



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA EN EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS
NATURALES - YACIMIENTOS

MODELO NUMÉRICO DE EXPANSIÓN TÉRMICA EN UN SISTEMA DE
MATRICES Y FRACTURAS

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ING. MANUEL ELI CORONADO MORALES

TUTOR PRINCIPAL
DR. ERICK EMANUEL LUNA ROJERO
FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. NOVIEMBRE 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Fernando Samaniego Verduzco

Secretario: Dr. Teodoro Iván Guerrero Sarabia

Vocal: Dr. Erick Emanuel Luna Rojero

1er Suplente: Dr. Edgar Rangel Germán

2do Suplente Dr. Enrique Serrano Saldaña

Lugar donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México, D.F.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Erick Emanuel Luna Rojero

FIRMA

ÍNDICE

Lista de Tablas	i
Lista de Figuras	ii
Resumen	iv
CAPÍTULO I. Antecedentes	1
1.1. Reserva de aceite pesado y extrapesado en México	1
1.2. Recuperación mejorada por métodos térmicos	3
CAPÍTULO II. Definición del problema	9
2.1 Problemática	9
2.2 Hipótesis	9
2.3 Objetivos	9
2.4 Alcance	10
CAPÍTULO III. Modelo Propuesto de un Sistema de Matrices y Fracturas	11
3.1 Modelo Físico de un Sistema de Matrices y Fracturas	11
3.2 Modelo Matemático de un Sistema de Matrices y Fracturas	15
3.3 Modelo Numérico en Diferencias Finitas	37
3.4 Condiciones Iniciales y Condiciones de Frontera	45
3.5 Estructura del programa	49
CAPÍTULO IV. Casos de Estudio	56
4.1 Consideraciones Generales	56
4.2 Caso Inyección de Agua	58
4.3 Caso Inyección de Agua Caliente	60
4.4 Caso Calentamiento Electromagnético	63
4.5 Caso Combinado	65
CAPÍTULO V. Análisis e Interpretación de Resultados	68
5.1 Caso de Inyección de Agua vs Caso de Inyección de Agua Caliente vs Caso de Calentamiento Electromagnético vs Caso Combinado	68
5.2 Caso de Calentamiento Electromagnético para múltiples aperturas de fracturas	70
5.3 Caso de Calentamiento Electromagnético para múltiples tamaños de bloque	71
5.4 Caso de Calentamiento Electromagnético para múltiples corrientes eléctricas	73
5.5 Resultados de Expansión Térmica del Sistema de Matrices y Fracturas	76
5.6 Función de Transferencia de Calor Matriz-Fractura	78

CAPÍTULO VI. Conclusiones y Recomendaciones	79
Nomenclatura	80
Bibliografía	82

LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1	Estructura del Programa de Cómputo.	51
Tabla 4.1	Datos para la malla de simulación.	57
Tabla 4.2	Datos de entrada del programa.	57
Tabla 4.3	Datos para el Caso de Inyección de Agua Caliente.	60
Tabla 4.4	Datos para el Caso de Calentamiento Electromagnético.	63
Tabla 4.5	Datos para el Caso Combinado.	65

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.1	Reservas de hidrocarburos, Enero 2013, PEMEX	1
Fig. 1.2	Total de reservas de Petróleo en el Mundo (Otoño, 2006).	2
Fig. 1.3	Recursos Convencionales y No Convencionales (Anuario Estadístico, CNH 2013).	2
Fig. 1.4	Clasificación de métodos de EOR (Oil and Gas Science and Technology)	4
Fig. 1.5	Esquema de configuración de pozos para calentamiento por Efecto Joule.	7
Fig. 3.1	Idealización de un Yacimiento Naturalmente Fracturado.	12
Fig. 3.2	Esquema del bloque del yacimiento.	12
Fig. 3.3	Sistema de matrices y fracturas idealizadas	13
Fig. 3.4	Esquema del bloque propuesto	13
Fig. 3.5	Modelo físico de un sistema de matrices y fracturas simplificado	14
Fig. 3.6	Modelo físico de un sistema de matrices y fracturas	14
Fig. 3.7	Malla Equidistante para un sistema de matrices y fracturas.	37
Fig. 3.8	Malla Pesada para un sistema de matrices y fracturas.	38
Fig. 3.9	Diagrama de flujo del programa.	50
Fig. 4.1	Simulación 2D de saturación de agua, Caso Inyección de Agua.	58
Fig. 4.2	Gráfica de saturación de agua, Caso Inyección de Agua.	59
Fig. 4.3	Simulación 2D de temperatura, Caso Inyección de Agua.	59
Fig. 4.4	Gráfica de temperatura, Caso Inyección de Agua.	60
Fig. 4.5	Simulación 2D de saturación de agua, Caso de Inyección de Agua Caliente.	61
Fig. 4.6	Gráfica de saturación de agua, Caso de Inyección de Agua Caliente.	61
Fig. 4.7	Simulación 2D de temperatura, Caso de Inyección de Agua Caliente.	62
Fig. 4.8	Gráfica de temperatura, Caso de Inyección de Agua Caliente.	62
Fig. 4.9	Simulación 2D de saturación de agua, Caso de Calentamiento Electromagnético.	63
Fig. 4.10	Gráfica de saturación de agua, Caso de Calentamiento Electromagnético.	64
Fig. 4.11	Simulación 2D de temperatura, Caso de Calentamiento Electromagnético.	64
Fig. 4.12	Gráfica de temperatura, Caso de Calentamiento Electromagnético.	65
Fig. 4.13	Simulación 2D de saturación de agua, Caso Combinado.	66
Fig. 4.14	Gráfica de saturación de agua, Caso Combinado.	66
Fig. 4.15	Simulación 2D de temperatura, Caso Combinado.	67
Fig. 4.16	Gráfica de temperatura, Caso Combinado.	67
Fig. 5.1	Gráfica de factor de recuperación de todos los casos	69
Fig. 5.2	Gráfica de temperatura de todos los casos	69
Fig. 5.3	Gráfica de factor de recuperación para múltiples aperturas de fracturas, Caso de Calentamiento Electromagnético.	70
Fig. 5.4	Gráfica de factor de recuperación para múltiples tamaños de bloque,	71

	Caso de Calentamiento Electromagnético.	
Fig. 5.5	Gráfica de factor de recuperación para múltiples tamaños de bloque, Caso de Calentamiento Electromagnético.	72
Fig. 5.6	Gráfica de temperatura para múltiples tamaños de bloque, Caso de Calentamiento Electromagnético.	72
Fig. 5.7	Gráfica de factor de recuperación para múltiples corrientes eléctricas, Caso de Calentamiento Electromagnético.	73
Fig. 5.8	Gráfica de temperatura para múltiples corrientes eléctricas, Caso de Calentamiento Electromagnético.	74
Fig. 5.9	Gráfica de temperatura para $i = 500$, Caso de Calentamiento Electromagnético.	74
Fig. 5.10	Gráfica para evaluar la temperatura con $i = 500$, Caso de Calentamiento Electromagnético.	75
Fig. 5.11	Gráfica de expansión térmica para múltiples tamaños de bloque, Caso de Calentamiento Electromagnético.	76
Fig. 5.12	Gráfica de expansión térmica para múltiples corrientes eléctricas, Caso de Calentamiento Electromagnético.	77
Fig. 5.13	Gráfica de ajuste del coeficiente H' , Caso de Calentamiento Electromagnético.	78

RESUMEN

En México los yacimientos de aceite pesado y extra-pesado son de gran importancia, ya que se ha estimado que las reservas de aceite ligero representan solo el 28% del total a nivel nacional. Gran cantidad de reservas de aceite pesado aguarda nuevas tecnologías, que trasformarán su explotación en proyectos económicamente posibles.

El principal obstáculo para explotar un yacimiento de aceite pesado o extra-pesado es la alta viscosidad del aceite en el yacimiento, pero puede reducirse por procesos térmicos de recuperación mejorada; de ellos, pueden mencionarse la inyección de agua caliente y el calentamiento electromagnético. Ahora bien, dichos métodos son objeto de estudio de esta investigación.

Se han llevado a cabo estudios de dichos métodos en yacimientos fracturados; sin embargo no se ha evaluado el impacto en la red de fracturas, por lo que la comprensión de los mecanismos de producción en yacimientos naturalmente fracturados durante procesos térmicos de recuperación mejorada es un área de estudio activa.

En el trabajo presente se propone un modelo de expansión térmica en un sistema de matrices y fracturas, para así comprender los fenómenos físicos involucrados y la transferencia de calor matriz-fractura. En consecuencia, se desarrolló un modelo de doble porosidad con dos fases, para simular el comportamiento de un aceite pesado o extra-pesado en un sistema bidimensional y se analizó el comportamiento del aceite al someterse a un incremento en la temperatura.

Durante el desarrollo del modelo se consideró la expansión térmica del sistema roca-fluidos, la existencia de un flujo en la red de fractura, las propiedades petrofísicas dependientes de la temperatura, y que la apertura de la fractura es variable; esto hace hincapié en la necesidad de modelos matemáticos sofisticados capaces de modelar fenómenos físicos en yacimientos fracturados.

Se realizaron simulaciones para el caso de inyección de agua como mecanismo de recuperación secundaria de un aceite pesado, inyección de agua caliente y calentamiento electromagnético, con la finalidad de comparar los factores de recuperación de aceite de acuerdo al modelo propuesto.

Adicionalmente se evaluó el efecto de la expansión térmica del sistema roca-fluidos al analizar el factor de recuperación del calentamiento electromagnético, con intensidades de corriente eléctrica múltiples, aperturas de fracturas y tamaños de bloque de matriz.

CAPÍTULO I: ANTECEDENTES

1.1. Reserva de aceite pesado y extra-pesado en México

La estimación de reservas totales de hidrocarburos en México fue de 59,420 millones de barriles de petróleo crudo equivalente (MMbpce) al 1° de enero de 2013¹. La participación de las reservas totales de hidrocarburos sumaron 31.1% a reservas probadas, 27.7% a reservas probables y 41.2% a reservas posibles. Las reservas probadas de petróleo crudo ascendieron a 10,073.2 MMb. De esta cantidad, 61.0% correspondió a petróleo pesado, 27.9% a ligero y 11.1% a superligero.

Reservas de Crudo en México

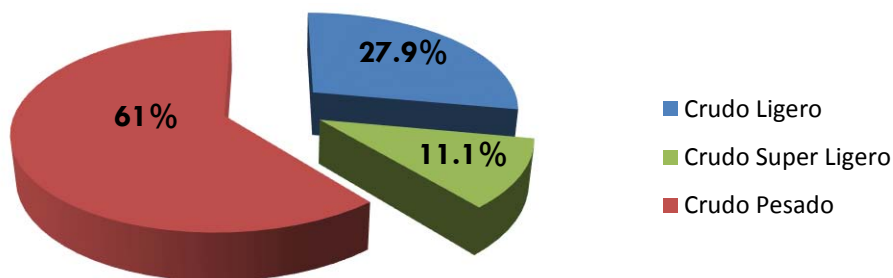


Fig. 1.1. Reservas de hidrocarburos, Enero 2013², PEMEX.

En México, se ha planteado la necesidad de explotar los yacimientos de crudo pesado, los cuales representan una gran cantidad de reservas que han sido ignoradas durante muchos años, debido a que su contenido de hidrocarburos volátiles, la facilidad para su explotación y la sencillez de su transporte son mucho menores que las del crudo liviano.

El aceite pesado y extra-pesado generalmente se deja de lado como recurso energético debido a las dificultades y costos asociados con su producción. Pero el mundo está percibiendo un incremento en los aceites pesados y extra-pesados, tanto en la producción como en las reservas. Actualmente las reservas totales del mundo están estimadas en 9 a 13 billones de barriles de los cuales el 15% proviene de aceites pesados, 25% de extra-pesados y 30% de bitumen.

Total de Reservas de Petróleo en el Mundo

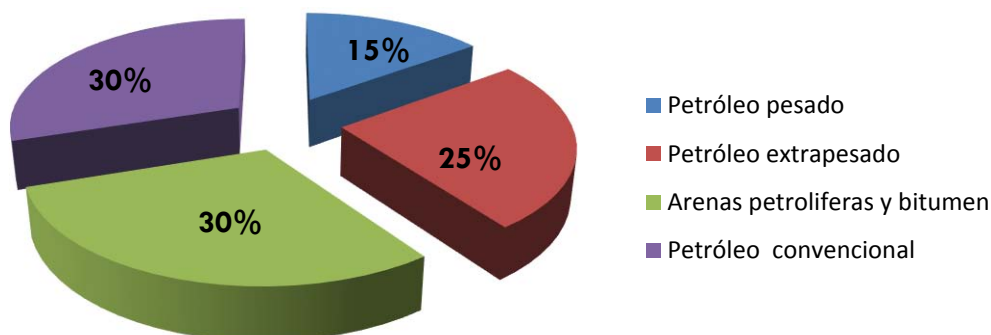


Fig. 1.2. Total de reservas de Petróleo en el Mundo ,Otoño, 2006³.

Países como Canadá, Venezuela, Brasil, México, Rusia, China y Oriente Medio presentan grandes acumulaciones de aceite pesado y extra-pesado. Algunos han estimado que el aceite pesado representa más de la mitad de las reservas mundiales conocidas. Dichos recursos son clasificados como convencionales y no convencionales. El desarrollo de estos recursos se encuentra en función del precio de los hidrocarburos y al uso de la tecnología para su explotación.

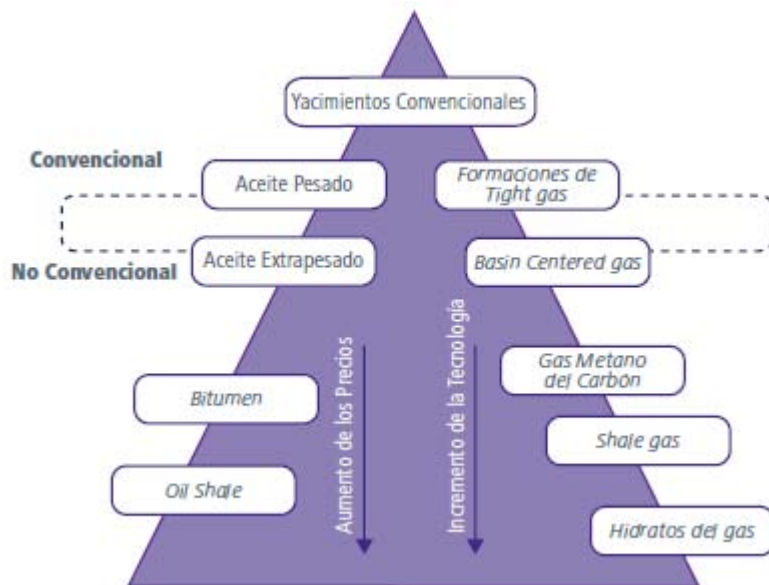


Fig. 1.3. Recursos Convencionales y No Convencionales (Anuario Estadístico, CNH 2013⁴).

Los productores de hidrocarburos que invierten en la recuperación de aceite pesado y extra-pesado enfrentan retos de producción especiales. Sin embargo, los métodos de recuperación mejorada, las técnicas innovadoras de perforación, terminación, estimulación, y vigilancia rutinaria de pozos contribuyen para que los yacimientos de aceite pesado y extra-pesado se conviertan en activos rentables.

Si bien otros factores tales como la porosidad, la permeabilidad y la presión determinan como se comportará un yacimiento, la densidad y la viscosidad del aceite son las propiedades que dictan el enfoque de producción que tomara una compañía petrolera. Estos aceites pesados y extra-pesados presentan retos de producción especial pero no insuperable.

Para los productores de hidrocarburos dedicados a la recuperación de aceite pesado y extra-pesado, el emprendimiento requiere una inversión de largo plazo. La alta viscosidad del aceite pesado aumenta las dificultades de transporte y obtención de productos comerciables, requiere técnicas de refinamiento especial y por ende más costosas. El valor de la tecnología depende de su habilidad para reducir el costo total.

Debido a que la mayoría de los campos de aceite pesado y extra-pesado son someros, los costos de perforación no han constituido el factor dominante, pero el uso creciente de pozos horizontales está introduciendo algunos costos en esta etapa del desarrollo, aunque el costo primario reside típicamente en recuperación mejorada por métodos térmicos los cuales brindan energía necesaria para generar el calentamiento requerido para movilizar los aceites pesados y extra-pesados. De allí la importancia de estudiar y analizar los procesos térmicos de recuperación mejorada, los cuales permiten incrementar el factor de recuperación de los yacimientos de aceite pesado y extra-pesado.

1.2 Recuperación mejorada por métodos térmicos

Típicamente sólo 30% del aceite de un yacimiento puede extraerse con los métodos tradicionales, por tanto, quedan enormes cantidades de aceite por recuperar de los puntos de extracción actuales o incluso de los ya abandonados⁵. Esto se debe a que la eficiencia de los métodos de recuperación primaria y secundaria está limitada por dos factores:

- A la escala de los poros, el crudo alcanza una saturación residual suficientemente baja, presentándose en forma de glóbulos discontinuos, atrapados por las fuerzas capilares.
- A la escala del yacimiento existen ciertas zonas en las cuales el fluido inyectado durante la recuperación secundaria no penetra, debido a su baja permeabilidad, porque siguen caminos preferenciales, o porque la geometría de implantación de los pozos no es favorable.

Existen tecnologías, procesos o mecanismos conocidos como: Recuperación Mejorada, cuya aplicación puede ayudar a recuperar entre 10-20% del aceite original en sitio, lo cual podría parecer poco, pero resulta increíble para la industria petrolera de acuerdo con los factores de recuperación y producción actuales.

La recuperación mejorada (EOR por sus siglas en inglés) se refiere a la recuperación de aceite obtenida al inyectar materiales que normalmente no están presentes en el yacimiento, o materiales que comúnmente están en el yacimiento pero son inyectados a condiciones específicas con el fin de alterar considerablemente el comportamiento físico-químico de los fluidos del yacimiento, esto es de acuerdo a lo descrito por la Comisión Nacional de Hidrocarburos⁶.

Los procesos de recuperación mejorada incluyen todos los métodos que usan fuentes de energía externa para recuperar el aceite que no puede ser producido económicamente por medios convencionales. Los métodos de recuperación mejorada se pueden clasificar en dos grandes grupos principales: térmicos y no-térmicos.

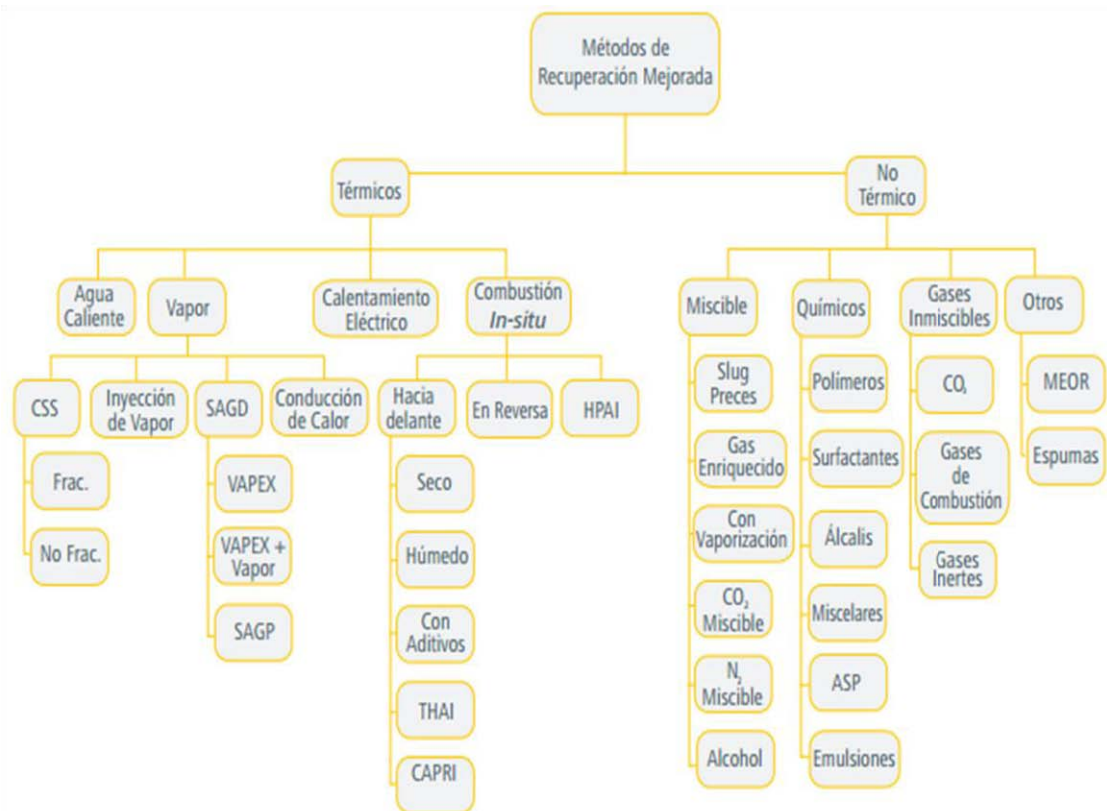


Fig. 1.4. Clasificación de métodos de EOR (Oil and Gas Science and Technology , 2008⁶).

Los métodos de recuperación térmica⁷ involucran la aplicación de calor al yacimiento con el fin de elevar la temperatura significativamente y así mejorar el desplazamiento del aceite. Esta técnica mejora la recuperación de aceite al lograr una viscosidad más favorable mientras que al mismo tiempo se aprovecha la alteración de las fuerzas capilares y propiedades originales de los fluidos o la roca del yacimiento.

Los métodos térmicos se han usado ampliamente para el desplazamiento de aceites pesados y extra-pesados, mientras que los procesos de desplazamiento con productos químicos y gases miscibles son usados en aceites que van de intermedios a ligeros. De todos los métodos de EOR, los térmicos tienen la menor incertidumbre y proporcionan cerca del 70 por ciento de la producción mundial proveniente de métodos de EOR.

Los procesos térmicos que se abordarán en este trabajo son el de inyección de agua caliente y el de calentamiento electromagnético.

Inyección de Agua Caliente

Los procesos térmicos implican la inyección de fluidos en la formación, como la inyección de agua caliente el cual es probablemente el método térmico de recuperación más simple y seguro⁸.

La inyección de agua caliente será ventajosa donde las formaciones tengan una alta permeabilidad, suficiente para mantener un gasto de inyección alto, con el objeto de minimizar las pérdidas de calor. Además, como el incremento de temperatura logrado con el agua caliente es menor que el logrado con vapor, la inyección de agua caliente resultará más efectiva en yacimientos que contengan aceites pesados y extra-pesados que exhiban una gran disminución en viscosidad para incrementos de temperatura relativamente pequeños.

Algunas desventajas de este método son:

- Los problemas en los equipos de inyección de agua caliente, en general, serán menos severos que en la inyección de vapor. Sin embargo, la cantidad invertida en generadores, equipos de superficie y en el pozo, es comparable a la del caso de la inyección de vapor.
- Las pérdidas de calor en las líneas de superficie y en el pozo, pueden causar una seria disminución en la temperatura del agua, mientras que en el caso de vapor sólo habrá una reducción en su calidad.

La inyección de agua caliente ha recibido menos atención que otros métodos térmicos, probablemente en vista de su limitada aplicación. Sin embargo se han reportado aplicaciones de dicho método como en el campo Cat Canyon⁸ en California, EE.UU en 1966. Donde la inyección de agua caliente fue el mecanismo de estimulación de producción dominante, la cual fue inyectada a temperatura de 550 °F en la cabeza del pozo, después de tres días de cierre del pozo se tuvo una producción de 166 barriles/día. Se reportó que se tuvo un incremento en la producción de 15,220 barriles en un periodo de 328 días.

En el año 1970 fue registrada una prueba en el campo Morichal⁸ en Venezuela. Los resultados analizados de 31 estimulaciones, señalan un incremento en la producción de aceite 560,000 barriles. Se indicó que el hecho de haber removido asfáltenos del pozo y las zonas vecinas tuvo impacto en la producción, estimando que este factor es responsable de la mitad del incremento de la producción. El otro 50% es atribuible a la reducción de la viscosidad.

También se presentaron buenos resultados en el campo Northeast Butterfly⁸ en Oklahoma, EE.UU en 1972. Al paso de unos meses, el pozo inyector fue puesto en producción y se tuvieron producciones de 72 barriles/día mientras que un segundo pozo antes de ser estimulado tenía 13 barriles/día y tuvo un incremento hasta 249 barriles/día. Se apuntó que la producción declino muy lentamente durante 2 años, por lo tanto indico que la transferencia de calor por conducción fue considerable.

La implementación de agua caliente al campo Uzen⁹ en Rusia, en el año de 1996 fue una solución al problema de parafinas. Concluyen que el impacto de dicho proceso térmico en el campo incremento el factor de recuperación del 23 % hasta 38%. Los resultados confirman que la reducción de la permeabilidad se debía a la depositación de las parafinas.

Norteamérica es una de las regiones donde más se ha llevado a cabo la inyección de agua caliente. En el año 2001, se implementó en el campo Senex¹⁰ en Alberta, Canadá el cual contenía un aceite de 37 °API con un alto contenido de parafinas y baja permeabilidad en carbonatos. Los resultados indicaron que hubo un efecto importante en la viscosidad con la aplicación de dicho método, se indica que el incremento en la recuperación fue hasta un 25%.

Recientemente se han realizado estudios y pruebas pilotos para evaluar la eficiencia de implantar el método de inyección de agua caliente junto con el de inyección de vapor. Adicionalmente se estudia la posibilidad de implementar dicho método acoplado con el calentamiento electromagnético resistivo, además de que se analizan las diversas configuraciones de los pozos en el yacimiento. Sin lugar a duda se pone en evidencia la necesidad de nuevos métodos de recuperación mejorada que sean capaces de disminuir la saturación de aceite residual de los yacimientos naturalmente fracturados de aceite pesado y extra-pesado.

Calentamiento Electromagnético

Método alternativo de transferencia de calor a yacimientos de aceite pesado y extra-pesado basado en energía electromagnética. La aplicación del calentamiento electromagnético puede ser dividida en dos categorías basadas en la frecuencia de la corriente eléctrica: calentamiento de baja frecuencia de resistividad eléctrica y calentamiento de alta frecuencia de microondas¹¹.

El calentamiento de resistencia eléctrica o calentamiento óhmico ocurre cuando una corriente alterna de baja frecuencia fluye a través del yacimiento, y la energía eléctrica se convierte en calor.

El proceso involucra el uso de pozos adyacentes como electrodos los cuales actuarán como ánodos (+) y cátodos (-) por los cuales se inducirá una corriente eléctrica alterna para calentar el yacimiento. Por lo tanto, para evitar la pérdida del circuito eléctrico se debe considerar:

- Las temperaturas del agua de formación deben mantenerse por debajo del punto de ebullición del agua (a la presión de la formación) para evitar que ésta se evapore.
- Se requiere de una saturación de agua de formación (S_{wi}) mínima que es de aproximadamente 30% para que se pueda lograr un buen efecto de calentamiento mediante este método.

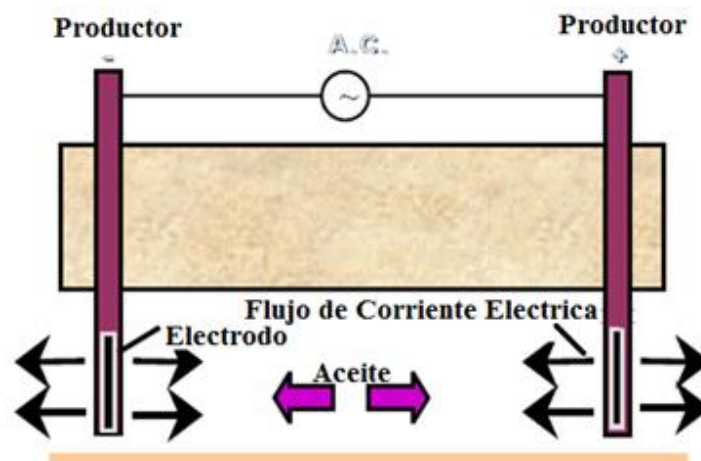


Fig. 1.5. Esquema de configuración de pozos para calentamiento por Efecto Joule (Sahni, Kumar, Knapp, 2000¹²).

El calentamiento electromagnético en yacimientos fue utilizado como método para mejorar la producción de aceite a finales de 1968, en una prueba en Little Tom¹³, Texas, en el cual se reporta que hubo un increíble incremento de 1 barril/día a 20 barriles/día. Posteriormente este método atrajo la atención de un gran número de investigadores y diversas pruebas fueron reportadas años después.

En Rusia, las pruebas de campo de calentamiento electromagnético fueron puestas en marcha 1969 en el campo Ishimbayskoye en la región de Bashkortostán teniendo un incremento en la temperatura de 30 K en solo cinco días y se continuó la implementación de dicho método en 1980 en el campo Yultimirovskoye en la región de Tatarstán teniendo una elevación en la temperatura de 107 K en tan solo 37 horas. Esto tuvo como resultado un incremento notable en el factor de recuperación de aceite¹².

En 1981, en el campo de arenas en Ridge¹², Utah, EE.UU, se llevó a cabo el primer experimento de recuperación de bitumen, diseñado para demostrar los conceptos del calentamiento electromagnético y mejorar el diseño del equipo. Durante la segunda prueba piloto realizada a este campo se cuantificaron los resultados del calentamiento para un periodo más largo y a temperaturas más altas. En este experimento se superaron los 473 K y se obtuvo un incremento en la recuperación del 30 a 35% en tan sólo 20 días. Esto resultó alentador porque demostró la eficiencia de dicho método.

El calentamiento electromagnético fue introducido en el campo Wildmere¹³, Alberta, Canadá, en enero de 1986; antes del calentamiento se estaba produciendo aproximadamente 0,95 toneladas/día, posteriormente las tasas de producción aumentaron y pronto se establecieron en el nivel de 3,18 toneladas/día. Otro pozo de este mismo campo aumentó su producción de 1,59 toneladas/día a un promedio de 4,77 toneladas / día.

Este método también fue implementado en Sudamérica, en el campo Río Panan¹³ en Brasil, se realizó una prueba piloto en 1987 donde se reportó que la producción aumentó de 1,2 barriles/día a 10 barriles/día después de 70 días de aplicación de dicho método, a través de la producción de pozos vecinos cuya distancia era 328 ft, para un yacimiento con viscosidad de aceite de 2500cp.

Recientemente, compañías petroleras han previsto pruebas pilotos donde se combine el calentamiento electromagnético junto con la inyección de solventes ya sea butano o propano. Dichas compañías apuntan a calentar el yacimiento en menor tiempo e incrementar los factores de recuperación de aceite de los yacimientos naturalmente fracturados de aceite pesado y extra-pesado.

CAPÍTULO II: DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

2.1 Problemática

Actualmente la recuperación mejorada de aceite pesado y viscoso se obtiene producida por métodos térmicos, debido a los efectos positivos del fenómeno físico y químico que ocurre durante este proceso.

No todos los fenómenos físico-químicos involucrados en los procesos térmicos tienen igualmente interesados a los investigadores. La concepción básica de estos métodos es que la reducción de la viscosidad debido al incremento inducido de la temperatura del yacimiento, se considera como el fenómeno físico básico para incrementar el valor del factor de recuperación de aceite.

Por otro lado, en estos procesos térmicos uno de los fenómenos que frecuentemente se considera despreciable es el de la expansión térmica del sistema roca-fluidos, sin embargo algunos estudios han tratado de ver este problema desde otro punto de vista, intentando dar una respuesta a la pregunta:

¿Cuánto Influye la expansión térmica del sistema roca-fluidos en el factor de recuperación en procesos térmicos?

2.2 Hipótesis

La expansión térmica del sistema roca-fluidos influye en el factor de recuperación durante un proceso térmico de recuperación mejorada de aceite remanente, en yacimientos naturalmente fracturados.

2.3 Objetivo

Desarrollar un modelo matemático y numérico para resolver el problema de inyección de un fluido caliente y/o un proceso de calentamiento electromagnético, que incluya el fenómeno de expansión térmica del sistema roca-fluidos, en yacimientos naturalmente fracturados de aceite pesado o extra-pesado.

2.4 Alcance

- Diseñar un modelo matemático que contemple los fenómenos de conservación de energía, conservación de masa, expansión térmica de sistema roca-fluidos y variación de propiedades de la roca como función de la temperatura para yacimientos naturalmente fracturados de aceites pesados o extra-pesados
- A partir del modelo matemático, programar un modelo numérico en diferencias finitas, que pueda representar el comportamiento de la saturación y la temperatura al tener inyección de un fluido caliente y/o un proceso de calentamiento electromagnético, en el sistema matriz-fractura.
- Evaluar el impacto que tiene la expansión térmica del sistema roca-fluidos en un sistema de red de fracturas, así como también el impacto que tiene en el factor de recuperación para este tipo de yacimientos mencionados.
- Generar corridas numéricas para diversos casos propuestos, donde se compare el comportamiento del modelo con múltiples tamaños de bloque de matriz, de apertura de fractura, así como de intensidad de corriente eléctrica.
- Determinar la función de transferencia de calor matriz-fractura , así como su coeficiente de transferencia de calor para el proceso de calentamiento electromagnético

CAPÍTULO III: MODELO PROPUESTO DE UN SISTEMA DE MATRICES Y FRACTURAS

Este capítulo presenta la complejidad asociada a los procesos térmicos y las dificultades inherentes al proceso de modelado. Se presenta el modelo físico seleccionado para el análisis del fenómeno ya mencionado, que es un sistema de matrices y fracturas, el cual se integra de propiedades de la roca y fluidos.

Es importante mencionar que el uso de ciertas leyes básicas de la física y modelos de ecuaciones diferenciales parciales, son típicos de los modelos matemáticos utilizados para describir el flujo de fluidos en un medio poroso.

La variedad de los fenómenos físicos presentes en un yacimiento naturalmente fracturado, requiere las ecuaciones matemáticas necesarias para modelar el espectro completo de los procesos de recuperación mejorada por métodos térmicos. A continuación se expone el modelo físico necesario para plantear las ecuaciones del modelo matemático.

3.1 Modelo Físico de un Sistema de Matrices y Fracturas

El proceso de modelado de un yacimiento involucra varias etapas, en primer lugar, es necesario un modelo físico de los procesos de flujo, el cual se debe desarrollar incorporando la física que se estime necesaria para describir el fenómeno que se desea estudiar.

Durante un proceso térmico de recuperación mejorada en yacimientos naturalmente fracturados, existe incertidumbre en relación a si la expansión térmica del sistema roca-fluidos tendrá consecuencias en la red de fracturas. Con lo antedicho surge el desafío de crear un modelo físico que considere cualitativamente el proceso de imbibición de aceite del bloque de matriz a las fracturas, así como los cambios de temperatura en el bloque de matriz; además que incluya las variaciones de la apertura de fractura y tamaño de bloque de matriz.

El procedimiento que se ha seguido para construir el modelo físico es a partir del yacimiento, del cual se selecciona un bloque, el cual se estudiará de acuerdo a la concepción de Warren & Root (1963) para yacimientos naturalmente fracturados.

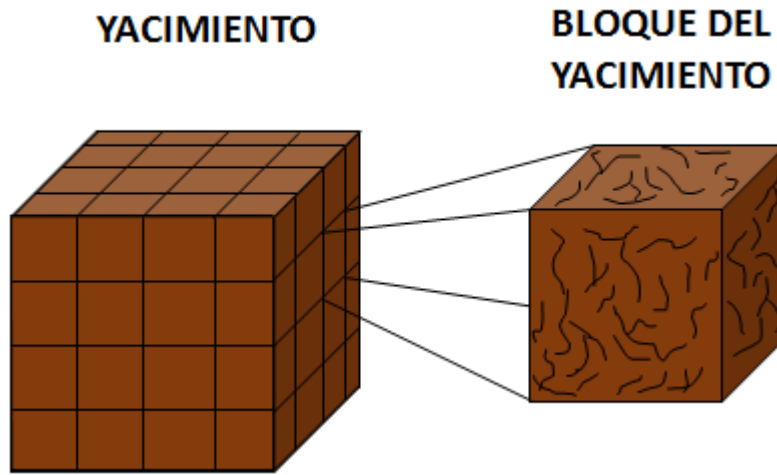


Fig. 3.1. Idealización de un Yacimiento Naturalmente Fracturado (Modelo de Warren y Root, 1963¹⁴).

El desarrollo prosigue al tomar en cuenta que el bloque del yacimiento, se acopla a un sistema de referencia el cual es un conjunto de coordenadas espacio-tiempo que se requiere para determinar la posición de un punto en el espacio. La trayectoria descrita por un fluido depende del sistema de referencia que se elija arbitrariamente.

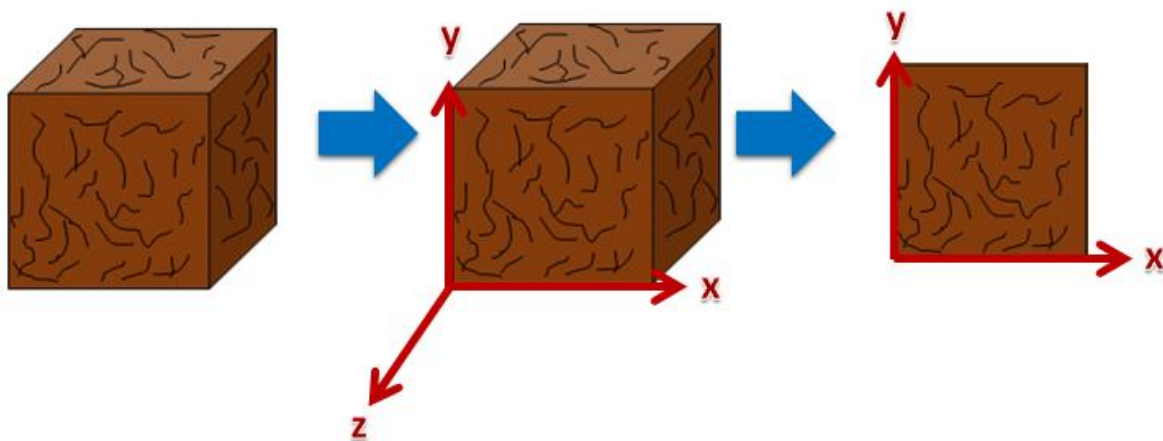


Fig. 3.2. Esquema del bloque del yacimiento.

Para simplificar el desarrollo del modelo matemático y la solución posterior del modelo numérico, se dice que existe una simetría tal que $u_z = \delta/\delta_z = 0$; por lo tanto, se obtiene un plano cuyo sistema de referencia tiene ejes en x y y . En consecuencia el modelo a resolver se encuentra en 2 dimensiones. Se visualiza el sistema de matrices y fracturas de forma idealizada para un yacimiento naturalmente fracturado. Como se muestra en la Fig. 3.3.

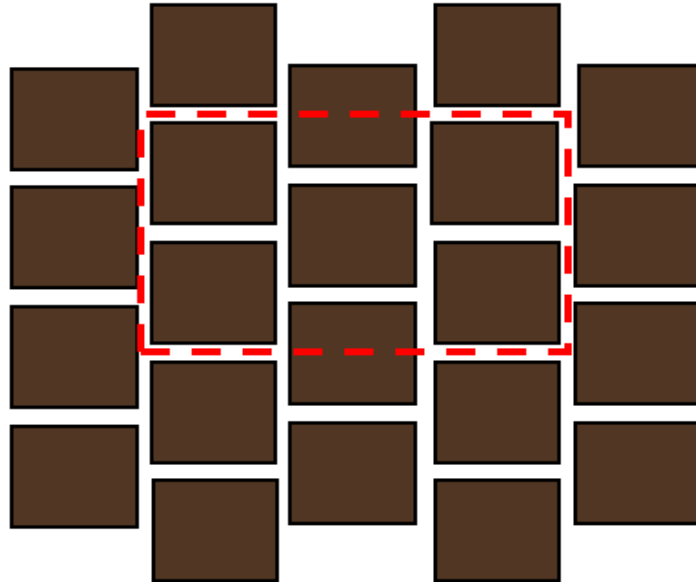


Fig. 3.3. Sistema de matrices y fracturas idealizadas.

Se delimita una sección del sistema de matrices y fracturas idealizadas, por lo cual el bloque propuesto se muestra en la Fig. 3.4.

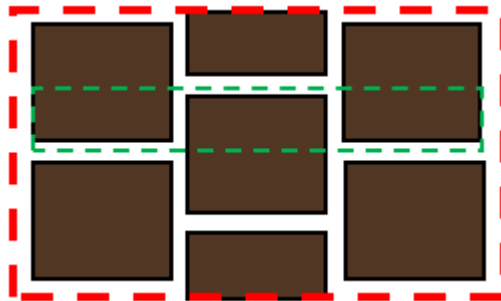


Fig. 3.4. Esquema del bloque propuesto.

Posteriormente, la sección definida del sistema de matrices y fracturas será simplificada aún más, a través de las propiedades de simetría, la cual hace referencia a la correspondencia que hay en la forma de un cuerpo que tiene simetría, de tal manera que su comportamiento por ambos lados es similar. Como se muestra en la Fig 3.5.

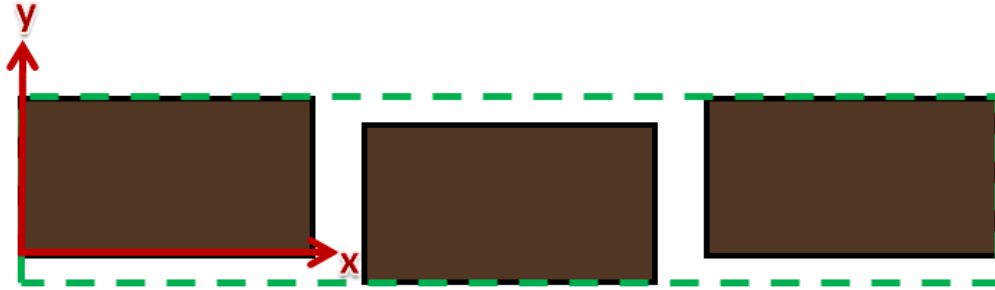


Fig. 3.5. Modelo físico de un sistema de matrices y fracturas simplificado

Ya que existe flujo en la entrada del sistema y a través de la red de fracturas, éste será representado con el flujo de Poiseuille, por lo cual con este modelo simplificado se podrá analizar los fenómenos mencionados al inicio de este trabajo, Por lo tanto el modelo físico de un sistema de matrices y fracturas en 2 dimensiones para coordenadas cartesianas es el siguiente.

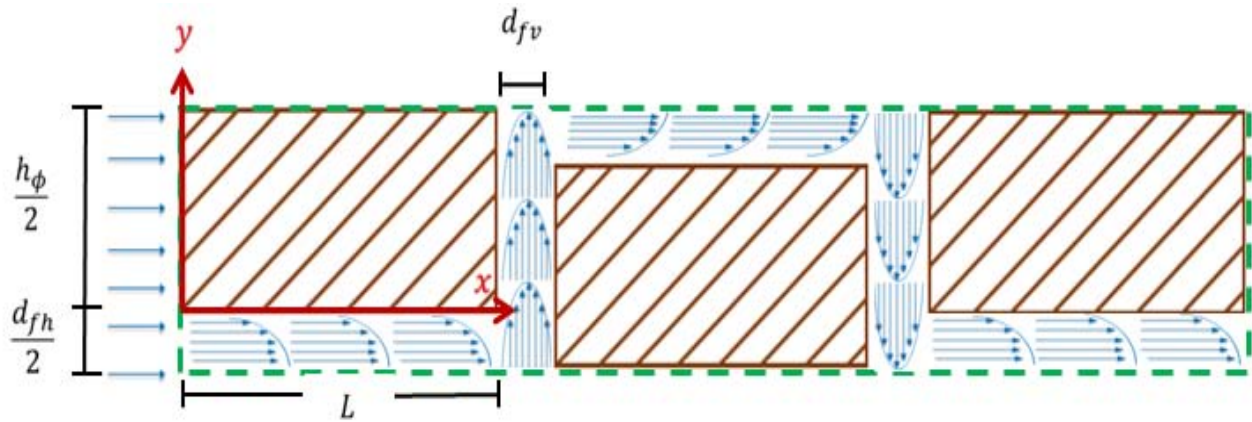


Fig. 3.6. Modelo físico de un sistema de matrices y fracturas

Con el modelo físico ya definido se deberá plantear un modelo matemático. Una de las principales dificultades en los procedimientos de modelado es la elección de un conjunto de ecuaciones que describan con precisión el proceso físico a estudiar, por lo cual se consideraron problemas como la expansión térmica del sistema roca-fluidos, la variación de propiedades petrofísicas en función de la temperatura, y la disminución de la apertura de fractura en el sistema de red de fracturas.

3.2 Modelo Matemático de un Sistema de Matrices y Fracturas

Como una de las etapas en el proceso de modelado de un yacimiento, se obtiene una formulación matemática del modelo físico, que implica por lo general sistemas acoplados de ecuaciones diferenciales parciales no lineales unidos a un conjunto de condiciones iniciales y de frontera que permitan analizar y entender el fenómeno de la expansión térmica en yacimientos naturalmente fracturados.

El movimiento de fluidos en medios porosos se rige por las mismas leyes fundamentales que rigen su flujo en un medio libre. Estas leyes se basan en la conservación de la masa, conservación de cantidad de movimiento y conservación de energía, además ecuaciones adicionales deben ser especificadas como ecuaciones de velocidad, en general, una forma de la ley de Darcy, y ecuaciones de estado.

De acuerdo al modelo físico presentado, la solución matemática está estructurada por el sistema de matrices y fracturas, de que modo que éste será resuelto para un conjunto de bloques de matrices que se encuentran comunicados a través de las fracturas, por lo tanto resolver acopladamente dichos medios concede la solución al problema planteado.

Ecuación de Temperatura en la fractura horizontal

Para hallar la ecuación de temperatura que representa el comportamiento en la fractura horizontal se utiliza la ecuación de conservación de energía. Durante este desarrollo se requiere la velocidad de la salmuera en la fractura horizontal, esta es dada por flujo de Poiseuille (1850), siendo necesario resolver el sistema de ecuaciones de Navier-Stokes (1840) y la ecuación de continuidad. A continuación se presenta su desarrollo:

Consideraciones de la ecuación:

- a) Fluido newtoniano
- b) No hay deslizamiento
- c) Flujo estacionario
- d) Flujo laminar

La ecuación de conservación de energía en coordenadas cartesianas (x, y, z), es:

$$\rho_w c_w \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} + \vec{u}_w \cdot \nabla \tilde{T} \right) = \nabla \cdot (\lambda_w \nabla \tilde{T}) + P_w \quad (3.1)$$

Donde la potencia eléctrica, P_w , se define como el producto de la resistencia eléctrica por la intensidad de la corriente eléctrica, y la velocidad de la salmuera, \vec{u}_w , en la fractura horizontal es hallada por lo aproximación de Poiseuille.

Utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes^{15,16} y de continuidad en coordenadas cartesianas (x, y, z) ^{15,16}:

$$\begin{aligned} \rho_w \left(\frac{\partial \vec{u}_x}{\partial \tilde{t}} + \vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial Y} + \vec{u}_z \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial X} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial Z^2} \right) + \rho_w g_x \\ \rho_w \left(\frac{\partial \vec{u}_y}{\partial \tilde{t}} + \vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Y} + \vec{u}_z \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial Y} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial Z^2} \right) + \rho_w g_y \\ \rho_w \left(\frac{\partial \vec{u}_z}{\partial \tilde{t}} + \vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_z}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_z}{\partial Y} + \vec{u}_z \frac{\partial \vec{u}_z}{\partial Z} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial Z} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_z}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_z}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_z}{\partial Z^2} \right) + \rho_w g_z \\ 0 &= \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial X} + \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Y} + \frac{\partial \vec{u}_z}{\partial Z} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Se deducen las siguientes consideraciones:

- Habrá una simetría tal que $\frac{\partial}{\partial Z} = 0$
- El vector gravedad será $\vec{g} = g_y = g$

Por lo tanto las ecuaciones (3.2) quedan así:

$$\begin{aligned} \rho_w \left(\vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial Y} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial X} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial Y^2} \right) \\ \rho_w \left(\vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Y} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial Y} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial Y^2} \right) + \rho_w g \\ \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial X} + \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Y} &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Aplicando  rdenes de magnitud en la ecuación de continuidad se puede hallar \vec{u}_y , además que $\vec{u}_x = \vec{u}_w$, de tal forma que las ecuaciones de Navier-Stokes simplificadas son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial X} &= \mu_w \frac{\partial^2 \vec{u}_w}{\partial Y^2} \\ \frac{\partial \tilde{P}}{\partial Y} &= \rho_w g \end{aligned} \quad (3.4)$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$x = \frac{X}{L}$$

$$y = \frac{Y}{d}$$

$$t = \frac{\tilde{t}}{t_o}$$

$$u = \frac{\vec{u}_w}{U_0}$$

$$T = \frac{\tilde{T}}{\Delta T}$$

$$P = \frac{\tilde{P}}{P_1 - P_2} = \frac{\tilde{P}}{\Delta P}$$

Se derivan las ecuaciones y se aplica la regla de la cadena a éstas, después se sustituyen en la ecuación (3.4) de tal forma que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\mu_w 4U_0 L}{\Delta P d^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{d\rho_w g}{\Delta P} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Se define la velocidad característica del fluido como $U_0 = \frac{d^2 \Delta P}{4\mu_w L}$ y además se considera que $\frac{d\rho_w g}{\Delta P} \ll 1$, ya que las diferencias de presión debidas a la gravedad son mucho menores que ΔP . Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Las condiciones de frontera son:

$$\begin{aligned} u(y=0) &= 0 \\ \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=1} &= 0 \\ P(x=0) &= \frac{P_{in}}{\Delta P} \\ P(x=1) &= \frac{P_{out}}{\Delta P} \end{aligned}$$

Integrando y utilizando las condiciones de frontera en las ecuaciones (3.6) , se puede hallar la velocidad del fluido en variable adimensional.

$$u = \left(y - \frac{y^2}{2} \right) \quad (3.7)$$

Posteriormente ese adimensionaliza la ecuación de conservación de energía (3.1), con el conjunto de variables que es presentado:

$$x = \frac{X}{L}$$

$$y = \frac{Y}{d}$$

$$t = \frac{\tilde{t}}{t_o}$$

$$\phi = \frac{\tilde{\phi}}{\phi_o}$$

$$T = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{T_{iny} - T_{yac} + \Delta\tilde{T}_M} = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{\Delta T_M}$$

Se derivan las ecuaciones y se aplica la regla de la cadena a éstas, y después se sustituyen en la ecuación (3.1) ; esto tiene como resultado:

$$\rho_w c_w \left(\frac{\Delta T}{t_o} \frac{\partial T}{\partial t} + u U_0 \frac{\Delta T}{L} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \lambda_w \left(\frac{\Delta T}{L^2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\Delta T}{d^2} \frac{\partial^2 T}{\partial y_f^2} \right) + R_w I_w^2 \quad (3.8)$$

Al agrupar términos se tiene la ecuación (3.9):

$$\gamma_{fh}^2 \frac{\partial T}{\partial t} = \gamma_{fh}^2 \gamma_{\phi}^2 \frac{Pe_D}{Pe_T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \gamma_{\phi}^2 \frac{Pe_D}{Pe_T} \frac{\partial^2 T}{\partial y_f^2} - u \gamma_{\phi} \gamma_{fh}^2 Pe_D \frac{\partial T}{\partial x} + \gamma_{fh}^2 \gamma_{\phi}^2 \frac{Pe_D}{Pe_T} \frac{\frac{L^2 R_w I_w^2}{\lambda_w}}{T_{iny} - T_{yac} + \frac{L^2 R_w I_w^2}{\lambda_w}} \quad (3.9)$$

Se define el Número de Péclet difusivo, Pe_D , el Número de Péclet térmico, Pe_T , el coeficiente de difusividad térmica, α_w , y las relaciones de aspecto matriz y fractura horizontal respectivamente:

$$Pe_D = \frac{U_0 \phi h_\phi}{2D_o}$$

$$Pe_T = \frac{U_0 h_\phi}{2\alpha_w}$$

$$\alpha_w = \frac{\lambda_w}{\rho_w c_w}$$

$$\gamma_\phi = \frac{h_\phi}{2L}$$

$$\gamma_{fh} = \frac{d}{L}$$

Además se define la conductividad térmica de la matriz:

$$\lambda_m = \{\phi_o \phi [1 - (S_w \Delta S_w + S_{iw})] \lambda_o + \phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw}) \lambda_w + (1 - \phi_o \phi) \lambda_s\}$$

Posteriormente, se realiza un análisis de orden de magnitud; se considera la aproximación de fractura térmicamente delgada $T(x, y) \cong T(x)$, se sustituye el flujo de Poiseuille para la fractura horizontal, y se integra con respecto a y en la ecuación (3.9). Por lo tanto, la ecuación de conservación de energía en variables adimensionales será la que se presenta:

$$\left\{ \left[\frac{\phi_o (2S_{or} + 2S_{iw} - S_{or} S_{iw} - S_{or}^2) \lambda_o}{\lambda_w} + \frac{\phi_o (1 - 2S_{or} + S_{or} S_{iw} + S_{or}^2) \lambda_w}{\lambda_w} \right] \phi + \frac{(1 - \phi_o \phi) \lambda_s}{\lambda_w} \right\} \frac{\partial T}{\partial y_m} + \frac{2}{3} \gamma_{fh} Pe_T \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

(3.10)

Ecuación de Temperatura en la fractura vertical

La ecuación de temperatura que representa el comportamiento en la fractura vertical está basada de igual manera en la ecuación de conservación de energía, por lo cual se debe hallar la velocidad de la salmuera en este medio. De modo que será dada por la aproximación de Poiseuille, cuyas condiciones de fronteras son establecidas de acuerdo a la posición de la fractura en el modelo físico.

Como las ecuaciones de la temperatura en la fractura horizontal y vertical dependen de las ecuaciones de Navier-Stokes y continuidad, se decidió iniciar el desarrollo de esta última a partir de la ecuación (3.3).

$$\begin{aligned}\rho_w \left(\vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial Y} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial X} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_x}{\partial Y^2} \right) \\ \rho_w \left(\vec{u}_x \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial X} + \vec{u}_y \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Y} \right) &= -\frac{\partial \tilde{P}}{\partial Y} + \tilde{\mu} \left(\frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}_y}{\partial Y^2} \right) + \rho_w g \\ \frac{\partial \vec{u}_x}{\partial X} + \frac{\partial \vec{u}_y}{\partial Y} &= 0\end{aligned}$$

Por lo que al aplicar órdenes de magnitud en la ecuación de continuidad se puede hallar \vec{u}_x , además que $\vec{u}_y = \vec{u}_w$, en consecuencia las ecuaciones de Navier-Stokes simplificadas para la fractura vertical son:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{P}}{\partial X} &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{P}}{\partial Y} &= \tilde{\mu} \frac{\partial^2 \vec{u}_w}{\partial X^2} + \rho_w g\end{aligned}\tag{3.11}$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$x = \frac{X}{d}$$

$$y = \frac{Y}{\frac{h_\phi}{2}}$$

$$t = \frac{\tilde{t}}{t_o}$$

$$u = \frac{\vec{u}_w}{U_0}$$

$$T = \frac{\tilde{T}}{\Delta T}$$

$$P = \frac{\tilde{P}}{P_1 - P_2} = \frac{\tilde{P}}{\Delta P}$$

Se derivan las ecuaciones y se aplica la regla de la cadena a éstas, después se sustituyen en la ecuación (3.11), se tiene como resultado:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{1}{2} \frac{\mu_w h_\phi U_0}{\Delta P d^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{h_\phi \rho_w g}{\Delta P}\end{aligned}\quad (3.12)$$

Se define la velocidad característica del fluido como $U_0 = \frac{d^2 \Delta P}{\mu_w h_\phi}$ y además se considera que $\frac{h_\phi \rho_w g}{\Delta P} \ll 1$, ya que las diferencias de presión debidas a la gravedad son mucho menores que ΔP . Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\end{aligned}\quad (3.13)$$

Las condiciones de frontera son:

$$\begin{aligned}u\left(x = \frac{L}{d}\right) &= 0 \\ u\left(x = \frac{L+d}{d}\right) &= 0 \\ P(y = 0) &= \frac{P_{in}}{\Delta P} \\ P(y = 1) &= \frac{P_{out}}{\Delta P}\end{aligned}$$

Integrando y utilizando las condiciones de frontera en las ecuaciones (3.13), se puede hallar la velocidad del fluido en variable adimensional.

$$u = -2 \left[x^2 - x \left(\frac{2}{\gamma_\phi \gamma_{fv}} + 1 \right) + \frac{1}{\gamma_\phi \gamma_{fv}} + \frac{2}{\gamma_\phi^2 \gamma_{fv}^2} \right] \quad (3.14)$$

Posteriormente ese adimensionaliza la ecuación de conservación de energía (3.1), con el conjunto de variables que es presentado:

$$\begin{aligned}x &= \frac{X}{d} \\ x &= \frac{Y_f}{\frac{h_\phi}{2}}\end{aligned}$$

$$t = \frac{\tilde{t}}{t_o}$$

$$u = \frac{\vec{u}_w}{U_0}$$

$$T = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{T_{iny} - T_{yac} + \Delta\tilde{T}_M} = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{\Delta T_M}$$

Se derivan las ecuaciones y se aplica la regla de la cadena a estas, después se sustituyen en la ecuación (3.1), esto da como resultado:

$$\rho_w c_w \left(\frac{\Delta T}{t_o} \frac{\partial T}{\partial t} + u U_0 \frac{2\Delta T}{h_\phi} \frac{\partial T}{\partial y_f} \right) = \lambda_w \left(\frac{\Delta T}{d^2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{4\Delta T}{h_\phi^2} \frac{\partial^2 T}{\partial y_f^2} \right) + R_w I_w^2 \quad (3.15)$$

Al agrupar términos se tiene la ecuación (3.16):

$$\gamma_{fv}^2 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{Pe_D}{Pe_T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \gamma_{fv}^2 \frac{Pe_D}{Pe_T} \frac{\partial^2 T}{\partial y_f^2} - u \gamma_{fv}^2 Pe_D \frac{\partial T}{\partial y_f} + \gamma_{fv}^2 \gamma_\phi^2 \frac{Pe_D}{Pe_T} \frac{\frac{L^2 R_w I_w^2}{\lambda_w}}{T_{iny} - T_{yac} + \frac{L^2 R_w I_w^2}{\lambda_w}} \quad (3.16)$$

Se define la relación de aspecto de la fractura vertical:

$$\gamma_{fv} = \frac{2d}{h_\phi}$$

Lo siguiente será realizar un análisis de orden de magnitud a los Peclet difusivo y térmicos, después se considera la aproximación de fractura térmicamente delgada $T(x, y) \cong T(y)$, se sustituye el flujo de Poiseuille para la fractura vertical y se integra con respecto a x en la ecuación (3.16). Por lo tanto, la ecuación de conservación de energía en variables adimensionales será la que se presenta:

$$\left\{ \left[\frac{\phi_o(2S_{or} + 2S_{iw} - S_{or}S_{iw} - S_{or}^2)\lambda_o}{\lambda_w} + \frac{\phi_o(1 - 2S_{or} + S_{or}S_{iw} + S_{or}^2)\lambda_w}{\lambda_w} \right] \phi + \frac{(1 - \phi_o\phi)\lambda_s}{\lambda_w} \right\} \left[\frac{\partial T}{\partial x_m} \Big|_{\frac{1}{\gamma_{fv}\gamma_\phi} + 1} - \frac{\partial T}{\partial x_m} \Big|_{\frac{1}{\gamma_{fv}\gamma_\phi}} \right] - \frac{1}{3} \frac{\gamma_{fv}}{\gamma_\phi} Pe_T \frac{\partial T}{\partial y_f} = 0 \quad (3.17)$$

Ecuación de Temperatura en la matriz

Para obtener la ecuación de temperatura en la matriz se utilizan las ecuaciones de conservación de energía para cada fase y el sólido. Durante este desarrollo se involucró la ecuación de potencial eléctrico en la matriz. Se presenta el desarrollo a continuación:

Consideraciones de la ecuación:

- a) Fluido newtoniano
- b) Imbibición a contra corriente.
- c) Existen dos fases en el medio.
- d) Porosidad y permeabilidad dependiente de la temperatura.
- e) Viscosidad dependiente de la temperatura.
- f) Modelo de Corey (1954)¹⁷ para permeabilidades relativas.
- g) Modelo logarítmico de presión capilar.

La ecuación de conservación de energía en coordenadas cartesianas (x, y, z) ^{15,16}, que se tendrá que resolver es:

Para el aceite:

$$\rho_o c_o \left(\frac{\partial(\tilde{\phi}\tilde{S}_o\tilde{T}_o)}{\partial\tilde{t}} + \tilde{\phi}\tilde{S}_o\vec{u}_o \cdot \nabla\tilde{T}_o \right) = \nabla \cdot (\tilde{\phi}\tilde{S}_o\lambda_o\nabla\tilde{T}_o) \quad (3.18)$$

Para el agua:

$$\rho_w c_w \left(\frac{\partial(\tilde{\phi}\tilde{S}_w\tilde{T}_w)}{\partial\tilde{t}} + \tilde{\phi}\tilde{S}_w\vec{u}_w \cdot \nabla\tilde{T}_w \right) = \nabla \cdot (\tilde{\phi}\tilde{S}_w\lambda_w\nabla\tilde{T}_w) + P_M \quad (3.19)$$

Para la roca:

$$\rho_s c_s \frac{\partial((1-\tilde{\phi})\tilde{T}_s)}{\partial\tilde{t}} = \nabla \cdot ((1-\tilde{\phi})\lambda_s\nabla\tilde{T}_s) \quad (3.20)$$

El término del potencial eléctrico en la matriz¹⁸, P_M , se define como:

$$P_M = R_M I_\phi^2 \quad (3.21)$$

Del desarrollo de la ecuación de Maxwell (1873)¹⁹ fue supuesto que las esferas son un material aislante (Resistividad muy alta), por lo que la ecuación es:

$$R_M = \frac{R_w(3-\tilde{\phi}\tilde{S}_w)}{2(\tilde{\phi}\tilde{S}_w)} \quad (3.22)$$

Sumando las ecuaciones de energía en cada fase, así como agrupando términos, se tiene como resultado:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial [\rho_s c_s (1 - \tilde{\phi}) + \rho_w c_w \tilde{\phi} \tilde{S}_w + \rho_o c_o \tilde{\phi} \tilde{S}_o] \tilde{T}_M}{\partial \tilde{t}} + (\tilde{\phi} \tilde{S}_o \vec{u}_o \rho_o c_o + \tilde{\phi} \tilde{S}_w \vec{u}_w \rho_w c_w) \cdot \nabla \tilde{T}_M \\ & = \nabla \cdot \{ (\tilde{\phi} \tilde{S}_o \lambda_o + \tilde{\phi} \tilde{S}_w \lambda_w + (1 - \tilde{\phi}) \lambda_s) \nabla \tilde{T}_M \} + \frac{R_w (3 - \tilde{\phi} \tilde{S}_w)}{2(\tilde{\phi} \tilde{S}_w)} I_\phi^2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Desarrollando el operador nabla, agrupando y simplificando términos, entonces la ecuación queda:

$$\begin{aligned} & (\rho_s c_s + (\rho_o c_o - \rho_s c_s) \tilde{\phi} + (\rho_w c_w - \rho_o c_o) \tilde{\phi} \tilde{S}_w) \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial \tilde{t}} + (\rho_w c_w - \rho_o c_o) \tilde{\phi} \tilde{T}_M \frac{\partial \tilde{S}_w}{\partial \tilde{t}} \\ & + \left((\rho_o c_o - \rho_s c_s) \tilde{\phi} + (\rho_w c_w - \rho_o c_o) \tilde{S}_w \right) \tilde{T}_M \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \tilde{t}} \\ & + (\tilde{\phi} (1 - \tilde{S}_w) \vec{u}_o \rho_o c_o + \tilde{\phi} \tilde{S}_w \vec{u}_w \rho_w c_w) \cdot \left[\hat{x} \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial X} + \hat{y} \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial Y} \right] \\ & = \left((\lambda_w - \lambda_o) \tilde{\phi} \tilde{S}_w + (\lambda_o - \lambda_s) \tilde{\phi} + \lambda_s \right) \left[\frac{\partial^2 \tilde{T}_M}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}_M}{\partial Y^2} \right] \\ & + \left((\lambda_w - \lambda_o) \tilde{S}_w + (\lambda_o - \lambda_s) \right) \left[\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial X} \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial X} + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial Y} \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial Y} \right] \\ & + \left((\lambda_w - \lambda_o) \tilde{\phi} \right) \left[\frac{\partial \tilde{S}_w}{\partial X} \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial X} + \frac{\partial \tilde{S}_w}{\partial Y} \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial Y} \right] \\ & + \frac{R_w (3 - \tilde{\phi} \tilde{S}_w)}{2(\tilde{\phi} \tilde{S}_w)} I_\phi^2 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{L} \\ y &= \frac{Y}{h_\phi/2} = \frac{2Y}{h_\phi} \\ t &= \frac{\tilde{t}}{t_o} \\ \phi &= \frac{\tilde{\phi}}{\phi_o} \\ u_o &= \frac{\vec{u}_o}{U_{o0}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_w &= \frac{\vec{u}_w}{U_{w0}} \\
S_w &= \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{S_{rw} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{1 - S_{or} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{\Delta S_w} \\
T &= \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{T_{iny} - T_{yac} + \Delta \tilde{T}_M} = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{\Delta T_M}
\end{aligned}$$

Se derivan las ecuaciones anteriores, posteriormente se sustituyen en la ecuación (3.24) y se agrupan términos, por lo cual la ecuación queda:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} + \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\rho_o c_o - \rho_s c_s)}{\rho_s c_s} + \frac{(\rho_w c_w - \rho_o c_o)}{\rho_s c_s} \right) \frac{\partial T_M}{\partial t} \\
&+ \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\rho_w c_w - \rho_o c_o)}{\rho_s c_s} \right) T_M \Delta S_w \frac{\partial S_w}{\partial t} \\
&+ \left(\frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\rho_o c_o - \rho_s c_s)}{\rho_s c_s} + \frac{1}{\phi_o \phi} \frac{(\rho_w c_w - \rho_o c_o)}{\rho_s c_s} \right) \phi_o T_M \frac{\partial \phi}{\partial t} \\
&= \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} + \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_o - \lambda_s)}{\lambda_s} + \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \right) \left[\frac{t_o}{L^2} \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2} + \frac{4t_o}{h_\phi^2} \frac{\partial^2 T_M}{\partial y^2} \right] \\
&- \frac{U_{w0} \rho_w c_w}{\rho_s c_s} \left(\left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} - 1 \right) + \frac{u_o U_{o0} \rho_o c_o}{U_{w0} \rho_w c_w} + u_w \right) \cdot \left[\frac{t_o}{L} \hat{x} \frac{\partial T_M}{\partial x} + \frac{2t_o}{h_\phi} \hat{y} \frac{\partial T_M}{\partial y} \right] \\
&+ \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} + \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_o - \lambda_s)}{\lambda_s} \right) \phi_o \left[\frac{t_o}{L^2} \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial T_M}{\partial x} + \frac{4t_o}{h_\phi^2} \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial T_M}{\partial y} \right] \\
&+ \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} \right) \Delta S_w \left[\frac{t_o}{L^2} \frac{\partial S_w}{\partial x} \frac{\partial T_M}{\partial x} + \frac{4t_o}{h_\phi^2} \frac{\partial S_w}{\partial y} \frac{\partial T_M}{\partial y} \right] \\
&+ \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{R_w \left(\frac{3}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} - 1 \right)}{2 \left(\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw}) \right) \Delta T_M} t_o I_\phi^2
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Las siguientes variables son definidas:

$$\begin{aligned}
\gamma_\phi &= \frac{h_\phi}{2L} \\
\alpha_w &= \frac{\lambda_w}{\rho_w c_w} \\
t_o &= \frac{\phi_o h_\phi^2}{4D_o} \\
U_{o0} &= \frac{\rho_w c_w U_{w0}}{\rho_o c_o}
\end{aligned}$$

Al utilizar las definiciones anteriores, la ecuación (3.26) queda:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} + \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\rho_o c_o - \rho_s c_s)}{\rho_s c_s} + \frac{(\rho_w c_w - \rho_o c_o)}{\rho_s c_s} \right) \frac{\partial T_M}{\partial t} \\
& + \left[\left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\rho_w c_w - \rho_o c_o)}{\rho_s c_s} \right) \Delta S_w \frac{\partial S_w}{\partial t} \right. \\
& + \left. \left(\frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\rho_o c_o - \rho_s c_s)}{\rho_s c_s} + \frac{1}{\phi_o \phi} \frac{(\rho_w c_w - \rho_o c_o)}{\rho_s c_s} \right) \phi_o \frac{\partial \phi}{\partial t} \right] T_M \\
& = \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s D_o} \left(\frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} + \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_o - \lambda_s)}{\lambda_s} + \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \right) \gamma_\phi^2 \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2} \\
& + \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s D_o} \left(\frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} + \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_o - \lambda_s)}{\lambda_s} + \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \right) \frac{\partial^2 T_M}{\partial y^2} \\
& + \left[- \frac{U_{w0} \rho_w c_w \phi_o L}{\rho_s c_s D_o} \gamma_\phi \left(2 - \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \right) u_{wx} \gamma_\phi \right. \\
& + \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} + \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_o - \lambda_s)}{\lambda_s} \right) \phi_o \frac{\phi_o}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \\
& + \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} \right) \frac{\phi_o}{D_o} \Delta S_w \frac{\partial S_w}{\partial x} \left. \right] \frac{\partial T_M}{\partial x} \\
& + \left[- \frac{U_{w0} \rho_w c_w \phi_o L}{\rho_s c_s D_o} \gamma_\phi \left(2 - \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \right) u_{wy} \right. \\
& + \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} + \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_o - \lambda_s)}{\lambda_s} \right) \phi_o \frac{\phi_o}{D_o} \frac{\partial \phi}{\partial y} \\
& + \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} \right) \frac{\phi_o}{D_o} \Delta S_w \frac{\partial S_w}{\partial y} \left. \right] \frac{\partial T_M}{\partial y} \\
& + \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{\phi_o L^2}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{R_w}{2} \frac{\left(\frac{3}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} - 1 \right)}{\left(\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw}) \right) \Delta T_M} I_\phi^2 \frac{R_w}{2 \Delta T_M}
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Durante el desarrollo se agruparon los siguientes términos adimensionales que simplifican la presentación de la ecuación (3.26); éstos son:

$$f_{M1ADIM} = \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} + \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\rho_o c_o - \rho_s c_s)}{\rho_s c_s} + \frac{(\rho_w c_w - \rho_o c_o)}{\rho_s c_s}$$

$$f_{M2ADIM} = \left[\left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\rho_w c_w - \rho_o c_o)}{\rho_s c_s} \right) \Delta S_w \frac{\partial S_w}{\partial t} + \left(\frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\rho_o c_o - \rho_s c_s)}{\rho_s c_s} + \frac{1}{\phi_o \phi} \frac{(\rho_w c_w - \rho_o c_o)}{\rho_s c_s} \right) \phi_o \frac{\partial \phi}{\partial t} \right]$$

$$f_{M3ADIM} = \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s D_o} \left(\frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} + \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_o - \lambda_s)}{\lambda_s} + \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \right) \gamma_\phi^2$$

$$f_{M4ADIM} = \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s D_o} \left(\frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} + \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_o - \lambda_s)}{\lambda_s} + \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \right)$$

$$f_{M5ADIM} = \left[- \frac{U_{w0} \rho_w c_w \phi_o L}{\rho_s c_s D_o} \gamma_\phi \left(2 - \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \right) u_{wx} \gamma_\phi + \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} + \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_o - \lambda_s)}{\lambda_s} \right) \phi_o \frac{\phi_o}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} \right) \frac{\phi_o}{D_o} \Delta S_w \frac{\partial S_w}{\partial x} \right]$$

$$f_{M6ADIM} = \left[- \frac{U_{w0} \rho_w c_w \phi_o L}{\rho_s c_s D_o} \gamma_\phi \left(2 - \frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \right) u_{wy} + \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} + \frac{1}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_o - \lambda_s)}{\lambda_s} \right) \phi_o \frac{\phi_o}{D_o} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \left(\frac{1}{(S_w \Delta S_w + S_{iw})} \frac{(\lambda_w - \lambda_o)}{\lambda_s} \right) \frac{\phi_o}{D_o} \Delta S_w \frac{\partial S_w}{\partial y} \right]$$

$$f_{M7ADIM} = \frac{1}{\rho_s c_s} \frac{\phi_o L^2}{D_o} \gamma_\phi^2 \frac{R_w \left(\frac{3}{\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw})} - 1 \right)}{2 \left(\phi_o \phi (S_w \Delta S_w + S_{iw}) \right) \Delta T_M}$$

Por lo que la ecuación (3.27), es la ecuación de temperatura en la matriz.

$$\frac{\partial T_M}{\partial t} + \left(\frac{f_{M2ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) T_M = \left(\frac{f_{M3ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2} + \left(\frac{f_{M4ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{\partial^2 T_M}{\partial y^2} + \left(\frac{f_{M5ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{\partial T_M}{\partial x} + \left(\frac{f_{M6ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{\partial T_M}{\partial y} + \left(\frac{f_{M7ADIM}}{f_{M1ADIM}} \right) \frac{I_\phi^2 R_w}{2\Delta T_M}$$

(3.27)

La solución de la ecuación de temperatura es hallada al resolver de forma simultánea la ecuación de saturación de la matriz, el flujo fraccional, el coeficiente de difusión capilar, la ecuación de viscosidad, y modelos petrofísicos. Todas estas ecuaciones se encuentran en función de la temperatura así que las condiciones iniciales permiten iniciar el cálculo. El modelo matemático de dichas ecuaciones es presentado:

Ecuación de Saturación

Primero se requieren ecuaciones que describan las velocidades de ambas fases: ecuación de Darcy para el aceite y agua; después se considera el flujo a contra-corriente¹⁶, la presión capilar, las movilidades de las fases, el flujo fraccional y por supuesto se involucra la ecuación de conservación de masa para hallar la ecuación de saturación en la matriz.

Este desarrollo inicia con las ecuaciones de Darcy para el aceite y agua en dos dimensiones:

$$\vec{u}_w = -\frac{k(T)k_{rw}}{\phi(T)\mu_w(T)} (\nabla \tilde{P}_w - \rho_w g)$$

$$\vec{u}_o = -\frac{k(T)k_{ro}}{\phi(T)\mu_o(T)} (\nabla \tilde{P}_o - \rho_o g)$$

Es utilizada la definición de velocidad de imbibición a contra-corriente ($\vec{u}_w = -\vec{u}_o$), la definición de la presión capilar ($P_c = P_o - P_w$), la ecuación de conservación de masa del agua (incompresible) y despreciando los efectos gravitacionales, la ecuación queda:

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{t}} (\phi \tilde{S}) + \nabla (D \nabla \tilde{S}) = 0 \quad (3.28)$$

Desarrollando los términos de la ecuación (3.28), queda:

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{t}}(\phi \tilde{S}) = \tilde{D} \frac{\partial^2 \tilde{S}}{\partial X^2} + \tilde{D} \frac{\partial^2 \tilde{S}}{\partial Y^2} + \frac{\partial \tilde{S}}{\partial X} \frac{\partial \tilde{D}}{\partial X} + \frac{\partial \tilde{S}}{\partial Y} \frac{\partial \tilde{D}}{\partial Y}$$

En donde \tilde{D} es el coeficiente “Difusión Capilar” que se encuentra en función de la saturación y del flujo fraccional. Bajo el siguiente conjunto de transformaciones se adimensionaliza.

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{L} \\ y &= \frac{Y}{h_\phi/2} = \frac{2Y}{h_\phi} \\ D &= \frac{\tilde{D}}{D_o} \\ \phi &= \frac{\tilde{\phi}}{\phi_o} \\ t &= \frac{\tilde{t}}{t_o} \\ S_w &= \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{S_{rw} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{1 - S_{or} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S}_w - S_{iw}}{\Delta S_w} \end{aligned}$$

Sustituyendo y agrupando términos, la ecuación adimensional resultante es:

$$\frac{1}{t_o} \frac{\phi_o h_\phi^2}{4D_o} \phi \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{h_\phi^2}{4L^2} D \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{h_\phi^2}{4L^2} \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial D}{\partial y} - \frac{1}{t_o} \frac{\phi_o h_\phi^2}{4D_o} \frac{S \Delta S_w + S_{iw}}{\Delta S_w} \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Donde se define:

$$\begin{aligned} t_o &= \frac{\phi_o h_\phi^2}{4D_o} \\ \gamma_\phi &= \frac{h_\phi}{2L} \end{aligned}$$

Por lo que la ecuación (3.20), es la ecuación de saturación en la matriz,

$$\phi \frac{\partial S}{\partial t} + \left(S + \frac{S_{iw}}{\Delta S_w} \right) \frac{\partial \phi}{\partial t} = \gamma_\phi^2 D \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \gamma_\phi^2 \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial D}{\partial y} \quad (3.29)$$

Ecuación de Coeficiente de “Difusión Capilar”

El coeficiente de “Difusión Capilar” es función de la saturación de agua²⁰, la porosidad, la permeabilidad y la viscosidad; está dado por la siguiente ecuación:

$$\tilde{D}(\tilde{S}) = -\frac{\tilde{k} k_{ro}}{\tilde{\phi} \tilde{\mu}_o} f(\tilde{S}) \frac{d\tilde{P}_c}{d\tilde{S}}$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\begin{aligned} D &= \frac{\tilde{D}}{D_o} \\ P_c &= \frac{\tilde{P}_c}{P_o} \\ \mu_o &= \frac{\tilde{\mu}_o}{\mu_{o0}} \\ \phi &= \frac{\tilde{\phi}}{\phi_o} \\ k &= \frac{\tilde{k}}{k_o} \\ S &= \frac{\tilde{S} - S_{iw}}{S_{rw} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S} - S_{iw}}{1 - S_{or} - S_{iw}} = \frac{\tilde{S} - S_{iw}}{\Delta S_w} \end{aligned}$$

Derivando las expresiones anteriores y sustituyendo, la ecuación queda:

$$D(S) = -\frac{k_o P_o}{D_o \mu_{o0} \phi_o \Delta S_w} \frac{k(T)}{\phi(T)} \frac{k_{ro} f(S)}{\mu_o(T)} \frac{dP_c}{dS}$$

Donde:

$$D_o = \frac{k P_o}{\phi \mu_{o0} \Delta S_w}$$

De tal forma, el coeficiente de “Difusión Capilar” está dado por la ecuación (3.30):

$$D(S) = -\frac{k(T)}{\phi(T)} \frac{k_{ro}}{\mu_o(T)} f(S) \frac{dP_c}{dS} \quad (3.30)$$

Ecuación de Flujo Fraccional

Se utiliza el flujo fraccional del agua (Buckley y Leverett, 1942²¹) con la consideración de que los efectos gravitacionales son despreciados. Se define la ecuación como:

$$f = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro} \mu_w}{k_{rw} \mu_o}}$$

Adimensionalizando la ecuación bajo un conjunto de variables ya presentadas anteriormente, por consiguiente la ecuación de flujo fraccional adimensional está en función de la saturación y la viscosidad del fluido:

$$f(S_w) = \frac{k_{rw}^o S_w^{nw}}{k_{rw}^o S_w^{nw} + \frac{\mu_{w0}}{\mu_{o0}} k_{ro} (1 - S_w)^{no} \frac{1}{\mu_o(T)}} \quad (3.31)$$

Ecuación de Viscosidad

Para deducir la ecuación de viscosidad se asume un modelo matemático del tipo Bronshtein²². De acuerdo al problema planteado, los parámetros físicos del modelo son los siguientes:

$$\tilde{\mu} = \mu_c e^{-b\tilde{T}_m}$$

Se define la viscosidad del aceite en la matriz como:

$$\tilde{\mu}_{o\emptyset} = \mu_c e^{-bT_{ini}}$$

Se sustituye el μ_c en la ecuación de viscosidad:

$$\tilde{\mu} = \tilde{\mu}_{o\emptyset} e^{-b(\tilde{T}_m - T_{ini})}$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\mu = \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\mu}_0 \phi}$$

$$T = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{T_{iny} - T_{yac} + \Delta \tilde{T}_M} = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{\Delta T_M}$$

Sustituyendo las variables anteriores al modelo y agrupando términos, se obtiene la ecuación de viscosidad en variables adimensionales:

$$\mu = e^{-b_{vis}(T_M \Delta T_M)} \quad (3.32)$$

Es posible desarrollar esta ecuación de viscosidad a partir de otros modelos reologicos, teniendo esto poca injerencia durante la solución del sistema, ya que dicha ecuación se encuentra en una subrutina y no como parte del código completo.

Ecuación de Porosidad

La ecuación de porosidad está basada en el modelo matemático del tipo exponencial propuesto por Luna-Wong²³, denotado por la expresión siguiente:

$$\tilde{\phi} = 1 - (1 - \phi_o) e^{(\tilde{T}_M - T_o) \beta_s}$$

Bajo el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\phi = \frac{\tilde{\phi}}{\phi_o}$$

$$T = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{T_{iny} - T_{yac} + \Delta \tilde{T}_M} = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{\Delta T_M}$$

Adimensionalizando la ecuación bajo el anterior conjunto de variables, se obtiene la ecuación de porosidad adimensional en función de la temperatura:

$$\phi = \phi_o \left(1 - \text{heaviside} \left(T - \frac{3b}{L\beta_s \Delta T_M} \right) \right) + \text{heaviside} \left(T - \frac{3b}{L\beta_s \Delta T_M} \right) \left(1 - (1 - \phi_o) e^{\beta_s \left(T - \frac{3b}{L\beta_s \Delta T_M} \right)} \right) \quad (3.33)$$

Ecuación de Permeabilidad

La ecuación de permeabilidad está basada en el modelo de Carman-Kozeny²⁴, el cual relaciona la permeabilidad \tilde{k} , con la porosidad del medio $\tilde{\phi}$, y el tamaño de poro \tilde{D}_{poro} , denotado por la expresión:

$$\tilde{k} = \frac{\tilde{D}_{poro}^2 \tilde{\phi}^3}{180(1 - \tilde{\phi})^2}$$

El modelo de tamaño de poro utilizado es el propuesto por Luna-Wong²³, el cual está en función de la temperatura.

$$\tilde{D}_{poro}^2 = \left\{ \left(D_{poro0} + sL\beta_s(\tilde{T}_M - T_0) \right) \left(1 - \text{heaviside} \left(\tilde{T}_M - T_0 - \frac{3b}{L\beta_s} \right) \right) + \left(D_{poro0} + sL\beta_s \left(\tilde{T}_M - T_0 - \frac{3b}{L\beta_s} \right) \right) \text{heaviside} \left(\tilde{T}_M - T_0 - \frac{3b}{L\beta_s} \right) \right\}^2$$

Bajo el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\tilde{\phi}}{\phi_o} \\ k &= \frac{\tilde{k}}{k_o} \\ D_{poro} &= \frac{\tilde{D}_{poro}}{D_{poro0}} \\ T &= \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{T_{iny} - T_{yac} + \Delta\tilde{T}_M} = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{\Delta\tilde{T}_M} \end{aligned}$$

De tal forma, que la permeabilidad está dada por la ecuación (3.30):

$$k = \left\{ \left(1 + \frac{sL\beta_s}{D_{poro0}} (T\Delta T_M) \right) \left(1 - \text{heaviside} \left(T - \frac{3b}{L\beta_s\Delta T_M} \right) \right) + \left(1 - \frac{sL\beta_s}{D_{poro0}} \left(T\Delta T_M - \frac{3b}{L\beta_s} \right) \right) \text{heaviside} \left(T - \frac{3b}{L\beta_s\Delta T_M} \right) \right\}^2$$

(3.34)

Modelo de Expansión Térmica

El modelo de expansión térmica que se ha propuesto, permite determinar cuantitativamente la expansión térmica de la matriz producto del cambio de temperatura por un proceso térmico de recuperación mejorada en un yacimiento naturalmente fracturado. Su planteamiento viene dado por la siguiente aproximación²⁵:

$$\alpha a = \frac{da}{dT}$$

Donde α , es el coeficiente de dilatación volumétrico y a , es el volumen del cuerpo. Integrando la ecuación, se obtiene:

$$a = a_{ini} e^{\alpha(\tilde{T}_M - T_{ini})}$$

Simplificando la ecuación:

$$\Delta a = a_{ini} (e^{\alpha(\tilde{T}_M - T_{ini})} - 1)$$

La expansión térmica es dada por:

$$\widetilde{\Delta_{\Delta x_i}} = \widetilde{\Delta x_i} \left(e^{\frac{\alpha}{3}(\tilde{T}_M - T_{ini})} - 1 \right)$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\Delta_{\Delta x_i} = \frac{\widetilde{\Delta_{\Delta x_i}}}{L}$$

$$\Delta x_i = \frac{\widetilde{\Delta x_{ini}}}{L}$$

$$T = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{T_{iny} - T_{yac} + \Delta \tilde{T}_M} = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{\Delta T_M}$$

Por lo tanto, el modelo de expansión térmica en variables adimensionales es:

$$\Delta_{\Delta x_i} = \Delta x_i \left(e^{\frac{\alpha}{3}(T \Delta T_M)} - 1 \right) \quad (3.35)$$

Función de Transferencia de Calor Matriz-Fractura

La función de transferencia de calor matriz-fractura propuesta fue planteada de manera similar a la ley de enfriamiento de Newton¹⁶:

$$q_T = (\overline{T}_m - \overline{T}_f)H \quad (3.36)$$

Donde q_T es el flujo de calor total entre las fracturas y el bloque de matriz, \overline{T}_m es la temperatura promedio en el bloque de matriz, \overline{T}_f es la temperatura promedio en la fractura y H es el coeficiente de transferencia de calor. Este último puede calcularse a partir de los resultados numéricos.

Para obtener el flujo de calor total matriz-fractura se utiliza:

$$q_T = q_{x=0} + q_{y=0} + q_{x=L}$$

Integrando, utilizando la ley de Fourier y se obtiene:

$$q_T = -2\lambda_m \left(\int_0^{\frac{h_\phi}{2}} \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial X} dY - \int_0^L \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial Y} dX - \int_0^{\frac{h_\phi}{2}} \frac{\partial \tilde{T}_M}{\partial X} dY \right)$$

Adimensionalizando con el siguiente conjunto de transformaciones:

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{L} \\ y &= \frac{Y}{h_\phi/2} = \frac{2Y}{h_\phi} \\ T &= \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{T_{iny} - T_{yac} + \Delta \tilde{T}_M} = \frac{\tilde{T}_M - T_{yac}}{\Delta T_M} \end{aligned}$$

La ecuación adimensional resultante es:

$$q_T = -2\lambda_m \frac{\Delta T_M h_\phi}{L} \left(\int_0^1 \frac{\partial T_M}{\partial x} \Big|_{x=0} dy + \frac{4}{h_\phi^2} L^2 \int_0^1 \frac{\partial T_M}{\partial y} \Big|_{y=0} dx + \int_0^1 \frac{\partial T_M}{\partial x} \Big|_{x=1} dy \right)$$

De lo anterior se puede definir el Número de Nusselt como:

$$Nu = \frac{q_T}{2\lambda_m \Delta T_M \gamma_\phi}$$

Utilizando la definición de la relación de aspecto de la matriz:

$$\gamma_\phi = \frac{h_\phi}{2L}$$

El número de Nusselt queda como:

$$Nu = - \left(\int_0^1 \frac{\partial T_M}{\partial x} \Big|_{x=0} dy + \frac{1}{\gamma_\phi^2} \int_0^1 \frac{\partial T_M}{\partial y} \Big|_{y=0} dx + \int_0^1 \frac{\partial T_M}{\partial x} \Big|_{x=1} dy \right) \quad (3.37)$$

Si este resultado se sustituye en la función de transferencia y se adimensionaliza se obtiene:

$$(2\lambda_m \Delta T_M \gamma_\phi) Nu = \Delta T_M (\bar{T}_{madim} - \bar{T}_{fadim}) H$$

O bien:

$$Nu = (\bar{T}_{madim} - \bar{T}_{fadim}) \left(\frac{H}{2\lambda_m \gamma_\phi} \right)$$

Donde se define el coeficiente de transferencia de calor, H' adimensional:

$$H' = \frac{H}{2\lambda_m \gamma_\phi}$$

Se sustituye en la ecuación anterior:

$$Nu = (\bar{T}_{madim} - \bar{T}_{fadim}) (H')$$

Por lo tanto, el coeficiente de transferencia de calor adimensional se puede calcular mediante:

$$H' = \frac{Nu}{\bar{T}_{madim} - \bar{T}_{fadim}}$$

(3.38)

3.3 Modelo Numérico en Diferencias Finitas

En la sección anterior el modelo matemático se exhibe en términos de variables adimensionales, esto con el afán dar paso al modelo numérico y así hacer más sencillo su desarrollo y facilitar la solución del sistema de ecuaciones.

Un modelo numérico basado en las ecuaciones matemáticas se produce una vez que las expresiones del modelo matemático están suficientemente bien comprendidas y las propiedades petrofísicas parecen compatibles con el modelo físico. Estas ecuaciones diferenciales deben reducirse de un sistema continuo a uno discreto equivalente y así evaluar las derivadas en espacio y tiempo.

El dominio del problema en espacio y tiempo se segmenta o discretiza, de tal forma que se genera así una malla de cálculo, constituida de celdas y nodos, donde se obtiene la solución en etapas sucesivas de tiempo.

En cuanto al tipo de malla se refiere, existen diversas geometrías que pueden ser usadas en el código numérico. En la Fig. 3.7. se presenta la malla equidistante para un sistema de matrices y fracturas; este tipo de malla es una de las más antiguas y eventualmente una de las más usadas.

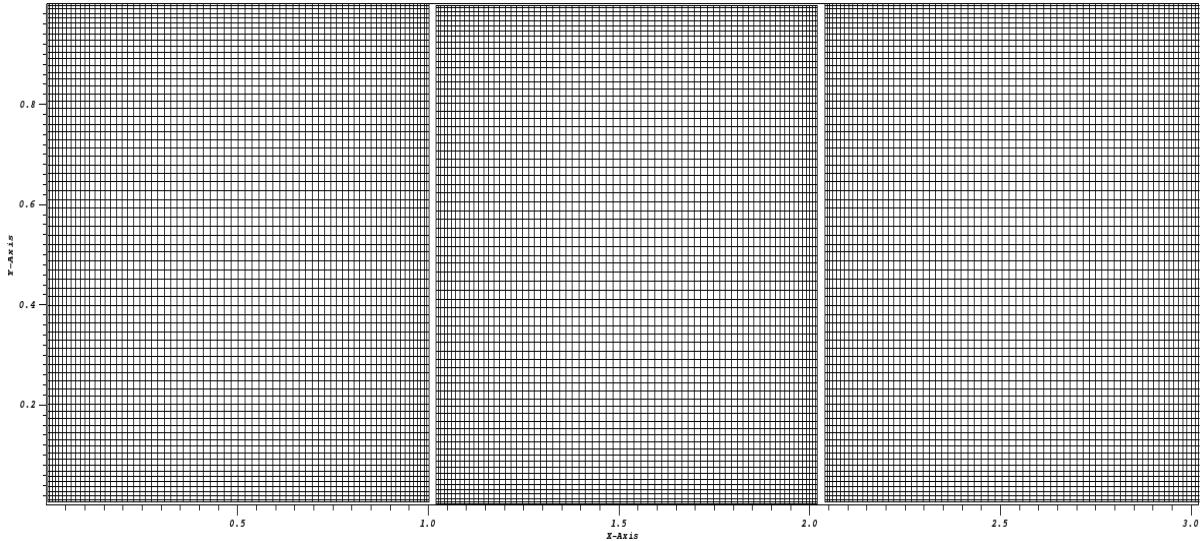


Fig. 3.7. Malla Equidistante para un sistema de matrices y fracturas

El código numérico es capaz de construir mallas que permitan la especificación de diferentes tamaños de filas y columnas, lo que conduce a las denominadas mallas pesadas. En los casos más complicados, una malla puede ser localmente refinada en la región de interés, usualmente donde ocurren cambios rápidos de presión, saturación y temperatura.

En la Fig.3.8. se presenta una malla pesada para un sistema de matrices y fracturas.

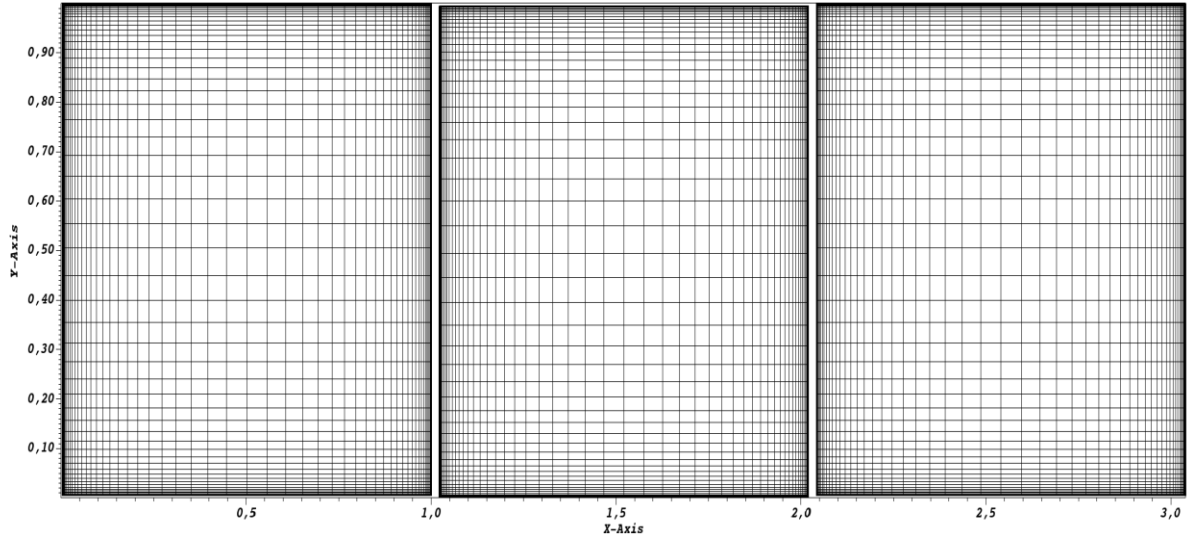


Fig. 3.8. Malla Pesada para un sistema de matrices y fracturas

El modelo numérico es capaz de producir soluciones que representen las características físicas que se han planteado en el modelo físico. De modo que las ecuaciones en su forma discreta son presentadas a continuación.

Ecuación de Temperatura en la fractura horizontal en diferencias finitas

A la ecuación de temperatura en la fractura horizontal en variables adimensionales (3.10) se le aplica diferencias finitas, durante su desarrollo se agrupan los siguientes términos que simplifican su presentación:

$$Tf_{h1} = \frac{\phi_o(2S_{or} + 2S_{iw} - S_{or}S_{iw} - S_{or}^2)\lambda_o}{\lambda_w\Delta y_m} + \frac{\phi_o(1 - 2S_{or} + S_{or}S_{iw} + S_{or}^2)\lambda_w}{\lambda_w\Delta y_m}$$

$$Tf_{h2} = \frac{\lambda_s}{\lambda_w\Delta y_m}$$

$$Tf_{h3} = \frac{\gamma_{fh}Pe_T}{3\Delta x}$$

Por consiguiente se tiene:

$$\begin{aligned} & [Tf_{h1}\phi_{i,1}^k + Tf_{h2}(1 - \phi_o\phi_{i,1}^k) - Tf_{h3}]T_{i,1}^k - [Tf_{h1}\phi_{i,1}^k + Tf_{h2}(1 - \phi_o\phi_{i,1}^k)]T_{i,2}^k \\ & + [Tf_{h3}]T_{i-1,1}^k = 0 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Donde el subíndice i se refiere a la posición en espacio y el subíndice k al paso del tiempo.

Ecuación de Temperatura en la fractura vertical en diferencias finitas

A la ecuación de temperatura en la fractura vertical en variables adimensionales (3.17) se le aplican diferencias finitas; durante su desarrollo se agrupan los siguientes términos que simplifican su presentación:

$$Tf_{v1} = \frac{\phi_o(2S_{or} + 2S_{iw} - S_{or}S_{iw} - S_{or}^2)\lambda_o}{\lambda_w\Delta x} + \frac{\phi_o(1 - 2S_{or} + S_{or}S_{iw} + S_{or}^2)\lambda_w}{\lambda_w\Delta x}$$

$$Tf_{v2} = \frac{\lambda_s}{\lambda_w\Delta x}$$

$$Tf_{v3} = \frac{\gamma_{fv}}{3\gamma_\phi\Delta y_f} Pe_T$$

En consecuencia se tiene:

$$\begin{aligned} & [2Tf_{v1}\phi_{imax,j}^k + 2Tf_{v2}(1 - \phi_o\phi_{imax,1}^k) + Tf_{v3}]T_{imax,j}^k \\ & - [Tf_{v1}\phi_{imax,j}^k + Tf_{v2}(1 - \phi_o\phi_{imax,j}^k)]T_{imax-1,j}^k - [Tf_{h3}]T_{imax,j-1}^k \\ & = [Tf_{v1}\phi_{imax,j}^k + Tf_{v2}(1 - \phi_o\phi_{imax,j}^k)]T_{n2,j}^{k-1} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Ecuación de Temperatura en la matriz en diferencias finitas

A la ecuación de temperatura en la matriz en variables adimensionales (3.27) se le aplicará diferencias finitas en el tiempo, de modo que:

$$\begin{aligned} & \frac{T_M^k - T_M^{k-1}}{\Delta t} + \left(\frac{f_{M2ADIM}}{f_{M1ADIM}}\right) \left(\frac{T_M^k + T_M^{k-1}}{2}\right) \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{f_{M3ADIM}}{f_{M1ADIM}}\right) \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2} + \left(\frac{f_{M4ADIM}}{f_{M1ADIM}}\right) \frac{\partial^2 T_M}{\partial y^2} + \left(\frac{f_{M5ADIM}}{f_{M1ADIM}}\right) \frac{\partial T_M}{\partial x} + \left(\frac{f_{M6ADIM}}{f_{M1ADIM}}\right) \frac{\partial T_M}{\partial y} \right\}^k \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{f_{M3ADIM}}{f_{M1ADIM}}\right) \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2} + \left(\frac{f_{M4ADIM}}{f_{M1ADIM}}\right) \frac{\partial^2 T_M}{\partial y^2} + \left(\frac{f_{M5ADIM}}{f_{M1ADIM}}\right) \frac{\partial T_M}{\partial x} + \left(\frac{f_{M6ADIM}}{f_{M1ADIM}}\right) \frac{\partial T_M}{\partial y} \right\}^{k-1} \\ & + \left(\frac{f_{M7ADIM}}{f_{M1ADIM}}\right) \frac{I_\phi^2 R_w}{2\Delta T_M} \end{aligned} \quad (3.41)$$

De la ecuación (3.41), los términos $k - 1$ son conocidos, de manera que se agrupan en una variable, la cual se nombró R_M^{k-1} :

$$\begin{aligned}
R_M^{k-1} = & T_M^{k-1} - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M2ADIM}^{k-1}}{f_{M1ADIM}^{k-1}} \right) T_M^{k-1} + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M3ADIM}^{k-1}}{f_{M1ADIM}^{k-1}} \right) \frac{\partial^2 T_M^{k-1}}{\partial x^2} + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M4ADIM}^{k-1}}{f_{M1ADIM}^{k-1}} \right) \frac{\partial^2 T_M^{k-1}}{\partial y^2} \\
& + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M5ADIM}^{k-1}}{f_{M1ADIM}^{k-1}} \right) \frac{\partial T_M^{k-1}}{\partial x} + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M6ADIM}^{k-1}}{f_{M1ADIM}^{k-1}} \right) \frac{\partial T_M^{k-1}}{\partial y} + \Delta t \left(\frac{f_{M7ADIM}^{k-1}}{f_{M1ADIM}^{k-1}} \right) \frac{I_\phi^2 R_w}{2\Delta T_M}
\end{aligned} \quad (3.42)$$

De tal forma que la ecuación (3.41) queda:

$$\begin{aligned}
T_M^k + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M2ADIM}^k}{f_{M1ADIM}^k} \right) T_M^k - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M3ADIM}^k}{f_{M1ADIM}^k} \right) \frac{\partial^2 T_M^k}{\partial x^2} - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M4ADIM}^k}{f_{M1ADIM}^k} \right) \frac{\partial^2 T_M^k}{\partial y^2} \\
- \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M5ADIM}^k}{f_{M1ADIM}^k} \right) \frac{\partial T_M^k}{\partial x} - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M6ADIM}^k}{f_{M1ADIM}^k} \right) \frac{\partial T_M^k}{\partial y} = R_M^{k-1}
\end{aligned} \quad (3.43)$$

A continuación se aplican diferencias finitas centrales pesadas en espacio, en consecuencia la ecuación (3.43) queda:

$$\begin{aligned}
& T_{M,i,j}^k + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M2,i,jADIM}^k}{f_{M1,i,jADIM}^k} \right) T_{M,i,j}^k \\
& - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M3,i,jADIM}^k}{f_{M1,i,jADIM}^k} \right) \left(2 \frac{T_{M,i+1,j}^k \Delta x_{-i} - T_{M,i,j}^k [\Delta x_{-i} + \Delta x_{+i}] + T_{M,i-1,j}^k \Delta x_{+i}}{\Delta_i x} \right) \\
& - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M4,i,jADIM}^k}{f_{M1,i,jADIM}^k} \right) \left(2 \frac{T_{M,i,j+1}^k \Delta y_{-j} - T_{M,i,j}^k [\Delta y_{-j} + \Delta y_{+j}] + T_{M,i,j-1}^k \Delta y_{+j}}{\Delta_j y} \right) \\
& - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M5,i,jADIM}^k}{f_{M1,i,jADIM}^k} \right) \left(\frac{T_{M,i+1,j}^k \Delta x_{-i}^2 + T_{M,i,j}^k [\Delta x_{+i}^2 - \Delta x_{-i}^2] - T_{M,i-1,j}^k \Delta x_{+i}^2}{\Delta_i x} \right) \\
& - \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M6,i,jADIM}^k}{f_{M1,i,jADIM}^k} \right) \left(\frac{T_{M,i,j+1}^k \Delta y_{-j}^2 + T_{M,i,j}^k [\Delta y_{+j}^2 - \Delta y_{-j}^2] - T_{M,i,j-1}^k \Delta y_{+j}^2}{\Delta_j y} \right) = R_M^{k-1}
\end{aligned} \quad (3.44)$$

Durante el desarrollo se agrupan los siguientes términos que simplifican la presentación de la ecuación:

$$\begin{aligned}
 f_{m_{i,j}}^{[1]} &= \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{f_{M2,i,j}^k}{f_{M1,i,j}^k} \right) \\
 f_{m_{i,j}}^{[2]} &= \frac{\Delta t \Delta x_{-i}}{\Delta_i x} \left(\frac{f_{M3,i,j}^k}{f_{M1,i,j}^k} \right) \\
 f_{m_{i,j}}^{[3]} &= \frac{\Delta t \Delta y_{-j}}{\Delta_j y} \left(\frac{f_{M4,i,j}^k}{f_{M1,i,j}^k} \right) \\
 f_{m_{i,j}}^{[4]} &= \frac{\Delta t \Delta x_{-i}^2}{2 \Delta_i x} \left(\frac{f_{M5,i,j}^k}{f_{M1,i,j}^k} \right) \\
 f_{m_{i,j}}^{[5]} &= \frac{\Delta t \Delta y_{-j}^2}{2 \Delta_j y} \left(\frac{f_{M6,i,j}^k}{f_{M1,i,j}^k} \right) \\
 a_i &= \frac{\Delta x_{+i}}{\Delta x_{-i}} \\
 a_j &= \frac{\Delta y_{+j}}{\Delta y_{-j}}
 \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (3.44) y haciendo simplificaciones:

$$\begin{aligned}
 &T_{M_{i,j}}^k - f_{m_{i,j}}^{[1]} T_{M_{i,j}}^k - f_{m_{i,j}}^{[2]} \left(T_{M_{i+1,j}}^k - T_{M_{i,j}}^k [1 + a_i] + T_{M_{i-1,j}}^k a_i \right) \\
 &- f_{m_{i,j}}^{[3]} \left(T_{M_{i,j+1}}^k - T_{M_{i,j}}^k [1 + a_j] + T_{M_{i,j-1}}^k a_j \right) \\
 &- f_{m_{i,j}}^{[4]} \left(T_{M_{i+1,j}}^k + T_{M_{i,j}}^k [a_i^2 - 1] - T_{M_{i-1,j}}^k a_i^2 \right) \\
 &- f_{m_{i,j}}^{[5]} \left(T_{M_{i,j+1}}^k + T_{M_{i,j}}^k [a_j^2 - 1] - T_{M_{i,j-1}}^k a_j^2 \right) = R_M^{k-1}{}_{i,j}
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

Agrupando términos de la ecuación (3.45):

$$\begin{aligned}
 &\left(-f_{m_{i,j}}^{[2]} - f_{m_{i,j}}^{[4]} \right) T_{M_{i+1,j}}^k + \left(-f_{m_{i,j}}^{[2]} a_i + f_{m_{i,j}}^{[4]} a_i^2 \right) T_{M_{i-1,j}}^k \\
 &+ \left(1 + f_{m_{i,j}}^{[1]} + f_{m_{i,j}}^{[2]} [1 + a_i] + f_{m_{i,j}}^{[3]} [1 + a_j] - f_{m_{i,j}}^{[4]} [a_i^2 - 1] - f_{m_{i,j}}^{[5]} [a_j^2 - 1] \right) T_{M_{i,j}}^k \\
 &+ \left(-f_{m_{i,j}}^{[3]} - f_{m_{i,j}}^{[5]} \right) T_{M_{i,j+1}}^k + \left(-f_{m_{i,j}}^{[3]} a_j + f_{m_{i,j}}^{[5]} a_j^2 \right) T_{M_{i,j-1}}^k = R_M^{k-1}{}_{i,j}
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

Esta ecuación representa los cambios de temperatura en el espacio bidimensional y a lo largo del tiempo.

Ecuación de Saturación en diferencias finitas

Con base en la ecuación (3.29) previamente desarrollada, se le aplicaran diferencias finitas en tiempo, de modo que la ecuación resultante es;

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\phi^k + \phi^{k-1}}{2} \right) \left(\frac{S^k - S^{k-1}}{\Delta t} \right) + \left(\frac{S^k + S^{k-1}}{2} + \frac{S_{iw}}{\Delta S_w} \right) \left(\frac{\phi^k - \phi^{k-1}}{\Delta t} \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\gamma_\phi^2 D \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \gamma_\phi^2 \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial D}{\partial y} \right)^k \\
&+ \frac{1}{2} \left(\gamma_\phi^2 D \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \gamma_\phi^2 \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial D}{\partial y} \right)^{k-1} \tag{3.47}
\end{aligned}$$

De la ecuación (3.47), los términos $k - 1$ son conocidos, de manera que se agrupan en una variable, la cual se nombró R^{k-1} :

$$\begin{aligned}
R^{k-1} &= \phi^{k-1} S^{k-1} - (\phi^k - \phi^{k-1}) \frac{S_{iw}}{\Delta S_w} \\
&+ \frac{\Delta t}{2} \left(\gamma_\phi^2 D^{k-1} \frac{\partial^2 S^{k-1}}{\partial x^2} + D^{k-1} \frac{\partial^2 S^{k-1}}{\partial y^2} + \gamma_\phi^2 \frac{\partial S^{k-1}}{\partial x} \frac{\partial D^{k-1}}{\partial x} + \frac{\partial S^{k-1}}{\partial y} \frac{\partial D^{k-1}}{\partial y} \right) \tag{3.48}
\end{aligned}$$

De tal forma que la ecuación (3.47) queda:

$$\phi^k S^k - \frac{\Delta t}{2} \gamma_\phi^2 D^k \frac{\partial^2 S^k}{\partial x^2} - \frac{\Delta t}{2} D^k \frac{\partial^2 S^k}{\partial y^2} - \frac{\Delta t}{2} \gamma_\phi^2 \frac{\partial S^k}{\partial x} \frac{\partial D^k}{\partial x} - \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial S^k}{\partial y} \frac{\partial D^k}{\partial y} = R^{k-1} \tag{3.49}$$

A continuación se aplican diferencias finitas centrales pesadas en espacio; en consecuencia la ecuación (3.49) queda:

$$\begin{aligned}
& \phi_{i,j}^k S_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{2} \gamma_\phi^2 D_{i,j}^k \left[2 \frac{S_{i+1,j}^k \Delta x_{-i} - S_{i,j}^k [\Delta x_{-i} + \Delta x_{+i}] + S_{i-1,j}^k \Delta x_{+i}}{\Delta_i x} \right] \\
& - \frac{\Delta t}{2} D_{i,j}^k \left[2 \frac{S_{i,j+1}^k \Delta y_{-j} - S_{i,j}^k [\Delta y_{-j} + \Delta y_{+j}] + S_{i,j-1}^k \Delta y_{+j}}{\Delta_j y} \right] \\
& - \frac{\Delta t}{2} \gamma_\phi^2 \left[\frac{S_{i+1,j}^k \Delta x_{-i}^2 + S_{i,j}^k [\Delta x_{+i}^2 - \Delta x_{-i}^2] - S_{i-1,j}^k \Delta x_{+i}^2}{\Delta_i x} \right] \left[\frac{D_{i+1,j}^k \Delta x_{-i}^2 + D_{i,j}^k [\Delta x_{+i}^2 - \Delta x_{-i}^2] - D_{i-1,j}^k \Delta x_{+i}^2}{\Delta_i x} \right] \\
& - \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{S_{i,j+1}^k \Delta y_{-j}^2 + S_{i,j}^k [\Delta y_{+j}^2 - \Delta y_{-j}^2] - S_{i,j-1}^k \Delta y_{+j}^2}{\Delta_j y} \right] \left[\frac{D_{i,j+1}^k \Delta y_{-j}^2 + D_{i,j}^k [\Delta y_{+j}^2 - \Delta y_{-j}^2] - D_{i,j-1}^k \Delta y_{+j}^2}{\Delta_j y} \right] \\
& = R_{i,j}^{k-1} \tag{3.50}
\end{aligned}$$

Durante el desarrollo se agrupan los siguientes términos que simplifican la presentación de la ecuación:

$$\begin{aligned}
 f_{i,j}^{[0]} &= \phi_{i,j}^k \\
 f_{i,j}^{[1]} &= \frac{\Delta t \Delta x_{-i}}{\Delta_i x} \gamma_\phi^2 D_{i,j}^k \\
 f_{i,j}^{[2]} &= \frac{\Delta t \Delta y_{-j}}{\Delta_j y} D_{i,j}^k \\
 f_{i,j}^{[3]} &= \frac{\Delta t (\Delta x_{-i})^4}{2(\Delta_i x)^2} \gamma_\phi^2 \left[D_{i+1,j}^k + D_{i,j}^k \left(\frac{\Delta x_{+i}^2}{\Delta x_{-i}^2} - 1 \right) - D_{i-1,j}^k \frac{\Delta x_{+i}^2}{\Delta x_{-i}^2} \right] \\
 f_{i,j}^{[4]} &= \frac{\Delta t (\Delta y_{-j})^4}{2(\Delta_j y)^2} \left[D_{i,j+1}^k + D_{i,j}^k \left[\frac{\Delta y_{+j}^2}{\Delta y_{-j}^2} - 1 \right] - D_{i,j-1}^k \frac{\Delta y_{+j}^2}{\Delta y_{-j}^2} \right] \\
 a_i &= \frac{\Delta x_{+i}}{\Delta x_{-i}} \\
 a_j &= \frac{\Delta y_{+j}}{\Delta y_{-j}}
 \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (3.50) y haciendo simplificaciones:

$$\begin{aligned}
 f_{i,j}^{[0]} S_{i,j}^k - f_{i,j}^{[1]} [S_{i+1,j}^k - S_{i,j}^k (1 + a_i) + S_{i-1,j}^k a_i] - f_{i,j}^{[2]} [S_{i,j+1}^k - S_{i,j}^k (1 + a_j) + S_{i,j-1}^k a_j] \\
 - f_{i,j}^{[3]} [S_{i+1,j}^k + S_{i,j}^k (a_i^2 - 1) - S_{i-1,j}^k a_i^2] - f_{i,j}^{[4]} [S_{i,j+1}^k + S_{i,j}^k (a_j^2 - 1) - S_{i,j-1}^k a_j^2] = R_{i,j}^{k-1} \quad (3.51)
 \end{aligned}$$

Agrupando términos en la ecuación (3.51):

$$\begin{aligned}
 S_{i+1,j}^k [-f_{i,j}^{[1]} - f_{i,j}^{[3]}] + S_{i-1,j}^k [-f_{i,j}^{[1]} a_i + f_{i,j}^{[3]} a_i^2] \\
 + S_{i,j}^k [f_{i,j}^{[0]} + f_{i,j}^{[1]} (1 + a_i) + f_{i,j}^{[2]} (1 + a_j) - f_{i,j}^{[3]} (a_i^2 - 1) - f_{i,j}^{[4]} (a_j^2 - 1)] \\
 + S_{i,j+1}^k [-f_{i,j}^{[2]} - f_{i,j}^{[4]}] + S_{i,j-1}^k [-f_{i,j}^{[2]} a_j + f_{i,j}^{[4]} a_j^2] = R_{i,j}^{k-1} \quad (3.52)
 \end{aligned}$$

Esta ecuación representa los cambios de saturación en el espacio bidimensional y a lo largo del tiempo.

Ecuación de Coeficiente de “Difusión Capilar” en diferencias finitas

$$D_{i,j}^k(S) = -\frac{k_{i,j}^k(T) k_{ro,i,j}^k}{\phi_{i,j}^k(T) \mu_{o,i,j}^k(T)} f_{i,j}^k(S) \frac{dP_c}{dS} \quad (3.53)$$

Ecuación de Flujo Fraccional en diferencias finitas

$$f_{i,j}^k(S_w) = \frac{k_{rw,i,j}^k S_{w,i,j}^{nw}}{k_{rw,i,j}^k S_{w,i,j}^{nw} + \frac{\mu_{w0}}{\mu_{o0}} k_{ro,i,j}^k (1 - S_{w,i,j})^{no} \frac{1}{\mu_{o,i,j}^k(T)}} \quad (3.54)$$

Ecuación de Viscosidad en diferencias finitas

$$\mu_{i,j}^k = e^{-b_{vis}(T_{m,i,j}^k \Delta T_M)} \quad (3.55)$$

Ecuación de Porosidad en diferencias finitas

$$\phi_{i,j}^k = \left(1 - \text{heaviside} \left(T_{i,j}^k - \frac{3b}{L\beta_s \Delta T_M} \right) \right) + \frac{1}{\phi_o} \text{heaviside} \left(T_{i,j}^k - \frac{3b}{L\beta_s \Delta T_M} \right) \left(1 - (1 - \phi_o) e^{\beta_s \left(T_{i,j}^k - \frac{3b}{L\beta_s \Delta T_M} \right)} \right) \quad (3.56)$$

Ecuación de Permeabilidad en diferencias finitas

$$K_{i,j}^k = \left\{ \left(1 + \frac{sL\beta_s}{D_{poro0}} (T_{i,j}^k \Delta T_M) \right) \left(1 - \text{heaviside} \left(T_{i,j}^k - \frac{3b}{L\beta_s \Delta T_M} \right) \right) + \left(1 - \frac{sL\beta_s}{D_{poro0}} (T_{i,j}^k \Delta T_M - \frac{3b}{L\beta_s}) \right) \text{heaviside} \left(T_{i,j}^k - \frac{3b}{L\beta_s \Delta T_M} \right) \right\}^2 \quad (3.57)$$

Ecuación de expansión térmica en diferencias finitas

$$\Delta_{\Delta x_i}^k = \Delta x_i \left(e^{\frac{\alpha}{3}(r_{ij}^k \Delta T_M)} - 1 \right) \quad (3.58)$$

Numero de Nusselt en diferencias finitas

$$Nu = - \left(\sum_{j=1}^{jmax} \frac{\Delta y}{\Delta x} [(T_{2,j}^k - T_{1,j}^k) + (T_{imax,j}^k - T_{imax-1,j}^k)] + \frac{1}{\gamma \phi} \sum_{i=1}^{imax} \frac{\Delta x}{\Delta y} [T_{i,2}^k - T_{i,1}^k] \right) \quad (3.59)$$

3.4 Condiciones Iniciales y de Frontera

Además de las ecuaciones que rigen el comportamiento de los fluidos, con el fin de tener un modelo matemático completo se debe especificar una descripción del modelo físico, de tal forma que se establezca un conjunto de condiciones iniciales, y un conjunto de condiciones de fronteras apropiadas para describir el flujo dentro o fuera del medio poroso.

Debido a que el modelo físico propuesto está formado por un sistema de bloques de matrices, las condiciones que se presentarán serán ordenadas de acuerdo a la posición del bloque en el sistema. Es relevante mencionar que en las regiones existentes producto de las intersecciones de las fracturas se consideró una zona de equilibrio térmico.

Las condiciones iniciales que le competen al sistema de matrices, son las siguientes:

$$T = T_{yac}$$

$$S = S_{o,ini}$$

$$T_p = T_{yac}$$

$$S_p = S_{o,ini}$$

$$T_{pp} = T_{yac}$$

$$S_{pp} = S_{o,ini}$$

Donde la temperatura de la matriz le corresponde la temperatura del yacimiento y la saturación le corresponde la saturación inicial de aceite, siendo esto así para cada uno de los bloques de matrices.

Para definir las condiciones de fronteras, se debe visualizar el modelo físico del sistema de matrices y fracturas presentado en la Fig.3.6.

Para el bloque I :

En $x = 0$, de acuerdo al modelo físico propuesto, el bloque será sometido a un flujo de entrada, de tal forma que se tendrá una saturación máxima de agua, además que se tiene la temperatura de dicho fluido.

$$T(x = 0) = T_{iny}$$

$$S(x = 0) = 1 - S_{or}$$

En $x = 1$, la condición de frontera para la temperatura será representada por la ecuación de la fractura vertical en diferencias finitas (3.40), igualmente se tiene la saturación máxima de agua, las cuales son:

$$\begin{aligned} & [2Tf_{v1}\phi_{imax,j}^k + 2Tf_{v2}(1 - \phi_o\phi_{imax,1}^k) + Tf_{v3}]T_{imax,j}^k \\ & - [Tf_{v1}\phi_{imax,j}^k + Tf_{v2}(1 - \phi_o\phi_{imax,j}^k)]T_{imax-1,j}^k - [Tf_{h3}]T_{imax,j-1}^k \\ & = [Tf_{v1}\phi_{imax,j}^k + Tf_{v2}(1 - \phi_o\phi_{imax,j}^k)]T_{n2,j}^{k-1} \end{aligned}$$

$$S(x = 1) = 1 - S_{or}$$

En $y = 0$, de igual manera la condición de frontera para la temperatura será representada por la ecuación de la fractura horizontal en diferencias finitas (3.39)

$$\begin{aligned} & [Tf_{h1}\phi_{i,1}^k + Tf_{h2}(1 - \phi_o\phi_{i,1}^k) - Tf_{h3}]T_{i,1}^k - [Tf_{h1}\phi_{i,1}^k + Tf_{h2}(1 - \phi_o\phi_{i,1}^k)]T_{i,2}^k \\ & + [Tf_{h3}]T_{i-1,1}^k = 0 \end{aligned}$$

$$S(y = 0) = 1 - S_{or}$$

En $y = 1$, ahí la condición de frontera para temperatura y saturación es cero, por causa de la simetría que se obtuvo cuando se realizó el modelo físico, por lo cual la condición es:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=1} = 0$$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial y} \right|_{y=1} = 0$$

Para el bloque II:

En $x = 0$, de acuerdo al modelo físico propuesto, este bloque tiene las siguientes condiciones:

$$T_p(x = 0) = T_{imax,1}$$

$$S_p(x = 0) = 1 - S_{or}$$

En $x = 1$, la condición de frontera para la temperatura será representada por la ecuación de la fractura vertical en diferencias finitas (3.40), igualmente se tiene la saturación máxima de agua, las cuales son:

$$\begin{aligned} & [2Tf_{v1}\phi_{p,imax,j}^k + 2Tf_{v2}(1 - \phi_o\phi_{p,imax,1}^k) + Tf_{v3}]T_{p,imax,j}^k \\ & - [Tf_{v1}\phi_{p,imax,j}^k + Tf_{v2}(1 - \phi_o\phi_{p,imax,j}^k)]T_{p,imax-1,j}^k - [Tf_{h3}]T_{p,imax,j-1}^k \\ & = [Tf_{v1}\phi_{p,imax,j}^k + Tf_{v2}(1 - \phi_o\phi_{p,imax,j}^k)]T_{n2,j}^{k-1} \end{aligned}$$

$$S_p(x = 1) = 1 - S_{or}$$

En $y = 0$, la condición de frontera para temperatura y saturación es cero, debido a la simetría que se obtuvo cuando se realizó el modelo físico, por lo cual la condición es:

$$\left. \frac{\partial T_p}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$$

$$\left. \frac{\partial S_p}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$$

En $y = 1$, de igual manera la condición de frontera para la temperatura será representada por la ecuación de la fractura horizontal en diferencias finitas (3.39)

$$[Tf_{h1}\phi_{p,i,1}^k + Tf_{h2}(1 - \phi_o\phi_{p,i,1}^k) - Tf_{h3}]T_{p,i,1}^k - [Tf_{h1}\phi_{p,i,1}^k + Tf_{h2}(1 - \phi_o\phi_{p,i,1}^k)]T_{p,i,2}^k$$

$$+ [Tf_{h3}]T_{p,i-1,1}^k = 0$$

$$S_{pp}(y = 0) = 1 - S_{or}$$

Para el bloque III :

En $x = 0$, de acuerdo al modelo físico propuesto, este bloque tiene las siguientes condiciones:

$$T_{pp}(x = 0) = T_{p,imax,1}$$

$$S_{pp}(x = 0) = 1 - S_{or}$$

En $x = 1$, la condición de frontera para la temperatura será la temperatura del yacimiento, igualmente se tiene la saturación máxima de agua, las cuales son:

$$T_{pp}(x = 1) = T_{yac}$$

$$S_{pp}(x = 1) = 1 - S_{or}$$

En $y = 0$, de igual manera la condición de frontera para la temperatura será representada por la ecuación de la fractura horizontal en diferencias finitas (3.39)

$$[Tf_{h1}\phi_{pp,i,1}^k + Tf_{h2}(1 - \phi_o\phi_{pp,i,1}^k) - Tf_{h3}]T_{pp,i,1}^k - [Tf_{h1}\phi_{pp,i,1}^k + Tf_{h2}(1 - \phi_o\phi_{pp,i,1}^k)]T_{pp,i,2}^k + [Tf_{h3}]T_{pp,i-1,1}^k = 0$$

$$S_{pp}(y = 0) = 1 - S_{or}$$

En $y = 1$, ahí la condición de frontera para temperatura y saturación es cero, por causa de la simetría que se obtuvo cuando se realizó el modelo físico, por lo cual la condición es:

$$\left. \frac{\partial T_{pp}}{\partial y} \right|_{y=1} = 0$$

$$\left. \frac{\partial S_{pp}}{\partial y} \right|_{y=1} = 0$$

3.5 Estructura del Programa

Es importante que todo código numérico mantenga una buena estructura y que esté bien comentado, de tal forma que facilite la comprensión, modificación del programa. Por esta razón un programa bien estructurado está constituido por grupos, donde cada grupo está bien definido y formado por un conjunto de subrutinas que desempeñan una determinada función. Cada subrutina tiene una única entrada al comienzo de los mismos, y una única salida al final. Así pues, un programa estructurado no es más que un conjunto de subrutinas, en vez de una lista continua de instrucciones.

Se utilizó el *Eclipse Kepler 2013* para programar y hallar la solución numérica al sistema de ecuaciones planteado, siendo este desarrollado en el lenguaje de programación Fortran 90, cuya estructura está en paralelo con OpenMP.

Con la finalidad de visualizar de forma gráfica y dinámica en un sistema 2D los resultados de las corridas numéricas, se utilizó el *VisIt 2.5.2*. El diagrama de flujo del programa se presenta en la Fig. 3.9.

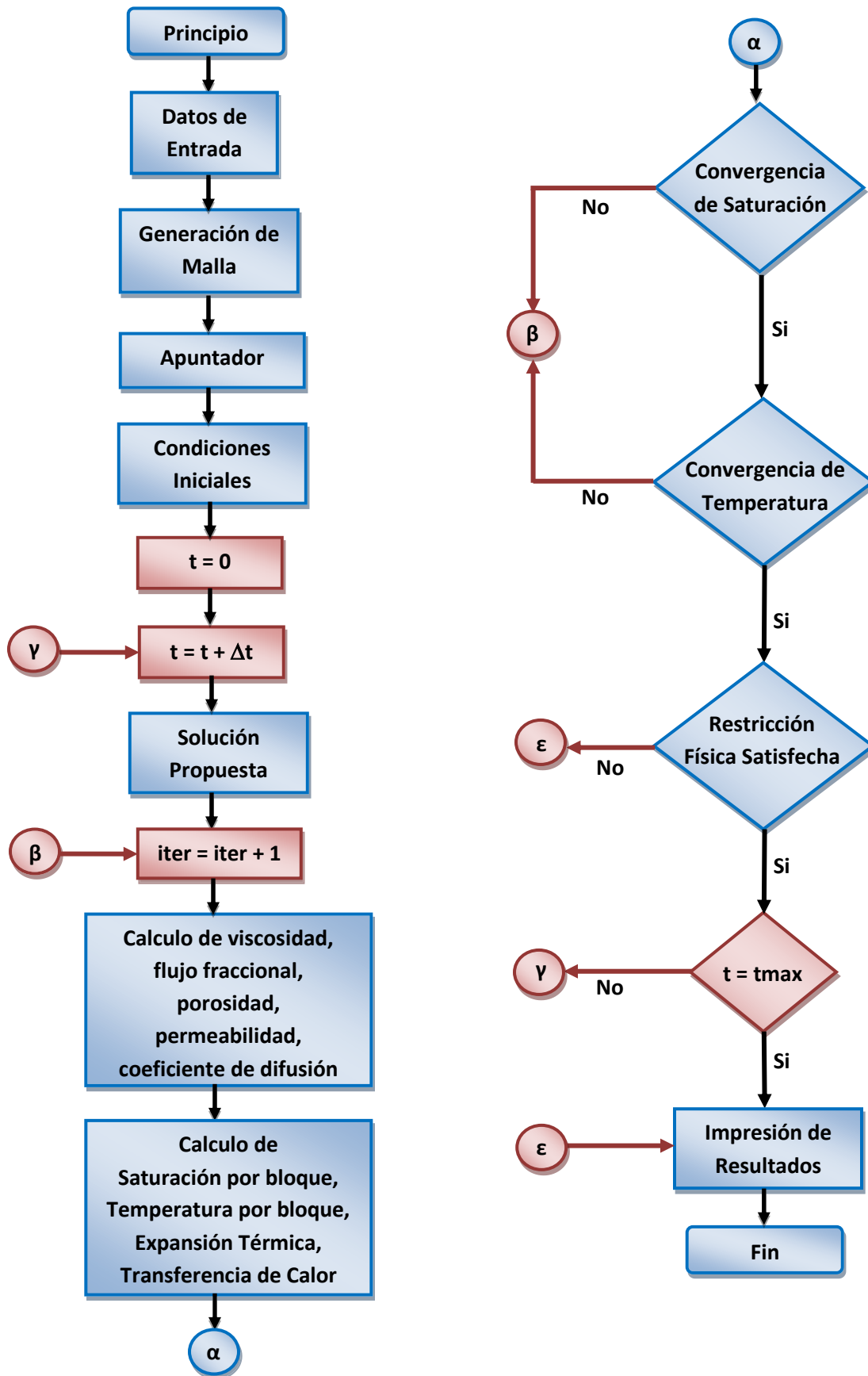


Fig. 3.9. Diagrama de flujo del programa.

Para facilitar la comprensión del código numérico desarrollado, este ha sido estructurado en grupos de acuerdo a su actividad en el código numérico, los cuales están compuestos por los elementos presentados en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Estructura del Programa de Computo.

ESTRUCTURA DE PROGRAMACION	
<i>Programación Principal</i>	Main.f90
<i>Datos de Entrada</i>	Input.dat
<i>Módulos</i>	Var.f90 Mat.f90
<i>Subrutinas</i>	Input.f90 Grid.f90 Apuntador.f90 Initial.f90 OutInitial.f90 PropSolution.f90 Viscosity.f90 FracFlux.f90 Porosity.f90 Permeability.f90 Diffusion.f90 Saturation.f90 Temperature.f90 Saturationp.f90 Temperaturep.f90 Saturationpp.f90 Temperaturepp.f90 LU.f90 AveSat.f90 AveTemp.f90 HeatTransmission.f90 ThermalExpansion.f90 Conver.f90 Output.f90
<i>Datos de Salida</i>	OutData.dat OutDataDeform.dat OutData"FileNumber".plt

Cada uno de los elementos presentados en la Tabla 3.1. , serán descritos para tener una idea clara del funcionamiento del código numérico.

Programa Principal:

- ❖ **Main.f90**, se encarga de controlar el proceso secuencial de las subrutinas.

Datos de Entrada:

- ❖ **Input.dat**, este archivo tiene como finalidad la introducción de parámetros que son indispensables para la ejecución de dicho código:
tamaño de malla, tamaño de bloque de matriz, apertura de fractura horizontal y vertical, porosidad en la matriz, permeabilidad, presión capilar inicial, presión capilar inicial, capacidad calorífica del aceite, densidad del aceite, viscosidad inicial del aceite, saturación de aceite residual, conductividad térmica del aceite, capacidad calorífica del agua, tamaño de poro inicial, saturación inicial del agua, densidad del agua, viscosidad inicial del aceite, viscosidad del agua, conductividad térmica del agua, velocidad del agua, densidad de la roca, capacidad calorífica de la roca, conductividad térmica de la roca, intensidad de corriente eléctrica.

Módulos:

- ❖ **Var.f90**, es el módulo que aloja la declaración de todos los parámetros y variables involucradas en el código numérico, ya sean vectores o arreglos.
- ❖ **Mat.f90**, es el módulo que aloja la declaración de todos los parámetros y variables involucrados en la subrutina, que tiene como finalidad la solución del sistema de ecuaciones.

Subrutinas:

- **Input.f90**, se encarga de leer los parámetros alojados en el archivo de texto con nombre "*Input.dat*".
- **Grid.f90**, en esta subrutina se genera la malla de simulación para el sistema de matrices y fracturas.
- **Apuntador.f90**, esta es una subrutina auxiliar para el cálculo de temperatura de acuerdo al sistema de matrices y fracturas.
- **Initial.f90**, se alojan las condiciones iniciales del sistema de matrices y fracturas.

- **OutInitial.f90**, crea el archivo de salida para el tiempo inicial , en el cual las variables están sujetas a las condiciones iniciales; este archivo debe tener formato para que sea visualizado en el programa *VisIt 2.5.2*
- **PropSolution.f90**, esta solución propuesta tiene fundamento en las condiciones iniciales, debido a que se tiene un sistema de ecuaciones no lineales, el uso de esta es necesaria.
- **Viscosity.f90**, se encarga del cálculo de la viscosidad en la matriz.
- **FracFlux.f90**, se encarga del cálculo del flujo fraccional en la matriz.
- **Porosity.f90**, se ocupa del cálculo de la porosidad de la matriz.
- **Permeability.f90**, se ocupa del cálculo de la permeabilidad.
- **Diffusion.f90**, se ocupa del cálculo del coeficiente de difusión.
- **Saturation.f90**, asume el cálculo de la saturación en el primer bloque de matriz.
- **Temperature.f90**, asume el cálculo de la temperatura en el primer bloque de matriz.
- **Saturationp.f90**, asume el cálculo de la saturación en el segundo bloque de matriz.
- **Temperaturep.f90**, asume el cálculo de la temperatura en el segundo bloque de matriz.
- **Saturationpp.f90**, asume el cálculo de la saturación en el tercer bloque de matriz.
- **Temperaturepp.f90**, asume el cálculo de la temperatura en el tercer bloque de matriz.
- **LU.f90**, esta es una subrutina a la cual se le asigna la solución del sistema de ecuaciones, librería de Álgebra Lineal Numérica LAPACK (Anderson, Bay et al., 1992).
- **AveSat.f90**, esta subrutina se ocupa del cálculo de la saturación promedio por bloque.
- **AveTemp.f90**, esta subrutina se ocupa del cálculo de la temperatura promedio por bloque.

- **HeatTransmission.f90**, en esta subrutina se calcula la transferencia de calor en el sistema matriz-fractura.
- **ThermalExpansion.f90**, en esta subrutina se calcula la expansión térmica del sistema de matrices y fracturas.
- **Conver.f90**, se encarga del cálculo de la convergencia de la saturación y la temperatura.
- **Output.f90**, esta subrutina crea los archivos de salida con el formato indicado, para que sean concatenados al ser visualizados en el programa *Visit 2.5.2*

Datos de Salida:

- **OutData.dat**, este archivo almacena datos con formato establecido por columnas: tiempo, iteración, saturación, temperatura, saturación promedio, temperatura promedio, factor de recuperación.
- **OutDataDeform.dat**, este archivo almacena datos con formato establecido por columnas: tiempo, iteración, temperatura, expansión térmica de la roca.
- **OutData"FileNumber".plt**, estos archivos con formato *.plt* son resultado de las corridas numéricas; importante decir que cada uno de estos archivos recibe un número relacionado a cada tiempo, esto con la finalidad de que sean concatenados y así visualizar la simulación en el programa *Visit 2.5.2*.

Debido a que el sistema está compuesto de un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales no lineales que representan el comportamiento del modelo físico propuesto, la solución a dicho sistema fue resolver cada uno de los bloques de matriz con sus debidas condiciones de fronteras de forma secuencial, respetando el orden de estos de acuerdo a su posición en el modelo físico. Por lo general, muchas iteraciones de este modelo son necesarias para obtener resultados razonables para los fenómenos físicos descritos en este trabajo.

En consecuencia, el proceso de solución numérica del sistema de ecuaciones presentado demanda un alto tiempo de cómputo por la complejidad del problema planteado, además de que dicho tiempo está asociado al tiempo total de simulación, entre otros parámetros que controlan el sistema. De tal forma que fue necesario hacer uso de una herramienta computacional capaz de disminuir el tiempo de cómputo.

Tradicionalmente, los programas informáticos se han escrito para el cómputo en serie. Para resolver un problema, se construye un algoritmo y se implementa como un flujo en serie de instrucciones. Sólo puede ejecutarse una instrucción a la vez y un tiempo después de que la instrucción ha terminado, se ejecuta la siguiente. Por consiguiente el tiempo de cómputo será mayor.

El instrumento que permitió que dichos procesos fueran resueltos en menor tiempo fue paralelizar el código numérico con el uso de instrucciones *OpenMP*. La computación en paralelo es una forma de cómputo en la que muchas instrucciones se ejecutan simultáneamente, operando sobre el principio de que problemas grandes, a menudo se pueden dividir en unos más pequeños, que luego son resueltos simultáneamente.

De manera que para llevar acabo lo descrito, se implementó instrucciones *OpenMP* para cada subrutina del código numérico, respetando el orden de las subrutinas de acuerdo a la estructura del programa de cómputo presentada.

En esencia, las secuencias de instrucciones que se implementan en cada subrutina del código son ejecutadas por un procesador. Estas instrucciones pueden reordenarse y son ejecutadas en paralelo sin cambiar el resultado del programa. Además fueron colocadas instrucciones *OpenMP* a la subrutina que resuelve el sistema de ecuaciones, la cual está es dada por la librería de Álgebra Lineal Numérica LAPACK.

Po lo tanto, con base en el Diagrama de Flujo y en la Estructura de Programación se afirma que este código numérico es un conjunto ordenado de instrucciones, con un número finito de operaciones que permite hallar la solución a un sistema de ecuaciones por métodos numéricos.

Como resultado de la ejecución de dicho programa, se tienen corridas numéricas, las cuales fueron hechas en una estación de trabajo con capacidad de procesamiento de 3.47 GHz en 12 núcleos y con una memoria RAM de 48 GB. Dicho sistema de cómputo está optimizado para situaciones que requieren un alto rendimiento y fiabilidad, donde generalmente se mantienen operativas en situaciones en las cuales cualquier computadora personal tradicional dejaría rápidamente de responder.

Al término de este capítulo, se ha mostrado todas las etapas que conlleva el proceso de modelado de un yacimiento, desde su planteamiento a partir del modelo físico hasta su estructura de programación. Por lo tanto en el próximo capítulo se presentarán los casos que se han estudiado.

CAPITULO IV: CASOS DE ESTUDIO

Para comprender los yacimientos naturalmente fracturados se diseñan modelos y posteriormente simulaciones de la forma en que se cree que se comporta dicho medio. La incorporación de fenómenos físicos complejos permite tener un modelo de yacimiento más realista, en consecuencia en este capítulo serán planteados cuatro casos de simulación basados en recuperación secundaria y mejorada por procesos térmicos, cuyos datos de entrada son proporcionados por experimentos de laboratorio.

Más adelante se presenta la forma en que un programa de computación de simulación puede generar y mostrar resultados de un yacimiento naturalmente fracturado que ha sido concebido a través de un sistema de matrices y fracturas. Dichos resultados serán visualizados mediante el comportamiento de la saturación de agua y el perfil de temperatura en gráficos 2D.

Los estudios de casos específicos ilustran los avances en la práctica actual de la ingeniería de yacimientos, debido a que cada estudio tiene un escenario computacional complejo.

4.1 Consideraciones Generales

El tiempo de simulación es un factor importante en el momento de generar corridas numéricas, ya que me condiciona el número de simulaciones a realizar por día. Este tiempo de simulación se calculó a partir de las propiedades físicas del medio poroso. La siguiente relación que se expresa permite calcular el tiempo real de simulación:

$$t = \frac{\tilde{t}}{t_o} \quad (4.1)$$

dónde: \tilde{t} es el tiempo real, t el tiempo adimensional y t_o el tiempo característico, este último es hallado con la siguiente expresión:

$$t_o = \frac{\mu_{o0} \Delta S_w \phi^2 h_\phi^2}{4kP_o}$$

La Tabla 4.1 presenta los datos con los que fueron elaboradas las mallas de simulación que se usaron para analizar los procesos térmicos en el sistema de matrices y fracturas.

Tabla 4.1. Datos para la malla de simulación.

Parámetro	Magnitud
Numero de celdas en x	99
Numero de celdas en y	99
Tiempo total adimensional	12

Para generar las corridas numéricas es indispensable los datos de entrada, en consecuencia serán mostrados en la tabla 4.1 los datos en común para los procesos térmicos que se analizaran durante este capítulo.

Tabla 4.2. Datos de entrada del programa

Parámetro	Magnitud	Unidades en S.I.
L	1	m
h_{ma}	0.5	m
d_{fh}	0.007	m
d_{fv}	0.007	m
k_{ro0}	1	Adim
μ_{o0}	2.5×10^{-3}	Pa-seg
ρ_o	934	Kg/m ³
C_o	510	J/kg-°K
λ_o	0.145	W/m-°K
S_{or}	0.4	Adim
k_{rw0}	1	Adim
μ_{w0}	1×10^{-3}	Pa-seg
ρ_w	1000	Kg/m ³
C_w	4154	J/kg-°K
λ_w	0.59	W/m-°K
S_{iw}	0.2	Adim
ρ_s	2300	Kg/m ³
C_s	908	J/kg-°K
λ_s	1.26	W/m-°K
D_{poro}	1×10^{-5}	m
ϕ	0.2	frac
k	5×10^{-13}	m ²
b_{vis}	1×10^{-2}	Adim
ΔP	1×10^3	Pa
P_{ini}	7.6	Pa
T_{ini}	50	°C
C_{ET}	1×10^{-4}	1/°C

Debido a que se compararán casos de simulación es importante definir el factor de recuperación, el cual parte de la siguiente ecuación:

$$FR = \frac{V_{ext}}{V_{ori}} \times 100\% .$$

Sustituyendo y reagrupando términos para que la ecuación quede en función de la saturación, se obtiene el FR , donde S es la saturación de agua calculada en el programa.

$$FR = \frac{S(1 - S_{or} - S_{wi})}{1 - S_{wi}} \times 100\%$$

Para calcular la saturación promedio por bloque se usó la siguiente expresión:

$$S_{ave} = \sum_{j=1}^{j_{Max}-1} \sum_{i=1}^{i_{Max}-1} \left[\frac{S(i, j) + S(i + 1, j) + S(i, j + 1) + S(i + 1, j + 1)}{4} \right] \Delta x_i \Delta y_j$$

De forma similar fue calculada la temperatura promedio por bloque, T_{ave} .

4.2 Caso de Inyección de Agua

El caso de Inyección de agua representa el comportamiento de un proceso de recuperación que agrega energía a la que naturalmente contiene el yacimiento con la finalidad de recuperar una mayor cantidad de aceite. Con esto es posible observar la respuesta de un yacimiento naturalmente fracturado al ser sometido a un método de recuperación secundaria.

Se presentan los resultados de saturación y temperatura para el sistema de matrices y fracturas propuesto, siendo estas exhibidas en variables adimensionales, además de que el rango de variación de dichas variables es presentado en la escala cromática adjunta a la simulación. La simulación numérica de la Fig. 4.1 exhibe el perfil de saturación del agua en el sistema de matrices después de cumplirse el tiempo total de simulación

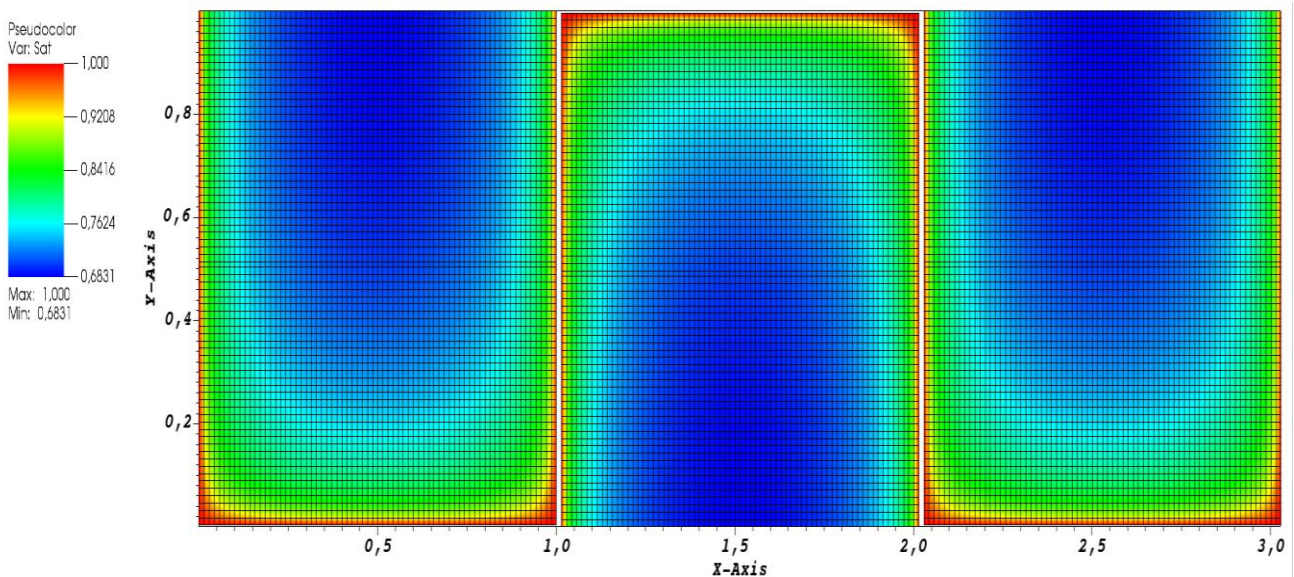


Fig. 4.1. Simulación 2D de saturación, Caso Inyección de Agua

Para observar el comportamiento de saturación de agua durante todo el proceso de inyección en el sistema de matrices y fracturas se presenta la Fig. 4.2.

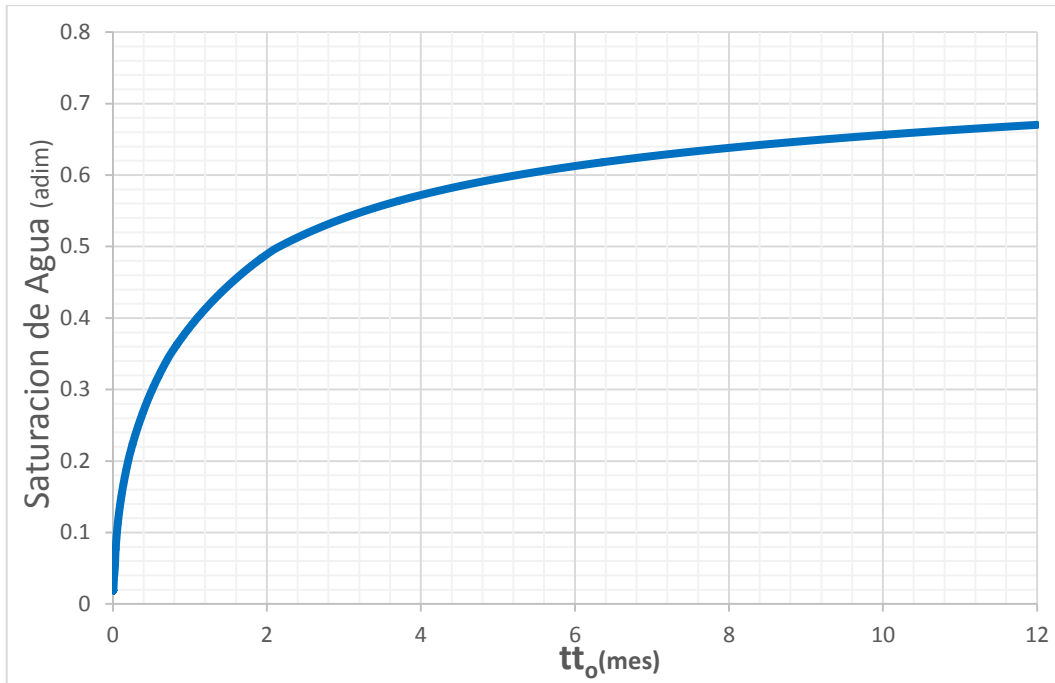


Fig. 4.2. Gráfica de saturación de agua, Caso Inyección de Agua.

La simulación numérica de la Fig. 4.1 muestra el perfil de temperatura en el sistema de matrices después de cumplirse el tiempo total de simulación.

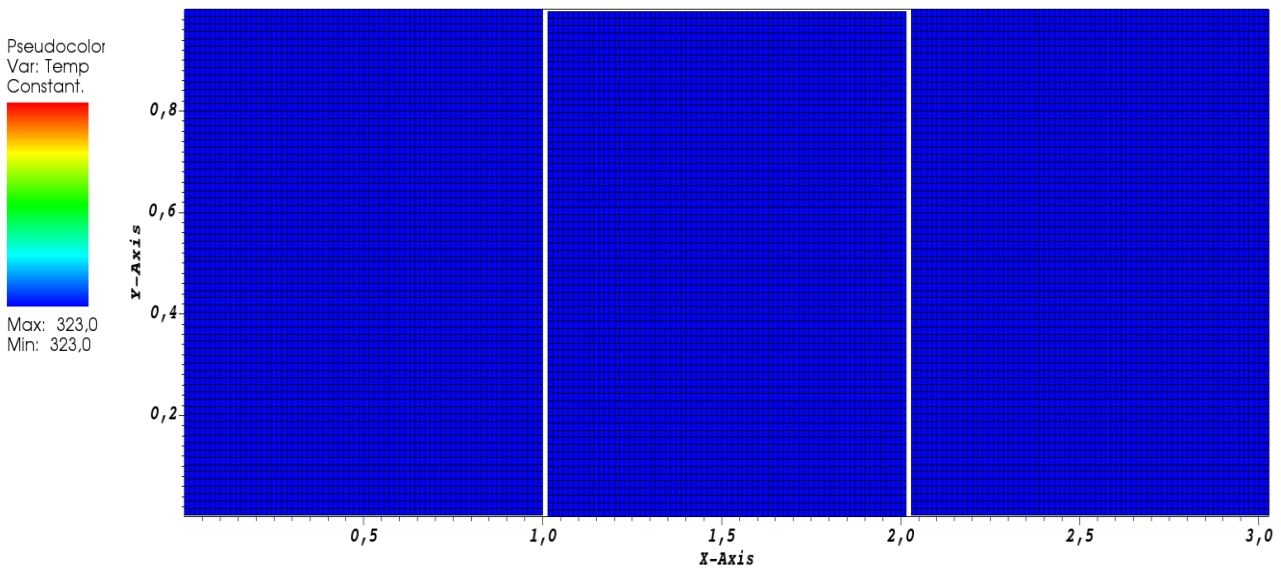


Fig. 4.3. Simulación 2D de temperatura, Caso Inyección de Agua.

El comportamiento de la temperatura durante todo el proceso de inyección de agua en el sistema de matrices y fracturas se presenta la Fig. 4.4.

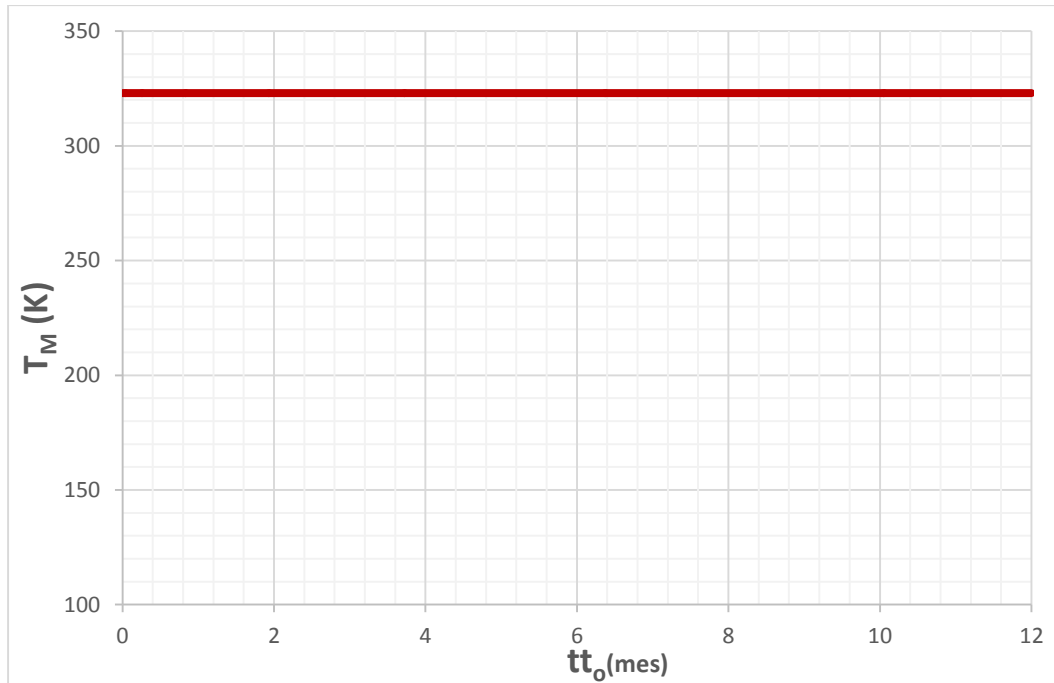


Fig. 4.4. Gráfica de temperatura, Caso Base.

4.3 Caso de Inyección de Agua Caliente

El caso de Inyección de agua caliente representa el comportamiento de un yacimiento naturalmente fracturado de aceite pesado o extra-pesado sometido a un proceso térmico de recuperación mejorada, el cual aporta energía adicional al sistema con el fin de extraer mayores volúmenes de aceite.

Ya que el sistema de matrices y fracturas será sometido a un proceso térmico, se deben replazar las condiciones de fronteras en la entrada del mismo. Además el diferencial de presión en el pozo, la temperatura de inyección y el coeficiente de expansión térmica son indispensables para reproducir este caso y analizar el fenómeno de expansión térmica. Se presentan los datos en la tabla.

Tabla 4.3. Datos para el Caso de Inyección de Agua Caliente.

Parámetro	Magnitud	Unidades en S.I.
ΔP	0.1	Kg/cm ²
T_{ini}	50	°C
T_{iny}	100	°C
C_{ET}	1×10^{-4}	1/°C

La simulación numérica de la Fig. 4.5 exhibe el perfil de saturación del agua en el sistema de matrices después de cumplirse el tiempo total de simulación.

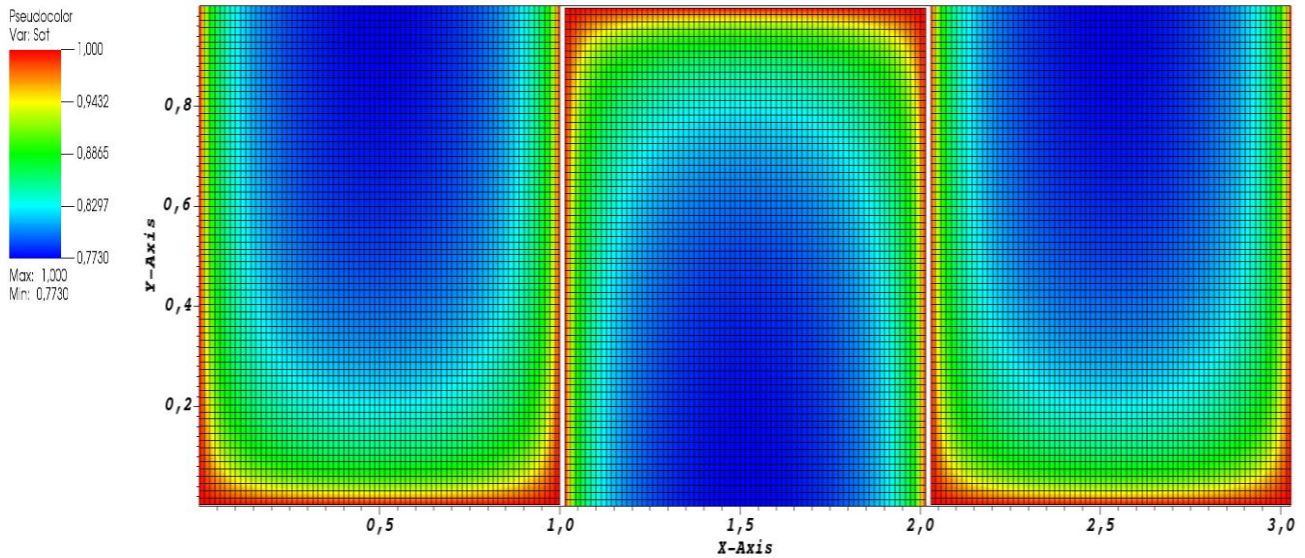


Fig. 4.5. Simulación 2D de saturación de agua, Caso de Inyección de Agua Caliente.

Para observar el comportamiento de saturación de agua durante todo el proceso de inyección de agua caliente en el sistema de matrices y fracturas se presenta la Fig. 4.6.

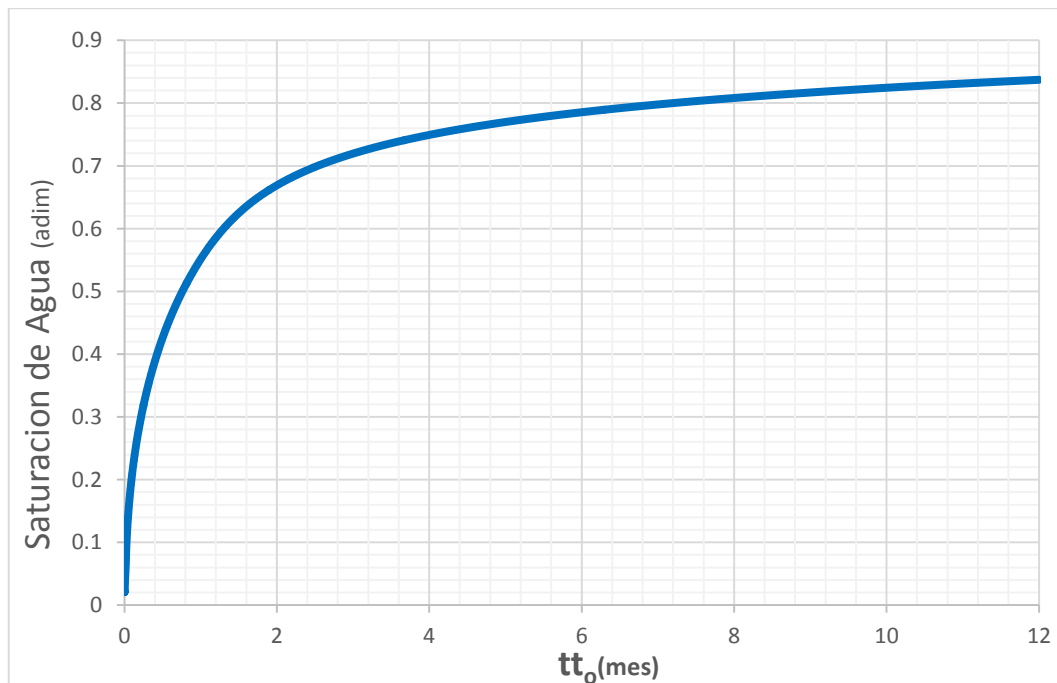


Fig. 4.6. Gráfica de saturación de agua, Caso de Inyección de Agua Caliente

La simulación numérica de la Fig. 4.7 exhibe el perfil de temperatura en el sistema de matrices después de cumplirse el tiempo total de simulación.

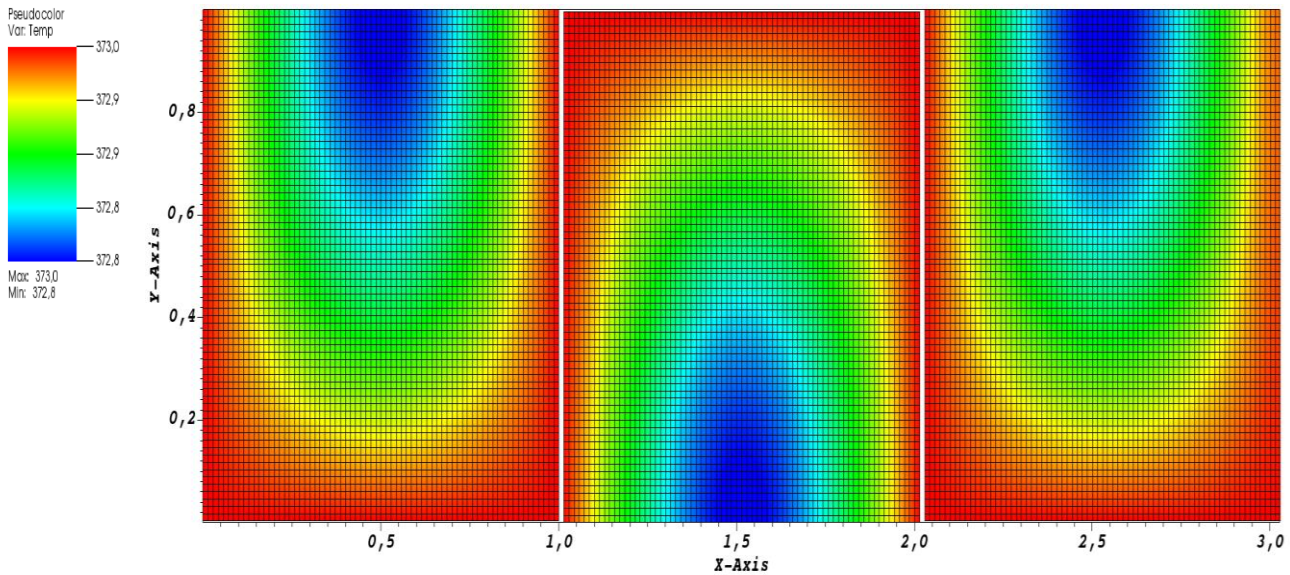


Fig. 4.7. Simulación 2D de temperatura, Caso de Inyección de Agua Caliente.

Para observar el comportamiento de la temperatura durante todo el proceso de inyección de agua caliente en el sistema de matrices y fracturas se presenta la Fig. 4.8.

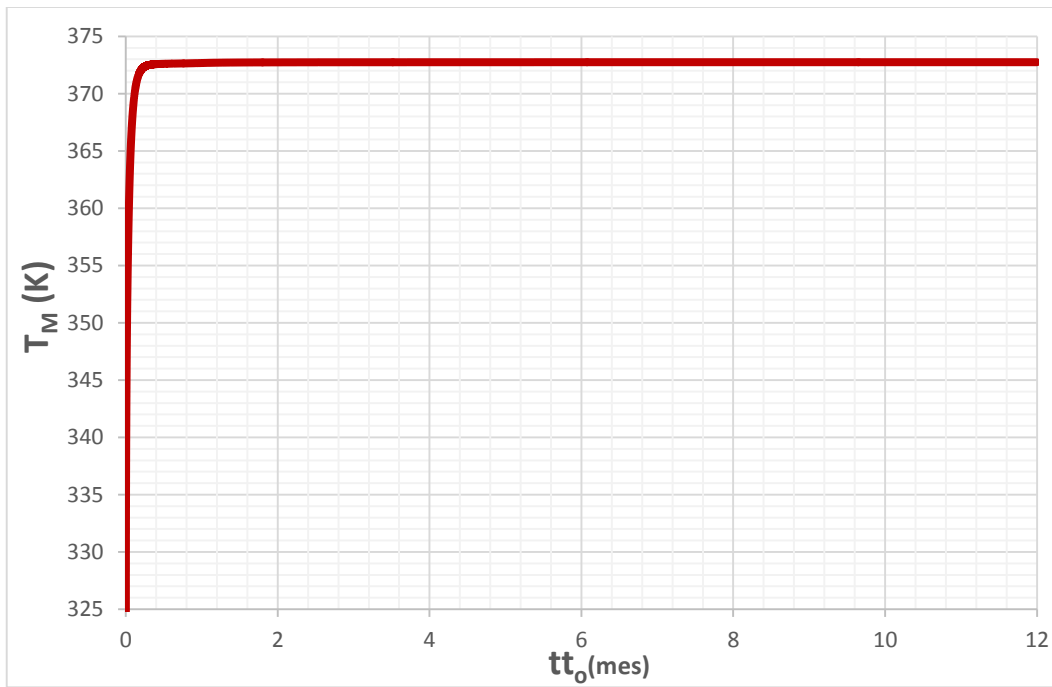


Fig. 4.8. Gráfica de temperatura, Caso de Inyección de Agua Caliente.

4.4 Caso de Calentamiento Electromagnético

El caso de Calentamiento electromagnético representa el comportamiento de un yacimiento naturalmente fracturado de aceite pesado o extra-pesado sometido a un proceso térmico, el cual transfiere energía complementaria a la propia del sistema con la finalidad de maximizar el factor de recuperación de aceite, que normalmente no se podría alcanzar por los métodos convencionales de recuperación.

Para llevar a cabo la aplicación de este método es necesario no superar la temperatura de ebullición del agua, de tal forma que al ser superada el sistema deberá ser desactivado. De igual forma que el caso de inyección de agua caliente, este método permite estudiar la expansión térmica en el sistema de matrices y fracturas propuesto. Para este caso se ocuparon los siguientes parámetros.

Tabla 4.4. Datos para el Caso de Calentamiento Electromagnético

Parámetro	Magnitud	Unidades en S.I.
R_w	0.2	ohm
I_w	300	Ampere
C_{ET}	1×10^{-4}	$1/^\circ\text{C}$

La simulación numérica de la Fig. 4.9 exhibe el perfil de saturación del agua en el sistema de matrices después de cumplirse el tiempo total de simulación.

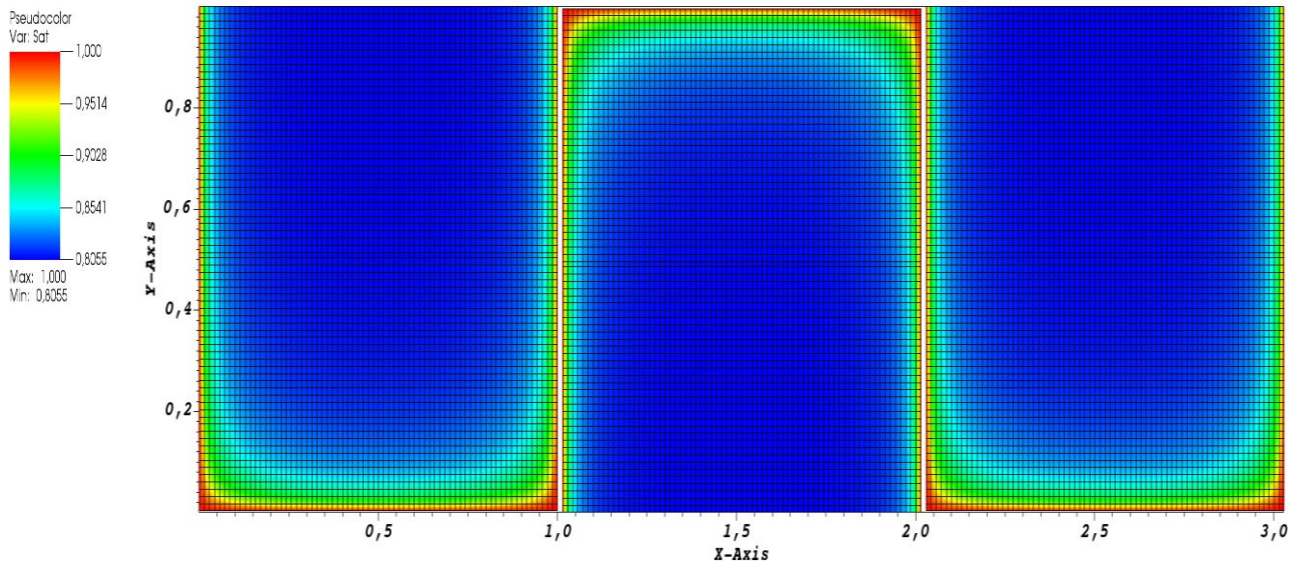


Fig. 4.9. Simulación 2D de saturación de agua, Caso de Calentamiento Electromagnético.

Para observar el comportamiento de saturación de agua durante todo el proceso de calentamiento electromagnético en el sistema de matrices y fracturas se presenta la Fig. 4.10.

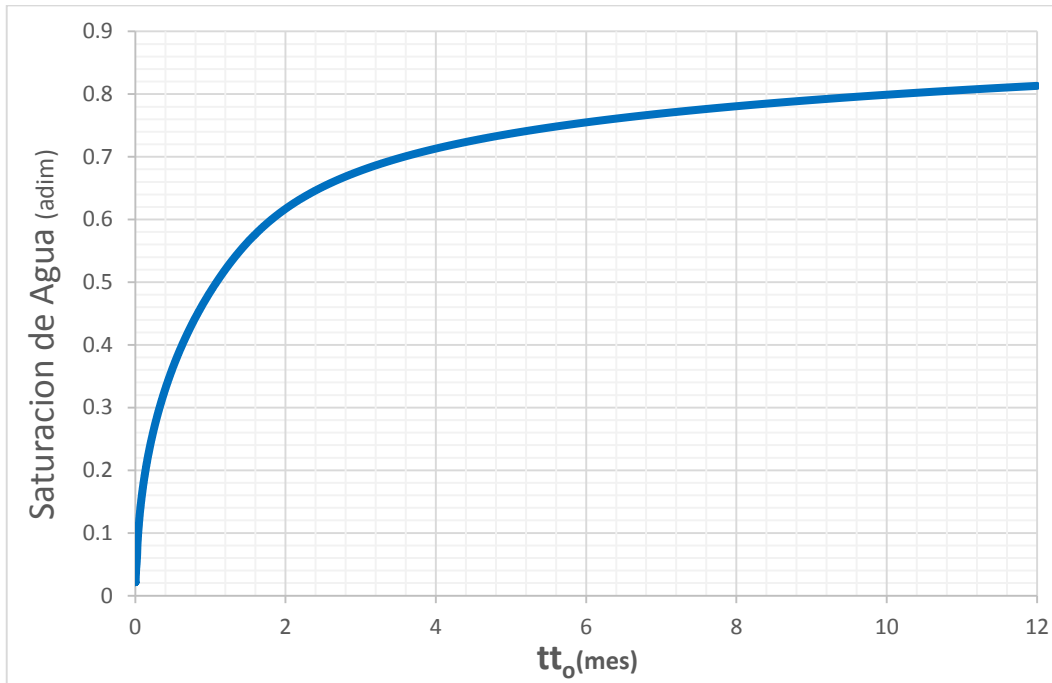


Fig. 4.10. Gráfica de saturación de agua, Caso de Calentamiento Electromagnético

La simulación numérica de la Fig. 4.11 exhibe el perfil de temperatura en el sistema de matrices después de cumplirse el tiempo total de simulación.

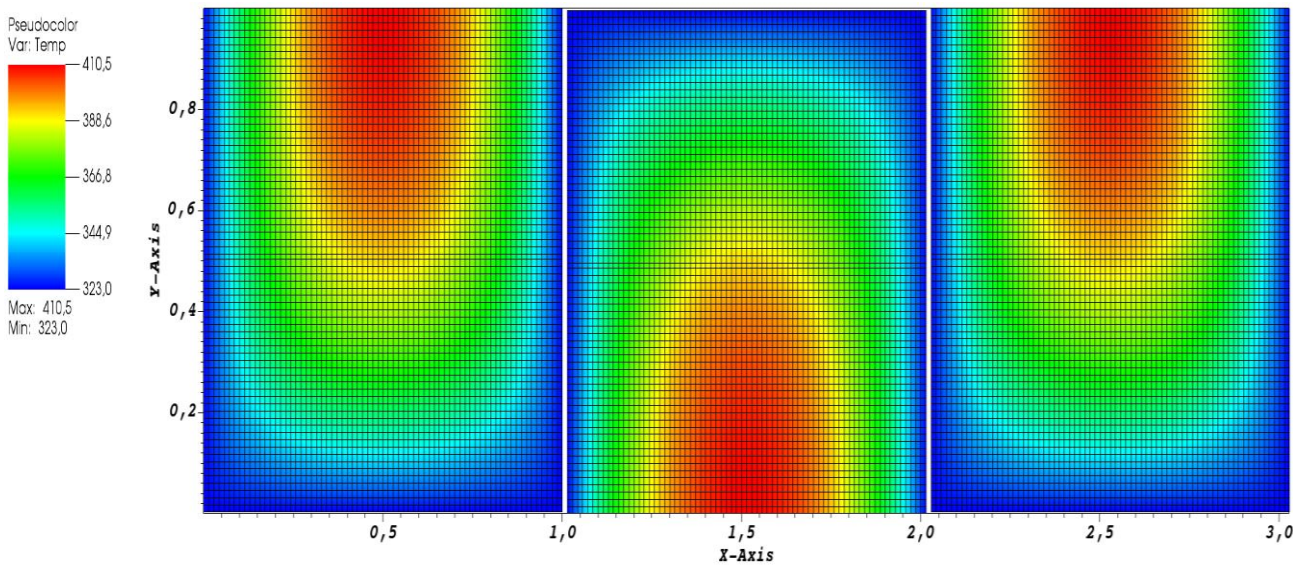


Fig. 4.11. Simulación 2D de temperatura, Caso de Calentamiento Electromagnético.

Para observar el comportamiento de la temperatura durante todo el proceso de calentamiento electromagnético en el sistema de matrices y fracturas se presenta la Fig. 4.12.

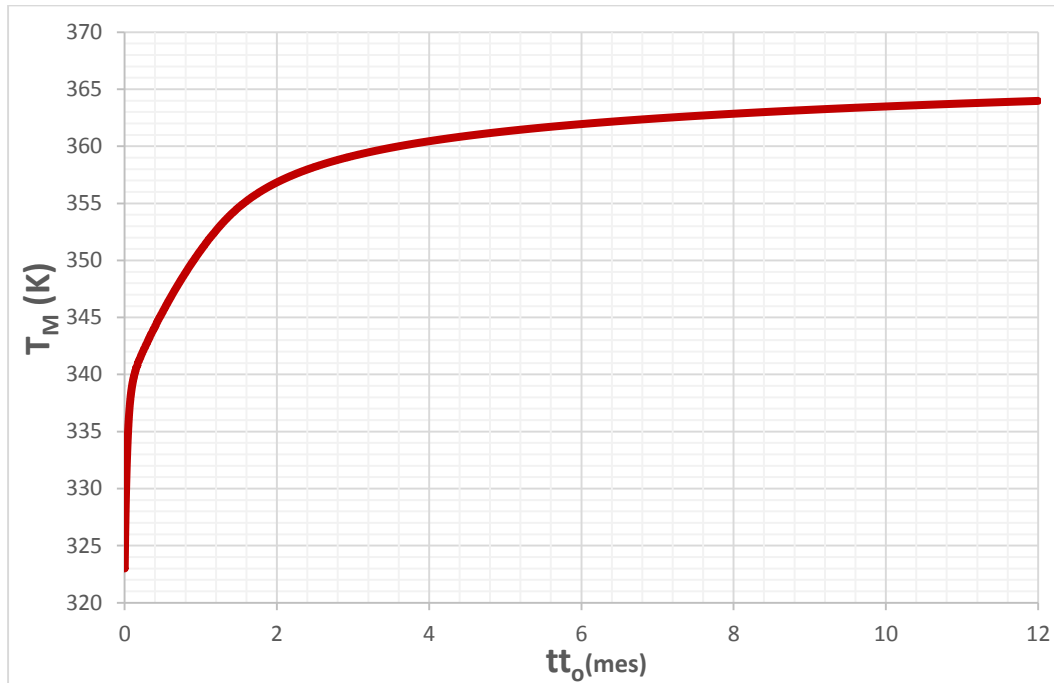


Fig. 4.12. Gráfica de temperatura, Caso de Calentamiento Electromagnético.

4.5 Caso Combinado

El caso combinado representa el comportamiento de un yacimiento naturalmente fracturado de aceite pesado o extra-pesado sometido un proceso de inyección de agua caliente y calentamiento electromagnético. Este caso tiene el propósito de conocer los efectos físicos causados por un incremento inducido en la temperatura del medio a partir de dos procesos térmicos, lo cual será evaluada a través de la expansión térmica, teniendo esta injerencia en el factor de recuperación de aceite. Para llevar a cabo el caso combinado se utilizaron los mismos parámetros ya mencionados anteriormente.

Tabla 4.5. Datos para el Caso Combinado

Parámetro	Magnitud	Unidades en S.I.
R_w	0.2	ohm
I_w	300	A
T_{ini}	50	°C
T_{iny}	100	°C
C_{ET}	1×10^{-4}	$1/°C$

La simulación numérica de la Fig. 4.13 exhibe el perfil de saturación del agua en el sistema de matrices después de cumplirse el tiempo total de simulación.

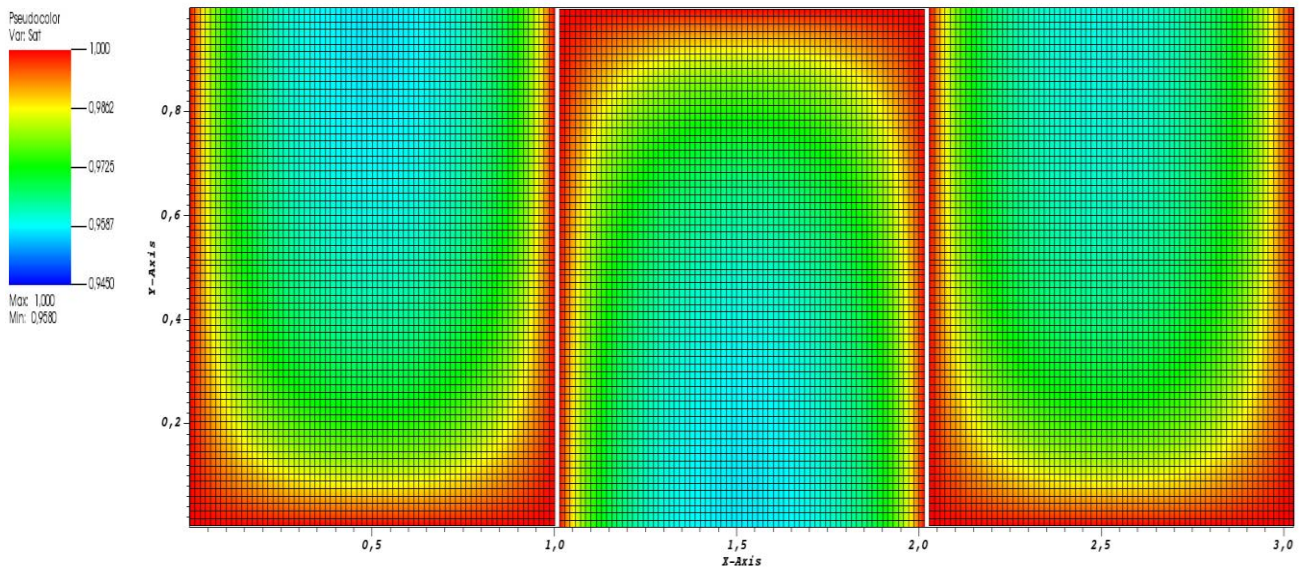


Fig. 4.13. Simulación 2D de saturación de agua, Caso Combinado.

Para observar el comportamiento de saturación de agua durante todo el proceso del caso combinado en el sistema de matrices y fracturas se presenta la Fig. 4.14.

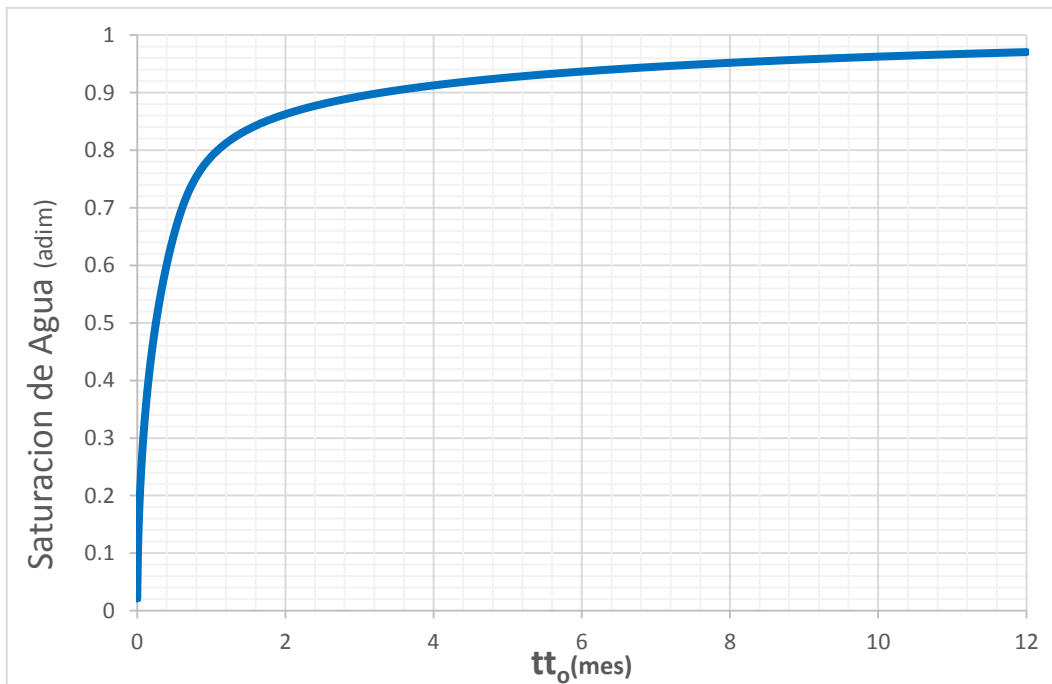


Fig. 4.14. Gráfica de saturación de agua, Caso Combinado.

La simulación numérica de la Fig. 4.15 exhibe el perfil de temperatura en el sistema de matrices después de cumplirse el tiempo total de simulación.

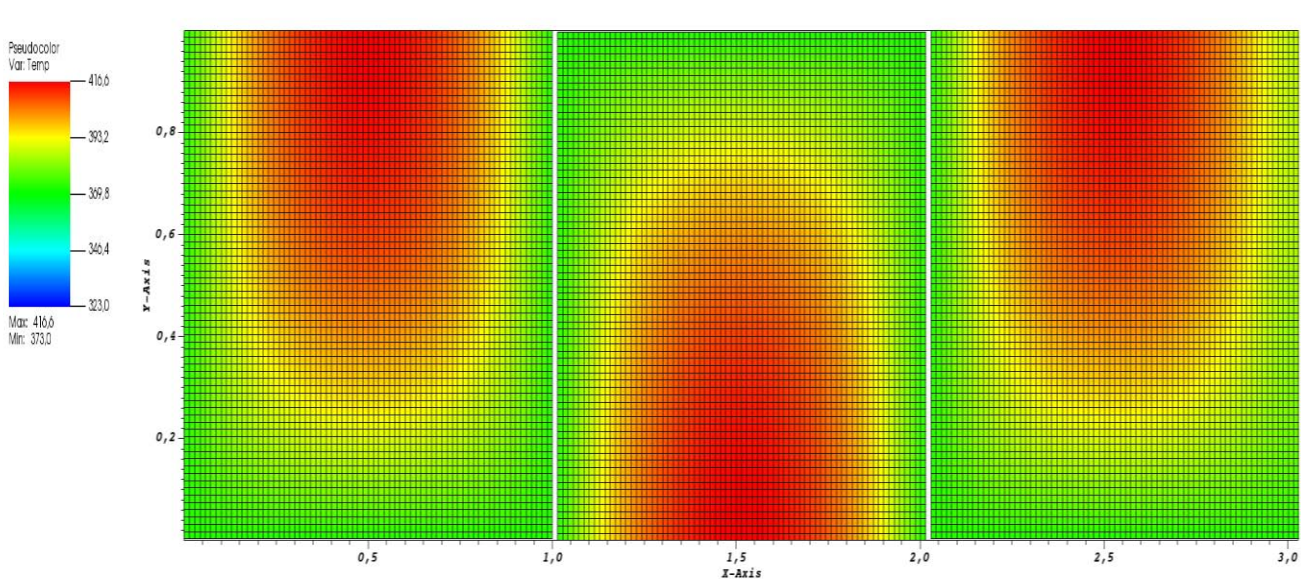


Fig. 4.15. Simulación 2D de temperatura, Caso Combinado.

Para observar el comportamiento de la temperatura durante todo el proceso del caso combinado en el sistema de matrices y fracturas se presenta la Fig. 4.16.

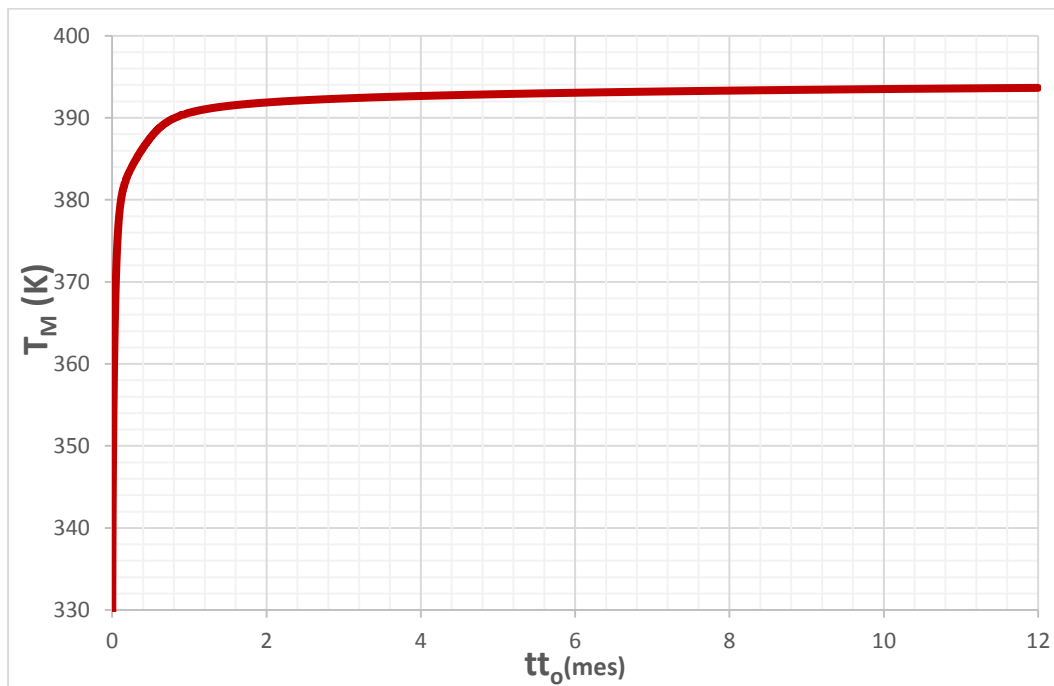


Fig. 4.16. Gráfica de temperatura, Caso Combinado.

CAPÍTULO V: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

En el presente trabajo se realizó un modelo de expansión térmica en un sistema de matrices y fracturas, en el que se involucra métodos de recuperación mejorada por procesos térmicos, siendo utilizados el de inyección de agua caliente y el de calentamiento electromagnético con la finalidad de observar su eficiencia y limitaciones de acuerdo al modelo y fenómenos físicos planteados.

5.1 Caso de Inyección de Agua vs Caso de Inyección de Agua Caliente vs Caso de Calentamiento Electromagnético vs Caso Combinado

Para analizar e interpretar dichos casos de forma conjunta se tiene que observar el perfil de temperatura y la recuperación obtenida por cada caso, siendo esta última variable comparada con lo que señala la literatura existente. Se conoce que el porcentaje de recuperación primaria del crudo original en yacimientos fracturados en el sitio es en promedio del orden de 10-20% pero puede ser tan grande como 35% en yacimientos que tengan la mayoría de su aceite en las fracturas²⁶.

El uso sucesivo de la recuperación primaria y la recuperación secundaria por inyección de agua en yacimientos fracturados produce alrededor del 15-40% del aceite original que existe en el lugar.

En la recuperación mejorada por inyección de agua caliente en yacimientos fracturados se tienen en promedio del orden de 15-60% cuando se aplica desde el principio de la explotación, pero cuando se implementan después de un periodo de recuperación secundaria su factor es del orden de 40-50%, esto depende mucho del tipo de yacimiento fracturado donde se aplique²⁷.

Para analizar el sistema de matrices y fracturas con los casos ya mencionados, se mostrara el comportamiento de las variables principales que dominan el proceso en el tiempo. En consecuencia se presentara el comportamiento de dichas variables de manera individual junto a todos los casos. En la Fig. 5.1 se aprecia que el caso combinado de los métodos alcanzo el mayor factor de recuperación de aceite.

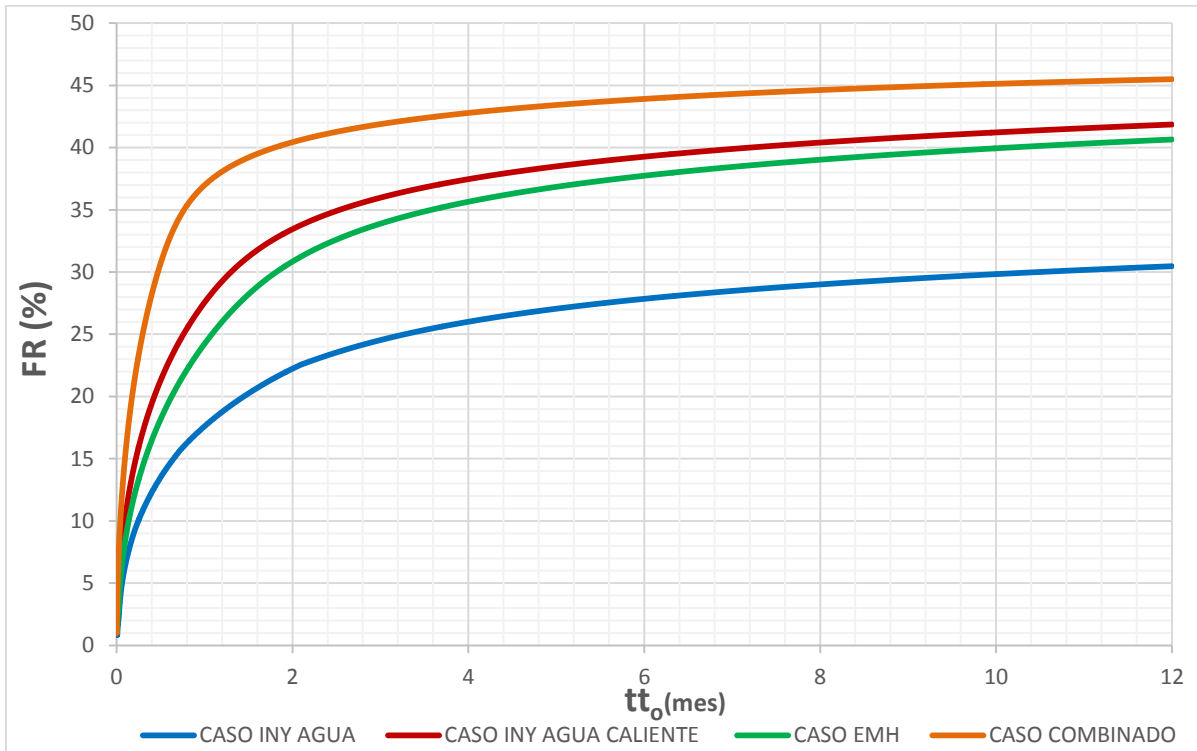


Fig. 5.1. Gráfica de factor de recuperación de todos los casos.

En cambio en la Fig. 5.2, se exhibe el perfil de temperatura de todos los casos con el fin de observar la eficiencia de los métodos, es claro que el caso combinado obtuvo la mayor de todas.

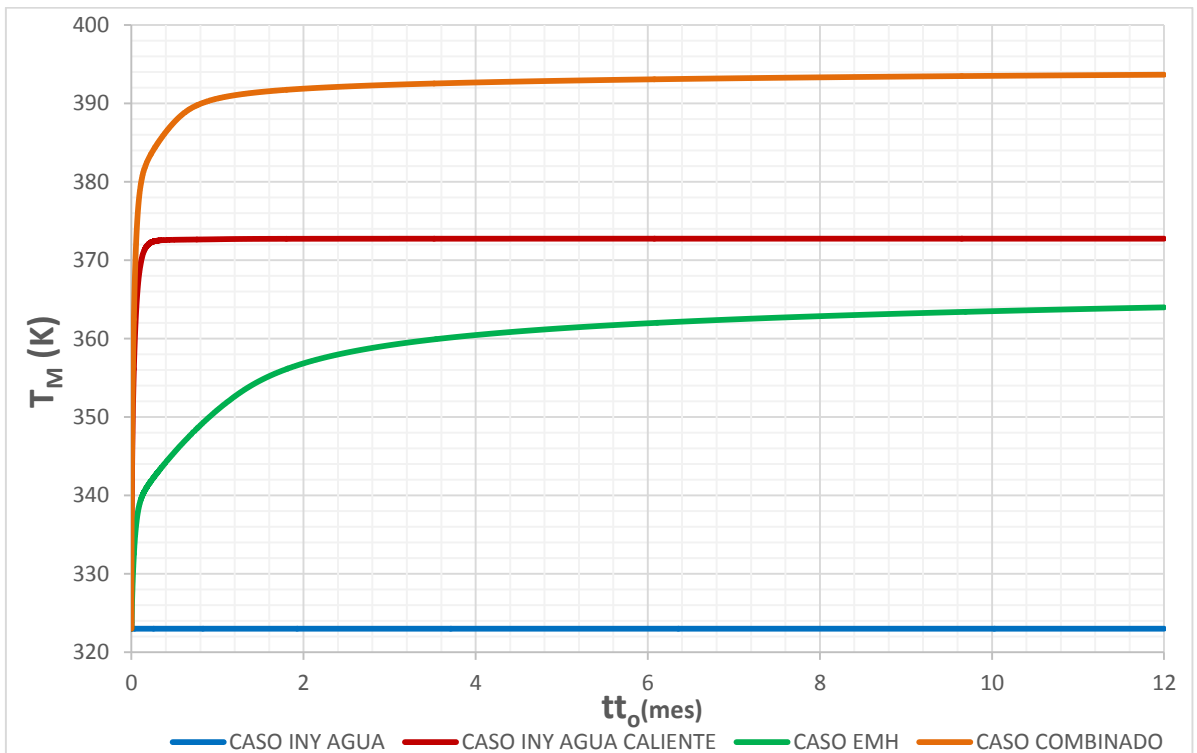


Fig. 5.2. Gráfica de temperatura de todos los casos.

5.2 Caso de Calentamiento Electromagnético para múltiples aperturas de fracturas

Se generaron diversos escenarios con el calentamiento electromagnético, donde fue comparado el factor de recuperación con múltiples aperturas de fracturas, esto con la finalidad de hallar el impacto de la expansión térmica en la red de fracturas. En la Fig. 5.3. se observan las curvas de factor de recuperación con una intensidad de corriente, $i = 400A$, tamaño de bloque de matriz, $h_{\phi} = 1m$, y diversas aperturas de fracturas.

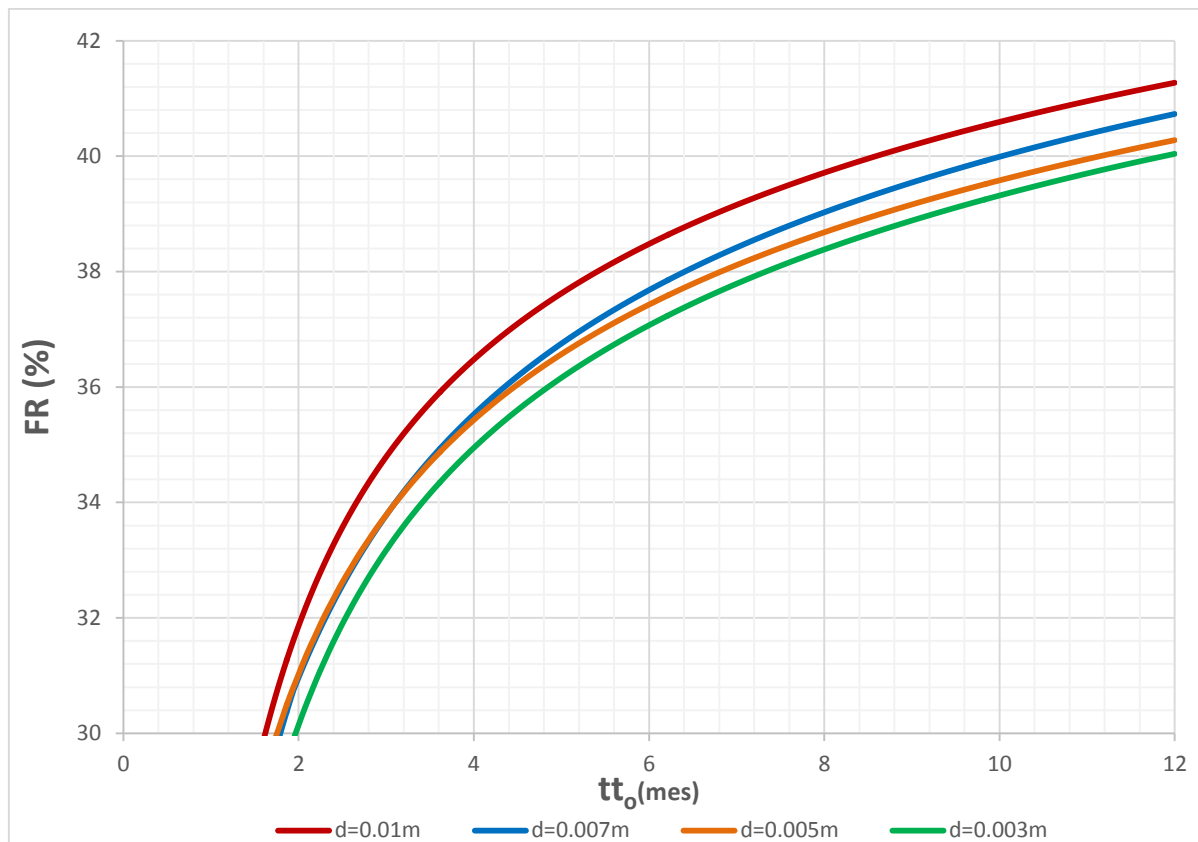


Fig. 5.3. Gráfica de factor de recuperación para múltiples aperturas de fracturas, Caso Calentamiento Electromagnético

De la figura anterior se observa que a mayor apertura de fractura se obtiene un mayor factor de recuperación de aceite producto de la expansión térmica del sistema roca-fluidos; esto para un caso donde la intensidad de corriente eléctrica se considera moderada (400 – 500A) de acuerdo a lo indicado por la literatura.

5.3 Caso de Calentamiento Electromagnético para múltiples tamaños de bloque

Se presenta el factor de recuperación de aceite para el calentamiento electromagnético con múltiples tamaños de bloque de matriz, esto con la finalidad de hallar si la expansión térmica tiene un efecto importante de acuerdo a la dimensión del bloque de matriz. En la Fig. 5.4. se observa las curvas de factor de recuperación con una intensidad de corriente, $i = 400A$, apertura de fractura, $d = 0.007m$ y diversos tamaños de bloque de matriz.

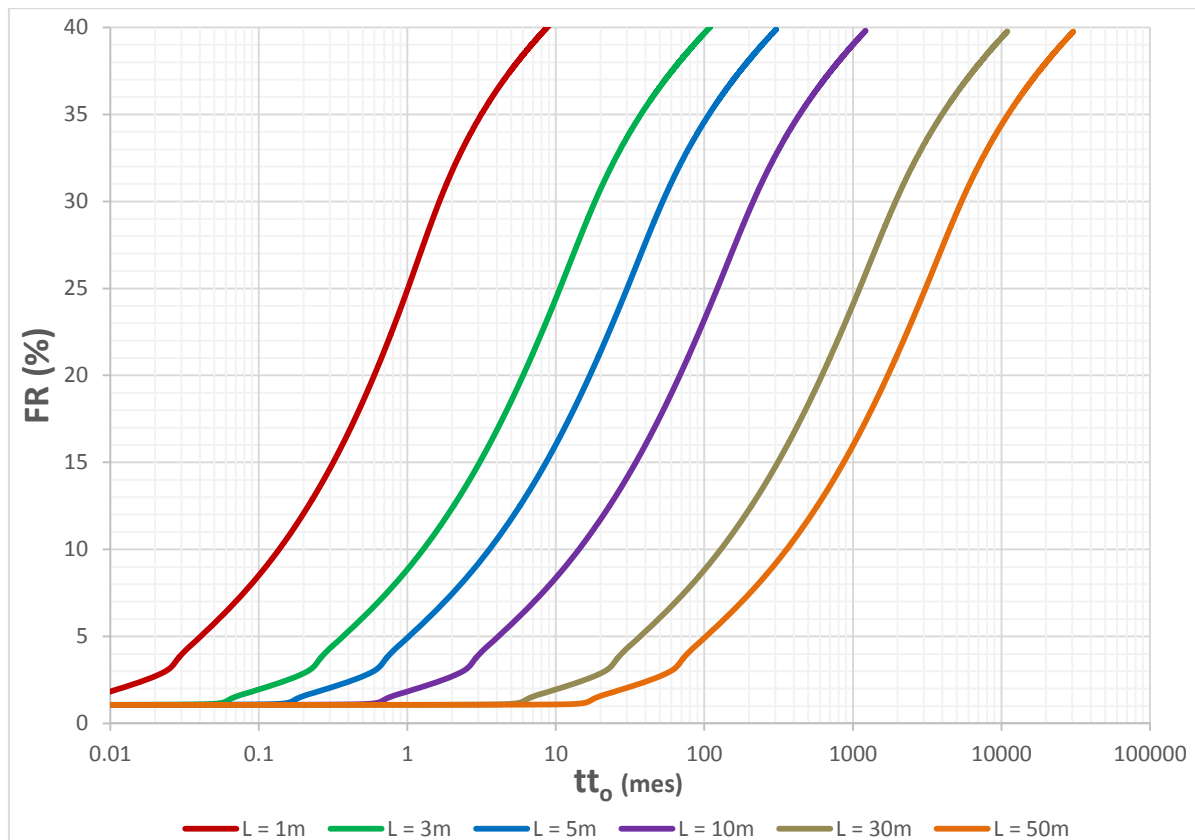


Fig. 5.4. Gráfica de factor de recuperación para múltiples tamaños de bloque, Caso Calentamiento Electromagnético

De acuerdo a lo observado, los yacimientos naturalmente fracturados que posean menores tamaños de bloque de matriz, tendrán mayores factores de recuperación de aceite. Sin duda esto es importante ya que controla el tiempo de explotación de los yacimientos.

Por otra parte, en la Fig. 5.5. se muestra las curvas de factor de recuperación para diferentes tamaños de bloque de matriz después de 12 meses de simulación, se observa que para bloques de matriz grandes la recuperación de aceite es lenta.

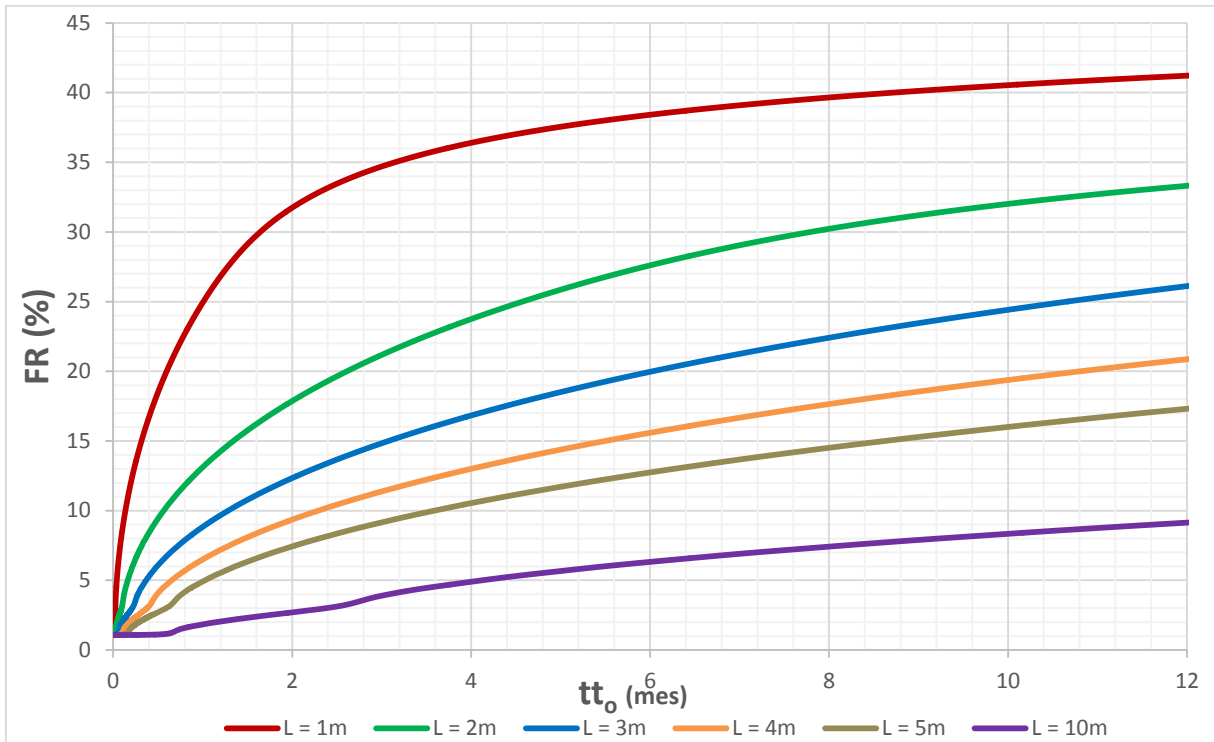


Fig. 5.5. Gráfica de factor de recuperación para múltiples tamaños de bloque, Caso Calentamiento Electromagnético

Además en la Fig. 5.6. se muestra la gama de curvas de temperaturas para diferentes tamaños de bloque de matriz.

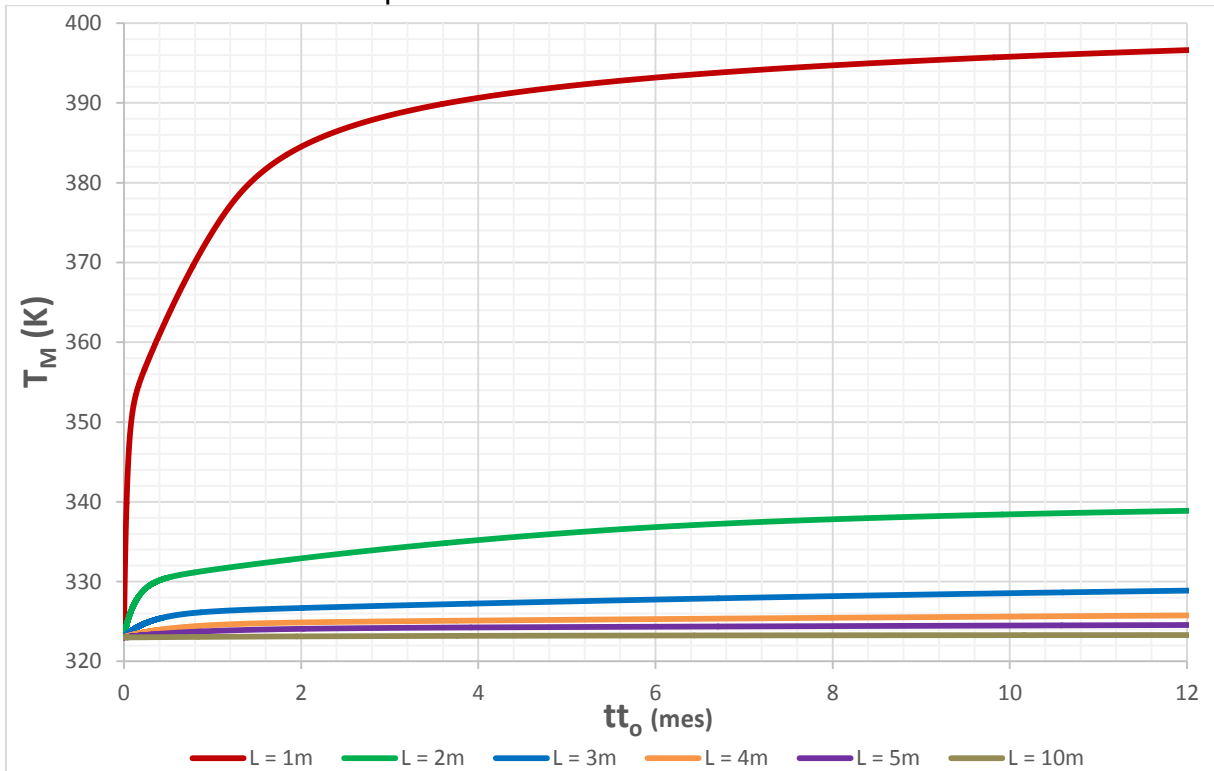


Fig. 5.6. Gráfica de temperatura para múltiples tamaños de bloque, Caso Calentamiento Electromagnético

5.4 Caso de Calentamiento Electromagnético para múltiples intensidades de corriente

Se generaron diversos escenarios con el calentamiento electromagnético, donde fue comparado el factor de recuperación con varias intensidades de corriente eléctrica, esto con la finalidad de visualizar el impacto de la expansión térmica del sistema en dicho método de recuperación. En la Fig. 5.7. se observa que a mayor corriente eléctrica hay mayor recuperación de aceite hasta antes de que se presente el efecto de expansión térmica.

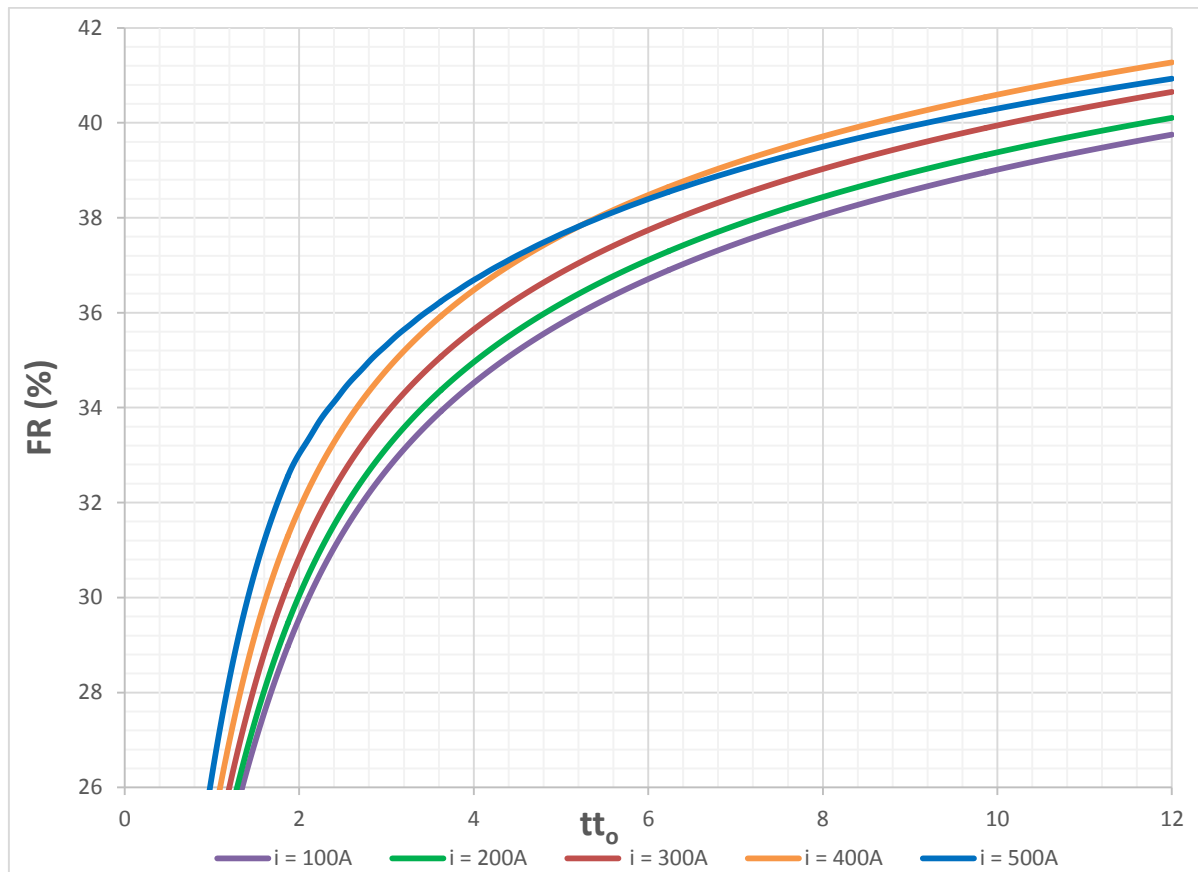


Fig. 5.7. Gráfica de factor de recuperación para múltiples corrientes eléctricas, Caso Calentamiento Electromagnético

Además en la Fig. 5.8 se muestra la gama de curvas de temperaturas para diversas intensidades de corriente eléctrica de dicho método térmico. Hay que decir que se ocuparon intensidades de corriente eléctrica que mostraran un comportamiento de temperatura por debajo del punto ebullición del agua, de lo contrario se tendría que desactivar y activar el método térmico para así mantener la saturación mínima que es del orden de 30% y de esa forma lograr un buen efecto de calentamiento mediante este método, en consecuencia se tendrán curvas suaves en temperatura con el paso del tiempo.

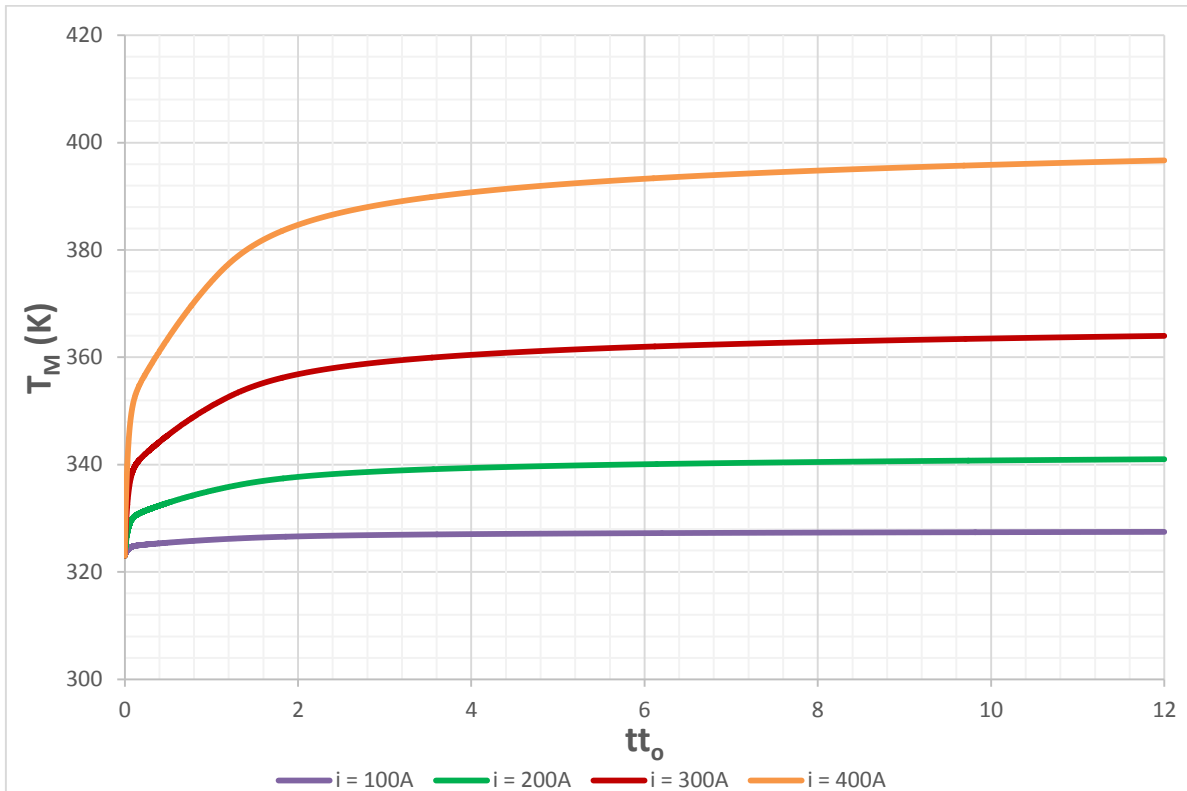


Fig. 5.8. Gráfica de temperatura para múltiples corrientes eléctricas, Caso Calentamiento Electromagnético

La Fig. 5.9. se presenta debido a que la temperatura para el caso con intensidad de corriente eléctrica, $i = 500A$, tiene un comportamiento diferente producto del efecto de la temperatura en la red de fracturas.

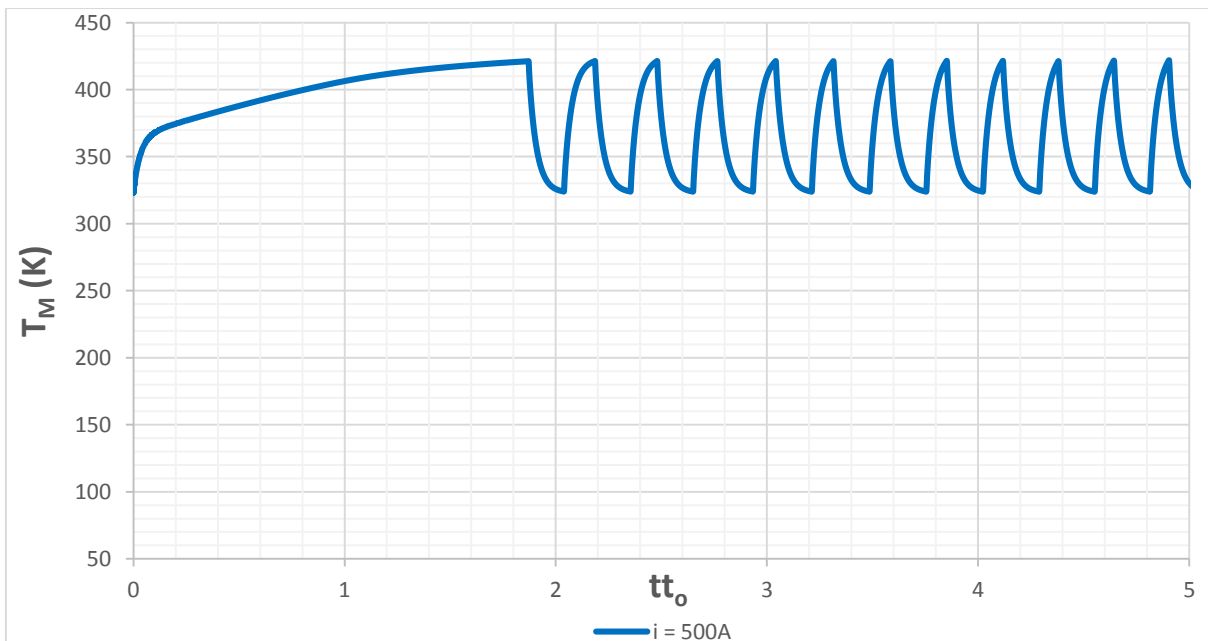


Fig. 5.9. Gráfica de temperatura para $i = 500A$, Caso Calentamiento Electromagnético

El comportamiento de temperatura presentado en la figura 5.9. muestra que para evitar un cierre en la apertura de fractura, es necesario desactivar el calentamiento electromagnético con la finalidad de disminuir el efecto de la expansión térmica del sistema de matrices sobre la red de fracturas, posteriormente al descender la temperatura del sistema hasta un límite establecido como la temperatura del yacimiento se decide activar el calentamiento electromagnético nuevamente.

Debido a que el comportamiento de la curva de temperatura se presenta de forma compleja, es necesario analizarla a través de otras herramientas, por lo cual se ocupó el software *SciDAVis*. Este software permitió hallar el número de ciclos de activación y desactivación del calentamiento electromagnético, siendo esto posible al aplicar la Transformada de Fourier a los datos de temperatura en el tiempo.

En la Fig. 5.10. se presenta el análisis hecho a los datos de temperatura.

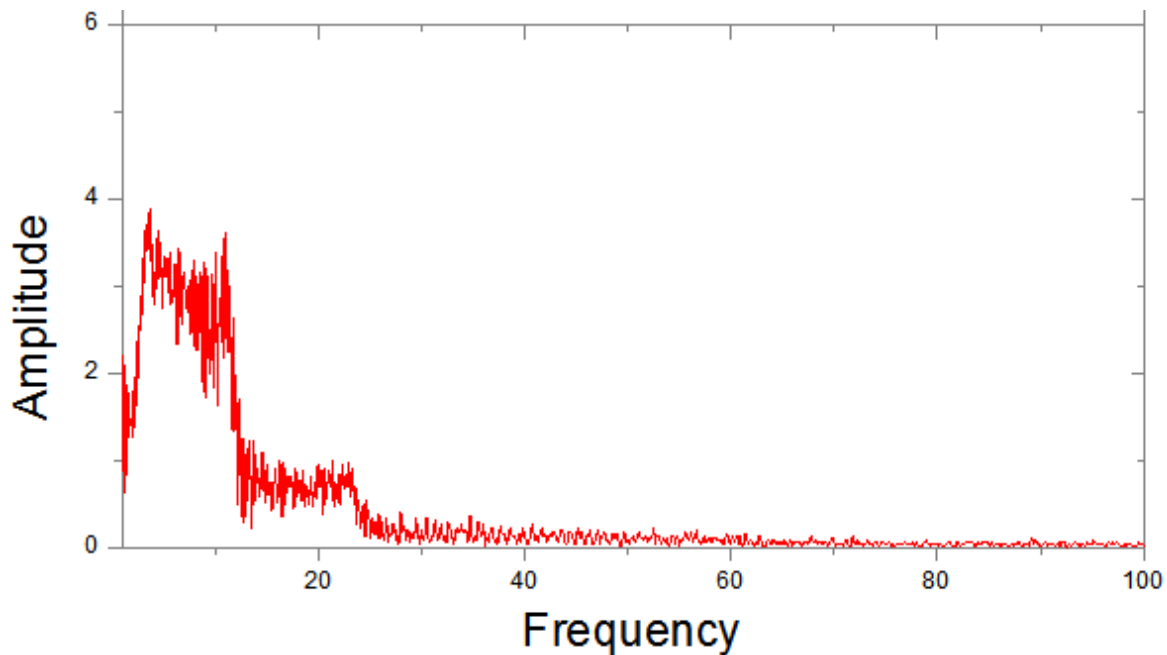


Fig. 5.10. Gráfica para evaluar la temperatura con $i = 500A$,
Caso Calentamiento Electromagnético

Se observa que para un bloque de matriz de dimensión $h_{\phi} = 1m$, con intensidad de corriente eléctrica de $i = 500 A$, se tendrá un número de cuatro ciclos de calentamiento electromagnético durante un periodo de tiempo el cual fue definido como un tiempo adimensional. Es importante mencionar que estos ciclos están en función de la intensidad de corriente eléctrica al que es sometido el medio poroso.

5.5 Resultados de Expansión Térmica del Sistema de Matrices y Fracturas

Existe un cambio físico en las dimensiones de los bloques de matriz al implementarse métodos de recuperación mejorada por procesos térmicos en yacimientos fracturados, teniendo esto como resultado diversos efectos en el medio que comunica los bloques adyacentes. En consecuencia esto será un elemento que impacte en el factor de recuperación de aceite.

Para visualizar la magnitud de la expansión térmica que alcanza durante el caso de calentamiento electromagnético un yacimiento naturalmente fracturado para aceite pesado y extra-pesado se exhiben las siguientes figuras. En la Fig. 5.11. se observa la expansión térmica de un yacimiento fracturado con múltiples tamaños de bloque de matriz para una corriente eléctrica de $i = 400 A$.

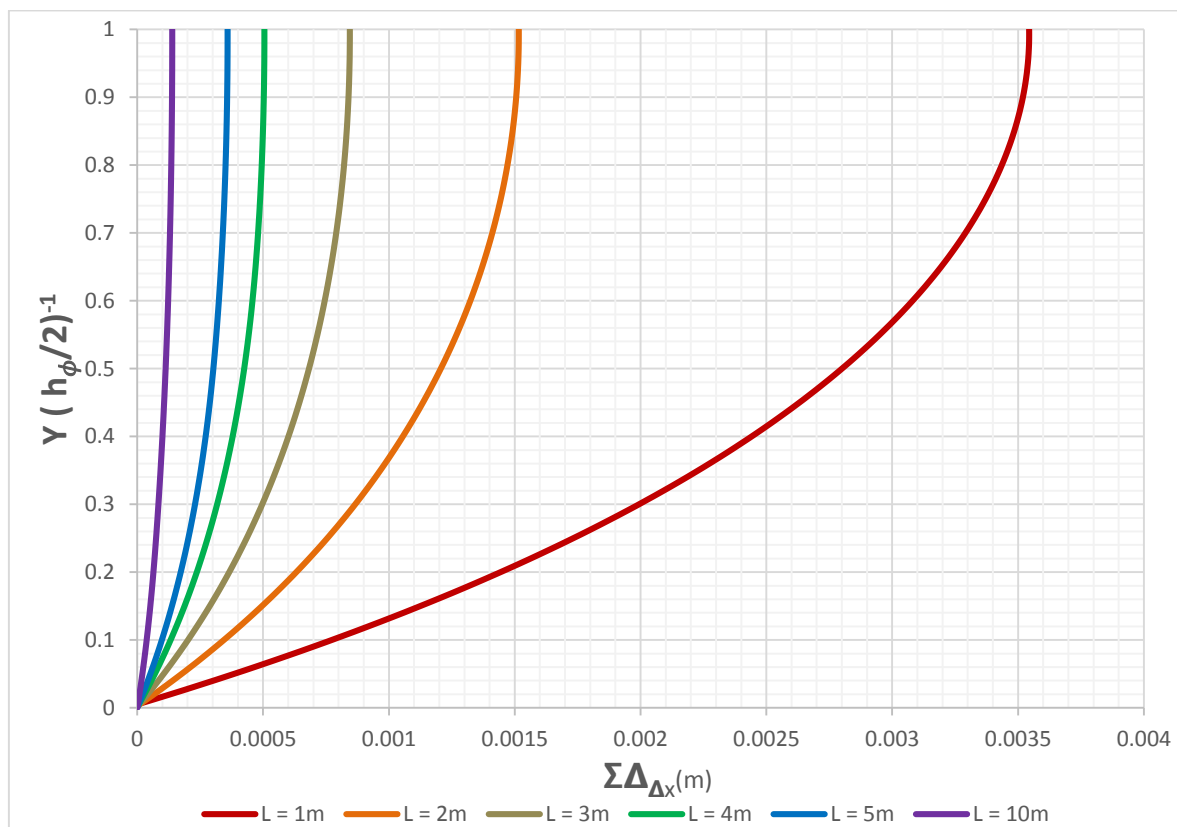


Fig. 5.11. Gráfica de expansión térmica para múltiples tamaños de bloque, Caso Calentamiento Electromagnético

Se observa claramente que los yacimientos fracturados cuyos bloques de matriz sean de menor dimensión son más propensos a sufrir este fenómeno térmico, sin embargo hay que tener en cuenta la intensidad de corriente eléctrica aplicada a dicho medio poroso.

Por otro lado, también se visualizó la magnitud de la expansión térmica para el caso de calentamiento electromagnético en un yacimiento naturalmente fracturado para aceite pesado y extra-pesado con múltiples intensidades de corriente eléctrica para bloques de matriz con $h_{\phi} = 5m$.

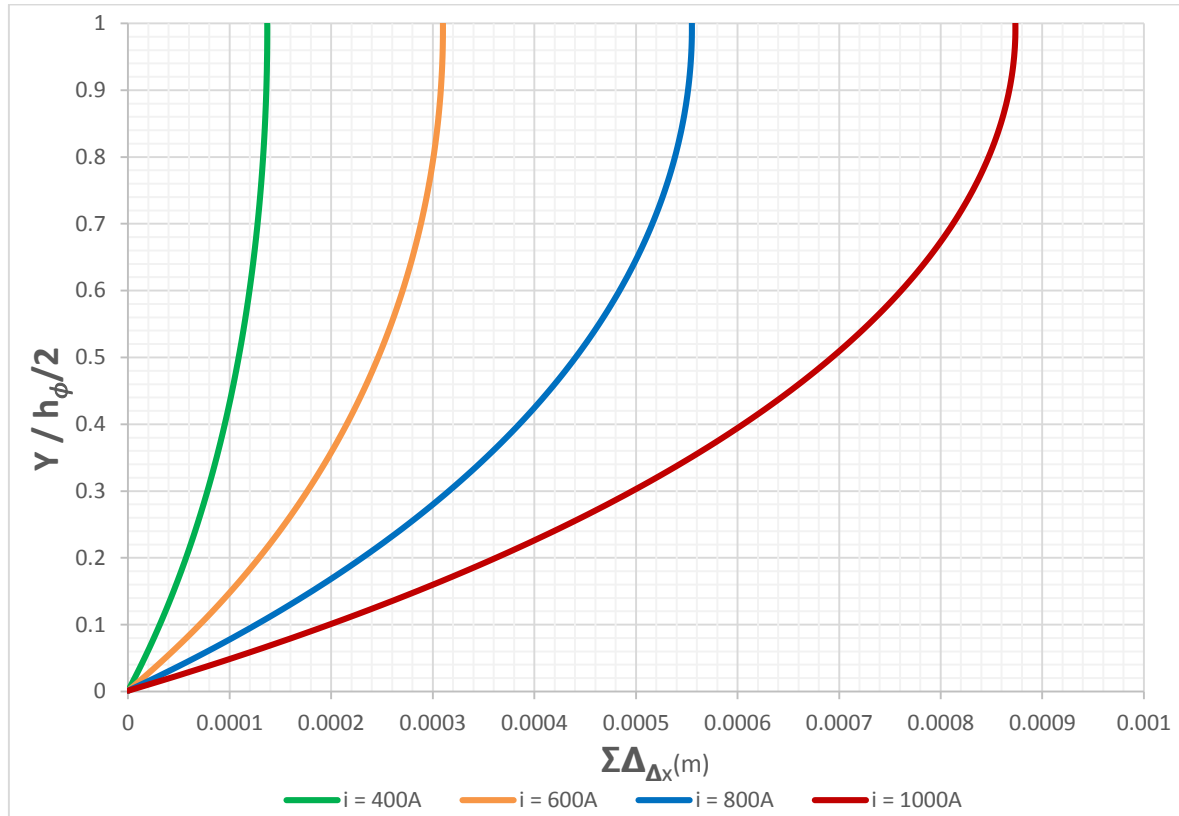


Fig. 5.12. Gráfica de expansión térmica para múltiples corrientes eléctricas, Caso Calentamiento Electromagnético

Estos resultados presentan coincidencias con investigaciones realizadas a núcleos obtenidos en algunos campos de aceite pesado del mundo, en el cual revelan una variabilidad sorprendente de las propiedades térmicas de los yacimientos fracturados a lo largo de escales espaciales oscilantes entre algunos centímetros y decenas de metros. En los casos simulados se produjeron variaciones de algunos milímetros para una intensidad de corriente eléctrica de $i = 400 A$ y para bloques de matriz de $h_{\phi} = 5m$ luego de 12 y 60 meses de simulación, respectivamente.

Las simulaciones de yacimientos demuestran porqué es importante para los ingenieros de dicha área comprender esta variabilidad a la hora de pronosticar los resultados de un proyecto de recuperación mejorada por procesos térmicos.

5.6 Función de Transferencia de calor Matriz-Fractura

Con base en los resultados de simulación numérica se obtuvo la curva que exhibe el comportamiento del coeficiente de transferencia de calor matriz-fractura, H' . Con la finalidad de tener una función que sea práctica y que pueda ser implementada en simuladores numéricos, se realizó un ajuste a la curva para así hallar el coeficiente de transferencia de calor dependiente de la corriente eléctrica.

Para realizar esa tarea fue requerido el uso del software *SciDAVis*., en el que se exportaron los datos de tiempo adimensional y coeficiente de transferencia de calor adimensional, al graficarlos se obtiene la curva azul. Debido a que el ajuste de la curva H' no era preciso, se optó por aplicar el logaritmo natural a los datos, lo cual permitió hacer un ajuste muy exacto como es visualizado en la Fig. 5.13.

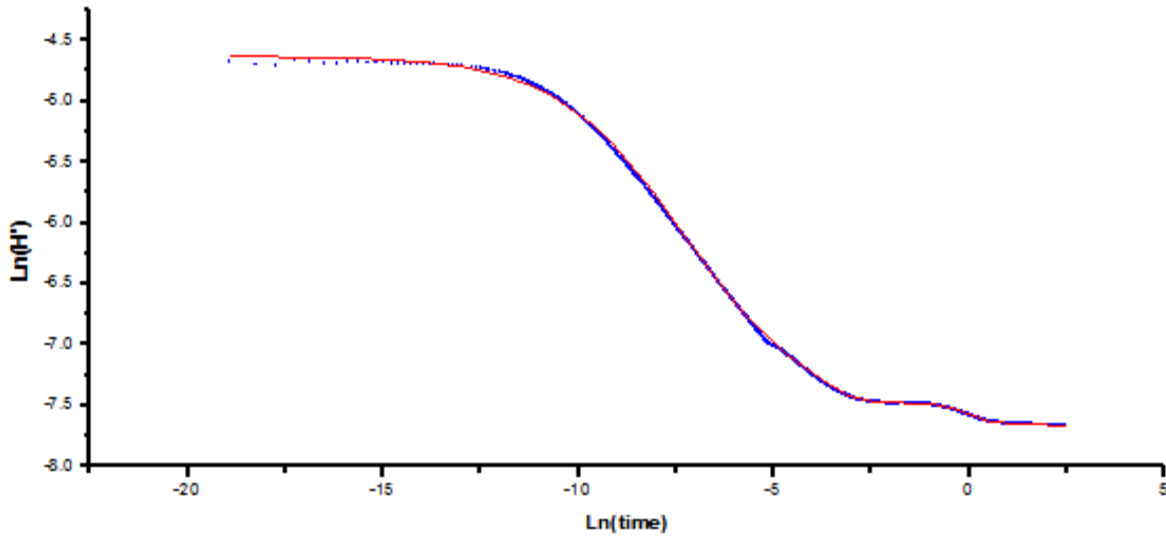


Fig. 5.13. Gráfica de ajuste del coeficiente H' , Caso Calentamiento Electromagnético

Se hallaron los siguientes parámetros del coeficiente de transferencia de calor adimensional, los cuales están en función de la intensidad corriente eléctrica, siendo válidos para los rangos $i = 100 - 500A$.

$$A_1 = 5.870e^{-\left(\frac{i}{218.33}\right)} - 6.174$$

$$A_2 = 5.689e^{-\left(\frac{i}{213.34}\right)} - 8.963$$

$$A_3 = 5.479e^{-\left(\frac{i}{233.8}\right)} - 8.99$$

$$A_4 = 5.917e^{-\left(\frac{i}{210.72}\right)} - 9.127$$

El coeficiente de transferencia de calor matriz-fractura para calentamiento electromagnético es:

$$H' = \left(\frac{A_1 - A_2}{1 + e^{(t+7.26)/1.58}} + A_2 \right) \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-20(t+3.5)}} \right) + \left(\frac{A_3 - A_4}{1 + e^{(t+0.09)/0.39}} + A_4 \right) \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-20(t+3.5)}} \right)$$

CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones:

- Se desarrolló un modelo físico y matemático de un sistema de matrices y fracturas con la finalidad de representar los fenómenos físicos presentados en yacimientos naturalmente fracturados, siendo este modelo para fluidos newtonianos.
- Los resultados del modelo propuesto consiguen representar el efecto de expansión térmica del sistema roca-fluidos para el caso de calentamiento electromagnético en un sistema de matrices y fracturas, en cual se observa que a tiempos largos dicho fenómeno tiene mayor impacto.
- El efecto de la expansión térmica depende fuertemente de la apertura de la red de fracturas y el tamaño de bloque de matriz.
- Para tamaños de bloque de matriz grandes, el mecanismo de producción principal para la recuperación de aceite en procesos térmicos será la reducción de la viscosidad.
- La demora en la expansión térmica del sistema es asociado a la eficiencia del tiempo de calentamiento, siendo este último controlado por la intensidad de corriente eléctrica o temperatura de inyección.

Recomendaciones:

- El modelo presentado en esta tesis, representa la expansión térmica del sistema roca-fluidos, por consiguiente se recomienda considerar la existencia del vapor, el cierre total de la red de fracturas y la distribución de tamaño de bloque de matriz.
- Es muy importante determinar el tamaño de bloque de matriz y el de apertura de fractura mediante registros a pozo o pruebas de presión.
- Se recomienda conocer la temperatura crítica a la cual se cierran las fracturas.
- Validar el modelo numérico de expansión térmica con pruebas de laboratorio.
- Se recomienda implementar la función de transferencia de calor matriz-fractura en un simulador numérico.

NOMENCLATURA

ρ_w	= Densidad del agua [Kg/m^3]
ρ_o	= Densidad del aceite [Kg/m^3]
ρ_s	= Densidad del solido [Kg/m^3]
c_w	= Capacidad calorífica del agua [$J/Kg - ^\circ K$]
c_o	= Capacidad calorífica del aceite [$J/Kg - ^\circ K$]
c_s	= Capacidad calorífica del solido [$J/Kg - ^\circ K$]
λ_w	= Coeficiente de difusividad térmica del agua [$W/m - ^\circ K$]
λ_o	= Coeficiente de difusividad térmica del aceite [$W/m - ^\circ K$]
λ_s	= Coeficiente de difusividad térmica del solido [$W/m - ^\circ K$]
$\tilde{\phi}$	= Porosidad [fracción]
ϕ	= Porosidad adimensional
ϕ_o	= Porosidad característica [fracción]
\tilde{k}	= Permeabilidad [m^2]
k	= Permeabilidad adimensional
k_o	= Permeabilidad característica [m^2]
L	= Longitud del bloque de matriz [m]
h_{ma}	= Ancho del bloque de matriz [m]
d_{fh}	= apertura de fractura horizontal [m]
d_{fv}	= apertura de fractura vertical [m]
$\tilde{\mu}_o$	= Viscosidad del aceite [$Pa - seg$]
μ_{o0}	= Viscosidad característica del aceite [$Pa - seg$]
μ_o	= Viscosidad del aceite adimensional
$\tilde{\mu}_w$	= Viscosidad del agua [$Pa - seg$]
μ_{w0}	= Viscosidad característica del agua [$Pa - seg$]
μ_w	= Viscosidad del agua adimensional
b_{vis}	= Factor de viscosidad

\vec{u}_w	= Velocidad del agua en la fractura [m/s]
\tilde{S}_w	= Saturación del agua [fracción]
S_{iw}	= Saturación inicial del agua [fracción]
S_{or}	= Saturación irreductible de aceite [fracción]
k_{ro}	= Permeabilidad relativa del aceite
k_{rw}	= Permeabilidad relativa del agua
f	= Flujo fraccional
D	= Difusión Capilar adimensional
D_{poro}	= Tamaño de poro [m]
P	= Presión adimensional
\tilde{P}_c	= Presión capilar [Pa]
P_o	= Presión capilar característica [Pa]
ΔP	= Diferencia de Presión dimensional en la fractura aceite [Pa]
\tilde{T}	= Temperatura de la salmuera en la fractura [$^{\circ}K$]
\tilde{T}_M	= Temperatura en la matriz [$^{\circ}K$]
ΔT_M	= Diferencial de temperatura en la matriz [$^{\circ}K$]
ΔT	= Diferencial de temperatura en la fractura [$^{\circ}K$]
T_{ini}	= Temperatura inicial [$^{\circ}K$]
\tilde{t}	= Tiempo
t	= Tiempo adimensional
R_w	= Resistividad de la salmuera [$ohm - m$]
R_M	= Resistividad de la roca [$ohm - m$]
I_w	= Corriente eléctrica en la fractura [A]
I_{ϕ}	= Corriente eléctrica en la matriz [A]

BIBLIOGRAFÍA

- 1) PEMEX, *Reporte de reservas de hidrocarburos al 1 de enero de 2013*, Petróleos Mexicanos, 2013.
- 2) PEMEX, *Anuario estadístico 2013*, Petróleos Mexicanos, 2013.
- 3) Alboudwarej, H. Félix, S. Taylor. *La importancia del petróleo pesado*. Edmonton, Alberta, Canadá, 2006.
- 4) CNH, *Análisis de Información de las Reservas de Hidrocarburos de México al 1 de enero del 2012*, Comisión Nacional de Hidrocarburos, 2012.
- 5) Carl Curtis, Robert Kooper. *Yacimientos de Petróleo Pesado*. Puerto la Cruz, Venezuela, 2003.
- 6) CNH, *“El Futuro de la Producción de Aceite en México: Recuperación Avanzada y Mejorada IOR-EOR”*, 2012
- 7) Michael Prats, *Thermal Recovery*, H.L. Doherty Memorial Fund of AIME, 1982.
- 8) J. Diaz-Munoz, S. M. Farouq, *Effectiveness of Hot Water Stimulation of Heavy Oil formations*, *The journal of Canadian Petroleum*, Montreal, 1975.
- 9) Joseph Cassinat, Matthew Payette, *Optimizing Waterflood Performance by utilizing Hot Water Injection in a High Paraffin Content Reservoir*, SPE, 2002.
- 10) Abdullah F. Alajmi, Rhida Gharbi, *Performance of Hot Water Injection in Heterogeneous Reservoirs using Multilateral Wells*, SPE, 2009
- 11) Manuel de Jesús Coronado Morales, *Modelo de Calentamiento Electromagnético a escala de Matriz-Fractura*, FI, UNAM, 2014.
- 12) Sahni, M. Kumar y R.B. Knapp, *Electromagnetic Heating Methods for Heavy Oil Reservoirs*, SPE 62550, Western Regional Meeting Long Beach, CA, Junio 19-23, 2000.
- 13) J.O.S Pizarro, O.V. Trevisan, *Electrical Heating of oil Reservoirs : Numerical Simulation and Field Test Results*, SPE, U of Campinas

-
- 14) Warren J.E y Root P.J., *Behaviour of Naturally Fractured Reservoirs*, *Society of Petroleum Engineers Journal*. (September, 1963), 245 – 55.
 - 15) R.B. Bird, W.E. Stewart and E.N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, John Wiley and Sons, Inc., Second Edition, New York, 2002.
 - 16) Erick E. Luna R., *Fenómenos de Transporte*, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Febrero, 2009.
 - 17) COREY, A. T., The Interrelation Between Gas and Oil Relative Permeabilities. *Producer's Monthly*. Vol. XIX, pp. 38 – 44, 1954.
 - 18) Hascakir, T. Babadagli, y S. Akin, Field-Scale Analysis of Heavy-Oil Recovery by Electrical Heating, SPE 117669, February 2010 SPE Reservoir Evaluation & Engineering
 - 19) Maxwell, J.C. 1891, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, third edition. Cambridge, UK: Clarendon Press. Republished by Dover Publications, Inc., New York, 1954, Vol. 1, p.440.
 - 20) David B. McWhorter & Daniel K. Sunada, Exact Integral Solutions for Two-Phase Flow, *Water Resources Research*, vol. 26, No 3, Pages 399-413, March 1990.
 - 21) S.E. Buckley y M.C. Leverett, Mechanism of fluid displacements in sands, *Transactions of the AIME* (146): 107–116, 1942.
 - 22) Guzmán & Andrade, *Efecto de la temperatura sobre la viscosidad de los líquidos*, (Perry, 1979).
 - 23) Francisco E. Wong, Erick E. Luna R. *Modelo numérico del proceso de inyección de vapor y químicos en yacimientos naturalmente fracturados*, Instituto Mexicano del Petróleo, Septiembre, 2014.
 - 24) Antonio Costa. *A reexamination of the Kozeny-Carman equation based on a fractal pore-space geometry assumption*. Sezione di Napoli, Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Naples, Italy
 - 25) Turcotte Donald L., Schubert Gerald .*Geodynamics (2nd edition.)*, Cambridge University, 2002.
 - 26) Aguilera, R., *Geologic Aspects of Naturally Fractured Reservoirs*, December 1998.
 - 27) Latil M., *Enhanced Oil Recovery*, Editions Technip, 1980.