

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

RECONSTRUCCIÓN ESPECTRAL EN TOMOGRAFÍA COMPUTADA MEDIANTE UN MÉTODO ITERATIVO

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN CIENCIAS FISICAS (FÍSICA MÉDICA)

> PRESENTA: TOMÁS BAUTISTA TORRES

TUTOR: DR. ARNULFO MARTÍNEZ DÁVALOS INSTITUTO DE FÍSICA MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR DRA. MERCEDES RODRÍGUEZ VILLAFUERTE INSTITUTO DE FISICA DR. HÉCTOR ALVA SÁNCHEZ INSTITUTO DE FÍSICA M. en C. MIGUEL RODRÍGUEZ PONCE INSTITUTO NACIONAL DE CANCEROLOGÍA

MÉXICO, D. F. Enero de 2016



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Quiero expresar mi sincero agradecimiento y admiración a quienes considero extraordinarios investigadores en el área de Física, por todo el apoyo que me han brindado; al Dr. Arnulfo Martínez Dávalos y la Dra. Mercedes Rodríguez Villafuerte.

Al Dr. Arnulfo Martínez Dávalos por transmitir su conocimiento con claridad, por guiarme acertadamente en la realización de este trabajo y sobre todo por ser un excelente ser humano.

A la Dra. Mercedes Rodríguez Villafuerte por brindar su conocimiento y confianza además de ser un excelente ser humano.

Al Dr. Héctor Alva Sánchez por compartir sus conocimientos y consejos.

A mis sinodales la Dra. Gabriela Murguía Romero, Dr. Oscar Genaro de Lucio Morales, M. en C. Sarahí Rosas González, M. en C. Flor Peregrina Herrera Martínez por sus acertadas correcciones a este trabajo.

Especialmente a Flor Peregrina Herrera Martínez por transmitir sus conocimientos y brindarme su confianza.

A Sarahí Rosas González por ser una gran amiga.

A el proyecto PAPIIT IN108615, DGAPA UNAM.

Muy agradecido con la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme la oportunidad de estudiar y prepararme académicamente.

Y como siempre a toda mi familia y a Dios porque me han ayudado a ser todo esto posible.

Índice

1 Tomografía computarizada	3
1.1 Introducción	8
1.1.1 Generaciones de tomógrafos	9
1.1.2 Principios básicos de la Tomografía Computarizada1	0
1.2 Tomografía Computarizada por haz de cono1	0
1.2.1 Modo de operación de la tomografía por haz de cono	0
1.2.2 Tomografía computarizada por haz de cono con kV y MV1	1
1.3 Reconstrucción de imágenes tomográficas1	2
1.3.1 Técnica algebraica	2
1.3.2 Técnica de Fourier1	2
1.3.3 Técnica de retroproyección y retroproyección filtrada.	2
1.3.4 Técnicas iterativas1	3
1.3.5 Reconstrucción de imágenes tomográficas por haz de cono	3
1.4 Unidades Hounsfield y artefactos	3
1.5 Detectores de estado sólido para la formación de imágenes14	4
1.5.1 Detectores de panel plano	4
1.6 Radioterapia guiada por imagen	5
1.6.1 Breve explicación de la planeación y tratamiento en radioterapia.	5
1.6.2 Radioterapia guiada por imagen empleando la tomografía por haz de cono1	6
1.6.3 Requisitos del sistema de imagenología para radioterapia1	6
1.7 Dosis en CBCT	7
1.8 Tubo de rayos X	8
1.8.1 Espectro de energía de fuentes de rayos X1	8
1.8.2 Filtros y colimador	9
1.9 Medición del espectro de rayos X	0
1.9.1 Simulación computacional 2	1
1.9.2 Medidas por espectroscopía para haces de rayos X 2	1
1.9.3 Medidas basadas en transmisión2	2

2 Materiales y métodos	25
2.1 Método EM (Esperanza Maximización)	25
2.1.1 Estimación espectral mediante el método iterativo EM	25
2.1.2 Convergencia del algoritmo EM y estabilidad de la matriz A _{ms}	27
2.2 Medidas de transmisión	28
2.3 Validación del algoritmo EM	29
2.3.1 Validación con datos sintéticos	29
2.3.2 Validación con datos de un sinograma.	30
2.4 Materiales y procedimiento experimental	31
2.4.1 Programación del algoritmo EM para estimación espectral	31
2.4.2 Materiales.	33
2.4.2.1 Maniquíes	34
2.4.2.2 Equipo Siemens Biograph mCT	35
2.4.2.3 Cámara de ionización y electrómetro.	36
2.4.2.4 Película Gafchromic CT	36
2.5 Procedimiento experimental.	37
2.5.1 Medición del ancho del haz de abanico	37
2.5.2 Colocación de la cámara de ionización.	38
2.5.3 Geometria experimental	38
2.5.4 Medidas de transmisión	39
2.5.5 Estabilidad de la cámara de ionización	40

3 Resultados y análisis	41
3.1 Cálculo del espectro de energía de un tubo de rayos X	41
3.2 Validación con datos sintéticos	42
3.3 Validación con datos experimentales	48
3.4 Aplicación del algoritmo EM para la estimación espectral con cámara de ionización	53
3.4.1 Colimación del haz	53
3.4.2 Aplicación de algoritmo EM a datos experimentales	53
3.4.3 Espectro de RX a 80 kV	54
3.4.4 Espectro de RX a 100 kV	58

3.4.5 Espectro de RX a 120 kV	60
3.4.6 Espectro de RX a 140 kV	
3.5 Propiedades físicas de los espectros de fotones	65

4 Conclusiones	.67
4.1 Simulación del espectro de energía de un tubo de rayos X	67
4.2 Validación del algoritmo de cálculo	67
4.3 Estimación de los espectros de RX con datos experimentales	68
4.5 Propiedades físicas de los espectros de fotones estimados.	69
Referencias	71

Prólogo

Las medidas basadas en transmisión son el método más práctico de estimación espectral para un tubo de rayos X, además de que puede implementarse en mediciones de rutina para tomógrafos de uso clínico con el propósito de garantía de calidad. La técnica Esperanza Maximización (Expectation Maximization, EM) proveé resultados satisfactorios en la determinación del espectro de energía de un tubo particular de rayos X [Duan 2011].

El espectro también es empleado en reconstrucciones de energía dual con haces polienergéticos, puede emplearse como información *a priori* para reducir la intensidad de artefactos, para obtener imágenes cuantitativas o con el propósito de realizar cálculos de dosimetría específica por tomografía computarizada, e incluso en tratamientos de radioterapia, ya que el método es general y puede aplicarse sin duda a rayos X de más alta energía, como las energías típicas de haces de radiación para radioterapia [Sidky 2005].

El objetivo de este trabajo es obtener distintos espectros de fotones del tubo de rayos X de un tomógrafo de uso clínico. Para ello se diseñaron dos maniquíes en forma de escalera con diferentes espesores, un maniquí de aluminio 6061 y otro de cobre electrolítico, de dimensiones y composición química conocida. Los maniquíes fueron elaborados en los talleres del Instituto de Física de la UNAM, y en colaboración con el Instituto Nacional de Neurología y Neurocirugía se utilizó el PET-CT Biograph mCT para la adquisición de las medidas de transmisión con cámara de ionización de un tubo de RX.

Existen trabajos de estimación espectral con el método EM en el que se caracteriza el filtro en forma de moño para conocer el espectro alrededor de todo el campo de vista del tomógrafo computacional [Boone 2010]. Para obtener las medidas de transmisión se debe usar el gantry en modo de servicio, esto es, en posición estacionaria [Duan 2011]. En otros métodos no se requiere del pleno conocimiento del filtro tipo moño pero se necesita tener acceso a los datos en bruto del fabricante [McMillan 2013].En este caso las medidas pueden realizarse sin la necesidad de tener el gantry en modo estacionario pero se requiere el uso de maniquíes especiales [Lin 2014].

A diferencia de los trabajos mencionados, en este, se presenta una forma innovadora con un mínimo de herramientas experimentales para la adquisición de datos de transmisión utilizando como detector una cámara de ionización de uso especial en CT por sus siglas en inglés (Computed Tomography) y la técnica de radiografía digital en un tomografo denominada topograma descrita en el procedimiento, esta forma de adquisición de datos no requiere tener acceso a los datos en bruto del fabricante ni saber la forma del filtro tipo moño o de su composición química.

Los datos de transmisión obtenidos con cámara de ionización en los diferentes espesores de cada uno de los maniquíes son incorporados en el algoritmo EM realizado en el lenguaje de programación Matlab[®], se añaden los espesores medidos en cada escalón, los coeficientes de atenuación másicos de los maniquíes y de absorción de energía en aire en el caso de que el detector sea cámara de ionización. El algoritmo previamente es validado con datos sintéticos y datos experimentales reportado por Lin y colaboradores, [Lin 2014].

Para empezar a iterar el algoritmo EM requiere una aproximación inicial con un espectro de fotones, la primera aproximación del espectro es relativamente fácil de calcular usando modelos semiempíricos, los cuales han demostrado proporcionar resultados satisfactorios para un rango amplio de energías de rayos X, se empleó el método semiempirico de Birch and Marshall, [Birch 1979].

Como parte de los resultados: El algoritmo EM ha demostrado ser flexible y robusto utilizando como detector cámara de ionización y la técnica de topogramas, el algoritmo toma ventaja de los modelos semiempriricos de Birch and Marshall desarrollados para fuentes de rayos X. Se han obtenido de manera aceptable los espectros de rayos X a 80, 100, 120 y 140 kV del tubo de RX dentro del Biograph mCT, los espectros estimados reproducen adecuadamente las medidas de transmisión experimentales.

La técnica de estimación espectral descrita en este trabajo podría estimar cualquier espectro de rayos X utilizados en radiología e incluso en haces de radiación para radioterapia, los espectros pueden emplearse con distintos propósitos siendo el principal la dosimetría especifica en C.T. convencional o haz de cono [Hioki 2014, Islam 2006], en radioterapia mediante métodos Montecarlo. Sin duda alguna esta técnica puede implementarse en cualquier tomógrafo de uso clínico que cuente con una cámara de ionización, maniquí de cobre y de aluminio.

Capítulo I Tomografía computarizada

1.1 Introducción

La tomografía computarizada C.T., (Computed Tomography), es una herramienta invaluable de diagnóstico médico, empleada en muchas aplicaciones. Esta fue la primera modalidad que produjo imágenes de corte tridimensionales que representan la anatomía del paciente con gran precisión. Desde que el primer tomógrafo de cabeza fue construido en 1972 por Godfrey Hounsfield de Inglaterra [Bushberg 1994], fig. 1.1, la tomografía computarizada ha sufrido grandes modificaciones tecnológicas y de calidad de imagen para uso clínico.

En sus orígenes se pensaba que la tomografía solo podría ser útil para estudios de cabeza debido al movimiento cardíaco y la respiración del sujeto. La tomografía es empleada actualmente como imagen de referencia en la planificación de radioterapia y como imagen de diagnóstico médico para múltiples aplicaciones como cáncer, trauma y lesiones óseas.



Fig. 1.1 Prototipo del primer tomógrafo construido en 1972 por Godfrey Hounsfield de Inglaterra, [Bushberg 1994].

A diferencia de las imágenes de rayos X en donde los tejidos se superponen para formar una imagen plana que impide evaluar la ubicación espacial tridimensional de los tejidos y dificulta caracterizarlos en función de su densidad, en la tomografía computarizada se obtienen varios cortes de un objeto tridimensional para reconstruir al objeto en 3D, evaluar el tono de gris en relación a la densidad electrónica de los tejidos y obtener un mejor contraste que una radiografía convencional.

1.1.1 Generaciones de tomógrafos.

La primera generación de tomógrafos se empleaba esencialmente en estudios de cabeza. Duraban entre 20 y 30minutos. La geometría de adquisición consistía en haces de rayos X tipo lápiz paralelos que se trasladaban para cubrir todo el campo de vista en sincronía con dos detectores que rotaban un grado para luego trasladarse nuevamente. Esta secuencia continuaba hasta cubrir los 180°.

En la segunda generación los tiempos de adquisición de la imagen se redujeron hasta 15 veces más debido al uso simultáneo de 30 detectores y un haz en forma de abanico de 10° en una secuencia de traslación-rotación. La secuencia de traslación-rotación se elimina por completo en la tercera generación de tomógrafos, pues el número de detectores se incrementó a 800, con un haz de abanico que cubre un amplio campo de vista, lo que hace más rápida la adquisición del estudio alcanzando un tiempo de barrido de 3 segundos por rotación.

Para eliminar los artefactos de anillo que presentaban comúnmente los tomógrafos de tercera generación para la cuarta generación los detectores permanecen fijos y el número llega a ser de 2000 detectores colocados en forma de anillo alrededor del paciente, lo que elimina este problema; para la adquisición de imágenes solo se rota la fuente de rayos X.

La quinta generación corresponde a un novedoso escáner para estudios cardiacos en el que tanto la fuente como los detectores son estacionarios. La fuente de rayos X no es la convencional y se ubica fuera del plano axial del paciente; los detectores forman un anillo alrededor del paciente alcanzando tiempos de barrido de 50 milisegundos.

Actualmente se emplea la tomografía helicoidal (6^ª generación) consiste en rotar el TRX (Tubo de rayos X) de manera continua al mismo tiempo que se irradia y se traslada al paciente para obtener múltiples cortes simultáneamente, fig. 1.2, reduciendo casi por completo los artefactos por movimiento.



1.1.2 Principios básicos de la Tomografía Computarizada.

Para la adquisición de una imagen de CT se requiere de múltiples proyecciones del objeto en estudio. Las proyecciones se obtienen a partir de la intensidad de radiación medida en un arreglo de detectores que atraviesa el haz sobre el objeto a diferentes ángulos de giro de la fuente, ver fig. 1.3a. Para la reconstrucción de la imagen final se emplean distintos métodos de reconstrucción: Técnicas algebraicas, técnicas de Fourier, técnica de retroproyección y técnicas iterativas.



Fig.(1.3)a .Proyecciones a distintos ángulos para formar una imagen CT. (b) Pixel y voxel de un corte en CT.

1.2 Tomografía Computarizada por haz de cono.

A diferencia de la tomografía convencional que emplea haces en forma de abanico y un desplazamiento helicoidal de la fuente y el detector, la tomografía computarizada por haz de cono permite obtener imágenes 3D de un objeto haciendo incidir un haz de radiación con geometría cónica sobre el área de interés produciendo múltiples rebanadas en una sola rotación del gantry.

Cho et al. [1995] demostraron la viabilidad de emplear tomografía por haz de cono para radioterapia, pero no ha sido si no hasta la última década que se le usa más comúnmente. Esta modalidad de tomografía computarizada logra disminuir el tiempo de adquisición de las imágenes.

1.2.1 Modo de operación de la tomografía por haz de cono.

La tomografía computarizada por haz de cono opera bajo los mismos principios físicos que la tomografía convencional excepto que la adquisición completa del cuerpo es adquirida mediante una sola rotación del detector y la fuente de kilovoltaje o megavoltaje, esto es posible mediante el uso de detectores bidimensionales (2D) en comparación con detectores unidimensionales (1D) empleados en CT [Hioki 2014, Islam 2006], ver fig. 1.4.

Una limitante de la CBTC (Cone Beam Tomography Computed) es el tamaño del detector, esta limitante puede ser compensada con algoritmos de reconstrucción adecuados como el algoritmo de Feldkamp truncado que permite incrementar el tamaño de las imágenes que se pueden reconstruir con la limitante dimensional del detector y movimientos particulares de la fuente y el detector [Cho 1995, Wang 1993].

Aunque esta modalidad de imagen por tomografía no esta libre de artefactos es apta para reconstruir imágenes CT volumétricas con delimitación clara de distintos tejidos (tejido suave, pulmón, hueso y aire) e inhomogeneidades sobre los cuales los contornos pueden ser extraídos y emplearse en software dedicado a la planeación en radioterapia.



Fig.1.4 Esquema de adquisición de una tomografía por haz de cono, el haz de radiación cubre todo el objeto mientras se rota por completo el tubo de rayos X en sincronía con el detector de panel plano [Jaffray,2002].

1.2.2 Tomografía computarizada por haz de cono con kV y MV.

El uso de CBCT también se ha propuesto para sistemas de radioterapia guiada por imagen empleando kilovoltaje o megavoltaje. Se ha demostrado la viabilidad de emplear CBCT con haces de kV y MV y detectores FPI (Flat Panel Imager) en radioterapia, la CBCT de kV ofrece un mejor contraste y cociente señal a ruido por unidad de dosis en tejido suave en comparación con MV-CBCT ya que este último contiene una eficiencia cuántica baja en la detección de radiación con FPI y un aumento considerable de la dispersión [Groh 2002].

Otra de las desventajas de MV-CBCT es el aumento de dosis en el paciente, pero puede proporcionar un medio valioso para corregir errores 3D además de que ofrece una simplicidad mecánica de integración con los aceleradores lineales [Morin 2006, Mosleh-Shirazi 1998].

1.3 Reconstrucción de imágenes tomográficas.

Para adquirir la imagen final mediante CT existen varios métodos de adquisición a partir de las proyecciones:

- Técnicas algebraicas
- Técnicas de Fourier
- Técnica de retroproyección y retroproyección filtrada
- Técnicas iterativas

1.3.1 Técnica algebraica

Consiste en plantear un sistema de ecuaciones lineales, resultado de las proyecciones para cada uno de los ángulos de la fuente. La solución al sistema de ecuaciones corresponde a los coeficientes lineales de atenuación de cada uno de los voxeles. El método algebraico no se emplea en la práctica para el ámbito clínico debido a la lentitud que conlleva la solución de un número muy grande de ecuaciones.

Las imágenes de CT contienen múltiples cortes para la reconstrucción 3D, el pixel corresponde a un segmento bidimensional del plano de algún corte, el voxel constituye la unidad de volumen que tiene asignado un tono de gris, ver fig. 1.3b.

1.3.2 Técnica de Fourier.

Emplea la transformada de Fourier de las proyecciones; mediante el teorema de corte central, [Bushberg 1994], se relacionan las transformadas de Fourier de las proyecciones con los coeficientes lineales de atenuación, se obtienen los coeficientes lineales de atenuación. El método se dificulta cuando las transformadas de Fourier de los coeficientes lineales de atenuación y la transformada de Fourier de las proyecciones pasan de coordenadas polares a coordenadas cartesianas.

1.3.3 Técnica de retroproyección y retroproyección filtrada.

Consiste en asignar a cada voxel el mismo número de tono de gris de una línea de proyección para un ángulo fijo. Las técnicas de retroproyección requieren formar sinogramas correspondientes a la transformada de Radon, sumar las retroproyecciones, aplicar la transformada de Fourier y. En la técnica de retroproyección filtrada se requiere aplicar un filtro tipo rampa en el espacio de Fourier para reducir el efecto de borrosidad que causa la función de respuesta a un punto. El sinograma consiste en un arreglo 2D de las medidas relacionadas con la transmisión a lo largo del campo de vista y el ángulo de exploración del haz de radiación [Bushberg 1994].

Al final de ambos métodos se aplica la transformada inversa de Fourier y se obtienen los coeficientes lineales de atenuación. A diferencia de la retroproyección, la retroproyección filtrada es el método más común de reconstrucción ya que tiene mejor contraste y mayor resolución espacial.

1.3.4 Técnicas iterativas.

Las proyecciones obtenidas son retroproyectadas a un ángulo determinado para obtener una imagen estimada. A continuación se restan las proyecciones de la imagen estimada con las proyecciones de la imagen real para el mismo ángulo, la diferencia entre las proyecciones de las imágenes se suma por igual a los voxeles de la imagen estimada. Este procedimiento se repite de igual manera para otros ángulos hasta que la diferencia entre las proyecciones de la imagen real y estimada converjan a cero [Bushberg 1994].

1.3.5 Reconstrucción de imágenes tomográficas por haz de cono.

El métodos de reconstrucción en tomografía por haz de cono se basa en el algoritmo de [Felkamp 1984], consideran un punto focal largo debido a que el tamaño de campo es reducido. La aproximación de Feldkamp realiza las correcciones de los puntos alejados del plano medio considerando orbitas hipotéticas. Para una óptima determinación de los coeficientes de atenuación es deseable usar algoritmos de reconstrucción más precisos que requieren movimientos en orbitas no planares compuestas de rotaciones y traslaciones del gantry [Cho 1995].

1.4 Unidades Hounsfield y artefactos.

La imagen final en CT es cuantificada mediantes las unidades Hounsfield (HU), que representan el valor promedio de los coeficientes lineales de atenuación de distintos tejidos contenidos en un voxel normalizados respecto al coeficiente lineal de atenuación del agua. El ancho de corte de una imagen CT esta discretizada en voxeles a los que se les asigna un tono de gris en función de las unidades hounsfield.

Los coeficientes lineales de atenuación dependen de la energía del haz. Para los intervalos de energía en que opera el detector del tomógrafo computacional (100-120kV) el fenómeno de interacción de la radiación con la materia que domina es el efecto Compton y la probabilidad de interacción depende de manera proporcional con la densidad del tejido.

$$HU = \frac{\mu_{tejido} - \mu_{agua}}{\mu_{agua}} x1000 \tag{1.1}$$

Ningún método de reconstrucción de imágenes esta libre de artefactos, los artefactos son anomalías o distorsiones en las imágenes que no representan la imagen correcta. Los artefactos pueden tener un origen físico debido a fallas en los detectores, endurecimiento del haz que corresponde a una mayor la absorción de fotones de baja energía en el material que los fotones de alta energía produciendo que el espectro elimine principalmente fotones de baja energía, o por el efecto parcial del volumen, en que distintos coeficientes de atenuación se promedian en un mismo voxel impidiendo la diferenciación de distintos tejidos. El movimiento del paciente crea artefactos tipo raya en dirección del movimiento, también pueden deberse por la introducción de objetos metálicos en el tomógrafo lo que origina líneas brillantes en la imagen que salen radialmente del objeto metálico. Los artefactos de anillo se deben al mal funcionamiento de algún detector o mala calibración de estos y el efecto aliasing a que la frecuencia de muestreo es menor a la frecuencia de líneas por unidad de longitud en la imagen real lo cual disminuye la resolución espacial de la imagen por mencionar algunos.

1.5 Detectores de estado sólido para la formación de imágenes.

Un detector de estado sólido se compone de un centellador acoplado a un fotodetector, que puede ser un fotomultiplicador o un semiconductor (fotodiodo), para detección indirecta de la radiación ionizante un ejemplo serían los arreglos CCDs (Charged Coupled Devices) a base de película de semiconductores de Silicio acoplados con fibras ópticas a centelladores.

Los centelladores son sensibles a los rayos X y mediante un fenómeno denominado luminiscencia emiten radiación visible proporcional a la energía depositada por la radiación, por lo que también suelen emplearse en espectroscopia.

El centellador es transparente a su propia luz, la cual se transmite hasta un fotodetector capaz de convertir la luz visible de algunos eV en una diferencia de potencial cuantificable. Debido a que el número atómico de los centelladores es elevado tienen una buena eficiencia cuántica, son muy luminosos y tienen el espectro de emisión de luz adecuado, aunque existen variaciones en tiempos de respuesta, resolución de energía y propiedades higroscópicas. Los centelladores de estado sólido varían en su composición química; tungstanato de cadmio, yoduro de sodio y cerámicos a base de gadolinio son los más comunes.

Los fotodetectores en CT son semiconductores con dimensiones del orden de milímetros, típicamente 1x1.5mm para arreglos múltiples de detectores acoplados a centelladores como el tungstanato de Cadmio (CdWO₄.). Los arreglos de semiconductores en una radiografía digital son de 0.1x0.2mm. El tono de gris de cada pixel en una imagen CT depende de la intensidad de radiación cuantificada en cada detector semiconductor y la resolución espacial de la imagen depende directamente de las dimensiones del detector.

1.5.1 Detectores de panel plano.

Los detectores de panel plano consisten en una matriz de pixeles; cada pixel esta hecho a base de silicio o selenio amorfo acoplados a una delgada capa de centellador en caso de detección indirecta y unidos a una película delgada de transistores.

Para tomografía por haz de cono pueden emplearse detectores basados en matrices de silicio hidrogenado amorfo, transistores de película delgada (TFTs) en combinación con cualquiera de los fotodiodos(a-Si: H) con recubrimiento de fósforo para la detección directa de los rayos X o una capa fotoconductora (a-Se, PbI2) que cubren un área de 30x40cm² y proporciona un alta resistencia a la radiación [Jaffray 1999].

1.6 Radioterapia guiada por imagen

La radioterapia moderna surge con la invención del klystron en 1937, desplazando a las máquinas de Co-60. Tanto el klystron como el magnetrón sirven para crear ondas electromagnéticas y propulsar de manera sincrónica haces de electrones con energías cinéticas del orden de MeV. El klystron da origen a los aceleradores lineales actuales, estos producen rayos X y electrones. El movimiento del gantry en un acelerador lineal es definido mediante un punto central denominado isocentro sobre el cual rota el gantry. Además del movimiento de traslación de la camilla, este conjunto de movimiento permite irradiar el isocentro con tres grados de libertad para proporcionar una mayor exactitud en el depósito de dosis, fig. 1.5.



Fig.1.5 El haz de radiación de 6MV-18MV converge en el isocentro para distintos ángulos del gantry y camilla, el colimador multihojas o de conos ayuda a entregar la dosis acumulada en el volumen blanco.

1.6.1 Breve explicación de la planeación y tratamiento en radioterapia.

Las imágenes CT y de resonancia magnética se cargan en un software especializado en simular la dosis depositada en el paciente, existen distintos tipos de algoritmos para simular el depósito de dosis, los cuales contienen los parámetros físicos implicados en la interacción de la radiación ionizante con la materia. Las imágenes CT son la base para la ubicación espacial del volumen blanco, PTV (Plannig Target Volume), en el cuarto de tratamiento y las correcciones del depósito de dosis por inhomogeneidades calculadas en el software se basan en las unidades Hounsfield de una imagen CT.

La planeación del tratamiento consiste en delimitar los órganos en riesgo y la zona a irradiar, PTV, haciendo uso de las imágenes CT o de resonancia magnética que ofrecen una mejor delimitación de los tejidos. Se aplica el protocolo de radiación de manera personalizada en cada paciente, por ejemplo; CRT (Conformal Radiation Therapy), IMRT (Intensity Modulated Radiation Therapy), VMAT (Volumetric Modulated Arc Teraphy) por mencionar algunos.

En el programa de planeación simula la geometría de los haces de radiación y sus energías a continuación se examinan los histogramas de dosis-volumen y la distribución de dosis para evaluar la dosis prescrita y la tolerancia de los órganos en riesgo. Posteriormente se coloca el paciente en el cuarto de tratamiento con las marcas de referencia para la localización espacial del PTV, finalmente se aplica el tratamiento acorde al protocolo asignado.

1.6.2 Radioterapia guiada por imagen empleando la tomografía por haz de cono

La tomografía computarizada con haz de cono provee información volumétrica detallada de la anatomía del paciente, fig. 1.6, para una alta precisión en la colocación del mismo y una mejor exactitud en la localización del tumor lo cual ofrece ventajas encaminadas a ofrecer una mayor exactitud y precisión en el depósito de dosis.

En radioterapia el depósito de dosis en la zona tumoral debe ser exacto y preciso lo que permite obtener un óptimo control tumoral y disminución de las complicaciones al tejido normal, los esfuerzos se han enfocado en la compensación del aumento de dosis y las complicaciones producidas en el tejido normal, la compensación se debe esencialmente a las incertidumbres geométricas durante el tratamiento como por ejemplo el movimiento del paciente y la respiración durante el tratamiento.

Investigadores han demostrado la importancia del aumento de dosis para el control tumoral, esto sería posible si las incertidumbres en la localización del volumen blanco, PTV, que van desde 5mm a los 10mm se redujesen a 3mm, este nivel de precisión solo puede ser logrado si el tratamiento es guiado por imágenes al mismo tiempo en que se realiza la radiación sobre la zona tumoral [Jaffray 2000].



Fig.1.6 Comparación de imágenes axiales de rata obtenidas a partir de CBCT (a), en comparación con imágenes convencionales de CT para una misma energía kVp y detectores de FPI (Flat Panel Imager)

1.6.3 Requisitos del sistema de imagenología para radioterapia.

Para que un sistema guiado por imagen pueda ser aplicado en radioterapia debe cumplir con los siguientes requisitos;

- Contraste suficiente para distinguir tejido suave
- Baja distorsión geométrica para la localización y distinción de contornos de órganos y tejidos
- Compatibilidad en el entorno de la máquina de tratamiento
- Campo de vista amplio de hasta aproximadamente 40cm de diámetro

- Tiempos de adquisición cortos
- Dosis insignificantes en comparación con las dosis de tratamiento

La tomografía por haz de cono opera bajo el mismo principio físico que la tomografía convencional y es considerado un fuerte candidato para cumplir los requisitos antes mencionados, sin embargo el uso cotidiano del CBCT (Cone Beam CT) incrementa el riesgo de cáncer secundario por lo que resulta importante evaluar la dosis depositada bajo este método de adquisición de imágenes.

1.7 Dosis en CBCT.

Una de las preocupaciones más importantes en imágenes mediante radiación ionizante es la dosis depositada en el paciente. La AAPM (American Association of Physicists in Medicine) a través del protocolo TG-75 indica que deben evaluarse las dosis efectivas y CTDvol (CT Dosis volumen) en kV-CBCT en lugar de la CTDI (CT Dosis Integral) empleada en los tomógrafos con el uso de maniquíes cilíndricos especiales, ver figura 1.7, ya que debe considerarse la frecuencia de impartición de la CBCT.

El formalismo para la medición de la dosis en el maniquí se describe en el documento AAMP-TG61. Este protocolo TG61 está basado en las mediciones de kerma con cámara de ionización. Dependiendo del haz de energía se requieren varios factores de corrección tales como retrodispersión, coeficientes másicos de absorción de energía, correcciones por factores de perturbación en la cámara de ionización; presión y temperatura, eficiencia de colección de iones, corrección por polaridad. Todo esto para convertir la tasa de exposición en aire a dosis en agua, estimada a 2cm de profundidad por debajo de la superficie de agua para un campo de 10x10cm, en el caso de la radiación por kV-CBCT debe ser corregida en función de la profundidad y tamaño de campo.



Fig1.7 Maniquí de agua con cavidades cilíndricas para cámaras de ionización al centro y periferia [Hioki, 2014].

Utilizando cámaras de ionización calibradas en agua en laboratorios primarios con Co-60 es posible calcular la dosis absorbida mediante métodos computacionales y experimentales siguiendo el formalismo del TG-61.

Se han reportado medidas de dosis en el centro del maniquí de 1.96 cGy para Varian On-Board Imager (OBI), 0.83cGy en Elekta X-ray Volumetric Imager (XVI) y dosis periféricas de 2.36-2.90cGy para OBI y 0.83-1.06cGy para XVI. Los cálculos computacionales están 4% debajo de las dosis obtenidas aplicando el TG-61. Los perfiles en profundidad calculados con los programas computacionales difieren en 3 y 4% menos que el TG-61. También se han reportado dosis de 4Gy en radioterapia sumando las 45 fracciones si se utiliza en cada una de ellas kV CBCT [Hioki 2014].

1.8 Tubo de rayos X

Un tubo de rayos X consiste básicamente de un tubo de vidrio que contiene un filamento de tungsteno resistente a altas temperaturas (2400 K). Por este filamento pasa una corriente eléctrica (3-7 A) y mediante emisión termiónica se desprenden electrones (corrientes del orden de mA), que son acelerados a energías cinéticas de entre 80-140 keV para uso en CT y de 30-50 keV en mamografía, chocan sobre un blanco de Z alto, tungsteno (Z=74) para CT, molibdeno (Z=42) o rodio (Z=45) en mamografía, ver fig. 1.8.



1.8.1 Espectro de energía de fuentes de rayos X.

Los electrones son frenados por los protones de los átomos del blanco vía interacción coulombiana produciendo radiación de frenado (Bremsstrahlung), fig. 1.9. Las vacantes orbitales

que dejan los electrones en los átomos del blanco producen rayos X característicos debido a las transiciones energéticas de los electrones dentro de las capas internas del átomo [Bushberg,1994].

Aproximadamente el 1% de la energía cinética de los electrones incidentes en el blanco se convierte en rayos X, y el 5% de estos produce rayos X característicos. El resto de la energía se convierte casi por completo en calor dentro del material blanco. En los actualidad los tubos de rayos X contienen un blanco en forma de disco; para evitar el deterioro del blanco se hace rotar y se enfría y al mismo tiempo en que se irradia con electrones. Los rayos X salen del tubo a través de una ventana de material de Z bajo, normalmente berilio.



Fig.1.9 Esquema idealizado del espectro de energía con y sin filtro.

1.8.2 Filtros y colimador

La producción de rayos X tiene una distribución angular no homogénea debido a que el blanco forma un ángulo con el haz incidente; un colimador ajusta las dimensiones del haz para definir el volumen a irradiar, fig.1.8. Por ejemplo en un tomógrafo se requiere ajustar las dimensiones del colimador para obtener el grueso adecuado del haz de abanico y definir el grosor de la sección tomográfica, típicamente de 1-15mm y el uso de filtros modelan el espectro de rayos X.

La calidad e intensidad del espectro de fotones que sale del tubo de rayos X depende principalmente la diferencia de potencial en el tubo, del material blanco, la corriente de electrones que incide sobre el blanco (30-200 mA), el ángulo de incidencia de los electrones con respecto al blanco (7-30°), la mancha focal que produce el área de incidencia de los electrones sobre el blanco (0.6-1.2 mm) y de manera importante por los filtros incorporados en un CT. Estos pueden clasificarse en:

- Filtración inherente
- Filtro tipo moño
- Filtros adicionales

Filtrado inherente: Corresponde a la autoatenuación en el ánodo y la ventana a la salida del haz. Estas componentes atenúan débilmente el espectro de fotones.

Filtro tipo moño: Debido a que existe una pérdida de intensidad de fotones hacia el lado del ánodo, llamado efecto talón. A la salida del tubo de RX se coloca el filtro tipo moño que corrige el perfil de intensidad angular del haz para homogeneizarlo y contribuir a la disminución de dosis, ver figura 1.8.

Filtros adicionales: La filtración añadida de Cu o Al en CT (Mo o Rh en mamografía) dan forma al espectro de fotones. En CT algunos milímetros de aluminio (aprox. 2.5mm) eliminan principalmente fotones a bajas energías para disminuir la dosis al paciente [Bushberg 1994], por otra parte los filtros en mamografía eliminan fotones a bajas energías pero estos filtros contribuyen principalmente a disminuir fotones a altas energías, arriba de 17 y 20 keV para obtener un mejor contraste en los tejidos.

Debido a que la probabilidad de interacción vía efecto fotoeléctrico es proporcional al cubo del número atómico efectivo del medio atenuador e inversamente proporcional al cuadrado de la energía, los filtros contribuyen de manera esencial a definir la calidad del haz y absorben a los fotones a bajas energías vinculados con el aumento de dosis. Sin embargo los fotones de alta energía aumentan la dispersión vía efecto Compton relacionada con el bajo contraste y decremento de la calidad de imagen, por lo que en general en radiodiagnóstico debe existir un equilibrio entre la dosis depositada y la calidad de imagen obtenida.

1.9 Medición del espectro de rayos X

Actualmente se ha incrementado la demanda del conocimiento exacto del espectro de rayos X producidos por un tubo en particular para el mejoramiento de las imágenes diagnósticas y para la determinación de dosis y estimación del riesgo producido por una tomografía computarizada. El espectro también es empleado en los cálculos de dosis mediante simulaciones Monte Carlo o en reconstrucciones de energía dual con haces polienergéticos [Duan 2011]. También es deseable medir el espectro de rayos X para propósitos de garantía de calidad.

El espectro de energía puede emplearse como información a priori para reducir la intensidad de los artefactos e implementar imágenes cuantitativas. Para medir el espectro de energía de los rayos X existen técnicas de estimación espectral que pueden dividirse en tres:

- Simulaciones computacionales
- Medidas de espectroscopía
- Medidas basadas en transmisión

1.9.1 Simulación computacional.

Tiene como propósito estimar el espectro de energía basándose en modelos físicos de la interacción de la radiación ionizante con la materia tomando en cuenta por ejemplo la energía de los electrones incidentes, el coeficiente de atenuación lineal del material blanco y el ángulo del blanco. Además los rayos X característicos deben añadirse a la radiación de frenado acorde a resultados empíricos ya conocidos.

Existen diversos trabajos de determinación espectral mediante modelos computacionales y resultados empíricos, [Tucker 1991, Boone 1997] y distintos catálogos [Birch 1979, Fewell 1981], que pueden modelar el proceso de generación de rayos X pero son incapaces de tomar en cuenta detalles que afectan el espectro de rayos X como el estado de conservación del tubo, las propiedades de la filtración inherente y la influencia de los filtros tipo moño.

En la actualidad las simulaciones Monte Carlo ofrecen un mayor detalle en la determinación espectral y pueden considerar varias combinaciones de blancos y filtros [Kim 2011], para la determinación espectral en radiología o mamografía, [Ay 2004] o en la determinación espectral en las unidades de kV para radioterapia [Verhaegen 1999] y en espectros en tomografía computarizada [Taleei 2009, Jarry 2003, DeMarco 2005].

1.9.2 Medidas por espectroscopía para haces de rayos X.

Las medidas directas por espectroscopia emplean contadores de fotones (detectores de CdTe o CdZnTe). Este método generalmente proporciona estimaciones más representativas del espectro real, pero no es adecuado para mediciones de rutina debido a que requiere materiales costosos como fuentes calibradas de Am-241 y Ba-133. La corrección del espectro requiere de un entendimiento detallado de las propiedades del detector, por lo que debe realizarse simulaciones Monte Carlo para determinar la función de respuesta del detector en cada canal y que la distorsión del espectro puede ser corregida.

Usando el método de espectroscopia Compton para un tubo de RX se empleaban detectores de germanio de alta pureza con el inconveniente de la saturación en respuesta, [Yaffe 1976] [Matscheko 1987]. La técnica Compton mide a 90° los fotones dispersados de un objeto dispersor, posteriormente se aplica una corrección por eficiencia del detector y para extraer el espectro incidente se aplica la fórmula de dispersión compton, de esta manera pueden determinarse el espectro de rayos X y para evitar la saturación en respuesta del detector se utiliza telurio de cadmio (CaTe) de alta resolución, [Maeda 2005].

Las medidas del espectro es a 90° entre fuente de rayos X-material dispersor (carbono)-detector, como se señala en la fig. 1.10 [Viera 2011] determinaron espectros mediante la técnica de dispersión Compton para aparatos clínicos de mamografía utilizando también como detector telurio de cadmio (CdTe) con resultados favorables.



Fig.1.10 Diagrama experimental de Koji Maeda para la determinación espectral mediante dispersión Compton.

1.9.3 Medidas basadas en transmisión.

Este es el método más práctico de estimación del espectro de rayos X de manera indirecta. Para ello se realizan medidas de transmisión de un maniquí de dimensiones y composición química conocidas. Las medidas son relativamente simples de realizar, y han demostrado proporcionar resultados satisfactorios para un rango amplio de energías. Sin embargo la preparación del maniquí y el proceso de medición pueden requerir mucho tiempo, existen diversos trabajos en los que se emplean las medidas de transmisión para la determinación espectral.

Turner et al. [2009] emplearon cámara de ionización y filtros de aluminio para calcular espectros equivalentes de diversos tomógrafos: LightSpeed VCT (General Electric Medical Systems, Waukesha, WI), SOMATOM Sensation 64 (Siemens Medical Solutions, Inc, Forcheim, Germany), Philips Brilliance CT 64 (Philips Medical Systems, Cleveland, Ohio) y Toshiba Aquilion 64 (Toshiba Medical Systems, Inc., Otawara-shi, Japan). El espectro equivalente es aquel propuesto mediante simulación y que solo reproduce las medidas de la primera y segunda capas hemirreductoras con aluminio.

McMillan et al. [2013] determinaron mediante este mismo método espectros equivalentes para tomografía por haz de cono. Los modelos para la determinación de espectros equivalentes no consideran la dependencia de la interacción de los fotones con materiales de diferente número atómico; el efecto Compton y el efecto fotoeléctrico alteran significativamente las medidas de transmisión en diferentes materiales para haces de radiodiagnóstico empleados comúnmente en tomografía computarizada y para haces de radioterapia estos efectos aún son más notorios por lo que se requiere un estudio detallado del número de materiales y medidas de transmisión óptimas.

El método EM (Esperanza Maximización) se aplica para resolver el problema de la determinación de un espectro de rayos X mediante medidas de trasmisión considerando el efecto que tiene los tipos de interacción antes mencionados en las medidas de transmisión, ver sección 2.3 para mayor detalle del método.

Generalmente las medidas de transmisión se realizan con distintos maniquíes en forma de escalera, ver figura 1.11 Duan et al. [2011] determinaron el espectro de rayos X con dos maniquíes en forma de escalera de policarbonato y aluminio. Los datos de transmisión del sinograma del CT (SOMATOM Definition Flash, Siemens Healthcare, Germany) se exportaron al algoritmo EM (Esperanza Maximización) para el cálculo espectral del tubo de rayos X a 80, 100, 120 y 140 keV.



Fig. (1.11a) Maniquí de aluminio y (b) Maniquí de policarbonato arriba del gantry de un tomógrafo para la obtención de las medidas de transmisión [Duan 2011].

Otros maniquíes para la obtención de las medidas de trasmisión se han propuesto por ejemplo Yuan Lin et al elaboraron un maniquí circular homogéneo en composición de polietileno centrado en el tomógrafo, fig.1.12 los datos de transmisión fueron adquiridos a diferentes ángulos con respecto al tubo de rayos X, los sinogramas adquiridos se exportaron al algoritmo EM y se obtuvieron espectros de rayos X a distintos ángulos de incidencia para CT Somatom Definition Flash, Siemens Healthcare, Germany.



Fig. 1.12 (a) Maniquí de polietileno, vista lateral y (b) Vista frontal, maniquí centrado en el tomógrafo para la obtención de las medidas de transmisión mediante los sinogramas del maniquí [Lin 2014].

Un estudio detallado de simulación del algoritmo de estimación espectral EM para rayos X en mamografía y tomografía computarizada [Sidky 2005] indica la flexibilidad y robustez del método EM para haces en radiodiagnóstico. El método EM es general y puede aplicarse a los rayos X de más alta energía como las energías típicas en radioterapia. Se ha visto por la diferencia entre las energías espectrales típicas de la mamografía y la CT que la determinación espectral para los diferentes rangos de energía requiere un diseño cuidadoso de las mediciones de transmisión experimentales para optimizar la estabilidad numérica del algoritmo EM.

Por otra parte existe métodos innovadores para la determinación espectral empleando las medidas de transmisión como el propuesto por Zhao et al. [2015] que a diferencia de los trabajos con el algoritmo EM, en este la estimación espectral se realiza mediante un algoritmo que utiliza los sinogramas de un maniquí para CT. El espectro estimado se expresa como la suma de un conjunto de espectros base previamente simulados multiplicados por factores de peso. El espectro estimado se consigue minimizando la diferencia entre los datos estimados simulando el sinograma producido por un maniquí para CT y el espectro estimado con los datos obtenidos experimentalmente del sinograma real del mismo maniquí.

Capítulo II Materiales y métodos

2.1 Método EM (Esperanza Maximización)

El algoritmo EM es un procedimiento elegante y poderoso para estimar parámetros, teniendo en cuenta un conjunto de datos **x** que se comportan según una distribución de probabilidad $P(x|\theta)$ conocida y una familia de modelos con parámetros θ desconocidos. El objetivo del método es encontrar los parámetros θ desconocidos para maximizar la probabilidad de $P(x|\theta)$; el algoritmo optimiza los parámetros desconocidos que mejor ajustan a las medidas **x**, y es muy útil especialmente cuando parte de la información es desconocida [Dempster 1997].

La aplicación del algoritmo EM consiste en dos pasos alternados; la etapa (E) expectativa de la probabilidad o cálculo de la esperanza de la verosimilitud con respecto a información conocida y parámetros propuestos, y la etapa (M) de maximización que calcula los parámetros óptimos mediante la maximización de la probabilidad encontrada en el paso (E). Los parámetros encontrados se utilizan para el siguiente paso E y el proceso de iteración se repite hasta la convergencia de la iteración de acuerdo a un criterio establecido que se mencionara en el capítulo de resultados.

2.1.1 Estimación espectral mediante el método iterativo EM.

El método EM se puede aplicar para resolver el problema de la determinación de un espectro de rayos X mediante medidas de trasmisión. Las medidas se pueden representar formalmente como:

$$Y(L) = \int_{E} I(E)e^{-\mu(E)L}dE = \int_{E} N(E)\eta(E)Ee^{-\mu(E)L}dE$$
(2.1)

Donde I se descompone en el número de fotones incidentes en el detector N y la eficiencia de detección η , mientras que μ y L representan los coeficientes de atenuación lineal y el espesor de algún material atenuador, respectivamente.

Se puede considerar que las medidas de trasmisión Y siguen una distribución de Poisson, pues algunos métodos de reconstrucción de imágenes previamente utilizados han supuesto esta distribución con resultados aceptables [Lin 2014]. Para un conjunto finito de medidas Y_m se cumple:

$$Y_{m} = Poisson\left\{\sum_{s=1}^{N_{s}} A_{m,s} I_{s}\right\}, \ m = 1, ..., N_{M}$$
(2.2)

La probabilidad de obtener un número Y_m de fotones para un grosor L_m , dado un espectro sigue la distribución de probabilidad de tipo Poisson:

$$P(Y_m,\lambda) = \frac{\lambda^{Y_m} e^{-\lambda}}{Y_m!} \text{, con } \lambda = \sum_s A_{ms} I_s$$
(2.3)

 λ es el número de eventos (cuentas) que se espera ocurran en un tiempo establecido. Entonces $P(Y_m, \lambda)$ es la probabilidad de que ocurran Y_m eventos durante el mismo tiempo establecido.

La probabilidad de obtener una distribución de Y_m fotones en los distintos espesores con un espectro de fotones I_s es el producto de las probabilidades individuales:

$$P(\mathbf{I} | \mathbf{Y}, \mathbf{A}) = \prod_{m} \left[\frac{\left(\sum_{s} A_{m,s} I_{s}\right)^{Y_{m}}}{(Y_{m})!} e^{-\sum_{s} A_{m,s} I_{s}} \right]$$
(2.4)

El espectro de fotones en el detector es $\mathbf{I} = \{I_1, ..., I_{N_S}\}^T$ y las medidas de transmisión experimentales son $\mathbf{Y} = \{Y_1, ..., Y_{N_M}\}^T$, en donde N_M es el número total de medidas de transmisión, mientras que N_S corresponde al número total de muestras del espectro.

 $A_{m,s}$ corresponde a la matriz del sistema, y se calcula partir de los coeficientes de atenuación de los maniquíes; la matriz es discretizada en pasos de energía ΔE y m distintos espesores de material tal que $\mathbf{A} = \left\{A_{m,s}\right\} \in R^{N_M \times N_S}$, donde:

$$A_{m,s} = e^{-\mu_s L_m} \Delta E \tag{2.5}$$

La maximización del logaritmo de la verosimilitud está dada por:

$$\mathbf{I} = \arg\left\{\max\ln(\mathbf{L}(\mathbf{I} \mid \mathbf{Y}, \mathbf{A}))\right\} = \arg\left\{\max_{A, Y} \sum_{s} \left\lfloor Y_{m} \ln(\sum_{s} A_{m,s} I_{s}) - \sum_{s} A_{m,s} I_{s})\right\rfloor + c\right\}$$
(2.6)

Donde c es una constante; la ecuación anterior puede transformarse [Lin 2014] en:

$$\mathbf{I} = \arg\left\{\max_{A,Y}\sum_{m,s} \left[Y_m \ln(A_{m,s}I_s) - A_{m,s}I_s\right] + c\right\}$$
(2.7)

El resultado de aplicar iterativamente el paso (E) y (M) conlleva a la siguiente ecuación iterativa [Sidky 2005]:

$$I_{s}^{(k+1)} = \frac{I_{s}^{(k)}}{\sum_{m} (A^{T})_{s,m}} \sum_{m} (A^{T})_{s,m} \frac{Y_{m}}{\sum_{s'} A_{m,s'} I_{s'}^{(k)}}$$
(2.8)

Donde k indica el número de iteración; los rayos característicos del espectro deben incluirse en la estimación inicial $I_{s}^{(0)}$ así como la energía máxima del espectro.

2.1.2 Convergencia del algoritmo EM y estabilidad de la matriz Ams.

El método EM converge a la solución que minimiza la diferencia entre los datos de transmisión calculados con el espectro estimado y los datos de transmisión medidos experimentalmente. Una buena elección del número de iteraciones puede determinarse por estudios de simulación previos aplicando el método EM.

En este tipo de aplicación la estimación inicial es crucial por lo que se requiere una simulación previa del espectro de fotones especificando el voltaje pico del tubo de RX, el ánodo del tubo y el filtrado añadido con el propósito de eliminar fotones de baja energía que no se observan en un espectro después de atravesar los distintos filtros en un tubo de RX dentro de un CT: filtrado inherente, filtro tipo moño y filtros adicionales.

Para obtener una estimación realista del espectro de RX de un tubo en particular se requieren datos experimentales de los valores de transmisión con distintos materiales. El espectro resultante tendrá características generales que responden al espectro verdadero, lo cual es importante para el cálculo de la dosis en los pacientes y correcciones en las imágenes por endurecimiento del haz.

La distribución de longitudes de trayecto afecta muy débilmente la estabilidad de la matriz $A_{m,s}$. La estabilidad de la matriz del sistema depende esencialmente de las medidas de transmisión a través de diferentes longitudes de trayectoria y diferentes materiales [Sidky 2005].

Para el intervalo de energías típico de un tomógrafo computacional, una combinación de materiales ayuda a mejorar la estabilidad de la matriz $A_{m,s}$ debido a que hay dos mecanismos principales de las interacciones de rayos X con la materia en el rango diagnóstico de rayos X, la

absorción por efecto fotoeléctrico y la dispersión de Compton. Utilizando dos materiales con suficientemente diferencia en número atómicos, por ejemplo aluminio (Z=13) y cobre (Z=23), la estabilidad mejora en comparación a cuando se emplea un solo material [Sidky 2005]. Esto no es necesario para el rango de energías que se ocupan en mamografía, en donde la dependencia de los valores de transmisión es dominado por el efecto fotoeléctrico y solo se requiere medir con un material.

2.2 Medidas de transmisión.

Para implementar la técnica EM deben emplearse maniquíes de dos o más materiales con diferentes grosores y en las mediciones los maniquíes deben exponerse secuencialmente a los rayos X, fig.2.1. Una ventaja del método es que no es necesario el conocimiento del filtro en forma de moño, ni sus dimensiones o composición, para conocer el espectro alrededor de todo el campo de vista del CT, ya que el espectro a estimar es aquel que sale del gantry a un angulo de 0° antes de entrar a la superficie de los maniquíes.

Para obtener las medidas de transmisión se puede usar un modo de operación especial del gantry en posición estacionaria. Idealmente se debe tener acceso a los datos en bruto del fabricante para evaluar los sinogramas [Lin 2014, Zhao 2015]. Si esto no es posible entonces se pueden realizar las medidas de transmisión con cámara de ionización [Duan 2011] o película Gafchromic [Skrzynski 2014] aunque de esta manera el proceso es mucho más tardado.

Las medidas de transmisión deben reflejar el efecto del endurecimiento del haz y los dos principales mecanismos de interacción de la radiación con la materia para energías de radiodiagnóstico por ejemplo efecto fotoeléctrico en un material de Z alto como el Cu (Z=23) tiene mayor interacción que en aluminio (Z=13). Estos parámetros proporcionan un criterio para determinar los materiales a emplear en las mediciones y el espesor de los maniquíes.



Fig.2.1 Maniquí de distintos espesores de aluminio [Duan 2011]

2.3 Validación del algoritmo EM

La validación del algoritmo muestra la viabilidad del mismo para estimar de manera correcta un espectro desconocido. El programa que implementa el algoritmo EM desarrollado en este trabajo se validó de dos maneras: empleando datos simulados y empleando datos experimentales reportados por otro grupo de investigadores.

Para la validación con datos simulados es necesario calcular teóricamente datos de transmisión, los cuales denominaremos *datos sintéticos*, que produce un espectro simulado al atravesar un material de grosor y composición química conocidos. Los datos de transmisión sintéticos pueden ser calculados como exposición o kerma en aire, señal en el detector CT (normalmente oxisulfuro de gadolinio) o respuesta en película de tinte radiocrómico. La iteración comienza con un espectro inicial distinto al espectro que se utiliza para calcular los datos de trasmisión sintéticos, pero que conserva las características de kilovoltaje pico y tipo de ánodo.

Como primer objetivo el algoritmo EM debe de reproducir los datos de transmisión sintéticos calculados con una cámara de ionización. El segundo objetivo es reproducir el espectro de RX a partir de medidas de transmisión adquiridas mediante los sinogramas de un tomógrafo y reportadas en [Lin,2014] utilizando como detector oxisulfuro de gadolinio (Gd₂O₂S).

2.3.1 Validación con datos sintéticos.

Una alternativa para obtener datos de transmisión sin contar con los sinogramas de un equipo CT es medir con cámara de ionización la exposición producida por el haz en forma de abanico. El espectro de exposición denominado X(E) se relaciona directamente con el espectro de fluencia de fotones I(E) mediante la siguiente ecuación [Attix 1991],

$$X(E) = \left(\frac{\mu_{abs}}{\rho}\right)_{E,aire}\left(\frac{e}{W}\right) EI(E)$$
(2.9)

Donde $\left(\frac{e}{W}\right) = \frac{1}{33.97}C/J$, y el parámetro *W* corresponde a la energía promedio en aire para crear un par de iones de cargas opuestas. El espectro de fotones está discretizado en pasos de energía ΔE , la exposición *X* se mide en C/kg, el parámetro $\left(\frac{\mu_{abs}}{\rho}\right)_{E,aire}$ es el coeficiente de absorción de energía en aire y EI(E) corresponde a la fluencia de energía de los fotones. Los coeficientes másicos de absorción de energía del aire y los coeficientes de atenuación de los materiales empleados en este trabajo son obtenidos de la base de datos del NIST [Hubbell 2004].

Los datos de transmisión sintéticos medidos con cámara de ionización C_m a diferentes espesores de aluminio y cobre se obtienen sustituyendo el espectro de fluencia de fotones I_s por el espectro de exposición X_s en la ecuación 2.2:

$$C_m = \sum_{s=1}^{N_s} A_{m,s} X(E)_s$$
(2.10)

El algoritmo EM para obtener un espectro de exposición en lugar de un espectro de fluencia de fotones se define en función de los datos de transmisión con cámara de ionización mediante:

$$X(E)_{s}^{(k+1)} = \frac{X(E)_{s}^{(k)}}{\sum_{m} A_{m,s}} \sum_{m} \frac{A_{m,s}C_{m}}{\sum_{s'} A_{m,s'}X(E)_{s'}^{(k)}}$$
(2.11)

Los datos de transmisión producidos en la k-ésima iteración son:

$$C_m^k = \sum_{s=1}^{N_s} A_{m,s} X_s^k$$
(2.12)

Para determinar el espectro de fluencia de fotones a partir del espectro de exposición estimado en la k-ésima iteración se invierte la ecuación 2.9, resultando:

$$I_s^k = \left(\frac{W}{e}\right) \frac{X_s^k}{\left(\left(\frac{\mu_{abs}}{\rho}\right)_{aire}\right)_s}$$
(2.13)

2.3.2 Validación con datos de un sinograma.

Para obtener el espectro de RX a partir de datos de transmisión de un sinograma se emplea el algoritmo descrito anteriormente, es decir el espectro de fotones está dado por:

$$I_{s}^{(k+1)} = \frac{I_{s}^{(k)}}{\sum_{m} A_{m,s}} \sum_{m} \frac{A_{m,s}Y_{m}}{\sum_{s'} A_{m,s'}I_{s'}^{(k)}}$$
(2.14)

Los datos de transmisión producidos por el k-ésimo espectro se calculan mediante la ecuación:

$$Y_m^k = \sum_{s=1}^{N_s} A_{m,s} I_s^k$$
(2.15)

 I_s se descompone en términos del espectro incidente N_s sobre el detector del tomógrafo y la eficiencia η_s del detector oxisulfuro de gadolinio de 1.4mm de espesor considerado en este

trabajo,[Duan 2011]. Al final de cada iteración el espectro I_s se corrige por la eficiencia del detector mediante la siguiente ecuación,

$$N_{s} = \frac{I_{s}}{\eta_{s}E_{s}} , \quad \eta_{s} = (1 - e^{\mu_{s}x})$$
(2.16)

 N_s corresponde al espectro de fluencia de fotones corregido por la eficiencia del detector, μ_s es el coeficiente de atenuación lineal del detector oxisulfuro de gadolinio, E_s es la energía en pasos ΔE y *x* corresponde al espesor del detector. La matriz $A_{m,s}$ se compone de los coeficientes de atenuación del aluminio y cobre obtenidos de la base del NIST [Hubbell 2004] y los diferentes espesores reportados por Lin et al. [2014].

2.4 Materiales y procedimiento experimental

2.4.1 Programación del algoritmo EM para estimación espectral.

El programa para la determinación espectral mediante el algoritmo EM se escribió en el lenguaje de programación Matlab versión R2011b. Se utilizaron tres programas empleando el algoritmo EM; el primero es para la validación con datos sintéticos, el segundo para la validación con datos experimentales reportados por Lin et al. [2014], y el tercero para la estimación del espectro con datos medidos ex profeso para esta tesis en un equipo Siemens Bigraph mCT del Instituto Nacional de Neurología y Neurocirugía "Manuel Velasco Suárez" de la Ciudad de México. Para la parte experimental y estimación espectral con cámara de ionización se escribieron un programa que estima los espectros a 80, 100, 120 y 140 kV a partir de las medidas experimentales realizadas con cámara de ionización. Los programas están compuestos de las siguientes secciones de manera general:

- Incorporación de las propiedades físicas relevantes. Los coeficientes másicos de atenuación del aluminio, cobre, oxisulfuro de gadolinio, coeficientes másicos de absorción de energía del aire. Los coeficientes másicos de atenuación y de absorción de energía se calcularon con un subprograma denominado *PhotonAttenuation*, que incorpora las propiedades físicas necesarias a partir de la base de datos del NIST [Hubbell 2004]. En el caso del aluminio 6061 se calcularon los coeficientes másicos de atenuación y la densidad de acuerdo a la composición química de esta aleación utilizando las fracciones por peso de los diferentes elementos que la forman.
- Endurecimiento del espectro de fotones. Los espectros de RX obtenidos mediante el modelo semiempírico de Birch and Marshall se endurecieron mediante un programa escrito en Matlab. Se agregaron de 1 a 30 mm de Al como filtro con la intención de

eliminar fotones de baja energía y así obtener un espectro de fotones inicial que incluye el afecto del filtrado inherente y del filtro tipo moño de manera aproximada.

- Creación de la matriz del sistema. La matriz $A_{m,s}$ se construyó de acuerdo a la energía máxima del espectro a estimar empleando la ecuación 2.5, esta incorpora los coeficientes de atenuación lineal y los diferentes espesores de los maniquíes de aluminio 6061 y cobre electrolítico o los espesores teóricos para el caso de la validación. También en esta sección se agregan los datos de transmisión medidos con cámara de ionización, o detector de oxisulfuro de gadolinio reportados por Lin et al [2014] con datos de un sinograma.
- Método iterativo. Para la estimación espectral de acuerdo con las fórmulas 2.14 y 2.15, la operación del algoritmo EM comienza con la incorporación del espectro inicial y los datos de transmisión experimentales o sintéticos, tal como se muestra en la figura 2.2. El programa procesa el espectro inicial y lo modifica en función de las medidas experimentales. Los valores de transmisión estimados con el espectro calculado en la k-ésima iteración se comparan con las medidas de transmisión experimentales, y el espectro es corregido. El proceso se repite hasta que la diferencia entre la transmisión medida y la calculada es menor que un cierto valor.
- Optimización y corrección. El espectro óptimo minimiza de manera aceptable la diferencia entre los datos de transmisión experimentales y los estimados al mismo tiempo que representa un espectro físicamente aceptable. Por último el espectro óptimo es corregido por tipo de detector: oxisulfuro de gadolinio o cámara de ionización, usando las ecuaciones 2.9 y 2.16.



Figura 2.2 Método iterativo del algoritmo EM para estimación espectral de rayos X.

2.4.2 Materiales.

En trabajos previos se han reportado estimaciones de espectros de rayos X [Sidky 2005, Duan 2011, Lin 2014] en los cuales se emplean maniquíes de aluminio, cobre, lucita, policarbonato y polietileno con grosores que van desde algunos milímetros hasta varios centímentros. En general se ha demostrado que estos materiales ofrecen resultados satisfactorios si se utilizan de manera combinada, eligiendo al menos un par de ellos de manera adecuada. Dado que el Al y el Cu son fáciles de conseguir, tienen una pureza relativamente alta o una composición conocida cuando se

les usa en forma de aleaciones, y son fáciles de maquinar, en esta tesis se decidió utilizar dos maniquíes basados en estos materiales.

2.4.2.1 Maniquíes.

Se diseñó un maniquí basado en una aleación de aluminio (Al-6061) con las siguientes dimensiones: 200 mm de largo, 50 mm de ancho y 25 mm de altura máxima, incluyendo 16 escalones de 12.5 mm de largo y 1.5 mm de altura (ver figura 2.3a). Este maniquí está basado en el propuesto por Duan et al. [2011]. Adicionalmente se diseñó un maniquí de cobre electrolítico (Cu > 99.9%) con las siguientes dimensiones nominales: 100 mm de largo, 50 mm de ancho y 5 mm de altura máxima (ver figura 2.3b), incluyendo 10 escalones de 10 mm de largo y 0.5 mm de alto.

El espesor máximo en cada uno de los maniquíes se estableció calculando que la transmisión correspondiente a dicho espesor debería ser aproximadamente 10%, de tal manera que las medidas de transmisión reflejaran lo mejor posible el endurecimiento del haz.



Fig. 2.3 a) Dimensiones nominales del maniquí de aluminio 6061, b) maniquí de cobre electrolítico. Todas las dimensiones son en mm.

El aluminio 6061 es una aleación cuya composición química es mayor al 96% de aluminio (ver tabla 2.1). El maniquí de cobre electrolítico contiene una composición química de más del 99.9% de cobre y aproximadamente 0.1% oxígeno, es decir, es prácticamente puro. La construcción de los maniquíes fue realizada es su totalidad en los talleres del Instituto de Física de la UNAM.

Elemento	Mínimo (%)	Máximo (%)
Aluminio	96.00	98.61
Silicio	0.40	0.80
Hierro	0.00	0.70
Cobre	0.15	0.40
Manganeso	0.00	0.15
Magnesio	0.80	1.20
Cromo	0.04	0.35
Zinc	0.00	0.25
Titanio	0.00	0.15

Tabla 2.1 Composición química del Aluminio 6061.

2.4.2.2 Equipo Siemens Biograph mCT

El equipo utilizado para este trabajo es un escáner de doble modalidad que puede trabajar de manera independiente en el modo PET (Positron Emision Tomography) o en el modo CT. Este equipo es compatible con la mayoría de los sistemas de planificación para radioterapia y almacena las imágenes en formato DICOM (Digital Imaging and Communications in Medicine), fig. 2.4. Se pueden adquirir imágenes PET-CT de cuerpo completo de hasta 78 cm de diámetro en aproximadamente 5 minutos. El tubo de rayos X puede operar con tiempo de rotación de 0.30 s, con lo cual disminuye la intensidad de artefactos por movimiento en una imagen, e incluye un generador de 100 kW.



Tabla 2.2 Datos generales del CT Biograph mCT		
Abertura	78 cm	
Campo de exploración	FoV diagnóstico 50 cm	
Tiempo de rotación	0.33, 0.5, 1.0 s	
N° máximo de cortes/rotación	64 cortes	
Resolución temporal	83 ms	
N° de filas del detector	32	
N° de proyecciones	Hasta 4608	
Potencia máxima del generador	80 kW	
Tubo de rayos X	STRATON	
Corriente del tubo	20-666 mA	
Tamaño del foco del tubo de RX	0.7x0.7/7° 0.9x1.1/7°	
Filtro CARE del tubo	Equivalente a 6.8 mm Al	

Figura 2.4. Equipo Siemens mCT Biograph 64 del Instituto Nacional de Neurología y Neurocirugía de la Ciudad de México.
2.4.2.3 Cámara de ionización y electrómetro.

Las medidas de transmisión se realizaron con un electrómetro y una cámara de ionización diseñados para uso específico en CT, ver figura 2.5, con los que se puede medir CTDI (CT Dose Index) y DLP (Dose-Length Product). Las características técnicas del electrómetro y la cámara de ionización se resumen en la tabla 2.3.



Figura 2.5. a) Cámara de ionización 20x6-3CT, b) Electrómetro 2026C de la marca Radcal, para uso específico en CT.

Tabla 2.3 Pro	Tabla 2.3 Propiedades técnicas dela cámara de ionización Radcal modelo 20X6-3CT							
Tasa mínima	1 mR/min							
Tasa máxima	1 kR/min							
Precisión de calibración	±4% usando RX de 150 kVp y HVL=10.2 mm de Al							
Dependencia con la tasa	±2% en un rango de [2 mR/s – 40 R/s]							
de exposición								
Dependencia energética	±5% en un rango de HVL=[3-20 mm Al]							
Material	Paredes y electrodos a base del plástico aire equivalente C-522,							
	casquillo exterior de polyacetal, cable triaxial de bajo ruido.							
Volumen sensible	3 cm ³ , 10 cm de largo.							

2.4.2.4 Película Gafchromic CT.

La película Gafchromic CT es sensible a haces de rayos X de uso diagnóstico (0-140 keV) y está graduada con precisión milimétrica para determinar el grosor del haz de abanico. En este trabajo se usó para verificar que el ancho del haz fuera menor que el ancho de cada uno de los escalones de los maniquíes de atenuación.

2.5 Procedimiento experimental.

El equipo Biograph mCT del Instituto Nacional de Neurología y Neurocirugía tiene integrado un sistema de protección radiológica para el paciente que minimiza la dosis depositada, denominado Care Dose. Este sistema controla la dosis en tiempo real modulando la corriente en el tubo de rayos X en función del grosor del paciente visto desde distintos ángulos del tubo de RX. Mediante una exploración preliminar el sistema de detección mide la atenuación a través del paciente y transfiere dicha información al sistema de control del tubo de RX para modular la carga (mAs) a un nivel que proporcione imágenes de calidad adecuada.

El sistema Care Dose optimiza el compromiso existente entre la dosis depositada y la calidad de imagen ajustando los parámetros de corriente nominal, voltaje nominal y ancho del colimador de manera automática. Es fundamental que para tener un control manual de los parámetros mencionados el sistema Care Dose se deshabilite durante las medidas de transmisión.

La técnica de adquisición de medidas de transmisión en este trabajo es mediante el uso de topogramas, este permite al tomografo evaluar los niveles de atenuación del objeto en estudio previo a la adquisición de la tomografía 3D. Durante la adquisición de un topograma el tubo de rayos X permanece fijo en una de las siguientes posiciones: inferior, superior, lateral izquierda o lateral derecha del gantry. Los detectores permanecen fijos del lado opuesto al tubo de RX, y la camilla se desliza a una velocidad constante mientras se irradia el objeto. Las dimensiones de la imagen digital del topograma corresponden a la distancia recorrida por la camilla y el ancho del haz que cubre el objeto.

2.5.1 Medición del ancho del haz de abanico.

En la consola de control del equipo PET-CT se estableció el protocolo de cráneo simple para guardar las imágenes adquiridas. Si bien no es indispensable especificar un protocolo para adquirir un topograma, se decidió hacerlo para mantener la consistencia entre los topogramas y las medidas de transmisión.

Para conocer el grosor del haz de abanico se colocó una película Gafchromic CT sobre la parte central e inferior del gantry (ver figura 2.8). Se deshabilitó el modo de adquisición automático Care Dose y se introdujeron los parámetros establecidos en la tabla 2.4. A continuación se adquirió un topograma.

Tabla 2.4 Parámetros técnicos de adquisición del topograma								
Corriente	100 mA							
Voltaje	140, 120, 100, 80 kV							
Paso	1 mm							
Abertura del colimador	6 mm							
Longitud de barrido	128 mm							
Duración del topograma	1.4 s							
Posición del tubo de RX	Inferior (fija)							

2.5.2 Colocación de la cámara de ionización.

La cámara de ionización se colocó en el eje central del gantry con la ayuda de un soporte de poliestireno ubicado en el borde de la camilla para obtener datos de transmisión a 0°. El cable de la cámara de ionización se conectó al electrómetro de tal forma que se pudieran realizar las lecturas desde la sala de control. De esta manera fue posible obtener la exposición integrada en cada uno de los topogramas en tiempo real.

Los láseres del equipo CT se usaron para alinear la cámara de ionización con el eje central del escáner y para definir la longitud de barrido en cada una de las medidas. El maniquí de atenuación se colocó directamente sobre la parte inferior de gantry, figura 2.6) de tal manera que el haz de abanico atravesara sólo uno de los escalones en cada una de las medidas. La correcta colocación del maniquí se verificó con el haz láser de corte axial, y el ancho del haz se verificó con la película Gafchromic, tal como se describió en la sección anterior.



Fig. 2.6 a) Alineación de cámara de ionización y maniquí. b) Cámara de ionización sobre soporte de polietileno y camilla.

2.5.3 Geometria experimental.

Las medidas de transmisión en la cámara de ionización son producidas por un espectro de RX en forma de abanico que atraviesa el filtrado inherente del tubo de rayos X ubicado en la parte inferior del gantry, además del filtro tipo moño y el colimador que ajusta el ancho y la abertura angular del haz. El haz incide sobre la superficie inferior del maniquí y atraviesa el espesor de uno de los escalones de cobre o aluminio hasta incidir sobre la cámara de ionización, tal como se ilustra en la figura 2.7. La geometría establecida indica que la estimación del espectro mediante el

método EM corresponde al espectro de RX a la salida de la superficie del gantry a 0°, es decir corresponde al eje central.



Fig. 2.7 a) Vista axial del diagrama experimental para la adquisición de medidas de transmisión con cámara de ionización en isocentro. b) Vista lateral para visualizar el recorrido del haz de RX.

2.5.4 Medidas de transmisión.

El desplazamiento mínimo de la camilla en un topograma en el Biograph mCT corresponde a 128 mm. El extremo de la cámara de ionización se colocó al borde de la salida del haz de abanico, figura 2.8, lo cual garantiza que durante el desplazamiento de la camilla el haz de radiación cubra por completo el volumen sensible de la cámara de ionización que es de 100 mm de largo. El tubo de RX se estacionó en la parte inferior del gantry, tal como se muestra en la figura 2.7.

Este procedimiento permite medir la transmisión con cámara de ionización producida por el haz de RX al atravesar cada uno de los espesores de aluminio o cobre sin la interferencia de la camilla entre el detector y el maniquí. Se realizaron dos o más medidas de transmisión por cada espesor de material manteniendo la misma geometría descrita con anterioridad y los parámetros técnicos estipulados en la tabla 2.4. El procedimiento descrito se llevó a cabo con los cuatro diferentes voltajes nominales permitidos en el equipo PET-CT: 80, 100, 120 y 140 kVp.



a) vista lateral

Fig. 2.8 Vista lateral del haz de abanico atravesando el espesor de un escalón del maniquí de aluminio mientras se desplaza la cámara de ionización.

2.5.5 Estabilidad de la cámara de ionización.

En cada uno de los topogramas la cámara de ionización se irradió de manera secuencial. Durante estas medidas se observó que al incrementar el número de medidas realizadas el ruido electrónico también aumentaba, por lo que fue necesario estabilizar la cámara de ionización. Para esto se obtuvieron dos o más tomografías de prueba, seguidas de un período de espera de algunos minutos para que la cámara de ionización colectara toda la carga y alcanzara un punto de operación estable. Con este procedimiento el ruido electrónico disminuyó considerablemente, lo cual es muy importante cuando se desea obtener datos de transmisión con los espesores más grandes de los maniquíes de atenuación.

Capítulo III. Resultados y análisis

3.1 Cálculo del espectro de energía de un tubo de rayos X.

Los rayos X característicos y la energía máxima de los fotones deben incluirse en el espectro inicial del algoritmo EM, por lo que se requiere conocer *a priori* el típo de ánodo y el voltaje en el tubo de rayos X. En este trabajo se empleó el modelo semiempírico desarrollado por Birch y Marshall [1979] con las características físicas definidas en la tabla 3.1. Para atenuar los rayos X característicos de baja energía de la capa L (aprox. 10 keV) se añadió un filtro de 1 mm de aluminio en los cuatro espectros simulados.

Tabl	a.3.1 Par	ámetros	físicos para e	l cálculo de	espectros d	e rayos X usando	el modelo d	e Birch y Ma	arshall.
Voltaje pico [±0.5kV]	Blanco	Ángulo blanco [±1°]	Resolución [keV]	Energía Promedio ±0.01keV	Filtro de Al [±0.1mm]	Exposición a 0.75m [±0.01mR/mAs]	Afluencia a 0.75m [±0.1x10 ⁶ mm ⁻² mAs ⁻¹]	HVL1 ±0.01mm Al	HVL2 ±0.01mm Al
80	W	7	1	40.14	1.0	37.94	4.90x10 ⁶	1.58	2.73
100	W	7	1	44.81	1.0	44.68	7.52 x10 ⁶	2.10	3.86
120	W	7	1	50.19	1.0	59.40	10.34 x10 ⁶	2.73	5.12
140	W	7	1	55.02	1.0	70.40	13.27 x10 ⁶	3.43	6.41

La figura 3.1 muestra los cuatro espectros simulados con los parámetros definidos en la tabla 3.1; cada uno de los espectros se normalizó de tal manera que el área bajo la curva sea uno; los rayos X característicos corresponden a las líneas de emisión de la capa K: 59, 66 y 67 keV.





Figura 3.1. Espectros generados con el modelo semiempírico de Birch y Marshall correspondientes; a) 80kVp, b) 100kVp, c) 120kVp y d) 140 kVp, con ánodo de W y filtro adicional de 1 mm de Al en todos los casos.

3.2 Validación con datos sintéticos.

Para la validación del método EM se obtuvo un espectro de fotones normalizado con filtro añadido de 15 mm de aluminio, conservando los siguientes parámetros: voltaje pico a 140 kV, ángulo del blanco de 7°, ánodo de tungsteno. Dicho espectro se obtuvo con un programa escrito en Matlab R2011b.

El espectro de fotones simulado con Matlab se muestra en la figura 3.2, en esta figura se compara el espectro del modelo de Birch y Marshall con el espectro endurecido con 15 mm de aluminio. Para obtener los datos de transmisión sintéticos simulando una señal medida con cámara de ionización el espectro de fluencia de fotones con filtro de 15 mm de aluminio se convirtió a un espectro de exposición mediante la relación teórica dada por la ecuación 2.9 e implementada en Matlab para ello se utilizaron los coeficientes de absorción de energía del aire de la figura 3.3.



Figura 3.2. Espectro de fluencia de fotones simulado con filtro de 15 mm de aluminio, utilizado para generar datos de transmisión sintéticos.



Figura 3.3. Coeficientes másicos de absorción de energía del aire utilizados en el algoritmo EM para la conversión de espectro de exposición a espectro de fluencia de fotones.

Los valores de transmisión sintéticos C_m corresponden a las medidas de transmisión evaluadas con cámara de ionización en el espesor m que producen el espectro de exposición asociado al espectro de fotones simulado con 15mm de aluminio, fig.3.2. Para el cálculo de los valores de transmisión se emplearon dos matrices $A_{m,s}(Al)$ y $A_{m,s}(Cu)$ junto con la ecuación 2.12. Las dimensiones de las matrices utilizadas fueron:

$$\left\{A_{m,s}(Al)\right\} \in R^{N_M \times N_S} = R^{18 \times 140}, \left\{A_{m,s}(Cu)\right\} \in R^{N_M \times N_S} = R^{16 \times 140}$$
(3.1)

Las matrices generadoras de los valores de transmisión sintéticos incorporan los espesores de aluminio y cobre, además de los coeficientes de atenuación de estos mismos materiales, fig.3.4, y los coeficientes de absorción de energía del aire, fig.3.3. Tal como se explicó anteriormente, estos coeficientes se obtuvieron mediante un subprograma (PhotonAttenuation) que emplea la base de datos de interacción de rayos X con materia del NIST [Hubbell 2004].



Figura 3.4 Coeficientes másicos de atenuación de distintos materiales utilizados en el algoritmo EM.

El algoritmo EM utilizada para la validación con datos sintéticos y cámara de ionización requiere de la matriz $A_{m,s}$, la cual fusiona las dos matrices generadoras de los valores de transmisión sintéticos de Al y Cu descritas previamente. La dimensión de la matriz resultante es entonces:

$$\left\{A_{m,s}(Al,Cu)\right\} \in \mathbb{R}^{N_M \times N_S} = \mathbb{R}^{33 \times 140}$$
(3.9)

La figura 3.5 muestra el resultado de la aplicación del algoritmo al espectro de fotones inicial simulado con Matlab en el que se añaden 4 mm de aluminio como filtro en el modelo semiempirico de Birch y Marshall de la figura 3.1b). En esta figura se muestra el espectro de fotones simulado previamente con 15 mm de aluminio y el espectro de fotones estimado con el algoritmo EM después de 10⁴ iteraciones.



Fig.3.5 Espectro de fotones inicial, espectro de fotones estimado mediante EM en la iteración k=10⁴ y espectro obtenido con endurecimiento de 15 mm de Al.

El algoritmo es capaz de reproducir el espectro de fotones simulado previamente, fig.3.2, el cual se había calculado con 15 mm de aluminio como filtro. Las figuras 3.6 y 3.7 muestran los datos sintéticos de transmisión calculados simulando una cámara de ionización, derivados del espectro de fotones con 15 mm de aluminio y los valores de transmisión calculados con el algoritmo después de 10⁴ iteraciones con el espectro estimado para aluminio y cobre.



Fig 3.6. Valores de transmisión sintéticos en aluminio calculados con un espectro simulado a 140 kVp y 15 mm de filtro de aluminio y los valores de transmisión estimados con el algoritmo EM en k=10⁴.



Fig. 3.7 Valores de transmisión sintéticos en cobre calculados con un espectro simulado a 140 kVp y 15 mm de filtro de aluminio y los valores de transmisión estimados con el algoritmo EM k=10⁴.

Para analizar la convergencia de los datos estimados con respecto a los datos sintéticos se realiza la figura 3.8 la cual muestra la curva de error cuadrático calculado como función del número de iteraciones mediante 3.3.

$$\delta^{k}(C.I.Sin) = \sum_{m} ([C(Sin)]_{m} - (C_{m}^{k}))^{2}$$
(3.3)

 $\delta^k(C.I.Sin)$ corresponde al error cuadrático de las medidas de transmisión simulando una cámara de ionización para los datos sintéticos en la k-ésima iteración, $[C(Sin)]_m$ son los valores de transmisión calculados como exposición en aire de un espectro de fotones con 15 mm de aluminio y C_m^k representan los valores de transmisión estimados en la k-ésima iteración y el espesor m. El error cuadrático disminuye monotónicamente y después de 10⁴ iteraciones es menor a 10⁻⁵, fig.3.8.



Fig.3.8 Gráfica de la curva del error cuadrático para datos sintéticos.

Para demostrar la confiabilidad del algoritmo respecto al espectro inicial se presenta la figura 3.9 que muestra el resultado del cálculo en el que se emplea como estimación inicial un espectro que ha sido endurecido con 25 mm de aluminio. En esta se observa que después de 10⁴ iteraciones el espectro de fotones reproduce el espectro simulado con 15 mm de aluminio, a pesar de que el espectro inicial es mas duro. Esto significa que el algoritmo permite "suavizar" el espectro inicial y converger al espectro simulado.



Fig. 3.9 Espectro de fotones inicial endurecido con 25 mm de Al, espectro estimado mediante EM en k=10⁴ y el obtenido con endurecimiento de 15 mm de Al.

3.3 Validación con datos experimentales.

Los datos de transmisión para la validación se tomaron de un artículo publicado recientemente por Lin y colaboradores [Lin 2014], los cuales se muestran en la tabla 3.2. Estos datos se obtuvieron a partir de sinogramas adquiridos con un CT Siemens Somatom, el cual usa un detector de oxisulfuro de gadolinio, a un ángulo de 0°, es decir con el tubo de rayos X colocado en la parte inferior del gantry.

Material	Densidad (g	/cm³)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
AI	2.700	L (mm)	1.0	3.0	5.0	7.5	10.5	14.5	20.5	25.5	40.5
	Tra	insmisión Y(L)	0.936	0.819	0.721	0.616	0.514	0.401	0.286	0.206	0.098
Cu	8.960	L (mm)	0.127	0.254	0.655	1.062	1.562	2.090	3.124	3.658	4.686
	Tr	ansmisión Y(L)	0.864	0.761	0.546	0.415	0.303	0.229	0.140	0.112	0.074

Tabla 3.2. Datos de transmisión obtenidos de sinogramas con un detector de oxisulfuro de gadolinio.

Los valores de transmisión estimados Y_m^k en la k-ésima iteración con detector oxisulfuro de gadolinio se calcularon a través de dos matrices $A_{m,s}(Al)$ y $A_{m,s}(Cu)$ y el espectro de fotones estimado I_s^k . Las dimensiones de las matrices son:

$$\{A_{m,s}(Al)\} \in \mathbb{R}^{N_M \times N_S} = \mathbb{R}^{10 \times 140}, \{A_{m,s}(Cu)\} \in \mathbb{R}^{N_M \times N_S} = \mathbb{R}^{10 \times 140}$$
(3.4)

Las matrices generadoras de los valores de transmisión estimados contienen los espesores de aluminio y cobre de la tabla 3.2. Los coeficientes de atenuación de aluminio, cobre y oxisulfuro de gadolinio ($Gd_2O_2S_2$) se obtuvieron con el subprograma *PhotonAttenuation*.

Se incorporó la matriz $A_{m,s}$ dentro del algoritmo EM para la validación con datos adquiridos de un sinograma, ecuación 2.14. Esta corresponde a la fusión de las dos matrices generadoras de los valores de transmisión, la dimensión de la matriz para el algoritmo EM:

$$\{A_{m,s}\} \in \mathbb{R}^{N_M \times N_S} = \mathbb{R}^{19 \times 140}$$
 (3.5)

De igual amanera que en la sección de validación del algoritmo se calcula la diferencia cuadrática entre los datos de transmisión experimentales y los datos de transmisión calculados, fig.3.10, con el espectro estimado en la k-esima iteración para analizar la convergencia, ecuación (3.6):

$$\delta^{k} = \sum_{m} (Y_{m} - (Y_{m}^{k}))^{2}$$
(3.6)

 δ^k es el error cuadrático en la k-ésima iteración, Y_m son las medidas de transmisión experimentales en los distintos espesores de Al y Cu reportados en la tabla 3.2, Y_m^k es la transmisión calculada que corresponde al espectro estimado en la k-ésima iteración.



Fig.3.10 Error cuadrático en la estimación espectral para los datos reportados por Lin y colaboradores.

Estudios previos de simulación espectral con el algoritmo EM muestran que a medida que crece el número de iteraciones el error cuadrático tiende a cero, pero el espectro de RX se distorsiona. Es decir, se puede generar un espectro físicamente aceptable debajo de las 1000 iteraciones, pero las iteraciones siguientes solo afectan débilmente el error cuadrático generando un espectro que no es aceptable físicamente. El espectro estimado después de 10⁴ iteraciones diverge considerablemente, aunque disminuye el error cuadrático. De hecho un número considerablemente alto de iteraciones afecta la estabilidad del algoritmo produciendo espectros físicamente no aceptables, tal como se muestra en la figura 3.11.



Fig. 3.11 Espectro distorsionado mediante el algoritmo EM usando k=10⁴, en comparación con un espectro en k=38.

En este caso la iteración k=800 en la estimación espectral representa un equilibrio entre el error cuadrático y la obtención de un espectro físicamente aceptable. El espectro estimado mediante el algoritmo EM se corrigió por la eficiencia del detector de Gd₂O₂S con un espesor de 1.4 mm, [Duan 2011], mediante la ecuación 2.16. El resultado se muestra en la figura 3.12.



Fig. 3.12 Espectro calculado con el algoritmo EM en k=800 a partir de los datos de transmisión reportados por Lin.

En la figura 3.13 se compara el espectro estimado en k=800 obtenido con el algoritmo EM respecto al calculado por Lin. Se puede ver que el espectro estimado con este algoritmo presenta una mayor resolución en energía, lo cual se aprecia en los tres picos característicos. Este resultado

proviene directamente del espectro inicial utilizado para la estimación espectral, pues el espectro de Lin solo incluye dos picos característicos lo que indica una menor resolución en energía.



Fig. 3.13. Comparación del espectro estimado mediante el algoritmo EM en k=800 con los datos de transmisión reportados por Lin y el espectro reportado por Lin con esos mismos datos.

Los datos de transmisión experimentales reportados por Lin, tabla 3.2, se compararon con los datos de transmisión estimados en este trabajo en la iteración k=800, al atravesar distintos espesores de aluminio y cobre, fig. 3.14 y 3.15. Para apreciar la diferencia en las estimaciones de transmisión espectral se muestra la curva de transmisión producida por el espectro inicial y la curva de transmisión producida con el espectro óptimo estimado en k=800. Se puede observar que el espectro estimado con el algoritmo EM reproduce las medidas de transmisión experimentales de la tabla 3.2.



Fig. 3.14 Valores de transmisión en aluminio estimados con el algoritmo EM para k=800,k=1 y los datos de transmisión publicados por Lin.



Fig. 3.15 Valores de transmisión en cobre estimados con el algoritmo EM para k=800, k=1 y los datos de transmisión publicados por Lin.

3.4 Aplicación del algoritmo EM para la estimación espectral con cámara de ionización.

3.4.1 Colimación del haz.

El largo de los escalones de los maniquíes corresponde a 12 y 10 mm para aluminio 6061 y cobre, respectivamente. En la consola de control se estableció el grosor del haz de abanico de 6 mm en el isocentro. Las medidas de ancho de haz con la película Gafchromic colocada junto al maniquí resultaron en un ancho de 2 mm en la base inferior del gantry, como se muestra en la figura 3.16, lo cual garantiza que el haz solo atraviesa un escalón en cada medida.

Los valores de los espesores de cada escalón en los maniquíes de aluminio y cobre se verificaron usando micrómetro con precisión de 0.01 mm, y los resultados de esta medición se muestran en la tabla 3.3. Se puede observar que las medidas difieren respecto a los valores nominales de diseño (figura 2.5) debido a las dificultades técnicas en el maquinado del cobre.



Fig. 3.16 a) Película de tinte radiocrómico marcada con líneas horizontales obscuras (derecha) junto a maniquí de aluminio .b) Película de tinte radiocrómico y maniquí de cobre.

3.4.2 Aplicación de algoritmo EM a datos experimentales.

Los valores de transmisión estimados en la k-ésima iteración C_m^k con cámara de ionización se obtuvieron usando dos matrices: $A_{m,s}(Al - 6061)$ y $A_{m,s}(Cu)$ en conjunción con la ecuación 2.12, y el espectro de exposición X_s^k estimado con el algoritmo EM. Las dimensiones de las matrices, las cuales incluyen los 17 espesores de Al-6061 y los 10 espesores de Cu dados en la tabla 3.3, son:

$$\left\{A_{m,s}(Al-6061)\right\} \in R^{N_M \times N_S} = R^{17 \times 140}, \left\{A_{m,s}(Cu-electrolitico)\right\} \in R^{N_M \times N_S} = R^{10 \times 140}$$
(3.7)

La matriz de Al-6061 incorpora los coeficientes de atenuación de la aleación con la composición química de 98.61% de aluminio (tabla 2.1). El cobre electrolítico tiene una pureza de más del 99.9% y se puede considerar prácticamente puro, pues en estudios de simulación se observa que no existe diferencia respecto a los coeficientes de atenuación para 100% de cobre obtenidos de las tablas de NIST (ver figura 3.17).



Fig. 3.17 Comparativo entre los coeficientes másicos de atenuación del aluminio puro con aluminio 6061 y entre cobre puro y cobre electrolítico, en cobre electrolítico no se observa distinción alguna, respecto al cobre puro.

La matriz $A_{m,s}$ del algoritmo EM se compone de las matrices individuales de Al-6061 y Cu, con dimensiones

$$\left\{A_{m,s}(Al-6061, Cu-electrolítico)\right\} \in \mathbb{R}^{N_M \times N_S} = \mathbb{R}^{26 \times 140}$$
(3.8)

El algoritmo para la estimación espectral con datos de transmisión con cámara de ionización, ecuaciones 2.11 y 2.12, se escribió en el lenguaje de programación Matlab de manera análoga a los programas de validación con datos sintéticos. La composición química de la aleación de Al-6061 se incorporó en el programa, al igual que los coeficientes másicos de absorción de energía del aire, figuras 3.4 y 3.17.

3.4.3 Espectro de RX a 80 kV.

Las medidas de transmisión promedio obtenidas con cámara de ionización de un espectro de RX con 80 kV de voltaje nominal del CT y los parámetros técnicos de adquisición del topograma de la sección de procedimientos se muestran en la tabla 3.3. En esta tabla también se añaden los espesores de cada uno de los escalones de los maniquíes de aluminio 6061 y cobre electrolítico medidos con micrómetro.

Tabla 3.3 Valores de exposición normalizada adquiridos con cámara de ionización para el equipo Biograph mCT con un voltaje nominal de 80 kV.

AI-6061 2.700 (g/cm3) σmax=0.001 L (±0.01mm) 2.5 4.5 5.5 7.0 8.5 10.0 11.5 13.0 14.5 16.0 17.5 19.0 20.5 22.0 23.5 25.0 Transmisión C(C.I) 0.724 0.611 0.516 0.440 0.378 0.327 0.288 0.254 0.228 0.190 0.167 0.149 0.132 0.121 0.110 0.102 Cu 8.960 (g/cm3) σmax=0.0007 L (mm±0.01) 1.36 1.86 2.29 2.74 3.19 3.63 4.06 4.59 4.91 Transmisión C(C.I) 0.089 0.054 0.035 0.025 0.018 0.013 0.010 0.009 0.008

Respecto al análisis de incertidumbres se obtuvieron las desviaciones estándar de cada una de las medidas de transmisión por cada uno de los espesores de maniquí, en la tabla 3.3 se presenta la desviación estándar máxima de todas las desviaciones obtenidas por cada espesor, para aluminio se obtiene una desviación estándar máxima de; σ =0.001, mientras que para cobre esta es de σ =0.0007.

Para determinar la iteración óptima en la estimación espectral se calcula la diferencia cuadrática entre los datos de transmisión experimentales C_m con cámara de ionización (C.I) y los datos de transmisión calculados con el espectro de exposición estimado en la k-ésima iteración, C_m^k , al atravesar la aleación de aluminio 6061 y cobre electrolítico, ecuación (3.9):

$$\delta^{k}(C.I) = \sum_{m} (C_{m} - (C_{m}^{k}))^{2}$$
(3.9)

 $\delta^k(C.I)$ corresponde al error cuadrático en la k-ésima iteración entre las medidas de transmisión experimentales C_m con cámara de ionización y los valores de transmisión estimados en la k-ésima iteración C_m^k en los distintos *m* espesores de cobre electrolítico y aluminio 6061.

El espectro de fotones óptimo se obtiene a partir del análisis de la gráfica 3.18; se puede observar que el error cuadrático decae considerablemente en las primeras 20 iteraciones, y después presenta una oscilación antes volver a decrecer. En este caso el criterio de estimación espectral consiste en determinar el primer mínimo de la curva; simulaciones espectrales previas indican que los espectros siguientes al primer mínimo se distorsionan y dejan de tener sentido físico, además de aumentar el error cuadrático, o de no obtener una ganancia significativa en la disminución del error. En este caso el primer mínimo de la curva de la figura 3.18 se encuentra en la iteración k=20.



Fig. 3.18 Error cuadrático en función del número de iteración. El primer mínimo, k=20, se considera como el valor óptimo.

La figura 3.19 muestra el espectro de fotones estimado con el algoritmo EM, ecuaciones (2.11 y 2.12), utilizando las medidas de transmisión con cámara de ionización de la tabla 3.3. Se incluye el espectro inicial que corresponde a un espectro simulado con el método semiempírico de Birch and Marshall con voltaje pico a 80 kV, ángulo del blanco a 7°, ánodo de tungsteno y endurecido con 5 mm de aluminio como filtro adicional.



Fig. 3.19 Espectro de fotones estimado con el algoritmo EM en k=20 y voltaje de 80kV, se compara con el espectro inicial empleado en la estimación espectral.

Las figuras 3.20, 3.21 muestran los valores de transmisión estimados a partir del espectro EM en la iteración k=20, usando como detector cámara de ionización. Los valores de transmisión calculados se obtuvieron mediante la ecuación 2.12 y en la figuras se comparan con los valores experimentales. Para observar la diferencia que producen distintos espectros en los valores de transmisión estimados se añaden los valores de transmisión en cobre electrolítico y aluminio 6061 calculados a partir del espectro de fotones inicial.



Fig. 3.20 Medidas de transmisión experimentales del espectro a 80 kV en aluminio 6061 y valores de transmisión con el espectro estimado en el algoritmo EM para k=20 y k=1.



Fig. 3.21 Medidas de transmisión experimentales del espectro a 80 kV en cobre y valores de transmisión con el espectro estimado en el algoritmo EM para k=20 y k=1.

3.4.4 Espectro de RX a 100 kV.

La tabla 3.4 contiene las medidas de transmisión promedio obtenidas con cámara de ionización de un espectro de RX a un voltaje nominal de 100 kV con los parámetros técnicos de adquisición de la tabla 2.4.

Tabla 3.4 Valores de exposición normalizada adquiridos con cámara de ionización para el equipo Biograph mCT con un voltaje nominal de 100 kV.

Al 6061	2.700 (g/cm3)	σmax=0.002		
L (mm)	2.5 4.5 5	5.5 7.0 8.5 10.0	11.5 13.0 14.5 16.0 17.5 19.0 20.5 22.0 23.5 25.0	
Transmisión Y(L)) 0.776 0.675 0	0.587 0.512 0.452 0.4	401 0.355 0.319 0.284 0.257 0.231 0.210 0.191 0.170 0.155 0.142	
Cu electrolítico	8.960 (g/cm	omax=0.001		
L (mm)	1.36 1.86	2.29 2.74 3.19	3.63 4.06 4.59 4.91	
Transmisión Y(L	.) 0.161 0.108	0.078 0.061 0.047	7 0.038 0.031 0.025 0.023	

Se calcula la diferencia cuadrática entre los datos de transmisión experimentales C_m con cámara de ionización (C.I) y los datos de transmisión calculados con el espectro de exposición estimado en la k-esima iteración C_m^k mediante la ecuación (3.9) para determinar la iteración óptima, la curva de la gráfica (2.23) tiene el primer mínimo en la iteración k=29.



Fig.3.23 Curva del error cuadrático para la determinación de la iteración óptima en el primer mínimo k=29 utilizando como detector cámara de ionización para el espectro de RX con voltaje nominal de 100kV.

La figura (3.24) corresponde al espectro de fotones estimado con el algoritmo EM en la iteración en k=29 utilizando las medidas de transmisión de la tabla 3.4, se agrega el espectro inicial que

corresponde a un espectro simulado con el método semiempirico de Birch y Marshall con voltaje pico a 100 kV, ángulo del blanco a 7° y endurecido con 5 mm de aluminio como filtro.



Fig.3.24 Espectro de fotones estimado con el algoritmo EM en k=29 y voltaje de 100kV, se compara con el espectro inicial empleado en la estimación espectral.

Las figuras 3.25 y 3.26 muestran los valores de transmisión estimados usando como detector cámara de ionización del espectro en k=29; éstos se comparan con los valores de transmisión producidos por el espectro de fotones inicial y se añaden las medidas experimentales.



Fg. 3.25. Medidas de transmisión experimentales del espectro a 100kV en cobre electrolítico, y medidas de transmisión con el espectro estimado en el algoritmo EM para k=29 y k=1.



Fig. 3.26 Medidas de transmisión experimentales del espectro a 100kV en aluminio 6061, y medidas de transmisión con el espectro estimado en el algoritmo EM para k=29 y k=1.

3.4.5 Espectro de RX a 120 kV.

La tabla 3.5 integra las medidas de transmisión promedio, obtenidas con cámara de ionización de un espectro de fotones a un voltaje nominal de 120 kV y parámetros de adquisición topográfica señalados en la tabla 2.4.

Tabla 3.5 Valores de exposición normalizada adquiridos con cámara de ionización para el equipo Biograph mCT con un voltaje nominal de 120 kV.

Al 6061	2.700	(g/cm3)		σma	x=0.001								
L (mm)	2.5	4.5	5.5	7.0 8.5	10.0	11.5 1	3.0 14.	5 16.0	17.5 19.0	20.5	22.0	23.5	25.0
Transmisión Y(L)	0.799	9 0.707	0.623	0.556 0.4	96 0.44	5 0.403	0.364 0	.328 0.29	99 0.271 0	.247 0.	226 0.	208 0.1	90 0.174
Cu electrolítico	8.96	0 (g/cr	n3)	σm	ax=0.00	05							
L (mm)	1.36	1.86	2.29	2.74	3.19	3.63	4.06	4.59	4.91				
Transmisión Y(L)) 0.22	7 0.166	0.129	9 0.104	0.087	0.070	0.059	0.049	0.045				

La diferencia cuadrática de la figura 3.28 para determinar la iteración óptima en la estimación espectral tiene el primer mínimo en la iteración k=40.



Fig.3.28 Curva del error cuadrático para la determinación de la iteración óptima en el primer mínimo k=40 utilizando como detector cámara de ionización para el espectro de RX con voltaje nominal de 120 kV.

La figura 3.29 corresponde al espectro de fotones estimado con el algoritmo EM en la iteración k=40. Para comparar el espectro estimado se agrega el espectro inicial que corresponde a un espectro simulado con el método semiempirico de Birch and Marshall con voltaje pico a 120 kV, ángulo del blanco a 7°, ánodo de tungsteno y endurecido con 5 mm de aluminio como filtro equivalente.



Fig. 3.29 Espectro de fotones estimado con el algoritmo EM en k=40 y voltaje de 120 kV, se compara con el espectro inicial empleado en la estimación espectral.

Los valores de transmisión a partir del espectro estimado en k=40 se indican en las figuras 3.30 y 3.31; se comparan con los valores de transmisión producidos por el espectro de fotones inicial y se añaden las medidas experimentales.



Fig. 3.30 Medidas de transmisión experimentales del espectro a 120 kV en aluminio 6061, y medidas de transmisión con el espectro estimado en el algoritmo EM para k=40 y k=1.



Fig. 3.31 Medidas de transmisión experimentales del espectro a 120 kV en cobre electrolítico, y medidas de transmisión con el espectro estimado en el algoritmo EM para k=40 y k=1.

3.4.6 Espectro de RX a 140 kV.

Las medidas de transmisión promedio obtenidas con cámara de ionización de un espectro de fotones a un voltaje nominal de 140 kV se reportan en la tabla 3.6. Las medidas se obtuvieron empleando los parámetros de adquisición señalados en la tabla 2.4.

Tabla 3.6 Valores de exposición normalizada adquiridos con cámara de ionización para el equipo Biograph mCT con un voltaje nominal de 140 kV.

Al 6061	2.700	(g/cm3)		σmax=0.	001							
L (mm)	2.5	4.5	5.5 7	7.0 8.5	10.0	11.5	13.0 14	4.5 16.0	17.5 19.0	20.5 22	.0 23.5 25.	0
Transmisión Y(L)	0.81	5 0.731	0.654 0	.587 0.5	32 0.483	3 0.437	0.399	0.364 0.33	35 0.307 0.2	283 0.260	0.241 0.219	0.203
Cu electrolítico	8.96	0 (g/cr	m3)	σmax=0	.0005							
L (mm)	1.36	1.86	2.29	2.74	3.19	3.63	4.06	4.59	4.91			
Transmisión Y(L)	0.29	0.222	0.180	0.149	0.126	0.108	0.093	8 0.079	0.074			

La diferencia cuadrática de la figura (3.33) tiene el primer mínimo en la iteración k=38.



Fig. 3.33 Curva del error cuadrático para la determinación de la iteración óptima en el primer mínimo k=38 utilizando como detector cámara de ionización para el espectro de RX con voltaje nominal de 140 kV.

El espectro de fotones estimado con el algoritmo EM en la iteración k=38 y el espectro inicial se observan en la figura 3.34. El espectro inicial corresponde a un espectro simulado con el método semiempirico; voltaje pico a 140 kV, ángulo del blanco a 7°, ánodo de tungsteno y endurecido con 5 mm de aluminio como filtro adicional.



Fig. 3.34 Espectro de fotones estimado con el algoritmo EM en k=38 y voltaje de 140kV, se compara con el espectro inicial empleado en la estimación espectral.

Los valores de transmisión que surgen a mediante el espectro estimado en k=38 se indican en las figuras 3.35, 3.36. Para comparar las estimaciones se agregan los valores de transmisión producidos por el espectro de fotones inicial y se añaden las medidas experimentales.



Fig. 3.35 Medidas de transmisión experimentales del espectro a 140kV en cobre, y medidas de transmisión con el espectro estimado en el algoritmo EM para k=38 y k=1.



Fig. 3.36 Medidas de transmisión experimentales del espectro a 140 kV en aluminio 6061, y medidas de transmisión con el espectro estimado en el algoritmo EM para k=38 y k=1.

3.5 Propiedades físicas de los espectros de fotones.

Se calcularon la primera y segunda capas hemirreductoras $(HVL_1 \ y \ HVL_2)$ de los espectros estimados considerando como medio atenuador aluminio puro. Así mismo se calculó la energía efectiva y la energía promedio del haz de acuerdo a las siguientes definiciones:

$$E_{promedio} = \frac{\int_{E_{min}=0}^{E_{max}} I(E)EdE}{\int_{E_{max}}^{E_{max}} I(E)dE}, \mu(E_{efectiva}) = \frac{\ln 2}{HVL}$$
(3.10)

La tabla 3.7 contiene los valores nominales del voltaje y primera capa hemirreductora, HVL₁, tal como se muestran en la consola de control del equipo PET-CT junto con los valores medidos de estos mismos parámetros por el fabricante asi como el cálculo que obtiene este para la energía promedio y energía efectiva.

La tabla 3.8 contiene los valores de la primera y segunda capas hemirreductoras,HVL₁ y HVL₂ respectivamente, también se presentan la energía efectiva y energía promedio calculadas a partir de los espectros determinados por el algoritmo EM de este trabajo. Para el análisis de incertidumbres se obtuvo la desviación estándar de nuestras medidas respecto a las del fabricante para la primera capa hemirreductora, energía efectiva y energía promedio.

	alores nomi	nales proporcionados	por Siemens para el e	quipo Biograph mC1 (del INNN.
kV nominal	kV medido	HVL nominal (mm Al)	HVL medido (mm Al)	Energía efectiva (keV)	Energía promedio (keV)
	±0.1kV		±0.01mm	±0.1keV	±0.1keV
80	80.0	5.94	5.98	45.8	49.2
100	102.3	7.22	7.27	51.0	56.2
120	122.0	8.01	8.18	54.4	61.2
140	145.1	8.62	8.92	57.0	65.5

Tabla 2 7 Vala - Sio inal cic de ino Die

 Tabla 3.8 Valores obtenidos en este trabajo a partir de los espectros estimados con el algoritmo EM.

kV	HVL ₁	σ(HVL1)%	HVL ₂	Energía	σ(E _{ef})%	Energía	σ(E _{prom})%	
nominal	(mm Al)		(mm Al)	efectiva		promedio		
80	5.91	1.17	12.95	45.66	0.30	55.36	12.52	
100	7.40	1.79	16.08	51.78	1.53	63.07	12.22	
120	8.50	3.91	18.38	56.52	3.89	69.14	12.97	
140	9.46	6.05	20.34	61.10	7.19	74.66	13.98	

Capítulo IV. Conclusiones

4.1 Simulación del espectro de energía de un tubo de rayos X.

Las simulaciones con el modelo semiempírico de Birch and Marshall son una buena aproximación para la estimación espectral. Si bien estos espectros no reproducen las medidas experimentales por sí mismos, son esenciales para la estimación espectral ya que incluyen los rayos X característicos correspondientes al tipo de ánodo, la energía máxima de los fotones y la forma aproximada del espectro que se quiere determinar. Estos parámetros deben conocerse a priori para obtener una estimación real en el sentido fisico del espectro mediante el algoritmo EM.

En las simulaciones semiempíricas supone que el ángulo del ánodo, voltaje pico, tipo de ánodo y filtro inherente del tubo de RX son conocidos. Esta premisa no es de todo correcta ya que no se conoce con precisión el voltaje pico del tubo, ni las dimensiones del filtro tipo moño o el grueso de la superficie del gantry. Los cálculos semiempíricos o teóricos muy difícilmente contemplan con exactitud varios de los parámetros físicos de un tubo de RX, además de no tomar en cuenta su estado de conservación después de varios años de uso, pero son indispensables como primera aproximación dentro del algoritmo EM.

4.2 Validación del algoritmo de cálculo

Dado que en este trabajo se desarrollaron todos los programas que implementan el algoritmo EM para la estimación espectral, fue muy importante establecer de manera convincente que los mismos estuvieran libres de errores y que produjeran resultados confiables. Para ello se llevó a cabo un proceso de validación en dos etapas en las que se aplicó el algoritmo tanto a datos sintéticos como a datos experimentales reportados en la literatura.

La validación del algoritmo EM utilizando datos sintéticos muestra que puede ser altamente preciso en la estimación espectral. La alta precisión de la estimación conlleva a tener un error cuadrático menor a 10^{-5} entre los datos de transmisión calculados y los datos de transmisión sintéticos en aproximadamente 10^4 iteraciones.

La alta precisión en la estimación espectral puede atribuirse a la ausencia de fuentes de ruido en los valores de transmisión obtenidos teóricamente. También puede observarse la alta estabilidad de la convergencia para reproducir prácticamente el mismo espectro de fotones. Más aun, se demostró que el algoritmo es muy robusto respecto a la elección de espectro inicial, pues los resultados no dependen de la dureza del mismo.

La validación del algoritmo con datos experimentales provenientes de un equipo de tomografía clínico puso a prueba la convergencia y estabilidad del algoritmo. A diferencia de la estimación

espectral con datos sintéticos, el utilizar datos de transmisión experimentales implica integrar ruido en las medidas de transmisión; la estabilidad en este caso se ve reducida ya que, aunque se reproducen los datos de transmisión experimentales de manera satisfactoria, el espectro diverge después de aproximadamente 10⁴ iteraciones. La precisión con la que se reproducen los datos de transmisión experimentales del algoritmo para estimar espectros de fotones aunque compromete la estabilidad.

El error cuadrático entre los datos de transmisión experimentales y los estimados con EM fue menor a 10^{-4} , y el espectro de fotones estimado con este algoritmo es muy similar al espectro de fotones reportado por Lin et al. [2014], con la diferencia importante que el que se obtuvo en este trabajo tiene una mayor resolución en energía. La diferencia entre ambos espectros se debe a que el espectro inicial empleado para la estimación espectral en nuestro trabajo tiene mayor resolución en energía respecto al utilizado por Lin; esto se refleja en una mejor distinción de los rayos X característicos en nuestro espectro.

4.3 Estimación de los espectros de RX con datos experimentales.

Las medidas de los espesores del maniquí de cobre difieren de manera considerable respecto a las medidas nominales para los maniquís acorde a la validación con datos sintéticos donde se consideraba como espesor mínimo 1.0 mm de cobre. En la realidad el espesor mínimo de cobre conseguido fue de 1.36 mm; variaciones mínimas en los espesores de cobre, del orden de décimas de milímetro, conducen a diferencias importante en los valores de atenuación.

Es indispensable conocer los espesores de cada uno de los escalones de cobre con suficiente precisión para incorporar esta información adecuadamente en el algoritmo EM. En el caso del Al-6061 las medidas nominales en nuestro modelo de maniquí son prácticamente iguales a las medidas reales y diferencias del orden de ±0.1 mm de Al- 6061 no alteran las medidas de transmisión.

La alineación de la cámara de ionización debe ser lo mejor posible para evitar fuentes de error en la medición de los valores de transmisión considerando que el espectro de fotones del haz del tubo de RX tiene una dependencia angular [Lin 2014]. Colocar en el eje central la cámara de ionización con los láseres de corte axial, sagital y coronal garantiza la adecuada alineación de la cámara de ionización durante la adquisición de los datos.

Para realizar adecuadamente las lecturas de la cámara de ionización se observó que la estabilidad se alcanza después de realizar una o dos tomografías en las que el tubo de RX da varias vueltas completas alrededor de la cámara de ionización. Por ejemplo a bajas energías (80 keV) y los mayores espesores de cobre, con la cámara de ionización estabilizada se miden niveles de exposición confiables del orden de 0.4 hasta no más de 1.0 mR. Si no se estabiliza la cámara de ionización el ruido electrónico puede alcanzar niveles de 1 mR lo que resta exactitud en las medidas. Por tanto todas las medidas se realizaron con la cámara de ionización estabilizada para

obtener medidas de transmisión confiables, especialmente al emplear los mayores espesores de cobre y RX a bajas energías.

La posición del primer mínimo de la curva de error cuadrático es un criterio adecuado para la estimación espectral usando cámara de ionización ya que no existe criterio absoluto para determinar un número límite de iteraciones en el algoritmo y en la literatura se reporta como criterio que el número máximo de iteraciones alcance un valor mínimo de error promedio entre las medidas estimadas y las experimentales del orden de 10⁻⁵, [Lin 2014].

Los datos de transmisión estimados en cobre pueden se aprecian menos cercanos a los experimentales, principalmente a bajas energías (80 y 100 kV). Este hecho puede deberse a la falta de una cobertura de espesores amplia que permita medir transmisiones en el rango de 0.5-1, por lo que se requeriría de espesores del orden del orden de 0.1 milímetros de cobre.

También debe considerarse que un aumento en el número de medidas de transmisión puede comprometer seriamente la estabilidad de la matriz del sistema si no se eligen de manera adecuada ya que los espesores deben reflejar el endurecimiento del haz pero también deben dar cuenta de las medidas de transmisión para espesores muy pequeños en que la transmisión sea este entre 1 a 0.5 en aluminio o cobre.

Aunque la estimación espectral bajo el método EM empleando cámara de ionización muestra ser menos estable, se puede afirmar que es viable para la estimación espectral pues el espectro estimado reproduce de manera aceptable los datos experimentales de transmisión.

4.5 Propiedades físicas de los espectros de fotones estimados.

Las características físicas de los espectros estimados con el algoritmo EM que se señalan en la tabla 3.8 concuerdan en buena medida con las reportadas por el fabricante. Las capas hemirreductoras estimadas a partir de los espectros obtenido con el algoritmo EM tienen una desviación porcentual respecto de las medidas por el fabricante entre 1.1 y 6.0%, siendo la mayor desviación para el espectro de 140 kV. Esto se debe posiblemente a que el voltaje real del tubo de rayos X pudiera ser mayor a 140 kV ya que el fabricante reporta un voltaje medido de 145.1kVp lo que significa que en nuestra estimación espectral debió emplearse como energía máxima 145.1keV y no 140keV como se supuso.

Suponer que la energía máxima de los fotones es de 140keV y no de 145.1keV representa que la energía máxima en nuestro caso posiblemente tenga un error porcentual del 3.5% abajo respecto a la reportada por el fabricante, esto representa que los valores estimados con el algoritmo EM para HVL₁ y energía efectiva difieran más que los reportados por el fabricante.

Por otra parte las energías efectivas estimadas tienen una desviación porcentual entre 0.30 y 7.20% respecto a las reportadas por el fabricante y nuevamente la mayor desviación corresponde al espectro de 140 kV.

Las características físicas estimadas con el espectro de 80 kV muestran ser más parecidas a las reportadas por el fabricante y contemplan prácticamente la misma capa hemirreductura y energía efectiva con desviaciones porcentuales respecto a las medidas por el fabricante de 1.2 y 0.3% respectivamente.

El parámetro físico en que difieren las estimaciones calculadas y las reportadas por el fabricante es la energía promedio, relacionada directamente con la forma del espectro estimado. El fabricante no reporta el método de estimación espectral, ni el espectro de fotones obtenido. Ya que la energía promedio puede cambiar considerablemente en función de la resolución en energía, amplitud de los rayos X característicos y el endurecimiento del haz, es posible que los espectros del fabricante tengan una resolución en energía y amplitud de los RX característicos distintos a los nuestros además de que el endurecimiento del espectro puede ser distinto al nuestro por ende las energías promedio deben ser distintas.

Finalmente, en esta tesis se demostró que la estimación espectral con el método EM basada en medidas con cámara de ionización es una alternativa para determinar el espectro de RX de un tubo en particular ya que no requiere del conocimiento preciso del ángulo del ánodo, ni de las dimensiones o composición química del filtro inherente o del filtro tipo moño, ni del grueso de la superficie del gantry o de los datos en bruto del CT.

Este método puede ser implementado para determinar los espectros de cualquier tubo de RX si se tiene suficiente precisión en la medición de los datos de transmisión con cámara de ionización y se dispone de tiempo para la adquisición, el cual puede ser considerable. La estimación espectral mediante este método puede incluso implementarse en haces más energéticos, del orden de MeV, lo cual sería de utilidad para aplicaciones en radioterapia.

Referencias

Attix FH, "Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry", John Wiley & Sons U.S.A. (1986).

Ay MR, Shahriari M, Sarkar S, Adib M, Zaidi H, "Monte Carlo simulation of x-ray spectra in diagnostic radiology and mammongraphy using MCNP4C", Phys. Med. Biol. **49** (2004) 4897–4917.

Birch R, Marshall M, "Computation of bremsstrahlung x-ray spectra and comparison with spectra measured with a Ge(Li) detector", Phys. Med. Biol. **24** (1979) 505–517.

Birch R, Marshall M, Adran GM, "Catalogue of Spectral Data for Diagnostic X-rays", The Hospital Physicists Association, London, (1979).

Boone JM, "Method for evaluating bow tie filter angle-dependent attenuation in CT: Theory and simulation results", Med. Phys. **37** (2010) 39-48.

Boone JM, Seibert JA, "An accurate method for computer generating tungsten anode x-ray spectra from 30 to 140 kV", Med. Phys. **24** (1997) 1661–1670.

Bushberg JT, Leithold E, Boone JM, "Essential Physics of Medical Imaging 1st ed.", Lippincott Williams & Wilkins, U.S.A. (1994).

Clackdoyle R, Defrise M, "Tomographic Reconstruction in the 21st Century", IEEE Sig. Proc. Mag. **61** (2010) 60-80.

De Marco JJ, Cagnon CH, Cody DD, et al., "A Monte Carlo based method to estimate radiation dose from multidetector CT (MDCT): Cylindrical and anthropomorphic phantoms", Phys. Med. Biol. **50** (2005) 3989-4004.

Dempster AP, Laird NM, Rubin DB, "Maximum Likelihood from Incomplete data via the EM algorithm", J. Royal Stat. Soc. Series B (Methodologica) **39** (1977) 1-38.

Duan X, Wang J, Yu L, "CT scanner x-ray spectrum estimation from transmission measurements", Med. Phys. **32** (2011) 993-997.

Feldkam L.A., Davs L.C., Kress J.W., "Practical cone beam algorithm", J. Opt. Soc. Am. **1** (1984) 612-619.

Fewell TR, Shuping RE, Healy KE, "Handbook of Computed Tomography X-ray Spectra," HHS Publication (FDA) 81-8162/U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., (1981).

Groh B, "A performance comparison of flat-panel imager-based MV and kV cone-beam CT" Med. Phys. **29** (2002) 967- 975.

Herrera Martínez FP, "Calibración de un tomógrafo computarizado para aplicaciones en radioneurocirugía," Tesis de Maestría en Ciencias, PCF UNAM (2007).

Hioki K, Araki F, Ohno T, et al, "Absorbed dose measurements for kV-cone beam computed tomography in image-guided radiation therapy", Phys. Med. Biol. **59** (2014) 7297–7313.
Islam MK, Purdie TG, "Patient dose from kilovoltaje cone beam computed tomography imaging in radiation therapy", Med.Phys. **33** (2006) 1573-1582.

Jaffray DA, Siewerdsen JH, "Cone-beam computed tomography with a flat-panel imager: Initial perfomance characterization", Med. Phys. **27** (2000) 1311-1323.

Jaffray DA, Siewerdsen JH, "Cone-beam computed tomography with a flat-panel imager; Efects of image lag", Med. Phys. **26** (1999) 2635-2647.

Jaffray DA, Siewerdsen JH, Wong JW, Martínez AA, "Flat-Panel Cone-Beam Computed Tomography for Image Guided Radiation Therapy," J. Rad. Onc. Biol. Phys. **53** (2002) 1337–1349.

Jarry G, De Marco JJ, Beifuss U, Cagnon CH, McNittGray MF, "A Monte Carlo-based method to estimate radiation dose from spiral CT: from phantom testing to patient-specific models", Phys. Med. Biol. **48** (2003) 2645–2663.

Khan F, "The Physics of Radiation Therapy 3rd ed.", Williams and Wilkins, U.S.A. (2003).

Kim S, Song H, Movsas B, Chetty IJ, "Characteristics of x-ray beams in two commercial multidetector computed tomography simulators: Monte Carlo simulations", Med. Phys. **39** (2012) 320-329.

Lin Y, Ramirez JC, Gauthier DJ, "An angle-dependent estimation of CT x-ray spectrum from rotational transmission measurements", Med. Phys. **41** (2014) 1-12.

Maeda K, Matsumoto M, Taniguchi A, "Compton scattering measurement of diagnostic x-ray spectrum using high resolution Schottky CdTe detector", Med. Phys. **32** (2005) 1542-1547.

Matscheko G, Ribberfors R, "A Compton scattering spectrometer for determining x-ray photon energy spectra", Phys. Med. Biol. **3** (1987) 577-594.

McKenney SE, Seibert JA, Burkett GW, Gelskey D, Sunde PB, Newman JD, Boone JM, "Real-time dosimeter employed to evaluate the half-value layer in CT", Phys. Med. Biol. **59** (2014) 363-377.

McMillan K, McNitt-Gray M, Ruan D, "Development and validation of a measurement-based source model for kilovoltage cone-beam CT Monte Carlo dosimetry simulations", Med. Phys. **40** (2013) 1-9.

Midgley S, Millar RM, Dudson J, "A feasibility study for megavoltage cone beam CT using a commercial EPID", Phys. Med. Biol. **43** (1998) 155–169.

Morin O, Gillis A, "Megavoltage Cone-Beam CT: System Description and Clinical Applications", Med. Dosim. **31** (2006) 51-61.

Mosleh-Shirazi MA, Evans PM, Swindell W, "A cone-beam megavoltage CT scanner for treatment verification in conformal radiotherapy", Rad. Onc. **48** (1998) 319–328.

Pengpan T, Mitchell CN, Soleimani M, "A dual modality of cone beam CT and electrical impedance tomography for lung imaging", J. Phys. Conf. Ser. **224** (2010) 01202.

Ramirez JC, Primak AN, Grant K, Schmidt B, Fuld M, "Radiation Dose Optimization Techgnologies in Multidetector Computed Tomography", Int. J. Med. Phys. **2** (2014) 420-430.

Sidky EY, Yu L, Pan X, Zou Y, "A robust method of x-ray source spectrum estimation from transmission measurements: Demonstrated on computer simulated, scatter-free transmission data", J. App. Phys. **97** (2005) 1-11.

Skrzynski W, "Measurement-based model of a wide-bore CT scanner for Monte Carlo dosimetric calculations with GMCTdospp software", Phys. Med. **30** (2014) 816-821.

Siewerdsen JH, Jaffray DA, "A ghost story: Spatio-temporal response characteristics of and indirect-detection flat-panel imager", Med. Phys. **26** (1999) 1624-1641.

Taleei R, Shahriari M, "Monte Carlo simulation of x-ray spectra and evaluation of filter effect using MCNP4C and FLUKA code", Appl. Radiat. Isot. **67** (2009) 266–271.

Tucker DM, Barnes GT, Chakraborty DP, "Semiempirical model for generating Tungsten target x-ray spectra", Med. Phys. **18** (1991) 211–218.

Turner AC, Zhang D, "A method to generate equivalent energy spectra and filtration models based on measurement for multidetector CT Monte Carlo dosimetry simulations", Med. Phys. **3** (2009) 2154-2164.

Verhaegen F, Nahum AE, Van S, Namito Y, "Monte Carlo modeling of radiotherapy KV x-ray units", Phys. Med. Biol. **44** (1999) 1767–1789.

Vieira AA, Linke A, Yoshimura EM, Terini RA, Herdade SB, "A portable Compton spectrometer for clinical X-ray beams in the energy range 20-150 keV", App. Rad. Iso. **69** (2011) 350-357.

Wang G, Lin TH, "A General Cone-Beam Reconstruction Algorithm", IEEE Trans. Med. Im. **12** (1993) 486-489.

Yaffe M, Taylor KW, Johns HE, "Spectroscopy of diagnostic x-rays by a Compton scatter method", Med. Phys. **3** (1976) 328-334.

Zhao W, Niu K, Schafer S, Royalty K, "An indirect transmission measurement based spectrum estimation method for computed tomography", Phys. Med. Biol. **60** (2015) 339-357.

Hubbell JH, Seltzer SM, "Tables of X-Ray Mass Attenuation Coefficients and Mass Energy-Absorption Coefficients (v. 1.4)", National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD. (2004). Online: http://physics.nist.gov/xaamdi