



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DISEÑO CONCEPTUAL DE UN TOKAMAK DE
RAZÓN DE ASPECTO BAJA Y
CONFIGURACIÓN VARIABLE “TMX-1”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

P R E S E N T A:

ISMAEL ARROYO DÍAZ

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. JOSÉ JULIO EMILIO HERRERA VELÁZQUEZ



2015

Ciudad Universitaria, D. F.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del Alumno
Arroyo
Díaz
Ismael
56 37 17 03
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
304000434
2. Datos del Tutor
Dr.
José Julio Emilio
Herrera
Velázquez
3. Datos del Sinodal 1
Dr.
Julio Javier
Martinell
Benito
4. Datos del Sinodal 2
Dr.
Juan Luis
Francois
Lacouture
5. Datos del Sinodal 3
Fís.
Héctor de Jesús
Cruz-Manjarrez
Flores-Alonso
6. Datos del Sinodal 4
Fís.
Luis
Flores
Morales
7. Datos del trabajo escrito
Diseño conceptual de un tokamak de razón de aspecto baja y configuración variable "TMX-1".
Número 203
2015

AGRADECIMIENTOS

A mi madre por darme la vida, por todo el amor incondicional y el apoyo en todo momento y en cada una de mis locuras. Te Amo

A mi padre, el cual fue capaz de sacrificar muchas cosas, por darnos todo lo que necesitamos, por su amor, consejos y apoyo. Te Amo

A mi hermana Lorena, por todas aquellas canas verdes. Te Amo.

A mis tres hermosos sobrinos, Marlon, Sofía y Alonso. Fuentes de inspiración, causas por las cuales me levanto día a día. Los Amo.

A mi demás familia, apoyo incondicional. Eva Laura, Roció, Armando, Emigdio (†), Sixto.

A mis primos, Lerins, Alan, Alexis y Priscila. Gracias por esos momentos tan divertidos.

A mi tío Humberto Correa, por sus inagotables consejos, sin duda este trabajo no hubiera sido realizado sin su ayuda.

A Gabriela Gracida, por su amor incondicional y apoyo durante mi carrera.

Al Doctor Julio Herrera, por su confianza, paciencia, apoyo y por haber accedido a ser mi asesor.

Al Maestro Esteban Chávez Alarcón por su gran aporte a esta tesis, los resultados obtenidos no hubieran sido posibles sin su ayuda.

Para todas aquellas personas que luchan por sus sueños.

A veces no es fácil, -¿Pero acaso hay algo fácil en esta vida? Lo importante es no dejar de soñar y no dejar de luchar.

RESUMEN

Un tokamak es una máquina que confina un plasma mediante el uso de campos magnéticos intensos, y cuyo objetivo es conseguir que, mediante reacciones de fusión nuclear controlada, se produzca más energía que la empleada en confinar y calentar al plasma. En especial, los tokamaks esféricos (ST) son una evolucionada extensión de un tokamak convencional, donde la razón de aspecto (aspect ratio) es menor que dos. Estos diseños poseen características significativas, que producen altos valores de β (cociente entre la presión del plasma y la magnética), y de corrientes de bootstrap.

El objetivo de esta tesis es la de crear un marco teórico y así mismo práctico en el desarrollo de tokamaks de relación de aspecto bajo y configuración variable, los cuales sean capaces de alcanzar objetivos modestos en el desarrollo de conceptos teóricos y tecnológicos.

Con el propósito de contribuir a la propuesta de un programa de investigación a mediano plazo en fusión nuclear controlada para México, en la presente tesis se hace un diseño conceptual de un tokamak esférico (TMX-1) con la flexibilidad necesaria (Control en la forma de la columna de plasma) para incidir en el campo mediante aportaciones originales. Este debe considerarse como un diseño preliminar, que permita identificar algunos de los problemas a resolver, y que debe ser iterado. Por el momento no se ha hecho una estimación de costos, que sería fundamental para pasar a la propuesta del proyecto. En este trabajo se empieza por revisar y discutir los principales problemas que enfrenta la generación de energía a nivel mundial y así como en México. Posteriormente se desarrolla el

marco teórico en el que se basa el diseño conceptual de un tokamak de razón de aspecto bajo y configuración variable. Finalmente se propone el diseño conceptual de un tokamak esférico de configuración variable (TMX-1), y se hace el análisis de cada uno de sus principales componentes.

Palabras Claves: Tokamak Esférico, Control de Plasma, Diseño Conceptual, Imanes de campo toroidal, Campo Poloidal, Análisis Estructurales.

ÍNDICE	Página
RESUMEN	IV
Introducción	1
1.1 Unidades Energéticas.....	1
1.1.1 Generación y Consumo Energético	3
1.1.1.1 Indicadores Nacionales	8
1.1.2 Déficit Energético	9
1.1.3 Proyección a Mediano-Largo Plazo de la Energía en México.....	13
Capítulo 2.....	18
Breve Introducción a las Transformaciones Nucleares	18
2.1 Estructura Nuclear.....	18
2.1.1 Composición Nuclear	18
2.1.2 Energía de Enlace.....	20
2.2 Transformaciones Nucleares.....	21
2.2.1 Decaimientos Radiactivos.....	22
2.2.2 Fisión y Fusión Nuclear.....	24
2.2.3 Reactores Nucleares.....	30
2.2.3.1 Reactores de Fisión.....	30
2.2.3.2 Reactores de Fusión	33
Capítulo 3.....	42
Confinamiento Magnético de Plasmas.....	42
3.1 Confinamiento de una Partícula en Campos Magnéticos.....	42
3.1.1 Campo Magnético Homogéneo y Constante	43
3.1.2 Campo Eléctrico y Magnético Homogéneos	46
3.1.3 Campo Magnético Inhomogéneo	49
3.1.4 Deriva de Partículas en Corrientes de Plasma	51
3.1.5 Campo Magnético Variante en el Tiempo e Invariancia Adiabática	54
3.2 Confinamiento de Partículas en Campos Magnéticos Toroidales	55
3.3 Ecuaciones Magnetohidrodinámicas y Equilibrio Magnetohidrodinámico ...	59
3.3.1 Ecuaciones MHD	60
3.3.2 Ecuaciones Resistivas MHD	66
3.3.3 Equilibrio Estático.....	68
3.3.3.1 Configuración Cilíndrica	72
3.3.3.2 Configuración Toroidal	74

3.4 Corrientes de Bootstrap.....	80
Capítulo 4.....	84
Tokamaks Esféricos	84
4.1 Configuración en los Tokamaks Esféricos.....	84
4.2 Experimentos Principales	95
Capítulo 5.....	101
Diseño del Campo Magnético en Tokamaks.....	101
5.1 Toro Circular Ideal	101
5.1.1 Bobinas Delgadas.....	101
5.1.2 Bobinas Gruesas	105
5.2 Toros Ideales no Circulares.....	108
5.2.1 Tensiones Constantes	108
5.2.2 Formas C y D.....	113
5.2.3 Interacciones con Estructuras.....	118
5.3 Bobinas Discretas de Campo Toroidal	122
5.3.1 Forma de las Bobinas	122
5.3.2 Rizo entre Bobinas Toroidales	125
5.4 Diseño de Bobinas de Campo Poloidal	128
5.4.1 Interacción entre Bobinas de Campo Toroidal y Campo Poloidal	136
Capítulo 6.....	140
TOKAMAK “TMX-1”	140
6.1 Partes Esenciales de un Tokamak	140
6.1.1 Características de TMX-1	141
6.2 Cámara de Vacío y Sistema de Bombeo.....	144
6.2.1 Análisis Estructural de la Cámara de Vacío	148
6.3 Bobinas de Campo Toroidal	151
6.3.1 Diseño Interior.....	156
6.3.2 Soportes y Análisis Estructural	159
6.4 Bobinas de Campo Poloidal	164
6.4.1 Soportes y Análisis Estructura	166
6.5 Código 3D-MAPTOR	172
6.5.1 Implementación del Código 3D-MAPTOR en el TMX-1	176
Capítulo 7.....	183
Conclusiones.....	183

Bibliografía	186
Anexo 1	196
Planos	196
9.1 Arreglo General del TMX-1	196
9.2 Plano de Detalles de Cámara de Vacío.....	197
9.3 Plano de Detalles de Bobinas de Campo Toroidal	198
9.4 Plano de Detalles de Solenoide Central	199
9.5 Plano de Detalles Soportes y Estructuras	200

Capítulo 1

Introducción

La generación y suministro de energía son esenciales para las actividades productivas de cualquier sociedad. Por otro lado su déficit terminaría en un obstáculo para el desarrollo económico. Por lo tanto es vital que el sector energético sea capaz de satisfacer las necesidades energéticas, identificando de manera anticipada los requerimientos asociados al crecimiento económico. En este capítulo se hace una revisión del estado actual del panorama energético. Mientras que en el capítulo 2 se muestra una breve descripción de las transformaciones nucleares. En el capítulo 3 se muestra el marco teórico respecto al comportamiento del plasma. El capítulo 5 describe algunas consideraciones para el diseño de las bobinas de campo magnético toroidal y poloidal. El diseño del tokamak TMX-1 se muestra en el capítulo 6 finalizando con los planos del diseño en el anexo.

1.1 Unidades Energéticas

Antes de hablar más acerca del tema energético, nos pondremos de acuerdo sobre las unidades energéticas utilizadas en subsecuentes secciones. La tabla 1 cuenta con la conversión de unidades energéticas comúnmente utilizadas.

La primera parte muestra las unidades básicas o más familiares de las cuales el kilowatt hora (kWh) es usado para la energía eléctrica. Por otra parte el Joule es

una unidad energética, mientras que Joule por segundo, es una unidad de potencia llamada Watt. Un kilowatt son 1000 W o un kilojoule (kJ) por segundo. Dado que se tienen 3,600 segundos en una hora, entonces 1kWh corresponde 3,600 kJ. Para energías fuera del laboratorio, la mayoría de la gente ligada a la industria utiliza los Barriles de Petróleo Equivalente (BOE), la cual es obviamente imprecisa, ya que depende de la eficiencia con la que se queme el petróleo.

Tabla 1. Conversión de Unidades Energéticas

Unidades	kJ	kWh	BOE
<i>kilojoule</i>	1	2.8×10^{-4}	1.6×10^{-7}
<i>kilowatt-Hora</i>	3,600	1	5.6×10^{-4}
<i>Barril de Petróleo Equivalente</i>	6.1×10^6	1,700	1
<i>Tonelada de Petróleo Equivalente (TEP)</i>	4.5×10^7	1.2×10^4	7.33
Equivalentes			
Unidades	TJ	TW-Año	MBOE
<i>Terajoule</i>	1	3.2×10^{-8}	1.6×10^{-4}
<i>Terawatt-Año</i>	3.2×10^7	1	5,200
<i>Millones de Barriles de Petróleo o Equivalente</i>	6.1×10^3	1.9×10^{-4}	1
<i>Millones de Toneladas de Petróleo o Equivalente (MTEP)</i>	4.5×10^4	1.4×10^{-3}	7.33

La segunda parte muestra el escalado de las unidades que se usa para medir las energías en una escala nacional o global. Un Terajoule (TJ) equivale a 1×10^{12} Joules o un mil millones de kilojoules.

Un Terawatt-Año (TW-Año) son 32 millones de Terajoules, donde hay 31,536,000 segundos en un año.

1.1.1 Generación y Consumo Energético

Aproximadamente el 31.8% de la energía eléctrica mundial es generada mediante la quema de combustibles fósiles en termoeléctricas [1]. Con relación a México, este porcentaje se dispara hasta el 64.1%. Esto deja ver la dependencia económica y social en la extracción de combustibles fósiles.

De una manera más global, en el 2010 (Figura 1), la producción mundial primaria totalizó en 12,789.3 millones de toneladas de petróleo o equivalente (MTEP), 4.9% mayor que en 2009, mientras que el gas natural presentó un crecimiento del 7.5 %, así como el carbón que tuvo un incremento del 5.9%. Por otra parte las energías renovables aumentaron 4.5%, y la nucleenergía 2.2% frente al 1.9% de la producción petrolera. Dentro de estos cambios, el más importante dentro de la canasta de la producción primaria fue la participación del gas natural ganando 0.7 puntos porcentuales de 2009 a 2010.

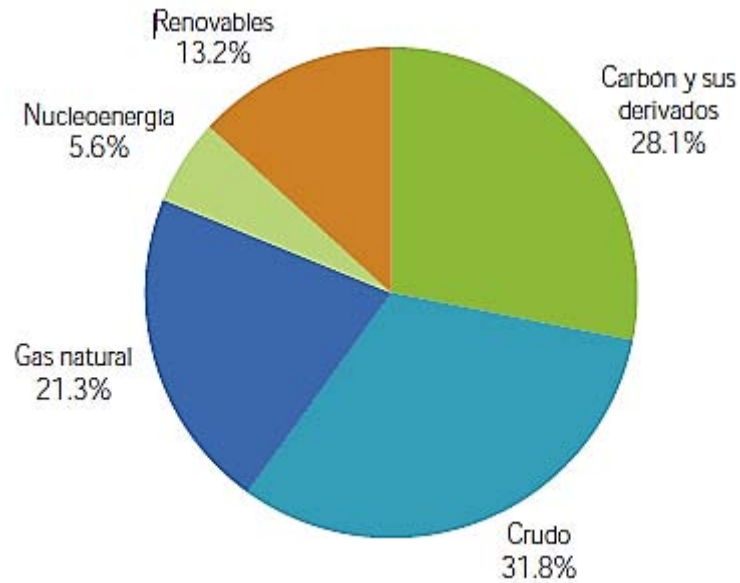


Figura 1. Producción Mundial de energía primaria, 2010 12,789.3 MTEP,
 Fuente: Energy Balances of OCDE countries and Energy Balances of Non-OCDE countries AIE, Edition 2012.

Al igual que la producción, el consumo mundial de energía creció 4.3% en 2010, al totalizar 8,676.6 MTEP (Figura 2). Esto se debió principalmente a la recuperación económica después de la crisis del 2009.

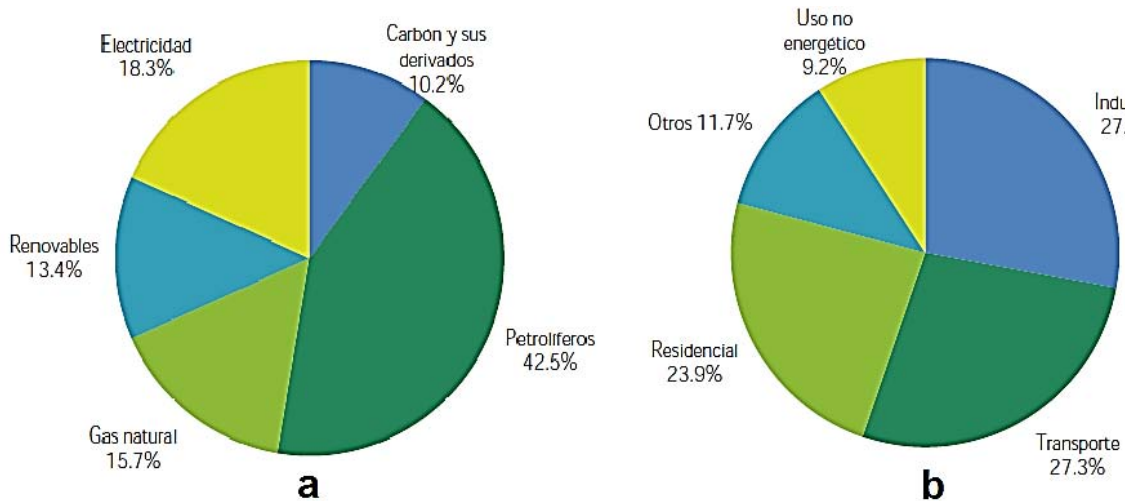


Figura 2. Consumo Mundial de Energía por: a Energético, b Sector, 2010. 8,676.6 MTEP. Fuente: Energy Balances of OCDE countries and Energy Balances of Non-OCDE countries AIE, Edition 2012.

Los mayores crecimientos correspondieron al sector eléctrico con el 6.9% y el gas natural, con 5.6%. El aprovechamiento de las energías renovables también presentó un incremento de 3.1%, destacando la energía solar y eólica.

Así mismo, en el 2010, China rebasó a Estados Unidos en el consumo de energía por 0.1%, quién históricamente había sido el principal consumidor. India (5.3%), Rusia (5.1%) y Japón (3.7%) ocupando la tercera, cuarta y quinta posición, respectivamente. Estos cinco países produjeron en conjunto el 47.4% del PIB mundial en 2010 y consumieron el 48.9% de la energía a nivel mundial. Por su parte, México ocupó el décimo cuarto lugar en el consumo de energía, lo cual representó 1.3% del consumo mundial total en el 2010.

La relación entre la producción y oferta interna bruta, mide el grado en que la oferta bruta de un país es cubierta con la producción nacional. Todos aquellos países o regiones que tienen una tasa mayor que la unidad, satisfacen la mayor

parte de sus necesidades energéticas con la producción propia. Tal es el caso de México, Rusia, Canadá y los países de Medio Oriente.

Durante el 2011 la producción nacional de energía primaria totalizó en 9,190.76PJ, 0.7% menor que la registrada en 2010. La producción de crudo (energético primario principal), disminuyó 1.2% respecto a 2010. Sin embargo, es importante mencionar que se logró estabilizar la producción de crudo gracias al desarrollo de proyectos como Ku-Maloob-Zaap, Crudo Ligero Marino, Ixtal-ManiK, entre otros. Debido a lo anterior se alcanzó una tasa de restitución de reservas 1P (Reserva Probada) mayor al 100%. Esto significa que por cada barril producido, se incorporó un barril a la reserva, garantizando la viabilidad del ritmo de producción a mediano plazo.

En cuanto a la producción de gas natural, se observó una disminución de 3.9%, debido a la declinación de proyectos por una menor inversión en la región norte. En cuanto a la producción de carbón mineral lavado, en 2011 ésta totalizó en 290.96PJ, 20.6% mayor respecto a 2010. El carbón térmico, que se utiliza principalmente para la generación de electricidad, representó 91.6% de la producción total de carbón mineral y aumentó 22.0%.

La producción de energía nuclear aumentó 66.4% en 2011 respecto al año anterior. Este incremento se debió a que la central nucleoelectrónica Laguna Verde volvió a operar de forma normal después de concluidos trabajos de modernización y repotenciación [2].

Tabla 2. Producción de energía primaria en México (Petajoules). Fuente: Sistema de Información Energética. SENER.

	2010	2011	Variación porcentual (%) 2011/2010	Estructura porcentual (%) 2011
<i>Total</i>	<i>9,250.71</i>	<i>9,190.76</i>	<i>-0.65</i>	<i>100</i>
Carbón	241.28	290.96	20.59	3.17
Hidrocarburos	8,304.34	8,151.63	-1.84	88.69
Petróleo crudo	6,008.64	5,933.53	-1.25	64.56
Condensados	92.51	100.38	8.50	1.09
Gas natural	2,203.19	2,117.72	-3.88	23.04
Nucleoenergía	63.94	106.39	66.39	1.16
Renovables ¹	641.14	641.78	0.10	6.98
Hidroenergía	132.26	130.56	-1.29	1.42
Geoenergía	149.94	149.29	-0.43	1.62
Energía solar	4.91	5.86	19.40	0.06
Energía eólica	4.46	5.93	33.08	0.06
Biogas	1.30	1.47	13.35	0.02
Biomasa	348.28	348.67	0.11	3.79
Bagazo de caña	88.97	90.58	1.81	0.99
Leña	259.31	258.09	-0.47	2.81

Por otro lado, la generación de las hidroeléctricas disminuyó 1.3% derivado de los escasos niveles de lluvia en 2010. En lo referente a la energía eólica, durante el 2011 comenzaron las pruebas de las centrales Oaxaca II y Oaxaca III, inyectando a la red 0.91PJ, ambas centrales en modalidad de Productor Independiente de Energía (PIE), sumando con los autogenerados un total de 5.93PJ de energía.

La producción de energía solar aumentó 19.4%, como resultado de un incremento de 18.8% en el área total instalada de calentadores solares y de 6.8% en módulos fotovoltaicos. Asimismo, en diciembre de 2011 entró en operación el primer piloto SOLAR Fotovoltaico de la CFE, de 1MW de capacidad, ubicado en Santa Rosalía, Baja California Sur. Las demás producciones energéticas así como las comparaciones con 2010 son expuestas en la tabla 2.

1.1.1.1 Indicadores Nacionales

De 2010 a 2011, el PIB creció 3.9%, mientras que el consumo nacional de energía se incrementó un 4.1%. Esto se debió principalmente a un mayor requerimiento de energía en las actividades de transformación (8.7%), lo cual a su vez, estuvo asociado a la mayor generación de electricidad, necesaria para cubrir la incorporación de nuevos usuarios que se conectaron al servicio público de energía eléctrica. Es importante mencionar que el consumo de energía está estrechamente ligado a la actividad económica del país. Durante el periodo 2001 a 2011, el coeficiente de correlación lineal entre el PIB y el consumo nacional de energía fue de 0.92. Esto implica que cuando el PIB incrementa, también lo hace el consumo de energía. No obstante, la relación no siempre se mantiene cuando el PIB disminuye. Esto se debe a que durante la desaceleración de la economía, las centrales eléctricas permanecen encendidas, lo que impide que el consumo energético decaiga. [2]

Por último, en el 2011 el consumo de electricidad per cápita incremento 6.1% respecto al año anterior, al ubicarse en 2,077.4 kWh por habitante. Esto fue el resultado del incremento en el consumo total de electricidad (6.9%) y el aumento de la población de 108.4 a 109.2 millones de habitantes (0.8%). A raíz de la extinción de Luz y Fuerza del Centro en 2009, se ha incrementado el número de usuarios en el servicio público eléctrico, tanto por la conexión de nuevas terminales como la regularización de servicios existentes. Tan solo en 2011 se incorporaron alrededor de 400 mil nuevos clientes, lo que generó que el sector

residencial fuera el de mayor crecimiento, con una variación del 6.3% respecto al año previo.

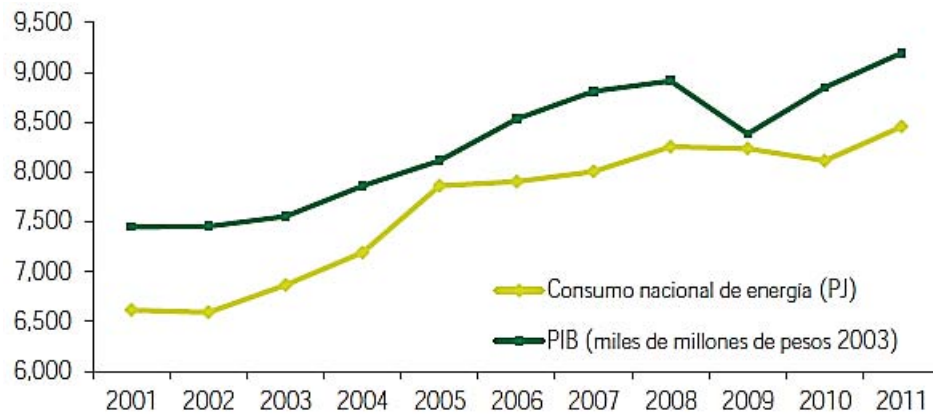


Figura 3. Producto Interno Bruto vs. Consumo nacional de energía. Fuente: INEGI, Sistema de Cuentas Nacionales de México.

1.1.2 Déficit Energético

Los requerimientos de energía forman parte de la combinación óptima de los factores de producción, de tal manera que el PIB puede definirse como una función de capital, trabajo, tierra, materias primas, conocimientos y energía. En este sentido, existe una estrecha correlación entre la actividad económica y la demanda energética (Figura 4), de manera que, si bien no basta con satisfacer la energía que requieren las actividades productivas para lograr el crecimiento económico, sin ella no se podrían desarrollar muchas de estas, encareciendo por lo tanto el precio de otros factores.

En el 2011 el consumo nacional de energía aumento 4.1% respecto al 2010. En las actividades propias del sector energético se consumió 33.0% del consumo nacional. Por su parte el consumo energético, como su nombre lo indica, se refiere a la energía destinada al consumo en los procesos y actividades económicas, así

como la que se emplea para satisfacer las necesidades energéticas de la sociedad, como se aprecia en la Tabla 3. Este representó 59.7% del consumo nacional y 94.8% del consumo final. Los sectores en que se consume esta energía son el transporte, con 48%, el industrial, que consumió 28.8%, el residencial con 16.2%, el agropecuario con 3.4%, el comercial con 2.8% y el público con 0.6% [3].

Tabla 3. Consumo Final Energetico (Petajoules). Fuente: Sistema de Información Energética. SENER

	2010	2011	Variación porcentual (%) 2011/2010	Estructura porcentual (%) 2011
Consumo final total	4,874.13	4,994.82	<i>2.48</i>	<i>100</i>
Consumo no energético total	264.24	259.11	<i>-1.94</i>	<i>5.19</i>
Petroquímica de Pemex	168.90	161.60	<i>-4.32</i>	<i>3.24</i>
Otras ramas	95.34	97.51	<i>2.28</i>	<i>1.95</i>
Consumo energético total	4,609.89	4,735.71	<i>2.73</i>	<i>94.81</i>
Transporte	2,245.25	2,283.98	<i>1.73</i>	<i>45.73</i>
Industrial	1,298.08	1,363.42	<i>5.03</i>	<i>27.30</i>
Residencial, comercial y público	921.25	928.25	<i>0.76</i>	<i>18.58</i>
Agropecuario	145.32	160.06	<i>10.14</i>	<i>3.20</i>

Como ya se ha mencionado antes, la mayor parte de la producción de energía primaria se refiere a la producción de crudo. Con respecto a capacidad de refinación del mismo, en México el Sistema Nacional de Refinación (SNR) ha mantenido prácticamente constantes los niveles de refinamiento durante las tres últimas décadas, lo que ha limitado la capacidad y flexibilidad en la operación, así como satisfacción de las necesidades del mercado.

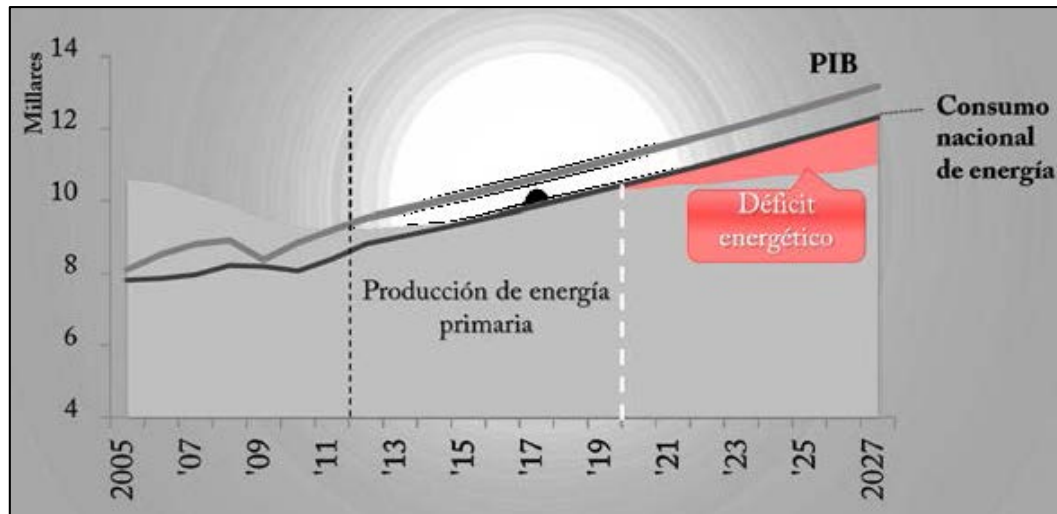


Figura 4. Déficit energético en relación con la producción de energía primaria.

De una forma cualitativa, a mediados del siglo XX se descubrieron yacimientos petroleros de grandes dimensiones como Cantarell y Chicontepec, que permitieron aumentar la producción de crudo y asegurar la producción por varias décadas. Sin embargo, análisis hechos recientemente muestran que tanto las reservas nacionales como mundiales, se encuentran, o se encontrarán en sus máximos en los próximos años. Esto significa que a partir de ahora, las reservas empezaran a disminuir y por tanto se presentará un declive en la producción de crudo y gas natural.

De acuerdo a los datos proporcionados por PEMEX [3], la producción total de crudo en los yacimientos actuales disminuyó un 14% en promedio anual durante el sexenio 2006-2012 (Figura 5). Lo anterior se debe al agotamiento de Cantarell, cuya contribución es mayor al 50% de la producción total nacional de crudo. Tanto PEMEX como SENER aseguran las reservas totales de hidrocarburos para un lapso de 29 años.

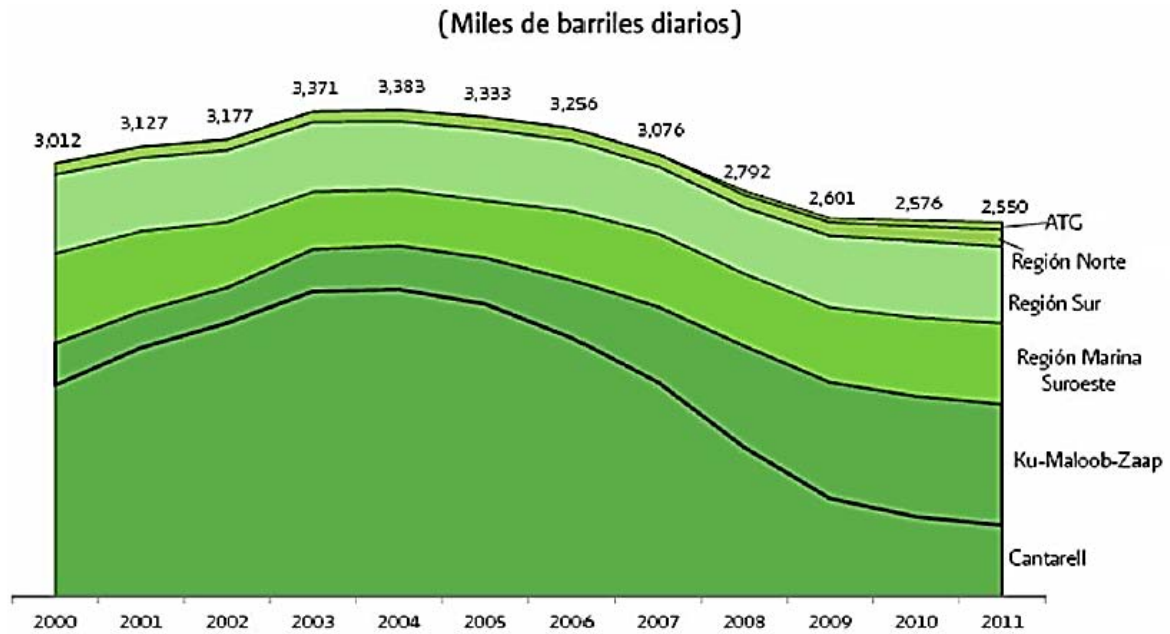


Figura 5. Producción de petróleo por región y activos integrales. Fuente: Estrategia Nacional de Energía 2012-2026, Secretaria de Energía. Febrero 2012

Aun cuando Pemex emprendió un programa de reconfiguración de refinerías, para incrementar la capacidad de procesamientos de crudos pesados y obtener mejores rendimientos de gasolina y diésel, únicamente tres de las seis cuentan con procesos de conversión profunda. Como resultado, la brecha entre la producción y demanda interna de combustibles se ha incrementado. En el periodo de 2000-2011, la capacidad de los principales procesos de refinamiento de Pemex crecieron en promedio 0.7% anual; en ese mismo periodo, la demanda de gasolina y diésel creció 3.3% y 5.0% en promedio anual, respectivamente, Figura 6. Esto ha derivado en mayores importaciones, que en ambos casos, mostraron un crecimiento de 12.7% anual.

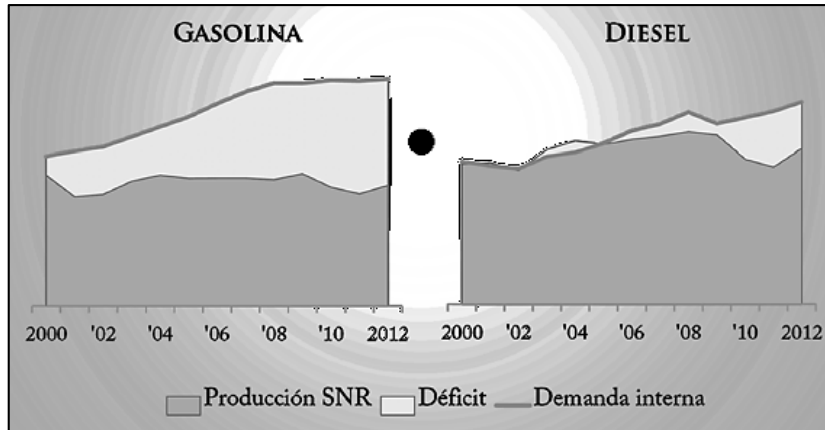


Figura 6. Déficit en la producción de gasolina y diésel. Fuente: Pemex.

En el 2012 la SENER destacó que las reservas probadas (crudo económicamente explotable) son de alrededor de 13.8 mil millones de barriles. En el año 2007 se estimaba una reserva de 15.5 mil millones de barriles, tomando el mismo ritmo del decremento anual en Cantarell, se estima una vida útil máxima de 10 años más.

1.1.3 Proyección a Mediano-Largo Plazo de la Energía en México

En México hay una prospectiva detallada de la infraestructura requerida a mediano-largo plazo. Año con año la CFE en conjunto con la SENER generan El Programa de Obras e Inversiones de Sector Eléctrico (POISE), expone una proyección sobre los requerimientos energéticos en los próximos 20 años, tomando como punto de partida los factores económicos actuales, como el crecimiento de la población y el PIB. Además de incluir los resultados más importantes en la planeación de la infraestructura a nivel nacional.

A nivel macroeconómico, se elaboran tres posibles escenarios para la evolución de PIB (Alto, Planeación y Bajo). Para fines de este trabajo se utilizará la

proyección a nivel de planeación, ya que es la que tiene mayor probabilidad de realizarse en los próximos años.

Este escenario plantea una tasa media de crecimiento anual (tmca) de PIB global de 3.6% anual para el periodo del 2011 al 2025 [4]. Adicionalmente, la CFE toma en cuenta los siguientes factores:

- La evolución de las ventas de energía eléctrica, así como los sectores tarifarios en las diferentes zonas del país.
- El desarrollo de la demanda, los factores históricos de la de carga y las estimaciones futuras en la generación.

El pronóstico de la demanda máxima bruta del Sistema Interconectado Nacional (SIN) muestra que la tendencia es moderada a la alza relacionándose de manera similar al PIB. Esto se muestra en la evolución histórica de la demanda bruta en el periodo 2001- 2010, que fue de 2.6% anual, lo cual representa una demanda total para el 2011 de 35,310 megawatts (*MW*). Para el periodo 2011-2025 se pronostica una tasa media anual de crecimiento de 4.0%, por lo que para el año 2026, el valor de la demanda alcanzaría los 66,514 *MW*.

Por otro lado la CFE elabora un plan para la sección de tecnologías, basándose en el análisis técnico-económico de diversas alternativas en la generación y transmisión para nuevos programas de expansión.

De acuerdo a las proyecciones y lo analizado, al final del periodo 2012-2026, la capacidad de generación en la Sistema Eléctrico Nacional con base en el gas natural será de 52.1 %, mientras que las fuentes renovables tendrán una

participación de 28.6%, en contraste con la reducción de las que operan con combustóleo y diésel de 4.2%. El carbón tendrá una participación de 5.9% y la energía nuclear, así como la energía de generación limpia (aquellas que no generan gases de invernadero y son sustentables) de 1.7% y 7.5 %, respectivamente [5].

La Figura 7 muestra la proyección de las tecnologías en la capacidad de generación total en el año 2010 y la proyectada para el año 2026 en el Sistema Eléctrico Nacional.

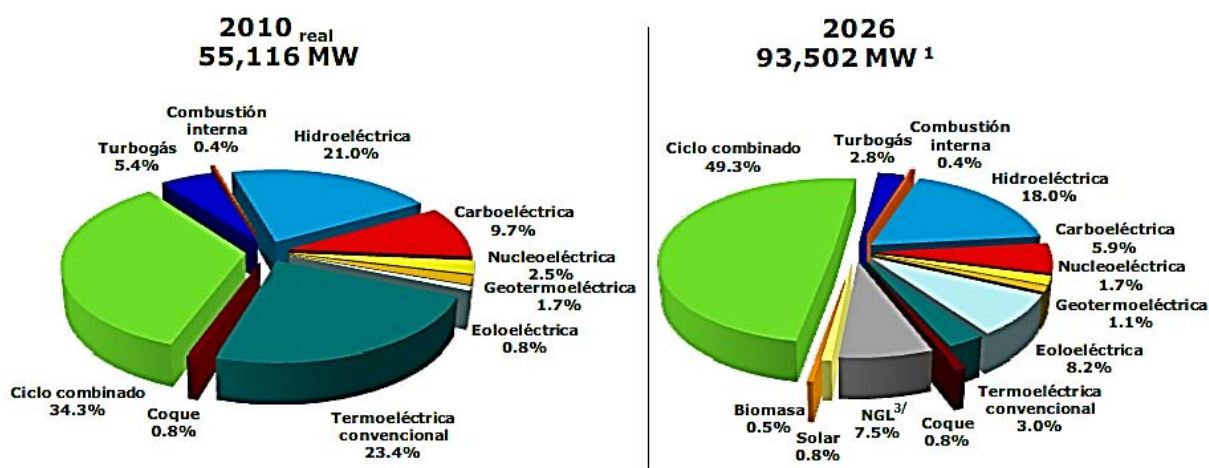


Figura 7. Participación de tecnologías en la capacidad de generación del Sistema Eléctrico Nacional. Nueva generación de energía limpia (NGL): Ciclo combinado y carboeléctrica con captura y secuestro de CO₂; nucleoeléctrica, eoloeléctrica, solar o importación de capacidad. Fuente: POISE 2012-2026, Subdirección de Programación CFE.

Se puede notar que la participación de los combustibles fósiles se reducirá del 73.9% en 2010 a 62.2% en 2026. (Sin tomar en cuenta que en NGL, se pudiera utilizar combustibles fósiles). Por lo tanto, se puede mencionar que la demanda en los próximos quince años se encuentra dentro del margen de capacidad de generación de energía [6].

Por otro lado, la política energética en México ha cambiado, permitiendo la entrada de capital extranjero y más inversión en la extracción de gas natural y petróleo, lo que posiblemente implique el uso del gas natural como combustible primario en las centrales termoeléctricas con la tecnología de ciclo combinado. Sin embargo, el consumo de gas natural como fuente primaria a mediano y largo plazo implica las mismas desventajas analizadas para el petróleo, ya que México cuenta con reservas modestas de gas natural en comparación con países del Medio Oriente o Rusia.

Aunque las ventajas de sustentar mayoritariamente el Sistema Eléctrico Nacional con gas natural son variadas y efectivas, no es posible que este combustible sea una opción viable en el crecimiento de México a largo plazo.

Entonces, algunas de las opciones más importantes que actualmente se proponen para sustituir a los hidrocarburos en la producción energética son las llamadas energías renovables. Entre las más importantes se encuentran: la hidroeléctrica, geotérmica, eólica y solar.

En la actualidad la energía hidroeléctrica se ha aprovechado extensamente, por lo cual se encuentra en una etapa madura, y aunque México tiene un margen relativamente grande para explotar más su capacidad a grandes escalas, este margen es finito e insuficiente para cubrir las necesidades energéticas del país a largo plazo. Así mismo, la energía generada mediante plantas geotérmicas muestra una mayor capacidad de explotación a largo plazo, mediante la construcción de nuevas plantas y la implementación de Sistemas Geotérmicos Mejorados (EGS) los cuales aumentan el rendimiento a 24,700 MW a una

profundidad de 3,000 metros. Con todo lo anterior los sistemas geotérmicos al igual que los hidroeléctricos son incapaces de cubrir las necesidades de demanda.

Con respecto a las tecnologías de generación, cuya fuente de energía primaria es el viento y la radiación solar, éstas ocupan cada vez más un lugar importante en nuestro país. Sin embargo, si se pretendiese cubrir los requerimientos energéticos en el futuro con ambas, se tendría que tomar en cuenta que estas dependen de factores externos, como son el viento y radiación solar, en cuyo caso no es posible almacenarlas como se hace con los hidrocarburos. Por ello requieren de plantas convencionales de respaldo. Es importante notar que en el caso de la energía proveniente de celdas fotovoltaicas, que tanto en la generación como en su capacidad de instalación, es costosa y por lo tanto, no es lo suficientemente competitivo en la generación de energía eléctrica a gran escala. Dado lo anterior, estas tecnologías por su origen no son aplicables como fuentes primarias. En todo caso, servirían como auxiliares en la complementación de los requerimientos energéticos nacionales. Por último hay que tomar en cuenta que hacia finales de este siglo, las reservas nacionales como mundiales de combustibles fósiles no serán suficientes para cubrir las necesidades de la población, por lo cual, es necesario buscar opciones (infraestructura) en la generación de energía eléctrica, la cual no dependa del uso de hidrocarburos o similares. Y aunque las energías renovables cubran un porcentaje de la capacidad de generación requerida, será necesario desarrollar tecnologías que puedan utilizarse como carga base, es decir, cuyo combustible pueda ser almacenado y utilizado en la posteridad.

Capítulo 2

Breve Introducción a las Transformaciones Nucleares

2.1 Estructura Nuclear

La estructura electrónica del átomo fue entendida antes de la comprensión del núcleo. La razón es que las fuerzas que mantienen al núcleo unido son mucho más grandes que las que mantienen a los electrones unidos a los núcleos. Por lo tanto los cambios en las estructuras nucleares, son del orden de MeV mientras que para las interacciones electrónicas estas energías son de unos cuantos eV , es decir; seis órdenes de magnitud menores.

2.1.1 Composición Nuclear

El número atómico de un elemento es el número de protones en cada núcleo atómico, que es el mismo número de electrones en un átomo neutro. No todos los núcleos de un elemento, cuyas propiedades químicas están dadas por el número de protones, tienen el mismo número de neutrones. Las variedades de un elemento con el mismo número de protones que difiere en el número de neutrones son denominados isótopos [7].

La convención del símbolo para las especies de núcleos, siguen el patrón A_ZX , donde

X = Es el Símbolo Químico

Z = Número Atómico del Elemento

A = Numero de masa del núcleo o número de nucleones en el núcleo

La tabla 4, muestra la equivalencia de masas del protón, neutrón y núcleos.

Tabla 4. Equivalencia de Masas en diferentes unidades.

Partícula	Masa (Kg)	Masa (uma)	Masa (MeV)
Protón	1.6726×10^{-27}	1.007276	938.28
Neutrón	1.6750×10^{-27}	1.008665	939.57
Electrón	9.1095×10^{-31}	5.486×10^{-4}	0.511
${}^1_1\text{H}$ Átomo	1.6736×10^{-27}	1.007825	938.79

No todas las combinaciones de neutrones y protones forman núcleos estables. En general, los núcleos ligeros ($A < 20$) contienen aproximadamente el mismo número de neutrones y protones, mientras que para núcleos pesados la proporción de neutrones llega a ser progresivamente mayor.

La Figura 8 muestra la distribución de los núcleos con su dependencia del número de protones y neutrones.

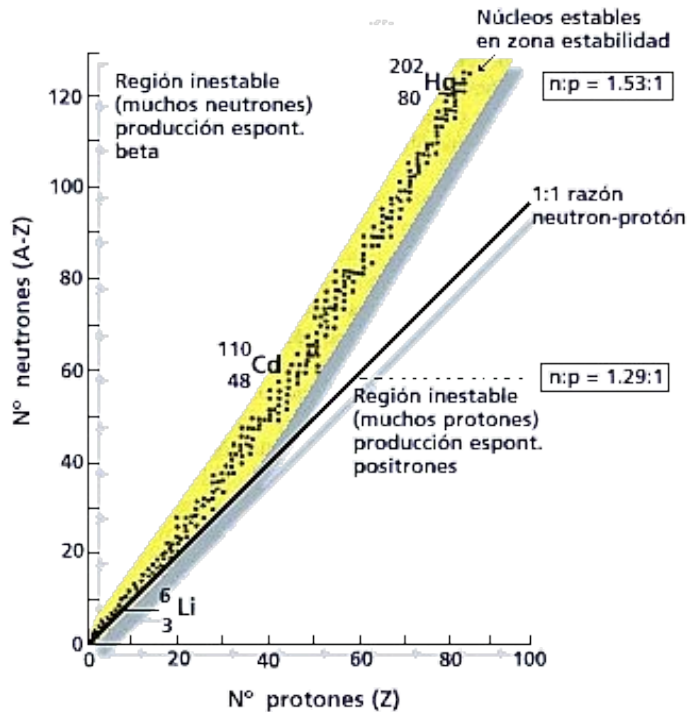


Figura 8. Grafica de núcleos estables, protones versus neutrones

2.1.2 Energía de Enlace

Si tomamos el isótopo Deuterio, el cual contiene un protón y un neutrón, y comparamos la masa de un átomo de hidrógeno más un neutrón, esperaríamos que las masas fueran iguales. Sin embargo, las mediciones de la masa del deuterio 2_1H es de 2.014102 uma, que es 0.002388 uma (2.224 MeV) menos que la combinación de un átomo de hidrógeno más un neutrón (2.016990 uma) [7].

Esta diferencia en la masa, es nombrada “Energía de Enlace”, y es la energía necesaria para mantener unidos a los nucleones (protones y neutrones) en el núcleo.

La energía de enlace [7,8] E_b en MeV de un núcleo A_ZX que tiene $N = A - Z$ neutrones está dada por

$$E_b = [Z m({}_1^1H) + N_m(n) - m({}_Z^AX)](9.3149 \text{ Mev/uma}) \quad , \quad (1)$$

en donde

$m({}_1^1H)$ = Es la masa atómica de un átomo de hidrogeno en uma.

$m(n)$ = La masa de un neutrón en uma.

$m({}_Z^AX)$ = La masa atómica del elemento en uma.

La energía de enlace por nucleón para cierto núcleo, es un promedio el cual divide la energía total de enlace por cada uno de los nucleones pertenecientes al núcleo.

La Figura 9, muestra la energía por nucleón para cada uno de los elementos.

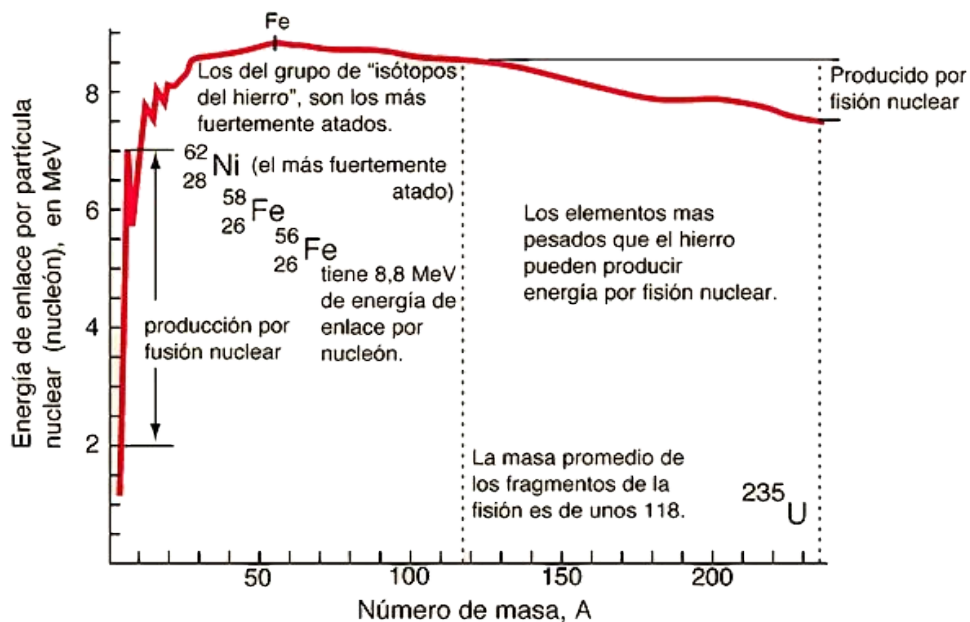


Figura 9. Energía de enlace por nucleón para cada uno de los elementos.

2.2 Transformaciones Nucleares

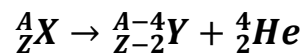
Las fuerzas nucleares están limitadas en rango y como resultado los núcleos interactúan sólo con sus vecinos. Este efecto es referido como saturación de las

fuerzas nucleares. Debido a la repulsión coulombiana de los protones los núcleos estables tienden a tener un número suficiente de neutrones para contrarrestarla.

2.2.1 Decaimientos Radiactivos

- **Decaimiento Alfa (α)**

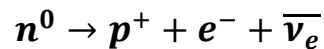
Una partícula alfa consiste en dos protones y dos neutrones. Cuando un núcleo decae emite una partícula alfa y reduce el Z y el N del núcleo original por dos cada uno.



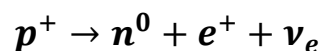
Núcleo Padre \rightarrow Núcleo Hijo + Partícula Alfa

- **Decaimiento Beta (β)**

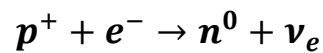
Si el hijo resultante del núcleo tiene un exceso de neutrones o protones muy grande o muy pequeño, podría haber un decaimiento beta (β) para decaer a un núcleo más estable. En el decaimiento beta menos β^- , un neutrón es transformado en protón más la emisión de un electrón.



En el decaimiento beta más β^+ , un protón se convierte en un neutrón más la emisión de un positrón (emisión de positrón).



Entonces el decaimiento β^- decrece la proporción de neutrones, mientras que en el decaimiento β^+ la incrementa. Un proceso que compete la emisión de positrón es la captura que realiza un núcleo de un electrón. El electrón es absorbido por un protón que a su vez es transformado en un neutrón.



- **Decaimiento Gamma (γ)**

Un decaimiento puede existir en estados más elevados que el del estado base, al igual que en los átomos. Por lo tanto, cuando un núcleo excitado vuelve a su estado base éste emite fotones los cuales corresponden a la diferencia de energía entre el estado excitado y el estado base. Los fotones emitidos por el núcleo están en el rango de varios MeV y son tradicionalmente llamados Rayos Gamma.

Un ejemplo de la relación de un núcleo excitado y los esquemas de decaimiento se muestra en la Figura 10. Ésta expone el decaimiento β^- del ${}^{27}_{12}Mg$ al ${}^{27}_{13}Al^*$ excitado, el cual emite uno o dos rayos gamma para llegar al estado base. [8]

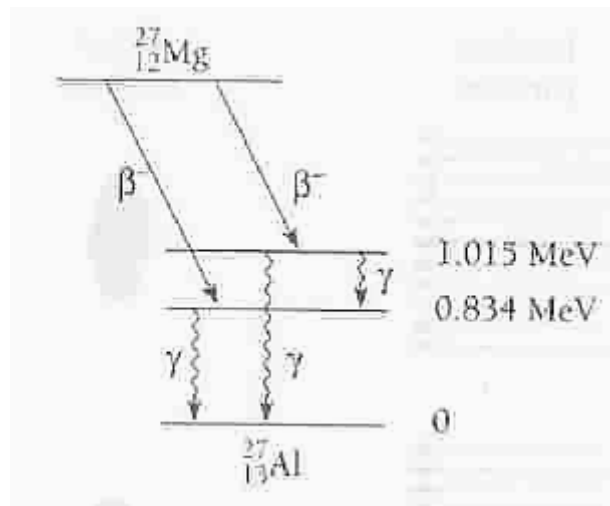


Figura 10. Sucesión de una emisión beta y una emisión gamma para ${}^{27}_{12}Mg$.

2.2.2 Fisión y Fusión Nuclear

Cuando dos núcleos ligeros están lo bastante cerca, la interacción entre ellos puede resultar en su unión para formar un núcleo más pesado, o bien la fractura de uno núcleo pesado puede dar lugar a otros más ligeros. Tales reacciones son conocidas como fusión y fisión nuclear respectivamente [9]. Sin embargo, la fusión no es tan fácil dado que los núcleos tienen carga positiva, y la repulsión coulombiana es lo bastante grande como para mantener lejos a uno del otro. Una manera de romper con este inconveniente es que los núcleos choquen a muy altas velocidades.

En el Sol como en otras estrellas, donde las temperaturas alcanzan los millones de grados Kelvin, y la densidad es suficientemente alta muchos núcleos tienen la suficiente velocidad para colisionar y romper la fuerza repulsiva de Coulomb. Por otra parte, en reactores de fisión nuclear, los núcleos son bombardeados por neutrones térmicos, lo que produce su rompimiento en dos núcleos hijos más un excedente de energía.

- **Fisión Nuclear**

Dado que los neutrones no tienen carga, aún con bajas energías pueden llegar a estar muy cerca del núcleo e interactuar con él. En los primeros días de la física nuclear, la captura de neutrones con bajas energías dentro del núcleo fue promovido como una técnica para producir nuevos núcleos con grandes valores de A . En experimentos diseñados para hacer elementos transuránicos a través de la captura de neutrones a menudo era observado que los neutrones con bajas

energías ($T \approx 300K, kT = 1/40 \text{ eV}$), eran dispersados por núcleos con A impares como el ${}^{235}_{92}\text{U}$, y no se producía un nuevo núcleo más pesado. En cambio el núcleo padre era fragmentado en dos nuevos núcleos hijos, Figura 11.

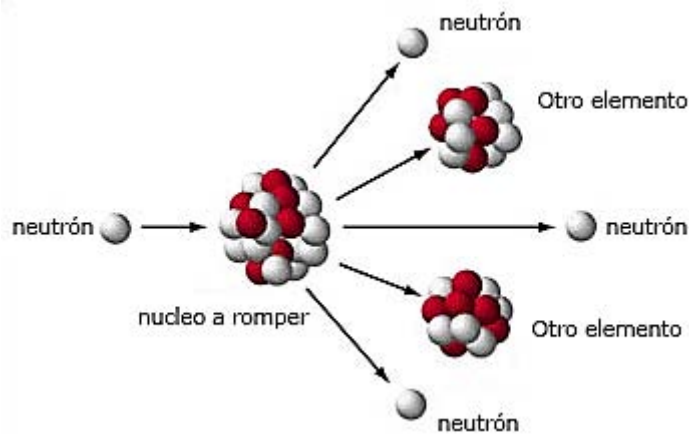
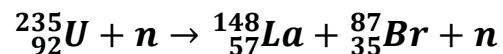


Figura 11. Reacción de Fisión nuclear.

Cada fragmentación de un núcleo pesado en dos núcleos de tamaño medio, así como otro remanente es conocido como Reacción de Fisión Nuclear. Un típico ejemplo de la fisión inducida por captura de neutrón es



Por otra parte, la dispersión de neutrones térmicos por núcleos con A par como ${}^{238}_{92}\text{U}$ no produce fragmentación, Sin embargo, la fisión puede tomar lugar en tales núcleos cuando los neutrones tienen energías cinéticas del orden de 2 MeV .

La fisión, por lo tanto, parece ser una característica inherente de los núcleos de gran tamaño y ha llegado a tomar un importante rol en la vida de la humanidad,

debido al proceso de liberar una gran cantidad de energía. Tal energía puede ser calculada de la gráfica de la energía de enlace por nucleón, Figura 9. La energía de enlace por nucleón es más pequeña para números grandes de A que para núcleos con A medios, donde alcanza un máximo.

El proceso de fisión nuclear, por lo tanto, conlleva la ruptura de un núcleo ligeramente ligado en dos núcleos altamente ligados y como resultado de la reacción se libera una cierta cantidad de energía. Entonces, si usamos -7.5 MeV como la energía de enlace por nucleón aproximada para un nucleón de ${}^{235}_{92}\text{U}$ y para los productos de la reacción una energía de enlace por nucleón de -8.4 MeV (llamamos a B/A como la energía negativa por nucleón), obtenemos entonces una liberación de energía por nucleón de alrededor de 0.9 MeV . Consecuentemente, la energía total liberada por la fisión de un núcleo ${}^{235}_{92}\text{U}$ y compartida entre los productos finales, puede ser estimada por $235 \times 0.9 \text{ MeV} = 211.5 \text{ MeV}$, lo que en realidad es mucha energía cinética, y en consecuencia las reacciones de fisión nuclear pueden ser aprovechadas como una fuente de poder para la generación de energía eléctrica. [9,10]

- **Fusión Nuclear**

Los datos para la energía de enlace por nucleón tienen una interesante estructura, teniendo un máximo para un tamaño medio de un núcleo con $A \approx 60$. La subsecuente disminución en la energía de enlace es la que hace posible la fisión nuclear. En el sentido opuesto, dado que en núcleos ligeros la energía de enlace por nucleón decae más rápidamente es posible usar un proceso inverso a la fisión

como fuente para generar energía. Si combinamos (fusionamos) dos núcleos ligeros en uno relativamente más pesado y con una energía de enlace por nucleón más alta, esto puede llevar a liberar energía debido a la diferencia de las energía de enlace inicial y final. Este proceso es conocido como fusión nuclear y la energía liberada por nucleón es comparable con la producida en la fisión. Sin embargo, como los núcleos ligeros tienen unos cuantos nucleones, el total de energía liberada es más pequeña. Por otro lado, el proceso de fusión es el mecanismo responsable de la generación de energía en el interior del Sol y otras estrellas.

En principio, la fusión puede tomar lugar entre dos núcleos ligeros los cuales se encuentren lo suficientemente cerca uno del otro de modo que se puedan traslapar y fusionar y por lo tanto liberar energía. Sin embargo para que esto pase, la fuerza de Coulomb existente entre los dos núcleos necesita ser sobrepasada. El valor máximo de la energía repulsiva debida a la fuerza de Coulomb cuando dos núcleos están justamente tocándose tiene la forma

$$V_{Coulomb} = \frac{ZZ'e^2}{R+R'} \quad (2)$$

Donde Z y Z' son los números atómicos de los dos núcleos, y R y R' son sus respectivos radios. Reescribiendo (2) da

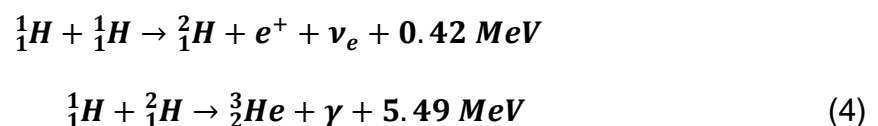
$$\begin{aligned} V_{Coulomb} &= \frac{e^2}{\hbar c} \frac{\hbar c ZZ'}{1.2[A^{1/3} + (A')^{1/3}]fm} \\ &= \frac{ZZ'}{A^{1/3} + (A')^{1/3}} MeV \approx \frac{1}{8} A^{5/3} MeV \end{aligned} \quad (3)$$

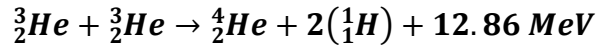
Donde A y A' son los números de nucleones de los dos núcleos ligeros y la expresión final se obtienen al considerar $A \approx A' \approx 2Z \approx 2Z'$. Entonces, la barrera Coulombiana entre los dos núcleos con $A \approx 8$ es cercana a 4 MeV . En consecuencia, para que la fusión tome lugar, debemos proveer de la energía cinética necesaria para superar la barrera Coulombiana. Una forma de lograr romper la barrera es calentar los núcleos a altas temperaturas para proveer la energía cinética suficiente. Para estimar estas temperaturas, necesitamos asumir que cada núcleo necesita una energía cinética alrededor de 2 MeV . Recordando que la energía para (300 K) corresponde $\frac{1}{40} \text{ eV}$, obtenemos que 2 MeV corresponde a

$$\frac{2 \times 10^6 \text{ eV}}{\left(\frac{1}{40}\right) \text{ eV}} \times 300 \text{ K} \approx 10^{10} \text{ K}$$

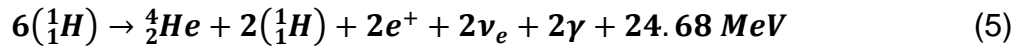
Que está más allá de la típica escala de temperatura $\approx 10^7 \text{ K}$ encontrada en el interior del Sol y las estrellas, tomando una importante relevancia el efecto túnel en la fusión nuclear. Dentro de éstas hay una variedad de reacciones, las cuales pueden ser descritas por los “ciclos de quemado” [9,10].

Nuestro Sol tiene una masa cercana a los 10^{30} Kg , la cual consiste principalmente de 10^{56} átomos de hidrógeno. Consecuentemente, esperamos que la principal fuente de energía en el Sol derive del quemado del hidrógeno. Esto ocurre durante el ciclo protón-protón

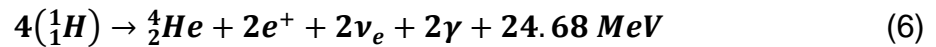




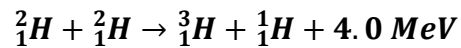
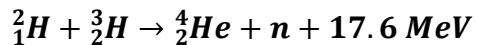
La gran cantidad de energía cinética liberada en el último paso es debida al hecho que el núcleo de ${}^4_2\text{He}$ es doblemente mágico, y está fuertemente ligado. La energía cinética final está compartida entre los productos finales de la reacción. Entonces, un ciclo de quemado de protón-protón con seis o cuatro hidrógenos se obtiene



o bien



Los átomos dentro del Sol están altamente ionizados en estado de plasma, consecuentemente, los positrones (e^+) emitidos en el ciclo son aniquilados con los electrones circundantes con lo cual se contribuye al incremento en la liberación de energía. Finalmente, hay más reacciones que pueden ser logradas en una termo-fusión. De hecho, las siguientes reacciones también han sido observadas bajo condiciones de laboratorio



La principal dificultad en la producción de fusión a grandes escalas (en el laboratorio, para confinamiento magnético) radica en el almacenaje de la cantidad necesaria de combustible el cual se encuentra a temperaturas lo suficientemente altas para romper la barrera Coulombiana por tunelaje.

Hoy en día hay dos métodos compitiendo por este objetivo. Uno es el confinamiento magnético, donde un plasma de 2_1H y 3_1H es calentado a muy altas temperaturas mediante campos electromagnéticos. El otro es el confinamiento inercial, el cual consiste en irradiar una pequeña cantidad de combustible mediante la utilización de láseres. Ambos serán descritos en la sección 2.2.3.2. Sin embargo, ninguno de los dos métodos ha dado resultados suficientemente buenos para utilizar a la fusión como una fuente generadora de energía.

2.2.3 Reactores Nucleares

2.2.3.1 Reactores de Fisión

¿Qué hace a la fisión nuclear atractiva como una fuente de energía? La respuesta es simple: -los neutrones necesarios para mantener las reacciones son a menudo producidos por las mismas. Por ejemplo, en la fisión del ${}^{235}_{92}U$, hay un promedio de 2.5 neutrones producidos por reacción de fisión. Entonces cada neutrón puede inducir una reacción adicional y en principio, mantener un proceso continuo y por lo tanto proveer de una producción salida de energía estable.

Definimos la razón de neutrones producidos en reacciones sucesivas de fisión como:

$$k = \frac{\text{Numero de neutrones producidos en } (n + 1) \text{ reacciones de Fisión}}{\text{Numero de neutrones producidos en } n \text{ reacciones de Fisión}} \quad (8)$$

Si este cociente es menor que la unidad, es decir $k < 1$, el proceso es llamado subcritico [9,10]. Es claro que en este caso la fisión de algún material no puede

continuar indefinidamente, y eventualmente las reacciones de fisión se detienen. Si $k = 1$, la reacción es llamada crítica, entonces los neutrones inducen las reacciones de fisión por un largo periodo a la vez que es posible mantener la velocidad de la reacción. Cuando $k > 1$, entonces más y más neutrones son producidos en cada periodo de la reacción, causando una reacción en cadena. Este escenario es llamado supercrítico, y causa un rápido crecimiento en la producción de energía, de modo que si la concentración de combustible es suficientemente alta, lleva a una explosión incontrolable. Por lo tanto, esta condición es necesaria para el diseño de armas nucleares.

En un ambiente controlado, como en un reactor nuclear, la reacción en cadena puede ser usada para la generación de energía eléctrica. Brevemente, un reactor nuclear consiste de varios componentes, el más importante es el núcleo, como en la Figura 12. El núcleo contiene el material fisionable o combustible así como las barras de control y el moderador. El uranio natural puede ser usado como combustible para un reactor. Sin embargo, en la naturaleza se tiene una mezcla de ${}^{235}_{92}\text{U}$ y ${}^{238}_{92}\text{U}$ en la cual la fracción de uranio 235 es menor (la razón de ${}^{235}_{92}\text{U}$ a ${}^{238}_{92}\text{U}$ en uranio natural es cerca de 0.7%) [11]. Como resultado, muchos de los neutrones térmicos son capturados por ${}^{238}_{92}\text{U}$, y las reacciones de fisión no son inducidas. Es por esta razón que el uranio es enriquecido, (aproximadamente un a 3% de ${}^{235}_{92}\text{U}$) para poder ser usado como combustible en los reactores de fisión nuclear.

Las barras de control en un reactor son a menudo de cadmio, las cuales tiene una alta sección transversal de absorción para neutrones. Por lo tanto, al retraer o

insertar las barras de control, se regula el número de neutrones disponibles para inducir la reacción de fisión. Este mecanismo es el elemento clave para mantener una k constante y por lo tanto una salida de energía constante. Los elementos de combustible son rodeados por un moderador, cuya principal función es frenar los neutrones más rápidos que puedan ser producidos en el curso de la fisión, de modo que tengan una mayor probabilidad de ser absorbidos e inducir una reacción. El agua pesada (D_2O), por ejemplo, es preferida como un moderador sobre el agua normal, porque la sección transversal de captura para los neutrones en el agua pesada es mucho más grande que para los neutrones en el agua normal.

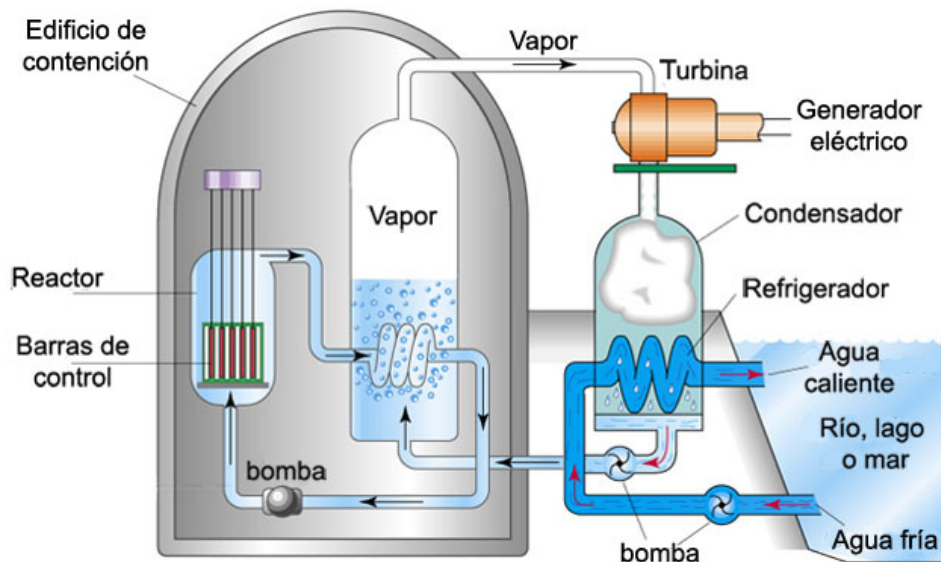


Figura 12. Esquema general de un reactor de fisión nuclear de agua presurizada, generador de energía eléctrica.

En una planta eléctrica, el núcleo del reactor está inmerso en un refrigerante (a menudo agua), el cual remueve la energía térmica producida por los remanentes de la fisión y la ionización de los materiales dentro del núcleo, y que mantiene el

núcleo a una temperatura suficientemente baja para prevenir una fusión del núcleo. (La alta temperatura es generada por la fisión de los remanentes y la ionización de los materiales dentro del núcleo).

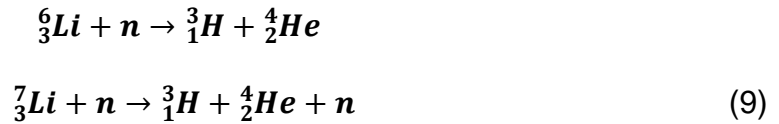
Todo el núcleo está rodeado por una capa muy pesada de concreto y acero, que mantiene al núcleo seguro y previene fugas radiactivas. Cuando el reactor de fisión está en operación, el valor de k es ligeramente mayor a la unidad y es mantenido en ese valor hasta que se obtenga la energía deseada para después bajar el valor menor que la unidad y así prevenir accidentes. Como ya se pudo ver, el refrigerante remueve la energía térmica producida por el proceso de fisión y ésta puede entonces ser utilizada para generar vapor a altas presiones. Este vapor es utilizado para accionar las turbinas y generar energía eléctrica. Esto es por supuesto, sólo una idea básica del diseño y funcionamiento de una planta generadora de energía eléctrica, ya que un diseño emplearía un nivel mucho mayor de características necesarias para prevenir un accidente.

2.2.3.2 Reactores de Fusión

Las reacciones necesarias para la fusión fueron expuestas en la sección 2.2.2. De los isótopos mencionados en esas reacciones, el deuterio está presente en los mares y es fácil de obtener. Por otro lado, la concentración del deuterio en agua de mar es de 33 g/m^3 , lo que equivale a 10^{15} toneladas de deuterio en todo el mundo.

Por lo tanto, un galón con agua de mar puede contener la misma energía que 600 galones de gasolina. [9]

Igualmente el agua de mar contiene una pequeña cantidad de tritio el cual es generado por bombardeo de rayos cósmicos a los isotopos de litio



De hecho, los planes a futuro para los reactores de fusión incluyen la incorporación de litio en las paredes de los reactores, las cuales pueden producir tritio al absorber los neutrones liberados en las reacciones de fusión.

Antes de enfocarnos en los distintos métodos de contención, explicaremos algunos conceptos importantes en la comprensión de los reactores de fusión.

A mediados de 1957, John Lawson [12] describió las condiciones de equilibrio con relación a las pérdidas o ganancia de energía en las reacciones de fusión. Tomando en cuenta que la potencia de fusión generada por un plasma es proporcional al número de reacciones por unidad de tiempo y a la energía liberada por reacción, (dependiente del tipo de combustible utilizado). Se llega a que parte de la potencia de fusión será utilizada para mantener las reacciones, mientras que la parte restante puede ser utilizada en la generación de electricidad. Sin embargo, es importante mencionar que las altas temperaturas requeridas provocan que la energía térmica no pueda ser confinada por un lapso indefinido. Al tiempo durante

el cual se puede confinar la energía térmica se le denomina tiempo de confinamiento τ_e .

Dado lo anterior, es posible establecer una condición para que la ganancia de la energía sea proporcional a la pérdida de energía en términos del tiempo de confinamiento, donde la pérdida de energía representa a la energía que escapa en forma de radiación electromagnética.

Cuando las reacciones en el plasma son capaces de mantener la temperatura necesaria para que sean autosostenidas, se le dice que éste está encendido, o que ha alcanzado el estado de ignición. En dicho estado no es necesario suministrar más energía ya que el plasma absorberá la energía liberada por las reacciones. La condición de encendido radica en el hecho de que sólo las partículas alfa pueden quedar dentro del plasma y proporcionarle energía, con potencia P_α . La condición de encendido es

$$n\tau_e \geq \frac{3Tn^2}{[P_\alpha - P_R]}, \quad (10)$$

donde P_F es la potencia de fusión, P_R la potencia de Radiación, T la temperatura en (MeV), y n la densidad de plasma (*Partículas /m³*)

En la Figura 13 se muestran los valores en función de la temperatura para la reacción de D-T, donde los regímenes de operación de un reactor deben quedar sobre las curvas, es decir, la temperatura en un rango de 10 – 20 keV, mientras que $n\tau_e$ deber ser del orden de $10^{20} s/m^3$ o mayor.

Hay dos maneras en las que se pueden cumplir los requerimientos, la primera consta en tener tiempos de confinamiento de energía pequeños con densidades muy grandes. La segunda sería lo contrario, tiempos de confinamiento muy grandes con densidades moderadas.

Hoy en día, para alcanzar la ignición se siguen dos líneas de investigación, las cuales difieren en los métodos de confinamiento:

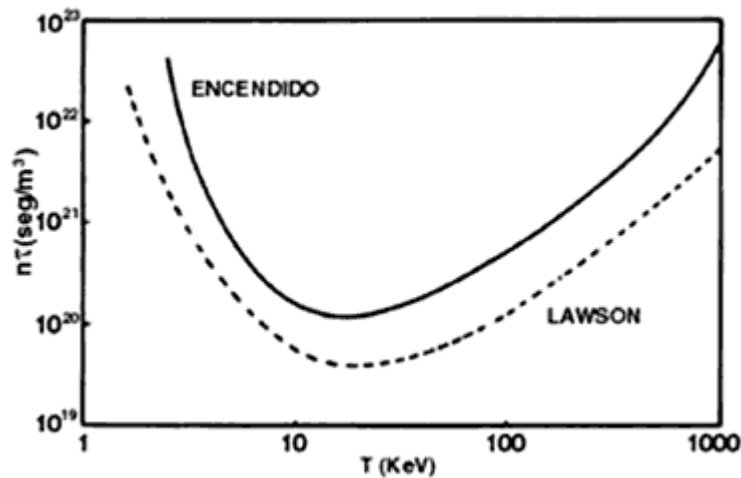


Figura 13. Valores del producto de la densidad del plasma n por el tiempo de confinamiento τ_e necesario para el emparejamiento de pérdidas, ganancias y criterio de Lawson, ambos en función de la temperatura del plasma [12].

- **Confinamiento Magnético**

En este método, se utilizan campos magnéticos intensos para confinar el plasma en tiempos de confinamiento relativamente cortos (unos cuantos segundos). Para lograr lo anterior se clasifican los aparatos en dos tipos: los abiertos, en los cuales las líneas de campo magnético no se cierran sobre sí mismas en la región del plasma, y los cerrados, que por lo general tienen forma toroidal.

En esta tesis nos enfocaremos en los aparatos cerrados, ya que los aparatos abiertos han demostrado ser ineficientes en el confinamiento del plasma y por lo tanto han quedado descartados como fuentes de energía comercial.

El aparato más empleado en la clase de cerrados, es el Tokamak (*“toroidanaya Kamera y magnitnaya katushka”*-Que en Ruso significa, *cámara toroidal y bobina magnética*), [13]. El tokamak consiste de bobinas, las cuales proporcionan dos tipos de campo magnético, uno toroidal, encargado de estabilizar el plasma, y un campo magnético poloidal, el cual es empleado para calentar y controlar el plasma.

El campo magnético toroidal es creado mediante bobinas situadas en la periferia de la máquina, mientras que el campo magnético poloidal es proporcionado por el plasma en función de la corriente del plasma que es calentado por un solenoide situado en el eje de la máquina, el cual funciona como el primario de un transformador. Por otra parte, es complementado por varias bobinas horizontales colocadas a diferentes alturas (Figura 14) cuya función es controlar la posición y la forma de la columna de plasma.

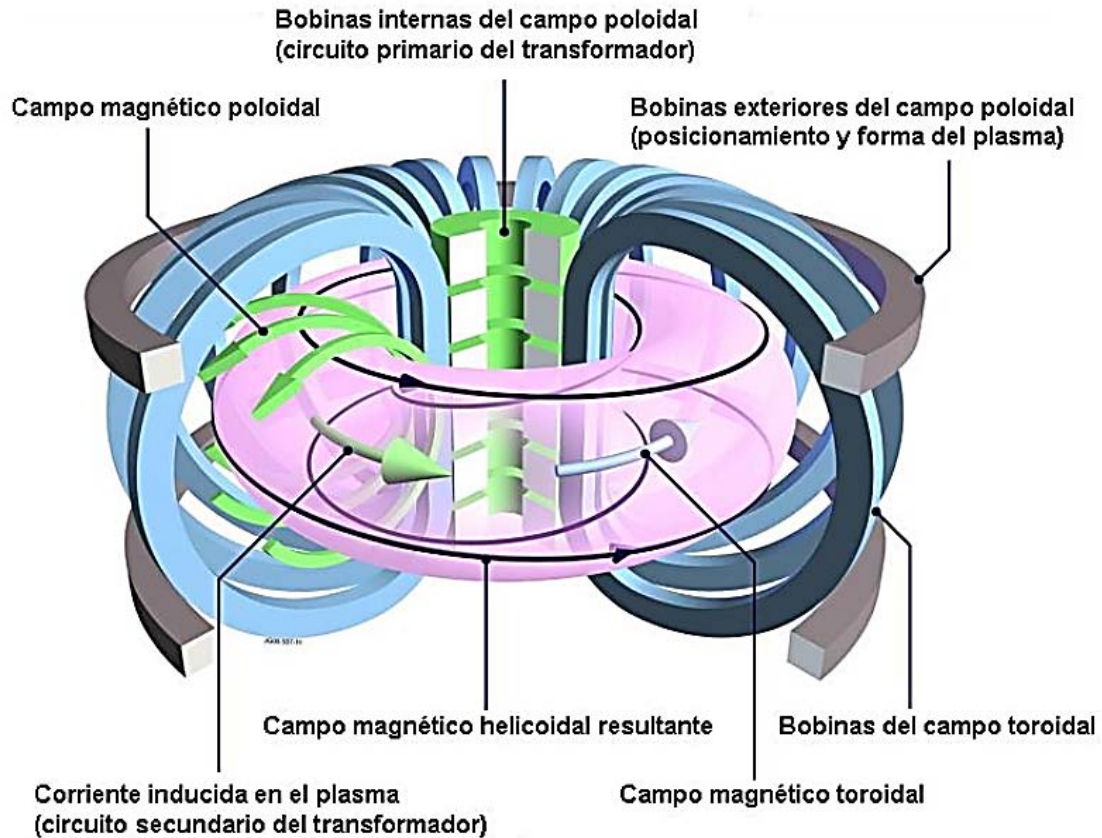


Figura 14. Esquema de las partes esenciales de un Tokamak. Fuente: Garcia, Odd Erik, Nuclear Fusion Energy, Department of Physics and Technology, University of Troms, 2010.

El progreso en el diseño de máquinas más eficientes es medido mediante el factor de ganancia " Q ", que se define como el cociente entre la potencia producida por las reacciones de fusión y la potencia de calentamiento suministrada al sistema.

La Figura 15 muestra los parámetros obtenidos por algunos tokamaks y su organización referente a la ganancia y criterio de Lawson, obtenidas en condiciones normales de operación. En dicha figura se pueden apreciar dos aspectos: La mayoría de los experimentos se han realizado con hidrógeno y deuterio, y sólo unos pocos con deuterio y tritio, en los tokamaks TFTR del Laboratorio de Física de Plasmas de Princeton, y en JET, en el que se alcanzó

una Q del orden de 0.65. Por otra parte, se observan dos rutas o escuelas de diseño de tokamaks; la de los que buscan alcanzar el criterio de Lawson mediante aparatos de mayor tamaño (enfoque de ITER) y densidades moderadas, y la de los que buscan densidades mayores con campos magnéticos mayores (enfoque de IGNITOR, CIT y FIRE).

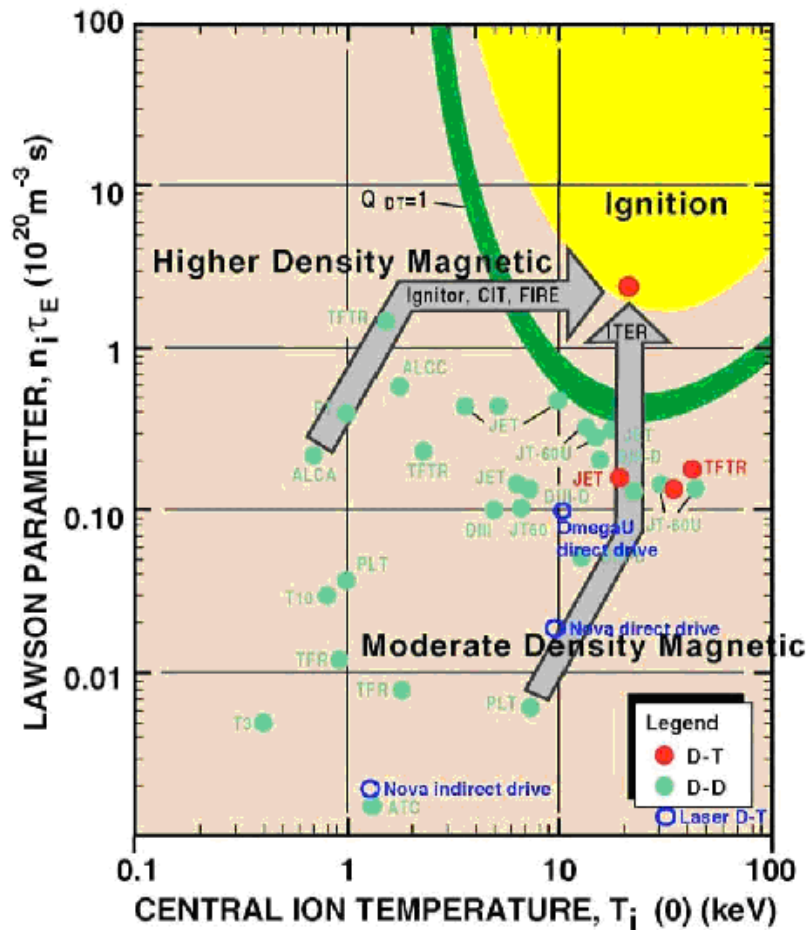


Figura 15. Progreso de la fusión nuclear por confinamiento magnético referente a la temperatura de los iones y el criterio de Lawson. Los puntos verdes y rojos corresponden a descargas con deuterio, y deuterio y tritio, respectivamente, en tokamaks, y los azules a algunos experimentos en confinamiento inercial. (Figura preparada por James Van Dam, U. de Texas en Austin).

- **Confinamiento Inercial**

El confinamiento inercial consiste en la irradiación de pequeñas cápsulas de combustible (Deuterio o Deuterio-Tritio) con el fin de calentarlas y que ocurran reacciones de fusión nuclear [14].

La irradiación de las cápsulas se hace mediante haces energéticos de alta potencia como pueden ser: electrones, iones pesados, iones ligeros o bien láseres. Éste último es el más usado actualmente gracias a su fácil propagación y su alta capacidad de enfoque, en contraste con los haces de iones y electrones que tienen eficiencias aceptables pero un difícil manejo.

El calentamiento de las cápsulas (diámetro de unos cuantos milímetros) se hace al concentrar directa o indirectamente los haces sobre la superficie, provocando que el material en esta zona se separe formando una corona de plasma. El efecto producido por este fenómeno es parecido a la expulsión de gases de un cohete. Por lo tanto, las capas interiores de la cápsula de combustible se mueven hacia el interior (Figura 16). Como las energías que intervienen son muy altas, el movimiento de implosión es muy violento, lo que se busca es alcanzar los valores necesarios para producir ignición en el interior de la cápsula, como si fuera una bujía, propagando la combustión hacia el exterior.

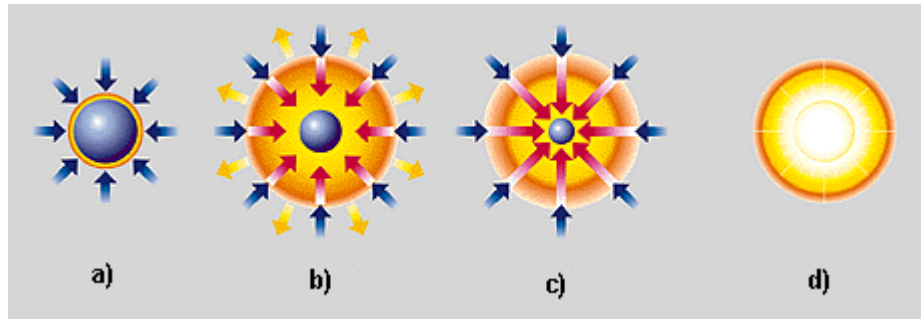


Figura 16. Esquemas de las etapas en el confinamiento inercial. a) La capsula de combustible es irradiada, b) La capa exterior se evapora por ablación. Mientras las capas exteriores se mueven rápidamente hacia fuera las capas más internas implotan hacia adentro, c) Debido a la implosión rápida y violenta, el combustible llega a densidades y temperaturas muy altas produciendo así la ignición. d) Actuando como una bujía, el plasma encendido propaga la combustión hacia el exterior.

Una dificultad que se presenta durante la compresión, es el desarrollo de inestabilidades de Rayleigh-Taylor. Estas inestabilidades se originan a causa de la no uniformidad del blanco, así como de los haces, produciendo que cierto puntos de la cápsula tengan mayores presiones que otros y en consecuencia una compresión asimétrica e ineficiente.

Por otro lado, la ganancia (Q), depende del tipo de impulsor (haces) que se utilice, dado que éste debe de tener energías superiores a 10 kJ con lapsos de algunos nanosegundos, se ha optado actualmente por utilizar láseres de alta potencia.

Capítulo 3

Confinamiento Magnético de Plasmas

3.1 Confinamiento de una Partícula en Campos Magnéticos

Intuitivamente, esperamos que la teoría de órbita de partículas sea útil al describir el movimiento de las partículas con altas energías en plasmas de bajas densidades, donde las colisiones entre partículas no son frecuentes. Más específicamente, necesitamos estar seguros de que los efectos de la auto-consistencia de los campos producidos por las cargas son pequeños en comparación con los campos aplicados.

La órbita de una partícula en un campo magnético define una longitud natural r_L (radio de Larmor), así como una frecuencia Ω , (frecuencia de ciclotrón). Para muchos plasmas las escalas de longitud L y de tiempo característico T , satisfacen el ordenamiento $r_L/L \ll 1$ y $2\pi/\Omega T \ll 1$. [15]

Este ordenamiento natural nos deja resolver las ecuaciones dinámicas en campos inhomogéneos y dependientes del tiempo haciendo desarrollos en las perturbaciones y utilizando $r_L/L \ll 1$, $2\pi/\Omega T \ll 1$ como parámetros pequeños.

Por otro lado, suponemos que la energía de las partículas es tal que sólo necesitamos resolver la ecuación no relativista de Lorentz para el movimiento de una partícula de masa m_j y carga e_j , para una posición $r_j(t)$ moviéndose en un campo eléctrico E y un campo magnético B .

$$m_j \ddot{\mathbf{r}}_j = e_j [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \dot{\mathbf{r}}_j \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)] \quad (11)$$

Para el caso en el que se quiera resolver la ecuación (11) tomando una descripción autoconsistente utilizamos las ecuaciones de Maxwell.

$$\nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} , \quad (12)$$

$$\nabla \times \vec{\mathbf{B}} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{j} , \quad (13)$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{E}} = q / \epsilon_0 , \quad (14)$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0 , \quad (15)$$

en las cuales $j(\mathbf{r}, t)$ y $q(\mathbf{r}, t)$ son la densidad de corriente y densidad de carga definidas por

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^N e_j \dot{\mathbf{r}}_j(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j(t)) , \quad (16)$$

$$q(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^N e_j \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j(t)) , \quad (17)$$

donde δ denota la función delta de Dirac y las sumas son tomadas sobre todas las partículas del plasma.

A continuación se realizará un análisis detallado sobre la teoría de órbita de partículas cargadas, cuando éstas se encuentran inmersas en campos magnéticos homogéneos e inhomogéneos.

3.1.1 Campo Magnético Homogéneo y Constante

La teoría de órbita de partículas se simplifica cuando se toma en cuenta un movimiento no relativista de las partículas cargadas en un campo magnético

espacialmente uniforme, además de un campo eléctrico $E = 0$ [16]. (Por simplicidad descartaremos los subíndices j en e_j y m_j excepto cuando sea necesario diferenciar entre iones y electrones). Si definimos campo magnético B en la dirección del eje z entonces $B = B\hat{z}$, donde el producto escalar de (11) con \hat{z} da

$$\ddot{z} = 0 . \quad (18)$$

Entonces $\dot{z} = v_{\parallel} = cte$. Y también de la ecuación (12)

$$m\ddot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} = 0 , \quad (19)$$

y por lo tanto

$$\frac{1}{2}m\dot{\mathbf{r}}^2 = W = cte. \quad (20)$$

Entonces, las magnitudes de las componentes de la velocidad v_{\parallel} y v_{\perp} de B son constantes y la energía cinética

$$W = W_{\parallel} + W_{\perp} = \frac{1}{2}(v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2). \quad (21)$$

No es sorpresa que la energía cinética sea conservada donde las fuerzas siempre son perpendiculares a la velocidad de las partículas y en consecuencia no hacen trabajo.

La trayectoria de las partículas es determinada por (18) junto con las componentes

$$\ddot{x} = \Omega\dot{y}, \quad \ddot{y} = -\Omega\dot{x} \quad (22)$$

Donde $\Omega = eB/m$. Una manera conveniente de tratar el movimiento transversal de B , es definir $\zeta = x + iy$, entonces

$$\ddot{\zeta} + i\Omega\dot{\zeta} = 0 . \quad (23)$$

Integrando una vez con respecto al tiempo, se obtiene

$$\dot{\zeta}(t) = \dot{\zeta}(0) \exp(-i\Omega t). \quad (24)$$

Y definiendo $\dot{\zeta}(0) = v_{\perp} \exp(-i\alpha)$ se sigue que

$$\dot{x} = v_{\perp} \cos(\Omega t + \alpha) , \quad (25)$$

$$\dot{y} = -v_{\perp} \sin(\Omega t + \alpha) . \quad (26)$$

Integrando nuevamente con respecto al tiempo se determina la posición de las partículas y por lo tanto su órbita

$$x = \left(\frac{v_{\perp}}{\Omega}\right) \sin(\Omega t + \alpha) + x_0 , \quad (27)$$

$$y = \left(\frac{v_{\perp}}{\Omega}\right) \cos(\Omega t + \alpha) + y_0 , \quad (28)$$

$$z = v_{\parallel} t + z_0 , \quad (29)$$

donde α, x_0, y_0 y z_0 , junto con v_{\perp} y v_{\parallel} , son determinadas por las condiciones iniciales. La cantidad $\varphi(t) \equiv (\Omega t + \alpha)$ es a veces llamada giro-fase. La superposición de los movimiento uniformes en la dirección del campo magnético sobre las orbitas circulares en el plano normal de B define una hélice de paso constante con el eje paralelo a B , como se muestra en la Figura 17. Al referirnos al movimiento en el plano $z = v_{\parallel} t + z_0$ la órbita proyecta un círculo con centro en

(x_0, y_0) y radio $r_L = v_{\perp}/|\Omega|$. El radio del círculo r_L , es conocido como radio de Larmor y la frecuencia de rotación Ω , como frecuencia de Larmor, frecuencia de ciclotrón o giro-frecuencia.

El sentido de la rotación es determinada por Ω la cual depende del signo de la carga. Para electrones $|\Omega_e| = 1.76 \times 10^{11} B s^{-1}$ mientras que para los protones es de $|\Omega_p| = 9.58 \times 10^7 B s^{-1}$, donde B se mide en Teslas.

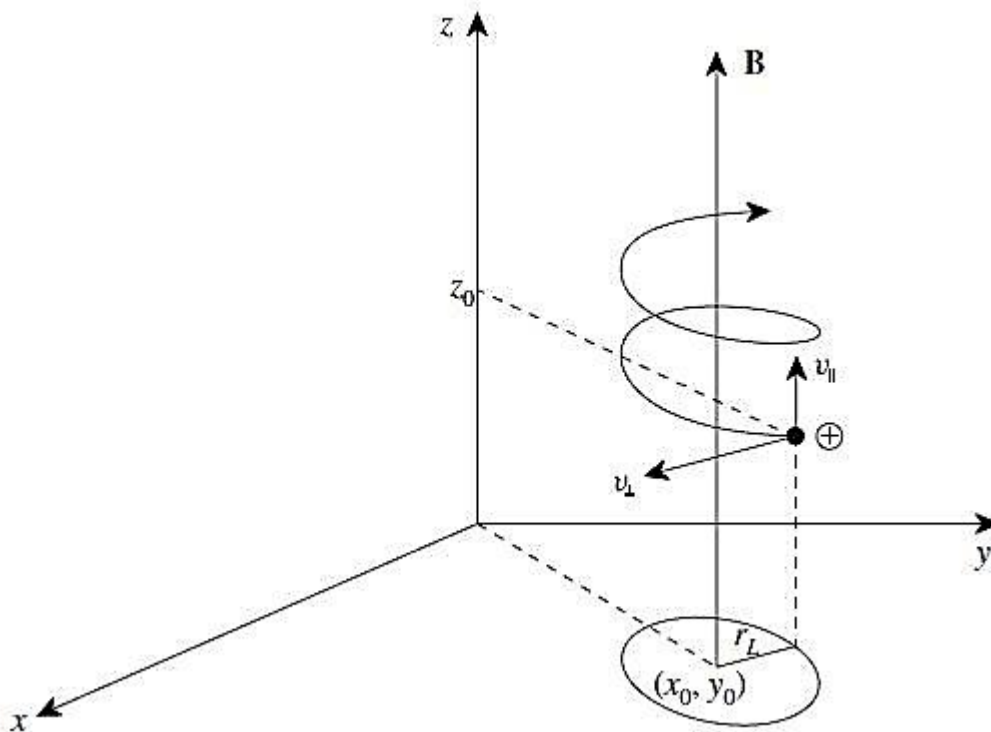


Figura 17. Órbita de una partícula cargada positivamente en un campo magnético uniforme. Fuente: [15]

3.1.2 Campo Eléctrico y Magnético Homogéneos

Ahora introduciremos un campo eléctrico uniforme [15,16], el cual puede ser definido en dos componentes, una componente E_{\parallel} en dirección del campo

magnético B y E_{\perp} el cual es tomado en la dirección del eje y . Entonces $B = (0,0,B)$, $E = (0, E_{\perp}, E_{\parallel})$, donde las componentes son

$$\ddot{x} = \Omega \dot{y} , \quad (30)$$

$$\ddot{y} = \frac{eE_{\perp}}{m} - \Omega \dot{x} , \quad (31)$$

$$\ddot{z} = \frac{eE_{\parallel}}{m} . \quad (32)$$

Integrando una vez, se obtiene

$$\dot{z} = v_{\parallel} + \frac{eE_{\parallel}t}{m} , \quad (33)$$

Para tiempos lo suficientemente grandes es necesario un campo eléctrico $E_{\parallel} = 0$, ya que las cargas de signo opuesto son aceleradas en direcciones opuestas, y el campo E_{\parallel} da lugar a grandes corrientes y la separación de las cargas.

Ahora tenemos

$$\ddot{\zeta} + i\Omega \dot{\zeta} = \frac{ieE}{m} , \quad (34)$$

donde E_{\perp} ha sido remplazada por E . Integrando una vez, se obtiene

$$\dot{\zeta}(t) = \dot{\zeta}(0) \exp(-i\Omega t) + v_E(1 - \exp(-i\Omega t)) , \quad (35)$$

donde $v_E = E/B$, y entonces

$$\dot{x} = u \cos(\Omega t + \alpha) + v_E , \quad (36)$$

$$\dot{y} = -u \sin(\Omega t + \alpha) , \quad (37)$$

donde u y α son constantes definidas por

$$\dot{\zeta}(\mathbf{0}) - \mathbf{v}_E = \mathbf{u} \exp(-i\alpha) . \quad (38)$$

La velocidad del centro de guía es ahora

$$\mathbf{v}_g = (\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{0} \cdot \mathbf{v}_{\parallel}) . \quad (39)$$

En consecuencia un campo eléctrico perpendicular al campo magnético produce un efecto de deriva ortogonal para ambos. Esto significa que el centro guía no está atado a una línea de campo particular y por lo tanto deriva a través de las líneas de campo. La velocidad de deriva puede ser escrita como

$$\mathbf{v}_g = (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) / B^2 , \quad (40)$$

donde ésta sólo depende de los campos y es independiente de la carga de las partículas. Por tanto no da lugar a surgimiento de corrientes.

Las trayectorias de partículas tanto positivas como negativas en un plano están definidas por (29), y son encontradas de la segunda integración de (34), como se muestra en la Figura 18.

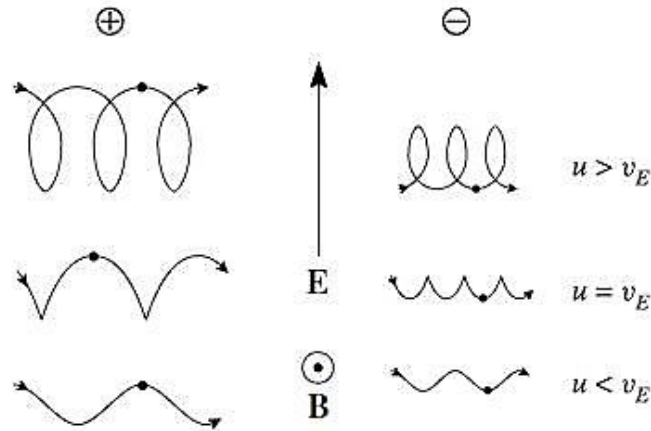


Figura 18. Deriva producida por un campo eléctrico uniforme perpendicular al campo magnético. Fuente: (15)

Para una partícula cargada su ciclo de Larmor cambia lentamente cuando se mueve en oposición del campo magnético y se acelera cuando se mueve en dirección a éste.

3.1.3 Campo Magnético Inhomogéneo

En la vida cotidiana, por lo general nos encontramos con que los campos eléctricos y magnéticos son dependientes del tiempo y el espacio, por lo cual es necesario resolver la ecuación (11) por métodos numéricos. Sin embargo, si lo inhomogéneo de los campos es pequeño, es decir, que el campo experimentado por la partícula al atravesar la órbita de Larmor sea casi constante [16], es posible determinar la trayectoria como una perturbación en el movimiento básico con $B(r) \approx B(r_0) + (\delta r \cdot \nabla)B|_{r=r_0}$, donde r_0 es la posición instantánea del centro de guía y $\delta r = r - r_0$, requerimos que δB , sea el cambio de B sobre la distancia r_L , con lo cual

$$|\delta B| = |(\delta r \cdot \nabla)B| \ll |B|$$

Es decir, $r_L \ll L$ donde L es una distancia sobre la cual el cambio en el campo sea significativo.

Tomando ahora $B = (0, 0, B(y))$ y $E = 0$, se obtiene

$$\ddot{x} = \Omega(y)\dot{y} \quad , \quad \ddot{y} = -\Omega(y)\dot{x} \quad , \quad (41)$$

de modo que

$$\ddot{\zeta} = -i\Omega(y)\dot{\zeta} \quad (42)$$

y

$$\ddot{z} = 0$$

Con la suposición $\delta B \ll B$, Ω puede ser desarrollado cerca de la posición inicial del centro guía, obteniendo

$$\ddot{\zeta} + i\Omega_0\dot{\zeta} = -i\Omega'_0(y - y_0)\dot{\zeta} \quad (43)$$

Los términos del lado izquierdo son de orden cero mientras que los del lado derecho son de primer orden y como tal, y y ζ pueden ser reemplazados por los del orden cero (uniformidad de B , ecuaciones (25), (26), (27) y (28), dando

$$\ddot{\zeta} + i\Omega_0\dot{\zeta} = -\frac{i\Omega'_0 v_\perp^2}{\Omega_0} \cos(\Omega_0 t + \alpha) \exp -i(\Omega_0 t + \alpha) \quad . \quad (44)$$

Integrando una vez se obtiene

$$\dot{x}(t) = v_\perp \cos(\Omega_0 t + \alpha) - \frac{\Omega'_0 v_\perp^2}{2\Omega_0} [1 - \cos 2(\Omega_0 t + \alpha) - 2 \sin(\Omega_0 t + \alpha) \sin \alpha] \quad , \quad (45)$$

$$\dot{y}(t) = -v_\perp \sin(\Omega_0 t + \alpha) - \frac{\Omega'_0 v_\perp^2}{2\Omega_0} [\sin 2(\Omega_0 t + \alpha) - 2 \cos(\Omega_0 t + \alpha) \sin \alpha] \quad . \quad (46)$$

Estas soluciones satisfacen las condiciones iniciales para un campo magnético uniforme B . También de $\ddot{z} = 0$ y (45, 46) podemos ver que las oscilaciones ocurren en $2\Omega_0$. El promedio de la velocidad es

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \left(-\frac{v_{\perp}^2 \Omega_0'}{2\Omega_0^2}, \mathbf{0}, v_{\parallel} \right) \quad (47)$$

Entonces un campo magnético en la dirección z con un gradiente en la dirección y da lugar a una deriva en la dirección x . Esta velocidad del gradiente B puede ser escrita

$$\mathbf{v}_G = [\mathbf{W}_{\perp}(\mathbf{B} \times \nabla)\mathbf{B}]/eB^3 \quad (48)$$

En este caso, la deriva depende de las propiedades de las partículas, y en particular, ocurre en direcciones opuestas para las cargas positivas y negativas. Además el radio de Larmor es más grande en las regiones donde el campo magnético es más débil.

3.1.4 Deriva de Partículas en Corrientes de Plasma

Ahora, tomamos la densidad de corriente correspondiente a la deriva de ∇B de (49) y sumando sobre los iones (i) y electrones (e), a la vez que definimos a $\langle W_{\perp} \rangle$ como el promedio de W_{\perp} . Entonces

$$\mathbf{j}_G = (\mathbf{n}_i \langle W_{\perp i} \rangle + \mathbf{n}_e \langle W_{\perp e} \rangle) \mathbf{B} \times \nabla B / B^3$$

$$= [\mathbf{n}\langle W_{\perp} \rangle (\mathbf{B} \times \nabla \mathbf{B})] / B^3 . \quad (49)$$

Para llegar a la densidad de corriente total debemos recordar incluir la contribución proveniente del plasma diamagnético, para lo cual, tenemos que la magnetización por unidad de volumen del plasma M , está dada por

$$\mathbf{M} = -\frac{n\langle W_{\perp} \rangle}{B^2} \hat{\mathbf{B}} , \quad (50)$$

de la cual la magnetización de la densidad de corriente es

$$\mathbf{j}_M = -\nabla \times \left(\frac{n\langle W_{\perp} \rangle}{B^2} \hat{\mathbf{B}} \right) . \quad (51)$$

La densidad total de corriente es entonces la suma de j_G y j_M .

Si ahora tomamos en cuenta la configuración $B = (0, 0, B(y))$, encontramos que una parte de la densidad de corriente cancela la contribución del gradiente del campo, y entonces

$$\mathbf{j}_x = (\mathbf{j}_G + \mathbf{j}_M) \cdot \hat{\mathbf{x}} = -\frac{n\langle W_{\perp} \rangle}{B^2} \frac{dB}{dy} - \frac{d}{dy} \left[\frac{n\langle W_{\perp} \rangle}{B} \right] = -\frac{1}{B} \frac{d}{dy} (n\langle W_{\perp} \rangle) . \quad (52)$$

Los efectos de la magnetización del plasma y la deriva del centro guía en un campo magnético inhomogéneo, producen una corriente perpendicular al campo magnético y a la dirección en la que el campo varía. Si sustituimos (52) dentro de (13), y dejamos de lado la corriente desplazamiento, vemos que

$$\left[\frac{dB}{dy} + \frac{\mu_0}{B} \frac{d}{dy} (n\langle W_{\perp} \rangle) \right] = \mathbf{0} , \quad (53)$$

de modo que $n\langle W_{\perp} \rangle + \frac{B^2}{2\mu_0} = cte$. Entonces vemos que lo anterior es consistente sólo si el incremento del campo magnético es compensado por el correspondiente decremento en $n\langle W_{\perp} \rangle$, (decremento de la presión). Un caso particular en el decremento de la densidad se ilustra en la Figura 19.

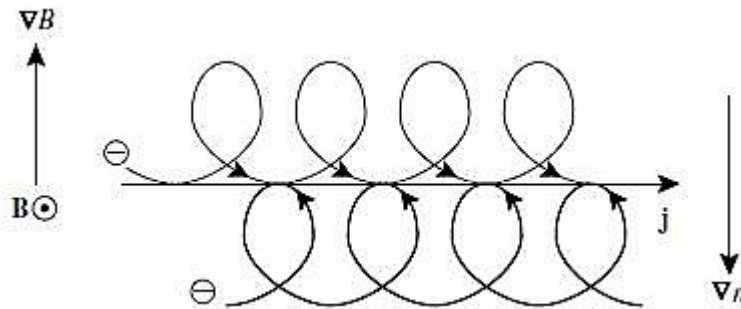


Figura 19. Densidad de corriente en un plasma inhomogéneo magnetizado. En el plano de corriente perpendicular al plano de la figura hay más electrones fluyendo hacia el lado izquierdo que hacia el lado derecho, debido al gradiente de la densidad. Fuente: [15]

En general, si uno mantiene el término de la corriente de desplazamiento en las ecuaciones de Maxwell, entonces hay una dependencia del tiempo en el campo eléctrico que da lugar a la oscilación del plasma [15,16]. Sin embargo si la dependencia del campo eléctrico es lo suficientemente lenta, entonces las oscilaciones del plasma no ocurren y podemos incluir un campo eléctrico dependiente del tiempo.

3.1.5 Campo Magnético Variante en el Tiempo e Invariancia

Adiabática

Para una partícula en movimiento en un campo, uno puede encontrar cantidades que en circunstancias particulares se conservan y que son contrapartes de W_{\perp}, W_{\parallel} .

Si tomamos un campo magnético axial y variante en el tiempo, este induce un campo eléctrico azimutal, de manera que, a diferencia de v_{\parallel}, v_{\perp} no sea grande y tomando el producto escalar de (11) con v_{\perp} , se obtiene

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right) = e \mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_{\perp} . \quad (54)$$

Introduciendo la órbita de Larmor, la energía de la partícula cambia a

$$\begin{aligned} \delta \left(\frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \right) &= \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}_{\perp} = e \int (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{s} = -e \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \\ &\approx \pi r_L^2 |e| \dot{B} = \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 \frac{2\pi \dot{B}}{|\Omega| B} . \end{aligned} \quad (55)$$

Nótese que el signo negativo desaparece debido que para las cargas positivas $e > 0$ y $B \cdot d\mathbf{S} < 0$. Si denotamos por δB al cambio en la magnitud del campo durante la órbita, se sigue que

$$\delta W_{\perp} = W_{\perp} \frac{\delta B}{B}, \quad (56)$$

y entonces, $\delta(W_{\perp}/B) = 0$, donde podemos identificar el momento magnético de una partícula cargada

$$\mu_0 = \frac{W_{\perp}}{B} \quad (57)$$

Vemos que μ_0 es aproximadamente una constante de movimiento para las partículas en campos magnéticos. En dinámica Hamiltoniana, estas cantidades son conocidas como invariantes adiabáticas. La condición crítica para la invariancia adiabática es que la trayectoria de la partícula cambia lentamente en la escala de tiempo básica del periodo de movimiento, para movimientos periodicos. Entonces, hemos establecido que μ_0 es una invariante adiabática asociada con la precesión de Larmor en un campo magnético. [15,16]

3.2 Confinamiento de Partículas en Campos Magnéticos

Toroidales

Hemos visto que un tokamak está caracterizado por la combinación de un campo magnético toroidal B_t y uno poloidal B_p . Donde el campo magnético toroidal es mucho mayor que el campo magnético poloidal.

Las líneas de campo magnético forman hélices, las cuales rodean en su totalidad la superficie toroidal. Las partículas con velocidades bajas y paralelas al campo contribuyen a la población de las partículas atrapadas en el lado exterior del toro (espejo magnético creado por la variación del campo poloidal), en contraste con las partículas con altas velocidades, las cuales se desplazan de la superficie del toro.

El campo magnético del tokamak varía como $1/R$ donde $R = R_0 + r \cos \theta$; R_0 es el radio mayor del tokamak, r es el radio menor y θ el ángulo poloidal. El cociente

$r/R_0 = \epsilon$ es conocido como razón de aspecto inversa y sirve como un parámetro de expansión si es suficientemente pequeño, lo cual puede cumplirse para tokamaks convencionales, pero no para tokamaks esféricos.

El campo magnético $\bar{B}(\theta)$ puede ser expresado como (66) para $\epsilon \ll 1$,

$$\bar{B}(\theta) = B(0)(1 - \epsilon \cos \theta)/(1 - \epsilon). \quad (66)$$

De la invariancia adiabática de μ_B encontramos

$$\frac{v_{\parallel}^2}{v_0^2} = 1 - \frac{v_{\perp 0}^2}{v_0^2} \left(\frac{1 - \epsilon \cos \theta}{1 - \epsilon} \right). \quad (67)$$

Es claro que de la expresión anterior que v_{\parallel} tenderá a cero para un determinado ángulo θ ,

$$\frac{v_{\parallel 0}^2}{v_{\perp 0}^2} = \epsilon(1 - \cos \theta), \quad (68)$$

donde del lado derecho podemos asumir valores de hasta 2ϵ (en $\theta = \pi$). Si $\frac{v_{\parallel 0}^2}{v_{\perp 0}^2} > 2\epsilon$, la ecuación anterior no se puede satisfacer y además esta condición define la población de las partículas que escapan. Por otra parte si $\frac{v_{\parallel 0}^2}{v_{\perp 0}^2} < 2\epsilon$ habrá varios valores de θ para los cuales $v_{\parallel} = 0$, y en consecuencia esta condición sirve para definir la población de las partículas atrapadas.

Proyectando el movimiento paralelo al campo magnético que da lugar a la rotación en la dirección poloidal con velocidad $v_p = (B_p/B_t)_{v_{\parallel}}$ (Es una combinación del gradiente y la curvatura de deriva en el campo magnético toroidal). Dado que B_t es aproximadamente inversamente proporcional al radio mayor R , se sigue que la velocidad de deriva v_B definida por (48) va en la dirección vertical \hat{z} . Si suponemos que la sección transversal es aproximadamente circular, el movimiento del centro guía proyectado sobre el plano poloidal puede ser representado como

$$\frac{\dot{r}}{r\dot{\theta}} = \frac{v_B \sin \theta}{v_p + v_B \cos \theta} . \quad (69)$$

Las orbitas de las partículas son entonces definidas por

$$\frac{r}{r_0} = \left[1 + \frac{v_B}{v_p} \cos \theta \right]^{-1} , \quad (70)$$

donde $r = r_0$ para $\theta = \pi/2$. El desplazamiento de esto distorsiona el círculo en la dirección del radio mayor y es determinado por

$$|\Delta_{pass}| = r_0 \left(\frac{v_B}{v_{\parallel}} \right) \left(\frac{B_t}{B_p} \right) = \frac{q}{\Omega} \frac{(v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2}v_{\perp}^2)}{v_{\parallel}} \sim (v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2}v_{\perp}^2) q r_L , \quad (71)$$

donde $q = r_0 B_t / R B_p$ es una cantidad conocida como “factor de seguridad”, r_L es el radio de Larmor calculado en base al campo magnético toroidal. Para tokamaks,

q es típicamente 3 cerca del borde del plasma, de modo que las partículas que pasan tienen una órbita significativamente mayor que el radio de Larmor.

Aunque tratar con partículas atrapadas es más difícil, haciendo uso de constantes de movimiento uno puede determinar el tamaño de la órbita de deriva para esta población [15,16,17].

En la Figura 20 se muestra la órbita de las partículas atrapadas, la cual puede ser descrita como una órbita de banana. El ancho de la órbita de la banana es aproximadamente

$$|\Delta_{tr}| \sim 2 \left(\frac{2R}{r} \right)^{1/2} q r_L . \quad (72)$$

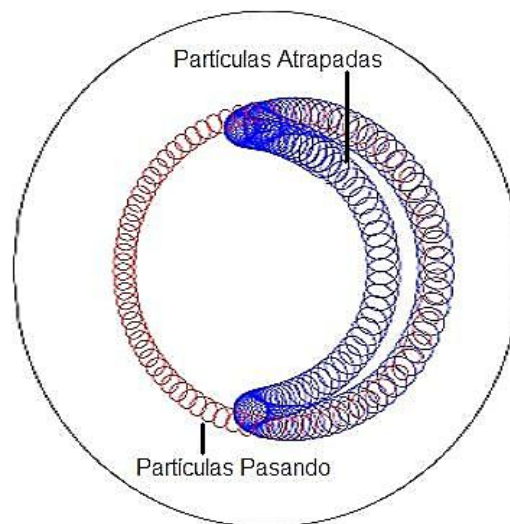


Figura 20. Órbita de partículas atrapadas y pasantes en un tokamak proyectado en el plano poloidal. Fuente: Laboratory for Plasma Physics, Dirk Van Eeaster, Belgium

3.3 Ecuaciones Magnetohidrodinámicas y Equilibrio

Magnetohidrodinámico

Cuando los campos inducidos por el movimiento de las partículas de plasma son importantes en la determinación del movimiento, la teoría de órbita de partículas, ya no es una descripción apropiada del comportamiento del plasma. El problema de resolver la ecuación de la fuerza de Lorentz auto-consistente, donde los campos son resultado del movimiento de muchas partículas, ya no es viable, por lo que se necesita un enfoque diferente. En este capítulo mediante el tratamiento del plasma como fluido, encontraremos un conjunto de ecuaciones, las cuales describen la dinámica del plasma en campos electromagnéticos, así como, la generación de éstos por el mismo plasma.

En experimentos raramente se hacen mediciones u observaciones en el nivel microscópico, de modo que requerimos una descripción macroscópica de un plasma similar a la descripción de fluido de un gas neutro o de un líquido. Las ecuaciones de fluido para gases neutros y líquidos son usualmente derivadas por el tratamiento del fluido como un medio continuo y teniendo en cuenta la dinámica de un pequeño volumen del fluido. Una aproximación del plasma como fluido es en muchas situaciones un modelo útil y plausible cuando nos interesa estudiar fenómenos de frecuencias bajas, aunque cuando en caso de querer captar fenómenos de mayor frecuencia es necesario recurrir a modelos de varios fluidos, que incluyan una gama mayor de escalas de tiempo, que resultan de las diferencias en las masas de las diversas especies, [15,17]. El acoplamiento entre

las especies a través de los campos eléctricos y magnéticos hace que el comportamiento del plasma difiera del de los gases neutros.

3.3.1 Ecuaciones MHD

La suposición fundamental de MHD es que los campos y los fluidos fluctúan en la misma escala de tiempo y espacio, además de considerar al plasma como un fluido conductor.

Para un elemento de fluido con densidad de carga q y densidad de corriente j , se tiene

$$n\mathbf{F} = q\mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} , \quad (73)$$

donde los campos E y B son determinados por las ecuaciones de Maxwell y n es la densidad del fluido. Si la frecuencia y el número de onda de los campos son ω y k respectivamente, tenemos que $\omega\tau_H \sim 1$ y $kL_H \sim 1$, donde τ_H y L_H son las escalas hidrodinámicas de tiempo y espacio. Al hacer un análisis dimensional se observa que la fuerza electrostática qE y la corriente de desplazamiento $\epsilon_0\mu_0\partial E/\partial t$ pueden ser omitidos en la aproximación no relativista $\omega/k \ll c$. Consecuentemente (73), se convierte

$$n\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} . \quad (74)$$

Y (13) es remplazada por la ley de Ampère, obteniendo

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} . \quad (75)$$

Sin embargo, aquí es donde nos encontramos con un problema con el modelo de un solo fluido. Claramente, una corriente existe sólo si los iones y los electrones tienen distintas velocidades de flujo y entonces, al menos en esta medida, estamos forzados a reconocer que tenemos dos fluidos en vez de uno.

Tomando la ley de Ohm generalizada como una ecuación más para \mathbf{j} :

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) , \quad (76)$$

donde \mathbf{u} es la velocidad no relativista del fluido. La ley de Ohm (76) se puede reescribir, empleando la ley de Ampere como

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sigma\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{u} \times \mathbf{B} , \quad (77)$$

para determinar \mathbf{E} en términos del campo magnético.

Finalmente, sustituyendo (77) en (11) tratando a σ como una constante, y usando (15), obtenemos la ecuación de inducción para \mathbf{B} :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma\mu_0} \nabla^2 \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) , \quad (78)$$

donde se han eliminado \mathbf{j} y \mathbf{E} .

Para completar el conjunto ecuaciones de MHD, mostraremos brevemente el conjunto de ecuaciones referentes a la dinámica de fluidos.

La primera ecuación macroscópica expresa la conservación de la masa en un fluido y es conocida como la ecuación de continuidad.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 . \quad (79)$$

donde u es la velocidad de un elemento de fluido o velocidad de flujo y ρ la densidad de masa del fluido.

Con respecto a la descripción del movimiento del fluido, es de suma importancia mencionar la ecuación de Navier Stokes. Si la diferencia de temperatura en la sección transversal del fluido no es tan grande y la viscosidad μ es tratada como constante es posible encontrar

$$\mathbf{n} \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathcal{F} - \nabla P + \mu \left[\nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right] . \quad (80)$$

Donde \mathcal{F} es una función de fuerza por unidad de volumen que representa la posición del fluido. Al introducir un campo magnético, el plasma tiene diferentes presiones paralelas y perpendiculares a la dirección del campo, por lo que un plasma magnetizado no es isotrópico)

Por otra parte, dado que la presión P proviene de la energía interna del plasma, es necesario incluir las ecuaciones termodinámicas pertinentes.

La primera ley de la termodinámica es una declaración de la conservación de la energía en la que se iguala el cambio en la energía interna por unidad de masa ε entre dos estados de equilibrio o la suma del incremento en el calor por unidad de masa y el trabajo hecho por unidad de masa en el sistema.

$$d\varepsilon = dQ + dW . \quad (81)$$

Diferenciando ε se obtiene

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{1}{\rho} \Phi : \nabla u + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (k \nabla T) + \frac{1}{\rho \sigma} j^2 , \quad (82)$$

donde el cambio de calor es

$$\frac{DQ}{Dt} = \frac{1}{\rho \sigma} j^2 + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (k \nabla T) , \quad (83)$$

y $\Phi = (\mathbf{r}, t)$ representa una cantidad macroscópica por unidad de masa (viscosidad).

La energía calorífica surge de dos fuentes. Una por el calentamiento de Joule $\int (j^2/\sigma) d\tau$, donde j es la densidad de corriente y σ la conductividad eléctrica, y por otro lado el calor generado por la conducción a través de la superficie de un elemento de fluido dado por

$$\int k \nabla T \cdot \mathbf{n} dS = \int \nabla \cdot (k \nabla T) d\tau . \quad (84)$$

La velocidad del trabajo gastado en la energía interna por unidad de masa es

$$\frac{DW}{Dt} = \frac{1}{\rho} \Phi : \nabla \mathbf{u} . \quad (85)$$

En un gas perfecto la presión total y la energía interna pueden ser calculados por la adición de todas las contribuciones de cada una de las partículas. En equilibrio se sigue entonces que las contribuciones de las partículas a la presión y a la energía interna son proporcionales al promedio del cuadrado de sus velocidades. De hecho la energía interna asociada con cada grado de libertad es $\frac{1}{2}k_B T$ donde k_B es la constante de Boltzmann y la ecuación de estado es

$$P = Nk_B T, \quad (86)$$

donde N es el número de partículas. Ya que ε es la energía interna por unidad de masa, se sigue que la energía interna por unidad de volumen es

$$\rho \varepsilon = \frac{s}{2} Nk_B T = \frac{s}{2} P, \quad (87)$$

donde s es el número de grados de libertad por partícula. Para un plasma, donde las partículas son electrones o iones, $s = 3$ correspondiente a las tres direcciones del movimiento traslacional. Sustituyendo (87) en (82) y haciendo uso de las ecuaciones de fluidos se obtiene la ecuación de energía para P .

$$\frac{DP}{Dt} = -\gamma P \nabla \cdot \mathbf{u} + (\gamma - 1) \nabla \cdot (k \nabla T) + \frac{\gamma - 1}{\sigma} j^2 + (\gamma - 1) d_{ij} , \quad (88)$$

con

$$d_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial r_j} + \frac{\partial u_j}{\partial r_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \frac{\partial u_i}{\partial r_j} , \quad (89)$$

donde $\gamma = (s + 2)/s$ es el cociente de los calores específicos a presión y volumen constante, d_{ij} los gradientes de las componentes de la velocidad del flujo y $\frac{\partial u_i}{\partial r_j}$ la velocidad del cambio del momento a través de la superficie de un elemento de fluido.

Ya que el número de partículas N no es una de nuestras variables en el flujo, se tienen que reescribir la ecuación de estado (86) en términos de ρ . Para un plasma el cual consiste en iones y electrones con densidades n_i y n_e y carga Ze y $-e$, respectivamente, se tiene

$$N = n_i + n_e \approx n_i(1 + Z) \quad (90)$$

y

$$\rho = m_i n_i + m_e n_e \approx m_i n_i , \quad (91)$$

donde la primera aproximación se sigue de la cuasi neutralidad $n_e \approx Zn_i$ y la segunda viene de la fuerte desigualdad de las masas $m_i \gg Zm_e$. Entonces usando (90) y (91) la ecuación de estado (86) pasa a

$$P = R_0 \rho T, \quad (92)$$

donde

$$R_0 = \frac{Nk_B}{\rho} \approx \frac{(1+Z)k_B}{m_i}, \quad (93)$$

que es constante para un gas dado.

La ecuación de estado (92) cierra el conjunto de ecuaciones referentes a la dinámica de fluidos y junto con las ecuaciones ya derivadas y las ecuaciones de Maxwell completan nuestro primer conjunto de ecuaciones MHD.

3.3.2 Ecuaciones Resistivas MHD

Una aproximación que se hace frecuentemente es suponer que para escalas de tiempo grandes, los efectos de viscosidad y conductividad térmica son de menor orden. Así, conservando únicamente la resistividad como el efecto disipativo predominante, el sistema de ecuaciones se simplifica. La Tabla 5 muestra las ecuaciones resistivas MHD, obtenidas al omitir los términos ya descritos.

Tabla 5. Ecuaciones Resistivas MHD

Ecuaciones de Evolución

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot u$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = (\nabla \times B) \times \frac{B}{\mu_0} - \nabla P$$

$$\frac{DP}{Dt} = -\gamma P \nabla \cdot u + (\gamma - 1)(\nabla \times B)^2 / \sigma \mu_0^2$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\nabla^2 B}{\sigma \mu_0} + \nabla \times (u \times B)$$

Ecuación de Estado

$$T = P / R_0 \rho$$

Ecuación de Restricción

$$\nabla \cdot B = 0$$

Definiciones

$$E = \frac{(\nabla \times B)}{\sigma \mu_0} - u \times B$$

$$j = \frac{(\nabla \times B)}{\mu_0}$$

$$q = -\epsilon_0 \nabla \cdot (u \times B)$$

Aproximaciones

Colisiones Fuertes: $\tau_i \ll \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}} \tau_H$

No relativista: $\frac{\omega}{k} \sim \frac{L_H}{\tau_H} \sim u \ll c$

Cuasi-Neutralidad: $\frac{\omega |\Omega_e|}{\omega_p^2} \ll 1$

Radio de Larmor pequeño: $r_{Li} \ll L_H$

Conductividad Escalar: $|\Omega_e| \ll v_c$

Donde L_H y τ_H son las escalas longitud y tiempo hidrodinámico

3.3.3 Equilibrio Estático

En 1951 Alfvén mostró un importante teorema [15-18], el cual muestra que el campo magnético se puede considerar “congelado” dentro del plasma. Este efecto cinemático surge de la ecuación de evolución para el campo magnético y representa la conservación del flujo magnético a través de un elemento de fluido. Por supuesto una resistencia finita permite cierto deslizamiento entre el plasma y las líneas de campo.

El hecho de que las líneas de campo están congeladas dentro de un fluido conductor perfecto, conduce naturalmente a la noción de que mediante el control de la configuración del campo magnético se podría ser capaz de contener al fluido, y también nos sugiere que se podría ser capaz de contener un plasma termonuclear con una adecuada configuración magnética.

Dado lo anterior, nos enfocaremos a encontrar las posibles configuraciones para las cuales un fluido en reposo puede estar en equilibrio, es decir, cuando $u = 0$. Sin embargo, la consideración anterior nos lleva a que $R_M = 0$ (R_M es definido como el número de Reynolds magnético, en analogía con el número de Reynolds hidrodinámico el cual mide la magnitud relativa del término inercial de la difusión en la ecuación de Navier-Stokes). Por otro lado, un análisis dimensional de las ecuaciones MHD resistivas (Tabla 5) muestra que el incremento de la presión y la difusión del campo magnético en un escala de tiempo son proporcionales a la conductividad del plasma σ . El requisito por lo tanto es que la conductividad del plasma σ sea lo suficientemente grande para que este tiempo de difusión $\tau_D \sim \mu_0 \sigma L_H^2$, sea mayor que cualquier otro tiempo de interés. Dicho lo anterior

podemos hacer $u = 0$, al igual que todas la derivadas en las ecuaciones MHD ideales, obteniendo

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla P , \quad (94)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 , \quad (95)$$

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} . \quad (96)$$

Para un estado de equilibrio se establece una fuerza $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$, y entonces es necesario equilibrar el gradiente de presión. Para hacer esto es conveniente usar la ecuación de momento estático (94) en su forma conservativa

Definiendo el tensor total de esfuerzos

$$\mathbf{T}_{ik} = [(P + \mathbf{B}^2/2\mu_0)\delta_{ik} - \mathbf{B}_i\mathbf{B}_k/\mu_0] , \quad (97)$$

y haciendo las derivadas parciales se obtiene

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial r_i} = 0 . \quad (98)$$

El tensor total de esfuerzos puede ser reducido a diagonal mediante transformaciones en sus ejes principales. Los eigen valores pueden ser obtenidos de la ecuación $|T_{ij} - \delta_{ik}\lambda| = 0$,

cuyas soluciones son

$$\lambda_1 = \lambda_2 = P + \mathbf{B}^2/2\mu_0 , \quad \lambda_3 = P - \mathbf{B}^2/2\mu_0 , \quad (99)$$

De lo anterior se observa que el esfuerzo causado por el campo magnético equivale a una presión $B^2/2\mu_0$ en la dirección transversal al campo y una tensión $B^2/2\mu_0$ a lo largo de las líneas de fuerza. En otras palabras, el esfuerzo total equivale a una presión isotrópica (igual para todas las direcciones) la cual es la suma de la presión del fluido y la presión magnética $B^2/2\mu_0$, y una tensión B^2/μ_0 a lo largo de las líneas de fuerza. Esto se ilustra en la Figura 21. La relación de la presión del fluido y la presión magnética $2\mu_0 P/B^2$, es un parámetro de mérito importante comúnmente denotado por β .

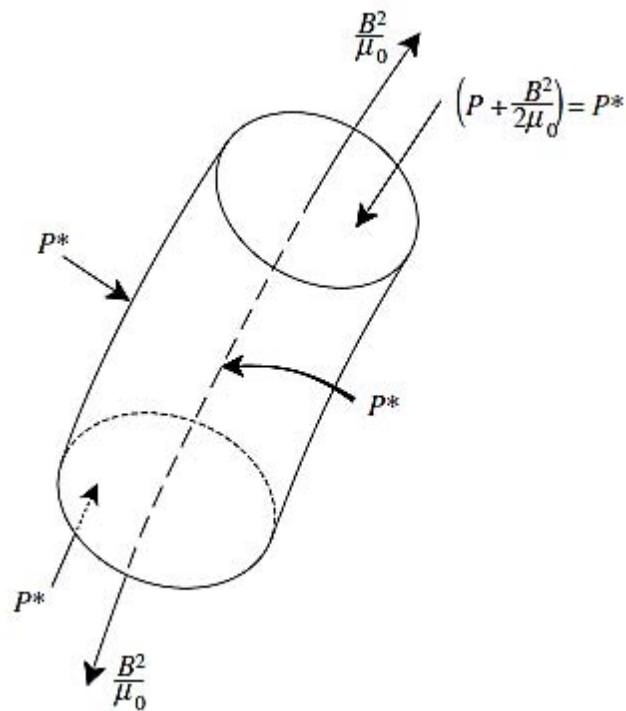


Figura 21. Tensor total de esfuerzos relativo a los ejes principales. Fuente: [15]

De la condición de equilibrio (94) resulta que

$$\mathbf{B} \cdot \nabla P = 0 \quad (100)$$

y

$$\mathbf{j} \cdot \nabla P = 0, \quad (101)$$

Esto significa que B como j se encuentran en superficies cerradas con presión constante, de manera que la corriente fluye entre las superficies, pero sin que las líneas de campo magnético pasen a través de éstas.

Se puede imaginar la superficie hecha como de un devanado de líneas de campo. Del mismo modo, de (101) las superficies isobáricas están hechas de líneas de densidad de corriente; estas líneas, en general se intersectan con las líneas de campo. La sección transversal en la Figura 22 muestra un conjunto de superficies en las cuales la presión se incrementa en la dirección del eje magnético. La implicación aquí es que el plasma puede ser contenido enteramente por una fuerza magnética, un acuerdo referido como confinamiento magnético.

Por último, una relación integral importante, conocida como Teorema del Virial [15] se sigue de (98). Se demuestra que el confinamiento magnético no puede ser logrado sin la adición de corrientes externas.

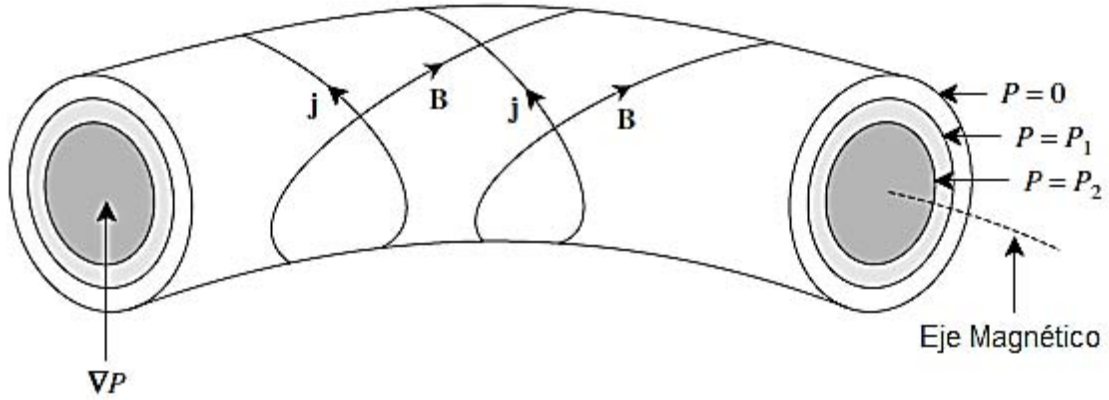


Figura 22. Conjunto de Superficies isobáricas. Fuente: [15]

3.3.3.1 Configuración Cilíndrica

Asumimos una simetría cilíndrica, de modo que todas las variables sean independientes de θ y z y las líneas de j y B se encuentren en las superficies con r constante. Entonces

$$\mu_0 \mathbf{j} = \left[\mathbf{0}, -\frac{dB_z(r)}{dr}, \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r B_\theta(r)) \right], \quad (102)$$

y la componente radial de (94) da

$$\frac{d}{dr} \left[P + (B_\theta^2 + B_z^2 / 2\mu_0) \right] = -B_\theta^2 / \mu_0 r, \quad (103)$$

la cual expresa (fuerza radial) el balance entre el gradiente de presión total (del gas y magnética) y la tensión magnética debida a la curvatura del campo magnético. Por supuesto es posible remover la curvatura del campo magnético al elegir $B_\theta = 0$. Integrando (103), se obtiene

$$\mathbf{P}^* = \mathbf{P} + \frac{B^2}{2\mu_0} = \text{cte.} , \quad (104)$$

donde el campo puede ser producido por azimutales (los primeros dispositivos diseñados para contener plasma en esta configuración fueron conocidos como Theta-Pinch).

La fuerza $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$ actúa y empuja el plasma en dirección del eje hasta que la presión magnética sea balanceada por la presión interna de (104), en este caso

$$\mathbf{P}(r) + \frac{B^2(r)}{2\mu_0} = B_0^2/2\mu_0 , \quad (105)$$

donde B_0 es el campo magnético externo. Nótese que esto significa que el plasma actúa como un medio diamagnético con $B(r) < B_0$. En ausencia de algún campo magnético sólo quedaría el campo inducido, el cual sigue estando totalmente fuera del plasma, sin poder penetrar de acuerdo con el modelo del MHD ideal, reduciendo (105) a

$$\mathbf{P} = B_0^2/2\mu_0 . \quad (106)$$

Es decir, el plasma está contenido radialmente por el campo magnético generado por la corriente azimutal que fluye en la superficie exterior. Si hay un campo magnético interno $B(r)$, la corriente penetra el plasma y (105) es aplicable. Es habitual definir la β del plasma con respecto al campo magnético exterior, es decir, $\beta(r) = 2\mu_0 P(r)/B_0^2$, de modo que

$$\beta(r) = 1 - \left(\frac{B(r)}{B_0}\right)^2. \quad (107)$$

3.3.3.2 Configuración Toroidal

En la sección anterior se exploró el equilibrio en una configuración cilíndrica. Sin embargo, dado que el plasma fluye libremente a lo largo de las líneas de campo, éste podría perderse al salir por las terminaciones de los dispositivos. La respuesta a este problema es doblar el cilindro hasta encontrarse consigo mismo y formar un toro. Entonces el plasma fluiría alrededor del toro sin haber pérdidas del mismo. No obstante, esto introduce una restricción, llamada balance de fuerza toroidal.

La fuerza hacia afuera en el plasma toroidal tiene dos componentes: una debida a la presión del plasma y la otra debida a la presión magnética. La primera es similar a la fuerza que experimenta un neumático inflado y simplemente debido al hecho de que el área total de la superficie de la mitad exterior (plano poloidal igual a cero) del tubo, o en nuestro caso la superficie magnética, es mayor que la mitad interna del tubo, mientras que la presión sea constante sobre la superficie de manera que la fuerza hacia el exterior es más grande que la fuerza hacia el interior. La demostración esquemática está en la Figura 23. Los segmentos de igual área (S) en el cilindro se estiran en la superficie exterior $S_0(> S)$ y se comprime en la superficie interna $S_i(< S)$ del toro.

La otra componente del campo magnético se entiende mejor si se consideran los campos toroidales y poloidales por separado. Cuando sólo hay un campo poloidal

(Figura 24 a), la fuerza es similar a la fuerza dirigida hacia el exterior producida por una corriente que fluye en un circuito circular. La conservación del flujo magnético generado por la corriente genera que las líneas de campo estén más densamente empaquetadas dentro del toro que fuera de éste, de manera que el campo es más intenso dentro, provocando por lo tanto una fuerza radial neta $j \times B$ en dirección hacia el exterior.

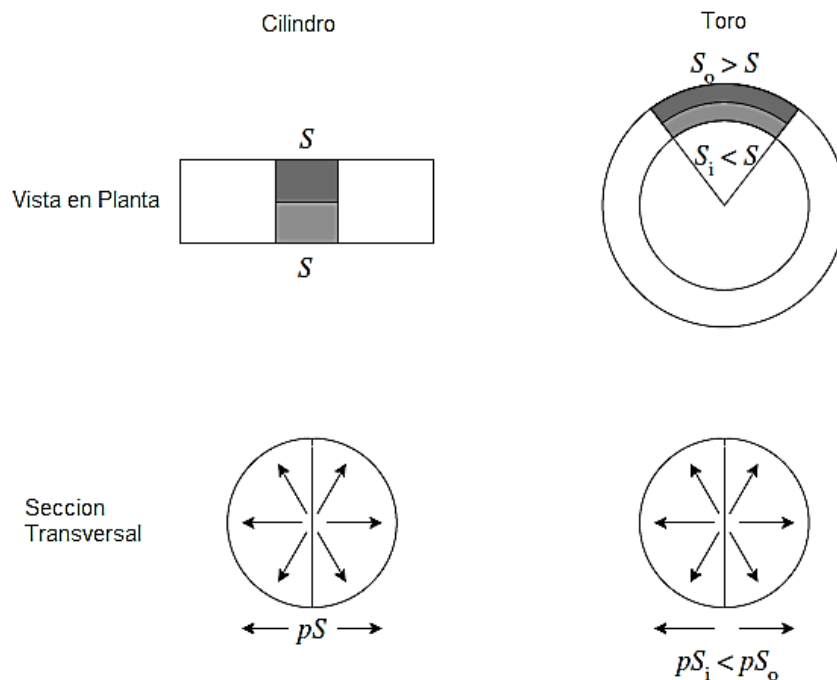


Figura 23. Fuerza neta en un plasma debido a la presión. Fuente: [15]

Cuando sólo se encuentra el campo toroidal (Figura 24 b), la corriente fluye en una superficie delgada del plasma y el campo externo generado por la corriente I_c en las bobinas de campo toroidal es $B_t = \mu_0 I_c / 2\pi R$. La dependencia R^{-1} significa

que B_t es otra vez más fuerte en el lado interior del toro que en el lado exterior con el resultado anterior.

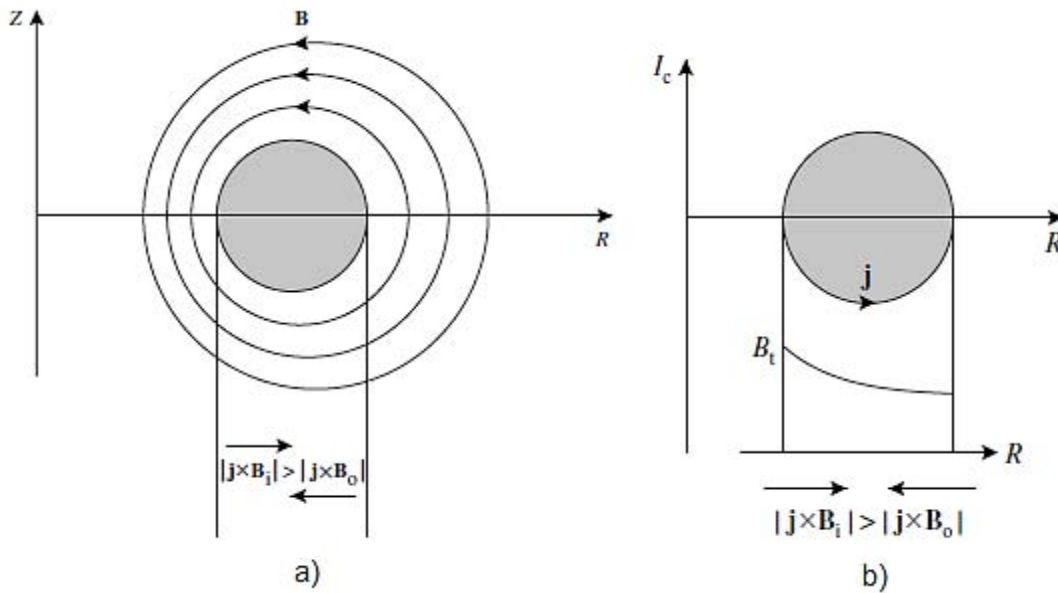


Figura 24. a) Fuerza neta $j \times B$ en el toro debido al campo poloidal. b) Fuerza neta $j \times B$ en toro debido al campo toroidal. Fuente: [15]

La fuerza toroidal neta suele ser bastante pequeña comparada con las fuerzas que implican el balance de la presión radial, pero el plasma y su campo auto generado “contenido” no puede proveer de la compensación y por lo tanto es necesario la aplicación de un campo externo. Siempre que haya una componente poloidal del campo magnético fuera del plasma, la compensación puede ser provista por los alrededores del plasma como la pared de un perfecto conductor. Entonces, las líneas de campo no pueden penetrar la pared y son comprimidas mientras el plasma se mueve en dirección de la pared, aumentando así la presión del campo magnético y eventualmente balanceando la fuerza neta toroidal.

Otro enfoque sería introducir un campo magnético vertical por medio de bobinas externas (bobinas de campo poloidal, como se muestra en la Figura 25. Mediante la elección adecuada de la dirección de la corriente el campo vertical refuerza el campo poloidal en el lado exterior del plasma y opone a ella en la cara interna proporcionando la compresión deseada.

De lo anterior se sigue que una componente poloidal del campo magnético es esencial para el balance de la fuerza toroidal.

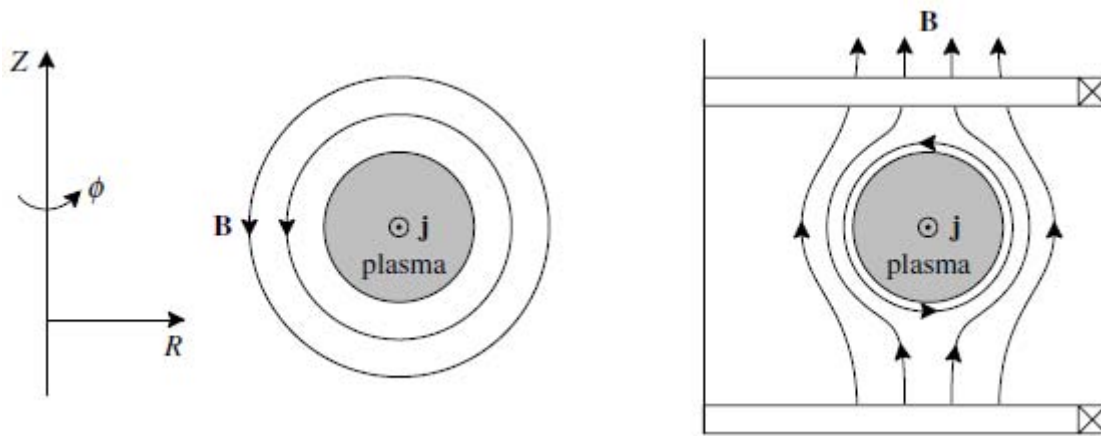


Figura 25. Balance de la fuerza toroidal provista por bobinas externas.
Fuente: [15]

Como ya se ha señalado antes, el campo toroidal generado por bobinas externas decrece con el radio mayor R a través del plasma. Consecuentemente, hay una deriva de los centros guía de las partículas relativa a las líneas de fuerza las cuales son una combinación del gradiente de B y la deriva de curvatura. Tales derivas están en direcciones opuestas para los iones y los electrones de modo que un campo eléctrico vertical aumenta y la deriva de $E \times B$ está dirigida radialmente hacia afuera, como se muestra en la Figura 26.

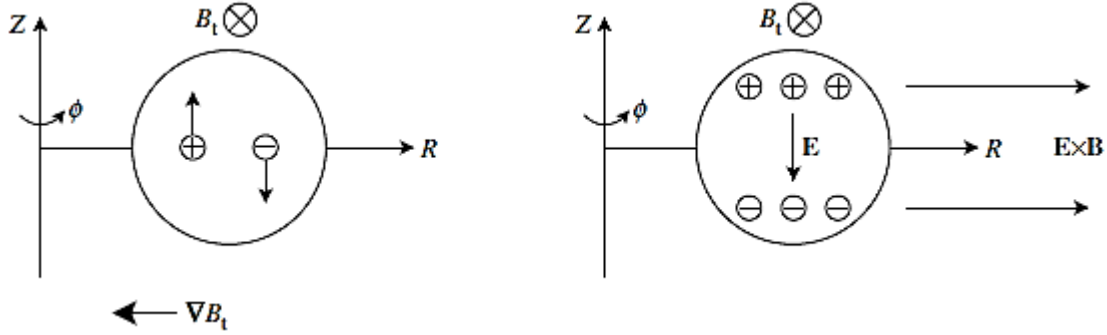


Figura 26. Deriva de $E \times B$ debida al campo toroidal. Fuente: [15]

Para describir la configuración de equilibrio para un plasma toroidal, se usarán las coordenadas cilíndricas (R, φ, Z) y se supone axisimetría. Se sigue de $B = \nabla \times A$ que podemos escribir

$$B_r = -\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial Z} \quad B_z = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R}, \quad (108)$$

donde $\psi = RA_\varphi$ es llamada la función de flujo. Nótese que $(B \cdot \nabla)\psi = 0$, usando (108), de modo que las superficies de ψ constante son superficies de campo magnético. Si $2\pi\psi$ es el flujo total a través de un círculo de radio R centrado en el origen en $Z = 0$, entonces se tiene

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi RA_\varphi = 2\pi\psi(R, 0), \quad (109)$$

donde se ha usado el teorema de Stokes para convertir la integral de superficie en una de línea. Ahora sustituyendo (96) en (94) y usando (108) para B_R y B_Z se obtiene

$$\mu_0 \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{B_t}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RB_t) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial \psi}{\partial R} \Delta^* \psi = 0 , \quad (110)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial R} \frac{\partial}{\partial Z} (RB_t) - \frac{\partial \psi}{\partial Z} \frac{\partial}{\partial R} (RB_t) = 0 , \quad (111)$$

$$\mu_0 \frac{\partial P}{\partial Z} + B_t \frac{\partial B_t}{\partial Z} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial \psi}{\partial Z} \Delta^* \psi = 0 , \quad (112)$$

donde

$$\Delta^* \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} , \quad (113)$$

Y se ha identificado a B_φ como el campo magnético toroidal B_t .

La ecuación (111) puede ser escrita como $\nabla \psi \times \nabla (RB_t)$, mostrando que las superficies de RB_t son también superficies constantes; es decir, $RB_t = F(\psi)$. De hecho $F(\psi)$ está relacionada con la corriente poloidal I_p a través del disco de radio R . Puesto que se tiene

$$I_p = \int \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \int \nabla \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \frac{2\pi RB_t}{\mu_0} , \quad (114)$$

entonces, $F(\psi) = \mu_0 I_p(\psi)/2\pi$. Sustituyendo este resultado en (110) y (112), multiplicando por $\frac{\partial \psi}{\partial Z}$ y $\frac{\partial \psi}{\partial R}$ respectivamente, y restando se obtiene

$$\frac{\partial P}{\partial R} \frac{\partial \psi}{\partial Z} - \frac{\partial P}{\partial Z} \frac{\partial \psi}{\partial R} = 0 , \quad (115)$$

Es decir que $\nabla P \times \nabla \psi = 0$, por lo tanto $P = P(\psi)$; un resultado ya conocido de las superficies de campo magnético es que son isobáricas.

Finalmente, de P y RB_t , que son funciones de ψ se puede reescribir (110) como

$$\Delta^* \psi + FF' + \mu_0 R^2 P' = 0, \quad (116)$$

donde la prima denota la diferenciación con respecto a ψ . Ésta es una ecuación no lineal, derivada de las ecuaciones MHD ideales para un flujo ψ el cual determina el campo magnético poloidal para un equilibrio toroidal con simetría azimutal. Es conocida como la ecuación de Grand-Shafranov. Expresa el balance entre el gradiente de la presión de plasma y las contribuciones de $j \times B$.

3.4 Corrientes de Bootstrap

La corriente de Bootstrap es un efecto neoclásico inicialmente predicho por Bickerton, Connor y Taylor [19] y ha recibido considerable interés ya que es esencial para mantener un tokamak en un estado estable al suministrar de un 50% a un 90% de la corriente de plasma necesaria.

La corriente de Bootstrap, surge de la anisotropía (diferencia en la dirección de propagación) de la presión de electrones, es decir, por la difusión de las partículas que están apenas atrapadas en las orbitas (Capítulo 1).

Por otro lado, la anisotropía de la presión de electrones conduce a fuerzas tangenciales dentro de la superficie de flujo magnético. En estado de equilibrio

estas fuerzas están balanceadas por las fuerzas de fricción. Cuando la transferencia de momento entre los electrones que pasan y los que son atrapados es equilibrada con la que existe entre los electrones y iones que pasan, entonces se genera una corriente por los electrones que no son atrapados y esta corriente resultante es denominada corriente de Bootstrap.

La fracción de partículas atrapadas es determinada por la estructura del campo magnético en el tokamak. Como ya fue explicado en las secciones anteriores, las partículas cargadas giran alrededor de las líneas de campo magnético y el centro del giro es denominado centro guía. Para la mayoría de las partículas, este centro sigue las líneas helicoidales de campo magnético que trazan las superficies de flujo magnético. Sin embargo, ya que la fuerza del campo magnético no es uniforme en la superficie magnética, cierta fracción de partículas es reflejada cuando éstas entran en la región de un campo magnético intenso. Esto produce que se queden atrapadas y en primera aproximación van en una trayectoria de ida y vuelta entre los puntos de reflexión a lo largo de las líneas de campo magnético [20].

En la aproximación de razón de aspecto grande, sección transversal circular y presiones bajas, la fracción de partículas atrapadas está dada por

$$f_1 = 1.46\sqrt{\epsilon} \quad (117)$$

La cual muestra la dependencia de la geometría toroidal a través de la relación inversa de la razón de aspecto alta ($\epsilon = r/R$), donde r es el radio local menor de

la superficie de flujo. Cuanto mayor sea la fracción de partículas atrapadas, mayor será la corriente de Bootstrap.

La colisionalidad es importante para determinar si la corriente de Bootstrap es significativa. Cuando hay una gran cantidad de colisiones en las partículas de plasma, el efecto se elimina, debido a que las partículas son dispersadas antes de quedar atrapadas en las órbitas.

La colisionalidad es normalmente representada por la relación entre la frecuencia de colisión entre las partículas y la frecuencia con la que un partícula atrapada rebota

$$\nu_* = \frac{qR}{v_t \tau_{90} \epsilon^{3/2}}, \quad (118)$$

donde q es el factor de seguridad para las superficies de flujo, R el radio mayor de la superficie de flujo, v_t la velocidad térmica ($\sqrt{2T/m}$) y τ_{90} el tiempo de deflexión a 90° .

Hay tres regímenes principales de colisionalidad: Banana (Sin colisiones), Meseta (Transición), y Pfirsh.Schlüter (Colisional). Están aproximadamente delineados por las siguientes relaciones

$$\nu_* \ll 1 \text{ (Banana)}$$

$$1 \leq \nu_* \leq \frac{1}{\epsilon^{3/2}} \text{ (Meseta)}$$

$$\nu_* \gg 1 \text{ (Colisional)}$$

Aunque la corriente de Bootstrap se reduce cuando el plasma se vuelve colisional, en el régimen de Meseta se puede mantener una corriente de Bootstrap considerable. Por desgracia no calcularemos una corriente de Bootstrap específica, debido a que necesitaríamos ampliar nuestro marco teórico y por lo tanto esta acción nos llevaría más allá de los objetivos de esta tesis. Sin embargo si gusta saber más respecto a este tema lo invitamos a leer la referencia [21].

Capítulo 4

Tokamaks Esféricos

Los tokamaks esféricos fueron ideados por Peng y Strickler en 1986 [22]. Su característica principal radica en tener una razón de aspecto baja (menor a 2), la cual ofrece varias ventajas sobre los tokamaks convencionales. Estas incluyen una simplificación en la construcción, el requerimiento de campos magnéticos de menor intensidad y un mejoramiento en la estabilidad del plasma. Una de las ventajas principales del tokamak esférico es su habilidad para operar a una β alta, en donde β es el cociente entre la presión de plasma y la presión del campo magnético requerido para contener el plasma, siendo una importante medida de la eficiencia del campo magnético en la máquina. Lo anterior surge de los ajustes teóricos provistos por Troyon [23] y Sykes [24], los cuales implican que la β alcanzable en un tokamak debe ser maximizada usando una combinación de una razón de aspecto A baja (donde $A = R/a$ es el cociente entre el radio mayor y radio menor del plasma) y una sección transversal no circular del plasma, con elongación y triangularidad. Esta relación ha sido verificada experimentalmente a través de una amplia gama de tokamaks [25,26].

4.1 Configuración en los Tokamaks Esféricos

El campo magnético en un tokamak esférico como en los convencionales es generado por dos principales fuentes, interiores y exteriores. Las fuentes

interiores, están asociadas al campo magnético generado por el plasma, mientras que las exteriores son representados por las bobinas exteriores al plasma. La fuente con más importancia respecto a las fuentes externas son los campos magnéticos conocidos como "Toroidales". Este campo es generado por bobinas que encierran al plasma y que por lo general se encuentran alrededor de la columna de plasma separadas por intervalos regulares. Como su nombre lo indica, este campo está en la dirección toroidal (Φ) y tiene una magnitud proporcional a $1/R$, donde R es el radio mayor del tokamak. Otras fuentes exteriores, son los campos magnéticos denominados "Poloidales" que son generados por bobinas externas (recordando que el campo magnético poloidal es generado por la corriente de plasma). Sin embargo, el campo magnético generado por la corriente del plasma es considerado como un campo magnético poloidal y por ende una fuente interna. El campo magnético generado por las bobinas de campo magnético poloidal es también denominado "Campo de Equilibrio" o "Campo Vertical". Estas bobinas son axisimétricas con respecto al eje de la máquina y su principal función es proveer de un campo magnético que mantenga al plasma en un estado de equilibrio, además de ser el principal proveedor de la fuerza restauradora, es decir la fuerza en la dirección contraria a la radial, previniendo la expansión del plasma.

Aunque muchos autores no lo mencionan, el campo vertical puede ser dividido en dos, tomando en cuenta que algunos de los experimentos contemporáneos cuentan con un conjunto de bobinas que pueden modificar tanto la posición como la forma de la columna de plasma.

La corriente de plasma es generalmente producida por una inducción magnética; ésta es provista por otro conjunto de bobinas o de un solenoide central ubicados en el centro de la máquina. Estas bobinas son denominadas de “Calentamiento Óhmico”. Para generar una corriente estable en el plasma es necesario aplicar un voltaje inductivo (voltaje de “loop”, o de lazo) que requiere que la corriente en las bobinas de calentamiento se incremente continuamente en concordancia con la ley de Faraday

$$V_{loop} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{A} , \quad (119)$$

donde c es el contorno alrededor del solenoide y s el área encerrada por el contorno. Obviamente en la vida real, hay límites en la cantidad de corriente que puede ser aplicada sobre las bobinas, por lo que estos dispositivos mantienen una corriente alterna.

Como ya se vio en el capítulo 3 las ecuaciones MHD pueden ser usadas para describir el estado de equilibrio de un plasma [27,28]. En el caso de los tokamaks esféricos la solución para el estado de equilibrio para un flujo poloidal de plasma está dado por la ecuación de Grad-Shafranov. La solución de esta ecuación da los valores del flujo en el espacio deseado (superficies de flujo).

Una vez que ya se calculó la superficie de flujo es posible determinar otras cantidades de interés, como el factor de seguridad q , la elongación κ , el radio del plasma, presión del campo magnético y la inductancia interna l_i .

El factor de seguridad es una función del flujo y de hecho las superficies de flujo son a menudo identificados por sus propios valores de q . Así mismo el valor de q es el número de vueltas alrededor del toro con respecto al número de vueltas dadas en la dirección poloidal. La q está definida como

$$\mathbf{q}(\Psi) = \left(\frac{d\Phi}{dV}\right) / \left(\frac{d\Psi}{dV}\right) = \frac{F(\Psi)}{2\pi} \oint \frac{dl_i}{R^2 B_p}, \quad (120)$$

donde V es el volumen de una superficie de flujo, Φ es el flujo toroidal y la integral es sobre una vuelta en la dirección poloidal. El valor de q en el eje magnético (el punto donde $\nabla\psi = 0$) es conocido como q_0 . El factor de seguridad en la frontera del plasma es llamado q_a o q_ψ .

En tokamaks con geometría compleja, es regular ver los cálculos del factor de seguridad al 95% o 98% de flujo de plasma.

Una de las características en los tokamaks esféricos es que sus valores relativos de los factores de seguridad en la frontera del plasma son mayores que para tokamaks convencionales, tomando en cuenta la misma magnitud del campo magnético toroidal.

Un valor aproximado para $q(\psi)$ en una frontera en equilibrio fue calculada por Peng y Strickles (22) dando

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(\Psi) &= 2,5 \times \frac{10^6 \text{ aB}}{A I_p} (1 + \kappa^2) f(\epsilon) \\ &= \mathbf{q}_* \left(\frac{1+\kappa^2}{2\kappa}\right) f(\epsilon), \end{aligned} \quad (121)$$

donde A es la razón de aspecto, ε el inverso de la razón de aspecto y

$$f(\varepsilon) = \frac{1.22 - 0.68\varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)^2}, \quad (122)$$

Es una función fuerte de la razón de aspecto.

En muchos casos los tokamaks esféricos funcionan mediante una combinación de un campo magnético toroidal de intensidad baja y una corriente alta de plasma, lo cual es una de sus principales ventajas respecto a los tokamaks convencionales.

Un efecto interesante del aspecto bajo, es el incremento del campo vertical requerido en comparación con los tokamaks convencionales. El campo vertical requerido para un tokamak de aspecto alto esta dado aproximadamente por [29]

$$B_{\psi} = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi R_0} [\ln(8A) + B_p + \frac{l_i}{2} - \frac{3}{2}], \quad (123)$$

Cabe destacar que la ecuación anterior tiende a ser inexacta cuando los valores de (122) tienden a 2.

Por otro lado, la presión generada por las inestabilidades es generalmente controlada por el límite de la beta de plasma. Se ha encontrado [27], [30], [31] que los tokamaks son estables a todas las inestabilidades si la beta es limitada por

$$\beta \leq 0.035 \frac{I_p}{aB_0} = 0.175 \frac{\kappa}{\Lambda q_0}, \quad (124)$$

donde A es la razón de aspecto y I_p la corriente en MA. La ecuación anterior es conocida como límite de beta de Troyon e implica que el decremento de la razón de aspecto incrementa el límite de la beta, mientras que la igualdad muestra que la elongación para los tokamaks esféricos experimenta altos límites de beta (La igualdad se deriva de la expansión de la razón de aspecto para q). Aunque la relación del límite de la beta no fue derivado específicamente para tokamaks esféricos, estudios teóricos [27,32,33] indican que este límite puede mantenerse para tokamaks esféricos.

El parámetro q_* es conocido como factor de seguridad de rizo, y los valores obtenidos representan el cálculo del factor de seguridad sin los efectos de la toroidicidad. Este parámetro está dado por

$$q_* = \frac{2\pi a \kappa B_0}{\mu_0 R_0 I_p}, \quad (125)$$

donde a es la mitad de la altura en el plano medio del plasma, B_0 es el campo magnético toroidal en el eje, y κ la elongación.

De una forma general, el factor de seguridad q es usado como una medición indirecta de la estabilidad, tomando valores cercanos a la unidad cuando se encuentra en el interior del plasma y valores de 2 hasta 20 para regiones cercanas a la superficie del plasma.

Todas las superficies de flujo tienen una elongación κ . Sin embargo, normalmente solo se calcula la elongación de la última superficie cerrada de flujo. Este valor está dado por [27,34]

$$\kappa = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \left[\frac{r(\psi_b, \theta)}{a} \right]^2 \quad (126)$$

donde a es la altura media del plasma en el plano medio y ψ_b es la última superficie cerrada de flujo.

En la práctica, la elongación es la relación entre la altura total del plasma y el ancho del plasma (diámetro) en el plano medio (b/a). Los valores típicos de la elongación varían entre el 0.7 (ancho por los polos) y 3 (gran elongación).

Una de las cantidades más importantes para los tokamaks esféricos es la " β ". El valor de β indica la "eficiencia" del confinamiento debido al campo magnético [27]. Hay varios tipos de β , los cuales varían dependiendo del propósito. En general, la β puede ser definida como

$$\beta = \langle 2nkT\mu_0 \rangle / B^2, \quad (127)$$

donde $\langle \rangle$ representa el promedio sobre el volumen del plasma. B el campo magnético toroidal y V el volumen del plasma.

Una variación de la β que es importante para el análisis de la estabilidad es la beta normalizada o beta normal β_N , la cual está definida por

$$\beta_N = a\beta B/I_p, \quad (128)$$

donde a es la mitad de la altura del plasma en el plano medio en metros, B el campo magnético en teslas, β es la beta toroidal en porcentaje y I_p la corriente del plasma en Mega Amperes MA. La beta normalizada es usada en conjunción con el límite de estabilidad de Troyon [27,30], el cual plantea un límite de 3.5 a 4 para la β_N , a los modos ideales de las ecuaciones MHD.

La cizalla (el esfuerzo magnético) S es una indicación del cambio de ángulo vertical de las líneas de campo magnético de las superficies adyacentes del flujo magnético.

La cizalla está definida como

$$S(V) = \frac{2V}{q} \frac{dq}{dV}, \quad (129)$$

donde V es el volumen de la superficie de flujo. Dado que V es una función del flujo, S también puede ser expresada como función de ψ .

La cantidad final que mostraremos es la Inductancia interna normalizada, la cual está definida por

$$l_i = \frac{1}{B_p^2 V} \int_V B_p^2 dV', \quad (130)$$

donde V es el volumen del plasma, V' es el volumen que encierra una superficie de flujo y $\overline{B_p^2}$ es el cuadrado del promedio del campo magnético poloidal presente en la frontera del plasma. La inductancia interna es un valor global para el equilibrio y en principio es una función que depende de la forma de la densidad de corriente J . Así que l_i puede ser utilizada como una medida de la estabilidad de la densidad de corriente.

El propósito de los tokamaks es el confinamiento de un plasma termonuclear, el cual podría ser usado como el principal elemento de una estación generadora de electricidad.

Sin embargo, hay muchas relaciones de confinamiento para diferentes tipos de condiciones del plasma (Colisional, Meseta, Calentamiento Auxiliar, etc.) y diferentes clases de máquinas. Todas estas relaciones dependen de los tipos de plasma y parámetros tales como: I_p y R para obtener el tiempo de confinamiento de la energía del plasma, que generalmente está definida por

$$\tau_E = \frac{W}{P_{in}} \quad (131)$$

Donde τ_E es el tiempo de confinamiento de la energía, W la energía almacenada en el plasma por y P_{in} es la potencia invertida para calentarlo.

Las siguientes relaciones son leyes empíricas de escalamiento para el tiempo de confinamiento, a menudo utilizadas tanto en tokamaks esféricos como convencionales.

- **Neo-Alcator (Neo-A)**

Es el escalamiento del tiempo de confinamiento utilizado para el calentamiento óhmico en tokamaks convencionales [35].

$$\tau_{\text{EN-A}} = 1.92 \times 10^{-21} \overline{n_e} R^2 a , \quad (132)$$

En la ecuación anterior como en las siguientes, τ_E está en segundos, R y a son el radio mayor y menor respectivamente dados en metros, n es la densidad del plasma dividida por $10^{19} m^{-3}$, I_p es la corriente del plasma en MA .

M es el promedio de masa de los iones en el plasma (AMU por sus siglas en ingles), κ la elongación, B es el campo magnético en el eje de la máquina en Teslas, P la potencia de entrada en MW , Z es el promedio del número de electrones por ion en el plasma, q_{cyl} es el valor del factor de seguridad para geometrías cilíndricas y ε es el inverso de la razón de aspecto.

- **ITER-89P**

Es uno de los escalamientos más utilizados en la actualidad, fue derivado de los modos L [36].

$$\tau_{\text{ITER-89P}} = 0.51 M^{0.5} I_p^{0.85} R^{1.2} a^{0.3} \kappa^{0.5} n^{0.1} B^{0.2} P^{-0.5} . \quad (133)$$

- **Rebut, Lallia y Watkins (RLyW)**

Este escalamiento relaciona las turbulencias en el plasma con el gradiente de la temperatura crítica de los electrones [37].

$$\tau_{\text{E,RLW}} = 36.8 M^{0.5} I_p^{0.5} \bar{n}_e^{-0.75} B^{0.5} Z^{0.25} l^{2.75} P^{-1} + 17 M^{0.5} I_p l^{1.5} Z^{0.5}, \quad (134)$$

donde

$$l = (Ra^2 \kappa)^{1/3} .$$

- **Lackner-Gottardi (L-G)**

Esta relación está basada en el transporte en la región colisional de “meseta” [38].

$$\tau_{\text{E,L-G}} = 0.03 \sqrt{\frac{M}{2}} I_p^{0.8} R^{1.8} a^{0.4} \left(\frac{\bar{n}_e}{P}\right)^{0.6} \frac{q_e^{0.4} \kappa}{f(\epsilon) (1+\kappa)^{0.8}} , \quad (135)$$

donde $f(\epsilon)$ es la función fuerte de la razón de aspecto dada por la ecuación (122). Muchos de los datos empíricos en el confinamiento de tokamaks esféricos vienen del experimento START. Los resultados en START [39] muestran que el confinamiento en un tokamak esférico es mejor en comparación con los tokamaks convencionales, a su vez que muestran que el escalamiento de RLyW y L-G representan bien los datos obtenidos, mientras que Neo-A no predice los resultados de START.

Por otro lado, se ha confirmado que [40] RLyW y L-G predicen con exactitud los datos de la temperatura electrónica en START.

Por último, el grupo de START desarrolló su propio escalamiento del tiempo de confinamiento, derivado como una modificación del Neo-A que lleva explícitamente un término de razón de aspecto y que a su vez explica el calentamiento óhmico presentado en las descargas de START. Dicho escalamiento está definido por

$$\tau_{E,NA-S} = 6.0 \times 10^{-22} \bar{n}_e R^2 a q_* \left[\frac{\kappa A}{A-1} \right], \quad (136)$$

donde la convención de unidades es la misma que en las relaciones anteriores. Aunque esta relación es esencialmente la misma que la de Neo-A, pero con la adición de factores para la elongación, el factor de seguridad y la razón de aspecto, la adición de los términos explican el incremento del confinamiento en tokamaks esféricos debido a la elongación y a la abaja A , mientras que estos factores son pequeños y descartados para tokamaks convencionales.

4.2 Experimentos Principales

En la Tabla 6 se muestran los principales tokamaks esféricos funcionales de tamaño pequeño presentes en la última década, mientras que la Figura 27 muestra algunos de los experimentos en tamaños relativos.

El primer tokamak esférico en operación fue el “Small Tight-Aspect-Ratio Tokamak” (START) localizado en el laboratorio el *Culham Centre for Fusion*

Energy, en el Reino Unido. [41,42,43]. START fue el primer experimento (1991) en producir un plasma con una geometría de razón de aspecto baja. Su primera misión fue demostrar las ventajas de los tokamaks esféricos con respecto a los convencionales. Uno de sus resultados más interesantes fue la disrupción cercana en su operación libre, la cual es un comportamiento importante para dispositivos de gran tamaño. Las observaciones en START fueron duplicadas por primera vez por MEDUSA en la Universidad de Wisconsin en Madison y después por el *Current Drive eXperiment-Upgrade* CDX-U [44,45] del *Princeton Plasma Physics Laboratory*. Finalmente, START demostró dramáticamente el potencial de una β alta. Experimentos posteriores han logrado valores de β_T tan altos como del 30% [46], dejando muy por debajo el record de START de 13% y el de DIII-D (tokamak convencional de *General Atomics* en San Diego, California) del 12.6% [47]. START dejó de funcionar en 1997 para dar paso a MAST “*Mega-Amp Spherical Tokamak*”. El principal propósito de MAST es crear un plasma esférico comparable con otros plasmas producidos por tokamaks mayores, además de obtener datos para el diseño de una fuente de neutrones, el estudio del confinamiento y transporte, y por último la estabilidad MHD y la física implicada en el divisor.

La misión del CDX-U fue originalmente investigar técnicas para generar corrientes de deriva no inductivas, análisis de los modos MHD resistivos, disrupciones, límites en el factor de seguridad q y calentamiento por ondas rápidas. Más tarde ha sido reconfigurado como el *Lithium Divertor Experiment* (LDX), en el que se estudia el papel de un divisor de litio en la operación del aparato.

“El *Helicity Injected Tokamak*” (HIT) [48,49,50] está localizado en la universidad de Washington en Seattle, USA. Como su nombre lo sugiere, el HIT está dedicado a

estudiar la inyección de helicidad magnética coaxial (CHI) [51], la cual sería esencial para mantener al tokamak en operación continua (La helicidad es igual a la integral de $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ sobre el volumen del plasma, y es proporcional a la corriente de plasma).

El "*Tokio Spherical Tokamak*" (TST), [52,53] es un tokamak de razón de aspecto muy baja ($A < 1.2$) localizado en la universidad de Tokyo en Japón. Es un experimento diseñado para investigar varios de los fenómenos físicos de ELRTs. Los temas incluyen el estudio del inicio con un flujo muy limitado, la estabilidad de los límites en las ecuaciones ideales MHD y las fluctuaciones magnéticas. Después de hacer unas actualizaciones en sus bobinas y cámara de vacío pasó a ser TST-2.

Tabla 6. Principales tokamaks de tamaño relativamente pequeño con parámetros principales. Fuente: Proposal for a small spherical tokamak for, Imperial College.

	Nombre	Organización	R,m	a,m	elon	Ip, kA	Bt, T	τ_{pulse} ms	Calentamiento Aux, MW
1	Globus-M	Ioffe, St Petersburg, RF	0.36	0.24	1.6/ 2.2	350/ 500	0.5/ 0.62	300/500	NB 1.5/0.8; ICRH 1
2	GUTTA	St Petersburg Univ, RF	0.16	0.084	2	150	1.5	10	no
3	START	UKAEA, Culham, UK	0.32	0.25	2	240	0.6	50	NB 1
4	TST-2	Univ. of Tokyo, Japan	0.38	0.25	1.8	120/ 200	0.3/ 0.4	200	EBW 0.2
5	CPD	Kyushu Un., Fukuoka, Japan	0.3	0.2	2.5	150	0.25		EBW 0.2
6	LATE	Kyoto Univ., Kyoto, Japan	0.25	0.2	1.34	4	0.12	4.5s	ECRH 0.2
7	HIST	Univ. of Hyogo, Himeji, Japan	0.3	0.24	2	100	0.2	5	no
8	SUNIST	SUNIST Lab., Beijing, China	0.3	0.22	1.6	50	0.08/ 0.15	13	EBW 0.1, HHFW
9	CDX-U	PPPL, Princeton, USA	0.335	0.225	1.7	70	0.23	25	FW
10	Pegasus	Un. of Wisconsin, Madison, USA	0.45	0.41	3.7	160/ 300	0.15	50	EBW, HHFW
11	ETE	INPE, SP, Brazil	0.3	0.2	1.8	60/400	0.4/ 0.8	10.0/ 25.0	no

Tanto el *Experimento Toroidal Esférico* (ETE) [54] como el GLOBUS-M [55] son de un tamaño muy similar al de START. ETE por su lado es un experimento construido en el *Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais* en São José dos Campos, Brasil. El principal propósito de ETE fue el estudio de la física de los tokamaks esféricos en general y examinar las técnicas para la estabilidad de las corrientes de deriva. En el caso de GLOBUS-M este fue construido en el Instituto Ioffe en San Petersburgo, Rusia. La investigación en GLOBUS-M se enfocó en el

escalamiento de estudios sobre los divisores, configuraciones de optimización y calentamiento híbrido.

“*The National Spherical eXperiment* (NSTX) [56] es un tokamak esférico de dimensiones relativamente grandes (similar al MAST), cuya principal misión es probar los principios importantes de las colisiones en un tokamak esférico. Un inicio no inductivo, un buen confinamiento, estabilidad ideal y resistiva, y medición de una β alta. En la actualidad se hacen trabajos de remodelación en su cámara de vacío y mejoramiento en el confinamiento magnético por medio del remplazo de las bobinas de campo toroidal.

Por último el “*Pegasus Toroidal Experiment*” [57] es un tokamak con una razón de aspecto extremadamente baja, aproximadamente del tamaño de TST. Su construcción se realizó en la Universidad de Wisconsin en Madison. La característica principal de *Pegasus* es la de tener un único solenoide central el cual provee de una larga inducción óhmica. Los objetivos de *Pegasus* son extender las operaciones de los tokamaks esféricos en referencia a los campos magnéticos intensos y explorar las limitaciones de esta región.

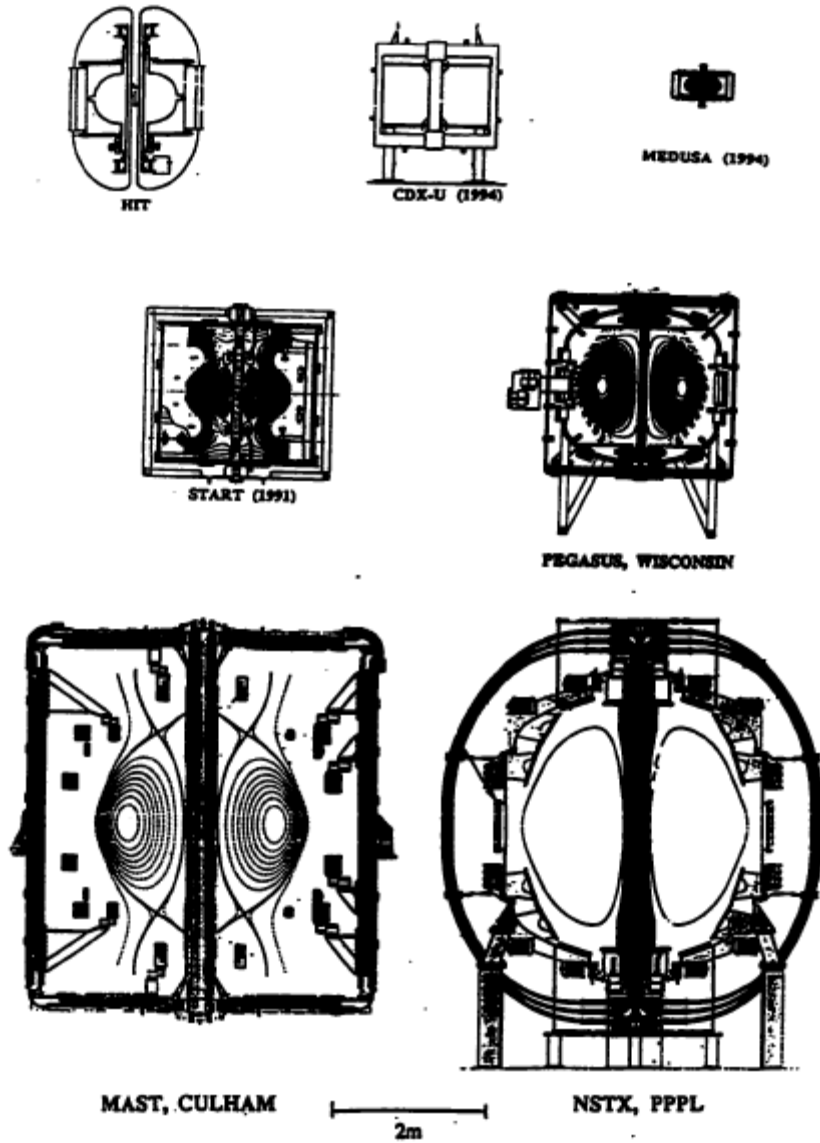


Figura 27. Tamaños relativos de varios tokamaks esféricos. Fuente: Gregory Douglas G. Startup and Stability of a Small Spherical Tokamak, University of Wisconsin, 1997.

Capítulo 5

Diseño del Campo Magnético en Tokamaks

El diseño del campo magnético en los tokamaks está enfocado a la capacidad de éstos de mantener el plasma confinado. Sin embargo, antes de llegar a este nivel, tendremos que pasar por varias fases o etapas. La primera de ellas trata sobre la manera más eficaz de producir un campo magnético toroidal, para después, pasar por una pequeña visión en la forma y el grosor de las bobinas. Es preciso aclarar que la mayoría de los tokamaks, cuentan con bobinas de campo poloidal, las cuales ayudan al equilibrio del plasma en el interior de la máquina.

Después de estudiar la forma más idónea para las bobinas nos enfocaremos a resolver algunos de los problemas en la homogeneidad del campo como son el rizo y la interacción con las demás estructuras.

5.1 Toro Circular Ideal

5.1.1 Bobinas Delgadas

Un toro ideal, es generado por un círculo plano que gira alrededor de un eje exterior coplanar, de radio R_0 [62]. En la Figura 28 a) se muestra la geometría de un toro ideal, mientras que en la Figura 28 b) se muestra un corte en el plano $RZ = 0$. Los filamentos uniformemente distribuidos alrededor del eje z con los centros de radio r .

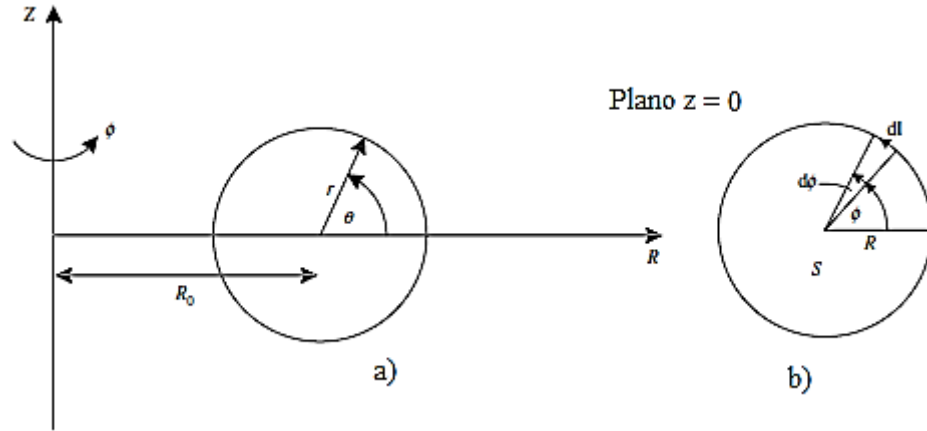


Figura 28. a) Coordenadas para un toro ideal, b) punto de vista en $z = 0$

El campo magnético en la dirección φ , para cualquier lugar del espacio puede ser calculado mediante la aplicación de la relación (13) para una superficie exterior la cual consiste en un círculo de radio r en un plano perpendicular al eje z .

El campo magnético dentro del toro es

$$\mathbf{B} = B(r)\mathbf{i}_\varphi = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \mathbf{i}_\varphi , \quad (137)$$

donde NI es el total número de vueltas alrededor del toro (Ampere Turns). Por otro lado, el campo magnético fuera del toro es cero.

El campo está por lo tanto confinado dentro del toro y es inversamente proporcional a la distancia del eje z , sin embargo, en la práctica el campo es producido por grupos de N bobinas, donde cada bobina conduce una corriente I .

Por cada incremento en la longitud ds a lo largo del perímetro de la superficie se tiene un elemento de fuerza

$$d\mathbf{F} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} \times \mathbf{B})ds \quad (138)$$

El factor $1/2$ en (138) surge del límite de la integral sobre la fuerza experimentada por el cuerpo y el grosor del plano. La fuerza por lo tanto varía linealmente desde un máximo en el interior de la superficie hasta cero en el exterior de la superficie. Una manera más fácil de observar esto, es que la corriente interactúa como un promedio del campo magnético local de $B/2$ [62].

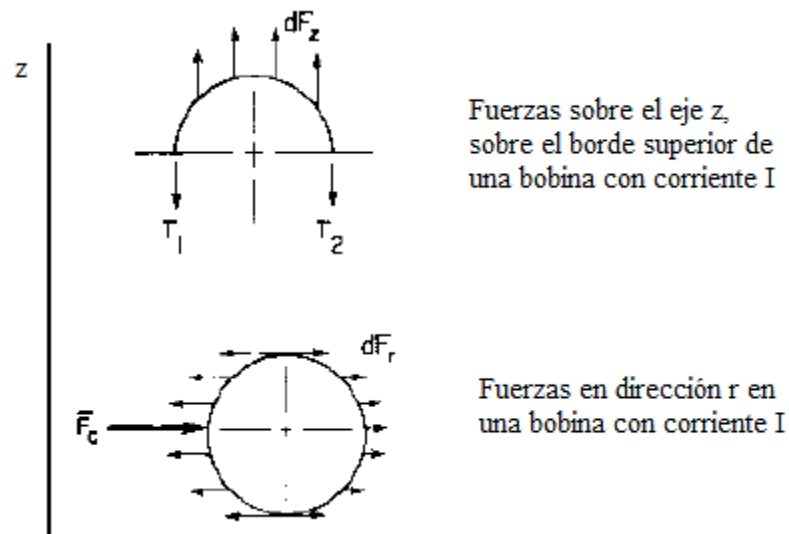


Figura 29. Fuerzas experimentadas en una de las N bobinas en un corte transversal. Fuente: [62]

La fuerza total local dF por incremento de longitud tiene componentes en las direcciones r y z . Aunque la simetría requiere que no haya una fuerza neta en la dirección z de la bobina, esto es útil al considerar la mitad de una bobina como se muestra en la Figura 29. En este caso se aplican cargas en la dirección z sobre cada una de las N bobinas, donde son equilibradas por las tensiones T_1 y T_2 , en general $T_1 \neq T_2$, pero la suma de ambas F_z puede ser encontrada mediante la integración de

$$F_z = \frac{\mu_0 N I^2}{4\pi} \log_e \left(\frac{1+\gamma}{1-\gamma} \right) , \quad (139)$$

donde

$$\gamma = \frac{r}{R_0} = \frac{\text{Radio Menor}}{\text{Radio Mayor}} . \quad (140)$$

La componente radial de la fuerza electromagnética dF_r producida por la fuerza neta sobre el eje r puede ser equilibrada por F_c , como se muestra en la Figura 29.

La fuerza radial neta en cada una de las bobinas es

$$F_r = \frac{\mu_0 N I^2}{2} \left[1 - \frac{1}{(1-\gamma^2)^{\frac{1}{2}}} \right] , \quad (141)$$

notando que donde $F_r < 0$, la fuerza esta siempre en dirección al eje z , y es por lo tanto llamada fuerza central.

Las ecuaciones anteriores pueden ser usadas para estimar las fuerzas en el toro las cuales son relativamente pequeñas en una forma circular [62,63].

La energía por longitud almacenada en el campo magnético fuera de los materiales puede ser encontrada usando la relación (142) para tres dimensiones

$$\frac{E}{l} = \int \int \frac{B \cdot B}{2\mu_0} dy dz . \quad (142)$$

Linealizando y considerando la inductancia se llega a que la energía almacenada es

$$E = \frac{1}{2} L I_t^2 , \quad (143)$$

donde I_t es la corriente por vuelta en el toro. Por otro lado es posible ver que la inductancia para la forma transversal circular es

$$L = \mu_0 N_t^2 R_0 (1 - \sqrt{1 - \gamma^2}) , \quad (144)$$

donde N_t , es el número total de vueltas en el toro. Nótese que $N_t I_t = NI$.

5.1.2 Bobinas Gruesas

Una bobina gruesa ideal se ilustra en la Figura 30. El radio mayor es otra vez R_0 , pero se necesita definir dos radios menores en el toro, radio menor interior ρ_i y radio menor exterior ρ_0 . La distribución de la corriente dentro del toro es similar al caso de la bobina delgada e igualmente se asume que el número total de vueltas NI está distribuido uniformemente con ρ para una θ dada. El campo magnético $B = B(r)i_\varphi = B(\gamma, \theta)$ puede ser encontrado integrando sobre r la ecuación (137) para un toro delgado, dando como resultado que para $\gamma < \gamma_i$ [62,63],

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r_{av}(1+\gamma \cos \theta)} i_\varphi , \quad (145)$$

para $\gamma_i < \gamma < \gamma_0$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r_{av}(1+\gamma \cos \theta)} \left(\frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 - \gamma_i} \right) i_\varphi , \quad (146)$$

donde ρ_i es radio menor interno, ρ_0 es radio menor externo, r_{av} es el radio mayor, θ es el ángulo entre ρ y el radio mayor, y γ_i, γ_0 y γ están definidas por

$$\gamma_i = \rho_i / r_{av}$$

$$\gamma_0 = \rho_0 / r_{av}$$

$$\gamma = \rho / r_{av}$$

Por supuesto, fuera del toro el campo magnético es cero. En la dirección z la fuerza total para $z > 0$, es decir, la mitad de una de las N bobinas, puede hallarse al integrar y obtener

$$F_z = \frac{\mu_0 N I^2}{4\pi(\gamma_0 - \gamma_i)^2} \left\{ \left[(1 + \gamma_0^2) \text{Log}_e \left(\frac{1 + \gamma_0}{1 - \gamma_0} \right) \right] - \left[(1 + 2\gamma_i \gamma_0 - \gamma_i^2) \text{Log}_e \left(\frac{1 + \gamma_i}{1 - \gamma_i} \right) \right] + \right. \\ \left. \left[2\gamma_0 \text{Log}_e \left(\frac{1 - \gamma_0^2}{1 - \gamma_i^2} \right) \right] - 2(\gamma_0 - \gamma_i) \right\} , \quad (147)$$

La fuerza central neta F_r , en cada una de las N bobinas está dada por

$$F_r = \frac{\mu_0}{2} N I^2 \left\{ 1 - \frac{2}{(\gamma_0 - \gamma_i)^2} \left[\gamma_0 (\sin^{-1} \gamma_0 - \sin^{-1} \gamma_i) - (1 - \gamma_i^2)^{\frac{1}{2}} + (1 - \gamma_0^2)^{1/2} \right] \right\} . \quad (148)$$

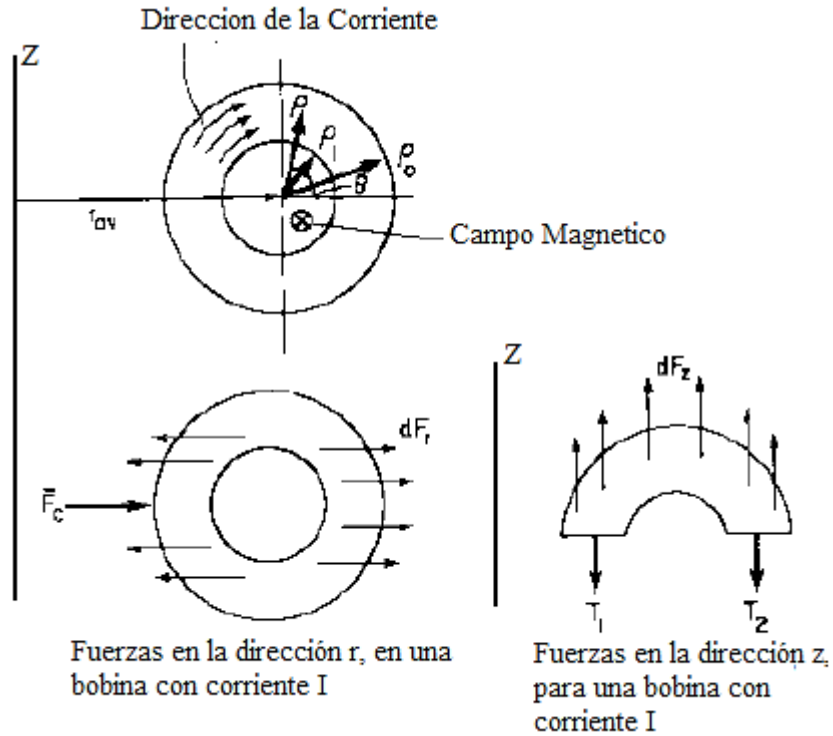


Figura 30. Fuerzas en una de las N bobinas gruesas ideales con sección circular. Fuente: [62]

La inductancia para una superficie gruesa puede ser encontrada por la integración de la densidad de energía, dando como resultado

$$L = \mu_0 N_t^2 r_{av} \left\{ 1 - (1 - \gamma^2)^{\frac{1}{2}} + (\gamma_0 - \gamma_i)^{-2} \left[\gamma_0 (-\sin^{-1} \gamma_0 + \sin^{-1} \gamma_i) - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \gamma_0^2} (2 + \gamma_0^2) + \frac{1}{3} \sqrt{1 - \gamma_i^2} (2 + \gamma_i^2 + 3\gamma_0(\gamma_0 - \gamma_i)) \right] \right\}, \quad (149)$$

donde N_t es el número total de vueltas en la bobina.

5.2 Toros Ideales no Circulares

La facilidad o el costo de un diseño conceptual dependen del uso de métodos para reducir la carga excesiva de tensiones. Por lo tanto, muchos de los diseños emplean bobinas no circulares los cuales están basados en una carga homogénea de las tensiones las cuales reducen el esfuerzo de los materiales. Entonces, una bobina toroidal ideal no experimenta momentos al igual que esfuerzos.

5.2.1 Tensiones Constantes

Al igual que en la sección anterior asumimos que el arreglo de bobinas consiste en un número infinito de filamentos de corriente, cada uno en el plano rz , además de una distribución uniforme alrededor del eje z que forma una superficie delgada. Entonces, el objetivo es encontrar una sección transversal que experimente tensiones uniformes en la pared de la superficie. El contorno de radio r para el cual se aplica la relación (13) que no depende de la forma de la sección trasversal del toro y por lo tanto es posible aplicar la ecuación (137).

El campo magnético dentro del toro es inversamente proporcional a r , la distancia del toro al eje z , Figura 31. Si la mínima distancia del eje z a la superficie de corrientes es r_1 , entonces el campo máximo dentro de la superficie de corriente es

$$B_m = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r_1}, \quad (150)$$

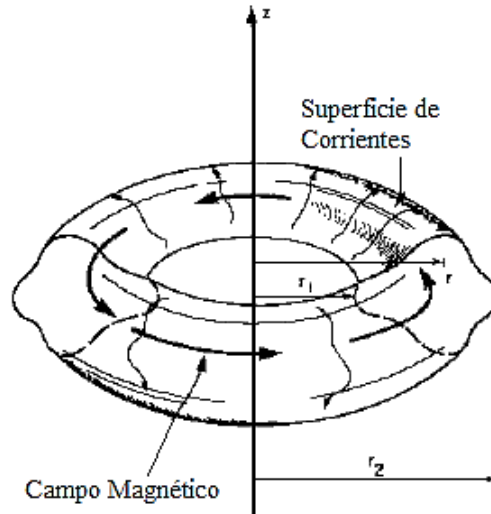


Figura 31. Toro ideal con superficie delgada compuesta por una superficie uniforme de corrientes, la cual tiene una superficie no circular. Fuente: [62]

la cual está en la dirección φ . Combinando la ecuación anterior con (137), se obtiene

$$\mathbf{B} = B(r)\mathbf{i}_\varphi = \frac{B_m r_1}{r} \mathbf{i}_\varphi \quad , \quad (151)$$

dentro del toro, mientras que afuera es $B = 0$.

Como se vio con anterioridad la magnitud del campo magnético dentro del toro es B y su radio de curvatura del toro en cualquier punto es ρ . Si el segmento de conductor de longitud $\rho d\theta$ está en equilibrio bajo la influencia de las cargas electromagnéticas se obtiene un promedio de tensión T en su extremo [63]. Entonces, mediante un balance de fuerzas se obtiene

$$T = \frac{1}{2} I B \rho \quad . \quad (152)$$

Combinando (151) con (150), se obtiene

$$T = \frac{I\rho B_m r_1}{2r} . \quad (153)$$

Esta ecuación describe la manera en la cual el radio de curvatura ρ varia manteniendo T constante alrededor de una superficie perimetral

$$\rho = kr , \quad (154)$$

donde

$$k = \frac{2T}{IB_m r_1} = \frac{4\pi T}{\mu_0 N I^2} , \quad (155)$$

N es el número total de bobinas en el toro e I es el número total de vueltas por Bobina.

Se puede demostrar mediante geometría analítica que el radio local de curvatura en un punto de la curva en el plano rz está dado por

$$\rho = \frac{\pm \left[1 + \left(\frac{dz}{dr} \right)^2 \right]^{3/2}}{d^2z/dr^2} . \quad (156)$$

Combinando (154) y (156), se obtiene una ecuación diferencial que tiene una familia de soluciones dependientes de k . Cada solución representa una forma de la superficie delgada de un toro para la cual se obtiene una tensión constante.

$$r \frac{d^2z}{dr^2} = \pm \frac{1}{k} \left[1 + \left(\frac{dz}{dr} \right)^2 \right]^{3/2} . \quad (157)$$

La ecuación anterior es de segundo orden y por lo tanto requiere ser integrada dos veces. La primera integración es posible mediante medios analíticos, sin embargo la segunda necesita métodos numéricos para acercarse a la solución [64].

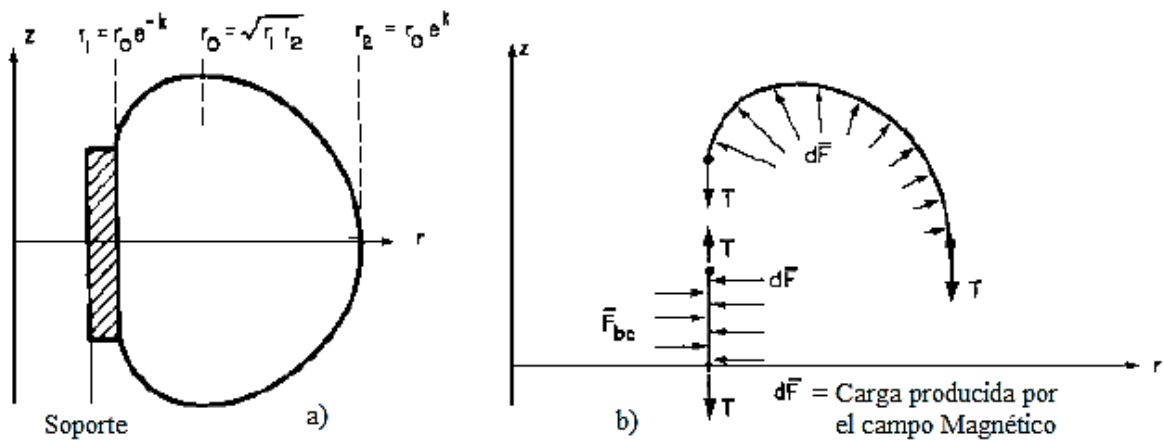


Figura 32. a) Ejemplo de la forma de una bobina ideal con tensión constante. b) Segmento de una curva para una bobina ideal con cargas constantes.
Fuente: [62,63]

Uno de los resultados al acercarse a la solución de la ecuación se muestra en la Figura (32) a), esta figura muestra una curva cuyo radio de curvatura es proporcional a la distancia del eje z, mientras que tanto el inicio como el final de la curva es tangente a una sección cilíndrica la cual funciona como el soporte. La fuerza neta por lo tanto es aplicada sobre este soporte en dirección del eje z.

Las dimensiones por consiguiente son dadas por el eje de la máquina, de manera que el segmento de curva está completamente determinado por la especificación de k , o de r_1, r_2 y r_0 . La geometría de la bobina es conocida como “Princeton-D” [63,64], se obtiene tomando

$$r_i = r_0 e^k, \quad (158)$$

$$r_2 = r_0 e^k. \quad (159)$$

Por lo tanto

$$r_0 = (r_1 r_2)^{1/2}, \quad (160)$$

y

$$k = \frac{1}{2} \text{Log}(r_2/r_1). \quad (161)$$

La Figura 32 b) exhibe un punto de vista de la curva proveniente de la bobina donde se muestra el balance de fuerzas. El campo magnético ejerce cargas normales dF sobre toda la curva. Tales cargas no son homogéneas ya que éstas dependen del radio r . Sin embargo es posible equilibrar la fuerza neta al ejercer una fuerza F_{bc} proveniente del soporte.

La fuerza total en la dirección z a la mitad de esta bobina es de $2T$ mientras que en la parte superior la fuerza será de $2NT$, que puede ser escrita de la siguiente manera utilizando las relaciones (150), (155) y (156).

$$NF_z = \frac{B_m^2 \pi r_1}{\mu_0} \text{Log} \left(\frac{r_2}{r_1} \right), \quad (162)$$

donde F_z es la fuerza en la dirección z por bobina (a la mitad) y N es el número de bobinas en el toro.

Esta relación muestra claramente que el diseño de estas estructuras llega a ser bastante difícil al incrementarse el tamaño como la intensidad del campo magnético. Se puede notar también que la fuerza en la dirección z a la mitad del toro solo depende de las coordenadas radiales en la sección transversal en el plano medio, y en general se puede mostrar que la fuerza no depende de la forma de la sección trasversal como se indica en la expresión anterior [64].

5.2.2 Formas C y D

Un análisis más exhaustivo de la ecuación (157) arroja nuevas soluciones, las cuales forman curvas cerradas. Este análisis fue llevado a cabo Gralnick y Tenney [64], quienes mostraron que las coordenadas (r, z) en las curvas están dadas por

$$r = r_0 \exp(k \sin \theta) , \quad (163)$$

$$z(k, \theta) = r_0 k \int_{\theta_1}^{\theta} (\sin \theta') \exp(k \sin \theta') d\theta' = r_0 k \frac{\partial J(k, \theta)}{\partial k} , \quad (164)$$

donde θ es el ángulo tangente local dado por $\tan(dz/dr)$ y θ_1 es el ángulo al cual $z = 0$, además de

$$J(k, \theta) = \theta l_0(k) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i}{n} (e^{in\theta} - 1) [1 + e^{in(\theta+\pi)}] e^{\frac{in\pi}{2}} I_n(k) , \quad (165)$$

donde $I_n(k)$ es la función de Bessel Modificada de orden n [65].

Dos soluciones se muestran en la Figura 33 para valores selectos de k y r_0 . Tales resultados indican la flexibilidad en el tamaño y la forma a través de la alteración de k, r_1, r_2 y r_0 . Las curvas son repetitivas en la dirección z , y representan la sección transversal de un toro, al segmentar la curva y cerrándola con otra curva, por ejemplo una línea recta. Sin embargo la manera en la que el segmento de curva es cerrado puede repercutir y afectar la tensión constante, generando momentos en la estructura.

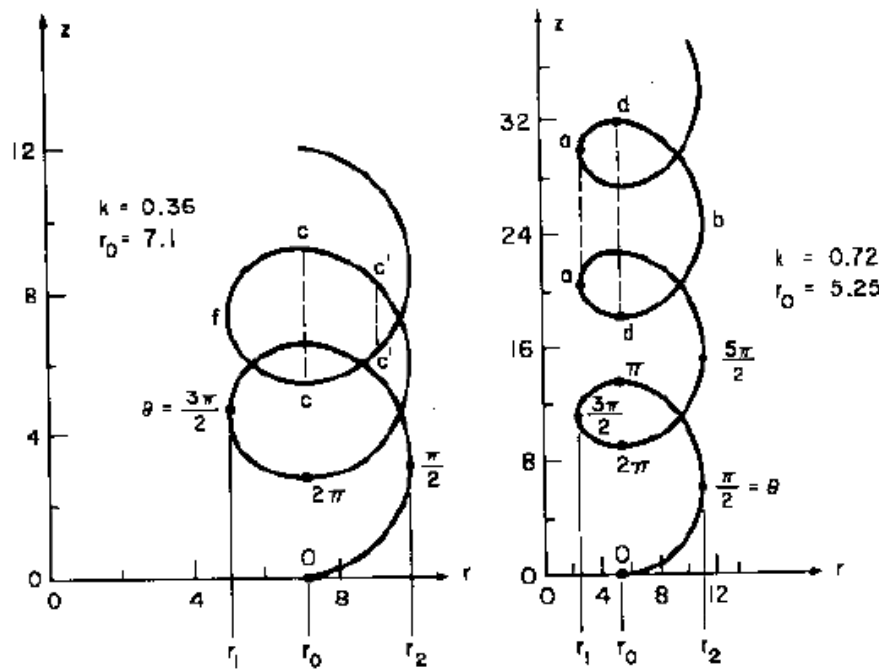


Figura 33. Curvas con tensiones constantes para valores selectos de k y r_0 , basados en las ecuaciones anteriores. Fuente: [64]

La curva cerrada en el lado derecho de la Figura 33 consiste en la longitud de arco $a - d - b - a$ correspondiente a $-\pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2$, es conectada mediante

una línea $a - a$. Dicha línea no es parte de la solución, pero acarrea la misma tensión en los puntos tangentes donde conecta. Por otro lado, la línea punteada representa la sección de la bobina en la que se transmite la fuerza neta centrada en la bobina y la cual es equilibrada por la estructura del soporte en la bobina.

Por lo tanto es posible calcular la altura del soporte h_{aa} , el perímetro de la curva o el equivalente a la longitud de una vuelta en la bobina l_t , el área de la bobina A , y la inductancia L , para un toro con N_t vueltas. Estas características para la bobina tipo Princenton-D, son definidas en la curva cerrada $a - d - b - a$, de la siguiente manera:

$$h_{aa} = 2\pi r_0 k I_1(k) \quad , \quad (166)$$

$$l_t = 2\pi r_0 k [I_0(k) + I_1(k)] \quad , \quad (167)$$

$$A = 2\pi r_0^2 k [I_1(2k) - e^{-k} I_1(k)] \quad , \quad (168)$$

$$L = \frac{\mu_0 r_0 N_t^2 k^2}{2} [J_0(k) + 2I_1(k) + I_2(k)] \quad , \quad (169)$$

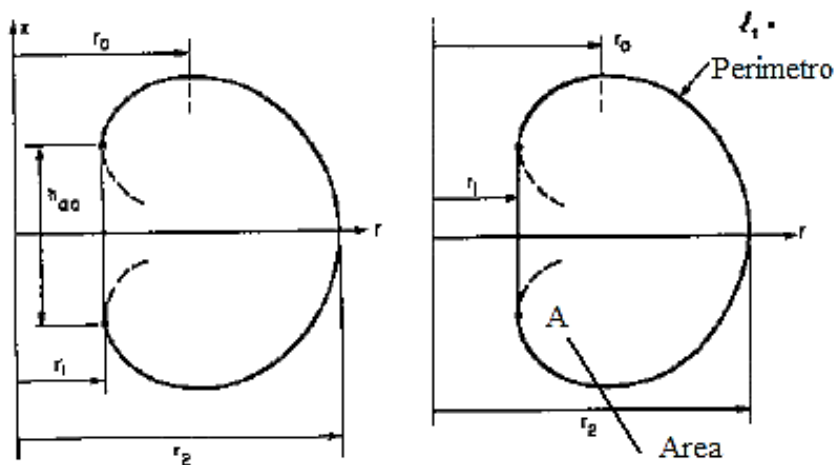


Figura 34. Curvas para una bobina tipo Princenton-D, para una tensión constante. Fuente: [62]

En general, cada una de las curvas ya sea D ($0 \leq \theta \leq \pi$) o C ($\pi \leq \theta \leq 2\pi$, segmento $c - f - c$), pueden ser sobrepuestas, para formar estructuras con tensiones constantes [64,66]. Un ejemplo de ello se observa en la Figura 34, en donde dos segmentos de curvas cerradas C, D están unidos tangencialmente en los puntos $\theta_C = \theta_D = 0$ y $\theta_C = \theta_D = \pi$. El segmento C está bajo una tensión T_C , determinada por k_C , mientras que el segmento D experimenta una tensión T_D determinada por k_D . Entonces, para mantener equilibradas las fuerzas es necesario proveer de una fuerza externa de magnitud $T_C - T_D$ tangente a las curvas en los puntos donde están unidas o interconectadas. La ecuación

$$T_C - T_D = \frac{\mu_0 N I^2}{4\pi} (k_C - k_D) \quad , \quad (170)$$

puede ser usada para encontrar la magnitud de la fuerza, la cual puede provenir de los soportes en cada una de las bobinas.

Sin embargo, la bobina no es necesariamente libre de momentos ya que las juntas son discontinuidades en la curva. Es necesario observar que para este caso en particular $r_{0C} = r_{0D}$, pero $r_{1D} \neq r_{1C}$ y $r_{2C} \neq r_{2D}$. Además que la altura total del segmento D h_{dd} es la distancia $d - d$ dada por

$$h_{dd} = \pi r_{0D} k_D \left[I_1(k_D) + L_1(k_D) + \frac{2}{\pi} \right] \quad , \quad (171)$$

$$h_{cc} = \pi r_{0C} k_C \left[L_1(k_C) - I_1(k_C) + \frac{2}{\pi} \right] \quad , \quad (172)$$

donde $k_D = k = k_C$ y L_1 es la función de Struve modificada de primer orden. El perímetro de los segmentos D y C incluyendo las longitudes h_{dd}, h_{cc} son l_{dd}, l_{cc} : definidas por

$$l_{dd} = \pi r_{0D} k_D \left[I_0(k_D) + I_1(k_D) + L_0(k_D) + L_1(k_D) + \frac{2}{\pi} \right], \quad (173)$$

$$l_{cc} = \pi r_{0C} k_C \left[I_0(k_C) - L_0(k_C) - I_1(k_C) + L_1(k_C) + \frac{2}{\pi} \right]. \quad (174)$$

El área total encerrada en los segmentos D, C, A_{cc}, A_{dd} está dada por

$$A_{dd,cc} = \pi r_{0D,0C}^2 k_{D,C} \left[I_1(2k_{D,C}) + L_1(2k_{D,C}) + I_1(k_{D,C}) - L_1(k_{D,C}) \right]. \quad (175)$$

Las inductancias en los segmentos D y C, cuando las curvas son cerradas mediante una línea recta y por las cuales pasa una corriente, están dadas por

$$L_{dd,cc} = \frac{\mu_0 r_{0D,0C}^2 N_I^2 k_{D,C}^2}{2} \left[I_0(k_{D,C}) + L_0(k_{D,C}) - \frac{I_1(k_{D,C}) + L_1(k_{D,C})}{k_{D,C}} \right]. \quad (176)$$

Cuando los segmentos C, D son combinados para formar un toro como en la Figura 35, con uniones localizadas en $\theta_C = \theta_D = 0, 2\pi$ y $\theta_C = \theta_D = \pi$, entonces las características presentadas en (171) a (176) pueden ser interpretadas de la siguiente manera:

$$\text{Altura} = h_{cc} = h_{dd}$$

$$\text{Perímetro} = \text{longitud de la vuelta} = l_{cd} = l_{cc} - h_{cc} + l_{dd} - h_{dd}$$

$$\text{Área de la sección transversal} = A_{cd} = A_{cc} + A_{dd}$$

la deformación experimentada por un toro con tensiones constantes, lo anterior mediante el uso de la teoría de vigas con curvas delgadas.

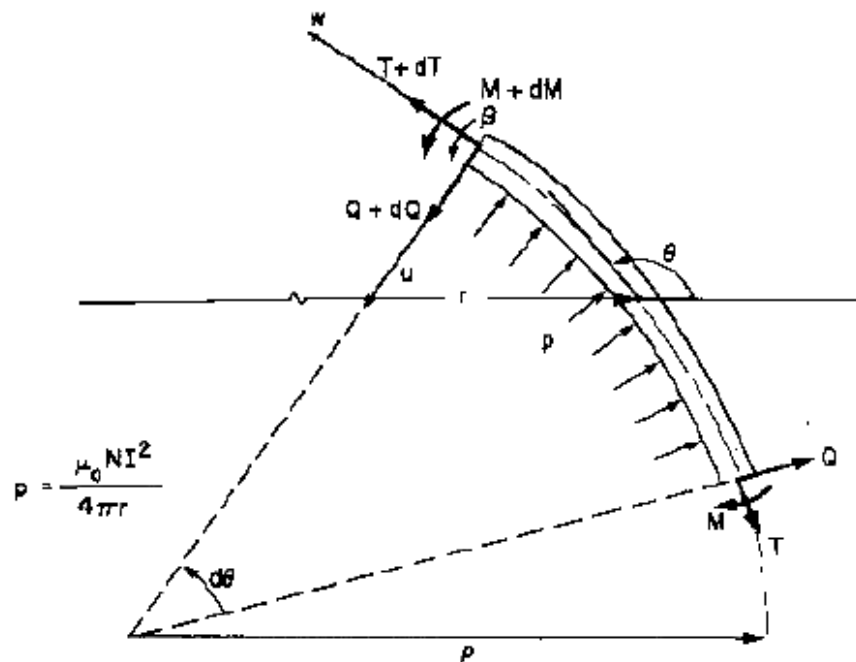


Figura 36. Balance general de fuerzas en una viga curva delgada en la cual se aplica una carga normal. Fuente: [62].

La Figura 36 ilustra la sección de una viga curva delgada de profundidad unidad, con radio de curvatura ρ y longitud ds , la cual está bajo la acción de cargas en forma de presión p normal a la superficie de la viga

$$p = \frac{\mu_0 NI^2}{4\pi r} , \quad (177)$$

donde NI es el número total de vueltas en el toro.

En general la viga experimenta una tensión T , una fuerza cortante Q y un momento M , los cuales pueden actuar a lo largo de la viga [66,67].

Si las ecuaciones para el equilibrio estático son aplicadas, se obtienen las siguientes relaciones a primer orden

$$\frac{dT}{ds} - \frac{Q}{p} = 0 , \quad (178)$$

$$\frac{dQ}{ds} + \frac{T}{\rho} = p , \quad (179)$$

$$\frac{dM}{ds} + Q = 0 , \quad (180)$$

Estas ecuaciones muestran que la tensión T constante implica un esfuerzo cortante Q igual a cero y que T es igual al producto de la presión y el radio de curvatura. Sin embargo la ecuación (180) muestra que M es constante pero no necesariamente cero, Por lo tanto, la condición para $M = 0$ puede ser encontrada considerando la relación entre la fuerza y la deformación en la viga.

La acción de las fuerzas en la viga curva causa un desplazamiento transversal u , axial w , y una rotación de la sección transversal β . La geometría requiere que la fuerza axial ε sea relacionada con los desplazamientos por

$$\varepsilon = \frac{dw}{ds} - \frac{u}{\rho} , \quad (181)$$

$$\beta = \frac{du}{ds} + \frac{w}{\rho} , \quad (182)$$

En los materiales es común asumir que los esfuerzos están relacionados linealmente por las fuerzas con el módulo de elasticidad E , esto es conocido como la ley de Hooke [66,67]. Si el área de sección transversal del elemento es A , entonces

$$\varepsilon = \frac{T}{AE} . \quad (183)$$

Por otro lado, el ángulo de rotación de la sección transversal de la viga es asociado con el momento M , modulo E , y el momento de inercia I , por

$$\frac{d\beta}{ds} = \frac{M}{EI} . \quad (184)$$

Las ecuaciones (178) a (184), gobiernan las deformaciones en la viga y las cargas. Si $M = 0$, (184) muestra que β es constante, lo cual implica que el desplazamiento rotacional de la viga es la misma para toda la viga. Esto es equivalente a la rotación de un cuerpo rígido. Si se considera solo una tensión T constante, el momento M , como la fuerza cortante Q son cero y las ecuaciones son reducidas a

$$T = \rho p = \frac{\mu_0 N I^2}{4\pi} \left(\frac{\rho}{r} \right) = \frac{\mu_0 N I^2}{4\pi} k , \quad (185)$$

$$w = -\rho \frac{du}{ds} , \quad (186)$$

Estas ecuaciones pueden ser combinadas para encontrar la ecuación diferencial para el desplazamiento transversal

$$\frac{d}{ds} \left(\rho \frac{du}{ds} \right) + \frac{u}{\rho} = -\frac{T}{AE} . \quad (187)$$

La solución de (187) puede ser utilizada con (185) para encontrar el desplazamiento axial. Si el desplazamiento es normalizado por una longitud

característica r_0 de (160), entonces (186) y (187) pueden arrojar una nueva curva al usar (154), (163) y $ds = \rho d\theta$;

$$\frac{d^2v}{d\theta^2} + v = -\left(\frac{\rho}{r_0}\right)\left(\frac{T}{AE}\right) = -\left(\frac{\mu_0 NI^2}{4\pi}\right)\left(\frac{k^2}{AE}\right) \exp(k \sin \theta) , \quad (188)$$

y

$$\omega = -\frac{dv}{d\theta} , \quad (189)$$

donde $v = u/r_0$ y $\omega = w/r_0$.

Los desplazamientos asociados con esta curva descrita por k y r_0 son dados por

$$v = \left(\frac{\mu_0 NI^2}{4\pi}\right)\left(\frac{k}{AE}\right) \left[\left(C_1 - \frac{r}{r_0}\right) \sin \theta + \left(C_2 + \frac{z}{r_0}\right) \cos \theta \right] , \quad (190)$$

y

$$\omega = \left(\frac{\mu_0 NI^2}{4\pi}\right)\left(\frac{k}{AE}\right) \left[\left(C_2 + \frac{z}{r_0}\right) \sin \theta - \left(C_1 - \frac{r}{r_0}\right) \cos \theta \right]. \quad (191)$$

Las ecuaciones (190) y (191) contienen constantes de integración C_1 y C_2 las cuales pueden ser determinadas por la aplicación de condiciones de frontera (66) (67).

5.3 Bobinas Discretas de Campo Toroidal

5.3.1 Forma de las Bobinas

Hasta ahora hemos supuesto que las vueltas en el toro están uniformemente distribuidas alrededor del toro, no obstante, en sistemas reales, las vueltas son dispuestas en grupos llamados bobinas discretas.

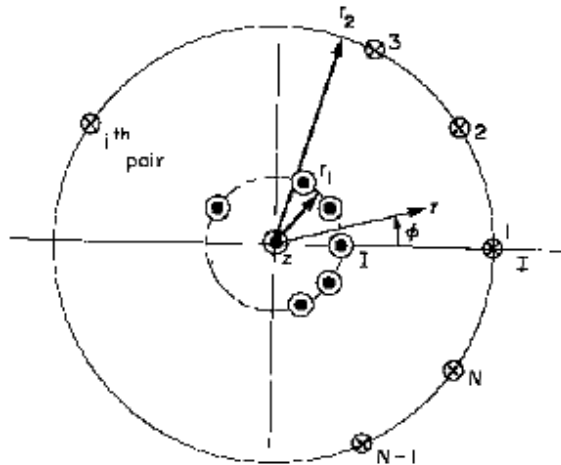


Figura 37. Colección de N pares de bobinas espaciadas uniformemente.
Fuente: [62]

En un toro compuesto por bobinas discretas el campo puede ser separado mediante las componentes r , z y una componente principal toroidal. Para comprender mejor los efectos de la componente r , Boris y Kuckes [68] derivaron una expresión para un modelo en dos dimensiones, como en la Figura 37. Dicho modelo consiste de una selección de N pares de filamentos infinitos en el eje z , espaciados uniformemente y en donde cada filamento lleva corrientes opuestas. Este modelo discreto genera una componente r del campo además de una componente φ toroidal. El campo magnético en el plano de una bobina para el cual $\varphi = 0$ está dado por

$$B_{\varphi} = \frac{B_m}{r/r_1} \left[1 + \frac{1}{(r/r_1)^{N-1}} + \frac{1}{(r_2/r)^{N-1}} \right], \quad (192)$$

donde

$$B_m = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r_1}. \quad (193)$$

En el límite cuando $N \rightarrow \infty$, la línea de corrientes se funde en una superficie y el campo está dado por (151), el cual es el límite de (192). Por otro lado es de notarse que B_ϕ/B_m es independiente de r_2/r_1 al igual que r/r_1 .

La tensión en la sección del filamento de corriente puede ser expresado por

$$T = \frac{1}{2} I B_m \rho \left(\frac{B_\phi}{B_m} \right), \quad (194)$$

File y Shelfield combinaron (194) con (155) y (156) para obtener una ecuación diferencial para una forma de una bobina con una tensión constante la cual experimenta un campo de la forma (192), dando como resultado

$$r \frac{d^2 z}{dr^2} = \pm \frac{1}{k} \left[1 + \left(\frac{dz}{dr} \right)^2 \right]^{3/2} \left[1 + \frac{1}{(r/r_1)^{N-1}} + \frac{1}{(r_2/r)^{N-1}} \right]. \quad (195)$$

La aproximación de este modelo implica que los campos fuera de las bobinas sean igual a cero. La Figura 38 indica algunos resultados de las formas descritas por la ecuación (195) para $N = 25, 40$ e ∞ , para los cuales r_1 y r_2 son constantes.

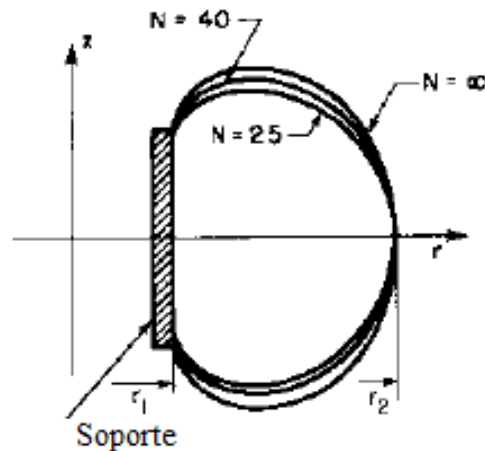


Figura 38. Formas de curvas para bobinas con tensiones constantes. Fuente: [62].

Una solución alternativa puede ser encontrada al usar métodos numéricos y saber su radio de curvatura en cualquier punto dado por

$$\rho = k \left(\frac{r_1}{B_\varphi/B_m} \right) \quad (196)$$

5.3.2 Rizo entre Bobinas Toroidales

El plasma en un tokamak ocupa una porción de la región del campo magnético producido por las bobinas, si se considera uniforme la distribución en la dirección φ entonces, el campo magnético es una función sólo de r . Por lo tanto, para un plasma dentro de un campo magnético toroidal con r constante, una partícula siempre experimenta la misma magnitud del campo y dirección. Sin embargo, en un sistema real compuesto por bobinas discretas, el campo toroidal puede ser expresado por la forma

$$\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B}(r, \varphi, z) .$$

La ecuación anterior muestra la periodicidad del campo en la φ , si el toroide es simétrico alrededor del eje z . Para una partícula en el plasma que atraviesa el campo con r y z constantes, experimenta una variación del campo denominado “rizo” R [68,69], el cual es usualmente definido en términos de la componente φ del campo, como:

$$\mathbf{R} = \left(\frac{B_{\varphi p} - B_{\varphi a}}{B_{\varphi a}} \right) \times 100\% , \quad (197)$$

donde $B_{\varphi p}$ es el valor pico de B_{φ} y $B_{\varphi a}$ es el promedio del valor de B_{φ} para un toro con r, z constantes.

El rizo por lo tanto es una función de r y z , y por lo tanto se requiere un modelo tridimensional para el sistema de bobinas para determinar el valor de la calidad. Sin embargo, sólo consideraremos el plano $z = 0$, con lo cual, se toma en cuenta la variación del tamaño en la bobinas y el número de las bobinas para un modelo bidimensional.

La Figura 39, muestra l filamentos infinitos con corriente I , localizados en un círculo común de radio a . Cada filamento es paralelo y espaciado uniformemente con respecto a los demás en el perímetro de la circunferencia. Boris y Kuches [68] muestran que la componente del campo en la dirección φ está dado por

$$\mathbf{B}_{\varphi} = \begin{cases} \frac{\mu_0 I l}{2\pi r} \frac{[\rho^2 - \rho \cos l\varphi]}{[1 - (2\rho \cos l\varphi) + \rho^2]} & \text{para } r < a \\ -\frac{\mu_0 I l}{2\pi r} \left\{ \frac{[\rho^{-2} - \rho^{-1} \cos l\varphi]}{[1 - (2\rho^{-1} \cos l\varphi) + \rho^{-2}]} \right\} & \text{para } r > a \end{cases}, \quad (198)$$

donde

$$\rho = \left(\frac{r}{a}\right)^l. \quad (199)$$

Otro conjunto de bobinas puede ser modelado como se muestra en la Figura 40 usando dos conjuntos de filamentos de corriente distribuidos en dos círculos de radios r_1 y r_2 . Normalmente $I_1 = I_2$, sin embargo es posible variar I_1 bajo la restricción de $I_1 l_1 = I_2 l_2 = Il$, lo cual demuestra la importancia del modelo cuando

se calcula el rizo en cada uno de los conjuntos en el plano $\varphi = 0$, entonces el pico del campo magnético se encuentra en los planos $\varphi = 0, \frac{2\pi}{l_2}, \frac{4\pi}{l_2}, \dots$ y puede ser encontrado de la siguiente relación

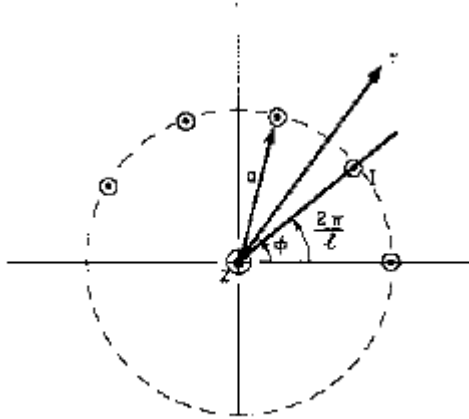


Figura 39. Colección de l segmentos paralelos e infinitos de corriente, localizados en un círculo común de radio a y uniformemente distribuidos alrededor del eje z . Fuente: [62]

$$\mathbf{B}_{\varphi\rho} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi r} \left\{ -\frac{(\rho_1 - 1)}{(\rho_1 + \rho_1^{-1} - 2)} + \frac{(\rho_2 - 1)}{(\rho_2 + \rho_2^{-1} - 2)} \right\}, \quad (200)$$

donde

$$\rho_1 = (r/r_1)^{l_1}, \quad (201)$$

$$\rho_2 = (r/r_2)^{l_2}, \quad (202)$$

$$r_1 < r < r_2, \quad ,$$

y donde el promedio de campo magnético es

$$\mathbf{B}_{\varphi a} = \frac{\mu_0 I l}{4\pi r} \left\{ -\frac{(\rho_1 - \rho_1^{-1})}{4\sqrt{(\rho_1 + \rho_1^{-1})^2 - 4}} + \frac{(\rho_2 - \rho_2^{-1})}{4\sqrt{(\rho_2 + \rho_2^{-1})^2 - 4}} \right\}, \quad (203)$$

donde

$$r_1 < r < r_2 .$$

Las ecuaciones (197), (200) y (203) pueden ser usadas para estimar el rizo R como función del tamaño r_2/r_1 y la posición de la bobina r/r_1 , y la variación del número de bobinas l_2 .

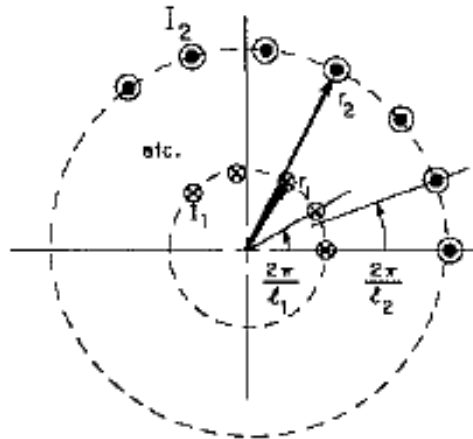


Figura 40. Modelo de un campo generado por bobinas discretas conformadas por l_1, l_2 filamentos con corrientes I_1, I_2 respectivamente.
Fuente: [62]

5.4 Diseño de Bobinas de Campo Poloidal

En tokamaks, las bobinas de campo poloidal consisten en una colección de solenoides que generalmente cuentan con una sección transversal relativamente pequeña en comparación con las bobinas de campo toroidal, y cuyos ejes coinciden con el eje principal de la máquina. Su papel es proporcionar el control necesario para la posición y la forma de la columna del plasma.

El número de bobinas de campo poloidal que son agrupadas en conjuntos energizados independientemente, dependen del diseño y propósito de cada aparato.

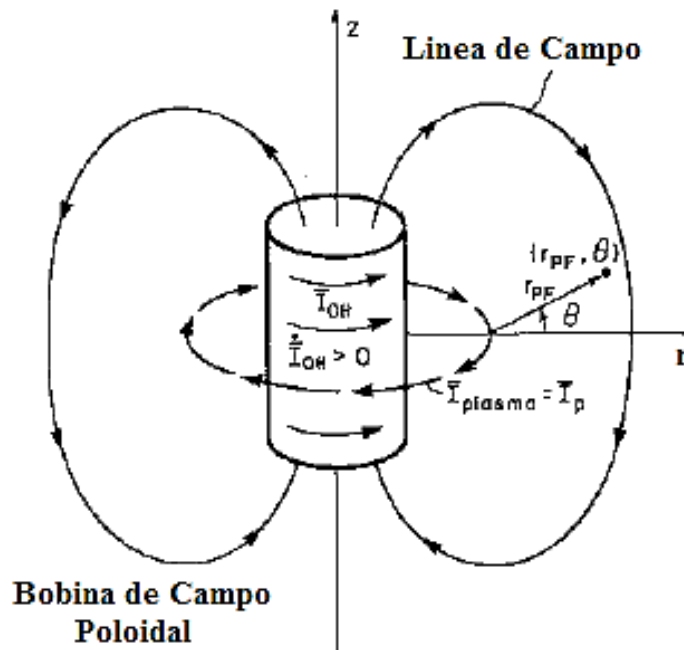


Figura 41. Ilustración de la corriente de plasma inducida por la acción del calentamiento óhmico de una bobina poloidal.

En la Figura 41 se muestra una bobina de campo poloidal utilizada para el calentamiento óhmico, esta bobina por lo general es un solenoide en el cual su eje coincide con el eje del plasma. El propósito de este tipo de bobinas es elevar la corriente de plasma a través de la acción de un transformador, y en consecuencia elevar la temperatura del plasma.

Las bobinas son requeridas para producir un flujo magnético específico Φ a través del plano donde se encuentra la corriente de plasma y para cambiar este flujo con una cierta velocidad $\dot{\Phi}$ para generar un cierto campo eléctrico en el plasma con el objetivo de controlar la corriente de plasma.

El primer tipo de bobinas de campo poloidal es el de las “bobinas de equilibrio”. Su propósito es proveer de un campo magnético primario en la dirección z a través del plasma. La Figura 42 muestra un par de bobinas de campo de equilibrio, las cuales llevan una corriente I_{FE} y un campo magnético M_{FE} . Este campo produce una fuerza radial en dirección al interior del plasma, para equilibrar la fuerza radial hacia afuera experimentada por el plasma generado por la interacción del campo del plasma consigo mismo.

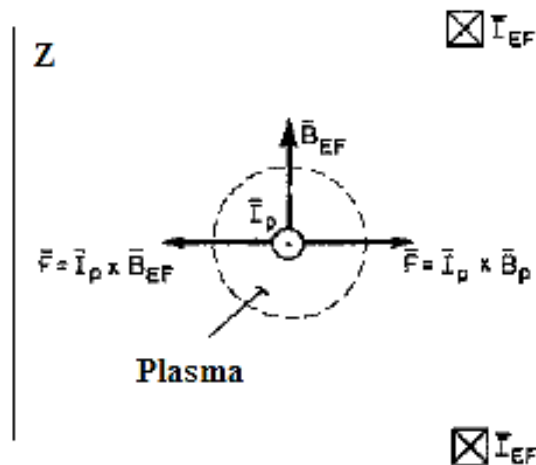


Figura 42. Fuerza radial dirigida hacia el interior de la máquina, producida por dos bobinas de campo de equilibrio (EF), para equilibrar la fuerza radial dirigida hacia afuera por la interacción del plasma consigo mismo. Fuente: [62].

Las bobinas de campo de equilibrio consisten de un cierto número de bobinas distribuidas como una función del ángulo poloidal y la distancia desde el plasma, para proveer de un campo magnético en la dirección Z dependiente de los requerimientos basados en la dinámica del plasma.

El segundo tipo de bobina de campo poloidal es usado para alterar la forma de la sección transversal del plasma en forma triangular, usualmente con forma de D

Figura 43 b), o bien para contraerlo o alargarlo. En el caso de la Figura 43 a), el campo magnético cerca del eje de la máquina B_T es mucho más grande que el campo producido en el exterior de la máquina, deformando así al plasma.

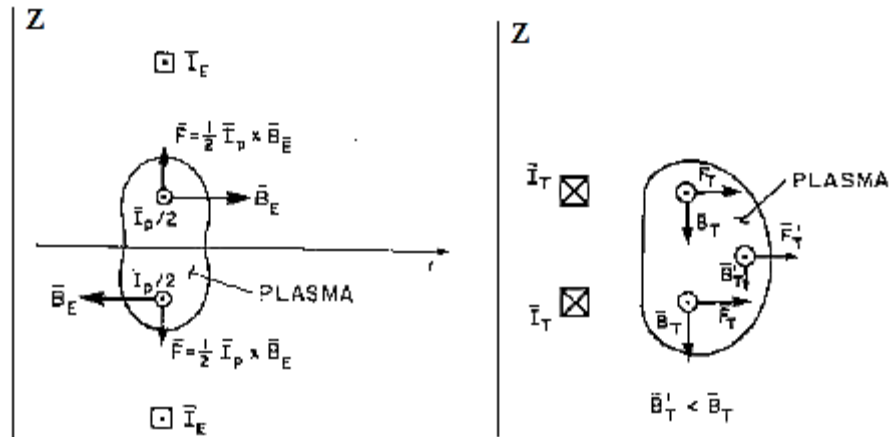


Figura 43. a) Elongación de una columna de plasma, mediante la utilización de dos bobinas de campo poloidal (bobinas de control). b) Dos bobinas de control, las cuales interactúan con la corriente del plasma para deformar el plasma en forma de D. Fuente: [62]

Cada uno de estos tipos de bobinas son energizados independientemente en conjuntos o independientemente de bobinas, con corrientes que no necesariamente están en fase, ya que los campos requieren ser manipulados a diferentes tiempos durante la operación, como son el calentamiento y encendido o bien apagado del plasma.

En general los ejes de la bobinas de campo poloidal coinciden con el eje de la máquina y por lo tanto los campos que producen pueden ser modelados usando la superposición de cada uno de los campos generados por cada bobina. Este campo es calculado al suponer que la bobina es un filamento circular por el cual pasa una corriente I , como en la Figura 44. Entonces para cualquier punto en el

espacio, es posible dividir el campo magnético en dos componentes, una componente radial B_r y otra axial B_z , las cuales por supuesto son independientes del ángulo φ debido a la simetría [70].

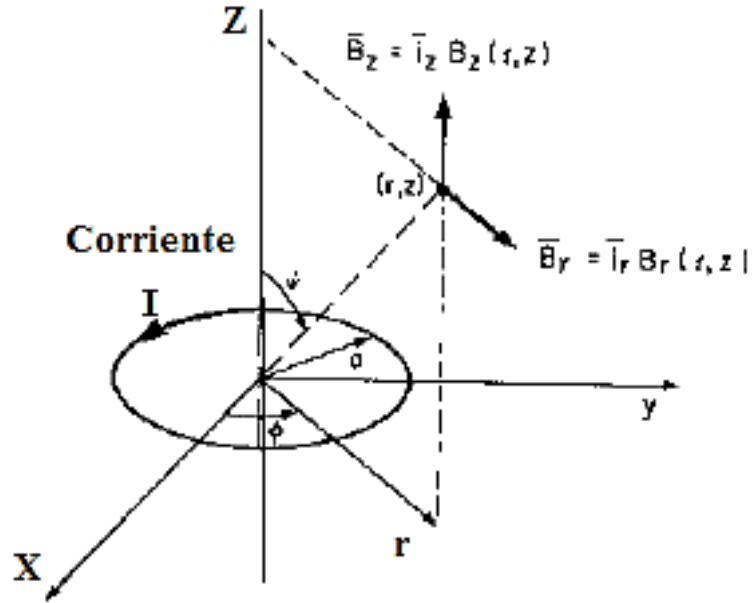


Figura 44. Campo magnético para cualquier punto (r, z) debido a un filamento circular en el plano $Z = 0$ con las componentes B_r y B_z . Fuente: [62].

Las componentes axial y radial del campo magnético están dadas por:

$$B_r = \frac{B_0 \eta}{\pi \rho [(1+\rho)^2 + \eta^2]^{1/2}} \left[-K + \frac{1+\rho^2+\eta^2}{(1-\rho)^2+\eta^2} E \right], \quad (204)$$

$$B_z = \frac{B_0}{\pi [(1+\rho)^2 + \eta^2]^{1/2}} \left[K + \frac{1-\rho^2-\eta^2}{(1-\rho)^2+\eta^2} E \right], \quad (205)$$

donde

$$B_0 = B_z(0, 0) = \frac{\mu_0 I}{2a}, \quad (206)$$

$$\rho = r/a, \quad (207)$$

$$\eta = z/a , \quad (208)$$

La magnitud del campo aumenta cuando la distancia al filamento es reducida ya sea $\rho > 1$ como $\rho < 1$. Matemáticamente el filamento en $\rho = r/a = 1$ es una singularidad en la cual, la magnitud del campo es infinita. Esto ocurre porque el filamento es una idealización matemática, la cual lleva una corriente infinita dentro de una sección transversal de tamaño cero o nula. Sin embargo, en la vida real las bobinas tienen una sección transversal finita y por lo tanto la magnitud del campo se incrementa hasta un máximo finito sobre la superficie de la bobina, como ocurre en la aproximación desde $\rho < 1$.

El diseño de bobinas de campo poloidal está ligado principalmente a las restricciones de la forma deseada del plasma. Estas restricciones son impuestas por la localización de las bobinas de campo toroidal, la estructura, la cámara de vacío, los puertos, etc. Por otro lado, los requerimientos impuestos en el equilibrio, elongación y triangularidad son usualmente tomados de las especificaciones deseadas.

El equilibrio del campo en cualquier punto en el volumen del plasma es la suma de los campos de cada una de las bobinas. La Figura 45 ilustra el caso en el que la localización para $2n$ bobinas de campo poloidal depende de las restricciones impuestas a la máquina.

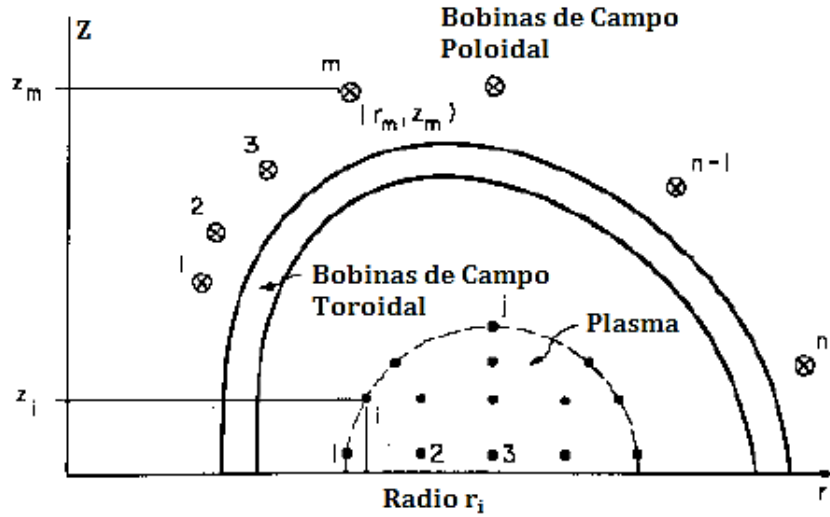


Figura 45. n bobinas de campo poloidal, las cuales son requeridas para proveer de un campo axial específico para $2j$ puntos en el plasma. Fuente: [62].

La cantidad $2n$ es usada al tomar en cuenta n bobinas sobre el plano $z = 0$, dentro del volumen de plasma de $2j$ puntos seleccionados en el campo axial.

El campo axial en el punto i está dado por:

$$B_{zi} = \sum_{m=1}^{2n} \beta_{im} I_m , \quad (209)$$

donde para cada m , β_{im} es igual a B_z/I (De las ecuaciones 204 y 205), I_m representa a las corrientes en cada bobina m , $a = r_m$, $\rho = r_i/r_m$ y por último $\eta = (z_i - z_m)/r_m$.

Por simetría, la corriente en correspondencia con los pares de bobinas son iguales en los puntos sobre y por debajo del plano $z = 0$. Como resultado de (209) se reduce a j ecuaciones con n incógnitas correspondientes a las I_m corrientes. Cada

ecuación tiene $2n$ coeficientes, que son los β_{im} . Si se desea obtener los campos B , es necesario resolver las corrientes I_m dependientes del tamaño de j y n . Para $j = n$, hay un igual número de ecuaciones e incógnitas, y la solución involucra la inversión directa de la matriz [69,70].

Las bobinas para el calentamiento óhmico son requeridas para producir un flujo que mantiene el plasma. Sin embargo, el campo desde estas bobinas puede minimizar el volumen del plasma. Si las bobinas están cercanas y espaciadas uniformemente, cada una producirá el mismo flujo magnético, y por lo tanto habrá pocas líneas de campo magnético cruzando a través de la superficie formada por las bobinas de calentamiento óhmico.

La distribución de corrientes entre las bobinas puede ser seleccionada de tal manera que cada bobina mantenga el mismo flujo magnético Φ_m

Para la bobina m .

$$\Phi_m = L_{mm}I_m + \sum_{j=1, j \neq m}^{2n} M_{mj}I_j , \quad (210)$$

donde L_{mm} es la inductancia de la bobina m , I_m es la corriente en la bobina, M_{mj} es la inductancia mutua entre la bobina m y j , e I_j es la corriente en la bobina j .

Por simetría en el plano $z = 0$ se puede reducir el problema a la solución de n ecuaciones con n incógnitas. Para usar la relación (210) se requiere determinar la inductancia mutua entre las bobinas,

La inductancia L_{mm} para un circuito circular de radio r_m de sección transversal A relativamente menor a r_m es

$$L_{mm} \cong \mu_0 N_m^2 r_m \left[\log_e \left(\frac{8r_m}{r_\omega} \right) - \frac{7}{4} \right], \quad (211)$$

donde N_m es el número de vueltas en cada bobina, $r_\omega = \sqrt{A/\pi}$ y A es el área de la sección transversal.

La inductancia mutua entre dos filamentos circulares coaxiales es

$$M_{mj} = \frac{2\mu_0 N_m N_j (r_m r_j)^{\frac{1}{2}}}{k} \left[\left(1 - \frac{1}{2} k^2 \right) K - E \right], \quad (212)$$

donde N_i es el número de vueltas en la espira i , donde $i = m, j$, r_i es el radio de la espira i , $z_m - z_j$ es la distancia axial entre los filamentos de corriente, K, E son las integrales elípticas completas de la primer y segundo tipo respectivamente, y

$$k^2 = \frac{4r_m r_j}{[(r_m + r_j)^2 + (z_m - z_j)^2]} \quad (213)$$

5.4.1 Interacción entre Bobinas de Campo Toroidal y Campo

Poloidal

Los sistemas de campo toroidal actual consisten de bobinas discretas que por lo general están distribuidas uniformemente alrededor de la cámara de vacío. Estas experimentan un estiramiento, además de una fuerza centrípeta en dirección al eje

de la máquina [71], lo cual es necesario tener en cuenta a la hora de hacer los diseños.

La Figura 46 muestra el diagrama de la sección transversal en el plano $z = 0$ donde se encuentran 20 bobinas toroidales. Las patas interiores son más cercanas unas a otras que las patas exteriores.

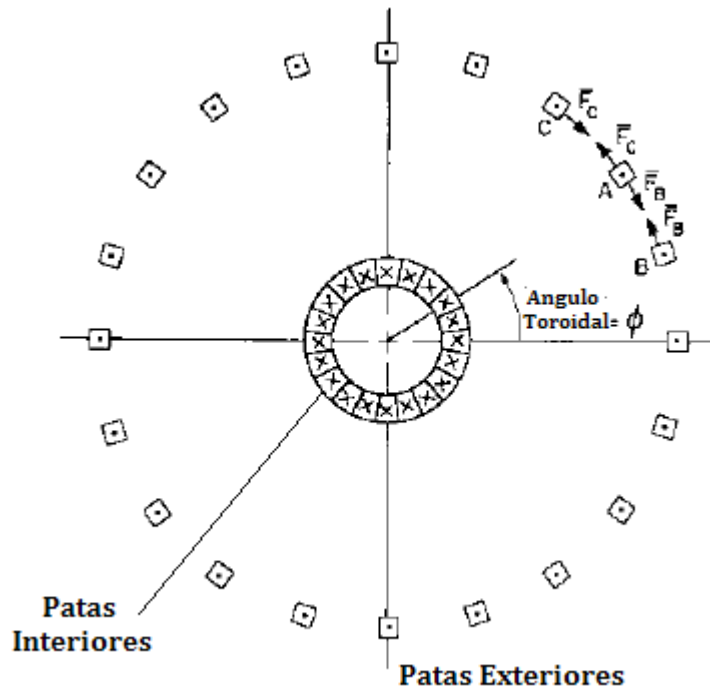


Figura 46. Sección Transversal en el plano $z = 0$ con veinte bobinas de campo toroidal. Fuente: [62].

Una bobina típica (A) experimenta cargas atractivas en dirección a las bobinas adyacentes (B, C). Bajo condiciones normales de operación, las cargas sobre las bobinas adyacentes son equilibradas de manera que $F_C = F_B$. Sin embargo cada una de esas fuerzas está en un equilibrio inestable. Entonces si alguna de las bobinas es desconectada, las fuerzas entre las bobinas adyacentes no son

equilibradas y experimentan una torca que depende de la distancia a que se encuentre la bobina desconectada [71].

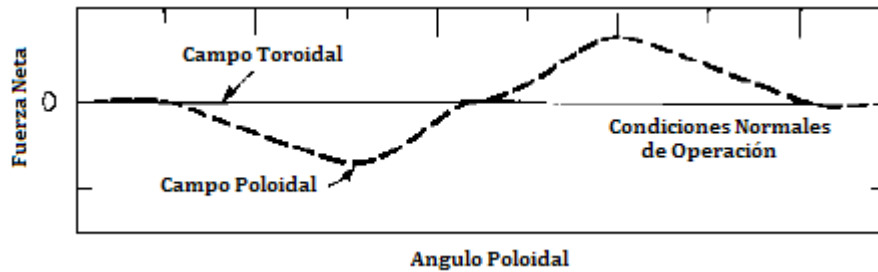


Figura 47. Condiciones Normales de Operación para todo el campo Toroidal y campo Poloidal. Fuente: [71]

La línea punteada en la Figura 47, muestra una distribución típica de la fuerza en una bobina de campo toroidal debido a su interacción con las bobinas de campo poloidal bajo condiciones normales de operación. Las bobinas de campo poloidal son pulsadas y por lo tanto no se encuentran en fase, lo que produce dos puntos importantes donde las fuerzas están en direcciones opuestas con la misma magnitud en el plano $z = 0$. Estas fuerzas generan un momento en cada una de las bobinas de campo toroidal.

Ahora, si consideramos un sistema de campo toroidal uniformemente distribuido a lo largo de la periferia de la máquina, las bobinas de campo poloidal no sentirán cargas cuando sus corrientes dentro del toro estén alineadas con las líneas de campo del campo toroidal, o bien, cuando estas se encuentren afuera del toro, ya que no experimentan ningún campo. Sin embargo, dado que los sistemas de campo toroidal en realidad son discretos, contienen un rizo, y por lo tanto hay una interacción con las bobinas de campo poloidal cuando estas se encuentra afuera del toro [71,72].

Por último, cada bobina de campo toroidal puede ser vista como un dipolo magnético con su eje en el plano $z = 0$, mientras que las bobinas de campo poloidal pueden ser vistas como otro dipolo con su eje a lo largo del eje de la máquina. Entonces, las bobinas de campo poloidal experimentan una torca M_{PF} de cada una de las bobinas de campo toroidal produciendo que estas tiendan a rotar hasta que sus ejes se alineen, como se muestra en la Figura 48. Durante condiciones normales de operación, las bobinas de campo toroidal en lados opuesto cancelan sus momentos y por lo tanto vuelven a un estado de equilibrio.

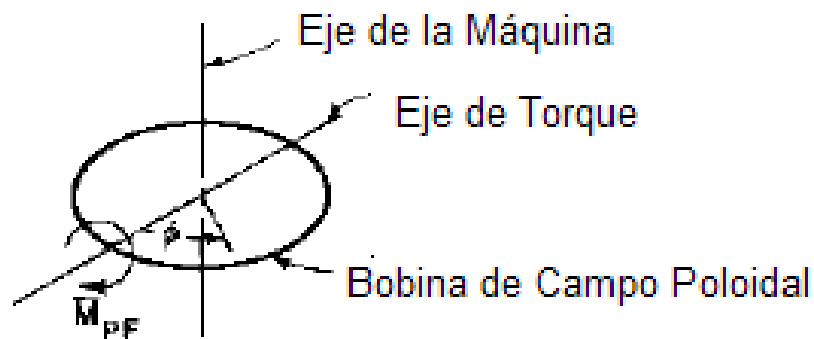


Figura 48. Bobina de campo poloidal sometida a una torca M_{pf} debido a la interacción con las bobinas de campo toroidal. Fuente: [62,70].

Capítulo 6

TOKAMAK “TMX-1”

6.1 Partes Esenciales de un Tokamak

Como ya se ha mencionado en las secciones anteriores, un tokamak es una máquina en la cual mediante campos magnéticos se calienta y confina a un determinado plasma. Por otro lado, la complejidad del aparato puede variar, dependiendo de los objetivos de investigación para los que es diseñado.

La Figura 49, muestra los componentes principales que constituyen a un tokamak. Entre sus componentes con mayor importancia se encuentra: cámara de vacío, bobinas de campo toroidal, bobinas de campo poloidal, soportes, electrónica de potencia y software.

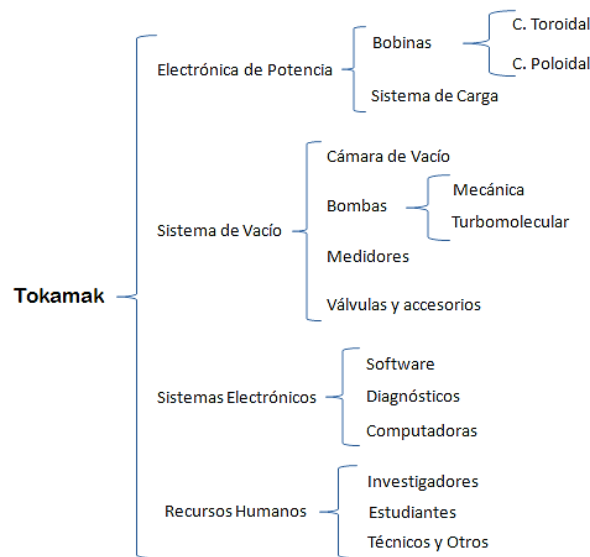


Figura 49. Diagrama de partes esenciales en un tokamak

En relación al hardware, este incluye los sistemas de vacío, los sistemas de medición de vacío y los sistemas de diagnóstico y de adquisición de datos.

6.1.1 Características de TMX-1

El diseño conceptual del TMX-1 fue basado en las dimensiones de START [73] (Figura 50), con los siguientes parámetros: Radio Mayor $R = 32 \text{ cm}$, Radio Menor $r = 25 \text{ cm}$, Razón de Aspecto $A = 1.3$ y Elongación $k = 1.8$.

La tabla 7 muestra los parámetros de diseño del TMX-1, en donde se aprecia que los radios mayor y menor fueron modificados para introducir bobinas de control, lo cual se explicará en las siguientes secciones.

Tabla 7. Parámetros de Diseño de TMX-1. Fuente [73].

Radio Mayor	34.4 cm
Radio Menor	25.0 cm
Razón de Aspecto	1.37
Elongación	1.8
Campo Magnético*	0.3 T

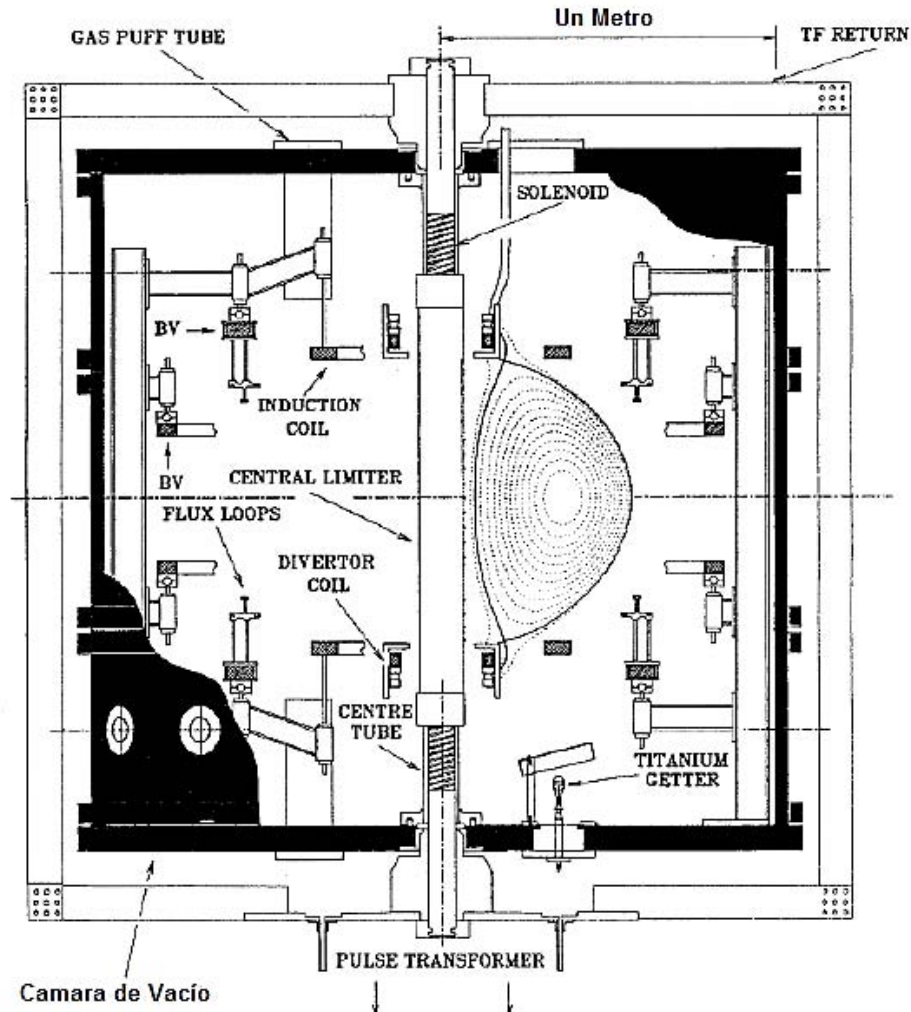


Figura 50. Presentación del diseño de tokamak START. A Sykes, The START Spherical Tokamak, UKAEA, 1995.

El TMX-1 consta de una cámara de vacío de dimensión relativamente pequeña rodeada por diez bobinas de campo toroidal, así como, catorce bobinas de campo poloidal distribuidas en tres grupos. El primer grupo está constituido por seis bobinas posicionadas de manera simétrica con relación al ecuador de la cámara de vacío (control y forma de la columna de plasma). El segundo y tercer grupo están constituidos por ocho y siete bobinas respectivamente. El segundo grupo se encuentra distribuido en cuatro bobinas por encima y cuatro por debajo de la

cámara de vacío (control y equilibrio del plasma). El último grupo se encuentra en la parte central de la cámara de vacío y consta de un solenoide central (calentamiento del plasma) rodeado de seis bobinas distribuidas a lo largo del solenoide. La Figura 51 muestra una imagen general del TMX-1, en la que se pueden notar los imanes de campo toroidal, poloidal, soportes y cámara de vacío mientras que en la Figura 52 se muestra un plano de levantamiento el cual muestra un corte transversal del tokamak y como están distribuidas las bobinas de campo poloidal.

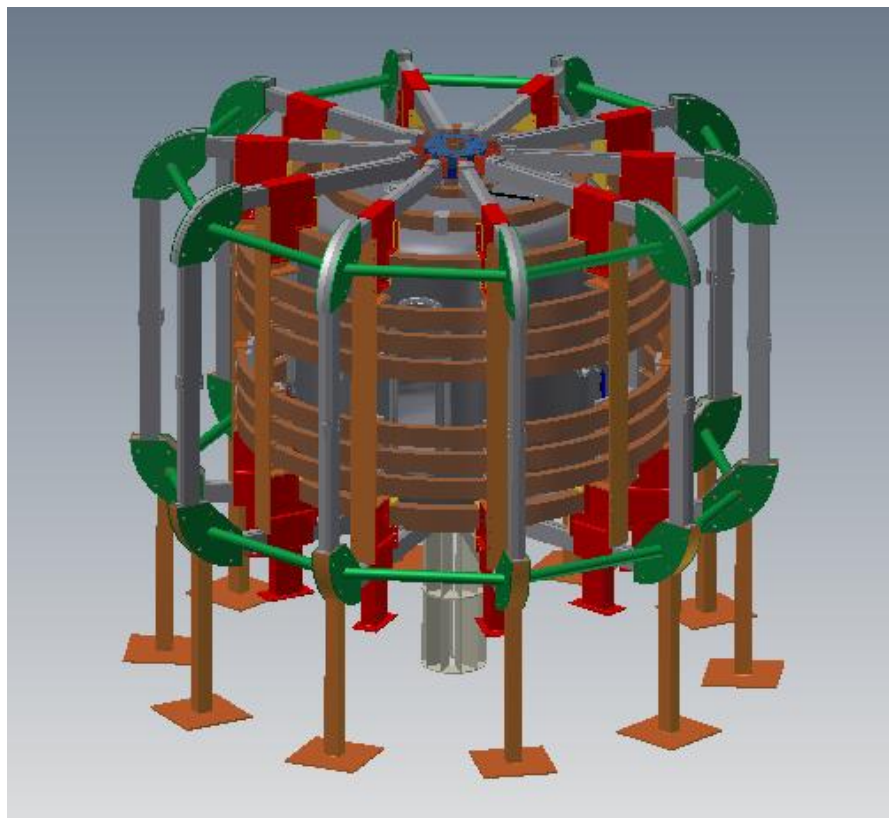


Figura 51. Vista general del tokamak TMX-1.

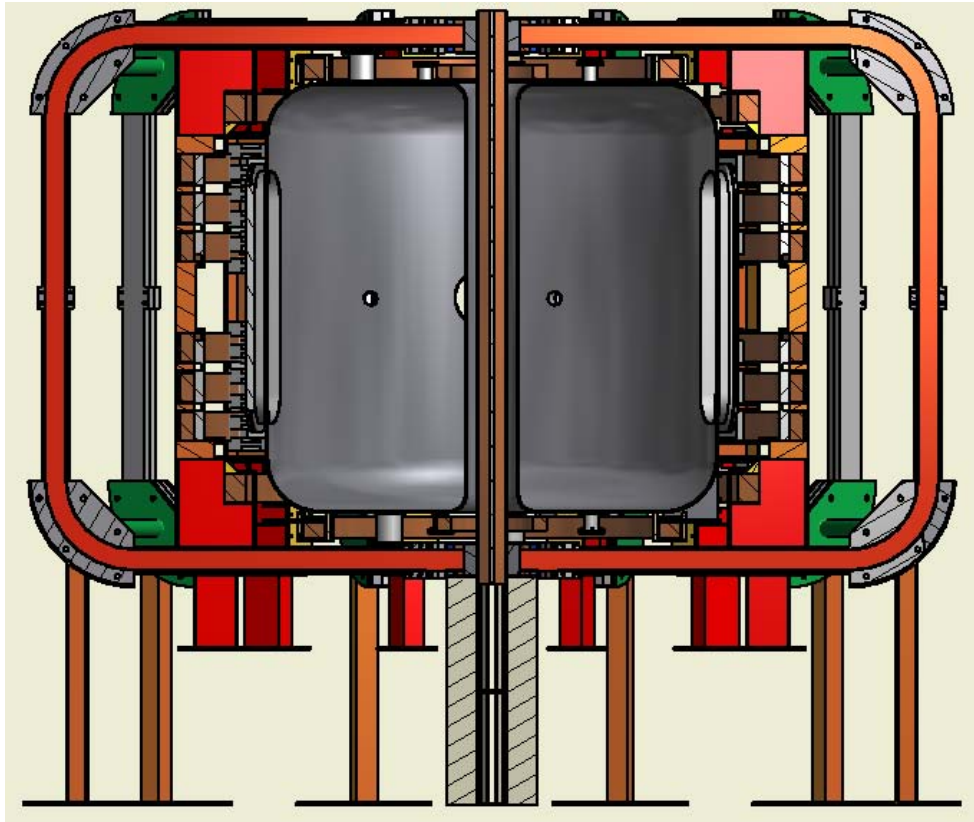


Figura 52. Plano de levantamiento del tokamak TMX-1, con corte transversal en plano z-x.

6.2 Cámara de Vacío y Sistema de Bombeo

La cámara de vacío (Figura 53), es un cilindro toroidal de acero inoxidable SS-316L con un grosor de 4.762 mm ($3/16$ pulgadas), un radio menor de 140 mm , un radio mayor de 630 mm y una altura e 1200 mm . Que proporciona un volumen total de 0.037 m^3 y una capacidad aproximada de 1.44 m^3 (1,400 Litros). Para el diseño se incluyeron tres tipos de bridas CF-40, CF-63, CF-100 y Brida de Mantenimiento de SS-316L. Cada una de ellas fue insertada ,así como diseñada siguiendo las normas internacionales ISO, sin embargo dado que no existen bridas comerciales del tamaño necesario para realizar el mantenimiento, o bien para la incorporación

de instrumentos dentro de la cámara, se diseñó una brida personalizada bajo los parámetros de las bridas estándares más grandes.



Figura 53. Vista general de la cámara de vacío. La imagen de la izquierda esta rotada 70° con respecto al eje de la máquina.

La cámara de vacío tiene catorce bridas CF-40 (1-3/8") que cuya función es alojar instrumentos de medición de vacío, instrumentos de diagnóstico, bombas mecánicas de vacío, o cámaras de video. Cuatro bridas CF-63 (2-1/2") son destinadas para el uso de bombas turbomoleculares o instrumentación variada. Para las bridas de observación se destinaron dos bridas CF-100 (4"), mientras que para el mantenimiento se consideraron 3 bridas personalizadas de forma obloide (semi-rectangular) y dimensiones $706\text{ mm} \times 206\text{ mm}$ (aproximadas).

En la Figura 54 aparece una vista alámbrica de la cámara de vacío, esta vista nos permite observar el interior, así como, la posición de todas las bridas.

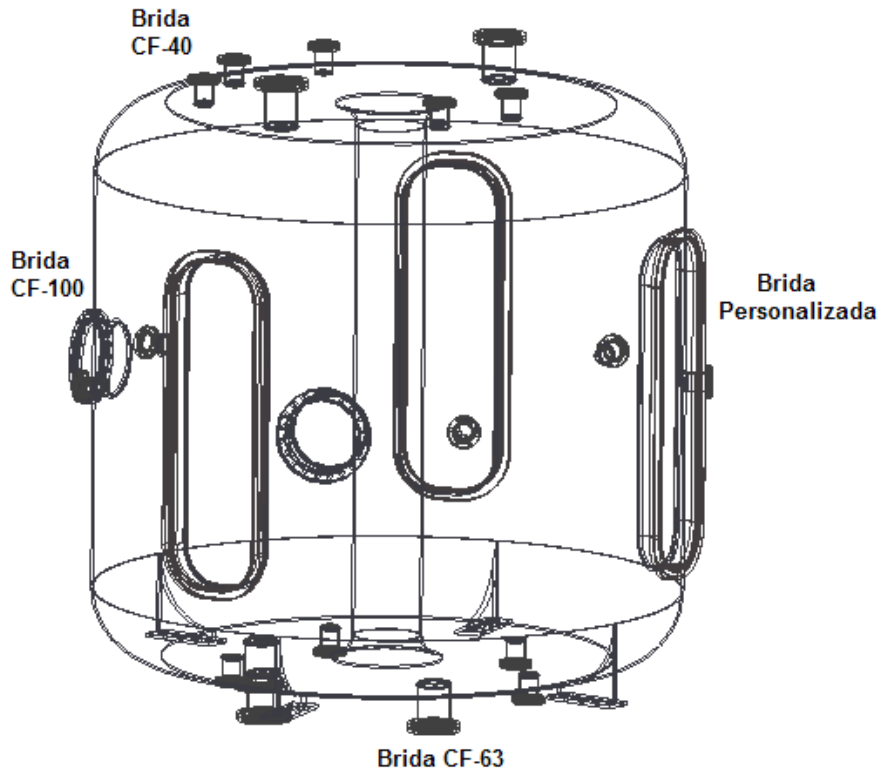


Figura 54. Vista Alámbrica de la cámara de vacío

Aunque no se introdujeron elementos complementarios en el diseño general de la cámara, se deja abierta la opción para hacer adecuaciones en el interior, y permitir la introducción de placas de grafito como limitador, o bien otros elementos

Con respecto al sistema de vacío, se planea utilizar dos bombas mecánicas y una bomba turbomolecular para llegar al vacío requerido para operar ($1 \times 10^{-8} Torr$). En la Figura 55 se observa un diagrama de la estructura del sistema de vacío que puede ser utilizado en TMX-1.

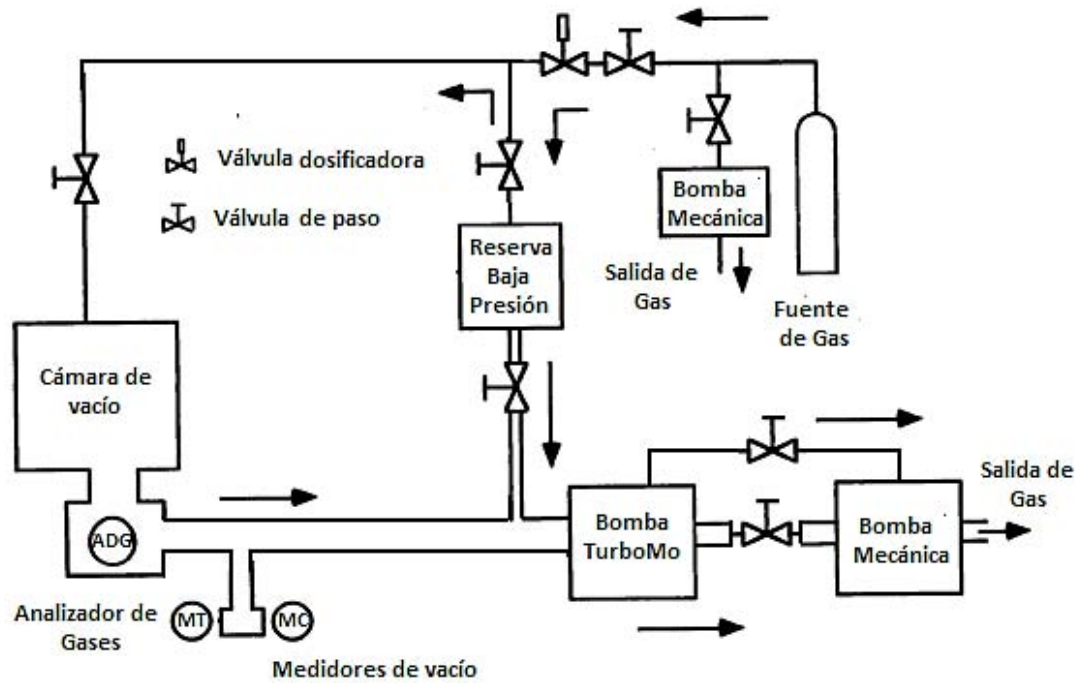


Figura 55. Esquema del sistema de vacío.

Para medir el vacío se propone utilizar dos tipos de medidores dependiendo del vacío producido. Para el rango de presión de Atm a $1 \times 10^{-3} Torr$ se propone un medidor termopar, mientras que para el rango de $1 \times 10^{-3} Torr$ a $1 \times 10^{-9} Torr$ se propone un medidor de ionización de cátodo caliente o bien de cátodo frío. Además se propone un medidor de presión absoluta en conjunto con un analizador de gases, Estos dos últimos son de gran utilidad cuando se introducen gases a la cámara de vacío después de hacer vacío, siendo este el proceso de operación básico en un tokamak [74].

6.2.1 Análisis Estructural de la Cámara de Vacío

La análisis estructural se realizó mediante el software INVENTOR AUTODESK™ empleando la herramienta de simulación de tensiones. Para iniciar el análisis se introdujeron las propiedades de los materiales empleados. En este caso se utilizó un acero inoxidable (20CB3) con las siguientes propiedades: densidad de masa de 8.08 g/cm^3 , límite de elasticidad de 250 MPa , Módulo de Young de 193 GPa y Coeficiente de Poisson de 0.3 *su* . Para después, aplicar condiciones de frontera que restringen al modelo, así como las presiones similares a las presentadas durante procesos de vacío en la vida real (Figura 56 con cargas de presión de 0.10135 MPa).

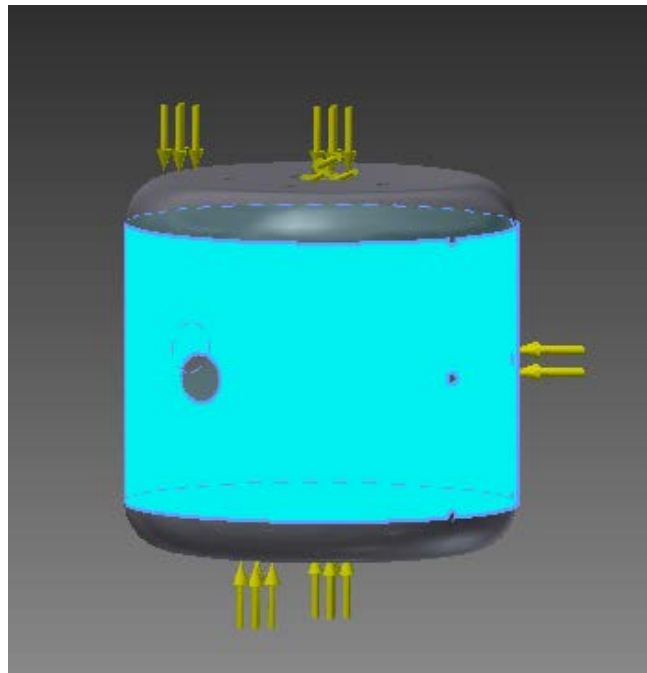


Figura 56. Cargas aplicadas a la superficie de la cámara de vacío.

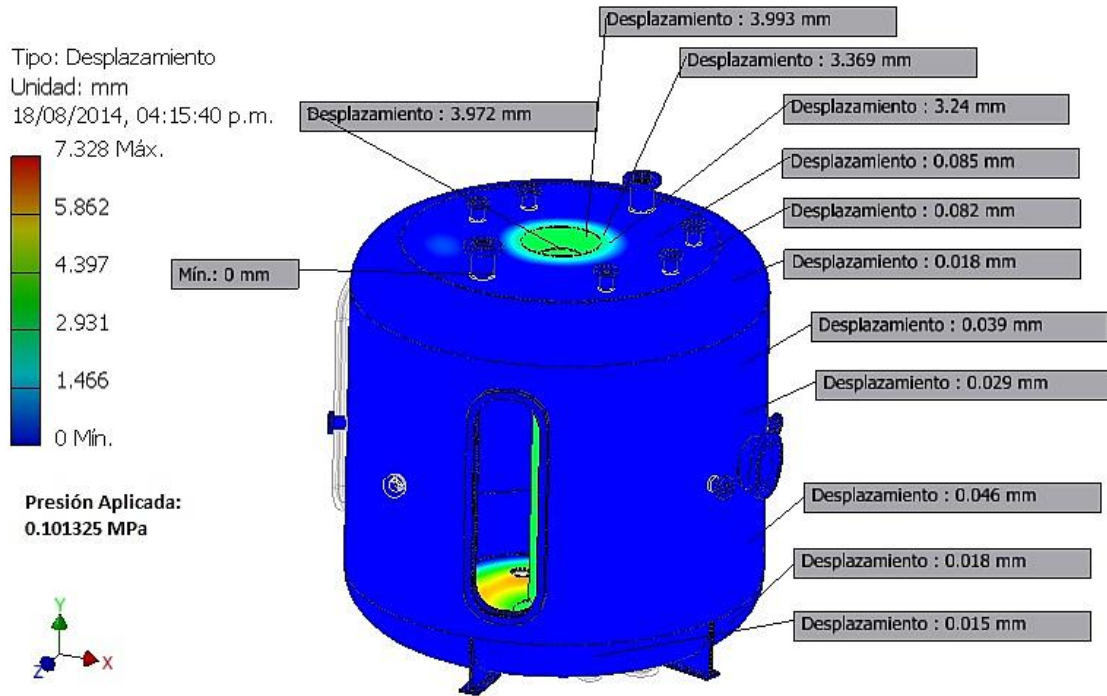


Figura 57. Análisis estructural de la cámara de vacío en desplazamiento

El programa genera una malla sobre toda la superficie de la cámara y posteriormente realiza el cálculo de tensiones, deformaciones y coeficiente de seguridad mediante el método de elementos finitos.

El análisis estructural de desplazamiento Figura 57, se realizó aplicando una presión aproximada de 0.10135 MPa sobre toda la superficie de la cámara de vacío, exceptuando los soportes, los cuales fueron fijados como condiciones de frontera.

Este análisis mostró un desplazamiento máximo de 3.993 mm para la parte cercana al centro de la cámara y un desplazamiento mínimo de 0.015 mm para la superficie exterior curva que comprende la transición de la cara cilíndrica exterior y

las caras planas superior e inferior. Los resultados aunque buenos, demuestran una falta de rigidez en la cámara, lo que se traduciría en un aumento en el grosor de la lámina de acero inoxidable de 4.762 mm a 6.350 mm ($1/4$ de pulgada).

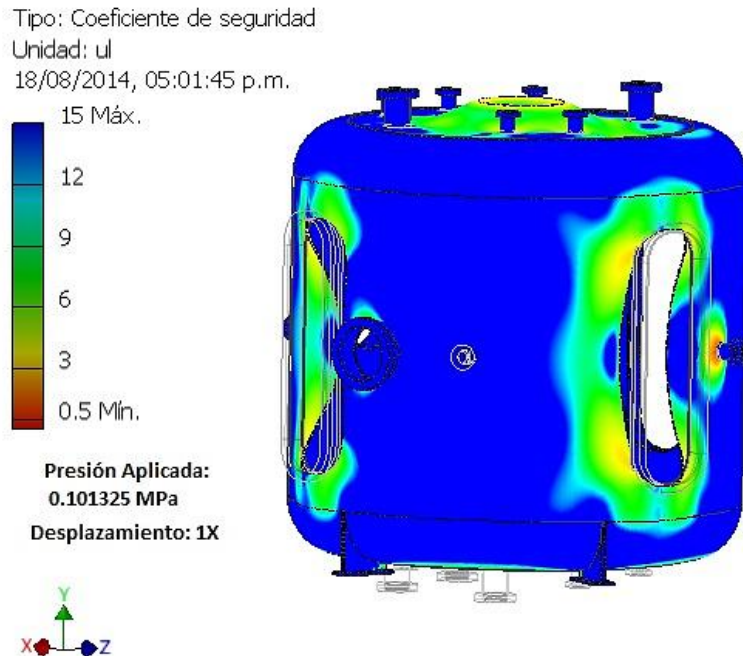


Figura 58. Análisis del factor de seguridad para la cámara de vacío con dramatización de la deformación 1X.

En la Figura 58 se muestra el análisis realizado para el coeficiente de seguridad. (El coeficiente de seguridad está definido como el cociente de la capacidad máxima de carga de un sistema y el valor requerido de carga al que será sometido, dando como resultado un margen mínimo de prestaciones en situaciones aleatorias [75]). En esta misma imagen se dramatiza la deformación de la cámara de vacío por X , donde X puede ser 2, 3, 4, y 5, con lo cual se observa con claridad la contracción de las paredes de la cámara, produciendo una protuberancia en las caras superior e inferior debido a una mayor rigidez en

magnético, así como, el porcentaje de rizo de campo magnético generado por la utilización de bobinas discretas. La Figura 60 nos muestra el cálculo porcentual del rizo magnético con respecto a la posición radial de la pata exterior de las bobinas de campo toroidal (radio de bobina) y el radio del plasma.

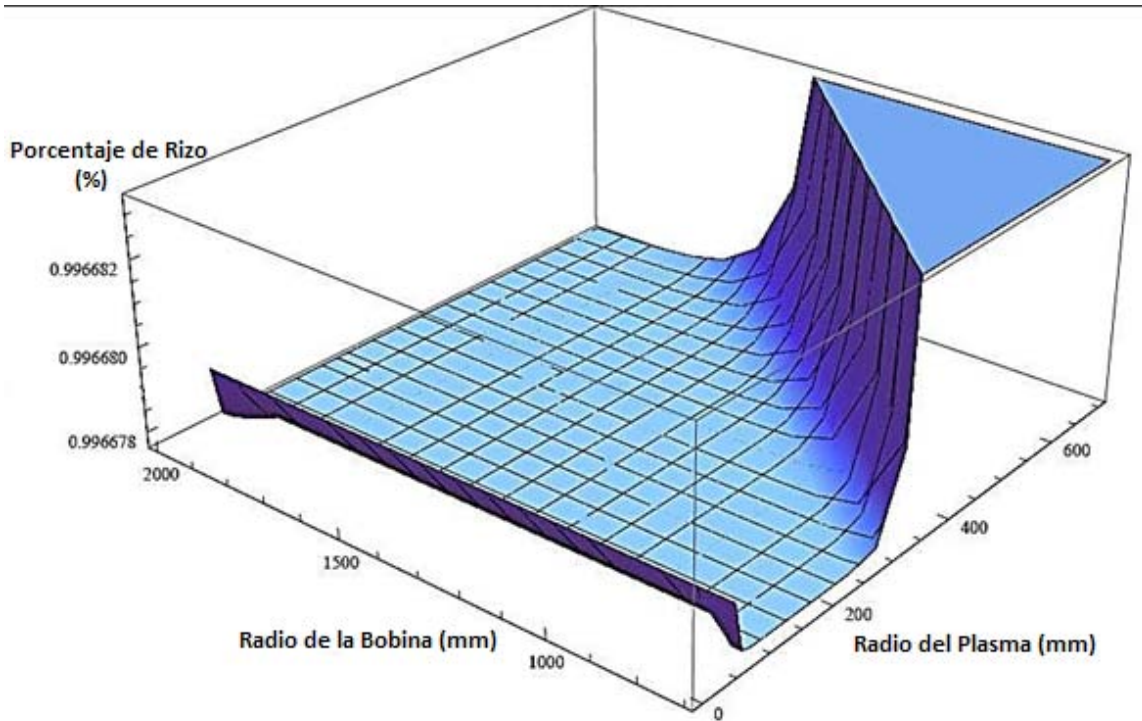


Figura 60. Cálculo porcentual del rizo de campo magnético, respecto a la posición del pie externo de la bobina de campo toroidal y el radio del plasma.

Una vista superior de la Figura 60 nos proporciona una manera más fácil de localizar una posición adecuada que nos brinde un porcentaje de rizo de campo magnético más bajo. Una ubicación preferencial se encuentra a una distancia de 1250 mm, donde el porcentaje de rizo magnético teórico es aproximadamente de

0.996 % (Figura 61), lo que resulta en un buen confinamiento y en consecuencia en la disminución de la deformación de la columna de plasma.

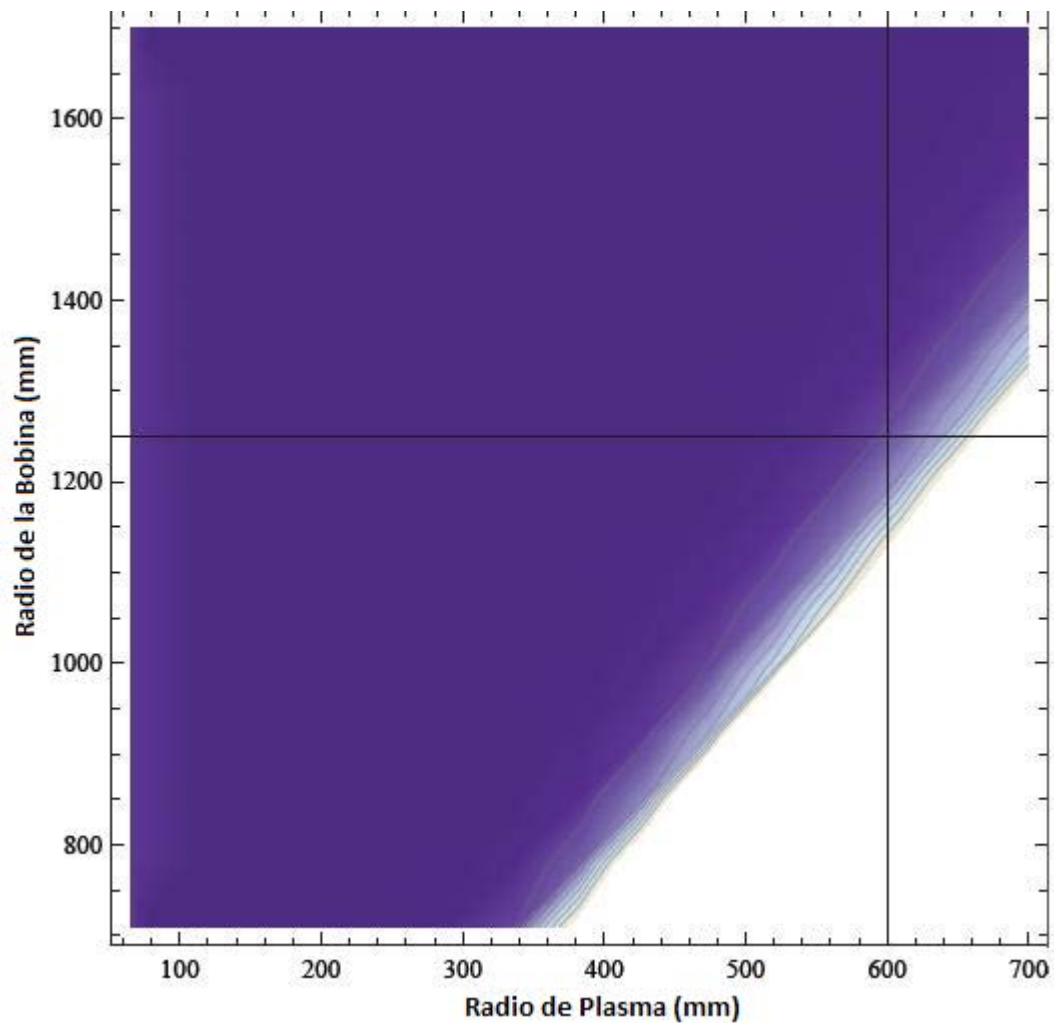


Figura 61. Posición de la pata exterior de la bobina de campo toroidal respecto al radio del plasma. Un color azul más intenso nos muestra la disminución en el porcentaje de rizo de campo magnético.,

Por otro lado, otro factor importante para el desarrollo del diseño es encontrar la cantidad de bobinas necesarias. La Figura 62 muestra el análisis realizado para encontrar el número de bobinas de campo toroidal respecto al rizo de campo magnético.

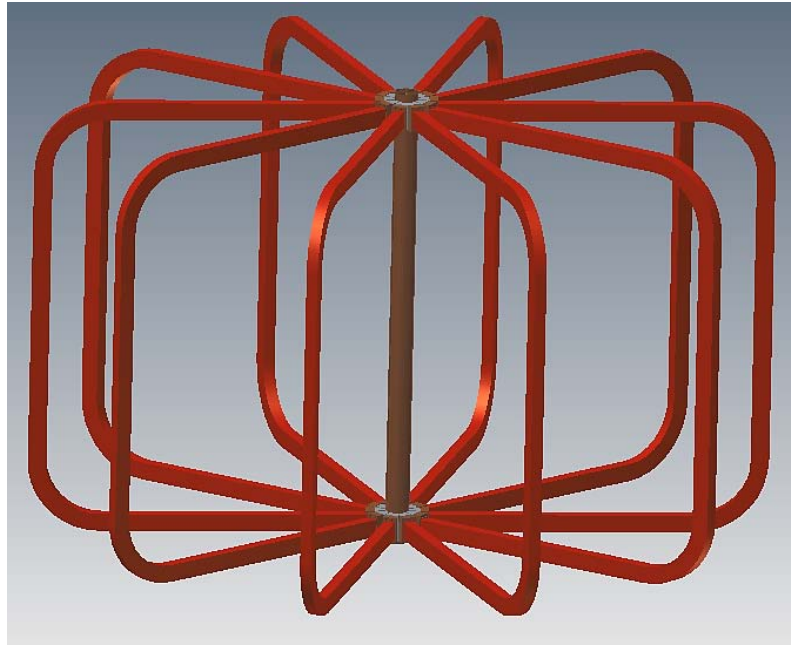


Figura 63. Sistema de bobinas de campo toroidal, Las bobinas son de forma rectangular y están compuestas por 3 componentes principales.

Las bobinas de campo toroidal consisten de tres partes (Figura 64): pata interior, pata exterior y uniones de patas (soportes). La pata exterior es un prisma rectangular de $60\text{ mm} \times 40\text{ mm}$ (sección transversal cuadrada) , mientras que la pata interior es de forma triangular (parecida a una rebanada de pastel), de aproximadamente 36° de apertura, radio exterior de 41.25 mm y radio interior de 5 mm .

Cada bobina de campo toroidal tiene una altura de 1524 mm y un radio de 1243 mm . Su estructura interior está conformada por alambres conductores (alambre de cobre), un aislante de resina epoxica además de un sistema de enfriamiento a base de agua.

En la siguiente sección se hablará más acerca del diseño interior de las bobinas de campo toroidal.

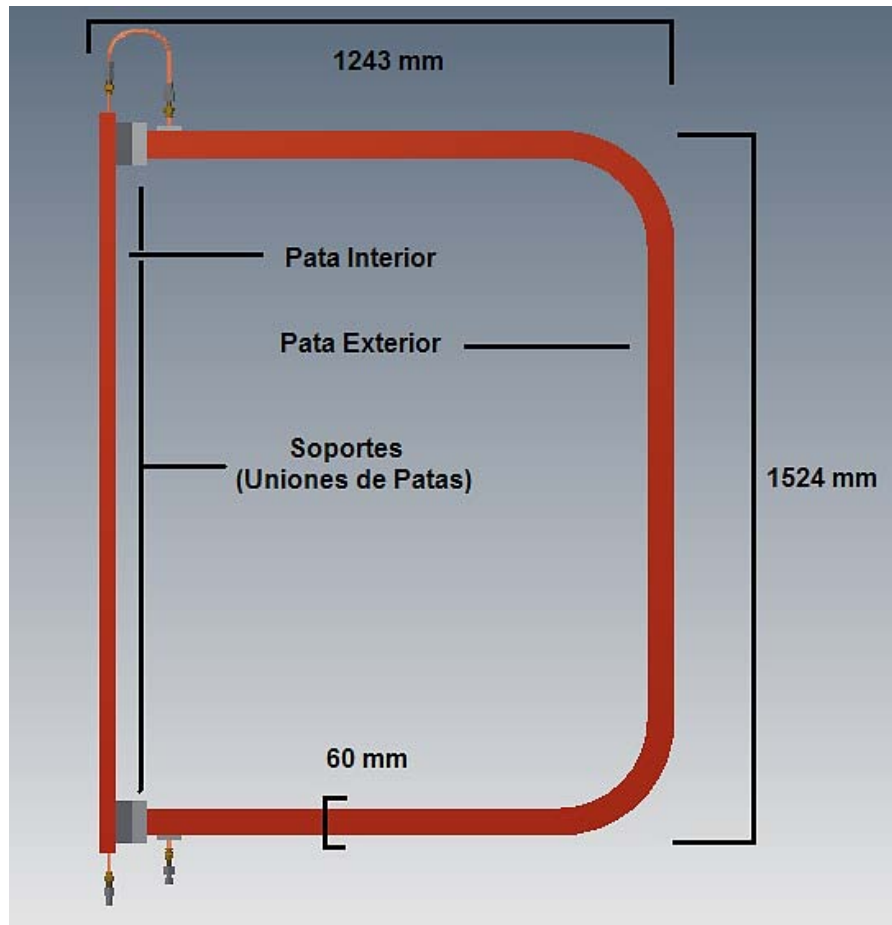


Figura 64. Sistema completo para una bobina de campo toroidal.

6.3.1 Diseño Interior

El diseño de las bobinas de campo toroidal, como ya se observó, está dividido en tres partes. Las patas interiores y exteriores tienen diseños diferentes, debido a que cada tipo de patas está sujeto a condiciones particulares de diseño. La condición más importante para las patas interiores, es que éstas deben estar

juntas en la parte interna de la cámara de vacío, mientras que las patas exteriores deben ser lo bastante rígidas para soportar las cargas generadas por el campo magnético y su interacción con las bobinas de campo poloidal.

Las patas interiores y exteriores están divididas en cuatro partes: Armadura de acero, aislante epoxi, conductores de cobre y sistema de enfriamiento. La armadura de acero para la pata interior tiene un grosor 1 mm, mientras que para la exterior, la armadura tiene un grosor de 2 mm.

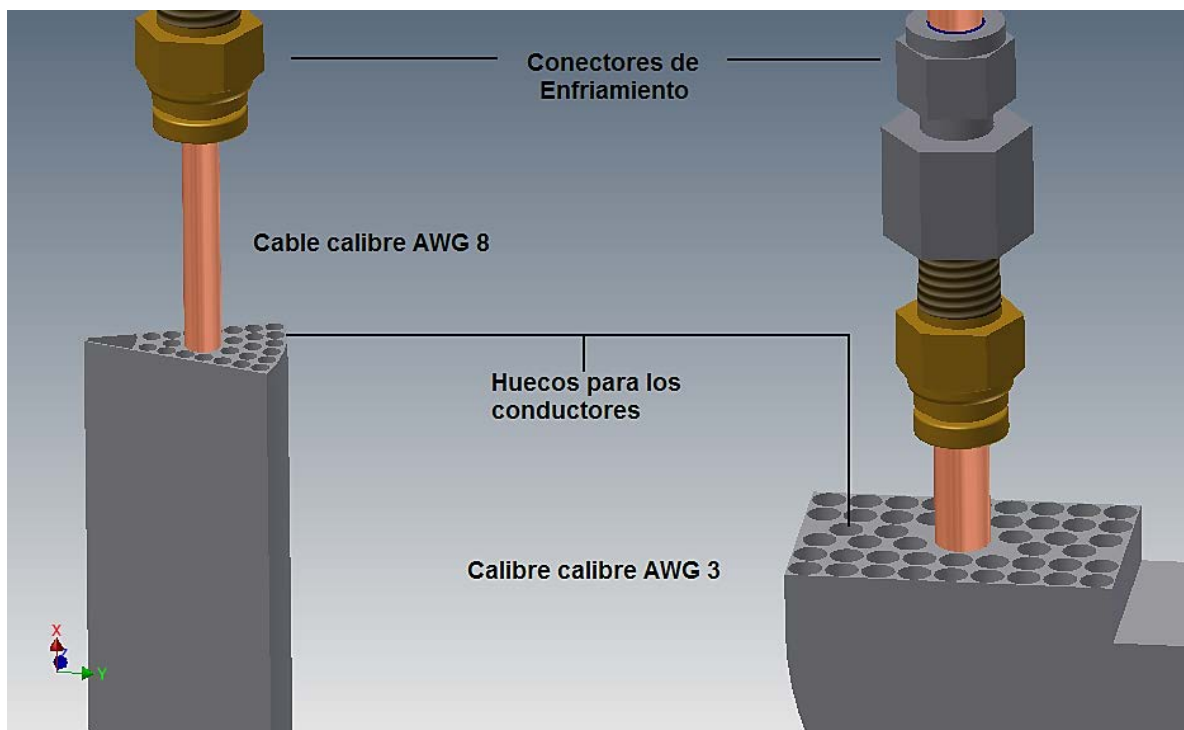


Figura 65. Vista interior sobre una bobina de campo toroidal. La estructura gris representa al aislante epoxi.

Para la pata exterior de las bobinas de campo toroidal se sugiere la utilización de cuarenta y cinco conductores de cobre de calibre AWG 3 (Max. 86 A a 60°C), con un sistema de enfriamiento de tubo de cobre de calibre 3/8". Para la pata interior

se sugiere la utilización de veinticuatro conductores de cobre de calibre AWG 8 (Max. 40 A a 60°C), con un sistema de enfriamiento de tubo de cobre de calibre 1/4". En Figura 65 se muestra el interior de una bobina de campo toroidal

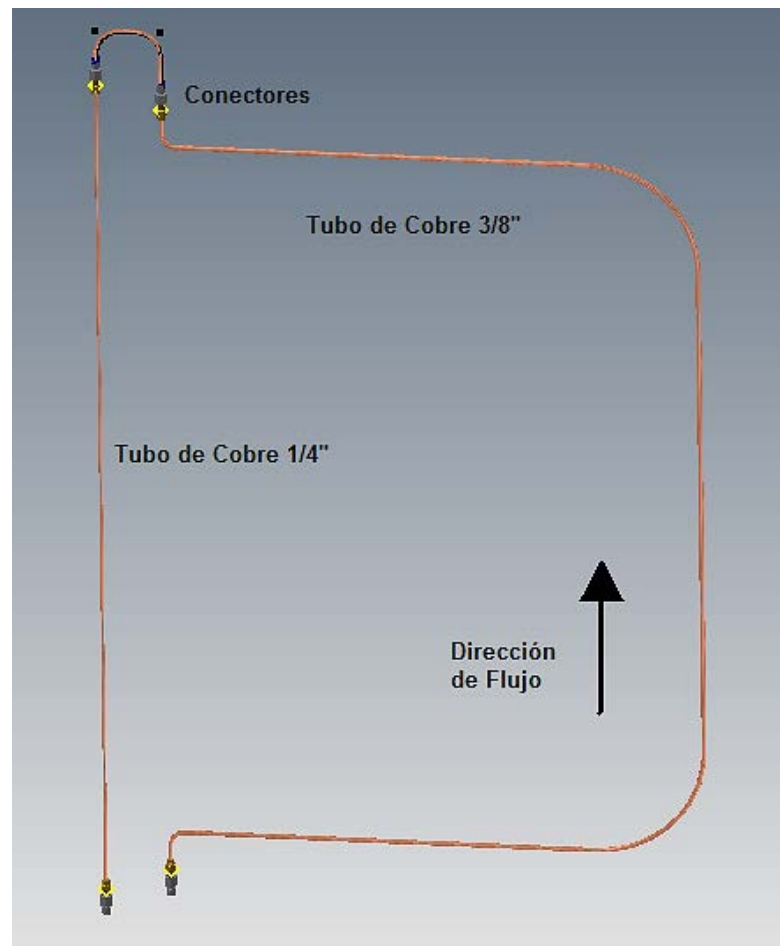


Figura 66. Sistema de enfriamiento para una bobina de campo toroidal.

Las Figuras 66 y 67 muestran el sistema de enfriamiento para las bobinas de campo toroidal y el aislante de resina epoxica, respectivamente. Aunque en el diseño se propone específicamente un material aislante, es necesario buscar uno que cumpla con un alto aislamiento eléctrico pero que a su vez permita la

conducción de calor, ya que este a su vez, también pertenece al sistema de enfriamiento.

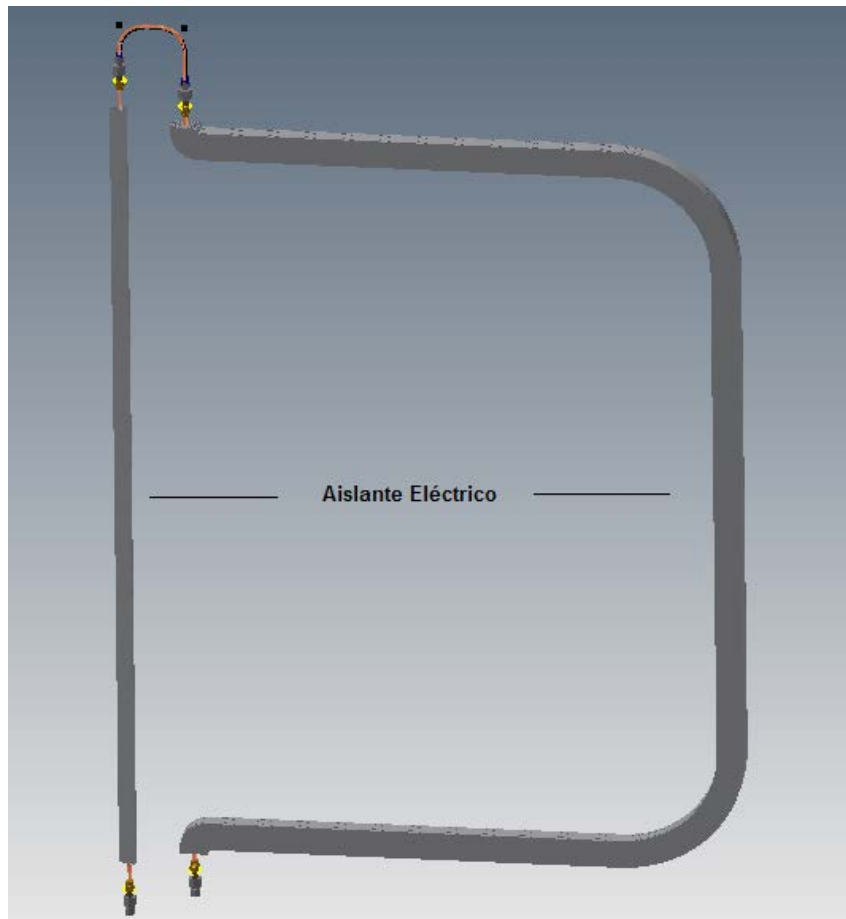
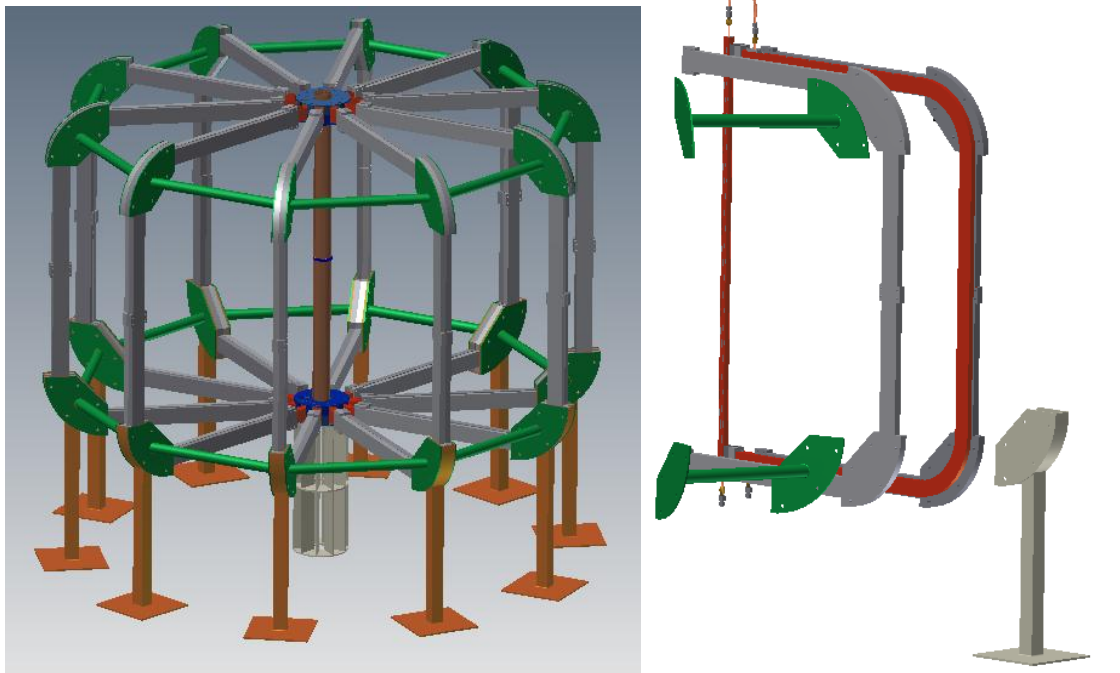


Figura 67. Aislante térmico rodeando al sistema de enfriamiento en una bobina de campo toroidal.

6.3.2 Soportes y Análisis Estructural

Una forma de evitar la deformación de las bobinas de campo toroidal es introducir soportes que refuercen la rigidez del sistema (Figura 68 a)). Para evitar una deformación a lo largo de la bobina se diseñó un encapsulado de acero de alta resistencia el cual está dividido en dos partes simétricas las que muestran en la Figura 68 b)). Por otro lado, para evitar la deformación en la partes de unión de las

patas externas con las internas se diseñó un conjunto de soportes laterales los cuales distribuyeran las cargas de manera uniforme entre cada una de las bobinas. Estos soportes consisten en tubos de acero puestos de manera transversal entre dos bobinas continuas, la Figura 68 b) muestra el conjunto de pares de soportes que corresponde a cada espacio de separación entre cada bobina.



a)

b)

Figura 68. a) Estructura de la bobina de campo toroidal, b) Vista general del conjunto de soportes y encapsulado en las bobinas de campo toroidal.

Al igual que el análisis hecho para la cámara de vacío, se realizó un análisis estructural para las bobinas de campo toroidal en conjunto con el ensamblaje del encapsulado de acero y los soportes laterales.

Para calcular la fuerza ejercida por cada bobina primero se calculó el campo magnético haciendo una simplificación del diseño, es decir, se tomó a la bobina como un cable infinito el cual interactúa sólo con sus primeros vecinos, entonces el campo magnético producido por uno de los cables con respecto a un cable adyacente es

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} , \quad (214)$$

donde I es la corriente que pasa por el cable y d la distancia entre los cables.

Tomando en cuenta que el campo magnético propuesto es de $0,3 \text{ Teslas}$. Y que la fuerza producida por el campo magnético está dada por

$$\mathbf{F} = I_b (\mathbf{u}_t \times \mathbf{B}_a) L , \quad (215)$$

donde I_b es la corriente que pasa por el segundo alambre y B_a es el campo magnético generado por el primer alambre por el cual pasa una corriente I_a . Entonces la magnitud de la fuerza generada por el campo magnético es

$$|\mathbf{F}| = \frac{\mu_0 I_a I_b L}{2\pi d} , \quad (216)$$

donde I e I' son las corrientes que pasan por cada una de las bobinas (960.457 kA), L es la altura de la bobina ($\sim 0.625 \text{ m}$) y d (1.404 m) la distancia radial entre bobinas vecinas [76,77].

Por lo tanto la magnitud de la fuerza ejercida por el campo magnético de una bobina con respecto a sus vecinas es de 358,321.9 N.

La Figura 69 expone los resultados obtenidos para el análisis de desplazamiento. El mayor desplazamiento se encontró en la parte intermedia de la bobina con 0.006449 mm, mientras que el menor es de 0.00292 mm

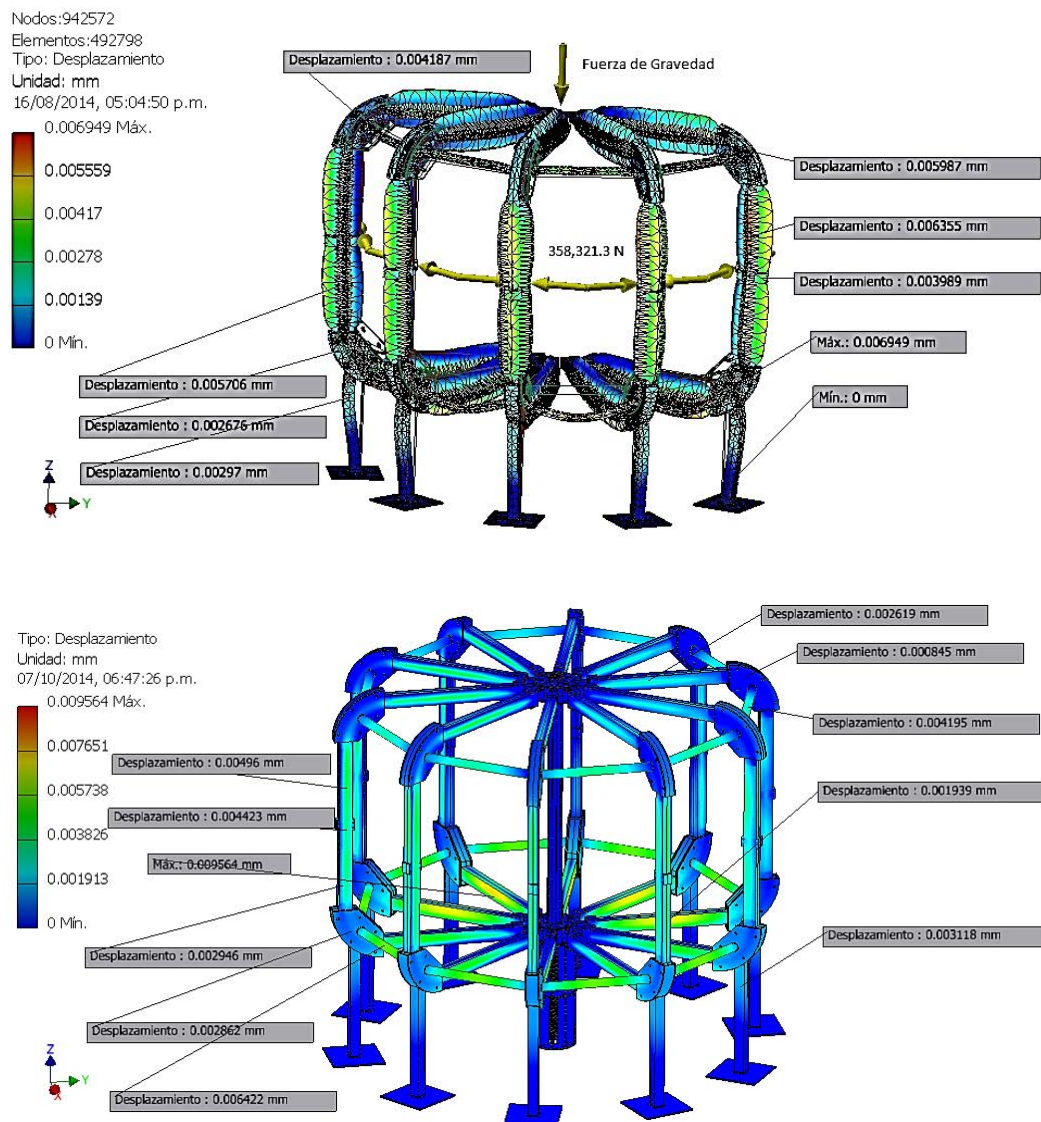


Figura 69. Análisis de desplazamiento para el sistema de bobinas de campo toroidal. La imagen superior se muestra las condiciones impuestas, mientras que la inferior se muestra el análisis hecho a toda la estructura.

Con respecto al factor de seguridad los resultados se muestran en la Figura 70. Los resultados del análisis muestra un alto factor de seguridad de 15 *ul* para todo el sistema de bobinas de campo toroidal y por lo tanto no se espera tener alguna deformación, fractura o ruptura en la armadura de las bobinas, encapsulado de acero y soportes laterales.

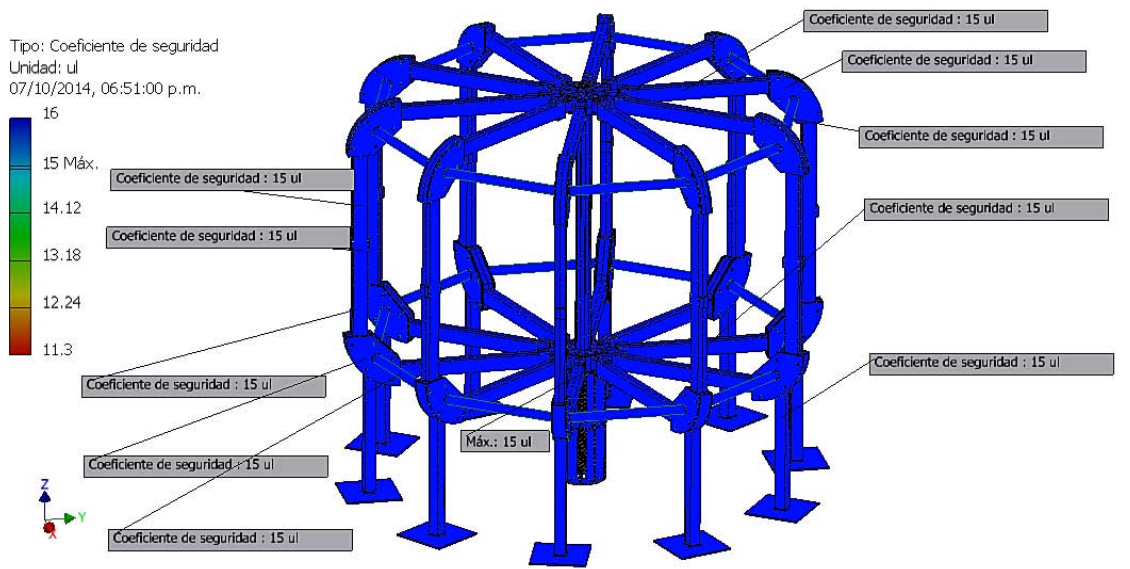


Figura 70. Análisis de deformaciones para el sistemas de bobinas de campo toroidal.

Sin embargo, hay que tomar en cuenta que las fuerzas que se aplican sobre las caras laterales de las bobinas son equilibradas por la interacción de la bobinas adyacentes y entonces una deformación sólo aparecería cuando existieran defectos en la fabricación de las bobinas (fluctuaciones en los valores del campo magnético entre diferentes bobinas), o bien, si se toma en cuenta la torca ejercida por las bobinas de campo poloidal se podría demostrar que existe una importante concentración de esfuerzos en las uniones de las patas internas con las externas.

6.4 Bobinas de Campo Poloidal

El sistema de bobinas de campo poloidal es el sistema más complejo de toda la máquina, la gran cantidad de piezas y la exactitud de cada una de ellas, hace que el sistema sea difícil de diseñar y fabricar. Aunque no hay una división específica del sistema, se puede hacer una clasificación en tres grupos: Solenoide central o de calentamiento óhmico, bobinas de control exteriores e interiores y bobinas de equilibrio. La Figura 71 muestra el solenoide central y el grupo de bobinas de control interno.

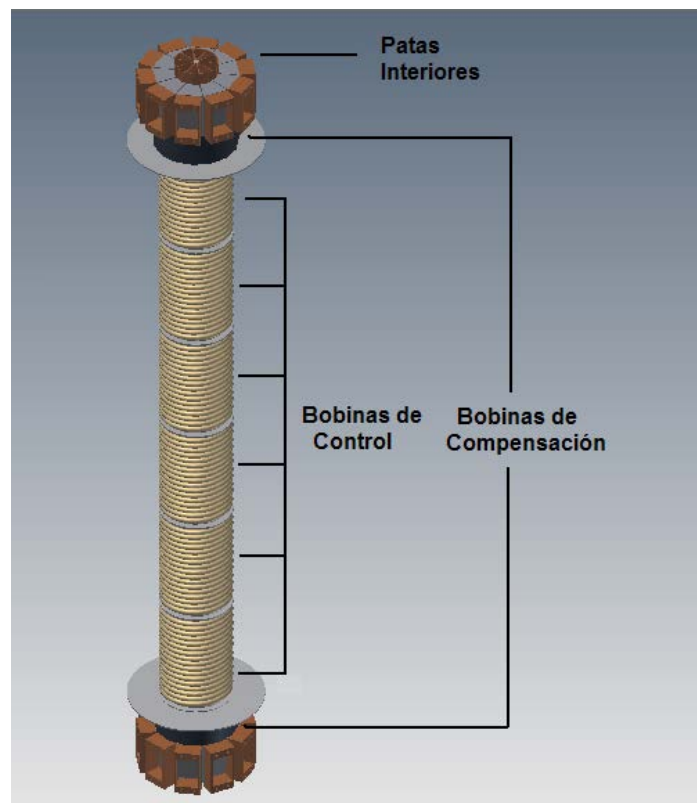


Figura 71. Solenoide central, con las seis bobinas de control

El grupo del solenoide central está constituido por las patas internas del sistema de bobinas de campo toroidal que rodean a una barra de acero de un diámetro de

10 mm. Alrededor de esto se encuentra un devanado de alambre de cobre de 1240 mm de longitud y 12.5 mm de espesor (bobina de calentamiento óhmico) recubierto por una capa aislante epoxi de 2 mm, que a su vez está rodeada por una estructura cilíndrica de acero de 2 mm de espesor que es la base para las seis bobinas de alambre de cobre que son parte del grupo de control interno (con un diámetro de 12.5 mm). Para evitar efectos adversos y defectos en la forma del campo se añadieron dos bobinas de compensación en los extremos del solenoide (con diámetro interior de 82.5 mm y exterior de 162.49 mm). Cualquiera de las bobinas anteriores puede ser energizada independientemente lo que proporcionaría un excelente control de la columna de plasma. En la Figura 73 se observa las etapas de ensamblaje del solenoide central, desde la unión de las patas interiores hasta el devanado de las bobinas de control.

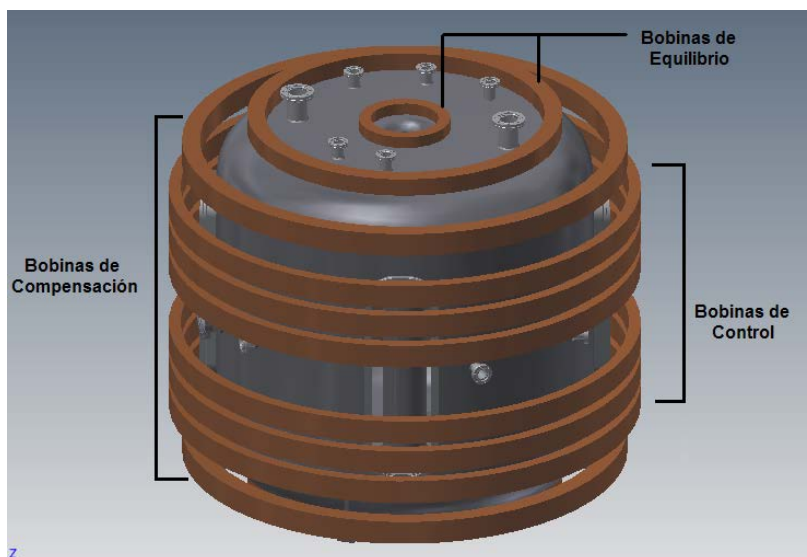


Figura 72. Vista panorámica de los subsistemas de control y bobinas de equilibrio.

Por otra parte, el grupo de bobinas de control externo y las bobinas de equilibrio (en adición con dos bobinas de compensación) pueden observarse en la Figura

72, donde seis bobinas de control externo (con un diámetro de 1660 mm) están posicionadas en dos grupos de tres bobinas cada uno colocadas simétricamente con respecto al ecuador de la cámara de vacío. Las bobinas de equilibrio se encuentran por encima y por debajo de la cámara de vacío, y tienen diámetros de 1371.45 mm , 935.42 mm , 227.48 mm .

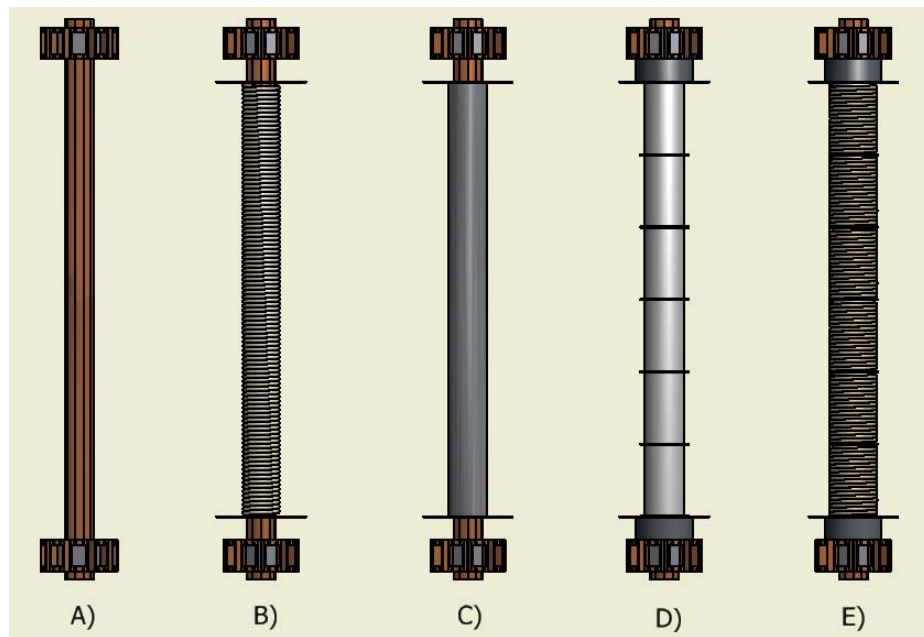


Figura 73. Sistema de solenoide central. A) Patas interiores del conjunto de bobinas de campo toroidal, B) devanado de cobre, C) aislante epoxi, D) armazón de acero e introducción de bobinas de compensación, E) bobinas de control interno.

6.4.1 Soportes y Análisis Estructura

Al igual que las bobinas de campo toroidal, las bobinas de campo poloidal están compuestas por tres elementos: armadura, aislante epoxi y cableado de cobre. La diferencia principal entre cada tipo de bobina de campo poloidal radica en la diferencias de radio.

Para las bobinas de diámetro 1660 mm , 1371.45 mm se diseñó un soporte que se acoplara al encapsulado de las bobinas de campo toroidal, mientras que para las demás bobinas se diseñaron soportes independientes los cuales podrían ser soldados a la superficie de la cámara de vacío. En la Figura 74 a), se muestra el soporte diseñado para las bobinas de control externo mientras que en b) se muestran los soportes individuales para la bobinas de equilibrio.

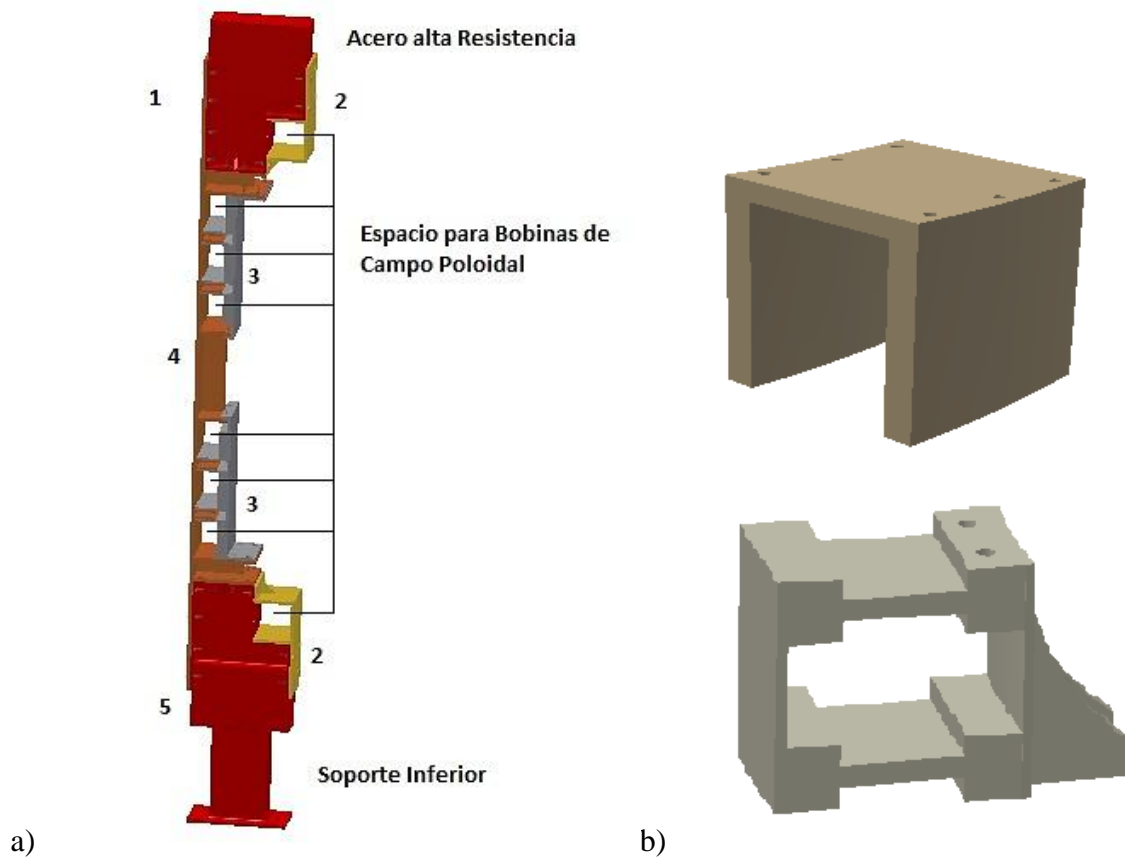


Figura 74. a) Soporte diseñado para las bobinas de control externo y dos bobinas de equilibrio, los números representan cada uno de las piezas del soporte. b) Soportes individuales para las demás bobinas de equilibrio.

Para calcular las cargas aplicadas a los soportes, primero se buscó simplificar el sistema tomando en cuenta solo las interacciones de las bobinas a primeros vecinos, además de suponer que cada bobina puede ser vista como una espira circular. Entonces la fuerza generada por el campo magnético de una espira con respecto a otra que se encuentra debajo (o encima) de ella (78) (79), está dada por la relación

$$\mathbf{F} = I_b \oint (\mathbf{u}_t \times \mathbf{B}_a) \cdot d\mathbf{l}_b , \quad (217)$$

donde I_b es la corriente que pasa por la espira a , \mathbf{u}_t es el vector tangencial a la dirección de la corriente que pasa por la espira b , \mathbf{B}_a es el campo magnético generado por a y $d\mathbf{l}_b$ es el elemento de corriente de la espira de radio b .

Tomando en cuenta que el campo magnético de la espira de radio a tiene dos componentes: una radial B_y y una axial B_z dadas por

$$B_y = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi b} \frac{z}{(a+b)^2+z^2} \left(-K(\mathbf{m}) + \frac{a^2+b^2+z^2}{(a-b)^2+z^2} E(\mathbf{m}) \right) , \quad (218)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi b} \frac{z}{(a+b)^2+z^2} \left(\frac{2a^2 b}{(a-b)^2+z^2} E(\mathbf{m}) + bK(\mathbf{m}) - b \frac{a^2+b^2+z^2}{(a-b)^2+z^2} \right) , \quad (219)$$

con $\mathbf{m} = \frac{4ab}{(a+b)^2+z^2}$, z la distancia entre las espiras $a-b$ y $K(\mathbf{m})$, $E(\mathbf{m})$ las integrales

elípticas de primer y segundo tipo respectivamente, definidas por

$$K(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-m \sin^2 \theta}} , \quad (220)$$

$$E(m) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-m \sin^2 \theta} d\theta . \quad (221)$$

Observando que la componente B_y produce una fuerza en la dirección z para un elemento de corriente $dl_b = b \cdot d\theta$, entonces la fuerza es

$$F_z = -I_b \oint (\mathbf{1} \cdot \mathbf{B}_y \cdot \sin 90^\circ) \cdot b \cdot d\theta = -2\pi B_y I_b b , \quad (222)$$

Si se toma que la magnitud del campo magnético generado por cada una de las bobinas es alrededor de $0.1 T$ a $0.3 T$, entonces la fuerza neta generada por cada bobina será entre $33,697 N$ a $303,271 N$, sin embargo la fuerza será distribuida entre diez soportes con lo cual se tiene que cada soporte tendrá una fuerza aplicada de alrededor de $3,369.7 N$ a $30,327.1 N$ por cada una de las bobinas, más la adición de $784 N$ (80 Kg) debido al peso de cada bobina.

En la Figura 76 se observa el análisis de desplazamiento para una magnitud de campo magnético de $0.1 T$, encontrándose que el máximo desplazamiento es de $0,005519 \text{ mm}$ en la parte media del soporte.

Al aumentar el campo magnético a $0.2 T$ y $0.3 T$ (Figuras 76 y 77) se observa un considerable aumento en el desplazamiento en la parte media del soporte, siendo el máximo desplazamiento de 0.02147 mm para $0.2 T$ y de 0.04848 mm para $0.3 T$. No obstante, la magnitud de estos desplazamientos sigue siendo lo bastante chicos para influir directamente en el funcionamiento del tokamak.

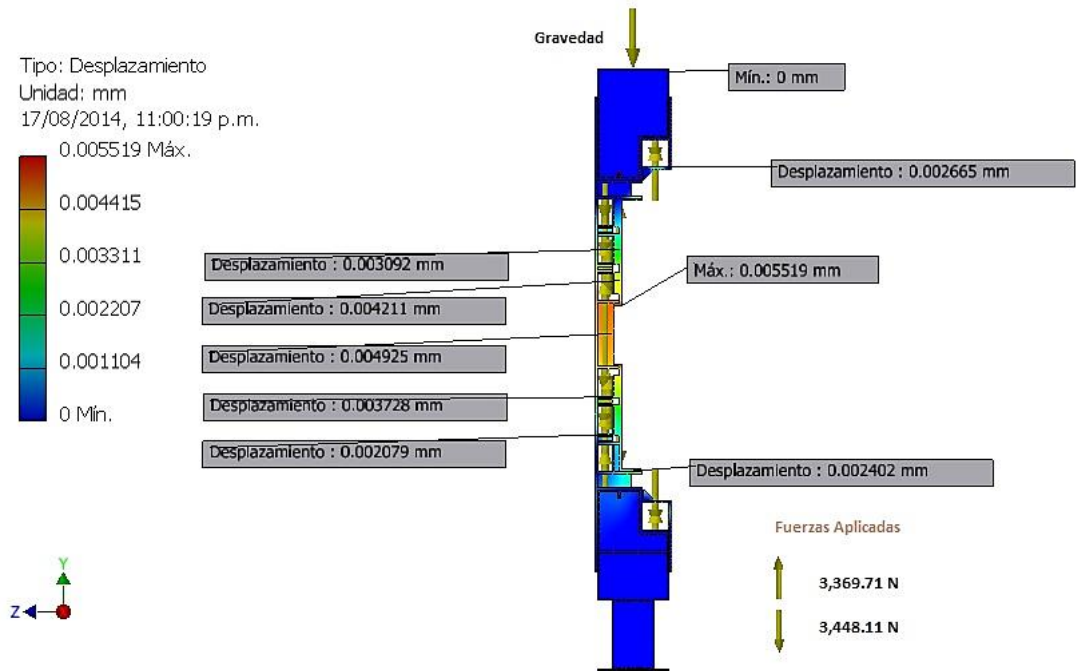


Figura 75. Análisis de desplazamiento para una magnitud de campo magnético de 0.1 T.

Por lo tanto, a medida que el campo magnético aumente se confía en que el soporte distribuya los esfuerzos eficientemente, sin que exista algún riesgo de ruptura o deformación excesiva. Por otro lado, una mejora que podría ser plausible, sería la adición de una placa de acero entre los componentes 3 (Figura 74 a) de manera que estos componentes se comporten como uno solo. Esto reduciría notablemente las tensiones entre los componentes 3 y 4, agregando rigidez al sistema.

Como forma complementaria se realizó el análisis del coeficiente de seguridad para el soporte, pero ya que se tienen deformaciones pequeñas, el coeficiente de seguridad tiende a ser muy grande para toda la estructura como puede ser observar en la Figura 78.

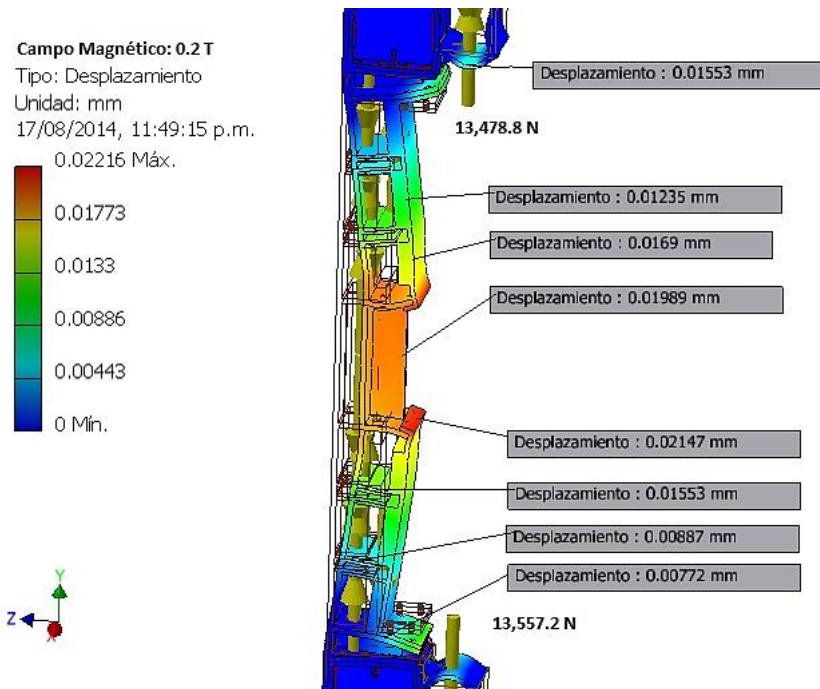


Figura 76. Análisis de desplazamiento con una dramatización de 1X para una magnitud de campo magnético de 0.2 T.

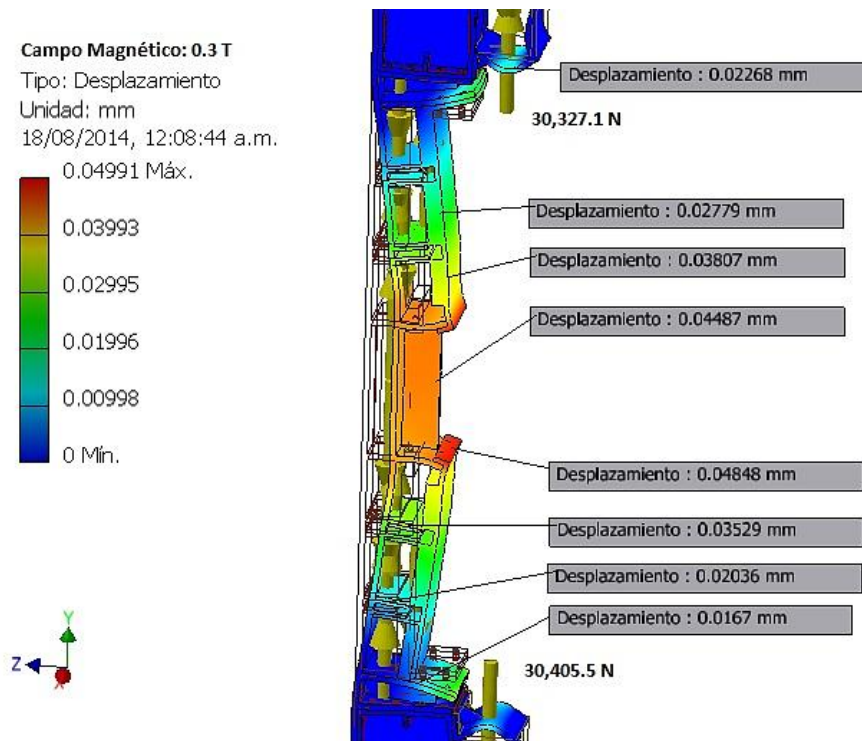


Figura 77. Análisis de desplazamiento con una dramatización de 1X para una magnitud de campo magnético de 0.3 T.

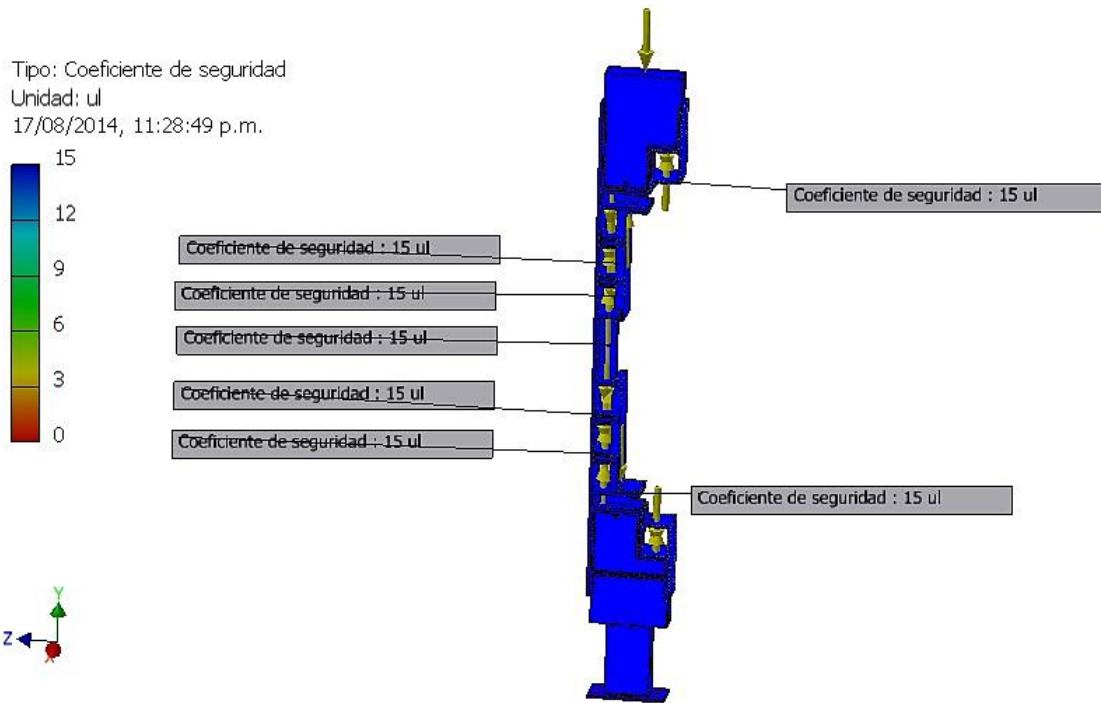


Figura 78. Análisis para el coeficiente de seguridad para una magnitud de campo magnético de 0.3 T.

Para cualquiera de los soportes o estructuras vistas con anterioridad el anexo de planos contiene todas las medidas utilizadas para el diseño y fabricación de cada componente expuesto en esta tesis.

6.5 Código 3D-MAPTOR

El código 3D- MAPTOR ha sido desarrollado por Esteban Chávez del Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares (ININ) con el fin de simular las líneas de campo magnético en tokamaks a partir de una densidad de corriente prescrita, y las corrientes de bobinas de campo toroidal y poloidal. Esto permite de manera natural visualizar el rizo producido por el carácter finito de las bobinas de campo toroidal. Sin embargo, para ciertos estudios, en donde es necesario contar con

una axisimetría absoluta, es posible también substituir el campo de dichas bobinas por un campo toroidal continuo. Su principal desventaja es que la densidad de corriente del plasma que se proporciona es arbitraria, por lo que se procura que ésta se acerque lo más posible a situaciones de equilibrio, que pueden ser calculadas independientemente [80].

El código es útil para propósitos de diseño, dando una estimación de las corrientes necesarias, cuando se proporciona un número de bobinas con un determinado tamaño y razón de aspecto; dado que es tridimensional es posible estudiar el efecto del rizo de campo magnético y establecer cuándo las superficies de campo magnético podrían romperse debido a la pérdida de axisimetría.

Por otro lado, cuando las corrientes de un dispositivo son dadas mediante los datos obtenidos de un disparo (en el caso de un análisis post-experimento), el código permite realizar una reconstrucción del comportamiento de la columna de plasma así como determinar las superficies magnéticas existentes.

Como ya se había mencionado antes, el campo magnético toroidal es calculado de los campos magnéticos individuales del arreglo de bobinas alrededor del tokamak, o alternativamente mediante la pérdida producida por el rizo de campo magnético. La inductancia del campo magnético generado por las bobinas es obtenida en términos de funciones elípticas [80,81]. En el caso en el que el rizo es ignorado, el campo magnético está dado por $1/r$, donde r es la coordenada radial en coordenadas cilíndricas.

El campo poloidal es suministrado como un perfil de densidad de corriente la cual puede ser elegida arbitrariamente.

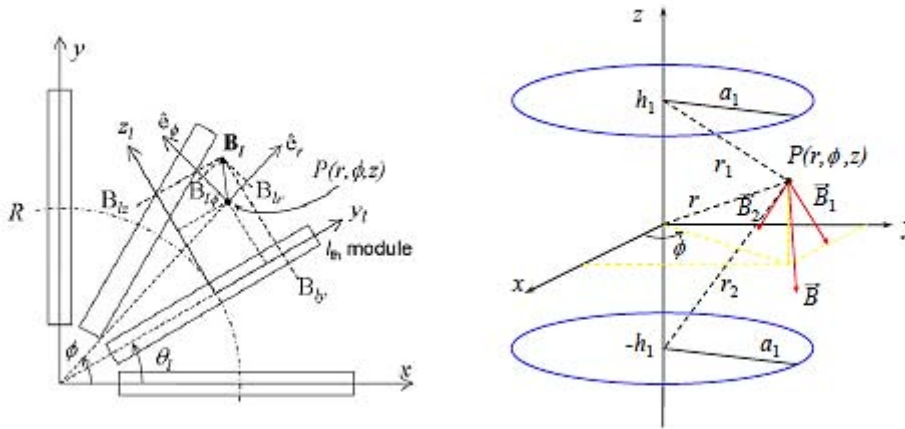


Figura 79. Sistema coordinado usado para la determinación del campo magnético debido a un conjunto de bobinas circulares.

El campo magnético creado por una distribución de densidad de corriente J esta dada por la ley de Biot-Savart, y por lo tanto un perfil de densidad de corriente podría ser elegido arbitrariamente tomando en cuenta algunos parámetros. La siguiente ecuación es una distribución de densidad de corriente comúnmente usada.

$$j_{\phi} = 4J_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right). \quad (223)$$

El código utiliza un conjunto de condiciones iniciales para las líneas de campo magnético, la cuales están expresadas por la siguiente ecuación

$$\frac{dx}{B_x} = \frac{dy}{B_y} = \frac{dz}{B_z} = \frac{ds}{B}. \quad (224)$$

El código por lo tanto, integra a lo largo del ángulo toroidal (Figura 79), tomando en cuenta el conjunto conformado por el plasma y corrientes en las bobinas. De lo anterior se obtienen los mapas de Poincaré que a su vez pueden ser obtenidos en

un plano aislado de la sección transversal a lo largo de las coordenadas toroidales.

Otra función del código permite observar la evolución de las líneas de campo del plasma, lo que nos ofrece una manera eficaz de apreciar el rizo debido al campo magnético de las bobinas de campo toroidal (Figura 80).

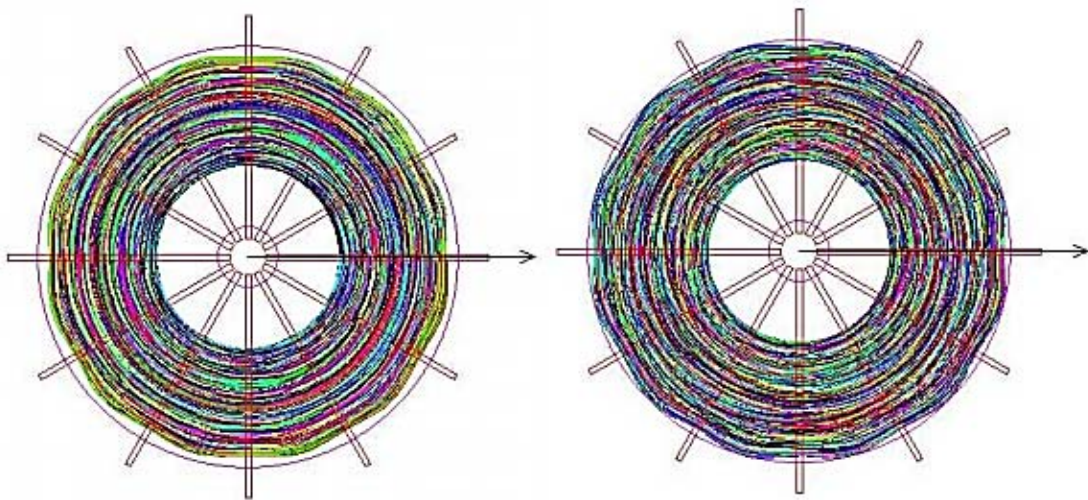


Figura 80. Trazado de las líneas de campo magnético vistas desde arriba. En la figura del lado derecho es posible observar el rizo producido por el campo magnético generado por las bobinas de campo toroidal.

A fin de obtener las superficies magnéticas, un conjunto de condiciones iniciales es suministrado en el plano ecuatorial, en un ángulo el cual es definido como 0° , y la parte de la línea de campo es obtenido por integración, usando el método de Runge-Kutta a cuarto orden.

6.5.1 Implementación del Código 3D-MAPTOR en el TMX-1

Como parte del proceso de diseño del tokamak TMX-1, se implementó el uso del código 3D-MAPTOR, para verificar que las bobinas de campo toroidal, así como las bobinas de campo poloidal y vertical, estuvieran en posiciones adecuadas para los experimentos, así mismo este proceso de simulación nos proporciona eficaces herramientas de estudio para el mejoramiento de la máquina y posibles defectos en su diseño.

En la Figura 81 se observa la configuración dispuesta en el Código 3D-MAPTOR para el tokamak TMX-1 al suministrar corrientes a todas las bobinas.

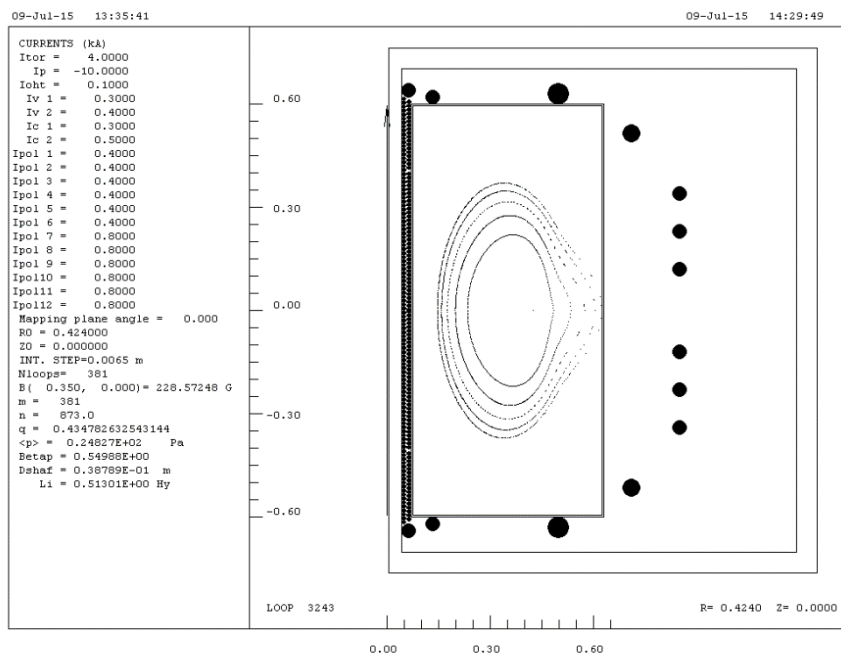


Figura 81. Configuración del arreglo de bobinas para el tokamak TMX-1 con el Código 3D-MAPTOR.

En el lado izquierdo de la Figura 81 se observa las corrientes suministradas para cada una de las bobinas del TMX-1, Así como la corriente propuesta para el plasma. La densidad de corriente propuesta para el TMX-1 teóricamente es la

misma que la utilizada para el Tokamak de Medusa [74] aunque se disminuyó la corriente de las bobinas de campo toroidal para obtener valores más razonables del factor de seguridad q . En el lado derecho de la figura se muestra de manera descriptiva todas las bobinas, con sus posiciones propuestas para el TMX-1, así como las líneas de campo magnético del plasma en un corte transversal definido a un ángulo 0° y aunque la cámara de vacío no se diseñó con forma rectangular es representada de esta manera para hacer más fáciles los cálculos.

Con relación al perfil de densidad de corriente del plasma utilizado para la simulación del tokamak TMX-1, éste fue determinado por un polinomio de cuarto grado, el cual es la aproximación de los datos obtenidos para el tokamak medusa y su perfil de densidad de corriente.

El perfil de densidad de corriente propuesto está dado por una función bidimensional

$$J(x, z) = J_0 * J(x) * J(z) \quad (225)$$

$$= J_0 * \left(1 - \left(\frac{z}{bx}\right)^2\right) * a + bx + cx^2 + 2dx^3 + ex^4 ,$$

con los coeficientes

$$a = 0864968$$

$$b = -2.32052$$

$$c = 15.5498$$

$$d = 2.83206$$

$$e = -35.4008$$

La Figura 82 muestra, las curvas de nivel obtenidas para el perfil de densidad de corriente para el TMX-1.

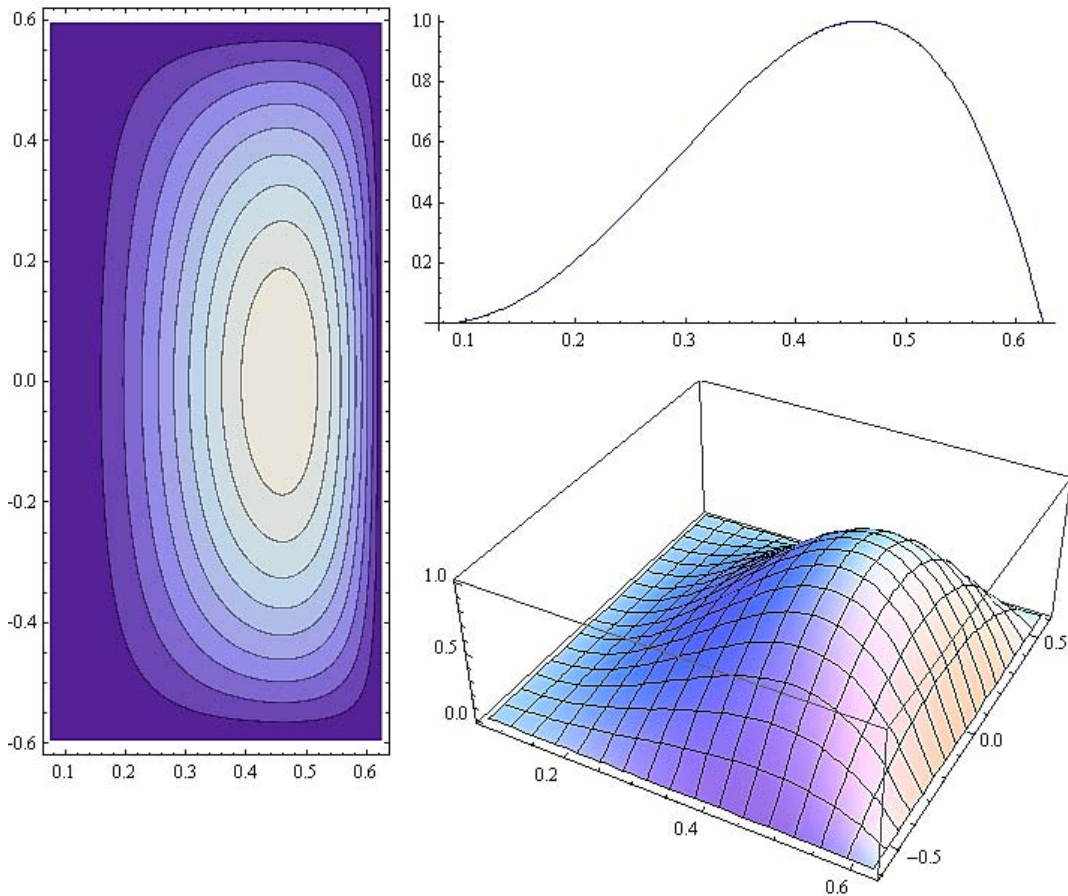


Figura 82. Gráfica de nivel para el perfil de densidad de corriente para el TMX-1. La gráfica del lado izquierdo son las curvas del nivel del perfil de densidad de corriente. La imagen del lado derecho superior es la gráfica del polinomio de cuarto orden con los coeficientes dados y la imagen del lado derecho inferior es el perfil de densidad de corriente tridimensional.

Entre los objetivos de la máquina se encuentra el estudio de las corrientes de Bootstrap, el estudio del rizo de campo magnético y la posibilidad de manipular la forma y posición de la columna de plasma en un tokamak. En la Figura 81 se muestra la generación una forma semielíptica del plasma, la configuración del

perfil de densidad de corriente mantiene parte del plasma cercano a la pared externa de la cámara, produciendo en este caso choques con la misma.

Las Figuras 83, 84 y 85 muestran diferentes configuraciones en las corrientes de las bobinas con el objetivo de cambiar la forma de la columna de plasma.

La Figura 83 muestra una configuración en la cual las bobinas de control internas y externas fueron desactivadas, produciendo superficies de plasma semicirculares pegadas a la pared externa de la cámara de vacío, siendo esta una configuración básica para todo tokamak.

En la Figura 84 se agregó una nueva bobina de campo poloidal en el plano Z igual a cero, como una forma de evitar el choque del plasma con la pared externa de la cámara de vacío. Así mismo, se puede apreciar un cambio en la altura del plasma atribuido a compresión generada por los campos magnéticos. La forma que se aprecia es muy parecida a una forma D generalmente estudiada.

Una de las formas más buscadas en la actualidad es una forma con triangularidad inversa (negativa), esta forma en cierta manera aumenta la β .

En la Figura 85 se observa una configuración de las corrientes de las bobinas del TMX-1 la cual forma una columna de plasma con una forma triangular inversa. Al aumentar la corriente en las bobinas de control internas es posible hacer más evidente la forma triangular inversa, como se puede apreciar en la Figura 86.

La Figura 87 se muestra una configuración en la cual la columna de plasma está totalmente deformada, la forma obtenida es parecida a la figura de un frijol (bean), este tipo de figura ayuda al estudio de las superficies del plasma y ayuda a definir parámetros necesarios para implementar el control activo de las bobinas de campo poloidal y del campo vertical para nuevos dispositivos.

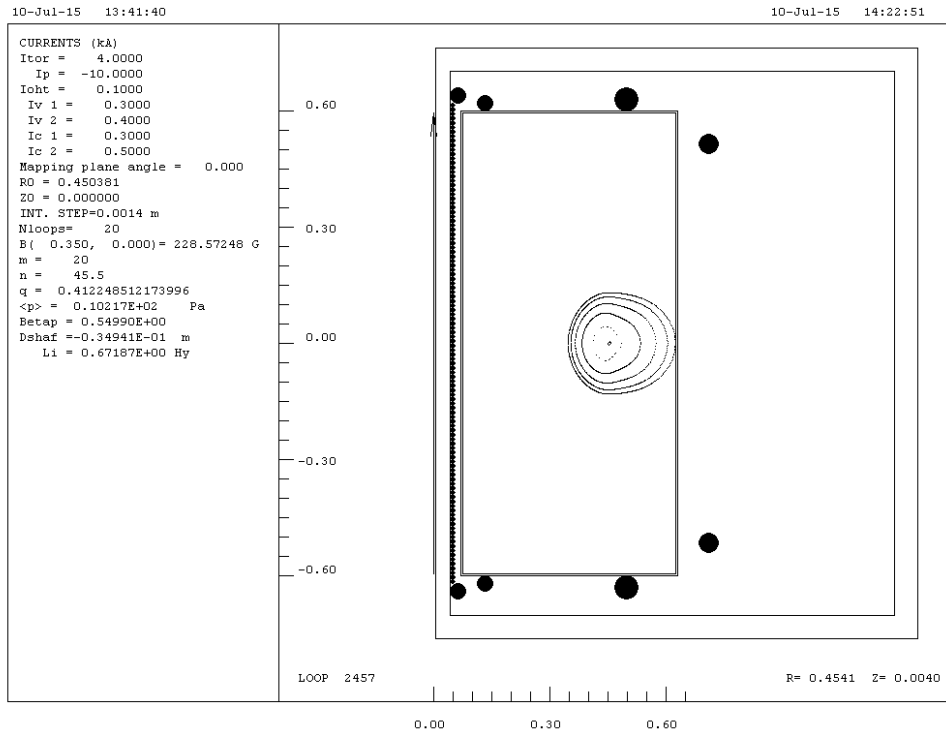


Figura 83. Configuración en la que se desactivaron las bobinas de control interiores y exteriores.

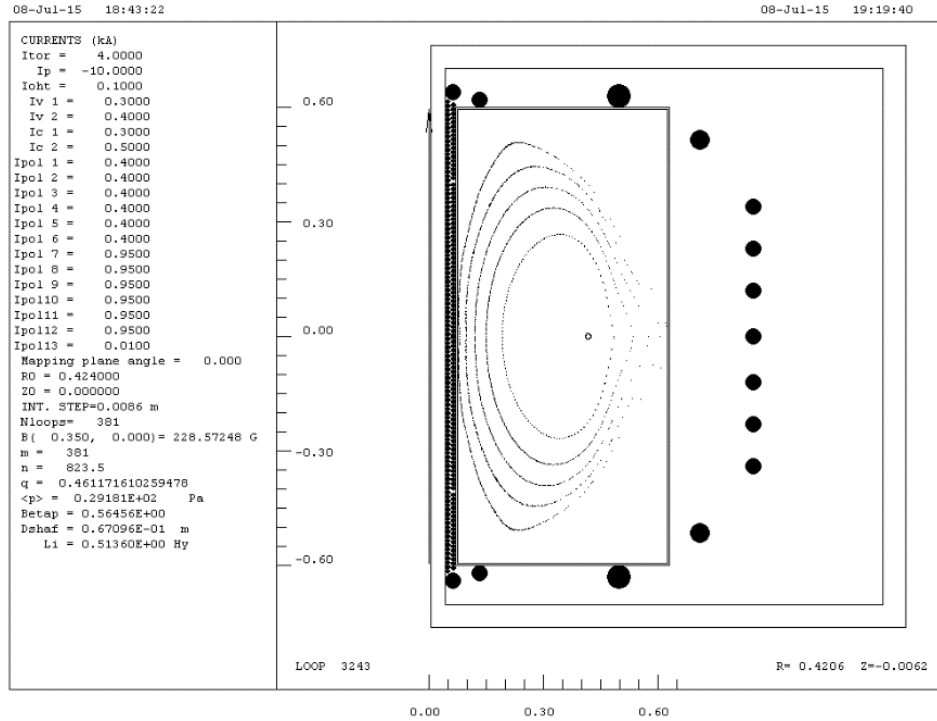


Figura 84. Configuración de las corrientes de las bobinas en el TMX-1, y adición de una nueva bobina en la parte central.

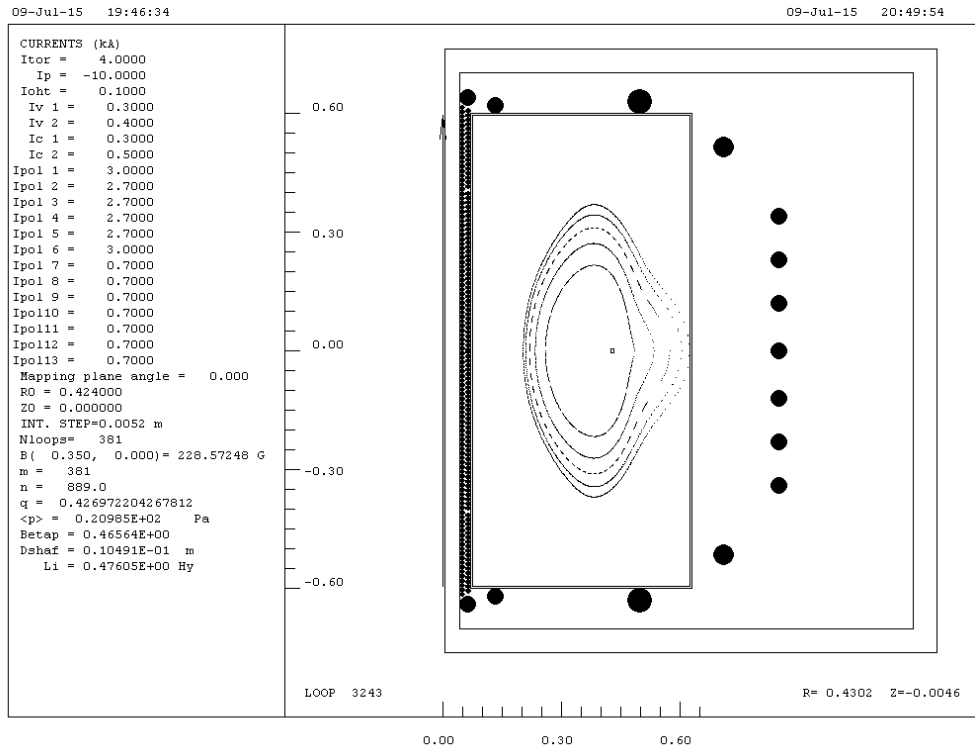


Figura 85. Configuración de las corrientes de las bobinas del TMX-1 para la formación de una triangularidad inversa para la columna de plasma.

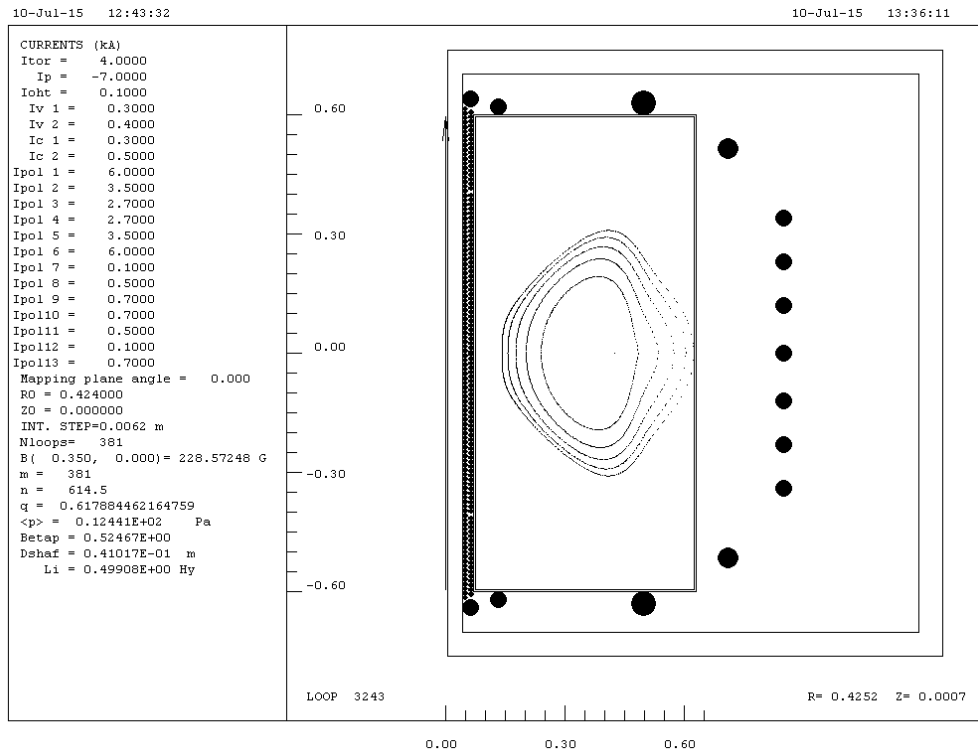


Figura 86. Configuración de las corrientes de las bobinas del TMX-1 para una forma de triangularidad inversa total.

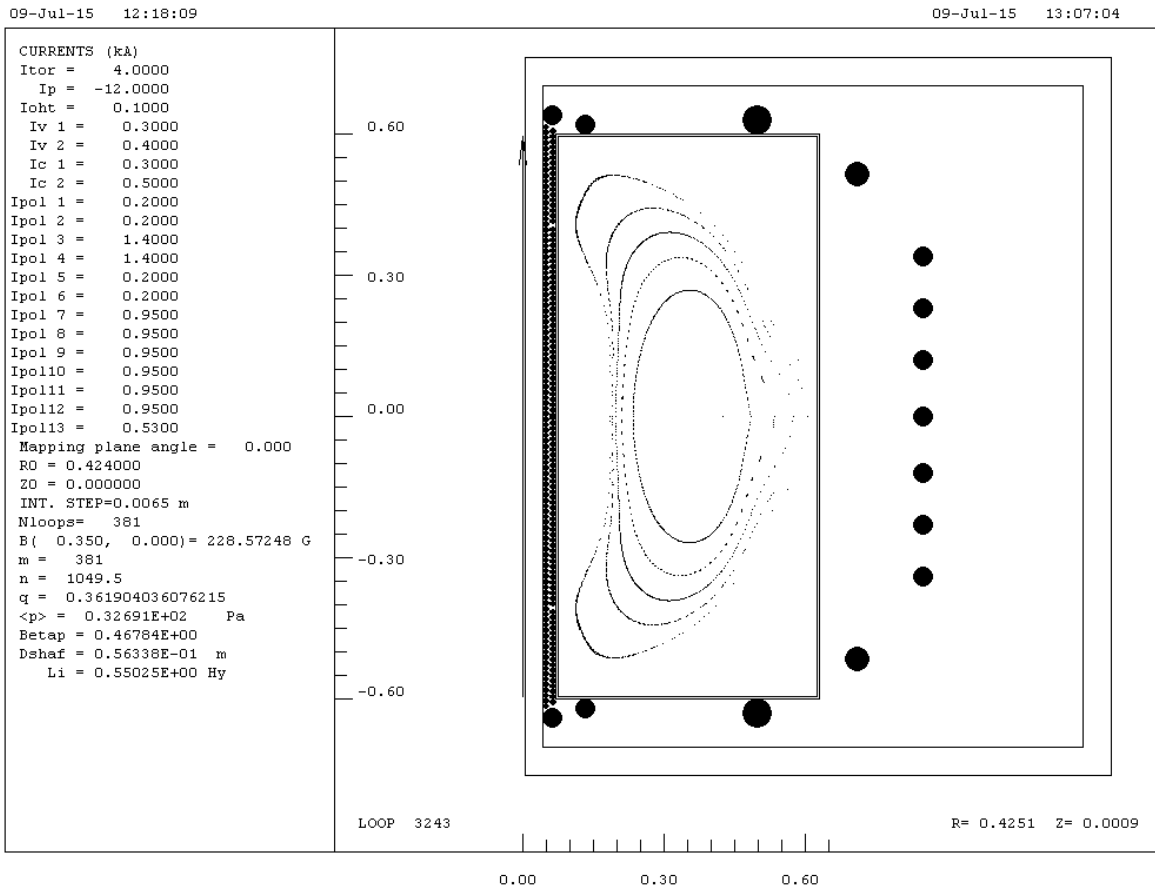


Figura 87. Configuración de las corrientes de las bobinas del TMX-1 para una forma de triangularidad inversa total.

Las simulaciones anteriores muestran que la corriente del plasma toma un papel importante en el aumento o disminución del área de las superficies magnéticas e igualmente éstas son afectadas al modificar la corriente de cada una de las bobinas de control, ya sea internas o externas, que a su vez es una prueba de la versatilidad del código en sus cálculos. El talón de Aquiles este código sería la incapacidad de cambiar la posición de la columna de plasma debido a la pérdida de axisimetría y por lo tanto la apertura de las superficies magnéticas.

Capítulo 7

Conclusiones

Sin duda en los próximos años el país se encontrará en un punto de inflexión. Como se vio en el Capítulo 2 México cuenta con una reserva probada de 29 años, y aunque se espera que la reforma energética cree opciones viables para la exploración, explotación y refinación de crudo, es necesario estar consciente de que hay más factores en juego para el desarrollo del país. Un ejemplo simple de ello, es la caída del de los precios del petróleo, tal efecto produce un efecto devastador en el sector energético, ya que el recorte presupuestario minimiza los proyectos de infraestructura, la restructuración de refinerías y en consecuencia la caída del desarrollo del país.

Por otro lado, es necesario contar con un programa de investigación que se enfoque en la generación de energías alternativas y autosustentables. Tal programa sería el primer paso en conversión de un país dependiente del petróleo como generador de energía eléctrica a un país independiente de hidrocarburos y generador de energía eléctrica libre de emisiones de carbono.

Y aunque se podría proponer a la energía de fusión como una alternativa energética, ésta no será viable dentro de los próximos 20 a 30 años. Cabe aclarar, que este tipo de energía aunque ya conocida desde los inicios de la física nuclear, ha sido muy poco desarrollada debido a las complejidades tecnológicas presentes, siendo ITER el proyecto más grande y ambicioso con respecto a la fusión nuclear. Sin embargo este proyecto es solo el principio de un largo camino en la

implementación de la energía de fusión nuclear como generadora de energía eléctrica. No está de más decir, que un solo proyecto, aunque de dimensiones tan grandes, no puede dar resultados lo bastante eficientes para contemplar a la fusión nuclear como generadora de energía eléctrica, ya que la monopolización de proyectos elimina creación de nuevas ideas y la implementación de las mismas. Un conjunto de proyectos de dimensiones modestas y costos reducidos (relativamente) sería capaz de desarrollar nuevos conocimientos y aplicar nuevos conceptos en la realización de confinamiento y diagnósticos de plasmas termonucleares.

Es en este punto donde nace la necesidad de desarrollar programas específicos que ayuden a llenar los huecos en la teoría de la fusión, el desarrollo de nuevos materiales y diagnósticos, y probar los sistemas de confinamiento necesarios para la generación de energía eléctrica por medio de la fusión nuclear. En la medida que la fusión nuclear sea entendida y desarrollada, más posibilidades tendrá la humanidad de cambiar los hidrocarburos por energías limpias.

El diseño conceptual del TMX-1 nace como una iniciativa para crear en México un programa a mediano largo plazo en fusión controlada. Dicho programa tendría como objetivo la fabricación y puesta en marcha de un tokamak para realizar investigaciones en materia de fusión nuclear. Sin embargo, el desarrollo de un tokamak funcional es en sí, un acto arduo de ingeniería, ya que no hay un procedimiento ni normas establecidas para la ingeniería básica de este tipo de máquinas. Cabe destacar que la información contenida en libros de texto es casi nula y la mayoría de la información de la construcción de este tipo de máquinas es

referida a artículos especializados de máquinas ya construidas con características y parámetros específicos.

El TMX-1 es el diseño conceptual preliminar de un tokamak esférico que permitiría realizar estudios sobre las propiedades del plasma cuya forma es controlada por corrientes externas. El diseño fue sometido a simulaciones de esfuerzos en sus partes más importantes, para la cámara de vacío se obtuvo un aumento en el espesor de mientras que los soportes y bobinas de campo toroidal se cuenta con un diseño óptimo. Con relación a la ubicación de las bobinas de campo poloidal se realizó la simulación de las líneas de campo magnético del plasma por medio de la utilización del código 3D-MAPTOR.

Con este código se realizaron varias corridas las cuales demostraron que el TMX-1 cuenta con una configuración con la que es posible manipular la columna de plasma en forma. Cae fuera de los propósitos de esta tesis el analizar el papel que juega la modificación de dichos perfiles en la generación de corrientes de “bootstrap”, descritas en la sección 3.4.

Sin embargo, falta hacer análisis más exhaustivos los cuales nos proporcionen más información respecto al diseño. Además de realizar un programa para mejorar la ingeniería de esta máquina y evitar errores.

Por último, es necesario plantear una meta en el sentido de generar un proyecto de investigación en México, que sea lo bastante viable, ya sea construir un tokamak o bien comprar uno, sin dejar a un lado las ventajas que conlleva cada una.

Bibliografía

1. **International Energy Agency.** *Energy Balances of Non-OCDE Countries* . Francia : s.n., 2011.
2. **Subsecretaría de Planeación Energética y Desarrollo Tecnológico .** *Balance Nacional de Energía 2011.* México : Secretaría de Energía , 2012.
3. **Secretaría de Energía .** *Estrategia Nacional de Energía 2013-2027.* México : Secretaría de Energía , 2012.
4. **Subdirección de Programación, Cordinación de Planificación .** *Programa de Obras e Inversiones del Sector Eléctrico 2011-2025.* México : Comisión Federal de Electricidad, 2011.
5. **Subdirección de Programación, Coordinación de Planificación .** *Programa de Obras e Inversiones del Sector Eléctrico 2012-2026.* México : Comisión Federal de Electricidad, 2012.
6. **Secretaría de Energía .** *Estrategia Nacional de Energía 2012.* México : SENER, 2012.
7. **Beiser, Arthur.** *Concepts of Modern Physics.* New York, NY : McGraw-Hill, International Edition 2003.
8. **Krane, Kenneth S.** *Introductory Nuclear Physics.* Oregon State University : Jhon Wiley & Sons, 1988. ISBN 0-471-85914-1.
9. **A. Das, T. Ferbel.** *Introduction to Nuclear and Particle Physics.* University of Rochester : World Scientific, 2nd Edition 2005. ISBN 981-238-744-7.
10. **Williams, W. S. C.** *Nuclear and Particle Physics.* Oxford University : Press, 1997.
11. **Samuel Glasstone, Alexander Sesonske.** *Ingeniería de Reactores Nucleares.* Madrid : Reverté, 2005. ISBN 84-291-4035-2.
12. **Julio, Martinel Benito.** *Los Prometeos Modernos o El Esfuerzo para Controlar la Fusión Nuclear.* México : Fondo de Cultura Economica, 1995.
13. **Fontanet Saez, Joan.** *Simulación de Plasmas de Dispositivos de Fusión por Confinamiento Magnético tipo Tokamak y Stellarator .* Universidad Politecnica de Catalunya, Barcelona : s.n., 2001.
14. **M., Manuel y Nieto, Sanchez.** *Procesos de ignición en fusión por confinamiento inercial .* Madrid : Universidad de Castilla-La Mancha, 2001. ISBN 84-8427-097-1.
15. **Boyd, T.J.M. y Sanderson, J.J.** *The Physics of Plasmas.* New York : Cambridge University Press , 2003. ISBN 978-0-521-45912-9.
16. **Sturrock A, Peter.** *Plasma Physics An Introduction to the Theory of Astrophysical, Geophysical y Laboratory Plasmas.* New York : Cambridge University Press, 1994. ISBN 0-521-44350-4.
17. **Hazeltine, R.D. y Meiss, J.D.** *Plasma Confinement.* California : Dover, 2003. ISBN 0-486-43242-4.
18. **Goedbloed, J.P., Keppens, Rony y Poedts, Stefaan.** *Advanced Magnetohydrodynamics .* New York : Cambridge University Press, 2010. ISBN 978-0-521-87957-6.
19. **Bickerton, R.J.,.** s.l. : Nature Phys. Sci. 229 , (1971) 110.

20. **Rosenbluth, M.N. y Rutherford, P.H.** in *Fusion* (Teller, E. , Ed). New York : Academic Press , (1981) 31.
21. *Bootstrap Current in a Tokamak.* **Kessel, C.E.** 9, Princenton Plasma Physics Laboratory : Nuclear Fusion, 1994, Vol. 34.
22. **M, Peng Y-K y D.J., Strickler.** s.l. : Nucl. Fusion 26 769, 1986.
23. **F., Troyon, y otros, y otros.** et. al. s.l. : Plasma Phys. Control. Fusion 26 209, 1984.
24. **A., Sykes, F., Turner M. y S., Patel.** *Proc. 11th Eur. Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics (Aachen).* s.l. : vol 2 (Petit-Lancy, Switzerland: European Physical Society) p 363, 1983.
25. **J., Strait E.** et. al. s.l. : Phys. Plasmas 1 1415, 1994.
26. **E., Lazarus.** et. al. s.l. : Phys. Fluids B 4 11, 1992.
27. **Freidberg, J.P.** *Ideal Mgneto-hydrodynamics.* New York : Plenum Pless, 1987.
28. **Fonck, R.J.** *Lectures Notes .* University of Wisconsin-Madison : s.n., 1992.
29. **Stacey, W.M.** *Fusion: An introduction to the physics and controlled Nuclear Fusion Reserch .* Vienna (1993) : Proc. 14th Int. Conf. Würzburg, 1992 Vol.3 IAEA, 1992.
30. **Hender, T.C.** *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research.* Vienna (1993) : Proc. 14th Int. Conf. Würzburg, 1992 Vol. 3 IAEA, 1992 392.
31. **Troyon, F.** et al. s.l. : Plasma Phys. 26, (1984) 209.
32. **Bespoludennov, S.G. y Sov, J.** et al. s.l. : Plasma Phys 12, (1986) 441.
33. **Charlton, L.A., Leboeuf, J-N y Carreras, B.A.** et al . s.l. : Bull Am Phys. Soc. 39, (1994) 1700.
34. **Fonck, R.J.** *Lectures Notes .* University of Wisconsin-Madison : Neep 527, 1992.
35. **Parker, R.R.** et al. s.l. : Nucl. Fusion 25, (1985) 1127.
36. **Yashmanov, P.N.** et al. s.l. : Nucl. Fusion 30, (1990) 1999.
37. **Rebut, P.H., Lallia, P.P. y Watkins, M.L.** *Plasma Physics and Controlled .* Vienna (1989) IAEA : Nuclear Fusion Reserch Vol. 2, 1988 191.
38. **Lackner, K. y Gottardi, N.A.O.** et al. s.l. : Nucl. Fusion 30, (1990) 767.
39. **Peng, Y-K M., Galambos, J.D. y Shipe, P.C.** et al. s.l. : Fusion Technol. 21, (1992) 1729.
40. **Roach, C.M.** et al. s.l. : Plasma Phys. Control. Fusion 38, (1996) 2187.
41. **Sykes, A.** et al. s.l. : Plasma Phys. Control. Fusion 36, (1994) B93.
42. **Robinson, D.C.** et al. s.l. : Fusion Technolo. 30, (1996) 1360.
43. **Syres, A.** et al . (Proc. 15th Int. Conf. Seville, 1994) Vol.1, IAEA, Vienna : Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Reserch 1994, (1995) 724.
44. **Hwang, Y.D. y Yamada, M.** et al . (Proc. 15th Int. Conf. Serville, 1994) : Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1994 , (1995) 737.
45. **Hwang, Y.S.** et al . s.l. : Bull Am Phys. Soc. 41, (1996) 1401.
46. **Sykes, A. y Akers, R.** *High Beta performance of the START spherical tokamak.* s.l. : Plasma, Phys. Control. Fusion 39, (1997) B247-B260.
47. **Taylor, T.S. y Strait, E.J.** et al . Phys. Plasmas 2 : s.n., (1995) 2390.
48. **Nelson, B.A., Jarboe, T.R. y Orvis, D.J.** et al. s.l. : Phys. Rev. Lett. 72, (1994) 3666.
49. **Nelson, B.A.** et al . s.l. : Nucl. Fusion 34, (1994) 1111.
50. —. et al. s.l. : Phys. Plasmas 2, (1995) 2337.
51. **Jarboe, T.R.** et al. s.l. : Fusion Technol. 15, (1989) 7.
52. **Hanada, K.** et al. s.l. : Trans. Fusion Technol. 27, (1995) 440.
53. **Toyama, H.** et al. s.l. : Bull. Am. Phys. Soc. 40, (1995) 1657.

54. **Ludwig, G.O.** *atthe Workshop for Establishing the Physiscs Basic Needed to Access the Potencial of Compact Toroidal Reactors.* Oak Ridge, TN : s.n., July 19, 1994.
55. **Sakharov, N.** *at the Workshop for Establishing the Physics Basics Needed to Access the Potencial of Compact Toroidal Reactors.* Oak Ridge, TN : s.n., July 19, 1994.
56. **Ono, M. et al.** s.l. : Bull Am. Phys. Soc. 41, (1996) 1403.
57. **Fonck, R.J. et al.** s.l. : Bull Am. Phys. Soc. 41, (1996) 1400.
58. **Fontanet Saez, J.** *Simulación de plasmas de dispositivos de fusión por confinamiento magnético tipo tokamak y stellarator. Validación experimental y aplicación al estudio del Heliac Flexible TJ-II.* Universidad Politecnica de Catalunya Barcelona Tech : s.n., 2001 19 p.
59. **Perlado Martín, J.M.** *Proyección de la Fusión Nuclear: una energía de futuro.* Encuentro: Energía Nuclear para el siglo XXI, UIMP Santander : Instituto Fusión Nuclear (DENIM), E.T.S.I.I. Universidad Politécnica de Madrid, Julio 2007 24 p.
60. **Herrera Velázquez, Julio.** *Estado actual de la fusión nuclear controlada y sus perspectivas .* Departamento de física de plasmas e interacción de la radicación con la materia, Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM : s.n., Mayo 2011.
61. **ITER Director.** *Summary of the ITER, Final Design Report.* July 2011. G A0 FDR 4 01-07-21 R 0.4.
62. **Thome J., Richard y Tarrh M., Jhon.** *MHD and Fusion Magnets fields and Force Design Concepts.* Francis Bitter National Magnet Laboratory, Massachusetts Institute of Technology : Jhon Wiley & Sons, 1982. ISBN 0-471-09317-3.
63. **D. W. Weissenburger, U, Christensen, R y Binlek, J.** *The Pure Tension Shape of a Thick Torus.* Princenton Plasma Physics Laboratory, Princenton, N.J. : s.n., July 1977. PPPL-1353.
64. **Gralnick, S.L. y Tenney, F.H.** *Analytical Solution of the Toroidal Constant Tension Solenoid.* 6th Symposium on Engineering Problems of Fusion Research, San Diego, Calif. : s.n., 1975.
65. **Abramowitz, M. y Stegun, L.A.** *Handbook of Mathematical Funtions.* New York : Dover, 1965.
66. **Gralnick, S.L., y otros, y otros.** *Compatibility Consideration for Zero Moment Tokamak Toroidal Field Coils.* s.l. : Nuclear Technology, Vol. 45, Oct. 1979, p.233.
67. **Ojalvo, I. U. y Zatz, I.J.** *Structural Support Desing Method for Minimizing Inplane Toroidal Field Coil Stresses.* 8th Symposium on Engineering Problems of Fusion Research, San Francisco : s.n., 1979.
68. **Boris, J. y Kuckes, A.F.** *Closed Expressions for the Magnetic Field in Two-Dimensional Multipole Configurations.* Princenton Plasma Physics Laboratory, Princenton, N.J. : s.n., 1966. PPPL-MATT-473.
69. **Badger, B.** *Nuwmak, A tokamak Reactor Desing Study.* Nuclear Engineering Department, University of Wisconsin : s.n., Mar. 1979. UWFDM-330.
70. **Smythe, W.R.** *Static and Dynamic Electricity 3rd ed.* New York : McGraw-Hill, 1968, pp. 226-228.
71. **Yeh, H.T. y Lue, J.W.** *The Interaction and Protection of Superconducting Poloidal Field Coils and Toroidal Field Coils in a Tokamak Experimental Power Reactor.* s.l. : Nuclear Technology, Vol. 33, Apr. 1977, p.150.
72. **Ohyabu, N.** *New Toroidal Coil System for Tokamaks .* s.l. : General Atomic, June 1979. GA-A14874.

73. **Guillemaut, Christophe.** *Possibilities for a spherical tokamak with high temperature superconductors.* Instituto de Ciencias Nucleares, Universidad Nacional Autónoma de México : s.n., Sumer 2009.
74. **Douglas G, Gregory.** *Startup and Stability of a Small Spherical Tokamak.* University of Wisconsin-Madison : s.n., 1997.
75. **Hibbeler, R.C.** *Mecánica de Materiales.* México : Pearson, sexta edición, 2006 p. 49.
76. **Griffiths J, David.** *Introduction to Electrodynamics.* Upper Saddle River, New Jersey : Prentice-Hall, 1999, p. 215. ISBN 0-13-805326-X.
77. **A., Fletcher K., V., Lyer S. y F, Kinsey K.** *Some pivotal thoughts on the current balance.* s.l. : The Physics Teacher, Vol 41, May 2003, pp. 280-284.
78. **H., Good R.** *Elliptic integrals, the forgotten functions.* s.l. : Eur. J. Phys. 22 , (2001) pp. 119-126.
79. **P., Mc Tavish J.** *Field pattern of a magnetic dipole.* s.l. : Am. J. Phys. 68 (6), June 2000, pp. 577-578.
80. **VELÁZQUEZ, J.J.E. HERRERA.** *3D-MAPTOR Code for Computation of Magnetic Fields in Tokamaks.* Dejong Republica de Corea : 23rd IAEA Fusion Energy Conference, 11-16 de Octubre de 2010.
81. **L.D. Landau, E.M. Lifschitz.** *Electrodynamics of Continuous Media.* New York : Addison Wesley, 1960, p.125.
82. **Huddleston, R.H., Leonard y S.L., Eds),.** *Plasma Diagnostic Techniques.* New York and London : Academic Press, 1965.
83. **TFR, Equipe.** *Tokamak plasma diagnostics.* Nucl. Fusion 18 (1978) pp.647–731.
84. **Costley, A.E. y Johnson, D.W., Eds.** *Special issue on plasma diagnostics for magnetic fusion research.* s.l. : Fusion Sci. Technol. 53, (2008) 2.
85. **Shafranov, V.D.** *Magnetohydrodynamical equilibrium configurations.* s.l. : English translation in Soviet Physics - JETP 6 (1958) 545, Sov. Phys. JETP 33 (1957) 710.
86. **VAN Hejningen, R.J.J., et al.** *Jutphaas Report IR. 70/057 (1970).*
87. **King, R.E., Robinson , D.C., Verhage, A.J.L.** *The application of Fourier analysis of the azimuthal field distribution to a study of equilibria and instabilities in a toroidal pinch discharge.* s.l. : J. Phys. D: Appl. Phys. 5, (1972) 2015–2025.
88. **Manoe, D.M., McCracken , G.M.,.** *Probes for plasma edge diagnostics in magnetic confinement fusion devices.* Plenum Press, New York : Physics of Plasma Wall Interactions in Controlled Fusion, (1986) 135–209.
89. **SCHOTT, L., BOYD, R.L.F.,.** *Electrical probes”, Plasma Diagnostics.* North Holland, Amsterdam : s.n., (1968) 459–479.
90. **CHEN, F.F.** *Electrical probes Plasma Diagnostic Techniques.* Academic, New York : s.n., (1965) 94–164.
91. **MATTHEWS, G.F., McCracken , G.M., SEWELL, P., WOODS, HOPKINS B.J.** *The determination of sheath potential from retarding field analyser measurements in tokamak edge plasma.* s.l. : J. Nucl. Mater, 145–147 (1987) 225–230.
92. **Veksler, V., Groshev , L., Isaev , D.** *Ionizing methods of radiation investigations, State Publishing House of Technical theoretical.* s.l. : Literature, Moscow–Leningrad, (1949).
93. **Woldseth, R.** *X-ray Energy Spectrometry.* Burlingame, California : Kevex Corporation, (1973).
94. **Gott, Yu.V., Stepanenko , M.M.,.** *Vacuum photodiode detectors for soft X-ray ITER plasma tomography.* s.l. : Rev. Sci. Instrum 76, (2005). 073506-1 – 073506-4..

95. **Maqueda, R.J., Wurden , G.A., Grawford , E.A.** “*silicon bolometers*” on the LSX field reversed configuration. s.l. : Wideband Rev. Sci.Instrum. 63, (1992) 4717–4719.
96. **Peacock, N.J., Robinson , D.C., Forrest , M.J., Wilcock , P.D., Sannikov , V.V.** *Measurement of the electron temperature by Thomson scattering on tokamak T-3A.* s.l. : Nature 224, (1969) 488–490.
97. **Salpeter, E.** *Electron density fluctuations in a plasma.* s.l. : Phys. Rev 120, (1960) 1528–1536.
98. **Barth, C.J., VAN DER Meiden , H.J., Oyevaar , T., Lopes.** *High-resolution multiposition Thomson scattering on TEXTOR.* s.l. : Rev. Sci. Instr. 72, (2001) 1138.
99. **Hintz, E., Schweer , B.** *Plasma edge diagnostics by atomic beam supported emission spectroscopy – status and perspectives.* s.l. : Plasma Phys. Control. Fusion 37, (1995) A87–A101.
100. **Sasao, M., CONNOR, K.A., IDA, K., IGUCHI, H., IVANOV, A.A.** *Ion sources for fusion plasma diagnostics.* s.l. : IEEE Trans Plasma Sci. 33, (2005) 1872–1900.
101. **Ovsyannikov, A.A. y M.F., Zhukov.** *Plasma Diagnostics.* Cambridge CB1 6ZA, UK : Cambridge International Science Publishing, 200. 1 898324231.

Anexo 1

Planos

9.1 Arreglo General del TMX-1

DATOS DE DISEÑO

Horizontabilidad eje vertical	ASME SECCION VIII DIV. 1
Presión del mismo líquido	---
Condición atmosférica	PLANO
Tipo de columna	3.2 (CUERPO Y TAPAS)
Corrosión permitida mm	TOTAL
Reforzamiento de soldadura	REQ/25/02
Reforzamiento de columna	TOTAL
Reforzamiento de cuerpo	TOTAL
Elasticidad de la junta largo cuerpo %	100
Elasticidad de la junta tapas %	100
Temperatura de operación (Máx.) °C	25
Temperatura de diseño °C	45
Presión de operación (Máx.) Torr	1 x 10 ⁻⁷ - 1 x 10 ⁻¹¹
Presión de diseño Torr Máx.	1 x 10 ⁻¹¹
Presión de trabajo máx. permitida líquida ¹ Máx.	---
Presión máxima de seguridad líquida ²	---
Espesor total del elemento cm	---
Estándar ASME y reglamento aplicables	NO

Planta	Vertical	Loc. Torneo Pvea	Gobierno
Light ³	VERTICAL	---	CUERPO

ESPECIFICACIONES DEL MATERIAL

CUERPO, CÁMERA Y PLACAS DE REFUERZO	SA-516L
BREDA CUBIERTA Y BOQUILLAS FORJADAS	SA-312L, SA-312
SOPORTES	---
REFORZAMIENTO CUERPO, BOQUILLAS Y REENTRIS	---
BREDA FORJADA	SA-316L
PLACA PARA CUELLO DE BOQUILLAS	---
TUBO PARA CUELLO DE BOQUILLAS	---
CURLES	---
PERFILES ESTRUCTURALES EN GENERAL PLAT. YERCAL	SA-26
TUBERÍA INTERIOR	---
CONEXIONES SOLDADAS	SA-316L
ESPARAGOS EXTERIORES	SA-304
TUERCA EXTERIORES	SA-304
ESPARAGOS INTERIORES	---
TUERCA INTERIORES	---
EMPACLES INTERIORES	---
EMPACLES EXTERIORES	VER NOTA 14
PIRUFIA	---
ESQUELETO INTERNO	---
GRUPOS DE MONTAJE	SA-316L
GRUPOS SOPORTE DE PLAT. YERCAL	---
SOPORTES DE AISLAMIENTO	---
REFORZAMIENTO	---

PESOS Y CAPACIDAD

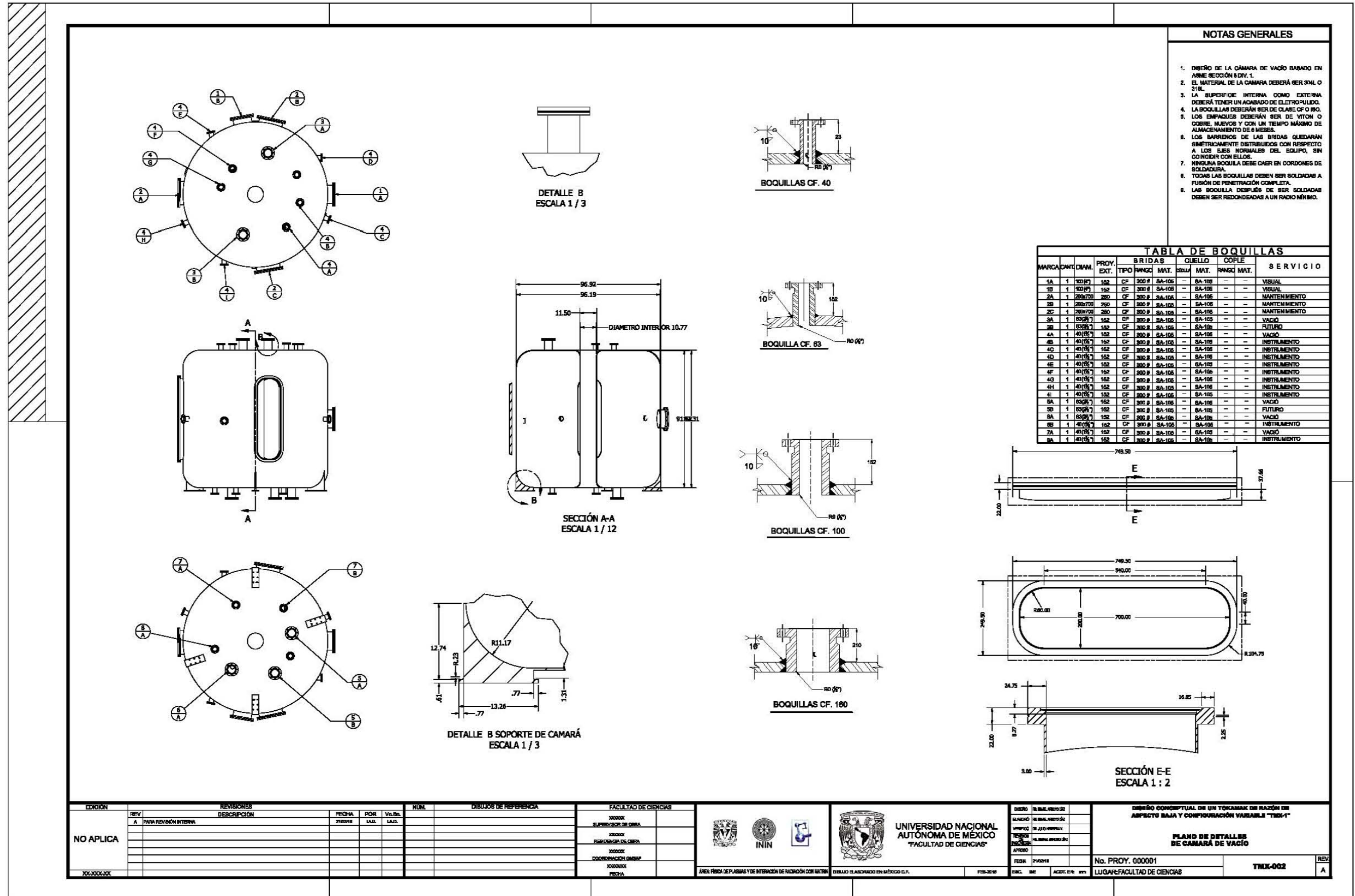
Peso del equipo vacío	kg	---
Peso de montaje	kg	---
Peso del tubo	kg	---
Peso de aislamiento	kg	---
Peso de plataforma y conexiones	kg	---
Peso de armadura	kg	---
Peso de operación	kg	---
Peso total lleno de agua	kg	---
Capacidad	m ³	---

NOTAS GENERALES

- TOKAMAK DISEÑADO DENTRO DEL TRABAJO DE TESIS TITULO CONCEPTUAL DE UN TOKAMAK DE RAZÓN DE ASPECTO BAJA Y CONFIGURACIÓN VARIABLE TMX-1.
- UBICACIÓN DE BOQUILLAS Y ENTRADAS DE MANTENIMIENTO EN PLANO TMX-002.
- NO APTO PARA CONSTRUCCIÓN.
- SIN UBICACIÓN APARENTE.
- NO SE ESTIMO ESTRUCTURA PARA SISMO.
- NO SE CALCULO PESO DE ESTRUCTURA Y SOPORTEA.

EDICIÓN	REV.	REVISIONES	FECHA	POR	VALOR	NUM.	DIBUJOS DE REFERENCIA	FACULTAD DE CIENCIAS	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO	FECHA	NO. PROY.	REV.
NO APLICA	A	PARA REVISIÓN INTERNA	27/03/18	LAJ.	LAJ.					27/03/18	000001	A

9.2 Plano de Detalles de Cámara de Vacío



EDICIÓN		REVISIONES			FECHA	POR	VLR.	NUM.	DIBUJOS DE REFERENCIA	FACULTAD DE CIENCIAS		DISEÑO	BLANQUEO	IMPRESIÓN	REVISIÓN	APROBADO	FECHA	LUGAR	REV.	
REV.	DESCRIPCIÓN	FECHA	LAB.	LAB.						SUPERVISOR DE OBRA	PROYECTO									
NO APLICA	A PARA REVISIÓN INTERNA																			

9.5 Plano de Detalles Soportes y Estructuras

SOPORTES DE IMANES TOROIDALES Y POLOIDALES
(10 PIEZAS)

SOPORTE INTERNO DE IMANES TOROIDALES
(2 PIEZAS)

SOPORTE DE BOBINAS DE CAMPO POLOIDAL
(4 PIEZAS)

ATIESADOR DE BOBINA DE CAMPO POLOIDAL
(8 PIEZAS)

SOPORTE DE SOLENOIDE CENTRAL
(1 PIEZA)

ATIESADOR DE BOBINAS DE CAMPO TOROIDAL
(10 PIEZAS)

SOPORTE DE CAMARÁ DE VACÍO
(4 PIEZAS)

ATIESADOR DE BOBINAS DE CAMPO POLOIDAL(SUPERIOR)
(4 PIEZAS)

EDICIÓN	REV	REVISIONES	FECHA	POR	VALOR	NUM.	DIBUJOS DE REFERENCIA	FACULTAD DE CIENCIAS	DISEÑO	ELABORADO	VERIFICADO	APROBADO	FECHA	NO. PROJ.	LUGAR	TRM-008	REV
NO APLICA	A	PARA REVISIÓN INTERNA	27/02/18	LAD.	LAD.			300000: SUPERVISOR DE OBRA 300000: INGENIERIA DE OBRA 300000: COORDINADOR DE OBRA 300000: JEFE DE OBRA					27/02/18	No. PROJ. 000001	LUGAR: FACULTAD DE CIENCIAS		A