



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA – CONTROL

IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DE FRICCIÓN EN DUCTOS CON TOMAS
LATERALES

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
RAÚL CAYETANO SÁNCHEZ

TUTOR PRINCIPAL
DRA. MA. CRISTINA VERDE RODARTE, II - UNAM

MÉXICO, D. F. **ENERO** 2016



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. TANG XU YU
Secretario: M.I. CARRERA MÉNDEZ ROLANDO
Vocal: DRA. VERDE RODARTE MARÍA CRISTINA
1 er. Suplente: DR. ESPINOZA PÉREZ GERARDO RENÉ
2 do. Suplente: DRA. TORRES ORTIZ FLOR LIZETH

Tesis realizada en el Instituto de Ingeniería, Ciudad Universitaria, México, D.F.

TUTOR DE TESIS:

NOMBRE

Dra. Ma. Cristina Verde Rodarte

FIRMA

Índice general

Índice de tablas	III
Índice de figuras	IV
Nomenclatura	VI
1. Introducción	1
1.1. Motivación	2
1.2. Estado del arte	4
1.3. Objetivo	6
1.4. Resultados alcanzados	7
1.5. Descripción de capítulos	7
2. Planta piloto y modelo dinámico	9
2.1. Descripción de la planta piloto	9
2.1.1. Instrumentación	12
2.1.2. Sistema SCADA	17
2.2. Modelo dinámico	19
2.2.1. Longitud equivalente	22
2.3. Modelo discreto	26
3. Identificación de la fricción	30
3.1. Modelo paramétrico	31
3.1.1. Modelo con estado medido	32

3.1.2. Modelo con mediciones en los extremos	33
3.2. Algoritmo de identificación	36
3.3. Resultados en simulación	38
3.3.1. Identificación en condiciones nominales	38
3.3.2. Identificación en presencia de fugas	41
3.4. Resultados experimentales	45
3.5. Localización de fugas	50
3.5.1. Experimento 1	51
3.5.2. Experimento 2	52
4. Conclusiones	54
Referencias	56

Índice de tablas

2.1. Ubicación de válvulas	11
2.2. Especificaciones técnicas del sensor de flujo Protomass 83F	13
2.3. Especificaciones técnicas del sensor de flujo Promag 10D	14
2.4. Especificaciones técnicas del sensor de presión Cerabar PMP71	16
2.5. Mediciones de presión	24
2.6. Longitudes equivalentes	25
3.1. Parámetros del ducto	39
3.2. Longitudes de las secciones 1 y 2 del ducto	46

Índice de figuras

1.1. Perfil de presión con dos fugas presentes (L_i) en distintas posiciones . . .	3
2.1. Diagrama del ducto piloto	11
2.2. Ducto piloto	12
2.3. Sensor de flujo por principio de Coriolis	13
2.4. Comportamiento de los flujos medidos ante un cambio súbito en la válvula V-2	14
2.5. Sensor de flujo Promag 10D	15
2.6. Comportamiento del flujo de extracción en la válvula V-4	15
2.7. Sensor de presión Cerabar PMP71	16
2.8. Comportamiento de la presión de entrada con fuga en la válvula V-4 . . .	17
2.9. Módulo de adquisición de datos BK9000 y Terminal KL3052	18
2.10. Pantalla del sistema SCADA	18
2.11. Fuga vista como un ramal	19
2.12. Perfil topográfico del ducto piloto	21
2.13. Perfil de presión con el modelo del ducto piloto simulado y considerando el perfil topográfico con $\beta = 90^\circ$	21
2.14. Perfiles de presión	25
2.15. Discretización espacial de una sección i	26
2.16. Interconexión de 2 secciones de ducto	28
3.1. Presiones en el ducto	40
3.2. Flujos en el ducto	40

3.3. Parámetros μ y $\bar{\mu}$ identificados y error paramétrico	41
3.4. Identificación de μ y $\bar{\mu}$ con x_2^k desconocida y error paramétrico	42
3.5. Presiones en los extremos del ducto y en el punto extracción	42
3.6. Comportamiento de los flujos en los extremos del ducto y flujo de extracción y fuga	43
3.7. Comportamiento de μ y $\bar{\mu}$ con una fuga aguas arriba respecto al punto de extracción	44
3.8. Comportamiento de μ y $\bar{\mu}$ con una fuga aguas abajo respecto al punto de extracción	44
3.9. Comportamiento de μ y $\bar{\mu}$ con una fuga aguas arriba respecto al punto de extracción y x_2^k desconocida	45
3.10. Comportamiento de μ y $\bar{\mu}$ con una fuga aguas abajo respecto al punto de extracción y x_2^k desconocida	46
3.11. Parámetro μ identificado en la primera sección del ducto variando el punto intermedio de medición	47
3.12. Parámetro $\bar{\mu}$ identificado en la segunda sección del ducto variando el punto intermedio de medición	47
3.13. Comportamiento del parámetro μ y $\bar{\mu}$ en presencia de la extracción y una fuga	48
3.14. Comportamiento del parámetro μ y $\bar{\mu}$ en presencia de la extracción y una fuga, cuando x_2^k no es medida	49
3.15. Cálculo de μ con la ecuación de Darcy-Weissbach y con estimación de parámetros	50
3.16. Localización de fuga y parámetros μ , $\bar{\mu}$ estimados	51
3.17. Localización de fuga y parámetros μ , $\bar{\mu}$ estimados	52

Nomenclatura

$\bar{\mu}$	Complemento del parámetro asociado al coeficiente de fricción μ
β	Ángulo de inclinación de la sección i
δ	Función impulso
ε	Error de estimación
η	Vector de mediciones
Γ	Matriz de ganancia
μ_i	Parámetro asociado al coeficiente de fricción de la i -ésima sección de ducto
ϕ	Matriz de regresión
θ	Vector de parámetros
θ^*	Vector de parámetros verdaderos
$\tilde{\theta}$	Error paramétrico
\tilde{h}	Estimado de h
A	Área de la sección transversal del ducto
b	Velocidad de la onda presión
D	Diámetro del ducto

d	d-ésima división del ducto
f	Coefficiente de fricción del ducto
f_q	Coefficiente de fricción cuasi-estacionario
f_u	Coefficiente de fricción no estacionario
g	Constante de gravedad
h	Vector de mediciones
$H(z,t)$	Cabeza de presión
h_d	Presión en la división d del ducto
H_{ext}	Presión en el punto de extracción del ducto
H_{in}	Presión en la entrada del ducto
H_{out}	Presión en la salida del ducto
i	i-ésima sección de ducto
J	Función de costo
L	Longitud del ducto
LE	Longitud equivalente
N	Divisiones del ducto
$Q(z,t)$	Flujo volumétrico
q_d	Flujo en la división d del ducto
Q_{ext}	Flujo de extracción
q_{fuga}	Flujo de fuga

Q_{in}	Flujo en la entrada del ducto
Q_{out}	Flujo en la salida del ducto
T	Periodo de muestreo
t	Coordenada temporal
u	Vector de entradas
V	Velocidad del fluido
ν	Viscosidad cinemática del fluido
x	Vector de estados
y	Vector de salida
y_{nom}	Flujo nominal del ducto
z	Coordenada espacial
z_{ext}	Posición del punto de extracción

Capítulo 1

Introducción

En los últimos años, el monitoreo y la detección oportuna de fallas han sido requerimientos críticos en la mayoría de los procesos industriales. Comúnmente, tanto el monitoreo como la detección oportuna de fallas ha sido de suma importancia en sistemas de seguridad tales como la aviación civil y militar, plantas nucleares, etc. En forma generalizada, el término falla se refiere a errores, mal funcionamiento o perturbaciones en el sistema o proceso que no se consideraron en la etapa de diseño, que lo pueden llevar a un comportamiento indeseable o intolerable. El hecho de que los procesos hayan incrementado su nivel de sofisticación, ha provocado que las industrias se interesen en capacidades FDIA¹, ya que la detección oportuna de una falla puede prevenir fallas totales, que pueden llevar a un paro del proceso y por lo tanto a grandes pérdidas económicas, daños al medio ambiente así como pérdidas humanas (Caccavale, F., 2003).

Con el objetivo de lograr la operación eficiente de un proceso e incrementar la confiabilidad y seguridad del mismo, es necesaria la oportuna detección de situaciones anormales y la rápida identificación de las causas más probables. Los algoritmos FDI pueden llevarse a cabo usando información analítica sobre el proceso, i.e., basado en modelos matemáticos del sistema. Debido a la importancia de estos modelos, es primordial que los parámetros del modelo del sistema estén caracterizados para evitar falsas alarmas o una falta de detección.

¹De sus siglas en inglés, *Fault Detection, Isolation and Accommodation*

Como se mencionó anteriormente, la complejidad de los procesos ha hecho difícil determinar el valor de los parámetros que los caracterizan, aunque pueda pensarse en consultar las hojas de datos o manuales, muchas veces ésto resulta insuficiente, ya que los parámetros se ven afectados por factores desconocidos que podrían estar asociados al envejecimiento de los componentes, falta de mantenimiento, entre otros. Así que las técnicas de identificación de parámetros en tiempo real resultan ser una gran herramienta ya que, a partir de series de tiempo de las mediciones de entrada y salida del sistema, se puedan conocer los parámetros. Sin embargo, previo a la identificación de los parámetros es necesario realizar pruebas para determinar el tipo de modelo y consideraciones físicas que lo avalen. En función del tipo de modelo que se elija, existen diversos métodos de identificación de parámetros que pueden ser aplicados, tales como redes neuronales, observadores, respuesta en frecuencia, mínimos cuadrados, gradientes, entre otros (Isermann, R., 2011). En caso de que el sistema pueda ser parametrizado de la forma

$$h(t) = \phi(t)\theta$$

en donde el regresor $\phi(t)$ puede contener funciones no lineales y el vector de parámetros θ se presenta de forma lineal, entonces pueden aplicarse técnicas de identificación basadas en gradientes o en mínimos cuadrados que permiten una fácil implementación en tiempo real.

1.1. Motivación

El empleo de tuberías como medio de transporte de fluidos, ha sido de vital importancia para muchos países, de tal manera que tan sólo en México existen aproximadamente 70,000 kilómetros de ductos para transporte de productos derivados del petróleo, es por esto que fallas en este sistema de transporte deben ser identificadas con la mayor velocidad posible y para ello, investigadores de todo el mundo han desarrollado diferentes métodos LDI² para la detección y localización de fugas en ductos, los cuáles, en su mayoría se encuentran basados en modelos analíticos del sistema, por lo que, el conocimiento de aque-

²De sus siglas en inglés, *Leak Detection and Isolation*

Los parámetros físicos asociados a los términos de fricción del ducto deben conocerse. Este parámetro depende de varios aspectos, tales como el tipo de material, área transversal, régimen del flujo, longitud, rugosidad, entre otros, además del tiempo de servicio de la tubería, motivo por el cual no es conveniente hacer uso de tablas de especificaciones proporcionadas por el fabricante.

El ducto piloto del Instituto de Ingeniería, que se construyó para probar algoritmos de diagnóstico de fugas, tiene una geometría en forma de serpentín vertical con diversos tipos de válvulas para emular fugas, las cuales provocan el perfil de presión simulado que se muestra en la Figura 1.1 que muestra que las pérdidas de carga debidas a las fugas son casi imperceptibles, lo que provoca errores en la localización de fugas. Estas particularidades han provocado que métodos tradicionales para calcular fricción y longitud equivalente, generen errores entre el modelo y el ducto, lo que provoca a su vez que los resultados en la localización de fugas no sean consistentes y el porcentaje de error en la localización sea variable. Adicionalmente, el cálculo de la longitud equivalente del ducto cuando se tienen codos, válvulas, bridas, etc. está sujeto a errores que afectan el coeficiente de fricción.

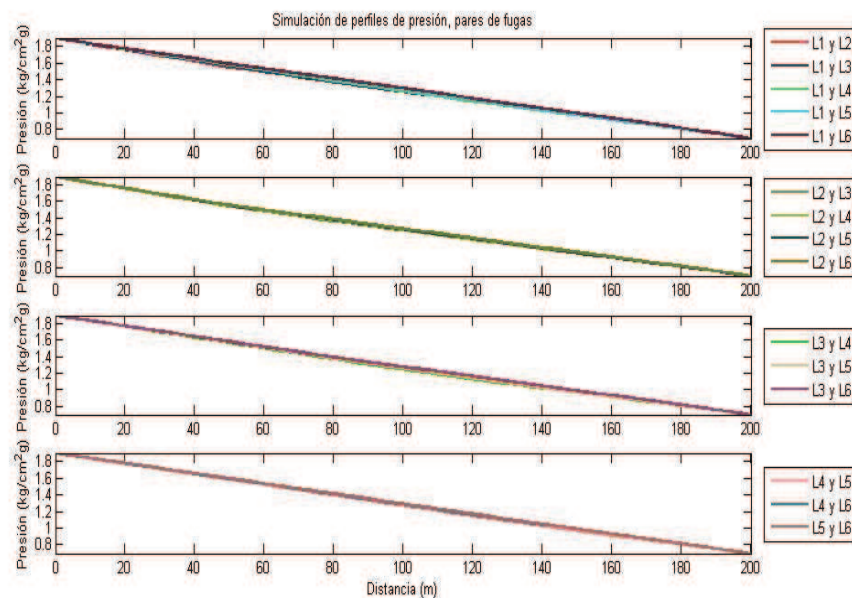


Figura 1.1: Perfil de presión con dos fugas presentes (L_i) en distintas posiciones

Para estimar adecuadamente el coeficiente de fricción, se ha recurrido al cálculo en línea de este parámetro mediante la ecuación estática de Darcy-Weissbach, la cual requiere mediciones de flujo y presión en los extremos del ducto. Sin embargo, se tiene una limitante cuando el ducto cuenta con un punto de extracción intermedio, pues se crea una discontinuidad que provoca que la ecuación de Darcy-Weissbach no pueda ser aplicada si no se tiene la medición de presión en dicha extracción.

Los hechos anteriores motivaron el desarrollo de este trabajo, en el que se propone un procedimiento para estimar la longitud equivalente recta de manera experimental, así como el coeficiente de fricción mediante técnicas de identificación de parámetros desarrollados por la comunidad de control (Isermann, R., 2011, Lennart L., 1999), tomando en cuenta que la operación normal de un ducto contempla la presencia de una extracción en un punto arbitrario pero conocido.

1.2. Estado del arte

El problema de la estimación del coeficiente de fricción en ductos ha sido ampliamente investigado, de tal manera que en el campo de ingeniería hidráulica se han propuesto diferentes modelos, ya que este factor juega un papel crítico en el estudio de los fenómenos de separación de columna y cavitación. En Bergant, A. (2010), se analizan dos diferentes modelos de fricción no estacionaria, el modelo de Zielke y Brunone, en los cuales, la fricción es representada como la suma de un término cuasi-estacionario f_q y un término no estacionario f_u i.e. $f_T = f_q + f_u$. El modelo de Zielke se desarrolla bajo la suposición de flujo laminar transitorio y el término de fricción no estacionario se encuentra relacionado con ponderaciones de los cambios en la velocidad del flujo en una sección del ducto³ de la siguiente forma

$$(f_T)_{i,l} = (f_q)_{i,l} + \frac{32\nu}{DV_{i,l}|V_{i,l}|} \sum_{j=1}^{l-1} (V_{i,j+1} - V_{i,j-1})W((l-j)\Delta t) \quad (1.1)$$

³Debido a que la dinámica del fluido esta modelada por ecuaciones diferenciales parciales, es necesaria una discretización espacial, lo que lleva a un ducto de N tramos.

en donde D es el diámetro del ducto, V es la velocidad del fluido, j y l son múltiplos del incremento de tiempo Δt , ν la viscosidad cinemática del fluido y W es la ponderación de los cambios de velocidad pasados del fluido, de tal manera que se requiere de un gran almacenamiento de datos.

Por su parte, el término no estacionario en el modelo de Brunone relaciona la aceleración instantánea del flujo con la aceleración instantánea convectiva de la siguiente manera

$$f_T = f_q + \frac{kD}{V|V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} - b \frac{\partial V}{\partial t} \right) \quad (1.2)$$

en donde b es la velocidad de la onda de presión, k es el coeficiente de fricción de Brunone que depende de la situación del fluido y puede ser ajustado de forma empírica.

Por otra parte, el desarrollo de técnicas de localización de fugas en ductos basadas en modelo han enfrentado el mismo problema de obtener una estimación adecuada del coeficiente de fricción, de tal forma que se ha trabajado con valores constantes que restringen la validez de los algoritmos LDI a una condición de operación particular (Dulhoste, J.F., 2011).

Debido a este problema, en Billmann, L. (1987) y Kowalczuk, Z. (2004) se propone hacer una identificación en línea; en este último trabajo, la estimación se realiza empleando el método de mínimos cuadrados, de hecho, éste es el único trabajo encontrado en el que se aplican técnicas de identificación de parámetros. En investigaciones posteriores, se han aplicado diferentes ecuaciones estáticas como en Ashton, S.A. (1998) y Carrera, R.A. y Verde, C. (2001), en donde se estima el coeficiente de fricción empleando la ecuación de Darcy-Weissbach, la cual requiere mediciones de presión y flujo en los extremos del ducto. Por otra parte, la ecuación propuesta por Swamee - Jain, que es función del flujo a través del ducto, el número de Reynolds y otros parámetros físicos, ha sido empleada en el trabajo de Navarro, A. (2011).

En Dulhoste, J.F. (2011), se evalúan diferentes modelos de fricción para tuberías, entre los cuales resalta un modelo no estacionario que involucra variaciones del flujo en espacio y tiempo, además del llamado coeficiente de Brunone mencionado anteriormente; sin embargo, los resultados obtenidos en este trabajo muestran que la complejidad del modelo no estacionario no representa una mejora en la localización de fugas. Es de notar que todos

los algoritmos LDI están basados en modelos que no toman en cuenta puntos de extracción, lo cual afecta la estimación del coeficiente de fricción si no se tienen mediciones de flujo y presión en el punto de extracción.

Otro aspecto importante de los algoritmos desarrollados para detección de fugas es que asumen tuberías con perfiles topográficos horizontales, los cuales son obtenidos mediante una transformación del ducto. El método empírico para alcanzar tal objetivo es el empleo de hojas de datos que indican la longitud equivalente de un ducto para los diferentes tipos de accesorios. En Navarro, A. (2011) se propone la estimación de la longitud mediante un observador de Kalman; sin embargo, la aplicación de este método requiere del conocimiento del coeficiente de fricción que es resuelto con la aplicación de la ecuación de Swamee-Jain, la cual es función del diámetro, rugosidad, flujo, y del número de Reynolds, el inconveniente de este procedimiento es que el parámetro de rugosidad es difícil de conocer de una forma exacta debido a que las tuberías se deterioran.

1.3. Objetivo

Como se mencionó anteriormente, la estimación del coeficiente de fricción y la determinación de la longitud recta equivalente en los ductos son tareas importantes, debido a que los algoritmos de localización de fugas se encuentran basados en el modelo matemático del sistema que depende de dichos parámetros. Además, en el caso de estudio de este trabajo se busca que éstos parámetros sean válidos en condiciones de una toma lateral. En particular un porcentaje de error reducido es importante para evitar falsas alarmas de falla. Por tales motivos, los objetivos del presente trabajo son:

- Estimar la longitud recta equivalente, de manera experimental, del ducto piloto que se encuentra en el Instituto de Ingeniería de la UNAM considerando todos los elementos que conforman el ducto.
- Estimar el coeficiente de fricción, en tiempo real, empleando técnicas de identificación de parámetros y considerando puntos de extracción en cualquier posición del ducto. Para ello se propone usar un modelo discreto de parámetros concentrados.

- Analizar los efectos del coeficiente de fricción en presencia de fuga y con tomas laterales en donde se conoce el gasto de la extracción.

Para lograr los objetivos planteados, se considera el modelo matemático que representa el comportamiento del fluido, tomando en cuenta la existencia de un punto de extracción con dos escenarios: a) se desconoce tanto el flujo como la presión en el punto de extracción y b) se conocen flujo y presión en dicho punto.

La metodología es validada mediante resultados en simulación, así como pruebas experimentales en el ducto piloto del Instituto de Ingeniería.

1.4. Resultados alcanzados

Los esquemas de identificación de parámetros que se han propuesto son los primeros que toman en cuenta que la operación normal de un ducto puede contener un punto de extracción localizado en cualquier punto arbitrario del mismo. Además, pueden trabajar con la presencia de sensores de presión y flujo en el punto de extracción o sin ellos restringiéndose únicamente a mediciones en los extremos del ducto.

Los resultados en la estimación de parámetros indican que el parámetro asociado a la fricción μ es constante a lo largo del ducto no importando la presencia de extracciones o fugas.

Por otra parte, se ha logrado estimar la longitud equivalente recta del ducto piloto del Instituto de Ingeniería de una manera experimental evitando el uso de tablas de equivalencia para los diferentes accesorios, de tal manera, que el perfil de presión obtenido se aproxima con mejor precisión al perfil que corresponde a un ducto completamente horizontal.

1.5. Descripción de capítulos

El contenido de este trabajo se encuentra distribuido de la siguiente forma:

- En el Capítulo 2 se describe la planta piloto, la instrumentación implementada,

así como una breve descripción del sistema SCADA⁴, además se describen las ecuaciones dinámicas que gobiernan la dinámica de un fluido dentro de un ducto con perfil topográfico variable; y se lleva a cabo la transformación a un ducto horizontal con mediciones experimentales. Finalmente, se discretiza en tiempo y espacio el modelo matemático de parámetros distribuidos.

- En el Capítulo 3 se realiza el modelo paramétrico considerando que se tiene medido todo el estado, así como estados internos no medidos para su aplicación en algoritmos de identificación de parámetros; y se llevan a cabo pruebas en simulación y con datos reales en diferentes escenarios. A priori, se asume que el ducto opera en condiciones normales y con flujo de extracción $Q_{ext} = 0$. Posteriormente se provoca un flujo de extracción $Q_{ext} \neq 0$ y, con el flujo de extracción activo, se llevan a cabo fugas aguas arriba y aguas abajo respecto al punto de extracción. Finalmente, se realizan pruebas de localización de fugas apreciándose la diferencia entre una fuga debida a un orificio y una fuga que es dirigida por medio de una sección de ducto que a su vez contiene accesorios como una servoválvula.
- En el Capítulo 4 se presentan las conclusiones de los resultados obtenidos destacando, la mejora en la transformación del ducto a su equivalente recto. Por otra parte, cuando no se dispone de la medición de presión en el punto de extracción, resulta que la medición de flujo en dicho punto es irrelevante para la identificación de los parámetros de fricción. Además se destacan las ventajas y desventajas de los identificadores desarrollados ya que se encuentra que ambos identificadores poseen la cualidad de indicar la posición relativa de una fuga respecto al punto de extracción.

⁴Control Supervisorio y Adquisición de Datos, por sus siglas en inglés.

Capítulo 2

Planta piloto y modelo dinámico

Con objeto de poder validar experimentalmente las investigaciones que se llevan a cabo en el Instituto de Ingeniería sobre diagnóstico de fugas en ductos, se consideró conveniente construir un ducto piloto con características reales y con posibilidad de analizar diferentes escenarios de fugas. Cabe mencionar que los métodos propuestos tanto para calcular la longitud equivalente, como para la identificación de parámetros son aplicables para cualquier ducto de área constante.

En la primera parte de este capítulo se presentan las características y tipo de instrumentación con que cuenta la instalación actual del Instituto de Ingeniería y que es materia de estudio de este trabajo.

En la segunda parte del capítulo se describe el conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que caracterizan el comportamiento del fluido. A partir de dicho modelo, éste se discretiza en el espacio y tiempo, y a partir de este en el siguiente capítulo, se determina la estructura de los regresores para la estimación de parámetros.

2.1. Descripción de la planta piloto

El ducto piloto que se encuentra bajo resguardo del Laboratorio de Hidrodinámica del Instituto de Ingeniería de la UNAM consta de los siguientes elementos:

- Tanque de almacenamiento con capacidad de 10 [m^3].

- Bomba hidráulica impulsada por un motor de 7.5 [H.P].
- Tubería de hierro galvanizado de 0.1016 [m] de diámetro y longitud de 167.72 [m] reales en una configuración de serpentín vertical.
- Tomas para simular fugas (6), cinco de ellas con un diámetro de 0.0254 [m] y una de 0.01905 [m].
- Tres servoválvulas.
- Sensores de flujo y presión en los extremos del ducto y un sensor de flujo ubicado en la cuarta válvula de fuga (V-4).
- Seis puntos de medición de presión intermedios.
- Módulo de adquisición de datos Beckhoff BK 9000 con conexión ethernet.
- Inversor Mitsubishi para el control del motor que impulsa a la bomba hidráulica.
- Computadora portátil con software *Labview* de *National Instruments* instalado.

En la Figura 2.1 se muestra el diagrama esquemático del ducto y en la Figura 2.2 una imagen de la instalación. Como se mencionó anteriormente, se tiene a la entrada y a la salida del serpentín dos carretes con instrumentos de medición (presión y flujo). Estos dos puntos constituyen el inicio y fin del ducto que se monitorea. También se tienen seis puntos intermedios donde se pueden provocar fugas cuyas localizaciones se muestran en la Tabla; estos puntos de fuga están constituidos también por carretes y, soldados a ellos, tubos de 0.0254 [m] de diámetro y válvulas de esfera para regular el flujo de fuga, dos de estas válvulas son sustituidas por servoválvulas, que pueden ser actuadas desde el SCADA, para sincronizar tiempo de fuga y magnitud de la misma.

Válvula	Posición [m]
v - 1	11.5
v - 2	43.3
v - 3	67.3
v - 4	98.9
v - 5	122.9
v - 6	154.5

Tabla 2.1: Ubicación de válvulas

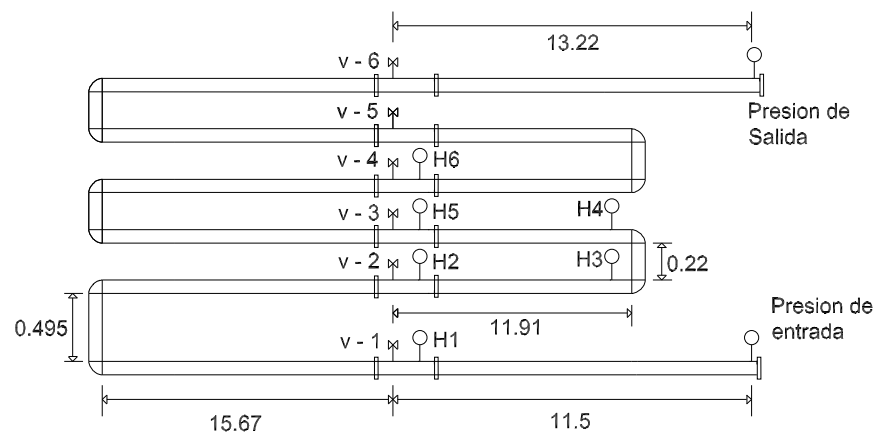


Figura 2.1: Diagrama del ducto piloto



Figura 2.2: Ducto piloto

2.1.1. Instrumentación

Dada la importancia que tienen los sensores en el diagnóstico de fallas, es importante tener en cuenta la velocidad de respuesta así como la sensibilidad de los instrumentos de medición disponibles, ya que esto permitirá detectar fallas con la mayor rapidez posible. Los sensores de flujo ubicados en los extremos del ducto basan su funcionamiento en el principio de las fuerzas de Coriolis. Se trata del sensor de flujo Protomass 83 F de la compañía Endress+Hauser mostrado en la Figura 2.3. Sus especificaciones son mostradas en la Tabla 2.2.



Figura 2.3: Sensor de flujo por principio de Coriolis

Característica	Valores
Principio de Medición	Principio de Coriolis
Variable Medida	Flujo Másico Densidad de Flujo Temperatura de Fluido
Rango	0 a 180000 Kg/h
Rango de Flujo Operable	1000 : 1
Corriente de Salida	4 – 20 mA , Resolución: 0.5 μA
Frecuencia de Salida	2 – 10000 Hz Ancho de pulso max. 2 s
Pulso de Salida	Configurable (0.05 a 2000 ms)
Max. Error Medido	Flujo Másico $\pm 0.05\%$ de la lectura $Densidad \pm 0.01g/cc$ $Temperatura : \pm 0.5^{\circ}C \pm 0.005 * T^{\circ}C$
Estabilidad de Punto Cero	9 Kg/h
Repetibilidad	Flujo Másico : $\pm 0.025\%$ de la lectura $Densidad : \pm 0.00025g/cc$ $Temperatura : \pm 0.25^{\circ}C \pm 0.0025 * T^{\circ}C$

Tabla 2.2: Especificaciones técnicas del sensor de flujo Protomass 83F

En la Figura 2.4 se muestra el comportamiento de los flujos medidos cuando a los 1047

segundos la servoválvula (V-2) se abre al 100% de su capacidad. La línea vertical indica el momento en que se abre la válvula. El tiempo de asentamiento es estimado mediante la diferencia entre el tiempo que le toma al sensor llegar al estado estacionario después de la fuga y el tiempo en el que se abre la válvula obteniendo un tiempo de 4 segundos. Por tanto, los eventos anormales pueden ser detectados a partir de este periodo de tiempo.

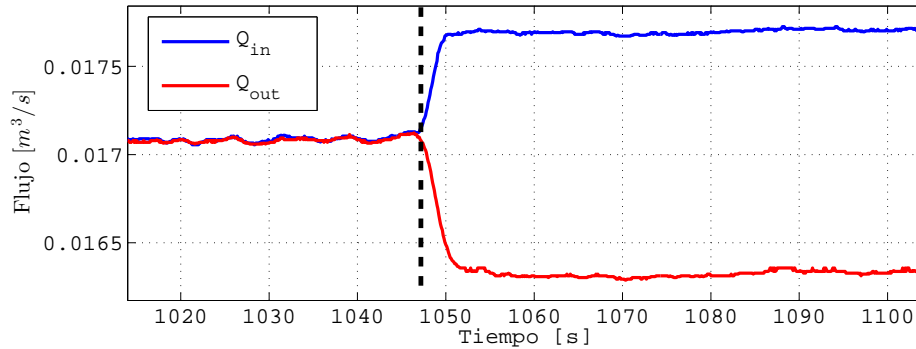


Figura 2.4: Comportamiento de los flujos medidos ante un cambio súbito en la válvula V-2

Por otra parte, la medición de flujo en el punto de extracción (V-4) se lleva a cabo mediante el sensor Promag 10D de tipo electromagnético (Figura 2.5), y sus especificaciones se muestran en la Tabla 2.3.

Característica	Valores
Principio de Medición	Electromagnético
Variable Medida	Flujo
Rango	0 - 600 m^3/h
Error de medición	$\pm 0.5\%$

Tabla 2.3: Especificaciones técnicas del sensor de flujo Promag 10D

En la Figura 2.6 se muestra el comportamiento del flujo cuando la cuarta válvula (V-4) se abre repentinamente a los 1028 segundos de iniciar el experimento. La abertura es



Figura 2.5: Sensor de flujo Promag 10D

del 100%. La línea vertical indica el momento en que se abrió la válvula. El tiempo de asentamiento es de 7 segundos.

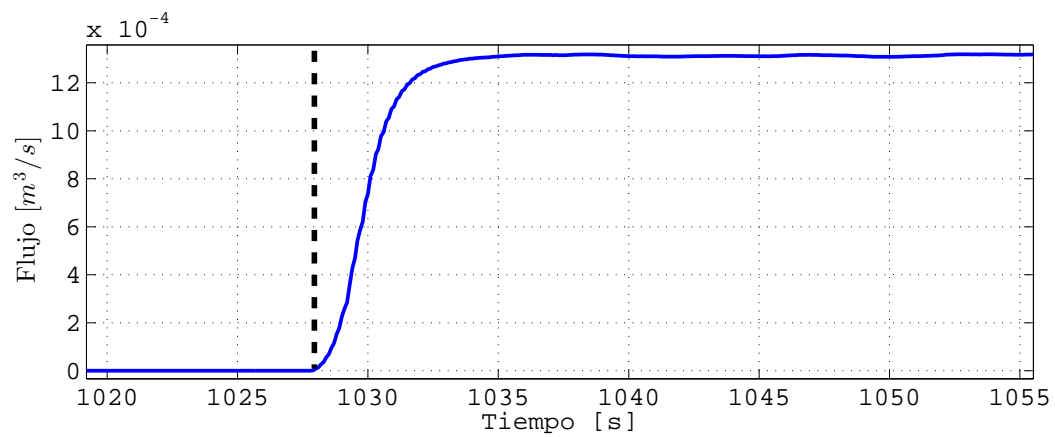


Figura 2.6: Comportamiento del flujo de extracción en la válvula V-4

Finalmente, la medición de presión en los extremos del ducto se lleva a cabo mediante los sensores de presión Cerabar PMP71 de la compañía Endress+Hauser mostrado en la Figura 2.7; las especificaciones de éste sensor se muestran en la Tabla 2.4.

Característica	Valores
Principio de Medición	Hidrostático
Variable Medida	Presión
Rango	100 mbar a 700 bar
Resistencia de vacío	10mbar
Corriente de Salida	4 – 20 mA
Precisión	0.05 %
Límite de sobrepresión	1050 bar

Tabla 2.4: Especificaciones técnicas del sensor de presión Cerabar PMP71



Figura 2.7: Sensor de presión Cerabar PMP71

En la Figura 2.8 se muestra el comportamiento de la presión de entrada cuando la cuarta válvula (V-4) es abierta repentinamente a los 1028 segundos de iniciar la prueba. La abertura es del 100 %. La línea vertical indica el momento en que se abre la válvula. El tiempo de asentamiento es de aproximadamente 13 segundos.

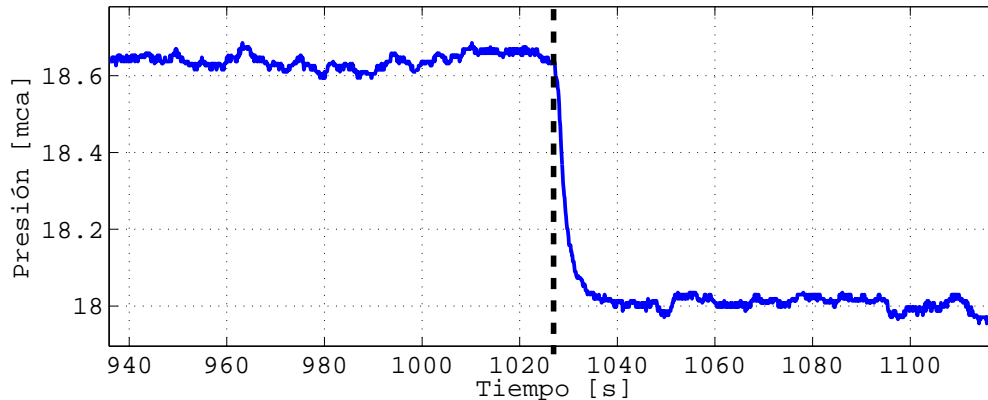


Figura 2.8: Comportamiento de la presión de entrada con fuga en la válvula V-4

2.1.2. Sistema SCADA

Por otra parte, el sistema SCADA se encuentra conformado principalmente por el módulo de adquisición de datos Beckhoff BK9000 (Figura 2.9) que es un sistema de entrada/salida, el cual, mediante un protocolo *Modbus*, establece la comunicación con la PC. Los módulos de adquisición usan un sistema de 4-alambres terminales (parte central de la Figura 2.9), con ello todos los sensores de uso común y actuadores con diferentes tipos de señales pueden ser conectados directamente; de esta manera no se requiere de circuitos auxiliares entre los dispositivos de campo y el módulo de adquisición. El sistema Terminal de Bus ofrece diferentes opciones de conexión para una adaptación óptima con la aplicación respectiva. Las Terminales de Bus KL3052 incluyen la electrónica y medios de conexión en un sólo módulo permitiendo señales con niveles de 4 - 20 [mA] tanto para módulos de entrada como de salida de datos. Las señales de corriente son transformadas por el módulo BK9000 a palabras binarias de 16 - bit signados que son recibidas por la PC y mediante el software de Labview debidamente configurado se realiza el monitoreo de las variables de interés (Figura 2.10) que en este caso son flujos y presiones en los extremos del ducto. En Carrera, R. (2010) se detalla la configuración de la comunicación entre la PC y los módulos de adquisición de datos.

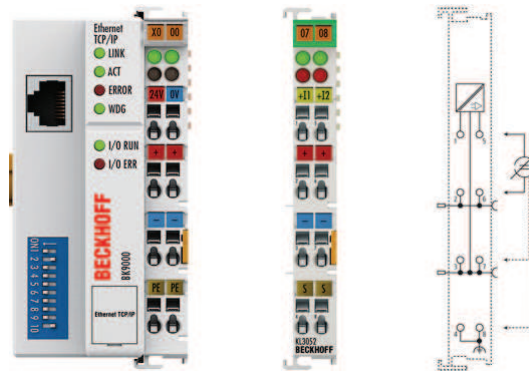


Figura 2.9: Módulo de adquisición de datos BK9000 y Terminal KL3052

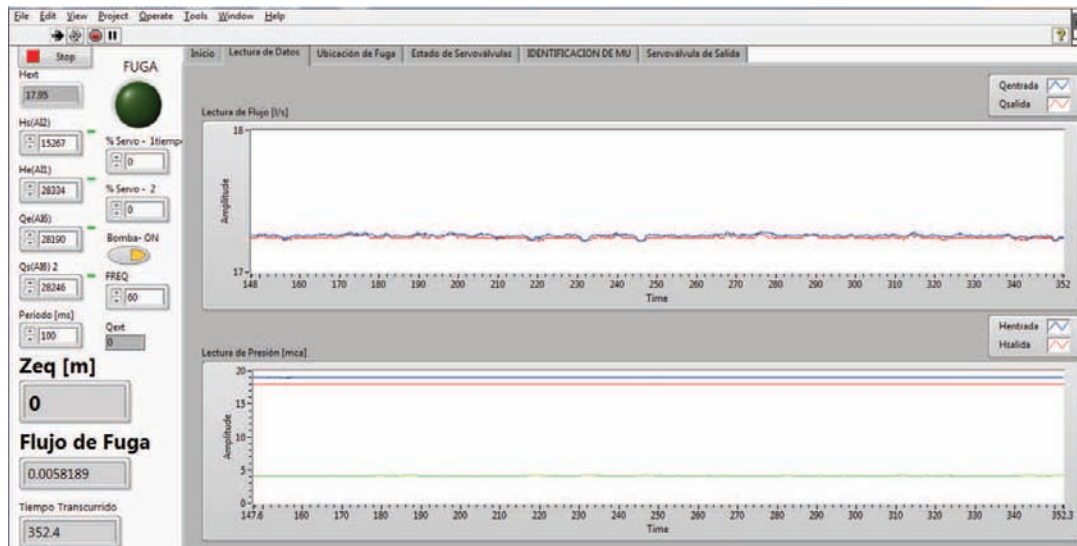


Figura 2.10: Pantalla del sistema SCADA

2.2. Modelo dinámico

De acuerdo con Chaudhry (1979), asumiendo un ducto con perfil topográfico variable, área transversal constante, densidad del fluido constante y cambios convectivos en la velocidad despreciables, las ecuaciones de momento y continuidad que describen la dinámica del fluido al interior de una sección de ducto son las siguientes

$$\frac{\partial Q_i(z,t)}{\partial t} + gA \frac{\partial H_i(z,t)}{\partial z_i} + \mu Q_i(z,t) |Q_i(z,t)| + gA \sin \beta = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial H_i(z,t)}{\partial t} + \frac{b^2}{gA} \frac{\partial Q_i(z,t)}{\partial z_i} = 0 \quad (2.2)$$

en donde el subíndice i es la i -ésima sección de ducto, A es el área de la sección transversal en $[m^2]$, g la constante de aceleración gravitacional en $[m/s^2]$, b la velocidad de la onda de presión en $[m/s]$, $Q_i(z,t)$ el flujo volumétrico en $[m^3/s]$, $H_i(z,t)$ la cabeza de presión en $[mca]$, β es el ángulo de inclinación en $[\circ]$, z la coordenada espacial en $[m]$, t la coordenada temporal en $[s]$ y $\mu = f/2DA$ en $[1/m^3]$, siendo f el coeficiente de fricción que puede ser calculado y D es el diámetro del ducto en $[m]$.

Por otra parte y debido a que este trabajo considera tuberías que contienen tomas laterales, es necesario modelar dicho flujo de extracción, para ello se considera la Figura 2.11 (Carrera, R., 2014).

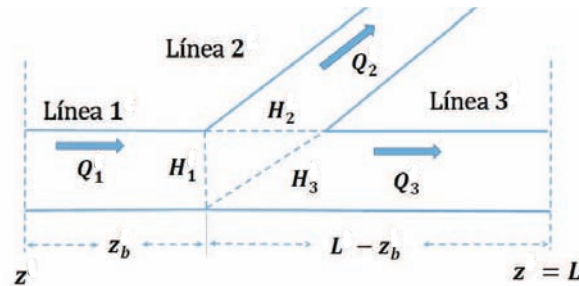


Figura 2.11: Fuga vista como un ramal

En Carrera, R. (2014) se ha reportado que las presiones en el punto de extracción satisfacen la relación:

$$H_2 = H_1 + \kappa_{12}(H_2, H_1)$$

$$H_3 = H_1 + \kappa_{13}(H_3, H_1)$$

En simulaciones realizadas en el *software Pipeline Studio*,¹ el cual permite realizar el análisis del comportamiento dinámico de ductos, se encontró que las funciones $\kappa_{1\eta}$ con $\eta = 2, 3$ son despreciables para las características del ducto piloto y en el punto del ramal se cumple la restricción

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 = 0$$

y por lo tanto $Q_1 = Q_2 + Q_3$ y el flujo de extracción Q_2 puede modelarse de acuerdo a la siguiente ecuación

$$Q_2 = Q_{ext}(z_{ext}, t) = \delta(z - z_{ext})Q_{ext}(t) \quad (2.3)$$

en donde δ denota la función impulso aplicada en la posición z_{ext} . Obsérvese que si $z - z_{ext} \neq 0$ no existe extracción. Considerando esta aproximación del flujo de extracción, el modelo dinámico de la tubería con toma lateral es el siguiente

$$\frac{\partial Q_i(z, t)}{\partial t} + \alpha_{1p} \frac{\partial H_i(z, t)}{\partial z} + \mu Q_i(z, t) |Q_i(z, t)| + \alpha_{1p} \sin \beta = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial H_i(z, t)}{\partial t} + \alpha_{2p} \frac{\partial Q_i(z, t)}{\partial z} + \alpha_{2p} Q_{ext}(z_{ext}, t) = 0 \quad (2.5)$$

en donde $\alpha_{1p} = gA$ y $\alpha_{2p} = b^2/gA$.

En el caso bajo estudio se tiene el perfil topográfico variable ilustrado en la Figura 2.12 que a su vez genera el perfil² de presión mostrado en la Figura 2.13 y que implica que el ducto debe dividirse en $N=11$ partes por lo que se tendrían 11 pares de ecuaciones diferenciales que modelan el comportamiento del fluido a través del ducto. Si se asume que el área y el parámetro asociado a la fricción μ son constantes a lo largo del ducto, entonces la cabeza de presión (Bansal, R., 2005, Saldarriaga, J., 2003)

$$H_i(z) = \frac{P_i(z)}{\rho g} \quad (2.6)$$

¹Software ampliamente usado en el sector industrial como PEMEX.

²Perfil de presión simulado mediante la discretización espacial de las ecuaciones (2.4) y (2.5) considerando $Q_{ext} = 0$ y $N = 23$ divisiones y la topografía mostrada en la Figura 2.12.

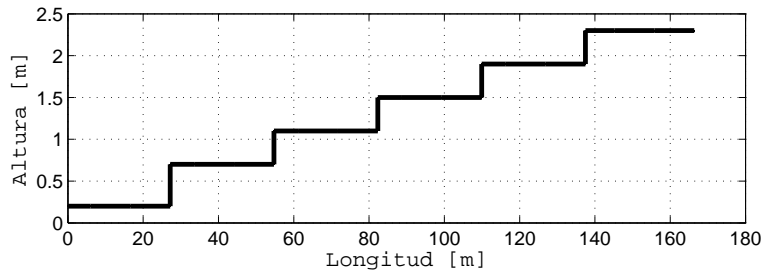


Figura 2.12: Perfil topográfico del ducto piloto

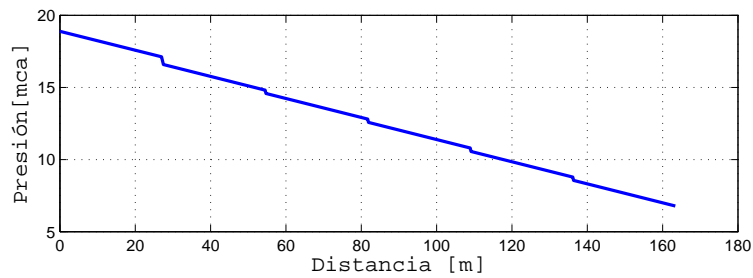


Figura 2.13: Perfil de presión con el modelo del ducto piloto simulado y considerando el perfil topográfico con $\beta = 90^\circ$

puede escribirse en términos de una carga piezométrica $\tilde{H}(z)$

$$\tilde{H}(z) = H(z) + h(z) \quad (2.7)$$

en donde h es una referencia que puede ser la altura sobre el nivel mar. De esta manera se tiene $\beta = 0$ en la ecuación de momento (2.5) y por lo tanto para un ducto horizontal con extracción se tiene

$$\frac{\partial Q_i(z,t)}{\partial t} + \alpha_{1p} \frac{\partial \tilde{H}_i(z,t)}{\partial z} + \mu Q_i(z,t) |Q_i(z,t)| = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_i(z,t)}{\partial t} + \alpha_{2p} \frac{\partial Q_i(z,t)}{\partial z} + \alpha_{2p} Q_{ext}(z_{ext},t) = 0 \quad (2.9)$$

Para completar la descripción del fluido en un ducto, se requieren considerar las condiciones de fronteras y las iniciales de cada pareja de ecuaciones, lo cual implica conocer el

tipo de acoplamiento entre secciones y sus longitudes L_i , así como los componentes a los que está conectado el ducto en sus extremos.

En el caso de estudio, la presión entregada por la bomba corresponde con la condición de frontera aguas arriba. Para el extremo aguas abajo también se considera la presión como condición de frontera. Para reducir el número de elementos de acoplamiento a considerar (bridas y codos), se propone usar un modelo estático para cada elemento. Sin embargo, esto implica que debe calcularse la longitud total del ducto una vez que se consideran los modelos de los acoplamientos entre sección.

En el caso de componentes de acoplamiento que afectan predominantemente la caída de presión, un modelo simple es considerarlos como un tramo de ducto de las mismas características que la sección cuya caída de presión sea equivalente a la del componente físico. Esta forma de manejar los componentes de un ducto dio lugar al término de longitud equivalente de un ducto que se describe a continuación.

2.2.1. Longitud equivalente

El concepto de longitud equivalente es un modelo estático asociado a cada acoplamiento entre ductos y que permite considerar una longitud uniforme en un ducto a pesar de elementos de acoplamiento e interconexión. Específicamente el modelo asume que el accesorio es equivalente a un tramo recto de longitud L_a , el cual produce una caída de presión igual a la del accesorio.

La forma práctica de obtener los modelos equivalente para codos, bridas, válvulas, etc. es a través de tablas proporcionadas por los fabricantes o en libros especializados de hidráulica (Viejo, M. , 1972, Yunus, A.C. , 2006). Sin embargo, estas tablas son obtenidas de forma empírica y no consideran las distintas orientaciones en que se pueden conectar los accesorios (horizontal ó vertical) y además, las longitudes puede resultar con muchas incertidumbres. Esto provoca un cálculo poco confiable de la longitud total del ducto, y que afecta considerablemente el desempeño de los sistemas de diagnóstico en redes de ductos.

En el caso específico del ducto piloto, dada su forma de serpentín y la presencia de múltiples bridas a lo largo del ducto, se propone un procedimiento experimental para me-

jorar la estimación de la longitud equivalente de cada sección. Para ello, se requiere conocer tanto datos de la presión en distintas secciones a lo largo del ducto, como el número de accesorios por sección. Esto permite ajustar la longitud equivalente por tramos en función de la caída de presión lineal.

A continuación se presenta los pasos sugeridos para el cálculo de longitud equivalente considerando como datos los valores de presión y longitud real del ducto piloto mostrados en la Tabla 2.5. Dichos valores de la presión piezométrica corresponden a valores promedio con una ventana de 10,000 muestras obtenidas con un periodo de muestreo T de 100 [ms].

1. Trazar en el plano (L, \tilde{H}) la recta que une los puntos en los extremos \tilde{H}_{in} y \tilde{H}_{out} con la longitud real y determinar los errores de las presiones en los puntos intermedios de medición. Si las desviaciones de los puntos (L_i, \tilde{H}_i) respecto a la recta trazada son considerables, es necesario ajustar la longitud de cada sección en función de los accesorios que estos contengan, en caso contrario la longitud real corresponde con la suma de las longitudes de las secciones.
2. Seleccionar una sección patrón, considerando aquella que contenga el menor número de accesorios. Es decir, definir la diferencia de presión $\Delta\tilde{H}_p$ y la longitud L_p de la sección con el menor número de accesorios como perfil lineal patrón en el plano (L, \tilde{H})
3. Calcular la longitud equivalente asociada para cada sección mediante la relación:

$$L_i = \frac{L_p \Delta\tilde{H}_i}{\Delta\tilde{H}_p} \quad (2.10)$$

en donde L_i es la longitud desconocida de cada sección, $\Delta\tilde{H}_i$ es la diferencia de presión en los extremos de la sección i , L_p la longitud del tramo patrón y $\Delta\tilde{H}_p$ la diferencia de presión en los extremos de la sección patrón.

4. Trazar nuevamente, el perfil de la recta que pasa por \tilde{H}_{in} y \tilde{H}_{out} para la longitud total $\sum L_i$ con las longitudes equivalentes L_i calculadas en el paso anterior. En el caso en que datos con las longitudes equivalentes siguen teniendo errores con respecto al perfil de los extremos se deben tomar nuevas mediciones de presión y calibrar los accesorios de manera aislada.

Punto de medición	Presión [mca]	Longitud Real [m]
\tilde{H}_{in}	18.74	0
\tilde{H}_1	17.68	11.5
\tilde{H}_2	14.91	43.3
\tilde{H}_3	14.06	55.21
\tilde{H}_4	13.33	55.43
\tilde{H}_5	12.506	67.34
\tilde{H}_6	9.78	98.9
\tilde{H}_{out}	4.13	167.72

Tabla 2.5: Mediciones de presión

5. Modificar la longitud del segmento patrón para cada accesorio y determinar nuevamente las longitudes para cada tramo con dicho accesorio y regresar al paso tres.

En el caso del ducto piloto, se observó que era posible realizar el ajuste del paso cuatro a través de identificar la longitud equivalente correspondiente a una brida usando la siguiente relación

$$L_B = \frac{L_{B1} \tilde{H}_{B2}}{\tilde{H}_{B1}} - L_{real} \quad (2.11)$$

en donde L_B es la longitud equivalente de una brida, L_{B1} y \tilde{H}_{B1} corresponden a la longitud equivalente y a la caída de presión en un tramo con una brida, \tilde{H}_{B2} es la caída de presión en un tramo con dos bridas y L_{real} es la longitud real del tramo con dos bridas.

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 2.6 en la cual se presenta la longitud equivalente recta despreciando las pérdidas de carga debidas a las bridas (LE1) y considerando las pérdidas ocasionadas por dichas bridas (LE2).

Por otra parte, en la Figura 2.14 se muestran los perfiles de presión correspondientes a la longitud real y a las longitudes equivalentes LE1 y LE2 concluyéndose que las pérdidas de carga provocadas por las bridas no pueden ser despreciadas. Cuando se consideraron las bridas en el cálculo, las parejas (L, \tilde{H}) prácticamente están sobre la recta definida por las presiones en los extremos del ducto. Éste hecho permite afirmar que es posible obtener

un solo parámetro μ con una caída de presión lineal.

Tramo	Longitud equivalente [m] (LE1) Despreciando bridas	Longitud equivalente [m] (LE2) Considerando bridas
$\tilde{H}_{in} - \tilde{H}_1$	14.89	19.11
$\tilde{H}_1 - \tilde{H}_2$	39.04	49.95
$\tilde{H}_2 - \tilde{H}_3$	11.91	15.33
$\tilde{H}_3 - \tilde{H}_4$	10.25	13.16
$\tilde{H}_4 - \tilde{H}_5$	11.91	15.33
$\tilde{H}_5 - \tilde{H}_6$	37.36	49.05
$\tilde{H}_6 - \tilde{H}_{out}$	84.71	101.91
Longitud total	210.13	263.84

Tabla 2.6: Longitudes equivalentes

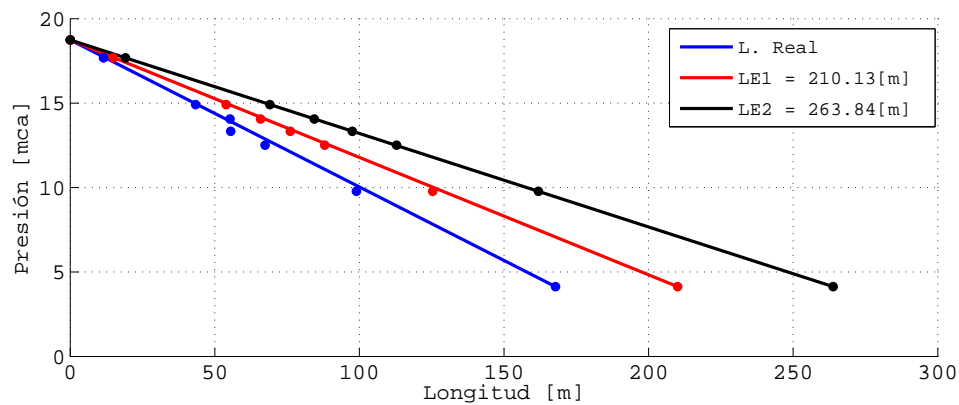


Figura 2.14: Perfiles de presión

En un análisis de los perfiles de presión LE1 y LE2 mostrados en la Figura 2.14, se obtiene para el primer caso que los puntos de medición intermedios presentan un error mínimo de 1.8% y máximo de 11.2%, en cambio para el segundo caso se tiene un error mínimo de 0.07% y máximo de 0.26% respecto a sus perfiles ideales.

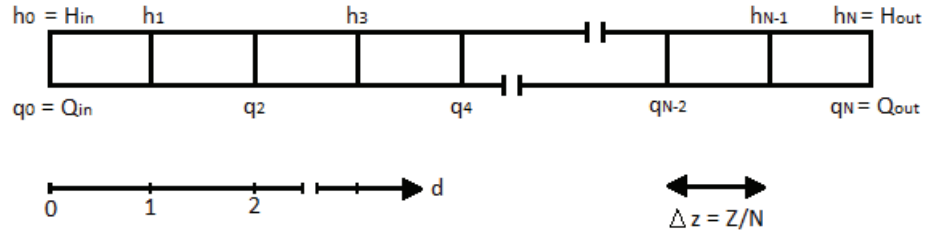


Figura 2.15: Discretización espacial de una sección i

2.3. Modelo discreto

Para obtener la solución de las ecuaciones (2.8) y (2.9), se emplea el método de diferencias finitas centradas mediante las siguientes aproximaciones (Kowalckzuk, Z., 2004)

$$\left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{d,k} = \frac{x_d^{k+1} - x_d^k}{\Delta t} \quad (2.12)$$

$$\left. \frac{\partial x}{\partial z} \right|_{d,k} = \frac{x_{d+1}^{k+1} - x_{d-1}^{k+1} + x_{d+1}^k - x_{d-1}^k}{4\Delta z} \quad (2.13)$$

en donde el superíndice de tiempo discreto k , Δt es el intervalo de tiempo entre muestras ($t = k\Delta t$), d es el subíndice de longitud discreta y Δz es la distancia entre estados ($z = d\Delta z$). En la Figura 2.15 se ilustra la discretización espacial de una sección i en donde N_i es un número natural y las condiciones de frontera son las mediciones de presión y flujo en los extremos de la sección (es decir en $d = 0_{(i)}$ y $d = N_{(i)}$) dadas por

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{0_{(i)}}^k &= \tilde{H}_{in_{(i)}}^k & \tilde{h}_{N_{(i)}}^k &= \tilde{H}_{out_{(i)}}^k \\ q_{0_{(i)}}^k &= Q_{in_{(i)}}^k & q_{N_{(i)}}^k &= Q_{out_{(i)}}^k \end{aligned}$$

Sustituyendo las aproximaciones (2.12) y (2.13) en las ecuaciones diferenciales parciales (2.8) y (2.9) con $Q_{ext} = 0$, se obtiene el siguiente par de ecuaciones en diferencias no lineales

$$(q_d^{k+1} - q_d^k) + \alpha_{1d}(\tilde{h}_{d+1}^k - \tilde{h}_{d-1}^k + \tilde{h}_{d+1}^{k-1} - \tilde{h}_{d-1}^{k-1}) + \mu_i q_d^k |q_d^k| = 0 \quad (2.14)$$

$$(\tilde{h}_d^{k+1} - \tilde{h}_d^k) + \alpha_{2d}(q_{d+1}^k - q_{d-1}^k + q_{d+1}^{k-1} - q_{d-1}^{k-1}) = 0 \quad (2.15)$$

en donde $\alpha_{1d} = gAT/2\Delta z_d$, $\alpha_{2d} = b^2T/2gA\Delta z_d$ con $T = \Delta t$. Nótese que para los extremos de la sección ($d = 0_{(i)}$ y $d = N_{(i)}$) la diferencia finita centrada espacial requiere valores fuera de la sección, por lo que se emplea una diferencia finita hacia adelante y hacia atrás respectivamente. En general, este par de ecuaciones puede escribirse en una representación de estados no lineal de la siguiente forma

$$Ax(k+1) = Sx(k) + Wu(k+1) + Eu(k) + 2\mu_i T F f_i(x(k)) \quad (2.16)$$

y para $N_{(i)}$ tramos, se tienen las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{10} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\alpha_{21} & 1 & \alpha_{21} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\alpha_{11} & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \alpha_{1(d-1)} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -\alpha_{2d} & 1 & \alpha_{2d} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_{1d} & 1 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{10} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \alpha_{21} & 1 & -\alpha_{21} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_{11} & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & -\alpha_{1(d-1)} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \alpha_{2d} & 1 & -\alpha_{2d} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{1d} & 1 \end{bmatrix}$$

$$W = E = \begin{bmatrix} \alpha_{10} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & -\alpha_{1d} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

El vector de estado está formado por

$$x_i(k) = [q_{0_{(i)}}^k \quad \tilde{h}_{1_{(i)}}^k \quad q_{2_{(i)}}^k \quad \cdots \quad q_{N_{(i)}-2}^k \quad \tilde{h}_{N_{(i)}-1}^k \quad q_{N_{(i)}}^k]^T \in \mathbb{R}^{N_{(i)}+1},$$

el vector de entradas por

$$u_i(k) = [\tilde{h}_{0(i)}^k \quad \tilde{h}_{N(i)}^k]^T = [\tilde{H}_{in}^k \quad \tilde{H}_{out}^k]^T \in \mathbb{R}^2,$$

y finalmente el campo vectorial asociado al término no lineal

$$f_i(x_i(k)) = \left[x_{1(i)}^k |x_{1(i)}^k| \quad 0 \quad x_{3(i)}^k |x_{3(i)}^k| \quad \cdots \quad 0 \quad x_{N_i-1}^k |x_{N_i-1}^k| \quad 0 \quad x_{N_i+1}^k |x_{N_i+1}^k| \right]^T \in \mathbb{R}^{N(i)+1}$$

incluye todas las no linealidades asociadas a los gastos. Es de notar que la dimensión del sistema se encuentra definido por el número de divisiones de la sección ($N(i)$).

Considerando dos secciones ($i = 2$) interconectadas con parámetros μ y $\bar{\mu}$ de fricción distintos y con el mismo número de divisiones ($N_{(1)} = N_{(2)} = N$), se tiene en el punto de interconexión

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{out(i-1)} &= \tilde{H}'_{in(i)} \\ Q_{out(i-1)} &= Q'_{in(i)} \end{aligned}$$

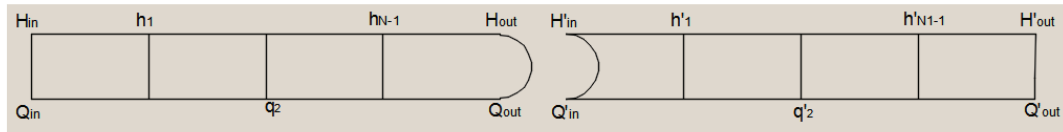


Figura 2.16: Interconexión de 2 secciones de ducto

y por lo tanto el modelo global de las secciones interconectadas se reduce a

$$\bar{A}x'(k+1) = \bar{S}x'(k) + \bar{W}u'(k+1) + \bar{E}u'(k) + \Lambda(x'(k)) \begin{bmatrix} \mu \\ \bar{\mu} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

en donde el vector de estado es

$$x'(k) = \left[q_0^k \quad \tilde{h}_1^k \quad q_2^k \quad \cdots \quad q_{N-2}^k \quad \tilde{h}_{N-1}^k \quad q_N^k \quad \tilde{h}_N^k \quad q_{N+1}^k \quad \cdots \quad q_{2N-2}^k \quad \tilde{h}_{2N-1}^k \quad q_{2N}^k \right]^T \in \mathbb{R}^{2N+1} \quad (2.18)$$

el vector de entrada

$$u'(k) = [\tilde{h}_0^k \ \tilde{h}_{2N}^k]^T = [\tilde{H}_{in}^k \ \tilde{H}_{out}^k]^T \in \mathbb{R}^2,$$

Por otra parte las matrices se encuentran dadas por

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_1 & 0_{(N+1) \times N} \\ 0_{N \times N} & A_2 \end{bmatrix} \quad \bar{S} = \begin{bmatrix} S_1 & 0_{(N+1) \times N} \\ 0_{N \times N} & S_2 \end{bmatrix}$$

$$W = \bar{W} = E = \bar{E}$$

en donde $0_{N \times N}$ es la matriz nula de dimensión $N \times N$ y finalmente $\Lambda(x(k)) = -2TF f_i(x(k))$ resultando

$$\Lambda(x(k)) = -2T \begin{bmatrix} f_1(x(k)) & \bar{0}_{N+1} \\ \bar{0}_N & f_2(x(k)) \end{bmatrix}$$

con $\bar{0}$ un vector nulo de dimensión N .

Por otro lado, si se supone que existe una toma lateral en el punto donde se interconectan las secciones, el modelo (2.17) con vector de entrada

$$u'_e(k) = [u'_{e1}{}^k \ u'_{e2}{}^k \ u'_{e3}{}^k]^T = [\tilde{H}_{in}^k \ \tilde{H}_{out}^k \ Q_{ext}^k]^T \in \mathbb{R}^3,$$

sigue describiendo el comportamiento del fluido y la única matriz que debe modificarse es la asociada a las entradas resultando

$$\bar{E}_e = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{E} & -\alpha_{2d} \\ \bar{0} \end{bmatrix}, \quad \in \mathbb{R}^{(2N+1) \times 3}$$

cabe mencionar que el parámetro α_2 se presenta en la fila N de esta matriz. Por lo tanto el modelo global de dos secciones interconectadas con un ramal entre ellas se reduce a

$$\bar{A}x'(k+1) = \bar{S}x'(k) + \bar{W}u'_e(k+1) + \bar{E}_e u'_e(k) + \Lambda(x'(k)) \begin{bmatrix} \mu \\ \bar{\mu} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

con el último término no lineal asociado con el vector de parámetros de fricción $\begin{bmatrix} \mu \\ \bar{\mu} \end{bmatrix}^T$ desconocidos. Es importante observar que la matriz \bar{A} debe ser no singular.

Cabe mencionar que es la primera vez que se emplea este modelo discreto en espacio de estados con fines de identificación de parámetros.

Capítulo 3

Identificación de la fricción

La identificación es la determinación experimental del comportamiento temporal de un sistema o proceso. Empleando señales medidas se determina el comportamiento temporal del sistema dentro de una clase de modelos matemáticos. El error entre el proceso real y el modelo deberá ser tan pequeño como sea posible (Isermann, R., 2011). Cabe mencionar que algunos autores como Young, P. (2006) emplean el término de *identificación* como la determinación tanto del orden como de la estructura del modelo que es más adecuada para el proceso bajo estudio, mientras que el término de *estimación* se refiere a la obtención de los parámetros que caracterizan al modelo identificado.

Ampliamente hablando, dentro del proceso de identificación del sistema se debe elegir el tipo de modelo a emplear, que puede ser paramétrico ó no paramétrico. Normalmente los modelos paramétricos se encuentran conformados por estructuras y número de parámetros finitos y además, los parámetros del proceso son mostrados explícitamente; por su parte los modelos no paramétricos sólo proporcionan una relación de una cierta entrada y la correspondiente respuesta del proceso mediante tablas ó curvas características.

En función del tipo de modelo (paramétrico o no paramétrico) que se haya elegido para representar el comportamiento dinámico del proceso, pueden aplicarse diversas técnicas de identificación de parámetros que pueden llevarse a cabo en el dominio de la frecuencia o en el dominio del tiempo. Dentro de los métodos en el dominio de la frecuencia destacan el método de *análisis de Fourier* y mediciones de *respuesta en frecuencia* mien-

tras que en el dominio del tiempo existen diversos métodos como son *gradiente*, *mínimos cuadrados* con sus respectivas variaciones, *maximum likelihood*, *determinación de valores característicos*, *análisis de correlación*, *redes neuronales*, *filtro extendido de Kalman*, entre otros. La elección del método de identificación depende de su aplicación, ya que deben tomarse en cuenta diversas características como lo son: esfuerzo computacional, tipo de acoplamiento entre el proceso y computadora (en línea o fuera de línea), tipo de procesamiento de los datos (por lotes o en tiempo real). En Isermann, R. (2011) los métodos con mejor desempeño en tiempo real son:

- Análisis de Fourier
- Análisis de correlación
- Estimación de parámetros (mínimos cuadrados con sus respectivas variaciones, gradiente, etc.)

El método de análisis de Fourier es aplicado a modelos no paramétricos con el fin de identificar la respuesta en frecuencia por medio de la respuesta escalón o impulso del proceso, sin embargo, requiere muestrear y almacenar los datos antes de ejecutar el método lo que puede ocasionar una gran demanda computacional. Por su parte, el análisis de correlación puede ser aplicado en el dominio del tiempo y tiene la ventaja de correlacionar la señal de prueba con la señal de salida perturbada del sistema aunque el cálculo de tales correlaciones pueden ser laborioso. Finalmente, los métodos de estimación de parámetros tienen la ventaja de ser ejecutados recursivamente, lo que los hace idóneos para su ejecución en tiempo real.

En este capítulo se presenta el modelo paramétrico del ducto basado en principios físicos del proceso que posteriormente, es empleado por el método de gradiente para la identificación de la fricción en el ducto.

3.1. Modelo paramétrico

En el presente trabajo se ha elegido una representación discreta del sistema ya que los datos registrados son obtenidos mediante muestras de las variables medidas vía el sistema

SCADA discutido en el Capítulo 2. De acuerdo con Lennart L. (1999), se debe llevar el modelo del sistema a una forma dada por la siguiente expresión

$$h(k) = \phi(k)\theta + \eta(k) \quad (3.1)$$

en donde $h(k)$ es el vector de observaciones que depende tanto de valores actuales como de valores pasados, $\phi(k)$ es la matriz de regresión formado por variables internas del sistema, $\eta(k)$ es un vector conocido y θ es el vector de parámetros constantes y desconocidos. Este tipo de modelo, en el campo de la estadística es conocido como regresión lineal, mientras que en el área de control adaptable es conocido como modelo paramétrico estático (MPS) lineal que puede representar sistemas dinámicos, estáticos, lineales ó no lineales. Es importante notar que el vector de parámetros θ debe presentarse de forma lineal en 3.1.

Para el caso del modelo del fluido (2.19) se tiene

$$\bar{A}x'(k+1) = \bar{S}x'(k) + \bar{W}u'_e(k+1) + \bar{E}_e u'_e(k) + \Lambda(x'(k)) \begin{bmatrix} \mu \\ \bar{\mu} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

despejando el vector de estado $x'(k+1)$ se tiene

$$x'(k+1) = \bar{A}^{-1}\bar{S}x'(k) + \bar{A}^{-1}\bar{W}u'_e(k+1) + \bar{A}^{-1}\bar{E}_e u'_e(k) + \bar{A}^{-1}\Lambda(x'(k)) \begin{bmatrix} \mu \\ \bar{\mu} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Por lo tanto (3.3) puede llevarse a la forma (3.1) con las siguientes equivalencias

$$h(k) = x'(k+1) \quad (3.4)$$

$$\phi(k) = (\bar{A})^{-1}\Lambda(x(k))$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \mu & \bar{\mu} \end{bmatrix}^T$$

$$\eta(k) = (\bar{A})^{-1}\bar{S}x'(k) + (\bar{A})^{-1}\bar{W}u'_e(k+1) + (\bar{A})^{-1}\bar{E}_e u'_e(k)$$

lo que implica que se debe conocer $x'(k+1)$ para obtener $h(k)$.

3.1.1. Modelo con estado medido

Considerando $N = N_1 = N_2 = 1$, $\Delta z = z_{ext}$ y que el estado $x'^{k+1} = \begin{bmatrix} x_1'^{k+1} & x_2'^{k+1} & x_3'^{k+1} \end{bmatrix}^T$ es medible, las relaciones de equivalencia (3.4) toman la forma

$$h(k) = x'(k+1) \quad (3.5)$$

y las matrices de (3.4) se reducen a

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{10} & 0 \\ -\alpha_{21} & 1 & \alpha_{21} \\ 0 & -\alpha_{11} & 1 \end{bmatrix} & \bar{S} &= \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{10} & 0 \\ \alpha_{21} & 1 & -\alpha_{21} \\ 0 & \alpha_{11} & 1 \end{bmatrix} \\ \bar{E}_e = \bar{W} &= \begin{bmatrix} \alpha_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_{21} \\ 0 & -\alpha_{11} & 0 \end{bmatrix} & \phi(k) &= -\frac{T}{a_1} \begin{bmatrix} a_2 x_1'^2(k) & \alpha_{10} \alpha_{21} x_3'^2(k) \\ \alpha_{21} x_1'^2(k) & -\alpha_{21} x_3'^2(k) \\ \alpha_{11} \alpha_{21} x_1'^2(k) & a_3 x_3'^2(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.6)$$

en donde

$$a_1 = 1 + \alpha_{10} \alpha_{21} + \alpha_{11} \alpha_{21} \quad a_2 = 1 + \alpha_{11} \alpha_{21} \quad a_3 = 1 + \alpha_{10} \alpha_{21}$$

y el vector $\eta(k)$

$$\eta(k) = \frac{1}{a_1} \begin{bmatrix} a_4 x_1'^k - 2\alpha_{10} x_2'^k + 2a_5 x_3'^k + a_6 (u_{e1}'^{k+1} + u_{e1}'^k) - a_7 (u_{e2}'^{k+1} + u_{e2}'^k) + a_5 (u_{e3}'^{k+1} + u_{e3}'^k) \\ 2\alpha_{21} x_1'^k + a_8 x_2'^k - 2\alpha_{21} x_3'^k + a_5 (u_{e1}'^{k+1} + u_{e1}'^k) + a_9 (u_{e2}'^{k+1} + u_{e2}'^k) - \alpha_{21} (u_{e3}'^{k+1} + u_{e3}'^k) \\ 2a_9 x_1'^k + 2\alpha_{11} x_2'^k + a_{10} x_3'^k + a_7 (u_{e1}'^{k+1} + u_{e1}'^k) - a_{11} (u_{e2}'^{k+1} + u_{e2}'^k) - a_9 (u_{e3}'^{k+1} + u_{e3}'^k) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

con constantes

$$\begin{aligned} a_4 &= 1 - \alpha_{10} \alpha_{21} + \alpha_{21} \alpha_{11} & a_5 &= \alpha_{10} \alpha_{21} & a_6 &= \alpha_{10} + \alpha_{10} \alpha_{21} \alpha_{11} \\ a_7 &= \alpha_{10} \alpha_{21} \alpha_{11} & a_8 &= 1 - \alpha_{10} \alpha_{21} - \alpha_{21} \alpha_{11} & a_9 &= \alpha_{21} \alpha_{11} \\ a_{10} &= 1 + \alpha_{10} \alpha_{21} - \alpha_{21} \alpha_{11} & a_{11} &= \alpha_{11} + \alpha_{10} \alpha_{21} \alpha_{11} \end{aligned}$$

Es de notar que éste modelo es sensible a la posición del punto de extracción z_{ext} , dado que $\alpha_{10} = gAT/2z_{ext}$, $\alpha_{11} = gAT/2(L - z_{ext})$ y $\alpha_{21} = b^2T/2gA(L - z_{ext})$. Además, el vector $\eta(k)$ depende de todo el vector de entradas $u'_e(k)$, por lo que el flujo de extracción u'_{e3} debe ser conocido.

3.1.2. Modelo con mediciones en los extremos

Previamente se ha determinado un modelo paramétrico para identificación de parámetros basándose en el conocimiento de la presión y el flujo en el punto de extracción y en

los extremos del ducto, sin embargo, en la práctica solamente se tiene acceso a la medición del flujo en el punto de extracción $u'_{e3}(k)$, por lo que la asignación propuesta (3.4) no se puede emplear y debe modificarse considerando el segundo estado x_2^k desconocido. Para resolver este problema se propone expresar x_2^k en función de variables medidas.

Partiendo del modelo (3.3),

$$x'(k+1) = \bar{A}^{-1}\bar{S}x'(k) + \bar{A}^{-1}\bar{W}u'_e(k+1) + \bar{A}^{-1}\bar{E}_e u'_e(k) + \bar{A}^{-1}\Lambda(x'(k)) \begin{bmatrix} \mu \\ \bar{\mu} \end{bmatrix}$$

con vector de salida

$$y(k) = Cx'(k) \quad (3.8)$$

en donde

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

se observa que el término no lineal $\Lambda(x'(k))$

$$\Lambda(x(k)) = -2T \begin{bmatrix} x_1^2(k) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & x_3^2(k) \end{bmatrix}$$

es función de las variables medidas $y(k)$, por lo que es posible reescribir (3.3) de la siguiente forma

$$x'(k+1) = \bar{A}^{-1}\bar{S}x'(k) + f(u_e^k, y^k)$$

en donde $\bar{A}^{-1}\bar{S}x'(k)$ es la parte lineal del sistema y $f(u_e^k, y^k)$ depende de las entradas y los términos no lineales conocidos del sistema.

De acuerdo con la prueba de observabilidad para sistemas dinámicos sin entradas, el par $(\bar{A}^{-1}\bar{S}, C)$ es observable si y solo si la matriz de observabilidad \mathcal{O} dada por

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ C\bar{A}^{-1}\bar{S} \\ \vdots \\ C(\bar{A}^{-1}\bar{S})^{n-1} \end{bmatrix}$$

es de rango completo y por lo tanto, es posible obtener un estimado de los estados $x'(k)$ en términos de combinaciones de las salidas, es decir $x'(k) = g(y(k))$. Para lograr este objetivo, a partir de (3.8) se construye la matriz de observabilidad mediante corrimientos

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ \dots \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ \dots \\ C\bar{A}^{-1}\bar{S} \end{bmatrix} = \mathcal{O} \quad (3.9)$$

Así, con las matrices \bar{A} , \bar{S} definidas en (3.6) se obtiene la matriz

$$\mathcal{O} = \frac{1}{a_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{10} & -2\alpha_{10} & 2a_5 \\ 2a_9 & 2\alpha_{11} & a_4 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Dado que esta tiene rango completo se puede garantizar la invertibilidad de la matriz \mathcal{O} . Por tanto, considerando las entradas y los términos no lineales de (3.3) se tiene la siguiente ecuación

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \mathcal{O}x'(k) + \begin{bmatrix} O_{2 \times 3} \\ C\bar{A}^{-1}\bar{W} \end{bmatrix} u'_e(k+1) + \begin{bmatrix} O_{2 \times 3} \\ C\bar{A}^{-1}\bar{E} \end{bmatrix} u'_e(k) \begin{bmatrix} O_{2 \times 3} \\ C\bar{A}^{-1}\Lambda(y(k)) \end{bmatrix} \theta \quad (3.11)$$

dado que el rango de la matriz \mathcal{O} es 3 se tiene,

$$x'(k) = \mathcal{O}^{-1} \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) - C\bar{A}^{-1}\bar{W}u'_e(k+1) - C\bar{A}^{-1}\bar{E}u'_e(k) - C\bar{A}^{-1}\Lambda(y(k))\theta \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

realizando los cálculos correspondientes se obtiene la solución

$$\begin{bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ x_3^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1^k \\ -\frac{a_8(y_2^k - y_1^k) + a_1(y_1^{k+1} - y_2^{k+1}) - \alpha_{10}(u_{e1}^{k+1} + u_{e1}^k) - \alpha_{11}(u_{e2}^{k+1} + u_{e2}^k) - a_{12}(u_{e3}^{k+1} + u_{e3}^k) + T\mu y_1^{2(k)} - T\bar{\mu} y_2^{2(k)}}{2(\alpha_{10} + \alpha_{11})} \\ y_2^k \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

en donde $a_{12} = \alpha_{10}\alpha_{21} + \alpha_{21}\alpha_{11}$.

Sustituyendo la expresión de x_2^k dada por (3.13) en (3.3) se tiene el modelo paramétrico en términos de variables medibles

$$h_1(k) = \phi_1(k)\theta + \eta_1(k) \quad (3.14)$$

en donde

$$h_1(k) = \begin{bmatrix} (1 - \alpha_{10})y_1^{k+1} \\ (1 - \alpha_{11})y_2^{k+1} \end{bmatrix} \quad \phi_1(k) = -\frac{T}{(\alpha_{10} + \alpha_{11})} \begin{bmatrix} \alpha_{11}y_1^{2(k)} & \alpha_{10}y_2^{2(k)} \\ \alpha_{11}y_1^{2(k)} & \alpha_{10}y_2^{2(k)} \end{bmatrix}$$

$$\eta_1(k) = \frac{1}{(\alpha_{10} + \alpha_{11})} \begin{bmatrix} \alpha_{11}y_1^k + \alpha_{10}(y_2^k - y_2^{k+1}) + \alpha_{10}\alpha_{11}(u_{e1}^{k+1} + u_{e1}^k - u_{e2}^{k+1} - u_{e2}^k) \\ \alpha_{11}(y_1^k - y_1^{k+1}) + \alpha_{10}y_2^k + \alpha_{10}\alpha_{11}(u_{e1}^{k+1} + u_{e1}^k - u_{e2}^{k+1} - u_{e2}^k) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Es de notar que este modelo no depende del flujo de extracción u_{e3}^k .

3.2. Algoritmo de identificación

En el proceso de estimación de parámetros es común medir la diferencia entre el comportamiento dinámico del modelo y del proceso real con la finalidad de indicar que tan grande es la diferencia entre el proceso y el modelo, dicha medida es llamada error de estimación, de tal manera que se puede elegir entre los siguientes errores

- error de entrada
- error de salida
- error generalizado

En este trabajo se emplea el error de salida en tiempo continuo dado por

$$\varepsilon(t) = \tilde{h}(t) - h(t) \quad (3.16)$$

en donde $\tilde{h}(t)$ es el estimado de $h(t)$. De acuerdo con Ioannou, P. (1996), sustituyendo la versión continua de (3.1) en la ecuación de error (3.16) se obtiene

$$\varepsilon(t) = \phi^T(t)\theta^* + \eta(t) - \phi^T(t)\theta(t) - \eta(t) \quad (3.17)$$

en donde θ^* es el vector de parámetros verdaderos y $\theta(t)$ es el estimado de θ^* en el instante t . Definiendo el error paramétrico como $\tilde{\theta} = \theta^* - \theta(t)$ se tiene

$$\varepsilon(t) = \phi^T(t)\tilde{\theta} \quad (3.18)$$

Esta ecuación de error es empleada por métodos de identificación como mínimos cuadrados, gradiente, entre otros, en los cuales se define cierta función de costo que es minimizada en la dirección del máximo decrecimiento, dicha función, en forma vectorial, puede definirse como

$$J(\theta) = \frac{1}{2}\varepsilon^T\varepsilon = \frac{1}{2}(x(t) - \phi^T\theta(t) - v(t))^T(x(t) - \phi^T\theta(t) - v(t)) \quad (3.19)$$

y empleando el método de gradiente se obtiene

$$\dot{\theta} = \Gamma\nabla J(\theta) \quad (3.20)$$

en donde Γ es una matriz diagonal de diseño, $\nabla J(\theta)$ el gradiente de J respecto a θ obteniéndose como ley de identificación

$$\dot{\theta} = \Gamma\varepsilon\phi \quad \theta(0) = \theta_0 \quad (3.21)$$

este algoritmo de identificación puede ser discretizado mediante una diferencia finita hacia atrás obteniéndose

$$\theta(k) = \theta(k-1) - \Gamma\varepsilon(k)\phi(k) \quad \theta(0) = \theta_0 \quad (3.22)$$

Para garantizar la convergencia del algoritmo de identificación dado por (3.22) es necesario satisfacer la condición de excitación persistente imponiendo ciertas restricciones sobre la matriz $\phi(k)$ para garantizar $\varepsilon(k) \rightarrow 0$ lo que implica que $\theta(k) \rightarrow \theta^*$. Éstas condiciones son mostradas a continuación.

Definición 3.2.1 *Un vector de señales acotado $\phi(k) \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 1$, es excitante sobre un conjunto de secuencias $\{\sigma_0, \sigma_0 + 1, \dots, \sigma_0 + \delta_0\}$, $\delta_0 > 0$, $\sigma_0 \geq k_0$, si para algún $\alpha_0 > 0$*

$$\sum_{\tau=\sigma_0}^{\sigma_0+\delta_0} \phi(\tau)\phi^T(\tau) \geq \alpha_0 I$$

Definición 3.2.2 Un vector de señales acotado $\phi(t) \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 1$, es persistentemente excitante (PE) si existe $\delta > 0$ y $\alpha_0 > 0$ tal que

$$\sum_{\tau=\sigma}^{\sigma+\delta} \phi(\tau)\phi^T(\tau) \geq \alpha_0 I, \quad \forall \delta \geq \tau_0$$

Esta última definición requiere que la matriz de regresión $\phi(\tau)$ varíe en el tiempo de tal forma que la suma de $\phi(\tau)\phi^T(\tau)$ sea positiva definida para cualquier intervalo de tiempo.

3.3. Resultados en simulación

Para validar el algoritmo de identificación se realizan pruebas con datos simulados. En este caso se emplean los parámetros del ducto real dados en la Tabla 3.1 en donde se ha considerado la longitud equivalente $LE2$ calculada en el Capítulo anterior y los valores μ y $\bar{\mu}$ se proponen cercanos a los valores reales e iguales entre sí, ya que en un escenario de un ducto completamente horizontal y área constante estos dos parámetros son iguales. Estas simulaciones se han llevado a cabo en la plataforma *Simulink* de *Matlab*. Cabe resaltar que las simulaciones se llevaron a cabo en un entorno ideal y, por lo tanto el empleo de la longitud $LE1$ ó $LE2$ no representa diferencia alguna en los resultados, motivo por el cual solo se emplea la longitud $LE2$, además la ubicación del punto de extracción se propone en $z_{ext} = LE2/3$. Los elementos de la matriz diagonal Γ del algoritmo de identificación han sido ajustado en los valores $\gamma_1 = 1 \times 10^5$ y $\gamma_2 = 1 \times 10^6$.

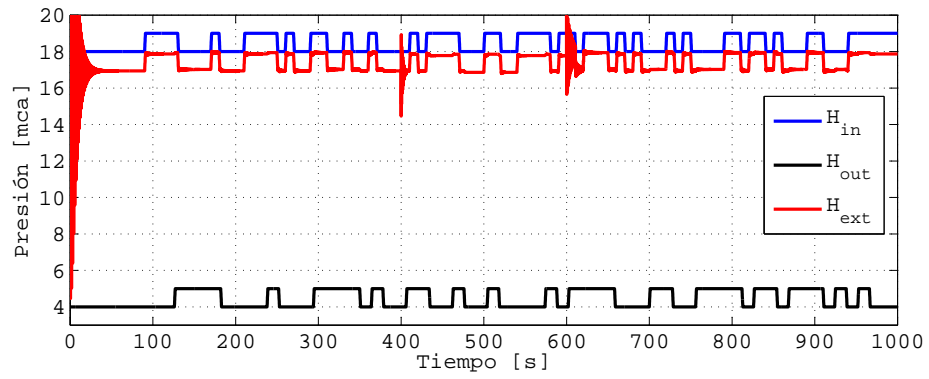
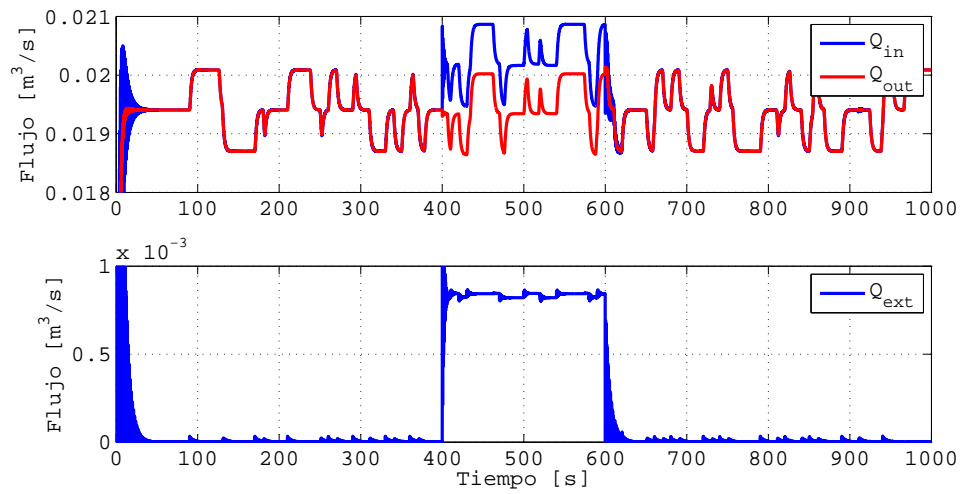
3.3.1. Identificación en condiciones nominales

En el caso mas simple se asume que la presión en el punto de extracción se encuentra disponible y por lo tanto se emplea el modelo paramétrico (3.1). Las señales de excitación del sistema son $u_{e1}^k = 18$ [mca] y $u_{e2}^k = 4$ [mca] y se muestran en la Figura 3.1. Estas condiciones generan un flujo nominal $y_{nom}^k = y_1^k = y_2^k = 0.018$ [m^3/s]. Durante los primeros 400 [s] el sistema opera en las condiciones nominales con gasto de extracción $u_{e3}^k = 0$ y posteriormente se ajusta $u_{e3}^k = 8.25 \times 10^{-4}$ [m^3/s] que representa el 4.6% del flujo nominal (y_{nom}^k), estos resultados se muestran en la Figura 3.2. Para satisfacer la condición

Parametro	Valor	Unidades
D	0.10	m
A	0.0081	m^2
$LE2$	263.84	m
b	1250	m/s
g	9.81	m/s^2
T	100	ms
μ	15	$1/m^3$
$\bar{\mu}$	15	$1/m^3$

Tabla 3.1: Parámetros del ducto

de excitación persistente se ha empleado una señal binaria pseudoaleatoria (PRBS) en cada una de las entradas del sistema con amplitud máxima de 1[mca]. En la Figura 3.3 se aprecia la convergencia de los parámetros μ y $\bar{\mu}$ a los parámetros impuestos, es decir, el error paramétrico $\varepsilon \rightarrow 0$ en un tiempo máximo de 50[s] para el parámetro μ y de 5[s] para el parámetro $\bar{\mu}$, estos tiempos de convergencia pueden ajustarse de acuerdo a la matriz de ganancia Γ , sin embargo esta matriz tiene un límite que, al ser sobrepasado, provoca la divergencia de los parámetros. Es importante mencionar que la identificación de μ y $\bar{\mu}$ no es alterada por la presencia de la extracción debido a que la posición de ésta se conoce exactamente.

**Figura 3.1:** Presiones en el ducto**Figura 3.2:** Flujos en el ducto

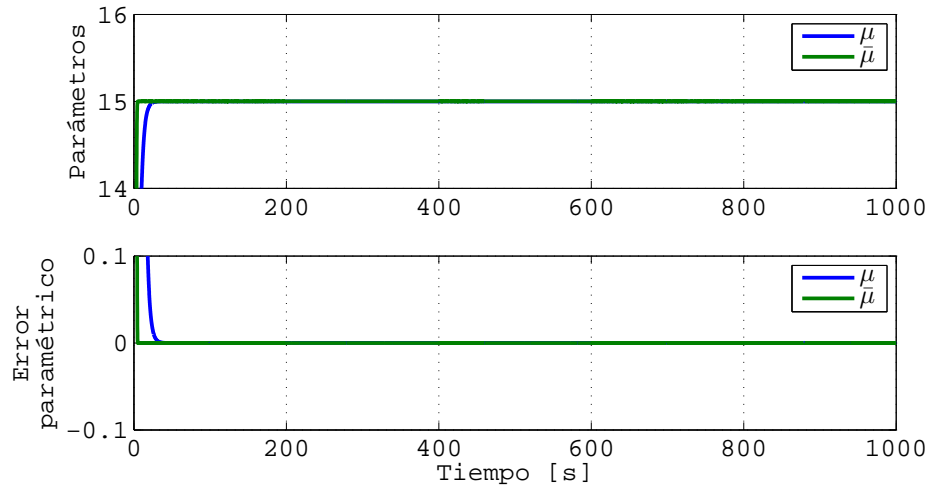


Figura 3.3: Parámetros μ y $\bar{\mu}$ identificados y error paramétrico

Por otra parte, cuando se lleva a cabo la identificación de parámetros con el modelo (3.14) en el que se asume que solamente se conoce el flujo de extracción u'_{3e} , se obtienen los resultados mostrados en la Figura 3.4, en la que se observa que ambos parámetros (μ y $\bar{\mu}$) son correctamente identificados y además, no se ven alterados al momento de activar la extracción que es consecuencia del conocimiento exacto de la ubicación del punto de extracción, de otra manera los parámetros se verán afectados. Adicionalmente, se observa que el error paramétrico $\varepsilon \rightarrow 0$ en un tiempo aproximadamente 30[s].

3.3.2. Identificación en presencia de fugas

Con el fin de simular el escenario en el cual se presentan fugas tanto aguas arriba como aguas abajo respecto al punto de extracción, se emplea un modelo de cuatro secciones y se han empleado las señales de entrada mostradas en la Figura 3.5, las cuales, producen los flujos mostrados en la Figura 3.6. Durante los primeros 400[s] se trabaja en condiciones normales, consecutivamente se demanda un flujo de extracción $u'_{e3}^k = 8.25 \times 10^{-4} [m^3/s]$ que se mantiene activo durante el resto de la simulación y, en el intervalo de 600-800 [s] se provoca un flujo de fuga, $q_{fuga} = 8.25 \times 10^{-4} [m^3/s]$.

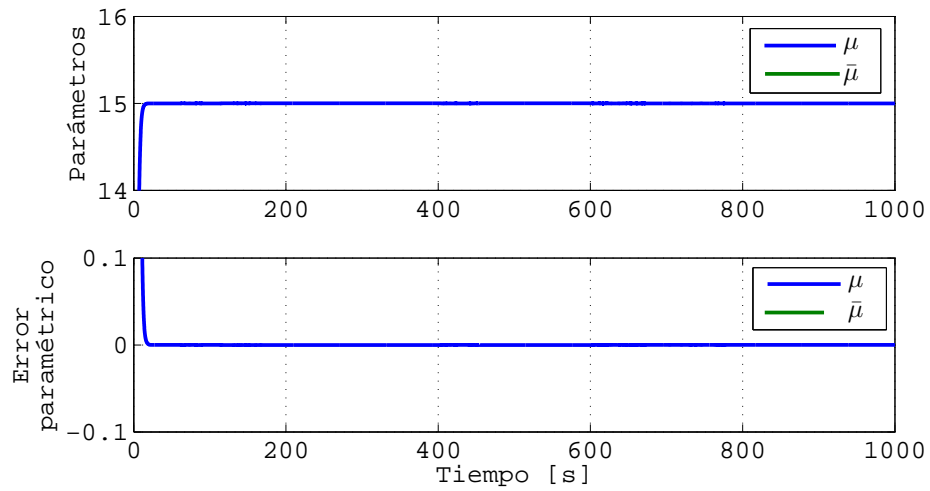


Figura 3.4: Identificación de μ y $\bar{\mu}$ con x_2^k desconocida y error paramétrico

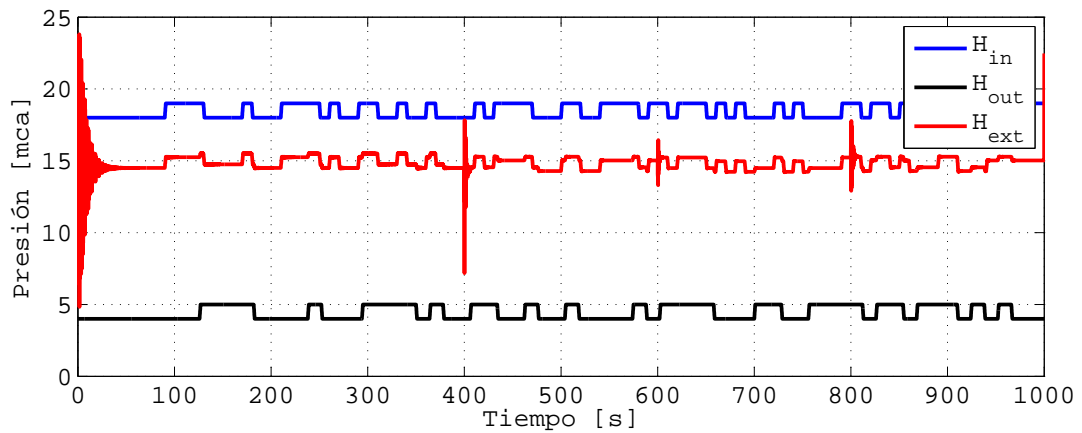


Figura 3.5: Presiones en los extremos del ducto y en el punto extracción

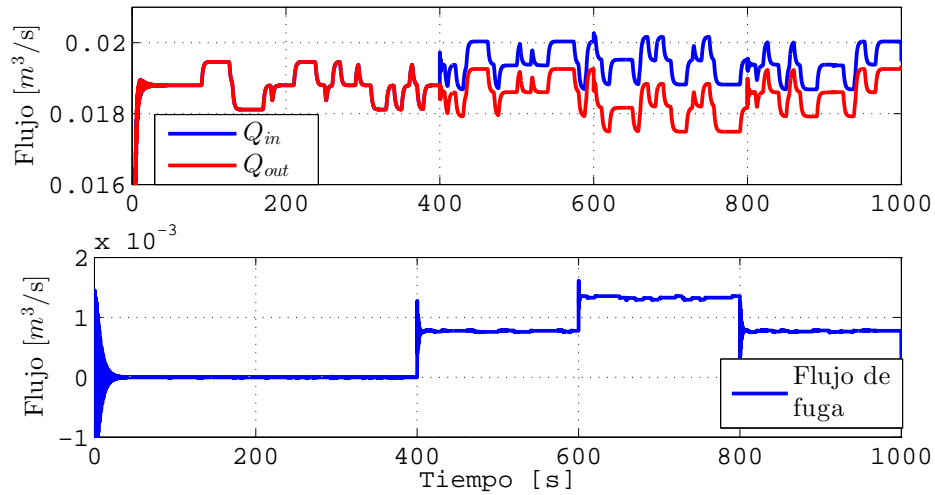


Figura 3.6: Comportamiento de los flujos en los extremos del ducto y flujo de extracción y fuga

En las Figuras 3.7 y 3.8 se muestra la convergencia de los parámetros sin y con extracción ($u_{e3}^k = 0$ y $u_{e3}^k \neq 0$). Lo relevante es el comportamiento de los parámetros en presencia de fuga, en donde, el parámetro que se desvía de su valor nominal corresponde precisamente al tramo en el cual se ubica la fuga, es decir, el parámetro que no se estima correctamente es el correspondiente a la posición relativa de la fuga con respecto a la extracción. Por el contrario en el tramo libre de fuga, la estimación se realiza de forma correcta. Éste hecho justifica que en algunos escenarios de fugas no se actualice el parámetro μ en línea.

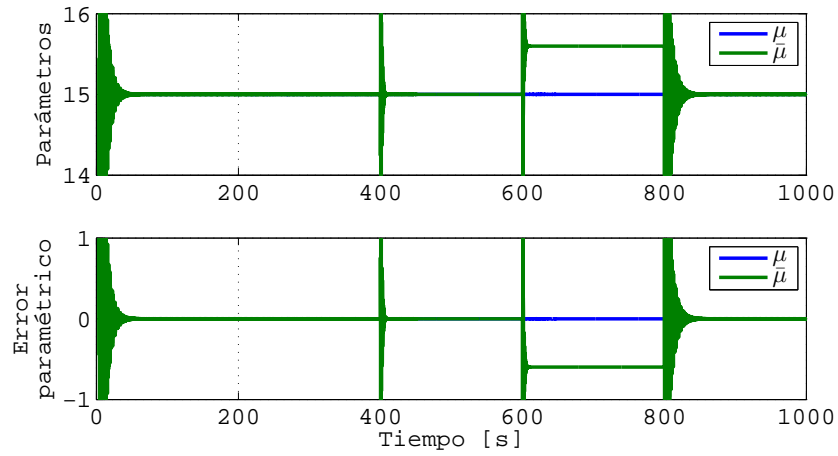


Figura 3.7: Comportamiento de μ y $\bar{\mu}$ con una fuga aguas arriba respecto al punto de extracción

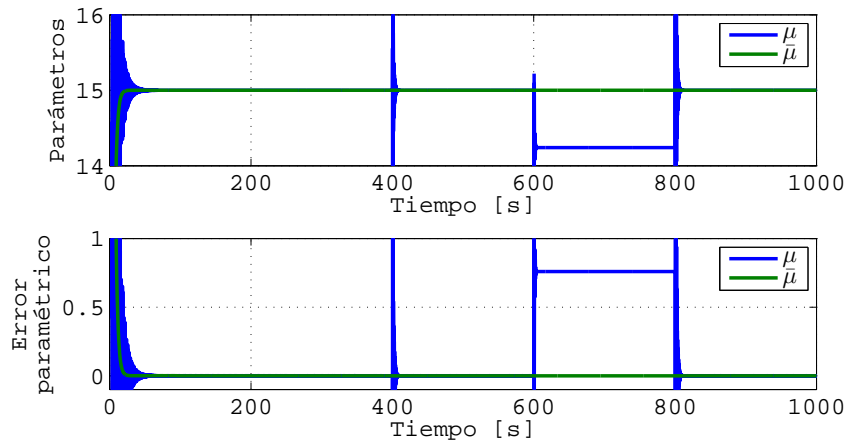


Figura 3.8: Comportamiento de μ y $\bar{\mu}$ con una fuga aguas abajo respecto al punto de extracción

Por otra parte, en las Figuras 3.9 y 3.10 se muestran los parámetros estimados μ y $\bar{\mu}$ cuando no se tiene disponible la medición de presión en el punto de extracción (x_2^k). En éstas gráficas, se observa la convergencia de los parámetros con y sin flujo de extracción. Sin embargo, cuando se presenta la fuga ambos parámetros se desvían con el mismo error

de su valor nominal y en la misma dirección permitiendo determinar la posición relativa de la fuga con respecto al punto de extracción.

Otro punto importante a resaltar es que el modelo regresivo puede ajustarse para localizar la posición de la fuga. La justificación de este hecho queda fuera del alcance de este trabajo.

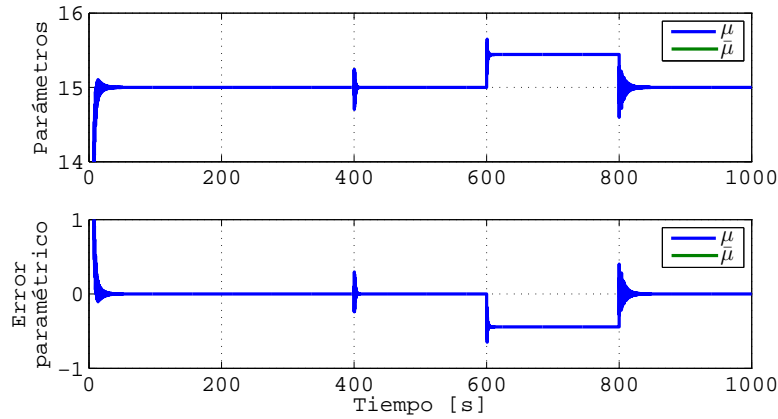


Figura 3.9: Comportamiento de μ y $\bar{\mu}$ con una fuga aguas arriba respecto al punto de extracción y x_2^k desconocida

3.4. Resultados experimentales

Para validar el algoritmo de identificación con datos reales, se han desarrollado experimentos considerando dos secciones de ducto interconectados y desplazando el punto de extracción desde el punto $H1$ hasta el punto $H6$ de acuerdo a las posiciones mostradas en la Figura 2.1 y además se ha empleado la longitud $LE2 = 263.84[m]$, ya que es la que arroja un menor error estático en la gráfica de presión - posición. En tales experimentos se comienza operando en condiciones nominales con $u_{e3}^k = 0$. En la Tabla 3.2 se muestran las longitudes asociadas a las secciones 1 y 2 del ducto para cada experimento.

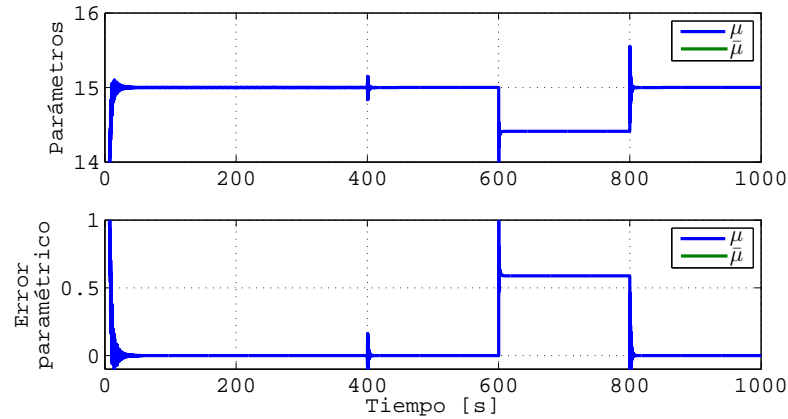


Figura 3.10: Comportamiento de μ y $\bar{\mu}$ con una fuga aguas abajo respecto al punto de extracción y x_2^k desconocida

Experimento	Longitud de la sección-1[m]	Longitud de la sección-2[m]
1	19.11	244.73
2	69.06	194.78
3	84.39	179.45
4	97.55	166.29
5	112.88	150.96
6	161.93	101.91

Tabla 3.2: Longitudes de las secciones 1 y 2 del ducto

Los resultados de la Figura 3.11 muestran el parámetro identificado μ correspondiente a la primera sección del ducto y la Figura 3.12 muestra el parámetro $\bar{\mu}$ correspondiente a la segunda sección del ducto.

De las gráficas se observa que se tiene un valor $\mu_{max} = 15.42$ y $\mu_{min} = 14.85$ asociado al primer tramo del ducto y para el segundo tramo se tienen los valores $\bar{\mu}_{max} = 15.02$ y $\bar{\mu}_{min} = 14.85$. Dado que los valores de μ y $\bar{\mu}$ son muy cercanos entre si, es posible trabajar con solo uno de ellos verificando que el perfil de presión asociado a la longitud $LE2$ es el

más adecuado. Adicionalmente se observa que ambos parámetros convergen en un tiempo menor a 50[s]. Por otra parte, el valor máximo obtenido para la sección 1 podría deberse a errores en la longitud calculada.

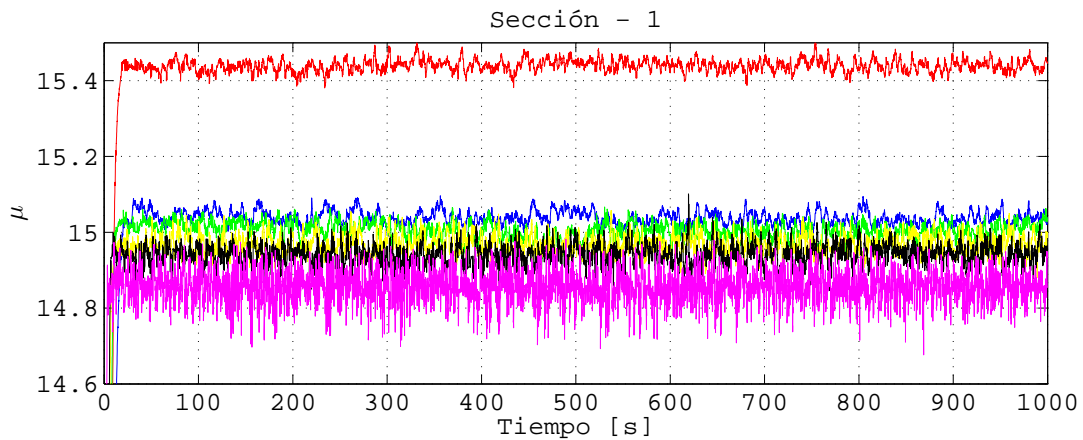


Figura 3.11: Parámetro μ identificado en la primera sección del ducto variando el punto intermedio de medición

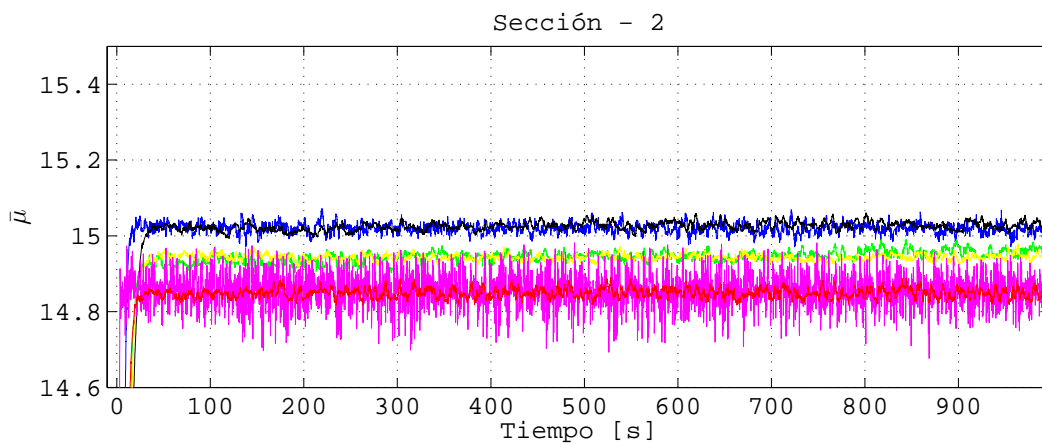


Figura 3.12: Parámetro $\bar{\mu}$ identificado en la segunda sección del ducto variando el punto intermedio de medición

Finalmente, se llevaron a cabo pruebas en condiciones de $u'_{e3} \neq 0$ y $q_{fuga} \neq 0$, con-

siderando como punto de extracción $z_{ext} = 112.88[m]$ correspondiente a la válvula V-3. Durante los primeros 1000 segundos de haber iniciado la prueba se trabaja en condiciones nominales con $y_{nom} = 0.0171[m^3/s]$, $u_{e3}^k = 0$ y $q_{fuga} = 0$, consecutivamente y, por el resto de la prueba, se provoca un flujo de extracción $u_{e3}^k = 0.00148[m^3/s]$ que representa un gasto del 8.67% del flujo nominal. En el intervalo de [1600-1760] segundos se emula un fuga ubicada aguas arriba (V-2) del punto de extracción, consecutivamente en el intervalo de [1761-1825] segundos se regresa a condiciones nominales y, finalmente, en el intervalo de [1826-1970] segundos se provoca una fuga aguas abajo (V-4) respecto al punto de extracción.

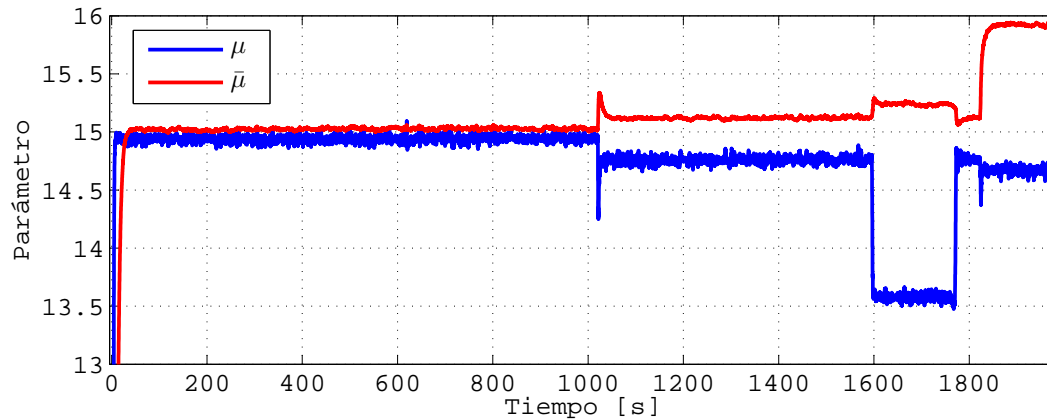


Figura 3.13: Comportamiento del parámetro μ y $\bar{\mu}$ en presencia de la extracción y una fuga

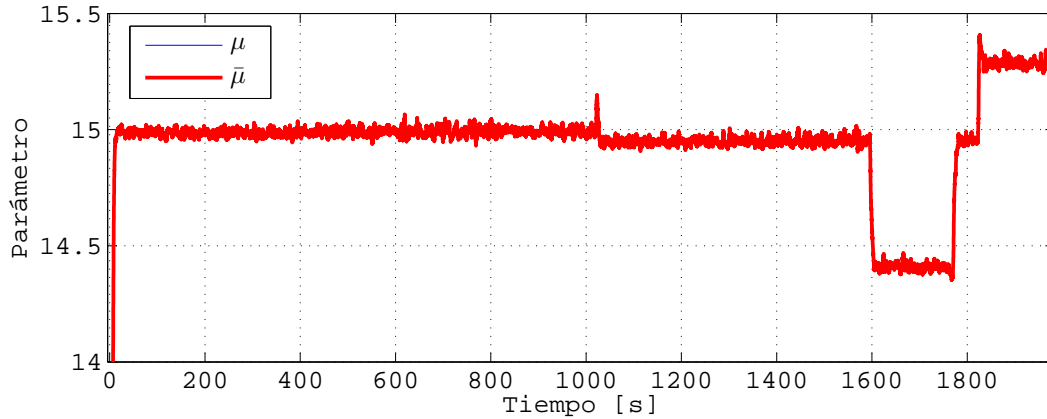


Figura 3.14: Comportamiento del parámetro μ y $\bar{\mu}$ en presencia de la extracción y una fuga, cuando x_2^k no es medida

Los resultados mostrados en la Figura 3.13 revelan la convergencia de los parámetros cuando la medición x_2^k se encuentra disponible y en condiciones nominales, a un valor promedio de $\mu = 15.02$ y $\bar{\mu} = 14.94$ en un tiempo menor a 50[s]. En el momento que se abre la válvula de extracción se aprecia una desviación de ambos parámetros de su valor nominal, lo cual, podría justificarse debido a la distancia que separa al sensor de presión con el punto de extracción, dicha distancia es de 11 [cm]. También se comprueban los resultados obtenidos en simulación referentes al aumento o disminución de la magnitud del parámetro dependiendo de la posición de la fuga respecto al punto de extracción. En la Figura 3.14 se muestran los resultados cuando la medición x_2^k se encuentra ausente, observándose que los parámetros convergen a un mismo valor en un tiempo menor a 40[s]. Otro aspecto importante es que el cambio en los parámetros producido por la presencia de la extracción es menor que en el caso anterior, además se verifica que una disminución en el valor de los parámetros indica que la fuga se encuentra aguas arriba respecto al punto de extracción y por otro lado, un aumento en el valor de los parámetros indica que la fuga se encuentra aguas abajo respecto al punto de extracción.

Por otra parte en la Figura 3.15 se muestra el comportamiento del parámetro de fricción μ calculado mediante la ecuación de Darcy-Weissbach y con el método de identificación

de parámetros propuesto observándose que en condiciones normales y sin flujo de extracción se obtiene el mismo valor, sin embargo, en el instante en el que se activa la válvula de extracción, el parámetro calculado con la ecuación de Darcy-Weissbach es alterado debido a que esta ecuación no considera tomas laterales lo que provocaría una falsa alarma de falla. Otro aspecto importante, es que cuando se tiene presente la extracción y la fuga aguas abajo respecto al punto de extracción, la ecuación de Darcy-Weissbach percibe un cambio mínimo en el parámetro respecto a las condiciones nominales sin extracción que pudiese indicar que el ducto se encuentra operando adecuadamente.

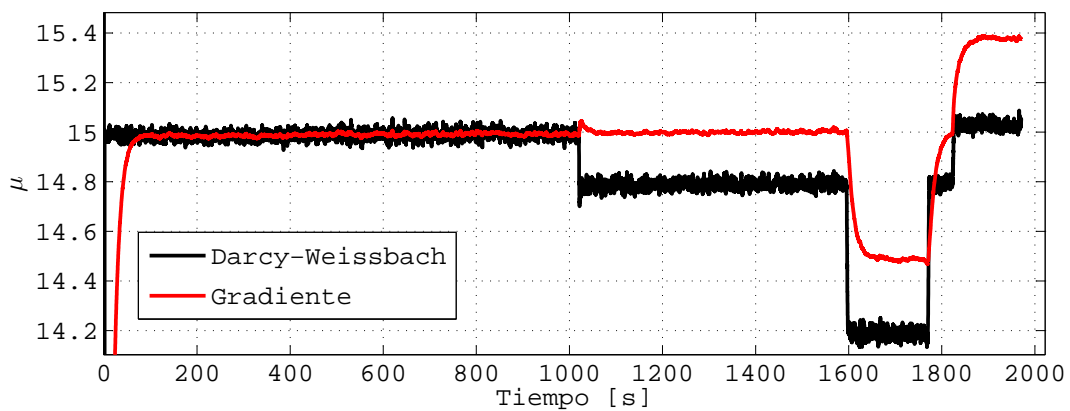


Figura 3.15: Cálculo de μ con la ecuación de Darcy-Weissbach y con estimación de parámetros

3.5. Localización de fugas

A forma de resumen, se ha transformado el ducto en configuración de serpentín a un ducto completamente horizontal con lo que se ha obtenido una posición equivalente de cada uno de los puntos disponibles para simular fugas y posteriormente se llevo a cabo la identificación de los parámetros asociados al término de fricción. Los resultados de la identificación de parámetros muestran que no importando la longitud de los tramos en los que se divide el ducto, los dos parámetros ($\mu, \bar{\mu}$) se aproximan a un mismo valor.

Para verificar la confiabilidad de los parámetros estimados ($LE, \mu, \bar{\mu}$), se llevan a cabo

experimentos de localización de fugas.

En Carrera, R. (2014) se desarrolla una expresión que permite localizar la posición del punto de extracción z_{ext} bajo la suposición de que el fluido está en estado estacionario, así que de (2.2) se tiene $\frac{\partial Q(z,t)}{\partial z} = 0$, lo que permite obtener la ubicación z_{ext}

$$z_{ext} = \frac{m(Q_{out})L + \tilde{H}_{out} - \tilde{H}_{in}}{m(Q_{out}) - m(Q_{in})} \quad (3.23)$$

en donde $m(Q) = \mu Q|Q|$.

3.5.1. Experimento 1

En un primer experimento se operó la tubería en condiciones nominales con un flujo $\bar{y}_{nom} = 0.0171 [m^3/s]$, después de 1000 segundos, se abrió al 100% la servoválvula V-1 originando un flujo de fuga $\bar{u}_{e3}^k = 0.9578 \times 10^{-3} [m^3/s]$ que representa el 5.57% del flujo nominal (\bar{y}_{nom}). Empleando la ecuación (3.23), se obtiene el resultado mostrado en la Figura 3.16.

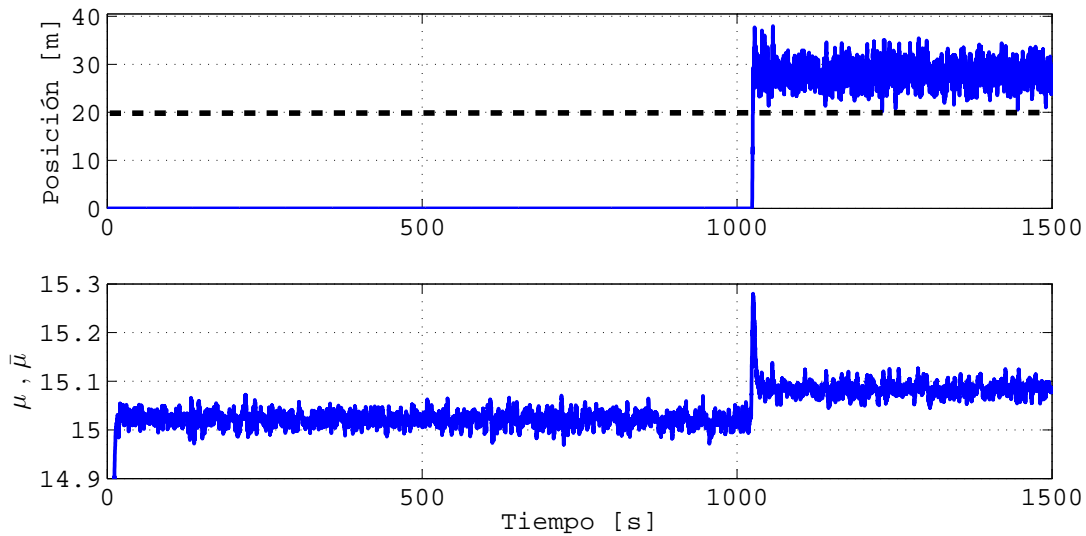


Figura 3.16: Localización de fuga y parámetros μ , $\bar{\mu}$ estimados

De la gráfica mostrada en la Figura 3.16 se observa que la posición $\bar{z}_{ext} = 28.4$ [m], recordando las posiciones estimadas de los puntos de medición, la servoválvula V-1 se encuentra a 19.11 ± 0.11 [m] a partir del sensor de presión a la entrada del ducto, por lo tanto la localización de la fuga tiene un error del 3.48 % respecto a la longitud total del ducto. De acuerdo a los resultados obtenidos en simulación, los parámetros μ y $\bar{\mu}$ no cambian independientemente de la existencia del flujo de extracción u_{e3}^k , lo que indica que existen incertidumbres en la estimación de posición de la válvula $V - 1$.

3.5.2. Experimento 2

Los resultados anteriores motivan la realización de otro experimento en el cual la fuga se produce exactamente en el punto de medición $H1$ removiendo el acoplador del sensor, de tal manera que se pierde la medición de presión en ese punto, lo que no importa ya que la identificación empleando el modelo (3.14) no requiere de dicha medición. De esta manera, el flujo de fuga producido en el punto $H1$ es $\bar{u}_{e3}^k = 0.243 \times 10^{-3}$ [m^3/s] que representa el 1.41 % del flujo nominal (\bar{y}_{nom}). Los resultados de la localización de la fuga se muestran en la Figura 3.17.

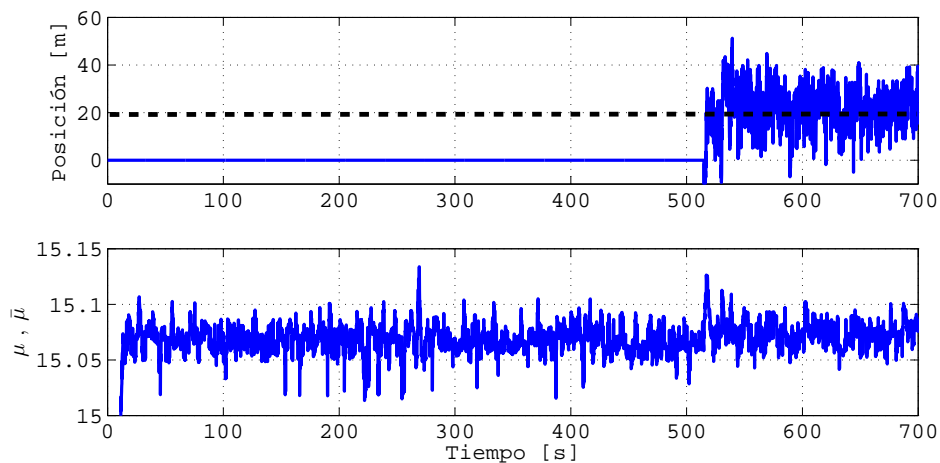


Figura 3.17: Localización de fuga y parámetros μ , $\bar{\mu}$ estimados

La aplicación de la ecuación (3.23) proporciona una $\bar{z}_{ext} = 22.5$ [m] con lo que el error de localización es del 1.24 % respecto a la longitud total del ducto. En estos resultados debe tenerse en cuenta que la expresión (3.23) es sensible al tamaño de la fuga, de tal manera que para flujos de fuga relativamente pequeños, se pierde precisión en la localización de la fuga. Por otra parte, el comportamiento de los parámetros identificados se apega lo suficiente a los resultados simulados, ya que, como puede apreciarse, en el instante que aparece la fuga los parámetros estimados μ , $\bar{\mu}$ no perciben un cambio considerable, de hecho, el cambio en el valor promedio es del 0.0398 % lo que indica que posición del punto $H1$ es correcta.

Capítulo 4

Conclusiones

Se ha mostrado que el trabajar con ductos transformados de tal manera que se pueda considerar un perfil topográfico horizontal, ofrece una gran simplificación del modelo matemático y además, permite emplear solo un coeficiente de fricción sin importar el número de secciones que se interconecten, sin embargo, conseguir tal transformación no es nada sencillo. Dicha transformación se logró gracias a las mediciones intermedias, las cuales, revelaron comportamientos que se consideraban despreciables como lo fue la pérdida de carga debido a las bridas. De esta manera, se consiguió un perfil de presión adecuado.

En relación con la identificación de los parámetros asociados al coeficiente de fricción del ducto, se observa que al tener tomas laterales, es importante conocer la ubicación de éste punto de extracción (z_{ext}) ya que de esta manera, los cambios en el valor de los parámetros pueden proporcionar la siguiente información:

- Existencia de fugas.
- Indicar la posición relativa de una fuga respecto al punto de extracción, es decir, aguas arriba ó agua abajo.

Estas dos características pueden apreciarse en el identificador de parámetros empleando los modelos (3.4) y (3.14). Cabe mencionar que en éste último modelo, la medición del flujo de extracción u'_{e3}^k es irrelevante y por tal motivo, se recomienda el empleo del mismo ya que es función únicamente de las mediciones en los extremos del ducto, de tal manera

que puede colocarse un punto de extracción virtual en cualquier punto del ducto consiguiendo siempre la convergencia de los parámetros μ y $\bar{\mu}$. También, se comprueba que el parámetro asociado al coeficiente de fricción es constante a pesar de la existencia de extracciones ó fugas.

Por otra parte, hacia el final de la etapa de experimentación, se encontró que el punto de medición $H2$, se encuentra parcialmente bloqueado por residuos de soldadura, lo que podría explicar los resultados de la gráfica mostrada en la Figura 3.11, en donde el parámetro μ alcanza el mayor valor. Este error debe ser considerado al momento de realizar la localización de fugas. Finalmente, en la parte de localización de fugas se observó un error considerable en la estimación de la posición de la fuga, que puede deberse a factores no considerados en la obtención del equivalente recto del ducto ó a la forma en que se extrae el fluido del ducto, es decir, podría no ser igual el efecto de una fuga provocada por un orificio que el de una toma lateral que se conforma de diversos accesorios.

En lo referente a las contribuciones de este trabajo, se propusieron dos modelos paramétricos que consideran una extracción ubicada en cualquier posición arbitraria del ducto permitiendo la posibilidad de no contar con sensores de presión y flujo en dicho punto, además, fue posible implementar el algoritmo de identificación de parámetros para su ejecución en línea en la plataforma *Labview* de *National Instruments*.

Referencias

- Allidina, A. Y. y Benkherouf, A., *Leak detection and location in gas pipelines*, Control Theory and Applications, IEE Proceedings D, Vol. 135, No. 2, pp. 142-148, 1988.
- Ashton, S.A., Shields, D.N. y Daley, S., *Fault Detection in Pipelines using Nonlinear Observers*, International Conference on CONTROL '98, 1-4 September 1998, Conference Publication No. 455, IEE, 1998.
- Bansal, R., *Fluid mechanics and hydraulic machines*. Laxmi Publications (P) LTD.
- Begovich, O., Pizano-Moreno, A., *Application of a leak detection algorithm in a water pipeline prototype: difficulties and solutions*, in 5th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE 2008), Mexico City, Mexico, November 12-14, 2008.
- Begovich, O., Navarro, A., Sánchez, E. N., Besançon, G., *Comparison of two Detection Algorithms for Pipeline Leaks*, 16TH IEEE International Conference on Control Applications, part of IEEE Multi-conference on Systems and Control, Singapore, 1-3 October 2007, pp. 777-782.
- Bergant, A., Simpson, A.R. y Vitkovsk, J., *Developments in Unsteady Pipe Flow Friction Modelling*, Journal of Hydraulic Research.
- Billmann, L. y Isermann, R., *Leak Detection Methods for pipelines*, Automatica, Vol 23, No.3, pp. 381-385, 1987.

- Caccavale, F. y Villani, L., *Fault Diagnosis and Fault Tolerance for Mechatronic* Springer, 2003.
- Carrera, R.A. y Verde, C., *Localizador automático de fugas en un ducto*, Ingeniería hidráulica en México. vol.XVI, núm.2, pp. 139-151, 2001
- Carrera, R., *Prototipo para detección de fugas en tuberías: manual de uso*, Informe interno, Instituto de Ingeniería, UNAM. 56 págs. Septiembre 2010.
- Carrera, R., Verde, C. y Cayetano, R., *Ampliación de un SCADA para detección de fugas en ductos*, en XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático, CLCA 2014.
- Chaudhry, M.H., *Applied hydraulic transients*, Van Nostrand Reinhold Co., Nueva York, 1979. 503 pp.
- Dulhoste, J.F., Besançon, G, Torres, L., Begovich, O., y Navarro, A., *About Friction Modeling For Observer-Based Leak Estimation In Pipelines*, 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC) Orlando, FL, USA, December 12-15, 2011
- García, D.R., *Manual de fórmulas de ingeniería*. Ed. Limusa, 2004.
- Ioannou, P. y Sun, J., *Robust adaptive control*, in Control Theory. Prentice-Hall.
- Isermann, R., *Fault Diagnosis Systems*. Springer, 2003.
- Isermann, R. y Munchhof, M., *Identification of dynamic systems*, Springer, 2011.
- Kowalckzuk, Z y Gunawickrama, K., *Detecting and locating leaks in transmission pipelines*, Fault Diagnosis, Springer, 2004.
- Lennart L., *System Identification. Theory for the user*, Ed. Prentice Hall. Second edition, 1999.
- Navarro, A., Begovich, O., Besançon, G., *Calibration of Fitting Loss Coefficients for Modelling Purpose of a Plastic Pipeline*, Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), 2011 IEEE 16th Conference on.

- Saldarriaga, J., *Hidráulica de acueductos*. Ed. Mc Graw Hill.
- Torres, L., Besançon, G., Navarro, A., Begovich, O., y Georges, D., *Examples of pipeline monitoring with nonlinear observers and realdata validation*, in 8th International Multiconference on Systems, Signals and Devices, Sousse, Tunisia, March 2011.
- Viejo, M., *Bombas: Teoría, diseño y aplicaciones*. Ed. Limusa. Segunda Edición, México 1972.
- Young, P. C. y Garnier, H., *Identification and estimation of continuous-time, data based mechanistic (dbm) models for environmental systems*. Environmental Modeling and Software. 2006, pp. 1055 - 1070.
- Yunus A.C., *Mecánica de fluidos. Fundamentos y aplicaciones*. Ed. Mc Graw Hill, 2006.