

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## **FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGÓN**

INGENIERÍA CIVIL

CARACTERIZACIÓN DE SUELOS FINOS SATURADOS PRECONSOLIDADOS USANDO DOS MODELOS DE COMPORTAMIENTO

## **TESIS**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE: INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

# EDUARDO ALVAREZ CAZARES GEORGINA AURORA MERCADO MEDINA

DIRECTOR DE TESIS:

M.I. CARMELINO ZEA CONSTANTINO

FES Aragón

Cd. Nezahualcóyotl, Edo. de México 2015





UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

## DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# **AGRADECIMIENTOS**

## Al M.I. Carmelino Zea Constantino

Por todo el apoyo, tolerancia y dedicación para el desarrollo de esta tesis

# Al Dr. Rigoberto Rivera Constantino

Por la oportunidad y el apoyo brindado al fungir como co-director de esta tesis

# Al Ing. Felipe Cansino López

Por el apoyo y amabilidad brindados al inicio de esta tesis

# **AGRADECIMIENTOS**

## EDUARDO A.C.

# A mís padres

A quienes la ilusión de su vida ha sido convertirme en persona de provecho, nunca podre pagar todos sus desvelos, ni aun con las riquezas más grandes del mundo, porque gracias a su apoyo, cariño y consejo he llegado a realizar la más grande de mís metas, la cual constituye la herencia más valiosa que pudiera recibir, deseo de todo corazón que mi triunfo profesional lo sientan como suyo

# A mí padre Margarito Alvarez Isídro

Por su carácter, por ser estrícto y conducírme por el camíno correcto, por todo su apoyo, consejos y regaños, por ser mí mayor ejemplo, admiro todo lo que has logrado.

# A mi madre Ofelia Cazares Dominguez

Por su ternura, por estar siempre al pendiente, por aconsejarme y darme aliento en todo momento, por ser tan amorosa y comprensible, me inspira toda tu bondad.

A mís hermanos Evelyn Alvarez Cazares y Fernando Alvarez Cazares Por todo el cariño, por ser tolerantes, ustedes y mís padres son mí mayor inspiración para seguir adelante.

> A mí compañera de tesis G.Aurora Mercado Medina Por las ideas y opiniones aportadas a este trabajo.

# A famíliares y amigos

Por alentarme siempre a continuar, por su apoyo, por recibir de ustedes buenos consejos.

A todos ustedes con respeto y admiración

## A Díos

Por permitirme llegar a este día "Señor, tú que has sido refugio de generación en generación Antes que naciesen los montes y formases la tierra y el mundo Desde el siglo y hasta el siglo, Tu eres Dios"

# A mís padres

Por el apoyo incondicional.

Me complace decirles que este triunfo no es solo mio, sino que mayormente es de ustedes. Gracias por su ejemplo y sus enseñanzas, por toda la paciencia que han tenido hasta este momento, les agradezco que han estado conmigo en los momentos más dificiles de mi vida y siempre me han dado su mano para levantarme. Solamente me queda decirles, que el día que hemos estado esperando ha llegado, los amo eternamente.

## A Meliton Medina Cruz

Por impulsar y sembrar en mi corazón la visión de estudiar, por su apoyo a lo largo de toda mi vida.

# A Georgina García Ramírez †

Por sus enseñanzas y ejemplo. Tengo la convicción de que ella sabía que este momento llegaría.

## A mís hermanos

Por su apoyo, paciencia y todo el cariño que me han demostrado. Ustedes son mi fortaleza, no olviden la instrucción de nuestro padre ni desprecien la dirección de nuestra madre.

# TABLA DE CONTENIDO

INTRODU	ICCIÓN	VI
Obje	etivos	VII
<u>CAPITUL</u>	O I. MODELOS DE COMPORTAMIENTO	8
1.1	Modelo Morh - Coulomb	
1.11	Modelo Elasto - Plástico Perfecto	
1.111		
1.1V		
I.V	Modelo de Ductilida <b>d</b>	
	I.V.1 Ecuación General de Duct <b>ilidad (EGD)</b>	
	I.V.2 Ecuación Especial de Duct <b>ilidad (EED)</b>	34
<u>CAPITUL</u>	O II. INFORMACIÓN RECOPILADA	41
11.1	Descripción del material	43
11.1	•	
CADITIII	O III. AJUSTE DE CURVAS TEÓRICAS Y PUNTOS EXPERIMENTA	1 <i>1 FC</i> / 12
CAPITOL	O III. AJOSTE DE CONTAS TEORICAS TEORITOS EXPERIMENTA	<u>ILLS</u> 40
Ш.	Puntos experimentales	49
111.1	I Puntos teóricos. Ecuación General de Ductilidad (EGD)	
	Linealización y ajuste	
<u>CAPITUL</u>	O IV. CONCLUSIONES	61
Anexo A.	Teoría de Terzaghi de los esfuerzos efectivos	64
<u>Anexo B.</u>	- Breve descripción de las pruebas triaxiales UU, CU y CD	67
	- Breve descripción de la prueba de consolidación unidimension	
Δηργο Ο	- Breve descripción de los esfuerzos principales	77
AIICAU <i>D</i> .	Dieve descripcion de los estacizos principales	//
DEFEREN	CTAS	80

# INTRODUCCIÓN

El presente trabajo hace una comparación entre dos modelos constitutivos de la mecánica de suelos, con la finalidad de tener una visión más amplia acerca de las propiedades principales de las arcillas.

Los modelos constitutivos han surgido debido a la necesidad del desarrollo urbano sobre depósitos de suelo cohesivo. Una vez que se analicen y comparen ambos modelos, tener la posibilidad de predecir el comportamiento mecánico de otra arcilla que tenga características similares, a las que describe el presente trabajo. Los modelos adquieren distintos comportamientos teóricos dependiendo de las características que presente el material, para lograr un buen ajuste va a depender de cuanto se aproxime el comportamiento del suelo en estudio respecto a las condiciones del modelo.

Las características de las arcillas representan un problema a los ingenieros civiles, es por ello que se han desarrollado modelos analíticos, que nos permite hacer un estudio del tipo de suelo que se encuentra en el Valle de México.

Es importante mencionar que aunque los modelos son puramente analíticos, sus resultados se pueden emplear en casos reales.

Para analizar esta problemática es necesario mencionar sus causas. Una de ellas es la compleja estructura de las arcillas, debido a que el valle de México ocupa una planicie, que fue un lago donde se depositaron los sedimentos provenientes de origen fluvial y piroclástico, hace que el subsuelo tenga propiedades atípicas respecto a otros suelos del mundo, estas son que el contenido natural de agua es muy grande llegando a alcanzar valores hasta de 600%, limite liquido de hasta 500%, limite plástico hasta 350%, relación de vacíos hasta 15, y densidad de solidos de 2.3. En cuanto a sus propiedades mecánicas, el índice de compresibilidad presenta valores altos y resistencia no drenada muy baja, por tanto los sedimentos lacustres del valle de México se ubican como altamente compresibles y de baja resistencia al esfuerzo cortante, lo que ha dado origen a una gran variedad de problemas de cimentación.

La investigación de este tema en particular, surge del interés de obtener resultados que sean aplicables a casos con características similares, que no sólo se quede en los cálculos de laboratorio. Por otro lado, para los ingenieros civiles, es de gran interés conocer los diferentes modelos constitutivos, y aplicarlos de una manera adecuada a casos reales.

#### **OBJETIVO**

Utilizar y analizar dos modelos de comportamiento aplicado a una misma serie de pruebas CD, con la finalidad de observar los resultados y así ver qué modelo se ajusta mejor para utilizarlos en arcillas con características parecidas.



## I.I MODELO MORH-COULOMB

## Resistencia al corte

De estudios y análisis realizados por Charles Augustin Coulomb (1736-1806), físico e ingeniero francés, se entiende que la resistencia al corte de una masa de suelo, es la oposición del suelo a la falla. Como sabemos la mecánica de suelos se basa en la física elemental. Citando la tercera ley de Newton:

"Cuando una fuerza determinada actúa sobre un cuerpo, este reacciona con una fuerza con igual magnitud, pero en sentido opuesto".

De esta manera para ejemplificar la resistencia al corte (Ver figura I.1) tomemos en cuenta que existen fuerzas externas que actúan en una masa de suelo (fuerza F), así mismo fuerzas internas ( $\tau$  que depende entre otros factores de la fuerza P), ambas tienden al equilibrio, pero cuando las fuerzas externas sobrepasan a las internas se produce la falla.

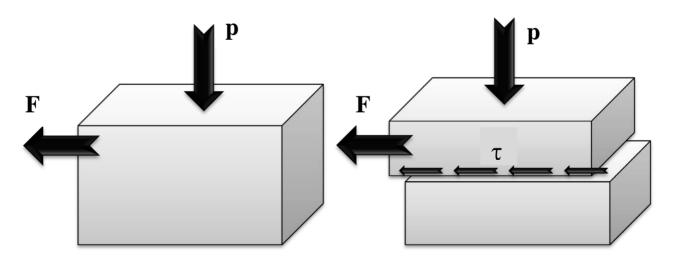


Figura I.1.- Plano de falla

Se pueden reproducir las fuerzas externas en un espécimen de suelo en el laboratorio con pruebas triaxiales<sup>1</sup>, para conocer propiedades mecánicas del suelo y saber así en donde ocurrirá la falla, el conocimiento de estos resultados servirá para no llegar a la falla del suelo en campo.

#### **CRITERIO DE MOHR – COULOMB**

Christian Otto Mohr (1835-1918) científico alemán, desarrolló el plano de Mohr, el cual es una representación gráfica del estado de esfuerzos en un punto dentro de un medio continuo, en donde en el eje de las abscisas se ubican los valores de los esfuerzos normales y en el eje de las ordenadas los valores de los esfuerzos cortantes en los diferentes planos; en dos dimensiones esta representación es a través de un círculo denominado círculo de Mohr;  $\sigma_1 y \sigma_3$  son los extremos del círculo, a la diferencia de estos esfuerzos se le c**onoce como "esfuerzo desviador" y** representa el valor numérico del diámetro del círculo.

Si se dibujan diferentes círculos de Mohr correspondientes a un estado de falla la envolvente a dichos círculos es una línea recta tangente al círculo a la cual se le conoce como línea de falla, cuya ecuación (ley de coulomb) es:

$$\tau = \sigma tan\emptyset \tag{1.1}$$

Dónde:

 $\tau =$  Esfuerzo cortante en un plano de falla

 $\sigma=$  Esfuerzo normal sobre el plano de falla

Ø = Ángulo de fricción interna

\_

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Revisar Apéndice B

Esta línea recta pasa por el origen y forma un ángulo  $\emptyset$  con el eje horizontal en sentido contrario a las manecillas del reloj, (Figura I.2)

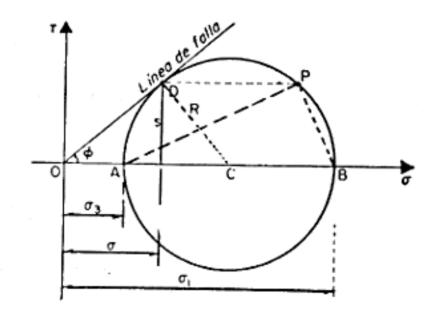


Figura I.2.- Circulo de falla con los esfuerzos y direcciones principales en la prueba directa de resistencia al esfuerzo cortante.

Coulomb, observó que al tener un fragmento de arcilla en una mano entreabierta no se deslizaba entre los dedos, de modo que exhibía resistencia al esfuerzo cortante aun sin aplicarle un esfuerzo normal, a lo cual llamó cohesión y lo considero un valor constante del material (suelo cohesivo).

Así mismo también observo que hay suelos que presentan tanto cohesión como fricción, llamándolos suelos cohesivos – friccionantes, de esta manera se tiene que a la ecuación (1.1) se le adiciona la cohesión quedando la ecuación (1.2) y la línea de falla no pasa por el origen, (ver figura I.3)

$$\tau = \sigma tan\emptyset + c \tag{1.2}$$

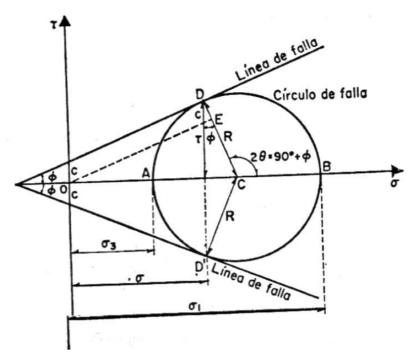


Figura I.3. Líneas de falla en el círculo de Mohr con la hipótesis de falla de Coulomb.

Terzaghi (1883-1963), ingeniero mecánico estadounidense de origen austriaco considerado el padre de la mecánica de suelos, propone que el esfuerzo normal,  $\sigma$ , en la ecuación (1.2) debería sustituirse por el esfuerzo efectivo,  $\sigma$ , que es la diferencia entre el esfuerzo total y la presión neutral,  $u_n$ , que se desarrollan en el momento en que ocurra la falla; la nueva ecuación según Terzaghi fue:

$$s = c + (\sigma - u_n) \tan \emptyset \tag{1.3}$$

O sea:

$$s = c + \sigma' tan\emptyset \tag{1.4}$$

## I.II MODELO ELASTO – PLÁSTICO PERFECTO

Este modelo es una extensión del modelo Mohr-Coulomb; Su formulación involucra dos elementos generales: la elasticidad perfecta y la plasticidad asociada al desarrollo de deformaciones plásticas o irreversibles (Figura. I.4); Puede simular el comportamiento de suelos granulares sueltos o finos normalmente consolidados.

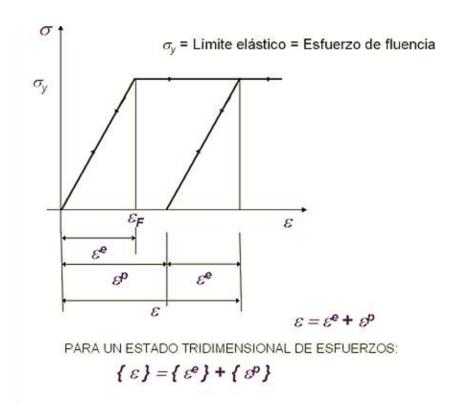


Figura I.4.- Curva Esfuerzo – deformación del modelo Elasto – plástico perfecto.

Cuando se hace el análisis de una obra, en el interior de la masa de suelo interesa saber si las deformaciones de alguno o algunos de sus elementos son elásticos o plásticos, para lo cual el modelo introduce una variable llamada función de fluencia, f, la cual se establece de la siguiente manera:

$$f = \sigma - \sigma_{y} \tag{1.5}$$

De tal manera que si f < 0 las deformaciones son elásticas, pero si f = 0 las deformaciones son plásticas.

En el espacio tridimensional de esfuerzos (Figura. 1.5) la función de fluencia se define:

$$f = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)sen\emptyset - c\cos\emptyset$$
 (1.6)

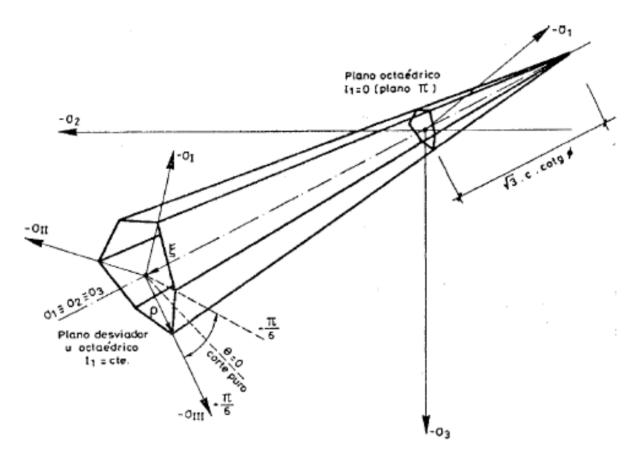


Figura I.5.- superficie Mohr - Coulomb en el espacio tridimensional de esfuerzos

La función f indica si la deformación es plástica, pero no la magnitud y dirección de dicha deformación, para lo cual el modelo introduce otra función, g, llamada potencial plástico (Figura. I.6), que se define a partir de las velocidades de deformación como:

$$\frac{\partial \varepsilon^P}{\partial t} = \lambda \frac{\partial g(\sigma)}{\partial \sigma} \tag{1.7}$$

Siendo  $\lambda$  un cofactor en unidades de velocidad de deformación.

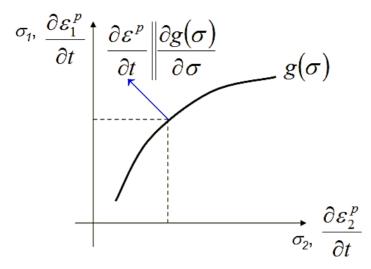


Figura I.6 Potencial Plástico, g.

En el espacio tridimensional de esfuerzos el potencial plástico queda como:

$$g = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)sen \psi + const.$$
 (1.8)

Siendo  $\psi$  un parámetro conocido como ángulo de dilatancia (Figura. 1.7)

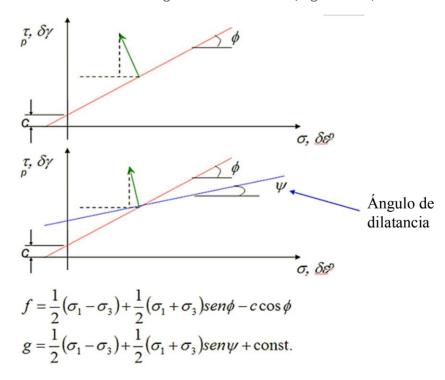
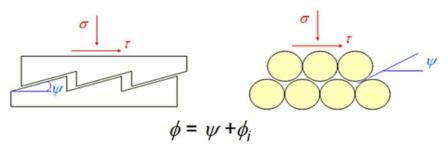


Figura I.7.- Potencial Plástico, g y ángulo de dilatancia  $\psi$ 

La existencia del ángulo de dilatancia se explica a partir del modelo de dientes de sierra (Figura 1.8)



El ángulo de fricción aparente externamente movilizado en planos horizontales ( $\phi$ ) es más grande que el ángulo de fricción resistente de deslizamiento sobre planos inclinados ( $\phi$ <sub>i</sub>)

Resistencia= fricción + dilatancia

Figura I.8. Modelos dientes de sierra para explicar el ángulo de dilatancia.

A partir de una prueba de corte directo drenada el ángulo de dilatancia y los parámetros elásticos se pueden determinar como se muestra en la (Figura I.9).

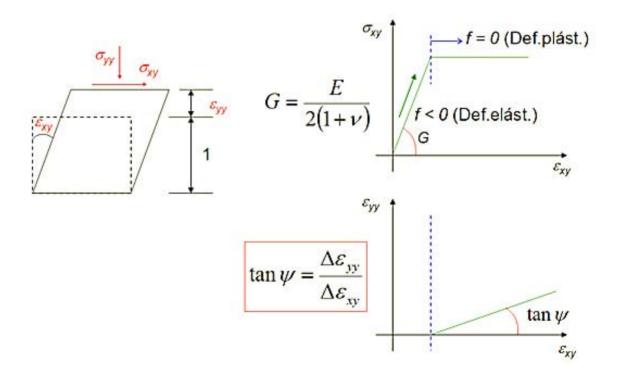


Figura I.9. Determinación de  $\psi$  a partir de un ensaye de corte directo drenado.

El ángulo de dilatancia y los parámetros elásticos se pueden determinar también por medio de un ensaye triaxial drenado como se muestra en la (Figura I.10)

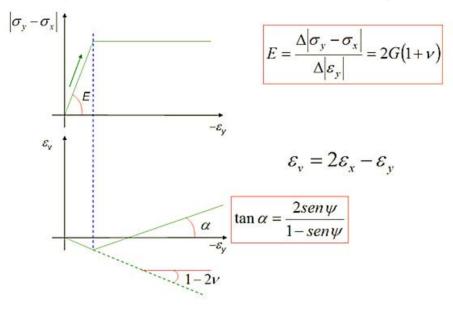


Figura I.10. Determinación de  $\psi$  a partir de una prueba triaxial drenada.

Algunas de las limitaciones del modelo Mohr-Coulomb son:

- a) Dificultad de ajuste por no linealidad en la curva esfuerzo-deformación
- b) Dificultad de ajuste en curvas esfuerzo-deformación con pos-pico (materiales compactos)
- c) Linearización de la envolvente de falla (en materiales compactos es no lineal hasta antes del esfuerzo de ruptura de granos)
- d) Dilatación lineal e ilimitada.
- e) Isotropía

El resumen de parámetros del modelo elasto-plástico perfecto se muestra en la siguiente tabla:

Ε	Módulo de <u>Young</u>	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\nu$	Relación de Poisson	[adim.]
c'	Cohesión efectiva	$[kN/m^2]$
$\phi$	Ángulo de fricción efectiva	[grados]
$\psi$	Ángulo de dilatancia	[grados]

TABLA I.1. Resumen de Parámetros del Modelo Elasto-Plástico Perfecto

# I.III MODELO DE ESTADO CRÍTICO (CAM-CLAY)

En 1958, un grupo de la universidad de Cambridge dirigidos por el Dr. Kenneth Harry Roscoe, desarrollaron la teoría del estado crítico de los suelos, llamado Cam-Clay. Roscoe y Burland (1968) introducen un modelo modificado por fluencia local por distorsión de corte.

El modelo constitutivo Cam-Clay, es un modelo elasto — plástico, esto quiere decir que si una masa de suelo está sometido a una carga, al producirse la descarga parte del suelo podrá recuperarse pero otra parte tendrá deformaciones permanentes. De esta manera podemos observar que los estados de esfuerzo y los de volumen se interrelacionan. Los suelos presentan características específicas (la porosidad y la permeabilidad) al aplicar una carga, esos valores cambian y el suelo presenta deformaciones a corto y largo plazo.

Los esfuerzos ( $\sigma$ ) y las deformaciones ( $\varepsilon$ ) son proporcionales en los cuerpos linealmente elásticos. Cuando existe una variación en dicha proporcionalidad tienen un cambio gradual o inmediato, que produce grandes deformaciones con poca variación de esfuerzos, se considera que el material pasa a un comportamiento plástico (generando deformaciones plásticas,  $\varepsilon_p$ ), este cambio es representado por un punto de deflexión (punto de fluencia) en la gráfica  $\sigma$ - $\varepsilon$ . Figura I.11

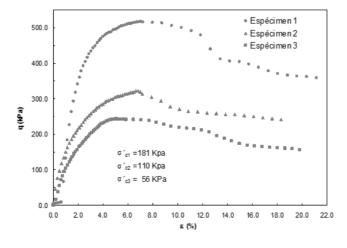


Figura I.11

Para este modelo se utilizan los parámetros q' (esfuerzo desviador) y p' (esfuerzo normal medio) expresados de la siguiente manera:

$$q' = \sigma_1 - \sigma_3 \tag{1.9}$$

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \tag{1.10}$$

Sabemos que  $\sigma_2 = \sigma_3$  por lo tanto:

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) \tag{1.11}$$

En este modelo se induce al suelo a pasar de un comportamiento elástico a uno elastoplástico, a un volumen especifico crítico, definido como la unidad más la relación de vacíos critica

$$v_c = 1 + e_c \tag{1.12}$$

"Browles (1996) interpreta a la relación de vacíos crítica, cuando no existe un cambio volumétrico en el suelo al llegar a exceder su resistencia al corte, también llamado densidad crítica (concepto introducido por Casagrande en 1936)".<sup>2</sup>

En la (Figura I.12), (Figura I.13) se muestra la trayectoria de esfuerzos para una serie de pruebas triaxiales en el espacio p'-q' consolidadas para llegar a un mismo valor de esfuerzo isotrópico, determinando las curvas NCL (Normal Consolidation Line) y CSL (Critical State Line),

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> M. López Aguirre, "MODELO CAM-CLAY: TEORÍA E INTERPRETACIÓN"

La trayectoria del cambio de volumen pasa por la línea NCL, indicando un decremento de volumen la trayectoria  $\mathcal{C} \to \mathcal{D}$ , y un volumen constante la trayectoria  $\mathcal{C} \to \mathcal{U}$  La línea CSL o superficie de Roscoe, es el límite entre un estado elástico y plástico representado en el plano p-q.

"La línea de estado critico es una curva sobre una superficie límite del estado crítico que representa la flexibilidad de un suelo, es decir, es el límite entre los comportamientos plásticos y elásticos."

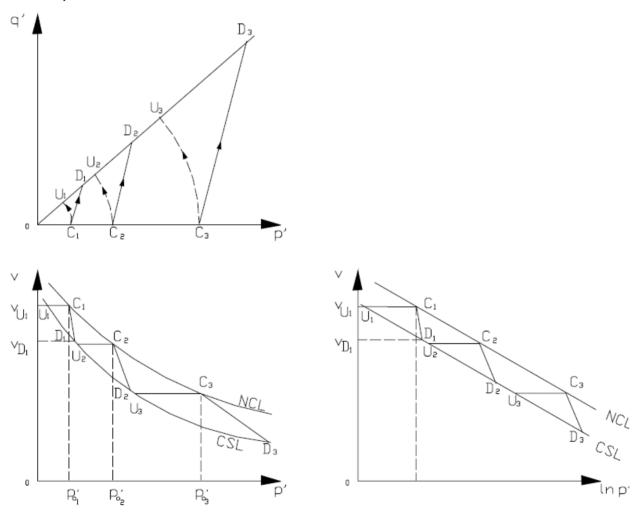


Figura I.12.-

Etapas de consolidación:  $0\to \mathcal{C}_1$ ,  $0\to \mathcal{C}_2$ ,  $0\to \mathcal{C}_3$ Muestras sin drenado:  $\mathcal{C}_1\to \mathcal{U}_1$ ,  $\mathcal{C}_2\to \mathcal{U}_2$ ,  $\mathcal{C}_3\to \mathcal{U}_3$ 

Muestras con drenado:  $C_1 \rightarrow D_1$ ,  $C_2 \rightarrow D_2$ ,  $C_3 \rightarrow D_3$ 

\_

 $<sup>^{3}</sup>$  Roy Whitlow, "FUNDAMENTOS DE MECÁNICA DE SUELOS"

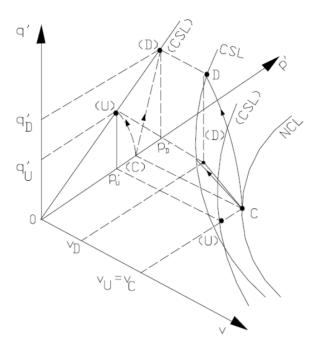


Figura I.13.- Proyección tridimensional de la línea de estado crítico.

Para los modelos de estado crítico se utiliza una ecuación de superficie límite en donde se describe una familia de superficie de fluencia.

$$|q| = \frac{Mp}{\lambda - k} (V_c + \lambda - V - \lambda lnp)$$
 (1.13)

El grado de preconsolidación OCR (Overconsolidation relation) en suelos cohesivos influye de manera significativa en su estado físico y de falla.

"Para suelos normalmente consolidados (OCR=1) la trayectoria corresponderá con la superficie de Roscoe, mientras que para suelos ligeramente consolidado (1<OCR<2.5) sus trayectorias estarán por debajo de esta superficie hasta la perpendicular a OCR=2.5, los suelos muy consolidados (OCR>2.5) tendrán sus trayectorias por debajo de la llamada superficie de Hvorslev, todas estas trayectorias no-lineales llegaran a punto en el límite de las superficies de Hvorslev y Roscoe".<sup>4</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> M. López Aguirre, "MODELO CAM-CLAY: TEORÍA E INTERPRETACIÓN"

Superficie de Hvorslev

$$q' = Hp' + (M - H)exp\frac{\Gamma - v}{\lambda}$$
 (1.14)

Superficie de Roscoe

$$q' = Mp' \left[ 1 + \frac{\Gamma - \nu - lnp'}{\lambda - k} \right] \tag{1.15}$$

Ecuaciones de definición de la CSL (Figura I.14)

$$q' = Mp' \tag{1.16}$$

$$v = \Gamma - \lambda lnp' \tag{1.17}$$

Para suelos preconsolidados la ecuación (1.17) cambia a

$$v = N_{oc} - k ln p' \quad ; \quad p' \le p_c' \tag{1.18}$$

Donde

 $\Gamma = valor \ del \ volumen \ específico \ (v) \ cuando \ p' = 1.0 \ kN/m^2$ 

 $\lambda = pendiente de la linea CSL en el plano v'/lnp'$ 

 $N_{oc} = Volumen\ específico\ a\ la\ presión\ de\ referencia\ de\ la\ curva\ de\ carga-descarga.$ 

 $p_{c^{'}}=presi\'{o}n$  de preconsolidaci\'{o}n.

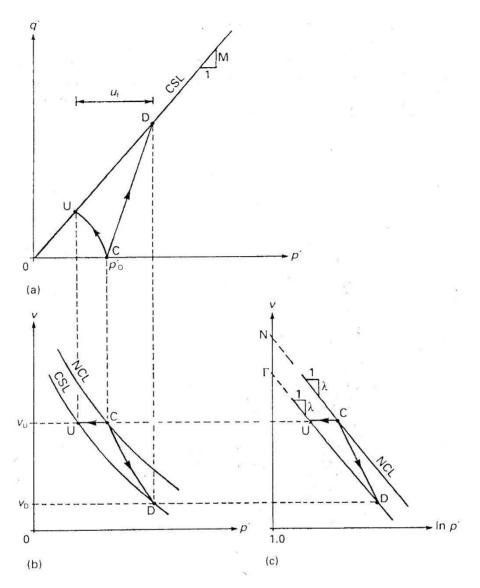


Figura I.14.- Línea de estado Crítico y trayectorias de esfuerzos para carga de una arcilla consolidada normalmente sin drenado.

La ecuación que define a la NCL en el espacio v/lnp (Figura I.15)

$$v = N - \lambda lnp' \tag{1.19}$$

Donde  $N=valor\ del\ volumen\ especifico\ (v_0)\ cuando\ p'=1.0kN/m^2$   $\lambda=pendiente\ de\ la\ linea\ NCL\ en\ el\ plano\ v/lnp', que\ se\ supone\ igual\ a\ la$   $pendiente\ de\ la\ linea\ CSL.$ 

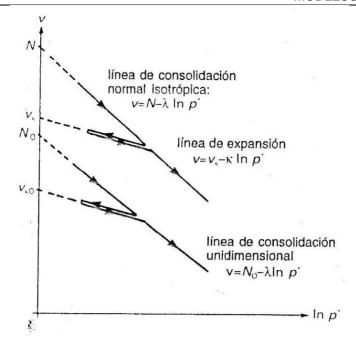


Figura I.15 líneas de consolidación y expansión en el plano v/lnp 1

La ecuación de la línea URL (unload-reload line) en el espacio v/lnp' (Figura I.16) es:

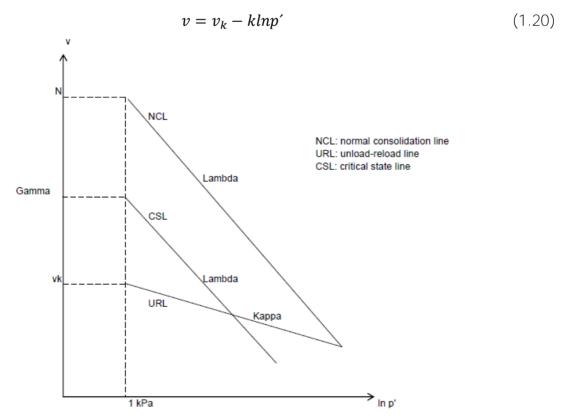


Figura I.16.- Línea normalmente consolidada (NCL), línea de carga-descarga (URL), línea del estado crítico (CSL)

En la (Figura I.17) se muestra una vista generalizada tridimensional de la superficie de límite de estado.

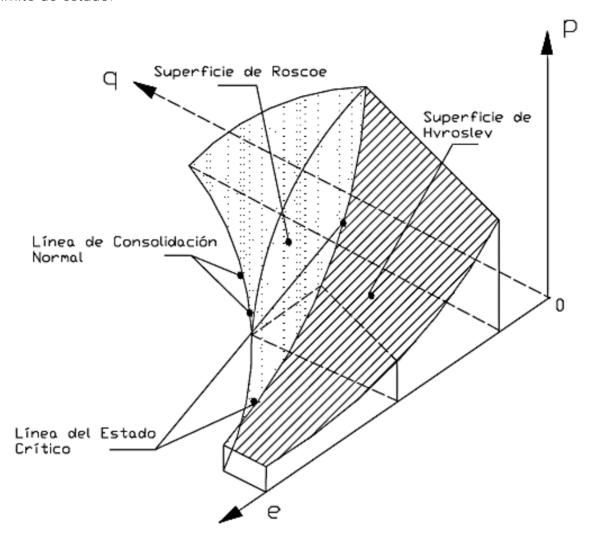


Figura I.17.- Superficie de fluencia Cam-Clay en un plano triaxial.

Las modificaciones que presentaron Roscoe y Burland (1968) al modelo Cam-Clay ecuación (1.13) siendo la base la disipación plástica de la energía dentro del suelo, quedando la ecuación (1.21), esta representa el comportamiento de un suelo arcilloso en compresión no drenada nombrándose *Modelo Cam-Clay Modificado*.

$$\frac{q}{Mp} = 1 - \left( -\frac{Mv_0}{K(\lambda - k)} \varepsilon \right) \tag{1.21}$$

Para la determinación de los parámetros del modelo Cam-Clay, se deben obtener los datos gráficos de pruebas triaxiales convencionales.

Parámetro M

$$M = \frac{6sen\phi}{3-sen\phi} \tag{1.22}$$

 $\triangleright$  Parámetros  $\lambda$  y k

$$k = 0.166\lambda \tag{1.23}$$

$$\lambda = 0.92(LP - 0.09) \tag{1.24}$$

$$\lambda = 0.36(LL - 0.09) \tag{1.25}$$

## I.IV MODELO KONDNER-DUNCAN

Este modelo inicialmente fue propuesto por Kondner y Zelasko (1963) y presentado posteriormente con algunas modificaciones por Duncan y Chang (Ref.4)

La relación esfuerzo-deformación es no-lineal, por lo que los autores aproximan la curva obtenida a una hipérbola cuya ecuación es:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \tag{1.26}$$

Donde

 $\sigma_1 - \sigma_3 = esfuerzo desviador$ 

 $\varepsilon = deformación axial$ 

a y b = parametros determinados experimentalmente

Kondner rescribe la ecuación (1.26) para poder obtener los parámetros "a" y "b" de manera directa, obteniendo una recta de la siguiente ecuación:

$$\frac{\varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = a + b\varepsilon \tag{1.27}$$

Las gráficas correspondientes a las ecuaciones (1.26) y (1.27) se muestran en la (Figura I.18), de las cuales podemos obtener los parámetros "a" y "b".

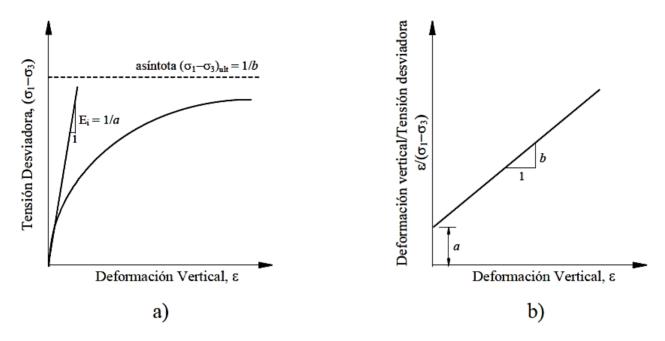


Figura I.18.- a) curva Hiperbólica esfuerzo-deformación; b) transformada de la curva hiperbólica esfuerzo-deformación.

En la ecuación (1.26) se sustituyen los parámetros "a" y "b" por sus equivalentes, provenientes de la gráfica (Figura I.17.a). Quedando la ecuación de la siguiente manera:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{\left[\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}\right]}$$
(1.28)

Donde

 $R_f = relación de falla igual a (\sigma_1 - \sigma_3)_f/(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 

 $E_i = m\'odulo\ tangete\ inicial$ 

$$E_i = K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \tag{1.29}$$

Donde

 $p_a = presi\'on atmosf\'erica$ 

 $\sigma_3 = presión de confinamiento$ 

K = constante que depende del módulo

n=exponente que relaciona la tasa de variación de  $E_i$  con  $\sigma_3$ 

Los parámetros "K" y "n" se obtienen de una serie de ensayos, ajustándose a una recta en el grafico  $E_i$ - $\sigma_3$  en escala doble log ver (Figura I.19)

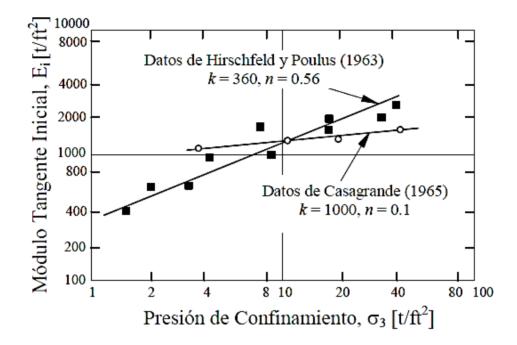


Figura I.19.- variaciones del módulo tangente inicial con presión de confinamiento en condiciones de prueba triaxiales drenados.

Para determinar el módulo tangente correspondiente a cada incremento de deformación se utiliza la ecuación:

$$E_t = \frac{\partial(\sigma_1 - \sigma_3)}{\partial \varepsilon} \tag{1.30}$$

Si de acuerdo a la ecuación (1.30), diferenciamos la ecuación (1.28), se obtiene la expresión del módulo tangente:

$$E_t = \frac{\frac{1}{E_i}}{\left[\frac{1}{E_i} + \frac{R_f \varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}\right]^2}$$
(1.31)

Duncan y Chang obtuvieron una expresión para el módulo tangente, en función de las diferencias de tensiones y algunos parámetros de la resistencia del suelo:

$$E_{t} = \left[1 - \frac{R_{f}(1-sen\emptyset)(\sigma_{1}-\sigma_{3})}{2c\cos\emptyset+2\sigma_{3}sen\emptyset}\right]^{2}Kp_{a}\left(\frac{\sigma_{3}}{p_{a}}\right)^{n}$$
(1.32)

Para la formulación del modelo, otro parámetro necesario es el coeficiente de **Poisson "v"**. Los valores de este coeficiente dependen del estado de carga (primera carga o recarga) y se calculan en cada incremento de esfuerzo como sigue:

$$v = \frac{\Delta \varepsilon_1 - \Delta \varepsilon_v}{2\Delta \varepsilon_1} \tag{1.33}$$

Donde  $\Delta \varepsilon_1 = deformación axial$ 

 $\Delta \varepsilon_v = deformación volumétrica$ 

Se utilizan dos métodos para el análisis de la relación esfuerzo-deformación nolineal del suelo. El primero es un método iterativo, porque el modulo depende del estado de esfuerzo-deformacional y a su vez los esfuerzos y deformaciones dependen del módulo, consiste en dividir a la masa de suelo en elementos (método de elementos finitos), y a cada uno de estos asignarle un determinado valor del módulo ver (Figura I.120.a). El segundo indica que para cada incremento de carga aplicado, estima el valor del módulo y aproxima la curva esfuerzo-deformación, reemplazando la curva original por una sucesión de tramos rectos ver (Figura I.20.b).

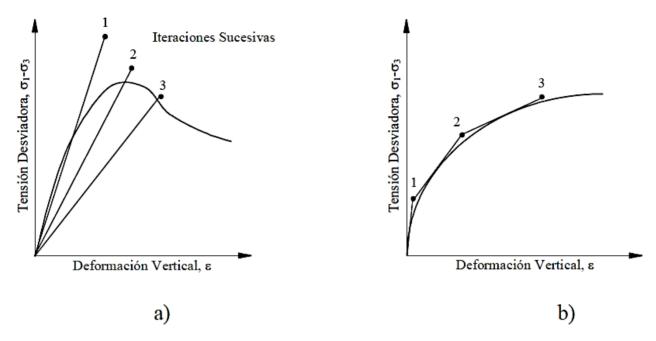


Figura I.20.- Técnicas para la aproximación del comportamiento esfuerzo-deformacional no lineal.

## I.V. MODELO DE DUCTILIDAD

# I.V.1 ECUACIÓN GENERAL DE DUCTILIDAD (EGD)

Esta ecuación fue desarrollada por Zea y Rivera en 2008 (ref.15) y se basa en la idea de unificar las dos curvas prepico-pospico establecidas por Juárez Badillo mediante su principio de proporcionalidad natural (PPN) en una sola ecuación. La unificación se logra suponiendo que existe una "pérdida de resistencia" que se le debe restar a la resistencia del suelo desarrollada en la curva de prepico, mediante la siguiente ecuación:

$$q = \frac{1}{\frac{a}{\varepsilon} + b} - \frac{1}{\frac{c}{\varepsilon}}$$
(1.34)

Dónde:

q Esfuerzo desviador aplicado a la probeta de suelo.

 $\varepsilon$  Deformación axial de Ludwick-Henky, definida como:  $\varepsilon = \ln(1+\varepsilon_{C})$ ;  $\varepsilon_{C} = \Delta H/H_{o}$ 

$$a = \frac{\varepsilon_{pr}^{*}}{q_u} \tag{1.34a}$$

$$b = \frac{1}{q_u} \tag{1.34b}$$

$$c = \frac{\left(\varepsilon_{po}^*\right)^{\varsigma}}{q_u - q_r} \tag{1.34c}$$

$$d = \frac{1}{q_u - q_r} \tag{1.34d}$$

#### Siendo:

 $q_{u=}$  Resistencia máxima a la que tiende el suelo cuando la deformación tiende al infinito.

 $\varepsilon_{pr}^*$  = Deformación característica al 50% de  $q_u$ .

 $q_{r=}$  Resistencia residual a la que tiende el suelo cuando la deformación tiende al infinito.

 $\varepsilon_{po}$ \* = Deformación característica al 50% de  $(q_u - q_r)$ .

 $\varsigma$  = Exponente de curvatura de la rama del pospico de la curva esfuerzo-deformación.

## - Equivalencias de los parámetros con la ecuación de Kondner-Duncan

Los parámetros *a*, *b*, *c* y *d* se pueden hacer equivalentes con el modelo de Kondner. b y d ya no necesitan reescribirse, quedando los otros dos parámetros como:

$$a = \frac{\varepsilon_{pr}^{*}}{q_u} \approx \frac{1}{E_o} \tag{1.34e}$$

$$c = \frac{\left(\varepsilon_{po}^*\right)^{\varsigma}}{q_u - q_r} = \frac{1}{E'}$$
(1.34f)

Siendo E ´un módulo relacionado con el fenómeno del pospico.

Las ecuaciones 1.34e, 1.34b, 1.34f y 1.34d son de mucha utilidad para ajustar las curvas esfuerzo-deformación, pero los parámetros finales que interesan son  $E_o$ ,  $q_u$ , E,  $q_r$  y g (cinco parámetros que describen la curva completa esfuerzo-deformación).

Si  $q_r = q_u$  entonces  $(q_u - q_r) = 0$  y la ecuación 1.34a degenera en la ecuación de Kondner (1.26)

# I.V.2 ECUACIÓN ESPECIAL DE DUCTILIDAD (EED)

Esta ecuación fue desarrollado por Zea et all en 2013 el cual permite establecer una relación entre los esfuerzos desviadores y las deformaciones axiales en una probeta de suelo sometida a compresión en una cámara triaxial a partir de una ecuación diferencial muy simple. Sin embargo, Zea et all en lugar de escoger como variable el esfuerzo desviador, escogieron el módulo secante estableciéndose su relación con las deformaciones axiales de Ludwick-Hencky.

Cuando la deformación axial vale cero el módulo secante es igual al Módulo tangente inicial,  $E_o$ , de la curva esfuerzo-deformación, asimismo cuando la deformación es infinita (negativa) el módulo secante es igual a cero (que es cuando el material alcanza su resistencia residual). Como se ve el módulo secante no tiene su dominio en los números reales "completo" y se tiene que plantear un cambio de variable; llamando a  $\chi(E_s)$ , la función con dominio de cero a infinito, correspondiente de  $E_{s_i}$  se tiene que:

$$x = \frac{1}{E_S} - \frac{1}{E_O} \tag{1.35}$$

La ecuación diferencial a resolver será entonces:

$$\frac{dx}{x} = \psi \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \tag{1.36}$$

Donde  $\psi$  = exponente de ductilidad (adimensional)

La solución de la anterior ecuación diferencial es:

$$\frac{x}{x_{50}} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*}\right)^{\psi} \tag{1.37}$$

Pero

$$\chi_{50} = \frac{2}{E_0} - \frac{1}{E_0} = \frac{1}{E_0} \tag{1.38}$$

Sustituyendo (1.38) en (1.37) queda:

$$x = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon*}\right)^{\psi} \frac{1}{E_o} \tag{1.39}$$

Reemplazando (1.35) en esta nueva ecuación se tiene:

$$\frac{1}{E_S} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*}\right)^{\psi} \frac{1}{E_O} + \frac{1}{E_O} \tag{1.40}$$

O sea:

$$\frac{1}{E_o} = \frac{1}{E_o} \left[ 1 + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon *} \right)^{\psi} \right] \tag{1.41}$$

De donde:

$$E_s = E_o \left[ 1 + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon *} \right)^{\psi} \right]^{-1} \tag{1.42}$$

Pero  $E_s$  es igual al esfuerzo desviador entre la deformación, o sea:

$$\frac{\sigma_d}{\varepsilon} = \left[1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*}\right)^{\psi}\right]^{-1} E_o \tag{1.43}$$

Despejando al esfuerzo desviador, se tiene:

$$\sigma_d = \frac{\varepsilon}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*}\right)^{\psi}} E_0 \tag{1.44}$$

Dividiendo entre  $E_0$ :

$$\sigma_d = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_0} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*}\right)^{\psi}} \tag{1.45}$$

De donde se puede definir al esfuerzo desviador residual, como:

$$\sigma_{dr} = E_0(\varepsilon *)^{\psi} \tag{1.46}$$

Sustituyendo (1.46) en (1.45) queda:

$$\sigma_d = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_0} + \frac{\varepsilon \Psi}{\sigma_{dr}}} \tag{1.47}$$

Que también se expresa como:

$$q = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_0} + \frac{\varepsilon \psi}{q_r}} \tag{1.48}$$

O como:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_0} + \frac{\varepsilon \psi}{(\sigma_1 - \sigma_3)r}} \tag{1.49}$$

Recordando que la ecuación de Kondner es:

$$\sigma_{1}^{'} - \sigma_{3}^{'} = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \tag{1.50}$$

Dónde:  $1/a = E_o$  (Módulo tangente inicial)

 $1/b = \sigma_a$  (Resistencia máxima teórica)

De donde se observa que para  $\psi=1$  (Material totalmente dúctil), la ecuación (1.48) degenera en la ecuación de Kondner. Valores más grandes de  $\psi$  podrán representar a una falla frágil.

La ecuación (1.47) se puede derivar para conocer la tangente en cada punto de la curva esfuerzo deformación, resultando:

$$\frac{\partial \sigma_d}{\partial \varepsilon} = \frac{E_0 \left\{ \frac{E_0}{\sigma_{dr}} (1 - \psi) \varepsilon^{\psi} + 1 \right\}}{\left( \frac{E_0}{\sigma_{dr}} \right)^2 \varepsilon^{2\psi} + 2 \frac{E_0}{\sigma_{dr}} \varepsilon^{\psi} + 1}$$
(1.51)

Que tendrá valores negativos después del pico de la curva esfuerzo-deformación para valores de  $\psi$  mayores de 1.

La ecuación (1.47) también se podrá integrar con algún método para obtener la energía específica de deformación o energía de deformación por unidad de volumen,  $E_{e_i}$  que es igual al área bajo la curva esfuerzo-deformación.

Se supone una relación lineal entre el esfuerzo desviador residual,  $\sigma_{dr}$ , y el esfuerzo principal mayor,  $\sigma_3$ ; lo que representa una trayectoria de esfuerzos. Si se dibujan las trayectorias de esfuerzo en un espacio  $\sigma_3$  vs. r, donde  $r = \sigma_d/2 = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 = q/2$ , la envolvente para la resistencia residual es una línea recta con pendiente  $\gamma$  (Figura I.21) y ordenada al origen  $r_o$  (Figura I.22).

De la figura (1.21):

$$\frac{r}{\sigma_3 + r} = sen \, \phi'_r \tag{1.52}$$

De donde:

$$\frac{\sigma_3}{r} = \frac{1}{\operatorname{sen}\,\phi'_r} - 1\tag{1.53}$$

De la misma Figura (1.21)

$$\frac{r}{\sigma_3} = \tan \gamma \tag{1.54}$$

Por lo que:

$$\frac{\sigma_3}{r} = \frac{1}{\tan \gamma} \tag{1.55}$$

Igualando la (1.52) con la (1.54) y despejando  $\phi'_r$ :

$$\phi'_r = sen^{-1} \left( \frac{\tan \gamma}{1 + \tan \gamma} \right) \tag{1.56}$$

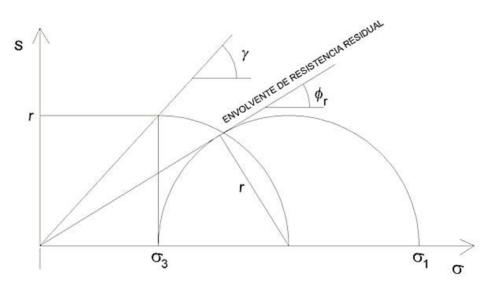


Figura I.21

De acuerdo con Mohr- Coulomb para un material cohesivo-friccionante:

$$\sigma_1 = \sigma_3 N_{\phi} + 2c\sqrt{N_{\phi}} \tag{1.57}$$

Como se observa en la Figura (1.22), entonces:

$$q_0 = 2c'_r \sqrt{N_{\phi r}} \tag{1.58}$$

Siendo:

$$N_{\phi r} = \tan^2 \left( 45^{\circ} + \frac{\phi_r}{2} \right) \tag{1.59}$$

De donde:

$$r_0 = c'_r \sqrt{N_{\phi r}} \tag{1.60}$$

De aquí que:

$$c'_r = \frac{r_0}{\sqrt{N_{\phi r}}} \tag{1.61}$$

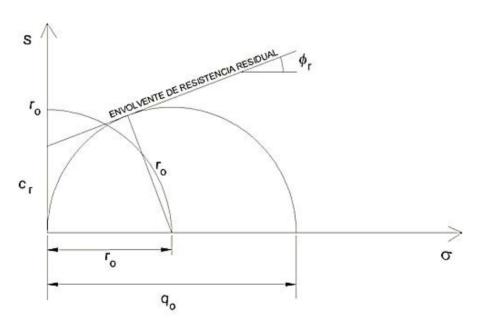
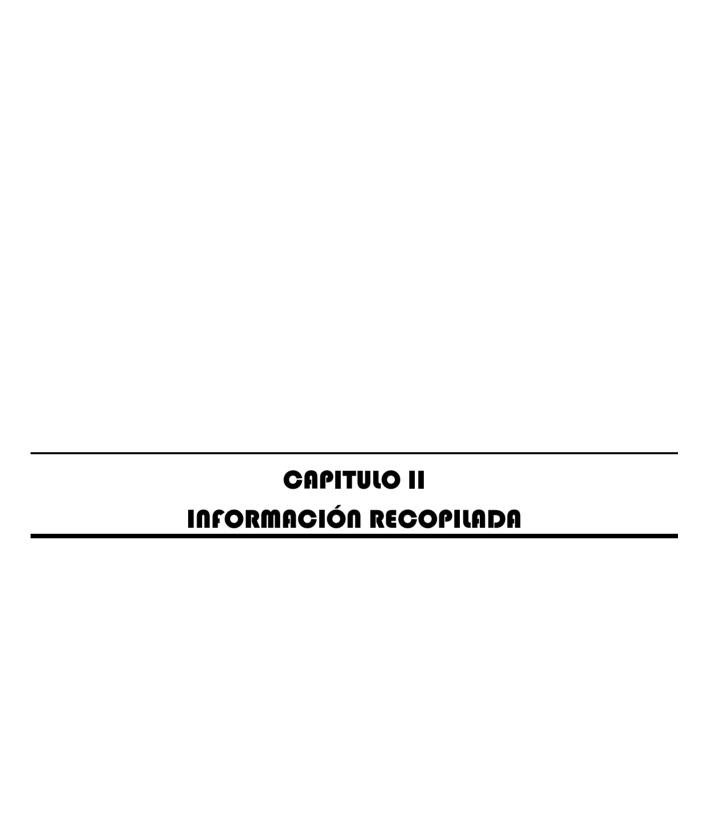


Figura 1.22

Cabe aclarar que el parámetro  $\psi$  de arcillas preconsolidadas es función del esfuerzo de confinamiento en el rango de preconsolidación con valores mayores a la unidad pero tiende a hacerse unitario en la rama virgen con esfuerzos de confinamiento por arriba del de preconsolidación. En el caso de materiales granulares compactos sucede algo similar pero el límite ya no es el esfuerzo de preconsolidación sino la presión que provoca la ruptura de granos.



#### INFORMACIÓN RECOPILADA

Este trabajo se basa en información de pruebas de laboratorio obtenidas en la tesis "Aplicación del Principio de Proporcionalidad Natural para describir el comportamiento Esfuerzo-Deformación de la arcilla del Valle de México sometida a ensayes de compresión triaxial Drenados y No Drenados, en estado preconsolidado." Elaborada por la M. I. Rocio Villa Escobar y presentada en el 2004. Teniendo como objetivo demostrar, que la aplicación de las ecuaciones del Principio de Proporcionalidad Natural, a los resultados obtenidos de las pruebas realizadas; predice el comportamiento esfuerzo vs deformación, la evolución de la presión de poro y el cambio volumétrico. Para describir cada uno de los fenómenos, se presentan en dicha tesis 9 ensayes de tipo CU y 5 ensayes CD.

Las pruebas finales se clasifican como sigue:

- 4 ensayes de consolidación edométrica con materiales provenientes de distintas profundidades (5, 10, 15 y 25).
- 3 series de ensayes de compresión triaxial tipo CU, cada serie consta de 3 especímenes ensayados y el material para cada serie provenía de las profundidades de 10, 15 y 25 m.
- 2 series de ensayes (5 pruebas en total) de compresión triaxial tipo CD, la primera serie consta de 3 especímenes; uno de ellos con material proveniente de una profundidad de 10m y los otros dos con material de 5m. la segunda serie solo con 2 especímenes con material de una profundidad de 15m.

Se efectuaron 4 pruebas de consolidación unidimensional aplicando esfuerzos normales. El objetivo de las pruebas de consolidación en el odómetro, consistió en obtener los parámetros  $\gamma$ ,  $\gamma_p$  y  $\rho$  (coeficientes de compresibilidad y relación de expansibilidad a compresibilidad, de la teoría de proporcionalidad natural).

# II.I DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL

El material utilizado es una arcilla proveniente del sitio "Álamos" ubicado en el conjunto habitacional Lázaro Cárdenas, de la ciudad de México. El sondeo estuvo a cargo de la compañía "Ópalo" consultores en ingeniería, las probetas que se ensayaron se obtuvieron de 5 tubos shelby a diferentes profundidades 5 m, 10 m, 15 m y 25 m, respectivamente.

El color de la arcilla varía de café olivo a verde olivo, dependiendo de los tubos y de las profundidades a las que fueron extraídas las muestras, los contenidos de agua oscilan entre 200 y 400 %, además de que en algunos casos se presentaron incrustaciones de lentes de arena. En la tabla 2.1 se presenta una descripción de los suelos encontrados en el sondeo mixto SM-1

Profundidad [m]	Descripción
1.80 - 3.00	Arena limosa de color café claro de compacidad muy densa, el contenido natural de agua promedio es de 45%
3.00 - 4.20	Arena arcillosa de compacidad suelta, el contenido natural de agua promedio es de 70%. El nivel freático se localizó a 4 metros.
4.20 - 23.00	Arcilla en varias tonalidades de consistencia blanda a muy blanda, con algunas intercalaciones de pequeños estratos de arena el contenido natural de agua promedio es de 250 %, con máximos de hasta 410%.
23.00 - 34.20	Arcilla de varias tonalidades de consistencia blanda a muy firme, el contenido natural de agua promedio es de 200 %.

Tabla 2.1: Sondeo mixto SM-1 (Ópalo consultores en ingeniería)

#### II.II RESUMEN DE RESULTADOS DE LAS PRUEBAS TRIAXIALES SERIE CD

Para las pruebas triaxiales drenadas (CD) en arcilla preconsolidada:

SERIE	No. espécimen	Profundidad [m]	Presión máx. (carga) [kPa]	Presión máx. (descarga) [kPa]	Relación de preconsolidación (OCR) []	Velocidad de falla [mm/ min]
	10	10	500	180	3	
CD1	11	5	512	122	4	0.0015
	12	5	502	57	9	
	13	15	512	96	5	0.0015
CD2	14	15	502	51	10	0.0010

Tabla 2.2.- Datos experimentales para las series de pruebas CD

#### **SERIE CD 1**

En la (figura II.1 y II.2) se presenta La grafica esfuerzo desviador vs deformación axial.

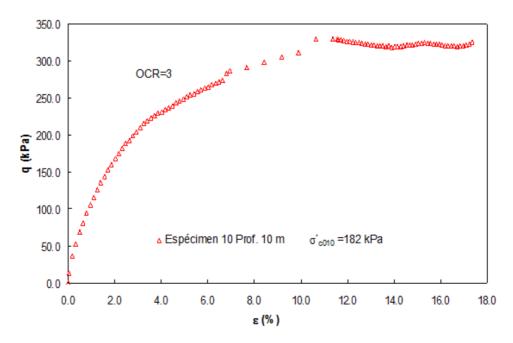


Figura II.1.- Curva esfuerzo desviador vs deformación axial, espécimen 10 Prof. 10 m (Álamos), etapa de falla por deformación controlada

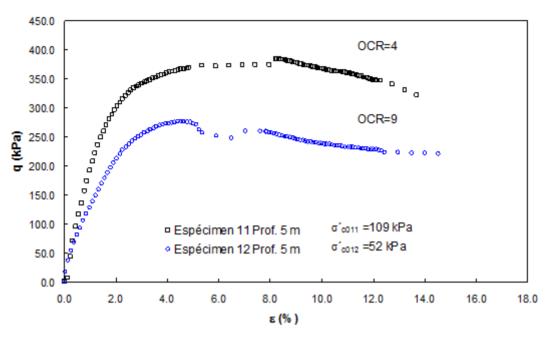


Figura II.2.- Curvas esfuerzo desviador vs deformación axial, serie CD1 (Álamos), etapa de falla por deformación controlada

Espécimen	Profundidad [m]	OCR	Gs	LL [%]	IP [%]	<i>q</i> [kPa]	Deformación unitaria axial [%]
10	10	3	2.14	344	210	330	11.72
11	5	4	2.36	210	145	385	8.24
12	5	9	2.36	210	145	276	4.76

Tabla 2.3.- Deformación asociada al esfuerzo desviador máximo serie CD1

#### **SERIE CD 2**

Para esta serie se efectuaron sólo dos ensayes, En la figura II.3 se presenta el comportamiento esfuerzo desviador vs deformación axial. Se observa que para ambas probetas, después de alcanzar el esfuerzo desviador máximo  $(q_{max})$ , se presenta una disminución de esfuerzos conforme aumenta el nivel de deformación, en el caso específico del espécimen número 14 decidió terminar la etapa de falla cuando se desarrolló un nivel de deformación de 12%, ya que la probeta presentó un notorio pandeo.

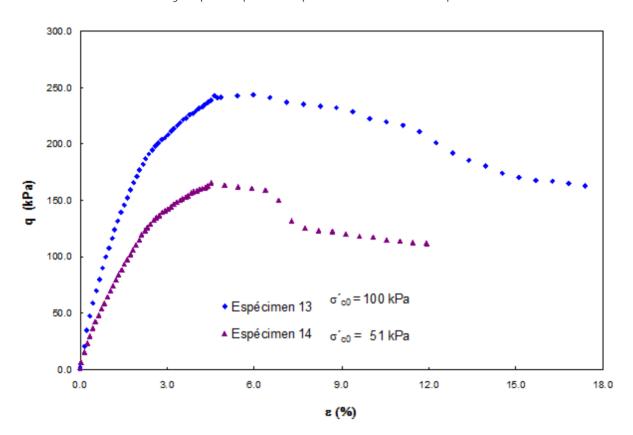


Figura II.3.- Curvas esfuerzo vs deformación axial, serie CD2 (Álamos) Prof. 15 m, etapa de falla por deformación controlada

Espécimen	OCR	Gs	LL [kPa]	IP [kPa]	q [kPa]	Deformación [ % ]
13	5	2.16	362	242	244	7.69
14	10	2.16	362	242	166	4.97

Tabla 2.4.- Deformación asociada al esfuerzo desviador máximo, Serie CD 2, etapa de falla.

Un resumen de las gráficas anteriores se presenta en la siguiente tabla comparativa de resultados:

SERIE	espécimen	Profundidad	Presión máx. (carga)	máx.	Relación de preconsolidación	Esfuerzo desviador de falla	σ <sub>df</sub> LL/σ΄ <sub>c</sub>	Límite líquido	σ <sub>df</sub> (Con la curva de tendencia)	Error
		(z)	(σ´ <sub>B</sub> )	(σ´c)	(OCR)	$(\sigma_{df})$		(LL)		
[No.]	[No.]	[m]	[kPa]	[kPa]	[]	[kPa]	[]	[%]	[kPa]	[%]
CD1	10	10	500	180	2.8	330	6.31	344	315	4
CD1	11	5	512	122	4.2	370	6.37	210	424	15
CD1	12	5	502	57	8.8	262	9.65	210	279	7
CD2	13	15	512	96	5.3	240	9.05	362	216	10
CD2	14	15	502	51	9.8	160	11.36	362	153	5

Tabla 2.5

Como conclusión se observa que el esfuerzo desviador en el pico de la curva esfuerzo-deformación,  $\sigma_{dp}$ , es función entre otras variables, del OCR, de la presión máxima en descarga,  $\sigma_{cd}$ , y del Límite Líquido. La gráfica siguiente muestra esa dependencia.

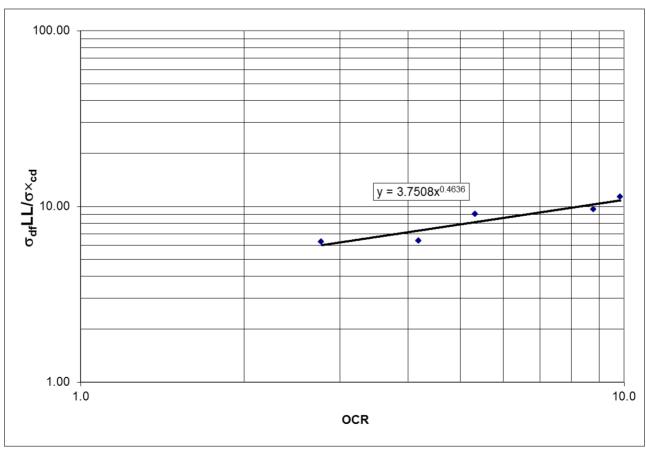


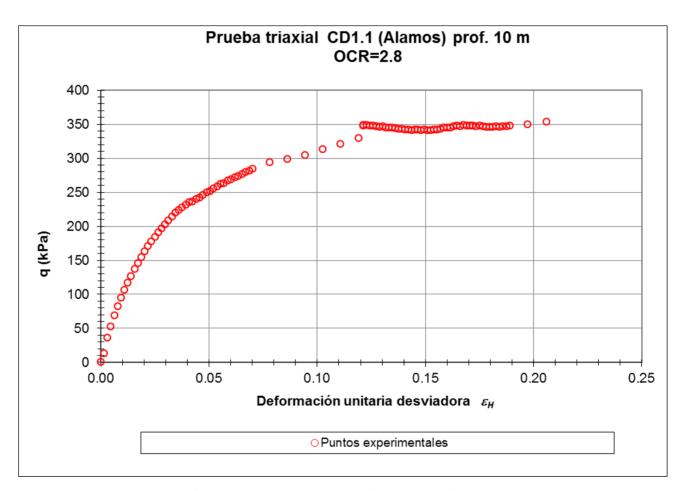
Figura II.4



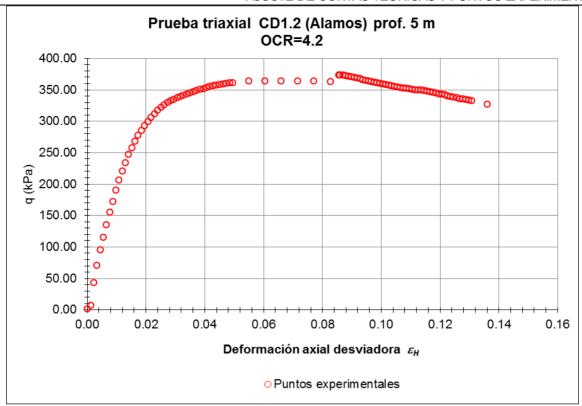
En este capítulo presentamos las gráficas de los puntos experimentales de las series CD, posteriormente los resultados con el modelo, y finalmente el ajuste de las mismas.

#### III.I PUNTOS EXPERIMENTALES

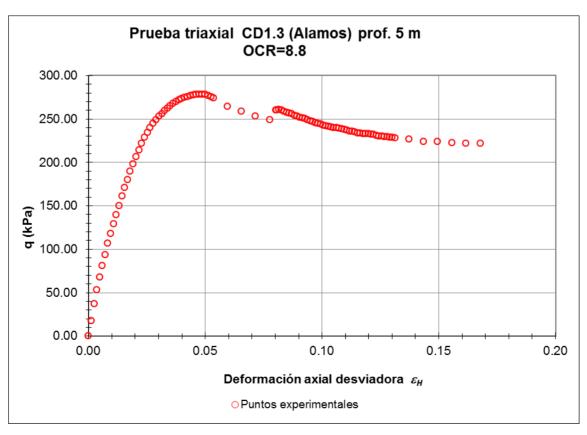
Las gráficas que presentamos a continuación corresponden a las pruebas triaxiales de la serie CD1.



Grafica III.1.- Esfuerzo vs deformación CD1.1

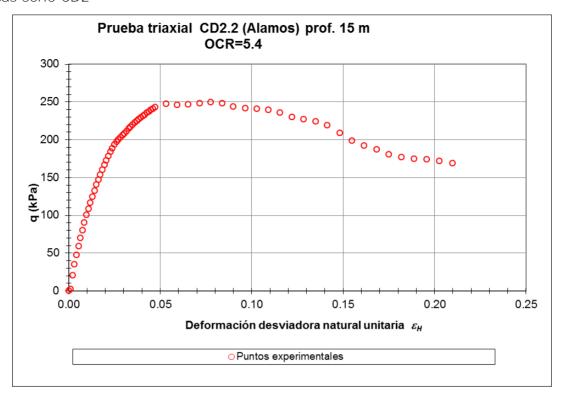


Grafica III.2.- Esfuerzo vs deformación CD1.2

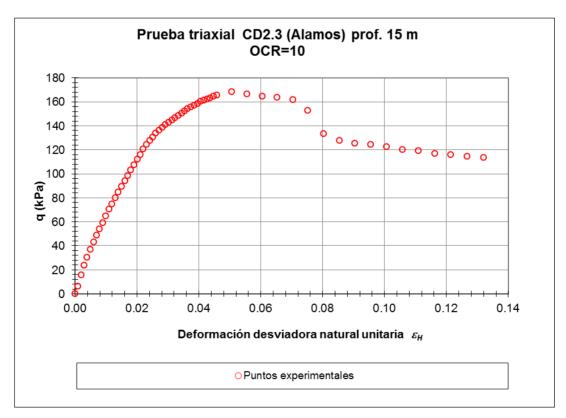


Grafica III.3.- Esfuerzo vs deformación CD1.3

Graficas serie CD2



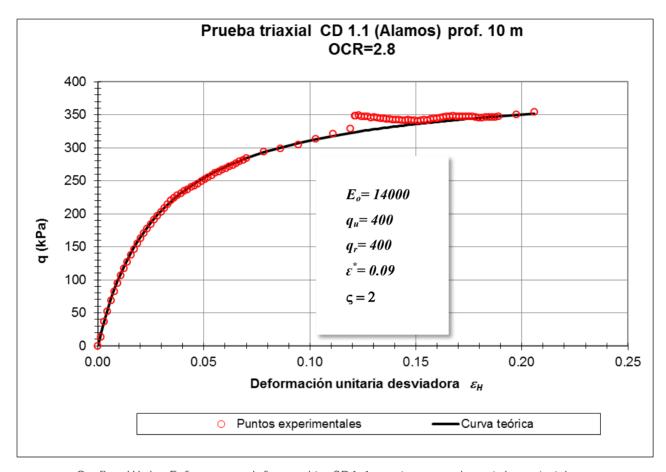
Grafica III.4.- Esfuerzo vs deformación CD2.2



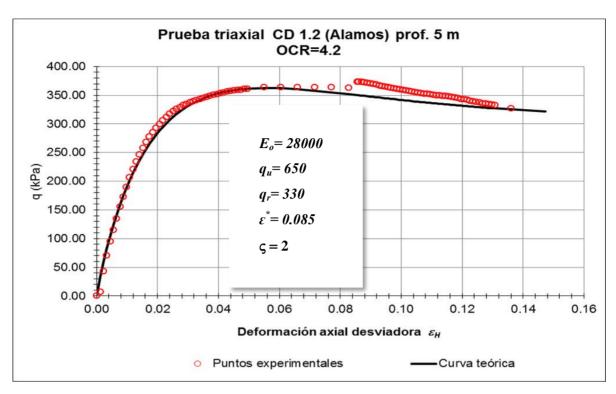
Grafica III.5.- Esfuerzo vs deformación CD2.3

# III.II PUNTOS TEÓRICOS. ECUACIÓN GENERAL DE DUCTILIDAD (EGD)

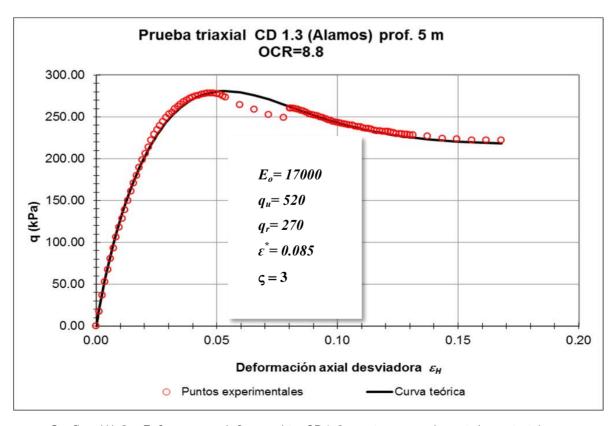
En las siguientes graficas presentamos la curva teórica con el modelo EGD (ec.1.34) correspondientes a la serie CD.1



Grafica III.6.- Esfuerzo vs deformación CD1.1 puntos experimentales y teóricos.

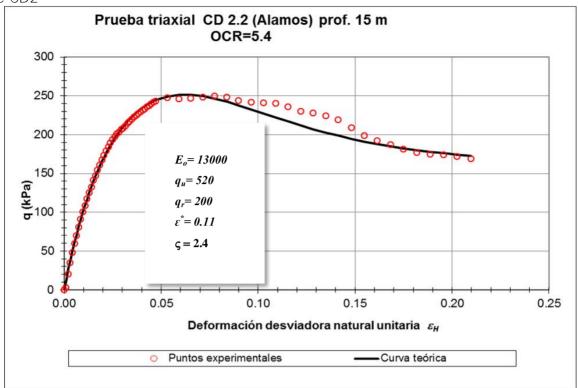


Grafica III.7.- Esfuerzo vs deformación CD1.2 puntos experimentales y teóricos.

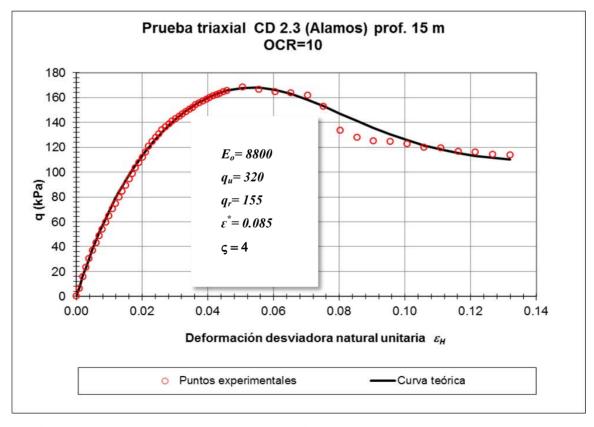


Grafica III.8.- Esfuerzo vs deformación CD1.3 puntos experimentales y teóricos.

Serie CD2



Grafica III.9.- Esfuerzo vs deformación CD2.2 puntos experimentales y teóricos.



Grafica III.10.- Esfuerzo vs deformación CD2.3 puntos experimentales y teóricos.

#### III.III LINEALIZACIÓN Y AJUSTE

Con base en los resultados de cada prueba (tabla 3.1), se analizan los valores numéricos de los distintos parámetros (tabla 3.1) con objeto de encontrar tendencias haciendo las normalizaciones que se plantean en la tabla 3.2.

	ρ <sub>m</sub> (g/cm³)	w(%)	LL(%)	e <sub>o</sub>	e <sub>B</sub>	p <sub>c</sub>	$p_B$	OCR	E <sub>o</sub>	<b>q</b> <sub>u</sub>	$q_r$	$R_f$	€*	5	E
CD #1-1	1.14	404.3	344	10.89	4.27	500.8	182.0	2.8	14000	400	400	1.00	0.085	1	0
CD #2-2	1.35	129.98	362	3.53	2.67	527.5	99.8	5.3	13000	520	200	0.38	0.110	2.4	63945
CD #1-2	1.35	127.8	210	3.53	2.53	525.9	97.0	5.4	28000	650	330	0.51	0.085	2	44291
CD #2-3	1.36	124.3	362	3.42	2.83	502.0	51.6	9.7	8800	320	155	0.48	0.085	4	3160882
CD #1-3	1.36	126.62	210	3.42	2.83	501.0	54.3	9.2	17000	520	270	0.52	0.085	3	407083

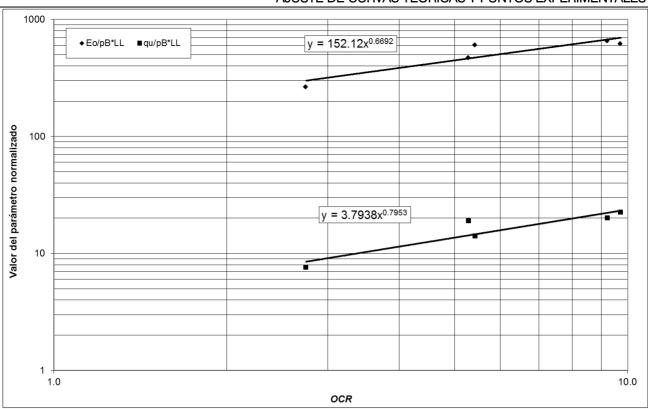
Tabla 3.1.- Resultados de las pruebas.

	OCR	$E_0/P_B*LL$	$q_u/p_{B^*}LL$	$q_r/p_{B^*}LL$	ς	E′/p <sub>B*</sub> LL
CD #1-1	2.8	264.6	7.56044			
CD #2-2	5.3	471.5	18.86172	7.25451	2.4	2319.5
CD #1-2	5.4	606.2	14.07216	7.14433	2.0	958.9
CD #1-3	9.2	657.5	20.11050	10.44199	3.0	15743.6
CD #2-3	9.7	617.4	22.44961	10.87403	4.0	221751.8

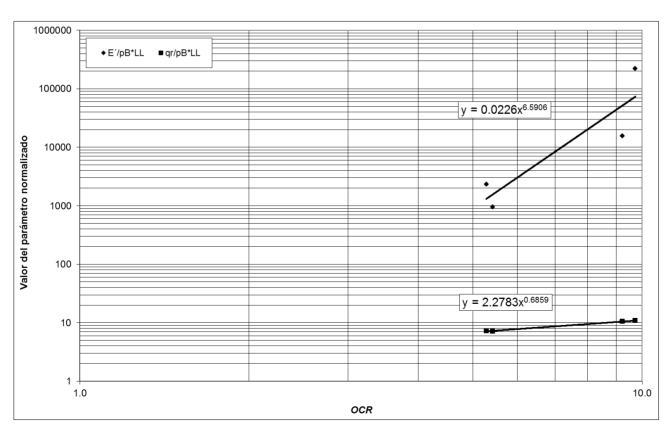
Tabla 3.2.- Parámetros normalizados.

Los parámetros mostrados en la tabla 3.2 se normalizaron con respecto a la presión de confinamiento de prueba en la etapa de falla (P<sub>B</sub>) y el Limite Liquido (LL), de esta manera se encontró la tendencia, que se observa en las siguientes gráficas.

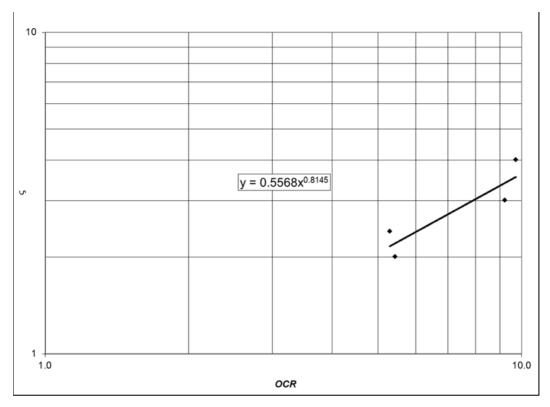
# CAPITULO III AJUSTE DE CURVAS TEÓRICAS Y PUNTOS EXPERIMENTALES



Grafica III.11.- Parámetro  $E_0\ y\ q_u$  normalizado contra OCR



Grafica III.12.- Parámetro E´y  $q_r$  normalizado contra OCR



Grafica III.13.- Parámetro  $\varsigma$  contra OCR.

# III.IV.- NIVEL DE PREDICCIÓN

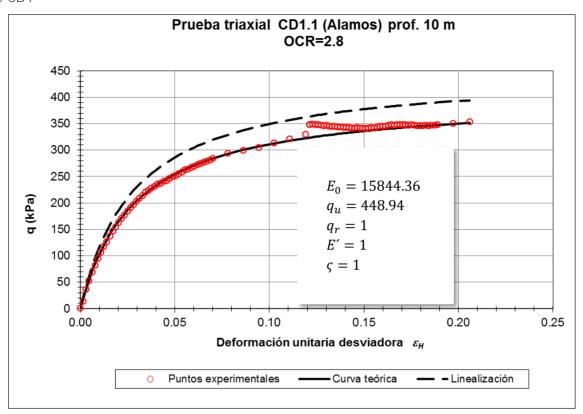
Se toma de las gráficas anteriores la ecuación "y" de cada recta, y con esta se modifican los parámetros normalizados (ver tabla 3.3), siendo estos los parámetros finales para predecir los resultados de otro material con características similares.

	Eo	$q_u$	E´	$q_r$	ς
CD #1-1	15844.4	448.95			
CD #2-2	12779.1	393.16	36319.5	196.8	2.2
CD #1-2	21778.1	672.17	71949.5	335.5	2.2
CD #1-3	17400.8	574.31	1339268.7	270.5	3.4
CD #2-3	9938.8	330.23	1046931.7	154.6	3.6

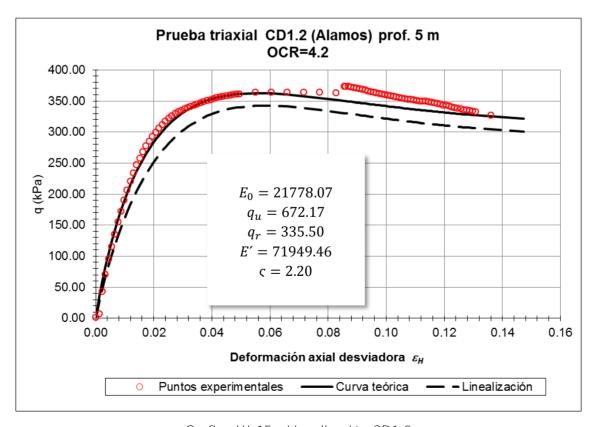
Tabla 3.3.- Parámetros linealizados

Con los parámetros linealizados de la tabla 3.3 se vuelve a calcular el valor de "q'' de las gráficas esfuerzo deformación, quedando de la siguiente manera.

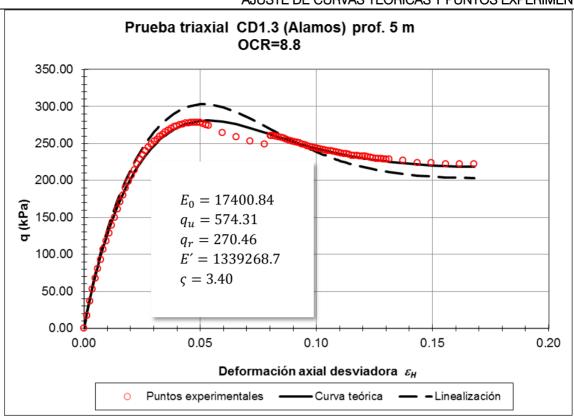
Serie CD1



Grafica III.14.- Linealización CD1.1

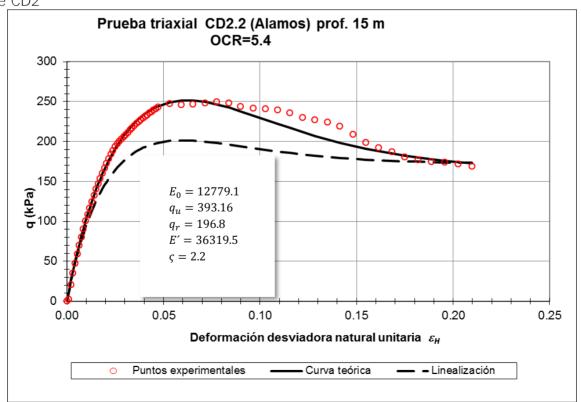


Grafica III.15.- Linealización CD1.2

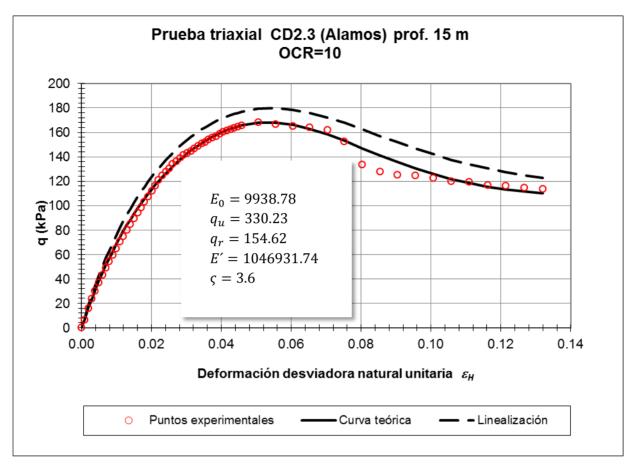


Grafica III.16.- Linealización CD1.3





Grafica III.17.- Linealización CD2.2



Grafica III.18.- Linealización CD2.3

De las gráficas anteriores se observa que al realizar la caracterización con el modelo EGD, representado gráficamente con la linealización, se obtiene una buena predicción del comportamiento obtenido en el laboratorio.



#### **CONCLUSIONES**

En la presente investigación se describieron algunos modelos de comportamiento de suelos, existen más, pero para fines de ésta investigación sólo tomamos en cuenta los mencionados en el capítulo I.

Se trabajaron dos modelos propuestos por Zea y Rivera. El primer modelo a analizar fue el que describe la Ecuación Especial de Ductilidad (EED), en el cual para los parámetros no se logró un buen ajuste en las curvas esfuerzo-deformación. Lo que se encontró al trabajar con este modelo fue que en materiales con OCR=2.8 y 4.2 los resultados fueron aceptables, sin embargo en materiales con OCR= 5.4, 8.8 y 10 los resultados no fueron adecuados, concluyéndose que el modelo EED no es recomendable para materiales muy preconsolidados.

Debido a lo anterior se trabajó con el modelo que describe la Ecuación General de Ductilidad (EGD), cabe señalar que la ecuación 1.34 de Zea y Rivera, es más simple que la presentada por ellos en 2008, además de que en éste trabajo se presenta la equivalencia (I.IV.1) de los parámetros con la ecuación de Kondner-Duncan. Con éste modelo se obtuvo una mejor normalización y linealización de los parámetros, logrando el objetivo del trabajo.

Quizás lo más valioso de ésta investigación fue que se logró una normalización de los parámetros del modelo EGD, que se resumen en las gráficas III.11 a III.13. Cuyas relaciones fenomenológicas, para el sitio Álamos, D.F y que se pueden extender a otros sitios con características similares, se resumen a continuación:

$$E_0/P_B*LL = 152.12\ OCR^{0.6692}$$
 
$$q_u/P_B*LL = 3.7938\ OCR^{0.7953}$$
 
$$E'/P_B*LL = 0.0226\ OCR^{0.6859}$$
 
$$q_r/P_B*LL = 2.2783\ OCR^{0.6859}$$
 
$$\varsigma = 0.5568\ OCR^{0.8145}$$

Para poder utilizar las gráficas para el análisis de materiales con características similares, solo se deben conocer las siguientes propiedades del material.

- ✓ Limite Liquido
- ✓ OCR

Por alguna razón desconocida, aún el parámetro ç no necesitó normalizarse (gráfica III.13). Por último se midió el nivel de predicción que se puede lograr al utilizar las gráficas de las figuras III.11 a III.13 y los resultados mostraron un buen nivel de predicción, lo cual se puede observar en las gráficas III.14 a III.18.

De los resultados de ésta investigación se puede concluir que se cuenta finalmente con una caracterización de la arcilla de la ciudad de México que puede ser útil a los ingenieros de la práctica profesional que necesiten datos de las propiedades mecánicas de éste material ya sea para fines de prediseño de alguna obra civil en la etapa de factibilidad o para programar una prueba de resistencia al esfuerzo cortante CD en la cámara triaxial.



#### **ESFUERZOS EFECTIVOS**

En 1936 Karl Von Terzaghi establece el principio de los esfuerzos efectivos, considera que tanto las partículas sólidas y el agua son incompresibles, además de que puede ser despreciada el agua de contacto entre dos partículas.

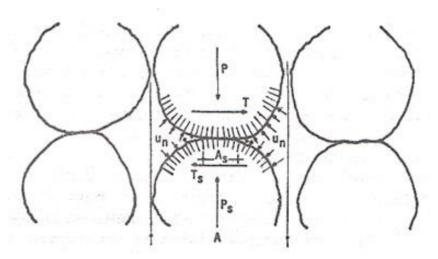


Figura A.1.- equilibrio de las fuerzas actuantes en dos partículas en contacto, representativas de una masa de suelo

La relación de área de contacto se define como:

$$a = \frac{A_s}{A} \tag{I}$$

El esfuerzo total normal y cortante será:

$$\sigma = \frac{P}{A} \qquad \tau = \frac{T}{A} \tag{11}$$

Y los esfuerzos en la superficie de contacto:

$$\sigma_S = \frac{P_S}{A_S} \qquad \tau_S = \frac{T_S}{A_S} \tag{III}$$

El equilibrio en la dirección normal al plano de contacto es:

$$P = P_s + (A - A_s)u_n \tag{IV}$$

Dividiendo la ecuación (IV) por A

$$\sigma = \sigma_s \, a + (1 - a)u_n \tag{V}$$

Se define la presión intergranular  $\sigma_q$  como:

$$\sigma_g = \frac{P_S}{A} \tag{VI}$$

La ecuación (IV) con lo anterior conduce a:

$$\sigma = \sigma_g + (1 - a)u_n \tag{VII}$$

El esfuerzo cortante será:

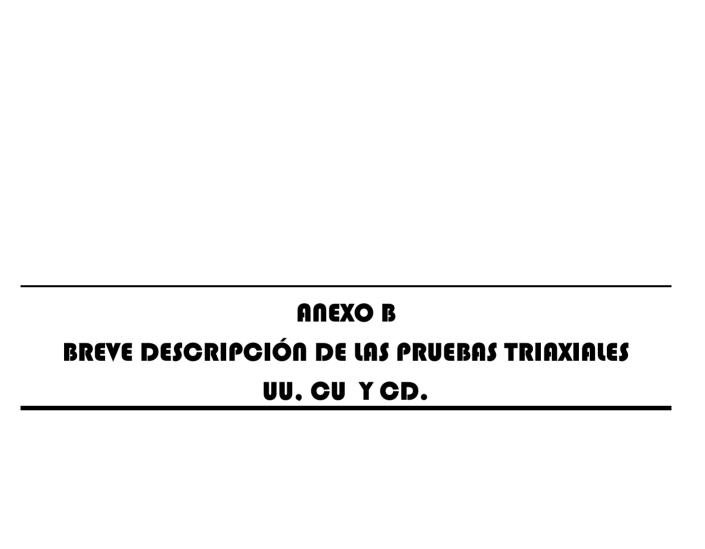
$$\tau = a\tau_s \tag{VIII}$$

Debido a que el valor de "a" es pequeño en la mayoría de los casos, despreciable, la ecuación (VII) se reduce a:

$$\sigma = \sigma_g + u_n \tag{IX}$$

Usando el símbolo de presión efectiva la ecuación (IX) queda:

$$\sigma = \bar{\sigma} + u_n \qquad \bar{\sigma} = \sigma - u_n \tag{X}$$



### PRUEBAS DE COMPRESIÓN TRIAXIAL

Con estas pruebas se determinan las características de esfuerzo – deformación y resistencia de los suelos, dichas pruebas consisten en aplicar presiones axiales y laterales para estudiar el comportamiento del suelo en un espécimen cilíndrico, el cual debe cumplir con una altura del doble de su diámetro.

En suelos cohesivos tenemos que:

- a) La resistencia depende de:
  - > Esfuerzo efectivo
  - > Trayectoria de esfuerzos
  - > Velocidad de deformación
- b) La deformación depende de:
  - > La historia previa de carga
  - > Trayectoria de esfuerzos
  - > Velocidad de deformación

Para realizar una prueba triaxial esta se divide en dos etapas:

- 1. Consolidación.- Se aplica una presión hidrostática algunas veces se aplica una carga o descarga vertical.
- 2. Falla.- El espécimen se lleva a la falla por carga o descarga vertical, manteniendo constante la presión confinante. La carga se puede aplicar por medio de pesas (control de carga) o en una máquina de compresión para aplicar una velocidad de deformación constante (control de deformación).

Así mismo estas se clasifican en función de las condiciones de drenaje:

- Prueba triaxial (UU).- No consolidada, no drenada. No se permite el drenaje durante las dos etapas de la prueba.
- Prueba triaxial (CU).- Consolidada, no drenada. Solo se permite el drenaje en la primera etapa de la prueba, se satura previamente la muestra y de esta manera se asemeja a sus condiciones naturales. Se debe aplicar una contrapresión con la finalidad de disolver el aire no disuelto.
- Prueba triaxial (CD).- Consolidada, drenada. Se permite el drenaje durante toda la prueba

Se utilizan tres o cuatro especímenes por prueba, con presiones confinantes distintas. Al término de la prueba y obteniendo los resultados se presentan con el diagrama de Morh en una serie de círculos, obteniendo así los parámetros del material.

Las pruebas se realizan en una cámara triaxial

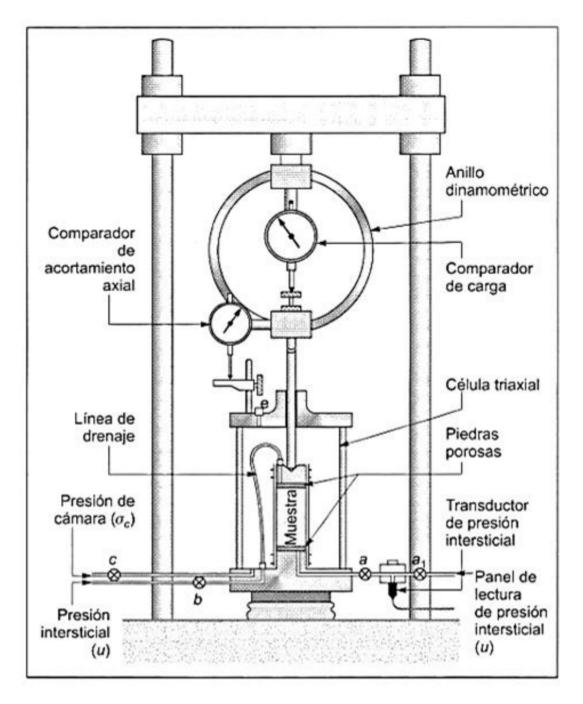


Figura B-1.- Esquema de un ensayo triaxial.

Para realizar la prueba es indispensable aislar el espécimen del fluido confinante con una membrana impermeable para no alterar la misma. Para medir las deformaciones volumétricas se hacen por medio de una bureta de vidrio en pruebas drenadas para suelos saturados.

Debido a que las pruebas triaxiales requieren en su operación un alto grado de precisión, existen factores que producen error en los resultados:

- o Fugas en conexiones de drenaje
- o Permeabilidad de la membrana
- o Fricción del vástago
- o Excentricidad de la carga aplicada
- o Preparación de la probeta
- o Errores de medición
- o Tomas de lectura

# ANEXO C BREVE DESCRIPCIÓN DE LA PRUEBA DE CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL

# PRUEBA DE CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL

El suelo al ser sometido a una carga se deforma, esto ocurre a corto o largo plazo

- ➤ Deformación a corto plazo.- se presenta inmediatamente después de aplicar la carga.
- ➤ Deformación a largo plazo.- se presenta al aplicarle cargas de larga duración que producen consolidación. Distinguiéndose dos componentes:
  - Consolidación primaria.- esta se presenta en suelos finos plásticos, de baja permeabilidad, el suelo se consolida en función del tiempo en el que expulsa el agua que lo satura. Esto se estudia de la teoría de consolidación de Terzaghi.
  - Consolidación secundaria.- esta se presenta en arcillas muy compresibles y suelos altamente orgánicos. Continuando su deformación después de haber tenido la consolidación primaria, este proceso continua durante muchos años.

Un suelo preconsolidado es aquel que soporta cargas menores a las máximas soportadas en toda su historia geológica. Un suelo normalmente consolidado es aquel que soporta la mayor carga desde que se formó.

# **EJECUCIÓN DE LA PRUEBA**

La consolidación se considera unidimensional debido a que solo se disminuye el volumen de la muestra verticalmente, ya que esta confinada no se permiten los desplazamientos horizontales.

En el laboratorio se tiene confinada a la muestra por un anillo metálico durante toda la prueba montada en un aparato llamado consolidómetro (ver figura C.1), las medidas aproximadas de la muestra son; 6.3cm de diámetro y 2.5cm de espesor. En la cara superior e inferior se colocan piedras porosas a las cuales se les aplica la carga y permiten el drenaje de la muestra, la deformación es medida a través de un micrómetro de caratula. La muestra se mantiene sumergida en agua durante toda la prueba.

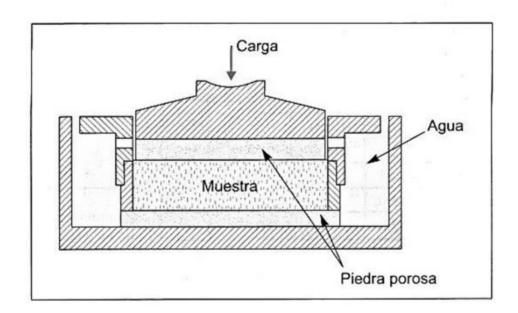


Figura C.1.- La célula edométrica.

La cargas son aplicadas por etapas, cada vez que se haga un incremento, este se mantiene constante hasta que la deformación no sea representativa, por lo regular se duplica la carga anterior. Al término de la prueba se determina el peso seco de la muestra.

En la figura C.2 se muestra la gráfica de deformación contra tiempo y se distinguen tres etapas.

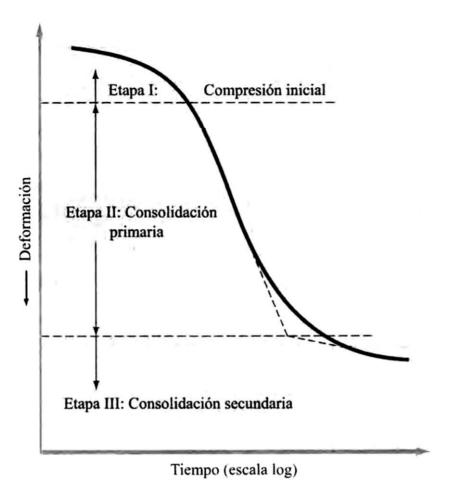


Figura C.2 Grafica tiempo – deformación durante la consolidación para para un incremento dado de carga.

Etapa I: compresión inicial, causada principalmente por la precarga.

Etapa II: compresión primaria, durante el cual el exceso de presión de poro por agua es gradualmente transferido a esfuerzos efectivos por la expulsión del agua de poro.

Etapa III: consolidación secundaria, ocurre después de la total disipación del exceso de presión de poro del agua cuando alguna deformación del espécimen tiene lugar debido al reajuste plástico de la estructura del suelo<sup>1</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> BRAJA M. DAS "Fundamentos de ingeniería geotécnica" Ed. Thomson learning pags. 585.

Por cada prueba de consolidación completa se obtiene una curva de compresibilidad representada en escala natural o semilogarítmica (ver figura C.3). Los valores que constituyen la gráfica se obtienen una vez aplicados los incrementos de carga en donde los ejes de las abscisas van los valores de la presión actuante y en las ordenadas los de la relación de vacíos (*e*).

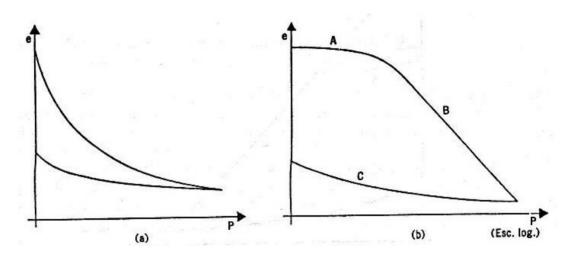
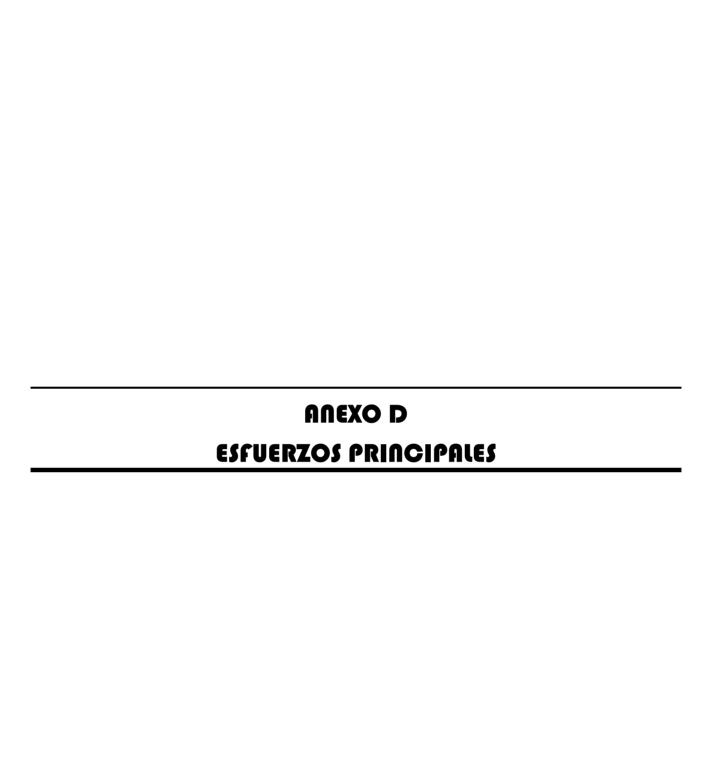


Figura C.3.- Forma típica de la curva de compresibilidad en suelos compresibles a) Representación aritmética; b) representación semilogarítmica.

El tramo A de la curva de compresibilidad suel**e llamarse "tramo de recompresión",** el tramo B, **"tramo virgen" y el C "tramo de descarga"**<sup>2</sup>

-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> EULALIO JUÁREZ BADILLO "Mecánica de suelos tomo I" Ed. Limusa pags.642.



# **Esfuerzos principales**

Una fuerza aplicada a una sección ya sea perpendicular o normal se denomina esfuerzo normal. Una fuerza que actúa tangencial o paralelamente a la sección se denomina esfuerzo cortante.

En la figura I.2 se muestra el estado más general de esfuerzos que actúan en un elemento. "Sobre las caras cercanas del cubo, es decir, sobre las caras más alejadas del origen, los sentidos de los esfuerzos son positivos si coinciden con los sentidos positivos de los ejes. Sobre las caras próximas al origen y a partir del concepto de equilibrio entre acción y reacción, los esfuerzos positivos actúan en sentidos contrarios a los positivos de los ejes¹."

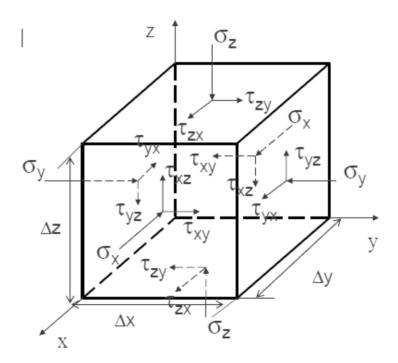


Figura I.2.- Estado más general de esfuerzo que puede actuar en un elemento

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> EGOR P. POPOV "Introducción a la mecánica de sólidos" ED. Limusa 649pags.

Se tienen seis esfuerzos cortantes:  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zy}$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_{xz}$ . Después de un análisis matricial tenemos:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$au_{xz} = au_{zx}$$

De esta manera solo se toman tres esfuerzos cortantes.

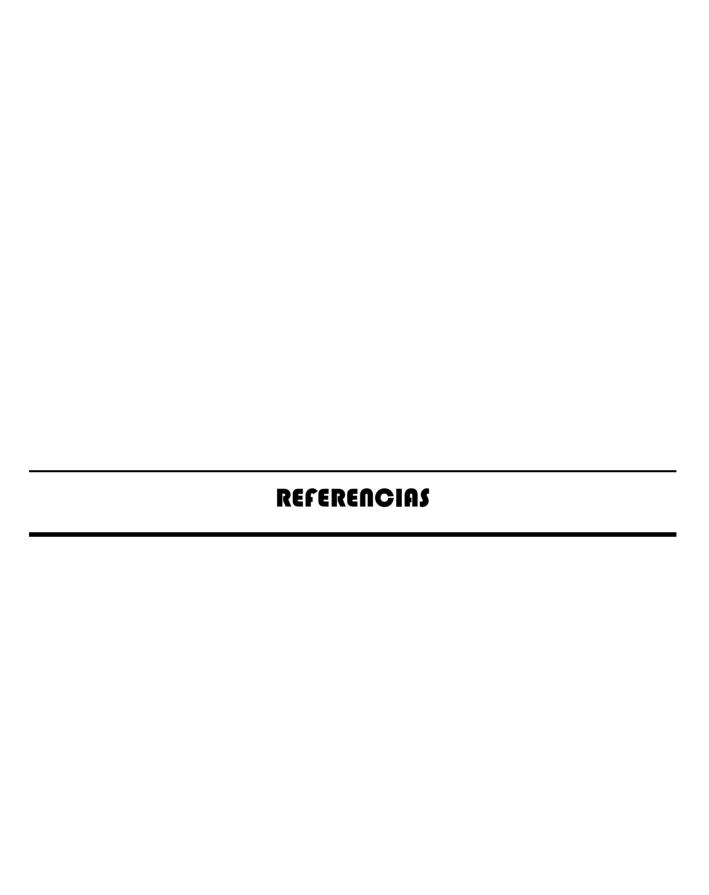
Los esfuerzos principales actúan en tres planos ortogonales entre sí (planos principales) en donde el esfuerzo cortante es nulo, por lo tanto tendremos tres esfuerzos principales:

 $\sigma_1 = esfuerzo principal mayor$ 

 $\sigma_2 = esfuerzo \ principal \ intermedio$ 

 $\sigma_3 = esfuerzo principal menor$ 

Debido a que en laboratorio la cámara triaxial solo se pueden mediar  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$ , se considera a  $\sigma_2=\sigma_3$ 



- 1. EULALIO JUÁREZ BADILLO, **Mecánica de suelos,** Tomo I: Fundamentos de la mecánica de suelos, Tercera edición, Ed. Limusa
- 2. ROY WHITLOW. Fundamentos de Mecánica de Suelos.
- 3. M. LÓPEZ AGUIRRE, Modelo Cam-Clay: Teoría e Interpretación.
- 4. JAMES M. DUNCAN and CHIN-YUNG CHANG, (Septiembre 1970), **Nonlinear Analysis Of Stress And Strain In Soils.**
- 5. LUIS I. GONZÁLES DE VALLEJO, Ingeniería Geológica, Ed. Pearson
- 6. BRAJA M. DAS, **Fundamentos de ingeniería Geotécnica**, Ed. Thomson
- 7. EGOR P. POPOV, Introducción a la mecánica de sólidos, Ed. Limusa
- 8. JAVIER FERNANDO CAMACHO TAUTA, Et. Al., (Noviembre 2004), **Utilización del modelo Cam-Clay modificado en suelos cohesivos de la sabana de Bogotá,** Consulta de 5 de abril de 2014, <a href="http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=91101403">http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=91101403</a>
- Miguel Herrera Suárez, Et. Al., (2010), Estudio de la exactitud del modelo hiperbólico de Duncan y Chan en la predicción de la relación esfuerzo deformación de tres suelos arcillosos cubanos, consulta de 3 de Marzo de 2014, <a href="http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=93215932005">http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=93215932005</a>
- 10. RALPH B. PECK, Et. Al., **Ingeniería de Cimentaciones,** Ed. Limusa
- 11. T. WILLIAM LAMBE, ROBERT V. WHITMAN, **Mecánica de Suelos,** Es. Limusa
- 12. JULIO A. CAPDEVILA, (Abril 2008), Tesis Doctoral, **Comportamiento Tensión-Deformación del Loess del Centro de Argentina en Campo y Laboratorio:**Influencia de los Parámetros Estructurales, Universidad Nacional de Córdoba.

  Consulta de 20 de marzo de 2014,

  <a href="http://www.efn.uncor.edu/archivos/doctorado">http://www.efn.uncor.edu/archivos/doctorado</a> cs ing/capdevila/Tesis Doctoral Ing Julio\_

  A Capdevila.pdf.

- 13. BRAJA M. DAS, **Principios de Ingeniería de Cimentaciones,** cuarta edición, Ed. Thomson.
- 14. ROCIO VILLA ESCOBAR, (2004), Tesis Maestría, Aplicación del Principio de Proporcionalidad Natural para describir el comportamiento Esfuerzo-Deformación de la arcilla del Valle de México sometida a ensayes de compresión triaxial Drenados y No Drenados, en estado preconsolidado. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- 15. CARMELINO ZEA CONSTANTINO, RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO (2008), XXIV Reunión Nacional de Mecánica de Suelos Tomo II, **Una expresión semiempírica basada en la ecuación de Kondner para describir el comportamiento esfuerzo-deformación en arenas.**
- 16. JORGE BRICIO GUILLÉN GUILLÉN, (2014), Tesis Maestría, **Análisis de los asentamientos la presa la yesca, en su etapa de construcción, con un modelo de ductilidad basado en el principio de proporcionalidad natural.** Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.