



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**Generación de un modelo microeconómico utilizando  
agentes autónomos en el marco de las teorías  
presentadas en el libro  
*“Armas, gérmenes y acero”***

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**MATEMÁTICO**

**P R E S E N T A :**

**MARIO ALBERTO RIVERA MORALES**



**DIRECTOR DE TESIS:  
M. en C. OTTO HAHN HERRERA  
2016**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Generación de un modelo microeconómico utilizando  
agentes autónomos en el marco de las teorías presentadas  
en el libro "*Armas, gérmenes y acero*"

Mario Alberto Rivera Morales

13 de enero de 2016



# Índice general

<b>1. Resumen</b>	<b>5</b>
<b>2. Introducción</b>	<b>7</b>
<b>3. Marco Teórico</b>	<b>11</b>
3.1. Teoría Económica Neoclásica . . . . .	13
3.1.1. Teoría del consumidor . . . . .	15
3.1.2. Medidas de desigualdad . . . . .	23
3.2. Sistemas Complejos . . . . .	26
3.3. Teoría de Agentes Autónomos . . . . .	29
3.3.1. Máquinas de Estados Finitos . . . . .	30
3.3.2. Autómatas Celulares . . . . .	33
3.3.3. Modelos de Agentes Autónomos . . . . .	33
3.4. Resumen del libro <i>Armas, gérmenes y acero</i> . . . . .	35
<b>4. Construcción del Modelo</b>	<b>39</b>
<b>5. Análisis de Resultados</b>	<b>45</b>
5.1. Análisis de agentes meramente recolectores . . . . .	46
5.2. Seguimiento de un único agente máximo . . . . .	52
5.3. Seguimiento de diversos agentes máximos . . . . .	53
<b>6. Conclusiones</b>	<b>59</b>
<b>I Anexo</b>	<b>63</b>



# Capítulo 1

## Resumen

El presente trabajo de investigación se enfoca en la simulación y análisis de individuos nómadas recolectores, a través de un modelo computacional de agentes autónomos.

El modelo se construye en la plataforma Netlogo 5.0.4 y se fundamenta empíricamente desde la perspectiva del libro *Armas, gérmenes y acero* de Jared Diamond. Asimismo, la programación de los agentes en el modelo se fundamenta en los sistemas complejos y en la economía neoclásica.

El modelo está conformado por un mapa, que simulará ser un territorio, y un número aleatorio de agentes recolectores que tienen determinadas características, como pueden ser visión, metabolismo, periodo de vida, etc. En el mapa existirán dos bienes (azúcar y especia) distribuidos de manera no uniforme, con tasas de crecimiento en función del tiempo. Los agentes deberán recolectar estos bienes y podrán obtener otros 3 mediante la transformación de los ya existentes en el mapa (azúcar procesada, especia procesada y azúcar-especia procesada). Al hacer esta transformación, los agentes incurrirán en un costo de producción.

Para mantenerse activos en el sistema, los agentes deberán consumir necesariamente los 5 bienes y la carencia de al menos uno de ellos los expulsa. Asimismo, éstos cumplirán los supuestos principales de la teoría del consumidor, aunque se pondrá énfasis en la satisfacción de las necesidades como impulso principal y guía de la conducta de los agentes<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Las necesidades y su satisfacción no se incluyen en la teoría neoclásica estándar (o al menos el autor no lo encontró en la bibliografía consultada) sino que se supone que los agentes tienen necesidades infinitas.

Los agentes tendrán dos dinamismos fundamentales<sup>2</sup> el primero, el consumo de los 5 bienes necesarios para mantenerse dentro del sistema (lo cual simula las necesidades biológicas) y el segundo, el seguimiento de un agente con la mayor cantidad de bienes (con lo que se representa el seguimiento a distintos tipos de liderazgo), lo cual provocará un aumento del consumo necesario para mantenerse dentro del sistema. Con estos dos dinamismos, se pretende modelar dos características vitales en el ser humano: la satisfacción de las necesidades fisiológicas y el carácter gregario de la conducta humana.

Con la construcción del modelo, se analizan las condiciones bajo las cuales el sistema es estable; es decir, se investigan cuáles deben ser los parámetros iniciales del sistema para que los agentes no se extingan por completo. Así, se llega a la conclusión de que la sobrevivencia de los agentes dependen de muchos factores, mismos que pueden ser compensados unos con otros pero que la previsión es el principal factor para la supervivencia de los agentes, independientemente si las otras características de éstos son óptimas o no.

---

<sup>2</sup>A los agentes se les otorgaron dichos dinamismos para modelar las necesidades físicas y psicológicas de los seres humanos.

## Capítulo 2

# Introducción

Existe un disgusto generalizado hacia la ciencia económica y la situación económica imperante en México y en el mundo. La mayoría de las veces, las críticas a la primera se dirigen hacia los axiomas que la fundamentan, ya que éstos contradicen a simple vista el comportamiento de los individuos; mientras que en la segunda, la desigualdad acentuada, contaminación, crisis económicas son reclamos constantes de las distintas organizaciones no gubernamentales y sociedad civil en general. Frente a esta situación, diversos individuos se han manifestado desde diversos frentes. El presente trabajo de investigación es uno de ellos.

Aunque crítica hacia la economía que se realiza en la presente tesis no es frontal y descalificadora, pretende reformular las bases de la economía neoclásica a través de dos simples observaciones: la primera, los agentes tienen necesidades y todas sus elecciones de consumo están en función de éstas y la segunda, el comportamiento de éstos, en particular el consumo, se rige por un agente al cual los demás imitan o siguen.

Analizar la realidad y buscar soluciones concretas desde la ciencia a los problemas que la sociedad enfrenta es una tarea difícil y compleja. Es por esto que desde los círculos académicos se considera que “un científico debe ser apreciado por su capacidad de percibir e intuir los rasgos distintivos de un determinado fenómeno” [Lomelí and Rumbos, 2003] más que por otra virtud. Para lograrlo, éste debe valerse de diferentes herramientas y procedimientos que normalmente van más allá de los horizontes meramente científicos, como pueden ser el ámbito cultural, técnico o económico, propios del periodo histórico en el cual se desarrollen sus investigaciones.

Desde los albores del desarrollo de la ciencia en la Grecia Clásica y de manera más clara a partir del Renacimiento, los científicos comenzaron a notar la conveniencia del uso de las matemáticas en las ciencias naturales, principalmente en la física, debido a la

simplicidad con que se podían analizar y establecer diferentes resultados y la generalidad que estos alcanzaban. Debido al éxito de los trabajos de Galileo, Kepler y Newton, poco a poco, los científicos de las otras ciencias naturales comenzaron a incorporar las matemáticas en sus metodologías hasta que en el S. XIX alcanzan a las ciencias sociales, en especial a la economía.

A partir del siglo XIX, la economía comienza a incorporar métodos matemáticos en sus modelos hasta que en el S. XX se axiomatiza topológicamente y, con ayuda de la computación, se desarrollan importantes modelos econométricos, logrando así resultados cada vez más coherentes con la realidad.

A pesar de todas las ventajas de los avances que ha tenido la economía gracias a las matemáticas, muchos sociólogos y economistas las critican, debido a que, según ellos, en las ciencias sociales las distintas problemáticas y fenómenos de interés son tan diversos y complejos que la modelación matemática es limitada. Es decir, dichos intelectuales basan su crítica en una argumentación similar a la sostenida por Einstein: “En la medida en que las leyes de las matemáticas conciernen a la realidad, no son ciertas; y en cuanto son ciertas, no conciernen a la realidad”. Sin embargo, las críticas de los modelos matemáticos en la economía no se gestan únicamente en los círculos intelectuales, también provienen desde la opinión pública cuando dichos modelos no son suficientes para enfrentar nuevos retos o cuando los implementadores de las políticas públicas se ven rebasados frente a las problemáticas.

Sin embargo, la simplicidad de los modelos matemáticos en la economía, su continuo perfeccionamiento y la robustez de sus resultados provocan que, a pesar de todas las limitaciones y críticas, éstos sean cada vez más implementados tanto a nivel teórico como aplicado.

Dentro de la economía neoclásica, la corriente que prevalece en la economía actualmente, la construcción de los diferentes modelos matemáticos parte del supuesto de que los agentes eligen entre diferentes bienes sujetos a diferentes funciones objetivo y restricciones. Por lo cual, se estipulan ciertos axiomas de elección que justifican y sustentan toda la posterior modelación matemática de la elección racional, microeconomía y macroeconomía. Sin embargo, una pregunta que no ha sido respondida cabalmente por los economistas es: ¿por qué los agentes eligen?

Para saber el motivo por el cual elegimos, se debe comenzar el análisis desde un punto meta-económico e incorporarlo a la economía. En otras palabras, se debe iniciar desde la modelación de la parte biológica e instintiva del ser humano, debido a que éste es el fundamento, la base de la elección. Por ejemplo, el ser humano debe satisfacer su necesidad instintiva de mantenerse hidratado y después analiza cómo hacerlo, según sus

preferencias y restricciones; así, el fundamento de la elección es una necesidad biológica. Asimismo, el agente económico tiene necesidad de reconocimiento social que puede satisfacer a través de diferentes medios, como la asociación delictiva o el prestigio social; de este modo, el fundamento de la elección es un aspecto instintivo.

Segun la Real Academia de la Lengua Española (RAE) una necesidad puede ser definida como: *Carencia de las cosas que son menester para la conservación de la vida* e instinto como: *Conjunto de pautas de reacción que, en los animales, contribuyen a la conservación de la vida del individuo y de la especie*. Como se puede vislumbrar, tanto las necesidades como los instintos son tan importantes que pueden casi definir por sí mismos a una especie y más aún, a los *Homo sapiens*. Pensar, buscar la felicidad, la sexualidad, minimizar el esfuerzo para alcanzar un objetivo, competir, etc., son sin duda instintos compartidos por todos los seres humanos y que nos definen como tal.

Pareciera paradójico o contradictorio analizar desde un punto de vista racional y matemático la dimensión instintiva del ser humano. Sin embargo, diversas disciplinas, tales como la psicología o la sociología, se han enfocado a analizar dicha dimensión del hombre desde dicho punto de vista y han llegado a resultados aceptables desde un punto de vista científico.

A pesar de que aparentemente los instintos se contraponen a la parte racional del ser humano, realmente la modelación de éstos será simple, debido a que se supondrá que el ser humano sólo busca una cosa: el bienestar biológico y psicológico. Después, se supondrá que el agente escogerá dentro de todos los medios para alcanzarlo el que involucre menos esfuerzo. Este comportamiento tan simple de enunciar se presenta en casi todos los animales, sólo que en los no-humanos sólo se satisface el bienestar biológico; asimismo, dicha optimización se toma como supuesto en la economía neoclásica. Por lo cual, ésta también se tomará como supuesto en la modelación.

Lo complicado en este caso será definir el término bienestar en el modelo y que ésta sea válida o aceptable para cualquier ser humano en un contexto real. Sin embargo, evitaremos el problema de definir dicho concepto y simplemente asumiremos su existencia, identificándolo como la ausencia de necesidades y su escala estará evaluada en la recta de los números reales mayores o iguales que cero, donde el objetivo máximo es que las necesidades alcancen el mínimo valor de dicho intervalo, es decir, se considerará el bienestar como la ausencia de necesidades.

Lo que se pretende en la presente investigación es modelar matemáticamente cómo influyen las necesidades biológicas y los instintos del ser humano en las elecciones de agentes recolectores, cuando la supervivencia de éstos depende por completo de los recursos que extraen de manera directa de la naturaleza y de un impulso a ajustar

su conducta con respecto a un líder. Para llevar a cabo lo anterior, la microeconomía neoclásica, los sistemas complejos y los modelos de agentes autónomos serán los pilares teóricos y el libro *Armas, germen y acero* de Jared Diamond será el sustento empírico para la modelación y punto de comparación para el análisis y conclusión.

Sin duda, el desarrollo teórico y formal de la economía, sistemas complejos y agentes autónomos es muy amplio y el completo desarrollo de cada una de estas disciplinas abarcaría varios volúmenes (eso sin considerar el libro de Jared Diamond), además de que no sería óptimo debido a que el lector se perdería en el enfoque del modelo. Por lo cual, se procurará desarrollar a continuación sólo el marco teórico necesario para la adecuada comprensión del modelo y sus implicaciones.

## Capítulo 3

# Marco Teórico

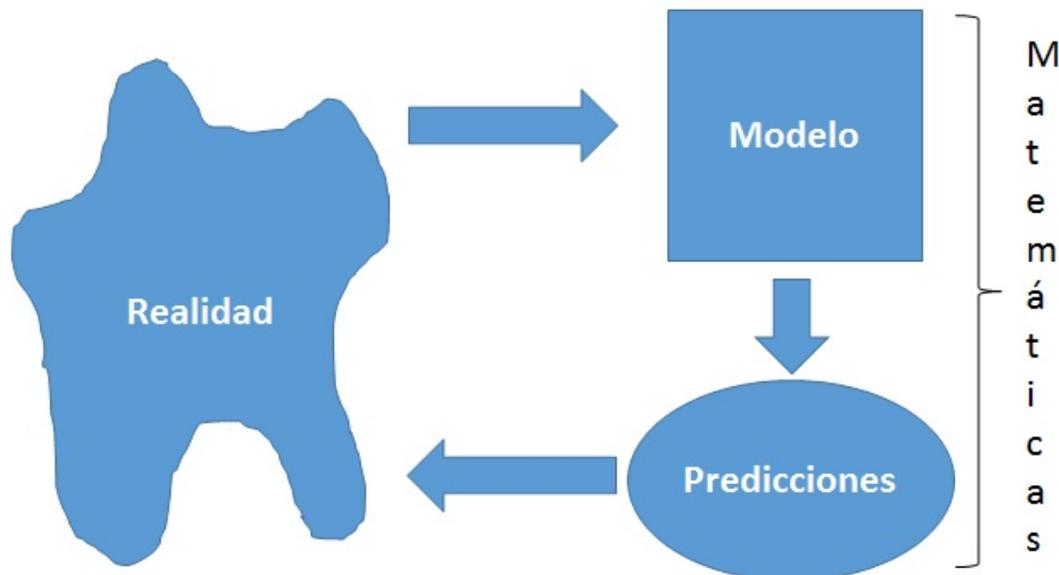
Para comprender ampliamente mejor este apartado, es necesario saber qué es un modelo (modelo matemático, para ser más precisos), debido a que son diversas las connotaciones que posee este término. Una de las definiciones más sencillas que se encontró es la siguiente: “Modelo es una representación abstracta de la realidad” [Lomelí and Rumbos, 2003]; es decir, es una construcción racional con la que se pretende analizar un determinado fenómeno de interés.

Como cualquier representación hecha por el hombre, “todo modelo es imperfecto y una representación perfecta es inútil” [Lomelí and Rumbos, 2003] debido a que existen detalles de la realidad que se excluyen del modelo para poder centrarse en los elementos de interés. Sin embargo, si no se realizara lo anterior, es decir, si se construye un modelo perfecto, la construcción racional sería absurda e imposible debido a que sería el fenómeno mismo.

Para explicar mejor lo anterior, se podría hacer un símil entre los modelos matemáticos y los mapas. Un mapa es un modelo de un determinado territorio que muestra algún aspecto de interés y excluye otros elementos. Por ejemplo, hay mapas de división política, hidrografía, preferencias de consumo, etc. También es cierto que entre más detalles contenga el mapa, es un mejor modelo y se puede perfeccionar tanto hasta llegar a la representación perfecta del territorio de interés. Sin embargo, tal modelo perfecto sería el territorio mismo con todos sus detalles y características, lo cual provoca que éste sea completamente inútil para un investigador que desee examinar algún aspecto concreto de dicho territorio.

Como se puede apreciar en el siguiente esquema, la realidad es sumamente compleja y tiene un gran número de aristas; sin embargo, muchas de éstas son excluidas para realizar el modelo conforme al objetivo del investigador. Lo que se pretende al fi-

nal, es poder explicar algún aspecto de interés de la realidad y poder hacer predicciones.



**Figura 3.0.1** Esquema heurístico de la modelación matemática. (tomado de Lomelí y Rumbos 2003)

Asimismo, es importante hacer notar que “pueden existir distintos modelos de un mismo objeto” [Lomelí and Rumbos, 2003] (regresando a la analogía de los modelos matemáticos y los mapas, los hay con diferentes proyecciones: hidrográficos, orográficos, etc.), dependiendo del interés del investigador. Como lo mencionan los autores anteriormente citados: “Hay en nuestra pequeña abstracción tres pasos que en mayor o menor grado determinan el proceso de modelación”: abstracción, deducción y verificación.

1. **Abstracción** Esta primera parte de la modelación consiste en la identificación de las variables claves que se analizarán, estableciendo diversos supuestos simplificadores y describiendo las relaciones matemáticas entre las distintas variables seleccionadas. Todo esto basado en el principio *caeteris paribus*<sup>1</sup>, lo cual significa que determinados elementos de la realidad se consideran constantes en el modelo para centrar el análisis en diversos factores empíricos o variables relevantes para el científico, identificándolos y midiéndolos apropiadamente.
2. **Deducción a partir del modelo** Esta sección consiste en extraer conclusiones a partir de las relaciones entre las variables y resultados que se generaron dentro del modelo. Es importante mencionar que éstas “conclusiones se refieren al modelo

<sup>1</sup>Locución latina que significa: “todo lo demás igual”.

y no al fenómeno real que lo originó” [Lomelí and Rumbos, 2003], debido a que muchos investigadores y profesionales tienden a equipararlos.

3. **Verificación** En este último paso se confronta la conclusión puramente matemática del modelo con la realidad que se pretendía estudiar desde un principio. Es decir, “se da mediante la predicción de comportamientos que pueden ser observados a través de experimentos controlados o bien mediante la explicación de fenómenos que no podían entenderse” [Lomelí and Rumbos, 2003].

A pesar de todas las bondades de la modelación matemática en las ciencias sociales, es importante notar hacer notar que:

Las razones por las cuales los modelos económicos no tienen la objetividad y capacidad de predicción de las ciencias exactas son claras: los fenómenos que se estudian son no sólo complejos, sino muy difíciles de aislar . . . por esta razón, debe tenerse mucha cautela al tratar de imponer a la realidad las ideas surgidas de los modelos económicos” [Lomelí and Rumbos, 2003].

A continuación, dentro del Marco Teórico, se desarrollarán de manera formal los pilares teóricos y técnicos que sustentarán el modelo presentado en esta tesis. Se comenzará con la parte económica debido a que, en esencia, los agentes recolectores se enfrentan a decisiones de tipo económicas más que de cualquier otra índole. Después, se utilizarán los sistemas complejos para concretizar y matizar ciertos aspectos que la teoría económica sostiene como supuestos simplificadores. Posteriormente, se desarrolla una breve explicación de los Agentes Autónomos, que son la herramienta computacional con la que se construye el modelo y, al final, se presenta un resumen del libro *Armas, gérmenes y Acero* debido a que, como ya se mencionó anteriormente, este libro es el sustento empírico del modelo.

### 3.1. Teoría Económica Neoclásica

Como en toda ciencia social, es complicado ofrecer una definición de economía que abarque todo la problemática económica que afecta a los individuos y a los diversos grupos sociales, además que la definición de dicha ciencia ha cambiado en función de las distintas transformaciones sociales. Actualmente, la definición de economía más aceptada es la ciencia social que estudia cómo se distribuyen los recursos escasos frente a las necesidades múltiples de los individuos.

La economía ha tenido diferentes enfoques a través de la historia. En la actualidad, la corriente neoclásica, heredera directa de los postulados de la economía clásica desarrollada durante los siglos XVIII y XIX en Europa, es la que predomina en los círculos gubernamentales.

Para comprender apropiadamente la corriente neoclásica de la economía, se debe partir desde los fundamentos de los economistas liberales de los siglos XVIII y XIX, como Adam Smith, David Ricardo, John Stuart Mill, principalmente, y las crisis económicas de los años setentas y ochentas en el S. XX, que provocaron que los postulados de la economía liberal se retomaran y se modelaran matemáticamente.

La teoría neoclásica de la economía propugna por el equilibrio competitivo en el mercado a partir de la ley de la oferta y la demanda con una intervención nula o casi nula de agentes externos, como el gobierno o poderes monopólicos, por ejemplo. Heurísticamente, la oferta se interpreta como la curva que resulta de la maximización de ganancias por parte de los productores, mientras que la demanda, se entiende como la curva que proviene de la maximización de la función de utilidad sujeta al ingreso y a los precios de los bienes. Cuando se intersectan ambas curvas, determinan un precio y una cantidad de equilibrio en los diferentes mercados, que bajo ciertos supuestos son óptimos socialmente.

En el presente trabajo de investigación se expondrá brevemente los aspectos más relevantes de la teoría del consumidor y el coeficiente de Gini debido a que éstos son una parte importante en la modelación y en los resultados de la presente tesis <sup>2</sup>.

Como se expuso en la introducción del marco teórico, toda modelación matemática debe partir de una abstracción de la realidad. En la economía neoclásica, dicha abstracción se manifiesta en los supuestos que se utilizan en el modelo. Sin embargo, hay una modelación estandar para explicar el consumo de los agentes. En dicho modelo, se asumen los siguientes supuestos:

1. **Racionalidad.** En este contexto, significa que los agentes son consecuentes con sus decisiones, que cuentan con un conocimiento perfecto de la realidad en la que están inmersos, pueden prever perfectamente sucesos futuros y que nunca pierden de vista la función objetivo.
2. **Los agentes son precio-aceptantes.** Implica que los precios de los diferentes bienes y servicios están fijos y son exógenos al modelo, además de ser positivos,

---

<sup>2</sup>Además, la teoría del consumidor es la base para comprender las decisiones del consumidor y modelos más complejos, como pueden ser los modelos de equilibrio general; asimismo, el Coeficiente de Gini es una de las herramientas más utilizadas para medir la desigualdad en el ingreso.

tanto para los productores como para los consumidores. Lo anterior incluye al ingreso.

3. **Los agentes únicamente valoran sus preferencias.** Los agentes no consideran en sus elecciones a los agentes. Es decir, son completamente individualistas.
4. **Divisibilidad infinita.** Los bienes que se modelarán deben ser infinitamente divisibles, esto con el fin de que los bienes puedan ser modelados en el plano cartesiano con números reales.
5. **Análisis estático.** El análisis se realiza para un determinado momento del tiempo.

Estos supuestos normalmente no se enuncian de manera concreta en el desarrollo de la teoría del consumidor, sino que aparecen inmersos sutilmente dentro del modelo general. Sin embargo, es importante tenerlos en consideración en todo momento.

### 3.1.1. Teoría del consumidor

La axiomatización de la economía comienza con la construcción de la Teoría del Consumidor, ésta se comienza a construir a partir de un conjunto de consumo factible, el cual representa el conjunto de todas las posibles combinaciones de bienes que el agente pueda concebir.

Formalmente, el conjunto de consumo factible  $\mathbb{X}$  tiene las siguientes propiedades:

1.  $\emptyset \neq \mathbb{X} = \mathbb{R}_+^n$
2.  $\mathbb{X}$  es cerrado y convexo
3.  $0 \in \mathbb{X}$

Es importante hacer notar que  $\mathbf{x} \in \mathbb{X}$  puede corresponder en la realidad a un sólo bien o una canasta de bienes, aunque en el modelo dicho punto se considere un punto en el espacio. En cualquier caso, se debe prestar atención a los ejes del cuadro cartesiano y a lo que simbolizan. Asimismo, en este modelo, la dimensión del espacio en  $\mathbb{R}_+^n$  se considera como el número de los bienes o canastas de bienes que son reelevantes para las preferencias del consumidor<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup>Usualmente, el conjunto de consumo factible es un subconjunto propio de  $\mathbb{R}_+^n$ , pero en el presente documento de investigación se tomará como todo el anterior conjunto

## Preferencias y utilidad

Cuando una empresa de marketing convence a los clientes de comprar un determinado producto, lo hace considerando una infinidad de factores presentes en el mercado. En la corriente neoclásica de la economía, dichos factores se reducen a las preferencias del consumidor, el precio del bien y el ingreso del comprador. Asimismo, se asume que dichas preferencias son "bien comportadas" desde un punto de vista matemático, de tal forma que permitan su modelación.

Para realizar lo anterior, las preferencias del consumidor comienzan a ser modeladas desde la axiomatización. Con base en éstas, se construye posteriormente una función objetivo denominada función de utilidad. Ésta se podría considerar como la "medida" de bienestar del agente económico<sup>4</sup>.

Antes de definir formalmente las preferencias en la teoría del consumidor, es conveniente ofrecer su interpretación en relación con la forma en que éstas se expresan en los gustos de los consumidores. Así, la relación binaria  $\succsim$ , en  $\mathbb{X}$  es tal que:

Si  $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$ , se interpretará como: "la canasta  $\mathbf{x}^1$  es al menos tan buena como la canasta  $\mathbf{x}^2$ " para un determinado consumidor.

### Definición 1.1: Relación de preferencias

La relación binaria  $\succsim$  en el conjunto de consumo factible  $\mathbb{X}$  es llamado relación de preferencias si satisface los axiomas de completitud y transitividad, los cuales se especifican de la siguiente manera:

1. **Completitud** Para todo par de canastas  $\mathbf{x}^1$  y  $\mathbf{x}^2$  en  $\mathbb{X}$  o  $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$  o  $\mathbf{x}^2 \succsim \mathbf{x}^1$ .
2. **Transitividad** Para cualquiera tres canastas  $\mathbf{x}^1$ ,  $\mathbf{x}^2$  y  $\mathbf{x}^3$  en  $\mathbb{X}$  si  $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$  y  $\mathbf{x}^2 \succsim \mathbf{x}^3$  entonces  $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^3$ .

Al definir de esta forma la relación de preferencias, se pretende que el agente sea capaz de comparar cualquier bien o canasta de bienes en el conjunto de consumo factible y que dicha comparación sea coherente.

---

<sup>4</sup>En la corriente filosófica utilitarista del S. XIX, de ahí el nombre, se consideraba a la utilidad como medida de la felicidad humana. Con el paso del tiempo se argumentó desde otras corrientes filosóficas que dicha pretensión era falaz.

En innumerables ocasiones, las preferencias de los agentes en la realidad no se comportan según la definición matemática. Sin embargo, tanto la completitud como la transitividad son lo mínimo que se le debe exigir a las elecciones del consumidor, de tal forma que permitan una adecuada formulación matemática.

Siguiendo la **Definición 1.1** ¿Cómo se expresaría que una canasta o un bien nos guste más que otro o la indiferencia entre dos bienes? A continuación se definen las preferencias anteriormente mencionadas.

**Definición 1.2 Relación estricta de preferencia**

La relación binaria  $\succ$  en el conjunto de consumo  $\mathbb{X}$  se define como  $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2$  si y sólo si  $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$  y  $\mathbf{x}^2 \not\prec \mathbf{x}^1$ .

**Definición 1.3 Relación de Indiferencia**

La relación binaria  $\sim$  en el  $\mathbb{X}$  es definida como sigue:  $\mathbf{x}^1 \sim \mathbf{x}^2$  si y sólo si  $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$  y  $\mathbf{x}^2 \succsim \mathbf{x}^1$ .

Con la **Definición 1.2** y la **Definición 1.3**, es clara la notación cuando un bien es preferido estrictamente frente a otro y cuando éstos son indiferentes. Más aún, dados cualquier par de bienes  $\mathbf{x}^1$  y  $\mathbf{x}^2$ , una y sólo una de las siguientes posibilidades puede ocurrir:  $\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2$ , ó  $\mathbf{x}^2 \succ \mathbf{x}^1$  o  $\mathbf{x}^1 \sim \mathbf{x}^2$ .

**Definición 1.4**

Sea  $\mathbf{x}^0$  cualquier punto en el conjunto  $\mathbb{X}$ . Se definirán los siguientes subconjuntos de  $\mathbb{X}$ :

1.  $\succeq(\mathbf{x}^0) \equiv (\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in \mathbb{X}, \mathbf{x} \succeq \mathbf{x}^0)$ , es el conjunto: *al menos tan bueno como  $\mathbf{x}^0$ .*
2.  $\preceq(\mathbf{x}^0) \equiv (\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in \mathbb{X}, \mathbf{x}^0 \succeq \mathbf{x})$ , es el conjunto: *no mejor que  $\mathbf{x}^0$ .*

Lo desarrollado hasta este momento ofrece un orden a las preferencias definidas sobre el conjunto de consumo factible. Sin embargo, para facilitar la modelación económica, se agregarán otros tres axiomas que permitirán construir una función objetivo que sintetice los 5 axiomas.

**Axioma 3 Continuidad**

Para todo  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n$  el conjunto *al menos tan bueno como* y el conjunto *no mejor que* son cerrados en  $\mathbb{R}_+^n$ .

**Axioma 4 Monotonicidad estricta**

Para todo par de vectores  $\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1 \in \mathbb{R}_+^n$ , si  $\mathbf{x}^0 \geq \mathbf{x}^1$  entonces  $\mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^1$  y si  $\mathbf{x}^0 > \mathbf{x}^1$ , entonces  $\mathbf{x}^0 \succ \mathbf{x}^1$ .<sup>5</sup>

En otras palabras, lo que permiten el **Axioma 3** y el **Axioma 4** es hacer al conjunto de indiferencia un conjunto cerrado y que, dada una canasta situada en una relación de indiferencia, necesariamente exista otra canasta que sea estrictamente preferida a la anterior para cualquier radio  $\varepsilon > 0$ . Asimismo, si  $\mathbb{X} = \mathbb{R}_+^n$  el **Axioma 4** hace imposible que dadas dos canastas de bienes  $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  y  $Y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$  donde  $x_i \leq y_j \forall i, j$  sean indiferentes, aunque sea sólo una milésima parte de un bien que conforme la canasta. Comúnmente a este último se le conoce como el axioma de no-saciedad.

**Axioma 5 Convexidad**

Si  $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^0$  entonces  $t\mathbf{x}^1 + (1-t)\mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^0$ .

Eurísticamente, lo que refleja la convexidad es que los consumidores tendemos a preferir canastas de bienes que se sitúan entre los extremos. Por ejemplo, si el conjunto de consumo factible son tortas y refrescos, lo que nos dice el axioma de la convexidad es que preferimos una canasta que incluya tortas y refrescos a otras que estén conformadas por únicamente tortas o sólo refrescos; asimismo, entre más equilibrada sea una canasta entre dos extremas a ella, la primera será más preferida<sup>6</sup>.

En resumen, los axiomas de completitud o transitividad describen a un consumidor que puede hacer comparaciones consistentes entre las alternativas. El axioma de continuidad garantiza que dada una canasta  $x_0$  los conjuntos *al menos tan bueno como*  $x_0$  y *no mejor que*  $x_0$  sean topológicamente bien portados. Los otros axiomas sirven para caracterizar los gustos del consumidor sobre los bienes que se van a elegir. Típicamente, se

<sup>5</sup>Es importante mencionar que en este caso, los símbolos  $>$  o  $\geq$  no son los símbolos de mayor o mayor o igual que se utilizan de manera estandar con los números. En el caso de vectores, esta notación debe entenderse como sigue: Dados dos vectores  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  y  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ , se dice que  $\mathbf{x} > \mathbf{y} \equiv x_i > y_j \forall i, j$ . De manera análoga se define para  $\geq$ .

<sup>6</sup>Matemáticamente, el supuesto de la convexidad de las preferencias tiene consecuencias más importantes

requiere que los gustos muestren no saciedad y alguna tendencia a balancear el consumo.

Hasta ahora, se han caracterizado las preferencias de los agentes; sin embargo, no se cuenta con nada que identifique de manera clara a las preferencias. Es decir, sería muy conveniente que existiese un objeto matemático que las identifique. Afortunadamente, existe una función matemática que cumple lo anterior.

### **Definición 1.5 Función de Utilidad**

La función real valuada  $u : \mathbb{X} \subseteq \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}$  es llamada la función de utilidad que representa una determinada relación de preferencia  $\succsim$  si  $\forall \mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1 \in \mathbb{R}_+^n, u(\mathbf{x}^0) \geq u(\mathbf{x}^1) \Leftrightarrow \mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^1$ .

La importancia de esta función, más allá de ser el pilar de la teoría del consumidor y de los modelos de equilibrio general, radica en la asignación de valores numéricos en los números reales a las canastas preferidas; es decir, ya no es necesario describir las preferencias explícitamente con escalas cualitativas. Más aún, se puede demostrar matemáticamente la existencia de la función de utilidad si las preferencias cumplen los axiomas anteriormente mencionados.

### **Teorema 1.1 Existencia de una función real valuada que representa una relación de preferencia**

Si la relación binaria  $\succsim$  es completa, transitiva, continua, y estrictamente monótona entonces existe una función continua real valuada:  $u: \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}$ , la cual representa  $\succsim$ .

La demostración del teorema anterior va más allá de los alcances de este documento, pero en [Jehle and Reny, ] se puede consultar o en cualquier libro de teoría económica avanzada.

Aún hay más, la función de utilidad es una función matemática que asigna valores numéricos a las preferencias a partir de distintas canastas de consumo, pero a dicha evaluación lo único que se le exige es respetar la coherencia de las preferencias, no asignar valores numéricos únicos a éstas. Es decir, se puede hacer cualquier transformación monótona de una función de utilidad y dicha transformación seguiría representando exactamente las mismas preferencias de la anterior. En el siguiente teorema se expone adecuadamente la afirmación anterior

**Teorema 1.2 Invarianza de la función de utilidad**

Sea  $\succsim$  una relación de preferencia en  $\mathbb{R}_+^n$  y supongamos que  $u(\mathbf{x})$  es una función de utilidad que la representa. Entonces  $v(\mathbf{x})$  también representa a  $\succsim$  si y solo si  $v(\mathbf{x}) = f(u(\mathbf{x}))$  para todo  $\mathbf{x}$ , donde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es estrictamente creciente en el conjunto de valores donde  $u$  está definida.

En otras palabras, lo que nos afirma el teorema anterior es que la asignación de valores a las preferencias es lo relevante en la función de utilidad, no el valor de dicha función en sí mismo. Siguiendo el ejemplo de las tortas y refrescos, a una canasta formada por dos refrescos y dos tortas, la función de utilidad de un individuo puede asignar el valor de 1 y otra puede asignar el valor de 2 y sin embargo, ambas funciones de utilidad pueden representar exactamente las mismas preferencias.

Con el fin de simplificar el análisis posterior, se supondrá que la función de utilidad es continuamente diferenciable, con lo cual, el análisis se puede desarrollar más fácilmente y enriquecerlo usando el Cálculo Diferencial e Integral sin perder generalidad en los conceptos. Así, a la primera derivada de la función de utilidad  $u(\mathbf{x})$  con respecto al bien  $\mathbf{x}_i$  se le denomina utilidad marginal del bien  $\mathbf{x}_i$  y se interpreta como el cambio del valor de la función de utilidad debido a cambios en el consumo del bien  $i$ -ésimo.

Para el caso de dos bienes, se definirá la tasa marginal de sustitución entre dos bienes, supongamos bien  $i$  y bien  $j$ , como el valor absoluto del cociente de las utilidades marginales de  $i$  entre la utilidad marginal del bien  $j$ . La interpretación de dicha tasa sería la medida de cómo un agente sustituye el consumo del bien  $i$  por el consumo del bien  $j$ , de tal forma que se mantenga la indiferencia en las preferencias entre ambos bienes.

Una vez que ha sido explicada la relevancia de la función de utilidad y expuesto someramente cómo ésta se interpreta en la realidad, se puede definir formalmente el problema del consumidor en la economía neoclásica:

$$\max u(\mathbf{x}) \text{ sujeto a } \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{y}$$

Donde  $\mathbf{p}$  son los precios,  $\mathbf{x}$ , los bienes y  $\mathbf{y}$  el ingreso, es decir, el producto punto del vector de precios y el vector de canastas debe ser menor o igual al ingreso del consumidor

Como se recordará, en la introducción se estipuló que los agentes son precioaceptantes, es decir, tanto el precio de los bienes como el ingreso son exógenos en el modelo y los agentes no pueden manipularlos <sup>7</sup>. Ahora bien, el problema del consumidor es

<sup>7</sup>Cuando los agentes pueden interferir en los precios, existen diversos modelos arbitraje, basados en la teoría de juegos.

maximizar una función de utilidad con la siguiente restricción: el gasto que realice en el consumo debe ser menor o igual al ingreso del consumidor.

Debido al supuesto de insaciabilidad (**Axioma 4**) y a que comunmente se considera  $\mathbb{X}$  como  $\mathbb{R}_+^n$ , sabemos que el consumidor, al maximizar la función de utilidad, buscará consumir lo más posible. Por lo cual, el problema del consumidor se puede expresar de la siguiente manera:

$$\max u(\mathbf{x}) \text{ sujeto a } \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{y}$$

Por lo cual, al buscar la maximización de la función de utilidad sujeto a la restricción presupuestaria, a través del teorema de Lagrange sobre la maximización de funciones sobre restricciones en el dominio,

$$(\mathbf{x}, \lambda) = u(\mathbf{x} + \lambda[y - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}])$$

Así, las condiciones de primer orden quedarían

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial u(\mathbf{u})}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

·  
·  
·

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_n} = \frac{\partial u(\mathbf{u})}{\partial x_n} - \lambda p_n = 0$$

$$y - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} = 0$$

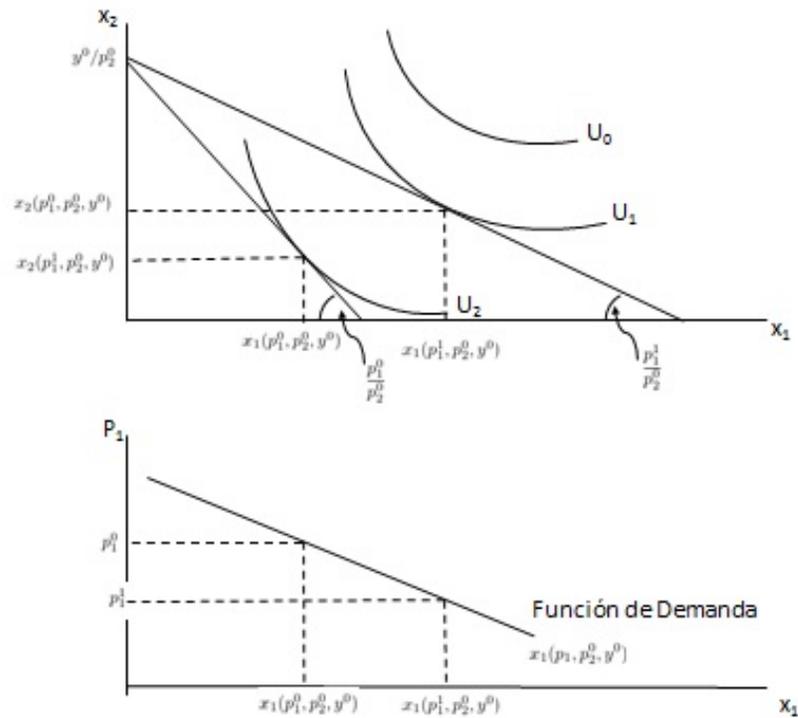
de se llega a la conclusión de que:

$$\frac{\partial u(x)/\partial x_i}{\partial u(x)/\partial x_j} = \frac{p_i}{p_j}$$

Lo cual, caracteriza a la demanda en el punto en el que se maximiza el consumo. Aún más, reescribiendo la ecuación anterior, es fácil de observar que el punto de consumo óptimo está caracterizado por la igualdad del cociente de cada una de las utilidades marginales entre sus respectivos precios. Así, reescribiendo la ecuación anterior:

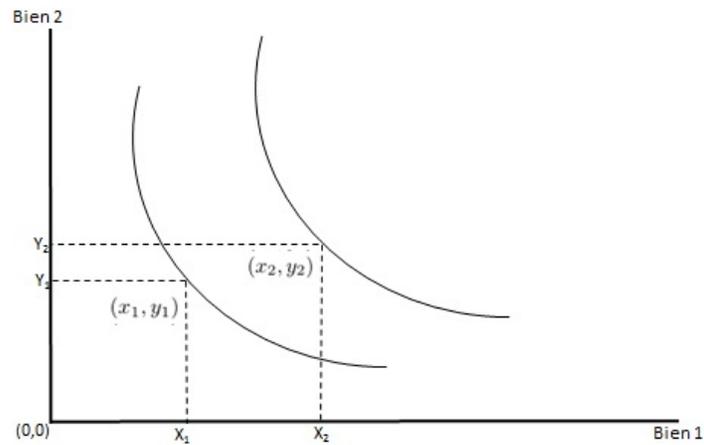
$$\frac{\partial u(x)/\partial x_i}{p_i} = \frac{\partial u(x)/\partial x_j}{p_j}$$

A partir de la ecuación anterior que caracteriza el consumo óptimo y realizando un poco de álgebra en la restricción, se determina el consumo óptimo de cada uno de los bienes (no se expone una canasta óptima debido a que depende de la forma en que se construya la función de utilidad). Gráficamente, en el caso de dos bienes, la optimización del consumidor se apreciaría de la siguiente manera:



**Figura 3.1.1** Obtención de la curva de demanda a partir de la maximización de la función de utilidad. Tomado de Jehle, Geoffrey A y Reny, 2001.

En el contexto del modelo que se desarrollará en la presente investigación, los agentes recolectores sólo enfrentan la restricción de los bienes que tienen a su alcance en cada periodo de tiempo y la competencia de otros agentes. De esta manera, la gráfica de los agentes recolectores desde la perspectiva de la teoría del consumidor se apreciaría como sigue.



**Figura 3.1.2** Maximización de agentes recolectores.

Con lo expuesto hasta este momento, el consumo y la demanda de un bien quedan bien definidos a nivel individual, pero una problemática importante es estudiar qué sucede a nivel colectivo en el consumo de un determinado bien. La respuesta más sencilla es construir dicha agregación de demandas individuales como la suma de las anteriores y construir así una función de demanda global denominada demanda del mercado.

Como se puede intuir, la simple agregación de agentes provoca que se pierda demasiada información de los consumidores individuales, debido a que cada uno de éstos tiene preferencias que le son particulares. Lo mismo ocurriría en un modelo de agentes recolectores. Por lo cual, a continuación se presenta la metodología más usada para medir la desigualdad.

### 3.1.2. Medidas de desigualdad

Una de las preocupaciones más importantes en la teoría y política económica es la desigualdad en el ingreso. Para analizar esta problemática desde una perspectiva matemática, el primer paso es medirla.

Existen diversas maneras de contabilizar la desigualdad en la economía, como la estratificación por clases sociales, estimar los porcentajes de la población que vive con menos de una determinada cantidad de ingreso al día, el Coeficiente de Gini, etc. De todas estas, la más ocupada en la investigación es el último, el cual, se construye a partir de la Curva de Lorenz.

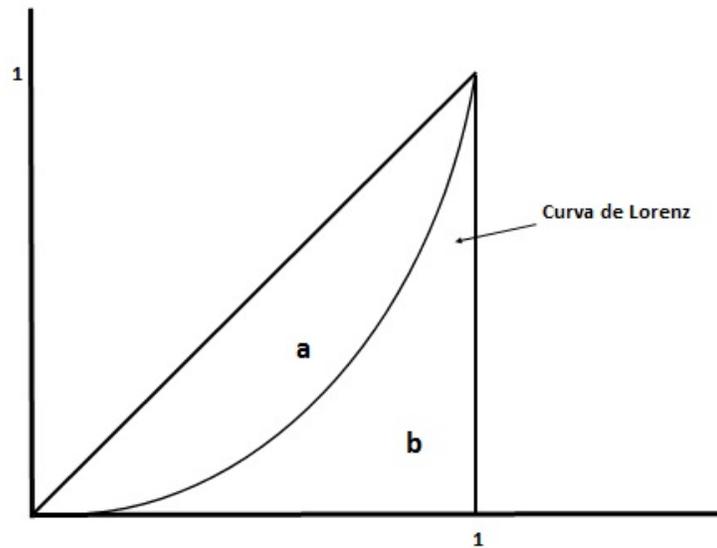
La Curva de Lorenz es un polígono de frecuencias<sup>8</sup> acumulado del ingreso de una población, en la que ésta se divide en percentiles; es decir, el dominio de la curva de Lorenz es  $[0,100]$  que cubre el 100 por ciento de la población, aunque normalmente se hace un cambio de escala para que el intervalo sea  $[0,1]$ .

La interpretación de la Curva de Lorenz es inmediata estadísticamente hablando. Cada punto de dicha curva es la riqueza acumulada por un determinado porcentaje de la población. Para facilitar visualmente la distribución del ingreso, la curva de Lorenz se compara con la función identidad, ya que esta refleja la distribución del ingreso de una sociedad perfectamente igualitaria. Así, entre mayor sea el área entre la función identidad y la curva de Lorenz, mayor será la desigualdad y viceversa.

Para sintetizar en un estadístico puntual la desigualdad en el ingreso, se construye el Coeficiente de Gini, el cual es simplemente un cociente: el área limitada por la curva de Lorenz y la identidad entre la suma de la anterior y la que se encuentra debajo de la curva de Lorenz. Como se puede observar en el siguiente gráfico, el coeficiente de Gini está dado por el cociente  $\frac{a}{a+b}$  (ver la figura 3.1.3), lo cual, determina que éste estadístico se encuentre en el intervalo  $[0,1]$ . Así, entre más cercano sea éste al ínfimo de dicho intervalo, la sociedad será más igualitaria; en caso contrario, ésta será más desigual.

---

<sup>8</sup>Para la construcción del polígono de frecuencias, se toma a la población y se les ordena respecto al parámetro que se quiere estudiar, en este caso, el ingreso. Posteriormente, se considera la suma total del ingreso y se estima qué porcentaje del ingreso total posee cada individuo de la población. Finalmente en un plano cartesiado de dos dimensiones, la población se coloca en el eje de las abscisas y la proporción del ingreso en el eje de las coordenadas.



**Figura 3.1.3** Explicación gráfica de la estimación del Coeficiente de Gini a partir Curva de Lorenz.

Sin duda, la exposición de la teoría del consumidor sin la correspondiente teoría del productor es incompleta; de igual forma ocurre con la mera exposición de la curva de Lorenz sin una explicación adecuada de las teorías del crecimiento y desarrollo económico. Sin embargo, con lo expuesto hasta este momento, es suficiente para entender la construcción del modelo desde la perspectiva de la economía neoclásica

### Críticas a la economía neoclásica

Las críticas hacia la economía neoclásica aparecen desde el planteamiento de los primeros supuestos. La racionalidad, como la plantean los neoclásicos, es algo imposible de alcanzar y postularlo desde el inicio de la modelación es demasiado ambicioso. Asimismo, los axiomas de transitividad y no saciedad son sin duda los más cuestionados; el primero, debido a que generalmente los seres humanos no son coherentes con sus elecciones y, el segundo, lo es debido a que contradice los valores de frugalidad, consumo responsable, cuidado ambiental, etc.

Es importante mencionar que en los cinco axiomas de la teoría del consumidor y en general en toda la teoría de la economía neoclásica, la racionalidad de los agentes se fundamenta en la coherencia de sus preferencias y en la optimización, sin tomar en consideración otro tipo de principios, como pueden ser los juicios morales. En palabras más simples, si un consumidor prefiere consumir drogas que cualquier otro tipo de bien y descuidar otro tipo de obligaciones familiares y cívicas y es coherente con sus elecciones, dicho consumidor es racional desde el punto de vista económico.

El modelo, aunque respeta los supuestos básicos de la teoría del consumidor, es un poco heterodoxo, debido a que cada agente tiene sus propias características (en contraposición del supuesto simplificador denominado agente representativo, muchas veces utilizado en la economía neoclásica) y a que el consumo depende de las necesidades y de otros agentes dentro del modelo (debemos recordar que la teoría del consumidor sólo toma en cuenta las preferencias y restricciones individuales). Esto último motiva a enriquecer el estudio de la teoría del consumidor con los postulados de los sistemas complejos.

### 3.2. Sistemas Complejos

El principio *caeteris paribus* es de suma importancia en la modelación matemática, debido a que éste es el principio que permite enfocarse en los aspectos más relevantes para el investigador. Sin embargo, a veces ocurre que los distintos elementos que conforman un fenómeno están tan íntimamente relacionados, que la exclusión de ciertas variables o el suponerlas constantes, elimina interacciones esenciales dentro del fenómeno de interés, provocando así que la posterior modelación matemática sea muy limitada tanto en el análisis como en los resultados.

Últimamente, se han comenzado a estudiar y modelar a los sistemas de manera más holísticamente posible, de tal forma que las relaciones que existen en la realidad se conserven lo más posible en el modelo. A este tipo de modelos se les denomina sistemas complejos.

Para comprender de manera heurística la importancia de los sistemas complejos, se podría decir que éstos son sistemas no lineales en los que la unión de las partes puede ser mayor o menor que el todo que la conforman. Por ejemplo, la unión aleatoria de los átomos que conforman cualquiera de los seres vivos no engendra por sí misma la vida, es decir, el total es "mayor" que las partes. De manera contraria, el agua no tiene las propiedades flamables que el hidrógeno y oxígeno poseen cuando interaccionan en la combustión; es decir, el agua es "menor" que las partes desde esta perspectiva.

La definición exacta de los sistemas complejos es un hecho que aún no se alcanza debido a la generalidad que este tipo de sistemas abarca y a su ambigüedad; ya que la definición de la palabra sistema puede tener una gran variedad de acepciones en función del contexto; si a esto se le agrega la ambigüedad del término complejo, la dificultad en la definición de los sistemas complejos aumenta considerablemente. Asimismo, el desarrollo teórico de dichos sistemas adquiere una infinidad de matices dependiendo de la disciplina en la que se desarrollen. Por todo lo anterior, no es posible exponer una construcción de los sistemas complejos que parta de una adecuada axiomatización<sup>9</sup>, aunque su estudio es relevante en las matemáticas aplicadas.

Por lo expuesto en el párrafo anterior, la teoría de los sistemas complejos expuesta en el presente documento se basará en un texto de Pedro Miramontes titulado *El estructuralismo dinámico* dentro del libro *Perspectivas en la teoría de sistemas*, debido a la pedagogía con la que el autor explica a los sistemas complejos.

Para Miramontes, “los sistemas son las cosas más los procesos” [Miramontes et al., 1999]. Es decir, un sistema consta de dos conjuntos: el primero consiste en una base material de objetos y, el segundo, en las relaciones entre éstos en el sistema; siendo dichas relaciones lo más relevante dentro de éste, hasta el punto de casi definirlo.

Continuando con el texto de Miramontes, básicamente, un sistema complejo se le puede identificar con las dos siguientes características:

1. Está integrado por un conjunto de componentes simples que interactúan entre sí.
2. Su estado cambia al transcurrir el tiempo y éste es el resultado de una dinámica no lineal<sup>10</sup>, que usualmente está conformada por dos partes: la primera, denominada “local”, que modifica el estado de los elementos como resultado de su interacción con los elementos vecinos y la segunda, llamada “global”, que obedece a las restricciones que pesan sobre el sistema y que provienen de la interacción de éste con el resto del universo.

La dificultad de los sistemas complejos radica justamente en el dinamismo no lineal del sistema que involucra tanto aspectos endógenos como exógenos al sistema. Aunque a su vez, en este inconveniente radica la importancia y alcance de su análisis.

Como se puede constatar, la caracterización de los sistemas complejos puede ser muy amplia debido a que casi todos los fenómenos presentes en la naturaleza y en la

---

<sup>9</sup>Por adecuada axiomatización se entiende por una construcción lógica que sea universalmente aceptada por los matemáticos.

<sup>10</sup>El término dinámica no lineal debe ser identificado con las ecuaciones en diferencia no lineales.

sociedad se comportan como lo identifica Miramontes. Por lo cual, con el fin de destacar las más importantes, éste enuncia las siguientes propiedades:

1. **Frustración** Los sistemas complejos a veces no cumplen de manera conjunta todas las restricciones, debido a la naturaleza propia de éstas o a su diversidad. Lo anterior provoca que constantemente los elementos del sistema muden entre equilibrios que no son estables.

Esta propiedad se presenta de manera particular en fenómenos meteorológicos o en la dinámica de diversos grupos sociales, como gobiernos, comunidades religiosas, empresas, etc.

2. **Rupturas de simetría** Sería imposible explicar mejor que Miramontes esta propiedad, por lo cual se le citará textualmente: “Cuando en un problema de optimización de estados del sistema tienen muchos máximos equivalentes o cuasi equivalentes, entonces sucede que una solución es igual de buena que las demás y se dice que el sistema exhibe una ruptura de simetría.” [Miramontes et al., 1999].

La teoría de redes y las estrategias bélicas son ejemplos donde la ruptura de simetría se presenta casi continuamente, debido a que un determinado objetivo puede ser alcanzado de diferentes maneras.

3. **Criticalidad Autorganizada.** Esta propiedad se caracteriza por que la misma causa puede tener efectos minúsculos o enormes dentro del sistema o que causas distintas tengan efectos iguales o similares.

Este tipo de comportamientos generan una gran incertidumbre debido a las fluctuaciones del sistema, mismas que pueden ser desde imperceptibles hasta catastróficas, manteniendo una relación de probabilidad hiperbólica entre ellas; es decir, la probabilidad de eventos catastróficos es minúscula mientras que la de los eventos opuestos es mucho más grande.

Una manera sencilla de visualizar esta propiedad es a través de un reloj de arena suficientemente grande. Cuando comienza a correr el conteo del tiempo, se comienza a formar un cúmulo piramidal de arena que se engrandece al pasar el tiempo. Lleg un punto en el cual, un solo grano provoca una avalancha en el cúmulo, mientras que el efecto del anterior y el posterior grano de arena es casi nulo.

Diversos fenómenos exhiben la criticalidad autororganizada, como pueden ser terremotos, epidemias, crisis financieras.

4. **Fractalidad.** Esta propiedad, como su nombre lo indica, proviene de la geometría de los fractales aplicada a los sistemas complejos. En éstos, la propiedad de fractalidad se refiere a que un mismo fenómeno puede ocurrir a diferentes escalas como consecuencia de la criticalidad autororganizada.

En este caso, la teoría de ondas en física o la teoría de juegos son ejemplos de fractalidad. En el primer caso, una misma ecuación puede explicar fenómenos de la luz a escalas microscópicas o galácticas y, en el segundo, un mismo modelo puede ser útil para describir conflictos a nivel personal, empresarial o diplomático.

5. **Tiene muchos estados cuantitativamente equivalentes pero cualitativamente distintos.** La importancia de esta propiedad, íntimamente ligada con la capacidad de frustración, radica en que un sistema puede alcanzar un equilibrio, pero dicho equilibrio dista de ser único. Es decir, se puede alcanzar una infinidad de equilibrios metaestables, cada uno cuantitativamente equivalente a los demás, en el sentido de que la función objetivo toma el mismo valor en todos ellos, pero como corresponden a estados o configuraciones distintos del sistema.

Los ejemplos donde esta propiedad se hace presente son los mismos que los expuestos en la primera propiedad.

6. **Generan propiedades emergentes.** La importancia de esta propiedad radica en que a través de las interacciones de los elementos del sistema, surgen ciertas propiedades que dichos elementos no poseen por sí mismos y por tanto, éstas sólo surgen cuando todos los elementos del sistema interactúan.

Como ejemplo de esta última propiedad son muchas de las funciones vitales en los distintos órganos o propiedades de los compuestos químicos.

Como se puede apreciar, la riqueza del estudio de los sistemas complejos abarca la gran mayoría de los fenómenos presentes en la naturaleza, aunque su modelación es complicada aún con todas las herramientas científicas con las que se cuenta actualmente.

Una de las maneras más sencillas de representar a los agentes económicos, como lo establece la economía neoclásica y los sistemas complejos, se logra mediante el uso de modelos computacionales basados en Agentes Autónomos. Los cuales están conceptualmente basados en las Máquinas de Estados Finitos y son una variante de los autómatas celulares.

### 3.3. Teoría de Agentes Autónomos

Los modelos de agentes autónomos son modelos computacionales en los que intervienen dos grandes elementos: los agentes y el ambiente. Con base en estos, se pretende modelar distintos escenarios de interés presentes en la vida real a través de escenarios virtuales, esto con el fin de minimizar riesgos y costos en la experimentación o para

ampliar el análisis bajo distintos escenarios.

Los modelos de agentes autónomos comienzan a utilizarse tan pronto como el desarrollo computacional permite crear escenarios artificiales. Concretamente, fue con el trabajo de John von Neumann en la década de 1950 cuando se comenzó el desarrollo de modelos de autómatas celulares, antecesores de los modelos de agentes autónomos. En este tipo de modelos, los agentes y el ambiente son estáticos espacialmente y su programación computacional se desarrolla a partir de las Máquinas de Estados Finitos. Posteriormente, se desarrollaron los modelos de agentes autónomos, en los que tanto los agentes como el ambiente pueden ser estáticos o dinámicos.

A continuación, se explicará en qué consisten las Máquinas de Estados Finitos, ya que son la base matemática para entender el dinamismo de los autómatas celulares y posteriormente el de los Agentes Autónomos.

### 3.3.1. Máquinas de Estados Finitos

Intuitivamente, las Máquinas de Estados Finitos son modelos matemáticos, en su mayoría computacionales, de entradas y salidas en los cuales, estas últimas están en función de un historial de iteraciones de las primeras.

Para comenzar la explicación de las Máquinas de Estados Finitos, es necesario definir los siguientes términos:

1. **Símbolo.** Es la representación abstracta de un objeto.
2. **Alfabeto o Vocabulario.** Es un conjunto finito de símbolos. Comúnmente se simboliza por  $\Sigma$ .
3. **Cadena.** Es una secuencia de símbolos con los elementos de un alfabeto. Es decir, una cadena  $w$  sobre un alfabeto  $\Sigma$  es un elemento del alfabeto universal,  $\Sigma^*$ , donde este último es el conjunto potencia de  $\Sigma$ .
4. **Lenguaje.** Es un conjunto de cadenas formadas con los símbolos de un alfabeto.
5. **Estado.** Es la situación o las condiciones en que se halla un objeto en algún momento, dicho objeto no puede estar en más de un estado al mismo tiempo.
6. **Algoritmo.** Es una secuencia finita de instrucciones bien definidas.
7. **Computación.** Es la implementación de un algoritmo sobre un conjunto de datos de entrada, obteniendo como resultado otro conjunto.

La utilidad de las Máquinas de Estados Finitos está basada en la realización de procesos computacionales discretos y finitos a través de un algoritmo, en el cual existe una función biyectiva entre las entradas y las salidas; además de que que la velocidad con la que se realizan dichos procesos tiene una tendencia decreciente en el tiempo conforme los circuitos de las computadoras se hace más eficiente.

Formalmente, una Máquina de Estados Finitos es un "modelo abstracto para la manipulación de símbolos, nos permiten saber si una cadena pertenece a un lenguaje o nos puede generar otro conjunto de símbolos como resultado ... y se caracterizan por tener un estado inicial, reciben una cadena de símbolos, cambian de estado por cada elemento leído o pueden permanecer en el mismo estado. También tienen un conjunto de estados finales o aceptables que nos indican si una cadena pertenece al lenguaje al final de una lectura.[Orozco, ]"

Este tipo de algoritmos se clasifican en dos grupos:

1. Máquina de Estados Finitos Determinista
2. Máquina de Estados Finitos no Determinista

A continuación, se explicará brevemente las anteriores clasificaciones. Para mayor profundidad en el tema, se pueden consultar los libros de Stephen Wolfram enfocados en el tema de esta sección.

### Maquina de estados finitos determinista

Los elementos que conforman las máquinas de estados finitos determinista,  $A$ , son los siguientes:

$$A = (Q, q_0, F, \Sigma, \delta)$$

donde

1.  $Q$ : Conjunto de estados.
2.  $q_0$ : Estado inicial donde  $q_0 \in Q$ . Debe haber uno y sólo un estado inicial.
3.  $F$ : conjunto de estados finales  $F \subseteq Q$  el estado  $q_0$  puede ser el estado final.
4.  $\Sigma$  : Alfabeto finito de entrada.

5.  $\delta$  : Función de transición  $Q \times \Sigma \rightarrow Q$ .

Quizás, la manera más sencilla de visualizar las máquinas de estados finitos deterministas sea a través de los diagramas de transición (similares a los utilizados en las cadenas de Markov) o a través de las matrices de transición. Lo cual implica que todo el análisis desarrollado en dichos procesos estocásticos, puede aplicarse sin problemas a este tipo de modelos computacionales.

### Maquina de estados finitos no determinista

Se puede definir a una Máquina de estados finitos no determinista como sigue:

$$A = (Q, q_n, F, \Sigma, \delta)$$

donde

1.  $Q$ : Es un conjunto finito de estados.
2.  $I$ : Conjunto de estados iniciales  $I \subseteq Q$
3.  $F$ : Conjunto de estados finales  $F \subseteq Q$
4.  $\Sigma$ : Alfabeto finito de entrada.
5.  $\delta$ : Función de transición  $Q \times \Sigma \rightarrow S$  donde  $S \subseteq Q$

Como se puede apreciar, existen muchas similitudes entre ambos tipos de máquinas; sin embargo, hay pequeñas diferencias entre éstas; por ejemplo, en las máquinas de estados finitos no deterministas puede existir más de un estado inicial y la salida de la función de transición  $\delta$  es un conjunto de posibles estados, incluido el conjunto vacío.

Las Máquinas de Estados Finitos o funciones de transición cuando se aplican a agentes dinámicos, espacial y temporalmente, crean los modelos de Agentes Autónomos, que es la plataforma informática que se utilizará para desarrollar el modelo de la presente tesis. Para facilitar la comprensión de este tipo de modelos (y por ende el modelo realizado en el presente documento), se explicará a continuación los modelos de autómatas celulares, ya que desde un punto de vista técnico e histórico, esta última clase de modelos son precedidos por aquellos.

### 3.3.2. Autómatas Celulares

Los modelos de Autómatas celulares son modelos matemáticos que varían en función del tiempo, aunque espacialmente son estáticos. Heurísticamente, se les puede comparar con células que conforman un tejido (de ahí el nombre).

“Los autómatas celulares son ejemplos de sistemas matemáticos que pueden mostrar conductas auto-organizativas” [Wolfram et al., 1986]; es decir, se utilizan para describir comportamientos de sistemas de agentes estáticos y homogéneos que interactúan entre sí y que tienden a maximizar la entropía mediante la auto-organización. Más específicamente, son “un conjunto multidimensional de células autómatas con  $n$ -adas, en el que cada una de éstas toma un conjunto de posibles valores actualizado en un tiempo discreto de acuerdo con una regla determinada que involucra a las células vecinas” [Wolfram et al., 1986]. Este proceso se realiza a través de las Máquinas de Estados Finitos, especialmente haciendo uso de la función de transición.

Los modelos de Autómatas Celulares se aplican en sistemas que estén formados por componentes estáticos que interactúen entre sí, por ejemplo, sistemas celulares de un órgano o tejido, la temperatura de un sólido frente a fuentes de calor externas o la teoría de redes.

Claramente, la limitación más importante de los Autómatas Celulares es la inmovilidad en el espacio. Lo cual, queda resuelto con el desarrollo de modelos de Agentes Autónomos.

### 3.3.3. Modelos de Agentes Autónomos

Para explicar los modelos de Agentes Autónomos, es necesario explicar qué es un agente y posteriormente el espacio en el que éstos se desenvuelven.

Existen diferentes definiciones de agentes, dependiendo principalmente del fin para el cual fueron desarrollados, como puede ser la inteligencia artificial, videojuegos, internet o simulación.

Franklin y Graesser definen a un agente autónomo como “un sistema situado dentro y como una parte de un ambiente, frente al cual éste es sensible y actúa en el tiempo, esto con el propósito de cumplir con sus propios propósitos para el cual fue diseñado; así como también preveer sus acciones en el futuro” [Teahan, 2010].

Los Agentes Autónomos pueden tener muchas características, mismas que pueden ser parte de ellos mismos o estar en función del ambiente en el cual estén desarrollados. Sin embargo, existen algunas características que son generales a todos los agentes autónomos, como pueden ser:

1. **Autonomía** Tienen control sobre sus actos.
2. **Reactividad** Responden a cambios en el ambiente y deciden por sí mismos cuándo actuar.
3. **Proactividad** Responden de la mejor manera ante posibles acciones en el futuro, mismas que pueden ser anticipadas.
4. **Comunicación** Tienen la capacidad de comunicarse de una manera compleja con otros agentes para obtener información y obtener ayuda para alcanzar sus objetivos.
5. **Optimización** Asignan prioridades
6. **Continuidad** Continuamente mantienen procesos

La otra componente de los modelos de Agentes Autónomos es el ambiente *environment*. Éste se puede definir como ".<sup>el</sup> espacio donde los agentes se desenvuelven normalmente y se puede pensar como todo aquello que rodea a los agentes y no es parte de éste" [Teahan, 2010].

Al igual que los agentes, las características principales del ambiente pueden ser muy diversas, por lo que a continuación se enuncian las principales.

1. **Observable o parcialmente observable** Esta es una característica esencial en el modelo de agentes autónomos debido a que un agente sólo puede ser considerado como tal si tiene la capacidad de percibir el ambiente o al menos una parte de éste.
2. **Determinista, estocástico o estratégico** Un ambiente determinista es aquel que es completamente determinado por el estado anterior y por las acciones del agente. Existe un ambiente estocástico si existe al menos un elemento de incertidumbre dentro o fuera del modelo. Finalmente, el ambiente es estratégico si es determinado por el estado anterior y la acción de muchos agentes.
3. **Episódico o secuencial** Es episódico si las acciones a realizar de los agentes no están en función de las acciones pasadas o éstas no determinan el futuro. En caso contrario se dice que el ambiente es secuencial.

4. **Estático o dinámico.** Como su nombre lo dice, el ambiente es estático si no cambia; es dinámico si el agente no responde a los cambios en éste y esto se puede interpretar como si el agente eligiera no hacer nada.
5. **Discreto o continuo** Un ambiente es discreto si tiene un número finito de estados, mientras que es continuo si es infinito no numerable.
6. **Uni-agente o multi-agente** En multiagente si los agentes pueden cooperar o competir con otros agentes. Si no es el caso, los otros agentes pueden ser vistos como una parte del ambiente que se comporta de manera estocástica.

A partir de las características del ambiente anteriormente mencionadas, es fácil ver que éste no puede ser limitado a una interpretación geográfica, donde la localización física es asociada a una posición específica en el ambiente [Teahan, 2010], sino que abarca también a los otros agentes y componentes del modelo.

Finalmente, se ha explicado toda la parte teórica y técnica para la realización del modelo que se presentará en este trabajo de investigación. Asimismo, se recordará que al comienzo del marco teórico, se advirtió que todo modelo debe partir de una adecuada observación del fenómeno de interés. Por lo cual, a continuación se expondrá el mejor libro consultado enfocado en el estudio de sociedades recolectoras y así, poder entender cabalmente la siguiente sección, que es la construcción del modelo.

### 3.4. Resumen del libro *Armas, gérmenes y acero*

Toda modelación debe comenzar desde la observación de un fenómeno de interés en el mundo real. Dicha observación debe ser lo más exhaustiva posible, con el fin de que el modelo refleje óptimamente la realidad, la problemática y las principales relaciones causales de dicho fenómeno; esto con el fin de que el modelo sea lo más sencillo y explicativo posible.

A través de la historia han existido una gran cantidad de modelos teóricamente correctos pero que han sido erróneos por no considerar factores concretos presentes en el fenómeno de interés. Quizás los modelos erróneos más famosos y evidentes son las grandes obras de infraestructura que se han derrumbado por la omisión de pequeños pero importantes detalles durante la planificación del proyecto.

Observar la realidad y abstraer las relaciones esenciales presentes en el fenómeno de interés puede ser un proceso complicado y sutil, debido a que muchas relaciones existentes en el fenómeno de interés no son claras. Por lo cual, muchas veces se necesita del

apoyo de personal calificado que conozca muy bien el fenómeno de interés, ya sea de manera empírica o científica.

Es por lo anterior que el libro *Armas, gérmenes y acero* de Jared Diamond es la mejor referencia para la descripción y análisis del desarrollo de las primeras sociedades humanas. Este autor se basa principalmente en las distintas evidencias arqueológicas, pruebas científicas y el sentido común para exponer el desarrollo prehistórico de la humanidad alrededor del globo terráqueo.

El objetivo del libro anteriormente mencionado es entender por qué los europeos llegaron a dominar al mundo, aunque el autor no lo menciona explícitamente en esos términos. Para alcanzar dicha meta, el autor analiza los distintos grupos humanos desde su aparición hasta nuestros días, ubicándolas en un contexto geográfico, biológico, sociológico e histórico.

El libro comienza analizando las primeras migraciones humanas alrededor del planeta y detalla cómo los diferentes ecosistemas y medios geográficos comenzaron a moldear, desde ese entonces, el desarrollo tecnológico y cultural de los distintos grupos humanos.

Al comienzo, todos los seres humanos eran nómadas, cazadores y recolectores, hasta que poco a poco comenzaron a asentarse debido a las ventajas evolutivas que ofreció la agricultura, misma que se comenzó a desarrollar en territorios muy específicos, como lo son China, Mesoamérica o en la Creciente Fértil en Medio Oriente, para posteriormente ser transferidos o comercializados hacia otras regiones del planeta.

Con las ventajas que ofrece el hecho de tener suficiente alimento y no tener que recorrer grandes distancias para obtenerlo, el ser humano pudo comenzar a domesticar animales. Este proceso, mismo que se llevó principalmente con animales oriundos de Eurasia, como caballos, vacas, cabras, perros, etc., ofreció diferentes ventajas a los seres humanos que los domesticaron, tales como el aseguramiento de fuentes de proteínas o fuerza de tiro. Sin embargo, este proceso acarrió un daño colateral importante: la aparición de un gran número de epidemias en Eurasia; es decir, la cría de ganado provocó que los gérmenes que afectaban sólo a los animales domesticados mutaran a través del tiempo y afectaran también a los seres humanos, provocando así una enorme diversificación de enfermedades mortales que azotaban a los seres humanos que habitaban en los continentes europeos y asiáticos, principalmente.

Con base en la agricultura y la ganadería, los seres humanos de Eurasia tuvieron a su alcance una fuerte de recursos que les permitió una mayor tasa de reproducción en comparación con los grupos humanos de otras regiones; asimismo, aquellos pudieron crear sociedades más complejas, desarrollar avances tecnológicos a pesar de las constan-

tes epidemias.

Asimismo, el libro remarca la importancia de la longitud sobre la latitud de la Tierra en el desarrollo cultural y tecnológico de la humanidad, debido a que las diferencias climáticas son más o menos constantes en el eje Este-Oeste, permitiendo así una mayor facilidad en la transferencia de conocimientos que a través del eje Norte-Sur. De esta manera, los habitantes de América y de África tenían una desventaja frente a los de Europa y Asia, debido a las barreras climatológicas causadas por los cambios de latitud. Así, la agricultura, la ganadería, enfermedades el conocimiento y avances tecnológicos recurría con mayor fluidez desde China hasta Europa que desde Mesoamérica hasta las llanuras canadienses o Perú.

En conclusión, el desarrollo de la agricultura y ganadería, las enfermedades y la transferencia de conocimiento en la ruta Este-Oeste son las razones principales por las cuales los europeos acumularon recursos, tecnología, enfermedades y armamento que les permitió conquistar e imponer su cultura a los habitantes de otros continentes.



## Capítulo 4

# Construcción del Modelo

La exposición del marco teórico pareciera ser una lluvia de ideas más que un desarrollo articulado que prepare al lector para la parte principal de esta tesis, debido a la poca coherencia entre las diferentes disciplinas expuestas en dicho marco de referencia. Sin embargo, el anterior desorden cobrará sentido en la elaboración del modelo de agentes recolectores.

El modelo se construirá usando el programa Netlogo, versión 5.0.4, usando como base la rutina denominada Sugarscape, incluida en la paquetería del programa.

Se decidió realizar una modelación por computadora debido a la versatilidad que permite Netlogo tanto en la programación de los agentes como del ambiente. Una manera alternativa de realizar el presente modelo hubiera sido un modelo en donde cada agente en particular estaría representado con un conjunto de diferentes ecuaciones, ya sean diferenciales o no; lo cual implicaría dificultar sobremanera la solución del modelo así como su análisis posterior.

La simulación que se desarrolló está conformada por agentes y un mapa, el cual no está delimitado, debido a que si éstos salen por el extremo izquierdo del mapa, aparecen por el lado derecho del mismo. La misma dinámica se presenta en la parte superior e inferior del cuadrante. El tiempo (ticks) se medirá de manera discreta en el modelo.

El mapa simula un territorio con dos bienes (azúcar y especia) distribuidos aleatoriamente, y con base en ellos, los agentes pueden transformarlos para obtener otros 3 tipos de bienes (azúcar procesada, especia procesada y azúcar-especia procesada).

Los agentes parten con una dotación inicial que incluye los 5 bienes y sus respectivos metabolismos, los cuales determinan unas preferencias similares a las estipuladas

en la teoría del consumidor neoclásica, aunque en el modelo construido para esta tesis se remarca la existencia de las necesidades físicas y psicológicas como estímulo para las elecciones y la acción de los agentes.

El mundo virtual en el que se desarrolla el modelo tendrá las siguientes características:

### Mapa

1. Será una rejilla en los números enteros positivos similar al cuadro cartesiano de  $50 \times 50$ .
2. Tendrá diferentes unidades de azúcar y especia en cada celda, los cuales no serán repartidos de manera uniforme. Cada celda del mapa tendrá una cantidad de azúcar y otra de especia en el intervalo  $[1,5]$  de manera inversa; es decir, si la celda tiene un valor de 5 de azúcar, entonces de especia tendrá un valor de 1; si la celda tiene un valor de 2 de especia, entonces de azúcar tendrá un valor de 4 y así sucesivamente. Asimismo, ambos bienes tendrán una tasa de regeneración en función del tiempo una vez que alguno de los bienes ha sido consumido por algunos de los agentes.
3. La tasa de regeneración no será la misma en el tiempo, habrá periodos en los que el azúcar y la especia en la parte superior del mapa se regenerarán más rápidamente que en la inferior y viceversa.
4. Cada celda podrá albergar uno y solo un agente.

### Agentes

1. El número de agentes es determinado exógenamente en el intervalo  $[1,500]$ .
2. Son distribuidos aleatoriamente.
3. Tendrán un rango de visión limitada y aleatoria, cuyo valor será exógeno en el intervalo  $[1,50]$ . Es decir, los agentes sólo podrán operar según la visión que tengan del entorno (lo cual está en contraposición con el axioma de la racionalidad perfecta de la economía neoclásica).

4. Su dinamismo estará determinado por dos factores: el primero, las necesidades, mismas que son limitadas (lo anterior se opone del supuesto de las preferencias estrictamente monótonas en la economía neoclásica) y el segundo, por una propensión a ajustar el consumo con respecto a otro u otros agentes en el intervalo  $[0,1]$  (es decir, los agentes no son individualistas, como lo suponen los neoclásicos<sup>1</sup>).
5. Deberán consumir cinco tipos de bienes, azúcar, especia, azúcar procesada, especia procesada y azúcar-especia procesada en cada tick. Este consumo estará en función del metabolismo de cada uno de los bienes. Es decir, si el metabolismo de un agente necesita 2 unidades de azúcar, en cada tick éste consumirá exactamente dichas unidades del bien.
6. Tanto el azúcar como la especia los tomarán directamente del mapa, los otros tres bienes: azúcar procesada, especia procesada y azúcar-especia procesada, serán elaboradas por los agentes, por lo cual, deberán enfrentar un costo para su producción.
7. Se eligieron 5 bienes porque se observó en modelos previos que es el número mínimo de bienes para modelar la transformación de los bienes realizada por los agentes, aunque claramente se puede construir un modelo con un número suficientemente grande de bienes con diversos procesos de transformación.
8. Los costos que se enfrentan durante el proceso productivo son costos marginales son constantes. Es decir, el costo de los bienes procesados es una variable exógena que refleja una proporción de la pérdida en el valor de los bienes recolectados en el mapa debido al proceso productivo. El costo será una proporción exógena y aleatoria del bien recolectado en el intervalo  $[0,1]$ .
9. Se les otorgará de manera exógena una canasta con los cinco bienes al inicio de cada corrida cuyo valor está en el intervalo  $[1,200]$ . Esto con el fin de que los agentes no salgan en el sistema a partir del primer tick debido a que no satisfacen su metabolismo.
10. Su metabolismo será un parámetro exógeno y aleatorio en el intervalo  $[1,5]$ , mismo que se establecerá al inicio de la corrida y se mantendrá constante en cada periodo del tiempo.
11. Se les asignarán diferentes colores a los agentes en función del menor metabolismo que tengan en cada uno de los bienes. Esto con el fin de identificar visualmente si los agentes se agrupan en función de los valores de éste.

---

<sup>1</sup>Dentro de Netlogo, es posible que los agentes modifiquen su conducta mediante la interacción tanto como lo desee el programador.

12. La necesidad de cada uno de los bienes está definida por la diferencia entre el metabolismo del bien multiplicado por un factor de previsión y la cantidad de éste que cada agente posea. En caso de que la cantidad del bien sea mayor que el metabolismo, éste será almacenado por el agente. El valor mínimo de la necesidad será cero, lo que caracteriza la ausencia de necesidad en el agente.

Algebraicamente, lo anterior podría ser visualizado de la siguiente manera:

$$Necesidad_i = metabolismo_i * Prevision - Cantidad_i$$

$$\text{Si } Cantidad_i \geqslant metabolismo_i * Prevision \Rightarrow$$

$$Necesidad_i = 0$$

y

$$Acumulacion_i = Cantidad_i - Metabolismo_i$$

donde  $i$  puede ser azúcar, especia o alguna transformación de dichos bienes.

13. Su factor de previsión será un valor exógeno que provoca que la necesidad del bien sea positiva con  $n$  periodos de anterioridad antes de que el bien se agote. Es decir, un valor alto de previsión implicará que el agente tendrá una necesidad positiva con anterioridad en comparación con un valor más bajo. Su valor estará en el intervalo  $[1, 10]$ .
14. Ordenarán las necesidades de cada bien en cada periodo de tiempo.
15. Los agentes buscarán, dentro de su rango de visión, la celda más cercana con mayor cantidad de azúcar o especia, según sea la necesidad más alta. En caso de que el bien con necesidad más alta sea el azúcar- especia procesada, se buscará la celda con mayor azúcar y especia.
16. En principio todos los agentes comparten las mismas características; sin embargo, existirá dentro del rango de visión un agente con una mayor dotación de bienes, al que se le denominará agente máximo, al cual, los demás los agentes procurarán imitar en función de una propensión a aumentar su consumo.
17. La propensión a aumentar el consumo es un parámetro exógeno y aleatorio en el intervalo  $[0,1]$ , cuyo valor determina un ajuste en el consumo en función de la dotación del agente máximo.
18. El agente máximo se modelará de dos maneras distintas: una será en donde éste es el que tenga mayor dotacion en todos los bienes y en la otra, dicho agente máximo será en alguno de los tipos de bienes. En este último caso, los agentes seleccionarán aleatoriamente el bien en el cual seguirán al agente máximo.

19. El agente máximo no ajusta su consumo en función de otros agentes, con excepción de que éste encuentre a otro con una mayor canasta de bienes.
20. Los agentes tendrán un periodo de máximo de vida entre 20 y 40 ticks.
21. Terminado el periodo de vida, los agentes se reproducirán a una tasa del cien por ciento (esto último para acelerar este proceso).
22. Los agentes saldrán del sistema cuando se supere el periodo máximo de vida o cuando la dotación que posean de alguno de los bienes sea menor o igual que cero.

Es importante remarcar la importancia del denominado agente máximo en el presente documento de investigación, debido a que ha sido poco estudiado dentro de la teoría del consumidor neoclásica. En la investigación bibliográfica realizada, nunca se observó en los libros de teoría económica neoclásica el estudio de algo similar al agente máximo. Probablemente, lo anterior se debe a que los diferentes modelos microeconómicos se construyen a partir de un consumidor representativo, con lo cual, simplifican el análisis.

Sin embargo, el autor de la presente tesis ha observado que los bienes que adquieren muchos individuos están correlacionados de manera directa con los patrones de consumo de un determinado agente máximo. Por ejemplo, los estudiantes compran los libros que les recomiendan los profesores, no los que cuesten más baratos o los que tengan mejor calidad en el papel, los profesionales de la belleza continuamente se informan por los métodos más efectivos publicados en las revistas. Aún más, si el consumo de los individuos no estuviera en función de un determinado agente máximo, mucha de la inversión publicitaria de bienes enfocados en el ocio, consumo suntuario o la existencia de calificadoras bursátiles no tendría motivo de ser.

La programación enfocada en un agente máximo no ha sido muy complicada y desde el punto de vista teórico, no se modifican demasiado los supuestos de muchos modelos neoclásicos. Sin embargo, las implicaciones de la existencia de este tipo de agentes modifica los resultados de los modelos originales, por lo menos en el modelo que se construye en la presente investigación, como en otros realizados previamente.

De igual manera que el agente máximo, en la teoría neoclásica se ha estudiado poco el influjo de los factores psicológicos y exógenos al mercado que afectan el consumo de los individuos.

En el presente trabajo de investigación, únicamente se reconoce la existencia del factor psicológico e individual que provoca que los agentes imiten al agente máximo y se le asignan valores numéricos. Sin embargo, el autor intuye que dichos factores son una importante área de investigación dentro de la teoría de consumidor.

Para poner en relieve de manera todavía más clara el desarrollo del marco teórico dentro del modelo, se puede observar que los agentes cumplen con casi todos los axiomas de la teoría del consumidor, con excepción del axioma de no-saciedad; además de que éstos minimizan su esfuerzo al recolectar los bienes que necesitan. Por su parte, la aportación de los sistemas complejos se puede ver en que ninguna de las variables relevantes del modelo se considera exógena o constante (salvo las condiciones iniciales). Finalmente, la sección que corresponde a los Modelos de Agentes Autónomos son la base técnica

Una vez explicado el modelo, a continuación se muestra la interface del modelo realizado y en el siguiente apartado se muestran los resultados del modelo. Al final del documento, se encuentra un anexo donde se muestra el código del mismo.

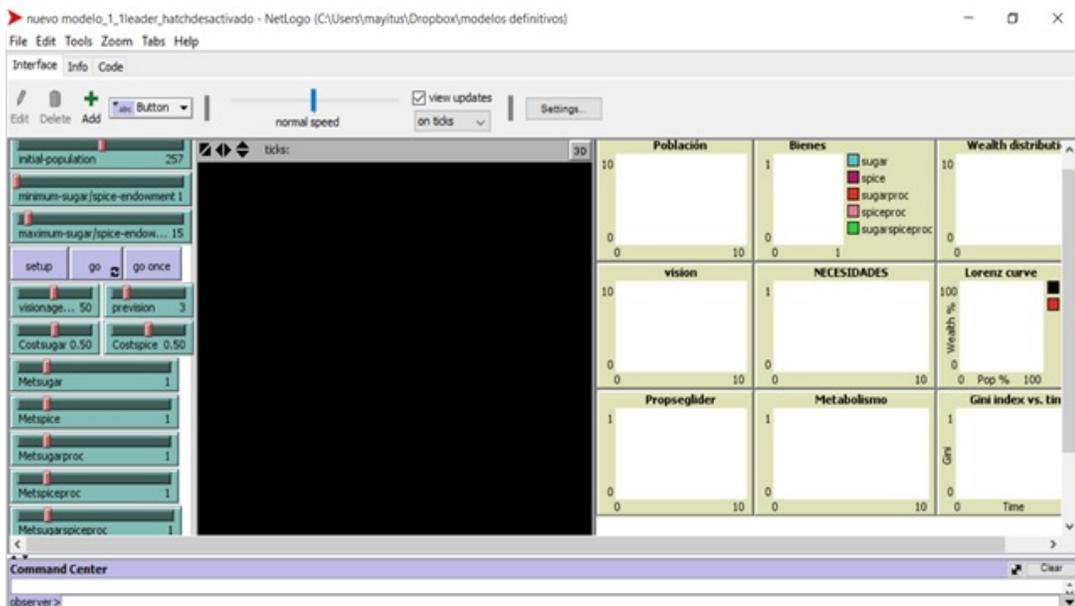


Figura 4.0.1 Interface del modelo en Netlogo.

## Capítulo 5

# Análisis de Resultados

Dada la gran cantidad de parámetros y variables en el modelo, se comenzó a analizar cada una de éstas con la finalidad de encontrar aquellas que permitan la estabilidad en el sistema; es decir, que los agentes no se extingan después de un número suficientemente grande de ticks (2500 ticks). Una vez que el sistema es estable, se reportarán los resultados de 10 corridas del modelo.

Se buscó la estabilidad del sistema debido a que es un modelo de sociedades nómadas y recolectoras. Históricamente éstas prevalecieron en el tiempo para dar paso a sociedades sedentarias, por lo cual, se consideró que la supervivencia de los agentes era la base para realizar el análisis.

Se comenzará la modelación sin la presencia del o los agentes máximos y sin reproducción. Esto último no es preciso analizar, debido a que una vez que el sistema se estabiliza, los agentes se reproducen demasiado rápido (éstos llenan el mapa en 2 o 3 ticks, además de que el sistema se traba con tantos agentes).

Reportar cada una de las corridas realizadas sólo abarcaría demasiado espacio debido a que la mayoría de los resultados serían meramente anecdóticos. Por lo cual, se mencionará el efecto de cada parámetro en el sistema y se reportará de manera más detallada aquellas corridas que se consideran son relevantes o novedosas para el estudio de los agentes o para otras áreas de estudio.

Se pudo constatar que la dotación original no tiene ningún efecto a largo plazo en el modelo. El único efecto de ésta es retrasar la movilidad al inicio de las corridas cuando la dotación inicial es grande (debemos recordar que si la necesidad de cada uno de los bienes es nula, misma que se alcanza con una dotación que supere el metabolismo multiplicado por la previsión, los agentes no tienen movimiento).

El efecto de la visión en la supervivencia de los agentes depende mucho del número total de éstos, debido a que la competencia para la obtención de los recursos aumenta con el número de agentes. Es decir, con valores particularmente bajos de la visión, los agentes salen del sistema demasiado rápido, quedando muchas veces sólo 1 agente vivo, el cual sobrevive un sinúmero de ticks debido a que no existe competencia para él.

Asimismo, el metabolismo de los diferentes bienes afecta de manera cruzada la supervivencia de los agentes; es decir, los distintos metabolismos por sí mismos no determinan que el agente salga del sistema, ya que dependen de que otros factores, como la visión, la abundancia de los recursos en el mapa o la previsión sean particularmente altos.

Si se programan las corridas con metabolismos diferentes, los agentes que no sobreviven son aquellos que tienen los mayores metabolismos. Es decir, el sistema selecciona a los agentes cuyo metabolismo puede ser compensado con los recursos existentes en el sistema.

El efecto de los costos de los bienes que no son recolectados está correlacionado de manera inversa con los metabolismos de dichos bienes. Por ejemplo, si los agentes enfrentan costos relativamente altos en la azúcar procesada, los agentes que sobrevivirán serán aquellos cuyo metabolismo sea menor en dicho bien.

A continuación, se expondrán los resultados más relevantes de las corridas en laS que los agentes sobreviven más de 2500 ticks.

### 5.1. Análisis de agentes meramente recolectores

En esta sección se analizará el modelo con los siguientes parámetros

Población inicial	250
Dotación original	de 5 a 15
visión	50
Previsión	3
Costo de azúcar	.5
Costo de especia	.5

El parámetro más importante para estabilizar el sistema es la previsión. Mientras los agentes puedan prever con mayor anterioridad que un bien de la canasta se está acabando, éstos pueden asegurar una provisión que supere su metabolismo.

Se pudo constatar que hasta con una previsión con valor de dos, todos los agentes salen del sistema. Es decir, cuando éstos pueden prever que un bien es menor a su metabolismo con una anterioridad de dos periodos. En la siguiente tabla se muestra el número de ticks en el cual todos los agentes salen del sistema.

Corrida	Periodo de Extinción de los Agentes
1	250
2	890
3	598
4	696
5	1477
6	1475
7	856
8	945
9	600
10	3904

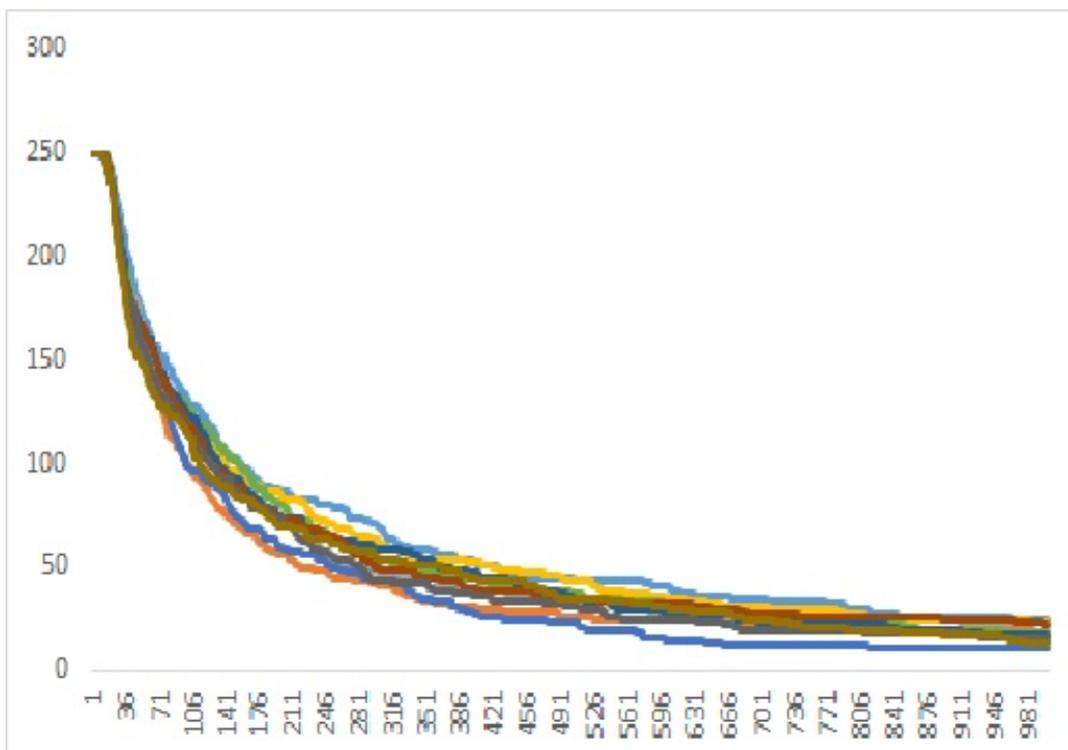
Es decir, con una previsión igual a dos, con una media de 1193 turnos y con una desviación estándar de 960.46, el sistema se queda sin agentes.

Sin embargo, con una previsión de 3 periodos. Los agentes sobreviven indefinidamente. Sin embargo, se observó que el sistema se mantiene estable a partir de los 1000 ticks aproximadamente. Por esta razón, los resultados se presentarán hasta el anterior número de ticks.

### **Población**

Como se puede apreciar en la siguiente gráfica, la población mantiene un dinamismo similar en todas las corridas. Al principio se mantiene constante debido a la dotación inicial y al final la población total es en promedio de 18.5 agentes.

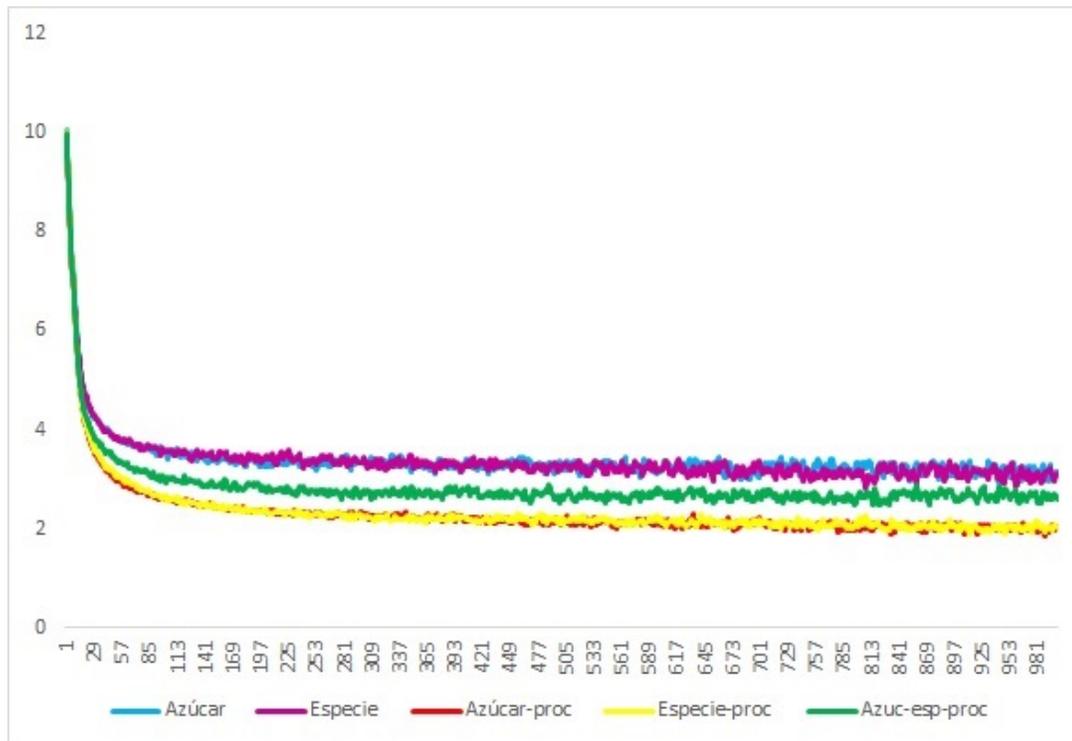
Es importante recalcar que se expone gráficamente el valor numérico de la población en cada una de las corridas debido los estimadores de tendencia central, como el promedio, esconden la presencia de valores extremos. Lo mismo ocurre en las posteriores gráficas.



**Figura 5.1.1** Dinamismo de la población con previsión de 3 periodos.

## Bienes

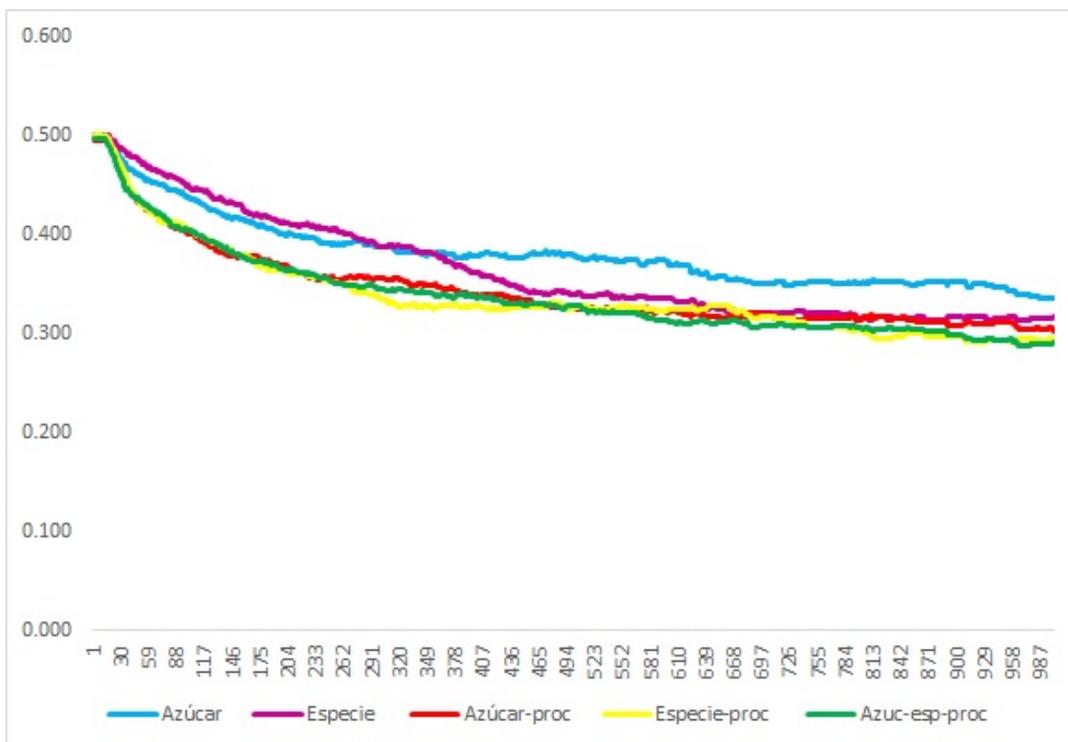
La dotación de los bienes de los agentes se comporta de una manera similar. Como se puede apreciar en la siguiente gráfica, donde se exponen los promedios de las 10 corridas, los bienes acumulados por los agentes decaen muy rápido y aproximadamente a partir del tick 100 se estabilizan.



**Figura 5.1.2** Dinamismo de los bienes con previsión de 3 periodos.

## Metabolismo

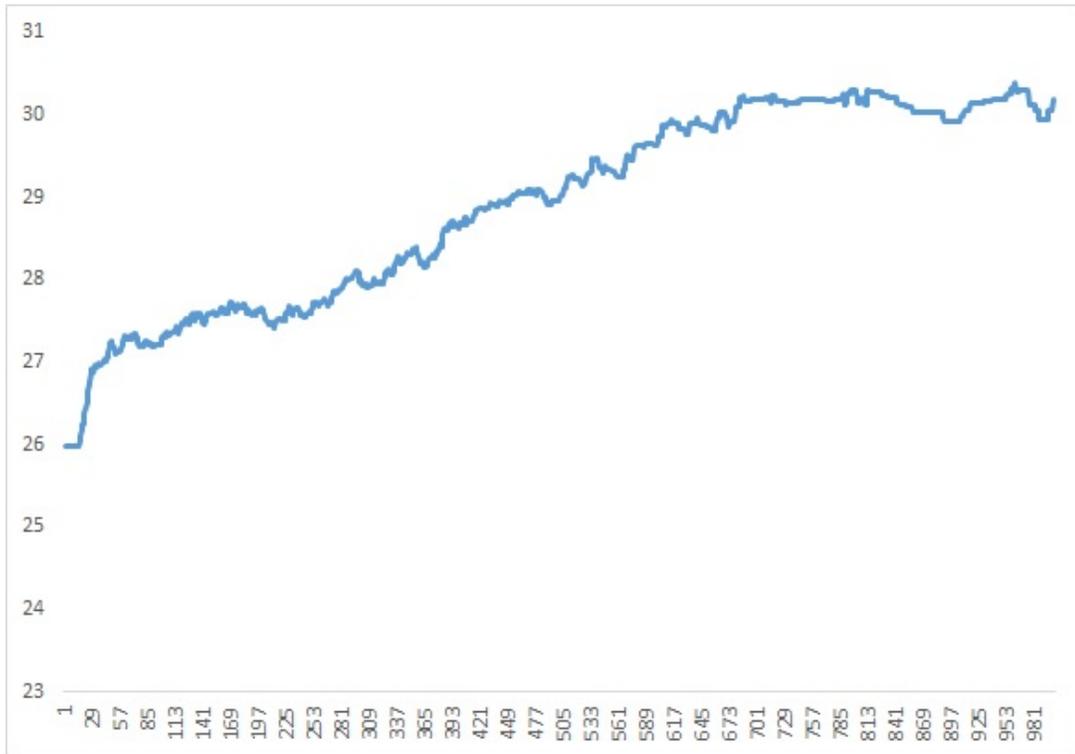
Como se puede apreciar en la siguiente lámina, el metabolismo también decae pero de una manera más suave en comparación con los bienes.



**Figura 5.1.3** Dinamismo del metabolismo con previsión de 3 periodos.

## Visión

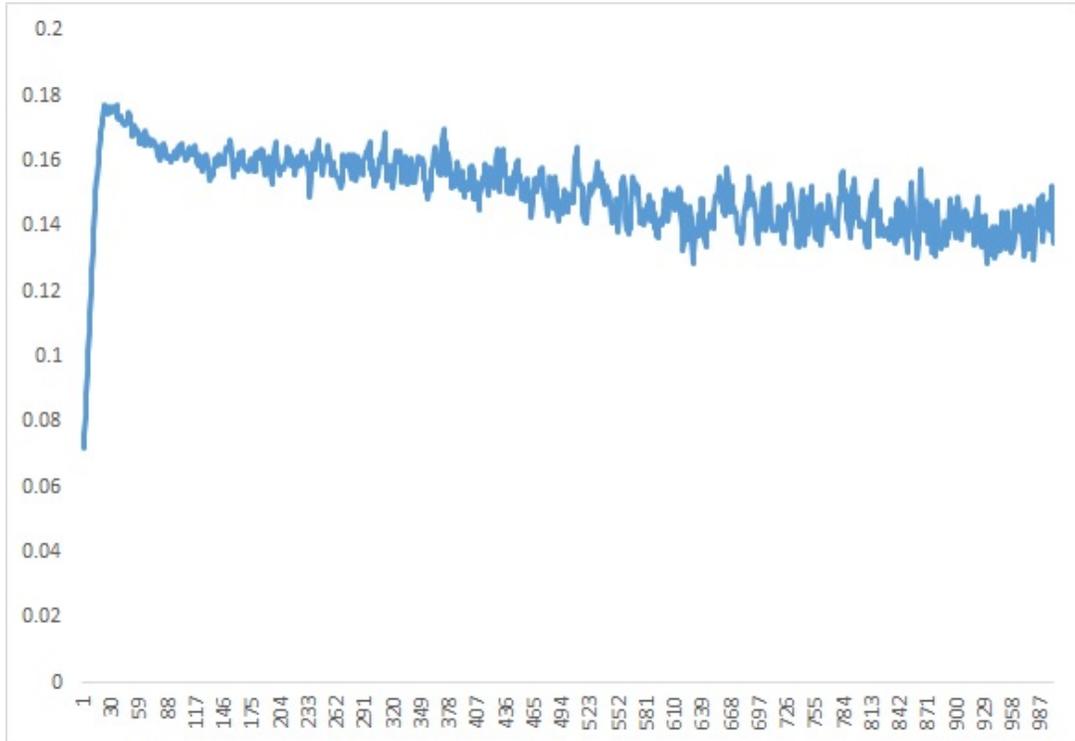
Como se puede apreciar en la siguiente gráfica, los agentes que sobreviven son aquellos que tienen una visión más alta.



**Figura 5.1.4** Dinamismo de la visión con previsión de 3 periodos.

## Desigualdad

La desigualdad de los agentes en un primer momento aumenta de manera muy rápida, aunque después decae hasta casi ser constante después de los 500 ticks.



**Figura 5.1.5** Dinamismo del coeficiente de Gini con previsión de 3 periodos.

### Conclusión del análisis de agentes recolectores

Los agentes que sobreviven son aquellos que tienen una previsión mayor. A largo plazo, los agentes que salen del sistema son aquellos que tienen una visión menor y un metabolismo mayor. Eso en la realidad se puede interpretar que en una sociedad de recolectores, la acumulación de reservas de alimento y el hecho de poder tener acceso a los recursos necesarios son de crucial importancia para la supervivencia.

## 5.2. Seguimiento de un único agente máximo

En esta sección del análisis de resultados, los agentes buscan aumentar el consumo en función de un único agente máximo dentro de su rango de visión.

Los agentes buscarán al agente con la mayor dotación de bienes y procurarán aumentar su consumo de acuerdo a un parámetro aleatorio en el intervalo  $[0,1]$ . Este aumento

en el consumo se materializará a través del aumento de los distintos metabolismos del agente. Asimismo, se mantendrán los parámetros que hacían que el sistema con agentes recolectores fuera estable.

Con dichos parámetros, solo 3 corridas de las 10 que se realizaron duraron más de 1000 ticks, aunque con 1 sólo agente, por lo cual, la dinámica de buscar el agente máximo se hace nula.

De las 7 corridas restantes, los agentes desaparecieron en el tick número 615 con una desviación estandar de 271.

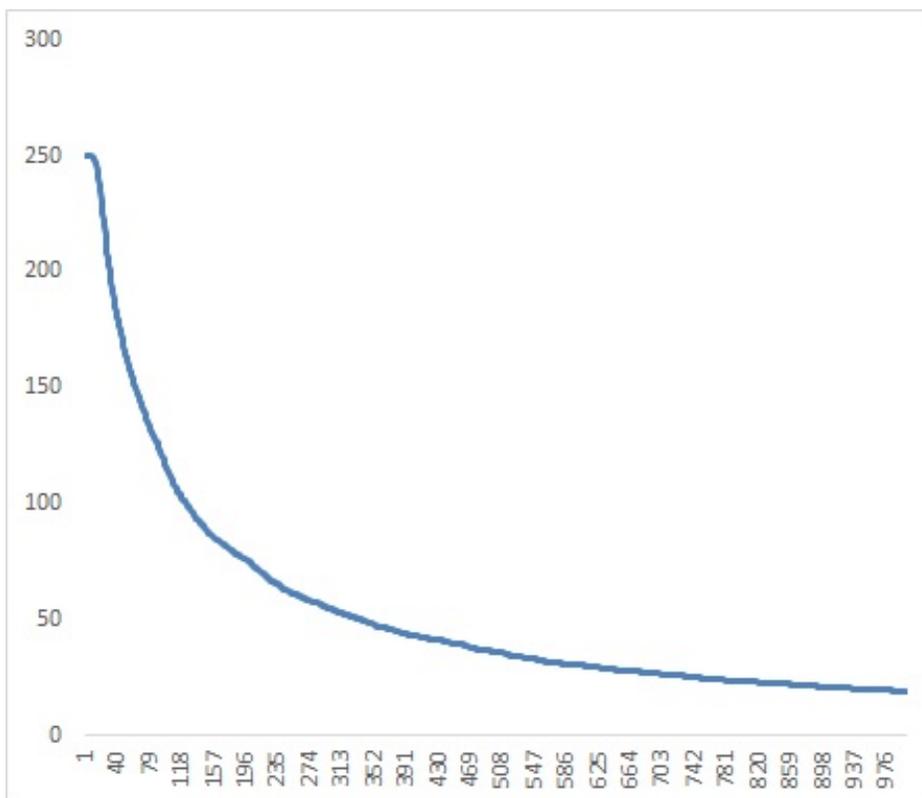
### 5.3. Seguimiento de diversos agentes máximos

En esta sección se analizará lo que ocurre con los agentes cuando eligen aleatoriamente un agente máximo en función de un bien preferido. Es decir, el agente elegirá aleatoriamente un bien dentro de la canasta de los 5 bienes del modelo y en dicho bien, buscarán ajustar su consumo en función del agente con mayor dotación de éste dentro de su rango de visión.

#### **Población**

La población mantiene un dinamismo similar al del modelo de agentes recolectores: la población disminuye drásticamente al principio y después se estabiliza.

Al final, en promedio los agentes que sobreviven son 19, que es casi el mismo número de agentes que sobreviven en el modelo de agentes recolectores, que es 18.5.



**Figura 5.3.1** Dinamismo de la población con previsión de 3 periodos.

## Bienes

La canasta de los bienes mantiene el mismo dinamismo en comparación con los agentes meramente recolectores.

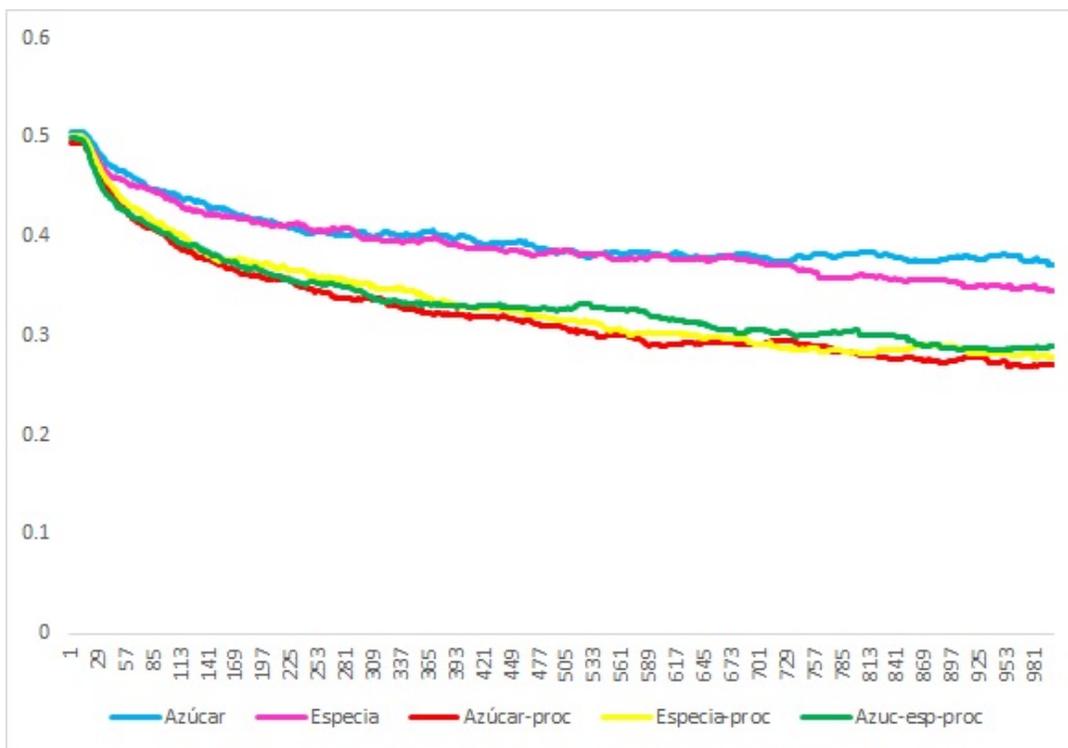
Al final, la dotación de azúcar en promedio aumentó .08, el azúcar, .07, el azúcar procesada disminuyó .01, y la especie procesada también disminuyó .13 y el azúcar-especie procesada aumentó .03.



**Figura 5.3.2** Dinamismo de los bienes con previsión de 3 periodos.

### Metabolismo

El dinamismo en el metabolismo presenta una tendencia negativa, aunque con una caída menos pronunciada que la correspondiente en la canasta de los bienes. De igual manera, al final no existen diferencias sustanciales en comparación con el modelo de agentes meramente recolectores.

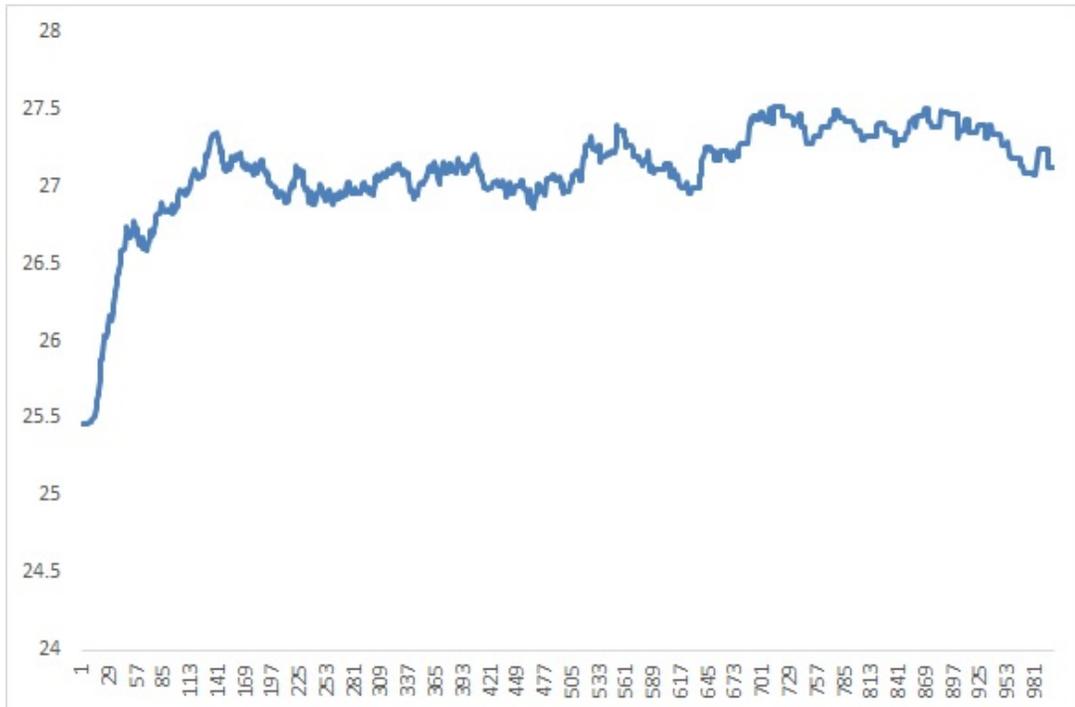


**Figura 5.3.3** Dinamismo del metabolismo con previsión de 3 periodos.

## Visión

Como se aprecia en la siguiente lámina, la visión de los agentes se ajusta con mucha rapidez y después es más o menos constante al rededor del valor de 27.25.

Si comparamos la visión de los agentes meramente recolectores con los de esta sección, se puede constatar que el ajuste de los agentes seguidores de distintos agentes máximos es mucho más rápido.

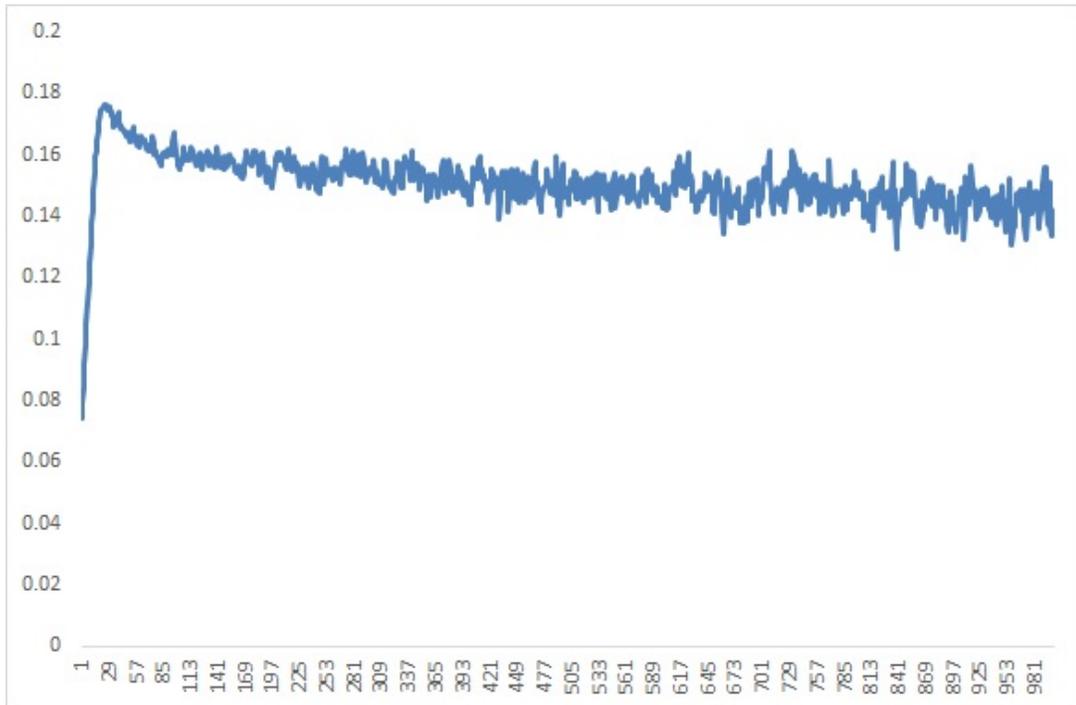


**Figura 5.3.4** Dinamismo de la visión con previsión de 3 periodos.

## Desigualdad

La desigualdad aumenta drásticamente en los primeros ticks aunque después del tick 250 es más o menos constante al rededor del valor .14 en el coeficiente de Gini.

Si se compara con el modelo de agentes recolectores, estos tardan más tiempo en estabilizarse ( aproximadamente en el tick 500 ) además de que éstos se estabilizan alrededor del valor .16 del coeficiente de Gini.



**Figura 5.3.5** Dinamismo del coeficiente de Gini con previsión de 3 periodos.

## Capítulo 6

# Conclusiones

Los modelos realizados por computadora presentan diversas ventajas hasta ahora pocas veces exploradas. En particular, dichos modelos aplicados en la economía, permiten estudiar problemas de optimización del consumo o producción y competencia entre los agentes dentro del mismo modelo al mismo tiempo, lo cual, no se expone dentro de la teoría estandar de los libros de economía, ya que las problemáticas anteriores se exponen de manera separada. Asimismo, otra ventaja que presentan los modelos económicos realizados por computadora es el análisis de trayectorias entre puntos de equilibrio, ya que pocas veces en la economía neoclásica estandar se estudia cómo es la trayectoria entre dichos puntos<sup>1</sup>.

La construcción del modelo tuvo como base la economía neoclásica desde las perspectivas del libro de *Armas, gérmenes y acero* y de los sistemas complejos. Una vez programado el modelo, se tuvo como objetivo fijar los parámetros que permitieran la sobrevivencia de los agentes, mismos que se pueden contrarrestar unos con otros. Por ejemplo, metabolismos particularmente bajos se compensan con recursos escasos. Sin embargo, el factor previsión es el más relevante para la supervivencia.

Jared Diamond, en el libro *Armas, gérmenes y acero*, afirma que el factor determinante para que los individuos recolectores pudieran sobrevivir y formar sociedades más complejas fue la abundancia de comida. Sin embargo, en el presente trabajo de investigación se pudo constatar que un factor aún más determinante que ésta es la previsión de los agentes.

---

<sup>1</sup>Sin duda, este aspecto es importante, debido a que existen infinidad de problemáticas cuando se implementan políticas públicas que hacen que la sociedad pase de un punto de equilibrio a otro.

A diferencia de la mayoría de los modelos intertemporales de la economía neoclásica, en el presente modelo la previsión es un factor endógeno y particular en cada agente, por lo cual, con metodologías similares a las usadas en el modelo, es posible estimar las previsiones óptimas para un sistema, lo cual puede ser muy útil para definir tasas de ahorro óptimas y determinar políticas públicas que fomenten los mercados de seguros.

Asimismo, los agentes que sobreviven se reproducen de manera muy rápida, tanto, que llenan el mapa en dos o tres ticks cuando la tasa de crecimiento de la población es del 100 por ciento. En otras palabras, el fenómeno anterior ocurre cuando un agente muere porque su periodo de vida expiró y no por causas ocasionadas por las condiciones del sistema y así, hereda sus características a dos nuevos agentes más. Este hecho concuerda con las observaciones de Jared Diamond y de muchos otros modelos de crecimiento poblacionales.

Según el modelo construido, los agentes recolectores que siguen a agentes máximos según el bien de su preferencia (el cual fue asignado aleatoriamente) tienen un comportamiento muy similar al de los agentes que son meramente recolectores. De manera contraria, los agentes recolectores que ajustan su consumo a un único agente máximo salen del sistema demasiado rápido<sup>2</sup>.

Es importante notar que la discrepancia entre el comportamiento de los agentes meramente recolectores y el que siguen distintos liderazgos se debe a que muchos fenómenos que ocurren a nivel local se difuminan cuando se observan a nivel global. En el contexto del modelo, el fenómeno anterior ocurre debido a que dentro del rango de visión, cada uno de los agentes sigue a un único agente máximo.

Como todo modelo, se puede perfeccionar agregándole otro tipo de fenómenos colectivos como guerras, parcelamiento del territorio, comercio, etc. Asimismo, desde la óptica de los sistemas complejos, los planteamientos del modelo realizado pueden ser llevados a otras disciplinas como lo pueden ser la ciencia política (con el estudio de la propensión al seguimiento de líderes y modelos espaciales) o la teoría de juegos (analizando la previsión óptima en juegos dinámicos con información completa o incompleta).

---

<sup>2</sup>El hecho de que el comportamiento de los agentes meramente recolectores sea similar al de los agentes que ajustan su conducta con respecto a diversos liderazgos podría ser utilizado en diversas ciencias sociales que estudien fenómenos de manipulación de masas por uno o diversos agentes.

Asimismo, se puede decir con base en el modelo presentado, que la gran mayoría de los modelos de la economía neoclásica son construidos cuando los sistemas sociales son estables; por ello su utilidad en escenarios de cambios es poca. Cabe mencionar que dicha estabilidad no significa que las variables sean constantes en el tiempo, sino que éstas mantengan un dinamismo conjunto que haga que el sistema se preserve en el tiempo.

Aunque el modelo presentado en la presente tesis es sencillo en el planteamiento, su formulación y construcción fue un proceso que necesitó de muchos ajustes, tanto conceptuales como computacionales, debido a que el presente modelo es novedoso o al menos, no se encontró ninguna investigación con el enfoque que se presenta en este documento.



**Parte I**  
**Anexo**



La parte del código que está escrito con minúsculas es el incluido dentro de la paquetería de NETLOGO, lo escrito con mayúsculas fue la realizada por el autor.

Lo escrito después del signo de punto y coma es la explicación del comando.

El código original fue modificado ligeramente para que fuera compatible con LATEX.

### Código del modelo

```
globals [ gini-index-reserve lorenz-points ]

turtles-own [

vision ;; the distance that this turtle can see in the horizontal and vertical directions

vision-points ;; the points that this turtle can see in relative to it's current position
(based on vision)

age ;; the current age of this turtle (in ticks)

max-age ;; the age at which this turtle will die of natural causes

.....

;;SE DAN DE ALTA LAS VARIABLES DE LOS BIENES DEL MODELO

sugar

spice

SUGARPROC

SPICEPROC

SUGARSPICEPROC
```

.....

;;SE DAN DE ALTA LAS VARIABLES DE LOS METABOLISMOS

SUGARMETABOLISM

SPICEMETABOLISM

SUGARPROCMETABOLISM

SPICEPROCMETABOLISM

SUGARSPICEPROCMETABOLISM PROCESADA

.....

;; SE DAN DE ALTA LAS VARIABLES DE LA NECESIDAD

NECSUGAR

NECSPICE

NECSUGARPROC

NECSPICEPROC

NECSUGARSPICEPROC

.....

;; SE DAN DE ALTA LAS VARIABLES DE ALMACENAJE

SUGARGATHERED

SPICEGATHERED

SUGARPROCGATHERED

SPICEPROCGATHERED

SUGARSPICEPROCGATHERED

.....  
 ;; SE DEFINEN LOS COSTOS QUE ENFRENTAN LOS 3 BIENES QUE NO SE RE-  
 COLECTAN

COSTPRODSUGAR

COSTPRODSPICE

Ö

Ä

.....  
 ;; SE DAN DE ALTAS LAS VARIABLES PARA QUE LOS AGENTES BUSQUEN  
 LOS BIENES

AGENTES

BLISSBIEN

SUGARADICT

SPICEADICT

SUGARPROCADICT

SPICEPROCADICT

SUGARSPICEPROCADICT

AGENTSFOUND

PROPCONSLEADER

CONSUMOEXTRASUGAR

CONSUMOEXTRASPICE

.....  
 ;; SE DAN DE ALTA LAS VARIABLES QUE DEFINEN EL INCREMENTO EN EL

## CONSUMO

CONSUMOEXTRASUGARPROC

CONSUMOEXTRASPICEPROC

CONSUMOEXTRASUGARSPICEPORC

SUGARAGENTMAX

SPICEAGENTMAX

SUGARPROCAGENTMAX

SPICEPROCAGENTMAX

SUGARSPICEPROCAGENTMAX

]

;; SE DEFINEN LAS VARIABLES EN CADA UNA DE LAS CELDAS

patches-own [

psugar ;; the amount of sugar on this patch

max-psugar ;; the maximum amount of sugar that can be on this patch

pspice ;; the amount of spice in this patch

max-pprice ; la cantidad maxima de especia que ahi hay

]

;; PROCEDIMIENTOS PARA EL INICIO

to setup



```
set SUGARSPICEPROC random-in-range minimum-sugar/spice-endowment maximum-
sugar/spice-endowment
```

```
;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
```

```
:: SE ASIGNAN LOS METABOLISMOS
```

```
set SUGARMETABOLISM random-float Metsugar
```

```
set SPICEMETABOLISM random-float Metspice
```

```
set SUGARPROCMETABOLISM random-float Metsugarproc
```

```
set SPICEPROCMETABOLISM random-float Metspiceproc
```

```
set SUGARSPICEPROCMETABOLISM random-float Metsugarspiceproc
```

```
;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
```

```
:: SE ESTABLECE LA NECESIDAD DE CADA UNO DE LOS BIENES
```

```
SET NECSUGAR ( PREVISION * SUGARMETABOLISM ) - SUGAR
```

```
IFELSE SUGAR  $\geq$  PREVISION * SUGARMETABOLISM
```

```
[ SET NECSUGAR 0
```

```
set SUGARGATHERED SUGAR - SUGARMETABOLISM]
```

```
[SET SUGARGATHERED SUGAR - SUGARMETABOLISM
```

```
SET NECSUGAR ( PREVISION * SUGARMETABOLISM ) - SUGAR ]
```

```
SET NECSPICE ( PREVISION * SPICEMETABOLISM ) - SPICE
```

```
IFELSE SPICE  $\geq$  PREVISION * SPICEMETABOLISM
```

```
[ SET NECSPICE 0
```

set SPICEGATHERED SPICE - SPICEMETABOLISM]

[SET SPICEGATHERED SPICE - SPICEMETABOLISM

SET NECSPIICE ( PREVISION \* SPICEMETABOLISM ) - SPICE ]

SET NECSUGARPROC ( PREVISION \* SUGARPROCMETABOLISM ) - SUGARPROC

IFELSE SUGARPROC  $\geq$  PREVISION \* SUGARPROCMETABOLISM

[ SET NECSUGARPROC 0

SET SUGARPROCGATHERED SUGARPROC - SUGARPROCMETABOLISM]

[SET SUGARPROCGATHERED SUGARPROC - SUGARPROCMETABOLISM

SET NECSUGARPROC ( PREVISION \* SUGARPROCMETABOLISM ) - SUGARPROC]

SET NECSPIICEPROC ( PREVISION \* SPICEPROCMETABOLISM ) - SPICEPROC

IFELSE SPICEPROC  $\geq$  PREVISION \* SPICEPROCMETABOLISM

[ SET NECSPIICEPROC 0

set SPICEPROCGATHERED SPICEPROC - SPICEPROCMETABOLISM]

[SET SPICEPROCGATHERED SPICEPROC - SPICEPROCMETABOLISM

SET NECSPIICEPROC ( PREVISION \* SPICEPROCMETABOLISM ) - SPICEPROC ]

SET NECSUGARSPICEPROC ( PREVISION \* SUGARSPICEPROCMETABOLISM ) - SUGARSPICEPROC

IFELSE SUGARSPICEPROC  $\geq$  PREVISION \* SUGARSPICEPROCMETABO-

LISM

[ SET NECSUGARSPICEPROC 0

set SUGARSPICEPROCgathered SUGARSPICEPROC - SUGARSPICEPROC-  
METABOLISM]

[SET SUGARSPICEPROCgathered SUGARSPICEPROC - SUGARSPICE-  
PROCMETABOLISM

SET SUGARSPICEPROCgathered ( PREVISION \* SUGARSPICEPROCgathered ) - SUGARSPICEPROC ]

;;;

; EN ESTA PARTE DE LA PROGRAMACION, SE DA LA CONDICIÓN PARA  
QUE LOS AGENTES SE DISTINGAN

IF ((SUGARMETABOLISM < SPICEMETABOLISM) AND (SUGARMETABOLISM < SUGARPROCMETABOLISM) AND (SUGARMETABOLISM < SPICEPROCMETABOLISM) AND (SUGARMETABOLISM < SUGARSPICEPROCMETABOLISM))

[ SET AGENTESPSUGAR True

set color cyan

set AGENTESPSPICE False

set AGENTESPSUGARPROC False

SET AGENTESPSPICEPROC False

SET AGENTESPSUGARSPICEPROC False ]

IF (SPICEMETABOLISM < SUGARMETABOLISM) AND (SPICEMETABOLISM < SUGARPROCMETABOLISM) AND (SPICEMETABOLISM < SPICEPROCMETABOLISM) AND (SPICEMETABOLISM < SUGARSPICEPROCMETABOLISM)

[ SET AGENTESPSUGAR FALSE

set AGENTESPSPICE TRUE

set AGENTESPSUGARPROC false

SET AGENTESPSPIECEPROC false

SET AGENTESPSUGARSPICEPROC false

set color magenta ]

IF (SUGARPROC METABOLISM < SUGAR METABOLISM) AND (SUGARPROC METABOLISM < SPICEMETABOLISM) AND (SUGARPROC METABOLISM < SPIECEPROC METABOLISM) AND (SUGARPROC METABOLISM < SUGARSPICEPROC METABOLISM)

[ SET AGENTESPSUGAR FALSE

set AGENTESPSPIECE FALSE

set AGENTESPSUGARPROC TRUE

SET AGENTESPSPIECEPROC false

SET AGENTESPSUGARSPICEPROC false

set color RED ]

IF (SPICEPROC METABOLISM < SUGAR METABOLISM) AND (SPICEPROC METABOLISM < SPICEMETABOLISM) AND (SPICEPROC METABOLISM < SUGARPROC METABOLISM) AND (SPICEPROC METABOLISM < SUGARSPICEPROC METABOLISM)

[ SET AGENTESPSUGAR FALSE

set AGENTESPSPIECE FALSE

set AGENTESPSUGARPROC false

SET AGENTESPSPIECEPROC TRUE

SET COLOR pink

```
SET AGENTESPSUGARSPICEPROC false ]
```

```
IF (SUGARSPICEPROC METABOLISM < SUGAR METABOLISM) AND (SUGARSPICEPROC METABOLISM < SPICE METABOLISM) AND (SUGARSPICEPROC METABOLISM < SUGARPROC METABOLISM) AND (SUGARSPICEPROC METABOLISM < SPICEPROC METABOLISM)
```

```
[ SET AGENTESPSUGAR FALSE
```

```
SET COLOR GREEN
```

```
set AGENTESPSPICE FALSE
```

```
set AGENTESPSUGARPROC false
```

```
SET AGENTESPSPICEPROC false
```

```
SET AGENTESPSUGARSPICEPROC true ]
```

```
.....
```

```
;; Identifica los agentes en el rango de visión
```

```
set agentes other turtles in-radius vision ;
```

```
.....
```

```
;; SE FIJAN LOS COSTOS EN FUNCIÓN DE VALORES EN LA INTERFACE
```

```
set COSTPRODSUGAR costsugar
```

```
set COSTPRODSPICE costspice
```

```
set ö random-float 1
```

```
set ä random-float 1
```

```
.....
```

```
;; SE FIJA LA PROPENSIÓN CON LA QUE EL AGENTE SIGUE AL LIDER DEL CONSUMO DE UN DETERMINADO BIEN
```

```
set PROPCONSLEADER RANDOM-float 1
```

```
.....
;; EN ESTA PARTE SE DETERMINA EL BIEN EN EL QUE SE BUSCARÁ EL BIEN
AFECTADO POR LA PROPENSION EXTRA A CONSUMIR
```

```
set BLISSBIEN one-of [ "sugarspiceSUGARPROCSPICEPROCSUGARSPICEPROC
NADA"]
```

```
if BLISSBIEN = "NADA"
```

```
[set SUGARADICT FALSE
```

```
Set SPICEADICT FALSE
```

```
Set SUGARPROCADICT FALSE
```

```
Set SPICEPROCADICT FALSE
```

```
Set SUGARSPICEPROCADICT FALSE
```

```
SET COLOR BLACK ]
```

```
if BLISSBIEN = "sugar"
```

```
[set SUGARADICT TRUE
```

```
Set SPICEADICT FALSE
```

```
Set SUGARPROCADICT FALSE
```

```
Set SPICEPROCADICT FALSE
```

```
Set SUGARSPICEPROCADICT FALSE ]
```

```
if BLISSBIEN = "spice"
```

```
[set SUGARADICT FALSE
```

```
Set SPICEADICT TRUE
```

```
Set SUGARPROCADICT FALSE

Set SPICEPROCADICT FALSE

Set SUGARSPICEPROCADICT FALSE ]

if BLISSBIEN = "sugarproc"

[set SUGARADICT FALSE

Set SPICEADICT FALSE

Set SUGARPROCADICT TRUE

Set SPICEPROCADICT FALSE

Set SUGARSPICEPROCADICT FALSE ]

if BLISSBIEN = "spiceproc"

[set SUGARADICT FALSE

Set SPICEADICT FALSE

Set SUGARPROCADICT FALSE

Set SPICEPROCADICT TRUE

Set SUGARSPICEPROCADICT FALSE]

if BLISSBIEN = "sugarspiceproc"

[set SUGARADICT FALSE

Set SPICEADICT FALSE

Set SUGARPROCADICT FALSE

Set SPICEPROCADICT FALSE
```

```

Set SUGARSPICEPROCADICT TRUE]
.....

set max-age random-in-range 20 40 ; Fija la edad máxima

set age 0

set vision random-in-range 1 visionagente ; fija un rango de visión aleatorio

; Las tortugas pueden ver horizontal y verticalmente las celdas

set vision-points []

foreach n-values vision [? + 1] [ set vision-points sentence vision-points (list (list 0
?) (list ? 0) (list 0 (- ?)) (list (- ?) 0)) ]

end

.....

; SE CREA EL MAPA

to setup-patches ; ESTE PARTE ES PARA CREAR EL MAPA

file-open "sugar-map1.txt"

foreach sort patches [ ask ? [ set max-psugar file-read set psugar max-psugar patch-
recolor ] ]

file-close

file-open "spice-map1.txt"

foreach sort patches [ ask ? [ set max-ppspice file-read set pspice max-ppspice ] ] file-
close

end

;; ;; PROCEDIMIENTOS PARA LAS CORRIDAS ;;

```

to go

if not any? turtles [ stop ]

ask patches [ patch-growback patch-recolor ]

ask turtles [  
turtle-move ; Comando para moverse

TURTLE-CONSUME ; COMANDO PARA CONSUMIR LOS BIENES QUE NECESITA

FIND-AGENTESSUGAR ; commando para encontrar el agente maximo

FIND-AGENTESSPICE ;

FIND-AGENTESSUGARPROC ;

FIND-AGENTESSPICEPROC ;  
FIND-AGENTESSUGARSPICEPROC ;

TURTLE-MOVSUGAR ; procedimiento para aumentar el consumo individual debido al agente maximo

TURTLE-MOVSPICE ;

TURTLE-MOVSUGARPROC ;

TURTLE-MOVSPICEPROC ;

TURTLE-MOVSUGARSPICEPROC ;

set age (age + 1) ; Contabiliza la edad

if (sugar  $\leq$  0 or SPICE  $\leq$  0 or SUGARPROC  $\leq$  0 or SPICEPROC  $\leq$  or SUGARSPICEPROC  $\leq$  0 )

[die] ; fija las condiciones para que el agente salga del sistema

if age  $\leq$  max-age

```
[hatch 1[ rt random-float 360 fd 1 ] die] ; Fija las condiciones para la reproducción ]
update-lorenz-and-gini ; ACTUALIZA LOS DATOS PARA EL COEFICIENTE DE
GINI
tick
end
```

```
to turtle-move ;; PROCEDIMIENTO PARA EL MOVIMIENTO DE LAS TORTU-
GAS
```

```
let move-candidates (patch-set patch-here (patches at-points vision-points) with [not
any? turtles-here])
```

```
IF (NECSUGAR > 0 ) AND ( NECSUGAR > NECSPICE ) AND (NECSUGAR
> NECSUGARPROC) AND (NECSUGAR > NECSPICEPROC) AND (NECSUGAR
> NECSUGARSPICEPROC)
```

```
[ let possible-winners move-candidates with-max [psugar]
```

```
if any? possible-winners [ move-to min-one-of possible-winners [distance myself] ]
```

```
set sugar sugar + psugar ; RECOLECTA AZUCAR
```

```
set SUGARGATHERED SUGARGATHERED + PSUGAR
```

```
set psugar 0 ]
```

```
IF NECSPICE > 0 AND ( NECSPICE > NECSUGAR) AND ( NECSPICE >
NECSUGARPROC) AND (NECSPICE > NECSPICEPROC) AND (NECSPICE >
NECSUGARSPICEPROC )
```

```
[ let possible-winners move-candidates with-max [PSPICE] if any? possible-winners
[ move-to min-one-of possible-winners [distance myself] ]
```

```
set spice spice + pspice
```

SET SPICEGATHERED SPICEGATHERED + PSPICE

set pspice 0 ]

IF NECSUGARPROC > 0 AND (NECSUGARPROC > NECSUGAR) AND (NECSUGARPROC > NECSPIICE) AND (NECSUGARPROC > NECSPIICEPROC) AND (NECSUGARPROC > NECSUGARSPICEPROC)

[ let possible-winners move-candidates with-max [PSUGAR] if any? possible-winners  
[ move-to min-one-of possible-winners [distance myself] ]

SET SUGARPROC SUGARPROC + ( 1 - COSTPRODSUGAR ) \* PSUGAR

set SUGARPROCGATHERED SUGARPROCGATHERED + ( 1 - COSTPRODSUGAR ) \* PSUGAR

SET PSUGAR 0

]

IF NECSPIICEPROC > 0 AND (NECSPIICEPROC > NECSUGAR) AND (NECSPIICEPROC > NECSPIICE) AND (NECSPIICEPROC > NECSUGARPROC) AND (NECSPIICEPROC > NECSUGARSPICEPROC)

[let possible-winners move-candidates with-max [PSPICE] if any? possible-winners  
[ move-to min-one-of possible-winners [distance myself] ]

SET SPICEPROC SPICEPROC + ( 1 - COSTPRODSPICE ) \* PSPICE

SET SPICEPROCGATHERED SPICEPROCGATHERED + (1 - COSTPRODSPICE ) \* PSPICE

SET PSPICE 0

]

IF NECSUGARSPICEPROC > 0 AND ( NECSUGARSPICEPROC > NECSUGAR ) AND (NECSUGARSPICEPROC > NECSPIICE) AND (NECSUGARSPICEPROC > NECSUGARPROC) AND (NECSUGARSPICEPROC > NECSPIICEPROC)

[let possible-winners move-candidates with-max [PSPICE + PSUGAR] if any? possible-

winners [ move-to min-one-of possible-winners [distance myself] ]

```
set SUGARSPICEPROC SUGARSPICEPROC + (1 - ö) * PSUGAR + (1 - ä) *
PSPICE
```

```
SET SUGARSPICEPROC GATHERED SUGARSPICEPROC GATHERED + (1 -
ö) * PSUGAR + (1 - ä) * PSPICE
```

```
set PSUGAR 0
```

```
SET PSPICE 0
```

```
]
```

```
end
```

```
.....
```

to TURTLE-CONSUME ; este comando es para todas las tortugas, para consumir los 5 bienes

```
SET SUGAR SUGAR - SUGARMETABOLISM
```

```
SET NECSUGAR PREVISION * SUGARMETABOLISM - SUGAR
```

```
IFELSE SUGAR >= PREVISION * SUGARMETABOLISM
```

```
[ SET NECSUGAR 0
```

```
set SUGARGATHERED SUGAR - SUGARMETABOLISM]
```

```
[SET SUGARGATHERED SUGAR - SUGARMETABOLISM
```

```
SET NECSUGAR PREVISION * SUGARMETABOLISM - SUGAR ]
```

```
SET SPICE SPICE - SPICEMETABOLISM
```

```
SET NECSPICE PREVISION * SPICEMETABOLISM - SPICE
```

```
IFELSE SPICE >= PREVISION * SPICEMETABOLISM
```

```

[ SET NECSPICE 0

set SPICEGATHERED SPICE - SPICEMETABOLISM]

[SET SPICEGATHERED SPICE - SPICEMETABOLISM

SET NECSPICE PREVISION * SPICEMETABOLISM - SPICE ]

SET SUGARPROC SUGARPROC - SUGARPROCMETABOLISM

SET NECSUGARPROC PREVISION * SUGARPROCMETABOLISM - SUGAR-
PROC

IFELSE SUGARPROC  $i$ = PREVISION * SUGARPROCMETABOLISM

[ SET NECSUGARPROC 0 set SUGARPROCGATHERED SUGARPROC - SU-
GARPROCMETABOLISM]

[SET SUGARPROCGATHERED SUGARPROC - SUGARPROCMETABOLISM
SET NECSUGARPROC PREVISION * SUGARPROCMETABOLISM - SUGARPROC
]

SET SPICEPROC SPICEPROC - SPICEPROCMETABOLISM

SET NECSPICEPROC PREVISION * SPICEPROCMETABOLISM - SPICEPROC

IFELSE SPICEPROC  $i$ = PREVISION * SPICEPROCMETABOLISM

[ SET NECSPICEPROC 0 set SPICEPROCGATHERED SPICEPROC - SPICE-
PROCMETABOLISM]

[SET SPICEPROCGATHERED SPICEPROC - SPICEPROCMETABOLISM

SET NECSPICEPROC PREVISION * SPICEPROCMETABOLISM - SPICEPROC
]

SET SUGARSPICEPROC SUGARSPICEPROC - SUGARSPICEPROCMETABO-
LISM SET NECSUGARSPICEPROC PREVISION * SUGARSPICEPROCMETABO-
LISM - SUGARSPICEPROC

IFELSE SUGARSPICEPROC  $i$ = PREVISION * SUGARSPICEPROCMETABO-

```

LISM

```
[ SET NECSUGARSPICEPROC 0 set SUGARSPICEPROC GATHERED SUGARSPICEPROC - SUGARSPICEPROC METABOLISM ]
```

```
[ SET SUGARSPICEPROC GATHERED SUGARSPICEPROC - SUGARSPICEPROC METABOLISM SET NECSUGARSPICEPROC PREVISION * SUGARSPICEPROC METABOLISM - SUGARSPICEPROC ]
```

END

.....

ESTE PROCEDIMIENTO ES PARA BUSCAR EL AGENTE MÁXIMO

to FIND-AGENTESSUGAR

set AGENTSFIND other turtles in-radius vision

set SUGARAGENTMAX AGENTSFIND with-max [sugar]

end

to-report SUGARAGENTMAX?

let agentesloc other turtles in-radius vision

let agentemaximo1 max-one-of agentesloc [SUGAR]

ifelse agentemaximo1 != nobody

[report [SUGAR] of agentemaximo1]

[report 0 ]

end

to turtle-movSUGAR

IF BLISSBIEN = SUGAR

```

[ set AGENTSFIND other turtles in-radius vision

ifelse SUGARAGENTMAX? - SUGAR >= 0

[forward 0]

[if any? agentsfind ;; revisa que tengas vecinos

[set SUGARMETABOLISM SUGARMETABOLISM * ( 1 + PROPCONSLEADER
)
]

forward 0 ;;si no tienes vecinos

]]

end

```

```

to FIND-AGENTESSPICE ; PROCEDIMIENTO DE LOS AGENTES

```

```

set AGENTSFIND other turtles in-radius vision

set SPICEAGENTMAX agentsfind with-max [spice] ; print agentemaximo

end

```

```

to-report SPICEAGENTMAX?

```

```

let agentesloc other turtles in-radius vision

let agentemaximo2 max-one-of agentesloc [spice]

ifelse agentemaximo2 != nobody

[report [spice] of agentemaximo2]

[report 0]

end

```

```
to turtle-movSPICE
```

```
if BLISSBIEN = SPICE
```

```
[ set AGENTSFIND other turtles in-radius vision
```

```
ifelse SPICEAGENTMAX? - spice  $\neq$  0
```

```
[forward 0]
```

```
[if any? agentsfind ;; revisa que tengas vecinos
```

```
[set SPICEMETABOLISM SPICEMETABOLISM * ( 1 + PROPCONSLEADER ) ]
```

```
forward 0 ;;si no tienes vecinos
```

```
] ]
```

```
end
```

```
to FIND-AGENTESSUGARPROC ; PROCEDIMIENTO DE LOS AGENTES
```

```
set AGENTSFIND other turtles in-radius vision
```

```
set SUGARPROCAGENTMAX agentsfind with-max [SUGARPROC] ; print agentemaximo
```

```
end
```

```
to-report SUGARPROCAGENTMAX?
```

```
let agentesloc other turtles in-radius vision
```

```
let agentemaximo3 max-one-of agentesloc [SUGARPROC]
```

```
ifelse agentemaximo3  $\neq$  nobody
```

```
[report [SUGARPROC] of agentemaximo3]
```

```

[report 0]

end

to turtle-movSUGARPROC

IF BLISSBIEN = SUGARSPICEPROC

[ set AGENTSFIND other turtles in-radius vision

ifelse SUGARPROCAGENTMAX? - SUGARPROC != 0

[forward 0]

[if any? agentsfind ;; revisa que tengas vecinos [set SUGARPROCMETABOLISM
SUGARPROCMETABOLISM * ( 1 + PROPCONSLEADER ) ]

forward 0 ;;si no tienes vecinos

]]

end

to FIND-AGENTESSPICEPROC ; PROCEDIMIENTO DE LOS AGENTES

set AGENTSFIND other turtles in-radius vision

set SPICEPROCAGENTMAX agentsfind with-max [SPICEPROC] ; print agente-
maximo

end

to-report SPICEPROCAGENTMAX?

let agentesloc other turtles in-radius vision

let agentemaximo4 max-one-of agentesloc [SPICEPROC]
ifelse agentemaximo4 != nobody

[report [SPICEPROC] of agentemaximo4]

```

```

[report 0]

end

to turtle-movSPICEPROC

IF BLISSBIEN = SPICEPROC

[ set AGENTSFIND other turtles in-radius vision

ifelse SPICEPROCAGENTMAX? - SPICEPROC != 0

[forward 0]

[if any? agentsfind ;; revisa que tengas vecinos

[ set SPICEPROCMETABOLISM SPICEPROCMETABOLISM * ( 1 + PROP-
CONSLEADER ) ]

forward 0 ;;si no tienes vecinos ] ]

end

to FIND-AGENTESSUGARSPICEPROC ; PROCEDIMIENTO DE LOS AGEN-
TES

set AGENTSFIND other turtles in-radius vision

set SUGARSPICEPROCAGENTMAX agentsfind with-max [SUGARSPICEPROC]

end

to-report SUGARSPICEPROCAGENTMAX?

let agentesloc other turtles in-radius vision

let agentemaximo5 max-one-of agentesloc [SUGARSPICEPROC]

ifelse agentemaximo5 != nobody [report [SUGARSPICEPROC] of agentemaximo5]
[report 0]

```

end

to turtle-movSUGARSPICEPROC

IF BLISSBIEN = SUGARSPICEPROC

[ set AGENTSFOUND other turtles in-radius vision

ifelse SUGARSPICEPROCAGENTMAX? - SUGARSPICEPROC >= 0

[forward 0]

[if any? agentsfound ;; revisa que tengas vecinos

[ set SUGARSPICEPROCMETABOLISM SUGARSPICEPROCMETABOLISM \*  
( 1 + PROPCONSLEADER ) ]

forward 0 ;;si no tienes vecinos ] ]

end

;;

ESTOS PROCEDIMIENTOS SON PARA LAS CELDAS DEL MAPA

to patch-recolor ; Procedimiento para dar coloración a las celdas en función del  
azúcar

set pcolor ( yellow + 4.9 - psugar )

end

to patch-growback ; Ajusta una tasa de crecimiento para el zucar y especia en las  
celdas

set psugar min (list max-psugar (psugar + 1))

SET PSPICE MIN (LIST MAX-PSPICE (PSPICE + 1))

```

let sugInterval sugarGrowBackInterval

let spiInterval spiceGrowBackInterval

if useSeasons?

[ ifelse (ticks mod (2 * seasonPeriod) / seasonPeriod) ;1

[ if pycor i= 0 [ set sugInterval sugInterval * 4 set spiInterval spiInterval * 4 ] ]

[ if pycor i= 0

[ set sugInterval sugInterval * 4 set spiInterval spiInterval * 4 ] ] ]

end

.....
;; ESTE PROCEDIMIENTO ES PARA CALCULAR LA CURVA DE LORENZ Y EL
COEFICIENTE DE GINI

to update-lorenz-and-gini

let num-people count turtles

let sorted-wealths sort [ sugar + spice + sugarproc + spiceproc + sugarspiceproc ]
of turtles

let total-wealth sum sorted-wealths

let wealth-sum-so-far 0

let index 0

set gini-index-reserve 0

set lorenz-points []

repeat num-people [ set wealth-sum-so-far (wealth-sum-so-far + item index sorted-
wealths)

set lorenz-points lput ((wealth-sum-so-far / total-wealth) * 100) lorenz-points

```

```
set index (index + 1)
```

```
set gini-index-reserve
```

```
gini-index-reserve + (index / num-people) - (wealth-sum-so-far / total-wealth) ]
```

```
end
```

```
;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
```

```
;; SIRVE PARA CALCULAR INTERVALOS CERRADOS
```

```
to-report random-in-range [low high] ; Procedimiento alterno que fija intervalos positivos
```

```
if ( low <= 0 and high >= 0 ) [ report low + random-float ( high - low ) ]
```

```
end
```

# Bibliografía

- [Jehle and Reny, ] Jehle, G. A. and Reny, P. J. *Advanced Microeconomic Theory*, 2001. Addison Wesley Longman.
- [Lomelí and Rumbos, 2003] Lomelí, H. and Rumbos, B. (2003). *Métodos dinámicos en economía*.
- [Miramontes et al., 1999] Miramontes, P. et al. (1999). *Perspectivas en la teoría de sistemas*, volume 5. UNAM.
- [Orozco, ] Orozco, J. A. G. Máquinas de estados finitos.
- [Teahan, 2010] Teahan, W. J. (2010). *Artificial Intelligence–Agents and Environments*. BookBoon.
- [Wolfram et al., 1986] Wolfram, S. et al. (1986). *Theory and applications of cellular automata*, volume 1. World Scientific Singapore.