



**Universidad Nacional Autónoma de México**  
**Programa de Posgrado en Ciencias de la Administración**

**Portafolios de Inversión e Inteligencia Artificial:  
Clasificación óptima de tendencias de mercados financieros  
mediante “Colonias de Hormigas”**

**T e s i s**

Que para optar por el grado de:

**Maestro en Finanzas Bursátiles**

Presenta:

**Ernesto Hernández de Oteyza**

Tutor:

**Dr. Francisco López Herrera**  
**Facultad de Contaduría y Administración**

**México, D. F., noviembre de 2015**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



# Portafolios de inversión utilizando herramientas de inteligencia artificial

---

## Contenido

Introducción .....	7
1. Marco Conceptual .....	9
1.1. Inversionista .....	9
1.1.1. Ciclo de vida de patrimonio neto y estrategias de inversión (Reilly & Brown, 2002) .	9
1.1.2. Proceso de Administración de Portafolios .....	10
1.2. Riesgo y Rendimiento.....	11
1.3. Portafolios .....	13
1.4. Markowitz (Amu & Millegard, 2009).....	14
1.4.1. Introducción .....	14
1.4.2. Teoría de portafolios de Media y Varianza .....	14
1.4.3. Modelo de Markowitz .....	15
1.4.4. Capital Market Line (CML) & indice de Sharpe (Reilly & Brown, 2002) .....	16
1.5. Eficiencia de Mercado (Graham, Smart, & Megginson, 2011).....	22
1.6. Valor en Riesgo (VaR, Value-at-Risk) (Hull, 2009) .....	22
1.6.1. Calculo de Volatilidades (Hull, 2009).....	22
1.6.2. Esquema de ponderación (Hull, 2009) .....	23
1.6.3. EWMA (Exponentially Weighted Moving Average Model) (Hull, 2009) .....	23
1.7. Sentimiento de Mercado ( <i>Investor Sentiment</i> ).....	24
1.7.1. Modelos Tradicionales booms y crashes.....	24
1.7.2. Finanzas Conductuales .....	25
1.7.3. Sentimiento de Mercado.....	25
1.8. Herramientas de Inteligencia Artificial.....	26
1.8.1. Algoritmos Inspirados en la Biología (Biologically Inspired Algorithms).....	30
1.8.2. Aplicaciones de Inteligencia Artificial a la formación de Portafolios .....	33
2. Metodología propuesta, desarrollo y disquisiciones experimentales .....	35
2.1. Diseño del Modelo utilizando Markowitz .....	36
2.1.1. Frontera eficiente de Markowitz.....	36

2.1.2.	Maximización de la relación riesgo rendimiento .....	37
2.2.	Diseño del Modelo utilizando herramientas de Inteligencia Artificial – Clasificación del Market Sentiment .....	37
2.2.1.	Ant Colony Optimization .....	37
2.3.	Diseño del Modelos híbridos.....	38
3.	Implementación .....	40
3.1.	Portafolios utilizando Markowitz .....	40
3.2.	Modelo utilizando herramientas de Inteligencia Artificial.....	40
3.2.1.	Situaciones de Mercado y ejemplo de clasificación.....	40
3.3.	Estudio de eventos negativos .....	45
3.4.	Valuación de modelos en el tiempo.....	46
4.	Análisis de Resultados.....	47
4.1.	Portafolios utilizando Markowitz .....	47
4.1.1.	Determinación del portafolio.....	47
4.2.	Clasificación de Sentimiento de Mercado.....	49
4.3.	Estudio de eventos negativos .....	52
4.4.	Valuación de modelos en el tiempo.....	55
4.4.1.	Simulación de Sharpe en el tiempo con rebalanceo del portafolio .....	55
4.4.2.	Portafolios utilizando Markowitz .....	55
4.4.3.	Comparación de Portafolios contra el S&P 500 .....	57
4.4.4.	Análisis de periodo de rebalanceo .....	58
4.4.5.	Periodo de Re-balanceo constante .....	58
5.	Conclusiones.....	61
	Bibliografía .....	63
	Anexos.....	65
	Clase Hormigas c# .....	65
	Clase Paquetes c#.....	67
	Estudio de eventos negativos .....	72

## Ilustraciones

Ilustración 1-1 - Ciclo de vida del patrimonio neto y estrategias de inversión .....	10
Ilustración 1-2 Frontera Eficiente de Markowitz combinando un activo libre de riesgo.....	18
Ilustración 1-3 Capital Market Line .....	19
Ilustración 1-4 CML y la Teoría de la Separación .....	20
Ilustración 1-5 - Taxonomía de los algoritmos inspirados en la biología .....	28
Ilustración 2-1 Proceso de integración de Market Sentiment al modelo de Markowitz-Sharpe.....	39
Ilustración 3-1 Toro .....	40

## Tablas

Tabla 1-1 Actitudes Frente al Riesgo.....	12
Tabla 1-2 - Probabilidad de variaciones dentro de x desviaciones estándar .....	24
Tabla 1-3 Aplicaciones de Algoritmos Inspirados en la Biología .....	29
Tabla 1-4 Algoritmos Inspirados en la Biología con aplicación a Selección de Portafolios.....	34
Tabla 2-1 Acciones del DJI .....	35
Tabla 3-1 Estadísticos de muestra del Dow Jones .....	42
Tabla 4-1 Ponderación de las acciones con modelo aritmético simple .....	48
Tabla 4-2 Clasificación.....	49
Tabla 4-3 Distribución de Eventos.....	52
Tabla 4-4 Análisis de sensibilidad por comisión y periodo de rebalanceo.....	59
Tabla 4-5 Análisis de sensibilidad por comisión y periodo de rebalanceo incorporando market sentiment .....	60

## Gráficas

Gráfica 3-1 Dow Jones 2006-2011.....	41
Gráfica 3-2 Dow Jones 2006-2011 selección de periodos.....	42
Gráfica 3-3 Estadísticos de muestra del Dow Jones.....	43
Gráfica 3-4 Estadísticos 2 de muestra del Dow Jones.....	43
Gráfica 3-5 Ejemplo de Colonias de Hormigas en Toro con datos Dummy .....	44
Gráfica 3-6 Ejemplo de Colonias de Hormigas Riesgo vs Rendimiento.....	45
Gráfica 4-1 Frontera Eficiente con modelo aritmético simple con año y medio de historia .....	47
Gráfica 4-2 Riesgo y Rendimiento Móvil del Periodo de Clasificación.....	49
Gráfica 4-3 Porcentaje de participación por grupo agregados .....	50
Gráfica 4-4 Porcentaje de participación por grupo.....	51
Gráfica 4-5 Estudio de eventos del S&P500 vs acciones del DJI .....	52
Gráfica 4-6 Estudio de eventos del S&P500 vs AA .....	53
Gráfica 4-7 Estudio de eventos del S&P500 vs AXP .....	53
Gráfica 4-8 Estudio de eventos del S&P500 vs BA .....	53
Gráfica 4-9 Estudio de eventos del S&P500 vs BAC .....	53
Gráfica 4-10 Estudio de eventos del S&P500 vs CSCO .....	53

Gráfica 4-11 Estudio de eventos del S&P500 vs HPQ .....	53
Gráfica 4-12 Estudio de eventos del S&P500 vs INTC .....	54
Gráfica 4-13 Estudio de eventos del S&P500 vs JPM .....	54
Gráfica 4-14 Métricas de simulación para el Portafolio.....	55
Gráfica 4-15 Métricas de simulación para el S&P 500 .....	55
Gráfica 4-16 # acciones que componen el portafolio .....	56
Gráfica 4-17 Composición del Portafolio .....	56
Gráfica 4-18 Rendimiento de Portafolios y Benchmark.....	57
Gráfica 4-19 Riesgo de Portafolios y Benchmark.....	57
Gráfica 4-20 Índice de Sharpe de Portafolios y Benchmark.....	57
Gráfica 4-21 Cambios en el valor del portafolio por periodo de rebalanceo con una comisión de 0.25%.....	58
Gráfica 4-22 Portafolio con rebalanceo semestral y comisión de 0.25%.....	58
Gráfica 4-23 Cambios en el valor del portafolio por periodo de rebalanceo integrando market sentiment con una comisión de 0.25% .....	59
Gráfica 4-24 Portafolios con rebalanceo semestral y comisión de 0.25% .....	60
Gráfica 0-1 Estudio de eventos del S&P500 vs acciones del DJI .....	72
Gráfica 0-2 Estudio de eventos del S&P500 vs AA .....	72
Gráfica 0-3 Estudio de eventos del S&P500 vs AXP .....	72
Gráfica 0-4 Estudio de eventos del S&P500 vs BA .....	73
Gráfica 0-5 Estudio de eventos del S&P500 vs BAC .....	73
Gráfica 0-6 Estudio de eventos del S&P500 vs CAT .....	73
Gráfica 0-7 Estudio de eventos del S&P500 vs CSCO .....	73
Gráfica 0-8 Estudio de eventos del S&P500 vs CVX .....	73
Gráfica 0-9 Estudio de eventos del S&P500 vs DD.....	73
Gráfica 0-10 Estudio de eventos del S&P500 vs DIS .....	74
Gráfica 0-11 Estudio de eventos del S&P500 vs GE .....	74
Gráfica 0-12 Estudio de eventos del S&P500 vs HD.....	74
Gráfica 0-13 Estudio de eventos del S&P500 vs HPQ .....	74
Gráfica 0-14 Estudio de eventos del S&P500 vs IBM .....	74
Gráfica 0-15 Estudio de eventos del S&P500 vs INTC .....	74
Gráfica 0-16 Estudio de eventos del S&P500 vs JNJ.....	75
Gráfica 0-17 Estudio de eventos del S&P500 vs JPM .....	75
Gráfica 0-18 Estudio de eventos del S&P500 vs KO .....	75
Gráfica 0-19 Estudio de eventos del S&P500 vs MCD.....	75
Gráfica 0-20 Estudio de eventos del S&P500 vs MMM .....	75
Gráfica 0-21 Estudio de eventos del S&P500 vs MRK .....	75
Gráfica 0-22 Estudio de eventos del S&P500 vs MSFT.....	76
Gráfica 0-23 Estudio de eventos del S&P500 vs PFE.....	76
Gráfica 0-24 Estudio de eventos del S&P500 vs PG .....	76
Gráfica 0-25 Estudio de eventos del S&P500 vs T.....	76
Gráfica 0-26 Estudio de eventos del S&P500 vs TRV .....	76

Gráfica 0-27 Estudio de eventos del S&P500 vs UNH .....	76
Gráfica 0-28 Estudio de eventos del S&P500 vs UTX .....	77
Gráfica 0-29 Estudio de eventos del S&P500 vs VZ.....	77
Gráfica 0-30 Estudio de eventos del S&P500 vs WMT .....	77
Gráfica 0-31 Estudio de eventos del S&P500 vs XOM.....	77

## Ecuaciones

Ecuación 1-1 .....	12
Ecuación 1-2 .....	12
Ecuación 1-3 .....	12
Ecuación 1-4 .....	14
Ecuación 1-5 .....	14
Ecuación 1-6 .....	14
Ecuación 1-7 .....	15
Ecuación 1-8 .....	15
Ecuación 1-9 .....	15
Ecuación 1-10 .....	15
Ecuación 1-11 .....	16
Ecuación 1-12 .....	17
Ecuación 1-13 .....	17
Ecuación 1-14 .....	17
Ecuación 1-15 .....	17
Ecuación 1-16 .....	17
Ecuación 1-17 .....	17
Ecuación 1-18 .....	18
Ecuación 1-19 .....	18
Ecuación 1-20 .....	18
Ecuación 1-21 .....	19
Ecuación 1-22 .....	19
Ecuación 1-23 .....	20
Ecuación 1-24 .....	20
Ecuación 1-25 .....	21
Ecuación 1-26 .....	21
Ecuación 1-27 .....	21
Ecuación 1-28 .....	21
Ecuación 1-29 .....	21
Ecuación 1-30 .....	22
Ecuación 1-31 .....	23
Ecuación 1-32 .....	23
Ecuación 1-33 .....	23
Ecuación 1-34 .....	23

Ecuación 1-35 .....	23
Ecuación 1-36 .....	23
Ecuación 1-37 .....	23
Ecuación 1-38 .....	24
Ecuación 1-39 .....	24
Ecuación 1-40 .....	24
Ecuación 1-41 .....	32
Ecuación 1-42 .....	32
Ecuación 1-43 .....	32
Ecuación 1-44 .....	32
Ecuación 1-45 .....	33

# Portafolios de Inversión e Inteligencia Artificial:

---

## Clasificación óptima de tendencias de mercados financieros mediante “Colonias de Hormigas”

### Introducción

En esta tesis se muestra la construcción y rebalanceo de Portafolios, buscando minimizar el riesgo para niveles de rendimiento esperados para del portafolio, tomando en cuenta el sentimiento de mercado en el proceso de rebalanceo del portafolio para optimizar los periodos de dicho proceso.

La presente tesis contribuye al conocimiento en la integración del sentimiento de mercado a la administración de portafolios internacionales; aporta a la incorporación de modelos híbridos, ya que integra modelos tradicionales de formación de portafolios con modelos de clasificación utilizando inteligencia artificial, y muestra una forma en la que ambos modelos pueden ser complementarios enriqueciendo un área de conocimiento vital para la sociedad, ya que puede afectar directamente el patrimonio de los individuos. Las contribuciones anteriormente mencionadas pueden impactar a pequeños, medianos y grandes inversionistas, como afores y fondos de pensiones, generando un alto impacto en el patrimonio de millones de mexicanos.

Para poder estimar el tamaño del impacto, se puede utilizar como proxy los activos bajo administración de inversionistas institucionales, invertidos en renta variable. Al cierre de 2013 las aseguradoras tenían Mx\$79,383 millones bajo administración invertido en renta variable de acuerdo al Anuario Estadístico de Seguros y Fianzas 2013<sup>1</sup>, y a enero de 2015 las SIEFORES administraban una cartera de Mx\$2,441,210 millones, de los cuales 7.1% y 16.7% de su cartera son renta variable nacional e internacional respectivamente; lo cual asciende a más de Mx\$580,000 millones en inversiones de renta variable<sup>2</sup>. Considerando lo anterior, existen más de Mx\$660,000 millones invertidos en renta variable que podrían sufrir un impacto positivo, más los valores que tengan otros inversionistas incluyendo personas físicas.

Existen más de 36 millones de trabajadores registrados en las Afores a febrero 2015, podemos inferir que alrededor de 30% de los mexicanos tienen inversiones de forma *indirecta* en la Bolsa Mexicana de Valores, por lo que cualquier mejora al sistema impacta a un gran número de ahorradores.

Nuestra hipótesis es que sí es viable incorporar el sentimiento de mercado utilizando “Colonias de Hormigas” para la administración de portafolios y que la incorporación de este puede beneficiar la eficiencia de la administración de portafolios. Se espera ver las mejoras en la etapa de rebalanceo,

---

<sup>1</sup> Boletín de Prensa N° 09/2015, “diversificación de las carteras de las Siefore” de CONSAR <http://www.cnsf.gob.mx/Difusion/Anuarios1/Anuar13.pdf>

<sup>2</sup> [http://www.consar.gob.mx/sala\\_prensa/sala\\_prensa-boletines.aspx](http://www.consar.gob.mx/sala_prensa/sala_prensa-boletines.aspx)

integrando periodos de rebalanceo por cambios en el sentimiento de mercado. El objetivo es poder rebalancear en periodos no fijos y aumentar el valor del portafolio tomando en cuenta los costos de transacción adicional en los que se incurrirá; en caso de que los supuestos expuestos anteriormente sean correctos, si se aplica la metodología propuesta en la presente tesis a la administración de portafolios en México se podrían ver mejores rendimientos y/o una disminución del riesgo de los portafolios. Si la presente tesis lograra impactar el 0.10% de las inversiones en renta variable de los inversionistas institucionales, el impacto sería sobre un portafolio mayor a Mx\$660 millones, beneficiando a miles de mexicanos.

Adicionalmente, las Casas de Bolsa, administradores de portafolios privados, administradores de activos (*asset managers*), fondos de pensiones privados y asesores de inversión tienen al igual acceso a millones de pesos de ahorros y patrimonio de mexicanos que también se podrían ver beneficiados por el desarrollo del presente trabajo.

El objetivo de la **primera** etapa de la implementación de los algoritmos presentados en la tesis es utilizar los modelos propuestos por Harry Markowitz para la construcción la frontera eficiente, utilizando los componentes del *Dow Jones Industrial Average* (DJI).

La **segunda** etapa pretende integrar herramientas de inteligencia artificial para poder clasificar el sentimiento de mercado (*Market Sentiment*) en cada periodo de tiempo analizado.

La **tercera** etapa realiza un estudio de eventos (*event studies*), para evaluar la factibilidad de incorporarlos al modelo de sentimiento de mercado.

La **cuarta** etapa analiza el portafolio en el tiempo y el efecto del rebalanceo del portafolio, para determinar el periodo óptimo para llevarlo a cabo.

La **quinta** etapa compara el comportamiento del portafolio en el tiempo contra el S&P500

La **sexta** etapa de la tesis pretende incorporar el sentimiento de mercado (*Market Sentiment*) al modelo de rebalanceo para determinar si se puede mejorar el análisis previamente realizado incorporando herramientas de inteligencia artificial.

La presente tesis está dividida en 4 capítulos: dentro del primer capítulo se aborda el marco conceptual de la tesis, donde se introduce al lector al concepto del “inversionista” y su comportamiento; la definición de riesgo y rendimiento que se utilizará a lo largo del presente trabajo; los portafolios; el modelo de Harry Markowitz; la Eficiencia del Mercado; el Valor en Riesgo (VaR); el Sentimiento del Mercado, y por último se introduce la inteligencia artificial.

El segundo capítulo es la descripción de la Etapa de Diseño, donde se describe que parámetros se utilizaron para la formación de portafolios y el modelo de inteligencia artificial utilizado (Colonias de Hormigas).

El tercer capítulo es la implementación de los modelos, análisis y descripción de los modelos utilizados y el cuarto capítulo presenta los resultados de la implementación donde se abordan los temas descritos en la introducción de la presente tesis.

Por último se presenta las conclusiones obtenidas.

# 1. Marco Conceptual

## 1.1. Inversionista

Antes de poder definir en que debe de invertir cada individuo es importante identificar el ciclo de vida del inversionista. Un inversionista debería desarrollar sus planes financieros de acuerdo a su edad, estatus financiero, planes futuros, aversión al riesgo y necesidades. Antes de hacer un programa de inversión, el inversionista debe haber satisfecho otras necesidades, como ya tener un ingreso adecuado para cubrir su costo de vida y saber constituir una red de seguridad para imprevistos, ya que en caso de necesitar liquidez y no tener un ingreso adecuado para cubrir su costo de vida o tener una red de seguridad, se vería obligado a liquidar parte de la inversión lo cual si el momento de mercado no es adecuado lo podría hacer incurrir en pérdidas.

Existen una serie de pasos preliminares a poder hacer una inversión. El individuo debe haber contratado los seguros necesarios ya que la falta de cobertura puede arruinar hasta el mejor planeado programa de inversión, dentro de estos los siguientes son recomendables: Seguro de vida el cual puede ser Temporal (cubre en caso de muerte) o Universal (adicionalmente permiten ahorro), seguro médico, seguro de incapacidad, seguros de auto y casa. Adicionalmente el individuo debe de contar con una Reserva en Efectivo, la cual no está en efectivo sino en valores fácilmente convertibles a efectivo (mercado de dinero, cuentas bancarias) para cubrir diferentes imprevistos como emergencias, despidos, gastos imprevistos y buenas oportunidades de inversión. Dicha reserva también sirve para evitar tener que vender de forma forzada valores e incurrir en pérdidas.

### 1.1.1. Ciclo de vida de patrimonio neto y estrategias de inversión (Reilly & Brown, 2002)

Las estrategias de inversión cambian en el tiempo de acuerdo a la aversión al riesgo y a cambios en el Patrimonio Neto, existen cuatro fases (Ilustración 1-1). El ciclo de vida de patrimonio mostrado a continuación es una generalidad y aplica como tal a diferentes mercados; sin embargo, cada mercado y cada individuo tiene sus particularidades.

#### *Acumulación*

La primera es la Acumulación, la cual ocurre en primeros y medios años de vida laboral, la acumulación de activos y satisfacción de necesidades inmediatas es la principal preocupación y por el plazo de inversión que tienen están dispuestos a hacer inversiones de alto riesgo para obtener mayores rendimientos.

#### *Consolidación*

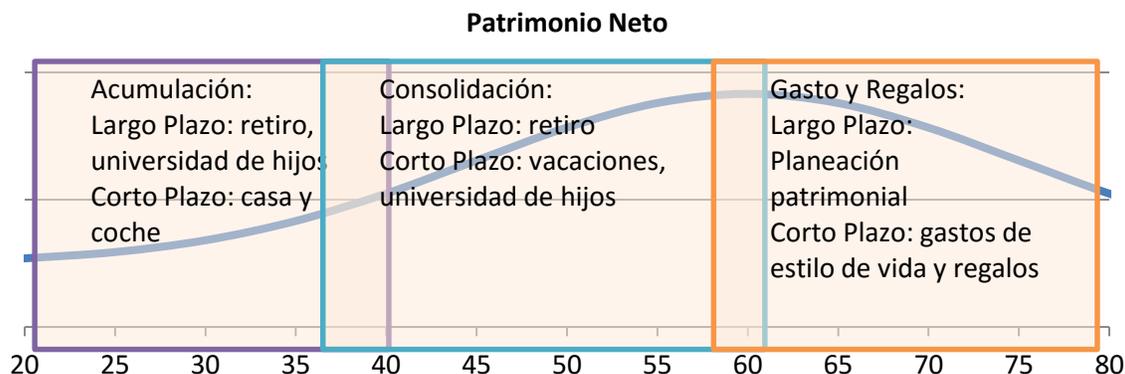
La segunda fase es la Consolidación, ocurre a media carrera laboral, el individuo ha pagado gran parte de sus deudas, ya pagó o puede pagar la universidad de los hijos, tiene mayores ingresos que gastos y puede invertir en planes de retiro e inversiones patrimoniales, el horizonte de inversión 20-30 años y el riesgo es moderado ya que desean preservar su capital.

#### *Gasto y Regalos*

La tercera fase es la de Gasto, en la cual el individuo se retira, el costo de vida está cubierto por seguridad social e inversiones previas, buscan mayor protección del capital en términos reales pero aun necesitan activos de riesgo crecientes para mantener su poder adquisitivo, y la fase final es la

de Regalos, la cual se traslapa con la fase de Gasto, el individuo tiene suficientes ingresos y activos para cubrir sus gastos y mantener una reserva, tiene activos en exceso por lo que asiste financieramente a otros, hace obras de caridad y planeación patrimonial para reducir impuestos.

Ilustración 1-1 - Ciclo de vida del patrimonio neto y estrategias de inversión



Fuente: (Reilly & Brown, 2002)

El Ciclo de vida de metas de inversión lo podemos dividir en tres: Metas de mediano-plazo y alta-prioridad, Metas de largo-plazo y alta-prioridad, y Metas de baja-prioridad.

#### **Metas de mediano-plazo y alta-prioridad**

En las Metas de mediano-plazo y alta-prioridad dado la importancia emocional y el horizonte corto, no se recomiendan inversiones de alto riesgo, algunas de estas son enganche para una casa, coche nuevo, viajes, universidad para los hijos.

#### **Metas de largo-plazo y alta-prioridad**

Las Metas de largo-plazo y alta-prioridad es la independencia financiera (como el retiro) y por el plazo se recomiendan inversiones de alto riesgo.

#### **Metas de baja-prioridad**

Finalmente las Metas de baja-prioridad son objetivos no críticos como cambiar de coche seguido.

### **1.1.2. Proceso de Administración de Portafolios**

Un Portafolio (“Portafolio”) es un grupo de inversiones, idealmente las inversiones deben de tener diferentes patrones de rendimiento en el tiempo. La administración de Portafolios incluye la inversión, monitoreo, re-balanceo y actualización de las necesidades del inversionista, entre otras.

La administración de Portafolios nunca termina, ya que se invierten los fondos, hay que: monitorearlo, re-balancearlo y actualizar las necesidades del inversionista. Se requieren realizar los siguientes pasos para obtener una administración adecuada del portafolio:

1. Crear una Política de Inversión, es el camino a seguir, contiene el tipo de riesgo, metas de inversión, limitantes
2. Estrategia de Inversión, se forma siguiendo la Política de inversión y las expectativas del mercado

3. Construcción del Portafolio, derivado de la Política de Inversión y Estrategia de Inversión para asignar los fondos disponibles en diferentes países, clases de activos y emisiones. Se debe de minimizar el riesgo del inversionista cumpliendo con la Política de Inversión.
4. Monitoreo Continuo de las necesidades del inversionista y del mercado, y actualizar la Política de Inversión. Con lo anterior modificar la Estrategia de Inversión y evaluar el desempeño del portafolio contra las expectativas.

La tesis se basa principalmente en la construcción y rebalanceo del Portafolio, derivado de la Política de Inversión y Estrategia de Inversión, y busca minimizar el riesgo y maximizar el rendimiento.

## 1.2. Riesgo y Rendimiento

### *Riesgo-Rendimiento*

El rendimiento lo definiremos como el nivel de beneficio o retribución producto de una inversión, y el tamaño y certeza del rendimiento son factores importantes para elegir una inversión adecuada.

### Componentes del Rendimiento

El rendimiento se compone principalmente de dos factores, los ingresos corrientes y la ganancia de capital.

$$\text{Rendimiento Total} = \text{Ingreso Corriente} + \text{Ganancia de Capital}$$

Donde el ingreso corriente es efectivo o casi efectivo que se recibe de manera periódica, en el caso de las acciones serían los dividendos; la ganancia de capital la calculamos como la diferencia de precios entre la venta y la compra. Normalmente el rendimiento se calcula como rendimientos porcentuales ya que permiten la comparación directa entre inversiones de diferentes tamaños y tipos.

### Importancia del Rendimiento

Permite comparar ganancias reales o esperadas entre diversas inversiones para la toma de decisiones. Al promediar los rendimientos históricos durante un largo periodo, es posible eliminar el impacto de diversos tipos de riesgo sin embargo el rendimiento histórico no garantiza el rendimiento futuro, pero es importante para las expectativas futuras, sus principales características son el nivel promedio de rendimiento y la tendencia que este tenga. El rendimiento esperado es el rendimiento que un inversionista cree que la inversión ganará.

### Nivel de Rendimiento

Los dos principales factores que afectan al nivel de rendimiento son las características internas y las fuerzas externas. Las características internas dependen del tipo de instrumento, calidad de la administración, financiamiento o nivel de apalancamiento, la base de clientes, etc, y las fuerzas externas son los factores que no dependen de la inversión como tal pero la afectan y afectan a todas las inversiones en diferente medida y magnitud, tales podrían ser acciones de la reserva federal, escasez, guerra, controles de precios, acontecimientos políticos, nivel general de cambio de precios (inflación o deflación)

## Riesgo

El riesgo es la posibilidad de que el rendimiento real de una inversión difiera de lo esperado. En las finanzas la premisa riesgo-rendimiento se refiere que: a mayores riesgos estemos dispuestos a tomar, mayor deberá de ser la compensación o rendimiento obtenido.

### *Actitudes Frente al Riesgo (Carbonell López, 2001)*

En 1952 Harry Markowitz definió el riesgo en términos operativos como la variabilidad de los resultados,  $Riesgo = \sigma$  y el rendimiento de una inversión como el rendimiento esperado  $E(R) \approx \mu_R$ . A partir de esto las finanzas cambiaron radicalmente ya que se comenzó a utilizar el Riesgo como un término medible y cuantificable y con lo que se podían comparar diferentes inversiones entre sí.

Ante dos proyectos donde  $\mu_A = \mu_B$  y  $\sigma_A < \sigma_B$  no podemos decir cual es mejor, ya que depende del perfil del inversionista. Existen tres perfiles: Adverso al Riesgo, Neutral al Riesgo, y Amante del Riesgo.

Dados dos proyectos de inversión:

Tabla 1-1 Actitudes Frente al Riesgo

Perfil del Inversionista	$\mu_A = \mu_B$ y $\sigma_A < \sigma_B$	$\mu_A < \mu_B$ y $\sigma_A < \sigma_B$
Adverso al Riesgo	Prefiere el proyecto A	Puede ser A o B *
Neutral al Riesgo	Es indiferente	Prefiere el proyecto B
Amante del Riesgo	Prefiere el proyecto B	Prefiere el proyecto B

\*Para el Adverso al Riesgo el modelo contempla  $\mu_A = \mu_B$ , pero cuando esta igualdad no se cumple el inversionista puede irse por cualquier proyecto, depende de su nivel de aversión al riesgo y la relación Riesgo-Rendimiento que tenga cada proyecto.

Fuente: elaboración propia con datos de (Carbonell López, 2001)

### *Medidas de riesgo más usuales (Venegas Martínez, 2008)*

Las medidas más usadas para valuar el riesgo definidas en términos de una medida de probabilidad son las siguientes. Sea X una variable aleatoria definida sobre un espacio de probabilidad  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ .

a) Definimos la Varianza de X como:

$$\rho^{(1)}(X) := \text{Var}^{\mathbb{P}}[X] = E^{\mathbb{P}} \left[ (X - E^{\mathbb{P}}[X])^2 \right]$$

Ecuación 1-1

La volatilidad  $\sigma^{\mathbb{P}}(X)$  se define como la raíz cuadrada de la varianza

5. Definimos el Valor en Riesgo (VaR), al nivel  $1-q$ ,  $0 < q < 1$ , como:

$$\rho^{(2)}(X) := \text{VaR}_{1-q}^X = -\inf\{x \in \mathbb{R} \mid \mathbb{P}\{X \leq x\} \geq q\}$$

Ecuación 1-2

6. Definimos la esperanza condicional de la cola del VaR, para  $0 < q < 1$ , como:

$$\rho^{(3)}(X) := \varepsilon_{1-q}^X = -E^{\mathbb{P}}[X \mid X < -\text{VaR}_{1-q}^X] = E^{\mathbb{P}}[-X \mid -X > \text{VaR}_{1-q}^X]$$

Ecuación 1-3

### 1.3.Portafolios

En los últimos años ha habido un notable incremento en el uso de modelos financieros y herramientas de optimización en la toma de decisiones para la formación de portafolios de inversión, el incremento continuo de la velocidad de las computadoras y su capacidad de procesamiento junto con el decremento de costos del hardware han fomentado el uso de estas tecnologías en los mercados financieros. (Fabozzi, Kolm, Pachamano, & Focardi, 2007)

El avance más significativo en optimización y diversificación de portafolios data de 1952 con la publicación de Harry Markowitz<sup>3</sup> (Markowitz, 1952), desde entonces varios modelos alternativos a Markowitz han sido propuestos. La *teoría moderna de portafolios* responde la pregunta básica de: ¿cómo debe un inversionista invertir dadas las posibilidades de inversión? La teoría de Markowitz propone que el inversionista debe considerar *riesgo y rendimiento* conjuntamente y determinar en qué activos invertir dentro de las posibilidades de inversión tomando en cuenta el costo de oportunidad entre estos. (Stachell & Scowcroft, 2003)

Motivación para los nuevos modelos:

7. Modelos computacionalmente más eficientes y rápidos comparado con el modelo de programación cuadrática de Markowitz
8. Toman en consideración métricas alternativas de riesgo

A partir del trabajo de Markowitz, William Sharpe,<sup>4</sup> John Lintner<sup>5</sup> y Jan Mossin<sup>6</sup> introdujeron la primera teoría de valuación de activos, el CAPM (Capital Asset Pricing Model) entre 1962 y 1964. El CAPM se volvió el estándar bajo el cual el desempeño ajustado por riesgo de los administradores de portafolios es medido (Fabozzi, Kolm, Pachamano, & Focardi, 2007), el modelo es utilizado para determinar el retorno teórico de un activo, suponiendo que el activo es parte de un portafolio diversificado, dado el *riesgo no diversificable* del activo.

Markowitz utiliza el Rendimiento Esperado calculado como rendimiento promedio y el Riesgo o volatilidad calculada como la desviación estándar de los rendimientos. El modelo se puede modificar cambiando la medida de riesgo o rendimiento para estimar una más cercana a la real del mercado, se pueden usar promedios móviles tanto del rendimiento como del riesgo con diferentes plazos dependiendo del horizonte de inversión, se puede calcular la distribución de los rendimientos así como la de las desviaciones para utilizar como parámetro de riesgo y usar las medias de las distribuciones, o se podrían generar un modelo estocástico con las distribuciones ya calculadas y con esto generar la frontera eficiente; estos son algunas de las modificaciones al modelo de Markowitz que se pueden hacer.

---

<sup>3</sup> "Selección de portafolios", por su contribución a la teoría de portafolios, Harry Markowitz recibió el premio Nobel en Economía en 1990 junto con William Forsyth Sharpe y Merton Miller

<sup>4</sup> William F. Sharpe, recibió el premio Nobel de Economía en 1990 por su trabajo "Capital Asset Prices," *Journal of Finance* 19, no. 3 (septiembre 1964), pp. 425–442

<sup>5</sup> John Lintner, "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolio and Capital Budgets," *Review of Economics and Statistics* 47 (febrero 1965), pp. 13–37

<sup>6</sup> Jan Mossin, "Equilibrium in a Capital Asset Market," *Econometrica* 34, no. 4 (octubre 1966), pp. 768–783

## 1.4. Markowitz (Amu & Millegard, 2009)

### 1.4.1. Introducción

En esta sección consiste principalmente de definiciones y una explicación básica de la teoría de portafolios, como mencionado con anterioridad, Harry Markowitz muestra como optimizar la formación de portafolios: El objetivo principal es maximizar el rendimiento, simultáneamente disminuyendo el riesgo.

### 1.4.2. Teoría de portafolios de Media y Varianza

Se trabajará con un modelo de portafolios de un solo periodo y no son considerados los impuestos ni los costos de transacción.

#### *Conceptos de la Teoría de Portafolios*

Un instrumento de inversión que puede ser comprado y posteriormente vendido es conocido como un activo (Luenberger, 1998), el activo en cuestión puede ser una acción, moneda, opción, bono, portafolio, entre otros. Supongamos que compramos un activo en el tiempo cero ( $T=0$ ) y lo vendemos en un tiempo fijo ( $T \geq 0$ ).

$X_0$  es la cantidad de dinero invertido en tiempo cero ( $t=0$ ), y  $X_T$  es la cantidad de dinero recibida por la venta del activo en el tiempo  $T$  ( $t=T$ ). El *rendimiento total* de la inversión,  $R$ , es definido por

$$R = \frac{X_T}{X_0}$$

Ecuación 1-4

Y la *tasa de rendimiento*,  $r$ , está dada por

$$r = \frac{X_T - X_0}{X_0}$$

Ecuación 1-5

Por lo que  $R = 1 + r$ . Para generar una ganancia  $r$  debe ser mayor a cero.

Supongamos que hay  $n$  diferentes activos, y a cada uno le corresponde un *rendimiento total*  $R_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ; si repartimos la inversión entre dichos activos formaríamos un *portafolio*. Seleccionamos una cantidad de dinero  $X_{0i}$  en el activo  $i$  de tal forma que  $\sum_{i=1}^n X_{0i} = X_0$ , con la siguiente restricción  $X_{0i} \geq 0, \dots, n$ . Para simplificar la notación introducimos el concepto de *pesos (weights)*  $w_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  de tal forma que  $X_{0i} = w_i X_0$ ; donde  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ . Por lo que la cantidad de dinero generado en  $T$  por el  $i$ -ésimo activo es  $R_i w_i X_0$ , y el *rendimiento total*,  $R$ , del portafolio es

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n R_i w_i X_0}{X_0} = \frac{\sum_{i=1}^n (1 - r_i) w_i X_0}{X_0} = \sum_{i=1}^n w_i + \sum_{i=1}^n r_i w_i$$

Ecuación 1-6

Como  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$  y  $R = 1 + r$ , tenemos

$$r = \sum_{i=1}^n r_i w_i$$

Ecuación 1-7

### Valor esperado y varianza del rendimiento de un portafolio

El rendimiento  $r$  obtenido por la venta de un activo es desconocido al momento de la compra de dicho activo. En este caso  $r$  es una variable aleatoria. Supongamos que conocemos el rendimiento promedio de cada activo  $n$ , llamémosle  $\bar{r}_i, i = 1, \dots, n$ . El rendimiento esperado de un portafolio  $\bar{r}$  es:

$$E[r] = \bar{r} = \sum_{i=1}^n w_i E[r] = \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i$$

Ecuación 1-8

Llamemos a la varianza del activo  $i$   $\sigma_i^2$ , y la covarianza entre el activo  $i$  y  $j$   $\sigma_{ij}$ . La varianza  $\sigma^2$  del rendimiento del portafolio es:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E[(r - \bar{r})^2] = E\left[\left(\sum_{i=1}^n w_i r_i - \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i\right)^2\right] \\ &= E\left[\left(\sum_{i=1}^n w_i (r_i - \bar{r}_i)\right)\left(\sum_{j=1}^n w_j (r_j - \bar{r}_j)\right)\right] \\ &= E\left[\sum_{i=1}^n w_i w_j (r_i - \bar{r}_i)(r_j - \bar{r}_j)\right] \\ &= \sum_{i=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \end{aligned}$$

Ecuación 1-9

#### 1.4.3. Modelo de Markowitz

El problema fundamental de un portafolio se puede formular de dos formas, minimizar la varianza respecto a un rendimiento esperado fijo  $\bar{r}$ , o maximizar el rendimiento esperado dada una varianza fija  $\sigma^2$

Minimizar  $\sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$  sujeto a

$$\begin{aligned} \sum_{i,j=1}^n w_i \bar{r}_i &= \bar{r} \\ \sum_{i=1}^n w_i &= 1 \end{aligned}$$

Ecuación 1-10

Maximizar  $\sum_{i,j=1}^n w_i \bar{r}_i = \bar{r}$  sujeto a

$$\sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} = \sigma^2$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Ecuación 1-11

#### 1.4.4. Capital Market Line (CML) & índice de Sharpe (Reilly & Brown, 2002)

La teoría de Mercado de capitales se basa en la teoría de portafolios, partimos de la frontera eficiente y que todos los inversionistas desean maximizar sus utilidades en términos de riesgo-rendimiento y cualquier inversión estará sobre la frontera eficiente a este se le llama un inversionista eficiente por Markowitz.

La teoría de Mercados de Capitales extiende la de portafolios, desarrollando nuevos modelos como el CAPM con el cual podemos determinar la tasa de retorno requerida para cualquier activo riesgoso. Entre los supuestos necesarios para este modelo se encuentran los siguientes:

- Existen activos libres de riesgo (*risk-free "RF"*)
- Todos los inversionistas son Markowitz eficientes
- Los inversionistas pueden prestar o pedir prestado a la tasa libre de riesgo (*risk-free rate "RFR"*)
- Todos los inversionistas tienen expectativas homogéneas, estiman distribuciones de probabilidad de rendimientos de forma idéntica
- Todos los inversionistas tienen el mismo horizonte de inversión
- Las inversiones son infinitamente divisibles
- No hay impuestos ni costos de transacción
- No hay inflación ni cambios de tasas
- El mercado de Capitales está en equilibrio

#### Desarrollo de la Teoría del mercado de Capitales

##### Covarianza

Un activo libre de riesgo (*RF*) tendría una varianza cero, y dicho activo tendría correlación cero con los activos de riesgo, el retorno sobre este activo es absolutamente certero ( $\sigma_{RF} = 0$ ), esto lo podemos derivar de la covarianza entre un activo libre de riesgo (*RF*) y otro

$$\sigma_{ij} = COV_{ij} = \sum \frac{[R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)]}{n}$$

Como  $\sigma_{RF} = 0$ , dado que  $R_i = E(R_i)$  para todos los periodos

$$\begin{aligned} \therefore R_{RF} - E(R_{RF}) &= 0 \\ \sigma_{RF,j} = COV_{RF,j} &= \sum \frac{[R_{RF} - E(R_{RF})][R_j - E(R_j)]}{n} \end{aligned}$$

$$\sigma_{RF,j} = COV_{RF,j} = \sum \frac{[0][R_j - E(R_j)]}{n}$$

$$\therefore COV_{RF,j} = 0$$

Ecuación 1-12

### Correlación

La correlación también sería cero ya que

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

Ecuación 1-13

Despejando

$$\rho_{ij} = \text{correl}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i\sigma_j}$$

$$\rho_{RF,j} = \text{correl}_{RF,j} = \frac{\sigma_{RF,j}}{\sigma_{RF}\sigma_j}$$

Ecuación 1-14

Como  $\sigma_{RF,j} = 0$  entonces  $\rho_{RF,j} = 0$

### Rendimiento Esperado

Para calcular el rendimiento esperado del portafolio simplemente consideramos la proporción invertida en el instrumento libre de riesgo por la  $RFR$  y el complemento de la inversión por el rendimiento del portafolio

Dado que

$$w_{RF} + w_j = 1$$

Ecuación 1-15

Podemos deducir que

$$E(R_{Port}) = w_{RF}E(R_{RF}) + (1 - w_{RF})E(R_j)$$

Ecuación 1-16

Donde  $w_{RF}$  es la proporción invertida a RFR,  $E(R_j)$  es el retorno esperado del portafolio riesgoso j

O lo que sería lo mismo

$$E(R_{Port}) = (1 - w_j)E(R_{RF}) + w_jE(R_j)$$

Ecuación 1-17

### Desviación Estándar (Riesgo)

Partimos de la Ecuación 1-9,

$$\sigma^2 = \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

Y la desarrollamos, para sólo dos activos i, j

$$\sigma_{Port}^2 = w_i^2 \sigma_i^2 + w_j^2 \sigma_j^2 + 2w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$\sigma_{Port}^2 = w_i^2 \sigma_i^2 + w_j^2 \sigma_j^2 + 2w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Ecuación 1-18

Donde el activo i es el activo RF (i=RF) y el activo j es el portafolio de acciones (j=port), substituimos

$$\sigma_{Port}^2 = w_{RF}^2 \sigma_{RF}^2 + (1 - w_{RF})^2 \sigma_j^2 + 2w_{RF}(1 - w_{RF})\rho_{RF,j}\sigma_{RF}\sigma_j$$

Como  $\sigma_{RF}^2 = 0$  y  $\rho_{RF,j} = 0$

$$\sigma_{Port}^2 = (1 - w_{RF})^2 \sigma_j^2$$

$$\sigma_{Port} = (1 - w_{RF})\sigma_j$$

Ecuación 1-19

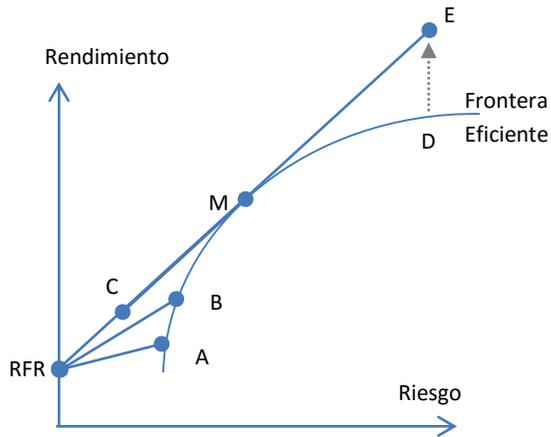
O lo que sería lo mismo por la Ecuación 1-15

$$\sigma_{Port} = w_j \sigma_j$$

Ecuación 1-20

### Frontera Eficiente de Markowitz combinado con un activo libre de riesgo

Ilustración 1-2 Frontera Eficiente de Markowitz combinando un activo libre de riesgo



Combinando el activo libre de riesgo con portafolios sobre la frontera eficiente se obtiene una línea recta desde RFR hasta la frontera eficiente.

Si se combina RFR con el portafolio A se obtiene la línea RFR-A, al combinarlo con el portafolio B (que es un portafolio con mayor riesgo y rendimiento) la pendiente aumenta y obteniendo RFR-B. Se traza una recta tangente a la Frontera Eficiente desde el RFR, llamamos M al portafolio encontrado en el punto de tangencia. El portafolio C es obtenido al invertir 50% en RFR y 50% en el portafolio M.

### Apalancamiento

Para obtener un rendimiento mayor a M se puede invertir en D o apalancarse, pedir dinero prestado a RFR, e incrementar el rendimiento obtenido, ubicándose en E, suponiendo ( $w_{RF} = -0.50$ ) y partiendo de la Ecuación 1-16

$$E(R_{Port}) = w_{RF}E(R_{RF}) + (1 - w_{RF})E(R_M)$$

$$E(R_{Port}) = -0.50(RFR) + (1 - (-0.50))E(R_M)$$

$$E(R_{Port}) = -0.50(RFR) + 1.50E(R_M)$$

Si  $RFR = 0.06$  y  $E(R_{RM}) = 0.12$

$$E(R_{Port}) = -0.50(0.06) + 1.50(0.12)$$

$$E(R_{Port}) = -0.03 + 0.18$$

$$E(R_{Port}) = 0.15$$

Ecuación 1-21

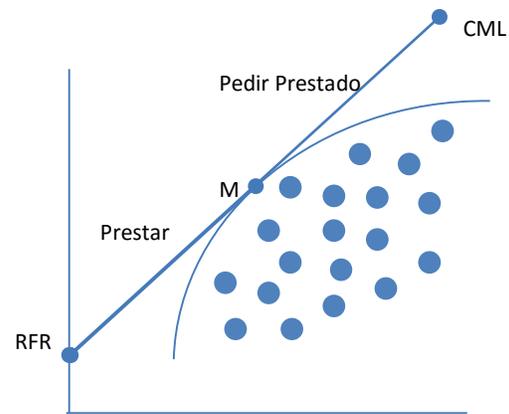
Para calcular la varianza del portafolio partimos de la Ecuación 1-19

$$\begin{aligned}\sigma_{Port} &= (1 - w_{RF})\sigma_M \\ \sigma_{Port} &= (1 - (-0.50))\sigma_M \\ \sigma_{Port} &= 1.50\sigma_M\end{aligned}$$

Ecuación 1-22

Riesgo y Rendimiento incrementan de forma lineal sobre RFR-M, siendo mejor que la frontera eficiente, creando una nueva frontera eficiente: esta es llamada *Capital Market Line* (CML). Ya que la CML es una línea recta, todos los portafolios sobre la CML están positiva y perfectamente correlacionados. Dichos portafolios combinan el portafolio riesgoso M y la RFR. Ya sea que inviertan una parte en M y la otra en RFR o que pidan prestado a RFR e inviertan todo en M.

Ilustración 1-3 Capital Market Line

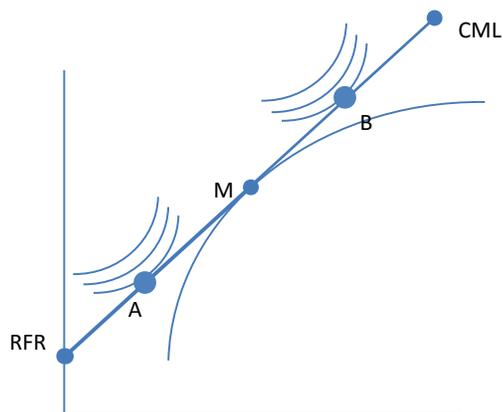


#### Portafolio de Mercado

Ya que el portafolio M está en el punto de tangencia entre la frontera eficiente y la CML, todo mundo querría invertir en M y, o invertir una parte a RFR o pedir prestado a RFR. Este portafolio por lo tanto debería de incluir todos los activos riesgosos, si un activo no estuviera aquí, podríamos deducir que nadie querría invertir en él y por lo tanto su valor sería cero.

## Capital Market Line (CML) y la Teoría de la Separación

Ilustración 1-4 CML y la Teoría de la Separación



La CML hace que todos los inversionistas inviertan en el mismo portafolio M en diferente medida dependiendo su aversión al riesgo y el resto del Capital en RFR, estas proporciones y el punto sobre el que están colocados en la CML es una decisión de financiamiento. La CML se vuelve la nueva frontera eficiente y el inversionista decidirá en que parte de la frontera se va a ubicar.

Tobin<sup>7</sup> llamó a la separación entre inversión y financiamiento el **teorema de la separación**:

9. Inversión: Para estar en la CML primero se debe decidir invertir en el portafolio M

10. Financiamiento: Dependiendo de las preferencias se decide prestar o tomar prestado para obtener una posición en la CML. El punto A presta y el punto B toma prestado

### Medida de Riesgo para la CML

Lo que se debe tomar en cuenta es la covarianza de los activos riesgosos con el Portafolio M, que es el riesgo sistemático. El retorno se puede ver de la siguiente manera

$$R_{it} = a_i + b_i R_{Mt} + \varepsilon$$

Ecuación 1-23

Donde

$R_{it}$  = Rendimiento del activo  $i$  en el periodo  $t$

$a_i$  = Constante para el activo  $i$

$b_i$  = Pendiente para el activo  $i$

$R_{Mt}$  = Rendimiento del Portafolio M en el periodo  $t$

$\varepsilon$  = Error aleatorio

La varianza se calcula de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \text{Var}(R_{it}) &= \text{Var}(a_i + b_i R_{Mt} + \varepsilon) \\ \text{Var}(R_{it}) &= \text{Var}(a_i) + \text{Var}(b_i R_{Mt}) + \text{Var}(\varepsilon) \\ \text{Var}(R_{it}) &= 0 + \text{Var}(b_i R_{Mt}) + \text{Var}(\varepsilon) \\ \text{Var}(R_{it}) &= \text{Varianza Sistemática} + \text{Varianza No Sistemática} \end{aligned}$$

Ecuación 1-24

<sup>7</sup> James Tobin, "Liquidity Preference as Behavior Towards Risk," Review of Economic Studies 25, no. 2 (febrero 1958): 65-85.

## Portafolio de Sharpe

El índice de Sharpe indica el rendimiento por arriba de la RFR por cada unidad de riesgo que se toma de un activo riesgoso, ya sea una acción o un portafolio.

$$Sharpe = \frac{E(R_A) - R_{RF}}{\sigma_A}$$

Ecuación 1-25

Partiendo de la Ecuación 1-17

$$E(R_{Port}) = (1 - w_j)E(R_{RF}) + w_jE(R_j)$$

$$Y E(R_{RF}) = R_{RF}$$

$$E(R_{Port}) = (1 - w_j)R_{RF} + w_jE(R_j)$$

$$E(R_{Port}) = R_{RF} - w_jR_{RF} + w_jE(R_j)$$

$$E(R_{Port}) = R_{RF} + w_j(E(R_j) - R_{RF})$$

Ecuación 1-26

Donde  $E(R_j) - R_{RF}$  es la Prima por riesgo que paga la acción j sobre la RFR

Partiendo de la Ecuación 1-20, se despeja  $w_j$

$$\sigma_{Port} = w_j\sigma_j$$

$$w_j = \frac{\sigma_{Port}}{\sigma_j}$$

Ecuación 1-27

Se reemplaza  $w_j$  en la Ecuación 1-26 con la Ecuación 1-27

$$E(R_{Port}) = R_{RF} + \frac{\sigma_{Port}}{\sigma_j}(E(R_j) - R_{RF})$$

$$E(R_{Port}) = R_{RF} + \sigma_{Port} \left( \frac{E(R_j) - R_{RF}}{\sigma_j} \right)$$

Ecuación 1-28

Ya que al graficar Riesgo-Rendimiento, la variable independiente es el Riesgo  $x = \sigma_{Port}$  y la variable dependiente es el Rendimiento  $y = E(R_{Port})$ , la Ecuación 1-28 se asemeja a la ecuación de la recta

$$y = mx + c$$

Ecuación 1-29

Donde el índice de Sharpe es la pendiente  $m = \left( \frac{E(R_j) - R_{RF}}{\sigma_j} \right)$  (Ecuación 1-25) y ordenada al origen es  $c = R_{RF}$ .

Dado que el activo j es el portafolio de activos riesgosos y el Índice de Sharpe es la pendiente, se busca maximizar el índice de Sharpe para maximizar el rendimiento por arriba de la RFR por cada unidad de riesgo del portafolio.

Como mencionado con anterioridad la *Capital Market Line* (CML) es la combinación del Portafolio de Sharpe y bonos libres de riesgo (RFR), donde al desplazarse a la izquierda sobre la CML se adquiere una mayor posición en bonos libres de riesgo y se disminuye la posición accionaria, disminuyendo tanto el riesgo como el rendimiento hasta llegar a 0% capital accionario 100% RFR, obteniendo el rendimiento la tasa libre de riesgo; por el contrario el portafolio compuesto por 0% RFR y 100% acciones es el portafolio de Sharpe. Bajo el supuesto de que se puede pedir deuda a la tasa libre de riesgo existe la posibilidad de apalancar el portafolio y desplazarse sobre la CML hacia la derecha aumentando riesgo y rendimiento.

### 1.5. Eficiencia de Mercado (Graham, Smart, & Megginson, 2011)

La eficiencia de mercado fue definida por Eugene Fama 1970 con la publicación de hipótesis de los mercados eficientes (*efficient market hypothesis EMH*) y el término “mercado eficiente” ha sido usado para diversos significados, habla sobre la incorporación rápida y total de la información a los precios de mercado.

Existen 3 tipos de niveles de eficiencia distintos en los mercados:

**Débil:** La información incorporada al mercado es la histórica de precios y volúmenes, y no existe posibilidad de obtener ganancias extraordinarias con base al análisis de los mismos, los precios describen una caminata aleatoria.

**Semi-Fuerte:** Incluye a la débil más la acumulación de información presente y futura previsible y los precios cambian instantáneamente en respuesta a la información.

**Fuerte:** Refleja toda la información pública y privilegiada y no existe posibilidad de obtener ganancias con la misma debido a que el mercado ya la incorporo.

### 1.6. Valor en Riesgo (VaR, Value-at-Risk) (Hull, 2009)

El VaR resume la pérdida máxima esperada (o peor pérdida) sobre un horizonte de tiempo objetivo dentro de un intervalo de confianza. (Jorion, 2012)

Parámetros del VaR:

11. Horizonte temporal, N días
12. Intervalo de confianza, X

Para calcular el VaR de N días se parte del VaR de un día. Supone que los cambios en el valor de la cartera en días sucesivos se comportan de acuerdo a una distribución normal con media cero

$$VaR \text{ a } N \text{ días} = VaR \text{ a } 1 \text{ día} \times \sqrt{N}$$

Ecuación 1-30

#### 1.6.1. Calculo de Volatilidades (Hull, 2009)

Definimos  $\sigma_n$  como la volatilidad diaria en el día  $n$ . Supongamos que  $S_i$  es el valor de la variable de mercado al final del día  $i$ , y la variable  $u_i$  se define como el rendimiento continuamente compuesto durante el día  $i$ :

$$u_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}}$$

Ecuación 1-31

Se calcula la varianza diaria, la cual es un estimador no sesgado

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (u_{n-i} - \bar{u})^2$$

Ecuación 1-32

Donde  $\bar{u}$  es la media de  $u_i$ :

$$\bar{u} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m u_{n-i}$$

Ecuación 1-33

### 1.6.2. Esquema de ponderación (Hull, 2009)

La Ecuación 1-32 da el mismo peso a  $u_{n-1}^2, u_{n-2}^2, \dots, u_{n-m}^2$ .

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^m \alpha_i u_{n-i}^2$$

Ecuación 1-34

Donde  $\alpha_i$  es el peso que la observación en el día  $i$  tiene, toda  $\alpha$  es positiva y  $\alpha_{t-1} < \alpha_t$  para garantizar dar mayor peso a los valores más recientes. La suma de los pesos de todas las  $\alpha_i$  es igual a 1:

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i = 1$$

Ecuación 1-35

### 1.6.3. EWMA (Exponentially Weighted Moving Average Model) (Hull, 2009)

Para poder observar el nivel actual de la volatilidad el modelo de media móvil ponderada exponencialmente (EWMA) propone dar mayor peso a los datos más recientes, el modelo es un ejemplo específico de la Ecuación 1-34 donde los pesos de  $\alpha_i$  decrecen de forma exponencial a medida que retrocedemos en el tiempo.

$$\alpha_{i+1} = \lambda \alpha_i$$

Ecuación 1-36

Donde  $0 < \lambda < 1$

Esto resulta en la siguiente ecuación:

$$\sigma_n^2 = \lambda \sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda) u_{n-1}^2$$

Ecuación 1-37

El modelo EWMA está diseñado para dar seguimiento a los cambios en la volatilidad. Un valor alto de  $\lambda$  (cercano a 1) genera estimaciones de la volatilidad diaria que responden en forma relativamente lenta a la nueva información que proporcionan los cambios diarios.

$$VaR = \mu - \text{nivel de confianza} * \sigma * \sqrt{\text{tiempo}}$$

Ecuación 1-38

Como suponemos que  $\mu = 0$ , la Ecuación 1-38 resulta en:

$$VaR(\%) = -\alpha * \sigma * \sqrt{t}$$

Ecuación 1-39

$$VaR(\$) = -\alpha * \sigma * \sqrt{t} * \text{monto}$$

Ecuación 1-40

Donde  $\sigma$  es el nivel de confianza.

## 1.7.Sentimiento de Mercado (*Investor Sentiment*)

El sentimiento del inversionista (*investor sentiment*) o sentimiento de mercado es definido como la creencia sobre flujos futuros y riesgo de inversión el cual no está justificado por hechos. (Baker & Wurgler, 2007)

### 1.7.1. Modelos Tradicionales booms y crashes

Los Modelos financieros tradicionales, tales como el CAPM, mencionado con anterioridad, tienen como supuestos inversionistas no-emocionales y racionales siempre llevan al precio a ser el valor presente esperado de los flujos futuros. Estos modelos tienen dificultades para ajustarse ante booms-crashes tales como Crac de 29, Boom de los electrónicos en los principios de los 60s ('Tronics Boom), los años Go-Go<sup>8</sup> de los finales de los 60s, la burbuja de las Nifty Fifty<sup>9</sup> a principios de los 70s, el crac del Lunes Negro (*Black Monday crash*) en octubre de 1987. (Baker & Wurgler, 2007)

### *Movimiento Browniano de Bachelier*

A principios de 1900 Lous Bachelier publicó su tesis doctoral *Théorie de la speculation* (Teoría de la especulación) donde introdujo el concepto de que los rendimientos de los mercados siguen una caminata aleatoria, y sucesivas fluctuaciones se distribuyen como una campana. De esta forma muestra que pequeñas fluctuaciones son más probables que grandes fluctuaciones, y fluctuaciones muy grandes son muy poco probables, ya que las colas de la distribución normal decaen rápidamente.

Tabla 1-2 - Probabilidad de variaciones dentro de x desviaciones estándar

<i>Fluctuación Mínima</i>	<i>Probabilidad</i>
$\sigma$	0.31731051
$2\sigma$	0.04550026
$3\sigma$	0.00269980

<sup>8</sup> Fondos mutuos capturaron la imaginación de los inversionistas al reportar rendimientos que eran muy buenos para ser verdad (Norris, 2009)

<sup>9</sup> "todas estas acciones habían probado altos records de crecimiento, continuos crecimientos en dividendos... y alta capitalización de mercado" (Baker & Wurgler, 2007)

$4\sigma$	0.00006334
$5\sigma$	0.00000057

Fuente: Elaboración propia

Como se puede apreciar en la Tabla 1-2 la probabilidad de tener variaciones mayores a  $3\sigma$  son muy bajas, dichas fluctuaciones son tan raras que no deberían prácticamente de suceder nunca, deben de ocurrir 6 fluctuaciones de  $5\sigma$  cada 10,000,000 de eventos. Sin embargo en los mercados podemos ver eventos de esta naturaleza son más comunes que lo indicado por Bachelier, en el Lunes Negro (19 octubre de 1987) los mercados perdieron más de 20% de su valor en tan solo unas horas, un evento prácticamente imposible. En los mercados se han incorporado modelos de colas pesadas para intentar estimar estos eventos. Un término relacionado a esto es el Cisne Negro, término de Nassim Nicholas Taleb, autor de “El Cisne Negro” que indica eventos improbables. (Stewart, 2012)

### 1.7.2. Finanzas Conductuales

Las finanzas conductuales intentan explicar esta clase de eventos a través de modelos con dos supuestos básicos: (Baker & Wurgler, 2007)

13. primero: los inversionistas son sujetos al sentimiento;
14. segundo: ir contra el sentimiento del inversionista es costoso y riesgoso.

### 1.7.3. Sentimiento de Mercado

La predictibilidad de los retornos en acciones puede reflejar la correlación de la valuación incorrecta de los activos inducidos por el sentimiento, riesgo o aversión al riesgo que causa variaciones de los retornos en el tiempo.

No hay una medida precisa para medir el sentimiento de mercado, Baker y Wurgel (Baker & Wurgler, 2007) muestran diferentes *proxis* para medirla, una de ellas es el VIX (Índice de Volatilidad del CBOE), el cual mide las expectativas del mercado en el plazo cercano reflejado por los precios de las opciones sobre el S&P 500, considerado como un barómetro de sentimiento de mercado y volatilidad desde 1993 (CBOE, Chicago Board Options Exchange, 2009). “El VIX es conocido como el ‘*investor fear gauge*’ (medidor de miedo del inversionista) ya que es un índice en tiempo-real, el cual refleja un consenso de los inversionistas de la volatilidad de las acciones de mercado. Durante periodos de estrés financiero, normalmente acompañados de caídas de los mercados, los precios de las opciones y el VIX suben. A mayor sea el miedo, mayor es el VIX. Cuando el miedo subsiste, los precios de las opciones bajan lo que cauda que el VIX baje” (Chicago Board Options Exchange, Incorporated, 1995 - 2012).

Al complementar los modelos de formación de portafolios tales como el de Markowitz y el de Sharpe con variables de sentimiento de mercado, se puede dar una apreciación mejor del riesgo y formar un portafolio óptimo no sólo considerando datos históricos sino expectativa de riesgo futura.

## 1.8.Herramientas de Inteligencia Artificial

Ada Lovelace<sup>10</sup> enfatizaba que las computadoras carecían de originalidad: deben obedecer como esclavos las instrucciones de sus humanos programadores. Sin embargo, hoy en día los científicos computacionales no concuerdan con que las computadoras no pueden mostrar inteligencia (MacCormick, 2012)

En la última década se han desarrollado diversas herramientas de inteligencia artificial para identificar patrones y predicción de datos, los cuales no son evidentes ante otras metodologías, desde *clustering* de grupos con formas irregulares y la utilización de lógica difusa para determinar la pertenencia de cada individuo a un grupo, pronósticos utilizando redes neuronales hasta problemas minimax utilizando algoritmos genéticos. Los campos de aplicación también han sido diversos: grandes bases de datos de instituciones de crédito para detectar patrones en el comportamiento de los clientes y evitar fraudes u otorgar nuevos servicios a estos, en medicina para poder identificar grupos de pacientes con mayor probabilidad de contraer alguna enfermedad, en inventarios en hospitales para poder pronosticar el número de personas que van a necesitar atención médica y así poder determinar la cantidad de antibióticos que se necesitan adquirir. Las finanzas no han sido la excepción, los complejos cambios en la situación de los mercados financieros y la constante competencia de los inversionistas por rendimientos busca nuevas formas de analizar la información para obtener una ventaja competitiva. (Brabazon & O'Neill, 2010)

Los modelos económicos utilizados en las finanzas sobre-simplifican la realidad y toman supuestos tales como: información perfecta, racionalidad perfecta, equilibrio de mercado; las cuales en la realidad no se cumplen. No es que la economía clásica esté completamente mal, pero se equivoca más de lo que sus proponentes dicen, y cuando se equivoca, se equivoca por mucho. Por esto, físicos, matemáticos y economistas han buscados nuevos modelos basados en ciencias complejas, remplazando el pensamiento clásico por conjuntos de agentes individuales interactuando de acuerdo a reglas específicas. Uno de estos modelos se basa en el instinto de rebaño; los traders de mercado tienden a copiar lo que hacen los demás traders, ya que de no hacerlo y equivocarse toman toda la culpa, por otro lado si actúan como rebaño en caso de equivocarse, todos se equivocaron y de este modo ese trader en particular no se equivocó sino que todos leyeron mal al mercado. Casi todas las crisis del último siglo se han dado por el instinto de rebaño, en vez de que algunos bancos inviertan en propiedad, otros en manufactura, etc; todos invierten en lo mismo, esto sobrecarga al mercado, con mucho dinero sobre poco de un solo tipo de activo, eventualmente tirando al mercado. (Stewart, 2012)

*Desarrollar técnicas de inversión es complejo ya que los mercados financieros no son estacionarios, y a diferentes situaciones de mercado, diferentes reglas deben de ser aplicadas. Por lo que las técnicas de inversión que trabajan bien en una situación de mercado pueden no funcionar bien en otra.*

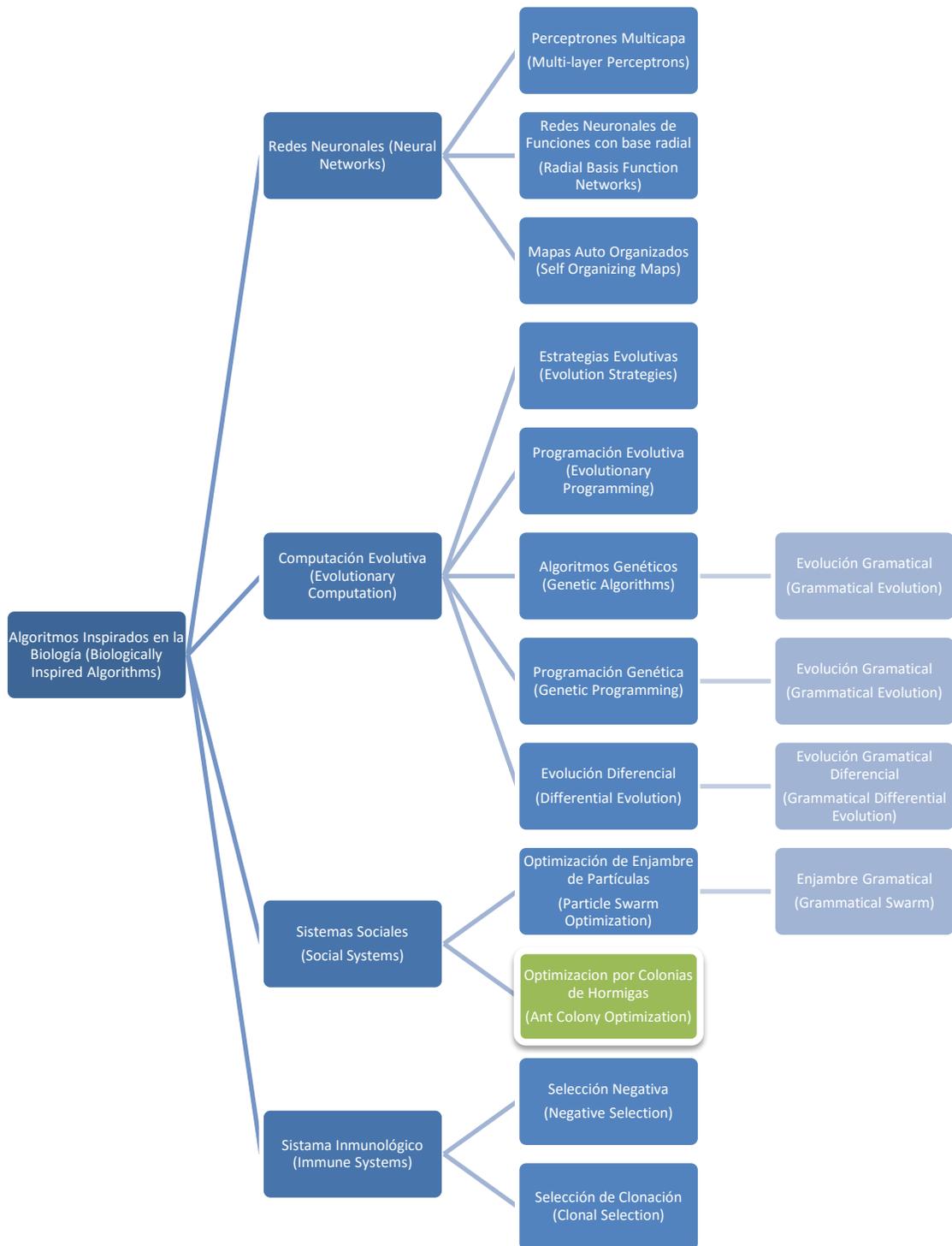
---

<sup>10</sup> Ada Lovelace (1815-1852) es considerada como la primera programadora computacional por su profundo conocimiento de la Ingeniería Analítica y diseño de las primeras computadoras mecánicas

Uno de los problemas a tratar es cómo decidir si seguir usando una técnica de inversión o cambiarla por otra. La identificación de patrones en el comportamiento de los mercados financieros es de suma importancia, ya que puede generar ventajas competitivas sobre los demás inversionistas, su identificación puede ayudar a saber cuándo los mercados están cambiando de tendencias y así poder adaptar las estrategias de inversión para aprovechar estos movimientos maximizando los ingresos y disminuyendo los riesgos. (Brabazon & O'Neill, 2010)

“Los sistemas biológicos son una notable fuente de inspiración para el diseño de algoritmos de optimización y clasificación” los algoritmos mencionados a continuación “tienen sus raíces metafóricas en procesos biológicos y sociales. Estos procesos son muy diversos desde las operaciones del sistema nervioso central, evolución biológica, mapeo de genes a proteínas, el sistema inmunológico humano, y modelos de interacción social entre organismos. Los algoritmos inspirados en la biología no buscan imitar perfectamente estos complejos sistemas, sino buscan inspiración metafórica de ellos para crear algoritmos matemáticos que son usados para intentar resolver problemas difíciles, reales, tales como modelado de los mercados financieros.” La Ilustración 1-5 muestra la taxonomía de algunas de las principales metodologías de la Inteligencia Artificial. “Un gran número de modelos híbridos combinan elementos de más de una de estas metodologías pueden ser construidas.” (Brabazon & O'Neill, 2010)

Ilustración 1-5 - Taxonomía de los algoritmos inspirados en la biología



Fuente: (Brabazon & O'Neill, 2010) <sup>11</sup>

<sup>11</sup> En la Ilustración 1-5 se incluye la traducción al idioma inglés de los algoritmos inspirados en la biología para facilitar su búsqueda en artículos internacionales y libros.

La Tabla 1-3 muestra algunas de las aplicaciones básicas de diferentes Algoritmos Inspirados en la Biología, como podemos apreciar las aplicaciones de éstos son muy variadas, desde determinar los coeficientes de una regresión no-lineal hasta determinar los componentes de un sistema de trading financiero o identificación del “estado” del mercado de valores.

**Tabla 1-3 Aplicaciones de Algoritmos Inspirados en la Biología**

<i>Algoritmos Inspirados en la Biología</i>		<i>Aplicación</i>
Redes Neuronales Multi-Capa	Neural Networks, Multi-layer Perceptrons	Predicción
Evolución Gramatical	Grammatical Evolution	Reglas de trading
Evolución Gramatical	Grammatical Evolution	Clasificación y predicción
Hormigas	Ant Colony Optimization	Clasificación y predicción
Hormigas	Ant Colony Optimization	Reglas de trading
Mapas Auto Organizados	Self Organized Maps (SOMs)	Minería de datos
Mapas Auto Organizados	Self Organized Maps (SOMs)	Sistemas de trading
Mapas Auto Organizados	Self Organized Maps (SOMs)	Agrupación y predicción
Algoritmos Genéticos	Genetic Algorithms	Optimización
Sistema Inmunológicos Artificiales	Artificial Immune Systems	Calificación
Sistema Inmunológicos Artificiales	Artificial Immune Systems	Clasificación y predicción

Fuente: elaboración propia <sup>12</sup>

El problema de reconocimiento de patrones puede parecer absurdamente diverso, sin embargo los humanos lo hacemos día a día, nuestro cerebro distingue las diferentes letras y símbolos que usamos diariamente, identifica las caras y voces de nuestros conocidos; la dificultad yace en enseñarle a una computadora estas habilidades que los humanos hacen en automático. El reconocimiento de patrones es un problema de clasificación; suponemos que los datos están divididos en paquetes llamados *muestras*, y que cada *muestra* pertenece a una de varias *clases* o *clusters*. (MacCormick, 2012)

El Vecino más Cercano (*The Nearest-Neighbor*) es una de las técnicas de reconocimiento de patrones más poderosa que existe. Consiste en la integración de un dato nuevo a una clasificación existente, se busca al dato más parecido (su vecino más cercano) y se clasifica en la misma clase al que éste pertenezca. Una versión más sofisticada de este algoritmo es los k vecinos más cercanos (*k-Nearest-Neighbors*), en la cual se localizan los k vecinos más cercanos y el dato se clasifica como la clase más popular dentro de los k vecinos más cercanos. Muchos algoritmos de clasificación tienen como principio este algoritmo con algunas modificaciones. (MacCormick, 2012)

“El propósito de la Minería de Datos consiste en encontrar patrones en grupos de datos. La Minería de Datos integra diversas disciplinas como la estadística tradicional, el reconocimiento de patrones, la inteligencia artificial, entre otras. Se utiliza para resolver diversos problemas. Uno de ellos es la clasificación de datos o *clustering*.” “El problema principal de catalogar los datos radica en encontrar una metodología que nos permita clasificarlos de una forma adecuada. Se desea que esta metodología facilite clasificar datos conocidos creando *clusters* y poder introducir nuevos datos a la clasificación, asignándolos correctamente al *cluster* al que pertenece.” “La clasificación de datos es fundamental. Se puede aplicar a cualquier área: finanzas, medicina, ingeniería industrial, entre otras. Realizar esta tarea de la mejor forma nos puede brindar mucha información sobre el

<sup>12</sup> En la Tabla 1-3 se incluye la traducción al idioma inglés de los algoritmos inspirados en la biología para facilitar su búsqueda en artículos internacionales y libros.

comportamiento que podemos esperar de los diferentes *clusters*... a partir de este proceso se puede predecir el comportamiento por *clusters* de los objetos que se están agrupando y así optimizar los procesos en los cuales éstos estén involucrados.” (Hernández de Oteyza, 2007)

Existen dos tipos de algoritmos de clasificación de datos: algoritmos de aprendizaje supervisado y algoritmos de aprendizaje no supervisado. En los algoritmos de aprendizaje supervisado se conoce el resultado a priori, es decir, se conoce a qué grupo pertenece cada dato; por ejemplo, si clasificáramos pacientes de un hospital sabríamos si el paciente está enfermo o no, si clasificáramos preferencias políticas sabríamos a qué partido político apoya cada individuo; el proceso de aprendizaje de cada clase es llamado “entrenamiento” (training) y los datos que se utilizan en este proceso se conocen como “datos de entrenamiento” (training data); la tarea de reconocimiento de patrones se divide en dos fases: primero, la fase de entrenamiento en la cual la computadora aprende de las clases basada en los datos de entrenamiento ya etiquetados con los nombres de la clase a la que pertenece cada dato; segundo, una fase de clasificación, en la que la computadora clasifica datos los cuales no están etiquetados.

Los algoritmos de clasificación son, en su mayoría, algoritmos de aprendizaje no supervisado, en los que se desconoce el resultado a priori, a diferencia de los algoritmos de aprendizaje supervisado. Una vez catalogados los datos en *clusters*, se deben buscar algoritmos capaces de evaluar los resultados de esta operación, que se denominan índices de validación para conocer la efectividad del clasificador o algoritmo de clasificación. (Management Intelligenter Technologien GMBH, 1993 - 1997) (Kovács & Iváncsy, 2006)

### **1.8.1. Algoritmos Inspirados en la Biología (Biologically Inspired Algorithms)**

#### ***Redes Neuronales Artificiales (Artificial Neural Networks)***

Las Redes Neuronales Artificiales (NN por sus siglas en inglés) son una metodología de modelado inspirado en del modelo simplificado del funcionamiento del cerebro humano. Ambos aprenden del medioambiente y codifican el aprendizaje alterando las conexiones entre elementos de procesamiento individual, neuronas en el caso del cerebro humano, nodos en el caso de las NNs. Las NNs pueden ser usadas para construir modelos enfocados en la predicción, clasificación y agrupamiento (*clustering*). Las NNs son una herramienta de modelaje no-paramétrico, ya que el modelo es desarrollado directamente de los datos.

#### ***Computación Evolutiva (Evolutionary Computation)***

Los algoritmos evolutivos sacan su inspiración del proceso de evolución biológica donde *procrean* (*breed*) soluciones a los problemas. Pueden resolver problemas diversos, desde los coeficientes de una regresión no-lineal hasta determinar los componentes de un sistema de trading financiero. El algoritmo comienza por crear una población inicial de soluciones potenciales, las cuales son mejoradas iterativamente con el transcurso de muchas “generaciones.” En iteraciones sucesivas del algoritmo, existe una selección de la población basada en aptitud (función de *fitness*). A las mejores soluciones se les da preferencia de selección para supervivencia a la siguiente generación de soluciones (*Supervivencia del más apto*), se introduce diversidad en la selección de la solución como un intento de descubrir mejores soluciones con el transcurso de múltiples generaciones. Los

algoritmos inspirados en la biología que utilizan el método evolutivo incluyen a los Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithm, GAs*), Programación Genética (*Genetic Programming, GP*), estrategias evolutivas (*Evolutionary Strategies, ES*), programación Evolutiva (*Evolutionary Programming, EP*) y Gramática Evolutiva (*Grammatical Evolution, GE*) la metodología más nueva en esta rama, una metodología de programación automática evolutiva. GE incorpora una gramática que gobierna la creación de sets de reglas, la inspiración de esta metodología es la relación entre el mapeo genético y las proteínas.

### *Sistemas Sociales (Social Systems)*

Los modelos sociales son inspirados en metáforas de *enjambres (swarm)*. Hay dos variantes populares para los modelos de swarms, los inspirados en parvadas de pájaros o cardúmenes de peces (*Particle Swarm Optimizacion, PSO*), y aquellos inspirados en el comportamiento de insectos sociales tales como las hormigas (*Ant Colony Optimizacion, ACO*). La esencia de estos sistemas es tener flexibilidad, robustez, auto-organización y comunicación entre los miembros de la población de forma directa o indirecta. Estos modelos han sido utilizados en el diseño de algoritmos que pueden resolver problemas difíciles creando una población de soluciones-de-problemas, y permitiendo a éstas comunicar su éxito relativo al solucionar el problema con el resto de la población. Los individuos con mejor desempeño, atraen la atención de otros individuos mejorando sus estrategias de solución del problema.

*La presente tesis se enfoca en el uso de los algoritmos de Ordenamiento de crías de Colonias de Hormigas para poder clasificar el sentimiento de mercado.*

### *Ant Colony Optimization*

“Las actividades de búsqueda o aprendizaje en los modelos de Colonias de Hormigas de se distribuyen entre agentes tipo-hormiga, que metafóricamente y de forma estilizada imitan el comportamiento de las colonias de hormigas. No existe un solo modelo de Hormigas, más bien existe una familia de modelos, cada uno inspirado en diferentes aspectos del comportamiento de las hormigas.” (Brabazon & O'Neill, 2010)

### *Modelos*

15. Forrajeo de hormigas (cooperación en la recolección de comida)
16. Ordenamiento de crías
17. Formaciones de cementerios
18. Transporte cooperativo

### *Ordenamiento de crías*

“Muchos algoritmos de clasificación se han inspirado en la observación de diversas actividades de ordenamiento en las colonias de hormigas. El método más simple consiste en apilar y depositar objetos por las hormigas, en grupos de objetos similares. Un ejemplo de esto es el ordenamiento de crías de por las hormigas *Leptothorax unifasciatus*, donde las larvas de hormigas son agrupadas por tamaño en el centro del área de crianza de la colonia, y el *cementerio* donde hormigas muertas de toda la colonia son recolectadas y depositadas. El comportamiento de *pick-drop* (levanta y deposita)” (Brabazon & O'Neill, 2010)

Lo que se pretende es ordenar paquetes de datos de n-dimensiones representados por vectores de tamaño n, y poder visualizar el proceso de ordenamiento en un plano de dos dimensiones donde vectores aleatorios en n-dimensiones también son aleatorios en el plano 2d, al no conocer el patrón de los datos en n-dimensiones el algoritmo que utilizan las hormigas es de aprendizaje no supervisado.

Los vectores o paquetes de datos son colocados aleatoriamente en un plano junto con las hormigas. Las hormigas no se comunican entre sí de forma directa unas con otras; sin embargo, modifican su entorno, lo cual provee de información al resto de las hormigas. De este modo van acomodando los paquetes con un algoritmo similar al *k-Nearest-Neighbors*, las hormigas recogen los paquetes si están rodeados de paquetes que no son similares a ellos y sueltan los paquetes cuando encuentran muchos paquetes similares al que están cargando. De este modo modifican la configuración original del plano y acomodan los paquetes similares en n-dimensiones de forma cercana en el plano formando grupos o *clusters*.

#### *Probabilidades pick-drop*

De acuerdo con (Deneubourg, y otros, 1991) la probabilidad de levantar o recoger un paquete ( $P_{pick}$ ) y de soltarlo ( $P_{drop}$ ) son las siguientes:

$$P_{Pick} = \left( \frac{k_1}{k_1 + f} \right)^2$$

Ecuación 1-41

$$P_{Drop} = \left( \frac{k_2}{k_2 + f} \right)^2$$

Ecuación 1-42

Lumer y Faieta utilizando el modelo anterior, modificaron las probabilidades para que dependiera de una función de densidad en el espacio  $s^*$ s a partir de la ubicación de la hormiga, situada en r (Lumer & Faieta, 1994)

$$f(o_i) = \max \left\{ 0, \frac{1}{s^2} \sum_{o_j \in Neigh_{(s^*,s)}(r)} \left[ 1 - \frac{d(o_i, o_j)}{\alpha} \right] \right\}$$

Ecuación 1-43

Donde  $f(o_i)$  funciona como una medida de promedio de similitud del objeto  $o_i$  con los demás objetos dentro de la vecindad. Alfa ( $\alpha$ ) es el grado de discriminación de *disimilitud* entre los objetos, cuando  $\alpha$  es grande objetos disimilares pueden ser agrupados juntos, y cuando es pequeña, las distancias de los vectores es ampliada, por lo que objetos similares podrán terminar en diferente grupo o *cluster*.

$$P_{Pick}(o_i) = \left( \frac{k_1}{k_1 + f(o_i)} \right)^2$$

Ecuación 1-44

$$P_{Drop}(o_i) = f(x) = \begin{cases} 2f(o_i), & f(o_i) < k_2 \\ 1, & f(o_i) \geq k_2 \end{cases}$$

Ecuación 1-45

Anthony Brabazon y Michael O’Neill, muestran en su libro *Biologically Inspired Algorithms for Financial Modelling*, el uso exitoso de este algoritmo se ha utilizado predecir de quiebra de corporaciones. Se construyeron tres series de modelos utilizando variables de uno, dos y tres años (T1, T2, T3) previos a la quiebra de las empresas y se agruparon las empresas de acuerdo a estas variables, en la siguiente tabla se muestran los resultados

Resultados	Hormigas
T1	66.67%
T2	73.33%
T3	56.67%

El modelo pudo predecir de forma exitosa la quiebra de aproximadamente 65% en promedio de las empresas. Este tipo de resultados pueden ser muy útiles para reguladores de ciertas industrias ya que al poder predecir que una empresa está en peligro de quiebra, se pueden tomar medidas preventivas con tiempo para evitar el resultado previsto.

### Sistema Inmunológico (Artificial Immune System, AIS)

El sistema inmunológico humano es un sistema sumamente complejo, compuesto por una red de tejidos especializados, órganos, células y moléculas químicas. Su capacidad consiste en reconocer destruir y recordar un número casi ilimitado de agentes externos, y de proteger al organismo de células con comportamientos erróneos. Para poder proteger a nuestro organismo, el sistema inmunológico puede distinguir entre *sí mismo (self)* y *agentes externos (non-self)*. El sistema inmunológico artificial (AIS) obtiene su inspiración del funcionamiento del sistema inmunológico natural para desarrollar algoritmos para optimización y clasificación. Aplicaciones parciales de modelos de AIS son el reconocimiento de patrones, incluyendo la identificación de transacciones fraudulentas con tarjetas de crédito, identificación del “estado” del mercado de valores, e identificación de compañías con riesgos financieros.

#### 1.8.2. Aplicaciones de Inteligencia Artificial a la formación de Portafolios

En años recientes se ha prestado particular atención a la formación de portafolios con diversos métodos de matemáticos y computacionales, que automaticen los procesos, entre ellos con Inteligencia Artificial. Los humanos tienden a negar las tendencias de pérdida, y les intentan dan otra oportunidad, mientras que las herramientas computacionales y modelos matemáticos deben tener objetivos orientados a conceptos definidos. Los métodos de Inteligencia Artificial pueden tener ventajas ya que tienen habilidades de aprendizaje y mejoras por auto-aprendizaje.

Ejemplos de investigaciones para la solución de este problema son las siguientes: (Fernández & Gómez, 2005) “*Portfolio selection using neural networks*” y (Chan, Yap, & Seah, 2011) “*Optimizing Portfolio Construction Using Artificial Intelligence*” que utilizan Redes Neuronales para la optimización la de selección de portafolios; (Chang & Shi, 2011) “*Using investment satisfaction capability index based particle swarm optimization to construct a stock portfolio*” que utiliza Optimización por Partículas de Enjambres (*Particle Swarm Optimization*). Otras investigaciones se

han enfocado en comparar diferentes métodos de Inteligencia Artificial para poder determinar cuál es el mejor, como (Deng & Lin, 2010) “*Ant Colony Optimization for Markowitz Mean-Variance Portfolio Model*” que compara Optimización por Colonias de Hormigas vs Optimización por Partículas de Enjambres (*Ant Colony Optimization vs Particle Swarm Optimization*), Deng y Lin se enfocan particularmente en algoritmos de Colonias de Hormigas de Búsqueda de Alimentos (*Ant-foraging behaviour*) que son utilizados para buscar el camino óptimo entre el “nido” y la “comida” modelando el movimiento de hormigas y los rastros de feromonas depositados en el ambiente como forma de comunicación con otras hormigas; (Zhu, Wang, Wang, & Chen, 2011) “*Particle Swarm Optimization (PSO) for the constrained portfolio optimization problem*” que compara Optimización por Partículas de Enjambres vs Algoritmos Genéticos (*Particle Swarm Optimization vs Genetic Algorithms*); o (Magoč & Modave, 2011) “*The optimality of non-additive approaches for portfolio selection*” que utiliza métodos difusos para poder hacer la selección de portafolios (*Fuzzy methods*).

La Tabla 1-4 muestra algunos de los Algoritmos Inspirados en la Biología que han sido utilizados para la Selección de Portafolios en artículos de investigación en los últimos años.

**Tabla 1-4 Algoritmos Inspirados en la Biología con aplicación a Selección de Portafolios**

<i>Algoritmos Inspirados en la Biología</i>		<i>Aplicación</i>
Redes Neuronales Multi-Capa	Neural Networks, Multi-layer Perceptrons	Selección de Portafolios
Optimización por Partículas de Enjambres	Particle Swarm Optimization	Selección de Portafolios
Optimización por Colonias de Hormigas	Ant Colony Optimization	Selección de Portafolios
Algoritmos Genéticos	Genetic Algorithms	Selección de Portafolios
Métodos Difusos (Fuzzy)	Fuzzy methods	Selección de Portafolios

Fuente: **Elaboración propia** <sup>13</sup>

<sup>13</sup> En la Tabla 1-4 se incluye la traducción al idioma inglés de los algoritmos inspirados en la biología para facilitar su búsqueda en artículos internacionales y libros.

## 2. Metodología propuesta, desarrollo y disquisiciones experimentales

Como descrito en la Introducción, la implementación de los modelos se separa en seis etapas:

19. Utilizar el modelo de Markowitz para la construcción la frontera eficiente, utilizando los componentes del *Dow Jones Industrial Average* (DJI)
20. Integrar herramientas de inteligencia artificial para poder clasificar el sentimiento de mercado (*Market Sentiment*) en cada periodo de tiempo analizado
21. Estudio de eventos (*event studies*), para evaluar la factibilidad de incorporarlos al modelo de sentimiento de mercado.
22. Analiza el portafolio en el tiempo y el efecto del rebalanceo del portafolio, para determinar el periodo óptimo para llevarlo a cabo.
23. Compara el comportamiento del portafolio en el tiempo contra el S&P500
24. Incorporar el sentimiento de mercado (*Market Sentiment*) al modelo de rebalanceo para determinar si se puede mejorar el análisis previamente realizado incorporando herramientas de inteligencia artificial.

En esta sección revisaremos los modelos propuestos para realizar cada una de las etapas, al igual que se describirá la base de datos utilizada.

Para la tesis se pretende formar un portafolio de las acciones que componen el *Dow Jones Industrial Average* (DJI). El periodo de tomado fue del 01/02/2000 al 30/08/2012, considerando las cotizaciones diarias, la Tabla 2-1 muestra cada acción y el Ticker de Yahoo.

Tabla 2-1 Acciones del DJI

<i>Ticker</i>	<i>Nombre</i>
AA	Alcoa Inc.
AXP	American Express Company
BA	The Boeing Company
BAC	Bank of America Corporation
CAT	Caterpillar Inc.
CSCO	Cisco Systems, Inc.
CVX	Chevron Corporation
DD	E. I. du Pont de Nemours and Company
DIS	The Walt Disney Company
GE	General Electric Company
HD	The Home Depot, Inc.
HPQ	Hewlett-Packard Company
IBM	International Business Machines Corporation
INTC	Intel Corporation
JNJ	Johnson & Johnson
JPM	JPMorgan Chase & Co.
KO	The Coca-Cola Company
MCD	McDonald's Corp.
MMM	3M Company
MRK	Merck & Co. Inc.
MSFT	Microsoft Corporation
PFE	Pfizer Inc.
PG	Procter & Gamble Co.
T	AT&T, Inc.
TRV	The Travelers Companies, Inc.

UNH	UnitedHealth Group Incorporated
UTX	United Technologies Corp.
VZ	Verizon Communications Inc.
WMT	Wal-Mart Stores Inc.
XOM	Exxon Mobil Corporation

Fuente: Yahoo Finance

En este periodo de tiempo el mercado ha experimentado escenarios favorables y desfavorables y junto con la cantidad de datos al ser rendimiento diarios, da la oportunidad de considerar rachas buenas y malas de cada acción para conformar el portafolio.

Para la construcción de la frontera eficiente se utilizará el modelo de Markowitz, para la clasificación de sentimiento del mercado se utilizaran modelos de colonias de hormigas. El análisis de rebalanceo inicial se hará por lapsos de tiempo fijos e iguales y el *benchmark* utilizado para evaluar la efectividad del portafolio será el S&P500.

Se realizará la incorporación del sentimiento de mercado al modelo de rebalanceo, por lo que los periodos ya no serán ni fijos ni iguales. Los portafolios resultantes se compararán contra los portafolios originales en el tiempo para determinar si la incorporación del sentimiento de mercado tiene o no un impacto en la formación del portafolio.

## 2.1. Diseño del Modelo utilizando Markowitz

La teoría de Markowitz refiere que los únicos elementos a tomar en cuenta para formar un portafolio son el Rendimiento Esperado y el Riesgo, dichos elementos los toma como la media ( $\mu$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ ) respectivamente.

Dado que los rendimientos son diarios, debemos anualizar el promedio y la desviación estándar. Para hacer esto multiplicamos la media por 252 y la desviación estándar por raíz de 252, ya que las bolsas cotizan en promedio 252 días al año.

$$\bar{R} = \bar{R}_{Anual} = \frac{\sum R_i}{n} \times 252$$

$$\sigma = \sigma_{Anual} = \sqrt{\frac{\sum (R_i - \bar{R}_{diario})^2}{n - 1}} \times \sqrt{252}$$

### 2.1.1. Frontera eficiente de Markowitz

Para la construcción de la frontera eficiente se utilizó el modelo de Markowitz, en el cual se minimiza la varianza dado un rendimiento

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \text{ sujeto a:} \\ & \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i = \bar{r} \\ & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ & w_i \geq 0 \end{aligned}$$

La restricción de  $w_i \geq 0$  se integró al modelo para evitar las ventas en corto.

### **Modelo Aritmético simple**

El rendimiento esperado por activo se calculó a través del promedio aritmético de los rendimientos diarios de cada acción, el riesgo a través de la desviación estándar de los rendimientos y la correlación entre las acciones.

#### **2.1.2. Maximización de la relación riesgo rendimiento**

##### **Sharpe**

Sharpe define la relación que tiene la prima de riesgo  $R_p$  con el riesgo asociado a cada activo

$$Sharpe = \frac{R_p}{\sigma_a} = \frac{E[R_a] - R_F}{\sigma_a}$$

Dicha relación nos indica la pendiente generada entre el portafolio y la tasa libre de riesgo. El portafolio de Sharpe se define como aquel situado sobre la frontera eficiente de Markowitz, el cual maximiza el índice de Sharpe, maximizando la relación riesgo rendimiento.

##### **Capital Market Line (CML)**

La CML es el conjunto de portafolios que contiene el portafolio de Sharpe en su parte accionaria y la tasa libre de riesgo en su parte de deuda.

## **2.2. Diseño del Modelo utilizando herramientas de Inteligencia Artificial – Clasificación del Market Sentiment**

### **2.2.1. Ant Colony Optimization**

El modelo utilizado para determinar la situación de mercado y así determinar con mayor precisión el riesgo y cada cuanto re-balancear el portafolio de Sharpe es *Ant Colony Optimization*.

#### **Forma de los Datos**

Las hormigas agruparan paquetes de información conteniendo los siguientes indicadores del S&P, los cuales pertenecen a diferentes tipos de métricas o análisis:

##### **Análisis Rendimiento**

- Rendimiento diario
- Promedio móvil a 9 días de los rendimientos
- Promedio móvil a 15 días de los rendimientos
- Promedio móvil a 30 días de los rendimientos

##### **Análisis Riesgos**

- Promedio móvil a 9 días de la desviación estándar los rendimientos
- Promedio móvil a 15 días de la desviación estándar los rendimientos
- Promedio móvil a 30 días de la desviación estándar los rendimientos

- VaR 5 días con  $\lambda=0.94$ <sup>14</sup>

#### Análisis Técnico

- Promedio móvil a 9 días de los precios expresado como desviación porcentual del Precio
- Promedio móvil a 15 días de los precios expresado como desviación porcentual del Precio
- Promedio móvil a 30 días de los precios expresado como desviación porcentual del precio
- Desviación estándar del Promedio móvil a 9 días de los precios expresado como desviación porcentual del Precio
- Desviación estándar del Promedio móvil a 15 días de los precios expresado como desviación porcentual del Precio
- Desviación estándar del Promedio móvil a 30 días de los precios expresado como desviación porcentual del precio

#### Market Sentiment

##### 25. VIX

Adicional a estas métricas del S&P para cada acción del DJI se hizo un análisis de eventos y se adicionó para ver el efecto que tiene el mercado sobre cada acción y de esta forma poder determinar el Market Sentiment y su relación con las acciones incluidas en el análisis.

#### *Algoritmo*

Se utilizó el modelo propuesto por Lumer y Faieta, que modifica el modelo de Deneubourg por considerar la dis-similitud de los datos en una vecindad, integrando las bondades del modelo de *k-Nearest-Neighbors* aún más al modelo.

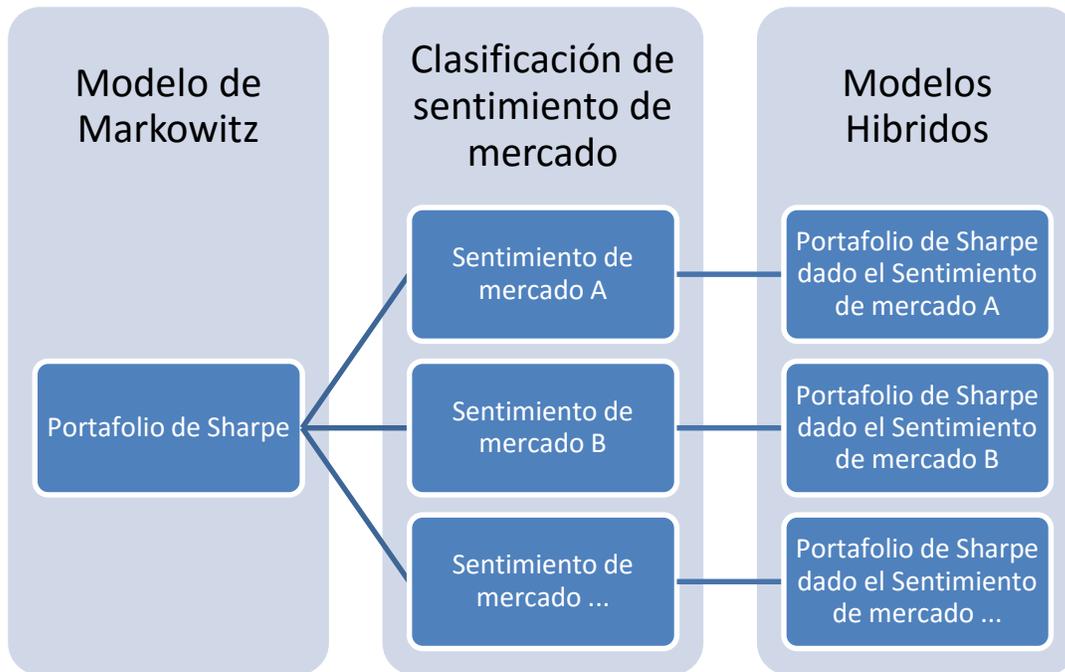
### 2.3.Diseño del Modelos híbridos

A partir de los resultados obtenidos por los algoritmos de inteligencia artificial, se segmentaran los datos por grupo a partir de la cual se determinará el plazo de rebalanceo, así incorporando la variable de sentimiento de mercado al modelo. A partir de esto se evaluará si los portafolios rebalanceados en plazos homogéneos son más eficientes que los portafolios rebalanceados utilizando sentimiento de mercado.

---

<sup>14</sup> RiskMathics utiliza  $\lambda=0.94$

Ilustración 2-1 Proceso de integración de Market Sentiment al modelo de Markowitz-Sharpe



Fuente: Elaboración propia

### 3. Implementación

En esta sección se muestran la implementación de las etapas descritas en la Introducción:

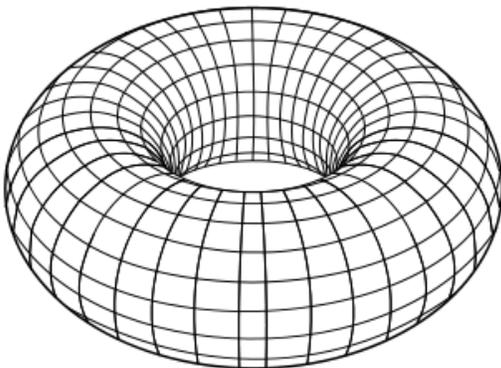
26. Construcción la frontera eficiente Utilizar el modelo de Markowitz
27. Clasificar el sentimiento de mercado (*Market Sentiment*)
28. Estudio de eventos (*event studies*)
29. Análisis del portafolio en el tiempo y el efecto del rebalanceo del portafolio
30. Comparación contra el S&P500
31. Incorporación el sentimiento de mercado (*Market Sentiment*) y análisis.

#### 3.1. Portafolios utilizando Markowitz

Como descrito en la Sección 2.1 **Diseño del Modelo utilizando Markowitz** se generará la frontera eficiente utilizando el modelo de Markowitz y se calculará el Portafolio de Sharpe. Se utilizarán 1.5 años de datos históricos y se graficará junto con el S&P500 y el DJI para efectos de comparación.

#### 3.2. Modelo utilizando herramientas de Inteligencia Artificial

Ilustración 3-1 Toro



Dado que en el modelo de hormigas necesitamos un plano de dos dimensiones para que las hormigas se desplacen, se utilizó un Toro para que el espacio fuera continuo y de esta forma poder simplificar el problema computacional de que las hormigas se toparan con “paredes” al terminarse el plano y esto limitara la visibilidad de las mismas. La Ilustración 3-1 muestra un Toro.

En cada iteración del modelo el algoritmo decrece  $\alpha$  (Ecuación 1-43) en, lo que se logra con esto es al comienzo del algoritmo ser poco selectivo y conforme se van formando los *clusters* ser más selectivo en su

formación ya que a mayor sea  $\alpha$  los objetos disimilares serán agrupados y a menor sea  $\alpha$  sólo objetos muy parecidos serán agrupados en el mismo *cluster* como se explicó en la sección 1.8.1.

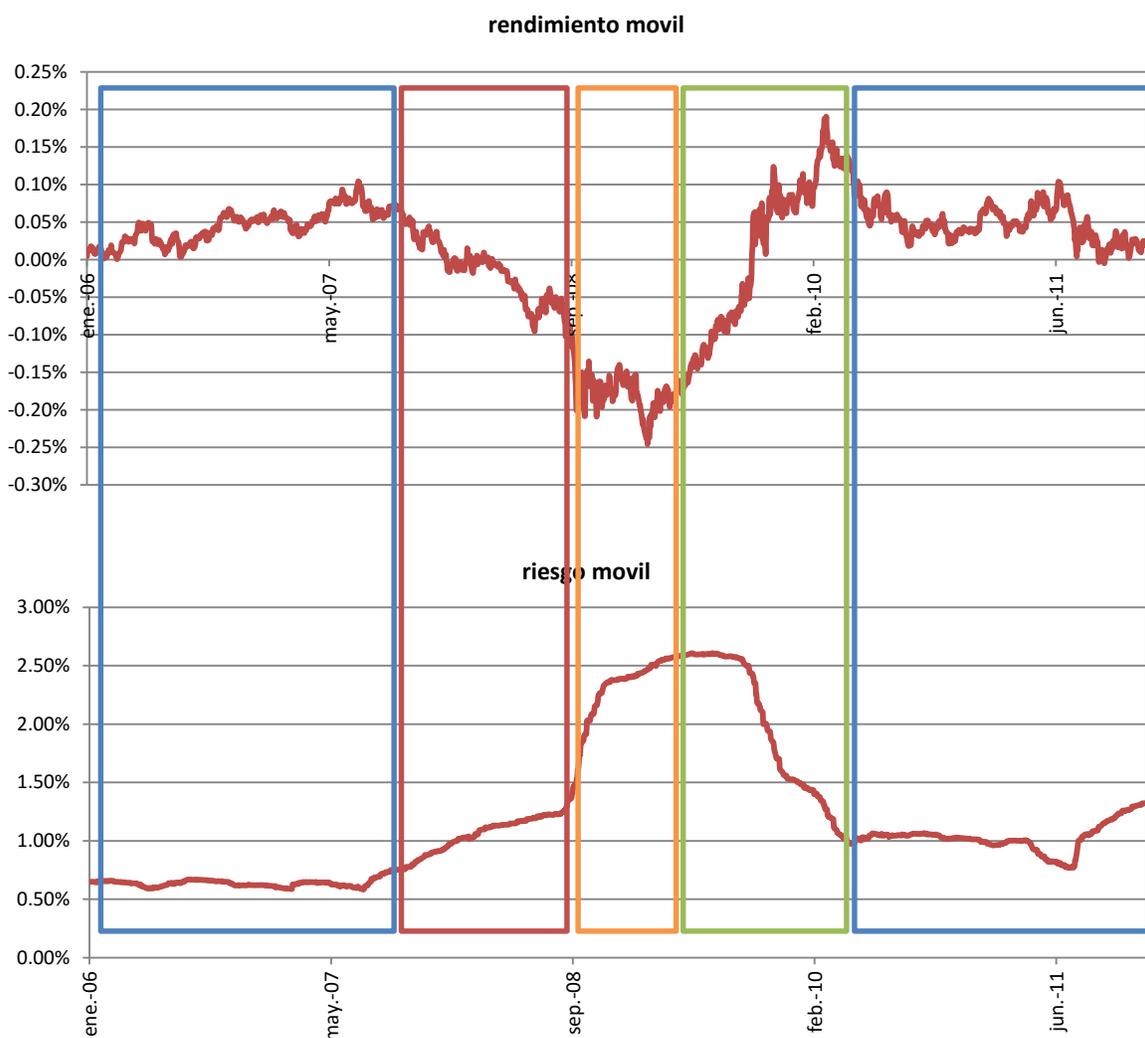
De la misma forma mientras más iteraciones sean, el rango de visión de las hormigas ( $s^2$  descrito en la Ecuación 1-43 de la sección 1.8.1) es decreciente así como el tamaño de paso de cada hormiga. Mientras el rango de visión de las hormigas disminuye, son capaces de detectar menos objetos, lo que vuelve más estricta la selección. Esto obliga a crear grupos más compactos y similares, volviendo grupos grandes en grupos más pequeños y específicos, así como reagrupando a aquellos objetos con mayor disimilitud.

Los anexos muestran el código en C# utilizado para la creación de las Hormigas y los paquetes de información para el análisis realizado en la presente Tesis.

##### 3.2.1. Situaciones de Mercado y ejemplo de clasificación

La Gráfica 3-1 muestra el rendimiento y riesgo móviles de 252 días para el Dow Jones para el de 2006-2011.

Gráfica 3-1 Dow Jones 2006-2011



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

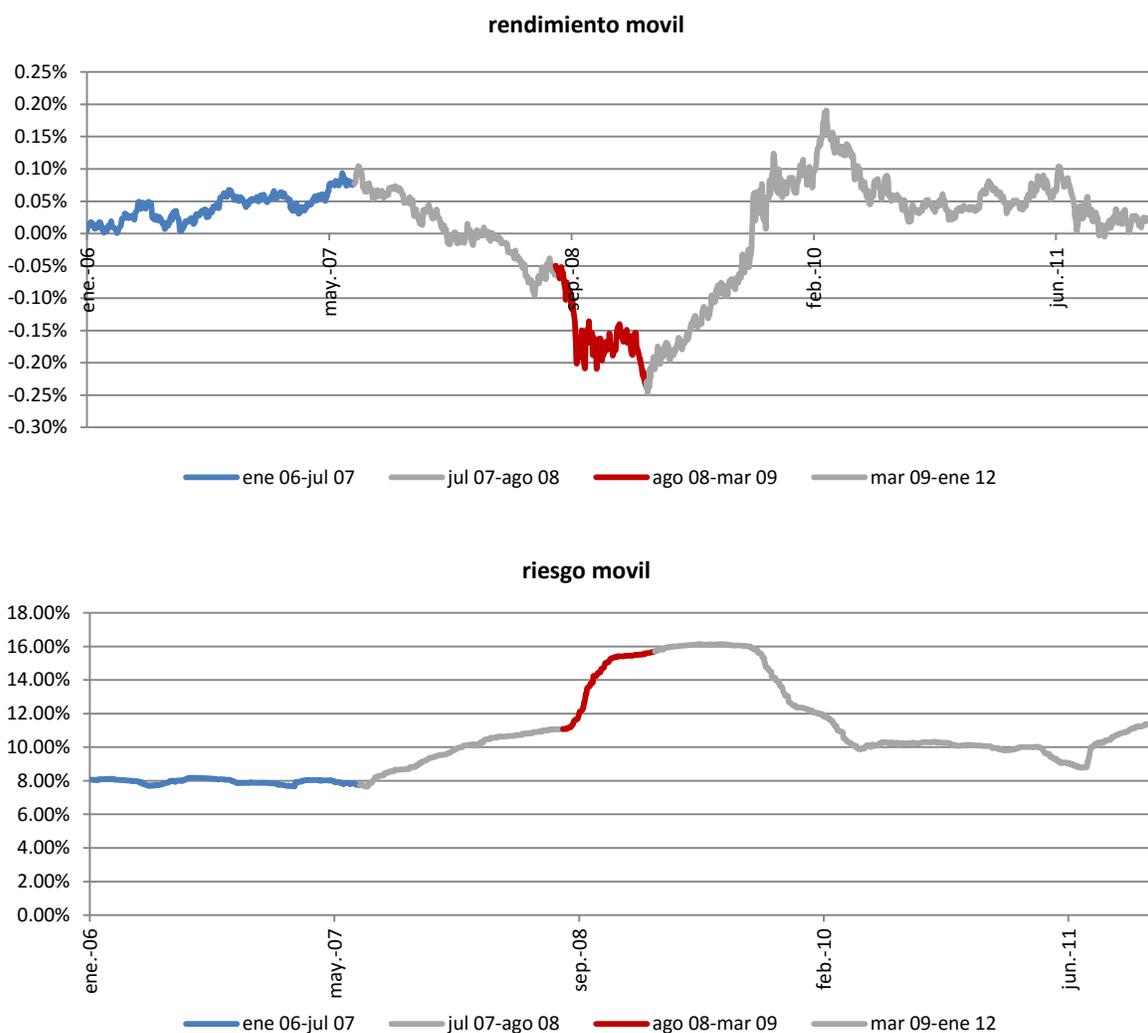
Como se puede observar en la Gráfica 3-1 existen:

32. periodos de estabilidad tanto en rendimientos como en riesgo;
33. periodos de volatilidad creciente y rendimiento decreciente;
34. periodos de rendimientos negativos y alta volatilidad;
35. periodos de recuperación en cuestión de rendimientos y alta volatilidad,
36. y periodos de búsqueda de estabilidad tanto en rendimientos como en volatilidad.

### Calibración del Modelo

Se analizaron dos periodos para ver la relación riesgo rendimiento ante diferentes situaciones de mercado, el primer periodo es de estabilidad tanto en rendimientos como en riesgos que comprende de enero 2006 a julio 2007, y el segundo de rendimientos decrecientes y negativos con alto riesgo y creciente que comprende de agosto 2008 a marzo 2009, los cuales podemos observar en la Gráfica 3-2.

Gráfica 3-2 Dow Jones 2006-2011 selección de periodos



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Ya determinados los periodos de análisis se calcularon el promedio y la desviación estándar para cada uno de estos periodos, los cuales se muestran en la Tabla 3-1.

Tabla 3-1 Estadísticos de muestra del Dow Jones

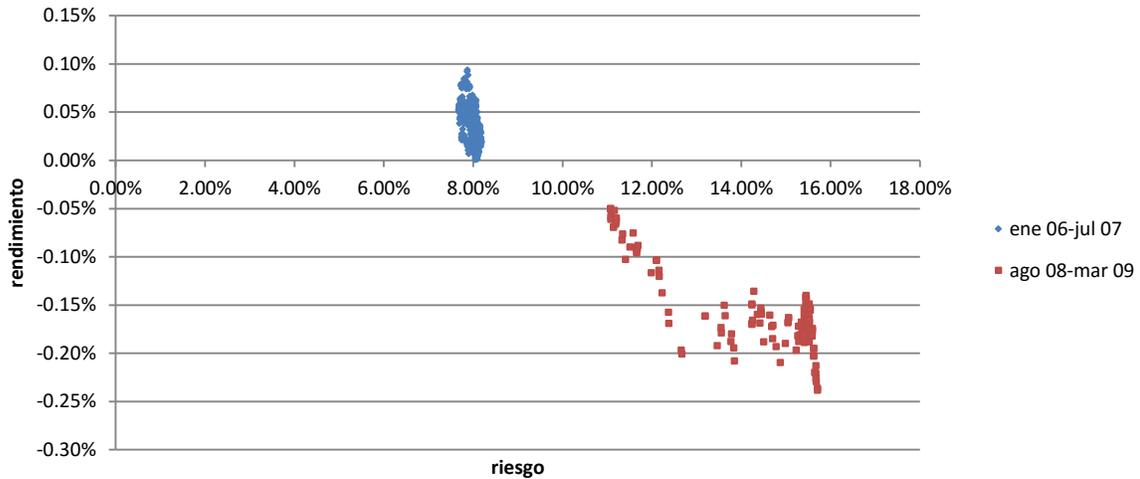
		<i>rendimiento</i>		<i>riesgo</i>			
		media	desv est	media	desv est	datos	% datos
03/01/2006	09/07/2007	0.040%	0.021%	0.633%	0.021%	380	75%
27/08/2008	03/03/2009	-0.155%	0.044%	2.043%	0.437%	129	25%
<i>Total</i>						509	100%

Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Al igual que en el modelo de Markowitz se gráfica riesgo contra rendimiento para ambos periodos, el cual puede ser observado en la Gráfica 3-3 Estadísticos de muestra del Dow Jones. El periodo

enero 06 – julio 07 forma un grupo muy conciso, con una muy pequeña variación en riesgo y rendimiento, de hecho es la misma (al graficarla se ve ovalada por la escala); el periodo agosto 2008 – marzo 2009 tiene una variabilidad de rendimientos del doble y una variabilidad en riesgos 200 veces mayor que el anterior, volviéndolo un grupo menos conciso.

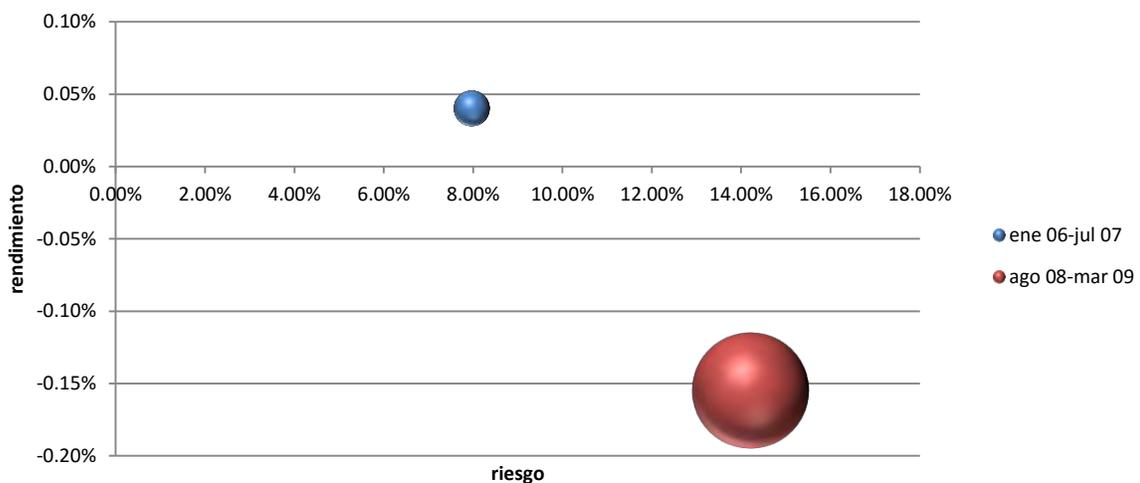
Gráfica 3-3 Estadísticos de muestra del Dow Jones



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

La Gráfica 3-4 es otra representación gráfica de la Gráfica 3-3, en la cual el tamaño de las esferas corresponde a la ponderación de la variabilidad del riesgo y rendimiento y la ubicación a la media de dichos parámetros. Como se puede observar con claridad, la esfera del periodo enero 06 – julio 07 es mucho menor que la esfera del periodo agosto 2008 – marzo 2009 y sus riesgos y rendimientos varían de una forma clara.

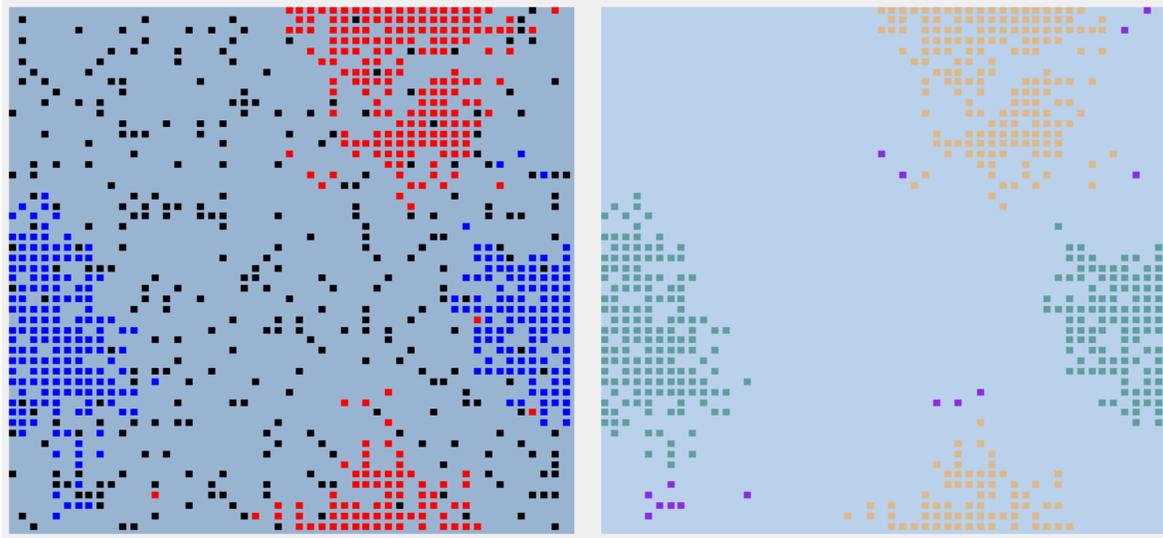
Gráfica 3-4 Estadísticos 2 de muestra del Dow Jones



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Al reducir el tamaño del paso se obtiene un resultado similar al de reducir la vista ya que camina la hormiga entre el *cluster* en vez de pasar sobre él, encontrando objetos dentro de este y moviéndolos a otros *clusters*.

Gráfica 3-5 Ejemplo de Colonias de Hormigas en Toro con datos Dummy



Fuente: Elaboración propia

La Gráfica 3-5 muestra un ejemplo en la cual se clasificaron 1,000 datos Dummy donde se crearon dos datos distintos de forma artificial para demostrar el funcionamiento del algoritmo.

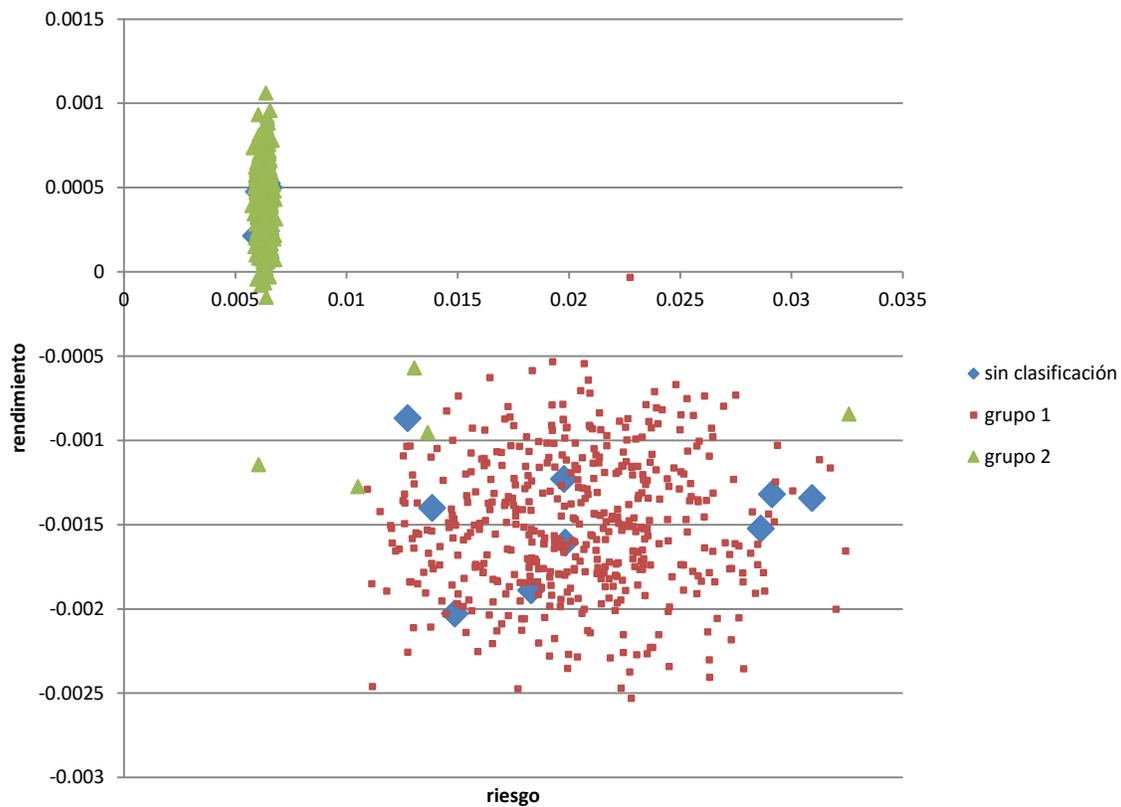
En el recuadro del lado izquierdo se pueden apreciar puntos de tres colores: azules, rojos y negros.

- 37. Azules: pertenecen al primer periodo es de estabilidad tanto en rendimientos como en riesgos que comprende de enero 2006 a julio 2007,
- 38. Rojos: pertenecen al segundo periodo de rendimientos decrecientes y negativos con alto riesgo y creciente que comprende de agosto 2008 a marzo 2009,
- 39. Negros: Hormigas

En el recuadro de la derecha se muestran los mismos datos, exceptuando las hormigas. Los colores son asignados de acuerdo a grupo al que el algoritmo determine que pertenecen. Por lo que se puede observar la gran mayoría de los datos azules fueron clasificados de color verde, y los datos rojos fueron clasificados de color amarillo. Los datos no clasificados fueron pintados de color morado, siendo estos la minoría.

El hecho de que todos los datos azules estén juntos, así como los rojos nos indica que la clasificación fue hecha de forma correcta (ambos recuadros son toros extendidos, por lo que el borde superior continúa en el borde inferior y de la misma forma el borde derecho continúa en el borde izquierdo). Adicionalmente el algoritmo catalogó los grupos de forma correcta ya que al asignarles grupo los separó de forma similar en ambos recuadros, exceptuando los datos morados.

Gráfica 3-6 Ejemplo de Colonias de Hormigas Riesgo vs Rendimiento



Fuente: Elaboración propia

La Gráfica 3-6 muestra la clasificación de 1,000 datos Dummy, de los cuales 16 (1.6%) no pudieron ser clasificados, 473 (47.3%) fueron clasificados como grupo 1 de los cuales todos pertenecen a este grupo y 511 (51.1%) fueron clasificados como grupo 2 de los cuales tan solo 5 (0.5%) están mal clasificados mal.

### 3.3. Estudio de eventos negativos

Para evaluar el efecto que tiene el S&P500, utilizado como Benchmark, sobre el resto del mercado se realizó un análisis de eventos. El análisis de eventos consiste en definir un evento y encontrar la fecha en la que ocurre, ya encontrado el evento se alinea en el tiempo cero y se grafica hacia atrás 20 días y hacia adelante 20 días. Posteriormente se calcula en promedio del rendimiento de todos los eventos y se grafican. Lo que nos indica este tipo de análisis es el impacto de un evento sobre el precio de la acción, y de esta forma podemos tomar decisiones con mayor información para poder mitigar los impactos negativos o aprovecharnos de ellos obteniendo un rendimiento.

Cada evento fue definido como la caída de 1% del S&P500 y durante el mismo día una caída de cada de la acción en por lo menos 5%. Para realizar el análisis se graficaron todos los eventos sucedidos en la *Gráfica 4-5 Estudio de eventos del S&P500 vs acciones del DJI*, y posteriormente se realizó un análisis de eventos para cada una de las acciones analizadas. El periodo considerado para este análisis fue del 1 de enero de 2000 al 30 de junio de 2012. Es importante considerar para el análisis

por emisora que en caso de que el número de eventos sea muy bajo, no podremos realizar conclusiones acertadas sobre dicha emisora.

A continuación se muestran algunas de las gráficas más representativas del Estudio de eventos negativos, el resto de las gráficas se encuentran localizadas en Anexos para su consulta.

### **3.4. Valuación de modelos en el tiempo**

Para poder determinar la efectividad de los modelos se realizó una simulación desde agosto 2000 hasta la junio de 2012. En la cual se rebalanceo el portafolio cada un número determinado de días y se analizó el comportamiento de este, tanto en su composición como sus métricas principales, rendimiento, riesgo e índice de Sharpe, el cual como anteriormente fue mencionado muestra la relación riesgo rendimiento al determinar por cada punto de riesgo que se toma cual es la compensación por este sobre la tasa libre de riesgo. Para efectos de la simulación se tomaron diferentes costos de transacción o comisiones que podrían ser generadas durante el rebalanceo del portafolio para hacer un análisis de sensibilidad.

Para poder evaluar el desempeño del modelo se comparará el portafolio generado contra un portafolio que contenga únicamente el S&P500, y así determinar si el modelo supera al promedio del mercado o no.

Para poder determinar el periodo de rebalanceo adecuado del portafolio se hizo una simulación en la cual se rebalanceo el portafolio de forma Semanal, Quincenal, Mensual, Bimestral, Trimestral y Semestral; partiendo de un portafolio con valor de USD1,000,000. Para poder evaluar la eficiencia del rebalanceo se comparó contra haber comprado un portafolio con 100% SPY (*track del S&P*).

## 4. Análisis de Resultados

En esta sección se muestran los resultados de la implementación de las etapas descritas en la Introducción:

40. Construcción la frontera eficiente Utilizar el modelo de Markowitz
41. Clasificar el sentimiento de mercado (*Market Sentiment*)
42. Estudio de eventos (*event studies*)
43. Análisis del portafolio en el tiempo y el efecto del rebalanceo del portafolio
44. Comparación contra el S&P500
45. Incorporación el sentimiento de mercado (*Market Sentiment*) y análisis.

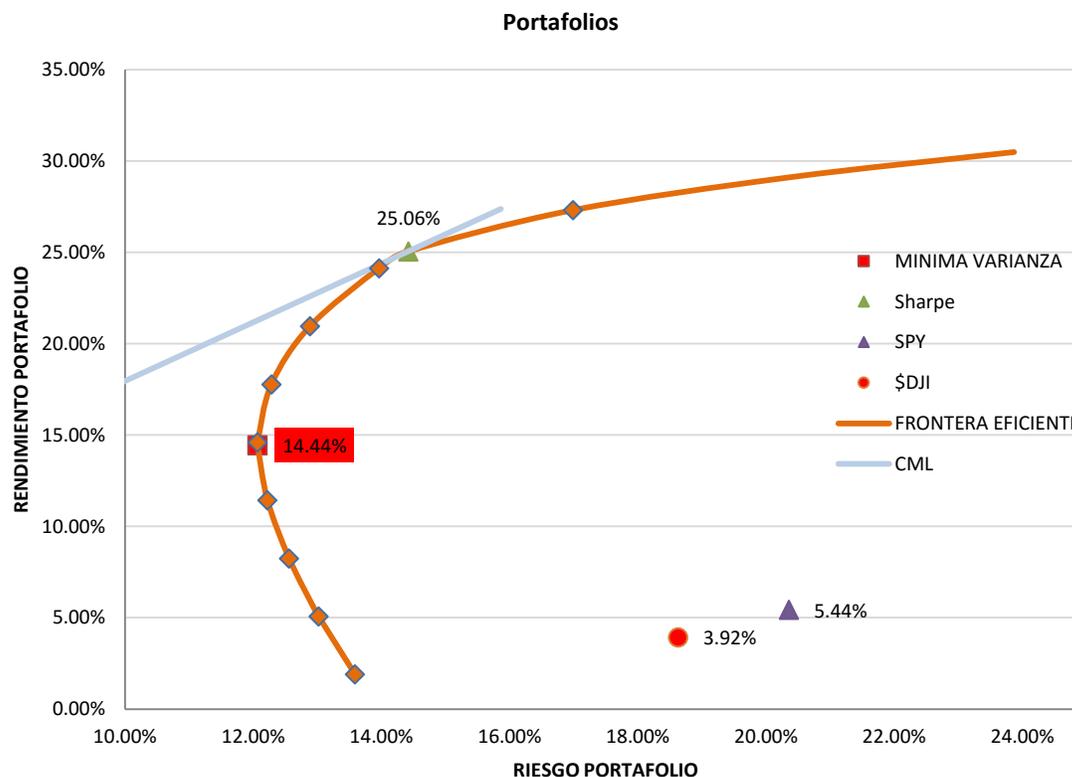
### 4.1. Portafolios utilizando Markowitz

#### 4.1.1. Determinación del portafolio

##### *Modelo Aritmético simple*

Utilizando el modelo de Markowitz determinamos la frontera eficiente y a partir de esta buscamos el portafolio de Sharpe para maximizar la relación riesgo rendimiento, *Gráfica 4-1 Frontera Eficiente con modelo aritmético simple con año y medio de historia* muestra la frontera eficiente, el portafolio de Mínima Varianza, el portafolio de Sharpe, el S&P500 y el Dow Jones.

Gráfica 4-1 Frontera Eficiente con modelo aritmético simple con año y medio de historia



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

La *Tabla 4-1* muestra la ponderación de las acciones. El portafolio está altamente concentrado en 3 acciones únicamente, obteniendo un rendimiento esperado del 25.06% y un riesgo del 14.421%, lo que da un Coeficiente de Variación de 0.6, obteniendo un índice de Sharpe de 1.61 el cual considera una tasa libre de riesgo de 1.90% (T-Bond 10 años).

**Tabla 4-1 Ponderación de las acciones con modelo aritmético simple**

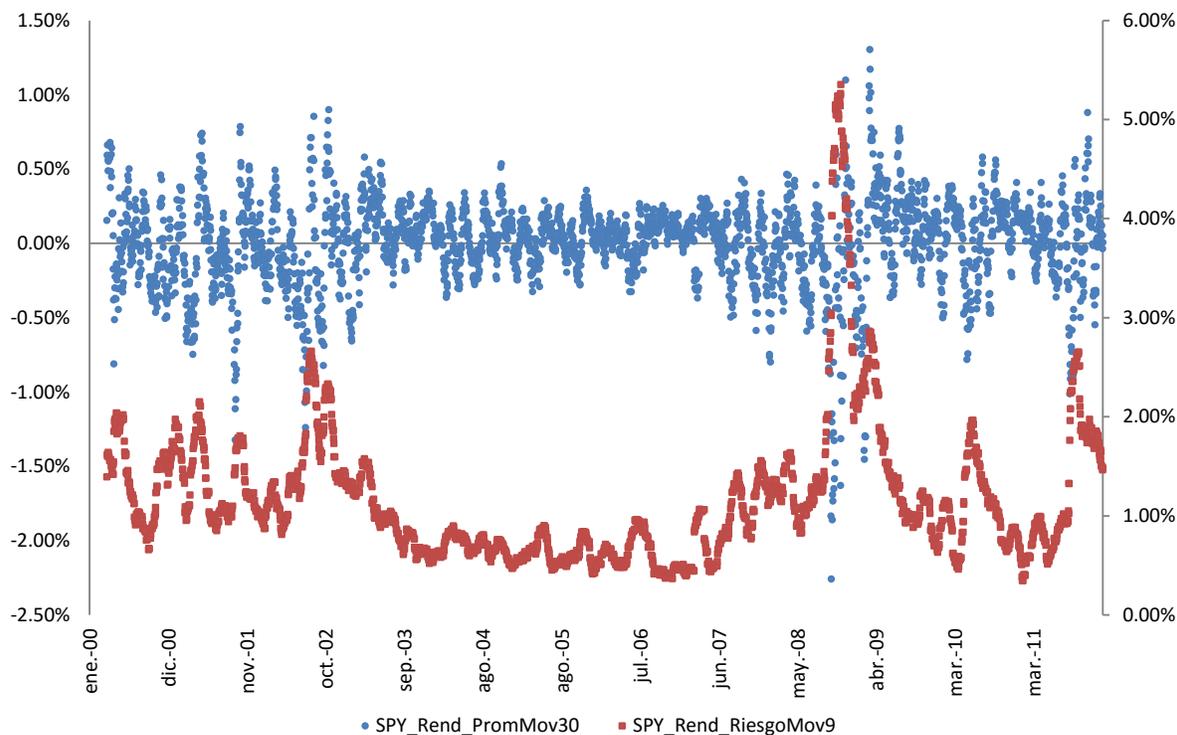
<b>MODELO</b>	<b>Wi</b>	<b>Rendimiento Esperado</b>	<b>Riesgo</b>
SPY	0%	5.4%	20.4%
AA	0%	-44.1%	39.1%
AXP	0%	18.5%	27.6%
BA	0%	1.6%	27.2%
BAC	0%	-38.9%	54.0%
CAT	0%	-12.1%	34.6%
CSCO	0%	2.8%	31.5%
CVX	0%	7.4%	25.1%
DD	0%	-3.0%	27.0%
DIS	0%	8.8%	26.8%
GE	0%	2.6%	26.5%
HD	13%	30.5%	23.9%
HPQ	0%	-61.3%	38.8%
IBM	0%	12.9%	20.5%
INTC	0%	10.5%	25.2%
JNJ	0%	10.0%	14.8%
JPM	0%	-12.0%	38.3%
KO	0%	11.1%	16.1%
MCD	0%	13.0%	15.9%
MMM	0%	1.9%	24.0%
MRK	0%	22.2%	19.6%
MSFT	0%	12.4%	23.0%
PFE	0%	16.5%	20.4%
PG	0%	7.8%	14.6%
T	38%	23.3%	16.6%
TRV	0%	8.8%	24.3%
UNH	0%	14.4%	28.1%
UTX	0%	-1.5%	26.2%
VZ	0%	15.9%	16.6%
WMT	49%	25.0%	16.6%

Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

## 4.2. Clasificación de Sentimiento de Mercado

Los datos utilizados son del periodo 01/01/2000 a 30/06/2012, con un total de 618 registros. La Gráfica 4-2 muestra el riesgo y el rendimiento móvil a 30 días del periodo de clasificación.

Gráfica 4-2 Riesgo y Rendimiento Móvil del Periodo de Clasificación



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

La configuración utilizada para la clasificación fue la siguiente:

- |                     |                                         |
|---------------------|-----------------------------------------|
| 46. Hormigas = 248  | 51. Tamaño de paso = 10 a 3             |
| 47. Toro de 56 x 56 | 52. Vista de la hormiga = 8 x 8 a 2 x 2 |
| 48. K1 = 0.3        | 53. Iteraciones = 350,000               |
| 49. K2 = 0.8        | 54. Eps = 5                             |
| 50. Alfa = 0.3      | 55. MinPts = 54                         |

Resultando en 2 grupos diferentes como se muestra en la Tabla 4-2, con un total de 614 datos clasificados, equivalente al 92% de los datos de la muestra, con una amplia concentración de los datos en el grupo 0.

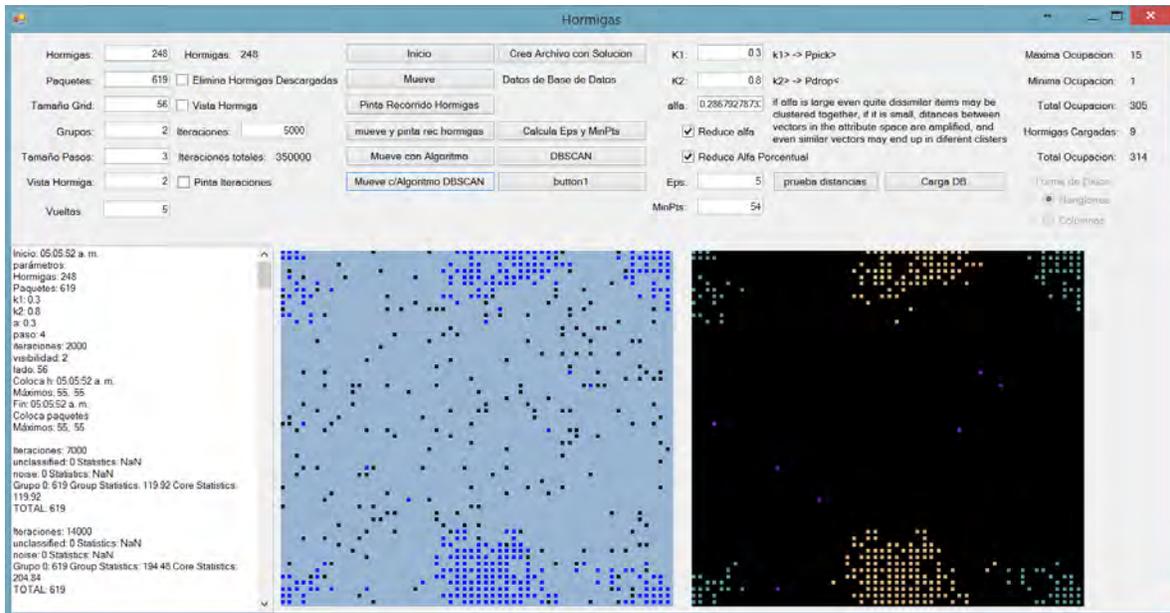
Tabla 4-2 Clasificación

Grupo	# datos	%
Sin Clasificación	7	1%
0	433	70%
1	179	29%

Fuente: Elaboración propia

La Figura 4-1 muestra la pantalla de clasificación de los datos, como se puede apreciar en el recuadro de la derecha, los diferentes colores representan diferentes grupos.

Figura 4-1 Clasificación



Fuente: Elaboración propia

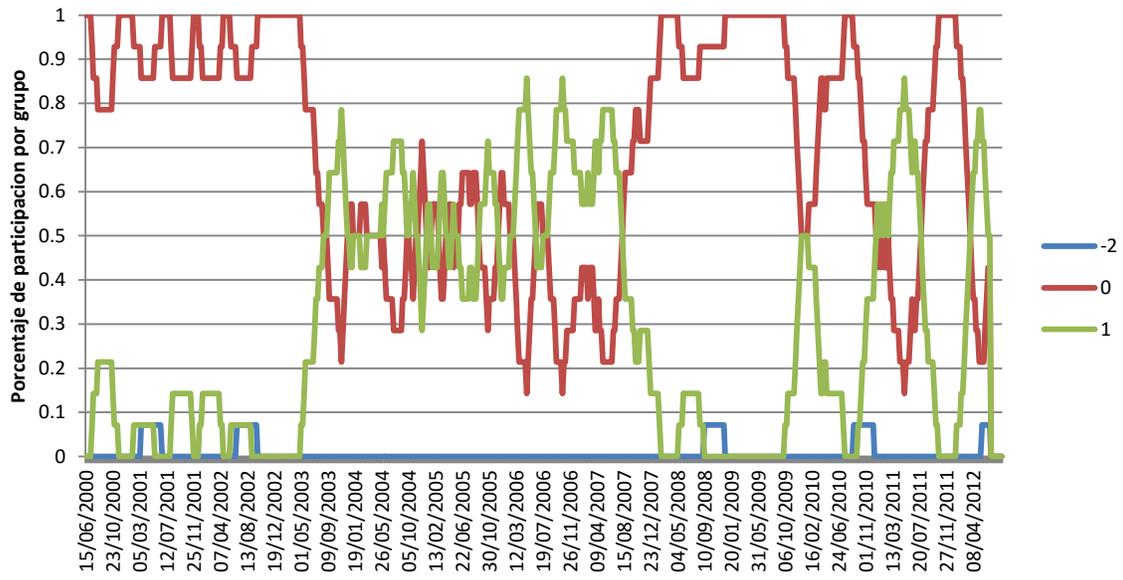
Posterior a clasificar los datos se calculó el porcentaje de participación de los grupos cada periodo, cómo se puede observar en la Gráfica 4-3 y Gráfica 4-4, el grupo cero es predominante sobre los demás, en especial en los periodos 2000 – 2003 y 2008 – 2009.

Gráfica 4-3 Porcentaje de participación por grupo agregados



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 4-4 Porcentaje de participación por grupo

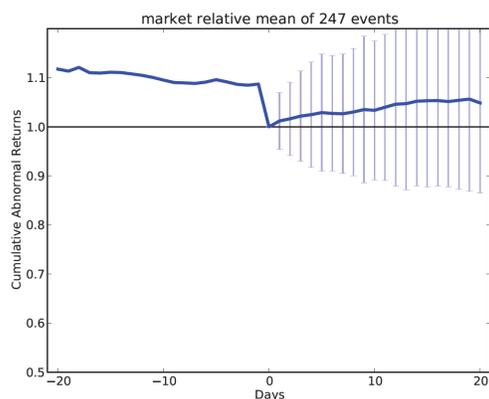


Fuente: Elaboración propia

### 4.3. Estudio de eventos negativos

A continuación se muestran algunas de las gráficas más representativas del Estudio de eventos negativos, el resto de las gráficas se encuentran localizadas en Anexos para su consulta.

Gráfica 4-5 Estudio de eventos del S&P500 vs acciones del DJI



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Como se puede observar en la Gráfica 4-5 Estudio de eventos del S&P500 vs acciones del DJI, existieron 247 eventos en los cuales se puede ver una correlación entre el comportamiento de S&P 500 y otras acciones, sin embargo, en la Tabla 4-3 Distribución de Eventos, se destaca que la mayoría de las emisoras no experimenta el evento ni una vez al año, únicamente 7 de las emisoras consideradas experimentan más de un evento al año, por lo que incorporar esto al modelo de rebalanceo no tiene sentido, ya que no tenemos información suficiente para más del 75% de las acciones que componen la muestra.

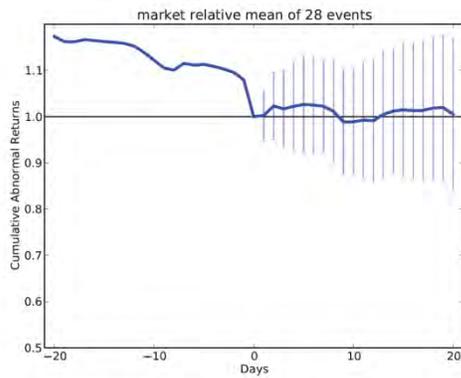
Con dicho análisis se podría especular comprando acciones cada que se da un evento ya que en promedio posterior al evento las acciones en su mayoría suben de valor, sin embargo este análisis se debe de realizar por emisora, ya que no todas las emisoras se van a comportar se la misma forma, y para la mayoría de ellas los eventos son muy escasos.

Tabla 4-3 Distribución de Eventos

Ticker	# eventos	Decisión	veces al año	% de eventos
BAC	38	compra	3.0	15%
AA	28	neutro	2.2	11%
JPM	27	compra	2.2	11%
CSCO	26	compra	2.1	11%
AXP	19	compra	1.5	8%
INTC	17	compra	1.4	7%
HPQ	15	neutro	1.2	6%
UNH	10	neutro	0.8	4%
GE	8	neutro	0.6	3%
MSFT	6	neutro	0.5	2%
TRV	6	compra	0.5	2%
BA	5	venta	0.4	2%
DIS	4	neutro	0.3	2%
UTX	4	neutro	0.3	2%
CAT	3	compra	0.2	1%
HD	3	compra	0.2	1%
IBM	3	neutro	0.2	1%
KO	3	neutro	0.2	1%
MRK	3	neutro	0.2	1%
T	3	neutro	0.2	1%
CVX	2	compra	0.2	1%
DD	2	neutro	0.2	1%
MCD	2	neutro	0.2	1%
PG	2	venta	0.2	1%
VZ	2	venta	0.2	1%
XOM	2	compra	0.2	1%
JNJ	1	compra	0.1	0%
MMM	1	venta	0.1	0%
PFE	1	neutro	0.1	0%
WMT	1	venta	0.1	0%
<b>Total</b>	<b>247</b>		<b>0.7</b>	

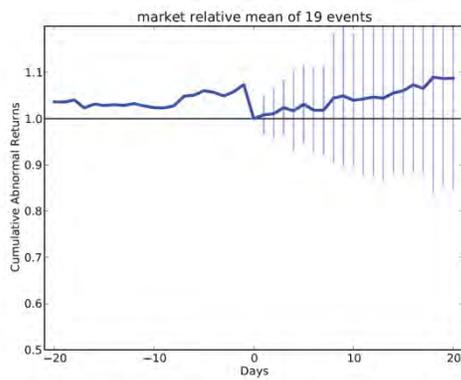
Fuente: Elaboración propia

Gráfica 4-6 Estudio de eventos del S&P500 vs AA



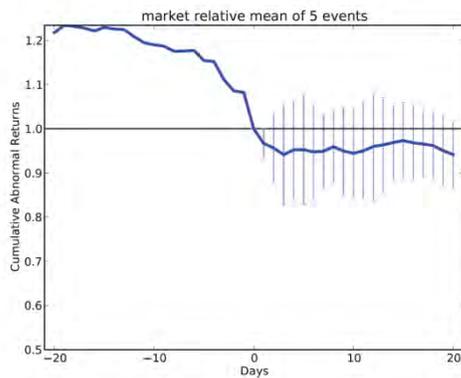
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 4-7 Estudio de eventos del S&P500 vs AXP



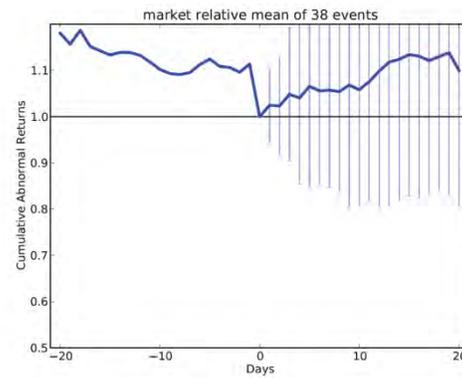
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 4-8 Estudio de eventos del S&P500 vs BA



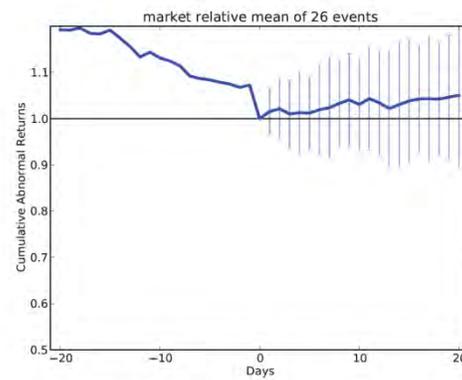
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 4-9 Estudio de eventos del S&P500 vs BAC



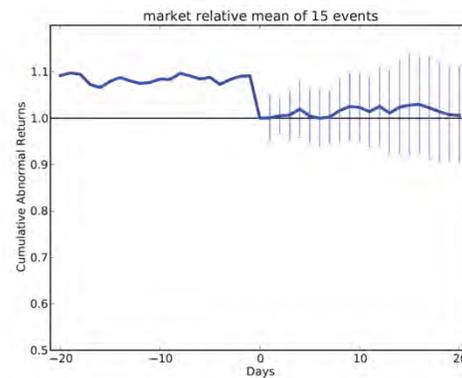
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 4-10 Estudio de eventos del S&P500 vs CSCO



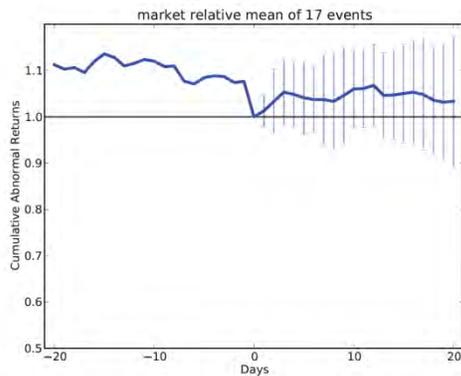
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 4-11 Estudio de eventos del S&P500 vs HPQ



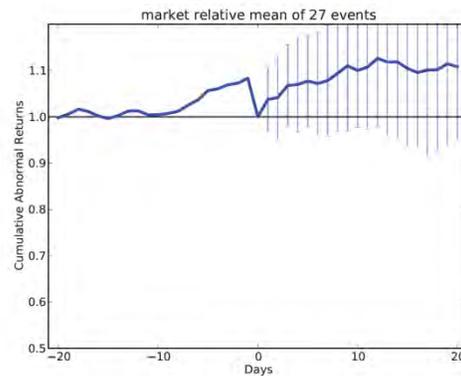
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 4-12 Estudio de eventos del S&P500 vs INTC



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 4-13 Estudio de eventos del S&P500 vs JPM



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Como se puede observar en la Gráfica 4-6 y Gráfica 4-11, correspondientes a AA y HPQ respectivamente, las emisoras tienen un comportamiento neutro ante el evento, ya que se mantienen cercanas a 1.0 en promedio.

Para la Gráfica 4-7, Gráfica 4-9, Gráfica 4-10, Gráfica 4-12 y Gráfica 4-13 podemos observar que ante el evento tienen un comportamiento positivo, indicándonos que si posterior al evento se compararan dichas emisoras se podría esperar que en los 20 días posteriores al evento el valor de las acciones subiera y se pudiera ejercer una ganancia ante la venta de las acciones en cuestión. En particular la Gráfica 4-7, Gráfica 4-9 y Gráfica 4-13, que corresponden a AXP, BAC y JPM respectivamente, tienen incrementos alrededor de 10%.

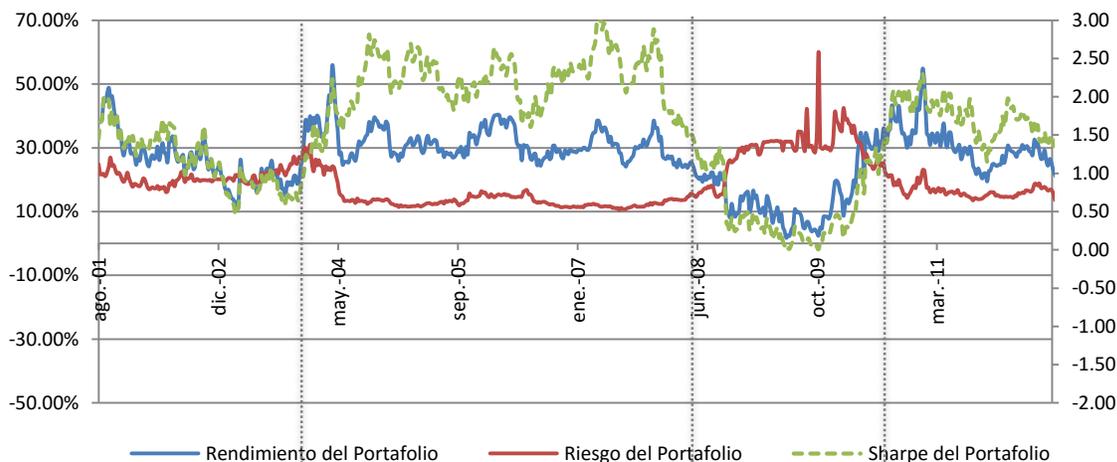
Por otro lado la Gráfica 4-8 muestra tener un comportamiento negativo ante el evento, lo que indicaría que se debe de vender en corto BA o no tomar ninguna acción ante el evento. Sin embargo si observamos el número de veces que ha existido el evento podemos determinar que no existe suficiente información para poder tomar una decisión educada al respecto, como mencionado con anterioridad.

## 4.4. Valuación de modelos en el tiempo

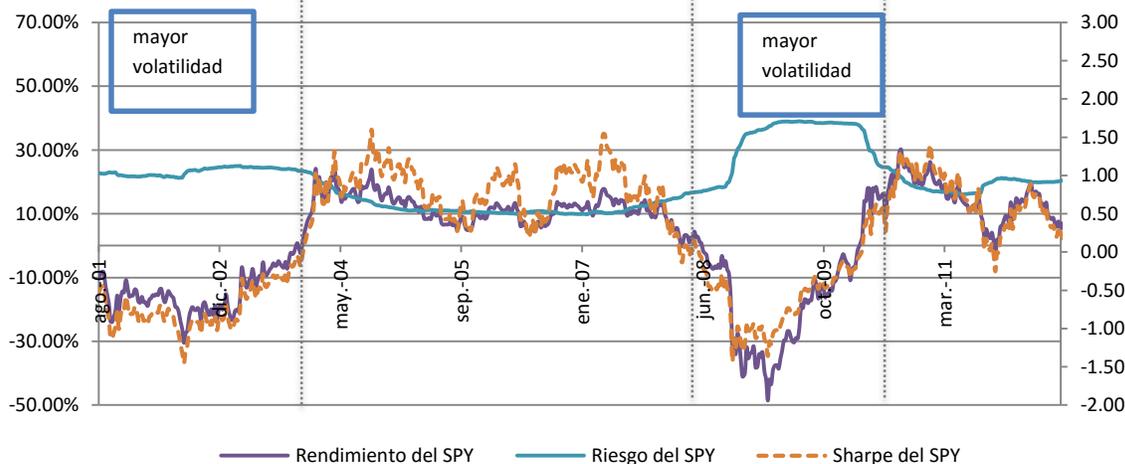
### 4.4.1. Simulación de Sharpe en el tiempo con rebalanceo del portafolio

### 4.4.2. Portafolios utilizando Markowitz

Gráfica 4-14 Métricas de simulación para el Portafolio



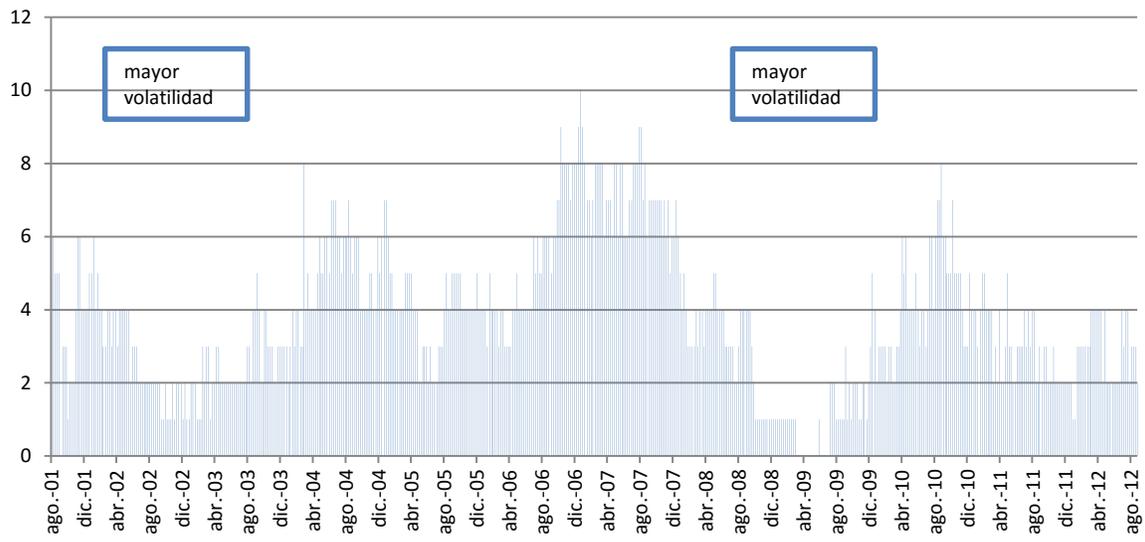
Gráfica 4-15 Métricas de simulación para el S&P 500



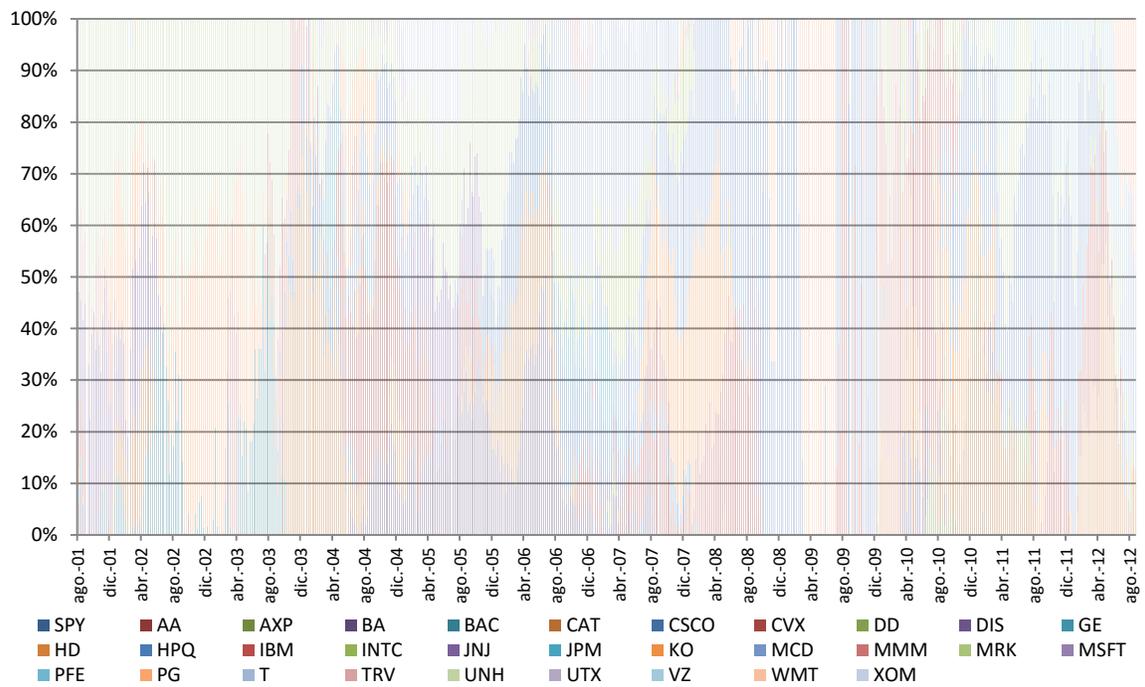
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

En las Gráfica 4-14 y Gráfica 4-15 se observa al portafolio y el S&P, utilizado como Benchmark. La Gráfica 4-16 muestra el número de acciones que componen el portafolio en diferentes momentos del tiempo, en períodos de mayor volatilidad el modelo disminuye el número de acciones en los que invierte, dada la alta volatilidad y los rendimientos deplorables de estas. En la Gráfica 4-17 muestra la composición del portafolio y como se puede observar ante cambios en la volatilidad en el mercado y cambios en los rendimientos la composición puede cambiar de forma radical.

Gráfica 4-16 # acciones que componen el portafolio



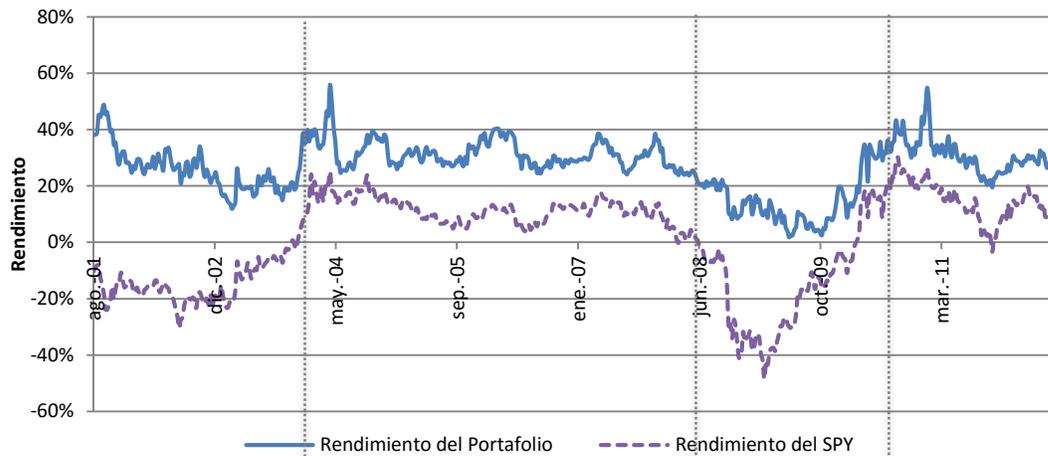
Gráfica 4-17 Composición del Portafolio



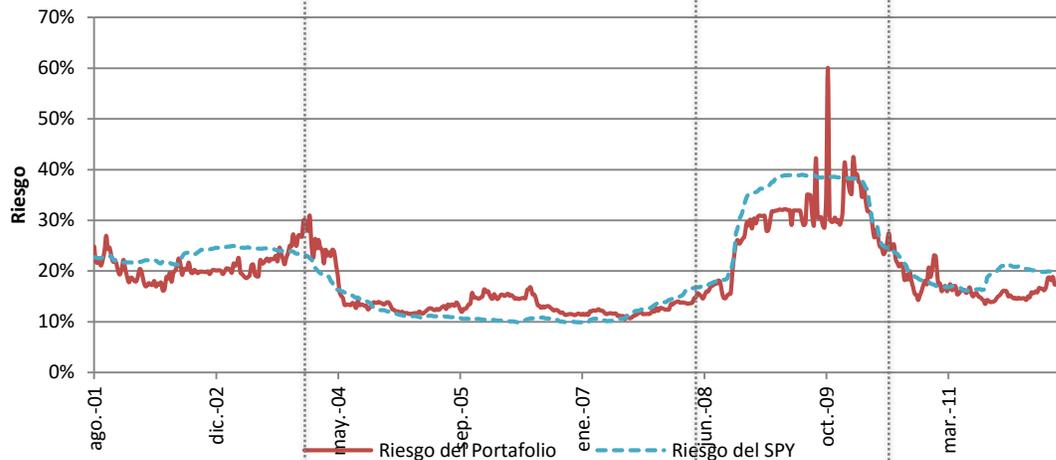
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

### 4.4.3. Comparación de Portafolios contra el S&P 500

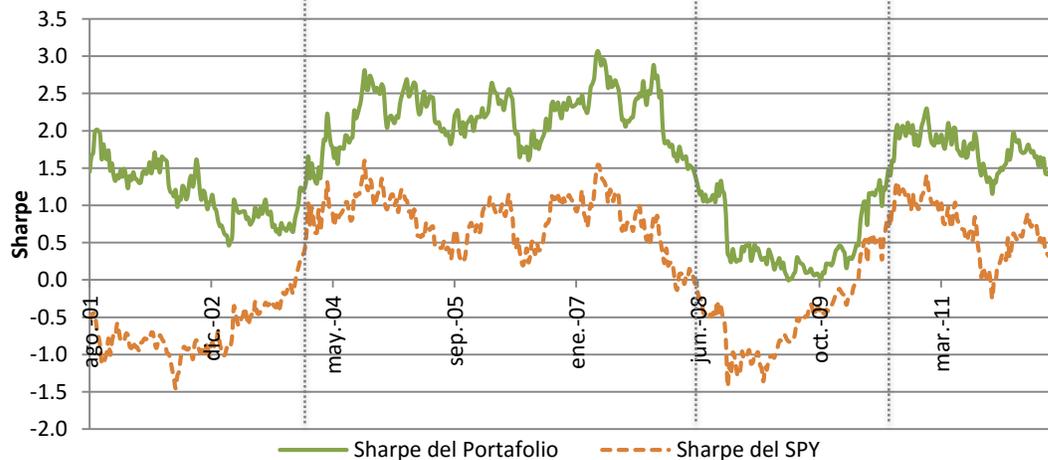
Gráfica 4-18 Rendimiento de Portafolios y Benchmark



Gráfica 4-19 Riesgo de Portafolios y Benchmark



Gráfica 4-20 Índice de Sharpe de Portafolios y Benchmark



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

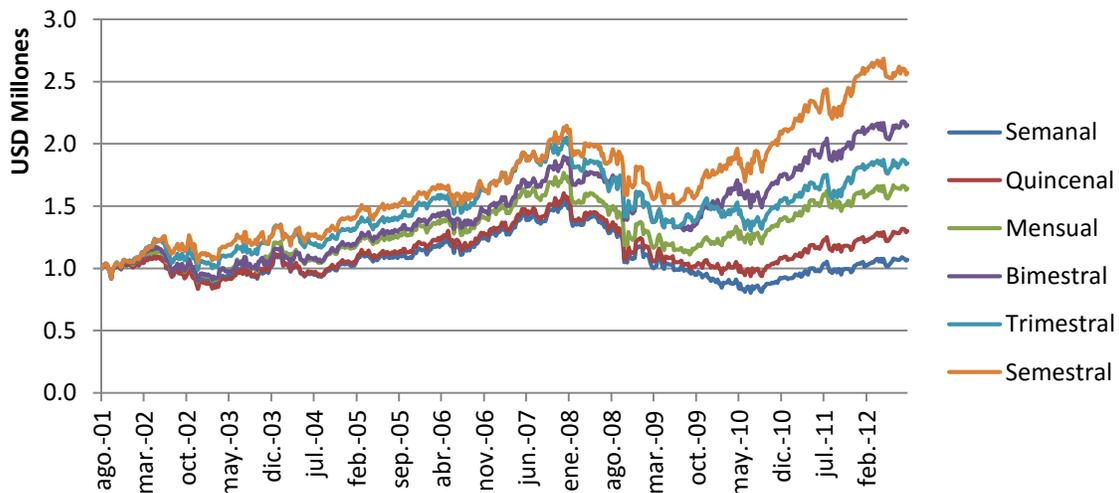
En la sección **Comparación de Portafolios contra el S&P 500** se puede observar que a pesar de que el riesgo entre el portafolio y el S&P500 es similar durante el periodo analizado el rendimiento es superior durante todo el periodo y más estable. Como consecuencia de lo anterior el Índice de Sharpe del portafolio se mantiene por arriba de forma consistente que el del S&P500.

#### 4.4.4. Análisis de periodo de rebalanceo

#### 4.4.5. Periodo de Re-balanceo constante

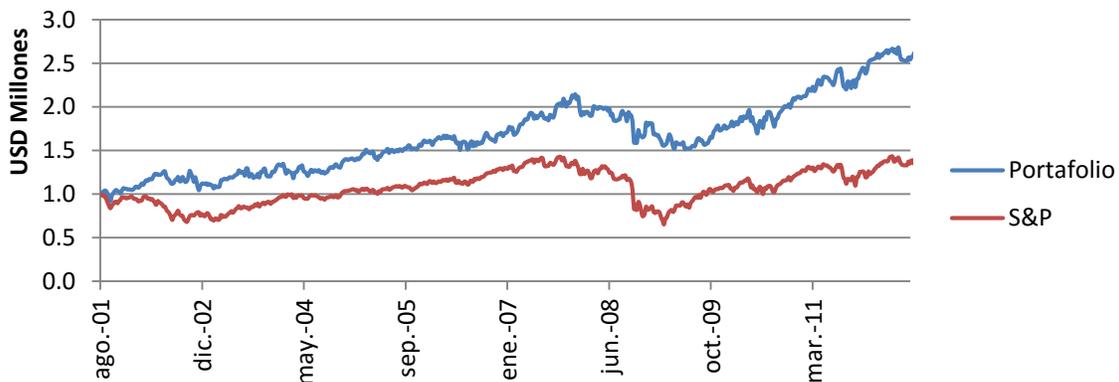
Para poder determinar el periodo de rebalanceo adecuado del portafolio se hizo una simulación en la cual se rebalanceo el portafolio de forma Semanal, Quincenal, Mensual, Bimestral, Trimestral y Semestral; partiendo de un portafolio con valor de USD1,000,000. Como se puede observar en la Gráfica 4-21, el plazo de rebalanceo con mayor efectividad semestral. Para poder evaluar la eficiencia del rebalanceo se comparó contra haber comprado un portafolio con 100% SPY (*track del S&P*).

Gráfica 4-21 Cambios en el valor del portafolio por periodo de rebalanceo con una comisión de 0.25%



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 4-22 Portafolio con rebalanceo semestral y comisión de 0.25%



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Tabla 4-4 Análisis de sensibilidad por comisión y periodo de rebalanceo

	0%	0.05%	0.10%	0.15%	0.20%	0.25%	0.30%	0.35%	0.40%	0.45%	0.50%
Semanal	1.66	1.52	1.39	1.27	1.17	1.07	0.98	0.90	0.82	0.75	0.69
Quincenal	1.76	1.66	1.56	1.47	1.38	1.30	1.22	1.15	1.08	1.02	0.96
Mensual	2.01	1.93	1.86	1.78	1.71	1.64	1.58	1.51	1.45	1.40	1.34
Bimestral	2.46	2.40	2.33	2.27	2.21	2.15	2.09	2.04	1.98	1.93	1.88
Trimestral	2.05	2.01	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.77	1.73	1.69	1.66
Semestral	2.75	2.71	2.68	2.64	2.60	2.57	2.53	2.50	2.47	2.43	2.40

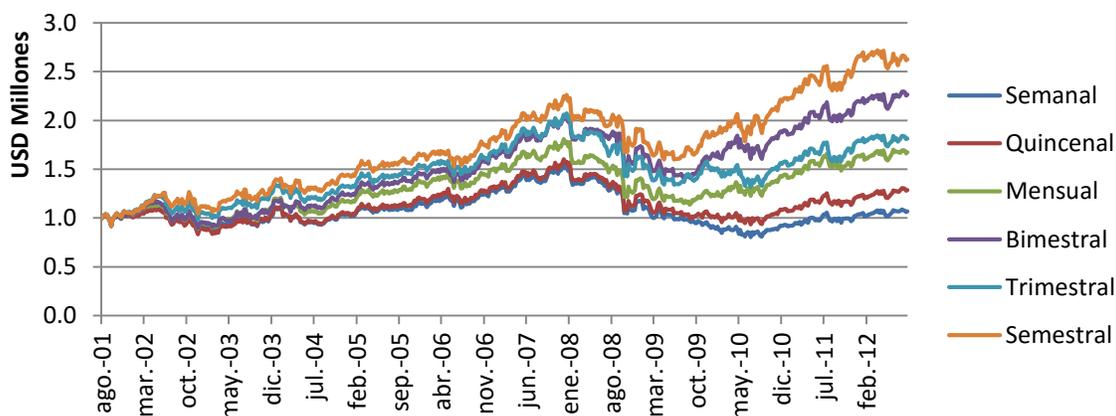
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance, montos en millones de USD

La Tabla 4-4 muestra el **valor del portafolio al final del periodo de valuación en millones de dólares**, los datos resaltados son aquellos portafolios que superan el valor del SPY (los portafolios están normalizados), como se puede observar, a mayor comisión es más complicado obtener mayores niveles de rendimiento ya que gran parte de estos se van en pagar las comisiones de las casa de bolsa, asimismo a mayor rebalanceo se incurre en más comisiones.

A partir de la clasificación obtenida por el algoritmo de Hormigas, simuló el rebalanceo del portafolio en los mismos periodos de tiempo que la simulación anterior pero adicional al periodo de rebalanceo se rebalancea cuando la moda del grupo al que pertenece cada semana de las últimas 5 semanas es diferente al de las 5 semanas anteriores a estas, con la restricción de que el periodo máximo de rebalanceo por cambio de grupo es cada 5 semanas. Al hacer esto, optimizamos el rebalanceo clásico, incorporando el *market sentiment* al tiempo de rebalanceo, intentando mejorar el portafolio pero manteniendo los costos de rebalanceo bajos.

Como se puede observar en la Gráfica 4-23, al incorporar el rebalanceo en los cambios de grupo se obtiene una mejora con los plazos mayores de rebalanceo.

Gráfica 4-23 Cambios en el valor del portafolio por periodo de rebalanceo integrando market sentiment con una comisión de 0.25%



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

**Tabla 4-5 Análisis de sensibilidad por comisión y periodo de rebalanceo incorporando market sentiment**

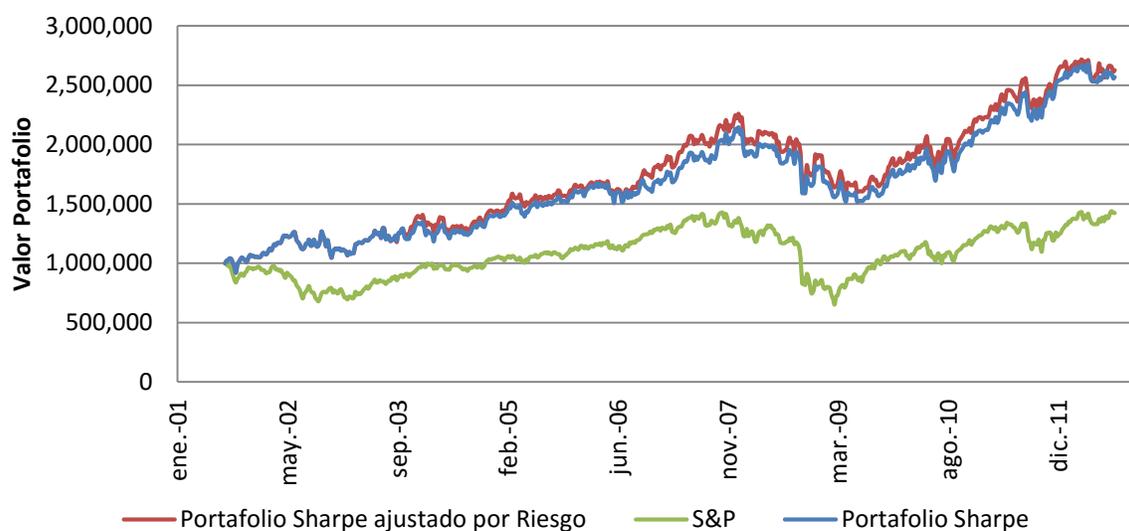
	0%	0.05%	0.10%	0.15%	0.20%	0.25%	0.30%	0.35%	0.40%	0.45%	0.50%
Mensual	2.07	1.98	1.90	1.82	1.75	1.67	1.60	1.54	1.48	1.41	1.36
Bimestral	2.62	2.54	2.47	2.40	2.33	2.26	2.20	2.14	2.07	2.02	1.96
Trimestral	2.05	2.00	1.95	1.91	1.86	1.82	1.77	1.73	1.69	1.65	1.61
Semestral	2.87	2.82	2.77	2.72	2.67	2.63	2.58	2.54	2.49	2.45	2.41

Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance, monto en millones de dolares

La Tabla 4-5 muestra un análisis de sensibilidad similar al de la Tabla 4-4, en esta sección el portafolio se re-balancea incorporando *market sentiment*. Los datos resaltados son aquellas combinaciones de periodo de rebalanceo y comisiones que superan al portafolio simplemente rebalanceado con tiempo.

Como se puede observar para los rebalanceos mensuales, bimestrales y Semestrales se obtienen mejores resultados incorporando el sentimiento de mercado al modelo, para los rebalanceos semanales y quincenales no se muestran resultados ya que se definió que el rebalanceo mínimo es de 5 semanas.

**Gráfica 4-24 Portafolios con rebalanceo semestral y comisión de 0.25%**



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Como muestra la tabla anterior el portafolio de con rebalanceo ajustado por riesgo y el portafolio con rebalanceo en periodos fijos se comportan de forma similar, aunque el rebalanceo ajustado por riesgo en efecto genera un beneficio adicional en la administración del portafolio. El beneficio obtenido en el portafolio equivale a aproximadamente 2.3% al incorporar el sentimiento de mercado.

Aunque se puede observar que mantiene una ventaja durante la mayor parte del periodo analizado, el incremento no es muy significativo.

## 5. Conclusiones

Recapitulando lo mencionado en la introducción, el supuesto era que sí es viable incorporar el sentimiento de mercado utilizando “Colonias de Hormigas” para la administración de portafolios y que la incorporación de este puede beneficiar la eficiencia de la administración de portafolios. Como se puede observar en los resultados, el supuesto era correcto, ya que se logró integrar el sentimiento de mercado a la administración de portafolios.

Adicionalmente se esperaba ver mejoras en la etapa de rebalanceo, integrando periodos de rebalanceo por cambios en el sentimiento de mercado, lo cual también se puede observar en los resultados presentados. Y el objetivo era poder rebalancear en periodos no fijos y aumentar el valor del portafolio tomando en cuenta los costos de transacción adicionales en los que se incurrirá por rebalancear más seguido. Como se menciona en los resultados sí se obtuvo una mejora aunque se esperaba que dicha mejora fuera de mayor magnitud.

Como se indicó en el presente trabajo, el **Proceso de Administración de Portafolios** es una tarea continua ya que se debe de monitorear, re-balancear y ajustar el portafolio ante los constantes cambios del mercado y necesidades del inversionista. Dentro de la Estrategia de Inversión del portafolio utilizado en este trabajo se incorporan las expectativas del mercado dentro de la clasificación del *Market Sentiment* y se ve reflejado directamente en la Construcción del Portafolio. El Monitoreo Continuo del mercado se refleja en el rebalanceo y el monitoreo del *Market Sentiment*.

Al utilizar el **Modelo de Markowitz** tomando como base las acciones que componen el DJI podemos superar los resultados obtenidos por el mercado (S&P500), lo que demuestra el valor que otorga el modelo para inversionistas con un nivel de poca sofisticación, ya que con las herramientas computacionales actuales puede ser fácilmente implementado.

El **sentimiento de mercado pudo ser clasificado con éxito**; sin embargo, se debería de buscar refinar el algoritmo y compararlo con otros algoritmos de clasificación para obtener una clasificación más precisa o fina y poder combinar más estrategias para obtener mejores resultados.

Para el evento definido en la presente tesis podemos concluir que **no se puede utilizar el análisis de eventos de manera conjunta con los portafolios** ni los algoritmos de inteligencia artificial por la frecuencia tan baja de ocurrencia, se pueden intentar incorporar diferentes eventos en trabajos futuros.

Considerando el Análisis del portafolio en el tiempo y el efecto del rebalanceo del portafolio, a pesar de los costos de rebalanceo, en su mayoría es más conveniente utilizar el portafolio de Sharpe que comprar el índice del mercado, sin embargo como se pudo observar la sensibilidad del modelo a rebalanceos caros es importante, por lo que podemos concluir que una parte fundamental de la formación exitosa de portafolios dependerá de un análisis detallado del intermediario financiero utilizado y su esquema de comisión. Se pueden buscar intermediarios con comisiones fijas en caso de tener portafolios grandes, y de lo contrario buscar una comisión variable pequeña para no consumir los rendimientos obtenidos por el portafolio en las comisiones al hacer los rebalanceos.

Al utilizar el portafolio de Sharpe se optimiza la relación riesgo rendimiento que va a seguir el portafolio y la incorporación del *Market Sentiment* optimiza el periodo de rebalanceo, mejorando los resultados del portafolio.

Como se puede observar en los resultados presentados en la tesis, al incorporar el *Market Sentiment*, se incrementa en promedio el valor del portafolio en un 2.3% en el periodo total, lo cual representa casi 7% del valor de la inversión original. A pesar de que como mencionado anteriormente, sí se puede observar una mejora en el portafolio, no es de las magnitudes que se esperaba, por lo que se puede concluir que profundizar en los modelos híbridos podría llegar a generar un beneficio adicional si se logra perfeccionar la técnica buscando nuevos algoritmos, mejores configuraciones del algoritmo actual e incorporando mayor información significativa al modelo.

Como señalado en la introducción, si la presente tesis lograra impactar el 0.10% de las inversiones en renta variable de los inversionistas institucionales, el impacto sería sobre un portafolio mayor a Mx\$660 millones, y considerando beneficios del 2.3% en un periodo igual al analizado en la presente tesis, representa mejoras de más de Mx\$15 millones, una cifra no significativa para el tamaño del portafolio en el corto plazo, pero que en el largo plazo, gracias a la capitalización de los rendimientos puede aportar un beneficio para un número significativo de mexicanos.

Concluimos que la identificación de patrones en el comportamiento de los mercados financieros es de suma importancia, ya que puede generar ventajas competitivas sobre los demás inversionistas, su identificación puede ayudar a saber cuándo los mercados están cambiando de tendencias y así poder adaptar las estrategias de inversión para aprovechar estos movimientos maximizando los ingresos y disminuyendo los riesgos, como se pudo observar al incorporar el *Market Sentiment* en el algoritmo de clasificación.

*El uso de herramientas de inteligencia artificial combinadas con metodologías tradicionales puede ser una estrategia ideal en la constante lucha de los inversionistas por rendimientos y la búsqueda de nuevas formas de analizar la información para mantenerse a la cabeza de la carrera.*

## Bibliografía

- Alonso, J. C., & Arcos, M. A. (2005). 4 Hechos estilizados de las series de rendimientos: una ilustración para Colombia.
- Amu, F., & Millegard, M. (9 de Febrero de 2009). *Markowitz portfolio theory*.
- Baker, M., & Wurgler, J. (2007). Investor Sentiment in the Stock Market. *National Bureau of Economic Research*.
- Brabazon, A., & O'Neill, M. (2010). *Biologically Inspired Algorithms for Financial Modeling*. Berlin: Springer-Verlag.
- Bucio, C. (2011). Frontera Eficiente con Ajuste de Volatilidad en los Mercados de Capitales del TLCAN. *1er Congreso de Investigación Financiera IMEF*.
- Carbonell López, O. (Enero de 2001). Actitudes Frente al Riesgo.
- CBOE, Chicago Board Options Exchange. (2009). *THE CBOE VOLATILITY INDEX - VIX*. Chicago: Chicago Board Options Exchange, Incorporated.
- Chan, K. T., Yap, V. C., & Seah, E. (April de 2011). Optimizing Portfolio Construction Using Artificial Intelligence. *International Journal of Advancements in Computing Technology*, 3(3).
- Chang, J.-F., & Shi, P. (2011). Using investment satisfaction capability index based particle swarm optimization to construct a stock portfolio. *Information Science*, 181, 2989-2999.
- Chicago Board Options Exchange, Incorporated. (1995 - 2012). *VIX FAQ*. Recuperado el 28 de Julio de 2012, de <http://www.cboe.com/micro/vix/faq.aspx>
- Deneubourg, J. L., Gross, S., Franks, N., Sendova-Franks, A., Detrain, C., & Chrétien, L. (1991). The dynamics of collective sorting robot - like ants and ant - like robots. 356 - 363.
- Deng, G.-E., & Lin, W.-T. (2010). Ant Colony Optimization for Markowitz Mean-Variance Portfolio Model. *Lecture Notes in Computer Science*, 238-245.
- Fabozzi, F. J., Kolm, P. N., Pachamanova, D. A., & Focardi, S. M. (2007). *Robust Portfolio Optimization and Management*. Hoboken, New Jersey, United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Fernández, A., & Gómez, S. (15 de August de 2005). Portfolio selection using neural networks. *Computer & Operations Research*, 34, 1177-1191.
- Graham, J. R., Smart, S. B., & Megginson, W. (2011). *Finanzas corporativas* (tercera ed.). (M. D. Villareal, Trad.) Cengage Learning, editores, S. A de C. V., una compañía de Cengage Learning Inc.
- Hernández de Oteyza, E. (2007). *Una Metodología para la Clasificación de Datos usando Sistemas de Clasificación No Supervisados*. Ciudad de México, Distrito Federal, México: Instituto Tecnológico Autónomo de México.
- Hull, J. C. (2009). *Introducción a los Mercados de futuros y opciones* (sexta edición ed.). México, Estado de México, México: Pearson Education.

- Jorion, P. (2012). *Valor en Riesgo: El nuevo paradigma para el control de riesgos con derivados*. México, DF, México: Limusa, S.A. de C.V.
- Kovács, F., & Iváncsy, R. (March de 2006). A Novel Cluster Validity Index: Variance of the Nearest Neighbor Distance. *WSEAS transactions on computers*, 5(3), 477-483.
- Luenberger, D. G. (1998). *Investment science*. Oxford University Press.
- Lumer, E., & Faieta, B. (1994). Diversity and adaption in populations of clustering ants. *Proceedings of Third International Conference on Simulation and Adaptive Behaviour*, 501-508.
- MacCormick, J. (2012). *Nine Algorithms That Changed the Future: The Ingenious Ideas That Drive Today's Computers*. Princeton, New Jersey, United States of America: Princeton University Press.
- Magoč, T., & Modave, F. (2011). The optimality of non-additive approaches for portfolio selection. *Expert Systems with Applications*, 38, 12967-12973.
- Management Intelligenter Technologien GMBH. (1993 - 1997). *DataEngine*. Obtenido de <http://www.dataengine.de/english/sp/index.htm>
- Markowitz, H. M. (Marzo de 1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Norris, F. (18 de Septiembre de 2009). The Go-Go Years, Revisited. *The New York Times, High & Low Finance*.
- Reilly, F. K., & Brown, K. C. (2002). *Investment Analysis and Portfolio Management* (7 ed.). South-Western College Pub.
- Stachell, S., & Scowcroft, A. (2003). *Advances in portfolio construction and implementation*. Butterworth Heinemann.
- Stewart, I. (2012). *In Pursuit of the Unknown: 17 Equations That Changed the World*. New York: Basic Books.
- Vélez Serrano, D. (2007). *Teoría de cópulas aplicada a la predicción*. Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid.
- Venegas Martínez, F. (2008). *Riesgos financieros y Económicos. Productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre* (Segunda Edición ed.). México, DF, México: Cengage Learning.
- Zhu, H., Wang, Y., Wang, K., & Chen, Y. (2011). Particle Swarm Optimization (PSO) for the constrained portfolio optimization problem. *Expert Systems with Applications*, 38, 10161-10169.

## Anexos

### Clase Hormigas c#

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;
using System.Text;

namespace WindowsFormsApplication1
{
    class Hormiga
    {
        public bool cargada;
        public Paquete paq;
        int step;
        int s;
        int lado;
        // Random r;
        public int[] posicion = new int[2];

        public Hormiga(int paso, int vista, int l)
        {
            cargada = false;
            step = paso;
            s = vista;
            lado = l;
            paq = null;
            //r = new Random(DateTime.Now.Millisecond);
        }

        public Hormiga(int paso, int vista, int l, Random r)
        {
            cargada = false;
            step = paso;
            s = vista;
            lado = l;
            paq = null;
        }
    }
}
```

```

    posicion[0] = r.Next(lado);
    posicion[1] = r.Next(lado);
}

public void mueve(int d)
{
    // int d = r.Next(4);
    switch (d)
    {
        case 0:
            posicion[1] = (posicion[1] - step + lado) % lado;
            break;
        case 1:
            posicion[0] = (posicion[0] + step + lado) % lado;
            break;
        case 2:
            posicion[1] = (posicion[1] + step + lado) % lado;
            break;
        case 3:
            posicion[0] = (posicion[0] - step + lado) % lado;
            break;
    }
}

public void mueve(int d, int paso)
{
    step = paso;
    mueve(d);
}

public void carga(Paquete p, GridArray grid)
{
    //step = step * 3;
    p.levantado = true;
    grid.Remove(p);
    paq = p;
    cargada = true;
}

```

```

    public void descarga(GridArray grid)
    {
        //step = step / 3;
        paq.levantado = false;
        grid.Add(paq);
        cargada = false;
        paq = null;
    }
}
}

```

## Clase Paquetes c#

```

using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;
using System.Text;

namespace WindowsFormsApplication1
{
    class Paquete
    {
        public int id;
        public int fecha;
        public string Nombre;
        public int ClId=-1;
        public int PtsInEps;
        public bool CorePts;
        public int numCaracteristicas = 2;
        public double[] caracteristicas;
        public int centro;
        public int[] posicion = new int[2];
        public int numGrupos;
        public double f;
        public double Ppick0i, Pdrop0i, auxP;
        public bool levantado;
    }
}

```

```

public Paquete()
{
    características = new double[numCaracteristicas];
}

public Paquete(Random r)
{
    características = new double[numCaracteristicas];
    levantado = false;
    centro = r.Next(numGrupos);
    for (int i = 0; i < numCaracteristicas; i++)
    {
        características[i] = centro + r.NextDouble()/numGrupos;
    }
}

public Paquete(Random r, int NGrupos)
{
    características = new double[numCaracteristicas];
    levantado = false;
    numGrupos = NGrupos;
    centro = r.Next(numGrupos);
    for (int i = 0; i < numCaracteristicas; i++)
    {
        características[i] = centro + r.NextDouble() / (numGrupos*numGrupos);
    }
}

public Paquete(Random r, List<List<double>> medias, List<List<double>> desvests)
{
    numCaracteristicas = medias[0].Count();
    características = new double[numCaracteristicas];
    levantado = false;
    numGrupos = medias.Count();
    centro = r.Next(numGrupos); //determina el grupo al que pertenece
    for (int i = 0; i < numCaracteristicas; i++)
    {
        características[i] = Norm(r, medias[centro][i], desvests[centro][i]);
    }
}

```

```

    }
}

public Paquete(List<double> lista, int f=-1)
{
    fecha = f;
    numCaracteristicas = lista.Count();
    caracteristicas = new double[numCaracteristicas];
    levantado = false;
    for (int i = 0; i < numCaracteristicas; i++)
    {
        caracteristicas[i] = lista[i];
    }
}

public Paquete(List<double> lista, string nom = "")
{
    Nombre = nom;
    caracteristicas = new double[lista.Count()];
    levantado = false;
    for (int i = 0; i < numCaracteristicas; i++)
    {
        caracteristicas[i] = lista[i];
    }
}

public void Coloca(int lado, Random r, int i=-1)
{
    if (i>=0)
        id = i;
    posicion[0] = r.Next(lado);
    posicion[1] = r.Next(lado);
}

public double Distancia0i0j(Paquete oj)
{
    int i;
    double suma = 0;

```

```

    for (i = 0; i < numCaracteristicas; i++)
    {
        suma = suma + (caracteristicas[i] - oj.caracteristicas[i]) * (caracteristicas[i] - oj.caracteristicas[i]);
    }
    return Math.Sqrt(suma);
}

public double Distancia2D(Paquete oj)
{
    int i;
    double suma = 0;

    for (i = 0; i < 2; i++)
    {
        suma = suma + (posicion[i] - oj.posicion[i]) * (posicion[i] - oj.posicion[i]);
    }
    return Math.Sqrt(suma);
}

public void probPick(GridArray grid, int s, double alfa, double k1)
{
    f = grid.f0i(this, s, alfa);

    Ppick0i = (k1 / (k1 + f));
    auxP = Ppick0i;
    //Ppick0i = 1;
}

public void probDrop(GridArray grid, int s, double alfa, double k2)
{
    f = grid.f0i(this, s, alfa);

    Pdrop0i = (f < k2) ? (2 * f) : 1;
    auxP = Pdrop0i;
}

public double Norm(Random r, double media, double dest)
{
    double uni, w, z, w1;

```

```

bool done;

z = 0;

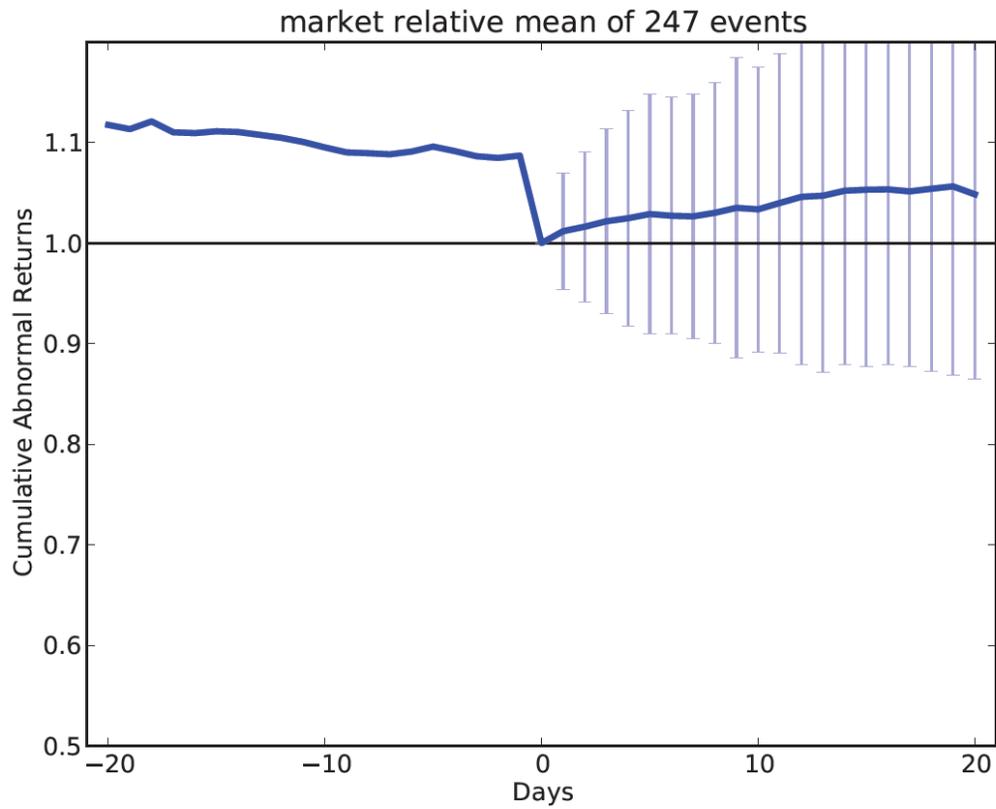
done = false;

while (!done)
{
    uni = r.NextDouble();
    w = -Math.Log(uni);
    uni = r.NextDouble();
    w1 = -(w - 1) * (w - 1) / 2;
    w1 = Math.Exp(w1);
    if (uni <= w1)
    {
        z = w;
        done = true;
    }
}
uni = r.NextDouble();
if (uni < 0.5)
    z = -1*(z);
return media + z * dest;
}
}

```

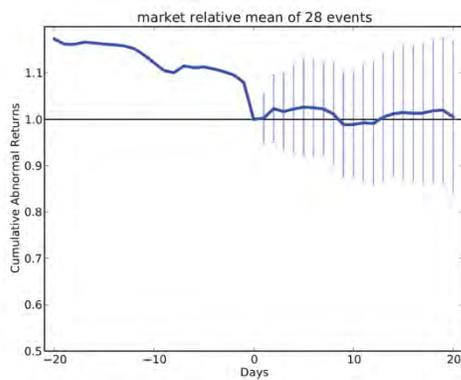
## Estudio de eventos negativos

Gráfica 0-1 Estudio de eventos del S&P500 vs acciones del DJI



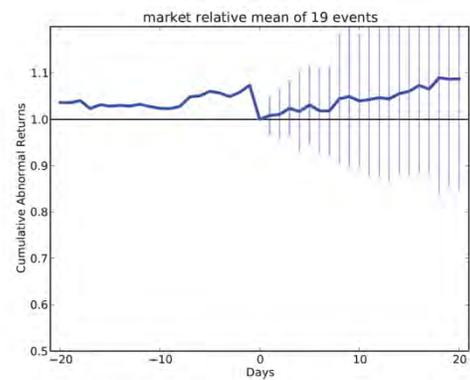
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-2 Estudio de eventos del S&P500 vs AA



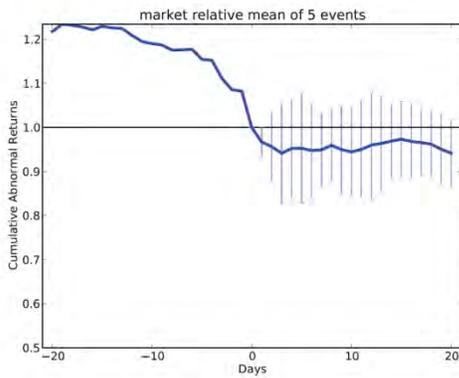
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-3 Estudio de eventos del S&P500 vs AXP



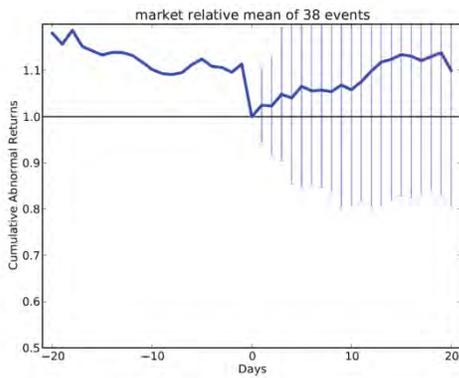
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-4 Estudio de eventos del S&P500 vs BA



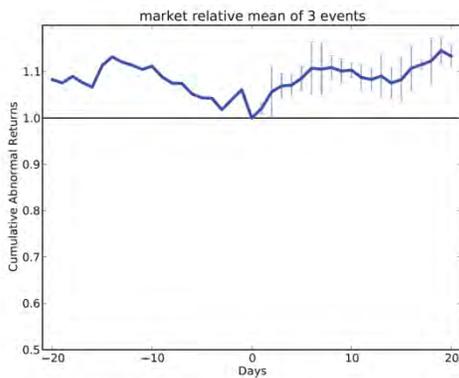
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-5 Estudio de eventos del S&P500 vs BAC



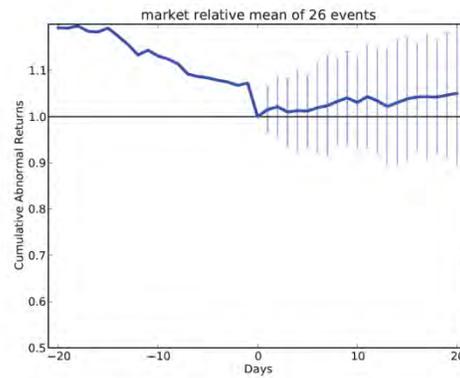
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-6 Estudio de eventos del S&P500 vs CAT



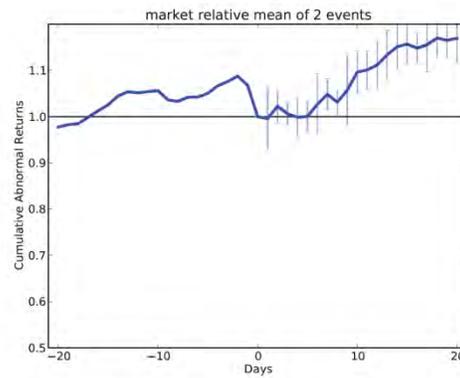
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-7 Estudio de eventos del S&P500 vs CSCO



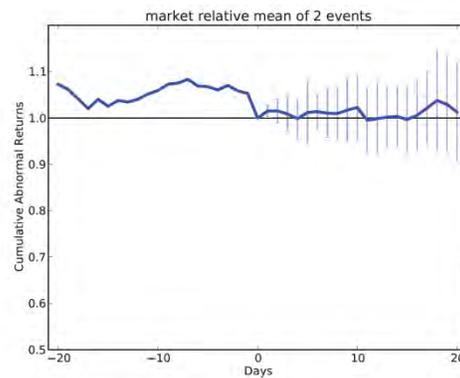
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-8 Estudio de eventos del S&P500 vs CVX



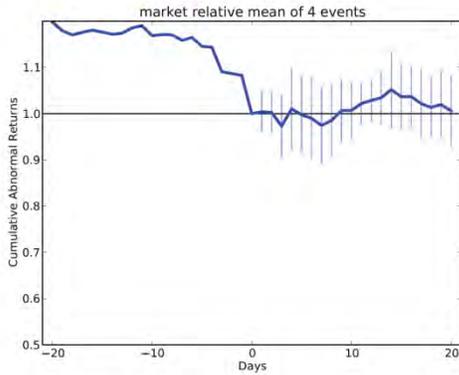
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-9 Estudio de eventos del S&P500 vs DD



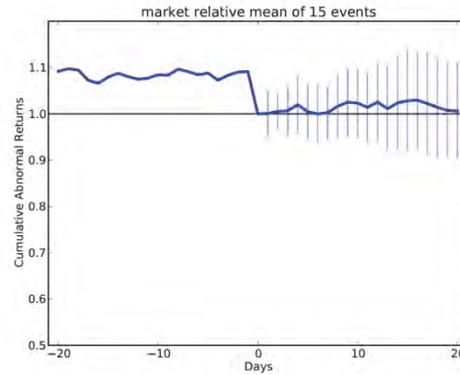
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-10 Estudio de eventos del S&P500 vs DIS



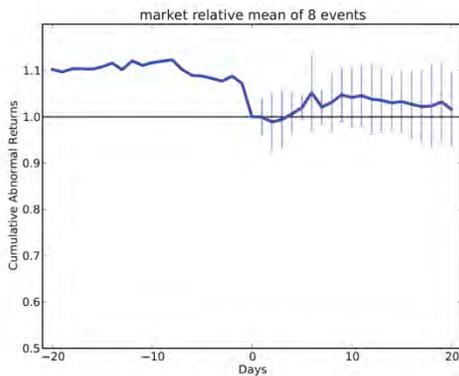
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-13 Estudio de eventos del S&P500 vs HPQ



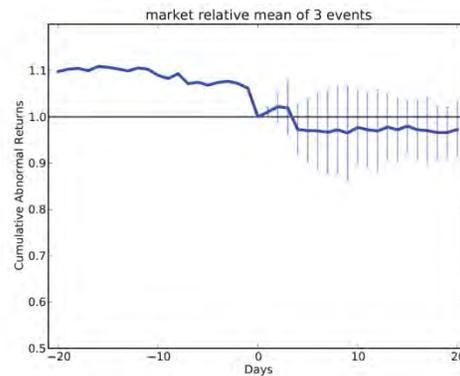
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-11 Estudio de eventos del S&P500 vs GE



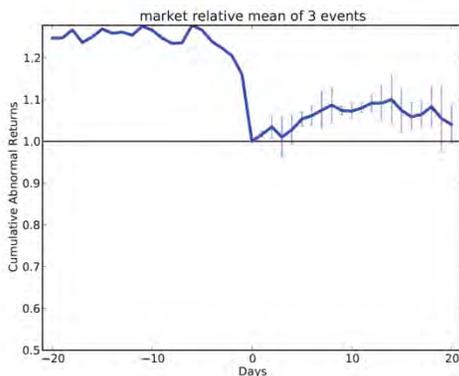
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-14 Estudio de eventos del S&P500 vs IBM



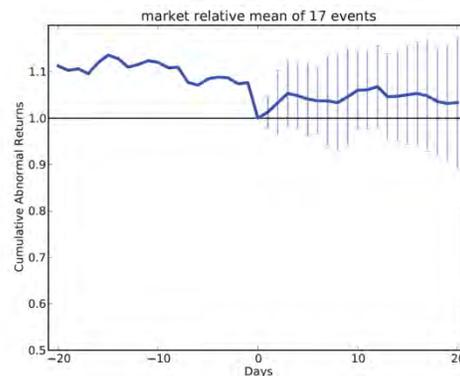
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-12 Estudio de eventos del S&P500 vs HD



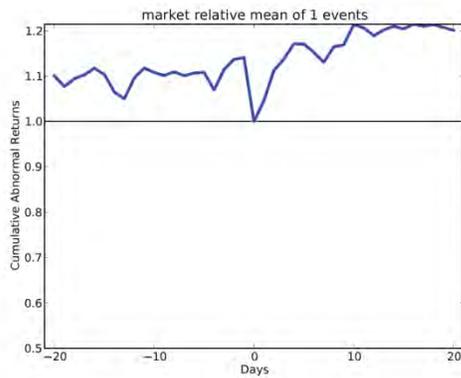
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-15 Estudio de eventos del S&P500 vs INTC



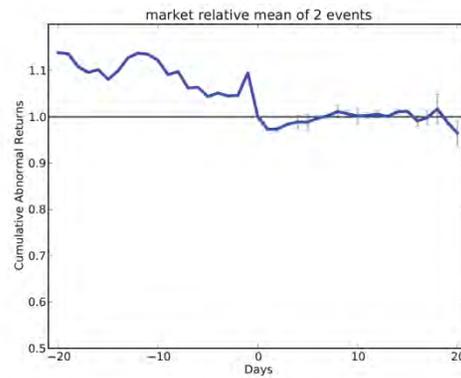
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-16 Estudio de eventos del S&P500 vs JNJ



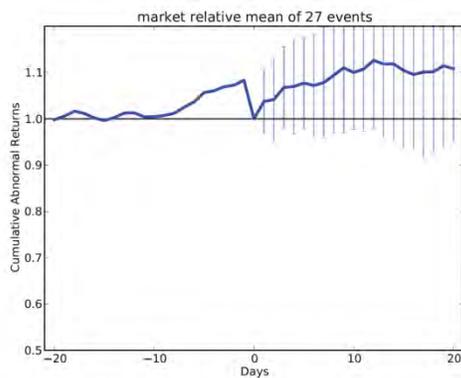
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-19 Estudio de eventos del S&P500 vs MCD



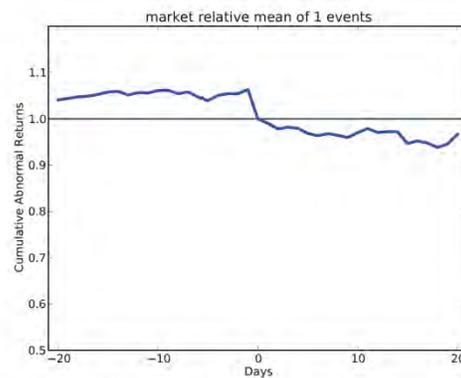
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-17 Estudio de eventos del S&P500 vs JPM



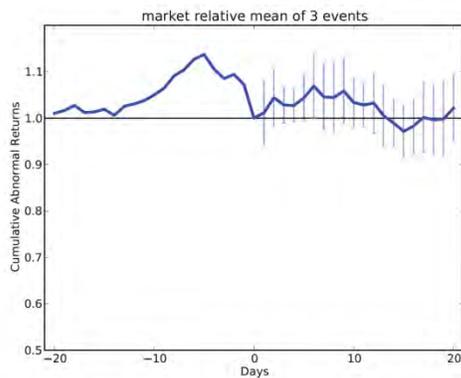
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-20 Estudio de eventos del S&P500 vs MMM



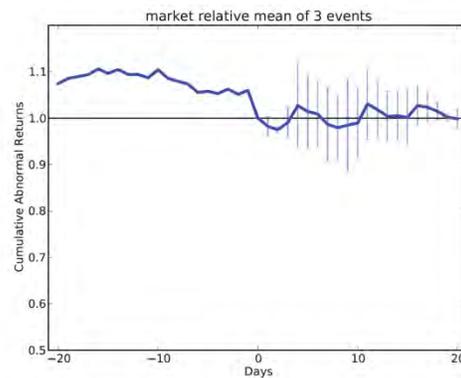
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-18 Estudio de eventos del S&P500 vs KO



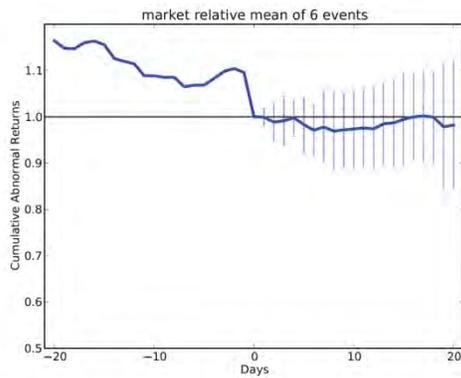
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-21 Estudio de eventos del S&P500 vs MRK



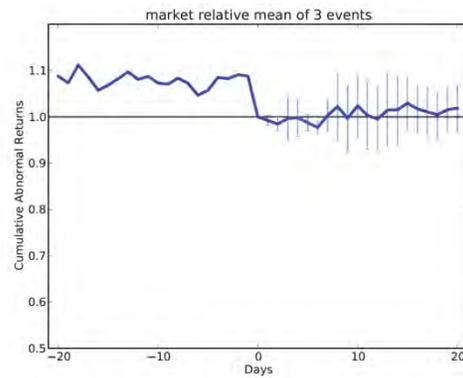
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-22 Estudio de eventos del S&P500 vs MSFT



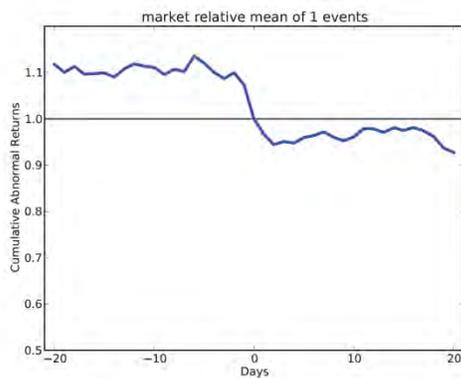
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-25 Estudio de eventos del S&P500 vs T



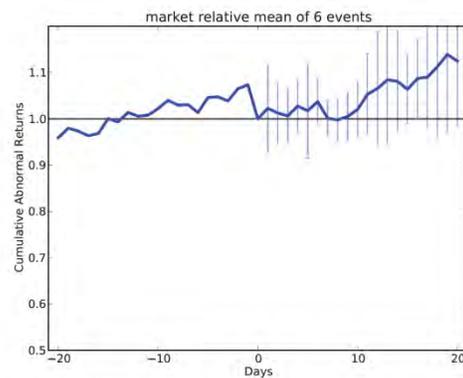
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-23 Estudio de eventos del S&P500 vs PFE



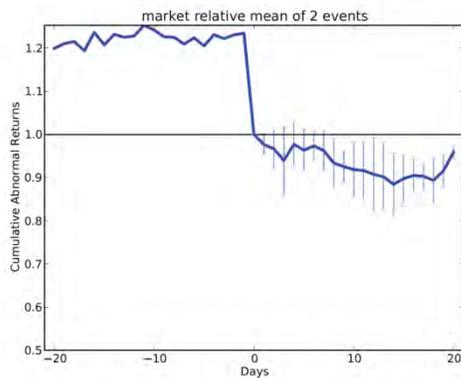
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-26 Estudio de eventos del S&P500 vs TRV



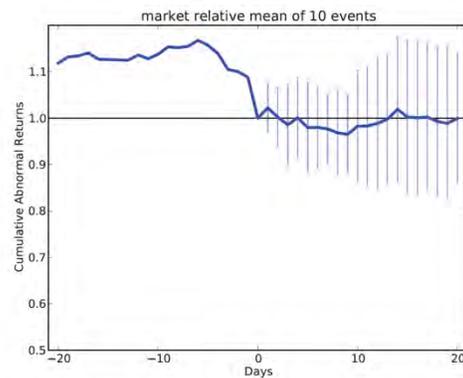
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-24 Estudio de eventos del S&P500 vs PG



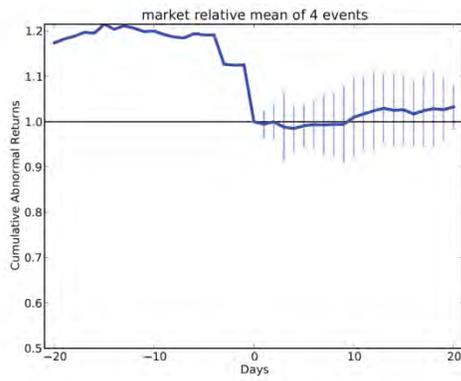
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-27 Estudio de eventos del S&P500 vs UNH



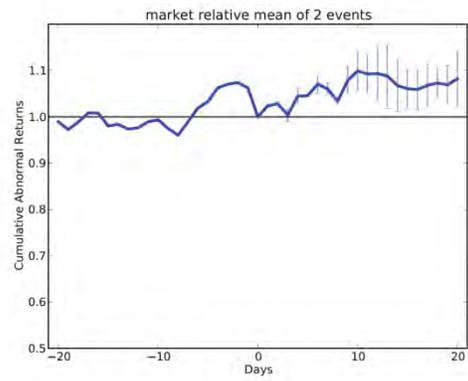
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-28 Estudio de eventos del S&P500 vs UTX



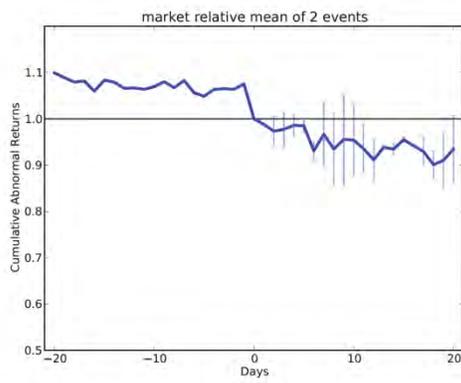
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-31 Estudio de eventos del S&P500 vs XOM



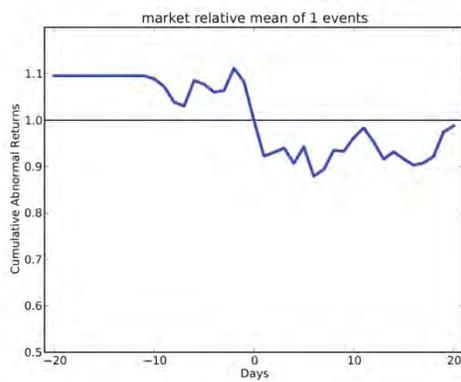
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-29 Estudio de eventos del S&P500 vs VZ



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

Gráfica 0-30 Estudio de eventos del S&P500 vs WMT



Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finance

