



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Formación de filamentos en regiones de
formación estelar

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Físico

PRESENTA:

Luis Fernando Tapia Schiavon

TUTOR

Ary Rodríguez González

Cd. Universitaria, D. F. 2016





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

- A mis papás y a mi hermano, por su amor y confianza.
- A toda mi familia, por proveerme raíces en esta tierra.
- A Ary Rodríguez González, por toda su atención, paciencia y confianza para hacer este trabajo.
- Al grupo de investigación en astrofísica de plasmas del Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM, por la realidad de sus obras, por la calidad profesional y la disciplina ética con que las desarrollan, y por abrazarme como estudiante, con su atención, amistad y apoyo.
- A todos los amigos y familiares que nos inspiran y ayudan en la búsqueda de conocimiento.
- Al proyecto "Evolución de moléculas en el Universo" (**IA 103115**), del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (**PAPIIT**) de la UNAM. Y al proyecto "Estudio de la evolución y emisión de burbujas y superburbujas" (**CB-2011/167625**), del Fondo Sectorial de Investigación para la Educación **SEP-CONACYT**. A ambos proyectos, por poner a disposición de nuestra comunidad diferentes tipos de recursos para la investigación científica y la formación académica de nuevos estudiantes.

Resumen

La mayor parte de las estrellas dentro de las galaxias se forman en asociaciones (cúmulos). Actualmente se cree que la formación estelar en galaxias con brotes de formación estelar está confinada en grupos compactos de estrellas con alta densidad estelar y con alta luminosidad, llamados cúmulos estelares jóvenes masivos. Estas regiones tienen tamaños de $\sim 3 - 10$ pc y algunos tienen edades de tan solo millones de años. En esta tesis se presentan recursos teóricos y computacionales, que apoyados en datos observacionales dan paso en la búsqueda de un modelo de formación de estrellas masivas en regiones de formación estelar.

Decimos que una estrella nace cuando, gracias a la liberación de energía de las fusiones nucleares que suceden en su interior, la presión del gas que la forma equilibra el colapso gravitacional y adquiere una forma esférica estable. Esta estrella recién formada, si es masiva, es una fuente de fotones y de un viento con velocidad radial (perpendicular a la superficie de la estrella) con una tasa de inyección de masa y velocidad definida. Nuestro primer paso en la exploración del mecanismo que regula la formación de filamentos en regiones de formación estelar, será referido al objeto Serpens Main (ver la Figura 1.1), en donde se observa una estructura filamentaria (densa). Para cumplir este objetivo hicimos un programa de cómputo, escrito en lenguaje FORTRAN90 y paralelizado con MPI¹, que resuelve numéricamente las ecuaciones de la hidrodinámica en tres dimensiones, para modelar la dinámica del gas que inyectan las estrellas dentro del medio en el que están inmersas según parámetros derivados de una observación de Serpens Main en longitud de onda de radio. Nuestro código resuelve las ecuaciones sin fuentes/sumideros, excepto en la ecuación de la energía, a la que agregamos el término de pérdida de energía propia del enfriamiento radiativo causado por

¹Message Passing Interface (MPI) standard, <http://www.mpich.org>

los procesos atómicos de desexcitación colisional, recombinación electrónica, y libre-libre.

Usaremos el código con el objetivo estimar cuál es el número mínimo de estrellas masivas necesarias para formar filamentos como los que se observan en el gas interestelar de cúmulos jóvenes masivos. Modelaremos un cubo de gas en cuyo interior hay dos, tres o cuatro estrellas que tienen la misma distancia entre sí, y que corresponde a la distancia media entre las estrellas identificadas en Serpens Main. Se hicieron seis modelos, para identificar una distribución de estrellas tal que se forme y conserve una estructura filamentaria en la región de interacción de sus vientos, por un tiempo suficiente para que el colapso de éstos pudiera dar lugar a la formación de nuevas estrellas. Creemos que estos filamentos son la razón de la importante formación de estrellas masivas dentro de un cúmulo, ya que la alta densidad del gas que los conforma, evita que los fotones de las estrellas preexistentes, calienten y dispersen el gas de las protoestrellas que empiezan a formarse adentro de ellos. Quizá ésta sea la explicación de que existan cúmulos tan masivos en cuanto que hay un mecanismo aún no identificado que posibilita la formación de nuevas estrellas.

Índice General

1. Introducción	1
1.1. Objetivos de la tesis	3
2. Ecuaciones de dinámica de gases	7
2.1. Derivación macroscópica	8
2.1.1. Flujos	8
2.1.2. Ecuación de continuidad (flujo de masa	9
2.1.3. Ecuación de (flujo de) momento	11
2.1.4. Ecuación de (flujo de) energía	12
2.2. Superficies de discontinuidad	13
2.2.1. Choques	13
2.2.2. Condiciones de salto	14
2.2.3. Ondas de choque	17
2.2.4. Choques adiabáticos	17
2.2.5. Choques isotérmicos	19
3. Soluciones numéricas	23
3.1. Método de volúmenes finitos	24
3.2. Criterio de convergencia (de Courant)	25
3.3. Método HLL	28
3.4. Código hidrodinámico Nutse 3D	30
3.4.1. Imposición de estrellas en la malla	31
3.5. Pruebas al código NUTSE 3D	33
3.5.1. Tubo de choque	33
4. Procesos físicos	37
4.1. Enfriamiento radiativo	37
4.2. Límite de Jeans	38

4.3. Formación estelar	41
4.3.1. Posibles perturbaciones en una nube de gas	41
4.3.2. Escala de tiempo de colapso	43
5. Modelos con Nutse 3D	45
5.1. Resultados	50
6. Conclusiones	67
A. Condiciones de salto	73
A.1. Condiciones de salto para un gas perfecto	73
A.2. Condiciones de salto en función del número de Mach	74
B. Ecuación de Burger	77
C. Código Nutse-3D	81

Capítulo 1

Introducción

La mayor parte de las estrellas dentro de las galaxias se forman en asociaciones (cúmulos). Actualmente se cree que la formación estelar en galaxias con brotes de formación estelar está confinado en grupos compactos de estrellas con alta densidad estelar y con alta luminosidad, llamados **cúmulos estelares jóvenes masivos**, a los cuales nos referiremos con YMSOs, por su nombre en inglés: young massive stellar objects. Estas regiones tienen tamaños de $\sim 3 - 10$ pc y algunos tienen edades de tan solo millones de años (Melo et al. 2005).

Los eventos de formación estelar en las galaxias son muy diversos. Algunos son muy rápidos, formando violentamente todas las estrellas en un intervalo de tiempo tan corto que el evento se considera como instantáneo. Otros tienen una formación estelar extendida por el tiempo, cuando la tasa de formación de estrellas varía con el tiempo de vida del cúmulo, dependiendo de la disponibilidad o acumulación del gas que se ha de convertir en estrellas.

La clasificación de las estrellas según su masa M , es en referencia a la masa del sol M_{\odot} : se dice de baja masa, si $M < 1 M_{\odot}$; de masa intermedia, si $M_{\odot} < M < 8 M_{\odot}$; y estrellas masivas, a aquellas con $M > 8 M_{\odot}$. Describiremos la teoría y las herramientas que usamos para dar nuestro primer paso en la búsqueda de un modelo de formación de estrellas masivas en regiones de formación estelar.

En adelante describiremos de forma global (sin ánimo de precisión) las etapas por las que transita una nube de gas que dará lugar a una estrella:

1. **Nube de gas en equilibrio gravitatorio.** Diremos que una nube está en equilibrio gravitatorio cuando su volumen y su masa permanecen con valor constante.
2. **Perturbación que rompe el “equilibrio gravitatorio”.** Una perturbación que causa el aumento de masa por unidad de volumen (densidad).
3. **Colapso gravitacional.** La masa por unidad de volumen alcanza un límite crítico en el que la nube comienza a colapsar en caída libre debido a su propio potencial gravitatorio.
4. **Núcleo con reacciones termonucleares.** La presión en la zona central del colapso es tan grande, que causa la fusión de los átomos de Hidrógeno que están ahí. Una parte de la masa de los núcleos atómicos involucrados en la fusión, es transformada en radiación electromagnética, que interactuará con el gas circundante, aumentando la energía interna de la nube.
5. **Proto-estrella.** Se dice de un núcleo con fusiones nucleares hacia el que está cayendo gas, generalmente en forma de disco de acreción.
6. **Estrella.** Gracias a las fusiones nucleares que suceden en su interior, la presión de la estrella (de gas y de radiación) equilibra el colapso gravitacional y adquiere una forma esférica estable, con producción de fotones, y en el caso de estrellas masivas, se produce un viento en dirección radial con tasa de inyección de masa \dot{M}_w y velocidad v_w . Decimos entonces que la estrella nace cuando su campo radiativo ha despejado su entorno.

Debido a que este proceso sucede en el núcleo de una parcela de gas en colapso, una estrella nace embebida en una nube de gas denso cuyo material será calentado por los fotones de la nueva fuente. Simultáneamente, esta fuente de fotones podría estar lanzando un viento radial. De ser una estrella masiva, debido a la intensidad de su campo radiativo y de su viento, el gas circundante se calienta rápidamente y desplaza el gas en una dirección tal que tendrá como consecuencia la mitigación de todo colapso gravitacional que esté sucediendo alrededor, lo cual imposibilita la formación estelar en su vecindad espacial (Lizano y Shu 1989).

Por otro lado, Rodríguez-González et al. (2008), mostraron que los vientos de estrellas masivas en la nube IRAS 18511+0146, empujan gas hacia regiones comunes (es decir, de interacción entre los vientos estelares) y forman filamentos muy densos y fríos que, debido a su interacción con la radiación incidente, absorben la energía de ésta, sirven de blindaje ante los fotones de las estrellas circundantes, lo cual posibilitaría la formación estelar en sus interiores. Rodríguez-González et al. (2008) mostraron simulaciones de un cúmulo de 75 estrellas masivas, cuya interacción de vientos genera una estructura filamentaria que, al cabo de 10^5 años, adquiere un equilibrio térmico que lleva a los vientos a comportarse como uno solo, hacia el exterior del cúmulo.

La observación astronómica del objeto Serpens Main realizada por Fernández-López et al. (2013) (ver fig. 1.1) distingue, además de la presencia de diversos objetos estelares, zonas con diferente intensidad de emisión molecular de N_2H^+ , lo cual indica un gradiente de abundancia de esta molécula, es decir, una estratificación de densidad de moléculas, que es mayor a temperaturas más bajas. Por otro lado, esta misma observación, distingue una estructura en la emisión del continuo de Herschel (emisión térmica), es decir, un gradiente en la temperatura del medio ambiente, contemplado como un Cuerpo Negro, y por tanto, con una temperatura asociada bajo este modelo. Lo que queremos resaltar de la imagen resultante de esta observación, es la condición de objetos estelares jóvenes, embebidos en una estructura filamentaria. Nosotros pensamos que dicha estructura está siendo formada por los vientos de las estrellas masivas. Con la intención de confrontar esta idea mediante modelos de la dinámica del gas alrededor de los objetos estelares observados, desarrollamos un código de cómputo paralelo, que resuelve numéricamente las ecuaciones de la hidrodinámica en tres dimensiones. En este trabajo se describen los modelos hechos para saber una distribución espacial con el menor número de estrellas jóvenes que, por sus vientos, pueda generar una estructura filamentaria estable en su centro.

1.1. Objetivos de la tesis

De lo más general, a lo particular, nuestros objetivos son los siguientes:

- Proponer un mecanismo que permita cuantificar la formación de nuevas estrellas masivas en un espacio pequeño, del orden del radio de los

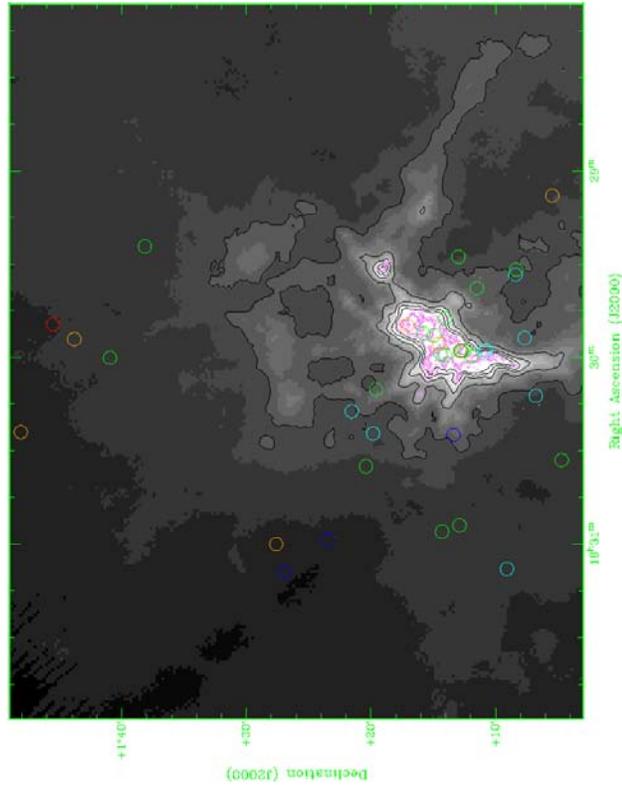


Figura 1.1: Imagen de Serpens Main observada con el Very Large Array. Estrellas representadas con círculos (círculos azules para las más tempranas y círculos rojos para las menos, desde B7 hasta G0). Los contornos violetas representan la emisión de N_2H^+ y los contornos negros y la escala de grises corresponden a la emisión de continuo de Herschel. (Fernández-López et al. (2013)).

YMSOs.

- Ponderar la importancia de la formación de filamentos dentro de regiones de formación estelar para aumentar la eficiencia de formación de estrellas masivas.
- Desarrollar un código numérico que resuelva las ecuaciones de la hidrodinámica sin fuentes/sumideros -excepto en la ecuación de conservación de la energía-, para estudiar el efecto de los vientos estelares en la formación de filamentos en regiones de formación estelar.
- Explorar los parámetros libres que producen los filamentos más densos.

Dichos parámetros son: densidad y temperatura del gas interestelar; así como la tasa de inyección de masa y velocidad del viento radial, y la posición de las estrellas.

Capítulo 2

Ecuaciones de dinámica de gases

La forma que aquí se usa para la obtención de las ecuaciones de la dinámica de fluidos es totalmente macroscópica, comenzando por imponer las condiciones de tiempo y espacio que las partículas deben cumplir para hacer autoconsistente dicha tarea:

- el camino libre medio λ de las partículas es mucho menor que la distancia característica L de las variaciones espaciales de las variables macroscópicas del gas,
- el tiempo entre colisiones de partículas t_{col} es mucho menor que la escala de tiempo que caracteriza a los cambios en el flujo (macroscópico) de partículas t_{flow} ,
- la distancia media entre partículas vecinas es $l \sim n^{-1/3}$, donde n es la densidad numérica de partículas.

La deducción de las ecuaciones de la dinámica de gases se ha presentado en muchos trabajos, nosotros nos hemos basado en las notas "The physics of the interstellar medium", de A. C. Raga & J. Cantó (2012).

La condición $\lambda \ll L$ implica que las partículas ven, en efecto, un ambiente infinito y homogéneo en el que (siempre que $t_{coll} \ll t_{flow}$) se alcanza un equilibrio termodinámico local (LTE, por sus siglas en inglés). Esto significa que en un sistema de referencia que se mueve con el flujo de partículas,

tiene una distribución de velocidades tipo Maxwell-Boltzmann, con una temperatura local T bien definida. Por tanto, la energía térmica y la ley de presión/densidad/temperatura está dada por las relaciones obtenidas para un gas (real o ideal) en LTE.

La condición $n^{-1/3} \ll L$ implica que es posible tener un volumen pequeño en el que las variables de flujo son aproximadamente constantes y con un número muy grande de partículas, es decir, siendo significativa también su descripción como fluido dentro de estos volúmenes. Como veremos en siguientes secciones, esta es una suposición fundamental necesaria para derivar las ecuaciones de la hidrodinámica.

2.1. Derivación macroscópica

Consideremos un elemento de volumen de control V , delimitado por una superficie S . Este elemento de volumen fijo (rodeado por una superficie inmaterial) es llamado volumen de control “Euleriano” (ver Figura 2.1).

2.1.1. Flujos

Consideremos un elemento de superficie fijo ΔS , a través del cual fluye el gas con una velocidad \underline{u} . En el diagrama contenido en la Figura 2.2, se puede ver que el material incluido en el volumen es

$$\Delta V = u_n \Delta t \Delta S, \quad (2.1)$$

donde u_n es la velocidad que fluye normal al elemento de superficie que pasa a través de ΔS en un tiempo Δt . Por tanto, si se tiene una cantidad volumétrica A del flujo (por ejemplo, $A = \rho$, la densidad de masa del gas), el flujo de esta cantidad a través de la superficie contemplada es:

$$F_A = \frac{A \Delta V}{\Delta t \Delta S} = A u_n, \quad (2.2)$$

Por ejemplo, para el caso $A = \rho$, F_A corresponde a la masa por unidad de área y tiempo que está atravesando a una superficie orientada de tal forma que u_n es la velocidad normal. Así, es posible definir un vector de flujo

$$\underline{F}_A = A \underline{u}, \quad (2.3)$$

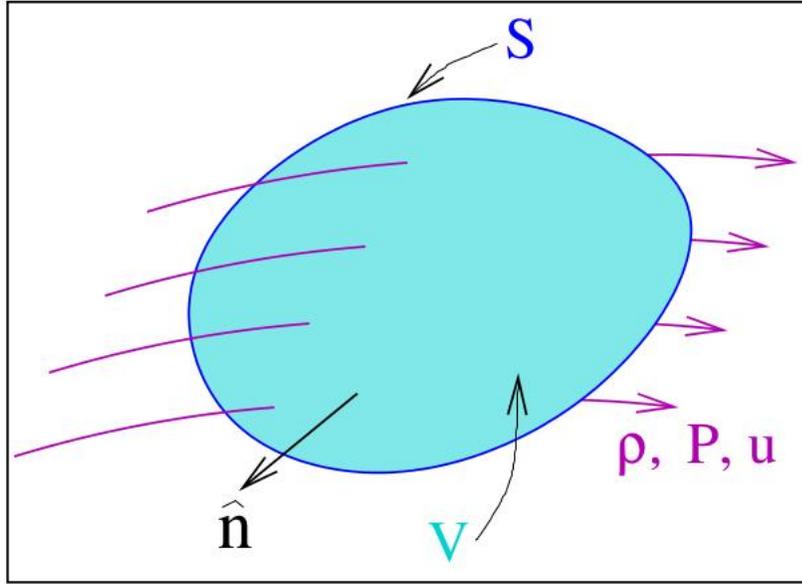


Figura 2.1: Esquema del volumen de control V , delimitado por la superficie S , con vector normal \hat{n} . Dicho volumen es de tal dimensión espacial, que el gas que está contenido posee propiedades de densidad ρ , presión P y velocidad u con una manifestación macroscópica totalmente determinada (A. C. Raga & J. Cantó, 2012).

y la masa atravesando una superficie con vector normal \hat{n} (por unidad de área y tiempo) está dada por

$$F_A = A \underline{u} \cdot \hat{n}. \quad (2.4)$$

2.1.2. Ecuación de continuidad (flujo de masa)

Contemplemos la masa

$$M = \iiint_V \rho d^3x, \quad (2.5)$$

en el volumen de control V mostrado en la figura 2.1. En la ausencia de fuentes o sumideros, M , cambiará solo como resultado de la masa neta que entra/sale a través de la superficie S :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = - \oint_S \rho \underline{u} \cdot \hat{n} dS, \quad (2.6)$$

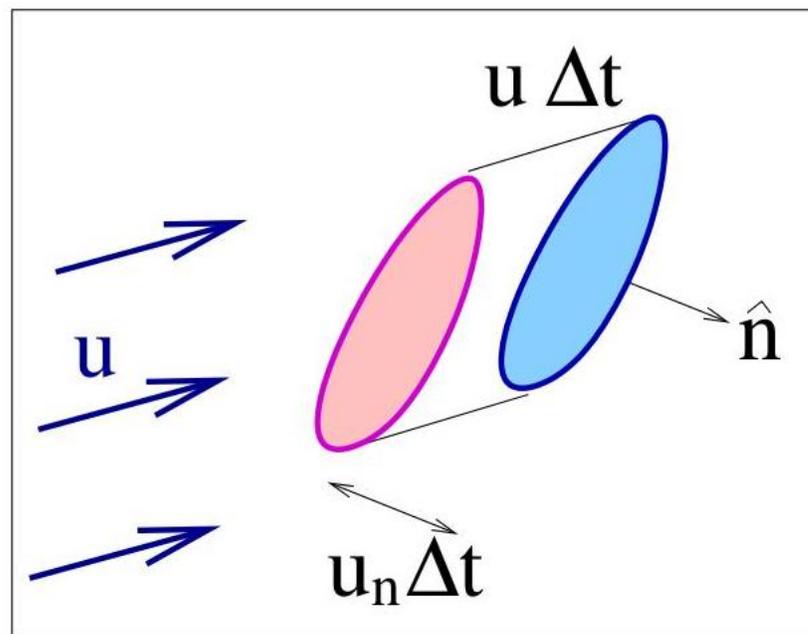


Figura 2.2: Esquema del flujo de gas con velocidad \underline{u} , que atraviesa una superficie S . u_n es la velocidad que fluye normal al elemento de superficie que pasa a través de la superficie en un tiempo Δt (A. C. Raga & J. Cantó, 2012).

donde $\rho \underline{u}$ es el flujo de masa (ver ecuación 2.3), el signo “-” se debe al hecho de que \hat{n} apunta hacia afuera. Al combinar las ecuaciones (2.5 y 2.6), usando el teorema de Gauss para convertir la integral de superficie a una integral de volumen, y combinando la derivada temporal con la integral de volumen, se obtiene:

$$\iiint_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}) \right] d^3x = 0. \quad (2.7)$$

El paso final se obtiene observando que para un volumen $V \ll L^3$ (donde L es la longitud característica de las variaciones espaciales del fluido), la integral en la ecuación 2.7 tendrá un valor: $(\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot \rho \underline{u}) V$, donde el integrando es evaluado en algún punto contenido en el volumen V . Nótese que para que nuestra aproximación a un fluido sea válida, el volumen debe satisfacer la condición $V \ll L^3$ puede ser usada teniendo en sí a un gran número de partículas. Por lo tanto, la ecuación 2.7 implica que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}) = 0, \quad (2.8)$$

para todo tiempo y posición. Esta ecuación diferencial es llamada “ecuación de continuidad” de la hidrodinámica.

2.1.3. Ecuación de (flujo de) momento

Consideremos el momento a lo largo de la i -ésima dirección

$$\Pi_i = \iiint_V \rho u_i d^3x \quad (2.9)$$

dentro del volumen de control V mostrado en la Figura 2.1, donde u_i (con $i = 1, 2, 3$) es la i -ésima componente de la velocidad del flujo.

La ecuación de conservación de momento puede ser escrita como:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial t} = - \oint_S \rho u_i \underline{u} \cdot \hat{n} dS - \oint_S P \hat{e}_i \cdot \hat{n} dS + \iiint_V f_i d^3x \quad (2.10)$$

donde, el primer término del lado derecho representa la cantidad de momento en la dirección i , que entra o sale a través de la superficie del elemento de volumen (ver Figura 2.1), el segundo término es la i -ésima componente

de la fuerza o de la presión del gas en el elemento de volumen, y el tercer término representa una fuerza externa (por unidad de volumen) f_i actuando a lo largo del flujo en la i -ésima dirección (esta podría ser, por ejemplo, la de un campo gravitacional). La \hat{e}_i , son los vectores unitarios a lo largo de los ejes coordenados.

Siguiendo el método usado en la ecuación 2.4 a partir de la ecuación 2.10, derivamos:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_i \underline{u}) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = f_i. \quad (2.11)$$

Para el caso de una fuerza gravitatoria, se tendrá $f_i = \rho g_i$ (con g_i la i -ésima componente de la aceleración gravitacional).

2.1.4. Ecuación de (flujo de) energía

Ahora consideremos la ecuación para la energía cinética + térmica por unidad de volumen

$$E = \frac{1}{2} \rho u^2 + \frac{P}{\gamma - 1}, \quad (2.12)$$

donde u es el módulo de la velocidad del flujo y $\gamma = C_p/C_v$ es el cociente de calores específicos (igual a 5/3 para un gas monoatómico, e igual a 7/5 para un gas diatómico molecular con estados de rotación termalizados).

Para derivar la ecuación consideremos el flujo de energía $E\underline{u}$, el trabajo $P\underline{u}$ de la fuerza de presión en la superficie del volumen de control, el trabajo $\underline{f} \cdot \underline{u}$ de posibles fuerzas externas \underline{f} (por unidad de volumen), y la energía neta ganada-perdida por unidad de volumen $G - L$ debido a emisión/absorción de radiación. Siguiendo el método usado en la ecuación 2.4, se obtiene la ecuación de la energía:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [\underline{u}(E + P)] = G - L + \underline{f} \cdot \underline{u}. \quad (2.13)$$

Las ecuaciones de “dinámica de gases” o de “Euler” (ecuaciones 2.8, 2.11 y 2.13), junto con la ecuación de estado del gas ideal, son un grupo cerrado de ecuaciones diferenciales a partir del cual en principio se puede derivar ρ , \underline{u} y P como función de la posición y del tiempo, para cualquier grupo de valores iniciales y condiciones de frontera. En esta tesis resolveremos numéricamente

este grupo (cerrado) de ecuaciones, para modelar la dinámica de una parcela de gas interestelar.

2.2. Superficies de discontinuidad

En general, si en una parte de un fluido se suministra energía, éste tenderá al equilibrio mediante algún proceso específico. Mientras dicho suministro cause una diferencia de presión entre las partes, habrá desplazamientos de gas hasta equilibrar su valor. La diferencia de presión entre una parte y otra puede ser tal, que cause un desplazamiento supersónico. El movimiento supersónico de un fluido, en cierto medio produce diferencias muy grandes entre las propiedades termodinámicas del fluido supersónico y el medio, a pesar de que están en contacto. El grosor de la superficie de discontinuidad es comparable con algunas veces el camino libre medio del gas y puede despreciarse en muchos casos esta delgada zona de transición.

2.2.1. Choques

En un choque, las variables velocidad u , densidad ρ , presión P y temperatura T cambian discontinuamente entre los valores del medio y los valores atrás de la discontinuidad (post-choque). En la región post-choque, las cantidades físicas se definen al resolver las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía. Cerca de la discontinuidad se toman elementos muy pequeños para el estudio, de tal manera que se pueda despreciar la curvatura.

Considerando el eje x , a lo largo del cual se propaga un fluido, y utilizando como marco de referencia **el choque**, la velocidad u_x del gas es negativa cuando el gas se mueve hacia la discontinuidad.

La Figura 2.3 representa la propagación de una onda de choque. El medio donde se propaga la onda es representado con los índices 1 y se encuentra al lado derecho. En el lado izquierdo se encuentra el gas del medio afectado por el choque, representado con índices 2.

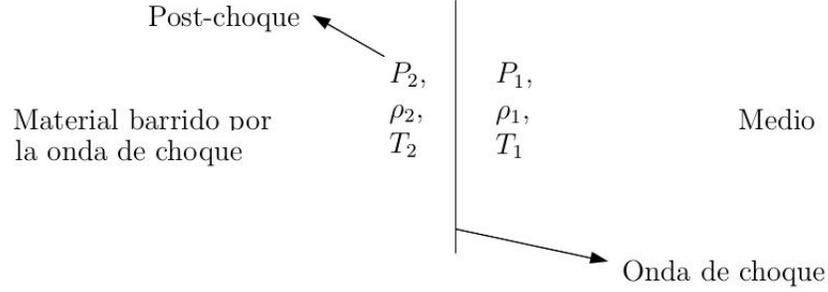


Figura 2.3: Esquema de la estructura global de un choque. El índice 2 es para las propiedades del gas chocado y el índice 1 para las propiedades del medio donde se propaga el choque.

2.2.2. Condiciones de salto

Integrando la **ecuación de continuidad** (2.8) por volumen,

$$\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}) \right) dV = 0,$$

cuando el volumen se hace pequeño de tal forma que $\Delta x \rightarrow 0$ se tiene que $\partial \rho / \partial t = 0$ y así,

$$\int_V \nabla \cdot (\rho \underline{u}) dV = 0.$$

Al resolver esta integral utilizando el teorema de Green para un Δx muy pequeño, se obtiene que,

$$\rho_1 u_{x1} = \rho_2 u_{x2}. \quad (2.14)$$

Por otro lado, con la **ecuación de momento** (2.11), en ausencia de fuerzas externas,

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_i \underline{u}) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = 0,$$

se cambia de lado el último término,

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_i \underline{u}) = -\frac{\partial P}{\partial x_i},$$

y pasando a su forma tensorial:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \left(u_k \frac{\partial}{\partial x_k} \right) u_i = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta P}{\delta x_i},$$

que con el uso de la Delta de Kronecker

$$\frac{P}{x_i} = \delta_{ik} \frac{P}{x_k},$$

donde $\delta_{ik} = 1$ si $i = k$ y $\delta_{ik} = 0$ si $i \neq k$, y multiplicando por ρ se escribe

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \left(u_k \frac{\delta}{\delta x_k} \right) u_i = -\delta_{ik} \frac{P}{x_k}. \quad (2.15)$$

Con el uso de la ecuación de continuidad (2.8), la ecuación 2.15 se puede escribir

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \prod_{ik}$$

donde $\prod_{ik} \equiv (u_k u_i \rho + \delta_{ik} P)$. Integrando por volumen y usando el teorema de Green, cuando $dV \rightarrow 0$, tenemos que,

$$\int_S \prod_{ik} dS = 0,$$

donde S es la superficie del volumen,

$$\int_S (u_k u_i \rho + \delta_{ik} P) dS = 0,$$

para x, x :

$$\rho_1 u_{x1}^2 + P_1 = \rho_2 u_{x2}^2 + P_2, \quad (2.16)$$

para x, y :

$$\rho_1 u_{x1} u_{y1} = \rho_2 u_{x2} u_{y2}, \quad (2.17)$$

para x, z :

$$\rho_1 u_{x1} u_{z1} = \rho_2 u_{x2} u_{z2}. \quad (2.18)$$

Por último, de la **ecuación de conservación de la energía** (2.13) sin fuentes/sumideros,

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot [\underline{u}(E + P)] = 0,$$

cambiando de lado el último término,

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\nabla \cdot [\underline{u}(E + P)],$$

y usando la igualdad 2.12,

$$E = \frac{1}{2}\rho u^2 + \frac{P}{\gamma - 1},$$

se tiene que,

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho \left(\frac{u^2}{2} + \frac{1}{(\gamma - 1)} \frac{P}{\rho} \right) = -\nabla \cdot \left[\rho \underline{u} \left(\frac{u^2}{2} + \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) \frac{P}{\rho} \right) \right]$$

y sustituyendo la entalpía $H \equiv (\gamma/\gamma - 1)(P/\rho)$, tenemos que,

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho \left(\frac{u^2}{2} + \frac{1}{(\gamma - 1)} \frac{P}{\rho} \right) = -\nabla \cdot \left[\rho \underline{u} \left(\frac{u^2}{2} + H \right) \right].$$

Integrando por volumen:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \left(\frac{u^2}{2} + \frac{1}{(\gamma - 1)} \frac{P}{\rho} \right) dV = - \int \nabla \cdot \left[\rho \underline{u} \left(\frac{u^2}{2} + H \right) \right] dV,$$

si el volumen tiende a cero ($dV \rightarrow 0$), usando el teorema de Green, para un fluido moviéndose en x se obtiene:

$$\rho_1 u_{x1} \left(H_1 + \frac{u_1^2}{2} \right) = \rho_2 u_{x2} \left(H_2 + \frac{u_2^2}{2} \right). \quad (2.19)$$

A las ecuaciones 2.14, 2.16, 2.17, 2.18 y 2.19, se añade la ecuación de estado

$$P = nkT, \quad (2.20)$$

y, así, se goza de un sistema de seis ecuaciones con seis incógnitas, llamadas **ecuaciones de salto**.

Al trabajar con un flujo unidimensional, denominaremos a la velocidad en cada una de las zonas separadas por la discontinuidad (Figura 2.3), con:

$$u_1 = u_{x1}, \quad (2.21)$$

y

$$u_2 = u_{x2}. \quad (2.22)$$

2.2.3. Ondas de choque

Todo movimiento supersónico produce ondas de choque. Las ondas de choque comprimen, calientan y aceleran el material barrido.

Una onda de choque resulta de un movimiento supersónico que puede ser generado por un alto gradiente de presión entre dos medios o una gran cantidad de energía liberada de un volumen pequeño.

En su desplazamiento supersónico, las ondas de choque van cambiando el estado termodinámico del gas, conforme las condiciones de salto descritas anteriormente.

El salto entre los valores de la velocidad, densidad, presión y temperatura del gas, enfrente y atrás del choque, se encuentra de las ecuaciones de salto (2.14-2.20), siendo el salto de densidad,

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{(\gamma - 1) + (\gamma + 1)\zeta}{(\gamma + 1) + (\gamma - 1)\zeta}, \quad (2.23)$$

(ver en apéndice A) donde $\zeta \equiv P_2/P_1$ representa la intensidad del choque y las velocidades u_1 y u_2 están definidas por las ecuaciones 2.21 y 2.22, respectivamente. El salto en la temperatura está dado por,

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} = \zeta \frac{(\gamma - 1) + (\gamma + 1)\zeta}{(\gamma + 1) + (\gamma - 1)\zeta}. \quad (2.24)$$

(ver en apéndice A.1).

2.2.4. Choques adiabáticos

Consideremos una onda de choque plano-paralela, sin transferencia de energía con el medio (adiabática), donde las componentes tangenciales de la velocidad del gas son cero y $u_x = u$. Utilizando las ecuaciones que resuelven los saltos debido a las ondas de choque (2.14-2.20), se puede estudiar cómo evolucionan estas ondas de choque adiabáticas.

En las ondas de choque las componentes tangenciales de la velocidad son continuas y el flujo que atraviesa el choque es,

$$J = \rho_1 u_{x1} = \rho_2 u_{x2}.$$

De la ecuación 2.14 se obtiene el flujo de masa (J), y usando $V = 1/\rho$ (donde V es el volumen específico), la ecuación se reescribe como:

$$u_1 = JV_1, \quad u_2 = JV_2.$$

Sustituyendo el valor obtenido de la velocidad en la ecuación 2.16 y simplificando, tenemos que:

$$P_1 + J^2V_1 = P_2 + J^2V_2$$

El flujo de masa que atraviesa el choque adiabático depende de la presión y volumen específicos. La presión define la velocidad del choque y el flujo de masa que atraviesa el choque, es decir, a mayor presión la velocidad del choque y el flujo son mayores.

$$J^2 = \frac{P_2 - P_1}{V_1 - V_2}. \quad (2.25)$$

Debido a que la velocidad depende de la presión, podemos escribir las ecuaciones de salto en función del número de Mach, que es el cociente de la velocidad del flujo, entre la velocidad del sonido del medio en el que dicho flujo se desplaza.

Los saltos en densidad, velocidad y temperatura en función del número de Mach M_{ch} , son (apéndice A):

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u'_1}{u'_2} = \frac{(\gamma + 1)M_{ch}^2}{2 + (\gamma - 1)M_{ch}^2}. \quad (2.26)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \frac{P_1}{\rho_2 \rho_1} = \frac{4\gamma M_{ch}^2 - 2\gamma(\gamma - 1)M_{ch}^4 - (\gamma - 1)^2 M_{ch}^2 - 2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2 M_{ch}^2}. \quad (2.27)$$

Para choques fuertes, cuando $M_{ch} \gg 1$:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u'_1}{u'_2} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}. \quad (2.28)$$

En la Figura 2.4 se muestra los saltos en la densidad y velocidad para una onda de choque adiabática, para un $\gamma = c_p/c_v = 5/3$.

La máxima diferencia de densidad entre el gas atrás y enfrente del choque adiabático es $\rho_2/\rho_1 = 4$ (cuando se trata de un gas perfecto monoatómico $\gamma = \frac{5}{3}$) y $u'_2/u'_1 = 1/4$, cuando se calcula la velocidad tomando como marco de referencia la onda de choque (donde u'_1 y u'_2 son la velocidad del gas

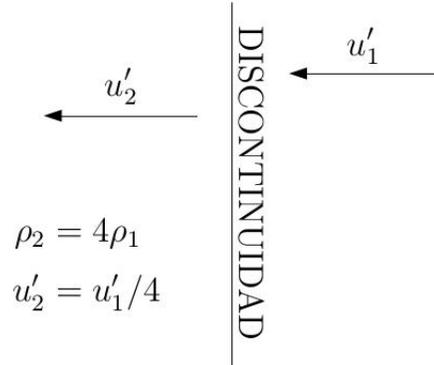


Figura 2.4: Propiedades de un choque adiabático, -para un $\gamma = c_p/c_v = 5/3$ -, considerando como marco de referencia la onda de choque.

en el sistema de referencia donde se considera a la onda de choque en reposo).

La velocidad del gas chocado en el marco de referencia del choque es,

$$u'_2 = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} V_s, \quad (2.29)$$

donde V_s es la velocidad del choque. La velocidad del gas chocado en un marco de referencia en reposo es:

$$u_2 = \frac{2}{\gamma + 1} V_s. \quad (2.30)$$

Se puede demostrar que cuanto más veloz sea la onda de choque, mayor es la temperatura del gas chocado (T_s) (Spitzer 1972):

$$T_s = \frac{3}{16} \frac{m_H \mu}{K} V_s^2. \quad (2.31)$$

Así, los saltos en temperatura (T_2/T_1) y presión (P_2/P_1) dependen de la velocidad para choques adiabáticos. La Figura 2.5 muestra esquemáticamente una propagación de un choque adiabático en un medio en reposo.

2.2.5. Choques isotérmicos

Cuando la temperatura atrás y enfrente de la onda de choque es igual (lo cual sucede, si la distancia en el medio post-choque es suficiente, a una

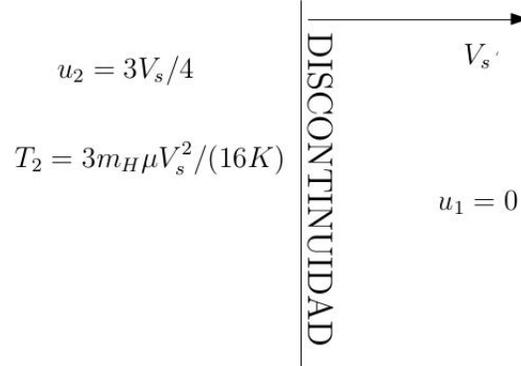


Figura 2.5: Propiedades físicas de un choque adiabático, para un $\gamma = c_p/c_v = 5/3$, tomando como marco de referencia el medio en reposo.

distancia de relajamiento), el salto de las cantidades físicas solo depende de la velocidad.

$$T_2 = T_1$$

De la ecuación 2.27 cuando $\gamma = 1$ (proceso isotérmico) se obtiene (ec. A.9):

$$\frac{P_2 T_1}{P_1 T_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = M_{ch}^2,$$

es decir, el cociente de densidad post/pre-choque puede ser muy grande cuando el choque se mueve a un número de Mach muy grande. La figura 2.6 muestra esquemáticamente una propagación de un choque isotérmico en un medio en reposo (con $\gamma = 5/3$).

El cociente entre densidades (para choques isotérmicos) depende del número de Mach al cuadrado. Las velocidades, cuando $M_{ch} > 1$, pueden representarse como (Spitzer 1972):

$$u_2 u_1 = c_s^2. \quad (2.32)$$

Y la velocidad del gas chocado cuando $\gamma = 1$ es (ecuación 2.21):

$$u_2 = V_s, \quad (2.33)$$

es decir, el gas se mueve con la misma velocidad que el choque.

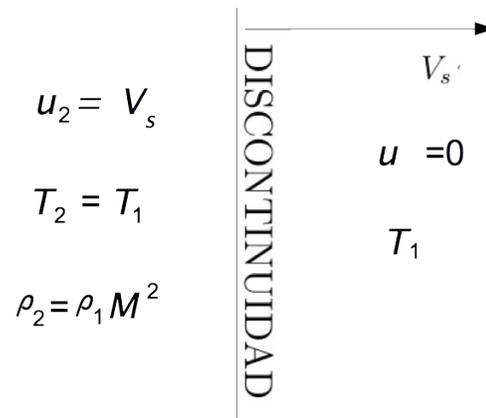


Figura 2.6: Propiedades físicas de un choque isotérmico tomando como marco de referencia el medio en reposo.

Capítulo 3

Solución numérica de las ecuaciones de Euler

Las ecuaciones de Euler (2.8, 2.11 y 2.13) que nuestro código resuelve, pueden escribirse de la siguiente forma

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = S, \quad (3.1)$$

donde $U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho v_z \\ E \end{pmatrix}$ contiene a las cantidades conservadas,

$F = \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x^2 + P \\ \rho v_x v_y \\ \rho v_x v_z \\ v_x(E + P) \end{pmatrix}$, los flujos en dirección X,

$G = \begin{pmatrix} \rho v_y \\ \rho v_x v_y \\ \rho v_y^2 + P \\ \rho v_y v_z \\ v_y(E + P) \end{pmatrix}$, en dirección Y y

$$H = \begin{pmatrix} \rho v_z \\ \rho v_x v_z \\ \rho v_y v_z \\ \rho v_z^2 + P \\ v_z(E + P) \end{pmatrix}, \text{ en dirección Z.}$$

Y en

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ L \end{pmatrix} \text{ se simbolizan las fuentes/sumideros.}$$

Debido a que el dominio espacial computacional (malla) no puede ser continuo, sino más bien discreto, es necesario discretizar las ecuaciones de tal forma que se garantice su convergencia al caso continuo. Realizamos esta tarea con el uso del método de volúmenes finitos.

3.1. Método de volúmenes finitos

Describiremos este método para el caso unidimensional y basándonos en éste se construirá el caso tridimensional. Sea X la extensión del dominio espacial, $X = N\Delta x$, con N el número de puntos de la malla y Δx la distancia entre ellos. Así, el i -ésimo punto de la malla es $x_i = i\Delta x$ ($i = 0, 1, 2, \dots, N$), y el valor de una función f evaluada en dicho punto es $f_i = f(x_i)$.

Tomemos el caso unidimensional de la ecuación 3.1 en dirección x ,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S,$$

agrupemos todos los términos en un solo lado de la igualdad,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} - S = 0,$$

y, por conveniencia, integramos en el tiempo, en el intervalo $[t, t + \Delta t]$; y en el espacio, en el intervalo delimitado por las fronteras de cada celda computacional, $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}]$, es decir:

$$\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} - S \right] dx dt = 0,$$

que por el teorema fundamental del calculo integral, se puede escribir,

$$\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} [U(x, t+\Delta t) - U(x, t)] dx + \int_t^{t+\Delta t} [F(x_{i+1/2}, t) - F(x_{i-1/2}, t)] dt - S_{i,t} \Delta x \Delta t = 0,$$

y al dividir entre el producto de los intervalos espacial y temporal, $\Delta x \Delta t$,

$$\frac{1}{\Delta x \Delta t} \left[\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} [U(x, t + \Delta t) - U(x, t)] dx + \int_t^{t+\Delta t} [F(x_{i+1/2}, t) - F(x_{i-1/2}, t)] dt \right] - S_{i,t} = 0,$$

se obtiene la suma de las cantidades promedio:

$$\frac{\tilde{U}(x, t + \Delta t) - \tilde{U}(x, t)}{\Delta t} + \frac{\tilde{F}(x_{i+1/2}, t) - \tilde{F}(x_{i-1/2}, t)}{\Delta x} - S_{i,t} = 0,$$

de donde se despeja la cantidad $\tilde{U}(x, t + \Delta t)$,

$$\tilde{U}(x, t + \Delta t) = \tilde{U}(x, t) + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\tilde{F}(x_{i+1/2}, t) - \tilde{F}(x_{i-1/2}, t) \right] - \Delta t S_{i,t}, \quad (3.2)$$

El método de volúmenes finitos, propone que el paso temporal de las cantidades conservadas, $U(t) \rightarrow U(t + \Delta t)$, para la i -ésima celda, está dado por la ecuación 3.2. La forma en que se determinan los flujos $\tilde{F}(x_{i+1/2}, t)$ y $\tilde{F}(x_{i-1/2}, t)$ se explica más adelante, con el método HLL. Es importante notar que $U_i(t + \Delta t)$ depende del valor presente de U , F y S en las celdas vecinas $x_{i\pm 1}$ (ver Figura 3.1), por lo que sus valores en las celdas x_0 y x_N se imponen como condiciones de frontera.

3.2. Criterio de convergencia (de Courant)

La ecuación 3.2 es una buena aproximación a las ecuaciones conservadas en la medida en que el intervalo Δt sea pequeño. El criterio de convergencia

desarrollado por Courant establece una cota superior al valor de Δt , necesaria para que la aproximación discreta converja a la solución exacta. Este criterio parte de un desarrollo de inestabilidad de Von Neumann, aplicado a una ecuación de advección, pero se puede, también, aplicar a la ecuación de Burger,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} = 0, \quad (3.3)$$

cuya forma es la de las ecuaciones de Euler (ecuación 3.1) restringidas al caso de un gas diluido, es decir, con presión cercana a cero. La obtención de dicha forma puede verse en el Apéndice B.

Sea u la solución exacta y ξ el error de nuestra aproximación $U = u + \xi$ tal que satisface la ecuación general 3.3, es decir,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + \xi \frac{\partial u}{\partial x} + \xi \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0 \quad (3.4)$$

en la cual, debido a que u es solución,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

a que deseamos que $\xi \ll 1$,

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$$

y siendo éste el error de la solución exacta u ,

$$\frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial \xi}{\partial x},$$

por lo que la ecuación 3.4 se simplifica en,

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0. \quad (3.5)$$

La solución de esta ecuación es de la forma $\xi = e^{i(kx-wt)}$, con k y w constantes reales.

Al sustituir ξ en la aproximación discreta según el método de volúmenes finitos (ec. 3.2), se obtiene que

$$\xi_j(t + \Delta t) \approx \frac{\xi_{j-1} + \xi_{j+1}}{2} - \frac{v\Delta t}{2\Delta x}(\xi_{j+1} - \xi_{j-1}), \quad (3.6)$$

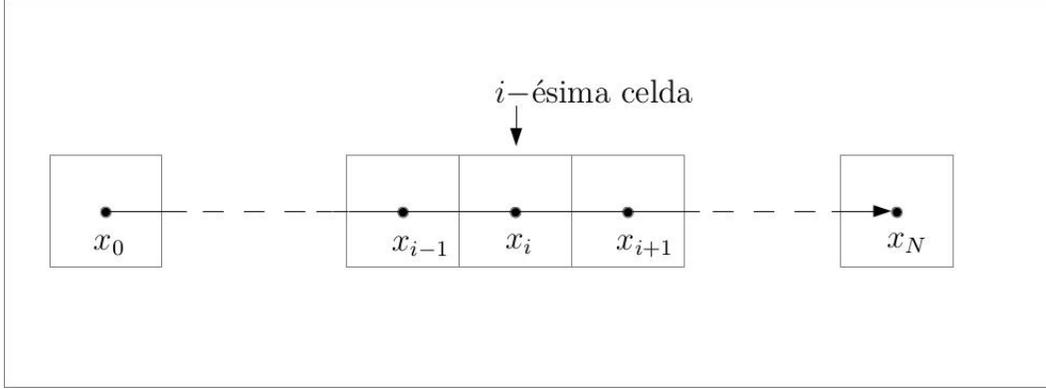


Figura 3.1: Se muestran las celdas de la malla computacional de código.

donde $\xi_j = e^{ik(j\Delta x) + iwt}$. Así, al tiempo $t = 0$ se tendrá que

$$e^{ik(j\Delta x) + iw\Delta t} = \frac{e^{ik(j-1)\Delta x} + e^{ik(j+1)\Delta x}}{2} - \frac{v\Delta t}{2\Delta x} (e^{ik(j+1)\Delta x} - e^{ik(j-1)\Delta x}), \quad (3.7)$$

que al ser dividido entre $e^{ik(j\Delta x)}$ se simplifica en

$$e^{iw\Delta t} = \frac{e^{-ik\Delta x} + e^{ik\Delta x}}{2} - \frac{v\Delta t}{2\Delta x} (e^{ik\Delta x} - e^{-ik\Delta x}), \quad (3.8)$$

y al utilizar las identidades trigonométricas,

$$\text{sen}\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

y

$$\text{cos}\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

se escribe

$$e^{iw\Delta t} = \text{cos}(k\Delta x) - \frac{v\Delta t}{2\Delta x} [2i \text{sen}(k\Delta x)]. \quad (3.9)$$

Así, el comportamiento de la magnitud del error está dado por

$$|e^{iw\Delta t}| = \sqrt{\text{cos}^2(k\Delta x) + \left(\frac{v\Delta t}{\Delta x}\right)^2 \text{sen}^2(k\Delta x)} \quad (3.10)$$

y por tanto resulta suficiente satisfacer que $\frac{v\Delta t}{\Delta x} < 1$, para que el error en cada paso permanezca acotado en un intervalo finito de longitud menor a uno.

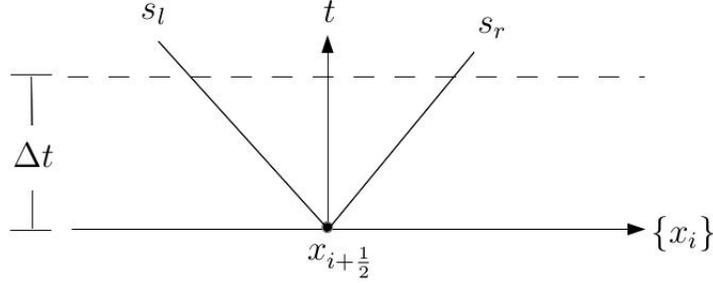


Figura 3.2: Diagrama t - x que muestra el caso en el que el gas que está entre las celdas x_i y x_{i+1} , al tiempo $t + \Delta t$, será parte (interior) de un choque.

Ejecutar el criterio de convergencia constará de adoptar un paso temporal $\Delta t < \Delta x/v$, que de ahora en adelante escribiremos

$$\Delta t = c_o \frac{\Delta x}{|v|}, \quad (3.11)$$

con c_o definido como el Número de Courant y cuyo valor asignado $0 < c_o < 1$.

3.3. Método HLL

Este método se usa para calcular los flujos $F_{i+1/2}$ y $F_{i-1/2}$ de la ecuación 3.2. Primero, se calculan los flujos F_{i+1} y F_{i-1} ; estos flujos, según lo indican las ecuaciones de Euler "2.8, 2.11 y 2.13" (es decir, con los valores de cada variable involucrada, en los puntos i e $i + 1$ de la malla computacional). Después se añade un paso tal que contempla el problema con mayor resolución espacial: los valores, ya obtenidos de F_i y F_{i+1} , se utilizan para estimar si en el punto medio $x_{i+\frac{1}{2}}$, hay ondas mecánicas en ambas direcciones, positiva y negativa, que durante el paso temporal en transición, perturbaron el estado físico del gas de las celdas involucradas. La forma en que discriminamos cuando esto sucede y cuando no, se describe en seguida:

A la velocidad del gas en celdas vecinas, v_i y v_{i+1} , se le suma la velocidad del sonido (ecuación A.3) en cada una, c_{s_i} y $c_{s_{i+1}}$. Se elige el valor más grande entre las dos sumas, $v_i + c_{s_i}$ y $v_{i+1} + c_{s_{i+1}}$, y se define $s_r \equiv \max\{v_i + c_{s_i}, v_{i+1} + c_{s_{i+1}}\}$. Cuando la velocidad del gas es subsónica, s_r es la máxima velocidad

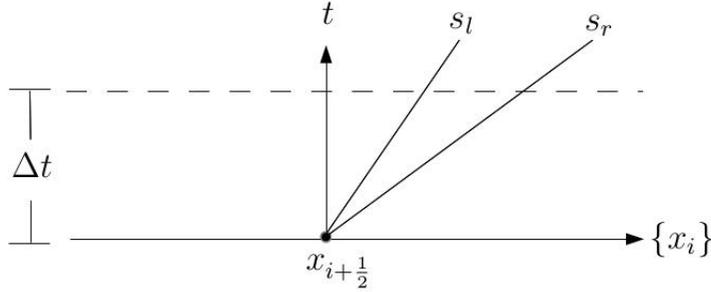


Figura 3.3: Diagrama $t-x$ que muestra uno de los dos casos en los que el gas que está entre las celdas x_i y x_{i+1} , al tiempo $t + \Delta t$, no será parte (interior) de un choque.

posible de una onda mecánica que encuentra un flujo en su misma dirección. De forma similar, $s_l \equiv \min\{v_i - c_{s_i}, v_{i+1} - c_{s_{i+1}}\}$, es la máxima velocidad de una onda mecánica que encuentra un flujo en dirección contraria. La figura 3.2 contiene un diagrama $t - x$ en el que se simboliza el caso en el que $s_l < 0$ y $s_r > 0$, es decir, cuando el gas que hay entre x_i y x_{i+1} es parte de un choque. Cuando esto sucede, se está en presencia del Problema de Riemann (Sod 1978) y la determinación de los flujos hidrodinámicos amerita una aproximación propia, más fiel a las condiciones de choque. Nosotros hicimos uso de la *aproximación del método de volúmenes finitos al Problema de Riemann* F^{hll} :

$$F^{hll} = \frac{s_r F_i - s_l F_{i+1} + s_l s_r (v_{i+1} - v_i)}{s_r - s_l},$$

(ver sección 10.2, E. Toro 2009). Este caso no sucede cuando s_l y s_r son del mismo signo, las Figuras 3.3 y 3.4 contienen una representación de los casos positivo y negativo, respectivamente. La forma de determinar el flujo hidrodinámico en la celda i dependerá de en cual de los tres casos posibles se encuentre, discriminando el cálculo adecuado según las condiciones físicas por las que ésta atraviesa, es decir:

$$F_i^{hll} = \begin{cases} F_i & \text{si } 0 \leq s_l, \\ \frac{s_r F_i - s_l F_{i+1} + s_l s_r (u_{i+1} - u_i)}{s_r - s_l}, & \text{si } s_l < 0 < s_r, \\ F_{i+1} & \text{si } 0 \geq s_r. \end{cases} \quad (3.12)$$

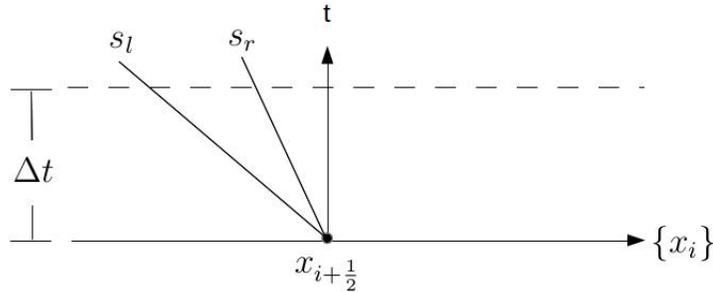


Figura 3.4: Diagrama t - x que muestra uno de los dos casos en los que el gas que está entre las celdas x_i y x_{i+1} , al tiempo $t + \Delta t$, no será parte (interior) de un choque.

3.4. Código hidrodinámico Nutse 3D

Desarrollamos un código numérico paralelo en lenguaje FORTRAN-MPI, que resuelve las ecuaciones de la hidrodinámica en tres dimensiones considerando el enfriamiento radiativo en la ecuación de la energía.

El código utiliza una malla computacional fija que representa el espacio ocupado por el gas, el cual es dividido entre ocho procesadores (ver Figura 3.5). Al tiempo $t = 0$ se imponen los valores iniciales de las variables ρ , \underline{u} y P en cada punto de la malla y comienzan a evolucionar en el tiempo conservando las ecuaciones de la hidrodinámica mediante un método de volúmenes finitos y el "Riemann solver" HLL. A continuación se describe el proceso cíclico ejecutado con el programa:

1. **Imposición de las propiedades físicas de las estrellas.** En el caso de haber estrellas en el modelo deseado, se imponen las condiciones físicas de éstas que afectan la dinámica del gas: un viento radial con velocidad terminal v_w y una tasa de inyección de masa \dot{M}_w (ver Figura 3.6).
2. **Escritura de datos** (cada un determinado intervalo de tiempo). Cada procesador crea un archivo de datos para escribir en cada una de ellos los valores de las variables ρ , u_x , u_y , u_z y P de la malla 3D; cada variable tendrá un cubo de datos.
3. **Cálculo del intervalo temporal.** Se calcula el intervalo temporal necesario para asegurar la convergencia del método numérico: se forma el

conjunto de valores del cociente $dx_i/(u_i + c_s)$ (donde $i = 1, 2, 3$) de cada punto de la malla y se comparan entre sí con la intención de elegir el menor de ellos; dado que un elemento de $u_i + c_s n d_{j=1,2,\dots,n_x n_y n_z}$ es la velocidad máxima del gas, esto posibilita determinar un Δt mínimo propio del sistema, que satisfaga la condición de convergencia $\Delta t = c_0(\Delta x/v)$ (ecuación 3.12). El intervalo Δt que el programa utiliza para dar un paso temporal es un décimo de $\Delta t = \min\{[dx_i/(u_i + u_{snd})]_j\}_{j=1,2,\dots,n_x n_y n_z}$. Con esto, se actualiza el valor del tiempo, $t \rightarrow t + \Delta t$.

4. **Paso temporal.** Con Δt y los valores actuales de ρ , \underline{u} y P se lleva a cabo el método de volúmenes finitos con flujos HLL, para dar un paso temporal en la evolución de las propiedades físicas del gas. Además, aquí son impuestos los valores a la frontera.
5. **Enfriamiento radiativo.** Con el uso de la función de enfriamiento (ver sección 3.1), a la ecuación de la energía, le es restada una cantidad ΔE en función del cambio de temperatura ΔT determinado por el paso temporal y las propiedades físicas del gas.
6. **Reiniciar el ciclo.** Mientras $t \leq t_{max}$, volver a la tarea número 1.

3.4.1. Imposición de estrellas en la malla

Para cada celda de la malla se tiene un arreglo con cinco componentes: el valor de densidad, el momento en cada una de las tres dimensiones y la energía. Para imponer el viento radial de la estrella:

Se identifica el centro de la estrella, a partir del cual se define un radio r de longitud entre $0,1 * \Delta x$ y $N_* \Delta x$, donde Δx es la longitud física asociada a un pixel de la malla, es decir, en nuestro caso, $\Delta x = (2 \text{ pc})/90 = (1/45) \text{ pc}$. Nosotros usamos $N_* = 6$, es decir, definimos a las estrellas en un radio de seis pixeles. Para definir su densidad, usamos la cantidad constante ρ_{halo} ,

$$\rho_{halo} = \frac{\dot{M}_w}{4\pi R_{halo}^2 v_w}, \quad (3.13)$$

con la cual se determina la densidad ρ en función del radio $R = r_{core} + r_{real}$, donde $r_{core} = 0,1\Delta x$ se añade al verdadero valor del radio, para evitar una

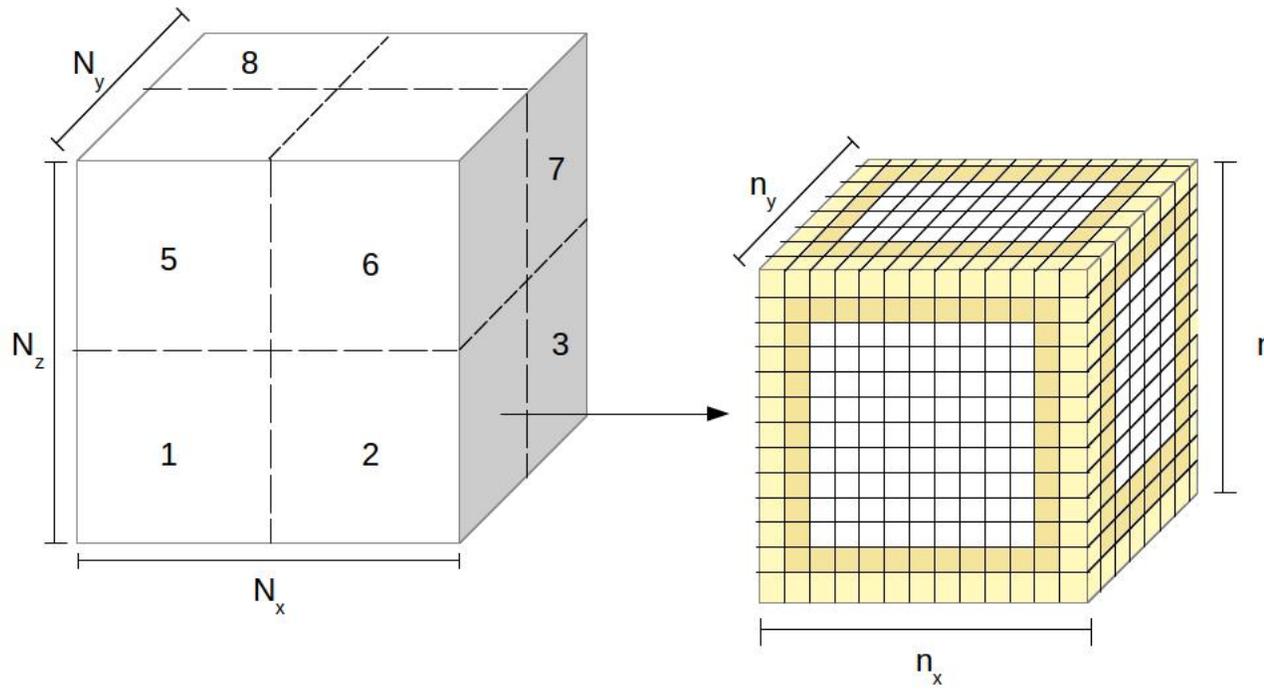


Figura 3.5: En la figura de la izquierda se representa a la malla computacional 3D, dividida entre ocho procesadores; la figura de la derecha representa a la malla local de cada procesador; con $n_x = N_x/2$, $n_y = N_y/2$ y $n_z = N_z/2$. Las celdas que están ligeramente oscurecidas son las que requieren de comunicación con las celdas de procesadores vecinos.

indeterminación en el cálculo de la densidad ρ :

$$\rho = \rho_{halo} \left(\frac{R_{halo}}{r} \right)^2, \quad (3.14)$$

de tal forma que tenga un valor máximo en el centro, y decaiga a su valor mínimo en $r = R_{halo}$, es decir, cuando $\rho = \rho_{halo}$. Así para evitar una indeterminación en las tres componentes del momento \underline{p} en esta zona:

$$p_i = v_w \left(\frac{\Delta x_i}{R_{halo}} \right) \rho, \quad (3.15)$$

con $i = 1, 2, 3$.

En el valor de la energía no se hacen modificaciones, ésta se calcula conforme la ecuación de conservación correspondiente, suponiendo una temperatura constante $T = 10^5 K$.

3.5. Pruebas hechas al código Nutse 3D

Para probar que Nutse resolvía adecuadamente las ecuaciones, se realizó el modelo de un tubo de choque: un cubo de gas cuyo estado inicial cuenta con dos partes, ambas con gas en reposo, pero con densidad $\rho_1 = 1 \text{ g cm}^{-3}$ y presión $P_1 = 1,5 \text{ dyn cm}^{-2}$; y $\rho_2 = 0,1 \text{ g cm}^{-3}$ $P_2 = 0,2 \text{ dyn cm}^{-2}$ (Sod 1978). Dicha configuración causa un choque de intensidad $P_1/P_2 = 7,5$ y su evolución temporal esperada es la un choque plano-paralelo, cuyo comportamiento está dado por las **ecuaciones de salto** de la sección 2.2.2.

3.5.1. Tubo de choque

La Figura 3.7 contiene, de izquierda a derecha, las gráficas de densidad, velocidad y presión en el sistema cgs, contra la posición en pixeles, del tubo de choques que hicimos para compararlo con las ecuaciones salto. En la gráfica de velocidad, se distinguen dos frentes de choque, uno hacia la izquierda y otro hacia la derecha de la superficie de contacto entre las regiones 1 y 2 (que inicialmente está en la posición 45 pix). Tomando esto en cuenta, al ver las gráficas de densidad y presión se aprecia como la evolución del choque

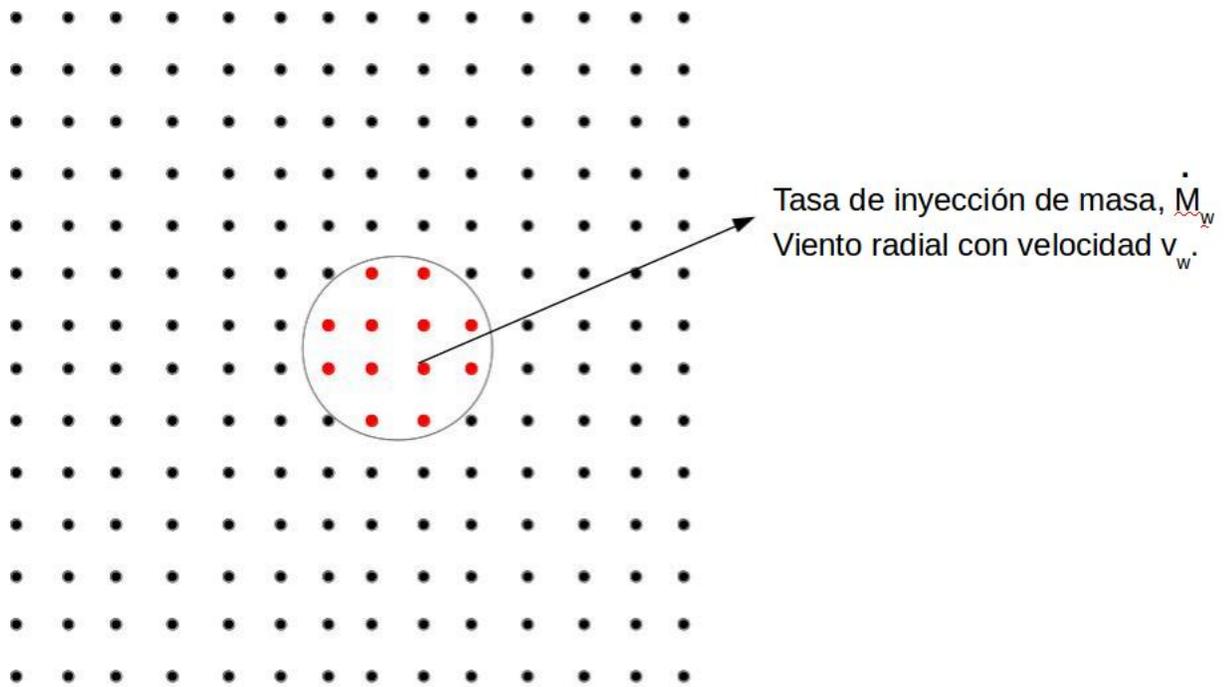


Figura 3.6: Representación esquemática de un corte de la malla computacional de Nutse 3D. Cuando el modelo deseado posee estrellas, se imponen las condiciones que dan lugar a un viento radial con velocidad v_w y tasa de inyección de masa \dot{M}_w (ver sección 3.4.1).

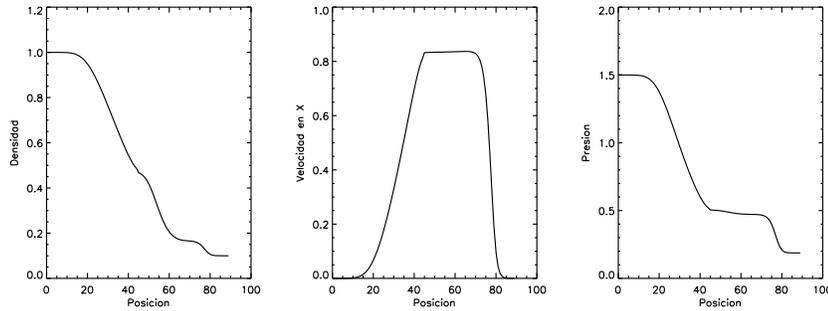


Figura 3.7: Gráficas de la prueba de tubo de choque, de izquierda a derecha: densidad, velocidad y presión.

busca el equilibrio entre las variables: los de la región 1 tienden a los de la región 2 y viceversa, resultando en una evolución más rápida hacia la zona de menor presión, es decir, a la zona 2 (a la derecha). En la primera figura, de densidad, los valores de los extremos son los de las condiciones iniciales: 1 y 0.1, mientras que entre estos se distingue una estructura que consta de tres partes, de izquierda a derecha: la onda de rarefacción; al centro, la discontinuidad de contacto; y a la derecha, el choque de proa. La siguiente gráfica, de velocidad, muestra que la velocidad del gas siempre es positiva, es decir, las tres estructuras del choque se desplazan hacia la misma dirección; también se aprecia que el cambio de velocidad es más rápido en el choque de proa, que en la onda de rarefacción; la discontinuidad de contacto conserva una velocidad constante. La gráfica de presión, al igual que la de densidad, contiene las tres estructuras esperadas de una onda de choque.

Capítulo 4

Procesos físicos en la formación de filamentos

De las ecuaciones de Euler que nuestro código resuelve (ecuación 3.1), la de conservación de energía (ecuación 2.13) posee un término no nulo en el miembro derecho, simbolizado con L , que representa el enfriamiento radiativo. Debido a que el enfriamiento favorece la cohesión de la materia, es un término significativo en la formación de los filamentos en las nubes de gas. Un campo gravitacional, como el que una nube de gas ejerce sobre sí misma a causa de su masa, sería un término fuente en las ecuaciones de conservación de momento, y también sería de gran importancia para la cohesión del gas en las zonas más densas de la nube. Sin embargo, su implementación la hemos dejado para la después.

4.1. Enfriamiento radiativo

Conforme aumenta la densidad de un gas, la probabilidad de colisión de sus partículas se hace más grande. En el caso de las colisiones de tipo inelástico, el aparente déficit de energía es liberado en forma de radiación electromagnética. En las nubes de gas en el medio interestelar, dicha liberación o enfriamiento radiativo parece estar dominado por los procesos de recombinación electrónica y de cambio de estado de movimiento de un electrón libre (proceso libre-libre). Es posible obtener su manifestación macroscópica resultante mediante un tratamiento estadístico que contempla las densidades numéricas de los átomos/iones involucrados, así como la de los electrones des-

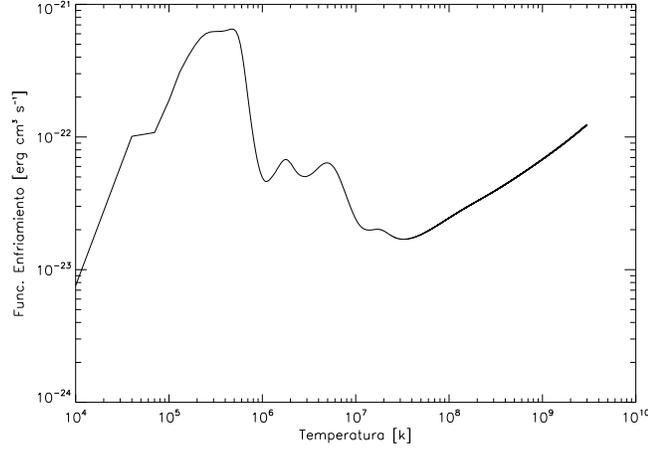


Figura 4.1: Función de enfriamiento utilizada en nuestros modelos.

prendidos de estos. La Figura 4.1 muestra la gráfica de la *función de enfriamiento en equilibrio coronal*, $\Lambda = \Lambda(T)$, que hemos utilizado. En ella "Función de enfriamiento", $\Lambda(T)$, es tal, que $L(n, T) = n^2 \Lambda(T)$ (con n representando la densidad numérica de partículas) es la energía irradiada por centímetro cúbico por segundo, y T es la temperatura. Esta función fue tomada de la base de datos CHIANTI (Dere et al. 1997, Landi et al. 2006), y fue realizada para un gas que es 90 % Hidrógeno y 10 % Helio, ámbos, completamente ionizados.

No consideramos el enfriamiento radiativo cuando la temperatura del gas es $T < 10^3$ K ya que a temperaturas menores el gas está poco ionizado y la función de enfriamiento que usamos no considera el grado de ionización y/o la importancia de las especies neutras. Por lo tanto consideramos mejor decir que hasta 10^3 K es válida nuestra función y por debajo, por ser insignificante para nuestros modelos, es decir, tiene un valor cero.

4.2. Límite de Jeans

La distribución espacial de una nube es inestable cuando su energía potencial sobrepasa a su energía térmica:

$$E_k - V \leq 0, \quad (4.1)$$

donde E_k es energía térmica y V energía potencial). El límite de Jeans es resultado de suponer una nube de gas esférica e inestable, cuyas partículas son átomos de Hidrógeno y están termalizadas (con distribución de velocidades tipo Maxwell-Boltzman) con energía cinética igual a $(3/2)k_B T$ (donde k_B es la constante de Boltzmann, y T su temperatura), en presencia de su propio potencial gravitacional:

$$\frac{3}{2}k_B \frac{M}{m_H} T - \frac{GM^2}{R} \leq 0, \quad (4.2)$$

donde,

M = masa total de la nube,

m_h = masa del Hidrógeno,

G = constante gravitación,

R = radio de la nube.

Al despejar el primer término de la ecuación 4.2, se obtiene que

$$\frac{3}{2}k_B \frac{M}{m_H} T \leq \frac{GM^2}{R}, \quad (4.3)$$

donde, al multiplicar ambas partes por M^{-1} ,

$$\frac{3}{2}k_B \frac{1}{m_H} T \leq \frac{GM}{R}, \quad (4.4)$$

y despejar a M , se tiene que

$$\frac{3k_b}{2m_h G} TR \leq M. \quad (4.5)$$

Por otro lado, de ecuación de la densidad ρ ,

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{(4/3)\pi R^3},$$

se puede despejar a R ,

$$R = \left(\frac{M}{\rho} \right)^{1/3} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3},$$

y sustituir su igualdad en la ecuación 4.5:

$$\frac{3k_b}{2m_h G} T \left(\frac{M}{\rho} \right)^{1/3} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} \leq M. \quad (4.6)$$

Al agrupar en el extremo izquierdo las variables constantes de la ecuación 4.6, obtenemos

$$\frac{3k_b}{2m_h G} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} T \left(\frac{M}{\rho} \right)^{1/3} \leq M, \quad (4.7)$$

para simplificar la escritura definimos la variable α_1 como

$$\alpha_1 \equiv \frac{3k_b}{2m_h G} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3}$$

y, con ella, la ec. 4.7 se escribe

$$\alpha_1 T \left(\frac{M}{\rho} \right)^{1/3} \leq M. \quad (4.8)$$

al multiplicar por $M^{-1/3}$ a ambos lados de 4.8, obtenemos

$$\alpha_1 T \left(\frac{1}{\rho} \right)^{1/3} \leq M^{2/3}, \quad (4.9)$$

en donde se despeja a M :

$$M \geq \left(\frac{T\alpha_1}{\rho^{1/3}} \right)^{3/2}, \quad (4.10)$$

$$M \geq \left(\frac{T}{\rho^{1/3}} \right)^{3/2} \alpha_1^{3/2},$$

$$M \geq \frac{T^{3/2}}{\rho^{1/2}} \alpha_1^{3/2},$$

es decir, la masa para la cual la nube se vuelve inestable es,

$$M \geq \frac{T^{3/2}}{\rho^{1/2}} \left[\frac{3k_b}{2m_h G} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} \right]^{3/2}, \quad (4.11)$$

4.3. Formación estelar

Se dice que una estrella nace en una nube de gas, cuando en su interior suceden reacciones de fusión nuclear que liberan energía a una tasa suficiente para mantener el equilibrio entre la fuerza gravitatoria, dirigida hacia adentro, y la fuerza de presión del gas, dirigida al exterior. La densidad típica de partículas del material interestelar en las nubes en donde se forman las estrellas, es de $n = 10^2 - 10^4 \text{ cm}^{-3}$, siendo éstas átomos de Hidrógeno en una proporción del 98 %. Con una primera aproximación, suponiendo el caso ideal de que la nube inicial se encuentra en reposo y con una composición homogénea de Hidrógeno, existe un límite crítico (masa de Jeans) para el cual la nube, por su propio potencial gravitatorio, colapsaría en caída libre. Dicho colapso, de ser sostenido, permitiría el aumento de densidad en el centro del colapso, hasta alcanzar una densidad crítica que suscite la fusión de Hidrógeno en Helio, con la subsecuente liberación de energía que en buena parte será absorbida por el gas circundante, aumenta la temperatura y por tanto la presión hidrostática con la que contrarresta el colapso gravitacional (ver ecuación 4.11). Esto, históricamente, ameritó explorar las condiciones de balance entre el tiempo de caída libre t_{cl} y el tiempo en que se transmite una perturbación mecánica en el gas (velocidad del sonido) t_s .

4.3.1. Posibles perturbaciones en una nube de gas

Por si sola, no hay forma de que una nube de gas alcance el límite de Jeans, se requiere de una perturbación que cause el aumento de su masa por unidad de volumen. En adelante se mencionan tres procesos dinámicos que causan una perturbación de este tipo.

Expansión de regiones HII

Las regiones HII son zonas cuyo Hidrógeno está ionizado por la radiación electromagnética de una estrella. Los valores típicos de la temperatura electrónica $T_{HII} \sim 10^4 \text{ K}$ y su densidad $n_{HII} \sim 10^2 \text{ cm}^{-3}$, mientras que en la región de Hidrógeno neutro (HI) en la que está inmersa, tiene $T_{HI} \sim 10^2 \text{ K}$ y densidad $n_{HI} \sim 10 \text{ cm}^{-3}$. Con el uso de la ecuación de estado del gas ideal $P = nkT$, se obtienen P_{HII} y P_{HI} tales que $P_{HII}/P_{HI} \sim 10^3$. Además del gradiente de presión, se tiene uno de temperatura $T_{HII}/T_{HI} \sim 10^2$. Es decir, una región HII está inmersa en un gas de baja presión y baja temperatura

con respecto a sí misma, dando lugar a una expansión de la región, precedida por un choque que busca equilibrar las variables hidrodinámicas en la región de contacto. Esta región de contacto es densa y el que el enfriamiento radiativo sea fuerte lo hace un lugar ideal para comenzar el colapso de la nube de gas neutro (denso y frío).

Explosión de una supernova

El estado evolutivo de una estrella culmina cuando se rompe el equilibrio entre presión y gravedad que la mantenía estable. Esto sucede cuando las fusiones nucleares que suceden en su interior son de tipo endotérmica, es decir, que en vez de liberar energía disponen de la que está alrededor. Esto trae como consecuencia la disminución de la presión, es decir, posibilita un tiempo de colapso en caída libre. Debido a la fuerte resistencia que ofrece el núcleo central al material en colapso, las estrellas con masa $M_* \geq 10 M_\odot$ terminan su estado evolutivo con una explosión de supernova; una cantidad considerable de masa es arrojada con gran velocidad al medio interestelar. Por ejemplo, una estrella masiva que al final de su vida inyecta $M_* \simeq 1 M_\odot$ puede producir una eyección con velocidad del orden de un centésimo de la velocidad de la luz, de modo que la energía cinética del material eyectado es $E_{sn} \sim M_* v^2 \sim 10^{51}$ erg. Una parte de la energía de este gas es efectivamente transmitida al gas interestelar, aumentando su temperatura y su presión de forma tal, que se generan ondas de choque que, de nuevo, podría propiciar la formación estelar.

Vientos estelares

Han sido identificados diferentes mecanismos de aceleración de gas alrededor de las estrellas, en particular un viento radial que inyecta material caliente al medio interestelar. Para las estrellas que transitan la secuencia principal, la velocidad del viento v_w , su temperatura T_w y la tasa inyección de masa \dot{M}_w son proporcionales a la masa de la estrella. Por ejemplo, para el Sol se tienen que $v_w \sim 300$ km/s y $\dot{M}_w \sim 10^{-14} M_\odot/\text{año}$. Y para una estrella tipo O, $v_w \sim 1000$ km/s, y $\dot{M}_w \sim 10^{-6} - 10^{-5} M_\odot/\text{año}$ (Waller J. Maciel 2002).

4.3.2. Escala de tiempo de colapso

Una esfera de gas de radio r , será estable mientras las fuerzas gravitacional F_g y la fuerza de presión térmica F_P , se anulen entre sí, es decir, cuando $F_g + F_P = 0$. Sin embargo, esto no sucede en tanto que los fenómenos que determinan estas fuerzas están sujetos a cambios. Para ilustrar esto de forma simple, imaginar que la nube tiene densidad homogénea ρ . Así, las variaciones en el tiempo del balance entre las fuerzas se puede escribir de la forma:

$$F_g + F_P = \rho \frac{\partial^2 r}{\partial t^2}, \quad (4.12)$$

donde r es el radio de la nube y t es el tiempo.

Una partícula de masa m que se encuentre a una distancia r del centro de la nube, será atraída al centro con fuerza,

$$F_g = -\frac{Gm\rho}{r^2}, \quad (4.13)$$

donde el factor ρ hace a F_g una fuerza por unidad de volumen, al igual que el miembro derecho de la ecuación 4.12. Para ser consistentes con esto, contemplaremos a F_P de esta misma forma, con

$$F_P = \frac{dP}{dr},$$

las variaciones en r de la presión P .

La condición de caída libre se tiene cuando $F_P = 0$, de esta forma, la ecuación 4.12 es más simple:

$$F_g = \rho \frac{d^2 r}{d^2 t},$$

con F_g dado por la ecuación 4.13,

$$-\frac{Gm\rho}{r^2} = \rho \frac{d^2 r}{d^2 t},$$

se puede eliminar la densidad ρ ,

$$-\frac{Gm}{r^2} = \frac{d^2 r}{d^2 t}. \quad (4.14)$$

Para el tiempo de caída libre de la masa m , se usa la aproximación $(\partial^2 r / \partial t^2) \approx -(R/t_{cl}^2)$, donde R es el radio de la superficie de la esfera y t_{cl} que le lleva colapsar, de tal forma que se puede escribir que,

$$-\frac{Gm}{R^2} \approx -\frac{R}{t_{cl}^2},$$

de donde se despeja t_{cl} para obtener

$$t_{cl} \approx \sqrt{\frac{R^3}{Gm}}. \quad (4.15)$$

Para obtener la **escala de tiempo de colapso** τ_c , se considera a la masa m como la masa total de la nube, contenida en el volumen V que ocupa, esto es,

$$m = \rho V = \rho \frac{4\pi R^3}{3}.$$

Entonces, al sustituir esta expresión de m en la ecuación 4.15, decimos que,

$$\tau_c = \sqrt{\frac{3}{4\pi G\rho}}, \quad (4.16)$$

es el tiempo que a la nube le llevaría colapsar por causa de la fuerza de gravedad que ejerce sobre sí misma.

Capítulo 5

Modelos con Nutse 3D

Los modelos fueron calculados con una malla computacional fija y cúbica: de 90 píxeles por lado, repartida en ocho procesadores, cada uno a cargo de una sub-malla cúbica de 45 píxeles por lado (ver Figura 3.5), representando un dominio espacial total de $(2 \text{ pc})^3$. La Tabla 5.1 contiene las características de los dos tipos de modelos que hicimos para saber si es posible obtener una estructura filamentaria (densa) a partir de la interacción de vientos estelares de dos, tres y cuatro estrellas, que tienen la misma distancia entre sí, formando un segmento de recta, un triángulo equilátero o un tetraedro, según sea el caso. Con las tres distribuciones mencionadas, hicimos dos tipos de modelos, ‘*a*’ y ‘*b*’, que se distinguen entre sí por poseer las propiedades: \dot{M}_w y v_w de dos tipos de estrellas (ver Figura 3.6), así como con diferente densidad de partículas n_0 del Medio Interestelar (ISM, por sus siglas en inglés). La temperatura T_0 del ISM, la dejamos en 10^3 K debido a que su valor (inicial, el que el gas aislado tiene) está por debajo del límite inferior del dominio de la función de enfriamiento utilizada, es decir, en cuanto que el gas será calentado por el efecto de los vientos estelares, la temperatura inicial (fría) del ISM es insignificante.

La Tabla 5.2 contiene el nombre, tipo de objeto, tipo espectral y coordenadas ecuatoriales (RA y DEC) de los objetos identificados en Serpens Main por Fernández-López et al. (2013). La mayor parte de estos objetos son YSO’s (Young Stellar Object), que son estrellas masivas muy jóvenes, cuyo viento y campo radiativo aún no han despejado por completo el gas denso de su alrededor, y que son llamadas: Herbig Ae/Be, con espectro observado semejante al de las estrellas tipo O, por lo que se cree que son su fase protoestelar.

Modelo	Estrellas	\dot{M}_w [M_\odot /año]	v_w [km/s]	T_w [K]	n_0 [cm^{-3}]	T_0 [K]
M1 _a	2	10^{-6}	1000	10^5	2	10^3
M1 _b	2	10^{-6}	300	10^5	10^4	10^3
M2 _a	3	10^{-6}	1000	10^5	2	10^3
M2 _b	3	10^{-6}	300	10^5	10^4	10^3
M3 _a	4	10^{-6}	1000	10^5	2	10^3
M3 _b	4	10^{-6}	300	10^5	10^4	10^3

Tabla 5.1: Lista de los modelos realizados, se especifican las propiedades de las estrellas y del ISM en cada uno de ellos.

Las líneas que difieren entre sus espectros pueden ser causadas por una estructura, como un disco de acreción, por ejemplo, que pronto será despejada. Sin embargo, el reconocimiento de esta etapa de transición es algo que hasta hoy en día se está poniendo a prueba, con la reciente creación de telescopios que, no solo observan en longitudes de onda a las que la envoltura de una protoestrella es transparente, sino que además poseen una resolución angular tal que logran discernir entre la estrella naciente y la estructura mediante la que acumuló gas para formarse. Los efectos de dicha etapa de transición en el medio interestelar son aún desconocidos, por lo que hemos decidido proceder con el desarrollo de modelos que contemplan los extremos de esta transición: en la Tabla 5.1 se muestran los modelos con subíndice “a”, que tienen las propiedades de una estrella tipo O (completamente desarrolladas; que ya han despejado su entorno); y los modelos con subíndice b, con las propiedades de una estrella en formación, Herbig Ae/Be.

La distancia asignada entre las estrellas fue elegida de la siguiente forma:

1. De las coordenadas ecuatoriales de cada objeto identificado, elegimos las del primero de la Tabla 5.2 como punto de origen, con respecto al cual calculamos las diferencias angulares ΔRA y ΔDEC (en grados) hacia cada uno de los objetos.
2. Con la aproximación de que todos los objetos de Serpens Main están a la misma distancia de nosotros, es decir $\Delta z = 0$, con las condiciones trigonométricas

$$x = 2r \tan(\Delta RA/2) \quad (5.1)$$

y

$$y = 2r \tan(\Delta DEC/2), \quad (5.2)$$

donde, r es la distancia entre el telescopio y Serpens Main, estimada en 415 pc por Fernández-López et al (2013), se calcularon las coordenadas de cada uno en un plano X-Y.

3. Se obtuvo el valor promedio de las distancias en x y en y : $\sim 0,9$ pc.
4. Esta fue la distancia entre las estrellas utilizada en todos los modelos.

Nombre	Tipo de objeto	Tipo espectral	RA	DEC
HD 170634	*inNeb	B7V	18 h 30 m 24.9 s	1 ° 13 ' 23.6 "
CCDM J18310+0123AB	**	B8	18 h 30 m 58.5 s	1 ° 23 ' 30.7 "
HD 170784	V*	B8	18 h 31 m 9.0 s	1 ° 26 ' 58.7 "
SSTc2d J182953.7+010741	Star	A	18 h 29 m 53.7 s	1 ° 7 ' 40.8 "
SSTc2d J183012.3+010647	Star	A	18 h 30 m 12.3 s	1 ° 6 ' 46.7 "
2MASS J18295758+0110470	YSO	A0.0	18 h 29 m 57.6 s	1 ° 10 ' 47.0 "
HD 170545	YSO	A0.0	18 h 29 m 57.7 s	1 ° 10 ' 53.6 "
2MASS J18302446+0119505	YSO	A3.0	18 h 30 m 24.5 s	1 ° 19 ' 50.6 "
2MASS J18301730+0121325	YSO	A5	18 h 30 m 17.3 s	1 ° 21 ' 32.5 "
2MASS J18293338+0108242	YSO	A7.0	18 h 29 m 33.4 s	1 ° 8 ' 24.2 "
TYC 446-229-1	Star	A8V	18 h 31 m 8.0 s	1 ° 9 ' 5.6 "
2MASS J18295784+0112379	YSO	F0	18 h 29 m 57.8 s	1 ° 12 ' 37.9 "
BD+01 3693	Star	F0III	18 h 30 m 10.4 s	1 ° 19 ' 35.4 "
SSTc2d J182937.7+011130	YSO	F2	18 h 29 m 37.7 s	1 ° 11 ' 30.0 "
2MASS J18295785+0112514	YSO	F2	18 h 29 m 57.9 s	1 ° 12 ' 51.4 "
NAME Serpens SMM 10 IR	YSO	F2	18 h 29 m 52.2 s	1 ° 15 ' 47.6 "
2MASS J18295957+0111583	YSO	F3	18 h 29 m 59.6 s	1 ° 11 ' 58.4 "
[EES2009] Ser-emb 18	YSO	F6	18 h 29 m 52.9 s	1 ° 14 ' 56.1 "
[EJ2009] 690	YSO	F6	18 h 29 m 59.3 s	1 ° 14 ' 1.7 "
BD+01 3685	Star	F6V	18 h 29 m 24.3 s	1 ° 38 ' 8.4 "
[SCB96] 67	Star	F6V	18 h 30 m 35.0 s	1 ° 20.4 ' 0.0 "
[SCB96] 70	Star	F6V	18 h 30 m 54.0 s	1 ° 12.9 ' 0.0 "
[SCB96] 67	Star	F6V	18 h 30 m 35.0 s	1 ° 20.4 ' 0.0 "
GCNM 1	Star	F7	18 h 29 m 47.5 s	1 ° 14 ' 3.0 "
2MASS J18295781+0112280	YSO	F7	18 h 29 m 57.8 s	1 ° 12 ' 28.1 "
2MASS J18295876+0114257	YSO	F7	18 h 29 m 58.8 s	1 ° 14 ' 25.8 "
BD+01 3686	Star	F8	18 h 29 m 27.6 s	1 ° 12 ' 58.6 "
[SCB96] 65	Star	F8III	18 h 30 m 33.0 s	1 ° 4.7 ' 0.0 "
2MASS J18293172+0108205	YSO	F8V	18 h 29 m 31.7 s	1 ° 8 ' 20.5 "
BD+01 3692	Star	F8V	18 h 30 m 0.1 s	1 ° 40 ' 56.8 "
[SCB96] 72	Star	F8V	18 h 30 m 56.0 s	1 ° 14.3 ' 0.0 "
[SCB96] 75	Star	G	18 h 31 m 0.0 s	1 ° 27.6 ' 0.0 "

Nombre	Tipo de objeto	Tipo espectral	RA	DEC (continuación).
2MASS J18295571+0114315	Star	G	18 h 31 m 0.0 s	1 ° 27.6 ' 0.0 "
TYC 433-475-1	YSO	G0	18 h 29 m 55.7 s	1 ° 14 ' 31.5 "
BD+01 3688	Star	G0V	18 h 29 m 8.0 s	1 ° 5 ' 26.6 "
[SCB96] 62	Star	G0V	18 h 29 m 54.1 s	1 ° 43 ' 48.5 "
2MASS J18294960+0117058	Star	G0V	18 h 30 m 24.0 s	1 ° 48.1 ' 0.0 "
2MASS J18295789+0112462	YSO	G1	18 h 29 m 49.6 s	1 ° 17 ' 5.8 "
TYC 433-71-1	**	K1.0	18 h 29 m 57.9 s	1 ° 12 ' 46.3 "
	Star	K2V	18 h 29 m 49.4 s	1 ° 45 ' 30.6 "

Tabla 5.2: Esta tabla contiene la información de los objetos identificados en Serpens Main. Fernández-López et al. (2013)

5.1. Resultados

La Figura 5.1 contiene la visualización de tres cortes de la parte central del cubo de datos de densidad -cada corte es un plano normal a los otros dos- de los tres modelos tipo *a* ($M1_a$, $M2_a$ y $M3_a$), al tiempo $t \sim 7$ mil años; las Figuras 5.2 y 5.3 son esto mismo pero a $t \sim 21$ mil años y $t \sim 35$ mil años, respectivamente. Las Figuras 5.4-5.6 contienen las visualizaciones propias de los modelos tipo *b*. Cada visualización tiene una paleta de colores asociada al logaritmo base diez de la densidad ($\log_{10}(\rho)$).

En la evolución de los modelos tipo *a* de tres y cuatro estrellas (5.1(b) \rightarrow 5.2(b) \rightarrow 5.3(b) y 5.1(c) \rightarrow 5.2(c) \rightarrow 5.3(c), respectivamente), se observa la formación de un filamento denso en la parte central; el filamento del modelo de cuatro estrellas (ver su estado más desarrollado en la figura 5.3(c)) es más grande. La diferencia se debe a que los puntos de origen de los vientos estelares del modelo con cuatro estrellas, son los únicos que conforman una distribución espacial, tal que se reduce el espacio para la *fuga* libre de gas, a diferencia de los otros modelos: el de tres estrellas posee un cilindro, hacia donde el gas puede desplazarse; de forma análoga, el de dos estrellas tiene un plano con cierto grosor hacia donde esto sucede. La formación de filamentos no se observa en los modelos tipo *b*, de hecho, en sus imágenes correspondientes (figuras 5.4 \rightarrow 5.5 \rightarrow 5.6), se ve que la interacción de los vientos lleva a la disminución de la densidad, lo cual es una anomalía con respecto a lo esperado: al presuponer que los vientos causan un choque fuerte en el gas interestelar, esperabamos que la densidad aumentara entre un factor de cuatro (de tratarse de un choque adiabático, ver se. 2.2.4) o más, siempre que $M_{ch} \gg 1$ (de tratarse de un choque isotérmico, el aumento de la densidad va como el Número de Mach M_{ch} al cuadrado, ver sec. 2.2.5). Esta situación nos hace desconfiar de los datos arrojados por los modelos tipo *b*; pensamos que el choque de los vientos es de baja intensidad, esto es, que el cociente de las presiones $P_2/P_1 \sim 1$. Pero antes de exponer la causa, presentamos la Tabla 5.3, que contiene la densidad inicial promedio n_0 , -en un cubo de $(7 \text{ px})^3$ cuyo centro coincide con el centro de la caja de simulación, es decir, ubicado en la región de interacción de los vientos-, con la densidad n_C , que es la densidad promedio al tiempo $t=35$ mil años, esta mismo cubo central. La última columna de dicha tabla, contiene el cociente de estas densidades: promedio n_C e inicial n_0 , de todos los modelos. Este cociente devela un aumento de densidad mayor a uno para los modelos

$M1_b$ y $M3_a$; para el primero por un factor de 1,0061; y para el segundo, de 34,5. Es decir, el factor esperado de 4 o más, sucede solo para el modelo $M3_a$.

Por otro lado, hicimos gráficas de la densidad n_C contra tiempo: la Figura 5.7 contiene las correspondientes a los modelos tipo a ; y la Figura 5.8, para los modelos tipo b . De las seis gráficas, la única que muestra un crecimiento sostenido en la densidad, es la correspondiente al modelo $M3_a$ (ver fig. 5.7(c)). Con respecto a las gráficas de los modelos b , sus densidades se mantienen en decremento, con poca variación. Nosotros pensamos que esto se debe a que el choque es de baja intensidad, por lo que procedemos a calcular la presión del gas del viento, P_2 , y la presión del medio interestelar, P_1 , para saber la magnitud ζ del choque. Ambas presiones serán calculadas mediante la ecuación de estado de gas ideal:

$$P = nkT, \quad (5.3)$$

donde n y T son la densidad numérica y la temperatura del gas, respectivamente, y $k = 1,38 \times 10^{-16}$ erg K⁻¹, es la constante de Boltzmann. El gas interestelar de los modelos b , tiene temperatura $T_0 = 10^3$ K y $n_0 = 10^4$ cm⁻³, con lo que evalúa la ec.5.3 para obtener $P_1 = 1,38 \times 10^{-9}$ dyn cm⁻². Para calcular la presión P_2 , primero será necesario calcular la densidad de partículas en el viento, n_w . Para esto, sabemos que la densidad de masa en términos de la densidad numérica es $\rho = nm$, donde m es la masa media de las partículas que componen al gas, así

$$n_w = \frac{\rho_w}{m}, \quad (5.4)$$

para lo que nosotros tenemos $m = \mu m_H$, con $m_h = 1,6 \times 10^{-24}$ g, la masa del átomo de Hidrógeno, y $\mu = 0,6$, el peso molecular promedio de las partículas del gas. Este valor de μ se debe a que el 90% de los átomos del gas modelado es HII, y el 10% es HeIII, con sus respectivos electrones liberados, y se determina con la expresión

$$\mu = \frac{1}{m_H} \left(\frac{0,9m_H}{2} + \frac{0,1(4m_H)}{3} \right) \approx 0,6.$$

Una vez que ya sabemos el valor de $m = \mu m_H$, para calcular el valor de n_w en la ecuación 5.4, solo hace falta saber ρ_w , para lo cual retomamos las ecuaciones que definen la densidad de una estrella en la malla computacional, 3.13y 3.14:

$$\rho_{halo} = \frac{\dot{M}_w}{4\pi R_{halo}^2 v_w}, \quad (5.5)$$

$$\rho = \rho_{halo} \left(\frac{R_{halo}}{r} \right)^2, \quad (5.6)$$

respectivamente. Recordemos que nos interesan los puntos en los que sucede la primera interacción con el gas interestelar, es decir, cuando -según las ecuaciones 5.6 y 5.6-, $\rho = \rho_{halo}$ o sea

$$\rho(R_{halo}) = \rho_{halo} = \frac{\dot{M}_w}{4\pi R_{halo}^2 v_w}, \quad (5.7)$$

donde $\dot{M}_w = 10^{-6} M_\odot \text{ año}^{-1}$, $R_{halo} = (2/15) \text{ pc}$, y $v_w = 300 \text{ km s}^{-1}$. Al evaluar la ecuación 5.7 y transformar las unidades al sistema cgs, se obtiene $\rho(R_{halo}) = 3,11 \times 10^{17} \text{ g cm}^{-3}$. Ahora, evaluamos la ecuación 5.4 y obtenemos $n_w = 5,18 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$. Por último, con este valor de n_w , la constante de Boltzmann y la temperatura del viento $T_w = 10^5$, se evalúa la ecuación de estado de gas ideal (ecuación 5.3) para obtener la presión del viento P_2 cuando choca con el gas interestelar, y se obtiene $P_2 = 1,36 \times 10^{-11}$. Es decir, la intensidad ζ del choque es:

$$\iota = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1,36 \cdot 10^{-11}}{1,38 \cdot 10^{-9}} = 9,86 \times 10^{-3}, \quad (5.8)$$

lo que implica que los vientos estelares no causaron una onda de choque en el medio interestelar.

Una forma de remediar esto, de generar un choque fuerte, es aumentar la velocidad mediante la ecuación de momento de los vientos estelares (ecuación 3.15):

$$p_{i=1,2,3} = v_w \left(\frac{\Delta x_i}{R_{halo}} \right) \rho, \quad (5.9)$$

de la que, al usar la ec. 5.6 para escribir ρ , se obtiene

$$p_{i=1,2,3} = v_w \left(\frac{\Delta x_i}{R_{halo}} \right) \rho_{halo} \left(\frac{R_{halo}}{r} \right)^2,$$

es decir,

$$p_{i=1,2,3} = v_w (\Delta x_i) \rho_{halo} \left(\frac{R_{halo}}{r^2} \right), \quad (5.10)$$

en donde, de forma similar, al expresar ρ_{halo} según la ec. 5.5, se obtiene

$$p_{i=1,2,3} = v_w (\Delta x_i) \frac{\dot{M}_w}{4\pi R_{halo}^2 v_w} \left(\frac{R_{halo}}{r^2} \right),$$

es decir,

$$p_{i=1,2,3} = (\Delta x_i) \frac{\dot{M}_w}{4\pi R_{halo}} \left(\frac{1}{r^2} \right). \quad (5.11)$$

Ahora, como nos interesa la región de contacto entre el viento y el ISM, escribimos la ecuación 5.11 evaluada en $r = R_{halo}$:

$$p_{i=1,2,3} = (\Delta x_i) \frac{\dot{M}_w}{4\pi R_{halo}^3},$$

y recordamos que $R_{halo} = 6\Delta x_i$, entonces

$$p_{i=1,2,3} = (\Delta x_i) \frac{\dot{M}_w}{4\pi (6\Delta x_i)^3},$$

$$p_{i=1,2,3} = \frac{\dot{M}_w}{4\pi 6^3 (\Delta x_i)^2}. \quad (5.12)$$

En la ec. 5.12, es importante notar que el elemento 6^3 en el denominador, proviene del radio en pixeles de la estrella en las simulaciones, y que cuando éste sea menor, el momento en la dirección i será mayor, -lo cual deseamos-. Solo que hacer esto no es viable debido a que, desde nuestra experiencia, 6 px es el *radio mínimo en pixeles* que da lugar una evolución esférica del choque (ver la Figura 5.9); a menor número, la condición geométrica de la inyección de momento crea choques cuadrads, de baja eficiencia en la transferencia de energía, comparada con la eficiencia de un choque frontal en la localidad de la superficie donde sucede. Pero, por otro lado, la disminución de p_i está sujeta a los pasos discretos Δx_i , y para aumentar el valor de p_i es necesario reducir el valor de Δx_i con el aumento de la resolución en pixeles del código, $\Delta x_i = X/N$, es decir, aumentado el número de puntos N de la malla. Los modelos están hechos con $\Delta x_i = (2 \text{ pc}) / (90 \text{ px}) = (1/45) \text{ (pc/px)}$. Cabe mencionar que el valor de N no se puede aumentar deliberadamente porque su valor máximo está acotado por la capacidad de memoria temporal de la computadora que ejecuta el código, y como se trata de una malla computacional cúbica, la de demanda de memoria va como N^3 . La determinación

del valor de N que nos permitiría contar con un choque fuerte en los modelos tipo b , será hecha en el trabajo dará continuidad a este.

Ahora, para continuar con en análisis de los resultados, presentamos la Tabla 5.4, que contiene la masa total M de la caja de simulación de los seis modelos al tiempo $t=35$ mil años, así como su correspondiente Masa de Jeans M_J , y el cociente entre estas dos, para identificar si las nubes modeladas son propensas, o no, a colapsar a causa de la fuerza que ejercen sobre sí mismas. En dicha tabla se puede ver que los modelos tipo b son los únicos que superan el límite de Jeans, es decir, que están en condiciones de colapso. De haber funcionado bien -de haber vientos estelares que causen un choque fuerte-, la densidad promedio de toda la caja de simulación habría sido mayor, es decir, según la ecuación del límite de Jeans,

$$M \geq \frac{T^{3/2}}{\rho^{1/2}} \left[\frac{3k_b}{2m_h G} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} \right]^{3/2},$$

la masa crítica (en la que sucede la igualdad) disminuye, lo cual que implica una reducción del tiempo en el que el colapso sucede. Con esto en mente, presentamos las escalas de tiempo de colapso τ_c ,

$$\tau_c = \sqrt{\frac{3}{4\pi} \frac{1}{G\rho}},$$

de cada modelo, contenidas en la Tabla 5.5. De ella queremos resaltar que el orden de magnitud del τ_c de los modelos tipo b , de 10^5 años, es menor que el orden de magnitud del tiempo de vida de una estrella masiva; se trata de un hecho significativo para nuestra investigación debido a que, entonces, en un cúmulo estelar joven masivo es posible sostener el aumento de la densidad durante el tiempo necesario para el colapso, que dará lugar a que se efectue la formación estelar. Con respecto a la escala de tiempo de colapso de los modelos tipo a , está entre uno y tres ordenes de magnitud mayor que el orden de magnitud del tiempo de vida de una estrella masiva, por lo que parece inviable que suceda formación estelar en regiones con las características de estos modelos (ver Tabla 5.3). Además, como se puede ver en la Tabla 5.4, a pesar de haber tenido vientos estelares con choques fuertes, que causaron un aumento de densidad por un factor de cuatro o más, su masa está por debajo del límite crítico necesario para colapsar. Es por esta razón que de

en adelante concentraremos nuestra atención en modelos con características similares a los modelos tipo *b*

Por el momento nuestro estudio no está enfocado en el tiempo de formación de los filamentos, pero será una variable que en un futuro nos servirá de guía en cuanto que el mecanismo propuesto es adecuado si reproduce lo observado en el tiempo esperado, que no puede ser mayor que el tiempo de existencia del cúmulo estelar masivo ($t \sim 3 - 10$ millones años). Recordamos pues, que por ahora el análisis de los resultados está concentrado en la formación de filamentos y su conservación como tales.

Modelo	$n_0 [cm^{-3}]$	$n_C [cm^{-3}]$	n_C/n_0
M1 _a	2	0,13	0,065
M1 _b	10^4	10061	1,0061
M2 _a	2	1,76	0,88
M2 _b	10^4	9978	0,998
M3 _a	2	69	34,5
M3 _b	10^4	9894	0,9894

Tabla 5.3: Lista con la magnitud de la densidad inicial promedio n_0 , -en un cubo de $(7 \text{ px})^3$ cuyo centro coincide con el centro de la caja de simulación, es decir, ubicado en la región de interacción de los vientos-, con la densidad n_C , que es la densidad promedio al tiempo $t=35$ mil años; la última columna de dicha tabla, contiene el cociente de la densidad

Modelo	M [g]	M_J [g]	M_J/M
M1 _a	$3,06 \times 10^{31}$	$5,25 \times 10^{35}$	$5,80 \times 10^{-5}$
M1 _b	$2,38 \times 10^{36}$	$1,23 \times 10^{34}$	$1,93 \times 10^2$
M2 _a	$4,14 \times 10^{32}$	$2,20 \times 10^{35}$	$1,88 \times 10^{-3}$
M2 _b	$2,37 \times 10^{36}$	$1,23 \times 10^{34}$	$1,92 \times 10^2$
M3 _a	$1,62 \times 10^{34}$	$6,49 \times 10^{34}$	$2,50 \times 10^{-1}$
M3 _b	$2,37 \times 10^{36}$	$1,23 \times 10^{34}$	$1,92 \times 10^2$

Tabla 5.4: Se muestra la masa total M de la caja de simulación de cada modelo al tiempo $t=35$ mil años, así como su correspondiente Masa de Jeans M_J , y el cociente entre estas dos, para identificar si las nubes modeladas son propensas, o no, a colapsar a causa de la fuerza que ejercen sobre sí mismas.

Modelo	τ_c [año]
M1 _a	$1,66 \times 10^8$
M1 _b	$5,96 \times 10^5$
M2 _a	$4,52 \times 10^7$
M2 _b	$5,97 \times 10^5$
M3 _a	$7,21 \times 10^6$
M3 _b	$5,98 \times 10^5$

Tabla 5.5: Se muestra la escala de tiempo de colapso τ_c de cada uno de los modelos, calculada con su densidad promedio correspondiente al tiempo $t=35$ mil años.

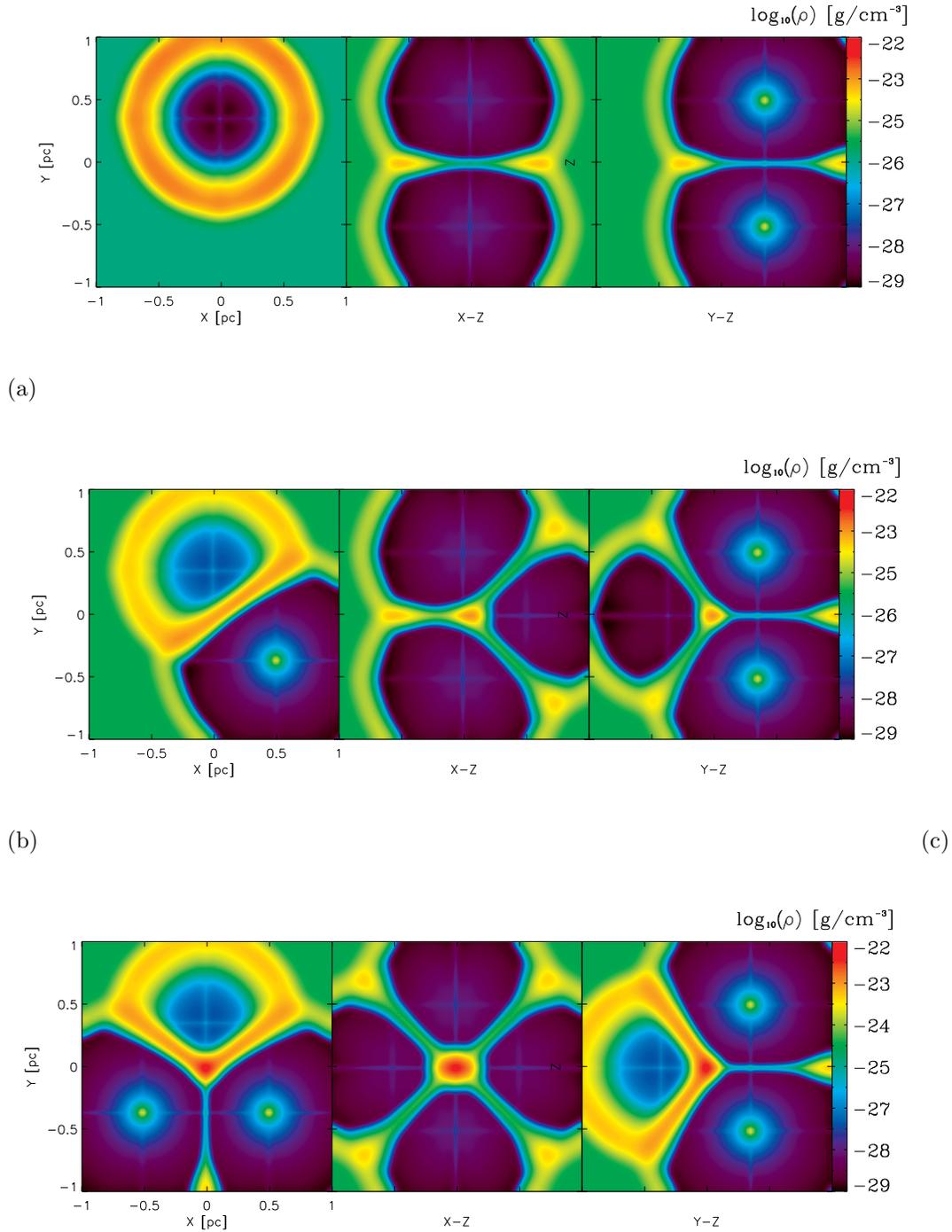


Figura 5.1: Visualización de tres cortes al cubo de datos de la densidad de cada uno de los tres modelos tipo *a* (sus especificaciones están en la Tabla 5.1) al tiempo $t \sim 7$ mil años. Todos los cortes pasan por el centro del cubo de datos, de izquierda a derecha: planos X-Y, X-Z, Y-Z.

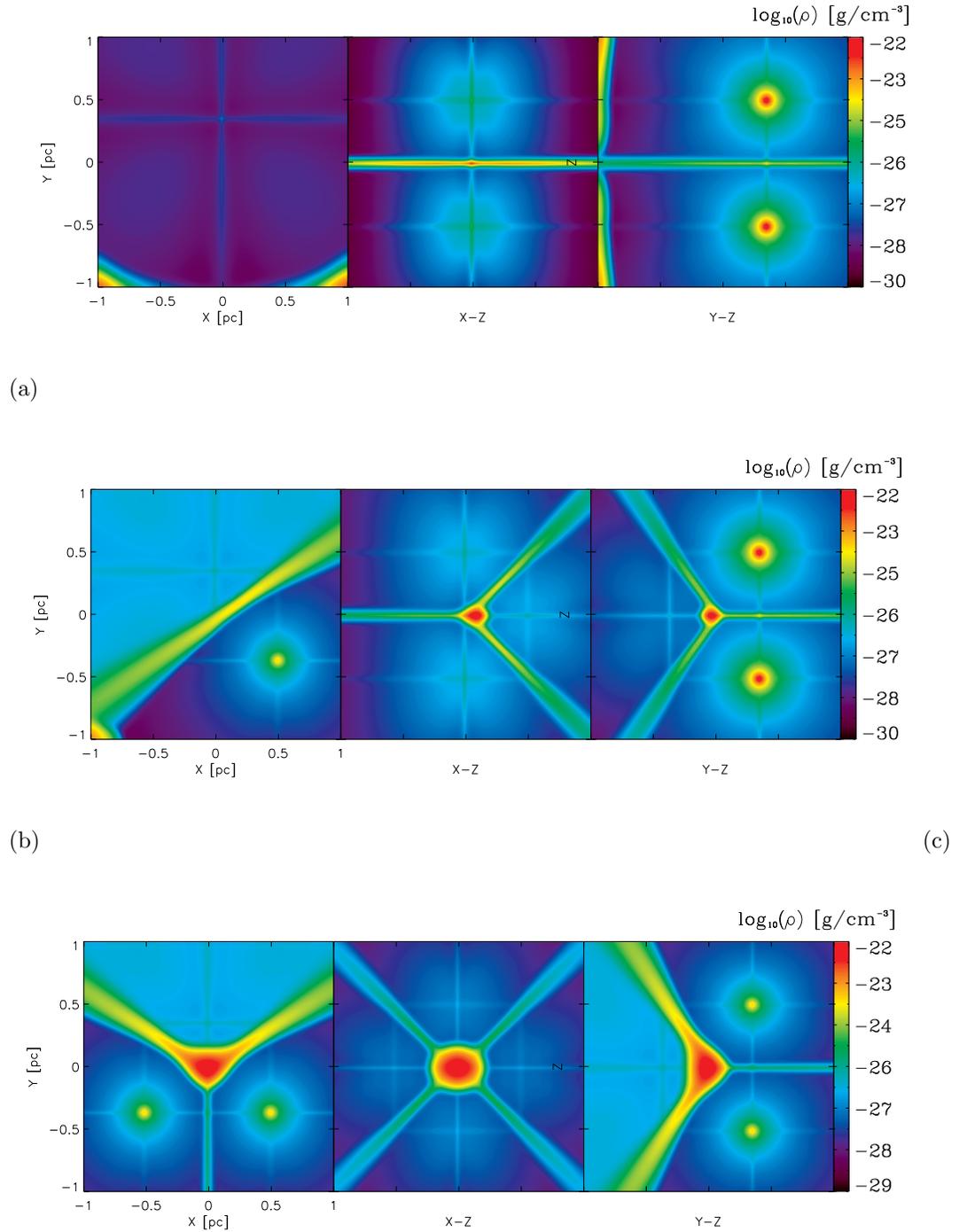


Figura 5.2: Visualización de tres cortes al cubo de datos de la densidad de cada uno de los tres modelos tipo *a* (sus especificaciones están en la Tabla 5.1) al tiempo $t \sim 21$ mil años. Todos los cortes pasan por el centro del cubo de datos, de izquierda a derecha: planos X-Y, X-Z, Y-Z.

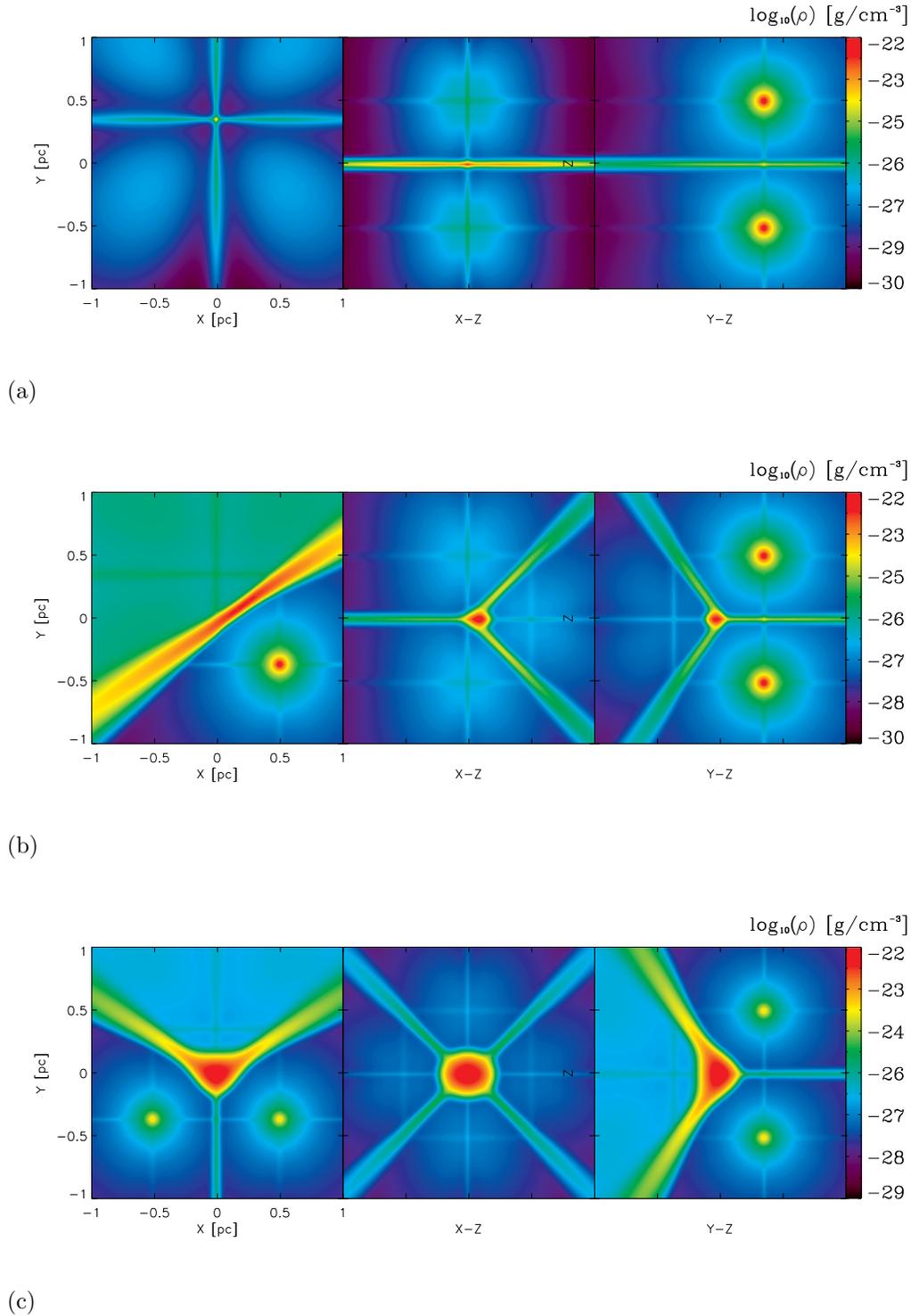


Figura 5.3: Visualización de tres cortes al cubo de datos de la densidad de cada uno de los tres modelos tipo *a* (sus especificaciones están en la Tabla 5.1) al tiempo $t \sim 35$ mil años. Todos los cortes pasan por el centro del cubo de datos, de izquierda a derecha: planos X-Y, X-Z, Y-Z.

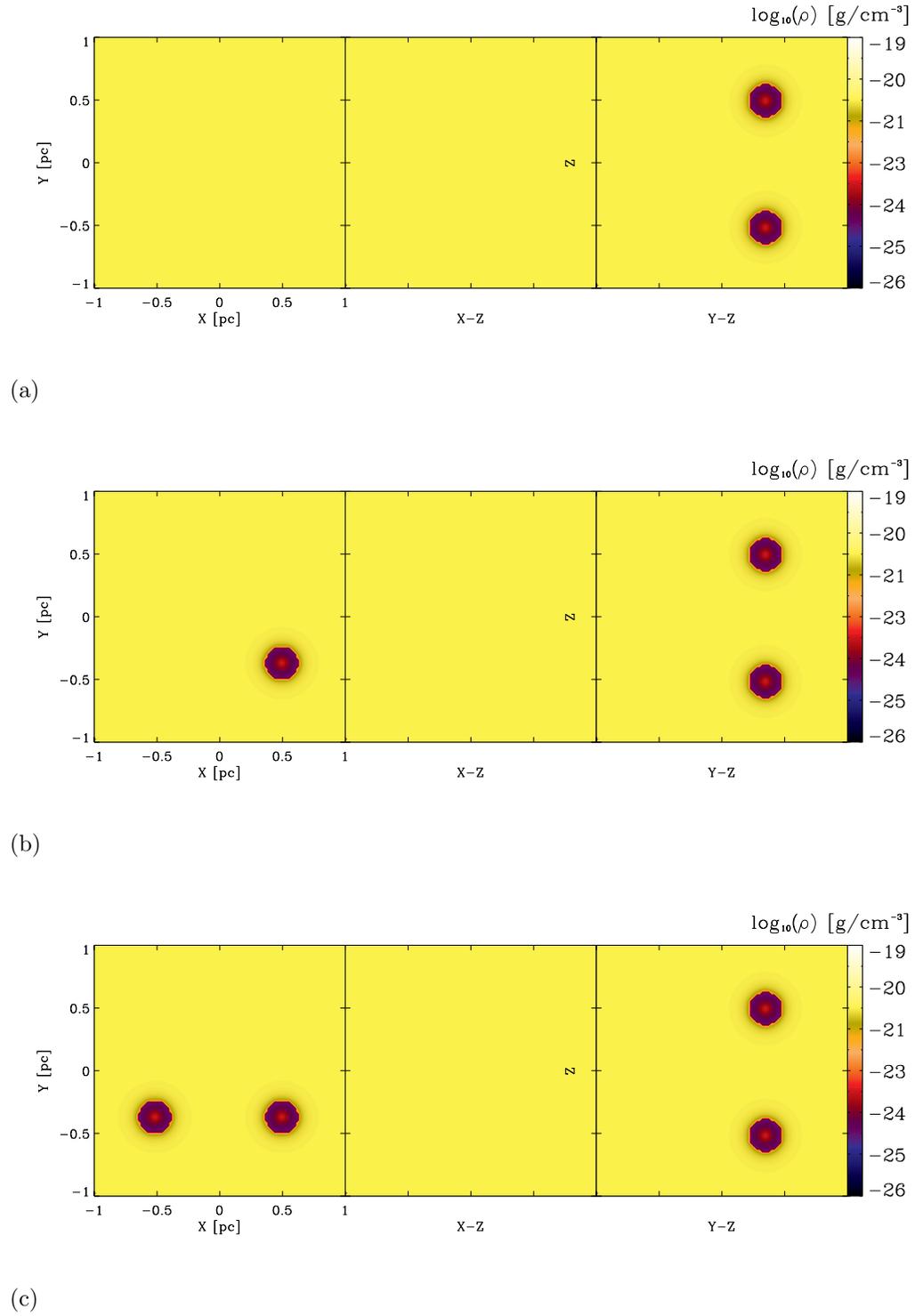


Figura 5.4: Visualización de tres cortes al cubo de datos de la densidad de cada uno de los tres modelos tipo *b* (sus especificaciones están en la Tabla 5.1) al tiempo $t \sim 7$ mil años. Todos los cortes pasan por el centro del cubo de datos, de izquierda a derecha: planos X-Y, X-Z, Y-Z.

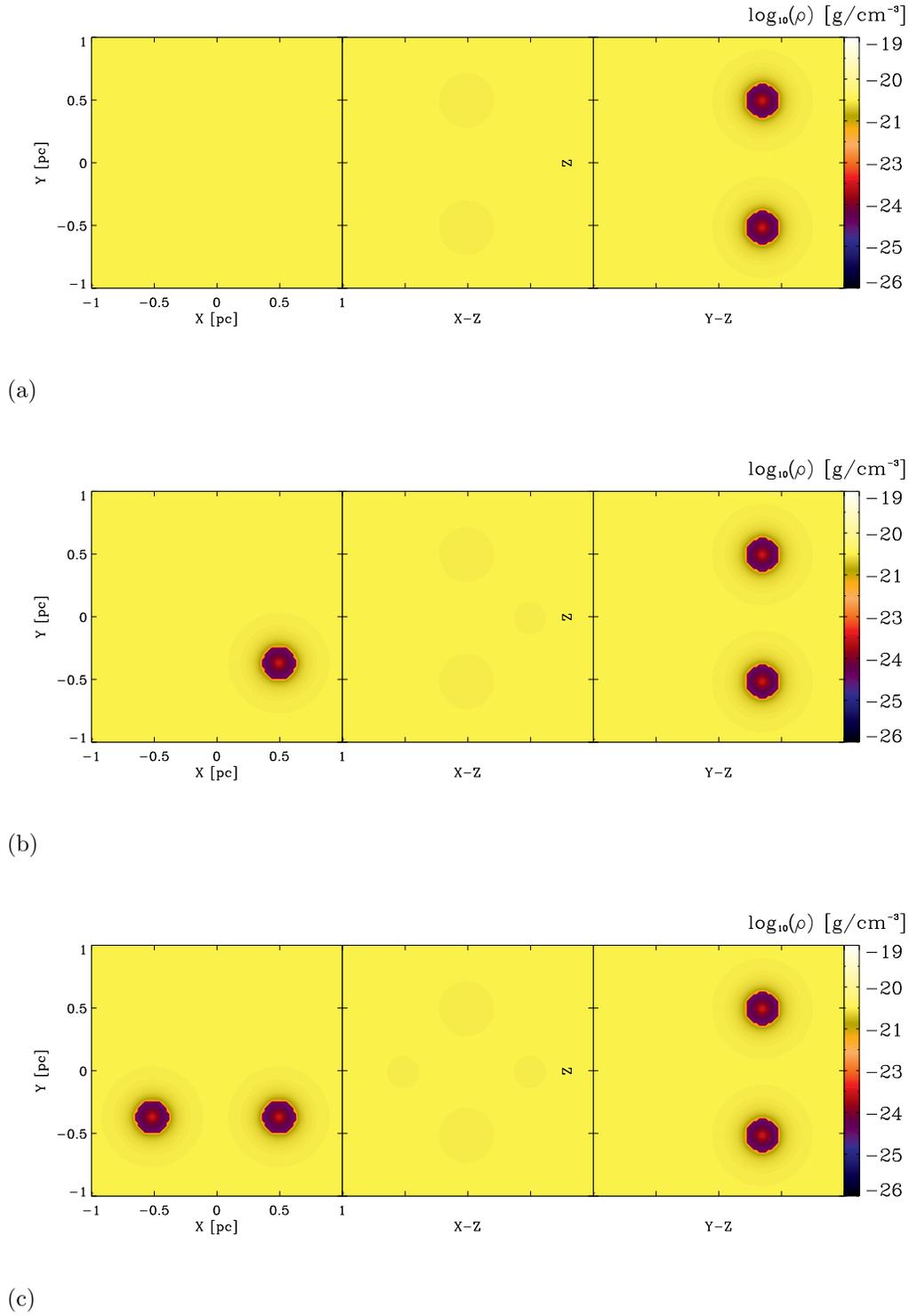


Figura 5.5: Visualización de tres cortes al cubo de datos de la densidad de cada uno de los tres modelos tipo *b* (sus especificaciones están en la Tabla 5.1) al tiempo $t \sim 21$ mil años. Todos los cortes pasan por el centro del cubo de datos, de izquierda a derecha: planos X-Y, X-Z, Y-Z.

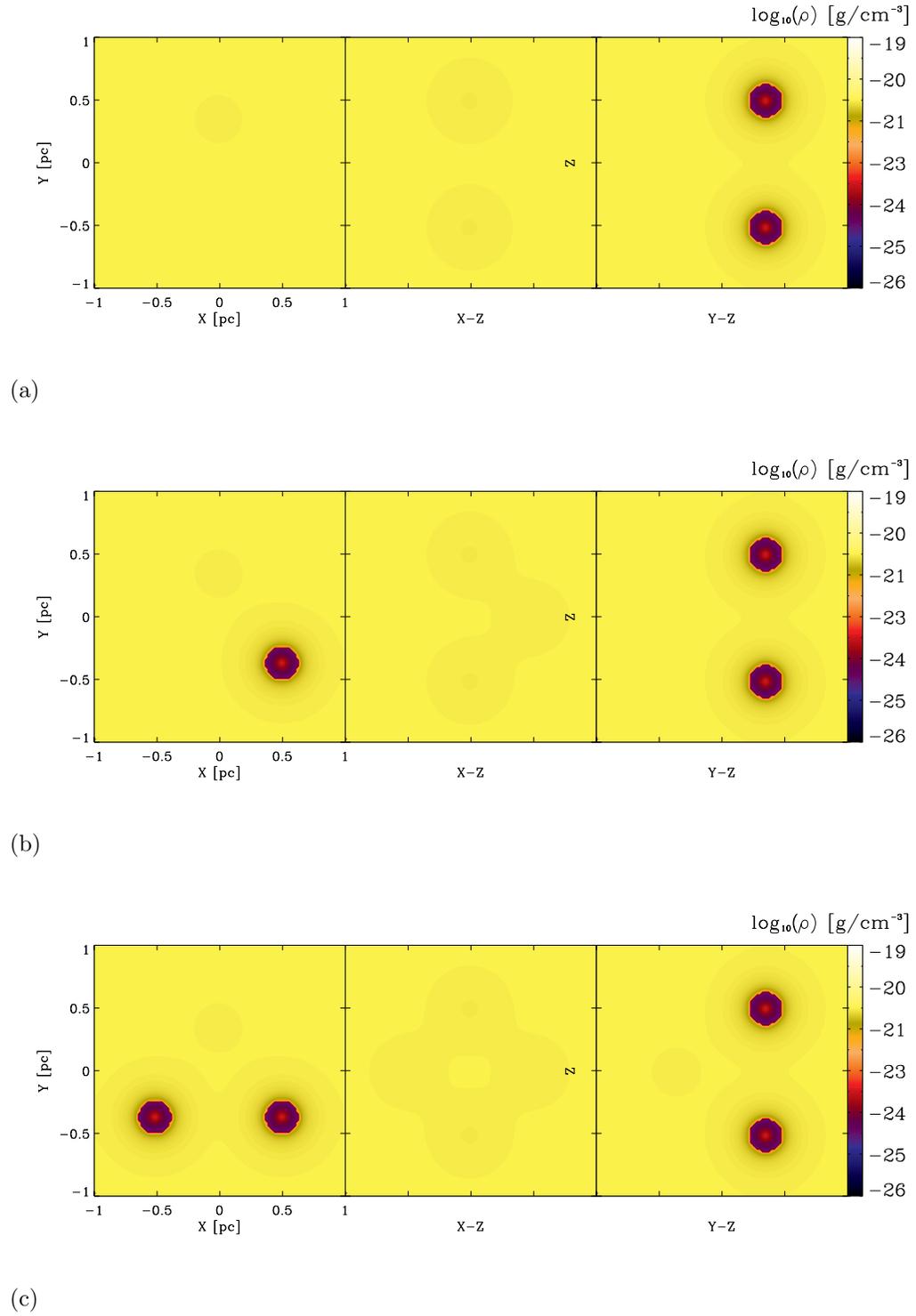
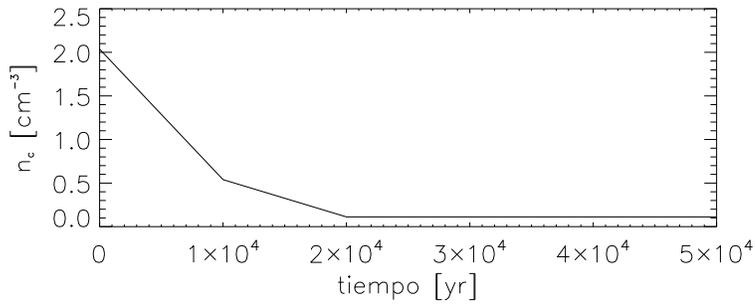
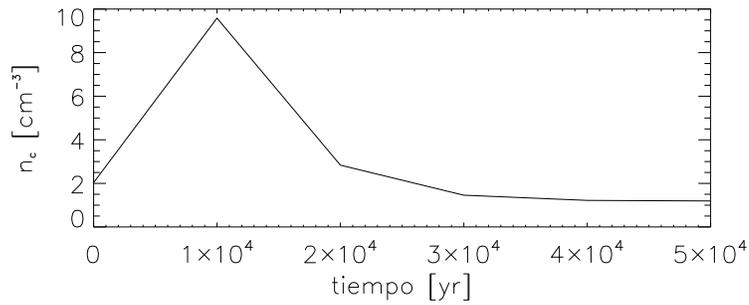


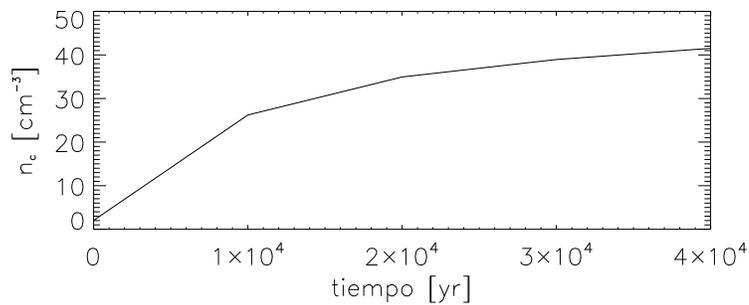
Figura 5.6: Visualización de tres cortes al cubo de datos de la densidad de cada uno de los tres modelos tipo *b* (sus especificaciones están en la Tabla 5.1) al tiempo $t \sim 35$ mil años. Todos los cortes pasan por el centro del cubo de datos, de izquierda a derecha: planos X-Y, X-Z, Y-Z.



(a)

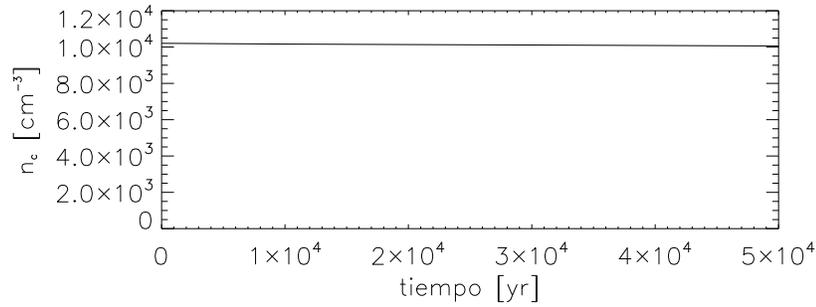


(b)

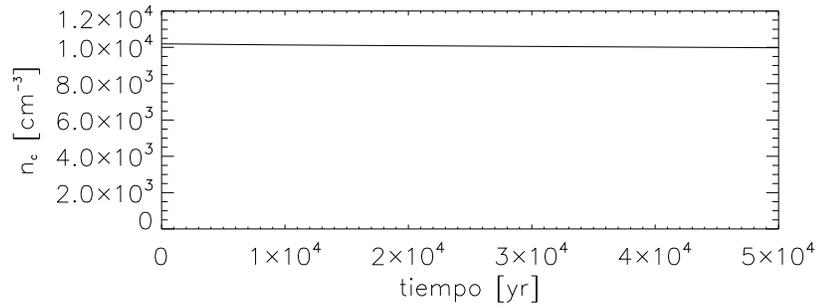


(c)

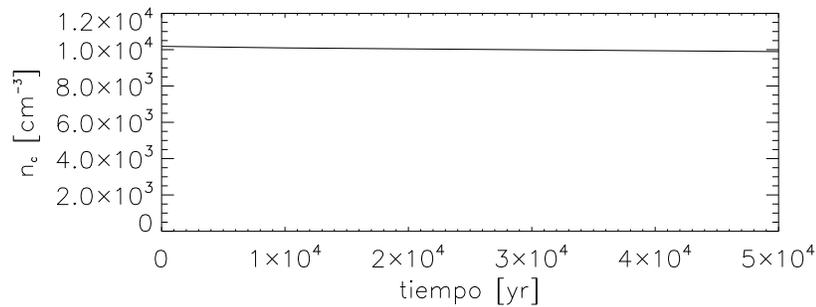
Figura 5.7: Gráficas de la densidad de partículas en el centro de la distribución de estrellas (n_c) de los modelos tipo a, contra el tiempo de evolución. De arriba a abajo: gráfica del modelo $M1_a$, $M2_a$ y $M3_a$, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.8: Gráficas de la densidad de partículas en el centro de la distribución de estrellas (n_C) de los modelos tipo b, contra el tiempo de evolución. De arriba a abajo: gráfica del modelo $M1_b$, $M2_b$ y $M3_b$, respectivamente.

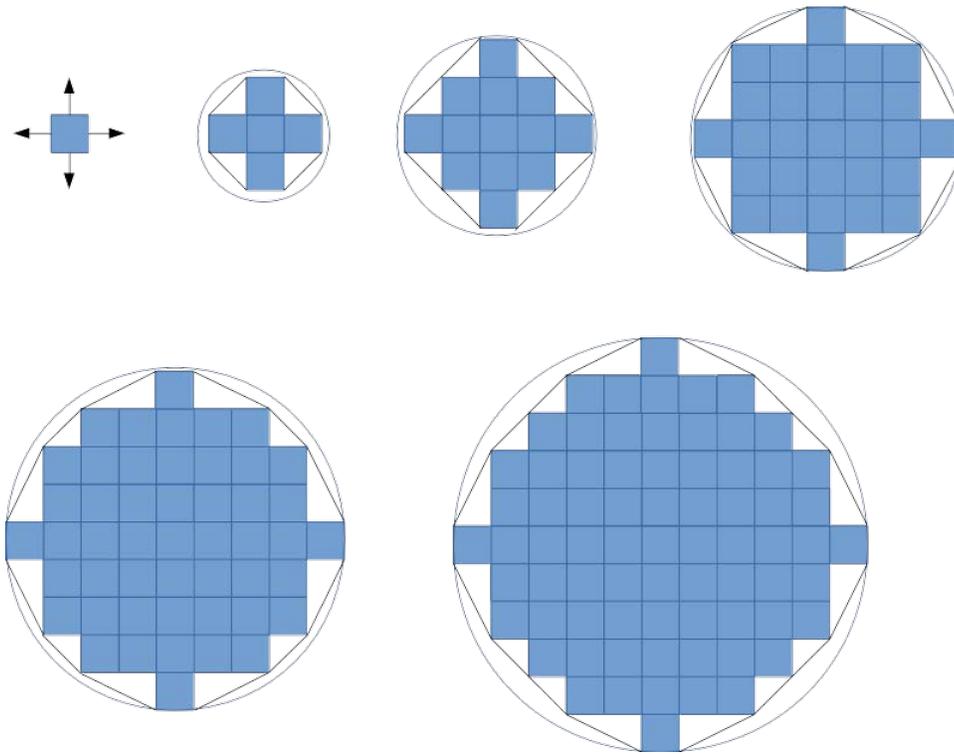


Figura 5.9: Se muestran la disposición de los pixeles de un corte central de la habitación de una estrella en la malla computacional. De izquierda a derecha, y de arriba a abajo, se muestran: (1) las cuatro únicas direcciones de inyección de viento que permite una estrella definida en un pixel, (2) una estrella de dos pixeles de radio con los vertices unidos mediante segmentos de recta, que son perpendiculares a las diferentes direcciones de su viento resultante; las siguientes cuatro figuras muestran esto mismo, pero para estrellas de tres, cuatro, cinco y seis pixeles, respectivamente. Se puede notar que conforme más pixeles, la fuente del viento se asemeja más a una esfera.

Capítulo 6

Conclusiones

Hemos presentado nuestro primer paso en la búsqueda de un mecanismo que explique la formación de filamentos en regiones de formación estelar, con recursos de astronomía observacional, teórica y numérica referidos al objeto Serpens Main.

Para cumplir este objetivo realizamos un código de computo paralelo en lenguaje FORTRAN-MPI, que resuelve numéricamente las ecuaciones de Euler en tres dimensiones mediante el método HLL A PRIMER ORDEN. A dicho código le llamamos NUTSE-3D.

NUTSE-3D resuelve las ecuaciones de Euler sin fuentes/sumideros, excepto en la ecuación de la energía, a la que agregamos el término propio del enfriamiento radiativo causado por los procesos atómicos de desexcitación colisional, recombinación electrónica y proceso libre-libre en un gas con 90% Hidrógeno y 10% Helio ionizados.

Para probar el código hidrodinámico, se modeló un flujo de gas supersónico unidimensional -como *en* una localidad del viento radial de una estrella- para comparar el comportamiento de la densidad, velocidad y presión del gas observado en nuestros datos, con la estructura esperada, compuesta por una onda de rarefacción, discontinuidad de contacto y choque.

Una vez que probamos el código, para saber cuál es el número mínimo de estrellas masivas necesarias para formar los filamentos que se observan en el gas interestelar de cúmulos jóvenes masivos, modelamos un cubo de

gas en cuyo interior hay dos, tres o cuatro estrellas que tienen la misma distancia entre sí, y que corresponde a la distancia media entre las estrellas identificadas en Serpens Main. Es preciso mencionar que procedimos de esta forma basados en la experiencia previa de Rodríguez-González et. al. (2008), quienes modelaron un cúmulo de 75 estrellas masivas cuyos vientos, si bien forman una estructura filamentaria tipo enjambre (ver figura 6.1), al cabo de $1,1 \times 10^5$ años termina por expulsar el material de este hacia el exterior, dando lugar a un viento colectivo, de el cúmulo como fuente. Con esto en mente, ahora pensando en un escenario local, decidimos hacer modelos de formación de filamentos con el menor número de estrellas.

Se hicieron dos tipos de modelos, *a* y *b*, tres de cada uno (para 2, 3 y 4 estrellas), que difieren en las propiedades del gas interestelar y de los vientos inyectados por las estrellas. Un tipo de modelo fue con estrellas masivas que ya han despejado la nube de gas denso que les vio nacer (estrellas tipo O)-modelos tipo *a*; y el otro, con estrellas tipo Herbig Ae/Be, que son masivas, y tan jóvenes, que sus vientos aún no despejan la nube; tipo *b*. Pero, los modelos tipo *b* no funcionaron como se esperaba debido a que su condición numérica imposibilitó que los vientos causaran choques fuertes en el medio interestelar, y con ello, que aumentara la masa por unidad de volumen para acelerar el posible colapso gravitacional necesario para dar lugar a la formación de nuevas estrellas.

Con respecto a los modelos tipo *a*, el único de ellos que conserva una estructura filamentaria en la región de interacción de los vientos, es el de cuatro estrellas: $M3_a$. Esto se debe a que, de ellos, es el único que posee una distribución tridimensional de estrellas, que le permite a los vientos interactuar de tal forma que una parte de sí converge a un espacio, si no cerrado, con una barrera muy fuerte a la salida de gas. Pero a pesar de esto, aún en su etapa más desarrollada, al tiempo de ~ 35 mil años, posee una masa total M que es un orden de magnitud menor a la masa necesaria para colapsar M_J (ver Tabla 5.4). Y por otro lado, su escala de tiempo de colapso (ver Tabla 5.5) es próxima a los diez millones de años, que es la vida máxima de un cúmulo estelar joven masivo. Por estas dos razones, a diferencia de los modelos tipo *b*, descartamos a regiones con las propiedades del modelo $M3_a$, y no se diga de $M2_a$ y $M1_a$, como coadyuvantes de la formación estelar.

Cabe mencionar que las estrellas de los modelos tipo *b*, por encontrarse

despejando la nube densa que les vio nacer, sus fotones podrían no haber salido, y así sus efectos en el medio que les rodea se deben solo a sus vientos, es decir, son meramente mecánicos, y por tanto, en el campo en el que NUTSE-3D es útil.

Para dar continuidad a este trabajo, será necesario identificar una resolución numérica tal que los modelos tipo *b* permitan choques de alta intensidad. Una vez identificada esta condición necesaria y hagamos los modelos correspondientes, nuestro siguiente paso será añadir a nuestro código la autogravedad del gas y la gravedad de las estrellas para hacer modelos con el fin de evaluar cuán significativos son para aumentar la estabilidad de los filamentos.

Creemos que estos filamentos son la razón de la importante formación de estrellas masivas dentro de un cúmulo, porque las protoestrellas que empiezan a formarse adentro de ellos son protegidas del calentamiento debido a los fotones de las estrellas preexistentes. Quizá esta es la explicación de que existan cúmulos tan masivos en cuanto que hay un mecanismo aún no identificado que posibilita la formación de nuevas estrellas.

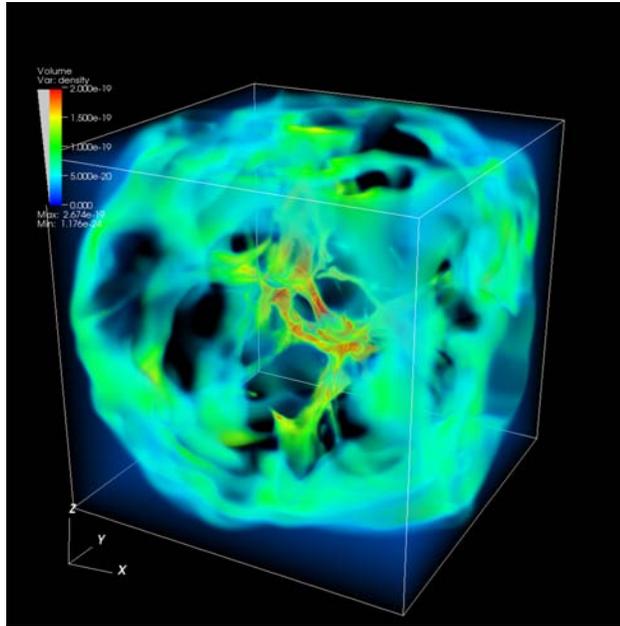


Figura 6.1: Imagen del modelo presentado en el artículo "The formation of filamentary structures in radiative cluster winds", de A. Rodríguez-González et. al., en donde se tiene una distribución espacial de 75 estrellas masivas, cuyos vientos forman una estructura filamentaria que terminará por deshacerse después de $\sim 10^5$ años. Los valores máximos observados a $t = 1,9 \times 10^5$ años, son: densidad de masa $\rho = 1,8 \times 10^{-19} \text{ Kg cm}^{-3}$ y densidad numérica $n_0 = 1,79 \times 10^5$. Los vientos estelares fueron de velocidad $v_w = 300 \text{ km s}^{-1}$ y temperatura $T_* = 10^5 \text{ K}$. Las propiedades iniciales del medio interestelar: $n = 10^4 \text{ cm}^{-3}$ y $T = 1000 \text{ K}$. La caja de simulación es de $(1 \text{ pc})^3$, distribuida en una malla adaptativa de $(512 \text{ px})^3$, realizado con el código Yguazú (Raga et al. 2000, 2002).

I

Apéndice A

Condiciones de salto

A.1. Condiciones de salto para un gas perfecto

La ecuación de estado de un gas perfecto es:

$$P = R\rho T,$$

donde R es la constante universal de los gases, ρ es la densidad, T es la temperatura.

Sabiendo que γ es el coeficiente de calores específicos:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V},$$

donde C_P es el calor específico a presión constante, y C_V a volumen constante.

La energía interna del gas es ϵ , la entalpía es H , y la velocidad del sonido es c_s . Estas variables se definen como (Landau 1959):

$$\epsilon = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} \tag{A.1}$$

$$H = \epsilon + \frac{P}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P}{\rho} \tag{A.2}$$

$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} \quad (\text{A.3})$$

Sustituyendo la ecuación A.1, A.2 y A.3 en la ecuación de conservación de energía (2.19) y simplificando, obtenemos la **ecuación de salto en densidad**:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{(\gamma - 1) + (\gamma + 1)\zeta}{(\gamma + 1) + (\gamma - 1)\zeta}, \quad (\text{A.4})$$

donde ζ es la **intensidad de choque**,

$$\zeta \equiv \frac{P_2}{P_1}. \quad (\text{A.5})$$

La **ecuación de salto en temperatura** es

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} = \zeta \frac{(\gamma + 1) + (\gamma - 1)\zeta}{(\gamma - 1) + (\gamma + 1)\zeta}. \quad (\text{A.6})$$

A.2. Condiciones de salto en función del número de Mach

Densidad:

La ecuación de salto en densidad es (ecuación A.4)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma - 1) + (\gamma + 1)\zeta}{(\gamma + 1) + (\gamma - 1)\zeta} = \frac{u_1}{u_2}.$$

La ecuación para la velocidad en función de la intensidad del choque es:

$$u_1 = c_{s1} \sqrt{\frac{(\gamma - 1) + ((\gamma + 1)\zeta)}{2\gamma}}. \quad (\text{A.7})$$

El número de Mach M_{ch} , es las veces que la velocidad es mayor que la velocidad del sonido:

$$M_{ch} = \frac{u_1}{c_{s1}}.$$

De la ecuación A.7 se obtiene que el ζ en función del número de Mach es:

$$\zeta = \frac{2\gamma M_{ch}^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}, \quad (\text{A.8})$$

A.2. CONDICIONES DE SALTO EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE MACH⁷⁵

sustituyendo ζ en A.4 obtenemos **el salto de densidad en función del número de Mach:**

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_{ch}^2}{2 + (\gamma - 1)M_{ch}^2} \quad (\text{A.9})$$

Temperatura:

El salto de temperatura está dado por (ecuación A.6):

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(\gamma + 1) + (\gamma - 1)\zeta}{(\gamma - 1) + (\gamma + 1)\zeta}. \quad (\text{A.10})$$

Sustituyendo el valor del salto en densidad (ec. A.4):

$$\frac{T_2}{T_1} = \zeta \frac{\rho_1}{\rho_2},$$

utilizando el salto de densidad en función del número de Mach en la ecuación A.6 y simplificando obtenemos **el salto de temperatura en función del número de Mach:**

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{4\gamma M_{ch}^2 - 2\gamma(\gamma - 1)M_{ch}^4 - (\gamma - 1)^2 M_{ch}^2 - 2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2 M_{ch}^2}. \quad (\text{A.11})$$

$i \gg j$

Apéndice B

Ecuación de Burger

Consideremos las Ecuaciones de Euler, en una dimensión y sin fuentes/sumideros. Bajo estas condiciones, las ecuaciones de conservación de masa, de momento y de energía, respectivamente, son

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0, \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2) + \frac{P}{x} = 0 \quad (\text{B.2})$$

y

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[v(E + P)] = 0. \quad (\text{B.3})$$

Para un fluido diluido se tiene que $P \approx 0$, por lo que la ecuación B.2 se simplifica en

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2) &= 0 \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v^2}{\partial x} + v^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Por otro lado, al despejar y multiplicar por v a la ecuación B.1, se obtiene

$$v \frac{\partial \rho}{\partial t} = -v \frac{\partial \rho v^2}{\partial x},$$

y al aplicar la regla de la cadena al miembro derecho, se obtiene

$$v \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho v \frac{\partial v}{\partial x} - v^2 \frac{\partial \rho}{\partial x}. \quad (\text{B.5})$$

Al sustituir B.5 en el segundo termino de B.4,

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} - \rho v \frac{\partial v}{\partial x} - v^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v^2}{\partial x} + v^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0,$$

se eliminan entre si los terminos $\pm v^2(\partial\rho/\partial x)$,

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} - \rho v \frac{\partial v}{\partial x} + \rho \frac{\partial v^2}{\partial x} = 0,$$

y al aplicar la regla de la cadena a $\rho(\partial v^2/\partial x)$,

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} - \rho v \frac{\partial v}{\partial x} + 2\rho v \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

es decir,

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (\text{B.6})$$

Por último, al multiplicar por $(1/\rho)$ a la ec. B.6, se obtiene la Ecuación de Burger,

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (\text{B.7})$$

Se dice que la ecuación de Burger es la forma fundamental de las ecuaciones de Euler debido a que, así como fue obtenida a partir de las ecuaciones de conservación de masa y de momento, también puede obtenerse con el uso de las ecuaciones de conservación de energía restringidas al caso de un gas diluido: cuando $P \approx 0$, la energía del gas es simplemente la energía cinética, que por unidad de volumen es $E = \frac{\rho v^2}{2}$. Contemplando esto en la ecuación de conservación de energía (B.3), se tiene que

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[v(E)] &\approx 0, \\ \frac{\partial \frac{1}{2}\rho v^2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[v(\frac{1}{2}\rho v^2)] &\approx 0, \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \rho v^2}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \rho v^3 &\approx 0, \end{aligned}$$

esto es,

$$\frac{\partial \rho v^2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \rho v^3 \approx 0. \quad (\text{B.8})$$

Al ejecutar la derivada en cada uno de los dos términos de B.8, se tiene que

$$\rho \frac{\partial v^2}{\partial t} + v^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v^3}{\partial x} + v^3 \frac{\partial \rho}{\partial x} \approx 0,$$

en donde, por la regla de la cadena, $(\partial v^3 / \partial x) = 3v^2(\partial v / \partial x)$ y así

$$\rho \frac{\partial v^2}{\partial t} + v^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} + 3\rho v^2 \frac{\partial v}{\partial x} + v^3 \frac{\partial \rho}{\partial x} \approx 0. \quad (\text{B.9})$$

Es conveniente distribuir el tercer término de B.9, para obtener

$$\rho \frac{\partial v^2}{\partial t} + v^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho v^2 \frac{\partial v}{\partial x} + 3\rho v^2 \frac{\partial v}{\partial x} + v^3 \frac{\partial \rho}{\partial x} \approx 0,$$

y agrupar esta ecuación en dos términos, de tal forma que

$$v^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \rho \frac{\partial v^2}{\partial t} + 2\rho v^2 \frac{\partial v}{\partial x} \approx 0,$$

esto es,

$$v^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} \right) + \rho \frac{\partial v^2}{\partial t} + 2\rho v^2 \frac{\partial v}{\partial x} \approx 0. \quad (\text{B.10})$$

Notar que en B.10, lo que está entre paréntesis es la ecuación B.1 y por tanto solo queda

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v^2}{\partial t} + 2\rho v^2 \frac{\partial v}{\partial x} &\approx 0. \\ \frac{\partial v^2}{\partial t} + 2v^2 \frac{\partial v}{\partial x} &\approx 0. \\ 2v \frac{\partial v}{\partial t} + 2v^2 \frac{\partial v}{\partial x} &\approx 0. \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} &\approx 0. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

B.11 es llamada la **Ecuación de Burger**.

Apéndice C

Código Nutse-3D

```
program nutse
  implicit none
  include 'mpif.h'
  ! esto es para hacer facil el cambio de precision sencilla a doble
#ifdef DOUBLEP
  integer, parameter :: mpi_real_kind=mpi_real8
#else
  integer, parameter :: mpi_real_kind=mpi_real4
#endif
  !
  integer :: rank, count, ierr,nproc
  integer :: src, dest,comm3d,err
  integer :: status(MPI_STATUS_SIZE)
  !
  integer, parameter :: ndim=3                !Dimensiones.
  integer, parameter :: mpicol=2, mpirow=2, mpiwidth=2    !Procs en x,y,z.311
  integer, dimension(0:ndim-1) :: dims, coords
  logical, dimension(0:ndim-1):: period
  logical, parameter :: reorder=.true.
  !
  integer, parameter :: nxtot=90, nytot=90, nztot=90
  real,parameter:: xphys=6.16E18, yphys=6.16E18, zphys=6.16E18, gam=5./3.
  integer:: l, i, j, k, nx, ny, nz
  real, dimension(:,:,:),allocatable :: u, prim
  real :: time, tprint, dt, dtprint, tmax, dx, dy, dz
  integer :: itprint
  !
  data period/.false.,.false.,.false./
  data dims/mpicol,mpirow,mpiwidth/
  call mpi_init( ierr ) !Inicializa mpi.
  call mpi_comm_rank( mpi_comm_world, rank , ierr) !Obtiene su ID.
  call mpi_comm_size( mpi_comm_world, nproc, ierr) !Obtiene el num total de procs.
  if(rank.eq.0) then
    print * , '*****'
    print '(a,i3,a)', ' * running with mpi with', nproc , ' processors *'
    print * , '*****'
  end if
  ! Crea arreglo de procesadores.
  call mpi_cart_create(mpi_comm_world, ndim, dims, period, reorder, comm3d, err)
  call mpi_comm_rank(comm3d, rank, err)                ! Actualiza su ID.
  call mpi_cart_coords(comm3d, rank, ndim, coords, err) ! Obtiene coordenadas.
  print '(a,i3,a,i4)', 'processor ', rank,' ready w/coords',coords(0),coords(1),coords(2)
  !
  dx=xphys/float(nxtot)
  dy=yphys/float(nytot)
  dz=zphys/float(nztot)
  !
  nx=nxtot/mpicol
  ny=nytot/mpirow
  nz=nztot/mpiwidth
  allocate(u(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1),prim(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1))
```



```

        write(12,'(90(E16.5))') (u(3,i,j,k)/u(1,i,j,k),i=1,nx)
    end do
end do
do j=1,ny
    do k=1,nz
        write(13,'(90(E16.5))') (u(4,i,j,k)/u(1,i,j,k),i=1,nx)
    end do
end do
do j=1,ny
    do k=1,nz
        write(14,'(90(E16.5))') (u(5,i,j,k)-(0.5*(u(2,i,j,k)**2+u(3,i,j,k)**2+u(4,i,j,k)**2)/u(1,i,j,k))*(gam-1),i=1,nx)
    end do
end do
! Cerrar archivos de salida.
close(10)
close(11)
close(12)
close(13)
close(14)
return
end subroutine output
!////////////////////////////////////
module estrellas
    save
    real, dimension(4)::xe,ye,ze,vwind,mdot,temp
    integer::ns
end module estrellas
!////////////////////////////////////
module enfriamiento
    save
    real, dimension(100002)::coolT,coolL
    integer::nd
end module enfriamiento
!////////////////////////////////////
! Integracion de t a t+dt con el metodo de mccormack.
subroutine tstep(u,nx,ny,nz,dx,dy,dz,dt,time,gam,prim,rank,coords,ndim,comm3d,mpicol,mpirow,mpiwidth,nxtot,nytot,nztot)
    use enfriamiento
    implicit none
    include 'mpif.h'
#ifdef DOUBLEP
    integer, parameter :: mpi_real_kind=mpi_real8
#else
    integer, parameter :: mpi_real_kind=mpi_real4
#endif
!
    integer :: count, ierr, request,err
    integer :: status(MPI_STATUS_SIZE)
! Cuantos elementos en cada frontera (suponiendo una sola celda fantasma).
    integer :: bxsiz, bysiz, bzsiz
!
    integer, intent(in) :: nx, ny, nz, rank, ndim, comm3d, mpicol, mpirow, mpiwidth,nxtot,nytot,nztot
    integer, intent(in) :: dimension(0:ndim-1) :: coords
    real, intent(in) :: dx, dy, dz, dt, time, gam
    real, intent(inout) , dimension(5, 0:nx+1,0:ny+1, 0:nz+1):: u, prim
    real, dimension(:,:,:),allocatable:: up, f, g, h,fh,gh,hh
!
    real, dimension(:,:,:),allocatable:: bxsendr , bxrecvl , bxsendl , bxrecvr
    real, dimension(:,:,:),allocatable:: bysendt , byrecvb , bysendb , byrecvt
    real, dimension(:,:,:),allocatable:: bzsendrw, bzrecvlw, bzsendlw, bzrecvrw
    real :: dtx,dty,dtz
    real, parameter :: eta=0.005,mu=0.61*1.6726E-24, kb=1.3806504E-16! Eta funge como viscosidad.
    integer :: l, i, j, k, ipi, imi, jpp, jmj, kpk, kmk
    integer :: left, right, bottom, top, leftw, rightw
! Variables para el enfriamiento.
    integer,parameter::cool=1 ! si cool=1 entonces el codigo hace cooling.
    real, dimension(0:nx+1,0:ny+1, 0:nz+1):: lambda, deltaE
!
    allocate(up(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1),f(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1),g(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1),h(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1))
    allocate(fh(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1),gh(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1),hh(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1))
    allocate(bxsendr(5,0:ny+1,0:nz+1), bxrecvl(5,0:ny+1,0:nz+1), bxsendl(5,0:ny+1,0:nz+1), bxrecvr(5,0:ny+1, 0:nz+1))
    allocate(bysendt(5,0:nx+1,0:nz+1), byrecvb(5,0:nx+1,0:nz+1), bysendb(5,0:nx+1,0:nz+1), byrecvt(5,0:nx+1, 0:nz+1))
    allocate(bzsendrw(5,0:nx+1,0:ny+1),bzrecvlw(5,0:nx+1,0:ny+1),bzsendlw(5,0:nx+1,0:ny+1),bzrecvrw(5,0:nx+1,0:ny+1))
    bxsiz=5*(ny+2)*(nz+2)
    bysiz=5*(nx+2)*(nz+2)
    bzsiz=5*(ny+2)*(nz+2)
    dtx=dt/dx
    dty=dt/dy

```

```

dtz=dt/dz
!
call primitivas(u,nx,ny,nz,prim,gam)
call efes      (prim,u,nx,ny,nz,f)
call ges       (prim,u,nx,ny,nz,g)
call aches     (prim,u,nx,ny,nz,h)
call hefes     (prim,u,nx,ny,nz,f,h,gam)
call hges      (prim,u,nx,ny,nz,g,h,gam)
call haches    (prim,u,nx,ny,nz,h,h,gam)
!
do l=1,5
  do k=1,nz
    kpk=k+1
    kmk=k-1
    do i=1,nx
      imi=i-1
      ipi=i+1
      do j=1,ny
        jmj=j-1
        jpj=j+1
        up(1,i,j,k)=u(1,i,j,k)-dtx*(fh(1,i,j,k)-fh(1,imi,j,k))-dty*(gh(1,i,j,k)-gh(1,i,jmj,k))-dtz*(hh(1,i,j,k)-hh(1,i,j,kmk))
        up(1,i,j,k)=up(1,i,j,k)+eta*(u(1,ipi,j,k)+u(1,imi,j,k)+u(1,i,jpj,k)+u(1,i,jmj,k)+u(1,i,j,kpk)+u(1,i,j,kmk)-6*u(1,i,j,k))
      end do
    end do
  end do
end do
if (cool.eq.1) then
  call interpolambda(prim,u,nx,ny,nz,lambda,kb,mu,gam)
  call cooling(u,prim,nx,ny,nz,lambda,deltaE,dt,kb,mu,gam)
!!$
!!$   !extra
!!$   do i=0,nx+1
!!$     do j=0,ny+1
!!$       do k=0,nz+1
!!$         print*,lambda(i,j,k), deltaE(i,j,k)
!!$       end do
!!$     end do
!!$   end do
!!$   up(5,.,.,)=up(5,.,.,)-deltaE(.,.,.)
!!$   up(5,.,.,)=deltaE(.,.,.)+0.5*(up(2,.,.,)**2+up(3,.,.,)**2+up(4,.,.,)**2)/up(1,.,.,)
end if
! Renombrar variables para facilitar transferencia de valores.
bxsendr(:, :, ) = up(:, nx, , 0:ny+1, 0:nz+1)
bxsendl(:, :, ) = up(:, 1, , 0:ny+1, 0:nz+1)
bysendt(:, :, ) = up(:, 0:nx+1, ny, , 0:nz+1)
bysendb(:, :, ) = up(:, 0:nx+1, 1, , 0:nz+1)
bzsendr(:, :, ) = up(:, 0:nx+1, 0:ny+1, nz, )
bzsendl(:, :, ) = up(:, 0:nx+1, 0:ny+1, 1, )
! Identificar procesadores y sus vecinos.
call mpi_cart_shift(comm3d, 0, 1, left, right, ierr)
call mpi_cart_shift(comm3d, 1, 1, bottom, top, ierr)
call mpi_cart_shift(comm3d, 2, 1, leftw, rightw, ierr)
! Se mandan y reciben los datos.
call mpi_sendrecv(bxsendr, bxsiz, mpi_real_kind, right, 0, bxrecvl, bxsiz, mpi_real_kind, left, 0, comm3d, status, err)
call mpi_sendrecv(bysendt, bysiz, mpi_real_kind, top, 0, byrecvb, bysiz, mpi_real_kind, bottom, 0, comm3d, status, err)
call mpi_sendrecv(bzsendr, bzsiz, mpi_real_kind, rightw, 0, bzrecvlw, bzsiz, mpi_real_kind, leftw, 0, comm3d, status, err)
!
call mpi_sendrecv(bxsendl, bxsiz, mpi_real_kind, left, 0, bxrcvr, bxsiz, mpi_real_kind, right, 0, comm3d, status, err)
call mpi_sendrecv(bysendb, bysiz, mpi_real_kind, bottom, 0, byrcvt, bysiz, mpi_real_kind, top, 0, comm3d, status, err)
call mpi_sendrecv(bzsendlw, bzsiz, mpi_real_kind, leftw, 0, bzrcvrw, bzsiz, mpi_real_kind, rightw, 0, comm3d, status, err)
! Se reacomodan.
if (left.ne.-1) up(:, 0, , 0:ny+1, 0:nz+1) = bxrecvl(:, :, )
if (right.ne.-1) up(:, nx+1, , 0:ny+1, 0:nz+1) = bxrcvr(:, :, )
if (bottom.ne.-1) up(:, 0:nx+1, 0, , 0:nz+1) = byrecvb(:, :, )
if (top.ne.-1) up(:, 0:nx+1, ny+1, , 0:nz+1) = byrcvt(:, :, )
if (leftw.ne.-1) up(:, 0:nx+1, 0:ny+1, 0, ) = bzrecvlw(:, :, )
if (rightw.ne.-1) up(:, 0:nx+1, 0:ny+1, nz+1, ) = bzrcvrw(:, :, )
!
if (coords(0).eq.0) up(:, 0, , 0:ny+1, 0:nz+1) = up(:, 1, , 0:ny+1, 0:nz+1)
if (coords(0).eq.mpicol-1) up(:, nx+1, , 0:ny+1, 0:nz+1) = up(:, nx, , 0:ny+1, 0:nz+1)
if (coords(1).eq.0) up(:, 0:nx+1, 0, , 0:nz+1) = up(:, 0:nx+1, 1, , 0:nz+1)
if (coords(1).eq.mpirow-1) up(:, 0:nx+1, ny+1, , 0:nz+1) = up(:, 0:nx+1, ny, , 0:nz+1)
if (coords(2).eq.0) up(:, 0:nx+1, 0:ny+1, 0, ) = up(:, 0:nx+1, 0:ny+1, 1, )
if (coords(2).eq.mpiwidth-1) up(:, 0:nx+1, 0:ny+1, nz+1, ) = up(:, 0:nx+1, 0:ny+1, nz, )
!
call uflow(up,nx,ny,nz,dx,dy,dz,gam,rank,coords,ndim,comm3d,nxtot,nytot,nztot,prim)
do l=1,5
  do i=0,nx+1

```



```

!
return
end subroutine uflow
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Funcion velocidad del sonido.
real function sound(prim,gam,i,j,k,nx,ny,nz)
  implicit none
  real, intent(in) :: gam
  integer, intent(in) :: i, j, k, nx, ny, nz
  real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(in) :: prim
  sound= sqrt( gam*prim(5,i,j,k) /prim(1,i,j,k) )
end function sound
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Subrutina para calucular las primitivas.
subroutine primitivas(u,nx,ny,nz,prim,gam)
  implicit none
  integer, intent(in)::nx, ny, nz
  integer :: i, j, k
  real, intent(in):: gam
  real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(inout) ::u
  real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(out) ::prim
  real:: sev, Ek
  sev=1./(gam-1.)
  do i=0,nx+1
    do j=0,ny+1
      do k=0,nz+1
        prim(1,i,j,k)=u(1,i,j,k)
        prim(2,i,j,k)=u(2,i,j,k)/u(1,i,j,k)
        prim(3,i,j,k)=u(3,i,j,k)/u(1,i,j,k)
        prim(4,i,j,k)=u(4,i,j,k)/u(1,i,j,k)
        call energiacinetica(i,j,k,prim,Ek,nx,ny,nz)
        prim(5,i,j,k)=(u(5,i,j,k)-Ek)/sev
      enddo
    enddo
  enddo
  return
end subroutine primitivas
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Subrutina para calucular la energia cinetica.
subroutine energiacinetica(i,j,k,prim,Ek,nx,ny,nz)
  implicit none
  integer, intent(in) ::i, j, k, nx, ny, nz
  real, intent(out) ::Ek
  real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(in) ::prim
  Ek=0.5*prim(1,i,j,k)*(prim(2,i,j,k)**2+prim(3,i,j,k)**2+prim(4,i,j,k)**2)
  return
end subroutine energiacinetica
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Subrutina para calcular las efes (flujos)
subroutine efes(prim,u,nx,ny,nz,f)
  implicit none
  integer, intent(in)::nx, ny, nz
  integer :: i, j, k
  real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(in) ::prim, u
  real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(out) ::f
  do k=0,nz+1
    do j=0,ny+1
      do i=0,nx+1
        f(1,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(2,i,j,k)
        f(2,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(2,i,j,k)**2 +prim(5,i,j,k)
        f(3,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(2,i,j,k)*prim(3,i,j,k)
        f(4,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(2,i,j,k)*prim(4,i,j,k)
        f(5,i,j,k)=prim(2,i,j,k)*(u(5,i,j,k)+prim(5,i,j,k) )
      enddo
    enddo
  enddo
  return
end subroutine efes
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Subrutina para calcular las ges (flujos en y).
subroutine ges(prim,u,nx,ny,nz,g)
  implicit none
  integer, intent(in) ::nx, ny, nz
  integer :: i, j, k
  real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(in) ::prim, u
  real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(out) ::g
  do k=0,nz+1

```

```

do j=0,ny+1
do i=0,nx+1
g(1,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(3,i,j,k)
g(2,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(3,i,j,k)*prim(2,i,j,k)
g(3,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(3,i,j,k)**2 +prim(5,i,j,k)
g(4,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(3,i,j,k)*prim(4,i,j,k)
g(5,i,j,k)=prim(3,i,j,k)*(u(5,i,j,k)+prim(5,i,j,k) )
enddo
enddo
end do
return
end subroutine ges
!//////////////////////////////////////
! Subrutina para calcular las aches (flujos en z).
subroutine aches(prim,u,nx,ny,nz,h)
implicit none
integer, intent(in) ::nx, ny, nz
integer :: i, j, k
real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(in) ::prim, u
real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(out) ::h
do k=0,nz+1
do j=0,ny+1
do i=0,nx+1
h(1,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(4,i,j,k)
h(2,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(4,i,j,k)*prim(2,i,j,k)
h(3,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(4,i,j,k)*prim(3,i,j,k)
h(4,i,j,k)=prim(1,i,j,k)*prim(4,i,j,k)**2+prim(5,i,j,k)
h(5,i,j,k)=prim(4,i,j,k)*(u(5,i,j,k)+prim(5,i,j,k) )
enddo
enddo
end do
return
end subroutine aches
!//////////////////////////////////////
! Subrutina para calcular las hefes (flujos f en x).
subroutine hefes(prim,u,nx,ny,nz,f,fh,gam)
implicit none
integer, intent(in)::nx, ny, nz
real, intent(in) :: gam
integer :: l,i,ipi,j,k
real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(in) ::prim, u, f
real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(out) ::fh
real::csl,csr,sl,sr,sound
do l=1,5
do i=0,nx
ipi=i+1
do j=0,ny
do k=0,nz
! Calcular funcion del sonido en celda izquierda (csl)
csl= sound(prim,gam,i,j,k,nx,ny,nz)
! Calcular funcion del sonido en celda derecha (csr)
csr= sound(prim,gam,ipi,j,k,nx,ny,nz)
! Discriminar minimo entre las velocidades de las celdas:
sl=min(prim(2,i,j,k)-csl, prim(2,ipi,j,k)-csr)
! Discriminar minimo entre las velocidades de las celdas:
sr=max(prim(2,i,j,k)+csl, prim(2,ipi,j,k)+csr)
! Ciclo if para discriminar el valor de fhll con base a sl y sr
if (sl.ge.0) then
fh(1,i,j,k)=f(1,i,j,k)
else if (sr.le.0) then
fh(1,i,j,k)=f(1,ipi,j,k)
else
fh(1,i,j,k)=( sr*f(1,i,j,k)-sl*f(1,ipi,j,k)+sl*sr*(u(1,ipi,j,k)-u(1,i,j,k)) )/(sr-sl)
end if
end do
end do
end do
return
end subroutine hefes
!//////////////////////////////////////
! Subrutina para calcular las hges (flujos h en y).
subroutine hges(prim,u,nx,ny,nz,g,gh,gam)
implicit none
integer, intent(in)::nx, ny, nz
real, intent(in) :: gam
integer :: l,i,j,jpj,k

```

```

real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(in) ::prim, u, g
real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(out) ::gh
real::csl,csr,sl,sr,sound
do l=1,5
  do i=0,nx
    do j=0,ny
      jpj=j+1
      do k=0,nz
        ! Calcular funcion del sonido en celda izquierda (csl)
        csl= sound(prim,gam,i,j,k,nx,ny,nz)
        ! Calcular funcion del sonido en celda derecha (csr)
        csr= sound(prim,gam,i,jpj,k,nx,ny,nz)
        ! Discriminar minimo entre las velocidades de las celdas:
        sl=min(prim(3,i,j,k)-csl, prim(3,i,jpj,k)-csr)
        ! Discriminar minimo entre las velocidades de las celdas:
        sr=max(prim(3,i,j,k)+csl, prim(3,i,jpj,k)+csr)
        ! Ciclo if para discriminar el valor de fhll con base a sl y sr
        if (sl.ge.0) then
          gh(l,i,j,k)=g(l,i,j,k)
        else if (sr.le.0) then
          gh(l,i,j,k)=g(l,i,jpj,k)
        else
          gh(l,i,j,k)=( sr*g(l,i,j,k)-sl*g(l,i,jpj,k)+sl*sr*(u(l,i,jpj,k)-u(l,i,j,k)) )/(sr-sl)
        end if
      end do
    end do
  end do
end do
return
end subroutine hges
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Subrutina para calcular las efes (flujos h en z).
subroutine haches(prim,u,nx,ny,nz,h,hh,gam)
  implicit none
  integer, intent(in)::nx, ny, nz
  real, intent(in) :: gam
  integer :: l,i,j,k,kpk
  real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(in) ::prim, u, h
  real, dimension(5,0:nx+1,0:ny+1,0:nz+1), intent(out) ::hh
  real::csl,csr,sl,sr,sound
  do l=1,5
    do i=0,nx
      do j=0,ny
        do k=0,nz
          kpk=k+1
          ! Calcular funcion del sonido en celda izquierda (csl)
          csl= sound(prim,gam,i,j,k,nx,ny,nz)
          ! Calcular funcion del sonido en celda derecha (csr)
          csr= sound(prim,gam,i,j,kpk,nx,ny,nz)
          ! Discriminar minimo entre las velocidades de las celdas:
          sl=min(prim(4,i,j,k)-csl, prim(4,i,j,kpk)-csr)
          ! Discriminar minimo entre las velocidades de las celdas:
          sr=max(prim(4,i,j,k)+csl, prim(4,i,j,kpk)+csr)
          ! Ciclo if para discriminar el valor de fhll con base a sl y sr
          if (sl.ge.0) then
            hh(l,i,j,k)=h(l,i,j,k)
          else if (sr.le.0) then
            hh(l,i,j,k)=h(l,i,j,kpk)
          else
            hh(l,i,j,k)=( sr*h(l,i,j,k)-sl*h(l,i,j,kpk)+sl*sr*(u(l,i,j,kpk)-u(l,i,j,k)) )/(sr-sl)
          end if
        end do
      end do
    end do
  end do
return
end subroutine haches
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Estrella
!!$2
!!$5.13E12 1.54E13 1.54E13 1.E8 6.3146E19 1.E6
!!$2.567E13 1.54E13 1.54E13 1.E8 6.3146E19

```

Bibliografía

- [1] Dere K. P., Landi E., Mason H. E., Monsignori-Fossi B. C. & Young P. R., 1997, *A&AS*, 125.
- [2] Fernández-López, M., Girart, J.M., Curiel, S., Zapata, L.A., Fonfría & J. P. Qiu, K., 2013, *ApJ*, 778.
- [3] Landau, L. & Lifshitz, E., 1959, "Fluid Mechanics", Ed. Oxford:Pergamon.
- [4] Landi E., Del Zanna G., Young P. R., Dere K. P., Mason H. E. & Landini M., 2006, *ApJS*, 162.
- [5] Melo, V. P., Muñoz-Tuñón, C., Maíz-Apellániz, J. & Tenorio-Tagle, G., 2005, *ApJ*, 632, 684.
- [6] Raga, A.C. & Cantó, J., 2012, "The physics of the interstellar medium", <http://www.nucleares.unam.mx/astroplasmas/images/stories/pdf/libromi.pdf>.
- [7] Raga, A. C., de Gouveia Dal Pino, E. M., Noriega-Crespo, A., Mininni, P. D. & Velázquez, P. F., 2002, *A&A*, 392, 267.
- [8] Raga, A. C., Navarro-González, R. & Villagrán-Muñiz, M. 2000, *RMxAA*, 36, 67.
- [9] Rodríguez-González, A., Esquivel, A., Raga, A.C. & Cantó, J., 2008, *ApJ*, 684, 1384.
- [10] Lizano, S. & Shu, F. H., 1988, *ApJ*, 342, 834.
- [11] Spitzer, L. Jr., 1978, "Physical Processes in the Interstellar Medium", Ed. A Wiley-Interscience.

- [12] Sod, G.A., 1978, JCP, 27,1.
- [13] Toro, E. F., 2009, “Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluids Dynamics”, Ed. Springer.
- [14] Walter, J. Maciel, 2005, “Hidrodinamica e Ventos estelares: uma introducion”, Ed. Universidade de Sao Paulo.

Índice de Tablas

5.1. Características de modelos	46
5.2. Tabla de los objetos identificados en Serpens Main. Fernández- López et al. (2013)	49
5.3. Densidades inicial y máxima de modelos	55
5.4. Masa de Jeans de modelos	56
5.5. Escala de tiempo de colapso de modelos	56

Índice de Figuras

1.1. Imagen de Serpens Main observada con el Very Large Array. Fernández-López et al. 2013)	4
2.1. Volumen de control.	9
2.2. Flujo de gas atravesando una superficie.	10
2.3. Onda de choque	14
2.4. Choque adiabático I	19
2.5. Choque adiabático II	20
2.6. Choque isotérmico	21
3.1. Celdas de la malla computacional	27
3.2. Problema de Riemann I	28
3.3. Problema de Riemann II	29
3.4. Problema de Riemann III	30
3.5. Malla computacional	32
3.6. Estrellas en la malla computacional	34
3.7. Gráficas de un tubo de choque	35
4.1. Función de enfriamiento (cooling)	38
5.1. Visualización del cubo de datos de la densidad I	57
5.2. Visualización del cubo de datos de la densidad I	58
5.3. Visualización del cubo de datos de la densidad I	59
5.4. Visualización del cubo de datos de la densidad II	60
5.5. Visualización del cubo de datos de la densidad II	61
5.6. Visualización del cubo de datos de la densidad II	62
5.7. Gráfica Densidad - Tiempo I	63
5.8. Gráfica Densidad - Tiempo II	64
5.9. Estrellas en la malla computacional	65

- 6.1. Estructura filamentaria de A. Rodríguez-González et. al. (2008) 70