámbito de la Ingeniería Estructural, pues éste puede prevenir pérdidas humanas y económica a gran escala. Por ello, en el Campo se han desarrollado múltiples métodos para realizar el MEE, muchos de ellos toman las características dinámicas.

El presente trabajo tiene como objetivo realizar el MEE mediante la reconstrucción de la matriz de rigideces para estimar el daño estructural en el modelo de un edificio que fue sometido a pruebas de vibración en la mesa vibradora del Instituto de Ingeniería de la UNAM (IIUNAM), para ello se reproduce el acelerograma del sismo registrado en la Ciudad de México el 19 de septiembre de 1985 al 100, 150 y 200% (escalado). Para obtener el modelo, se diseñó un prototipo de concreto reforzado prefabricado sujeto a las solicitaciones del Reglamento vigente para la Ciudad de México (Reglamento de Construcciones del Distrito Federal 2004); el cual se escaló, con un factor de escala 1:3 para dar paso al modelo.

Una vez realizadas las pruebas, se obtuvieron las propiedades dinámicas requeridas del modelo y se condensó su matriz de rigideces; con leyes de similitud cambiaron a escala completa y se reconstruyó la matriz de rigideces del prototipo para cada registro. Entonces, se estimó el daño estructural en el prototipo mediante la obtención de la pérdida de rigidez porcentual en los términos de la diagonal principal de la matriz de rigideces para cada una de las pruebas donde se reprodujo el registro sísmico.

## ABSTRACT

The Structural Health Monitoring, SHM, is nowadays a top subject in Structural Engineering research, due to the fact that it can prevent financial losses and casualties. Therefore, multiples methods to perform SHM have been scooped out on the Field, many of them use dynamic characteristics.

The objective of this paper is to perform SHM through the reconstruction of the stiffness matrix to assess structural damage in a model of a building which was tested on the vibrating table at the Institute of Engineering of UNAM (IIUNAM), to do this the acelegrogram of Mexico City's earthquake in September 19<sup>th</sup> 1985 was reproduced 100, 150 and 200% (scaled). Obtaining the model consisted in designing a prototype of reinforced concrete following the restrictions forced by regulation for seismic design in Mexico City (*Reglamento de Construcciones del Distrito Federal 2004*). The prototype mentioned was scaled with a geometric factor of 1/3 to build the actual model.

Once the tests were done, the dynamics characteristics of the model were measured and, based on affinity laws developed, the scale-complete data was obtained, then the prototype stiffness matrix was reconstructed for each single test. Thus, the structural damage assessment is done, evaluating the perceptual stiffness reduction in the principal diagonal of the stiffness matrix for each single test.

# CONTENIDO

<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>V</b>
<b>RESUMEN .....</b>	<b>VI</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>VII</b>
<b>CONTENIDO .....</b>	<b>VIII</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
OBJETIVOS.....	2
<b>CAPÍTULO 1. IDENTIFICACIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN .....</b>	<b>3</b>
1.1    DAÑO ESTRUCTURAL .....	3
1.1.1    Causas de daño .....	3
1.1.2    Evaluación operacional .....	3
1.1.3    Extracción de datos e identificación del daño .....	4
1.2    INSTRUMENTACIÓN ESTRUCTURAL.....	5
1.2.1    Criterios de implementación.....	5
1.2.2    Análisis de vibraciones .....	5
1.2.3    Identificación de sistemas.....	6
1.2.4    Tipos de ruido .....	6
<b>CAPÍTULO 2. ANÁLISIS MODAL .....</b>	<b>9</b>
2.1    FRECUENCIAS Y MODOS NATURALES DE VIBRACIÓN.....	9
2.2    MATRIZ MODAL Y ESPECTRAL.....	11
2.3    ORTOGONALIDAD DE LOS MODOS .....	11
2.4    CONDENSACIÓN ESTÁTICA .....	12
<b>CAPÍTULO 3. ALGORITMO DE BARUCH Y BAR-ITZHACK.....</b>	<b>15</b>

<b>CAPÍTULO 4. PROTOTIPO Y MODELO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>17</b>
4.1 SISTEMA DE PREFABRICACIÓN.....	17
4.1.1 Conexión columna-trabe.....	17
4.1.2 Conexión columna-columna .....	18
4.1.3 Sistema de piso .....	18
4.1.4 Proceso de construcción y montaje.....	19
4.2 PROTOTIPO .....	20
4.2.1 Materiales .....	21
4.3 MODELO.....	21
4.3.1 Leyes de similitud.....	21
4.3.2 Propiedades del modelo .....	22
4.3.3 Materiales .....	23
4.3.4 Construcción .....	24
<b>CAPÍTULO 5. PRUEBAS EN MESA VIBRADORA .....</b>	<b>27</b>
5.1 CARACTERÍSTICAS DE LA MESA VIBRADORA DEL IUNAM.....	27
5.2. INSTRUMENTACIÓN.....	28
5.3 REGISTRO SÍSMICO DE ENTRADA.....	29
5.4 PROGRAMA DE PRUEBAS.....	30
5.5 RESULTADOS DE LAS PRUEBAS .....	30
5.5.1 Frecuencias y periodos de vibración.....	31
5.5.3 Desplazamiento relativo máximo en la azotea.....	33
5.5.4 Velocidad absoluta en la azotea .....	34
5.5.5 Aceleración absoluta en la azotea .....	35
5.5.5 Agrietamiento .....	36
<b>CAPÍTULO 6. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDECES Y ESTIMACIÓN DE DAÑO .....</b>	<b>37</b>
6.1 CALIBRACIÓN DE MODELO .....	37
6.1.1 Estado inicial del modelo .....	37
6.1.2 Características dinámicas del prototipo .....	39
6.2 RECONSTRUCCIÓN Y PÉRDIDA DE RIGIDEZ.....	41

6.2.1 Obtención de la matriz de rigideces, modal y de masas para el prototipo .....	41
6.2.2 Estimación del daño en el prototipo a escala completa no ajustado .....	42
6.2.3 Prototipo a escala completa ajustado .....	43
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>47</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>49</b>

## INTRODUCCIÓN

Países desarrollados han aprovechado en los últimos años la construcción con elementos de concreto prefabricado, pues, la prefabricación de elementos de concreto es uno de los avances más notables en la construcción de estructuras de concreto. Esta prefabricación está sumamente relacionada con el desarrollo de la industria de concreto elaborado en serie, lo cual es un importante paso a hacia la industrialización de la construcción (Bruggeling y Huyghe, 1991). De ahí por qué en México también se esté innovando en dicho campo, pues es muy atractivo ya que puede ahorrar tiempo, dinero y ejecutarse en lugares con poca disponibilidad de espacio como lo es la Ciudad de México, CDMX, la cual tiene una gran necesidad de infraestructura; tanto industrial como de vivienda.

A su vez, en zonas con alta actividad sísmica el concreto prefabricado ha sido visto tradicionalmente con gran escepticismo. Esto como resultado de la falta de entendimiento sobre la naturaleza básica del comportamiento sísmico y como los atributos del concreto prefabricado pueden ser explotados para mejorar su desempeño (Englekirk, 2003). Para dicha situación, en el Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, IIUNAM, se sometió un modelo, escala uno a tres, a pruebas en mesa vibradora para observar su comportamiento mediante la reproducción del registro sísmico de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, SCT, para el sismo del 19 de septiembre de 1985 en la CDMX.

El experimento consistió en aplicar en la mesa vibradora del IIUNAM, para el modelo escalado, el registro de la SCT mencionado al 100, 150 y 200%. Posteriormente, se obtuvieron sus características dinámicas, modos y frecuencias naturales, para la reconstrucción de su matriz de rigideces. Esto se logró mediante el algoritmo de Baruch y Bar-Itzhack (1978), el cual está basado en el método de multiplicadores de Lagrange y ha demostrado tener buenos resultados para marcos planos.

El prototipo escalado fue un edificio de 4 niveles con altura total de 13.2 m. Contó con una crujía en planta de 10 m en ambas dirección. Fue diseñado conforme al reglamento vigente para la CDMX, Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal 2004 (RCDF-2004) y sus Normas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCDS). Las dimensiones de las columnas y trabes fueron de 60x60 cm y 45x81 cm, respectivamente. El sistema de piso utilizado fue una losa alveolar. A su vez, el modelo escalado y sus propiedades fueron determinadas mediante leyes de similitud obtenidas al aplicar la teoría de modelación.

En total se realizaron 13 pruebas, en la mayoría de ellas se ensayó el modelo escalado con ruido blanco de baja frecuencia, de las cuales se obtuvo la respuesta estructural y características dinámicas del modelo escalado. Después de que se obtuvo la información del modelo escalado, con ayuda de las leyes de similitud y análisis modal, se transformaron a características a escala completa para su posterior reconstrucción.

Con las reconstrucciones realizadas se determinó el daño estructural, en términos de pérdida de rigidez, en el edificio, así como se señalan las causas que podrían hacer inconsistentes los resultados y se resalta la importancia del procesamiento y obtención de datos para hacer las pruebas más confiables.

## **INTRODUCCIÓN**

---

En el Capítulo 1 se presenta la interacción que se tiene entre la instrumentación de edificios y la estimación de daño estructural en los mismos. En el Capítulo 2 y 3 se exponen los argumentos teóricos en los cuales está basado el experimento y la obtención de datos.

En los Capítulos 4 y 5 se muestra la construcción, montaje y tipo de sistema usado para el modelo así como las condiciones a las cuales estuvieron sujetas las pruebas.

Los resultados obtenidos para la estimación de daño estructural se muestran en el Capítulo 6, el cual da paso a las conclusiones y recomendaciones para el seguimiento y profundización del tema.

## **OBJETIVOS**

El presente trabajo se realizó con la finalidad aumentar el entendimiento sobre el comportamiento dinámico de un sistema de marcos de concreto prefabricado, en particular, y la estimación de daño estructural para el mismo.

Calcular el daño sufrido en un edificio diseñado mediante el RCDF-2004 en un sismo equivalente al del 19 de septiembre de 1985 en la CDMX

# **CAPÍTULO 1. IDENTIFICACIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL MEDIANTE INSTRUMENTACIÓN**

La definición de daño, en general, puede aceptarse como los cambios ocurridos en un sistema que afectan de manera adversa en su estado actual o futuro. Cuando el daño está limitado a sistemas estructurales o mecánicos, éste se puede definir específicamente como los cambios en el material y/o a las propiedades geométricas de este sistema, incluyendo los cambios en las conexiones y condiciones de frontera (Jiang, 2007). Por ello, una gran rama de la ingeniería estructural se enfoca a la creación de métodos para determinar el daño mediante el seguimiento del estado estructural y la obtención de sus características dinámicas, dichas técnicas están sujetas a muchas incertidumbres; lo que las hace más difíciles de aplicar prácticamente.

## **1.1 DAÑO ESTRUCTURAL**

### **1.1.1 Causas de daño**

Diversas situaciones o fenómenos pueden causar daño o deterioro estructural lo cual, a su vez, puede afectar la estética y funcionalidad de las estructura. Esto sucede cuando las sollicitaciones de los materiales exceden a las de diseño, lo cual causa agrietamientos que reducen la rigidez del elemento y/o sus propiedades de disipación de energía.

Dependiendo de la situación, o el tipo de deterioro que sufre la estructura, el daño puede ocurrir o progresar de manera diferente:

- -En términos de magnitud, todo tipo de daño comienza a nivel molecular afectando primero al material, seguido del elemento y, por último, al sistema a diversas escalas dependiendo de las condiciones de carga.
- -En términos de tiempo, ciertos tipos de daño como fatiga, fluencia y corrosión pueden acumularse gradualmente durante periodos largos, mientras otros son causados de manera repentina a causa de sismos, explosiones o fenómenos meteorológicos.

### **1.1.2 Evaluación operacional**

La evaluación operacional tiene como objetivo proveer información preliminar para la identificación de daño estructural, DE. Algunas de sus particularidades son:

- Los motivos económicos y/o de seguridad para realizar el seguimiento e identificación del DE. Es decir, el costo directo de hacer las mediciones e indirecto asociado a la interrupción de servicio, la rentabilidad, confiabilidad e intensión por aumentar la seguridad de la estructura.
- El tipo y características del daño a identificar. Esto refiere a la variedad de daño por evaluar, y depende de las funciones de la estructura la importancia que dichos parámetros sean relevante.

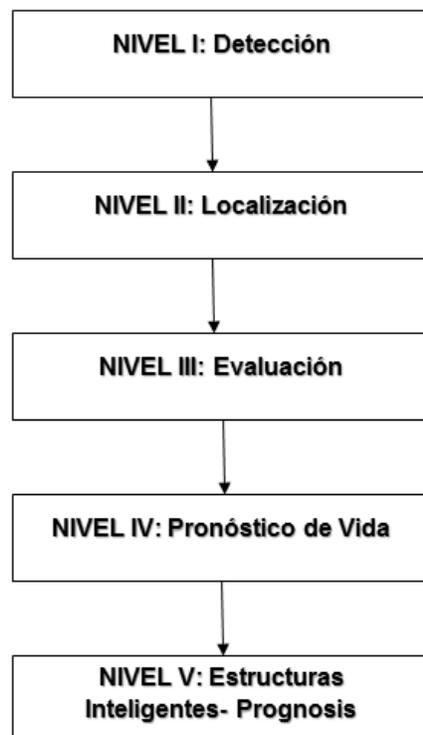
- Las condiciones y ambiente bajo las cuales está operando el sistema a estudiar (como la temperatura, vibración externa y ruido).
- Las limitaciones al adquirir información durante la operación del sistema.

### 1.1.3 Extracción de datos e identificación del daño

La extracción de información y la identificación del DE es la parte más importante del seguimiento del estado estructural. La extracción de información eficiente corresponde a la identificación de los datos medidos que son más sensibles para determinar el estado dañado de la estructura, es decir, los datos que se alteran del estado sin daño al estado dañado.

Algunas de las características usadas en diversos métodos lineales basados en la teoría de vibración libre son: frecuencias naturales, formas modales, curvatura de formas modales, flexibilidad dinámica y propiedades de amortiguamiento. En particular, en el presente trabajo se utilizaron las frecuencias naturales y formas modales extraídas experimentalmente.

Los diferentes métodos de identificación de daño estructural consisten en determinar el estado dañado de las diferentes estructuras basándose en las propiedades medidas de las mismas. De acuerdo con la información acerca del daño que se puede obtener durante el proceso de identificación del mismo, los diferentes métodos se pueden clasificar, a grandes rasgos, en cinco actividades que conforman 5 niveles como se muestra en el esquema de la Figura 1.1 (Stepinsky y Staszewski, 2013).



**Figura 1. Niveles de clasificación de métodos de identificación de daño estructural (Stepinsky y Staszewski, 2013)**

En este contexto, la detección proporciona un indicador cuantitativo de que el daño puede estar presente. Por medio de la localización es posible obtener la posición probable del mismo, la evaluación estima la severidad del daño facilitando información acerca del tipo y tamaño y, finalmente, el pronóstico de vida y la prognosis estima la vida residual de la estructura prediciendo su posible falla. El presente trabajo sólo contempló el alcance del nivel III por las características del experimento realizado.

## **1.2 INSTRUMENTACIÓN ESTRUCTURAL**

La instrumentación sísmica de edificios tiene como objetivo, contribuir a la comprensión de su respuesta dinámica ante sismos de gran intensidad, además de un mejor entendimiento de su potencial daño (Galiote y Escobar, 2006). Para ello, se deben calibrar modelos analíticos con el fin de tener mayor aproximación en los datos obtenidos en las pruebas experimentales.

### **1.2.1 Criterios de implementación**

Durante los últimos años el MEE, ha tenido muchos avances y han surgido nuevos métodos que arrojan resultados satisfactorios. Por dicha situación, los criterios para la instrumentación son cada vez más específicos y se tiene certeza de cuáles son los que más pueden afectar los resultados proporcionados por el MEE. Algunos de ellos son:

- (i) Intervalo operacional de los instrumentos;
- (ii) Magnitud y frecuencia de respuesta sobre el intervalo operacional;
- (iii) Sensibilidad y exactitud del método e instrumentos;
- (iv) Características físicas de la estructura (dimensiones, peso y material);
- (v) Tipo de señales a analizar;
- (vi) Costo;
- (vii) Número de equipos.

Siendo los dos últimos sumamente importantes, ya que pueden determinar si se instrumenta todos los puntos de interés para el desarrollo del MEE.

### **1.2.2 Análisis de vibraciones**

Con el fin de determinar los parámetros modales de una estructura mediante el MEE es necesario extraer las propiedades dinámicas de la misma después de excitarla. Para ello, existen dos tipos de pruebas de vibración mediante las cuales se puede extraer este tipo de características (Salawu y Williams, 1995):

- **Vibración ambiental:** En ella se miden excitaciones causadas por agentes comunes en el entorno de la estructura como viento, actividad humana, tráfico, etc. Estas excitaciones no son controladas y se someten a condiciones de procesos aleatorios estacionarios.
- **Vibración forzada:** Este tipo de prueba es controlada y se excita la estructura de forma artificial. Se produce una excitación armónica y se alcanza un estado estacionario en la prueba.

Las ventajas de las pruebas de vibración ambiental constan en la necesidad de mediciones cortas y simples, no necesitan equipo adicional para la excitación, no afectan el funcionamiento normal de la estructura y son útiles para realizar el MEE en tiempo real. La principal desventaja es que no se conocen las fuerzas de excitación.

Las pruebas de vibración forzada ofrecen ventajas como la relación fuerte señal/ruido, es decir, la fuerza de entrada es más fuerte y domina las excitaciones que pueden producir ruido. Además, se pueden aplicar excitaciones locales para obtener mejores rasgos de sensibilidad en las pruebas. Las desventajas son algunas como el alto costo, interrupción del funcionamiento normal de la estructura y la necesidad de más equipo.

Debido a que la excitación que se logra en la estructura con este tipo de pruebas es muy pequeña comparada con fenómenos como los sismos o explosiones. El intervalo de análisis del sistema sólo comprende al comportamiento lineal por lo cual el daño a cuantificar, de forma certera, es el daño en tanto la estructura se comporta linealmente.

### **1.2.3 Identificación de sistemas**

La identificación de sistemas consiste en la determinación de los parámetros modales mediante el procesamiento de la respuesta dinámica medida experimentalmente (Lin, 1985). Con la aceptación actual que tiene el método de los elementos finitos se puede hacer un análisis modal de los datos obtenidos con las pruebas de vibración. Una vez teniendo todos los parámetros modales, se procede a formular un modelo matemático dinámico con el cual, para el caso de este documento, se puede predecir el DE en un edificio. Algunas aplicaciones de los datos modales obtenidos a través de un análisis modal experimental son (Ángeles, 2012):

- Los datos de las formas modales y la subsecuente animación de las formas modales: Ayudan con la creación y verificación de modelos modales dinámicos matemáticos concisos.
- Se establecen descripciones cualitativas de las formas modales, mismas que ayudan a la comprensión del comportamiento dinámico estructural y solución de problemas.
- Permiten hacer simulaciones con programas de computadora para el desarrollo de técnicas avanzadas de análisis estructural, tales como: predecir la respuesta ante excitaciones supuestas y revisar el desempeño dinámico; predecir el cambio en las propiedades dinámicas debido a modificaciones físicas, como la adición/sustracción de cargas o rigidez; determinar las modificaciones físicas requeridas para obtener la respuesta dinámica deseada; predecir el comportamiento estructural combinado cuando dos o más estructuras están acopladas en una unidad.

### **1.2.4 Tipos de ruido**

El ruido es un fenómeno aleatorio que se presenta durante la instrumentación. El ruido puede ser un factor importante en las mediciones, ya que puede afectar la exactitud y confiabilidad de las mismas, como es el caso del ruido instrumental y ambiental; o controlando las propiedades del mismo, puede excitarse la estructura para obtener sus propiedades dinámicas.

#### ***1.2.4.1 Ruido instrumental***

Es el tipo de ruido que está relacionado con las condiciones de la señal que proviene de los cables, pues la tensión o compresión mecánica entre ellos, la falta de aislamiento, o proximidad con otro tipo de aparatos electrónicos puede afectar el desempeño del instrumento.

#### ***1.2.4.2 Ruido ambiental***

Es aquel que se debe a las condiciones del área de trabajo en donde el equipo está extrayendo las mediciones. Estas alteraciones se pueden deber a ruido acústico, sustancias corrosivas, campos magnéticos, humedad, radiación o deficiencias de montaje.

#### ***1.2.4.3 Ruido blanco***

Es aquella señal que se caracteriza por no guardar una relación estadística en sus valores. Como consecuencia de ellos, su densidad espectral de potencia es una constante, lo cual ayuda a obtener propiedades dinámicas el MEE.

## CAPÍTULO 2. ANÁLISIS MODAL

En este apartado se encuentran resumidos los principales conceptos de análisis de estructuras por métodos matriciales que se utilizan para la realización del experimento.

### 2.1 FRECUENCIAS Y MODOS NATURALES DE VIBRACIÓN

La vibración libre para sistemas lineares de varios grados de libertad, gdl, y sin amortiguamiento está gobernada, para un instante donde las fuerzas aplicadas son nulas  $p(t) = 0$ , por la ecuación de equilibrio dinámico en el dominio del tiempo (Chopra, 1995):

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (2.1)$$

donde:

$M$  = matriz de masas

$K$  = matriz de rigideces

$u$  = vector de desplazamientos

$\ddot{u}$  = vector de aceleración

La ecuación (2.1) representa  $N$  número de ecuaciones diferenciales homogéneas ensambladas mediante la matriz de masas, la matriz de rigideces o ambas.  $N$  a su vez es igual al número de gdl. Además, la vibración libre para un modo natural de vibración  $n$  de un sistema sin amortiguamiento puede ser descrita matemáticamente por

$$u(t) = \sum_{n=1}^N q_n(t) \phi_n \quad (2.2)$$

donde,

$\phi_n$  = vector nodal para  $n$

$u(t)$  = desplazamiento para un instante  $t$

$q_n(t)$  = desplazamiento con respecto al tiempo

Por otra parte,  $q_n(t)$  puede ser descrita por la función de movimiento armónico

$$q_n(t) = A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t \quad (2.3)$$

donde,

$A_n, B_n$  = constantes de integración

$\omega_n$  = frecuencia natural circular del modo  $n$

Combinando las ecuaciones (2.2) y (2.3) se obtiene:

$$u(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \quad (2.4)$$

donde  $\phi_n$  y  $\omega_n$  son incógnitas.

A su vez, la velocidad para un instante  $t$  es igual a:

$$\dot{u}(t) = \sum_{n=1}^N \phi_n \omega_n (-A_n \sin \omega_n t + B_n \cos \omega_n t) \quad (2.5)$$

Usando las nuevas formas de  $u(t)$  y  $\dot{u}(t)$ , de las ecuaciones (2.4) y (2.5) respectivamente, en la ecuación (2.1) y reordenando se obtiene:

$$[-\omega_n^2 M \phi_n + K \phi_n] q_n(t) = 0 \quad (2.6)$$

La ecuación (2.6) puede satisfacerse sólo de dos maneras. Con  $q_n(t) = 0$ , lo que implica que  $u(t) = 0$  y no hay movimiento en el sistema (a esto se le conoce como solución trivial), o la frecuencia natural  $\omega_n$  y modos  $\phi_n$  deben satisfacer la siguiente ecuación:

$$(K - \omega_n^2 M) \phi_n = 0 \quad (2.7)$$

la cual provee una condición muy útil. Además, se puede interpretar un arreglo de  $N$  ecuaciones algebraicas homogéneas para los elementos  $N$  de  $\phi_{jn}$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ). A este problema algebraico se le conoce como *problema de los valores y vectores característicos*.

La matriz de masas y la de rigideces,  $M$  y  $K$  respectivamente, se conocen; el problema es determinar el valor del escalar  $\omega_n^2$  y el vector  $\phi_n$ . Por otro lado, para que la solución a la ecuación (2.7) no sea la trivial se debe cumplir:

$$|K - \omega_n^2 M| = 0 \quad (2.8)$$

Cuando el determinante de la ecuación (2.8) es desarrollada se obtiene un polinomio de orden  $N$ . A dicha ecuación se le conoce como *ecuación característica*. Esta ecuación tiene  $N$  raíces reales positivas  $\omega_n^2$  porque  $M$  y  $K$ , matriz de masas y rigideces, son simétricas y positivas. Las  $N$  raíces de la ecuación (2.8) determinan las  $N$  frecuencias naturales circulares  $\omega_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) de vibración. Cuando una frecuencia natural  $\omega_n$  se conoce, la ecuación (2.7) puede ser resuelta para el correspondiente vector  $\phi_n$ . A su vez, un sistema con  $N$  frecuencias naturales de vibración  $\omega_n$  y  $N$  gdl cuenta con  $N$  vectores independientes  $\phi_n$ ; los cuales son conocidos como *modos naturales de vibración, vectores característicos o formas naturales de vibración*.

Asimismo, un periodo natural de vibración  $T_n$ , descrito por la ecuación (2.9), de un sistema con  $N$  gdl es el tiempo requerido para un ciclo de movimiento simple armónico en uno de sus modos naturales; el cual corresponde a la frecuencia natural circular  $\omega_n$  y la frecuencia natural cíclica de vibración  $f_n$ , ecuación (2.10).

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (2.9)$$

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad (2.10)$$

En resumen, un sistema con  $N$  gdl tiene  $N$  frecuencias naturales circulares de vibración  $\omega_n$  arregladas en secuencia de menor a mayor ( $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_N$ ), el cual corresponde a su periodo natural  $T_n$  y modo natural  $\phi_n$ . El término “natural” se emplea para enfatizar que cada una de estas características de vibración sólo depende de las propiedades de masa y rigidez del sistema.

## 2.2 MATRIZ MODAL Y ESPECTRAL

Los  $N$  vectores característicos,  $N$  frecuencias naturales y  $N$  modos naturales pueden ser ensamblados en matrices. Si al modo natural  $\phi_n$  correspondiente a la frecuencia natural  $\omega_n$  tienen elementos  $\phi_{jn}$ , donde  $j$  indica el gdl. Los  $N$  vectores característicos pueden ser arreglados en una simple matriz cuadrada llamada matriz modal  $\Phi$  (ecuación 2.11), donde cada columna es un modo natural.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2N} \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \dots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Los  $N$  valores característicos  $\omega_n^2$  se pueden presentar en una matriz diagonal  $\Omega$  (ecuación 2.12), la cual es llamada *matriz espectral*,

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Cada valor o vector característico satisface la ecuación (2.7), que puede ser reescrita usando la matriz modal y espectral. Entonces, ensamblando todas las relaciones en una sola ecuación compacta se tiene:

$$K\Phi = M\Phi\Omega \quad (2.13)$$

## 2.3 ORTOGONALIDAD DE LOS MODOS

Los modos naturales correspondientes a diferentes frecuencias naturales ( $\omega_n \neq \omega_r$ ) deben satisfacer las siguientes condiciones de ortogonalidad, la cual es sumamente importante para el análisis de problemas dinámicos.

$$\phi_n^T K \phi_r = 0 \quad , \quad \phi_n^T M \phi_r = 0 \quad (2.14)$$

Para probar dichas propiedades se supone que la  $n$ -ésima frecuencia natural, correspondiente al  $n$ -ésimo, modo satisface la ecuación (2.7). Entonces, premultiplicando por  $\phi_r^T$ , la transpuesta de  $\phi_r$  se obtiene:

$$\phi_r^T K \phi_n = \omega_n^2 \phi_r^T M \phi_n \quad (2.15)$$

Análogamente para la  $r$ -ésima frecuencia y modo en la ecuación (2.7). Premultiplicando por  $\phi_n^T$  se tiene

$$\phi_n^T K \phi_r = \omega_r^2 \phi_n^T M \phi_r \quad (2.16)$$

de acuerdo con las condiciones (2.14) y a la simetría de las matrices M y K se puede escribir las ecuaciones (2.15) y (2.16) en una sola como:

$$\phi_n^T K \phi_r = \omega_n^2 \phi_n^T M \phi_r \quad (2.17)$$

Entonces, restando (2.16) de (2.14) se tiene

$$(\omega_n^2 - \omega_r^2) \phi_n^T M \phi_r = 0 \quad (2.18)$$

Si las frecuencias naturales son diferente ( $\omega_n^2 \neq \omega_r^2$ ), se entiende que  $\omega_n \neq \omega_r$ , por lo cual para que la ecuación (2.18) se cumpla las condiciones (2.14) deben ser válidas.

Las amplitudes de vibración en un modo normal son valores relativos, que pueden normalizarse, hasta cierto punto como se desee. La normalización de ec (2.19) es especialmente conveniente para un sistema general (Paz, 1992):

$$\Phi_{jn} = \frac{\phi_{jn}}{\sqrt{\phi_n^T M \phi_n}} \quad (2.19)$$

donde,

$\phi_{jn}$  = es la coordenada correspondiente al n-ésimo modo del j-ésimo grado de libertad

$\Phi_{jn}$  = es la coordenada normalizada correspondiente al n-ésimo modo del j-ésimo grado de libertad

Considerando los vectores normalizados, las condiciones de ortogonalidad están dada por

$$\phi_n^T M \phi_n = 1 \quad (2.20)$$

$$\phi_n^T K \phi_n = \omega_n^2 \quad (2.21)$$

O lo que es equivalente, en forma matricial

$$\Phi^T M \Phi = I \quad ; \quad \Phi^T K \Phi = \Omega \quad (2.22)$$

## 2.4 CONDENSACIÓN ESTÁTICA

Debido a la complejidad de algunos problemas de análisis estático o dinámico es recomendable reducir los gdl de un sistema a sólo los que son importantes. Esto es posible arreglando los gdl de la matriz a reducir en gdl *dependientes* o *secundarios* y en gdl *independientes* o *primarios*. La relación entre los gdl *primarios* y *secundarios* se establecen por medio de relaciones estáticas; por ello se conoce con el nombre de *método de condensación estática* (Guyan, 1975).

Tomando nuevamente la ecuación de equilibrio dinámico para un sistema sin amortiguamiento, ecuación (2.1), en un instante donde la fuerza aplicada es distinta de cero  $p(t) \neq 0$ , se tiene:

$$M\ddot{u} + Ku = p(t) \quad (2.23)$$

Usando la técnica de reducción estática, se desprecian los términos de inercia Mü. Posteriormente particionados la matriz de rigideces global en los grados principales  $p$  y los grados secundarios a condensar  $s$ , como se muestra en la ecuación (2.24)

$$\begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sp} \\ K_{ps} & K_{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ u_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_s \\ p_p \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

donde,

$u_p$  = vector correspondiente a los gdl principales

$u_s$  = vector desplazamiento que corresponde a los gdl secundarios  $s$

$p_p$  = vector principal de fuerzas externas

$p_s$  = vector secundario de fuerzas externas

Para la condensación estática consideramos que no existen fuerzas actuantes en todos los gdl secundarios  $s$ , es decir, el vector secundario de fuerzas externas es igual a cero  $p_s = 0$ . Considerando dicha condición y desarrollando la ecuación (2.24), se tiene:

$$K_{ss}u_s + K_{sp}u_p = 0 \quad (2.25)$$

$$K_{ps}u_s + K_{pp}u_p = p_p \quad (2.26)$$

la ecuación (2.25) es equivalente a

$$u_s = Tu_p \quad (2.27)$$

donde,

$T$  = matriz de transformación

Por lo cual la matriz de transformación es

$$T = -K_{ss}^{-1}K_{sp} \quad (2.28)$$

sustituyendo la ecuación (2.28) en (2.27), utilizándolas en (2.26) y reduciéndola, se tiene

$$(-K_{ps}K_{ss}^{-1}K_{sp} + K_{pp})u_p = p_p \quad (2.29)$$

El término entre paréntesis de la ecuación (2.29) se le conoce como matriz condensada. Cabe mencionar que la ecuación está escrita en términos de desplazamientos y fuerzas principales;  $u_p$  y  $p_p$  respectivamente. Finalmente, la matriz de rigideces condensada es:

$$K_C = K_{pp} - K_{ps}K_{ss}^{-1}K_{sp} \quad (2.30)$$

La cual es muy importante en la reconstrucción de matrices de rigideces en el experimento que se presenta en este documento. Ya que la matriz resultante del modelo escalado se condensó a sus gdl *primarios* dando como resultado una matriz lateral; con ello se facilita la obtención de las frecuencias correspondientes para cada  $g$

### CAPÍTULO 3. ALGORITMO DE BARUCH Y BAR-ITZHACK

La teoría sobre los multiplicadores de Lagrange provee una herramienta importante para el análisis de problemas generales de optimización sujetos a restricciones. A su vez, facilita las bases teóricas para el desarrollo de poderosos y eficientes métodos iterativos para la solución de los mismos. Por ello, en este capítulo se presenta el algoritmo de Baruch y Bar-Itzhack que se utilizó en el presente trabajo para reconstruir la matriz de rigideces del modelo escalado, y con ello estimar el DE.

Baruch (1978), propuso un método que se basa en la minimización de la norma de error entre la matriz de rigideces reconstruida y la matriz de rigideces del modelo analítico de la estructura. Además, considera la matriz de masas constante; lo cual resulta:

$$\gamma = \frac{1}{2} \left\| M_A^{-\frac{1}{2}} (K_U - M_A) M_A^{-\frac{1}{2}} \right\| \quad (3.1)$$

donde,

$\| \|$  =norma matricial

$M_A$  =matriz de masas del modelo analítico

$K_U$  =matriz de rigideces reconstruida

$K_A$  =matriz de rigideces del modelo analítico

La cual está sujeta a las restricciones de simetría de matriz de rigideces y el problema de valores característicos, ecuación (2.8), esto es:

$$K_U = K_U^T \quad (3.2)$$

$$K_U \Phi_X = M_U \Phi_X \omega_X^2 \quad (3.3)$$

donde,

$\Phi_X$  =matriz modal experimental

$\omega_X^2$  =matriz diagonal de frecuencias naturales cuadradas experimentales

$M_U$  =matriz de masas reconstruida

Con lo cual se garantiza la simetría de la matriz de rigideces, ecuación (3.2), y que satisfaga el problema de los valores característicos, ecuación (3.3).

Las matrices de masas y rigideces son de orden  $n \times n$  y las masas cumplen con la propiedad de ortogonalidad, condiciones (2.14). Usando el método de multiplicadores de Lagrange para incluir las restricciones de (3.2) y (3.3), la función se define como:

$$\Psi = \gamma + 2\Pi\Lambda_k(K_U\Phi_X - M_A\Phi_X\omega_X^2)\Pi + \Pi\beta_k(K_U - K_U^T)\Pi \quad (3.4)$$

donde,

$$\begin{aligned} \Pi \Lambda_k (K_U \Phi_X - M_A \Phi_X \omega_X^2) \Pi &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_{ij} \left( \sum_{r=1}^n k_{ir} \Phi_{rj} - \sum_{r=1}^n m_{ir} \sum_{q=1}^m \Phi_{rq} \omega_{qj}^2 \right) \Pi \beta_k (K_U - K_U^T) \Pi \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [\beta_k]_{ij} (k_{Uij} - k_{Uji}) \end{aligned}$$

$\beta_k, \Lambda_k$  =matrices de multiplicadores de Lagrange

$\lambda_{ij}$  =elemento de  $\Lambda_k$

$\Phi_{ij}$  =elemento de  $\Phi_X$

$\omega_{ij}^2$  =elemento de  $\omega_X^2$

Siguiendo con el método de multiplicadores de Lagrange, derivando parcialmente con respecto a  $k_{Uij}$  y resolviendo, la matriz reconstruida se obtiene como (Baruch, 1978):

$$K_U = K_A - K_A \Phi_X \Phi_X^T M_A - M_A \Phi_X \Phi_X^T K_A + M_A \Phi_X \Phi_X^T K_A \Phi_X \Phi_X^T M_A + M_A \Phi_X \omega_X^2 \Phi_X^T M_A \quad (3.5)$$

En el presente trabajo se eligió este algoritmo para reconstruir las matrices de rigideces de las estructuras, a partir de sus características dinámicas conocidas, porque, comparado con otros, proporciona la mayor precisión (Acevedo, 2005).

## CAPÍTULO 4. PROTOTIPO Y MODELO EXPERIMENTAL

En este capítulo se describen las características del prototipo y el modelo experimental, que fue diseñado de acuerdo con las NTCDS del RCDF-2004. Además, se explica y describe el sistema de prefabricación empleado así como su proceso de construcción.

### 4.1 SISTEMA DE PREFABRICACIÓN

#### 4.1.1 Conexión columna-trabe

El modelo consistió de un sistema de marcos con ventanas en las columnas (para la unión trabe-columna), traveses tipo “U” prefabricados y conexión húmeda (colado en sitio). El comportamiento general de dichos especímenes es muy similar en términos de capacidad al de los elementos monolíticos, cerca del 97% (Shariatmadar y Beydokhti, 2014). Además, el sistema no apoya las traveses en las ventanas sino en soportes temporales, que se retiran cuando el concreto alcanza su resistencia de diseño. Colocar las traveses en las ventanas de las columnas reduce el área de cortante en la conexión trabe-columna disminuyendo la capacidad de disipación de energía y rigidez en el elemento. Esto puede provocar daño severo y fracturas en el mismo (Park H.G., *et al.*, 2008). En la Figura 4.1 se muestra un esquema del sistema.

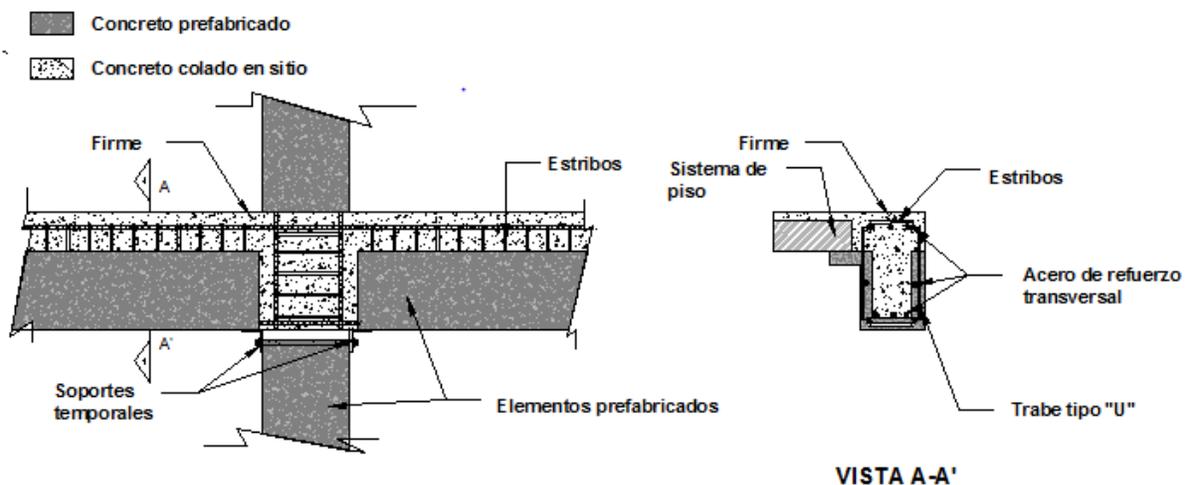


Figura 4.1 Esquema del sistema de prefabricación (Conexión columna-trabe)

### 4.1.2 Conexión columna-columna

Debido a que el modelo estudiado fue de más de un piso, se tiene una conexión especial columna- columna. Consiste en una conexión a la mitad de la columna por medio de varillas de anclaje y *grout* de alta resistencia. Para tener una mejor conexión, los huecos en la parte inferior de la columna, donde se introducen las varillas, se prepararon con ductos metálicos engargolados y para una mejor nivelación se colocó una varilla más en la parte superior de la columna como se muestra en la Figura 4.2.

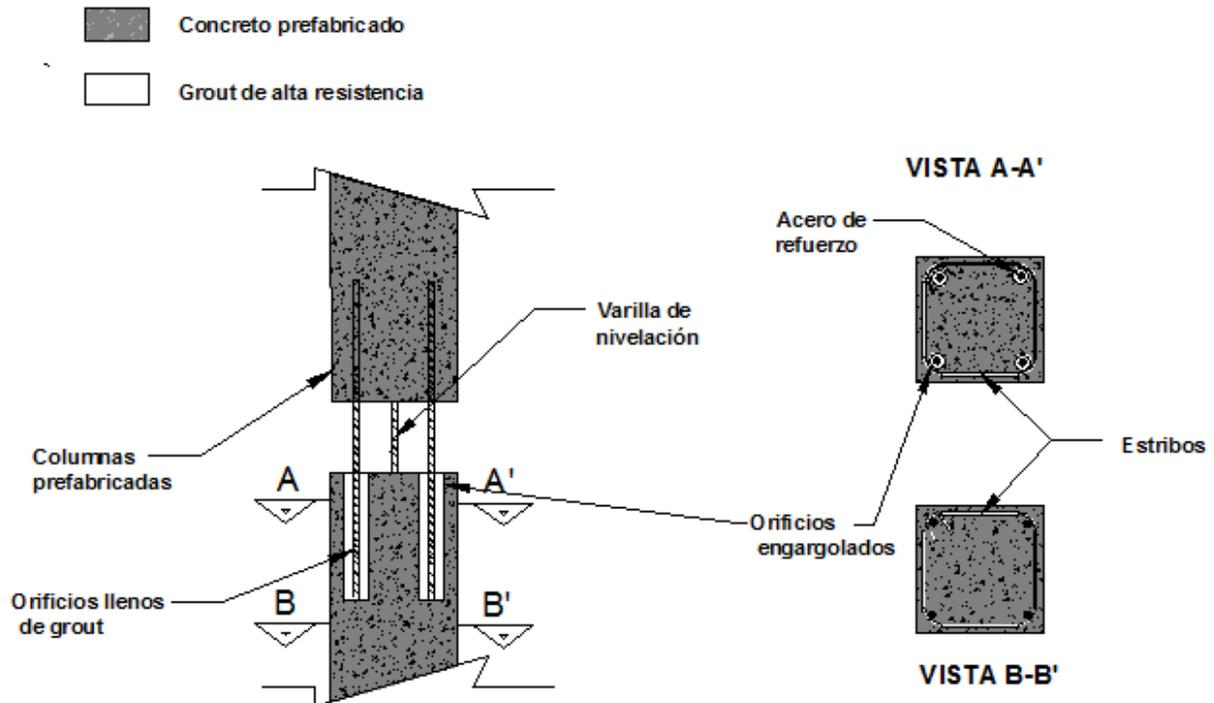
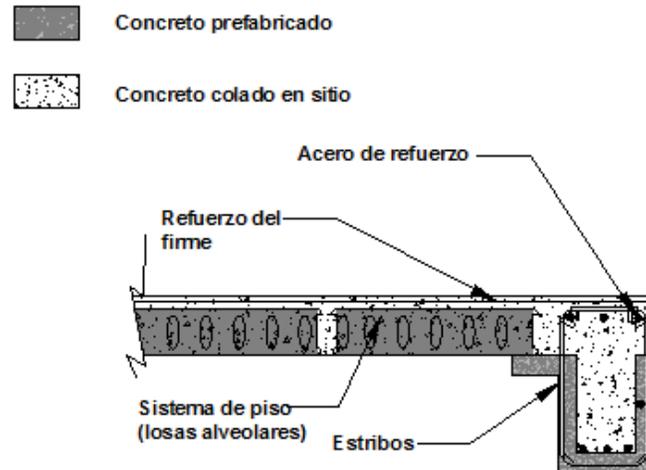


Figura 4.2 Esquema de conexión columna-columna

### 4.1.3 Sistema de piso

El sistema de piso constó de losas alveolares con firme reforzado de 6 centímetros de espesor en la parte superior (Figura 4.3). Las losas alveolares cuentan con ductos en su sección transversal en toda su longitud, con el fin de reducir el peso propio. Fueron hechas de concreto presforzado a base de alambres (torones) colocados en el lecho interior de las losas.



**Figura 4.3. Esquema del sistema de piso**

#### 4.1.4 Proceso de construcción y montaje

Esencialmente, el montaje y construcción del modelo se puede resumir en 5 pasos, los cuales se explican a continuación e ilustran en la Figura 4.4.

- a) Se fijan las columnas prefabricadas del primer piso, las cuales miden 1.5 veces la altura de entrepiso. Cuentan con los huecos y varilla de nivelación para la unión columna-columna, las ventanas para la unión columna-trabe y los apoyos temporales para recibir las trabes.
- b) Se colocan las trabes tipo “U” en los apoyos temporales, con sus respectivos armados de refuerzo longitudinal y transversal, así como el sistema de piso y acero de refuerzo para el firme (malla electrosoldada comúnmente).
- c) Se vierte el concreto en los nudos y ventanas de las columnas, la parte superior de las trabes y los firmes correspondientes.
- d) Se realiza la conexión de las columnas en el piso superior y se colocan nuevos apoyos temporales.
- e) Se repiten los pasos b), c) y d) tanto como sea necesario para obtener el montaje completo del edificio.

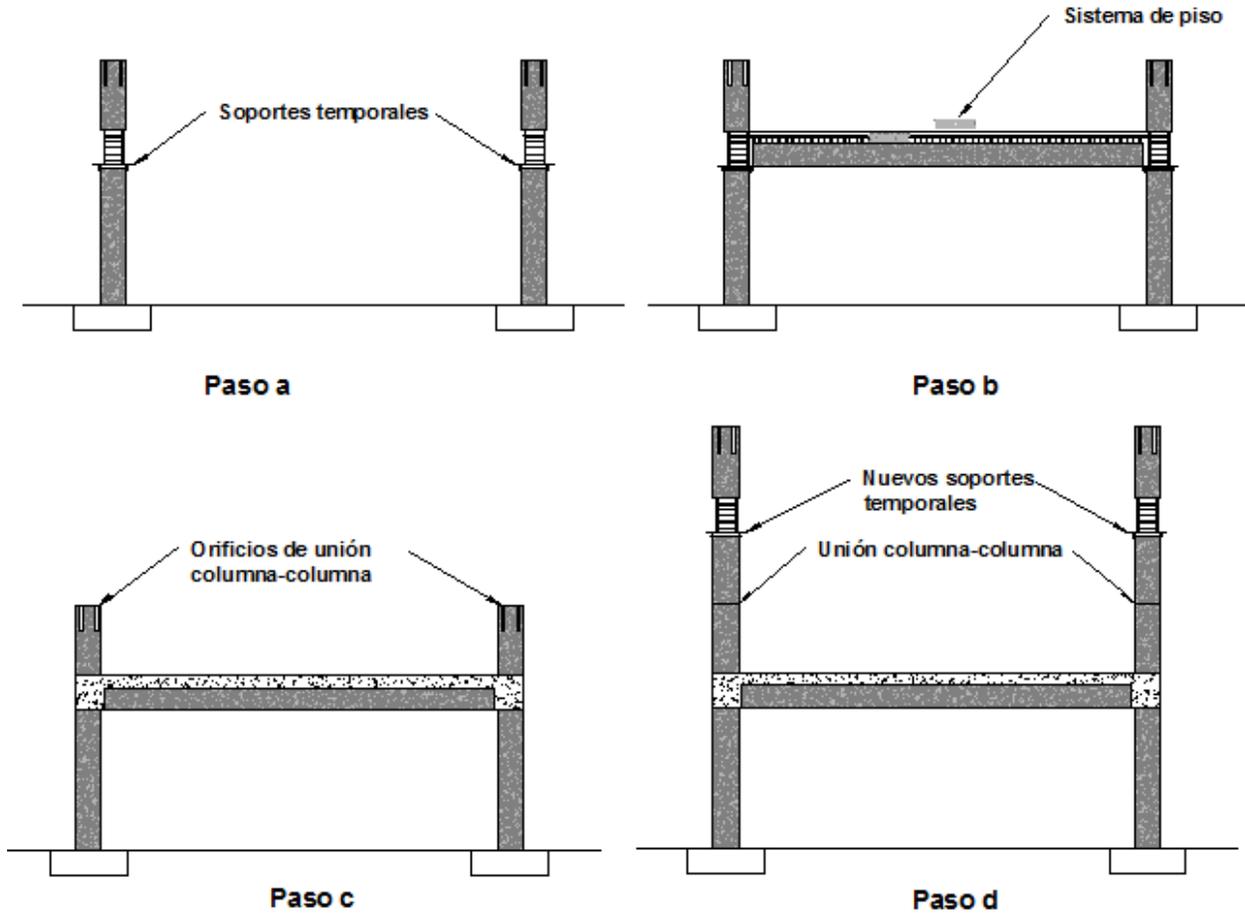


Figura 4.4. Procedimiento de montaje del sistema

## 4.2 PROTOTIPO

El prototipo de marcos rígidos (Figura 4.5) fue diseñado siguiendo RCDF-2004 y sus NTCDS. Se supuso que el prototipo se encuentra en la zona del lago, zona IIIb, de la CDMX y su uso es habitacional. Además, para su diseño se consideró un factor de comportamiento sísmico  $Q=2$ . Es regular en planta y elevación. Consta de 4 niveles, con altura de entrepiso de 3.30 m. El edificio cuenta con una crujía en cada dirección horizontal de 10 m de longitud a centros de ejes.

Para el diseño, tema que no se desarrollará en la presente tesis, se consideraron sólo cargas sísmicas en dirección X y se despreciaron efectos bidireccionales.

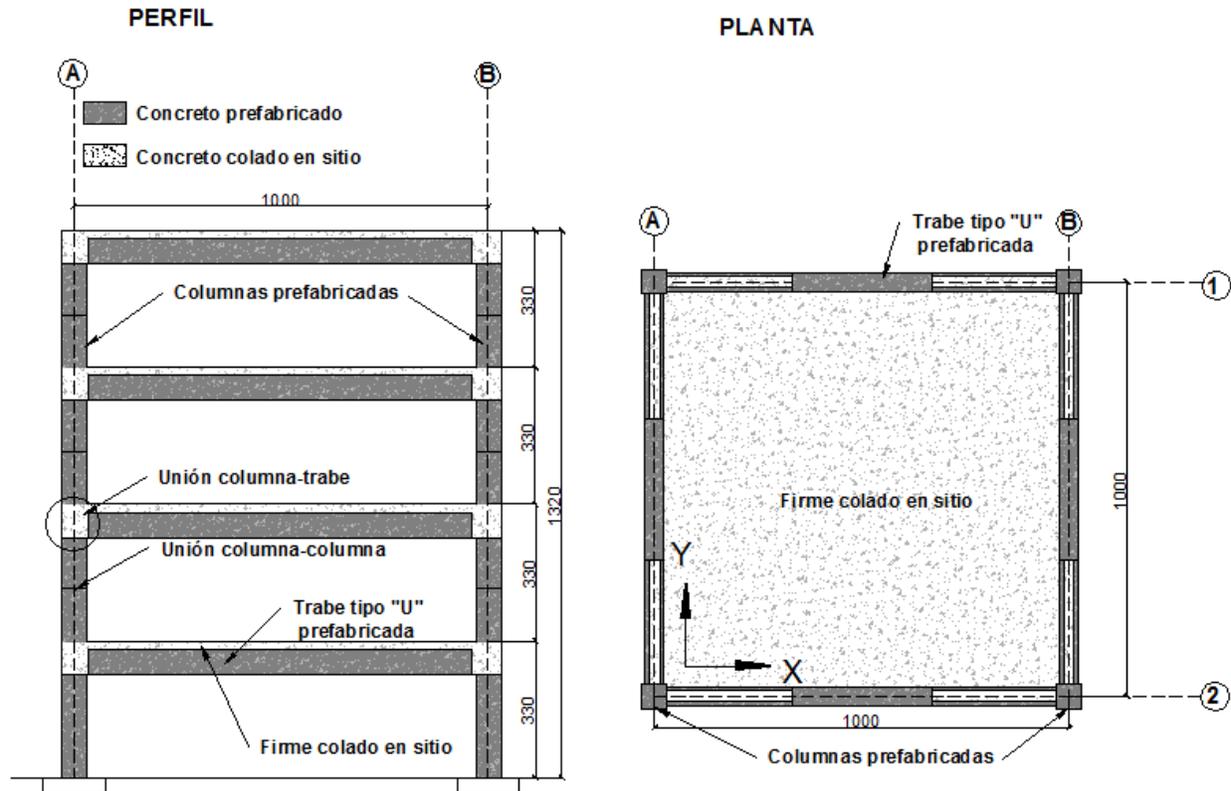


Figura 4.5 Vista de perfil y planta del prototipo, dimensiones en cm

#### 4.2.1 Materiales

Los materiales utilizados en columnas y travesaños son: concreto con resistencia nominal de  $f'c = 500 \text{ kg/cm}^2$  y acero de refuerzo con resistencia nominal a la fluencia  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ . El concreto de las conexiones travesaño-columna y firmes de losas tiene resistencia nominal  $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$ . La malla electrosoldada de resistencia nominal  $f_y = 5000 \text{ kg/cm}^2$

### 4.3 MODELO

#### 4.3.1 Leyes de similitud

Debido a las dimensiones del prototipo, la capacidad de la mesa vibradora y para menor complejidad, el experimento se realizó a un modelo escalado. Para el cual, haciendo uso de la teoría de la modelación, se realizaron las siguientes suposiciones:

- El prototipo se escaló 3 a 1, por lo cual el factor geométrico ( $f_g$ ) es igual a 3 y la escala 1/3
- Los materiales presentan las mismas propiedades en el prototipo y el modelo. Por lo cual, los esfuerzos y deformaciones unitarias en materiales tendrán un factor de escala 1 a 1

- Los patrones de daño y mecanismos de falla en el modelo y en el prototipo son similares.
- Se usó un factor de masa ( $f_m$ ), por unidad de área, igual a 2 a 1. Entonces, la escala de masas es 1/2

Usando las suposiciones anteriores, se obtuvieron las leyes de similitud para el modelo escalado las cuales muestran en la Tabla 4.1. Donde también se muestran las propiedades del prototipo a escala completa.

**Tabla 4.1 Leyes de similitud**

Propiedad	Ley de similitud
Longitud	$L_m = L_p / f_g$
Área	$A_m = A_p (f_g)^2$
Segundo momento de área	$I_m = I_p / (f_g)^4$
Masa/área	$\left(\frac{m_m}{A_m}\right) = \left(\frac{m_p}{A_p}\right) \frac{1}{f_m}$
Masa	$m = m_p \frac{A_m}{A_p} \frac{1}{f_m} = m_p \frac{1}{f_g^2} \frac{1}{f_m}$
Módulo de elasticidad	$E_m = E_p$
Esfuerzo	$\sigma_m = \sigma_p$
Periodo de vibración	$T_m = T_p / \sqrt{f_g f_m}$
Paso del tiempo	$\Delta t_m = \Delta t_p / \sqrt{f_g f_m}$
Desplazamiento	$d_m = d_p / f_g$
Velocidad	$v_m = v_p \sqrt{f_m / f_g}$
Aceleración	$a_m = a_p f_m$

Las propiedades del modelo escalado se verificaron en un modelo matemático usando un software de análisis estructural comercial, obteniendo buena correlación con las del prototipo.

### 4.3.2 Propiedades del modelo

Al aplicar las leyes de similitud de la Tabla 4.1 se obtuvieron las propiedades del modelo escalado. Dichas propiedades se muestran en la Tabla 4.2, al igual que las del prototipo.

**Tabla 4.2 Propiedades de prototipo y modelo escalado**

Propiedad	Variable	Valor a escala completa	Factor de escala	Valor escalado	Unidades
Altura total	$H$	13.20	1/3	4.40	m
Altura de entrepiso	$h_i$	3.30	1/3	1.10	m
Dimensión en planta en X	$B_x$	10.00	1/3	3.30	m
Dimensión en planta en Y	$B_y$	10.00	1/3	3.30	m
Masa en pisos 1 a 3	$m_1 a m_3$	760	1/2	380	Kg/m <sup>2</sup>
Masa en piso 4	$m_4$	720	1/2	360	Kg/ m <sup>2</sup>
Periodo fundamental	$T_I$	0.57	$0.57 / \sqrt{(3)(2)}$	0.23	s
Resistencia del concreto	$f'c$	500	1	500	Kg/cm <sup>2</sup>
Módulo de elasticidad	$E_c$	313,050	1	313,500	Kg/cm <sup>2</sup>

Con las leyes de similitud descritas en las Tablas 4.1 y 4.2, se determinaron las dimensiones de las trabes y columnas así como su armado, Tabla 4.3

**Tabla 4.3. Dimensiones de secciones transversales en estructura prototipo y modelo escalado**

Elemento	Sección en prototipo [cm]	Sección escalada [cm]	Acero longitudinal prototipo	Acero longitudinal escalado	Estribos en prototipo	Estribos en modelo
Trabes en X	45x81	15x27	$A_{spos}=2vars. \#12$ $A_{sneg}=2vars. \#12$	$A_{spos}=2vars. \#4$ $A_{sneg}=2vars. \#4$	#6@30	#2@10
Trabes en Y	45x81	15x27	$A_{spos}=2vars. \#12$ $A_{sneg}=2vars. \#12$	$A_{sneg}=2vars. \#4$ $A_{spos}=2vars. \#4$	#6@30	#2@10
Columnas	60 x 60	20 x 20	4vars. #12 + 4vars. #9	4var.#4 + 4vars. #3	#6@15	#2@5

### 4.3.3 Materiales

#### 4.3.3.1. Concreto

Durante la construcción, fueron tomadas muestras del concreto utilizado en los diferentes componentes del modelo; posteriormente, se ensayaron para determinar su resistencia al día de las pruebas (17 de noviembre 2014). En la Tabla 4.4 se muestran los resultados arrojados por los diferentes ensayos. Cabe mencionar que el tamaño máximo del agregado para las mezclas del modelo es de 13 mm, tres veces más pequeño que el del prototipo, el cual sería más grande que el convencional en mezclas comunes.

A su vez, el módulo de elasticidad para los tramos prefabricados de los marcos se determinó utilizando el método descrito en la NMX-C-128-ONNCCE-2013 y con lo obtenido en el capítulo 11 de las NTCC para concretos de alta resistencia, para su posterior comparación como se muestra en la Tabla 4.5.

**Tabla 4.4. Resistencia del concreto en los diferentes componentes de modelo**

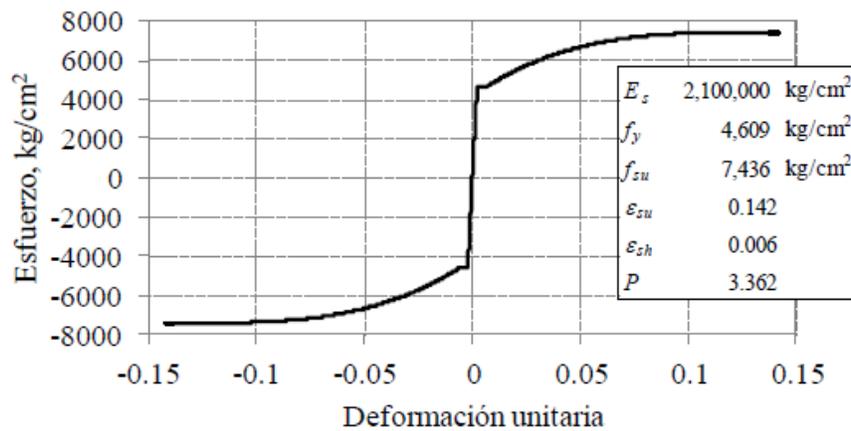
Elemento	Descripción	Ubicación	Resistencia promedio [kg/cm <sup>2</sup> ]	Fecha de ensaye	Edad [días]
Trabes	Tramos prefabricados	Todos los pisos	715	28/ oct /2014	28
Columnas	Sólo tramos prefabricados	Todos los pisos	570	14/ nov /2014	28
Nodos	Conexión trabe-columna	Pisos 1 y 2	281	17/ nov /2014	7
		Pisos 3 y 4	490	16/ nov /2014	3
Firmes	pisos	Pisos 1 y 2	394	17/ nov /2014	7
		Pisos 3 y 4	390	16/ nov /2014	3
Grout	Conexiones columna-columna	Entre pisos 2 y 3	613	17/ nov /2014	7

**Tabla 4.5. Módulo de elasticidad del concreto**

Elemento	$f'_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Módulo experimental [kg/cm <sup>2</sup> ]	Módulo RCDF-2004 [kg/cm <sup>2</sup> ]	EExp/ERCDF [%]
Trabes prefabricadas	715	288,772	337,286	85.6%
Columnas	570	240,816	312,935	77.0%

**4.3.3.2 Acero**

Para el modelo escalado se utilizó acero común comercial mexicano al cual no se le hicieron pruebas. Se considera que el acero se comporta como lo describe la curva típica de esfuerzo-deformación de aceros mexicanos, Figura 4.6 (Rodríguez y Botero, 1996). Para obtener dicha curva se hizo un sondeo a varillas con diámetro igual o menor a 13 mm.



**Figura 4.6 Curva típica esfuerzo deformación de aceros mexicanos**

**4.3.4 Construcción**

El modelo escalado fue construido conforme lo descrito en la Sección 4.1.4 de este documento, sólo con dos modificaciones:

- El proceso de montaje fue de a dos pisos a la vez, es decir, primero se ensambló el piso 1 y 2 y después se montaron sobre éstos los pisos 3 y 4, lo cual sólo deja una unión columna-columna entre el pisos 2 y 3.
- El inicio del proceso de montaje se realizó fuera de la plataforma de la mesa vibradora sobre una superficie plana.

Entonces, el proceso que se llevó a cabo por practicidad en el montaje del modelo escalado fue (Ilustrado en la Figura 4.7 :

- a) Colocación de columnas y sus soportes temporales del piso 1 y 2

- b) Colocación de traves y sistemas de piso
- c) Cimbrado y colado de firmes y nodos
- d) Descimbrado
- e) Montaje de los dos pisos siguientes repitiendo



Paso a



Paso b



Paso c



Paso e

**Figura 4.7** Fotografías del proceso llevado a cabo para el montaje del modelo

Por último, el resultado del mencionado proceso se muestra en la Figura 4.8 y el esquema final en la Figura 4.9.



Figura 4.8 Modelo de edificio terminado

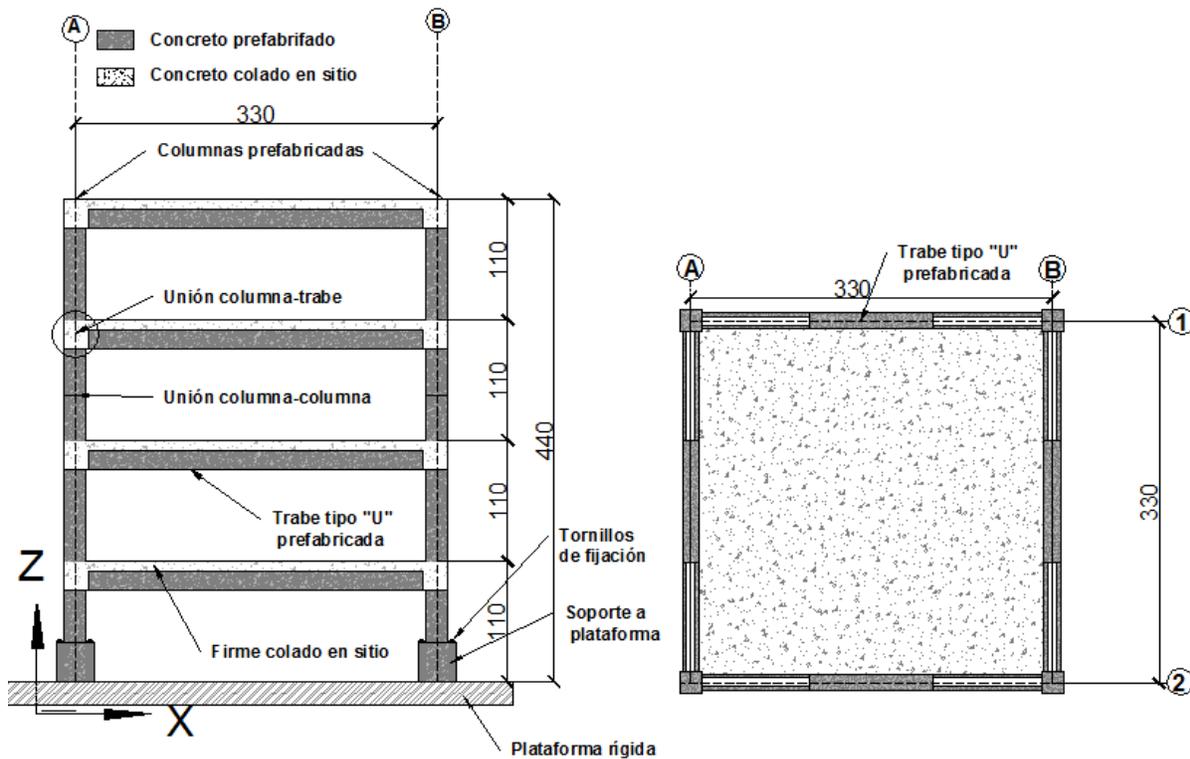


Figura 4.9 Vista de perfil y planta del modelo, dimensiones en cm

## CAPÍTULO 5. PRUEBAS EN MESA VIBRADORA

### 5.1 CARACTERÍSTICAS DE LA MESA VIBRADORA DEL IIUNAM

El experimento fue realizado en las inmediaciones del IIUNAM, por lo cual se enlistan las principales características de la mesa vibradora con la que se contó para las pruebas:

- Tipo: MTS Systems Corporation
- Grados de libertad controlados: 5
- Dimensiones en planta: 4 x 4 m
- Peso máximo de los modelos: 20 ton
- Desplazamiento horizontal máximo:  $\pm 150$  mm
- Desplazamiento vertical máximo:  $\pm 75$  mm
- Aceleración horizontal máxima: 1 g (con modelo de 20 t)
- Aceleración vertical máxima: 1 g (con modelo de 20 t)
- Intervalo de frecuencia: 0.1 a 50 Hz

Además, antes de realizar las pruebas se llevó a cabo un proceso de calibración del equipo. Este consistió en colocar un peso equivalente al del modelo sobre la plataforma, como se muestra en la Figura 5.1, con el fin de no dañar el modelo con la calibración y así los resultados sean consistentes. Después, se aplicó el registro SCT al sistema de control de la mesa para que éste tratara de reproducir el movimiento al 100% y al 200%. Se hicieron un par de pruebas hasta que el sistema pudo reproducir de manera aceptable las condiciones para el modelo escalado.



**Figura 5.1. Peso equivalente para calibración de mesa**

## 5.2. INSTRUMENTACIÓN

En la base del modelo y en todos sus pisos se colocaron acelerómetros y transductores de desplazamiento. En planta baja se colocó sólo un acelerómetro en dirección X (Figura 5.2 a). En los pisos 1 a 3 se colocaron cuatro acelerómetros por planta. De estos, tres estaban orientados en dirección X y uno en dirección Y, para medir posibles giros de los pisos alrededor de un eje vertical (Figura 5.2 b). Evitando que los acelerómetros en dirección X estuvieran cerca del centro de gravedad, se colocaron cerca de los ejes 1 y 2.

En el piso de azotea se colocaron siete acelerómetros. Sólo uno se colocó en dirección Y el resto en dirección X (Figura 5.2 d).

Por otro lado, para medir desplazamientos relativos se colocaron transductores de desplazamiento. Estos se colocaron en las caras correspondientes al eje 1 y 2 correspondiente a la dirección X (Figura 5.2 c). Adicionalmente, se colocaron transductores de cuerda para medir desplazamiento absolutos en cada piso. Sin embargo, estos no dieron buenos resultados debido a que el hilo de los transductores se pandeó durante las pruebas. A su vez, en la Figura 5.2.1 se muestra el modelo instrumentado.

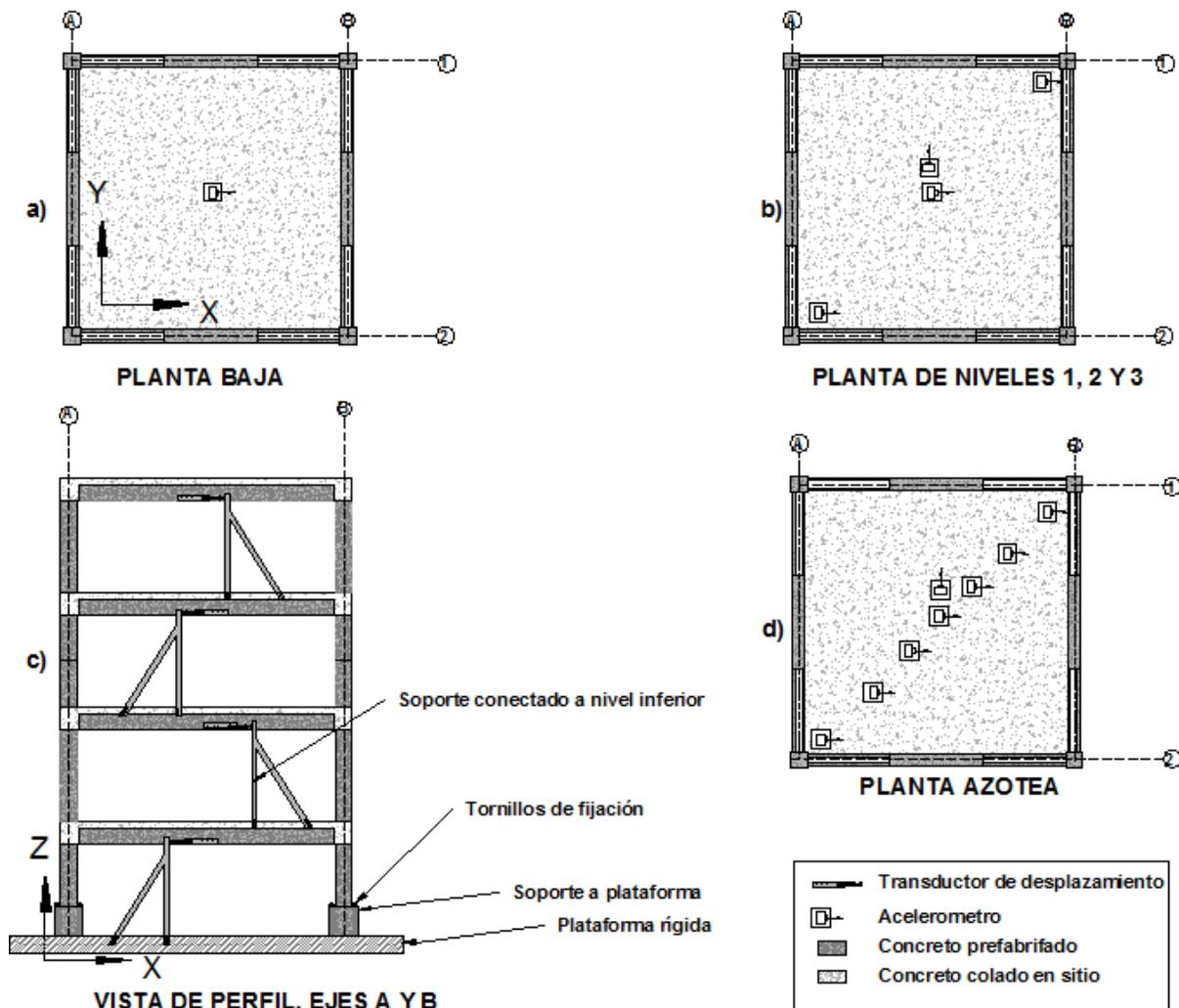


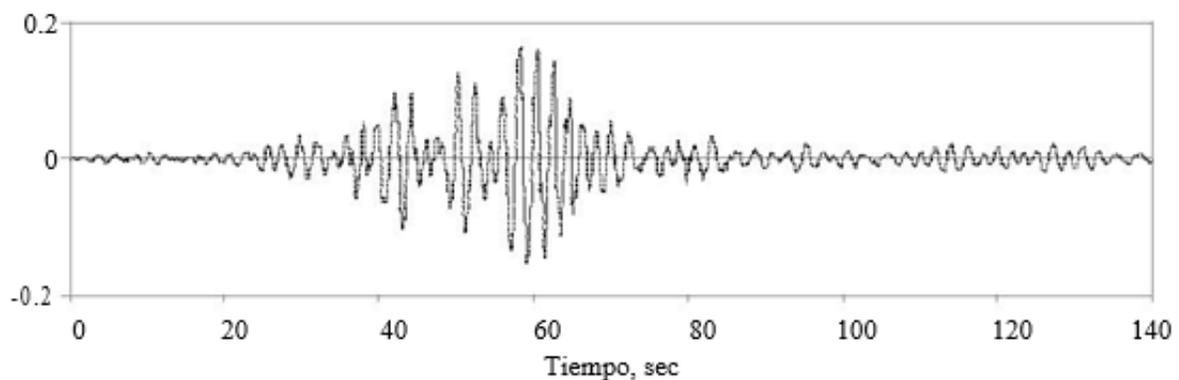
Figura 5.2 Esquema de instrumentación en el modelo escalado



**Figura 5.2.1 Vista del modelo instrumentado**

### **5.3 REGISTRO SÍSMICO DE ENTRADA**

El registro sísmico seleccionado corresponde al documentado por la estación de la SCT del 19 de septiembre de año 1985 componente EW del sismo de Michoacán, México, el cual se ilustra en la Figura 5.3. El registro seleccionado fue medido en la zona del lago de la CDMX para el cual el modelo fue diseñado. A su vez, se comparan los espectros de respuesta del registro sísmico y el de diseño de la estructura (zona IIIb de la CDMX) en la Figura 5.4. Se observa una buena relación en los espectros inelásticos, lo contrario a los elásticos, entre el espectro de diseño con  $Q=2$  y el espectro de respuesta del registro con ductilidad igual a 2.



**Figura 5.3 Registro sísmico SCT de entrada, componente EW del sismo de Michoacán**

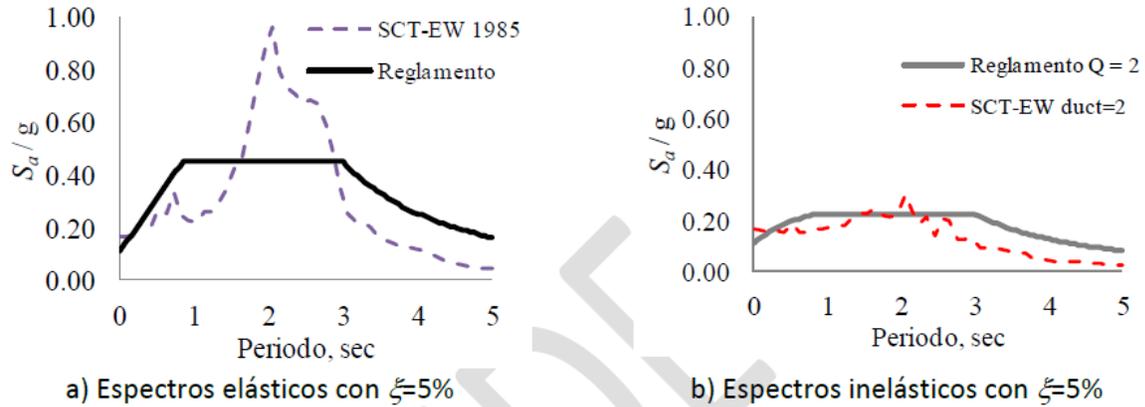


Figura 5.4 Espectro de respuesta del registro sísmico seleccionado y el espectro de diseño

### 5.4 PROGRAMA DE PRUEBAS

En total se realizaron 13 pruebas, la mayoría de ellas constaron en aplicar ruido blanco de baja intensidad a la estructura para determina sus propiedades dinámicas. Además, se aplicó el registro sísmico descrito e ilustrado en la sección anterior, previamente escalado de acuerdo con las leyes de similitud de la Tabla 4.3, al modelo a 100, 150 y 200%. La Tabla 5.1 muestra la relación de las pruebas, se puede observar que el registro original se aplicó dos veces y que al final el mismo fue aplicado con un paso de tiempo (dt) reducido.

Tabla 5.1. Programa de pruebas del modelo escalado

Prueba	Descripción	Objetivo
1	Ruido blanco RMS 10 gal	Medición de propiedades dinámicas
2	Ruido blanco RMS 20 gal	Medición de propiedades dinámicas
3	SCT 100%	Medición de la respuesta global
4	Ruido blanco RMS 20 gal	Medición de propiedades dinámicas
5	Ruido blanco RMS 20 gal	Medición de propiedades dinámicas
6	SCT 100% repetición	Medición de la respuesta global
7	SCT 150%	Medición de la respuesta global
8	Ruido blanco RMS 20 gal	Medición de propiedades dinámicas
9	SCT 200%	Medición de la respuesta global
10	Ruido blanco RMS 20 gal	Medición de propiedades dinámicas
11	SCT 50% con $dt=0.002$	Medición de la respuesta global
12	SCT 75% con $dt=0.002$	Medición de la respuesta global
13	Ruido blanco RMS 20 gal	Medición de propiedades dinámicas

### 5.5 RESULTADOS DE LAS PRUEBAS

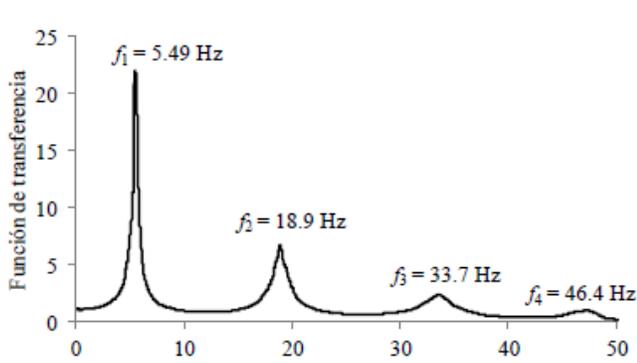
A continuación se presentan los resultados obtenidos experimentalmente que corresponden a las características dinámicas del modelo.

### 5.5.1 Frecuencias y periodos de vibración

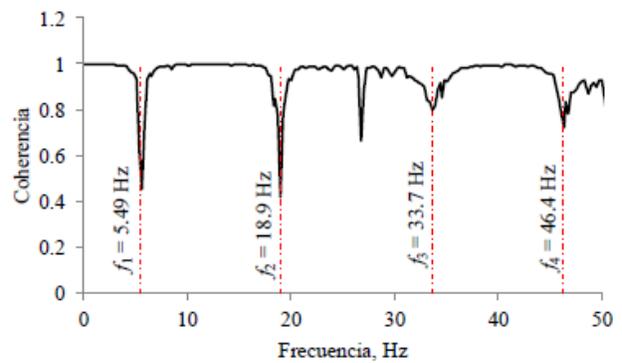
Para cada una de las pruebas se determinaron las frecuencias de vibración mediante análisis espectral convencional, tema que escapa de los alcances del presente documento. Esto se realizó utilizando los picos de la Función de Transferencia, FT, de la azotea a la base. A su vez, para la obtención de la FT se dividió los valores absolutos de la Transformada Rápida de Fourier, TRF, de la azotea entre las bases. Por otro lado, las TRFs se obtuvieron de los registros de aceleraciones de piso en la azotea y en la base, la Figura 5.4 muestra las TRFs para la prueba 1 y 13. Los valores obtenidos se muestran en la Tabla 5.2, junto con el valor del periodo de vibración que se calculó con la ecuación (2.10).

**Tabla 5.2 Valores de frecuencias y modos de vibración para modelo escalado**

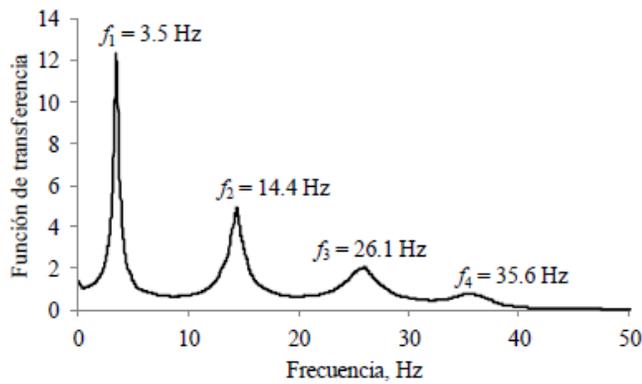
Prueba	Frecuencias [Hz]				Periodos [s]			
	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
1	5.49	18.90	33.70	46.39	0.18	0.053	0.030	0.022
2	5.33	18.49	32.88	45.41	0.19	0.054	0.030	0.022
3	5.31	18.98	33.45	45.72	0.19	0.053	0.030	0.022
3	4.82	17.82	31.67	42.21	0.21	0.056	0.032	0.024
4	4.76	17.33	31.73	41.99	0.21	0.058	0.032	0.024
5	4.75	17.40	31.07	41.99	0.21	0.057	0.032	0.024
6	4.76	17.70	30.03	43.09	0.21	0.056	0.033	0.023
6	4.70	17.21	30.06	43.21	0.21	0.058	0.033	0.023
7	4.64	17.27	29.74	41.78	0.22	0.058	0.034	0.024
7	4.18	16.42	28.75	40.62	0.24	0.061	0.035	0.025
8	4.07	16.05	28.44	39.83	0.25	0.062	0.035	0.025
9	4.15	16.36	29.48	39.55	0.24	0.061	0.034	0.025
9	3.48	14.85	26.52	36.35	0.29	0.067	0.038	0.028
10	3.54	14.74	26.02	36.62	0.28	0.068	0.038	0.027
11	3.49	14.85	24.08	35.87	0.29	0.067	0.042	0.028
12	3.49	14.83	25.01	35.98	0.29	0.067	0.040	0.028
13	3.50	14.42	26.12	35.57	0.29	0.069	0.038	0.028



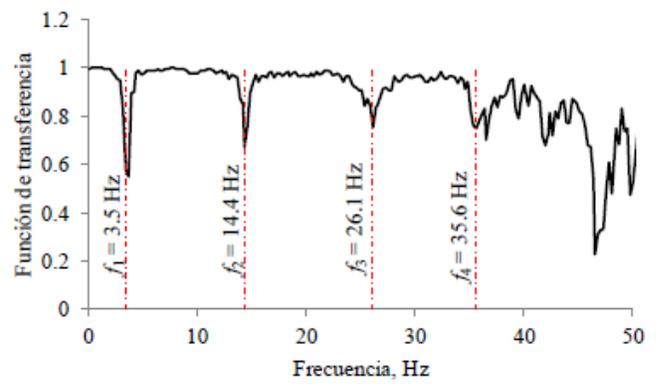
a) Función de transferencia en prueba 1



b) Coherencia en prueba 1



c) Función de transferencia en prueba 13



d) Coherencia en prueba 13

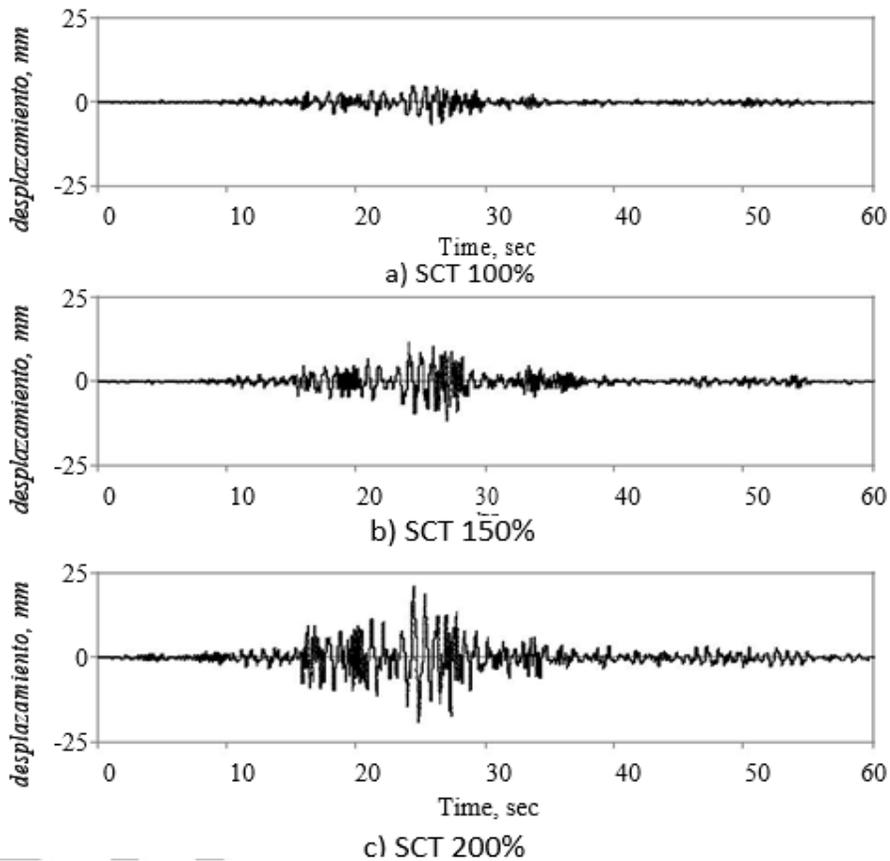
Figura 5.4 Estimación de frecuencias de vibración para las pruebas 1 y 13

### 5.5.3 Desplazamiento relativo máximo en la azotea

En la Tabla 5.3, se muestran los valores de desplazamiento máximo relativo del modelo para las pruebas donde se aplicó el registro de SCT al 100, 150 y 200%, respectivamente. A su vez, en la Figura 5.5 se muestra la historia de los mismos.

**Tabla 5.3. Valores de desplazamiento máximo en la azotea**

Prueba	Registro	Desplazamiento máximo [mm]	Desplazamiento escala completa [mm]	Desplazamiento/altura [1]
3	SCT 100%	6.87	20.61	0.0016
6	SCT 100% rep.	7.70	23.10	0.0018
7	SCT 150%	12.22	36.66	0.0028
9	SCT 200%	21.32	63.96	0.0048



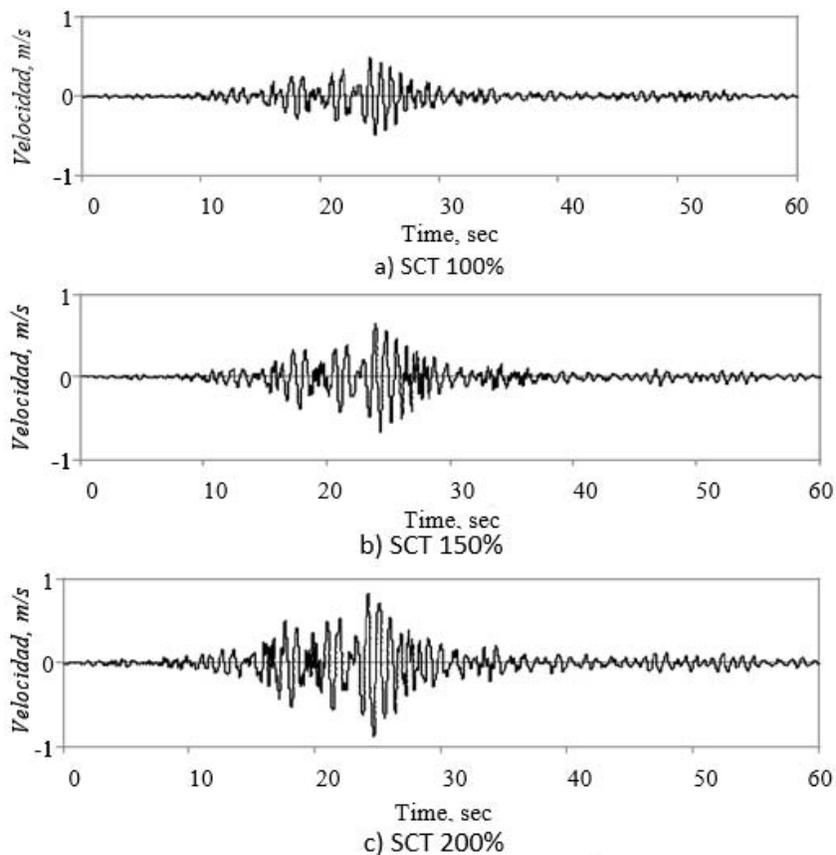
**Figura 5.5 Historias de desplazamiento máximo en la azotea**

**5.5.4 Velocidad absoluta en la azotea**

En Tabla 5.4, se muestran las velocidades máximas del piso de la azotea para las diferentes pruebas, con sus respectivas intensidades del registro de SCT. Además, en la Figura 5.6, se presentan las historias de velocidad de las respectivas pruebas.

**Tabla 5.4. Valores de velocidad absoluta máxima en la azotea**

Prueba	Registro	Velocidad máxima [m/s]	Velocidad escala completa [m/s]
3	SCT 100%	0.50	0.61
6	SCT 100%	0.51	0.62
7	SCT 150%	0.68	0.83
9	SCT 200%	0.89	1.09



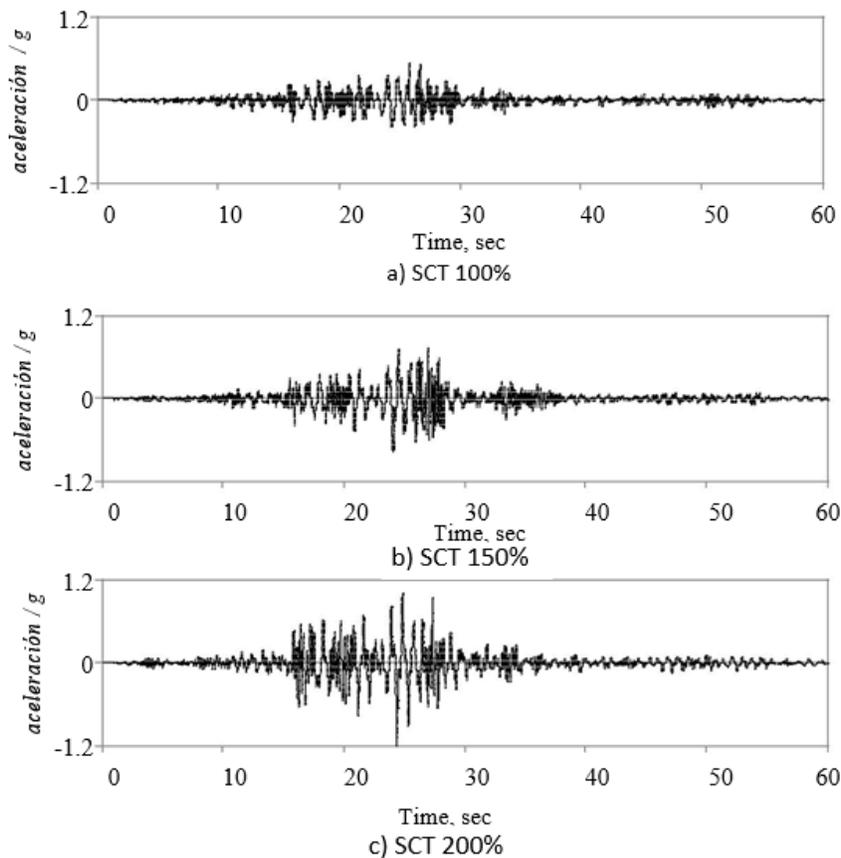
**Figura 5.6 Historias de velocidad absoluta máxima en la azotea**

### 5.5.5 Aceleración absoluta en la azotea

La Tabla 5.5 contiene las aceleraciones absolutas máximas de piso en la azotea, normalizadas con respecto a la aceleración de la gravedad (g), para los diferentes registros SCT a los cuales fue sometido el modelo escalado. Por otro lado, la Figura 5.9 muestra la historia de aceleraciones respectiva a las pruebas

**Tabla 5.5. Valores de aceleración absoluta máxima en la azotea**

Prueba	Registro	Aceleración máxima [g]	Aceleración escala complete [g]
3	SCT 100%	0.55	0.28
6	SCT 100%	0.58	0.29
7	SCT 150%	0.76	0.38
9	SCT 200%	1.21	0.61



**Figura 5.9 Historias de aceleración absoluta máxima en la azotea**

### 5.5.5 Agrietamiento

A pesar de que ningún elemento mostró agrietamiento severo que dejara expuesto al acero de refuerzo; éste se presentó de manera perceptible, principalmente en las conexiones. En la Figura 5.10, se muestra el agrietamiento típico en el modelo escalado después de las pruebas. Las columnas se agrietaron cerca de sus desplantes. En los firmes las grietas se observaron en la unión con las columnas. Para los nudos, el agrietamiento se presentó en las uniones de concreto prefabricado y el colado en sitio. A su vez, la mayor cantidad de grietas se observaron en los pisos 1 y 2.



a) Conexión trabe-columna en piso1



b) Desplante de columna



c) Nudo en piso 1



d) Firme en piso 1

**Figura 5.10 Agrietamiento típico en elementos después de pruebas**

## CAPÍTULO 6. RECONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDECES Y ESTIMACIÓN DE DAÑO

A continuación, se presenta cómo se estimó el DE en el modelo prototipo, mediante la calibración de los modelos analíticos y experimentales, reconstrucción de la matriz de rigideces, así como la evaluación de la pérdida de rigidez.

### 6.1 CALIBRACIÓN DE MODELO

#### 6.1.1 Estado inicial del modelo

La calibración del modelo, para obtener su estado inicial, se realizó mediante un modelo analítico en software de análisis estructural comercial (Figura 6.1a) y otro en paquete para análisis matricial de estructuras. Se modeló la estructura escalada equivalente, de manera que produjera la mejor correlación con los datos experimentales.

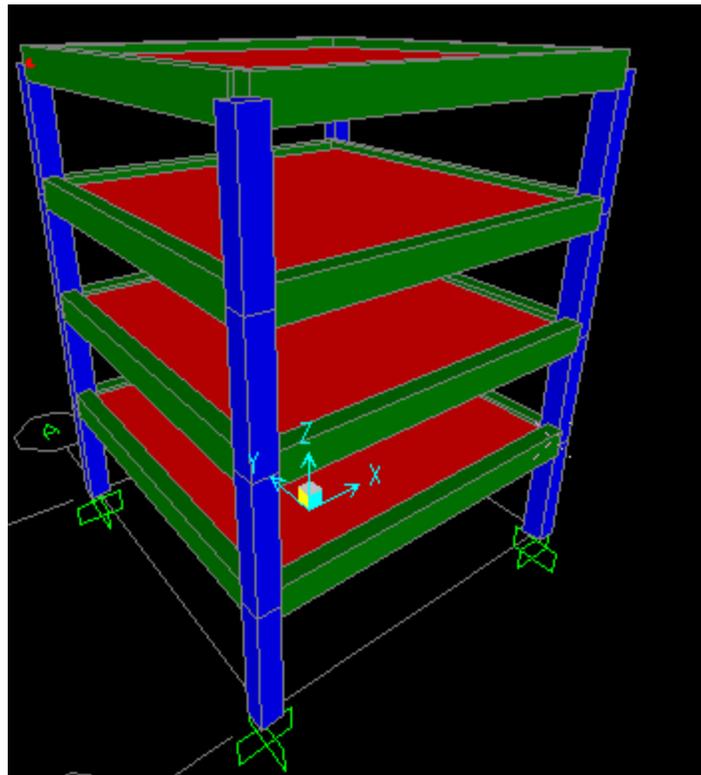
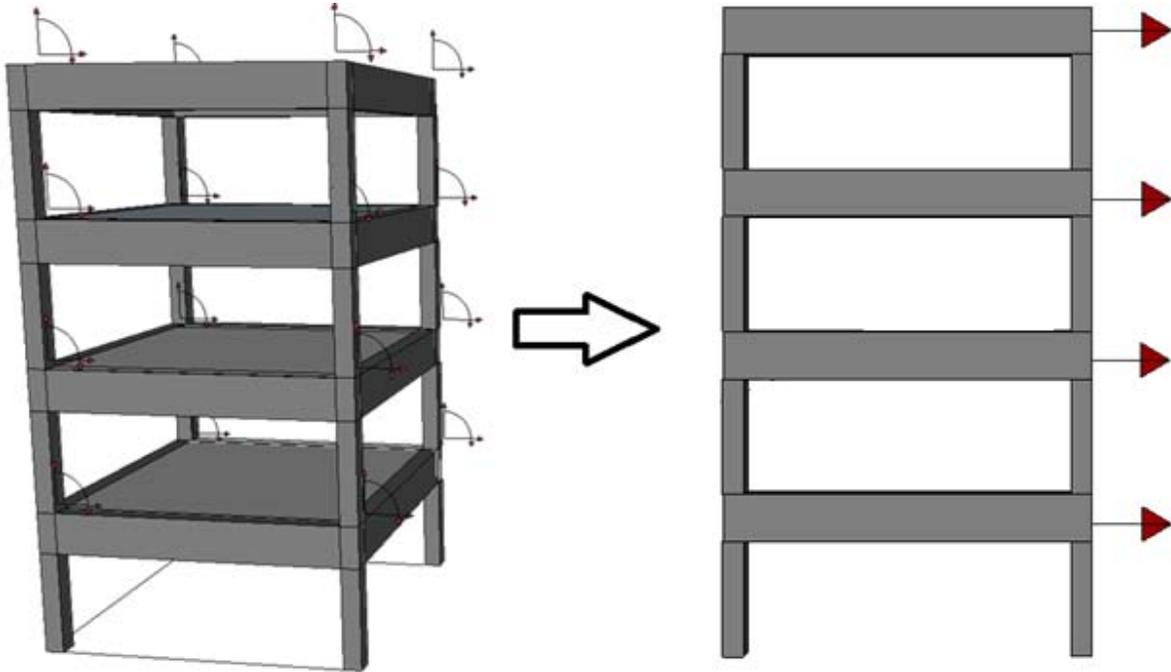


Figura 6.1 a Modelo analítico para calibración.

Primero, se obtuvo la matriz de rigideces lateral condensada de la estructura escalada  $K_{Am}$ , usando el proceso descrito en el apartado 2.4, condensando 48 gdl de dos marcos a un marco lateral de 4 gdl, como se muestra en la Figura 6.1 b.



**Figura 6.1 b Ilustración de condensación estática**

La cual resultó, en kN/m:

$$K_{Am} = \begin{bmatrix} 269290 & -104390 & -24700 & 9273 \\ -104390 & 90032 & -2838 & -2068 \\ -24700 & -2838 & 108100 & -85433 \\ 9273 & -2068 & -85433 & 77773 \end{bmatrix}$$

A su vez, se calculó la matriz de modos y masas, las cuales cumplen con las condiciones de ortogonalidad de la sección 2.3 de este documento,

Matriz modal, modos  $1 \times 10^{-3}$ :

$$\Phi_{xm} = \begin{bmatrix} -1.52 & 6.38 & 1.77 & 13.98 \\ -2.48 & 13.82 & -2.15 & -6.30 \\ -10.14 & -0.98 & 11.55 & -2.11 \\ -11.73 & -3.06 & -10.30 & 1.42 \end{bmatrix}$$

Matriz de masas  $M_{Am}$ , en kg.

$$M_{Am} = \begin{bmatrix} 4138.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4138.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4138.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3924.8 \end{bmatrix}$$

Con ayuda de los modelos se obtuvieron las frecuencias teóricas originales del modelo, se compararon con las frecuencias experimentales (Prueba 1) y se ajustaron como se muestra en la Tabla 6.1

**Tabla 6.1 Ajuste y comparación de frecuencias**

Número de frecuencia	Frecuencias teóricas iniciales [Hz]	Frecuencias experimentales iniciales [Hz]	Error relativo [%]	Frecuencias ajustadas [Hz]
1	5.48	5.49	0.11	5.48
2	16.13	18.90	17.18	15.65
3	33.29	33.70	1.23	33.29
4	44.33	46.39	4.65	44.23

Se observa que la menor correlación en los datos teóricos y experimentales se encuentra en la segunda frecuencia, lo cual se puede deberse a fallas en los instrumentos de medición para los datos medidos en el segundo piso.

Después, se reconstruyó la matriz rigideces del estado inicial mediante el algoritmo de Baruch y Bar-Itzhack (ecuación 3.5), y comparó con la matriz de rigideces original  $K_{Am}$ . Resultando de esto se obtuvo la matriz error, donde cada elemento  $e_{ij}$  es el error relativo de la reconstrucción del elemento  $K_{Amij}$  de la matriz original y  $K_{Uij}$  de la matriz reconstruida:

$$Error = \begin{bmatrix} 0.006 & 0.002 & 0.004 & 0.002 \\ 0.002 & 0.001 & 0.035 & 0.051 \\ 0.004 & 0.035 & 0.005 & 0.002 \\ 0.002 & 0.051 & 0.002 & 0.003 \end{bmatrix}$$

Con ello se prueba que los datos obtenidos de manera experimental del modelo escalado son consistentes con los de nuestros modelos analíticos.

### 6.1.2 Características dinámicas del prototipo

Para determinar las características dinámicas a escala completa, se seleccionaron sólo las pruebas donde se ensayó el modelo con ruido blanco después de la reproducción del registro SCT (Tabla 6.2). Se determinaron dichas características usando las leyes de similitud del apartado de la Tabla 4.1 y con las ecuaciones (2.9) y (2.10), como se muestra en la Tabla 6.3.

**Tabla 6.2 Periodos y frecuencias experimentales debidas a ruido blanco.**

	Frecuencias [Hz]				Periodos [s]			
	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	f <sub>3</sub>	f <sub>4</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>
Prueba 4	4.76	17.33	31.73	41.99	0.210	0.058	0.032	0.024
Prueba 8	4.07	16.05	28.44	39.83	0.246	0.062	0.035	0.025
Prueba 10	3.54	14.74	26.62	36.62	0.282	0.068	0.038	0.027
Prueba 13	3.50	14.42	26.12	35.57	0.286	0.069	0.038	0.028

**Tabla 6.3 Periodos y frecuencias experimentales. Modelo a escala completa**

	Periodo de vibración [s]				Frecuencias [Hz]			
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	f <sub>3</sub>	f <sub>4</sub>
Original sin daño	0.446	0.151	0.073	0.055	2.24	6.60	13.62	44.45
Prueba 4	0.515	0.141	0.077	0.058	1.94	7.07	12.95	17.14
Prueba 8	0.602	0.153	0.086	0.061	1.66	6.55	11.61	16.26
Prueba 10	0.692	0.166	0.092	0.067	1.45	6.02	10.87	14.95
Prueba 13	0.700	0.170	0.094	0.069	1.43	5.89	10.66	14.52

Además, como comparación para la reconstrucción, las frecuencias experimentales originales de la Tabla 6.2 también se ajustaron conforme al error en la correlación, como se muestra en la Tabla 6.4, y se obtuvieron las propiedades a escala correspondientes (Tabla 6.5).

**Tabla 6.4 Frecuencias y periodos del modelo escalado ajustados**

Prueba	Frecuencias [Hz]				Periodos [s]			
	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	f <sub>3</sub>	f <sub>4</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>
4	4.75	14.35	31.34	40.04	0.210	0.070	0.032	0.025
8	4.07	13.29	28.09	37.98	0.246	0.075	0.036	0.026
10	3.54	12.21	26.29	34.92	0.283	0.082	0.038	0.029
13	3.50	11.94	25.80	33.92	0.286	0.084	0.039	0.029

Se observa que el cambio más grande entre las frecuencias ajustadas y las originales del modelo escalado, Tabla 6.4 y 6.2, se encuentra en los términos de la columna correspondiente a f<sub>2</sub>. Esto debido al error de 17.18 % que presentó la frecuencia inicial experimental con respecto a la teórica (Tabla 6.1). La condición anterior también es válida para los resultados de la segunda frecuencia para el modelo a escala completa, como se muestra en las Tablas 6.3 y 6.5.

**Tabla 6.5 Periodos y frecuencias a escala completa ajustados.**

Pruebas	Periodo de vibración [s]				Frecuencias [Hz]			
	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	f <sub>3</sub>	f <sub>4</sub>
Original sin daño	0.446	0.151	0.073	0.055	2.24	6.60	13.62	18.15
Prueba 4	0.515	0.171	0.078	0.061	1.94	5.86	12.79	16.35
Prueba 8	0.602	0.184	0.087	0.064	1.66	5.43	11.47	15.50
Prueba 10	0.693	0.201	0.093	0.070	1.44	4.98	10.73	14.26
Prueba 13	0.701	0.205	0.095	0.072	1.43	4.88	10.53	13.85

A su vez, para los periodos de vibración del modelo a escala completa, se puede observar que después del ajuste estos siempre son mayores que el original sin daño (Tabla 6.5). Dicho comportamiento indica que el edificio perdió rigidez, por tanto, sufrió daño. Condición que no se cumple siempre para los datos recabados experimentalmente.

La importancia de ajustar modelos teóricos a los datos obtenidos experimentalmente, y la buena correlación entre ellos, radica en que el algoritmo de Baruch y Bar-itzhack es sensible a los cambios en los valores de las frecuencias de vibración.

## 6.2 RECONSTRUCCIÓN Y PÉRDIDA DE RIGIDEZ

En el siguiente apartado se muestra un resumen de los resultados obtenidos de la reconstrucción de la matriz de rigideces para el modelo a escala completa. Dicha reconstrucción se realizó con los resultados de las características dinámicas ajustadas y no ajustadas que se muestran en las Tablas 6.3 y 6.5. Todo esto con la finalidad de estimar el DE en términos de la reducción de rigidez porcentual en los elementos de la diagonal principal de la matriz de rigideces. Y así evaluar la respuesta estructural del sistema de marcos de concreto prefabricado utilizado.

### 6.2.1 Obtención de la matriz de rigideces, modal y de masas para el prototipo

Para reconstruir las matrices de rigideces correspondientes a cada una de las pruebas seleccionadas, y con ello estimar el daño estructural en términos de pérdida de rigidez, se obtuvo la matriz de rigidez  $K_A$ , matriz modal experimental  $\Phi_X$  y matriz de masas  $M_A$  para el estado inicial (sin daño) de la estructura prototipo (escala completa), que a su vez, cumplen con las condiciones de ortogonalidad de las ecuaciones (2.21) y (2.22).

Matriz de rigideces, en kN/m:

$$K_{Ap} = \begin{bmatrix} 8992300 & -329900 & -83094 & 30205 \\ -329900 & 267110 & -22275 & 2857.9 \\ -83094 & -22275 & 341330 & -263210 \\ 30205 & 2857.9 & -263210 & 234640 \end{bmatrix}$$

Matriz modal, modos a  $1 \times 10^{-3}$ :

$$\Phi_{Xp} = \begin{bmatrix} 0.37 & 1.39 & 0.31 & 3.31 \\ 0.66 & 3.23 & -0.57 & -1.38 \\ 2.34 & -0.18 & 2.72 & -0.45 \\ 2.73 & -0.86 & -2.36 & 0.28 \end{bmatrix}$$

Matriz de masas de acuerdo con las leyes de similitud, en kg:

$$M_{Ap} = \begin{bmatrix} 76000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 76000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 76000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 72000 \end{bmatrix}$$

### 6.2.2 Estimación del daño en el prototipo a escala completa no ajustado

Una vez obtenidas las matrices  $K_A$ ,  $\Phi_X$  y  $M_A$ , con el algoritmo de Baruch y Bar-itzhack (ecuación 3.5), para las frecuencias a escala completa no ajustadas, se reconstruyó la matriz de rigideces del prototipo. La Tabla 6.6 muestra los resultados de la reconstrucción para diferentes pruebas para la diagonal principal de la matriz de rigideces.

**Tabla 6.6 Términos de diagonal principal original y reconstruida no ajustada, en N/m  $1 \times 10^6$**

Término	Original inicial	Prueba 4	Prueba 8	Prueba 10	Prueba 13
k(1,1)	899	762	684	578	546
k(2,2)	267	261	228	193	183
k(3,3)	341	303	244	213	205
k(4,4)	235	210	169	147	142

En la Tabla 6.6 se observa que la mayor reducción de rigidez se presenta en el término k(1,1), el cual, a su vez, es el término de la matriz de rigideces original con el mayor valor. Además, cabe mencionar que el término k(2,2) es el que mostró la menor pérdida de rigidez después de las 13 pruebas.

En la Figura 6.2 se observa cómo la reducción porcentual de la rigidez, y por tanto el DE, es casi uniforme en tres de los cuatro términos de la matriz  $K_A$ . Para el caso k(2,2), se tiene una reducción de rigidez menor desde la prueba 4 (100% del registro SCT), el cual presenta un valor casi 10 % menor para el resto de las pruebas.

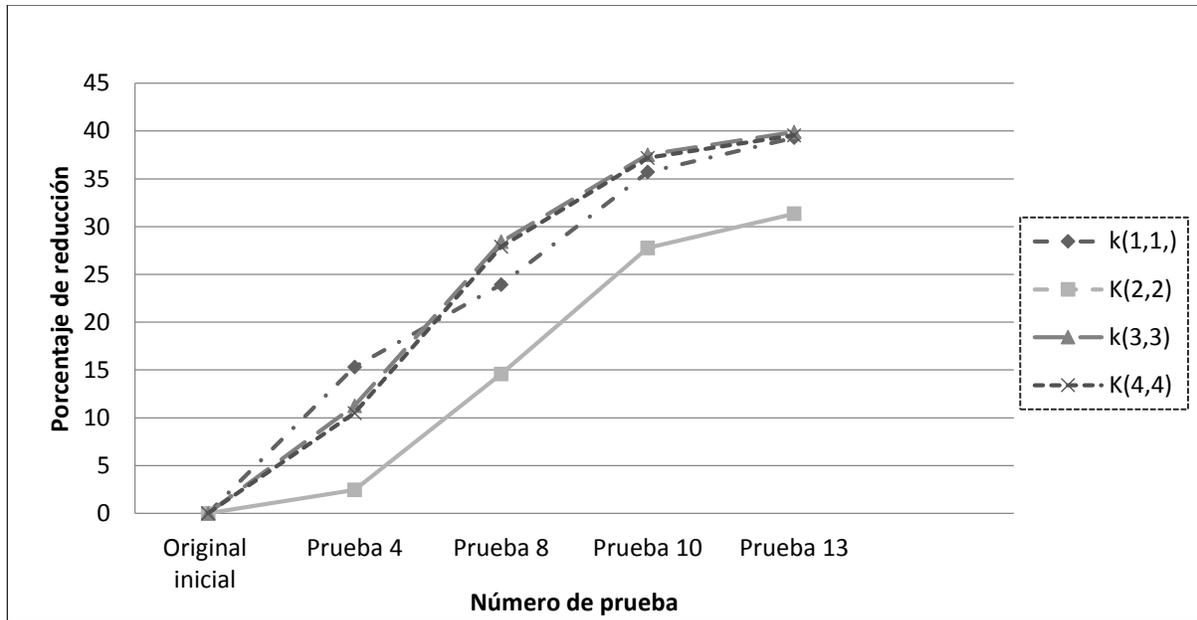


Figura 6.2 Reducción porcentual de rigidez en los términos de la diagonal principal de las matrices no ajustadas.

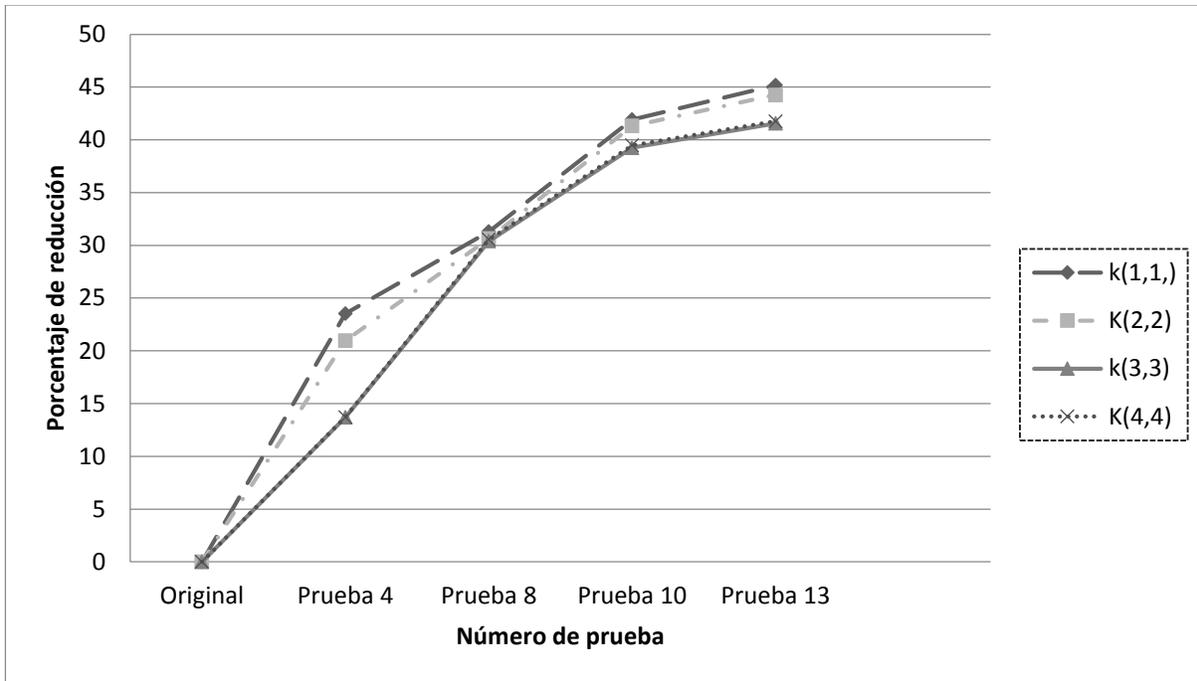
### 6.2.3 Prototipo a escala completa ajustado

Con un procedimiento análogo al descrito en el apartado anterior, se reconstruyeron las matrices de rigideces para las frecuencias ajustadas. La Tabla 6.7 muestra los resultados en la diagonal principal de las diferentes matrices reconstruidas y la Figura 6.3 muestra la pérdida de rigideces porcentual de los mismos elementos de la diagonal de la matriz de rigideces.

Tabla 6.7 Términos de diagonal principal original y reconstruida ajustada, en N/m  $1 \times 10^6$

Término	Original	Prueba 4	Prueba 8	Prueba 10	Prueba 13
k(1,1,)	899	688	618	522	493
K(2,2)	267	211	185	157	149
k(3,3)	341	295	238	207	199
K(4,4)	235	202	163	142	137

Para el caso de las frecuencias ajustadas, nuevamente el término k(1,1) de la matriz de rigideces fue el que perdió mayor rigidez a lo largo del experimento. En el caso de la menor pérdida de rigidez, éste término cambia, pues para el caso de las frecuencias ajustadas, el término k(4,4) de la matriz de rigideces, es el que sufrió menor daño. A su vez, dicho término es el que presenta el menor valor en la diagonal principal de la matriz  $K_A$ .



**Figura 6.3 Reducción porcentual de rigidez en los términos de la diagonal principal de las matrices ajustadas.**

La Figura 6.3, muestra cómo el DE fue más uniforme para los cuatro términos de diagonal principal de la matriz de rigideces  $K_A$ . Para el caso del término  $k(2,2)$ , se puede observar cómo dicho término ahora presenta una pérdida de rigidez similar a la de los demás términos. Adicionalmente, se puede apreciar cómo la prueba con mayor pérdida porcentual de rigidez (10.3 %), fue la número 4.

Además, para de los términos  $k(1,1)$  y  $k(2,2)$  de la matriz de rigideces, se observa que para los casos donde se llevó a cabo la reconstrucción con frecuencias no ajustadas, los valores difieren hasta en un 12.9%. Mientras que en el caso de las frecuencias ajustadas, los valores prácticamente son los mismo al diferir un máximo de 2.5%, ambas para el cálculo para la prueba 4.

Por otro lado, para de los términos  $k(3,3)$  y  $k(4,4)$  de la matriz de rigideces, en la Figura 6.5 se observa cómo para ambos casos, con frecuencias no ajustadas y ajustadas, la pérdida porcentual de rigidez es muy similar al diferir un máximo de 0.79 y 0.23% sin ajuste y con ajuste, respectivamente.

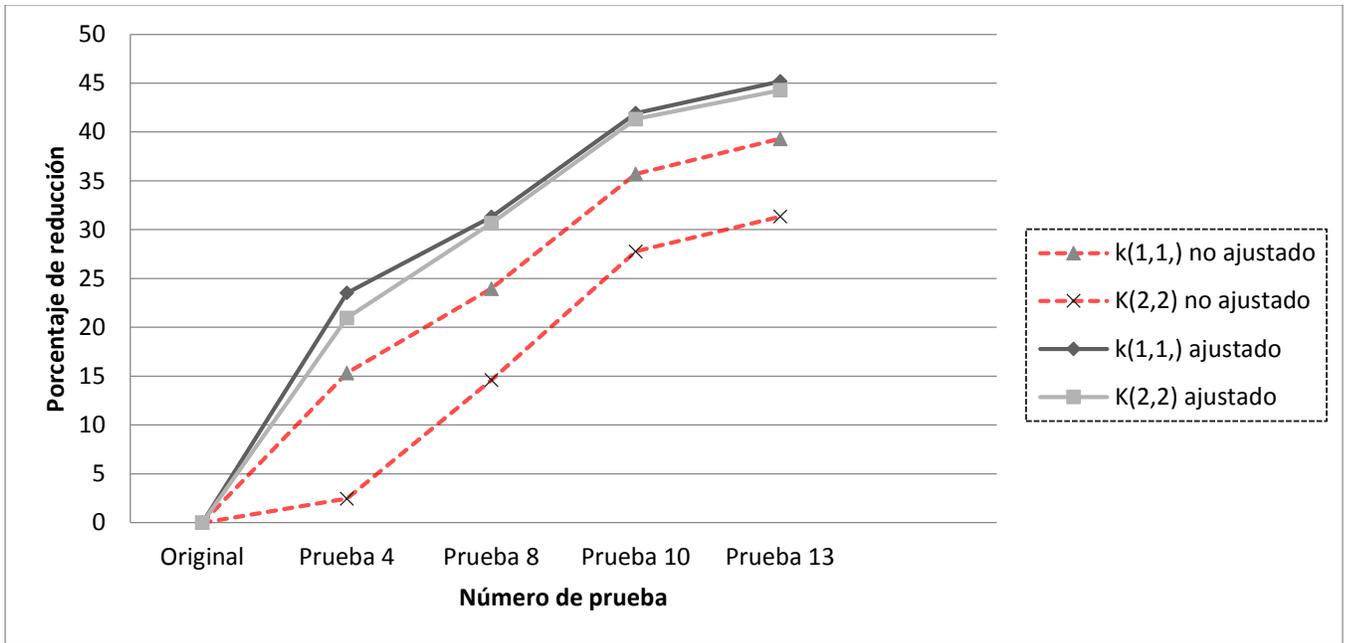


Figura 6.4 Reducción porcentual de rigidez en los dos primeros términos de la diagonal principal de las matrices ajustadas y no ajustadas.

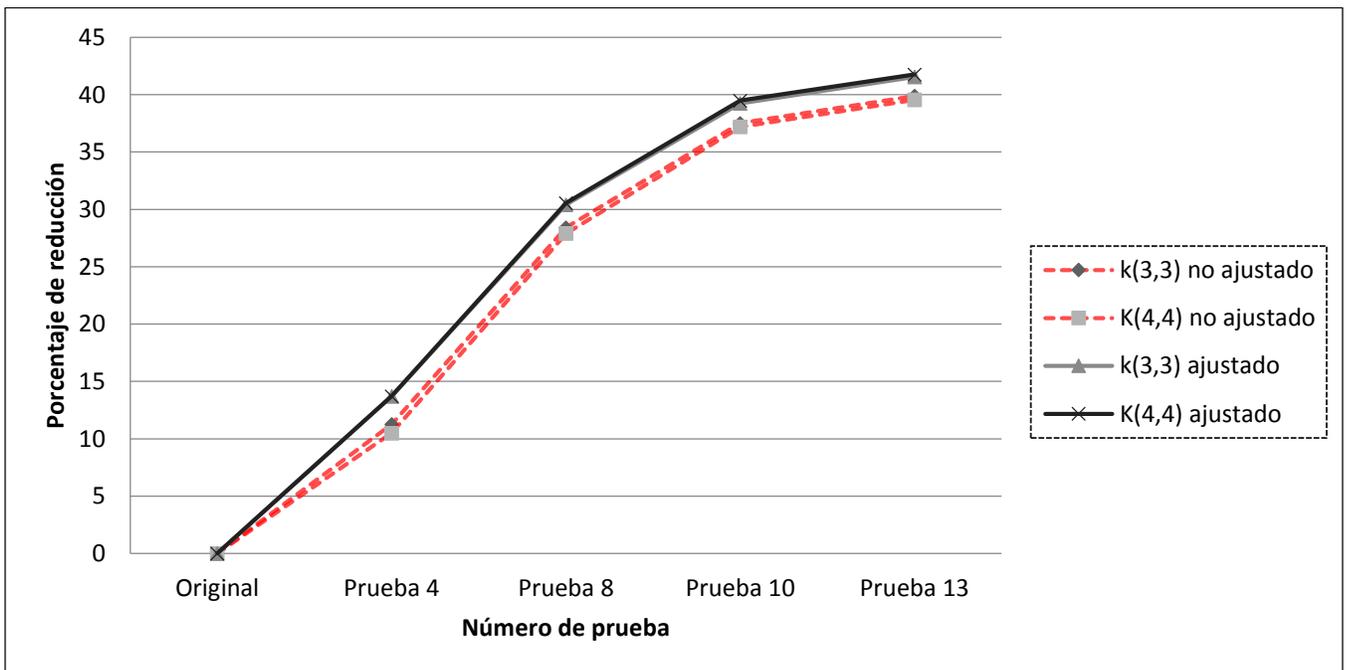


Figura 6.5 Reducción porcentual de rigidez en los dos últimos términos de la diagonal principal de las matrices ajustadas y no ajustadas.

Finalmente, después del ajuste de frecuencias para el modelo a escala completa, éste presentó una pérdida de rigidez mucho más uniforme que el de las frecuencias no ajustadas. Sin embargo, el daño estimado para

las frecuencias ajustadas es el mayor de los dos, pues el menor valor de pérdida porcentual de rigidez, después de las 13 pruebas, fue 41.6% y el mayor 45.2%. Mientras que, el modelo de los datos obtenidos con las frecuencias sin ajustes fueron 31.3% y 39.5%. Donde el mayor cambio lo tuvo el término  $k(2,2)$  de la matriz de rigideces, que presenta el 31.3%, de pérdida de rigidez después del experimento con las frecuencias no ajustadas, y 44.3% con el ajuste como se muestra en la Figura 6.6.

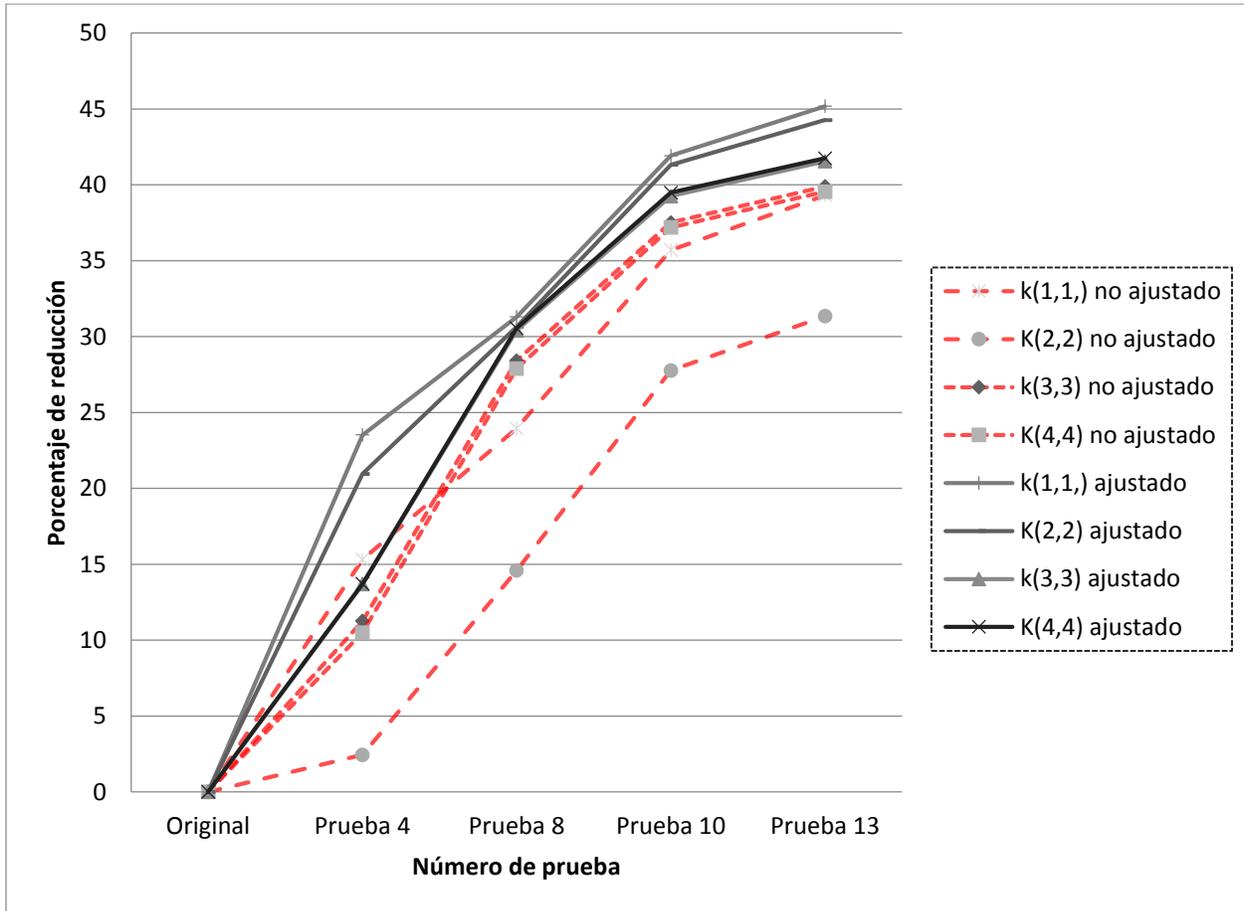


Figura 6.6 Reducción porcentual de rigidez en los todos los términos de la diagonal principal de las matrices ajustadas y no ajustadas.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente trabajo se realizó la reconstrucción de la matriz de rigideces para un marco prototipo (con y sin frecuencias de vibración ajustadas), del que se obtuvieron sus propiedades mediante la construcción de un modelo escalado y su posterior ensayo con pruebas de vibración.

De los resultados obtenidos en las pruebas y su posterior comparación con los modelos analíticos se concluye lo siguiente:

Debido a que el modelo se diseñó de acuerdo con las NTCDS del RCDF-2004, éste no reproduce de la mejor manera posible el comportamiento predicho por el análisis modal, ya que durante las pruebas se observó cómo los niveles de la estructura se desplazaban en conjunto, es decir, no reproducían las formas modales correspondientes obtenidas. Esto se puede deber a que las conexiones están sobre reforzadas, ya que el acero colocado en las mismas (acero mínimo por reglamento) es mayor que el necesario de acuerdo con las fuerzas a las que está sometida la estructura. Lo cual hace al modelo más rígido de lo necesario.

Sobre la instrumentación, los resultados tomados por los acelerómetros son, en general, buenos y consistentes con los obtenidos analíticamente, excepto por los colocados en el nivel 2. Los errores en las mediciones tomadas en este nivel, se pueden atribuir a ruido instrumental o a que las características dinámicas del modelo son alteradas por el plano de falla que provocan las uniones columna-columna entre el nivel 2 y 3. Por otro lado, la instrumentación con los transductores de desplazamiento falló ya que los cables de estos se pandearon a la momento de las pruebas.

La reconstrucción de las matrices de rigideces, presentó resultados satisfactorios aunque presentan algunas inconsistencias debidas a las frecuencias registradas experimentalmente, aún con las frecuencias ajustadas. Esto es porque, aparentemente, el algoritmo de Baruch y Bar-itzhack es muy sensible a los cambios de parámetros dinámicos experimentales.

La pérdida de rigidez de la estructura, para la estimación del daño, muestra uniformidad en la reconstrucción con frecuencias ajustadas, llegando a un máximo de entre 40 y 45% al final de las pruebas. Por otro lado, en el caso de las no ajustadas se observa una diferencia en el término  $k(2,2)$ , el cual tiene una diferencia de casi 10% en la pérdida de su rigidez.

El sistema de prefabricación utilizado soportó de manera adecuada las solicitaciones a las cuales fue sometido.

Aunque el MEE puede llegar a ser laborioso, es sumamente importante para brindar seguridad a usuarios de los edificios y con ello prevenir pérdidas económicas y humanas. A su vez, el MEE adquiere mayor relevancia en zonas sísmicas y con alta concentración de población como lo es la ciudad de México.

Como recomendaciones para futuros trabajos relacionados al tema:

- Para la obtención de los parámetros dinámicos es mejor si se toman directamente de un prototipo a escala completa, ya que la teoría de modelación puede generar errores grandes en términos de precisión.
- Para la instrumentación, tener equipo de medición bien calibrado y personal bien capacitado para su instalación, ya que los datos a extraer deben ser lo más precisos posibles.

## REFERENCIAS

- Ángeles G. P. (2012) "Identificación de Daño en Edificios Mediante Instrumentación Estructural", Tesis de maestría, Instituto de Ingeniería. México.
- Baruch M., (1978), "Optimization procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration test data", *AIAA Journal*, 16(1), pp. 1208-1210.
- Bruggeling A. S. G., Huyghe G. F. (1991) "Prefabrication with concrete" Ed. Balkema Publishers, Países Bajos.
- Berman A. y Nagy E. J., (1983), Improvement of large analytical model using test data, *AIAA Journal*, pp. 1168-1173.
- CALWin (1998), "Computer Assisted Learning of Structural Analysis", Universidad de California, Berkeley; EUA
- Chopra A. K. (1995) "Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering", Universidad de California, Ed. Prentis Hall, EUA.
- Englekirk R. (2003) "Seismic design of reinforced and precast concrete buildings", Ed John Wiley and sons, EUA.
- Galiote M. y Escobar J.A., (2006) "Una aplicación de la instrumentación sísmica de edificios", Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, XV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural. México.
- Guyana R. J., (1975), Reduction of stiffness and mass matrixes, *AIAA Journal*, pp. 380.
- Jiang. L. (2007), "Vibration- based structural damage identification enhancement via piezometric circuitry network and active feedback control", Tesis de doctorado, Universidad Estatal de Pennsylvania, EUA.
- Lin A.N. (1985), "System identification for determination of dynamic properties from forced-vibration testing", *Experimental Techniques*, 1985, 7, pp 34-37.
- Park H.G., et al., (2008), "An experimental study on beam-column connections with precast concrete U-shaped beam shells", 14th World Conference on Earthquake Engineering, Beijín, China.
- Paz M (1992), "Dinámica Estructural: Teoría y Cálculo", Universidad de Louisville, Barcelona, España.
- RCDF-2004, (2004), "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", México.
- Rodríguez M. y Botero J.C., (1996), "Aspectos del comportamiento sísmico de estructuras de concreto considerando las propiedades mecánicas de aceros de refuerzo producidos en México" Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- SAP2000, (2011), "Computers and Structures, Inc.," v15.1.0, Berkeley, EUA.

## REFERENCIAS

---

Salawu O.S. y Williams C., (1995), "Review of full-scale dynamic testing of bridge structures" *Engineering Structures* 17(2), pp 113-121.

Shariatmadar H., y Beydokhti E.Z., (2014), "An Investigation of seismic response of precast concrete beam to column connections: Experimental study", *Asian Journal of Civil Engineering*, vol. 15, pp. 41-59.

Stepinski. T., Uhl. T. y Staszewski. W. (2013), "Advance Structural Damage Detection", John Wiley and Sons, Reino Unido.