



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**  
LICENCIATURA EN FÍSICA  
FACULTAD DE CIENCIAS UNAM.

**PERTURBACIONES EN DISCOS DE  
ACRECIÓN ENFRIADOS POR NEUTRINOS**

TESIS

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
LICENCIADA EN CIENCIAS (FÍSICA)**

PRESENTA:

**ORIANA TREJO ÁLVAREZ**

TUTOR PRINCIPAL

**DR. WILLIAM HENRY LEE ALARDIN,**  
Instituto de Astronomía, Ciudad Universitaria.

MÉXICO, D. F. AGOSTO 2015



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Para mis padres y mi hermano*



# Agradecimientos

¡Muchas gracias a todos!



# Resumen

La acreción es uno de los fenómenos de mayor importancia en la astrofísica actual, debido a que representa el proceso más eficiente para transformar materia en radiación, y se encuentra presente a lo largo de todo el cosmos, en procesos tan diversos como la formación estelar, y los más energéticos como los AGN's o procesos al rededor de agujeros negros. En el caso específico de esta tesis, la acreción la vemos presente dentro de un disco al rededor de un agujero negro de masa intermedia, el cual se ve perturbado por retroalimentación de material en forma de radiación.

El análisis de las perturbaciones, se lleva a cabo mediante el estudio de las variaciones del parámetro  $\alpha$ , considerando tres casos diferentes:  $\alpha = 0,1$ ,  $\alpha = 0,01$  y  $\alpha = 0,001$  a lo largo de los cuáles se observa la evolución de un disco de acreción, y sus diversos parámetros. Siendo los más importantes, la masa del disco de acreción, la masa del agujero negro, la luminosidad y la tasa de acreción, con respecto al tiempo. El estudio anterior, se desarrolla mediante una simulación, utilizando un código numérico de tipo árbol, que emplea como base el método hidrodinámico de suavizado de partículas (SPH).

Como resultado del estudio anterior, se concluye que someter el disco de acreción a perturbaciones, genera cambios significativos en su evolución y desarrollo global. En el caso de nuestro estudio, veremos que un disco de acreción sometido a un  $\alpha$  grande, de 0.1 tendrá una evolución global de una duración menor, y más energética a la que se presentara en el caso de un disco sometido a un  $\alpha$  pequeña, 0.001.

A lo largo de seis capítulos, presentaremos el estudio de los discos de acreción, desde una parte teórica, para comprender los conceptos básicos que se ven involucrados en el estudio de los mismos. Posteriormente, explicaré a detalle el método numérico empleado, y concluiré explicando el desarrollo computacional realizado con el análisis de cada uno de los casos, mismos que nos llevarán de la mano a las conclusiones antes mencionadas.



# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>III</b>
Resumen . . . . .	V
<b>Lista de figuras</b>	<b>3</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>1</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN . . . . .	2
CAPITULO 2: ACRECIÓN . . . . .	2
CAPITULO 3: Destellos de rayos Gamma (GRBs) . . . . .	2
CAPITULO 4: Modelo SPH . . . . .	3
CAPITULO 5: DESARROLLO . . . . .	3
CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES . . . . .	3
<b>2. Discos de acreción</b>	<b>5</b>
2.1. Introducción . . . . .	5
Conceptos Fundamentales . . . . .	6
Ecuaciones de dinámica de gases . . . . .	8
2.2. Discos de acreción . . . . .	12
Enanas blancas . . . . .	15
Estrellas de neutrones . . . . .	16
Agujeros negros . . . . .	17
Acreción en agujeros negros . . . . .	19
Enfriamiento por neutrinos . . . . .	20
<b>3. Destellos de rayos gamma GRBs</b>	<b>21</b>
3.1. Introducción . . . . .	21
3.1.1. ¿Qué son los Rayos Gamma? . . . . .	22
Destellos de rayos Gamma en el universo . . . . .	23
Antecedentes . . . . .	24
3.2. Descripción observacional de los GRBs . . . . .	26
3.2.1. Galaxias anfitrionas . . . . .	29
SGRBs . . . . .	29
LGRBs . . . . .	30
3.3. motor central . . . . .	31
3.3.1. Modelo de la bola de fuego <i>fireball</i> . . . . .	31
Ondas de choque . . . . .	33

ÍNDICE GENERAL	1
3.3.2. Balance energético y acreción . . . . .	34
3.4. Progenitores . . . . .	35
3.4.1. Colapsares . . . . .	35
3.4.2. Fusiones . . . . .	36
<b>4. Método: <i>Smooth Particle Hydrodynamics SPH</i></b>	<b>39</b>
4.1. Introducción . . . . .	39
4.1.1. Conceptos básicos SPH . . . . .	39
1a ley de la termodinámica . . . . .	40
Aproximación de Kernel . . . . .	41
Suavizado del Kernel . . . . .	43
4.2. Ecuaciones importantes . . . . .	44
Discretización SPH . . . . .	44
Viscosidad artificial . . . . .	46
Integración temporal . . . . .	48
4.3. Aplicaciones del método . . . . .	50
4.3.1. Implementación . . . . .	50
Vecinos y Resolución . . . . .	51
Masa de las partículas . . . . .	51
Condiciones iniciales . . . . .	51
Integración Temporal . . . . .	51
Disipación viscosa . . . . .	51
Resultados . . . . .	52
<b>5. Resultados</b>	<b>53</b>
5.1. Condiciones Iniciales . . . . .	53
5.1.1. Las perturbaciones . . . . .	54
5.2. Desarrollo: 3 diferentes casos . . . . .	59
5.3. Caso 1 . . . . .	61
5.4. Caso 2 . . . . .	65
5.5. Caso 3 . . . . .	70
5.6. Comparación entre los 3 casos . . . . .	75
<b>6. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>83</b>
Trabajo Futuro . . . . .	84
Bibliografía.....	87



# Índice de figuras

2.1. Diagrama representativo de una rebanada de un disco de acreción delgado, alrededor de un agujero negro central. . . . .	14
2.2. Diagrama representativo de la evolución estelar. [15] . . . . .	15
2.3. Gráfica representativa del límite de Chandrasekhar [18] . . . . .	16
2.4. ubicación de los objetos compactos en el universo de acuerdo a su densidad . . . . .	19
3.1. Efecto compton inverso . . . . .	23
3.2. Via láctea en rayos Gamma, obtenidos con el satélite EGRET donde se muestran emisiones con energías mayores a los 100mev, y se observa la alineación particular que tiene los mismos sobre el plano galáctico. . . . .	24
3.3. Diagrama del primer observatorio de rayos gamma (compton gamma ray observatory) . . . . .	25
3.4. Observaciones de rayos gamma como se verían desde el sol, obtenidos con el satélite BATSE. Se muestran la energía asociadas a cada uno de los pulsos. . . . .	25
3.5. Grafica representativa del espectro de un GRB,del lado izquierdo. Así como la curva de luz típica, del lado derecho. . . . .	26
3.6. Gráfica obtenida a partir de los resultados obtenidos por el BATSE, donde se muestra la distribución de duraciones de los destellos observados. Del lado derecho, con una distribución más picudo y una duración mayor, tenemos a los LGRBS, y del lado izquierdo, con una distribución más ensanchada y con un tiempo más corto, se encuentran los SGRBS. <a href="http://www.batse.msfc.nasa.gov/batse/grb/duration/">http://www.batse.msfc.nasa.gov/batse/grb/duration/</a>	27
3.7. Gráfica obtenida a partir de los resultados obtenidos por el BATSE, con cuentas en un rango de (100-300kev), a un rango de (50-100Kev) donde se muestra la dureza de los espectros. El cuál, es una muestra de la forma del espectro: valores grandes corresponden a espectros con mayor dureza. <a href="http://www.batse.msfc.nasa.gov/batse/">http://www.batse.msfc.nasa.gov/batse/</a>	27
3.8. Afterglow temprano, observado en rayos gamma, rayos x y visible.	28
3.9. Ejemplos de afterglows en rayos x, de larga y corta duración, obtenidos mediante el satélite swift [3] . . . . .	29
3.10. Escenarios posibles para la formación de SGRB's [7] . . . . .	31
3.11. Ejemplos de galaxias huéspedes de rayos gamma de larga y corta duración; parte superior e inferior respectivamente, fotografiadas por el satélite <i>Hubble</i> [3] . . . . .	31

3.12. Propagación de un jet al interior de una bola de fuego, ocasionando ondas de choque [19] . . . . .	32
3.13. Modelo de la bola de fuego detallando cada uno de los pasos en la formación de los GRBs y las ondas de choque . . . . .	34
3.14. Progenitores de GRBs . . . . .	37
5.1. Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro, contra el tiempo, considerando un parámetro $\alpha$ de 0.001. . . . .	61
5.2. Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro, contra el tiempo, considerando un parámetro $\alpha$ de 0.01. . . . .	62
5.3. Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro contra el tiempo, considerando un parámetro $\alpha$ de 0.1. . . . .	62
5.4. Gráfica comparativa de la acreción total del disco, con respecto al tiempo para tres distintas alphas: $\alpha=0.1$ , $\alpha=0.01$ y $\alpha=0.001$ . . . . .	63
5.5. Gráfica comparativa de la luminosidad vs tiempo, para tres distintas alphas: $\alpha=0.1$ , $\alpha=0.01$ y $\alpha=0.001$ . . . . .	64
5.6. Gráfica comparativa de la masa del agujero negro con respecto al tiempo, utilizando un $\alpha$ de 0.1. En este caso, se contempla un parámetro de retroalimentación. . . . .	65
5.7. Gráfica comparativa de la masa del agujero negro con respecto al tiempo, utilizando un $\alpha$ de 0.01. En este caso, se contempla un parámetro de retroalimentación. . . . .	66
5.8. Gráfica comparativa de la masa del agujero negro con respecto al tiempo, utilizando un $\alpha$ de 0.001. En este caso, se contempla un parámetro de retroalimentación. . . . .	66
5.9. Gráfica comparativa de la pérdida de masa del disco de acreción, con respecto al tiempo, para $\alpha=0.1$ , $\alpha=0.01$ y $\alpha=0.001$ considerando un caso donde no existe retroalimentación (feedback) de material. . . . .	67
5.10. Gráfica comparativa de la pérdida de masa del disco de acreción contra el tiempo, para tres distintas $\alpha_s$ $\alpha=0.1$ , $\alpha=0.01$ , $\alpha=0.001$ , considerando un parámetro de retroalimentación. . . . .	68
5.11. Gráfica comparativa de la acreción global del disco con respecto al tiempo, para tres distintas $\alpha_s$ $\alpha=0.1$ , $\alpha=0.01$ , $\alpha=0.001$ , sin considerar un parámetro de retroalimentación. . . . .	69
5.12. Gráfica comparativa de la luminosidad total vs tiempo para tres $\alpha_s$ distintas $\alpha$ de 0.001, $\alpha=0.01$ , $\alpha=0.1$ considerando un parámetro de retroalimentación. . . . .	69
5.13. Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro vs tiempo para tres $\alpha_s$ distintas $\alpha=0.001$ , $\alpha=0.01$ , $\alpha=0.1$ considerando una perturbación. . . . .	70
5.14. Gráfica correspondiente a la tasa de material acretado a lo largo del tiempo, para tres distintas $\alpha_s$ : $\alpha=0.1$ , $\alpha=0.01$ y $\alpha=0.001$ , considerando una perturbación. . . . .	71
5.15. Gráfica comparativa de la luminosidad total vs tiempo para tres $\alpha_s$ distintas $\alpha$ de 0.001, $\alpha=0.01$ , $\alpha=0.1$ considerando una perturbación. . . . .	72
5.16. Gráfica correspondiente a la pérdida de masa del disco de acreción, con respecto al tiempo para tres distintas $\alpha_s$ : $\alpha=0.1$ , $\alpha=0.01$ y $\alpha=0.001$ , considerando una perturbación. . . . .	72

5.17. Gráfica correspondiente a la tasa de acreción, con respecto al tiempo para un $\alpha = 0.1$ considerando una perturbación. . . . .	73
5.18. Gráfica correspondiente a la tasa de acreción, con respecto al tiempo para un $\alpha = 0.01$ considerando una perturbación. . . . .	73
5.19. Gráfica correspondiente a la tasa de acreción, con respecto al tiempo para un $\alpha = 0.001$ considerando una perturbación. . . . .	74
5.20. Gráfica correspondiente a la integral de la tasa de acreción, con respecto al tiempo para tres distintas $\alpha_s$ : $\alpha = 0.1$ , $\alpha = 0.01$ y $\alpha = 0.001$ , considerando una perturbación. . . . .	74
5.21. Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro con respecto al tiempo, para un $\alpha$ de 0.01 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación. . . . .	75
5.22. Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro con respecto al tiempo, para un $\alpha$ de 0.001 en tres distintos casos: Caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación. . . . .	76
5.23. Gráfica comparativa de la pérdida de masa del disco de acreción con respecto al tiempo, para un $\alpha$ de 0.001 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación. . . . .	76
5.24. Gráfica comparativa de la pérdida de masa del disco de acreción con respecto al tiempo, para un $\alpha$ de 0.01 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación. . . . .	77
5.25. Gráfica comparativa de tasa de acreción global del disco de con respecto al tiempo, para un $\alpha$ de 0.001 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación. . . . .	77
5.26. Gráfica comparativa de la pérdida de masa del disco de acreción con respecto al tiempo, para tres $\alpha_s$ distintas $\alpha$ de 0.001, $\alpha$ 0.01, $\alpha$ 0.1 en tres distintos casos: Caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación. . . . .	78
5.27. Gráfica comparativa de tasa de ganancia de masa del BH con respecto al tiempo, para un $\alpha$ de 0.1 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación. . . . .	78
5.28. Gráfica comparativa de la masa del disco de acreción con respecto al tiempo, para un $\alpha$ de 0.001 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación. . . . .	79
5.29. Gráfica comparativa de luminosidad con respecto al tiempo para un $\alpha$ de 0.1 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y Caso 3, integrando una perturbación. . . . .	79
5.30. Gráfica comparativa de luminosidad con respecto al tiempo para un $\alpha$ de 0.01 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación. . . . .	80

- 5.31. Gráfica comparativa de la luminosidad total del disco de acreción con respecto al tiempo, para un  $\alpha$  de 0.001 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación. . . . . 80
- 5.32. Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro vs tiempo para tres  $\alpha_s$  distintas  $\alpha$  de 0.001,  $\alpha= 0.01$ ,  $\alpha= 0.1$  considerando un parámetro de retroalimentación. . . . . 81
- 5.33. Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro vs tiempo para tres  $\alpha_s$  distintas  $\alpha$  de 0.001,  $\alpha= 0.01$ ,  $\alpha= 0.1$  sin un parámetro retroalimentación. . . . . 81

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

La astrofísica es el área de la física, que se dedica al estudio de los astros y el universo. Conjuntando las herramientas matemáticas y físicas, necesarias para comprender tan complicado tema. Dentro de ésta rama, podemos encontrar diversas áreas: Medio interestelar, astrofísica extragaláctica y cosmología, astrofísica teórica entre otras.

En el caso particular de ésta tesis, nos enfocaremos en el área de la astrofísica de las altas energías denominada así, ya que se estudia en las bandas más energéticas del espectro electromagnético: Los rayos X suaves y duros y la radiación gamma. Estas energías, se alcanzan dentro de objetos astronómicos denominados como compactos, en los cuales destacan: las estrellas de neutrones, las enanas blancas y los agujeros negros. Estos últimos los observamos debido a su disco de acreción, el cuál es un espacio tridimensional, que se encuentra circundando al agujero negro y donde se encuentra material, principalmente conformado de gas, polvo y partículas elementales como electrones y protones. Al interior de este gas, ocurren procesos sumamente interesantes, los cuáles son estudiados mediante ecuaciones hidrodinámicas, ya que el gas es considerado como un fluido. Igualmente, se ven involucradas diversas fuerzas y variables muy importantes, como la viscosidad; la cuál juega un rol muy importante y aún no se entiende del todo.

Los discos de acreción, son fundamentales para el estudio de los agujeros negros, ya que gracias a ellos es que podemos observarlos e identificar su existencia. Dentro del disco de acreción encontramos diversos anillos u órbitas, en donde se encuentra el material. La última órbita donde podemos encontrar material, que no ha caído al agujero negro y que continua formando parte del disco de acreción, se le denominará como órbita estable. Superando esta barrera, el material cruzará el horizonte de eventos y caerá al agujero negro. Dentro de la última órbita, el material tendrá tres posibilidades: La primera: Caerá al interior y del agujero y todo el material será absorbido y pasará a formar parte del agujero; La segunda, el material que conformaba al disco, será radiado, y se alejará del sistema agujero/disco, pasando a formar parte del medio interestelar; o la última, que continúa el mismo proceso que la segunda, en la cuál el material que interacciona con el disco de acreción es radiado, pero en esta ocasión parte del material regresa a formar parte del disco de acreción y parte es dispersado

hacia el universo.

El último de los casos es el que estudiamos a lo largo de ésta tesis, ya que, el material que regresa al disco de acreción, genera perturbaciones al mismo. Y son ellas, el objeto de estudio en éste trabajo. Una perturbación se puede presentar, al modificar el comportamiento dinámico del gas al interior del disco, la temperatura del mismo o inclusive su composición. Aquí, nos enfocamos en el primer tipo de perturbación, la dinámica, misma que ocasiona cambios en la evolución temporal del disco. Para observar lo antes mencionado, se utilizó un código numérico, el cuál simula un disco de acreción alrededor de un agujero negro de masa intermedia ( $2M_{\odot}$ ) y se realizaron gráficas comparativas, tomando en consideración distintas variables, como la tasa de acreción, la luminosidad del disco y la masa del disco y del agujero. Todo lo anterior, contemplando una variación temporal.

Este trabajo, incluye 6 capítulos. Los cuáles contemplan información relevante para el estudio de esta tesis:

## **CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN**

Este capítulo, es en el que nos encontramos actualmente, en el presente un esboce general del trabajo elaborado, así como una guía del mismo. Incluyo, la justificación para haberlo realizado y los resultados más relevantes que se encontraron.

## **CAPITULO 2: ACRECIÓN**

A lo largo de éste capítulo, presento los conceptos más importantes dentro del estudio de la acreción. Aquí, se incluyen, las ecuaciones de conservación, fundamentales para el estudio de los fluidos. Además de otras ecuaciones y conceptos básicos, para el mejor entendimiento de este trabajo. Igualmente, se incluye una pequeña sección donde se aborda el tema de los objetos compactos, y se explica brevemente el estudio de los agujeros negros. La idea, es que el lector se familiarice con estos conceptos, antes de estudiarlos directamente.

## **CAPITULO 3: Destellos de rayos Gamma (GRBs)**

Los destellos de rayos gamma, o GRBs, son los pulsos más luminosos que se conocen hasta ahora en el universo. y se encuentran íntimamente ligados a los discos de acreción y a los objetos compactos. Sin la presencia de un disco, no podríamos observar los destellos. Actualmente, sabemos eso y mucho más, sin embargo aun queda mucho por estudiar dentro de esta área de la astrofísica de altas energías, y es pieza clave para comprender sucesos que de igual manera se presentan en otras zonas o frecuencias del universo. A lo largo de este capítulo, presento la información más actual que se tiene acerca de éste tema, y justifico la importancia de considerarlos en el estudio de los discos de acreción. Sin embargo, y aunque es mucha su importancia, dentro de éste trabajo no se realiza

ninguna simulación u observación de los GRBs.

#### **CAPITULO 4: Modelo SPH**

Como mencioné previamente, el trabajo primordial de esta tesis, se llevó a cabo mediante el uso de un código numérico, el cual a su vez utiliza como base, el método de suavizado de partículas, o smooth particle hydrodynamics (SPH). Dicho método es lagrangiano, es decir que nos permite estudiar a las partículas, de manera individual, en lugar de considerarlas como un único fluido. Esto es de suma importancia dentro del estudio de los discos de acreción, ya que nos facilita el estudio de las partículas al interior del mismo, pudiendo observar cambios significativos en ellas, de acuerdo a su ubicación en el disco. Igualmente, al observarlas a lo largo del tiempo, podemos notar sus alteraciones, y los efectos que causan las perturbaciones dentro de ellas. Dentro de éste capítulo, se explica todo lo relacionado al método empleado, haciendo énfasis en las ecuaciones y el razonamiento empleados en el mismo.

#### **CAPITULO 5: DESARROLLO**

La parte medular de este trabajo, son sin lugar a duda, los resultados obtenidos. Dentro de éste capítulo, se presenta a detalle una explicación del trabajo realizado dentro de las simulaciones numéricas, así como los resultados obtenidos de acuerdo a las suposiciones realizadas en cada caso. Dentro de esta sección, encontraremos tres distintos casos, que nos muestran el diversas condiciones del disco de acreción: Un disco de acreción sin perturbaciones de ningún tipo, y considerando condiciones iniciales invariantes. Un disco de acreción, considerando un factor de retroalimentación, y un disco de acreción que contempla cambios de amplitud y de frecuencia, y donde se aprecian cambios en su evolución temporal, debidos a retroalimentación de material. Para cada uno de los casos anteriormente mencionados, se contemplan distintos parámetros de la viscosidad, los cuales afectan significativamente el comportamiento del disco. De acuerdo a los resultados, podemos ver que una viscosidad muy elevada, en combinación con una alta retroalimentación, nos genera perturbaciones elevadas dentro de nuestro sistema, y una disrupción del disco. Mientras que una viscosidad baja, permite al sistema agujero/disco, continuar con su evolución temporal prácticamente invariante.

#### **CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES**

Luego de realizar un estudio detallado de las perturbaciones de los discos de acreción, alrededor de un agujero negro, y de estudiarlo para distintos casos. Podemos concluir, que el hecho de que exista una retroalimentación del material eyectado por el agujero negro, genera grandes variaciones en la evolución temporal y espacial, del sistema: Agujero/Disco. Siendo, el más significativo, el que va en conjunto con una viscosidad elevada.



# Capítulo 2

## Discos de acreción

### 2.1. Introducción

La Acreción es uno de los fenómenos más estudiados y de mayor importancia en la astrofísica actual; y es uno de los procesos más eficientes para convertir materia en reposo en radiación [14] que se encuentra presente tanto en procesos de formación estelar como en los procesos más energéticos del universo; y podemos encontrarla en sus diferentes facetas. Siendo la que emplearemos para esta tesis: Los discos de acrecimiento o acreción.

Un disco de acreción se puede formar de maneras muy diversas. El caso que consideramos a lo largo de esta tesis, se forma a partir de un sistema binario, en el que se tiene una estrella masiva y un objeto compacto, que puede ser una estrella de neutrones, una enana blanca o un agujero negro. Este último es en el que nos enfocaremos. En este sistema, existe un flujo de material, que va de la estrella masiva al objeto compacto, el cuál orbita al agujero negro debido a conservación de momento angular. Esto, es lo que nos da lugar al disco de acrecimiento o acreción.

En éste sistema, se encuentran involucrados varios mecanismo de transporte, además de las leyes de conservación de momento y energía. Para entender lo que ocurre al interior del mismo, es fundamental comprender y emplear la hidrodinámica y sus leyes, ya que el material que se encuentra en el disco de acreción se comporta como un fluido y orbita el agujero negro con velocidades diferenciales, mientras mas cerca del interior del disco mayor será la velocidad y análogamente, mientras más alejados la velocidad será menor.

A lo largo de éste capítulo, se presentan las ecuaciones fundamentales de la hidrodinámica, en sus diferentes sistemas de referencia. Además, de ampliar el concepto de disco de acreción, y su íntima relación con los objetos compactos. Finalmente, y debido a las condiciones tan extremas que se presentan en este tipo de sistemas, hablaremos del enfriamiento por neutrinos, mecanismo mediante el cuál el disco de acreción libera energía y disminuye su temperatura.

### Conceptos Fundamentales

Para comprender el proceso de formación de un hoyo negro y su interacción con un disco de acreción, es necesario comprender algunos conceptos básicos, los cuales abordaremos a continuación:

**Límite de Eddington** El límite de Eddington, en ocasiones también denominado como la Luminosidad de Eddington. Representa el límite físico en el cual una estrella puede mantener un equilibrio entre la presión de radiación y la fuerza gravitacional, teniendo una luminosidad máxima.

Supongamos que nos encontramos frente a una estrella que presenta acreción simétrica, donde el material acretado será primordialmente hidrógeno completamente ionizado. Bajo estas circunstancias, la radiación ejercerá una fuerza primordial sobre los electrones libres, por medio de la dispersión de Thomson. La cual nos dice que cuando una onda electromagnética incide sobre una partícula cargada, sus campos eléctrico y magnético ejercen una fuerza de Lorentz sobre la partícula, causándole una aceleración. A su vez, estos electrones, se encontrarán ligados a protones. Los cuales tendrán un momento  $P$ . Por lo tanto, tendremos un sistema formado por un fotón, el cual depositará un momento promedio al electrón, por medio de una colisión.

La energía de un fotón típico es  $pc$ , y si todos los fotones se mueven radialmente, el número de fotones por unidad de tiempo y de radio  $r$  vendrá dada por:

$$s = \frac{L_x}{4\pi r^2 pc}. \quad (2.1)$$

Con lo que la fuerza neta de los pares protón-electrón vendrá dada por:

$$GMm_p = \frac{L_x \sigma_T}{4\pi c} * \frac{1}{r^2}. \quad (2.2)$$

Considerando el punto donde la expresión se iguala a cero, se obtiene una luminosidad crítica denominada Luminosidad de Eddington:

$$L_{Edd} = \frac{4\pi GMcm_p}{\sigma_T} = 1,3 \times 10^{38} * \left( \frac{M}{M_\odot} \right) ergs^{-1}. \quad (2.3)$$

En esta situación, se considera una acreción cuasi esférica, en donde la presión de radiación entra en balance con la fuerza gravitacional. Si escribimos esto, en términos de la energía potencial gravitacional liberada tendremos que

$$\Delta E_{ac} = \frac{GMm}{R}. \quad (2.4)$$

Donde claramente se aprecia una relación directa entre la energía liberada o eficiencia y la masa del objeto; A mayor  $\dot{M}$  mayor será la energía.

En el caso de objetos que presentan acreción, El límite de Eddington, implicara un límite en la tasa de acreción:

$$\dot{M}(gs^{-1}). \quad (2.5)$$

Si toda la energía cinética del material acretado en la superficie viene dado por radiación, la luminosidad de acreción será:

$$L_{acc} = \frac{GM\dot{M}}{R_*}, \quad (2.6)$$

y considerando que  $L_{Edd} = L_{acc} = \frac{GM\dot{M}}{R}$  tenemos que

$$\dot{M} = 10^{18} \left( \frac{R_*}{10km} \right) kgs^{-1} = 1,5 \times 10^{-8} \left( \frac{R_*}{10km} \right) M_{\odot} yr^{-1}. \quad (2.7)$$

donde  $R_*$  es el radio del objeto compacto. Esto aplica únicamente, para una configuración cuasi esférica y un estado constante.

En el caso en que el agente de enfriamiento de nuestro objeto, se de mediante neutrinos y no vía ondas electromagnéticas (fotones), el valor asociado al límite de Eddington se ve modificado. Si este caso ocurre, tendremos una sección de interacción muchos ordenes de magnitud más pequeña, y por consiguiente la tasa de luminosidad y de acreción, se elevará considerablemente

$$L_{Edd,\nu} = 8 \times 10^{53}, \left( \frac{E_{\nu}}{50MeV} \right)^{-2} (M/M_{\odot}) ergs^{-1}. \quad (2.8)$$

Con una tasa de acreción asociada, y asumiendo eficiencia unitaria para convertir la masa en la energía de los neutrinos tenemos que

$$\dot{M}E_{dd,\nu} = 0,4 \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right) \left( \frac{E_{\nu}}{50MeV} \right)^{-2} M_{\odot} s^{-1}. \quad (2.9)$$

Bajo estas consideraciones, el tiempo que le tomará al objeto radiar toda su energía en reposo es un tiempo de Eddington, independiente, dado por

$$t_{Edd,\nu} = \frac{M}{\dot{M}_{Edd,\nu}} \sim 2,5 \left( \frac{E_\nu}{50 \text{ MeV}} \right)^2 s. \quad (2.10)$$

Analizando los valores obtenidos previamente, podemos definir, que cuando se acreta masa al interior de un objeto compacto, como lo es un agujero negro (BH) o una estrella de neutrones (NS), las densidades y las temperaturas tienen valores tan elevados ( $\rho \simeq 10^{11} \text{ gcm}^{-3}$ ,  $T \simeq 10^{11} \text{ K}$ ) que: 1. Los fotones quedan totalmente atrapados y 2. Los neutrinos son emitidos en enormes cantidades, funcionando como las partículas enfriadoras primordiales de nuestro sistema, ya que son las únicas partículas que logran escapar prácticamente sin sufrir ninguna interacción. Este último caso es el que aplicará de ahora en adelante para nuestro trabajo. Y, al final de éste capítulo ahondaremos en el.

### Ecuaciones de dinámica de gases

Cuando hablamos de un flujo dinámico de gases, no podemos dejar de considerar las ecuaciones de la hidrodinámica, las cuáles se describen mediante tres diferentes ecuaciones de conservación: La ecuación de continuidad, la ecuación de momento y la ecuación de energía. Estas, en conjunto con una ecuación de estado y estableciendo las condiciones a la frontera adecuadas, describen de manera adecuada un fluido

A continuación presentare las diferentes formas en que podemos expresar las tres ecuaciones:

La forma más sencilla de considerar estas ecuaciones, es considerando un sistema de ecuaciones cartesiano en tres dimensiones. Así, empleando la notación de Einstein y tomando en consideración el sistema cartesiano, nuestras ecuaciones toman la siguiente forma:

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0. \quad (2.11)$$

Ecuación de momento

$$\frac{\partial \rho u_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j + P \delta_{ij}) = f_i. \quad (2.12)$$

Ecuación de energía

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} [u_i (E + P)] = G - L + f_i u_i. \quad (2.13)$$

donde  $E = \frac{u_i u_i}{2} + \frac{P}{\gamma-1}$

En estas ecuaciones,  $i,j=1,2,3$  representan las tres coordenadas de un sistema de referencia cartesiano.  $G-L$  es la pérdida o ganancia de energía por unidad de volumen, debida a la emisión o absorción de la radiación.

Si escribimos estas ecuaciones en notación vectorial o tensorial, definiendo a  $v$  como el campo de velocidades,  $\rho$  como la densidad y  $T$  la temperatura, todos definidos como funciones de posición  $r$  y tiempo  $t$ , tenemos que:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0. \quad (2.14)$$

Dentro de un gas, existen movimientos térmicos ocasionados por las partículas contenidas al interior del mismo, lo cuál genera una presión  $P$  para cada punto. Esta presión puede relacionarse con la temperatura mediante una ecuación de estado, que para el caso de los gases astro-físicos, primordial mente degenerados. Se define como una ecuación de gas ideal:

$$P = \frac{\rho K T}{\mu m_H}. \quad (2.15)$$

En este caso,  $m_h \sim m_p$  es la masa del átomo de hidrógeno, y  $\mu$  es el peso molecular promedio

Para el caso de la ecuación de conservación de momento para cada elemento de gas, tendremos presentes gradientes de presión, los cuáles implican la presencia de fuerzas, que actúan en paralelo a la transferencia de momento.

Ecuación de Momento

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \times \nabla v = - \nabla P + f. \quad (2.16)$$

Esta ecuación tiene la forma de (densidad de masa) x (aceleración) = (densidad de fuerza) y es una expresión de la segunda ley de Newton para un fluido continuo. El término  $\rho v \times \nabla v$  representa la convección del momento a través del fluido por medio de gradientes de velocidad. Este término representa que podemos tener un flujo constante. Por otro lado, el término  $f$  indica la presencia de una fuerza externa, que en el caso de discos de acreción viene dado por la viscosidad, la cuál implica transferencia de momento por medio de gradientes de velocidad por movimientos aleatorios al interior del gas, especialmente movimientos turbulentos y movimientos térmicos.

Por último, tenemos la ecuación de conservación de energía. La cual es la más complicada de las tres, ya que debemos considerar tanto la energía cinética

como la energía interna del gas, la cual a su vez depende de la temperatura  $T$ . Suponiendo que tenemos un gas monoatómico, y de acuerdo al teorema de equipartición de la energía, sus grados de libertad estarán dados como:

$$\epsilon = \frac{\frac{3}{2}KT}{\mu M_H}. \quad (2.17)$$

La cuál, es una buena aproximación para los gases cósmicos.

Considerando lo anterior, la ecuación para la energía nos queda como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \epsilon \right) + \nabla \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho \epsilon + P \right) v \right] = f \cdot v - \nabla \cdot F_{rad} - \nabla \cdot q. \quad (2.18)$$

El lado izquierdo, representa una similitud con la ecuación de continuidad pero integra el trabajo, el cual se encuentre entre paréntesis cuadrados. Por otro lado, del lado derecho tenemos el flujo radiativo  $F_{rad} = \int dv \int d\Omega n I_v(n, r)$ , donde  $I_v$  es la intensidad específica de radiación en el punto  $r$ , dirección  $n$ , y las integrales se realizan sobre frecuencia y ángulo sólido.  $-\nabla \cdot F_{rad}$  nos da la tasa en la cual, la energía de radiación, es perdida por emisión, o ganada por absorción, por unidad de volumen. Por último, el término  $q$ , nos representa el flujo conductivo del calor.

Si ahora, escribimos nuestras tres ecuaciones, en una descripción Lagrangiana, es decir, considerando que la parcela de fluido se mueve y cambia de forma, dependiendo de los movimientos propios del fluido. y suponemos un flujo adiabático tendremos que:

Ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot (\rho v) = 0. \quad (2.19)$$

Ecuación de momento (En términos de la segunda ley de Newton):

$$\rho (v \cdot \nabla) v = -\nabla P + f. \quad (2.20)$$

Ecuación de energía:

$$\nabla \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \epsilon + \frac{P}{\rho} \right) \right] = f \cdot v. \quad (2.21)$$

Donde  $\epsilon = \frac{P}{\gamma-1} \rho$  es la energía térmica por unidad de masa del gas.

Estas tres últimas ecuaciones, representan la base para el trabajo aquí desarrollado, y son las que emplearemos de aquí en adelante, para trabajar con flujos.

**Parámetro  $\alpha$**  Cuando estudiamos un disco de acreción, debemos estudiar también todos los fenómenos que en él ocurren, y los diversos parámetros que están involucrados en su desarrollo. Siendo uno de los más importantes, la viscosidad

En 1967, los astrónomos Shakura y Sunyaev [17] propusieron, que la viscosidad al interior de los discos, podía estar generada por la turbulencia. Con esta idea, propusieron el coeficiente de viscosidad turbulenta:

$$\nu = \alpha H_p c_s. \quad (2.22)$$

donde  $H_p$  es la escala de altura de la presión térmica del disco,  $c_s$  representa la velocidad del sonido y  $\alpha$  es un parámetro libre conforme al cual se resuelven las ecuaciones de estructura del disco. Éste parámetro únicamente tiene la restricción de que  $\alpha \leq 1$  pero  $\geq 0$  y será uno de los más importantes para el código que empleamos en este estudio.

Éste parámetro, en combinación con las ecuaciones de equilibrio hidrodinámico, nos dan las condiciones necesarias para estudiar los discos de acreción. Sin embargo, dentro de la teoría de los discos la viscosidad aún sigue incomprendida. Sabemos, que se encuentra presente, y que influye en el comportamiento de nuestro disco, pero no conocemos la fuente que lo origina. Algunas teorías, mencionan que las fuerzas de campo magnético generan parte de esta viscosidad así como efectos de turbulencia generados por el flujo dinámico del gas pero no podemos tener la certeza de que esto es correcto. [2]

El parámetro  $\alpha$  de Shakura-Sunyaev, en combinación con una relación de turbulencia viscosa, basada en consideraciones dinámicas, nos ayudan a comprender esta importante variable.

Si tenemos un movimiento turbulento, estará presente un coeficiente dinámico de viscosidad  $\eta$  dado por:

$$\eta = \rho v_{turb} l_{turb}. \quad (2.23)$$

Donde  $v_{turb}$  es la velocidad de celdas turbulentas, relativas al movimiento promedio del gas, y  $l_{turb}$  es el tamaño de las celdas turbulentas. El tamaño de las celdas está limitado por la altura del disco, por lo que  $l_{turb} \leq h$ . Usando la ecuación (2.3) y considerando al tensor de esfuerzos para un disco kepleriano:

$$t_{r\phi} = -\frac{3}{2}\eta\Omega = -\frac{3}{2}\eta \left( \frac{GM}{r^3} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.24)$$

tenemos que:

$$f_\phi = -t_{\phi r} \leq (\rho c_s h)\Omega \approx \rho(c_s)^2 \approx P. \quad (2.25)$$

En donde  $\omega$  representa la velocidad angular,  $t_{\phi r}$  son los ejes preferenciales de

movimiento y  $f\phi$  representa la fuerza. En esta ecuación, introducimos el parámetro  $\alpha$ , que nos representa la viscosidad, y que continúa limitado a:

$$\alpha \preceq 1. \quad (2.26)$$

Todos los modelos que cumplan las ecuaciones anteriores, los denominaremos como Discos- $\alpha$ . Dichos modelos dejan  $\alpha$  como un parámetro libre y constante en las ecuaciones de estructura de disco.

## 2.2. Discos de acreción

Como mencionamos al inicio, un disco de acreción, se forma a partir de la explosión de una estrella masiva, cuando parte de este material queda circundante al objeto compacto remanente, siendo uno de los principales componentes, el gas. Éste, contiene momento angular, el cuál hace que quede orbitando y que no caiga directamente al agujero. A lo largo de los discos también se encuentran presentes fuerzas muy importantes que permiten la acreción: La fricción y la generada por el campo magnético, el cuál también transforma parte de la energía del potencial gravitacional del gas acretado, en calor.

Los discos de acreción se clasifican de dos maneras diferentes: Discos gruesos y discos delgados. Para el caso general de éste estudio, consideramos un disco delgado, con simetría azimutal y en coordenadas cilíndricas  $(R, \phi, z)$ . A continuación hablaremos un poco más detalladamente de las características y ventajas o desventajas de emplear cada modelo.

### Discos delgados (thin disks)

Cuando Shakura y Sunyaev propusieron el parámetro de viscosidad, también propusieron otras consideraciones que deberían tener los discos, siendo la principal, el tener un disco delgado.

Estos discos son fáciles de estudiar, ya que se les puede medir fácilmente su altura  $H$ , la cuál resulta mucho menor que el disco de radio  $R$ . Además, tienen como una de sus características primordiales que podemos estudiarlos resumiéndonos a la componente en la dirección  $Z$ . Cualquier disco que presente ésta característica, debe tener una presión finita, lo que ocasionará que su grosos también sea finito.

Consideremos que tenemos un disco con masa y autogravedad despreciables. En éste caso, su presión, debe estar balanceada con el gradiente vertical del potencial gravitacional del objeto central masivo. Bajo este esquema, la ecuación de equilibrio Hidrostático en la dirección  $Z$ , tomará la forma:

$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial z} \right)_r = - \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)_r = - \frac{d\Phi}{dR} \left( \frac{\partial R}{\partial z} \right)_r = - \frac{d\Phi}{dR} \left( \frac{z}{R} \right). \quad (2.27)$$

Esta es la componente Z de la ecuación de Euler:

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right) + \rho v \cdot \nabla_v = -\nabla P + f, \quad (2.28)$$

negando todos los términos de la velocidad.

Para el caso de un disco delgado, donde  $Z \ll R$  se transforma en:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{GM_z}{R^3}. \quad (2.29)$$

Donde, considerando que  $P \sim \rho(c_s)^2$ , donde  $c_s$  es la velocidad del sonido, encontramos la altura H del disco:

$$H \cong c_s \left( \frac{R}{GM} \right)^{\frac{1}{2}} * R. \quad (2.30)$$

Con lo anterior, estamos solicitando que

$$c_s \ll \left( \frac{GM}{R} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.31)$$

es decir, que la velocidad presente en un disco delgado y kepleriano, debe ser altamente supersónica. A su vez, esto establece una condición para la temperatura del disco, y por lo tanto para el mecanismo de enfriamiento que se debe generar. El cual como he mencionado anteriormente, se presentará en forma de neutrinos, juntando las 2 ecuaciones anteriores, imponemos que

$$H/r = cs/\omega k \ll 1 \quad (2.32)$$

es decir que  $H \approx \frac{c_s}{\Omega_k}$  donde  $\Omega_k = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$  lo cual nos limita las condiciones del disco.

En un disco delgado, la mayor parte del material eventualmente cae al agujero negro. Pero antes de que eso ocurra, estará circundando al objeto compacto. Considerando que tenemos un disco de acreción con coordenadas cilíndricas, tendremos, que la materia se encontrará muy cercana al plano  $z=0$ . Si ahora asumimos que la velocidad se mueve en órbitas circulares, alrededor de nuestra fuente, que tiene una masa  $M = M_1 M_\odot$  y un radio  $R^*$ , conservando una velocidad angular  $\Omega$ . Tendremos que la velocidad angular tendrá un valor kepleriano definido como:

$$\Omega = \Omega_k(R) = \left( \frac{GM}{R^3} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.33)$$

Con lo que la velocidad circular con la que el material orbitará el objeto vendrá dada por

$$v_\phi = R\Omega_k(R). \quad (2.34)$$

Además de  $v_\phi$ , se asume que el gas posee una componente radial, la cuál es negativa al acercarse al objeto central. Esto, nos indica que la materia esta siendo acretada.

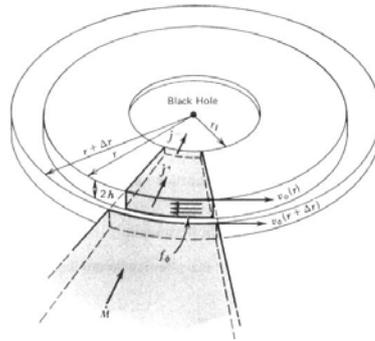


Figura 2.1: Diagrama representativo de una rebanada de un disco de acreción delgado, alrededor de un agujero negro central.

## Objetos compactos

Denominaremos como objeto compacto a todo aquel cuerpo astrofísico, resultante de la muerte de una estrella, la cual dependiendo el caso es una estrella masiva o una de masa intermedia. Clasificándose en tres diferentes objetos: Las estrellas de neutrones, las Enanas blancas y los Agujeros negros. Siendo estos últimos los objetos de nuestra atención.

Una de las principales características de los objetos compactos, es que estos ya no producen reacciones nucleares en su interior; Y tampoco pueden contrarrestar la presión gravitacional, por la generación de presión térmica. Las enanas blancas, son sostenidas por la presión de degeneración de los electrones, mientras que las estrellas de neutrones, son sostenidas por la presión de degeneración de los neutrones [18]. Por otro lado, los agujeros negros son estrellas completamente colapsadas, que no encontraron los medios suficientes para contrarrestar la fuerza gravitacional y acabaron colapsando hacia una singularidad. Otra de las características que distingue a los objetos compactos, es que presentan una masa muy pequeña, en comparación con otros objetos astrofísicos, como sus progenitoras: las estrellas. A continuación veremos una tabla que nos muestra las escalas representativas de los objetos compactos:

objeto	Masa (M)	Radio (R)	Densidad media ( $gcm^{-1}$ )	potencial de superficie ( $\frac{GM}{Rc^2}$ )
Sol	$M_{\odot} = 1,989 \times 10^{30} kg$	$R_{\odot} = 6,9599 \times 10^6 m$	1	$10^{-6}$
Enana blanca	$\leq M_{\odot}$	$\sim 10^{-2} R_{\odot}$	$\leq 10^7$	$\sim 10^{-4}$
Estrella de neutrones	$1 - 3M_{\odot}$	$\sim 10^{-3} R_{\odot}$	$\leq 10^{15}$	$\sim 10^{-1}$
Agujero negro	Arbitraria	$\frac{2GM}{c^2}$	$\sim \frac{M}{R^3}$	$\sim 1$

Cuadro 2.1: Características principales de los objetos compactos, mostrando masa(m), radio(r), densidad promedio ( $gm\ cm^{-3}$ ) y potencial de superficie ( $\frac{GM}{Rc^2}$ ) [18]

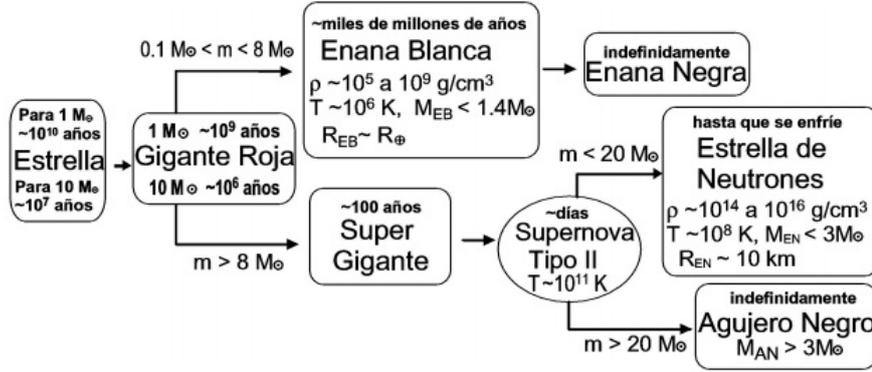


Figura 2.2: Diagrama representativo de la evolución estelar. [15]

### Enanas blancas

Las enanas blancas representan el primer miembro de los objetos compactos y el que requiere de una menor energía para ser formado. Estos objetos, tienen una masa de aproximadamente  $1M_{\odot}$ , y un radio característico de 5000km y una densidad promedio de aproximadamente  $10^6 g\ cm^{-3}$  [18] c.3, [5]

Las enanas blancas, se forman a partir de la muerte de una estrella de masa intermedia, como nuestro sol. El cuál, en la fase final de su evolución como una gigante roja agota el combustible necesario para continuar generando reacciones de fusión nuclear. Lo cuál desemboca en una serie de reacciones desencadenadas en las cuáles, se pierde el equilibrio hidrostático, y la presión gravitacional gana a la presión de radiación de la estrella, dando lugar a su muerte. De este proceso, una gran parte de las capas externas de la estrella, y de su material es eyectado y queda en forma de nebulosas planetarias, las cuáles conservan en su interior una enana blanca, que no es más que el núcleo de la estrella original.

Las enanas blancas, presentan una fuerza generada por electrones degenerados, la cuál las mantiene sostenidas de la fuerza de gravedad. Esta es la única capaz de hacerlo ya que llegando a este estado, no generan reacciones nucleares. Su comportamiento, se puede estudiar mediante la estadística de Fermi-Dirac, gracias a la cuál tenemos información de la degeneración de electrones. Las enanas blancas presentan una masa límite de  $1,4M_{\odot}$ , esté límite se le conoce como límite de Chandrasekhar (1934) y se define como:

$$M_{lim} = \frac{w_3 \sqrt{3\pi}}{2} \left( \frac{\hbar c}{G} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{(\nu_e m_h)^2}. \quad (2.35)$$

Donde  $\hbar$  es la constante de planck,  $G$  la constante gravitacional,  $c$  la velocidad de la luz,  $\nu_e$  el peso molecular promedio por electrón, el cuál depende de la estrella inicial,  $m_h$  es la masa del átomo de hidrógeno, y  $w_3 \approx 2.018236$  es una constante asociada a la solución de la ecuación de Lane-Emden. La cuál, es una forma dimensional de la ecuación de Poisson para un potencial newtoniano autogravitante, esféricamente simétrico y que define un fluido politrópico.

Cuando una enana blanca supera el límite de Chandrasekhar, genera un colapso gravitatorio, el cuál la llevará a formar el segundo de nuestros objetos compactos: La estrella de neutrones.

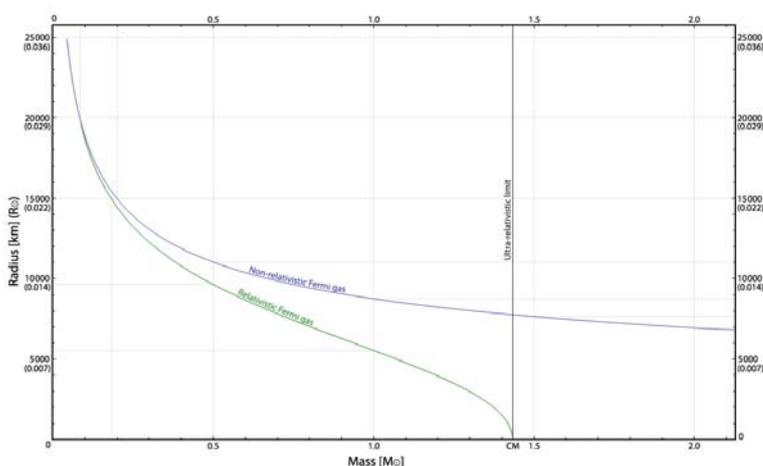


Figura 2.3: Gráfica representativa del límite de Chandrasekhar [18]

### Estrellas de neutrones

El segundo de los objetos compactos está conformado por las denominadas estrellas de neutrones (NS), estos objetos son formados a partir de una explosión de supernova, en la cuál, nuevamente la presión gravitacional le gana a la presión radiativa y son sumamente densos [15].

Las Estrellas de neutrones, fueron propuestas por primera ocasión, por los físicos Oppenheimer y Volkoff (1939), los cuáles asumían que la materia estaba compuesta por un gas ideal de neutrones libres, a una densidad muy elevada. Actualmente, sabemos que en efecto, las estrellas de neutrones están formadas por estas partículas, las cuáles evitan un decaimiento gravitacional.

Recíprocamente a lo realizado para las enanas blancas, en el caso de las (NS), podemos obtener el límite de Chandrasekhar, el cual tiene un valor de  $1.44M_{\odot}$ . Este valor también se le conoce como aquel que representa la masa en reposo de los neutrones. A estos objetos también se les estudia mediante ecuaciones

politrópicas, las cuales relacionan ecuaciones de estado y estabilidades.

Dentro de las estrellas de neutrones, encontramos una variedad de objetos, entre los cuáles podemos destacar a:

Binarias de rayos x - Como lo indica su nombre, esta clase de objetos están conformados por un sistema doble, donde uno de los componentes es una estrella de secuencia principal, generalmente de masa intermedia y la segunda es una estrella de neutrones. Este tipo de objetos son extremadamente luminosos, y su pico de energía se encuentra en los rayos x, por ello reciben su nombre. Gracias a ellos, y a sus observaciones, primordialmente cuando tenemos un eclipse estelar, pudimos verificar la existencia de las NS.

Otra característica de las binarias de rayos x es que son muy variables, pueden cambiar en fracción de minutos o puede tomar un par de años. Se cree que dichas variaciones son generadas por procesos de acreción que ocurren en la materia.

Pulsares - Los pulsares, se encontraron por primera vez en 1967, por un grupo de la universidad de Cambridge. Se trata, de una estrella de neutrones en rotación. Los pulsares, son como una especie de faros en el universo, los cuáles emiten pulsos de luz en frecuencias altas del espectro electromagnético. Aunque, debido a su rotación también es posible estudiarlos en ondas de radio, e interpretar sus frecuencias en forma de sonidos.

Los pulsares, tienen un periodo de rotación que se puede encontrar en un rango de 1.6ms a 4.3s ([18] c.9), por lo que tienen una sub clasificación, donde encontramos a los pulsares milisegundo, que son los más rápidos que se conocen hasta este momento. Los pulsares, tienen periodos generalmente regulares y cíclicos, por lo que también se les considera como excelentes relojes, y se les ha llegado a medir con una precisión de 13 dígitos. Este tipo de objetos, se originan en nuestra galaxia, y podemos encontrarlos concentrados en el plano galáctico.

Magnetares- Los magnetares, son pulsares que presentan un campo magnético elevado. Estos, junto con los pulsares y la mayor cantidad de los objetos compactos, son generadores de ondas gravitacionales.

### **Agujeros negros**

Un Agujero negro, es el objeto más denso de los tres anteriormente mencionados; Por lo cual ningún objeto alcanza su velocidad de escape y por ello se dice que inclusive la luz no puede escapar de él.

El proceso de formación de un agujero negro, dependerá de diversos factores siendo uno de los más importantes la masa de su estrella progenitora, ya que mientras mayor sea su masa mayor es la probabilidad de engendrarlo. Otro factor muy importante es la densidad alcanzada, ya que cuando una estrella de neutrones acreta material y excede su límite de masa, se genera un colapso gravitacional elevado, lo cuál finalmente da lugar a un agujero negro. En caso de que no se alcancen densidades elevadas, continuaremos teniendo una estrella

de neutrones.

Un agujero negro, no tiene una superficie común y corriente, tiene un límite al que se le denomina horizonte de eventos. Éste, delimita el punto en que un objeto se encuentra circundante al agujero negro, conservando su energía y momento; o el punto en que es absorbido por el agujero negro quedando atrapado eternamente. Esta frontera, se encuentra a un radio, determinado como radio gravitacional:

$$r_g = \frac{2GM_{BH}}{c^2}. \quad (2.36)$$

Los agujeros negros se describen mediante dos simples parámetros: La masa y el espín. Y, se encuentran en diferentes presentaciones a lo largo del universo. Existen los agujero negros pequeños, que son de tan sólo unas masas solares ( $2 \times 10^{33} g$ ), los de masa intermedia y los supermasivos, con masas de entre  $10^6$  y  $10^9 M_{\odot}$ . A lo largo de este trabajo consideraremos agujeros negros de masa pequeña, aproximadamente  $4M_{\odot}$ .

En un inicio, los agujeros negros fueron definidos matemáticamente como particiones en el espacio tridimensional, donde podíamos definir dos regiones: una región interior definida como horizonte de eventos, la cuál tiene una superficie suave bi-dimensional, y la región exterior, la cuál es asintóticamente plana. Además, existía la restricción de que no existiera comunicación entre los puntos de ambas regiones. Adicional mente, al punto más denso del agujero negro, una vez pasada la región interna, se le denominó como singularidad. Esta, se genera al extrapolar las ecuaciones de Einstein dentro del agujero [1]. Los agujeros negros, se estudian mediante la teoría de la relatividad, y fueron propuestos por primera vez por Albert Einstein. Sin embargo actualmente, sabemos que no basta con considerar la relatividad, ya que en un agujero negro hay mucha física involucrada.

Un agujero negro posee diversas características medibles u observables, a pesar de que no podemos apreciar directamente el agujero, éste ejerce una fuerza tal sobre su medio, que genera perturbaciones e influencia sobre él. Y es a este medio circundante presentado mayoritariamente en forma de un disco de acreción, al que podemos medirles sus propiedades. Sin embargo, aplicando la tercera ley de Kepler a los satélites, dentro del campo gravitacional newtoniano:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3. \quad (2.37)$$

donde T es el periodo orbital, r el semieje mayor, M la masa y G la constante de gravitación universal, podemos conocer la masa del agujero.

Para conocer la carga, empleamos la fuerza de Coulomb sobre una carga prueba, lejana al agujero:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (2.38)$$

Con K la constante de proporcionalidad, q1 y q2, las cargas prueba, r la distancia entre ellas y f, la fuerza de Coulomb.

Y, para conocer el momento angular podemos observar efectos gravitacionales no Newtonianos, como los que tendría un giróscopo al precesar sobre un marco inercial, al infinito.

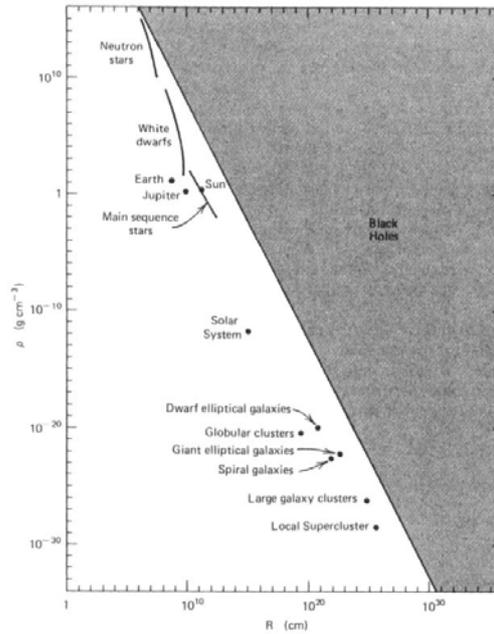


Figura 2.4: ubicación de los objetos compactos en el universo de acuerdo a su densidad

### Acresión en agujeros negros

La dinámica de un disco de acresión, depende de hacia donde sea radiada su energía. Esta, puede salir eyectada en forma de chorros o flujos de acresión, los cuáles quedan divididos en dos clases de acuerdo a su eficiencia radiativa.

$$\epsilon = \frac{L}{\dot{M}c^2}. \quad (2.39)$$

Donde L es la luminosidad producida por el flujo acretado,  $\dot{M}$  es la tasa de acresión de masa y c, la velocidad de la luz.

Si la energía disipada es radiada en un tiempo menor que el tiempo que le toma al gas, caer al agujero negro. Entonces, el gas se enfriará rápidamente y se

formará un disco delgado. En el caso contrario obtendremos un disco grueso, el cual presenta una composición y dinámica diferente al delgado, y del cuál no hablaremos a lo largo de esta tesis.

Para el caso de un agujero negro, se tiene una tasa de eficiencia de acreción de aproximadamente

$$\Delta_{\epsilon} \sim \frac{GM}{R_{ms}} \sim 0,1c^2 = 10^{20} \text{ ergg}^{-1}. \quad (2.40)$$

Por lo que, son considerados fuente de poder más eficiente en el universo [12]

### Enfriamiento por neutrinos

Un neutrino es una partícula elemental que tiene características muy especiales: Posee una masa extremadamente pequeña y viaja a la velocidad de la luz. Lo cuál la vuelve una de las partículas más especiales de todas, y más empleadas en la astrofísica.

Como lo mencionamos previamente, cuando nos encontramos en un sistema en que los fotones están atrapados y no pueden fungir como los enfriadores del mismo, los neutrinos hacen esta función. A este tipo de estados, se le conoce como: Acreción Hiper crítica, en este caso estado hiper crítico de enfriamiento.

Éste régimen, que se encuentra asociado a altas tasas de acreción, fue observado por primera vez dentro de la supernova SN1987A, minutos después de su explosión. Actualmente, se observa de manera usual en objetos compactos y de una energía muy elevada, al momento de contraer los núcleos masivos, pero nunca se presenta en núcleos activos de galaxias (AGN) ni en agujeros negros al interior de binarias de rayos x (XRBs). Esto se debe, a que, en estos objetos se tienen tasas de acreción  $\dot{M}$  mucho más pequeñas que el límite de Eddington  $\dot{M}_{Edd}$  para fotones.

Una tasa de acreción elevada, implica que  $\dot{M} \gg \dot{M}_{Edd}$ , lo cual nos genera un límite superior para la acreción. Bajo este régimen, tendremos un nivel de eficiencia muy bajo; ya que, al tener una acreción muy elevada, el material acretado será mucho mayor que el radiado, y éste último quedará atrapado en el flujo de acreción, cayendo al agujero negro antes de que pueda escapar. Esto se cumple hasta  $\dot{M} \approx 10^{15} \dot{M}_{Edd} (\sim 1M_{\odot} s^{-1})$  para un agujero negro de una masa solar), punto en el que el gas radía su energía gravitacional restante por medio de neutrinos, en lugar de ondas electromagnéticas, a tasas de acreción muy elevadas. [8]

## Capítulo 3

# Destellos de rayos gamma GRBs

### 3.1. Introducción

El fenómeno de acreción alrededor de un agujero negro, además de ser el mecanismo más eficiente para transformar energía en radiación, funge como auxiliar en la engendración de objetos fascinantes en el universo. Uno de estos fenómenos son los destellos de rayos gamma, o *Gamma ray bursts*, (GRB,s) como los llamaremos de ahora en adelante. Dichos destellos, son los más luminosos que se conocen hasta ahora en el universo, y llegan a alcanzar energías cercanas a los  $10^{53} \text{erg}_s^{-1}$ , lo que representa una energía mayor a la alcanzada en explosiones de supernova.

Los destellos de rayos gamma, se clasifican en dos tipos: Los destellos cortos o *SGRBs* que tienen una duración menor a los 2seg, y los destellos largos o *LGRBs* que son mayores a los 2seg. En general, ambos destellos se presentan en un rango temporal que va de los 0.2 a los 2000s, y se generan a distancias que pueden llegar a tener un *redshift* de  $z=8$ , lo cuál quiere decir que se ubican fuera de nuestra galaxia.

Existen diversas teorías acerca de los mecanismos que generan los destellos, y mucho se ha estudiado acerca del tema, sin embargo aún no podemos afirmar por completo que tenemos la respuesta. Hoy en día, se cree que los destellos cortos son engendrados por fusiones, que no son más que colisiones o fusiones que ocurren entre dos objetos compactos. A su vez, se cree que los largos, son engendrados durante de estrellas masivas, de tipo Wolf-Rayet, a este mecanismo se le denomina colapsar.

A lo largo de éste capítulo estudiaremos a detalle los destellos de rayos gamma, iniciando con los antecedentes de su estudio y observando la evolución que se ha tenido en el tema. Fijaremos especial atención, en comprender los dos mecanismos de formación anteriormente mencionados, además de que justificaremos el importante rol que juega la acreción para que estos fenómenos tengan lugar, y el propio papel que tienen los destellos en el estudio de la astrofísica

actual.

### 3.1.1. ¿Qué son los Rayos Gamma?

La radiación gamma, se encuentra dentro del límite del espectro electromagnético y posee dos características claves: Una longitud de onda muy corta, y una frecuencia muy elevada. Si tomamos en consideración la ecuación de la energía de planck, y las características anteriormente mencionadas, obtendremos una energía muy elevada.

$$E = \frac{hc}{\lambda}. \quad (3.1)$$

Volviéndola, la radiación más energética conocida hasta ahora. Esta radiación es producida a causa de transiciones nucleares o procesos subatómicos como la aniquilación de un par positrón-electrón o bien, en fenómenos astrofísicos de gran energía. Comencemos estudiando el primer caso:

En la tierra, los rayos gamma se producen por decaimientos de radioisótopos, como el potasio-40 y por interacción con las partículas provenientes de los rayos cósmicos. Debido a su intensidad, constituyen parte de las partículas ionizantes. Esto quiere decir, que al interactuar con la materia la ionizan. Los rayos gamma, logran realizar este mecanismo por medio del proceso de aniquilación de pares.

Esta aniquilación es generada debido a que un par electrón/positrón, al colisionar, produce fotones de alta energía. Para que este proceso ocurra, se necesita tener partículas altamente energéticas o moviéndose a grandes velocidades. Por ello ocurre preferentemente en los rayos cósmicos, o dentro de los grandes colisionadores como el *Large Hadron Colider*, (*LHC*). Esto se ve reflejado en las siguientes ecuaciones

$$k_1 + k_2 = p = 2mv. \quad (3.2)$$

$$k_1c + k_2c = E = 2mc^2. \quad (3.3)$$

donde

$$m = m_0 / \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}. \quad (3.4)$$

siendo  $m_0$  la masa en reposo del electrón,  $k_1$  y  $k_2$  los momentos de ambos fotones,  $E$  la energía del par electrón-positrón y  $v$  la velocidad del centro de masas del par.

De estas ecuaciones tendremos que la energía a la que salen disparados los fotones sera

$$k_1c = k_2c = m_0c^2 = 0,51MeV. \quad (3.5)$$

Por último, existe un procedimiento por medio del cual se absorbe la radiación

gamma: el efecto compton inverso . Este efecto se produce por el choque de un fotón gamma y un electrón con cierta energía y momento; el producto de esta colisión, genera que el electrón cambie de dirección, y que se emita un nuevo fotón gamma. Este proceso, no es un proceso de ionización ya que en un inicio, el electrón ya es libre. Sin embargo, es el primer procedimiento de generación de rayos gamma; pero la probabilidad de que ocurra disminuye a medida que la energía del fotón aumenta.

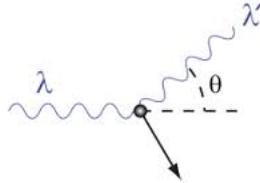


Figura 3.1: Efecto compton inverso

### Destellos de rayos Gamma en el universo

A continuación abordaremos el segundo caso de formación de rayos gamma, que es el que será de nuestro mayor interés; La formación de los rayos gamma en el Universo.

Como se ha mencionado a lo largo de todo el texto, para que un rayo gamma pueda generarse, necesitamos que ocurran procesos altamente energéticos. Por lo tanto, el espacio constituye un lugar idóneo para su formación. Los rayos gamma que aquí se van a generar, constituyen una rama de estudio de la Astrofísica, llamada Astrofísica de altas energías. La cual, se dedica a estudiar el universo a través de la radiación más energética que conocemos, a tratar de entender los mecanismos que hacen posible su formación, y a detectar los fenómenos de esta especie que ocurren día con día en nuestro universo.

Estos destellos, son difícilmente detectables en la tierra, ya que al entrar en contacto con la atmósfera, son dispersados y pierden gran parte de su energía. Por lo tanto, solo podemos detectarlos de manera indirecta o bien con satélites ubicados en el exterior de la tierra. Para el primer caso, podemos detectar los rayos gamma debido a su relación con la materia, durante la cual se genera el proceso de aniquilación de pares mencionado anteriormente; mismo que continuará reproduciéndose a medida que interactúe con la materia, generando un efecto de cascada de partículas. Esta cascada, producirá la denominada radiación Cherenkov, que es la que se detecta en los observatorios y la que es estudiada para entender el fenómeno de los rayos gamma.

Dentro del universo, existen objetos que representan una fuente constante de emisión de rayos gamma. Uno de ellos es la nebulosa del cangrejo, la cual se formó a raíz de una explosión de supernova y que en su centro contiene el primer pulsar que se descubrió. Mismo que emite pulsos periódicos que van desde los rayos Gamma a las ondas de radio. Gracias a estas características, es un emisor natural de rayos Gamma en el universo y durante muchos años ha sido objeto

de estudio de los observatorios.

Gracias a descubrimientos como el de la nebulosa del cangrejo, los científicos comenzaron a hacer mapeos de la emisión de rayos gamma dentro de nuestro universo, comenzando por nuestra propia galaxia. Dentro de la cual, se encontró que la mayoría de los emisores, se encuentran alineados con el plano (ver figura 4). Esto se debe a la presencia de partículas que se mueven entre las estrellas a velocidades cercanas a la velocidad de la luz (300 000km/s) y que tienen una gran energía. En este caso particular, los rayos gamma son producidos por la colisión de dichas partículas con el medio interestelar.

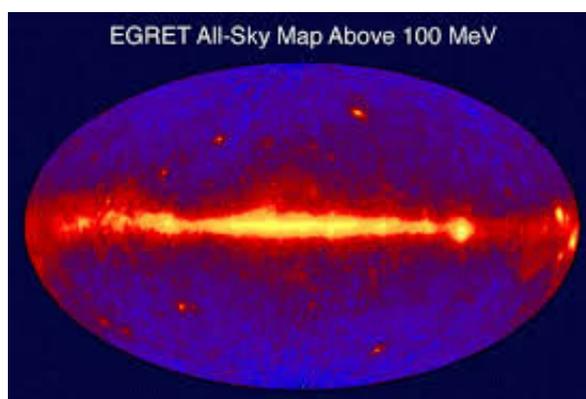


Figura 3.2: Via láctea en rayos Gamma, obtenidos con el satélite EGRET donde se muestran emisiones con energías mayores a los 100mev, y se observa la alineación particular que tiene los mismos sobre el plano galáctico.

### Antecedentes

Los destellos de rayos gamma, comenzaron a estudiarse por casualidad; Ya que a finales de 1960 durante la guerra fría gracias a los satélites norteamericanos VELA, los cuales estaban destinados a detectar radiación gamma producida por armas nucleares, fueron detectados los primeros destellos de rayos gamma, los cuales producían una energía no conocida hasta entonces. En un inicio, se creyó que era una nueva arma nuclear desarrollada por los rusos, sin embargo, al seguir recibiendo estos pulsos y estudiarlos con nuevos satélites VELA, se descubrió que los destellos provenían del espacio. Pero, aunque se podía precisar su dirección preferencial, no podíamos identificar a su progenitor. Así, comenzaron a postularse diversas teorías acerca del origen de estos brillantes destellos, destacando la teoría de las enanas blancas, los pulsares, los cuásares, los cúmulos globulares, galaxias etc... Pero no fue hasta 1991 cuando con la creación del primer observatorio de rayos gamma, el observatorio de rayos gamma Compton, el cual fue instalado a bordo de la misión de la *National air and space administration*; (NASA), se postuló que los pulsos provenían de nuestra propia galaxia. Argumento que fue destruido posteriormente. Ya que si estos eventos ocurrieran “localmente” podríamos observarlos con mucha mayor frecuencia de la que lo podemos hacerlo y su distribución observada sería diferente a la que vemos

actualmente.

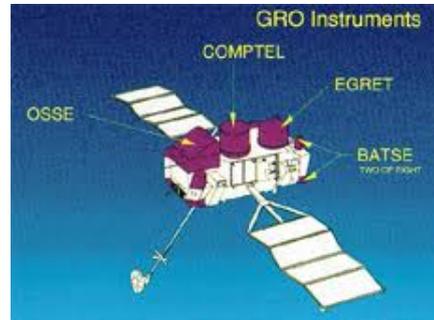


Figura 3.3: Diagrama del primer observatorio de rayos gamma (compton gamma ray observatory)

A partir de ese momento, comenzaron a estudiarse los destellos de rayos gamma a lo largo de todo el universo, empleando principalmente las observaciones obtenidas por el experimento *Broadband Advanced Technologies Satellite* (BATSE), el cual iba montado dentro del *Compton gamma ray observatory*, y tenía como función monitorear los pulsos de rayos gamma emitidos en el universo. El BATSE media cerca de 2 a 3 eventos al día, los cuales correspondían a zonas muy diversas del universo observable.

Mediante el estudio de estas mediciones, se descubrió que las fuentes progenitoras de los destellos, cuales quiera que ellas sean, se encontraban a distancias que alcanzaban los giga parsecs. De igual forma, se postuló que los destellos ocurrían de manera isotrópica es decir, a lo largo de todo el cielo, sugiriendo una distribución cosmológica del mismo (ver figura 3.4).

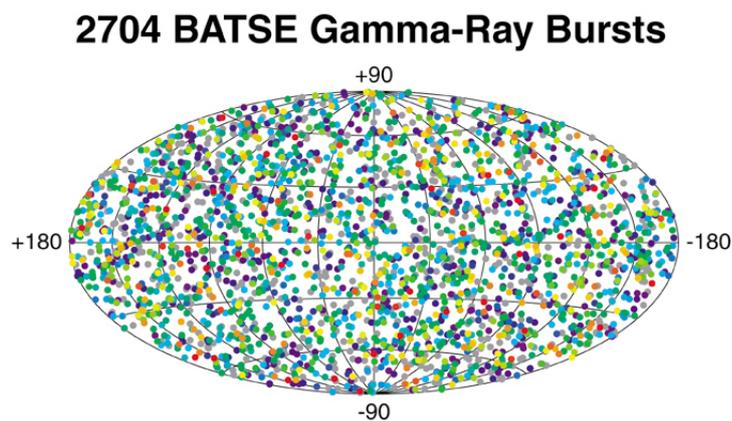


Figura 3.4: Observaciones de rayos gamma como se verían desde el sol, obtenidos con el satélite BATSE. Se muestran la energía asociadas a cada uno de los pulsos.

Pero ¿Cómo se observa un GRB?, ¿Cuáles son sus principales características

observacionales en las distintas bandas energéticas? y ¿Cómo los interpretamos?. Estudiemos estas preguntas y sus respuestas en la siguiente sección.

### 3.2. Descripción observacional de los GRBs

Cuando estudiamos un rayo gamma, realmente estamos estudiando e interpretando la luz que nos llega de él. En un principio, medimos directamente la energía radiada en dirección a la tierra, por segundo, por estereo radian, por intervalos de frecuencia logarítmica, la cuál típicamente tiene un valor de  $10^{-5} \text{ erg/cm}^2 - 10^{-7} \text{ erg/cm}^2$  [13]. El límite superior depende de la duración de las observaciones, mientras que el límite inferior depende del detector. Al graficar la energía recibida, esta aparenta tener un pico característico en los rayos gamma. Estos destellos, presentan un espectro no térmico que puede ser ajustado mediante una suma de dos leyes de potencia, en lo que denominaremos como función de banda o *Band function*.

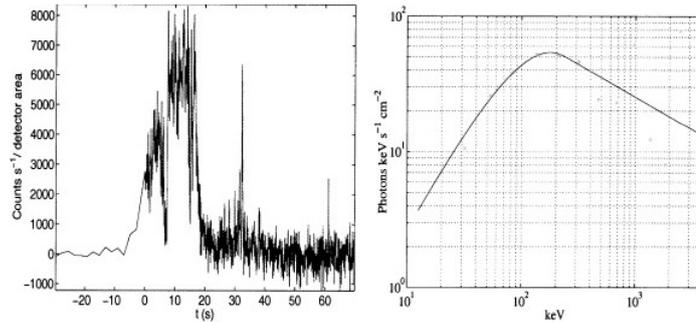


Figura 3.5: Grafica representativa del espectro de un GRB, del lado izquierdo. Así como la curva de luz típica, del lado derecho.

Los GRBs se observan a lo largo del espectro electromagnético, desde los GHz en las ondas de radio, a los GeV en la radiación gamma, predominantemente en ésta última. Al observarlos, podemos distinguir varias características de los mismos, siendo una de las más importantes la duración. Como mencione en la introducción, existen dos tipos de destellos: Los cortos y los largos, los cuáles tienen una separación en los 2s. La duración de estos destellos, se mide tomando el número de cuentas que caen sobre la superficie en un intervalo de tiempo.

En la figura 3.6, podemos ver representada una muestra de destellos de rayos Gamma, detectados por BATSE, en la cual se aprecia la distribución de los destellos observados de acuerdo a su duración. Misma, que se aprecia más ensanchada para los destellos cortos, y más picuda para los largos. Lo cual nos denota una tendencia hacia los destellos largos, ya que en comparación con los cortos, se generan en mayor cantidad.

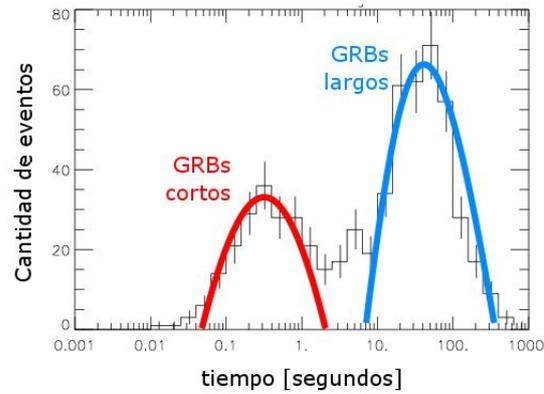


Figura 3.6: Gráfica obtenida a partir de los resultados obtenidos por el BATSE, donde se muestra la distribución de duraciones de los destellos observados. Del lado derecho, con una distribución más picudo y una duración mayor, tenemos a los LGRBS, y del lado izquierdo, con una distribución más ensanchada y con un tiempo más corto, se encuentran los SGRBS. <http://www.batse.msfc.nasa.gov/batse/grb/duration/>

Por otro lado ambos destellos difieren espectroscópicamente, ya que los destellos largos presentan una energía relativa más alta que la generada por los destellos cortos. Estos resultados se pueden observar graficando las curvas de luz para cada destello y comparando sus características de luminosidad, energía máxima (pico máximo de fotones que recibimos), duración, variabilidad y dureza, que es el número de cuentas que recibimos en una banda de alta energía entre el número de cuentas en una banda de baja energía. En la figura 3.7, podemos ver representada esta dureza como función de la duración de las emisiones.

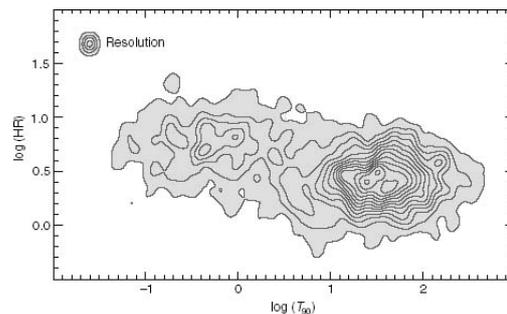


Figura 3.7: Gráfica obtenida a partir de los resultados obtenidos por el BATSE, con cuentas en un rango de (100-300keV), a un rango de (50-100KeV) donde se muestra la dureza de los espectros. El cuál, es una muestra de la forma del espectro: valores grandes corresponden a espectros con mayor dureza. <http://www.batse.msfc.nasa.gov/batse/>

Por lo dicho anteriormente podemos deducir que los destellos largos y cortos

son un tanto diferentes entre sí. Pero esto se extiende inclusive entre destellos del mismo tipo ya que no existen dos GRBs iguales. Pero entonces el lector se preguntara como hacemos para observar y clasificar tan diversos tipos de pulsos. Y aún más importante, ¿Cómo hacemos para detectarlos? En esta última parte abordaremos este problema y la solución que hemos encontrado.

Como lo mencionamos en la primera sección de este texto, en 1960 se detectaron los primeros pulsos de rayos gamma en nuestro universo y a partir de ese momento comenzaron a investigarse. Mucho se aprendió acerca de ellos sin embargo el mayor problema era conocer la ubicación y distancia de su fuente progenitora. Esta controversia se resolvió en 1997, cuando el satélite italiano-alemán Beppo-SAX en una observación simultánea, con el CGRO, detectó la un destello proveniente del GRB970228 (esta clasificación nos indica que se trata de una GRB que fue observada el 28 de febrero de 1997) en la banda de los rayos X, lo cual nos permitió determinar su distancia. Esta contraparte del destello es conocido como *afterglow* (después del brillo) y como lo dice su nombre, es una emisión recibida después de la emisión temprana en rayos gamma *prompt emission*.

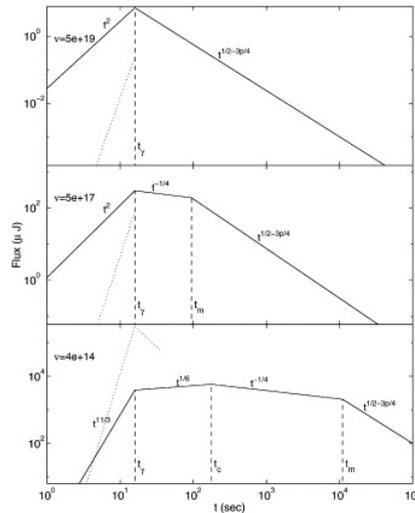


Figura 3.8: Afterglow temprano, observado en rayos gamma, rayos x y visible.

Los afterglows son altamente importantes para el estudio de los GRBS, ya que al poderlos observar en otro tipo de longitudes de onda, como los rayos x, el radio y en muy pocos casos, en el visible. Nos da una gran información acerca de su ubicación y sus progenitores. Además, un afterglow presenta una duración mucho más elevada que la de los rayos gamma (desde unos pocos días a semanas) lo cual permite que sean altamente detectables por los telescopios. Los cuales son mucho más eficientes que los que existen para los rayos gamma. Así, cuando se detecta un destello de rayos gamma en el universo, se genera una “alerta astronómica” en la cual los telescopios ubican la posición a la que se generó el destello y voltean hacia ese lugar para estudiarlo.

Actualmente se cuenta con muchos telescopios que se dedican a monitorear los GRB's y a estudiarlos al momento en que se emiten. Pero un elemento que sin duda ha sido muy importante para el avance en el estudio de los GRBs y *afterglows* es el satélite Swift. Un satélite que fue lanzado en 2004, que se especializa en la detección de *afterglows* en múltiples longitudes de onda y que nos ha permitido comprender el proceso que ocurre en la transición de la emisión principal a las contrapartes de larga duración.

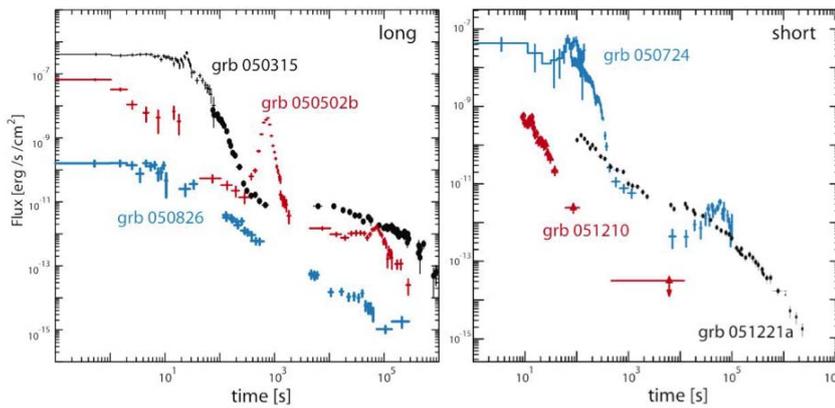


Figura 3.9: Ejemplos de afterglows en rayos x, de larga y corta duración, obtenidos mediante el satélite swift [3]

### 3.2.1. Galaxias anfitrionas

En la sección anterior, describimos las observaciones características de los GRBs así como la clasificación que existe de acuerdo a su duración. Sin embargo, debemos ampliar nuestro razonamiento, para comprender porque se dan estas diferencias entre los destellos. Para ello, trataremos de ir al inicio, a estudiar las galaxias anfitrionas en donde se generan.

Desde el descubrimiento del GRB 050509B, [7] se ha comenzado a recolectar evidencia de que los SGRBs se encuentran asociados a poblaciones de galaxias viejas con un *redshift* bajo, mientras que los LGRBs están asociados a infrarrojos lejanos, alcanzando distancias mayores de 10 kpc. Dichas evidencias, vienen soportadas de la observación de las contrapartes (*afterglows*) de los GRBs, ya que, al poderlos observar en rayos x, podemos identificar su corrimiento al rojo, y por ende tratar de asociarlo a una galaxia progenitora o a un cúmulo de ellas.

#### SGRBs

En el caso de los destellos cortos, se ha encontrado que provienen de galaxias elípticas con poca formación estelar, o en regiones de galaxias con baja formación estelar. Lo cual tiene sentido ya que hablamos de galaxias viejas con poco contenido de polvo. Este descubrimiento, se realizó hace apenas unos años, con el lanzamiento de *swift* sin embargo, las mediciones aún continúan siendo muy probabilísticas, y dependen del análisis espectroscópico que se pueda realizar de

un *afterglow*. Actualmente, se consideran tres diferentes hosts para los SGRBs:

Dentro de los dos primeros, encontramos a los que pueden detectarse justo después del *afterglow*. El primero, consiste en galaxias tempranas y cúmulos de galaxias, con un redshift bajo ( $z \leq 0,5$ ) y una masa elevada ( $L \sim L^*$ ). En el segundo, tenemos a galaxias tardías, con un redshift bajo, sub- $L^*$ . Por último, en el tercer tipo encontramos a galaxias con formación estelar a ( $z \geq 1$ ), probables remanentes de galaxias progenitoras de LGRBs.

Por otro lado, se ha observado que existe un límite máximo observacional que indica que una supernova que acompaña a un SGRB, tiene una energía de hasta 50 veces mayor a la que alcanza una supernova de tipo Ia SNe o de tipo II SNe. Esto solo es posible, si la supernova es producto de la colisión de dos objetos compactos. De los cuales se puede tener una gran variedad. Así, encontramos colisiones o fusiones entre Agujeros negros (*black holes, BH*), Estrellas de neutrones (*NS*), Enanas blancas (*White Dwarfs, WD*) o estrellas binarias.

La probabilidad de que ocurra una fusión gravitacional entre binarias formadas por un BH-BH y BH-NS dependerá de su periodo orbital, su periodo en días y su radio. En las siguientes dos figuras, podemos apreciar algunos valores típicos de los tiempos entre las colisiones de objetos compactos. Y, un diagrama de los posibles escenarios de fusiones de objetos compactos.

Progenitor	tasa ( $z=0$ , universo local) $yr^{-1} Gpc^{-3}$
Estrella de neutrones- Estrella de neutrones	1-800
Agujero negro- Estrella de neutrones	0.1-1000
Agujero negro- Enana blanca	0.01-100
Estrella de neutrones- colapso inducido por acreción (AIC)	0.1-100
Enana blanca- Enana blanca	3000
Supernova 1b/c	60000
Supernova 1a	150000
SGRBs	$10(\frac{4\pi}{\Omega})$

Cuadro 3.1: Progenitores estimados y sus tasas de ocurrencia [7]

### LGRBs

En el caso de los destellos largos, las mediciones nos indican que se encuentran en galaxias con una formación estelar activa y baja metalicidad. Los LGRBs, tienen además, una relación íntima con la tasa de formación estelar al interior de las galaxias y son buenos medidores del redshift. En las últimas fechas, se han empleado como referente, para comparar las host galaxias de los GRBs, con galaxias con núcleos colapsados por efecto de supernovas. Notando, que las primeras presentan metalicidades subsolares  $z \leq 1$  ([3]). Esto, parece ser una condición para tener destellos largos. La segunda condición, va relacionada con el redshift, ya que de las mediciones, se ve que la tasa de GRBs parece incrementarse con el redshift, más rápido de lo que lo hace la tasa de formación estelar.

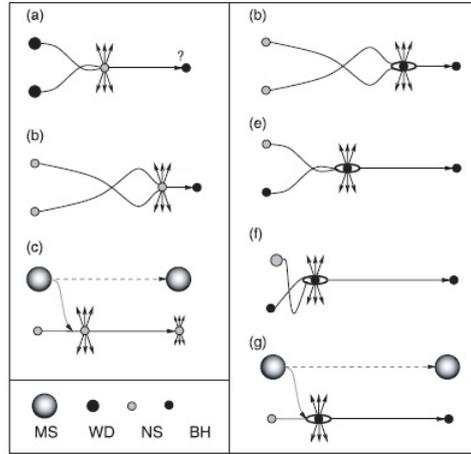


Figura 3.10: Escenarios posibles para la formación de SGRB's [7]

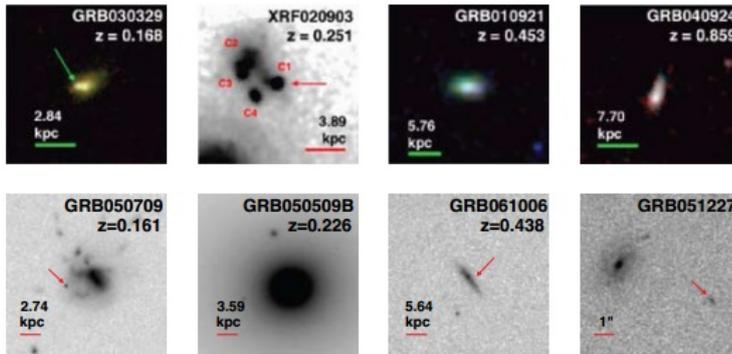


Figura 3.11: Ejemplos de galaxias huésped de rayos gamma de larga y corta duración; parte superior e inferior respectivamente, fotografiadas por el satélite *Hubble* [3]

Existen casos peculiares de galaxias huésped, que no se pueden asociar de forma evidente a destellos cortos o largos. sin embargo son pocos los casos y la información que se tiene del tema.

### 3.3. motor central

#### 3.3.1. Modelo de la bola de fuego *fireball*

Hasta el momento, hemos comprendido conceptos muy importantes de los destellos, sabemos clasificarlos, identificar sus observaciones y ubicar las galaxias de donde provienen. Sin embargo, en esta receta falta una componente muy importante. Aquel que ocasiona que se forme un destello y que denominaremos como motor central.

Como mencione anteriormente, al observar un espectro de GRBs, vemos que tiene un comportamiento no térmico, lo cual nos indica que la emisión observada emerge de una región ópticamente delgada [13], sin embargo haciendo una estimación del número de fotones arriba de los 500KeV, y del tamaño de la fuente, vemos que esta última debe ser ópticamente gruesa, para permitir la creación de pares. Pero, una fuente con estas características no puede emitir emisión no térmica. A este problema, se le conoce como problema de compacidad. Para resolverlo, debemos suponer que nuestra fuente se está moviendo a velocidades relativistas, hacia nosotros. Este planteamiento, nos lleva a desarrollar el modelo de la bola de fuego.

La Bola de fuego, es un modelo genérico para la producción de los destellos, el cual no involucra una estrella supermasiva, de hecho, el planteamiento de este modelo es independiente del tipo de progenitor. Su fundamentación viene dada en el hecho de explicar la inyección de una cantidad inmensa de energía dentro de un volumen muy pequeño. Donde nuestra bola de fuego será el material que recibió la inyección de energía. Estas bolas de fuego, podrían formarse en lugares muy remotos del universo y poseerían una energía aproximada de  $10^{53}$ ergs, el equivalente a treinta mil quintillones de bombas atómicas.

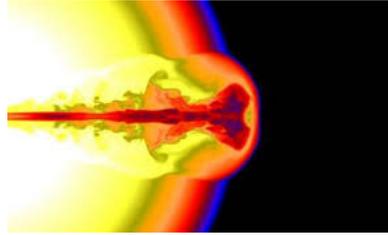


Figura 3.12: Propagación de un jet al interior de una bola de fuego, ocasionando ondas de choque [19]

El uso de éste modelo, nos permite explicar la formación de los destellos, y caracterizar su proceso de formación y evolución en tres etapas:

1. En primer lugar, nuestra fuente, produce un flujo de energía relativista. De acuerdo a las observaciones de las curvas de luz, y a las elevadas tasas de energía alcanzadas, sabemos que esta fuente es compacta. En este punto, no tenemos mucha información del motor central, ya que se encuentra oculto y no podemos observarlo directamente.

2. En esta segunda etapa, la energía es transferida en forma relativista, desde la fuente compacta a distancia mayores a los  $10^{13}cm$  en donde el sistema es ópticamente delgado. Esto en general, ocurre en forma de partículas relativistas. Pero, también podríamos considerar un flujo de Poynting. El flujo aquí generado debe ser altamente inhomogéneo, para que permita la producción de choques internos.

3. En la última parte, el flujo relativista emitido, disminuye su velocidad, y los choques que se encontraban presentes, transformarán energía cinética en energía interna de las partículas aceleradas. Mismas que se convertirán en emisores de rayos gamma observables.

Como vemos, uno de los requisitos fundamentales dentro del modelo de la bola de fuego es el de tener presencia de ondas de choque. Por lo tanto a continuación explicaremos brevemente las bases de este tema.

### Ondas de choque

El modelo de bola de fuego propone la transferencia de energía por medio de ondas de choque (*Shock waves*), las cuáles son generadas luego de que la bola de fuego supere el umbral energético de la generación de pares.

Estas ondas de choque, son las responsables de que la energía sea convertida en radiación y se dividen en dos clases: ondas de choque internas y ondas de choque externas.

En el caso de las ondas internas, tendremos que, a medida que la energía central de nuestro progenitor (sin importar la naturaleza de éste) se vea incrementada, comenzará un proceso de expansión; En el cuál, el material colimado comenzará a avanzar por las distintas capas del mismo, generando una dispersión de velocidades, en la que las capas interiores tendrán una velocidad superior a la de las capas exteriores. Gracias a estas diferencias en la velocidad, las capas comenzarán a chocar unas con otras produciendo ondas de choque o discontinuidades. Mismas, que acelerarán las partículas a velocidades tan altas, que superan el umbral energético de generación de pares y desembocaran en los destellos de rayos gamma que conocemos.

Por su parte, las ondas de choque externas se producen en un periodo muy corto de tiempo:

$$t_{obs} = \frac{R}{c\Gamma^2} = \left( \frac{E}{\rho c^2 \Gamma^8} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.6)$$

Dando lugar a la formación de una capa con velocidades relativistas, la cuál se propagará a lo largo del medio interestelar, teniendo una energía promedio:

$$E = \rho R^3 c^2 \Gamma^2. \quad (3.7)$$

de donde:

$$R = \left( \frac{E}{\rho c^2 \Gamma^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3.8)$$

Durante su expansión, ésta capa, chocara con el material que se encuentre a su paso. Proceso que continuará hasta que la masa del material eyectado y del

medio interestelar sean proporcionales. Ocasionalmente que la energía cinética se transforme en rayos gamma.

Este modelo es consistente con las observaciones de GRB's en rayos x y sirven para explicar los *afterglows* o contrapartes, y es consistente con la rápida liberación de energía que se espera obtener en un colapso. Sin embargo, aún presenta dificultades al explicar variaciones temporales.

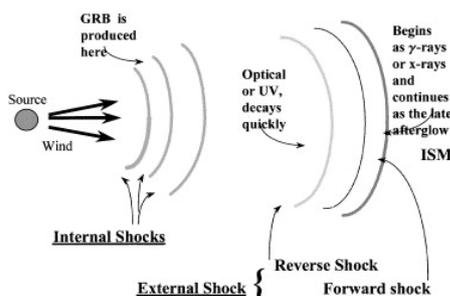


Figura 3.13: Modelo de la bola de fuego detallando cada uno de los pasos en la formación de los GRBs y las ondas de choque

### 3.3.2. Balance energético y acreción

El modelo de la bola de fuego, resulta adecuado para comprender los conceptos fundamentales que implican la formación de los destellos de rayos gamma, así como las complicaciones a las que nos enfrentamos, y los procesos que ocurren en cada una de las etapas previas a la observación de un rayo gamma. Como he mencionado, en secciones como la prompt emission o el motor central, nos encontramos en penumbra, ya que existen diversas teorías acerca de lo que ocurre, y hasta el momento ninguna parece cumplir todos los puntos. Sin embargo existen requisitos fundamentales que deben cumplirse para poder tener el modelo. Uno de ellos viene íntimamente ligado con los procesos de acreción y la presencia de un agujero negro como motor central.

Cuando nosotros observamos un GRB, vemos que éste tiene energías muy elevadas, las cuáles no son alcanzadas ni por las explosiones más feroces del universo: las de supernova. Esto, lo que nos implica es que detrás de ese destello debe haber un proceso muy violento y que sea capaz, no solo de producir energías muy elevadas, sino de hacerlo en tiempos sumamente cortos, aún, de milisegundos. La variabilidad temporal que presentan los destellos, también es una pieza clave para sugerir que detrás de ellos existe un objeto compacto de masa solar.

Por otro lado, tenemos que, para poder producir choques internos, el motor central debe ser capaz de generar vientos irregulares, ya que una única explosión no parece funcionar en el modelo. Además, también debe producir un flujo relativista que sea eficiente.

Por último, nuestro motor central debe estar ligado con los procesos de formación estelar, ya que muchos de los GRBs están ligados a este tipo de regiones

en las galaxias.

Bajo todas estas condiciones y de acuerdo a las evidencias observacionales, el primer candidato, resulta ser un fenómeno de acreción alrededor de un agujero negro de varias  $M_{\odot}$ . Ya que como es sabido, éste proceso es el más eficiente para convertir energía en radiación. El proceso de acreción dentro de éste sistema, dependerá del tamaño de nuestro disco de acreción. Si tenemos un disco, que supere por decenas o centenas, el radio de Schwarzschild, entonces tendremos un proceso de acreción, que ocurrirá por medio de un flujo de convección, en el cuál la mayor parte del material escapara al infinito ántes de caer al agujero negro. Mientras tanto, si tenemos un disco de acreción pequeño, de 0.1 a 1  $M_{\odot}$ , la acreción procederá por medio del proceso de enfriamiento de neutrinos en un disco de acreción dominado por neutrinos. En este caso, gran parte de la masa caera al agujero negro. (Accretion Models of Gamma-ray bursts, Ramesh Narayan, Tsvi Piran, Pawan, Kumar, 2001) En el primer caso, difícilmente se generarán GRBs, debido a la poca cantidad de material que cae al agujero negro. Mientras que el segundo caso es un candidato perfecto. Este segundo modelo, es el empleado por nosotros para el desarrollo de ésta tesis.

Ahora, queda más claro que nuestro motor central puede venir dado por un agujero negro pero ¿Qué procesos nos dan lugar a su formación? En la última sección de éste capítulo abordaremos éste tema. Y finalmente hablaremos de los posibles progenitores de los dos tipos de GRBs.

## 3.4. Progenitores

El modelo de la bola de fuego, es el modelo genérico que se emplea para comprender la formación de los destellos de rayos gamma, sin embargo existen otros dos modelos, que especifican la formación de cada uno de los destellos de acuerdo a su duración. Estos modelos son los: Mérgers y los Colapsares. Que además, nos explican los fenómenos que dan lugar a la creación de nuestro agujero negro y al inicio de la acreción. A continuación, dedicaremos un tiempo a explicar a detalle los procesos que están involucrados y lo que hasta ahora conocemos.

### 3.4.1. Colapsares

El hecho de que tengamos dos tipos dan diversos de destellos, nos dice que los progenitores de los mismos pueden diferir, y que existen distintas maneras de producir los grandes estallidos. En el caso de los destellos largos, la teoría de su formación viene asociada con la formación activa de estrellas, y en particular con la muerte de las estrellas masivas.

Por estrella masiva, vamos a considerar una estrella de 8 o más veces la masa de nuestro sol  $M_{\odot}$  ( $1,989 \times 10^{30}$  kg). Este tipo de estrellas tienen asociada una muerte explosiva, que en astronomía se conoce como explosión de supernova. Durante esta explosión, la estrella se libera de sus capas externas de una forma violenta y a grandes velocidades, ocasionando una luminosidad muy alta,

que permanece por varios días. A raíz de esta explosión, en el centro o núcleo de nuestra estrella tendremos un objeto compacto, el cuál es llamado de esta manera ya que contiene una gran cantidad de materia en un espacio muy pequeño, ocasionando una densidad muy elevada. Este compacto puede ser o bien un agujero negro o una estrella de neutrones.

Dentro de un agujero negro ocurren procesos altamente energéticos y fenómenos que involucran a la relatividad y la mecánica cuántica, de los cuales no hablaremos en este capítulo. Sin embargo, es importante mencionar que durante la formación de un agujero negro, no todo el material expulsado por la supernova es disipado, parte de este material regresará a la estrella, que en esta etapa ya será un agujero negro y quedará orbitándolo, con lo que se formará lo que denominamos como disco de acrecimiento o acreción (ver Cap 2). Este disco ayudará a que la energía salga colimada es decir con una dirección preferencial. Esta energía alcanzará velocidades cercanas a la velocidad de la luz y se aproximará al material eyectado por el chorro astrofísico. Esta aproximación ocasionará un choque que producirá una emisión muy intensa de rayos x y rayos gamma. Generando un pulso largo de rayos gamma. Aun se continúa trabajando en este modelo pero con lo que conocemos nos da una idea de la formación de este tipo de pulsos [6].

Esta teoría progenitora, es soportada por evidencias observacionales, las cuáles relacionan los GRB's largos, con regiones de formación estelar activa. Sin embargo aún presenta problemas conceptuales que se siguen estudiando. Uno de los principales, es que el medio en que se encuentra la estrella "agonizante" debe estar dominado por viento estelar denso, proveniente del progenitor.

### 3.4.2. Fusiones

La segunda teoría de progenitores de rayos gamma, orientada a explicarnos la formación de los destellos Gamma cortos (menores a 2s) es la de los mergers o fusiones. Como su nombre lo indica, ésta teoría propone que los destellos son generados mediante la fusión de dos objetos compactos el cual puede estar dado por la combinación de agujeros negros y estrellas de neutrones: hoyo negro-hoyo negro, hoyo negro- estrella de neutrones y estrella de neutrones-estrella de neutrones (ver imagen 3.10)

Posterior al choque, los dos objetos se fusionarán en un solo objeto compacto y ocurrirá un proceso similar al de los destellos largos, en el cuál se formará un disco de acreción que regresará parte del material eyectado, al objeto compacto, logrando una gran propulsión de energía colimada [7]. Esta eyección, aunque también es muy energética tiene una duración muy corta, por lo cual la detección de su ubicación es aún muy difícil de precisar.

Este modelo puede presentar diversos problemas para su aplicación, los cuáles vendrán dados principalmente por la tasa de fusiones, la cuál puede llegar a ser muy baja. Además de su energía disponible, que podría no llegar a ser la necesaria para llegar a generar un GRB, y finalmente a la distancia de fusión de nuestros objetos compactos, la cuál debe ocurrir a grandes distancias del centro de nuestras galaxias anfitrionas.

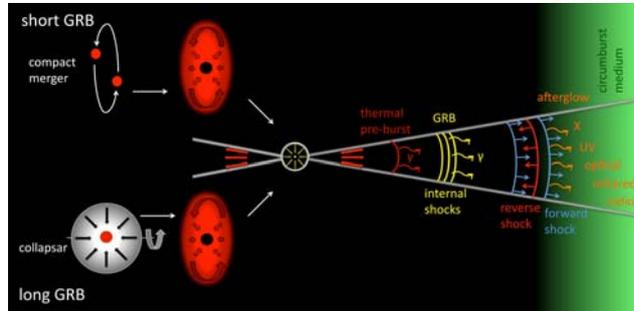


Figura 3.14: Progenitores de GRBs



## Capítulo 4

# Método: *Smooth Particle Hydrodynamics SPH*

### 4.1. Introducción

El método de suavizado de partículas hidrodinámicas, o mejor conocido como *Smooth Particle Hydrodynamics (SPH)* por sus siglas en inglés, es un método computacional empleado principalmente en el estudio de los fluidos, ya que permite estudiar a las partículas pertenecientes al mismo de manera individual, en lugar de considerarlas como un continuo.

Este método, fue propuesto e implementado por primera vez por Gingold y Monaghan (1977) (R.A. Gingold and J.J. Monaghan, “*Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars,*” [4]) y por Lucy (1977) quien fuera la primera en emplear este método para fines astronómicos, con el estudio de estrellas no esféricas “*A numerical approach to the testing of the fission hypothesis,*” [9]).

El funcionamiento del SPH se basa, primordialmente en la resolución y discretización de Lagrangianos propios del sistema, y la prescripción de densidad, la cuál depende de las coordenadas y la primera ley de la termodinámica. En el caso específico de esta tesis, emplearemos el SPH como herramienta primordial de nuestra simulación numérica. Donde nos ayudará a encontrar una solución para las ecuaciones de hidrodinámica no disipativas, específicamente, para el estudio del transporte de momento angular en los discos de acreción.

A continuación, presentaremos una descripción detallada del método, presentando las ecuaciones más importantes del mismo, en un caso no relativista. Así como sus aplicaciones.

#### 4.1.1. Conceptos básicos SPH

*Smooth particle Hydrodynamics* es un método puramente lagrangiano, es decir, que estudia a las partículas de manera individual, y tomando las condiciones específicas de cada una (Densidad, posición, energía etc...), por el contrario, de

los métodos Eulerianos, en los cuáles consideramos al flujo como un continuo y fijamos las variables independientes  $x$  y  $t$ .

En primera instancia, ésta descripción  $d/dt$ , se relaciona con las ecuaciones de Euler y sus derivadas temporales ( $\frac{\delta}{\delta t}$  por medio de la siguiente ecuación:

$$\frac{d}{dt} = \left( \frac{dx^i}{dt} \frac{\partial}{\partial x^i} + \frac{\partial}{\partial t} \right) = v \cdot \nabla + \left( \frac{\partial}{\partial t} \right). \quad (4.1)$$

donde, aplicando las ecuaciones de continuidad de Euler

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (4.2)$$

y usando  $\frac{\partial p}{\partial t} = \vec{v} \cdot \nabla p$ , donde  $\rho$  es la densidad,  $t$  el tiempo y  $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$  es la velocidad del fluido, hallamos la forma lagrangiana

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -p \nabla \cdot \vec{v}. \quad (4.3)$$

Bajo estas mismas condiciones, la ecuación de conservación de momento para un fluido no viscoso, también conocida como Ecuación de Euler:

$$\rho \left( \frac{\delta}{\delta t} + v \cdot \Delta \right) v + \nabla P + f = 0. \quad (4.4)$$

Toma la forma Lagrangiana

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \vec{f}. \quad (4.5)$$

Donde  $f$  es la representación de las fuerzas tales como el campo magnético, o la gravedad.

Estas primeras ecuaciones, resultarán la base para el procedimiento que desarrollaremos a continuación, por lo que es importante tenerlas en mente.

### 1a ley de la termodinámica

Como mencionamos al inicio del capítulo, el método SPH va muy de la mano con las leyes de la termodinámica, en éste caso específico, la primera ley  $dU = dQ - PdV$  se expresa en términos de cantidades específicas, restringiendo su aplicación a los procesos adiabáticos, donde  $dQ = 0$  y considerando casos

sin generación de entropía. En otras palabras, quedamos restringidos a la masa  $\frac{du}{m} = -P \frac{dv}{m}$ . Lo anterior queda expresado de la siguiente manera

$$du = \frac{P}{\rho^2} d\rho. \quad (4.6)$$

de donde

$$\frac{du}{dt} = \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt}. \quad (4.7)$$

y

$$\left( \frac{\partial u}{\partial p} \right)_s = \frac{P}{\rho^2}. \quad (4.8)$$

Para el caso en que consideremos fuerzas tales como el campo magnético o la fuerza de gravedad, la ecuación de energía, utilizando las ecuaciones (4.3) y (4.8), se expresara como:

$$\frac{du}{dt} = \frac{P}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} = -\frac{P}{\rho} \nabla \cdot v. \quad (4.9)$$

Las ecuaciones (4.3, 4.4 y 4.8) deben estar encerradas por una ecuación de estado que relacione la presión  $P$ , o la velocidad del sonido  $C_s$ , con cantidades macroscópicas del fluido como la densidad o la temperatura, donde la presión es producida o bien por colisiones en un gas Maxwell Boltzmann, o por electrones degenerados, de acuerdo al principio de exclusión de Pauli. Y la ecuación de estado puede definirse como un polítropo, proceso en el que ocurre una transferencia de energía, adiabáticamente, es decir al interior del sistema, y a la par, un proceso isotérmico, donde ocurre una transferencia de energía con el exterior del sistema. A esta ecuación, se le conoce como politrópica y viene definida por:

$$P = K \rho^\gamma = K \rho^{(1 + \frac{1}{n})}. \quad (4.10)$$

Donde  $K$ ,  $\gamma$  (constante politrópica) y  $n$  son constantes. Este tipo de ecuación es sumamente útil para estudiar sistemas en equilibrio hidrostático y simplificar las variables. Un ejemplo clásico de problemas donde se emplea este tipo de ecuaciones, son las estrellas.

### Aproximación de Kernel

Cuando se estudia un fluido, se considera que su densidad es proporcional al número de partículas por unidad de volumen. Y a su vez, consideramos que a cualquier tiempo, estas partículas se encontraran ubicadas de manera aleatoria a lo largo de todo el fluido. Esto ocurre debido a que nos encontramos en un sistema de  $N$  cuerpos. Para resolver éste problema, y poder recuperar la densidad

total de nuestro sistema, lo cuál es equivalente a recuperar la probabilidad de distribución de una muestra de partículas de nuestro sistema. Debemos emplear un método estadístico: El método del Kernel suavizado, el cuál es una aproximación integral que emplea el procedimiento de Monte Carlo.

Empleando el Kernel, las ecuaciones diferenciales parciales de los fluidos lagrangianos, se transformarán en ecuaciones diferenciales ordinarias, facilitando enormemente su resolución.

Consideremos una función  $f(r)$ , la cuál se puede aproximar como

$$\vec{f}_h(r) = \int f(r')W((r) - (r'), h)d^3r'. \quad (4.11)$$

donde  $W$  es el kernel suavizado y  $h$ , determina el ancho de dicho kernel.

Ahora, para recuperar la función original, en el límite donde el suavizado es infinitamente pequeño, debemos lograr que el kernel satisfaga

$$\lim_{h \rightarrow 0} \vec{f}_h(r) = f(r) \int W(r - r', h)d^3r' = 1. \quad (4.12)$$

Es decir, que debe estar normalizado

$$\int W(r - r', h)d^3r' = 1. \quad (4.13)$$

y tener una distribución  $\delta$  propia, en el límite de la profundidad de suavizado (cuando ésta tiende a cero).

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\vec{r} - \vec{r}', h) = \delta(\vec{r} - \vec{r}'). \quad (4.14)$$

Para llegar a la aproximación de discretización, podemos escribir la integral como:

$$\vec{f}_h(r) = \int \frac{f(r')}{\rho(r')} W(r - r', h)\rho(r')d^3r'. \quad (4.15)$$

Donde  $\rho$  es la densidad de masa. Bajo esta notación, y con la consideración anterior de la densidad de masa, bajo la aproximación Lagrangiana, podemos sustituir la integral, por una sumatoria de las partículas del fluido. Cuyas masas,  $m_b$  resultan del término  $\rho(r')d^3r'$  con lo que la ecuación anterior quedara como

$$f(r) = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} f_b W(r - r_b, h). \quad (4.16)$$

y finalmente, la densidad se expresara como:

$$\rho(r) = \sum_b m_b W(r - r_b, h). \quad (4.17)$$

Estas últimas dos ecuaciones, resultarán la base para emplear el método SPH y poder aproximar las cantidades físicas del fluido.

A continuación, vamos a realizar una aproximación mediante derivadas, para ello consideraremos la expresión analítica de la ecuación (4.16). Esto es muy útil, ya que si nuestra expresión es analítica, no hay necesidad de utilizar aproximaciones diferenciales finitas.

$$\nabla f(r) = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} f_b \nabla W(r - r_b, h). \quad (4.18)$$

Sin embargo, si queremos estudiar procesos donde esté presente la difusión o la conducción térmica, deberemos utilizar las segundas derivadas, empleando (4.18):

$$(\nabla^2 f)_a = s \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (f_a - f_b) \frac{w_{ab}}{r_{ab}}. \quad (4.19)$$

donde  $w_{ab}$  se relaciona con el kernel como  $\nabla W_{ab} = \vec{e}_{ab} w_{ab}$ , donde  $\vec{e}_{ab}$  es el vector unitario entre las partículas a y b. Es decir,  $r_{ab} = r_a - r_b$  y  $\vec{e}_{ab} = \frac{r_{ab}}{\|r_{ab}\|}$

### Suavizado del Kernel

Para restringir el número de partículas que contribuyen a la suma de la ecuación (4.16), en un subconjunto local, el Kernel debe tener una forma compacta, ya que de cualquier otra manera la sumatoria se extendería sobre todas las N partículas, haciendo de  $n^2$  un método ineficiente.

En un principio, Gingold y Monaghan propusieron un Kernel esférico y Gaussiano

$$W(r, h) = \frac{1}{(\pi^{\frac{3}{2}})h^3} \exp^{-\sigma^2}. \quad (4.20)$$

donde  $r = r - r'$  y  $\sigma = \frac{r}{h}$

Pero actualmente, en SPH, usualmente se utiliza un kernel radial con  $W(r - r', h) = W(|r - r'|, h)$ .

Sin embargo, en el caso de nuestra simulación, se utiliza un Kernel cúbico, el cuál viene dado por:

$$W(q) = \frac{1}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3, 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3, 1 < q \leq 2 \\ 0, q > 2 \end{cases} . \quad (4.21)$$

donde  $q = |r - r'|/h$ . Este Kernel es radial y únicamente depende del valor absoluto de  $|r - r'|$ . Con este Kernel, la aproximación integral, (eq 4.9) es

$$\vec{f}_h(r) = f(r) + Ch^2 + O(h^4). \quad (4.22)$$

donde C contiene la segunda derivada de la función f. Con esto, podemos ver que las funciones lineales y constantes son reproducidas de manera exacta por la ec (4.9).

## 4.2. Ecuaciones importantes

### Discretización SPH

Luego de presentar las ecuaciones básicas del método y lograr diferenciarlas, el siguiente paso es hacer una discretización. Tomando la ec (4.4), sin considerar esfuerzos de cuerpo, tendremos que

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = -\frac{1}{\rho_a} \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} P_b \nabla_a W_{ab}. \quad (4.23)$$

Sin embargo, estamos frente a una ecuación que se adapta bien a nuestro método, pero que no cumple con la tercera ley de Newton y por lo tanto, no conserva el momento

Para ver esto, consideremos dos partículas, a y b; y escribamos las fuerzas que ejercen la una sobre la otra.

$$\vec{F}_{ba} = \left( m_a \frac{d\vec{v}_a}{dt} \right)_b = -\frac{m_a}{\rho_a} \frac{m_b}{\rho_b} P_b \nabla_a W_{ab}. \quad (4.24)$$

$$\vec{F}_{ab} = \left( m_b \frac{d\vec{v}_b}{dt} \right)_a = -\frac{m_b}{\rho_b} \frac{m_a}{\rho_a} P_a \nabla_b W_{ba} = \frac{m_a}{\rho_a} \frac{m_b}{\rho_b} P_a \nabla_a W_{ab}. \quad (4.25)$$

Donde empleamos la propiedad del Kernel:

$$\nabla_a W_{ab} = -\nabla_b W_{ab}. \quad (4.26)$$

y ya que en general  $P_a \neq P_b$ , la ecuación 3a ley de Newton no se cumple.

Existe una forma alternativa de encontrar una ecuación que cumpla ambas condiciones: satisfaga nuestro método y conserve el momento. Si tomamos la ecuación (4.4), también conocida como ecuación de Euler, y reescribimos el gradiente de presión como:

$$\frac{\nabla P}{\rho} = \nabla \left( \frac{P}{\rho} + \frac{P}{\rho^2} \right) \nabla \rho. \quad (4.27)$$

tendremos que, por un lado, la ecuación de momento quedará de la forma

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = -\frac{P_a}{\rho_a^2} \sum_b m_b \nabla_a W_{ab} - \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} \nabla_a W_{ab} = -\sum_b m_b \left( \frac{P_a + P_b}{\rho_a^2 + \rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab}. \quad (4.28)$$

y por el otro, la ecuación de Euler, que con estas condiciones quedará como

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (\nu \cdot \nabla) \nu = -\nabla \left( \frac{P}{\rho} - \frac{P}{\rho^2} \nabla \rho \right). \quad (4.29)$$

Que, escrito de la forma de SPH quedara

$$\left( \frac{\nabla P}{p} \right)_t = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} \frac{p_b}{\rho_b^2} \nabla_a W(r_{ab}, h_b) + \frac{p_b}{\rho_b^2} \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} \rho_b \nabla_a W(r_{ab}, h_{ab}) = \sum_b m_b \left( \frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W(r_{ab}, h_{ab}). \quad (4.30)$$

y finalmente

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = -\sum_b m_b \left( \frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W(r_{ab}, h_{ab}). \quad (4.31)$$

Ahora, para el caso de la ecuación de la energía tendremos que, ésta si se puede construir de manera directa, tomando la forma:

$$\frac{du_a}{dt} = \frac{P_a}{\rho_a^2} \frac{d\rho_a}{dt} = \frac{P_a}{\rho_a^2} \frac{d}{dt} \left( \sum_b m_b W_{ab} \right) = \frac{P_a}{\rho_a^2} \sum_b m_b V_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}. \quad (4.32)$$

Para lo anterior, se empleó la propiedad de la derivada temporal del kernel y la ecuación (4.17)

$$\frac{dW_{ab}}{dt} = v_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}. \quad (4.33)$$

Para el caso de la ecuación de momento, podemos encontrar una forma secundaria de lograr la discretización, la cuál se consigue siguiendo un razonamiento similar al empleado previamente, pero tomando como base la ecuación (4.5)

$$\frac{\nabla P}{\rho} = \frac{P}{P^\lambda} \nabla \left( \frac{1}{\rho^{1-\lambda}} \right) + \frac{1}{\rho^2 - \lambda} \nabla \left( \frac{P}{\rho^\lambda - 1} \right). \quad (4.34)$$

lo cuál nos da, para la ecuación de momento

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{P_a^\lambda} + \frac{P_b}{\rho^2 - \lambda_b \rho_b^\lambda} \right) \nabla_a W_{ab}. \quad (4.35)$$

Ésta forma es simétrica en los índices de las partículas para cualquier valor de  $\lambda$ , y a su vez es consistente con la ecuación de energía

$$\frac{d_{ua}}{dt} = \frac{P_a}{\rho_a^\lambda} \sum_b m_b \frac{v_{ab}^\rightarrow}{\rho^2 - \lambda_b} \cdot \nabla_a W_{ab}. \quad (4.36)$$

y la ecuación de continuidad

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \rho^2 - \lambda \sum_b m_b \frac{v_{ab}^\rightarrow}{\rho^2 - \lambda_b} \cdot \nabla_a W_{ab}. \quad (4.37)$$

Que es la forma discreta en SPH de

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \rho^2 - (\lambda \vec{v}) \cdot \nabla (\rho^{\lambda-1}) - \nabla \cdot (\rho^{\lambda-1} \vec{v}). \quad (4.38)$$

### Viscosidad artificial

Cuando estudiamos la dinámica de los gases, debemos considerar, que aun tomando las condiciones iniciales suavizadas, estas nos pueden generar soluciones discontinuas o choques, los cuáles normalmente se encuentran presentes en fenómenos astrofísicos y permiten la disipación del calor y la transformación de energía . Por lo tanto, al considerarlos, también estamos considerando un sistema más acercado a la realidad.

Dentro del método de SPH, la forma de simular los choques y poder estudiarlos se consigue haciendo uso de las soluciones al problema de Riemman

entre dos partículas adyacentes o bien, introduciendo un término de viscosidad artificial en la ecuación de conservación de momento. Ésta segunda solución es la que nosotros utilizaremos.

Ésta idea, de introducir un término de disipación viscosa se utiliza para lograr dar a los choques, un grosor comparable, y preferentemente mayor, a la separación entre las partículas.. Lo cuál, genera que las ecuaciones diferenciales puedan emplearse sobre todo el cálculo, tal como si no existieran choques.

En la literatura, existen diversas formas de representar el parámetro de viscosidad artificial, siendo los más reconocidos el de von-Neumann, Richter. Quienes guiados por los requerimientos de que, 1) no existían discontinuidades reales, y 2)El grosor de la capa de choque se encuentra en cualquier punto del orden de longitud de escala  $l$ , 3)Fuera de la capa de choque no existen efectos observables. propusieron

$$qNR = c_2 \rho l^2 (\nabla \cdot \vec{v})^2. \quad (4.39)$$

donde  $c_2$  es un parámetro adimensional que se agrega a la presión hidrodinámica.

y el de Monaghan- Gingold(1983):

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab}.$$

donde  $\pi_{ab}$  es una contribución artificial, dada por:

$$\pi_{ab} = \begin{cases} \frac{-\alpha c_{ab} \mu_{ab} + \beta \mu_{ab}^2}{\rho_{ab}} \text{ si } \vec{v}_{ab} \cdot \vec{r}_{ab} < 0 \\ 0 \text{ si } \vec{v}_{ab} \cdot \vec{r}_{ab} > 0 \end{cases}. \quad (4.40)$$

Con

$$\mu_{ab} = \frac{h \vec{v}_{ab} \cdot \vec{r}_{ab}}{r_{ab}^2 + \eta^2}. \quad (4.41)$$

$$c_{ab} = \frac{1}{2} (c_a + c_b). \quad (4.42)$$

$$\vec{\rho} = \frac{1}{2} (\rho_a + \rho_b). \quad (4.43)$$

De acuerdo a la viscosidad artificial, la expresión de momento quedará expresada como:

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} + \pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab}. \quad (4.44)$$

Y para ser consistentes, también debemos modificar la ecuación de Energía

$$\frac{dv_a}{dt} = \frac{P_a}{\rho_a^2} \sum_b m_b v_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} + \frac{1}{2} \sum_b m_b \pi_{ab} v_{ab} \cdot \vec{\nabla}_a W_{ab}. \quad (4.45)$$

Esta combinación aún conserva la energía y el momento angular y lineal.

Con lo visto anteriormente, podemos escribir las ecuaciones más importantes de SPH, las cuáles resumiremos en tres:

En primera instancia, se debe obtener la densidad por medio de las sumatorias de las partículas.

$$\rho_a = \sum_b m_b W_{ab}. \quad (4.46)$$

Alternativamente, la ecuación de continuidad se puede integrar (ver ec 4.3) y la ecuación de evolución para una energía interna específica puede escribirse como

$$\frac{d_{ua}}{dt} = \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{1}{2} \pi_{ab} \right) v_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}. \quad (4.47)$$

Y finalmente, la ecuación de momento se expresa como

$$\frac{dv_a}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} + \pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab}. \quad (4.48)$$

Por medio de la cuál se considera que las partículas avanzan en el tiempo.

### Integración temporal

Lo último que se debe tener en consideración para implementar SPH correctamente es la integración temporal.

Para poder llevar a cabo una integración adecuada de las ecuaciones diferenciales pertenecientes al método, debemos encontrar un balance adecuado entre la eficiencia y la precisión del integrador. Para conseguir esto, debemos minimizar el número de evaluaciones de la fuerza por cada paso del tiempo, lo cuál dará preferencia a los integradores de bajo orden. Siempre y cuando estos sean estables y converjan.

Para llevar a cabo estas integraciones numéricas, se han desarrollado diversos métodos estándar entre los cuáles figuran el algoritmo de Leapfrog y el de

Stormer-Verlet. Mismos que describiremos breve mente a continuación.

El algoritmo de Verlet o Leapfrog original, se puede derivar fácil mente empleando dos expansiones de Taylor para:  $\vec{r}(t+\Delta t)$  y  $\vec{r}(t-\Delta t)$ . Que sumadas y aplicadas a la resolución de  $\vec{r}(t+\Delta t)$  para hallar la posición nos dan el algoritmo de verlet

$$\vec{r}(t + \Delta t) = 2\vec{r}(t) - \vec{r}(t - \Delta t) + \vec{a}(t)\Delta t^2 + O(\Delta t^3). \quad (4.49)$$

En ésta ecuación vemos que para hallar la posición no requerimos de la velocidad. Sin embargo esto puede acarrear problemas, ya que para conocer una posición nueva, necesitaremos conocer sus dos posiciones anteriores.

La velocidad puede reconstruirse a partir de la posición centrada en límites diferenciales

$$\vec{v}t = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t - \Delta t)}{2\Delta t} + O(\Delta t^3). \quad (4.50)$$

La forma de Leapfrog, se obtiene definiendo las velocidades a pasos intermedios vía diferencias centradas

$$\vec{v}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) = \frac{\vec{r}t - \vec{r}(t - \Delta t)}{\Delta t}. \quad (4.51)$$

y

$$\vec{v}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}t}{\Delta t}. \quad (4.52)$$

Esta última ecuación puede resolverse empleado la forma de Leapfrog en la ecuación de posición.

$$\vec{r}(t + \Delta t) = \vec{r}(t) + \Delta t\vec{v}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right). \quad (4.53)$$

Utilizando la ecuación (4.52) e insertándola en (4.53) encontramos la velocidad actualizada del algoritmo de Leapfrog

$$\vec{v}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = \vec{v}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \vec{a}(t)\Delta t. \quad (4.54)$$

De esta manera, tanto la posición como la aceleración siempre serán evaluadas o pasos de tiempo completo, mientras que las velocidades serán evaluadas

de manera intermedia. Es decir, que la pasaran "saltando" sobre las posiciones. Si requerimos las velocidades a un tiempo  $t$ , se pueden calcular como

$$\vec{v}(t) = \frac{\vec{v}(t + \frac{\Delta t}{2}) + \vec{v}(t - \frac{\Delta t}{2})}{2}. \quad (4.55)$$

La forma de Storm Verlet es particularmente útil ya que todas las partículas son evaluadas al mismo tiempo. Tomando la ecuación (4.46) y resolviéndola para

$$\vec{r}(t - \Delta t) = \vec{r}(t) - \Delta t \vec{v}(t). \quad (4.56)$$

En conjunto con la ecuación (4.45), podremos encontrar la posición actualizada del algoritmo de Verlet

$$\vec{r}(t - \Delta t) = \vec{r}(t) + \Delta t \vec{v}(t) + \frac{1}{2} \vec{a}(t) \Delta t^2. \quad (4.57)$$

Ahora, para encontrar la velocidad, tomaremos nuevamente la ecuación (4.45) e insertamos la posición de Verlet en (4.46)

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}(t) - \vec{r}(t - \Delta t)}{\Delta t} + \frac{\vec{a}(t)}{2} \Delta t. \quad (4.58)$$

De manera análoga encontramos la velocidad al tiempo  $t + \Delta t$

$$\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \Delta t \frac{\vec{a}(t + \Delta t)}{2}. \quad (4.59)$$

Sumando estas últimas dos ecuaciones y utilizando nuevamente (4.46) llegamos a

$$\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \Delta t \frac{\vec{a}(t) + \vec{a}(t + \Delta t)}{2}. \quad (4.60)$$

Que nos da la expresión actualizada del Algoritmo Stormer-Verlet. Mismo, que es un ejemplo perfecto de un "integrador geométrico" que conserva el momento angular de manera exacta.

## 4.3. Aplicaciones del método

### 4.3.1. Implementación

En las dos secciones anteriores, nos hemos dedicado a explicar las ecuaciones elementales para entender y desarrollar SPH. Logrando una buena comprensión

de las mismas. Sin embargo, al momento de aplicarlas computacionalmente hay varios puntos a tomar en consideración, y son los que ahora abordaremos

### **Vecinos y Resolución**

Para tener una buena estadística, recomendamos tener un número grande de vecinos, típicamente de 100 o más. Esto, ayudará a evitar generar un ruido numérico alto, y fluctuaciones alrededor de las soluciones reales.

Cuando hablamos de vecinos, nos referimos a una determinada partícula, en la cuál, la longitud de suavizamiento,  $h_i$  se traslapa con la  $h$  de nuestra partícula de interés. Este término es muy importante ya que a lo largo de las corridas, jugamos con estos traslapes y obtenemos un suavizamiento. El hecho de poder utilizar el termino de los vecinos se debe a que el kernel que empleamos tiene un soporte compacto.

Por otro lado, el tener un número alto de partículas, nos permitirá hacer una buena simulación y resolución de los choques. Para los cuáles, como se vio a lo largo de éste texto, SPH resulta ser una buena elección.

### **Masa de las partículas**

Siempre que sea posible, se deben emplear partículas con la misma masa. Aunque esto puede variar dependiendo el problema al que nos enfrentemos. Esto evitará que existan grandes fluctuaciones, al involucrar partículas grandes con partículas pequeñas. Ésto se puede despreciar únicamente en ciertos casos específicos, como en estrellas altamente condensadas.

### **Condiciones iniciales**

Establecer unas condiciones iniciales adecuadas, sin duda nos llevaran a un buen empleo de SPH. Ya que, como se ha visto, debemos comenzar estableciendo condiciones de equilibrio para las partículas que integran nuestra muestra, de acuerdo a la posición específica de cada una. Una vez que llegamos a éste equilibrio, debemos evitar que las partículas tengan movimientos considerables.

### **Integración Temporal**

Idealmente, nuestro método de integración, debe ser capaz de monitorear el tiempo transcurrido en la simulación y de identificar los errores que ocurran durante el. Y en caso de encontrar errores fatales, debe reiniciarse.

### **Disipación viscosa**

La disipación viscosa debe utilizarse únicamente en donde realmente sea necesaria y puede vincularse con parámetros de dependencia temporal para me-

jores resultados.

### **Resultados**

Al momento de presentar los resultados, se recomienda presentar los datos en cantidades continuas, y de todo el muestreo. Evadiendo gráficas puntuales y datos de partículas específicas. Por el contrario, se recomienda utilizar gráficas de contorno para verificar que las matemáticas son correctas y van de acuerdo a lo esperado físicamente.

Para mayor información respecto a cada uno de los temas ver: [11] [16] [10]

# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1. Condiciones Iniciales

Para el desarrollo de esta tesis, se realizó un análisis computacional, empleando un código numérico (Fortan 77); En el cuál, se simula el comportamiento de un disco de acreción en coordenadas cilíndricas con simetría azimutal( $z$ ), que se enfría por medio de neutrinos (ver cap2) y se encuentra alrededor de un agujero negro. A continuación explicaré con mas detalle cada una de las condiciones iniciales que se plantean, para tener una mayor comprensión del trabajo realizado.

**El código** El código empleado fue desarrollado por el Dr William Henry Lee Alardin y es un código de tipo árbol. Utiliza el método SPH, explicado anteriormente (Ver cap4). En el, se establecen las condiciones iniciales de nuestro disco de acreción, siendo las más significativas, la masa tanto del objeto central como de nuestro disco, la energía interna y la energía liberada. Todas las unidades utilizadas, se encuentran en MKS (metro, kilogramos, segundos) y Masas solares, y se utiliza notación astronómica.

**El disco de acreción** El disco de acreción aquí considerado, proviene de la muerte de una colisión entre una estrella de neutrones y un agujero negro, el cuál deshizo a la estrella, dejando como remanente un disco de acreción, que se encuentra aislado. Es un disco de acreción delgado, que se comporta de acuerdo al parámetro  $\alpha$  y a las ecuaciones de la hidrodinámica. Para estudiarlo, se toman coordenadas cilíndricas ( $r, z$ ), lo cuál facilita su estudio y análisis. y se observa mediante cortes tangenciales.

Se considera una simetría azimutal en el sistema, lo cuál nos permite observar el comportamiento de la acreción, en una escala de tiempo mucho más grande que la que se tiene considerando escalas de tiempos dinámicos. Los tiempos que aquí se emplean, se encuentran en segundos, y tienen un máximo de 0.4s.

**Objeto central** En este caso, el objeto central del cuál nuestro disco se encuentra circundante es un agujero negro de  $4M_{\odot}$ .

**Enfriamiento por neutrinos** Como se mencionó previamente, el mecanismo mediante el cuál el sistema (Disco- Agujero) libera su energía, ocurre mediante la generación de neutrinos. Esta generación se encuentra muy bien definida en el código, y es de suma importancia para entender las perturbaciones. Un poco más adelante, explicaremos a detalle como se considera el proceso de emisión de neutrinos en este caso particular.

### 5.1.1. Las perturbaciones

Para entender lo que es una perturbación, debemos comenzar por saber los mecanismos con los que cuenta el disco de acreción para liberar su energía. Estos, vamos a dividirlos en tres secciones: Los que caen al agujero negro, los que salen eyectados mediante un jet relativista, y que no regresan al disco, y una fracción de  $\dot{m}c^2$  que por efecto de la acreción, es re inyectado al disco de acreción en forma de energía térmica y lo calienta mediante radiación.

Para los dos primeros casos, la importancia es prácticamente nula, ya que una vez que el material cae al agujero o es eyectado, no regresa al disco y por lo tanto no genera ninguna reacción secundaria en él. Por el contrario, para la última situación, en que el material se re inyecta, éste si tiene una interacción con el disco y nos genera las llamadas Perturbaciones.

El objeto principal de estudio de esta tesis, son las Perturbaciones alrededor de un disco de acreción. Pero ¿Qué es una perturbación?. Bajo nuestro esquema de referencia, vamos a considerar que nuestro sistema se va a perturbar mediante la retroalimentación de material proveniente del mismo disco. Es decir, que una vez que el disco eyecte parte de su material, una fracción de  $\dot{m}c^2$  será re-inyectada en el, generando cambios en su velocidad, su momento y su comportamiento general. Las perturbaciones que aquí empleamos, son de tipo radiativo, es decir que las observamos mediante cambios en la temperatura de nuestro disco de acreción.

Otro tipo de perturbación ocurre al interior del mismo disco, por cambios de la viscosidad. Sin embargo esta situación no fue contemplada en éste trabajo, pero podría ser importante para un futuro.

**Parámetro  $\alpha$**  El parámetro  $\alpha$  ha sido muy mencionado a lo largo de este texto y su importancia es fundamental. Para este desarrollo, vamos a considerar tres tipos de  $\alpha$ :  $\alpha = 10^{-3}$ ,  $\alpha = 10^{-2}$  y  $\alpha = 10^{-1}$ . Estos tres límites se escogieron, tomando en cuenta las restricciones del propio parámetro, y para tener un panorama amplio, del comportamiento de las perturbaciones en un disco de acreción.

Como veremos más adelante, y observaremos en las gráficas, un disco, con un  $\alpha$  grande, se desintegrará mucho más rápidamente, que uno con un  $\alpha$  pequeña. Inclusive, un  $\alpha$  muy grande, mezclada con una perturbación elevada,

puede desencadenar un colapso del disco. Es decir, que la perturbación resulta tan agresiva, que el disco de acreción se ve desvanecido en cuestión de segundo, y al mismo tiempo, pierde una gran cantidad de energía.

**Las ecuaciones importantes** Para la realización de esta parte de la tesis, se emplearon una serie de ecuaciones características del problema de acreción que estamos trabajando en las que se hicieron consideraciones específicas, con el objetivo de tener las condiciones más apegadas a la realidad. A continuación detallare las ecuaciones.

En primer lugar, se considera una ecuación de estado mucho mas realista. En general, en este tipo de estudios (Disco de acreción formado después de una fusión entre una estrella de neutrones y un BH), se emplea una ecuación de gas ideal, ya que nos reduce el número de variables y nos permite hacer mejores interpretaciones. Sin embargo, al utilizarla perdemos la parte sustancial que se relaciona con el comportamiento entre las partículas y el disco de acreción y nos alejamos del caso real. Por ello, en esta ocasión, la ecuación empleada incluye un gas de electrones relativista de degeneración arbitraria, presión de radiación, y un gas ideal de nucleones libres y partículas  $\alpha$ . Por otro lado, la composición de nuestro disco está determinada de manera auto consistente, al considerar interacciones débiles en dos regímenes: material opaco a neutrinos, y material transparente a neutrinos.

En segundo lugar, se incluye una parte de enfriamiento por neutrinos, en el cuál, la emisión de neutrinos se convierte en el medio para enfriar al disco de acreción. Estos neutrinos, son supuestos de formarse por captura de electrón-positrón sobre nucleones libres, por efecto bremsstrahlung, por aniquilación de pares o por decaimiento de plasmones.

Por último, se considera una profundidad óptica aproximada para el fluido de los neutrinos, el cuál se logra utilizando dispersión sobre los nucleones y las partículas  $\alpha$ , las cuales a su vez son fuente de opacidad.

**Condiciones físicas** Antes de entender las ecuaciones, es importante comprender la situación física en la que nos encontramos. Recordemos, que nos encontramos trabajando con un disco de acreción, formado como resultado de la fusión de una estrella de neutrones y un agujero negro. Aunque, una posibilidad secundaria nos habla de la fusión entre dos estrellas de neutrones. En cualquiera de los casos, el disco será pequeño, conteniendo pocas decenas de masa solar. El disco, a su vez se encuentra orbitando un agujero negro de aproximadamente 200km, equivalente a un rango entre 3-5 masas solares.

El disco presenta una densidad elevada ( $10^9 gcm^{-3} \leq \rho \leq 10^{12} gcm^{-3}$ ) con energías internas elevadas ( $10^{10} k \leq T \leq 10^{11} k$ ). Estas temperaturas son tan elevadas que el núcleo se foto desintegra, y tenemos entonces una mezcla de partículas  $\alpha$ , protones y neutrones libres, electrones y positrones. La escala temporal para el equilibrio  $\beta$ , esta dado por  $t_\beta \approx (\sigma_{Ne} n_N c)^{-1}$ , donde  $\sigma_{Ne}$  es la

sección eficaz para captura de  $e^\pm$  sobre nucleones libres, y  $n_N$  es la densidad de dichos nucleones. Bajo estas condiciones,  $t_\beta \approx 2 \times 10^{-4} s$ , el cual es mucho mas chico que la escala del tiempo de acreción  $t_{acc}$  de un elemento de fluido, por lo que las interacciones débiles determinan la composición. Los fotones quedan atrapados, y son acarreados con la corriente o el flujo. En el caso de los neutrinos, la situación es mas complicada ya que la profundidad óptica es del orden de una unidad. En las regiones externas del disco, escapan libremente, mientras que para densidades mas grandes de  $10^{11} gcm^{-3}$  caen sobre la difusión en un tiempo  $t_{dif,v} \approx 30ms$ .

**La ecuación de estado** Con las condiciones descritas anteriormente, en un principio, asumimos que nos encontramos en un caso en el que todos los neutrones se encuentran libres, y no tenemos partículas  $\alpha$  presentes. De acuerdo a la temperatura alcanzada, podemos alcanzar la creación de pares electrón-positrón. El número de pares creados, va en función de la degeneración de electrones. Lo anterior lo podemos resolver, asumiendo una expresión para la presión, en función de la temperatura y el potencial químico, y válido para degeneración arbitraria en el límite de los electrones relativistas ( $\rho \geq 10^6 gcm^{-3}$ ) tenemos que:

$$P_e = \frac{1}{12\pi^2(\hbar c)^3} \left[ \eta_e^4 + 2\pi^2 \eta_e^2 (KT)^2 + \frac{7}{15} \pi^4 (KT)^4 \right]. \quad (5.1)$$

La densidad de electrones y positrones se relacionara por

$$\frac{\rho Y_e}{m_u} = n_- - n_+ = \frac{1}{3\pi^2(\hbar c)^3} [\eta_e^3 + \eta_e \pi^2 (KT)^2]. \quad (5.2)$$

Donde  $Y_e$  es la fracción electrónica. El potencial químico de especies  $i$ , se denota por  $\eta_i$ . Esta expresión, nos reduce a los límites bien conocidos cuando se presentan bajas temperaturas: ( $KT \ll \eta_e$ ) lo que nos da  $P \propto \rho^{(\frac{4}{3})}$ , una temperatura apropiada para un gas de fermi. En el caso contrario, cuando tenemos temperaturas elevadas ( $KT \gg \eta_e$ ) lo que nos da  $P \propto T^4$  cuando la presión viene de pares de electrones y protones relativistas.

Con lo anterior, la ecuación completa nos queda como:

$$P = P_{rad} + P_{gas} + P_e + P_v. \quad (5.3)$$

donde

$$P_{rad} = \frac{aT^4}{3}. \quad (5.4)$$

$$P_{gas} = \frac{\rho KT}{m_u}. \quad (5.5)$$

$P_\nu$  es la presión debida a los neutrinos,  $a$  es la radiación constante,  $K$  es la constante de Boltzmann, y  $m_u = 1,667 \times 10^{-24}$  ges la unidad de masa atómica. De acuerdo a las condiciones que presenta el disco que aquí trabajamos, la presión del gas dominara en un 80% sobre los demás términos. Al tener una temperatura equivalente a  $T \approx 5\text{MeV}$ , dentro del espectro de cuerpo negro, encontraremos un pico a los  $14\text{MeV}$ . Por otro lado, la frecuencia del plasma  $W_p$  corresponde a una temperatura  $T_p \approx 0,5 \text{ MeV}$ .

El conteo de la fracción electrónica y del potencial químico de los electrones, se sigue de asumir equilibrio  $\beta$  entre neutrones, protones y electrones, y la condición de carga neutral. Dependiendo de la profundidad óptica del material, tendremos que hacer ajustes y distinciones para cada caso [8]. si tenemos un material que es transparente a su propia emisión de neutrinos, entonces ajustaremos las condiciones de equilibrio, al igualar la tasa de captura de electrones y positrones, con la de protones y neutrones respectivamente. Para el caso de degeneración como la que se presenta en este caso, utilizaremos una ecuación para la fracción electrónica como función de la temperatura y del potencial químico electrónico:

$$Y_e = \frac{1}{2} + 0,487 \left( \frac{Q}{\frac{2-\eta_e}{KT}} \right). \quad (5.6)$$

(las referencias de estas ecuaciones se pueden encontrar en [8]) Donde  $Q = (m_n - m_p)c^2 \simeq 1,29\text{MeV}$ . Si el material es opaco, y se permite que los neutrinos se diluyan en una escala temporal menor que el tiempo de acreción, entonces debemos escribir:

$$\eta_e + \eta_p = \eta_n. \quad (5.7)$$

Al tener nucleones no degenerados, podemos emplear estadística de Maxwell-Boltzmann para describir su función de distribución, y obtener:

$$\frac{\eta_p}{\eta_n} = \exp\left(\frac{Q - \eta_e}{KT}\right). \quad (5.8)$$

Para la tasa de densidad del número de neutrones y protones, con  $Y_e = \frac{n_p}{n_p + n_n}$  llegamos a:

$$\frac{1 - Y_e}{Y_e} = \exp\left(\frac{\eta_e - Q}{KT}\right). \quad (5.9)$$

Tenemos ahora tres ecuaciones: (5.2), (5.3) y (5.6) o (5.9) para tres funciones,  $T$ ,  $Y_e$  y  $\eta_e$  por lo que el sistema se puede considerar cerrado. Ahora bien, para permitir que exista una transición entre los regímenes óptica mente grueso y óptica mente delgado, resolvemos estas ecuaciones, de una manera combinada, y tomamos como base el factor  $f(t_v) = \exp(-t_v)$  o el factor  $g(t_v) = 1 - \exp(-t_v)$ . De manera práctica, resolvemos la ecuación (5.3) utilizando la energía interna por unidad de masa, en lugar de la presión. Ya que su variación en el tiempo es lo que determina nuestro código, empleando la primera ecuación de la termodinámica. Finalmente, se incluyen efectos de la foto desintegración de partículas  $\alpha$  al usar equilibrio estadístico nuclear para tres especies ( $n, p, \alpha$ ) para ajustar la fracción de masa sobre los nucleones libres, como:

$$X_{nuc} = 22,4 \left( \frac{T}{10^{10}} \right)^{\frac{9}{8}} \left( \frac{\rho}{10^{10} \text{ gcm}^{-3}} \right)^{-\frac{3}{2}} \exp \left( -8,2 \frac{10^{10} K}{T} \right). \quad (5.10)$$

A continuación, presentaré explícitamente las ecuaciones anteriores, de una manera un poco más detallada para  $u$ ,  $Y_e$  y la neutralidad de carga.

Comencemos por la ecuación para la energía interna por unidad de masa, considerando las distintas presiones y nuestro parámetro  $X_{nuc}$  tendremos que:

$$u = 3 \frac{P_e + P_{rad} + P_v}{\rho} + \frac{1 + 3X_{nuc}}{4} \frac{3KT}{2m_u}. \quad (5.11)$$

El equilibrio  $\beta$  se define como:

$$Y_e = \frac{1 - X_{nuc}}{2} + X_{nuc} * A. \quad (5.12)$$

Donde

$$A = \left[ \frac{1}{2} + 0,487 \left( \frac{Q/2 - \eta_e}{KT} \right) \right] f(T_v) + \left[ 1 + \exp \left( \frac{\eta_e - Q}{KT} \right) \right] g(T_v). \quad (5.13)$$

A su vez, el tener una carga neutral, nos implica que:

$$\frac{\rho Y_e}{m_u} = \frac{1}{(3\pi^2)(\hbar c)^2} [\eta_3^3 + \eta_e \pi^2 (KT)^2]. \quad (5.14)$$

Como se mostró en la ecuación (5.2). Las modificaciones a la ecuación para el equilibrio  $\beta$  reflejan que si el fluido se encuentra compuesto primordialmente de partículas  $\alpha$ , tendremos  $Y_e = \frac{1}{2}$ .

**Emisión de neutrinos y foto desintegración** Existen una diversidad de procesos, que pueden contribuir a la emisión de neutrinos. El primero de ellos, considera el proceso de captura de electrón positrón sobre neutrones libres. Estos datos, se obtuvieron utilizando tablas de Langanke y Martínez-Pinedo (2001), para mayor referencia ver [8]. Estos datos resultan sobresalientes, e inovadores (En su época) debido a que considera los procesos que ocurren sobre todo el disco, sin importar si la degeneración es significativa o no. De igual manera, utilizando la tabla, podemos realizar una interpolación bilineal, en el plano:  $\log \rho Y_e - \log T$ , la cual nos da la tasa de enfriamiento para un elemento de masa determinado. El resultado obtenido, se multiplica por la fracción de masa de nucleones libres  $X_{nuc}$ , debido a que no se consideran captura de portones y electrones por medio de partículas  $\alpha$ .

En segundo lugar, la aniquilación de pares electrón -positrón, resulta en una fuente neutrinos térmicos, y su tasa de enfriamiento correspondiente, se obtiene de utilizar las funciones de Itoh et al(1996) [8]. las cuales cubren el rango  $9 \leq \log \langle \rho (gcm^{-3}) \rangle \leq 12$  en la densidad, y  $10 \leq \log T (K) \leq 11$  en la temperatura.

Por último, se consideran el bremsstrahlung nucleon-nucleon,  $\dot{q}_{ff}$ , y el decaimiento plasmónico  $\dot{q}_{plasmón}$ , cuyas tazas dan:

$$\dot{q}_{ff} = 1,5x10^{33} T_{11}^{5,5} \rho_{13}^2 ergs s^{-1} cm^{-3}. \quad (5.15)$$

Y

$$\dot{q}_{plasmón} = 1,5x10^{32} T_{11}^9 \gamma_p^6 exp(-\gamma_p)(1 + \gamma_p) \times \left( 2 + \frac{\gamma_p^2}{1 + \gamma_p} \right) ergs s^{-1} cm^{-3}. \quad (5.16)$$

donde  $\gamma_p = 5,5x10^{-2} [\pi^2 + 3(\eta_e/KT)^2]/3^{\frac{1}{2}}$ . De acuerdo a las condiciones que presenta nuestro disco, el proceso que domina sobre los demás, es el de captura de nucleones, convirtiéndose en la principal fuente de enfriamiento. Finalmente, la creación y desintegración de partículas  $\alpha$  dan lugar a un término de enfriamiento en la ecuación de energía dada por:

$$\dot{q}_{phot} = 6,8x10^{18} \frac{dX_{nuc}}{dt} ergs^{-1} cm^{-3}. \quad (5.17)$$

## 5.2. Desarrollo: 3 diferentes casos

Para el desarrollo de este trabajo, se realizaron tres diferentes casos, en los cuales se fueron añadiendo variables, y modificando parámetros. Para analizar paso a paso el comportamiento de los discos, y la influencia que tenían las perturbaciones, a medida que iban teniendo acción.

**Caso 1/ Verificación del parámetro alfa** Para el primer caso, se realizó la comprobación del parámetro  $\alpha$ . Para esto se llevaron acabo diferentes corridas modificando dicho parámetro, de acuerdo a su rango permitido, y observando las variaciones dentro del mismo. Esto, se realizó como una comprobación inicial del código numérico y para establecer las condiciones que se seguirían a lo largo de todo nuestro estudio. Así es como llegamos a los tres parámetros de  $\alpha$  mencionados anteriormente:  $\alpha=0.1$ ,  $\alpha=0.001$  y  $\alpha=0.001$ .

**Caso 2/ Retroalimentación** Dentro del segundo caso, comenzamos a modificar las variables dentro de nuestro disco, integrando un parámetro de feedback o retroalimentación, el cuál nos indica la fracción del material que está regresando a nuestro disco en forma de radiación. Empleando éste parámetro, se realizaron corridas para cada uno de los valores de  $\alpha$   $\alpha=0.1$ ,  $\alpha=0.001$  y  $\alpha=0.001$ , notando cambios considerables para cada uno de ellos. De igual forma, se integraron algunas corridas en las que apagamos el parámetro de retroalimentación, e introducíamos una variable que nos permitía identificar la vía por la que nuestro disco estaba perdiendo su masa (masadd), igualmente utilizando las tres distintas  $\alpha_s$ .

Dentro del código, las variaciones que aquí consideramos se integrán como:

qpert=Feedback

Donde feedback representa la retroalimentación del material y se expresa como:

Y q pert representa la perturbación. y se expresa como:

Donde du representa en punto térmico, y dt se refiere al tiempo en el que ocurre la perturbación.

**Caso 3/ Perturbaciones** Para en tercer y último caso, se estudiaron las perturbaciones integrando dos variables: La amplitud y la frecuencia es decir que tan rápido y de que magnitud llegaban las perturbaciones a afectar nuestro disco. Este estudio también se realizó para cada uno de los parámetros  $\alpha$ :  $\alpha=0.1$ ,  $\alpha=0.001$  y  $\alpha^o=0.001$ , combinando cada una de las variables y también presentando las perturbaciones por separado.

En éste caso también se modificaron las condiciones iniciales, siendo una de las más importantes el número de partículas integrantes del disco. Pasando de 10000 a 15000 y 18000 respectivamente.

Para el caso de las perturbaciones, dentro del código se introdujo un cambio de amplitud y frecuencia, vinculado con el parámetro de retroalimentación. El cuál queda definido de la siguiente manera:

Donde feedback representa la retroalimentación del material, y se expresa de la misma manera que para el caso 2, freq representa el cambio de la frecuencia y

la amplitud se establece como  $1 + \cos 2\pi\nu_{pert}t$ , y  $q_{pert}$  representa la perturbación. Dichos parámetros, se integran en el código dentro de la sección medular, y se define de la misma manera en dos ocasiones.

### 5.3. Caso 1

En esta primera parte, presentaré los resultados obtenidos de desarrollar el caso 1, explicado anteriormente. Observaremos las gráficas iniciales, correspondientes a cada una de las  $\alpha_s$  seleccionadas y mostrando respectivamente: El comportamiento general del disco, La pérdida de masa y la tasa de acreción, con respecto al tiempo. Las unidades se presentan en CGS y masas solares.

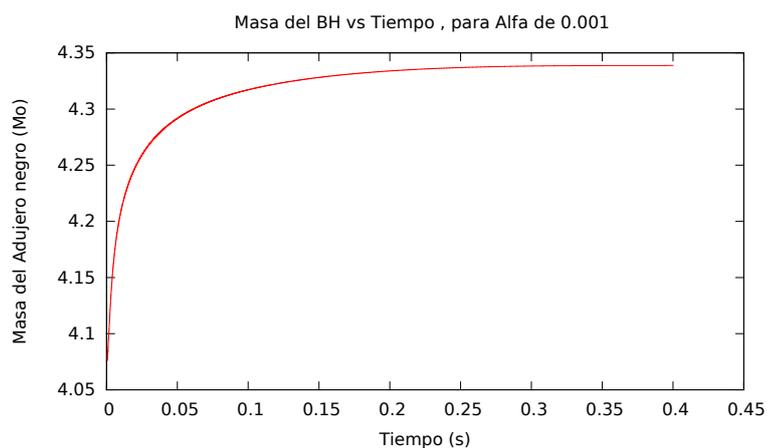


Figura 5.1: Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro, contra el tiempo, considerando un parámetro  $\alpha$  de 0.001.

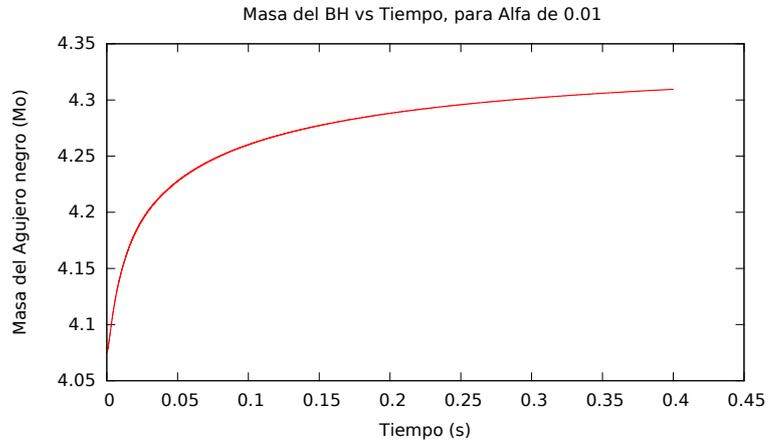


Figura 5.2: Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro, contra el tiempo, considerando un parámetro  $\alpha$  de 0.01.

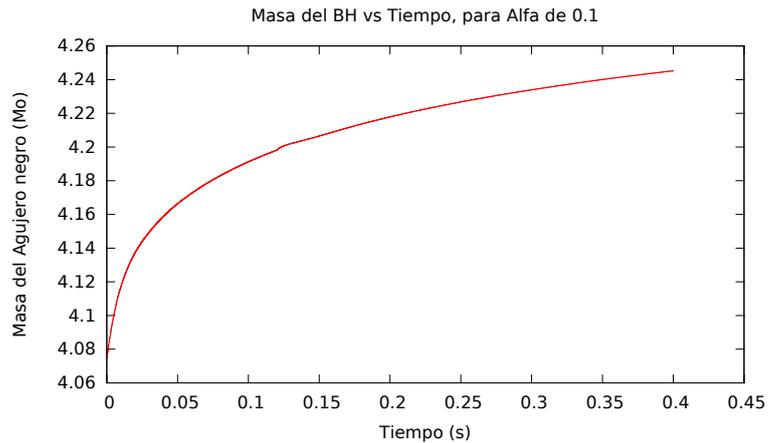


Figura 5.3: Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro contra el tiempo, considerando un parámetro  $\alpha$  de 0.1.

En las gráficas anteriores, observamos el primero de los parámetros importantes para nuestro estudio, el cuál relaciona la ganancia de masa que presenta el agujero negro, con respecto al tiempo. Se presentan 3 casos independientes y uno último, que muestra la comparación entre las distintas  $\alpha_s$ . Analicemos cada una de ellas:

En la Gráfica 5.1, observamos un  $\alpha$  pequeña. con un valor de 0.001, en este caso, nos encontramos en el caso inferior. Aquí, observamos que el agujero negro, tiene un incremento de masa paulatino, es decir que mantiene una estabilidad durante un tiempo mayor. Este comportamiento, concuerda con lo esperado y lo propuesto por la teoría, ya que al tener un  $\alpha$  pequeña, nuestro disco de acreción presenta una menor viscosidad, y por lo tanto un menor transporte de momen-

to angular, lo cual a su vez genera una eficiencia menor, y una menor tasa de acreción.

Por el caso contrario, cuando se presenta un  $\alpha$  grande, 0.1, tenemos que el agujero negro tiene un incremento en su masa en un tiempo muy corto, de tan solo unos milisegundos; inclusive, se observa como desde que inicia el proceso, el agujero negro ya presenta un incremento considerable en su masa. Esto, lo que nos indica es que cuando tenemos presente un parámetro de viscosidad elevado, el material del disco se desprende con mayor facilidad y en un tiempo mucho menor. En casos como este, vemos como el agujero negro predomina sobre el disco, acabando rápidamente con su material.

En el caso intermedio, tenemos un  $\alpha$  de 0.01, este caso resulta ser el que presenta un mayor transporte de momento angular, ya que permite al material al interior del disco, tener un movimiento considerable, para presentar acreción, pero no lo suficiente como para tener una rápida pérdida de masa, como la que ocurre en el caso de un  $\alpha$  mayor. Observando la gráfica, vemos que le toma un tiempo mayor, el deshacerse, pero al final termina cediendo su material al agujero negro, y concluye con un final similar al de un  $\alpha$  grande.

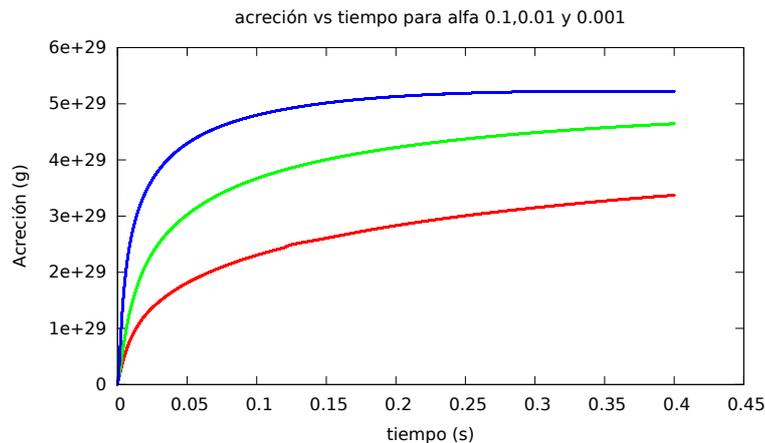


Figura 5.4: Gráfica comparativa de la acreción total del disco, con respecto al tiempo para tres distintos alphas:  $\alpha=0.1$ ,  $\alpha=0.01$  y  $\alpha=0.001$ .

En este segundo paquete de gráficas, vemos representada nuestra segunda variable importante de estudio: La acreción propia del disco y su comportamiento general. En este caso, muestro las gráficas sintetizadas en una sola, mostrando la acreción para un disco utilizando un  $\alpha$  de 0.1, 0.01 y 0.001 respectivamente. Esta gráfica resulta muy interesante, y complementaria a la que se obtiene para el incremento en masa del agujero negro, ya que de acuerdo a lo esperado, un disco que contiene un parámetro  $\alpha$  elevado, de 0.1 presenta un proceso extremadamente rápido de acreción, sobreviviendo apenas unos mili segundos, mientras que en el caso de un  $\alpha$  intermedio, de 0.1, se obtiene una acreción mas prolongada y con una mayor estabilidad, y para el parámetro  $\alpha$  mas chico, el disco,

presenta una tasa de acreción más equilibrada a lo largo del tiempo, y, aunque con un tiempo suficiente culmina su acreción de una manera similar a la de un  $\alpha$  grande, éste, nos permite observar con mayor detalle su comportamiento.

El hecho de que ambas gráficas se comporten de una manera complementaria, nos indica que estamos realizando un estudio correcto de lo que ocurre al interior de un disco de acreción que se encuentra en un sistema disco-Agujero, y que dentro del código, la masa se comporta adecuadamente. Recordemos, que este es el primer caso, en el cuál no se realizó modificación alguna a las condiciones iniciales del disco, por lo tanto las gráficas aquí obtenidas presentan un comportamiento suave.

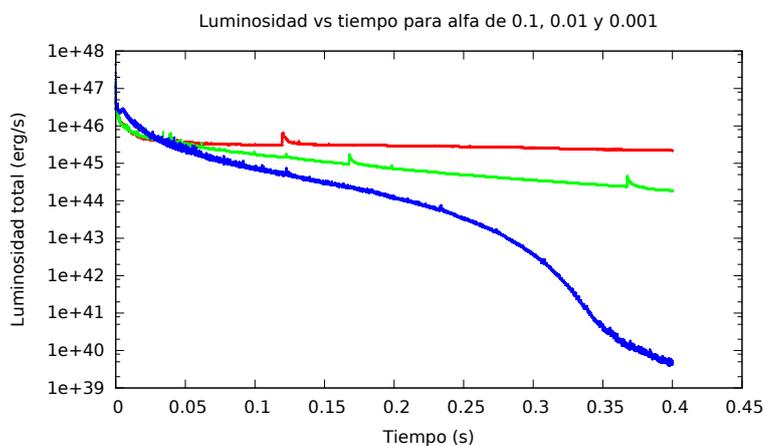


Figura 5.5: Gráfica comparativa de la luminosidad vs tiempo, para tres distintos alphas:  $\alpha=0.1$ ,  $\alpha=0.01$  y  $\alpha=0.001$ .

Como tercer parámetro a analizar, tenemos la luminosidad presentada por nuestro sistema disco-Agujero negro, durante el proceso en que ocurre la acreción. Esta gráfica, nos muestra la energía liberada por unidad de tiempo, para un disco de acreción, con condiciones iniciales iguales, pero sometido a la presencia de nuestras tres  $\alpha_s$  características:  $\alpha=0.1, 0.01$  y  $0.001$ . Observando la misma, notamos que ante la presencia de un  $\alpha$  grande, se obtiene una tasa de luminosidad, que decrece en un tiempo muy corto. Esto nuevamente va en concordancia con las gráficas anteriormente analizadas, ya que al tener un parámetro de viscosidad elevado, los procesos al interior del disco ocurren con mucho mayor rapidez que para un  $\alpha$  más pequeña, des haciéndolo rápidamente, y generando que el pico en energía se obtenga en un instante y después decaiga rápidamente. Otra forma de ver esto es pensando en que el disco pierde gran parte de su energía, la cuál al menos en una tercera parte es absorbida por el agujero negro en un corto tiempo. Analizando esta misma situación para los casos de  $\alpha_s$  menores, vemos que ambos conservan una luminosidad más estable, inclusive no alcanzamos a ver su punto de decaimiento.

Un punto destacable es la luminosidad mayor que se alcanza, la cuál se pre-

senta a  $1e47$  ergs/s. Esta energía, va íntimamente relacionada con la tasa de acreción, ya que nos representa la mayor cantidad de energía que puede liberar un disco como el que estamos simulando en esta situación. Y vemos que esta, es la misma para las tres situaciones de  $\alpha_s$ . La luminosidad aquí obtenida es mucho mayor a la que se obtiene con el límite de Eddington para fotones, por lo que en la situación que aquí estudiamos tenemos una luminosidad Super-Eddington. Algo muy común en fenómenos de acreción. siempre y cuando se consideren fotones y no neutrinos

## 5.4. Caso 2

Se presentan los resultados para el caso 2, según lo explicado anteriormente. Observamos gráficas que consideran la retroalimentación del disco, así como el comportamiento general del mismo, la tasa de acreción, la pérdida de masa con respecto al tiempo. Dichos parámetros se mezclan, para obtener una visión general del comportamiento.

Veremos una reproducción de los mismos casos pero considerando cada una de las tres  $\alpha_s$  seleccionadas.

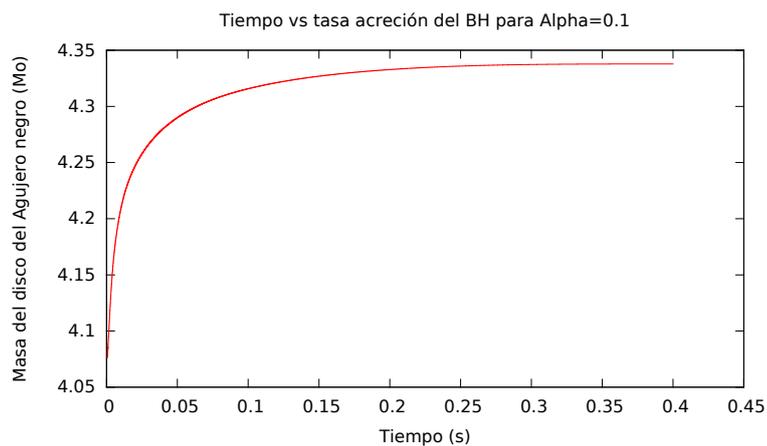


Figura 5.6: Gráfica comparativa de la masa del agujero negro con respecto al tiempo, utilizando un  $\alpha$  de 0.1. En este caso, se contempla un parámetro de retroalimentación.

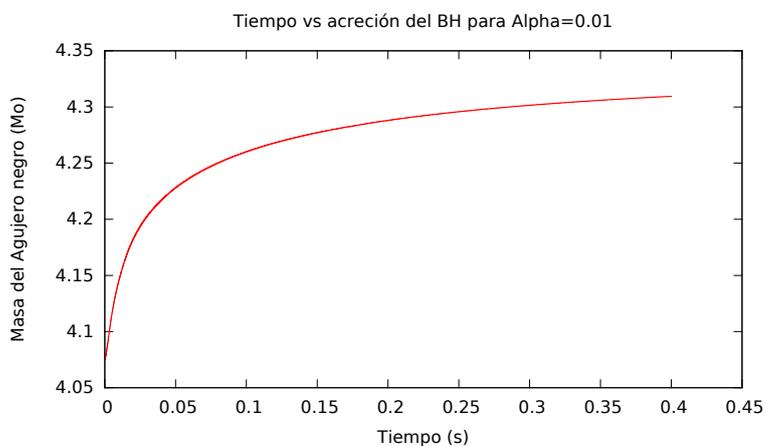


Figura 5.7: Gráfica comparativa de la masa del agujero negro con respecto al tiempo, utilizando un  $\alpha$  de 0.01. En este caso, se contempla un parámetro de retroalimentación.

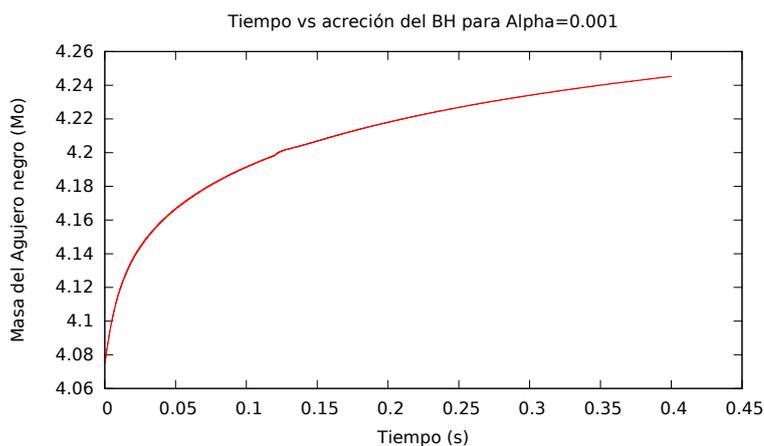


Figura 5.8: Gráfica comparativa de la masa del agujero negro con respecto al tiempo, utilizando un  $\alpha$  de 0.001. En este caso, se contempla un parámetro de retroalimentación.

De manera muy similar a lo observado en el Caso 1, a lo largo de estas tres gráficas, se observa el incremento en masa del agujero negro, con respecto al tiempo. El comportamiento respecto al incremento en masa para cada  $\alpha$  resulta ser igual al del caso 1. Recordemos que para esta situación, se agregó un parámetro de retroalimentación de material o feedback a nuestro sistema, el cual parece no tener una influencia significativa sobre el mismo. Un poco más adelante compararemos ambos casos en una misma gráfica, y reafirmaremos esta hipótesis.

Una cosa destacable, que no se observó a detalle en el caso 1 es la ganan-

cia de masa que presentan cada uno de los casos con respecto al tiempo. Las unidades de las mismas aparecen en masas solares, lo que hace más comprensible su comportamiento. Tomando lo anterior en consideración, tendremos que:

Para un  $\alpha$  de 0.1, al momento de iniciar el proceso de acreción, tiempo cero, el agujero negro tiene una fracción de masa menor a los  $4.2 M_{\odot}$ , lo que quiere decir que en menos de un milisegundo el agujero negro absorbe cerca de  $8.3e30\text{kg}$ .

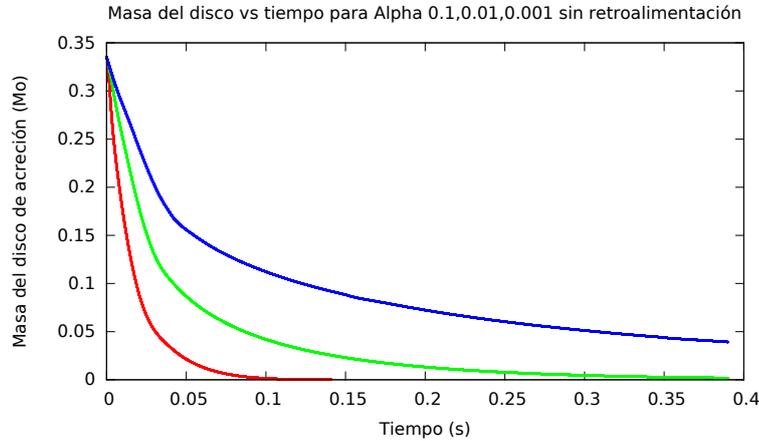


Figura 5.9: Gráfica comparativa de la pérdida de masa del disco de acreción, con respecto al tiempo, para  $\alpha = 0.1$ ,  $\alpha = 0.01$  y  $\alpha = 0.001$  considerando un caso donde no existe retroalimentación (feedback) de material.

Dentro de ésta gráfica, observamos de una manera sintetizada el decaimiento que presenta un disco de acreción con respecto al tiempo, al someterse a tres diversos parámetros de viscosidad. De la misma manera que para el caso 1 y según el análisis desarrollado anteriormente observamos que el caso de un  $\alpha$  grande, presenta un decaimiento mucho más rápido que el que se tiene para  $\alpha_s$  mas pequeñas. Teniendo una reducción considerable de su material, a los 0.5s, mientras que para un  $\alpha$  intermedia, ésta disminución ocurre a los 0.2, y para un  $\alpha$  pequeña, no alcanzamos a ver ésta disminución considerable. Pero, de lo que nos muestra la gráfica hasta los 0.4s continua teniendo un decaimiento paulatino y una mayor estabilidad en su material. Todos estos resultados van en concordancia con lo estudiado anteriormente.

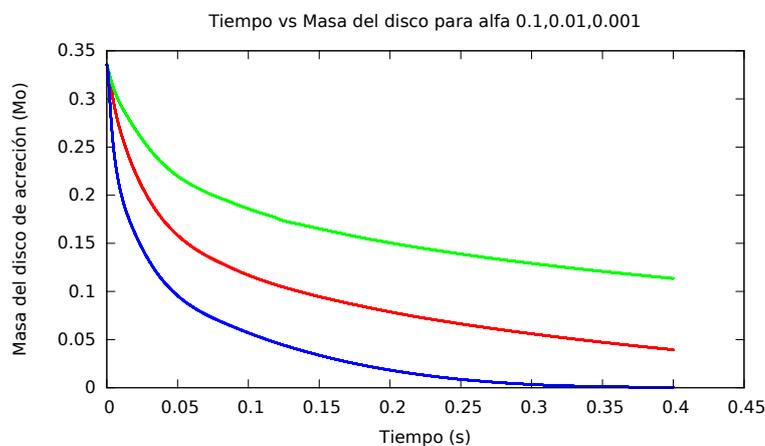


Figura 5.10: Gráfica comparativa de la pérdida de masa del disco de acreción contra el tiempo, para tres distintos  $\alpha_s$   $\alpha = 0.1$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $\alpha = 0.001$ , considerando un parámetro de retroalimentación.

En esta gráfica, se observa el  $\dot{M}$ , la cual se refiere a la integral de la tasa de acreción del disco con respecto al tiempo. En ella, figuran los tres distintos casos que hemos trabajado, y nos muestra las diferencias que se presentan entre cada uno de ellos. Como ya es usual, para un  $\alpha$  grande, se presenta una acreción mucho más rápida y agresiva, teniendo un pico en  $5e16 \dot{M}$ , mientras que para  $\alpha_s$  más chicas, se tiene un comportamiento mas suave pero el mismo pico máximo. Estas últimas, presentan una tendencia similar a lo largo de todo el proceso, y de acuerdo a lo que se observa en la gráfica 5.10, no se ven tan afectadas por el parámetro de retroalimentación, como cuando se tiene un  $\alpha$  grande.

En la siguiente gráfica, 5.11, veremos otra versión del mismo fenómeno, pero en esta ocasión apreciamos la tasa de acreción del disco para cada  $\alpha$ , sin estar integrada. Tal como en el caso 1, podemos ver la similitud que existe entre cada uno de los parámetros en cuanto a tendencia global, pero apreciamos claramente, que en el caso de  $\alpha$  grande, indicado con el color rojo, la acreción es muy agresiva y culmina en 0.1s, mientras que para  $\alpha$  0.01 presenta un incremento paulatino y un comportamiento intermedio, y se detiene hasta 0.4s, momento en que detenemos la simulación. Por último, el caso de  $\alpha$  0.001 es muy similar al de  $\alpha$  intermedia, ya que también presenta un comportamiento creciente pero de manera paulatina, y tampoco logramos ver su conclusión.

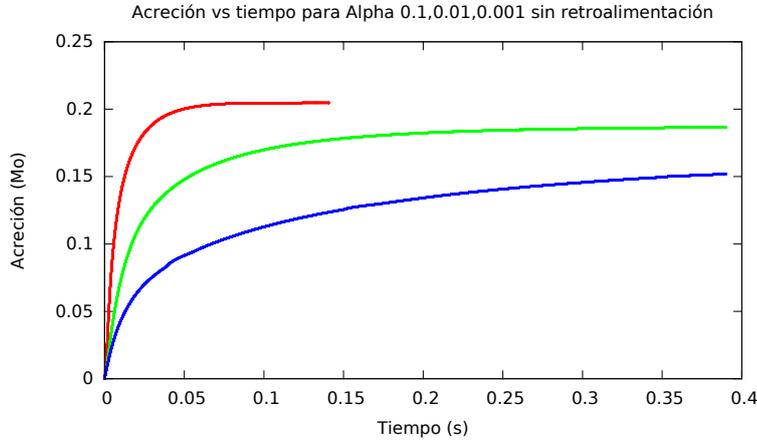


Figura 5.11: Gráfica comparativa de la acreción global del disco con respecto al tiempo, para tres distintos  $\alpha$   $\alpha = 0.1$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $\alpha = 0.001$ , sin considerar un parámetro de retroalimentación.

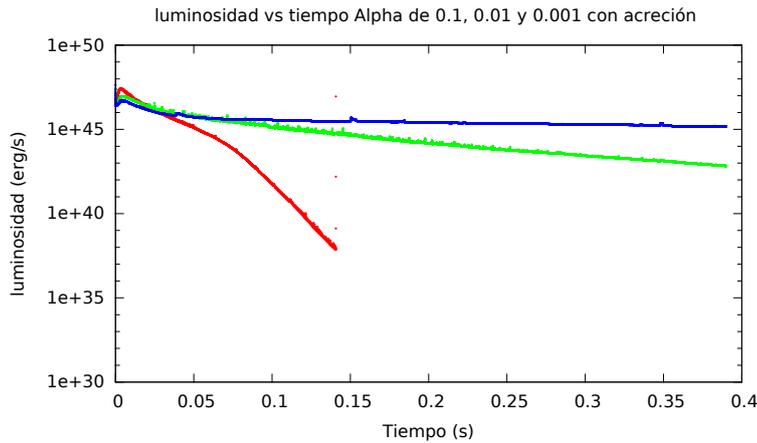


Figura 5.12: Gráfica comparativa de la luminosidad total vs tiempo para tres  $\alpha$  distintas  $\alpha$  de 0.001,  $\alpha = 0.01$ ,  $\alpha = 0.1$  considerando un parámetro de retroalimentación.

Por último, observamos la gráfica correspondiente a la luminosidad total del disco, considerando tres distintos parámetros  $\alpha$  e integrando una retroalimentación a nuestro disco. En comparación a la gráfica equivalente para el caso 1, observamos que incluyendo un parámetro de retroalimentación, el comportamiento global de nuestro sistema tiene un comportamiento más accidentado es decir que presenta más variaciones internas a lo largo de su evolución. Sin embargo, continúa teniendo un comportamiento acorde a lo esperado. Nuevamente, en los tres casos nos encontramos en un régimen super Eddington, teniendo como pico máximo una luminosidad de  $10^{59}$ , el cual presentan todas las  $\alpha$  en un inicio. Sin embargo, nuevamente, el  $\alpha$  grande presenta un decaimiento mayúsculo

en su luminosidad, mientras que  $\alpha = 0.1$  y  $0.001$  presentan un decaimiento paulatino que para nuestra simulación parece no presentar una conclusión.

### 5.5. Caso 3

Dentro de esta sección, presentamos el último de los casos considerados dentro de nuestras simulaciones, dentro del cuál se integran las perturbaciones, así como el parámetro de retroalimentación. En esta sección, y bajo lo descrito anteriormente, se presentan gráficas que comparan, la ganancia en masa del agujero negro, la pérdida del disco de acreción, la luminosidad y la tasa de acreción, todas respecto al tiempo, y para las tres diferentes  $\alpha_s$ :  $\alpha = 10^{-3}$ ,  $\alpha = 10^{-2}$  y  $\alpha = 10^{-1}$ . Conforme se van presentando dichas gráficas, se presenta un análisis detallado del comportamiento de cada  $\alpha$ , de acuerdo a lo esperado y a lo que se observa según los resultados.

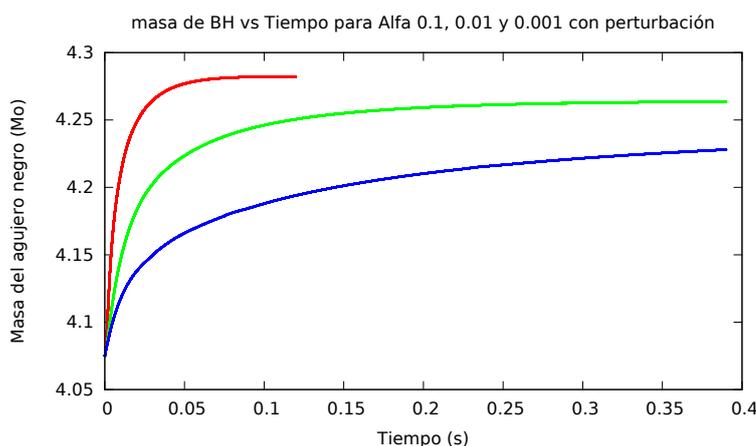


Figura 5.13: Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro vs tiempo para tres  $\alpha_s$  distintas  $\alpha = 0.001$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $\alpha = 0.1$  considerando una perturbación.

En la gráfica anterior, observamos la ganancia en masa que presenta el agujero negro, considerando tres distintos parámetros de viscosidad e incluyendo una perturbación, la cuál se ve reflejada en un cambio en la amplitud y frecuencia de nuestro disco. Es por ello, que observando a detalle cada una de las gráficas que veremos a continuación, somos capaces de distinguir las oscilaciones en cada caso. Para éste, en específico, notamos que globalmente el comportamiento del sistema viene siendo como el que hemos estado observando en el Caso 1 y en el Caso 2, donde el correspondiente a un  $\alpha$  grande de  $0.1$ , marcado con el color rojo presenta un incremento de masa muy elevado desde el momento que iniciamos las corridas de nuestra simulación, mientras que  $\alpha_s$  más chicas serán mas estables.

La diferencia que vale la pena resaltar en éste caso, viene dada por la intensidad alcanzada en la acreción, la cual como veremos un poco más adelante, sí presenta cambios considerables respecto a los dos casos anteriores. En ellos, ambas gráficas tenían un comportamiento casi de espejo y era difícil distinguirlas, mientras que la que incluye una perturbación salta a la vista fácilmente. Esto se debe a que es la más agresiva con nuestros discos.

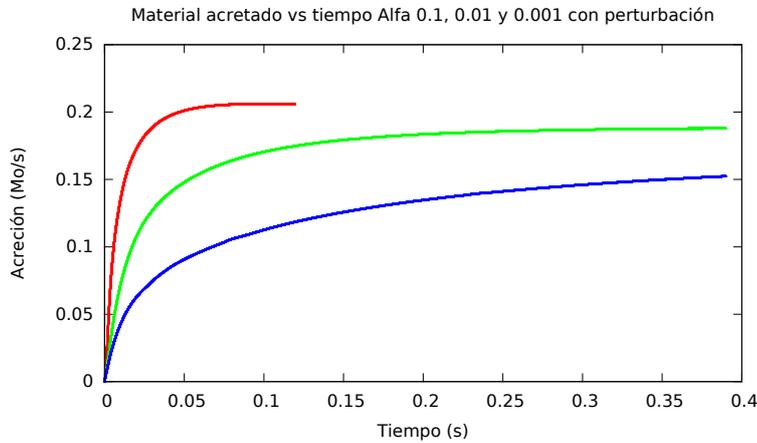


Figura 5.14: Gráfica correspondiente a la tasa de material acretado a lo largo del tiempo, para tres distintas  $\alpha_s$ :  $\alpha = 0.1$ ,  $\alpha = 0.01$  y  $\alpha = 0.001$ , considerando una perturbación.

En ésta gráfica, observamos la tasa de material acretado para tres distintas  $\alpha_s$ . De forma global, vemos una tendencia similar a la que ha ocurrido en los casos anteriores, y se observan los mismos resultados, para  $\alpha_s$  grandes una rápida pérdida de material, y para  $\alpha_s$  intermedias y chicas una pérdida paulatina. Sin embargo en esta ocasión también podemos apreciar las oscilaciones que se presentan en cada uno de los casos, que como veremos en la comparación de los tres casos, si resulta significativa.

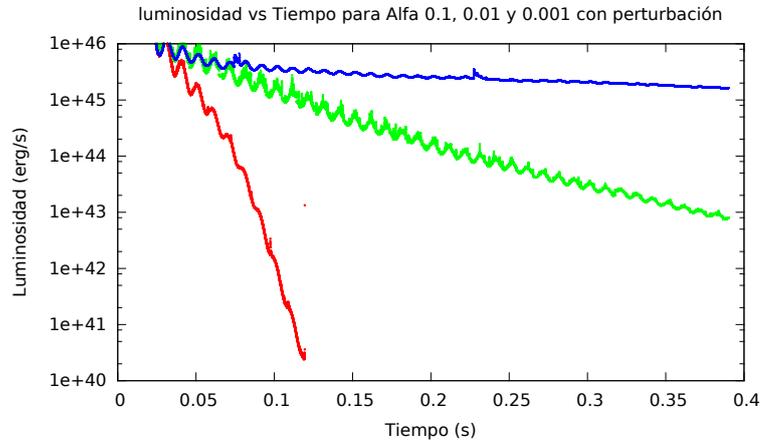


Figura 5.15: Gráfica comparativa de la luminosidad total vs tiempo para tres  $\alpha_s$  distintas  $\alpha$  de 0.001,  $\alpha = 0.01$ ,  $\alpha = 0.1$  considerando una perturbación.

En el caso de la luminosidad, esta gráfica nos muestra claramente las oscilaciones que presenta el material al interior del disco, y las perturbaciones a las que fue sometido. Mirándolas con detenimiento, podríamos incluso interpretar el periodo de cada una de ellas. Fuera de esta peculiaridad, vemos que muestra un comportamiento muy similar al de los casos anteriores, con un  $\alpha$  grande presentando una luminosidad extrema, que se agota rápidamente, y  $\alpha_s$  intermedia y chica, iniciando con la misma luminosidad extrema pero conservándola por un tiempo más prolongado. Sobra decirlo pero por la energía presentada seguimos conservando el carácter de ser Super Eddington, bajo el esquema de neutrinos.

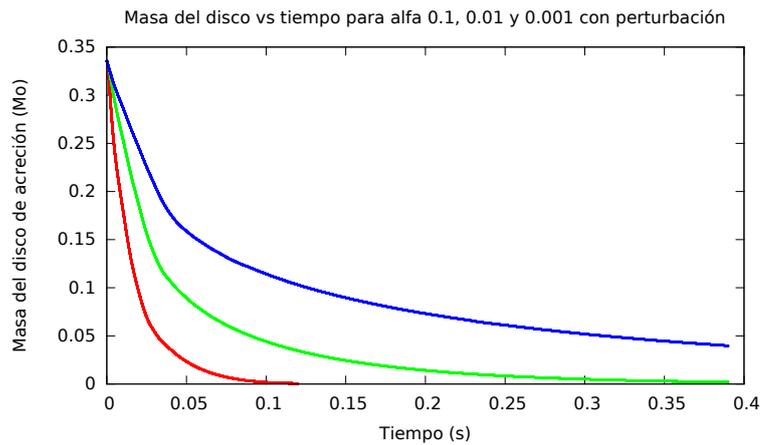


Figura 5.16: Gráfica correspondiente a la pérdida de masa del disco de acreción, con respecto al tiempo para tres distintas  $\alpha_s$ :  $\alpha = 0.1$ ,  $\alpha = 0.01$  y  $\alpha = 0.001$ , considerando una perturbación.

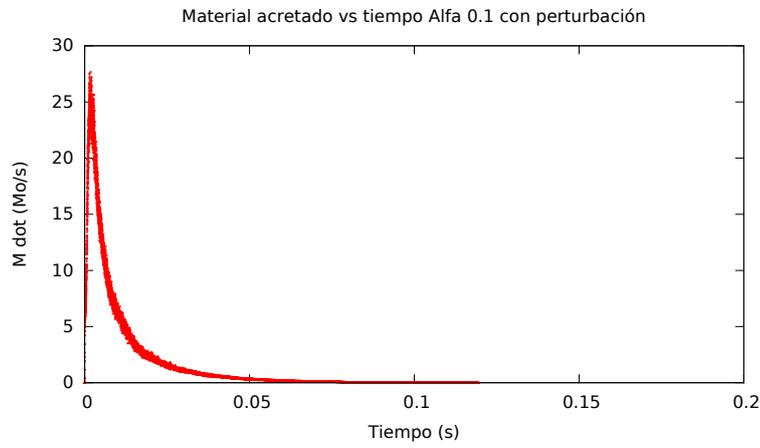


Figura 5.17: Gráfica correspondiente a la tasa de acreción, con respecto al tiempo para un  $\alpha = 0.1$  considerando una perturbación.

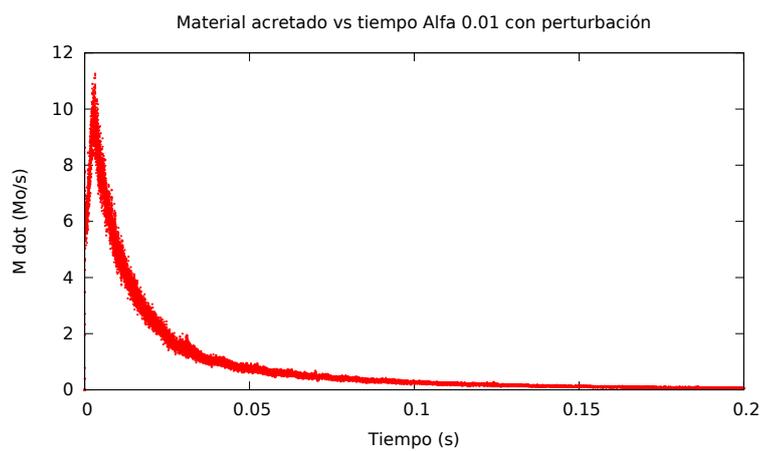


Figura 5.18: Gráfica correspondiente a la tasa de acreción, con respecto al tiempo para un  $\alpha = 0.01$  considerando una perturbación.

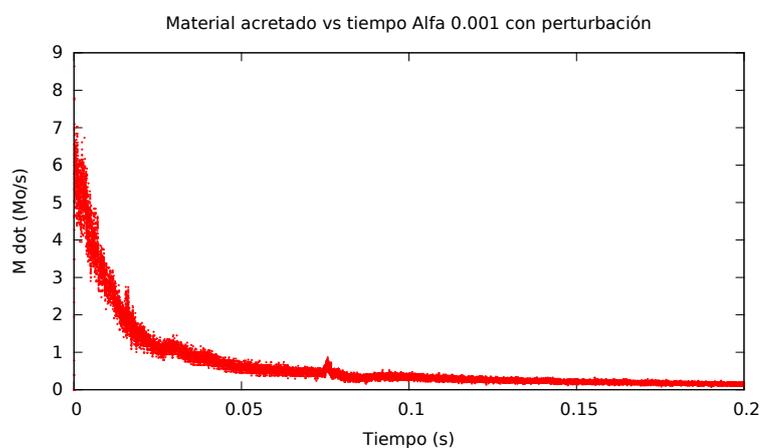


Figura 5.19: Gráfica correspondiente a la tasa de acreción, con respecto al tiempo para un  $\alpha = 0.001$  considerando una perturbación.

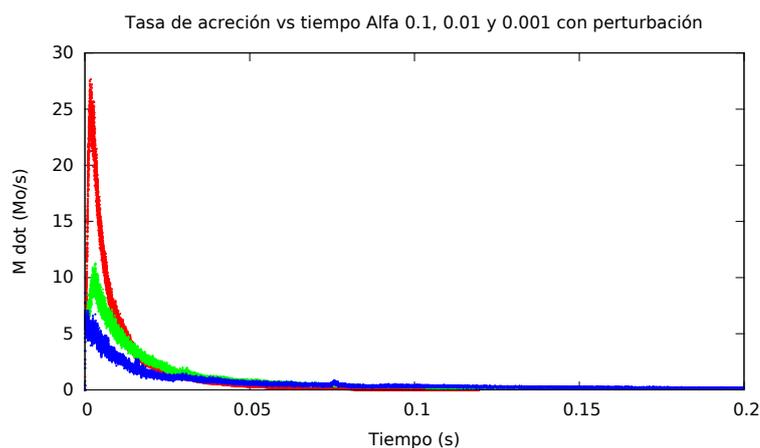


Figura 5.20: Gráfica correspondiente a la integral de la tasa de acreción, con respecto al tiempo para tres distintas  $\alpha_s$ :  $\alpha = 0.1$ ,  $\alpha = 0.01$  y  $\alpha = 0.001$ , considerando una perturbación.

En las cuatro gráficas anteriores, observamos la tasa de acreción a lo largo de todo nuestro sistema, y la integral de dicha tasa. Se muestran los resultados para las  $\alpha_s$  de manera independiente, y de manera unificada, debido a que hay detalles que no se alcanzan a percibir correctamente en la gráfica integral, que si vemos en las independientes.

En cada una de las gráficas, notamos que existe un pico de acreción, el cual nuevamente es mayor para  $\alpha_s$  grandes que para  $\alpha_s$  intermedias y  $\alpha_s$  chicas, siendo de  $6e31\text{kg}$ ,  $2e31\text{kg}$  y  $1.2e31\text{kg}$ , respectivamente. Siguiendo en la misma línea, vemos que para un  $\alpha$  grande la acreción importante culmina en menos de 0.02seg, mientras que para  $\alpha = 0.01$  y  $\alpha = 0.001$  lo hace en aproximadamente

0.05s, culminando a los 0.4seg. Esto, nos sigue confirmado que  $\alpha_s$  grandes, y aún más, incluyendo una perturbación, concluyen su proceso con mayor rapidez que alphas menores.

## 5.6. Comparación entre los 3 casos

Luego de estudiar cada caso de manera individual, vamos a realizar una comparación entre cada uno de ellos. A continuación observaremos las gráficas correspondientes a Ganancia del agujero negro, Pérdida de masa del disco de acreción, Luminosidad total, Tasa de acreción e integral de la tasa de acreción, todas con respecto al tiempo, y para los tres casos anteriormente mencionados.

Esto, nos dará una idea global de lo que ocurre para cada sistema en comparación a los demás, y nos permitirá obtener una mejor conclusión acerca de los casos más eficientes para darle estabilidad a nuestro sistema o estudiarlo a detalle.

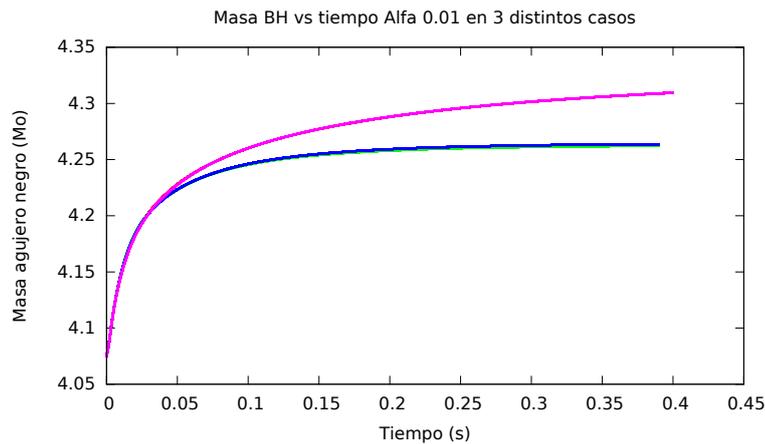


Figura 5.21: Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro con respecto al tiempo, para un  $\alpha$  de 0.01 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación.

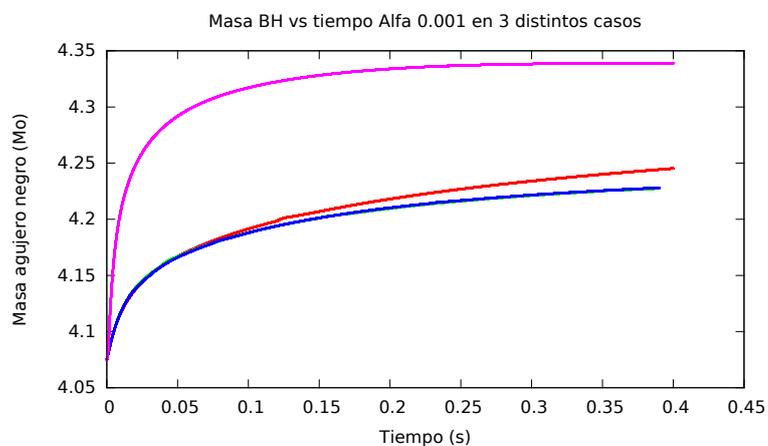


Figura 5.22: Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro con respecto al tiempo, para un  $\alpha$  de 0.001 en tres distintos casos: Caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación.

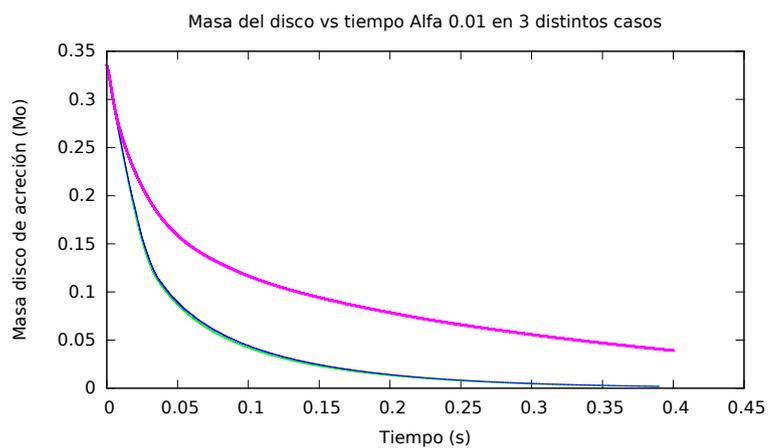


Figura 5.23: Gráfica comparativa de la pérdida de masa del disco de acreción con respecto al tiempo, para un  $\alpha$  de 0.001 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación.

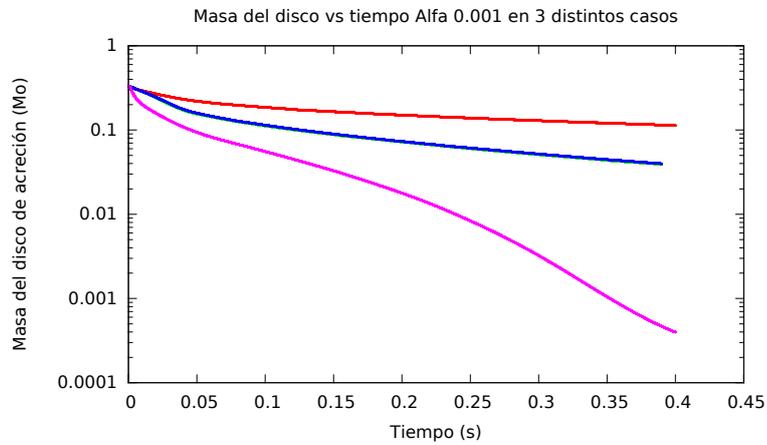


Figura 5.24: Gráfica comparativa de la pérdida de masa del disco de acreción con respecto al tiempo, para un  $\alpha$  de 0.01 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación.

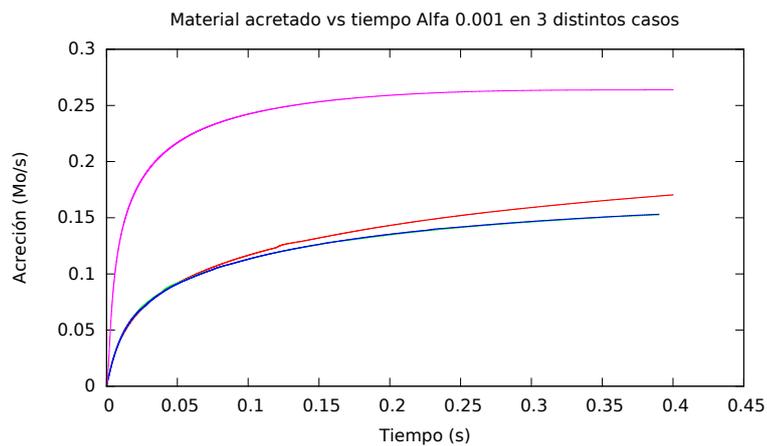


Figura 5.25: Gráfica comparativa de tasa de acreción global del disco de con respecto al tiempo, para un  $\alpha$  de 0.001 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación.

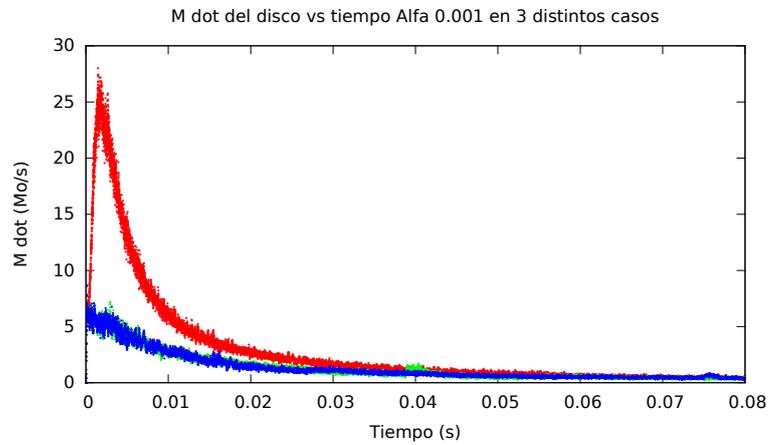


Figura 5.26: Gráfica comparativa de la pérdida de masa del disco de acreción con respecto al tiempo, para tres  $\alpha_s$  distintas  $\alpha$  de 0.001,  $\alpha$  0.01,  $\alpha$  0.1 en tres distintos casos: Caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación.

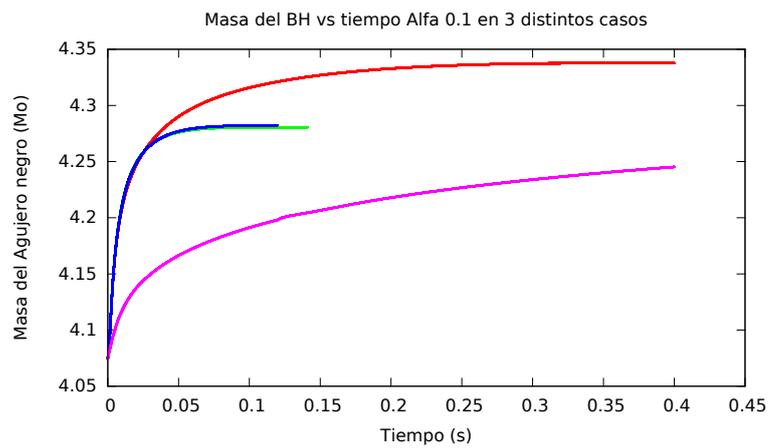


Figura 5.27: Gráfica comparativa de tasa de ganancia de masa del BH con respecto al tiempo, para un  $\alpha$  de 0.1 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación.

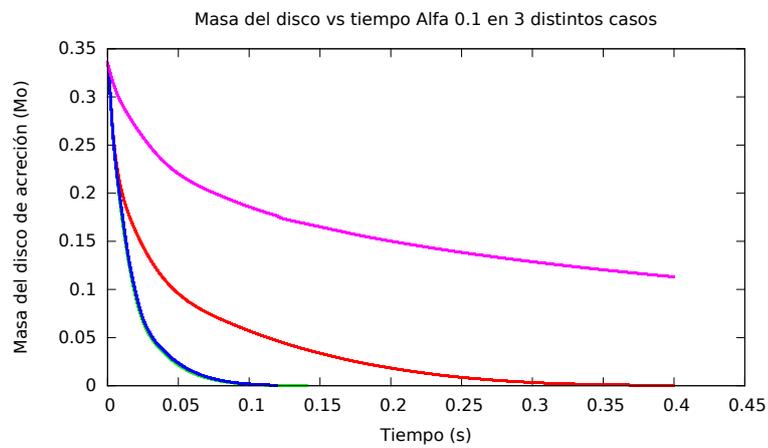


Figura 5.28: Gráfica comparativa de la masa del disco de acreción con respecto al tiempo, para un  $\alpha$  de 0.001 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación.

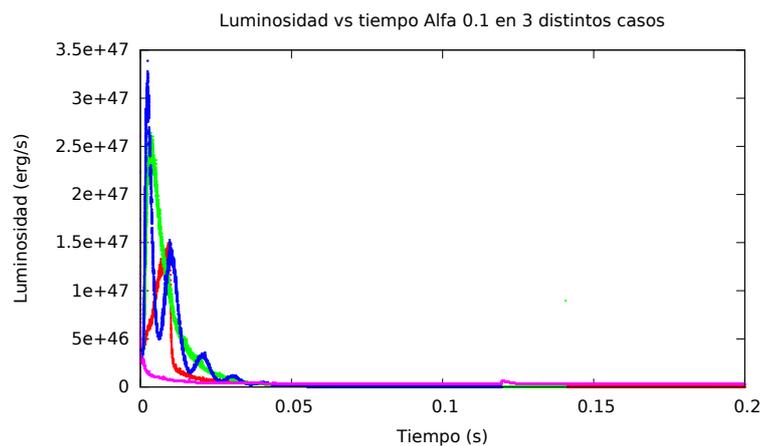


Figura 5.29: Gráfica comparativa de luminosidad con respecto al tiempo para un  $\alpha$  de 0.1 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y Caso 3, integrando una perturbación.

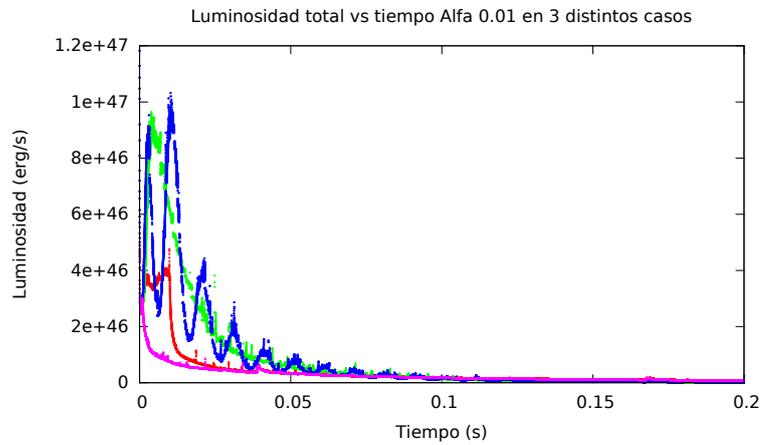


Figura 5.30: Gráfica comparativa de luminosidad con respecto al tiempo para un  $\alpha$  de 0.01 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación.

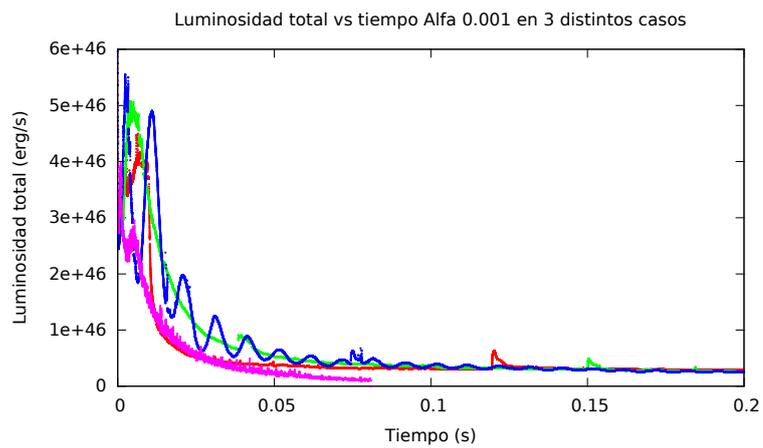


Figura 5.31: Gráfica comparativa de la luminosidad total del disco de acreción con respecto al tiempo, para un  $\alpha$  de 0.001 en tres distintos casos: caso 1, acreción constante, caso 2, integrando un parámetro de retroalimentación y caso 3, integrando una perturbación.

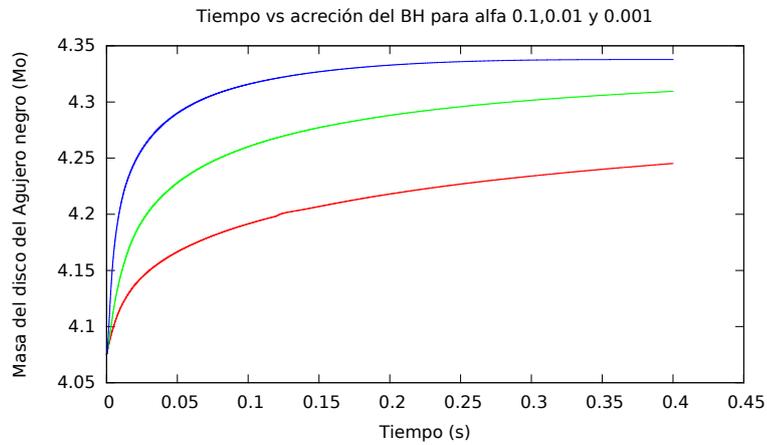


Figura 5.32: Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro vs tiempo para tres  $\alpha_s$  distintas  $\alpha$  de 0.001,  $\alpha= 0.01$ ,  $\alpha= 0.1$  considerando un parámetro de retroalimentación.

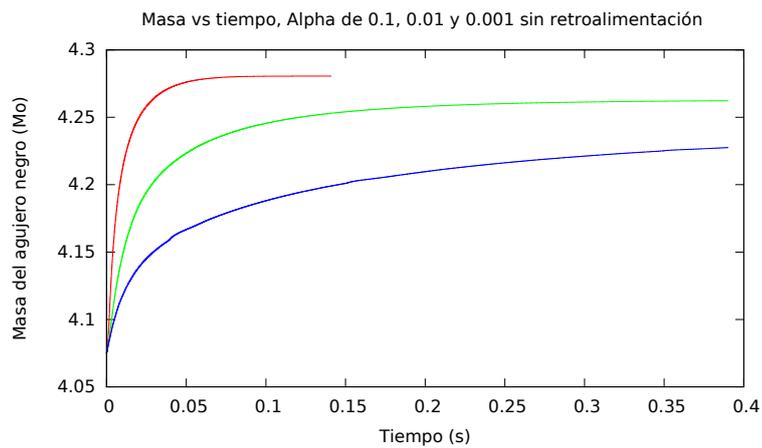


Figura 5.33: Gráfica comparativa de la ganancia de masa del agujero negro vs tiempo para tres  $\alpha_s$  distintas  $\alpha$  de 0.001,  $\alpha= 0.01$ ,  $\alpha= 0.1$  sin un parámetro retroalimentación.



## Capítulo 6

# Conclusiones y trabajo futuro

A partir del análisis desarrollado durante la elaboración de este trabajo, surgen varias conclusiones que se pueden desarrollar. Estudiando cada uno de los capítulos, vemos que el campo de las altas energías es un campo amplísimo dentro de la astrofísica, con mucho por aportar. Particularmente, los discos de acreción, nos han enseñado que representan un gran aporte para el conocimiento actual, y para la formación de fenómenos energéticos que vemos día a día. Por lo tanto, es de suma importancia seguirles la pista y cada vez tener más información acerca de ellos, su comportamiento y sus implicaciones.

En el caso específico de esta tesis, podemos concluir que las perturbaciones temporales dinámicas presentes en un disco de acreción, afectan significativamente su comportamiento. así:

Un disco de acreción que presenta un parámetro de viscosidad elevado y que esta sujeto a una perturbación mayúscula, ocasionada por variaciones en la frecuencia y la amplitud, además de tener presencia de retroalimentación de material, es desintegrado rápidamente. Es decir, que la perturbación a la que se encuentra sujeta, es tal que destruye en unos cuantos milisegundos, el disco de acreción. Esta es una conclusión muy importante y un hecho para tomar en consideración. Ya que, nos permite limitar las condiciones que debe tener nuestro sistema a la hora de realizar simulaciones numéricas o modelos computacionales. De igual forma, al ligarlo con las observaciones nos permitiría hacer un calculo de lugares con tendencia a generar perturbaciones elevadas y por lo tanto, lugares donde difícilmente podríamos encontrar un sistema estable de discos de acreción.

Por el otro lado, encontramos que un disco de acreción que presenta una perturbación alta, pero un parámetro  $\alpha$  de viscosidad, pequeño. Puede sostenerse bien, inclusive presenta cambios mínimos en su comportamiento. Sin embargo, este tipo de sistemas tardan demasiado tiempo en decaer, en comparación a sistemas con una viscosidad más elevada. Por lo que tampoco son los más recomendables para realizar modelos o simulaciones numéricas. Todo depende de

lo que queramos estudiar en nuestro sistema. Si lo que nos interesa observar es la tendencia del disco de acreción a lo largo del tiempo, y queremos obtener muchos datos, entonces éste es el método adecuado. Cabe mencionar que las características temporales aquí descritas, no tienen que ver con la física dentro del sistema, en cambio, son un reflejo de la simulación numérica y de la herramienta que se está empleando para realizar dicha simulación.

El modelo, que resultó ser el más idóneo de todos, para estudiar el comportamiento global de los discos de acreción, en presencia de perturbaciones térmicas, es el que presenta una perturbación y amplitud elevada, pero un parámetro de viscosidad moderado. En este caso tomando un valor de  $\alpha = 0,01$ . Ya que, el disco de acreción con el sistema disco-Agujero, se mantienen estables, el tiempo suficiente para que podamos observar los efectos que presenta la perturbación, así como el desarrollo Y desenlace del mismo, sin tener que esperar mucho tiempo para que ello ocurra. Sin embargo, este punto, y los dos previos, se deben a la forma en que está realizado nuestro código numérico y la simulación. Ya que, si lo dejáramos correr una mayor cantidad de tiempo, notaríamos un comportamiento similar para cada uno de los casos.

La descripción de los resultados obtenidos previamente, nos lleva a una conclusión mucho más importante, la cuál está relacionada con el parámetro de viscosidad. Notamos, que con simples cambios en la misma, podemos desestabilizar un disco de acreción e inclusive, con la amplitud y frecuencia adecuadas, destruirlo completamente. Esto, lo que nos indica es que éste parámetro tiene una gran importancia dentro de los discos, y que es un factor fundamental para el desarrollo temporal de los mismos. Desafortunadamente, como bien sabemos sigue siendo un enigma para nosotros, y aunque cada vez tenemos mas información al respecto, aún quedan muchos enigmas por resolver. sin embargo, aún desconociendo su origen, hemos logrado plantear ecuaciones fundamentales para el estudio de los discos de acreción, como la ecuación de densidad, la de velocidad o la de presión y la que describe la altura y velocidades del disco. Así, que si hemos logrado todo ello, bajo un gran desconocimiento. Cuando logremos trabajar adecuadamente con la viscosidad, tendremos un mundo de posibilidades a nuestro alcance.

### **Trabajo Futuro**

Parte del trabajo futuro que se puede desarrollar utilizando éste trabajo, tiene que ver, precisamente con la viscosidad. Sería muy importante, reproducir lo hecho aquí, pero utilizando una mayor cantidad de variaciones en la viscosidad, y tomándolas a ellas como la principal perturbación. Es decir, que en esta ocasión no tomaríamos entes externos, como el material eyectado y que regresa al disco, como los perturbadores. Sino que por el contrario, podríamos explorar las perturbaciones propias del disco de acreción.

Otra aplicación importante sería la inclusión del estudio de los destellos de rayos gamma dentro del modelo numérico. Hemos hablado de que es mucha su importancia dentro del estudio de los discos pero sería muy útil, poder tener esta interconexión vía un nuevo modelo computacional. El cuál, nos permita

vincular la generación de jets con las perturbaciones que se dan en el disco de acreción. Y, probablemente realizar pruebas para ver como distintos jets, pueden dar lugar a distintas perturbaciones.

Por último, me parecería importante ligar este tipo de trabajos con las observaciones. Realizar esto, resulta un tanto complicado ya que en la gran mayoría de las ocasiones, mezclar, de una sola tirada ambas cosas no es cosa trivial. Sin embargo, la astronomía y su estudio nos está encaminando hacia allá. Actualmente, no puede existir una teoría completa, si no se encuentra un vínculo entre la teoría y las observaciones del tema. Y una, no está completa sin la otra. Me atrevería a decir que gracias a que se tiene una, también se tiene la otra. Y en general, las preguntas han surgido de las observaciones, mismas de donde la teoría toma incógnitas para tratar de resolverlas. Como lo mencioné previamente, la vinculación entre los destellos de rayos gamma y los discos de acreción es de suma importancia, y en ésta área se tienen una infinidad de preguntas sin responder, específicamente hablando del motor central, y de partes donde la acreción resulta imprescindible. El estudiar observacionalmente estos sistemas y después tratar de estudiarlos mediante estos modelos sin duda alguna, nos ampliaría el camino para llegar hacia la verdad y el conocimiento.



# Bibliografía

- [1] S. Chandrasekhar. On stars, their evolution and their stability. *Reviews of Modern Physics*, 56:137–147, April 1984.
- [2] J. Frank, A. King, and D. Raine. *Accretion Power in Astrophysics*. Cambridge University Press, 2002.
- [3] N. Gehrels, E. Ramirez-Ruiz, and D. B. Fox. Gamma-Ray Bursts in the Swift Era. *ARA&A*, 47:567–617, September 2009.
- [4] R. A. Gingold and J. J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics - Theory and application to non-spherical stars. *MNRAS*, 181:375–389, November 1977.
- [5] R. Kippenhahn, A. Weigert, and A. Weiss. *Stellar Structure and Evolution*. Astronomy and Astrophysics Library. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [6] W. H. Lee and E. Ramirez-Ruiz. Accretion Modes in Collapsars: Prospects for Gamma-Ray Burst Production. *ApJ*, 641:961–971, April 2006.
- [7] W. H. Lee and E. Ramirez-Ruiz. The progenitors of short gamma-ray bursts. *New Journal of Physics*, 9:17, January 2007.
- [8] W. H. Lee, E. Ramirez-Ruiz, and D. Page. Dynamical Evolution of Neutrino-cooled Accretion Disks: Detailed Microphysics, Lepton-driven Convection, and Global Energetics. *ApJ*, 632:421–437, October 2005.
- [9] L. B. Lucy. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *AJ*, 82:1013–1024, December 1977.
- [10] J. J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics. *ARA&A*, 30:543–574, 1992.
- [11] J. J. Monaghan. Smoothed Particle Hydrodynamics and Its Diverse Applications. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44:323–346, January 2012.
- [12] R. Narayan and E. Quataert. Black Hole Accretion. *Science*, 307:77–80, January 2005.
- [13] T. Piran. Gamma-ray bursts - a puzzle being resolved. *Phys. Rep.*, 333:529–553, August 2000.
- [14] J. E. Pringle. Accretion discs in astrophysics. *ARA&A*, 19:137–162, 1981.
- [15] P. salas. Estrellas de neutrones. *Revista mexicana de física*.

- [16] S. Rosswog. Astrophysical smooth particle hydrodynamics. *New A Rev.*, 53:78–104, April 2009.
- [17] N. I. Shakura and R. A. Sunyaev. The theory of an accretion disk/neutron star boundary layer. *Advances in Space Research*, 8:135–140, 1988.
- [18] S.L. Shapiro and S.A. Teukolsky. *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects*. Wiley, 2008.
- [19] W. Zhang, S. E. Woosley, and A. Heger. The Propagation and Eruption of Relativistic Jets from the Stellar Progenitors of Gamma-Ray Bursts. *ApJ*, 608:365–377, June 2004.