



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL – HIDRÁULICA

MEDICIÓN DEL FLUJO SUPERFICIAL EN CANALES A TRAVÉS DE MEDIOS  
VISUALES

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
ING LUIS ENRIQUE ANDRADE MORA

TUTOR PRINCIPAL  
DR. NAHÚN HAMED GARCIA VILLANUEVA  
INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGÍA DEL AGUA

MÉXICO, D. F. OCTUBRE 2015



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Víctor Hugo. Alcocer Yamanaka  
Secretario: Dr. Ariosto Aguilar Chávez  
Vocal: Dr. Nahún Hamed García Villanueva  
1<sup>er.</sup> Suplente: Dr. Víctor Manuel Arroyo Correa  
2<sup>d o.</sup> Suplente: Dr. Serge Léonard Tamari Wagner

Lugar donde se realizó la tesis: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

**TUTOR DE TESIS:**

DR. NAHÚN HAMED GARCÍA VILLANUEVA

-----  
**FIRMA**

# Dedicatoria

---

Este documento es el resultado de la aventura que comenzó poco más de dos años, misma que tuve en mente por mucho tiempo y que compartí con mi familia desde el momento que decidí tomar este camino. Es por eso que quiero dedicar el presente a mi madre María de Lourdes Mora, mi abuela María Soledad Matos, quienes hicieron de mi la persona que soy ahora.

Quiero dedicar este trabajo, de igual manera; a la familia Cremer Carrillo, quienes me recibieron en su casa cuando comencé con mis estudios de posgrado y me brindaron su apoyo para poder hacer posible este logro.

Por ultimo quiero dedicar este documento a la memoria del Ing. Sergio Saenz, gran amigo, persona de grandes ideas, quién me motivó a no dejarme llevar por la apatía.



# Agradecimientos

---

Quiero agradecer a CONACYT por el apoyo otorgado para este trabajo de investigación. De la misma manera, agradezco las facilidades que se me dieron en el IMTA (Instituto Mexicano de Tecnología del Agua). A la UNAM (Universidad Nacional Autónoma de México) por la oportunidad dada de cursar el posgrado en Ingeniería Civil.

Mi más profundo agradecimiento Al Dr. Nahún Hamed García Villanueva, por la paciencia y dedicación al dirigir esta tesis. También agradezco a los miembros de mi comité por el tiempo que se tomaron para revisar este documento y las aportaciones hechas al mismo:

Dr. Víctor Hugo. Alcocer Yamanaka

Dr. Ariosto Aguilar Chávez

Dr. Víctor Manuel Arroyo Correa

Dr. Serge Léonard Tamari Wagner

Por último, agradezco a los compañeros del posgrado que brindaron su ayuda para la realización de las actividades experimental en este trabajo de investigación.



# Resumen

---

Se presenta la propuesta de hacer mediciones de la velocidad en flujos a superficie libre haciendo uso de técnicas visuales, de forma más específica, utilizando la secuencia de imágenes que son generadas al momento de grabar archivos de video.

Utilizando la técnica de Área-Velocidad para el aforo de canales, es necesario obtener la velocidad media del flujo. Dicha magnitud es diferente a la velocidad que puede medirse en la superficie de la conducción. Es por este motivo en el capítulo 1 se propone un modelo que proporciona la velocidad media del flujo en función de la velocidad media, el tirante y el coeficiente de rugosidad de Manning y un factor de corrección; este modelo se basa en la ley de distribución de velocidades de Prandtl-Von Kármán. En el mismo capítulo se presenta algunas alternativas para el cálculo del perfil de velocidades propuestas por diferentes autores, para mostrar al lector las posibilidades existentes para relacionar velocidad en algún punto en particular de un flujo con su media, como el caso de la velocidad superficial.

En el capítulo 2 se presentan opciones para la medir velocidad utilizando la filmación de video. Una de estas presenta la aplicación SpeedClcok®, para equipos portátiles Apple®. Por otra parte se exploran alternativas basadas en técnicas de medición de la velocidad utilizados en la mecánica de fluidos. Dos de estas reciben el nombre de **LSPIV** y **LSPTV**.

El capítulo 3 muestra el trabajo experimental de medición de la velocidad superficial. Se realizaron tres experimentos. El primero experimento fue para comprobar la repetitividad al momento de medir la velocidad de diferentes flotadores propuestos para medir la velocidad superficial; para esto se utilizó la aplicación SpeedClcok®. Los dos experimentos siguientes fueron realizados para medir la velocidad superficial con tres flotadores, uno de ellos fue uno seleccionado del experimento 1; se aplicó la técnica **LSPIV**, para lo cual se utilizó un grupo de partículas para obtener mediciones puntuales en un tramo del canal utilizado. Los resultados de los experimentos se muestran de forma gráfica.

El capítulo 4, se muestra la metodología para obtener el coeficiente de corrección del modelo propuesto en el capítulo 1, para esto se utilizó la información obtenida de forma experimental en el capítulo 3.





## ÍNDICE

<b>Introducción .....</b>	<b>3</b>
Planteamiento del problema.....	3
Justificación .....	3
Objetivo general.....	4
Objetivos particulares .....	4
<b>Capítulo 1 Distribución de la velocidad en un flujo .....</b>	<b>5</b>
1.1. Clasificación del flujo.....	5
1.2. Distribución de velocidades en flujo laminar .....	6
1.3. Longitud de mezcla.....	7
1.4. Concepto de capa límite.....	8
1.5. Distribución de velocidades en la zona turbulenta .....	9
1.5.1. Ecuación general de distribución de velocidades para paredes lisas .....	10
1.5.2. Ecuación general de distribución de velocidad para paredes onduladas .....	11
1.5.3. Ecuación general de distribución de velocidad para paredes rugosas .....	12
1.6. Distribución de velocidades en flujos a superficie libre .....	13
1.6.1. Propuesta de distribución de velocidades de Coles .....	13
1.6.2. Ecuación de Chiu.....	14
1.6.3. Propuesta de Araoz .....	16
1.6.4. Ley potencial de Karim .....	17
1.7. Relación de velocidad media – velocidad superficial, propuesta. ....	18
<b>Capítulo 2 Aforo con flotadores y medición de la velocidad por medio de filmación..</b>	<b>29</b>
2.1. Medición de caudal mediante el método del flotador.....	30
2.2. Propuesta de utilización de aplicación en celular para uso de medición de velocidad de flotadores.....	31
2.2.1. Utilización de SpeedClock® .....	34
2.3. Técnicas de medición basadas en imágenes para mecánica de fluidos .....	36
2.3.1. Generalidades del PIV y PTV.....	36
2.3.2. PIV y PTV de gran escala (LSPIV y LSPIV).....	37
2.3.3. Otras técnicas desarrolladas para flujos a superficie libre.....	43
2.4. Comentarios sobre técnicas para la medición de la velocidad con video.....	47

<b>Capítulo 3 Estudio experimental de la velocidad superficial .....</b>	<b>49</b>
3.1. Pruebas de medición de velocidad con SpeedClock® y diferentes propuestas de flotador, experimento 1.....	49
3.1.1. Desarrollo del experimento 1.....	50
3.1.2. Selección de flotador y comentarios.....	60
3.2. Determinación experimental de la relación de velocidades, experimento 2 y 3.....	61
3.2.1. Trazadores a utilizar .....	61
3.2.2. Metodología del experimento 2 y 3.....	63
3.2.3. Experimento 2.....	65
3.2.4. Experimento 3.....	69
3.3. Análisis de resultados de experimentos 2 y 3.....	73
<b>Capítulo 4 Aplicación de información experimental en modelo teórico .....</b>	<b>81</b>
4.1. Cálculo de $f_c$ para datos medidos .....	82
4.1.1. Procedimiento para cálculo de $f_c$ para una serie de datos .....	86
4.2. Propuesta de calibración con una sola medición .....	87
<b>Conclusiones.....</b>	<b>91</b>
<b>Anexo A. Instalaciones utilizadas del laboratorio de hidráulica.....</b>	<b>93</b>
<b>Anexo B. Análisis y resultados de mediciones realizadas con LSPIV en experimentos 2 y 3 .....</b>	<b>97</b>
<b>Anexo C. Análisis de errores de medición para los experimentos 2 y 3 .....</b>	<b>111</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>117</b>

# Introducción

---

La determinación del caudal circulante o aforo en canales, por el método de área-velocidad (ISO 748:2007), depende de la medición de la velocidad media del flujo y del área hidráulica, en este contexto, la obtención de la velocidad resulta significativamente más complejo que el área hidráulica y para tal fin se han desarrollado una gran cantidad de equipos, partiendo desde los más simples e intuitivos, como son los molinetes (Boiten, 2008); hasta algunos más sofisticados, como los ultrasónicos o los electromagnéticos.

En este trabajo se realiza la revisión de algunas alternativas tecnológicas, basadas en la determinación de la velocidad superficial mediante la filmación y seguimiento de partículas (Muste et al. 2008) u objetos flotantes a través de videocámaras digitales ligadas con software para el procesamiento y determinación del tiempo que tardan en recorrer una cierta distancia, y consecuentemente estimar de manera indirecta la velocidad del flujo en la superficie libre de canales. Esto con la intención de justificar el estudio de dichas tecnologías con gran potencial por su bajo costo y fácil aplicación bajo un esquema de mínima dependencia tecnológica

Con esta herramienta se busca determinar el registro de datos de velocidades, sobre la superficie libre del agua, que al ser tratados con un modelo matemático, constituyen un dato básico para estimar la velocidad media y, previa determinación del área hidráulica, el gasto.

## Planteamiento del problema

El estudio se concentra en la medición de la velocidad media del flujo en un canal, considerando el seguimiento de partículas u objetos flotantes mediante el uso de video grabación digital y software especializado para registrar la distancia que recorren en un cierto tiempo, y con ello la velocidad con que se desplazan sobre la superficie del flujo. De esta manera, se genera un registro de datos de velocidades puntuales que al ser analizados con un modelo matemático permiten determinar la velocidad media y consecuentemente el gasto circulante en un canal.

## Justificación

En el ámbito de la ingeniería hidráulica, el aforo de canales a costos accesibles y niveles de precisión aceptables, es una tarea que sigue siendo un reto y un elemento fundamental para lograr un uso eficiente y racional del recurso agua en los diferentes sectores productivos, como lo es el hidroagrícola y de servicios. En la actualidad existen equipos de alta tecnología que permiten medir la velocidad puntual del flujo o que son capaces de crear

todo un perfil de velocidades en una sección transversal de forma automática. De igual manera se tiene el conocimiento para diseñar y construir estructuras que, por sus características, permiten estimar la velocidad y el gasto empleando variables más sencillas de medir, como el tirante, entre ellas se puede citar los vertedores y compuertas calibradas; estructuras basadas en el principio de una relación entre el tirante, la sección y el caudal, es decir secciones de control que presentan un régimen de flujo crítico

Emplear cualquiera de esas técnicas puede llegar a ser costoso e incluso en ocasiones llega a ser no práctico instalar infraestructura física para aforar ciertos puntos de interés, como lo es el caso de la medición del flujo que se entrega a nivel parcelario en las zonas de riego, justificación por la cual es relativamente poca la medición que se realiza en la práctica en estos puntos de interés. Por este motivo resulta de atractiva la idea de buscar alternativas no intrusivas y de bajo costo, y consecuentemente se justifica la iniciativa de revisar y profundizar en la medición del flujo empleando flotadores, sistemas de videograbación y software especializado para medir la velocidad superficial, esto sumado al uso de ecuaciones de la física-matemática para establecer su correlación con la velocidad media que fluye en los puntos de interés.

### **Objetivo general**

Estudiar y validar experimentalmente la filmación de elementos flotantes, esto para cuantificar la velocidad del flujo superficial en canales y relacionar estas mediciones con la velocidad media del flujo a través de las ecuaciones fundamentales de esfuerzo cortante.

### **Objetivos particulares**

- Deducir un modelo matemático simplificado para determinar la velocidad media de un flujo en función de la velocidad superficial.
- Visualizar, registrar y analizar experimentalmente la correlación entre el comportamiento de la velocidad media del flujo y la velocidad de desplazamiento de diferentes tipos de flotadores ante flujos libres y controlados.
- Utilizar y adaptar tecnología digital de bajo costo para la detección de movimiento de partículas para medir la velocidad superficial.

# Capítulo 1 Distribución de la velocidad en un flujo

---

En el siglo XVII Edme Mariotte consideraba que la velocidad del agua en un río no avanza con igual magnitud en su superficie y en otras partes del mismo. Desarrolló un experimento que le permitió distinguir esta diferencia de velocidades. Observó que los objetos arrastrados por el agua cercanos al fondo se mueven a menor velocidad que los que estaban más arriba (Levi, 2001).

Bazin realizó mediciones en un canal experimental, entre sus resultados, generó isótacas (líneas de igual velocidad) que mostraron la reducción gradual de la velocidad desde el centro hasta las fronteras en un canal (Levi, 2001).

Para relacionar la velocidad superficial de un canal con su velocidad media, es necesario tener conocimiento de la distribución de la velocidad en un flujo. Al concluir este capítulo se presenta una propuesta para relacionar ambas velocidades en un flujo a superficie libre.

## 1.1. Clasificación del flujo

El trabajo de Reynolds (1883) demostró que el movimiento de un fluido puede ser clasificado en dos: flujos **laminares** y **turbulentos**. El criterio que el autor hizo esta diferencia, fue el número adimensional **Re**, que después fue nombrado *número de Reynolds*.

$$Re = \frac{\bar{u}D}{\nu} \quad \mathbf{1.1}$$

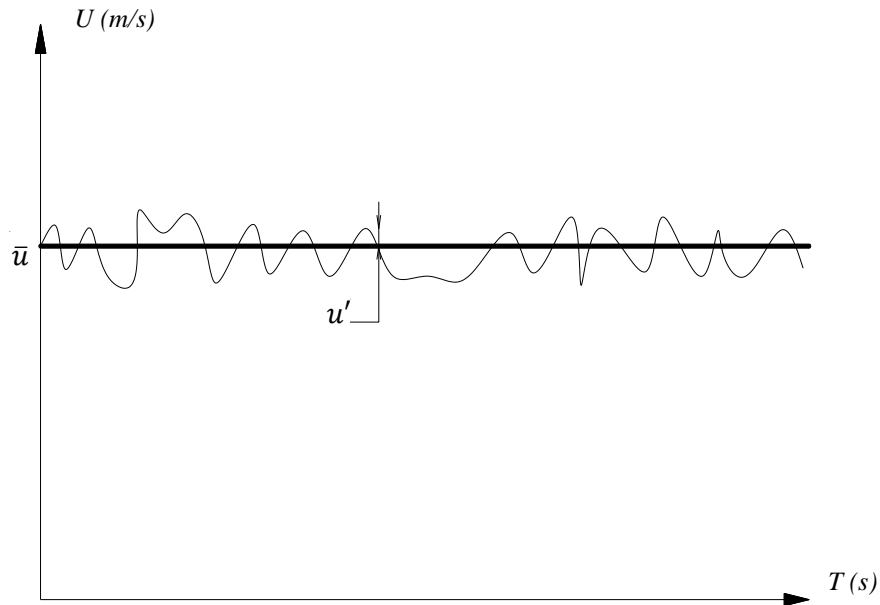
Donde  $\bar{u}$  es la velocidad media del flujo,  $D$  es una longitud característica,  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.

Los flujos laminares son aquellos que tienen números de Reynolds bajos. Este nombre se debe a la tendencia del fluido a moverse en “láminas”. La característica más importante de esté régimen es la influencia de la viscosidad sobre el flujo.

El flujo turbulento está asociado a número de Reynolds mucho más grandes, es reconocido por el movimiento errático de las partículas que integran el fluido y la presencia de remolinos. Para su estudio, Reynolds propone estudiar el movimiento del fluido separando las variables en dos, de tal forma que la velocidad instantánea ( $\mathbf{u}$ ) en el interior de un fluido es la suma una velocidad media ( $\bar{\mathbf{u}}$ ) y una turbulenta ( $\mathbf{u}'$ ), como se muestra en la ecuación **1.2**, la **Figura 1.1** representa de forma esquemática el mismo concepto.

$$u = \bar{u} + u'$$

1.2



**Figura 1.1.-** Representación de la velocidad instantánea en un punto en el interior de un flujo turbulento

## 1.2. Distribución de velocidades en flujo laminar

El esfuerzo cortante en el interior del fluido en flujo laminar se comporta de acuerdo a ley descrita por Newton (Sotelo, 2006), la expresión **1.3** representa dicha ley en un análisis bidimensional. Donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $\nu$  la viscosidad cinemática,  $u$  es la velocidad en dirección  $x$  y  $y$  es el eje de las ordenadas.

$$\tau = \rho\nu \frac{\partial u}{\partial y} \quad \mathbf{1.3}$$

Para integrar esta ecuación, es necesario suponer que el esfuerzo cortante  $\tau$  es constante en todo el seno del fluido e igual al valor que tiene en la pared; de tal forma que llamando  $\tau_0$  al esfuerzo cortante en la pared, se tiene:

$$\tau_0 = \rho\nu \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \nu \frac{\partial u}{\partial y}$$

Nótese que la relación  $\sqrt{\tau_0/\rho}$  cuenta con dimensiones de velocidad. Este parámetro recibe el nombre de *velocidad cortante*  $u_*$  (Keulegan, 1938), considerando esto, es posible deducir:

$$u_*^2 = \nu \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_*^2}{\nu} \quad \mathbf{1.4}$$

Integrando la **ecuación 1.4** considerando la condición frontera:  $u = 0$  para  $y = 0$

$$u = \frac{u_*^2}{\nu} y$$

Que a su vez puede expresarse como se muestra en la **ecuación 1.5**

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_*}{\nu} y \quad \mathbf{1.5}$$

### 1.3. Longitud de mezcla

Para resolver el problema matemático que representa el flujo turbulento, Prandtl el modelo nombrado *longitud de mezcla* (Keulegan, 1938). Esta representa el esfuerzo cortante en un punto dentro de un fluido en movimiento más allá de una pared sólida (**ecuación 1.6**):

$$\sqrt{\tau/\rho} = \ell \frac{du}{dy} \quad \mathbf{1.6}$$

Donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante entre dos partícula de fluido,  $\rho$  es la densidad del mismo,  $u$  la componente horizontal de la velocidad,  $\ell$  es la longitud de mezcla,  $y$  la componente vertical del eje de referencia cartesiano.

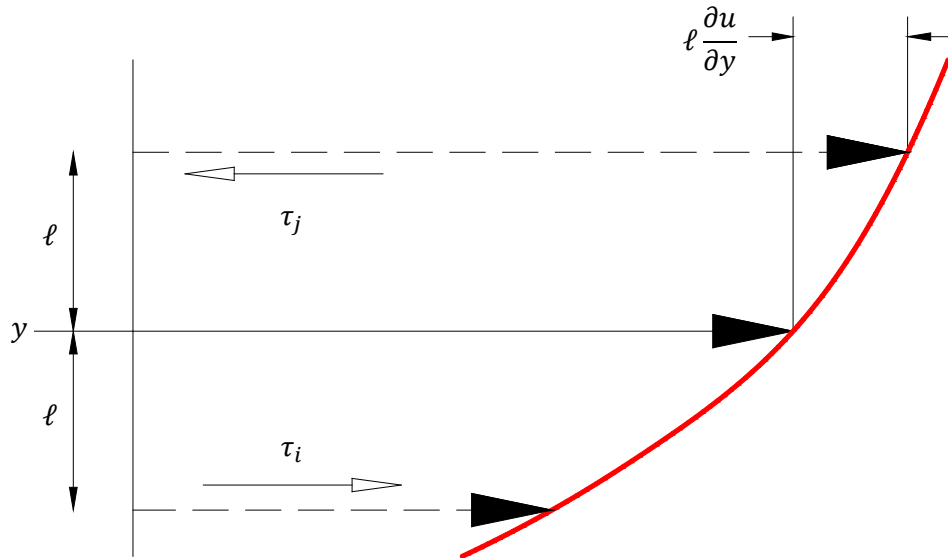
Según Keulegan (1938), la longitud de mezcla representa la distancia mínima que puede recorrer una partícula del fluido en estudio, al moverse de forma vertical, antes de que su cantidad de movimiento sea diferente.

Kármán dedujo la expresión de longitud de mezcla  $\ell$  en cualquier punto  $y$  en términos del gradiente de velocidad:



$$\ell = \kappa \frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} \quad 1.7$$

Donde  $\kappa$  es la constante universal que caracteriza la turbulencia. La **Figura 1.2** muestra el concepto de longitud de mezcla y las variables involucradas en la **ecuación 1.6**



**Figura 1.2.-** Concepto de longitud de mezcla, adaptado de Cervantes (2007) y Keulegan (1938)

#### 1.4. Concepto de capa límite

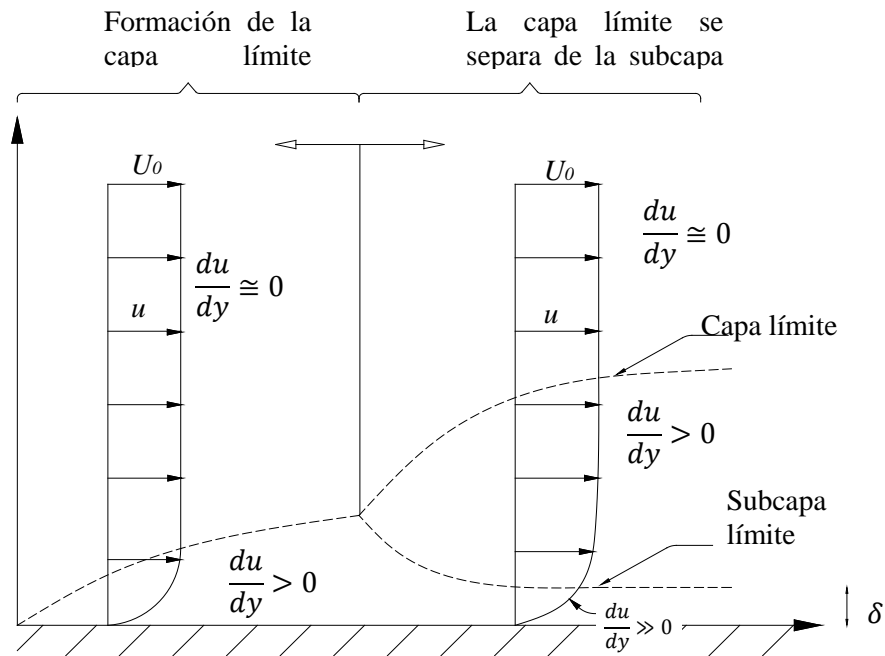
En flujos con números de Reynolds grandes, se presenta una región donde el fluido tiene comportamiento laminar; esta idea fue presentada por Prandtl (Panton, 1996). La viscosidad del agua es pequeña y tiene como consecuencia flujos turbulentos con baja velocidades.

La región inferior de la capa límite presenta las siguientes características (Sotelo, 2006):

- La velocidad del flujo, en el punto de contacto con la frontera sólida es nula.
- El gradiente transversal de velocidades es máximo en las fronteras y disminuye a medida que se aleja de esta.
- Puesto de que el esfuerzo cortante es directamente proporcional al gradiente transversal de velocidades, el comportamiento es idéntico al mencionado en el punto anterior.

- Fuera de la capa límite, el gradiente mencionado, es prácticamente cero y en consecuencia también lo es el esfuerzo cortante.

Dentro de esta capa límite se presenta una **subcapa** donde el flujo es laminar, la cual, en un flujo totalmente desarrollado adopta un espesor mínimo  $\delta_0$  el cual recibe el nombre de **subcapa laminar (Figura 1.3)**.



**Figura 1.3.**-Esquema de la *capa límite* sobre una placa lisa, adaptado de Sotelo (2006)

### 1.5. Distribución de velocidades en la zona turbulenta

Considerando la propuesta de Prandtl, del esfuerzo cortante en un punto del fluido en movimiento más allá de una pared sólida (**ecuación 1.6**), y con el propósito de aproximar la distribución de velocidades a la vecindad de la frontera la **ecuación 1.6**

$$\sqrt{\frac{\tau_0}{p}} = \ell \frac{du}{dy} \sqrt{\frac{\tau_0}{\tau}}$$

La *velocidad cortante* puede expresarse en función de variables más simples

$$\sqrt{\frac{\tau_0}{p}} = u_* = \sqrt{gRS} \quad 1.8$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $R$  radio hidráulico de la sección,  $S$  gradiente de energía.

Al sustituir la ecuación 1.7 en la 1.6 se obtiene 1.9

$$u_* = \kappa \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} \quad 1.9$$

Al integrar la ecuación diferencial anterior se obtiene 1.10

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) \quad 1.10$$

Esta expresión es conocida como *Ley universal de distribución de velocidades* de Von Kármán. Donde  $y_0$  representa la constante de integración,  $\kappa$  es la constante universal de Kármán y se considera que es independiente de la naturaleza de la pared. El valor de  $y_0$  se puede deducir al considerar las condiciones de la frontera sólida y utilizando razonamiento dimensional. Keulegan (1938) demuestra los valores de  $y_0$  para tres diferentes condiciones

### 1.5.1. Ecuación general de distribución de velocidades para paredes lisas

Se considera que una superficie hidráulicamente lisa (Maza, 1984) es aquella en la que la rugosidad  $k_s$  es menor al espesor de la subcapa laminar  $\delta_0$ , es decir, se cumple con la relación:

$$\frac{k_s}{\delta_0} < 1$$

Para este caso,  $y_0$  depende solamente de la *velocidad cortante* y la viscosidad cinemática, por lo que el análisis dimensional para este caso propone la relación

$$\frac{y_0 u_*}{\nu} = m \quad 1.11$$

Donde

$m$ , es constante

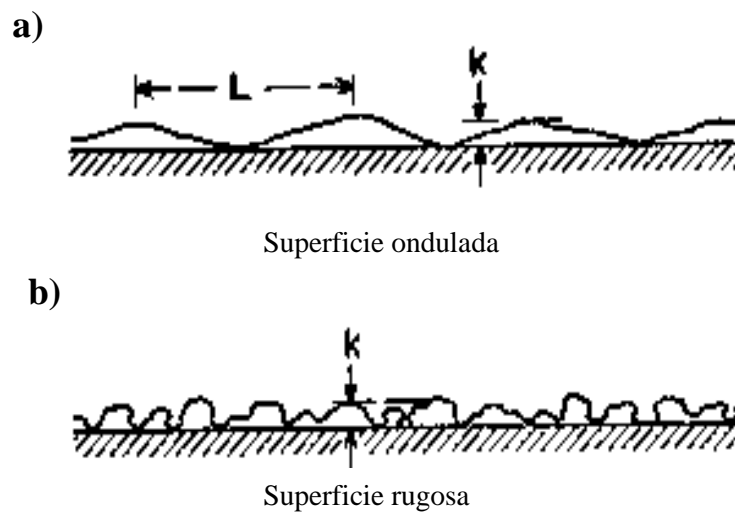
$\nu$ , es la viscosidad cinemática

Sustituyendo  $y_0$  de la ecuación 1.11 en 1.10 se obtiene.

$$\frac{u}{u_*} = a_s + \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{yu_*}{\nu} \right) \quad 1.12$$

El coeficiente  $a_s$  es un valor constante que se deduce de la constante  $m$  al sacarla del elemento logarítmico, su valor se ha obtenido de forma experimental, para tubos circulares, Nikuradse obtuvo  $a_s = 5.5$ , para lo cual la ecuación 1.12

$$\frac{u}{u_*} = 5.5 + \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{yu_*}{\nu} \right)$$



**Figura 1.4.-** Diagrama de superficies onduladas y rugosas, tomado de Keulegan (1938)

### 1.5.2. Ecuación general de distribución de velocidad para paredes onduladas

Cuando la superficie de la frontera es lisa pero ondulada, como la mostrada en la **Figura 1.4a**, el cortante es lo suficientemente bajo para considerar que  $y_0$  tiene una relación de la forma

$$\frac{y_0 u_*}{\nu} = f \left( \frac{k}{L} \right) \quad 1.13$$

Donde  $L$  es la longitud de la onda y  $k$  es la altura de la misma

Introduciendo la relación 1.13 en 1.10 se tiene

$$\frac{u}{u_*} = a_w + \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{yu_*}{\nu} \right) \quad 1.14$$

La constante  $a_w$  ajusta la función  $f(k/L)$  en la ecuación anterior

### 1.5.3. Ecuación general de distribución de velocidad para paredes rugosas

Una superficie hidráulicamente rugosa es aquella en la que la altura de la rugosidad de las fronteras es mayor al espesor de la subcapa laminar, se considera que la superficie es rugosa cuando se cumple:

$$\frac{k_s}{\delta_0} > 14$$

Cuando la superficie de la pared es rugosa, **Figura 1.4b**, la expresión de  $y_0$  está fuertemente relacionada con la altura rugosidad de la superficie  $k_s$ . El análisis dimensional se presenta de la manera siguiente.

$$\frac{y_0 u_*}{\nu} = f \left( \frac{k_s u_*}{\nu} \right) \quad 1.15$$

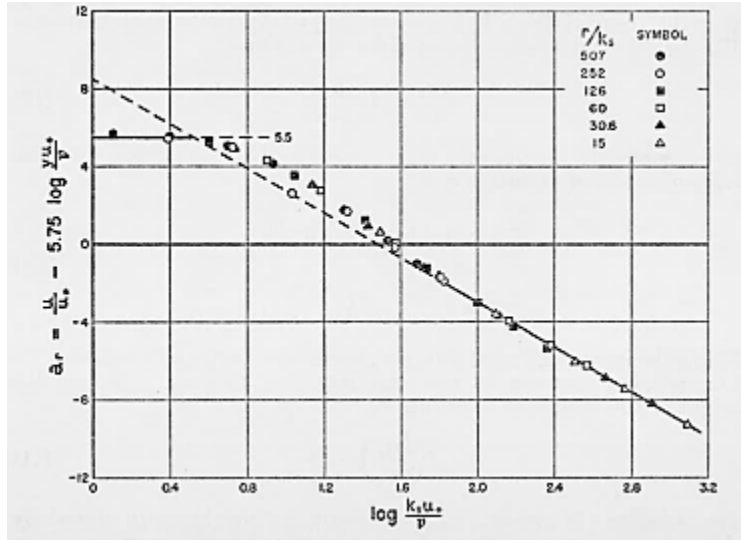
Sustituyendo la anterior en 1.10 se deduce:

$$\frac{u}{u_*} = a_r + \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{yu_*}{\nu} \right) \quad 1.16$$

La función  $f$  solo es conocida para para las condiciones en las que Nikuradse realizó sus experimentos. Estos resultados demuestran que el coeficiente  $a_r$  es independiente de  $u_*$  en paredes lisas ( $a_s$ ) y para la condición de  $u_* < 3.3\nu/k_s$ . Los resultados de Nikuradse muestran una clara tendencia lineal para la relación  $k_s u_* / \nu > 67$ .

En base al mismo trabajo experimental, Prandtl y Von Kármán dedujeron que la expresión **1.16** se puede reducir a una más simple, la mostrada en **1.17**; donde la velocidad en cualquier punto depende de la distancia desde la frontera y la altura de rugosidad  $k_s$

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y}{k_s} \right) + C \quad 1.17$$



**Figura 1.5.-** Característica de superficie  $a_r$  como una función de  $\log(k_s u_* / \nu)$  en tuberías circulares, de acuerdo a los experimentos de Nikuradse

### 1.6. Distribución de velocidades en flujos a superficie libre

La ecuación de Prandtl–Von Kármán, puede representar la distribución de velocidades en la vertical de un canal infinitamente largo (Keulegan 1938). Bajo condiciones reales de flujo, las esquinas de la sección transversal, generan corrientes secundarias, dando un efecto de tridimensionalidad al fenómeno de la turbulencia. Lo que complica la representación de la distribución de velocidades con la ecuación 1.17. Diversos autores han hecho propuestas para la determinación de un perfil de velocidades en canales. A continuación se describen algunos con la intención de mostrar al lector la existencia de estos, no para verificar su validez.

#### 1.6.1. Propuesta de distribución de velocidades de Coles

Coles (1956), propone una modificación a la ley de distribución de velocidades para flujo turbulento propuesto por Prandtl, ecuación 1.14 para flujos en paredes lisas. Su propuesta es igualar la constante  $a_s$  con una función  $g(\Pi, y/\delta)$  de tal forma que se tiene la expresión 1.18:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y u_*}{\nu}\right) + g\left(\Pi, \frac{y}{\delta}\right) \quad 1.18$$

La función  $g(\Pi, y/\delta)$  es propuesta por el autor dando origen a la ecuación

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{yu_*}{\nu}\right) + D_1 + 2 \frac{\Pi}{\kappa} \sin^2 \frac{\pi y}{2\delta} \quad 1.19$$

Donde  $D_1$  es una constante igual 5.5 (Chanson, 2004);  $\Pi$  es el parámetro *wake*, Coles (1956) menciona que en una capa límite turbulenta este coeficiente es constante, Kirkgöz, (1989) demuestra que el valor que toma este parámetro en canales es de 0.10.

### 1.6.2. Ecuación de Chiu

Abordar el análisis de la turbulencia desde el punto estadístico ha ayudado a diversos autores estudiar el fenómeno, Chiu (1987) propone determinar la distribución de velocidades tridimensional en un canal con el concepto de *entropía*.

En términos de probabilidad, la entropía se define como

$$H(X) = - \sum_j p(X_j) \ln p(X_j)$$

Donde  $p(X_j)$  es la probabilidad de que un sistema se encuentre en el estado  $X_j$

La función de entropía permite generar una función de densidad de probabilidad. El autor desarrolla el caso para la distribución de velocidades, considerando la velocidad en un punto cualesquiera de una sección transversal en un canal como el estado del sistema  $X_j$ . Para este procedimiento, la entropía se integra, tomando como límites de integración los valores extremos de la velocidad, cero y la velocidad máxima  $u_D$

$$H(u) = - \int_0^{u_D} p(u) \ln p(u) du$$

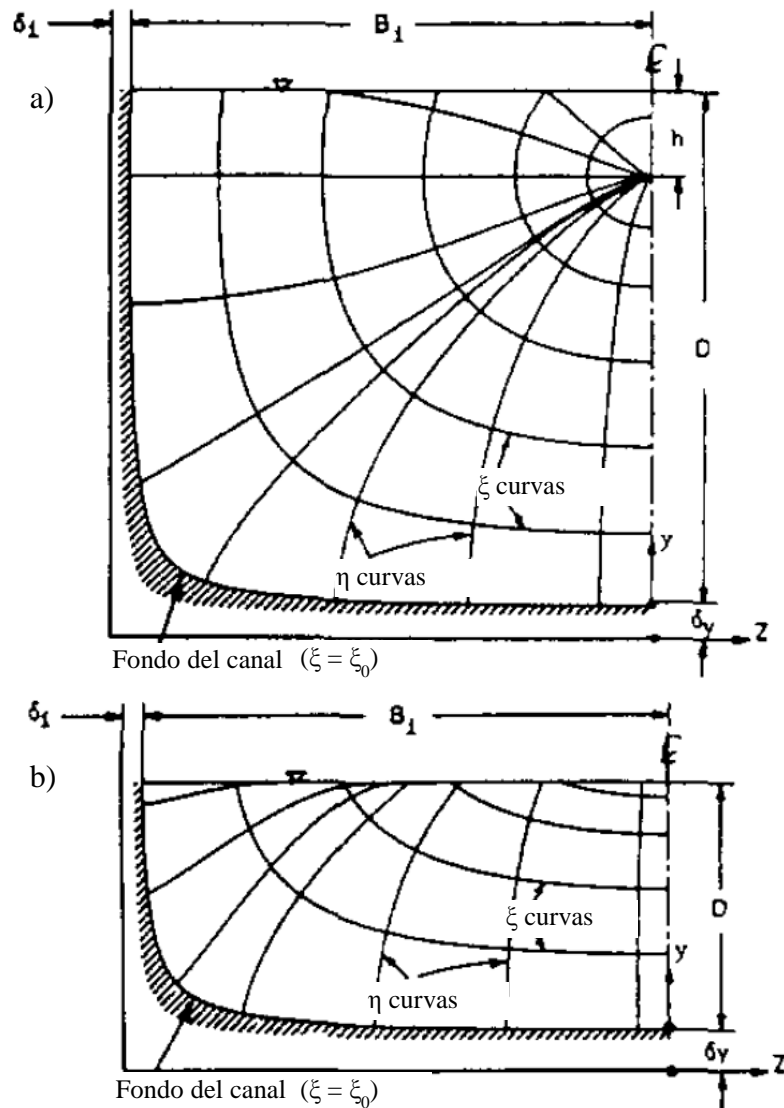
Para determinar la función de densidad de probabilidad el valor de la entropía se debe maximizar, teniendo en cuenta que la integral de la probabilidad desde el valor mínimo al máximo tiene como resultado la unidad

$$\int_0^{u_D} p(u) du = 1$$

Chiu & Chiou (1986) expresa la velocidad puntual como:

$$u = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{\xi}{\xi_0}\right) \quad 1.20$$

La variable  $\xi$  es definida en términos coordenadas físicas de un plano y tienen la capacidad de describir en uno o dos dimensiones la distribución de velocidades. Para determinar esta distribución, se consideran 2 casos, como se muestra en la **Figura 1.6**



**Figura 1.6.-** Representación de la distribución de velocidades en un canal simétrico y las variables para su cálculo, tomado de Chiu (1995).

El primer caso se presenta cuando la velocidad máxima del flujo se encuentra por debajo de la superficie, la altura  $h$  es la distancia que existe entre el punto de esa velocidad y la superficie libre del agua. El segundo caso, la velocidad máxima se presenta en la superficie del agua,  $h$  toma el valor de cero.



Tomando en cuenta el esquema de la **Figura 1.6** las curvas  $\xi$  y  $\eta$  se obtienen de la siguiente manera (Chiu, 1995)

$$\xi = Y(1 - Z)^{\beta_i} \exp(\beta_i Z - Y + 1) \quad 1.21$$

$$\eta = \pm \frac{1}{Z} (|1 - Z|)^{\beta_i \left[ \frac{(D + \delta_y + h)}{(B_i + \delta_i)} \right]^2} \exp \left[ Z + \beta_i \left( \frac{D + \delta_y - h}{B_i + \delta_i} \right)^2 Y \right] \quad 1.22$$

Las variables  $Z$  e  $Y$  son una transformación de coordenadas de la sección transversal;

$$Y = \frac{y + \delta_y}{D + \delta_y - h} \quad 1.23$$

$$Z = \frac{|z|}{B_i + \delta_i} \quad 1.24$$

Donde  $y$  es la coordenada en vertical de la sección transversal;  $z$  es la coordenada horizontal;  $D$  es la distancia desde una orilla hasta la ubicación de la velocidad máxima en sentido horizontal, en canales simétricos, se considera que es la mitad del ancho de la superficie libre. Los parámetros  $k$ ,  $\beta_i$ ,  $\delta_y$ ,  $h$  pueden calcularse de graficas que presenta Chiu (1986), función de las dimensiones del canal y el coeficiente de Manning.

En 1995 el mismo autor presenta una propuesta para calcular la velocidad en cualquier punto diferente a la **1.20**, que utiliza información de la entropía del sistema y la velocidad máxima del flujo;

$$u = \frac{u_{max}}{M} \ln \left[ 1 + (e^M - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} \right] \quad 1.25$$

Donde  $u$  es la velocidad en la ubicación  $y$ ;  $u_{max}$  es la velocidad máxima del flujo. Dicha propuesta fue comprobada con mediciones en diferentes canales por Choo (2013) y Cheng (2014), con buenos resultados.

### 1.6.3. Propuesta de Araoz

Araoz (1962) muestra un estudio para la predicción de la distribución de velocidad. Se realizaron mediciones de velocidad en diferentes puntos de una sección transversal en diferentes estaciones de medición. Con los resultados de la medición, se generó una regresión polinómica de la distribución de velocidades en canales.

La propuesta para estimar la distribución de velocidades, considera que la distribución de velocidades en el canal es simétrica. Se generan tres perfiles de velocidades en la vertical; el primero en el centro de línea (**1.26a**), el segundo a un tercio del centro de línea a la orilla (**1.26b**) y la tercera a dos tercios de dicha distancia (**1.26c**).

$$\begin{aligned} x - 0.929094xz + 1.704584z^2 - 0.614222x + 1.565396z - 0.385777 &= 0 & \mathbf{1.26\ a} \\ x^2 - 0.864004xz + 1.147194z^2 - 1.020236x + 1.254052z + 0.127311 &= 0 & \mathbf{1.26\ b} \\ x^3 - 0.786278xz + 1.482723z^2 - 0.358266x + 1.153698z - 0.165815 &= 0 & \mathbf{1.26\ c} \end{aligned}$$

Donde  $x$  es la velocidad relativa del agua ( $x = 1$  representa la velocidad en la superficie libre del agua en el centro de línea);  $z$  es la profundidad relativa del agua (el tirante en el canal en el centro del canal es  $z = -1$ )

De la misma manera, el autor presenta ecuaciones similares a la **1.26** para generar la distribución de velocidades en la horizontal para diferentes alturas

$$\begin{aligned} y^2 - 1.177793x^2 + 3.094769x - 1.916976 &= 0 & \mathbf{1.27\ a} \\ y^2 - 0.885375x^2 + 2.803937x - 1.940764 &= 0 & \mathbf{1.27\ b} \\ y^2 - 0.358167x^2 + 1.744901x - 1.248761 &= 0 & \mathbf{1.27\ c} \\ y^2 + 0.134920x^2 + 0.761222x - 0.451128 &= 0 & \mathbf{1.27\ d} \end{aligned}$$

Donde  $y$  es la distancia relativa del centro del canal hasta su orilla,  $y = 1$  es la distancia total del centro de línea hasta el extremo del canal. La **1.27a** representa la distribución de velocidades en la superficie libre, **1.27b** es la distribución de velocidades a  $-0.30$  de la profundidad, **1.27c** para  $-0.60$  de la profundidad, y **1.27d** para  $-0.90$  de la profundidad.

#### 1.6.4. Ley potencial de Karim

La concentración de sedimentos en un flujo responde a la distribución de velocidad en el fluido. Las partículas sólidas a su vez interactúan con el esfuerzo cortante del agua, como consecuencia de esto afecta el perfil de velocidades (Karim, 1987).

Al considerar en un flujo, el arrastre de fondo en un canal, el autor propone una expresión para estimar el perfil de velocidad en la vertical

$$u = u_f \left(\frac{y}{d}\right)^{\frac{1}{n}} = U \left(\frac{n+1}{n}\right) \left(\frac{y}{d}\right)^{\frac{1}{n}} \quad \mathbf{1.28}$$

Donde  $u$  es la velocidad a una elevación  $y$ ;  $U$  es la velocidad media;  $u_f$  es la velocidad en la superficie libre del agua. El coeficiente  $n$  hace referencia a la rugosidad de la pared, relacionado con los experimentos de Nikuradse.

$$n = \frac{1}{\sqrt{f}}$$

Donde  $f$  es el factor de fricción de Darcy Weisbach.

### 1.7. Relación de velocidad media – velocidad superficial, propuesta.

Como se mostró en la sección anterior, existen diferentes propuestas para cuantificar la distribución de velocidades en un flujo a superficie libre. A continuación se expone una propuesta para calcular la velocidad media en un canal, conociendo la velocidad superficial de este, basada en la ley distribución de velocidades de Prandtl – Von Kármán, dicha relación es la más aceptada y es la recomendada por autores como OMM (2011), Fujita (2002), Jodeau (2008), Muste (2008) entre otros. Por este motivo el modelo que a continuación se desarrolla, se basa en la dicha ley.

Se han realizado esfuerzos con la intención de determinar la velocidad media del flujo en un canal utilizando la ley de distribución de velocidades de Prandtl- Von Kármán, tal y como lo expone Sotelo (2009) en su apartado 1.10.2. Sin embargo, estos no utilizan la velocidad superficial como referencia.

Considerando la ecuación **1.16**, y tomando en cuenta que para flujos turbulentos e hidráulicamente rugosos, la distribución de velocidades depende de la rugosidad y del punto desde el que se analiza respecto a la pared. La expresión mencionada puede separarse de la siguiente manera:

$$\frac{u}{u_*} = a_r + \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{yu_*}{\nu}\right) \quad \mathbf{1.16}$$

$$\frac{u}{u_*} = a_r + \frac{1}{\kappa} \ln(y) + \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{u_*}{\nu}\right)$$

Los experimentos de Nikuradse muestran que el cociente  $u_*/\nu$  es un valor constante, por lo que el primer elemento y el tercero de la ecuación anterior pueden agruparse en una sola constante  $c$ :

$$c = a_r + \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{u_*}{\nu} \right) \quad 1.29$$

De este modo la ecuación **1.16** toma la siguiente forma

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln(y) + c \quad 1.30$$

Nótese que esta expresión no es válida para  $y = 0$ , por lo que deberá ser igualada en el límite de la subcapa laminar con la velocidad correspondiente en flujo laminar, usando la ecuación **1.5**.

Igualando **1.30** y **1.5**, esto ocurre cuando  $y$  toma el valor del espesor de al subcapa laminar  $\delta_0$ .

$$c = \frac{u_*}{\nu} \delta_0 - \frac{1}{\kappa} \ln(\delta_0)$$

Sustituyendo el valor de  $c$  en **1.30**

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y + \frac{u_*}{\nu} \delta_0 - \frac{1}{\kappa} \ln \delta_0 \quad 1.31$$

Si se considera que el espesor de la *capa límite* se puede expresar en función de la altura media de las partículas  $k_s$ , de tal modo que:  $\delta_0 = m k_s$ , donde  $m$  es una constante de nombre *factor de forma*, la cual representa la estructura de la rugosidad del material de la pared, al sustituir en la **ecuación 1.31** se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} (\ln y - \ln k_s) + \frac{u_*}{\nu} m k_s - \frac{1}{\kappa} \ln m \\ \frac{u}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} + \frac{u_*}{\nu} m k_s - \frac{1}{\kappa} \ln m \end{aligned} \quad 1.32$$

Aplicando esta ecuación en la frontera de la capa límite en donde  $u = u_{\delta_0}$  y reduciendo términos

$$\begin{aligned} \frac{u_{\delta_0}}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} \ln \frac{m k_s}{k_s} + \frac{u_*}{\nu} m k_s - \frac{1}{\kappa} \ln m \\ \frac{u_{\delta_0}}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} \ln m + \frac{u_*}{\nu} m k_s - \frac{1}{\kappa} \ln m \end{aligned}$$

$$\frac{u_{\delta_0}}{u_*} = \frac{u_*}{\nu} m k_s \quad 1.33$$

Restando 1.33 a 1.32 y reduciendo términos

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_*} - \frac{u_{\delta_0}}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} + \frac{u_*}{\nu} m k_s - \frac{1}{\kappa} \ln m - \frac{u_*}{\nu} m k_s \\ \frac{u}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} - \frac{1}{\kappa} \ln m + \frac{u_{\delta_0}}{u_*} \end{aligned} \quad 1.34$$

Dado que en la frontera de la capa límite se cumple la ecuación:

$$\frac{u_{\delta_0}}{u_*} = \frac{u_*}{\nu} \delta_0$$

La expresión 1.34 resulta

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} + \frac{u_*}{\nu} \delta_0 - \frac{1}{\kappa} \ln m \quad 1.35$$

Algunos trabajos experimentales (Maza, 1984), muestran que para canales lisos y muy anchos, el espesor de la subcapa laminar toma el valor mostrado en **1.36**, al sustituir este valor en la ecuación **1.35** se obtiene la expresión **1.37**:

$$\delta_0 = 11.64 \frac{\nu}{u_*} \quad 1.36$$

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} + 11.64 - \frac{1}{\kappa} \ln m \quad 1.37$$

Comúnmente la constante de Von Kármán es considerada con el valor de 0.4, (Sotelo, 2009) sustituyendo este valor;

$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{y}{k_s} + 11.64 - 2.5 \ln m \quad 1.38$$

Nótese que la expresión **1.38** tiene la forma de la ley de distribución de Prandtl-Von Kármán, donde  $C$  tiene el valor,

$$C = 11.64 - 2.5 \ln m \quad \mathbf{1.39}$$

En una superficie lisa, una relación  $v_* \varepsilon / \nu > 70$ ,  $C$  toma el valor de 8.5 y por lo tanto

$$m = 3.511$$

Para considerar una superficie rugosa, se propone una constante función de  $m$

$$C_m = 2.5 \ln m \quad \mathbf{1.40}$$

Al sustituir esta variable en **1.38** se obtiene

$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{y}{k_s} + 11.64 - C_m \quad \mathbf{1.41}$$

Al aplicar esta ecuación en la superficie, es decir, considerando que esta se encuentra a una distancia  $y = d$ , en esta región se presenta la velocidad  $u = u_d$  entonces la **1.41** será:

$$\frac{u_d}{u_*} = 2.5 \ln \frac{d}{k_s} + 11.64 - C_m \quad \mathbf{1.42}$$

Despejando  $C_m$ :

$$C_m = 2.5 \ln \frac{d}{k_s} + 11.64 - \frac{u_d}{u_*} \quad \mathbf{1.43}$$

Se sustituye  $C_m$  de **1.43** en **1.41** y al simplificar se tiene

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_*} &= 2.5 \ln \frac{y}{k_s} + 11.64 - 2.5 \ln \frac{d}{k_s} - 11.64 + \frac{u_d}{u_*} \\ u &= 2.5 u_* \ln \frac{y}{d} + u_d \end{aligned} \quad \mathbf{1.44}$$

Considerando la ley general de distribución de velocidades de Prandtl-Von Kármán sobre una superficie libre, se despeja la velocidad.

$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{y}{k_s} + 8.5$$

$$u = 2.5u_* \ln \frac{y}{k_s} + 8.5u_* \quad \mathbf{1.45}$$

Igualando esta última con la **1.44** y despejando la velocidad de cortante se llega a la siguiente expresión.

$$2.5 u_* \ln \frac{y}{d} + u_d = 2.5u_* \ln \frac{y}{k_s} + 8.5u_* \quad \mathbf{1.46}$$

$$u_* = \frac{u_d}{2.5 \ln \frac{d}{k_s} + 8.5} \quad \mathbf{1.47}$$

Al sustituir esta expresión de la velocidad cortante en **1.44** resulta

$$u = 2.5 \frac{u_d}{2.5 \ln \frac{d}{k_s} + 8.5} \ln \frac{y}{d} + u_d$$

$$u = u_d \left[ \frac{\ln \frac{y}{k_s} + 3.4}{\ln \frac{d}{k_s} + 3.4} \right]$$

De manera general la ecuación anterior puede simplificarse incluyendo el valor constante dentro del elemento logarítmico

$$u = u_d \left[ \frac{\ln 30 \frac{y}{k_s}}{\ln 30 \frac{d}{k_s}} \right] \quad \mathbf{1.48}$$

Al analizar el flujo a una altura igual a la rugosidad de la pared ( $y = \varepsilon$ ), donde la velocidad es  $u_\varepsilon$ , es posible deducir que:

$$u_\varepsilon = u_d \left[ \frac{3.4}{\ln \frac{d}{k_s} + 3.4} \right]$$

$$u_{\varepsilon} = u_d \left[ \frac{1}{1 + 0.29411 \ln \frac{d}{\varepsilon}} \right]$$

Para fines prácticos considerando que  $d \gg \varepsilon$

$$u_{\varepsilon} \approx 0.3u_d \quad \mathbf{1.49}$$

La altura de rugosidad es un valor difícil de evaluar, pero *Strickler* relacionó este valor con el coeficiente de *Manning* (Sotelo, 2009).

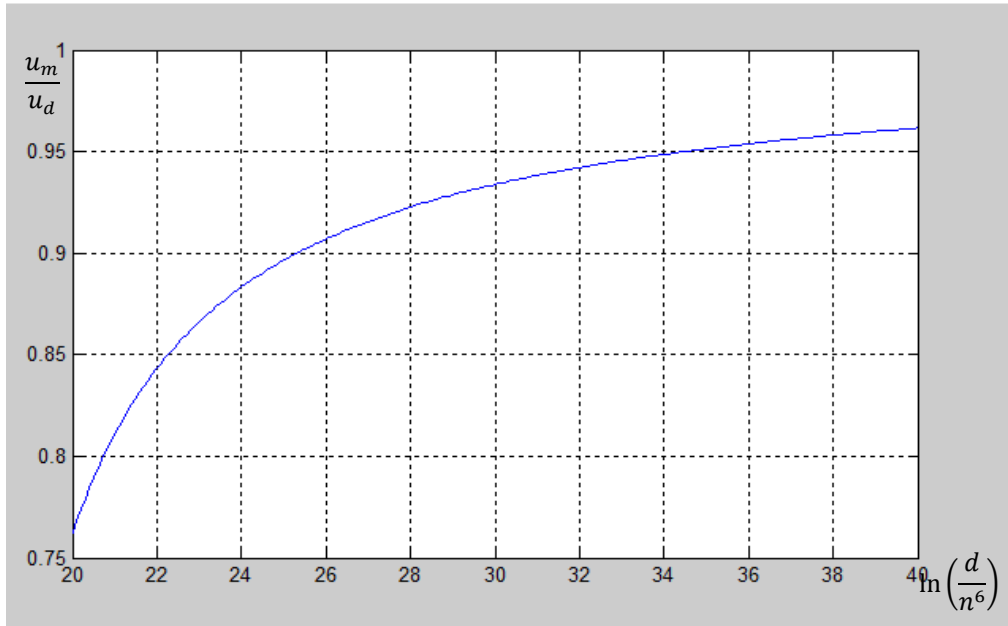
$$n = \frac{\varepsilon^{\frac{1}{6}}}{26} \quad \mathbf{1.50}$$

Donde la rugosidad se expresa en metros, al sustituir  $\varepsilon$  en 1.48 se expresa la ecuación en términos del coeficiente  $n$  de Manning.

$$u = u_d \left[ \frac{\ln \left( 30 \frac{y}{308915776 n^6} \right)}{\ln \left( 30 \frac{d}{308915776 n^6} \right)} \right]$$

$$u = u_d \left[ \frac{1 - 0.06193 \ln \left( \frac{y}{n^6} \right)}{1 - 0.06193 \ln \left( \frac{d}{n^6} \right)} \right] \quad \mathbf{1.51}$$





**Figura 1.7.-** Gráfica del comportamiento de la ecuación 1.52

Generalmente se acepta que la velocidad media en un perfil de velocidad logarítmico se presenta a  $y = 0.4d$ , medida desde el fondo, al sustituir el valor de este tirante donde la velocidad  $u$  es la velocidad media en la vertical  $u_m$ .

$$\frac{u_m}{u_d} = \left[ \frac{1.05675 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)}{1 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)} \right] \quad 1.52$$

Se propone adoptar las siguientes variables:

$$f = 0.06193$$

$$A = 1 - f \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)$$

$$B = 1 + f \ln n^6$$

Con lo que la **ecuación 1.51** que toma la siguiente forma

$$\frac{u}{u_d} = \frac{B - f \ln y}{A} \quad 1.53$$

La expresión 2.55 puede ser simplificada en su forma adoptando:

$$a_0 = \frac{B}{A}$$

$$a_1 = -\frac{f}{A}$$

Resultando

1.54

$$\frac{u}{u_d} = a_0 + a_1 \ln y$$

A continuación se demuestra la validez de la localización de la velocidad media en un perfil de velocidades a  $0.4d$ :

Del concepto integral de promedio se procede a realizar lo siguiente

$$\begin{aligned} u &= u_d a_0 + \bar{v}_d a_1 \ln y \\ u_m &= \frac{1}{d} \left[ \int_{k_s}^d u_d a_0 dy + \int_{k_s}^d u_d a_1 \ln y dy \right] \\ u_m &= \frac{u_d a_0}{d} \int_{k_s}^d dy + \frac{u_d a_1}{d} \int_{k_s}^d \ln y dy \\ u_m &= \frac{u_d a_0}{d} y \Big|_{k_s}^d + \frac{u_d a_1}{d} (y \ln y - y) \Big|_{k_s}^d \\ u_m &= \frac{u_d a_0}{d} (d - k_s) + \frac{u_d a_1}{d} [d(\ln d - 1) - k_s(k_s - 1)] \end{aligned}$$

Si  $k_s \ll d$ , entonces  $k_s(\ln k_s - 1) \ll d(\ln d - 1)$  La ecuación de  $u_m$  puede simplificarse

$$\begin{aligned} u_m &= \frac{u_d a_0}{d} d + \frac{u_d a_1}{d} d(\ln d - 1) \\ u_m &= u_d a_0 + u_d a_1 (\ln d - 1) \\ \frac{u_m}{u_d} &= a_0 + a_1 (\ln d - 1) \end{aligned} \tag{1.55}$$

Al incluir la constante 1 al logaritmo

$$\frac{u_m}{u_d} = a_0 + a_1 \ln(0.367879d) \tag{1.55a}$$

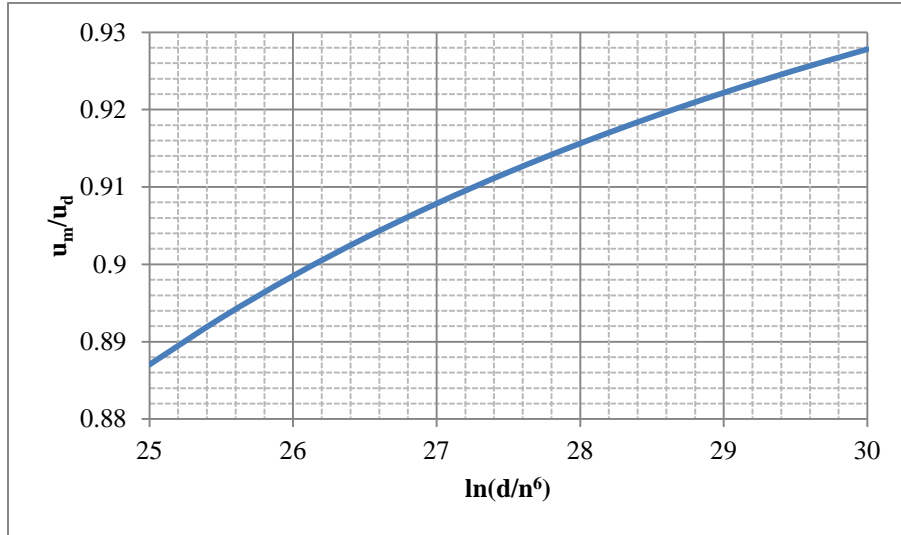
De esta expresión es posible deducir el valor de  $y$  donde se presenta la velocidad media

$$y = 0.367879d$$

$$y \approx 0.4 d$$

Para tener un valor más preciso de la relación  $u_m/u_d$  se toma un valor de  $y = 0.367879d$  encontrado. Al sustituir esto en la expresión **1.51** se tiene:

$$\frac{u_m}{u_d} = f_c \left[ \frac{1.06193 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)}{1 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)} \right] \quad \mathbf{1.56}$$



**Figura 1.8.-** Comportamiento de la ecuación 2.58 para  $f_c = 1$

La expresión **1.56** es la propuesta de esta tesis para representar la velocidad media de un flujo a superficie libre en función de la velocidad superficial, basada en la ley de distribución de velocidades de Prandtl – Von Kármán. La constante  $f_c$  es un factor de corrección en la integración de la velocidad media, en el que se incorpora, entre otros factores, el efecto de la geometría de la sección hidráulica del canal sobre la velocidad media; ya que en rigor dicha velocidad debe obtener mediante la expresión **1.57**

$$u_{mA} = \frac{1}{A} \int_0^A u ds \quad \mathbf{1.57}$$

Donde  $s$  es la superficie de la sección hidráulica transversal en estudio,  $u_{mA}$  es la velocidad media del flujo en la sección transversal hidráulica, entonces;

$$f_c = \frac{u_{mA}}{u_m}$$

El cálculo de  $f_c$  se expondrá más adelante dentro del presente trabajo. Para observar el comportamiento de la ecuación **1.56**, suponiendo un factor de corrección igual a la unidad y valores en rangos prácticos de tirante y rugosidad, resulta la **Figura 1.8**, de donde se justifica la relación entre la velocidad media y la superficial con valores entre 0.86 y 0.98 como lo indica la ISO 744:2007 y OMM (2008) y presenta y que con frecuencia se adopta en la práctica.



## Capítulo 2 Aforo con flotadores y medición de la velocidad por medio de filmación

---

Durante el renacimiento Leonardo Da Vinci (Chow, 1994) realizó estudios sobre la distribución de velocidades en cauces naturales. Para su experimento utilizó una vara; en un extremo utilizó una vejiga de animal inflada como *flotador* y del otro una piedra que mantuviera sumergida la mitad de la vara. Colocó el *trazador* sobre la corriente, con un odómetro midió la longitud que se desplazaba la vara. Con este trabajo, logró observar las discrepancias de la velocidad de un flujo en la vertical. Emplear objetos flotantes como trazadores en la determinación de la velocidad de un flujo, es una idea presente.



**Figura 2.1.**-Representación de Da Vinci realizando mediciones de velocidad en una corriente utilizando un flotador (izquierda), a la derecha se presenta un esquema del flotador utilizado, tomado de Chow (1994)

La OMM (2011), recalca que este método es sencillo y no requiere de equipo especializado. Es útil cuando los datos no requieren mucha precisión, o las condiciones no permiten hacer la medición o hacerlas puede resultar de **riesgo** para el personal o el equipo.

## 2.1. Medición de caudal mediante el método del flotador.

El manual de prácticas hidrológicas, OMM (2011), incluye esta metodología para aforar, corrientes. Recomienda esta práctica en caso de que la utilización de un molinete no sea factible, por efecto de velocidad del flujo o profundidades inadecuadas, en presencia de grandes cantidades de materiales en suspensión o cuando deba efectuarse una medición del caudal en un período muy breve.

El manual propone seleccionar tres secciones transversales a más lo largo del canal, con el propósito de estimar el área hidráulica promedio. Se recomienda que la distancia recorrida por el trazador tome al menos 20 segundos, pudiera ser menos tiempo en ríos pequeños, o donde las velocidades sean lo suficientemente grandes como para seleccionar un tramo adecuado, recto.

Se contemplan dos tipos de flotadores:

- **Flotadores superficiales;** Su profundidad de inmersión debe ser menor a una cuarta parte de la profundidad de agua. No deben utilizarse en los caso que el viento tenga la posibilidad de afectar su movimiento.
- **Flotadores de varilla;** Su profundidad de inmersión debe ser mayor a la cuarta parte de la profundidad del agua. La varilla no debe tocar el fondo del canal.

Cuando sea peligroso acercarse a la corriente, pueden utilizarse troncos, escombros o cualquier elemento arrastrado que permita identificar el desplazamiento del agua; tal y como diferentes autores han empleado la técnica **LSPIV** (Creutin 2002).

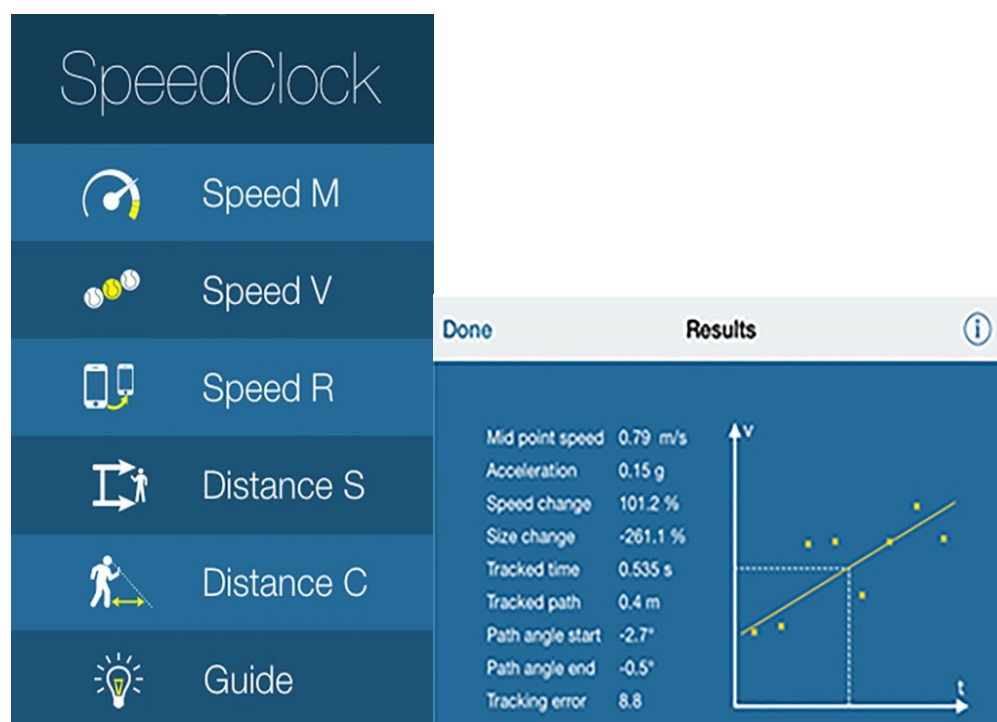
La velocidad del flotador es igual a la distancia entre secciones transversales dividida entre el tiempo del desplazamiento. Deberán tomar como mínimo 5 mediciones de velocidad; la media de estas mediciones se multiplica por un coeficiente de perfil de velocidad, que relaciona la velocidad media y la velocidad superficial medida. Este coeficiente, según OMM (2011), oscila entre 0.86 a 0.98.

La norma ISO 748:2007 concuerda con el manual de prácticas hidrológicas, pero recomienda establecer al menos tres secciones transversales, para calcular el área hidráulica media de la sección aforada y como marca de referencia para la trayectoria que ha de recorrer el flotador utilizado al calcular la velocidad del mismo.

## 2.2. Propuesta de utilización de aplicación en celular para uso de medición de velocidad de flotadores.

Para calcular la velocidad de un objeto en movimiento, utilizando cronómetro, la coordinación mano – ojo, puede afectar la medición. Usar la grabación de video para determinar la velocidad de objetos en movimiento, permite descartar el error humano de sincronización y en experimentos de física esta metodología ha permitido estudiar diferentes fenómenos. (Gil, Experimentos de física, 2013)

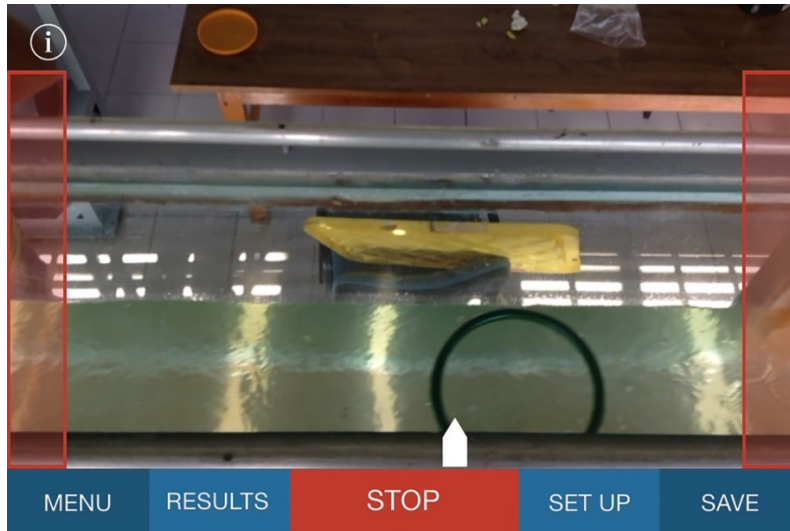
Con el desarrollo de la tecnología, los teléfonos inteligentes permiten realizar una gran cantidad de tareas, utilizando el hardware que poseen. La aplicación SpeedClock® es un ejemplo de esto. Disponible para equipos portátiles de Apple® (teléfonos celulares, tabletas), permite al usuario medir la velocidad de objetos en movimiento (Kaiser, 2015).



**Figura 2.2.-** A la izquierda se muestra la ventana principal de SpeedClock®; a la derecha se muestra resultados de una medición

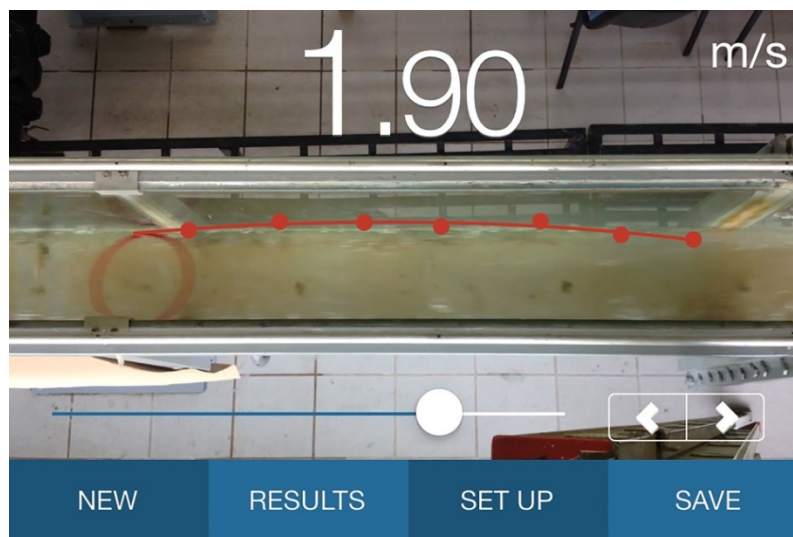
SpeedClock® calcula la magnitud de la velocidad de un objeto en movimiento utilizando el principio "distancia/tiempo", y cuenta con tres modalidades para tal fin: Speed M®, Speed V®, Speed R®.





**Figura 2.3.-** Ejemplo de Speed M®

Una de las ventajas de esta aplicación es que arroja una serie de resultados que permiten determinar si una medición puede considerarse aceptable o no, lo cual incrementa el grado de confiabilidad en uso para los fines que se persiguen, pues presenta una gráfica de las variaciones de la velocidad que detecta la aplicación a lo largo de la grabación (**Figura 2.2**). Mostrando los resultados obtenidos entre cada uno de los fotogramas en los que se sigue el objeto en estudio. **Figura 2.2** muestra un ejemplo de esto.

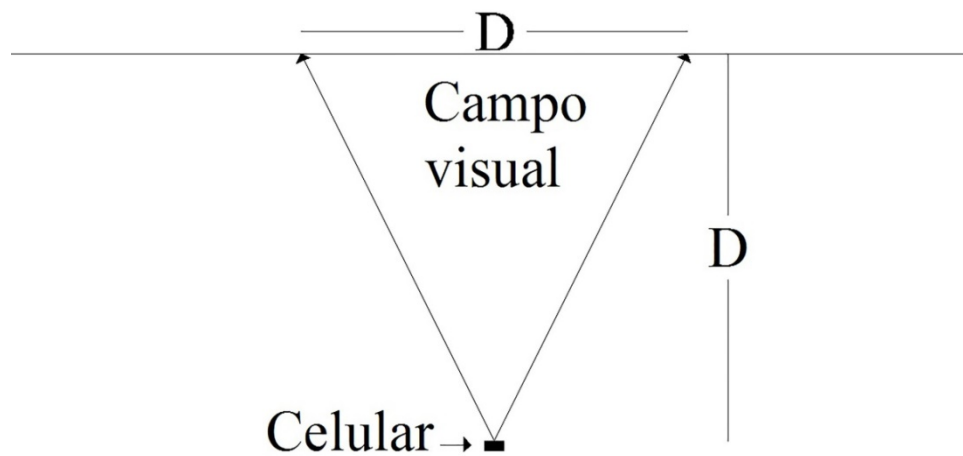


**Figura 2.4.-** Ejemplo de Speed V®

Speed M® (Kaiser, 2014), permite medir la velocidad de objetos en movimiento, de forma simple y en tiempo real. Al instante que la aplicación detecta un cambio en la banda de la pantalla, el cronómetro del celular se activa, cuando atraviesa la última, el cronómetro se

detiene. Se calcula la distancia recorrida y con esto calcula una velocidad. La fotografía de la **Figura 2.4** un ejemplo. El autor recomienda utilizar esta opción para objetos grande.

Speed V® basa la medición en la filmación, recomendado cuando los objetos de interés son pequeños. En el video realizado por el equipo, se detecta el movimiento del objeto seleccionado y cuantifica la velocidad de desplazamiento entre los fotogramas. Esta opción requiere que el usuario seleccione el objeto a medir, al momento de entrar a la línea de visión y a la salida del lente de la cámara. La aplicación traza la trayectoria del móvil. La **Figura 2.4** muestra la forma en la que esto se presenta.



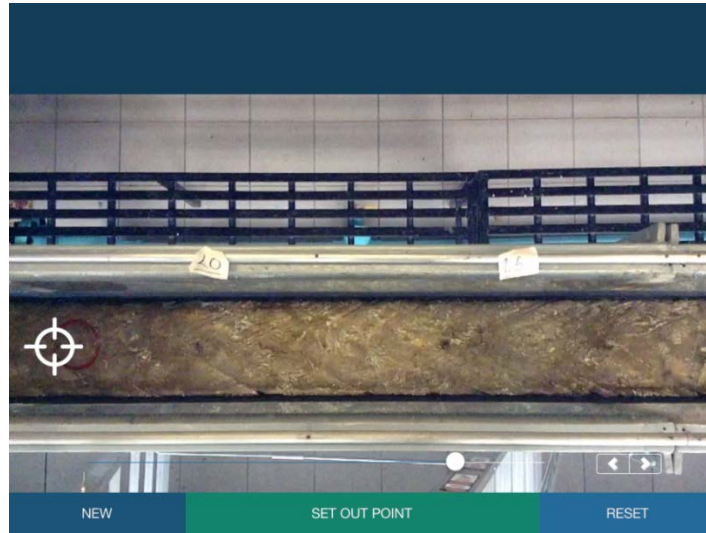
**Figura 2.5.-** Esquema de la relación entre la distancia de la cámara del celular y la longitud del campo visual de esta



**Figura 2.6.-** Interface de procesamiento de video de Speed V®

La información básica que requiere SpeedClock® en cualquiera de sus opciones, es la distancia perpendicular entre la cámara y el objeto en movimiento. El software configura la cámara de tal modo que la distancia entre el lente y el plano enfocado, es aproximadamente igual a la longitud que tiene el campo visual de la cámara del celular; **Figura 2.5**.

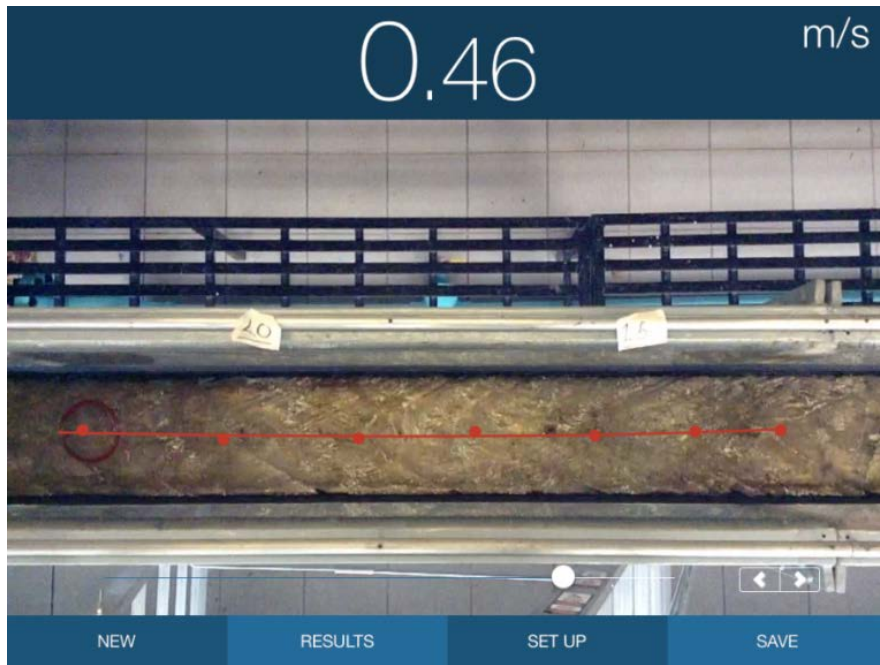
### 2.2.1. Utilización de SpeedClock®



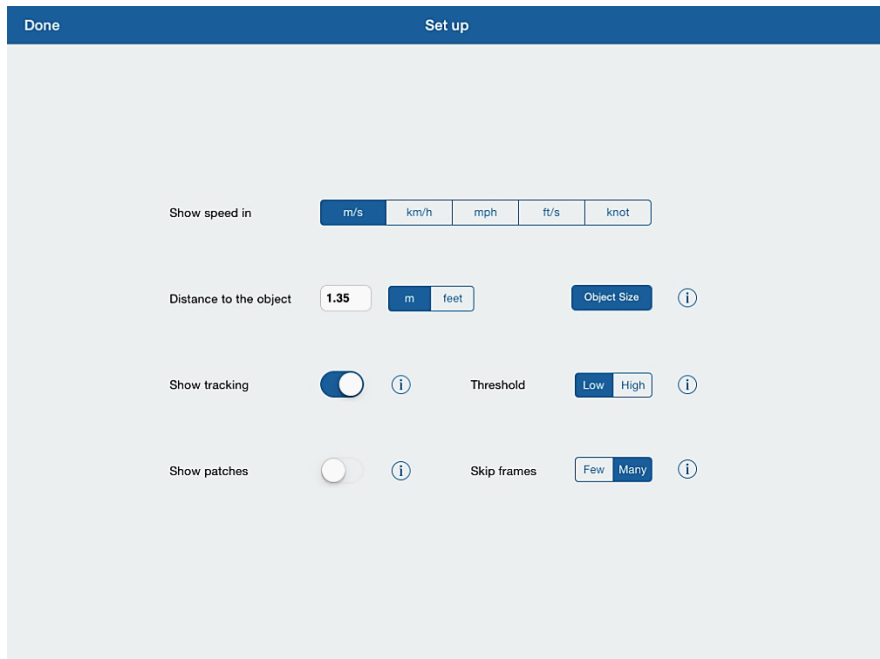
**Figura 2.7.-** Interface de procesamiento de video de Speed V®

De las opciones presentadas por esta aplicación, Speed V® fue la empleada para este trabajo. El uso de esta aplicación es simple y se puede resumir en los siguientes puntos:

- Con la aplicación abierta, se selecciona Speed V® se inicia la grabación del objeto en movimiento (*start recording*)
- Después de que el móvil fue captado en video, se detiene la grabación. Se muestra a continuación el video, en la parte inferior de éste aparece una barra de progreso, donde se puede elegir la parte en la grabación que muestra el objeto de interés. La aplicación pide seleccionar el objeto con el cursor en forma de mira y tocar la opción *set in point*, **Figura 2.6**.
- Se busca el objeto en tomas posteriores, **Figura 2.7**, se selecciona con el cursor y se toca la opción *set out point*.
- La aplicación comenzará a calcular la trayectoria del objeto a lo largo de la filmación y al finalizar se determinará la velocidad, **Figura 2.8**.
- Seleccionar la opción *setting* y colocar la distancia perpendicular que existe entre el objeto y el equipo móvil; en caso de seguir haciendo mediciones de velocidad, la aplicación guardará la distancia proporcionada. Si la ubicación del equipo con respecto al objeto en movimiento es diferente en una medición posterior, es necesario colocar el nuevo valor de la distancia.



**Figura 2.8.-** Aplicación mostrando la velocidad del objeto grabado



**Figura 2.9.-** Ventana de configuración de Speed V®

## 2.3. Técnicas de medición basadas en imágenes para mecánica de fluidos

Como menciona Huang, Fiedler & Wang (1993), en los años 70's se comenzaron a utilizar los primeros algoritmos para la medición del movimiento de partículas y flujos, enfocados principalmente a estudios de geofísica y meteorología (Emery et al, 1986; Simpkins, 1978; Leese et al, 1971). El funcionamiento de estos sistemas consiste en detectar el movimiento entre un par de imágenes y con esto medir la distancia de dicho desplazamiento durante un cierto tiempo.

### 2.3.1. Generalidades del PIV y PTV

Las técnicas *Particle Image Velocimetry (PIV)* y *Particle Traking Velocimetry (PTV)*, son técnicas que tienen como propósito determinar el campo vectorial de velocidades en una región acotada de flujo (Adrian, 1991), considerando un marco de referencia Lagrangiano. En la técnica **PIV** se analiza el desplazamiento de un conjunto de partículas, mientras que el **PTV** se analiza partículas individuales a lo largo de toda la trayectoria de interés.

El principio con el cual se calcula la velocidad en estas metodologías, parte del concepto más básico de velocidad, la relación que existe entre la distancia recorrida por una partícula y el tiempo que le toma hacer dicho trayecto, es decir:

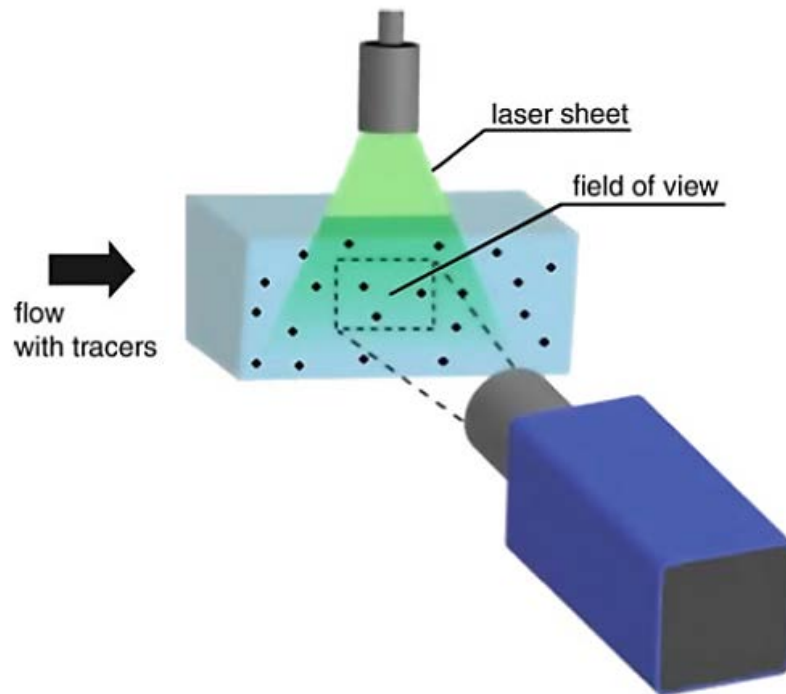
$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Donde;  $\Delta t$  es el intervalo en el que una partícula se desplazarse una distancia  $\Delta x$ .  $\Delta t$  es representado por el intervalo de tiempo que hay entre dos o más de fotografías tomadas, mismas que se utilizarán ya sea para **PIV** o **PTV**.

Una cámara debe ser colocada perpendicularmente a la región de flujo de interés. Esta tomará fotografías o grabará video del mismo. En sentido ortogonal a la línea de colimación de la cámara, se ilumina el fluido con un haz de luz láser. El láser ilumina una región con un espesor pequeño, de tal forma, que las fotografías tomadas permitan observar el flujo bidimensionalmente. La **Figura 2.10** muestra de forma esquemática el procedimiento descrito para llevar a cabo las mediciones con imágenes en dos dimensiones. Tanto PIV como PTV tienen como propósito hacer mediciones en laboratorio, se realizan en una zona oscura, donde la luz no altere las imágenes tomadas (Raffel, Willert, & Kompenhans, 2007).

La principal diferencia entre ambas técnicas radica entre detectar el movimiento de un conjunto de partículas o una sola partícula. Para lograr está diferencia, autores como Adrian (1991), Liu et al. (1991), Brevis et al. (2011); marcan una diferencia importante, la

densidad de partículas en el flujo. Meselhe, Peeva & Muste (2004) define esta densidad como la cantidad de partículas en las áreas de interrogación (**IA**). La **IA** es una región de la imagen del fluido que se analiza y definida al momento de realizar el análisis de las imágenes.



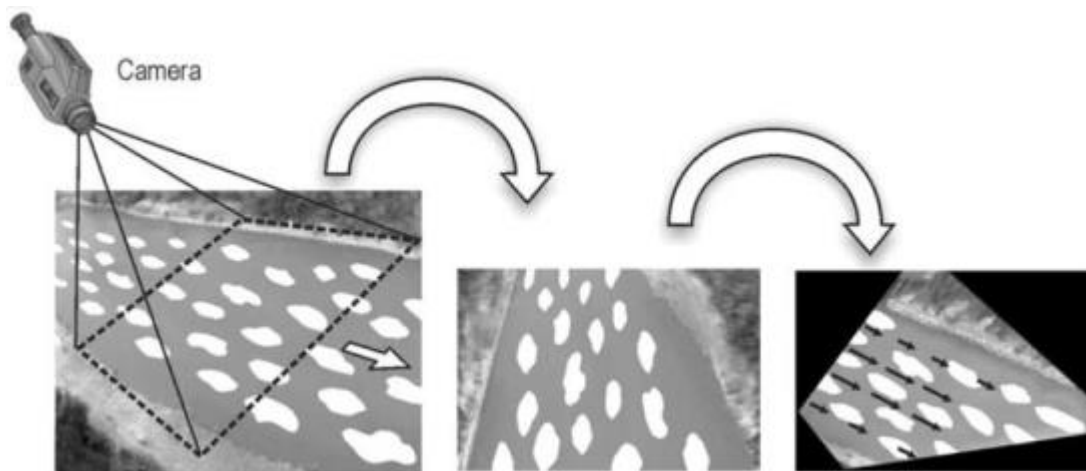
**Figura 2.10.-** Configuración del equipamiento para PIV o PTV tomado de Di Cristo (2011).

### 2.3.2. PIV y PTV de gran escala (LSPIV y LSPIV)

Las técnicas PIV y PTV están diseñadas para ser utilizadas en entornos controlados de laboratorio, Fujita (1994) presenta una adaptación a la técnica de PIV, con la que hace mediciones de la velocidad superficial en entornos fluviales. El autor explica la metodología empleada y la nombra *Large Scale Particle Image Velocimetry (LSPIV)*, que puede ser interpretado en español como: Medición de la velocidad de partículas por imágenes a gran escala. Según Admiraal et al. (2004), el calificativo de “gran escala” hace referencia a la superficie en  $m^2$  que representa la **IA**, en comparación con las empleadas comúnmente en **PIV**. Otras de las diferencias más importantes con la técnicas originales, son el uso de luz natural, la filmación no se realiza de forma perpendicular y los trazadores pueden ser elementos arrastrados de forma natural por el cauce (Creutin, 2003)

Las técnicas de gran escala emplean una cámara de video convencional, que grabará el flujo a medir. Estas técnicas miden la velocidad superficial, y comúnmente emplean

trazadores como indicadores de la velocidad del flujo, estos deben contar con la capacidad de mantenerse a flote. Igualmente que las técnicas originales, las de gran escala tienen la capacidad de generar campos vectoriales de la velocidad del flujo (Fujita, Muste & Kruger 1998). Una de las características que diferentes autores observan en estas metodologías, es la seguridad que proporciona para el personal y equipo de aforo, en el caso de medición grandes avenidas.



**Figura 2.11.-** Representación del proceso de ortorectificación, tomado de Muste (2008)

Al igual que las de técnicas laboratorio (**PIV** y **PTV**), las de gran escala presentan la misma diferencia principal, la densidad de trazadores en el flujo; puesto que el desplazamiento que se presenta entre una toma y otra, se cuantifica de la misma forma, utilizando algoritmos de detección de movimiento de partículas. El **LSPTV** proporcionar información de tipo Lagrangeana (como el **PTV**) ha sido empleado en el uso de análisis de estructuras hidráulicas (Savid et al, 2008). Por otro lado Admiraal, Stansbury & Haberman (2004) reportan que diversos investigadores afirman que las mediciones de **LSPTV** son más precisas, en especial cuando el gradiente de velocidades es alto. En contraparte Kim et al. (2008), afirma que una baja densidad de trazadores, para LSPIV, puede provocar errores de hasta un 20%.

Estas metodologías son más económicas que emplear equipos ultrasónicos para el monitoreo de corrientes naturales o artificiales (Creutin et al. 2003). Por otra parte, la resolución espacial y temporal de los mismos, ha sido un atractivo para el análisis de fenómenos hidráulicos y comportamiento de estructuras hidráulicas.

Una de las aplicaciones más extendidas de estas técnicas es la estimación de caudales en inundaciones, haciendo uso de cámaras de vigilancia, o cualquier grabación tomada del fenómeno (Fujita, Muste, & Kruger, 2010; Tsubaki, Fujita & Tsutsummi, 2011). Con

mediciones hechas con **LSPIV**, algunos autores han generado simulaciones de inundaciones en zonas urbanas para casos de inundaciones relámpago (*flash flood*) (Fujita, Kunita & Tsubaki 2013); y en zonas rurales (La Coz et al. 2010).

Kim et al. (2008) han propuesto y puesto en marcha un **LSPIV** móvil; una camioneta que cuenta con un mástil telescópico, sobre el cual se monta una cámara, en la camioneta transporta equipo de topografía para la colocación de las referencias en el terreno. Esto con la intención de hacer mediciones en ríos sin instalaciones de aforo.

Por su parte; Creutin, Muste & Li (2002), mencionan la posibilidad de emplear las técnicas visuales de gran escala como medio remoto de aforo. Sobre el río Iowa se ha instalado una cámara de vigilancia, con el propósito de monitorear el flujo del mismo. Utilizando como trazadores, objetos arrastrados por la corriente y la espuma generada en la superficie y se demostró que monitorear una corriente es viable y con resultados confiables, 3% de diferencia comparando con técnicas convencionales. El principal inconveniente que el autor, Creutin et al. (2003) expone, es la falta de elementos que permitan usarse como trazador en algunas ocasiones.

### 2.3.2.1. Ortorectificación de imágenes

Al tomar imágenes de canales o ríos, en la mayoría de las ocasiones, se presenta el inconveniente de la perspectiva. No es común tener la oportunidad de grabar el flujo de forma perpendicular. Al realizar tomas desde un costado de la corriente, las distancias obtenidas no son proporcionales a las reales. Las técnicas de gran escala incluyen entre los procesos de análisis, una transformación geométrica de las mismas (Creutin et al., 2002), (Fujita, Muste & Kruger 1998); a este proceso los autores le denominan **ortorectificación**.

Para realizar este proceso se requiere colocar marcas **GRP**, (*Ground Reference Points*). Estos puntos deben ser visibles a la cámara, pues con ellos se determinan los parámetros de transformación geométrica. Son necesarios al menos 6 puntos para que el sistema de ecuaciones de la transformación pueda resolverse (Jodeau et al. 2008).

Diferentes autores exponen propuestas distintas para realizar la ortorectificación de imágenes. Fujita, Muste & Kruger (1998) presentan la siguiente opción;

$$X = \frac{b_1x + b_2y + b_3}{b_4x + b_5y + 1}, Y = \frac{b_6x + b_7y + b_8}{b_4x + b_5y + 1} \quad 2.1$$

Donde  $b_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) son coeficientes de transformación que se determinan por el método de mínimos cuadrados, usando  $N$  pares de puntos conocidos. Las coordenadas



$(X, Y)$  representan las coordenadas físicas de los **GRP**, el par  $(x, y)$  son las coordenadas en pixeles de los **GRP** en la fotografía. El mismo autor propone obtener los coeficientes de transformación resolviendo el sistema de ecuaciones que se muestra a continuación:

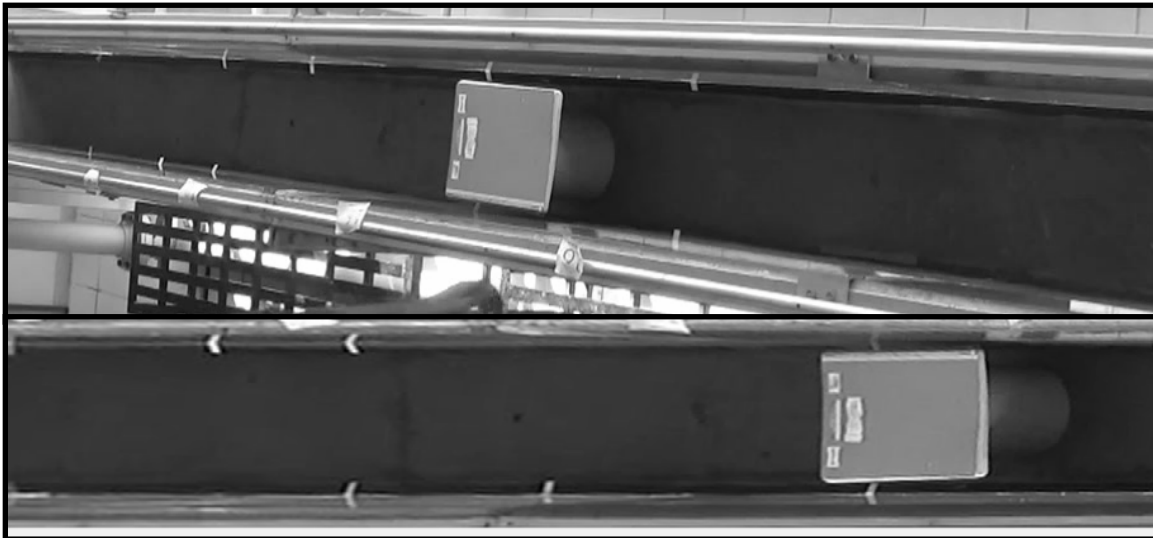
$$TB = Z \quad 2.2$$

Donde T es la matriz presentada en 2.3, B y Z se muestran en 2.4

$$T = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & -x_1X_1 & -y_1X_1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N & y_N & 1 & -x_NX_N & -y_NX_N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_1Y_1 & -y_1Y_1 & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -x_NY_N & -y_NY_N & x_N & y_N & 1 \end{bmatrix} \quad 2.3$$

$$B = [b_1, b_2, \dots, b_8]^T; \quad Z = [X_1, X_2, \dots, X_N, Y_1, Y_2, \dots, Y_N]^T \quad 2.4$$

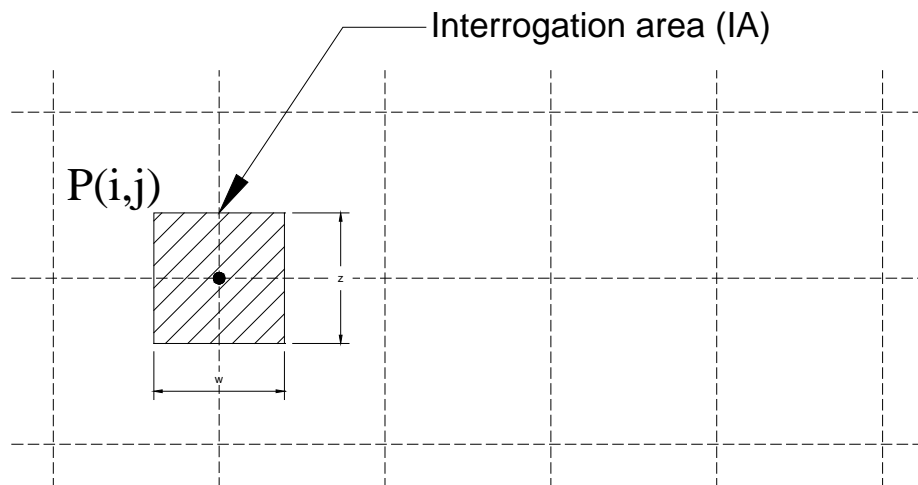
Diferentes autores proponen otras técnicas para la ortorectificación (Creutin et al. 2003), en el estudio realizado en esta tesis solo se empleó la propuesta descrita por Fujita.



**Figura 2.12.-** Prueba de ortorectificación. La imagen de arriba muestra la fotografía original. Abajo se presenta la misma imagen ortorectificada, utilizando la propuesta de Fujita (1998),

### 2.3.2.2. Análisis de imágenes

Una imagen es una matriz de píxeles. Cada uno de los elementos de dicha matriz, contiene el valor que representa la tonalidad del píxel (Cuevas, Zaldibar & Pérez 2010). Con este concepto, las imágenes pueden ser analizadas de forma numérica y por lo tanto, puede ser programada dicha tarea.



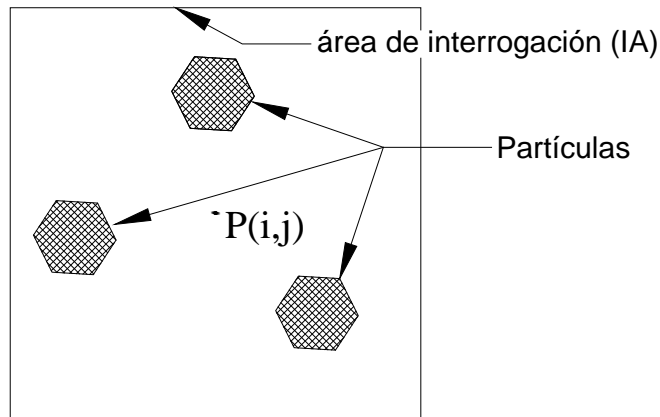
**Figura 2.13.-** Esquema del área de interrogación y malla para análisis de **PIV**, adaptado de Di Cristo (2011)

Tras haber hecho el proceso de ortorectificación de las imágenes se procede a realiza el análisis de movimiento entre un par de imágenes. Existen diferentes algoritmos, los más empleados en mecánica de fluidos, según Adrian (1991) son:

- Correlación cruzada.
- Auto-correlación.
- Franjas de Young.

Siendo **correlación cruzada** el algoritmo más recomendable por su exactitud (Huang, Fiedler & Wang, 1993). La **correlación cruzada** cuantifica el coeficiente de correlación ( $R^2$ ) entre grupos de píxeles de un par de imágenes. Para este proceso debe determinarse el tamaño de dos regiones llamadas: *Interrogation Area (IA)* y *Search Area (SA)* (Fujita, 1998; Di Cristo, 2011).

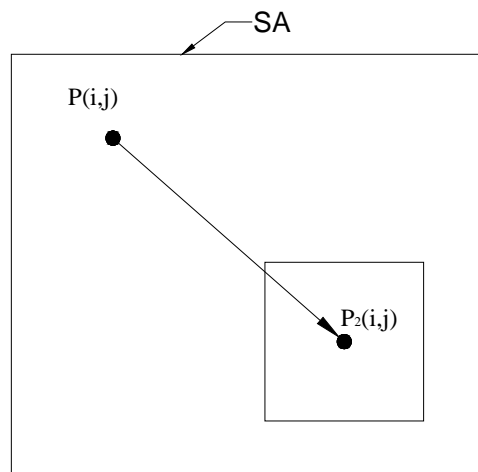
Se genera una malla en la zona de interés, el tamaño de la cuadrícula, depende de la cantidad de detalle que requiera la medición. El centro de la **IA** se coloca en las intersecciones del mallado  $P(i, j)$ , Figura 2.13.



**Figura 2.14.-** Distribución de partículas en la **IA** adaptado de Di Cristo (2011) y Huang et al. (1993)

La **Figura 2.14** muestra un ejemplo idealizado de la **IA** para **PIV**, para el caso **PTV** se desea que cada **IA** contenga una sola partícula. El patrón de partículas de la **IA**, son representadas por una matriz de pixeles, es decir si la **IA** tiene un tamaño de  $24 \times 24$  pixeles, la matriz será una matriz cuadrada de  $24 \times 24$  elementos.

La **SA** representa una región en la segunda imagen donde se buscará el patrón de pixeles formado en la **IA**, tomando como referencia el centro de esta última, es decir, en cada punto de la **SA** se buscará el centro de la **IA**. La correlación cruzada permite calcular el desplazamiento en cada punto en la **SA** como centroide de la **IA** en la imagen anterior. Aquel punto en la **SA** cuyo valor de correlación ( $R$ ) es el más cercano a la unidad, representa la ubicación de desplazamiento entre las fotografías.



**Figura 2.15.-** Representación de la búsqueda del punto  $P(i, j)$  en la **SA** de la segunda imagen, adaptado de Di Cristo (2011).

Para el cálculo del coeficiente de correlación Jaudeu et al. (2008) propone el algoritmo de la expresión 2.5.

$$R(a_{ij}, b_{ij}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_i} \sum_{j=1}^{M_j} [(A_{ij} - \overline{A_{ij}})(B_{ij} - \overline{B_{ij}})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{M_i} \sum_{j=1}^{M_j} (A_{ij} - \overline{A_{ij}})^2 \sum_{i=1}^{M_i} \sum_{j=1}^{M_j} (B_{ij} - \overline{B_{ij}})^2}} \quad 2.5$$

Donde  $M_i$  y  $M_j$  son el tamaño de la IA en pixeles, y  $A_{ij}$  y  $B_{ij}$  representan las distribución de intensidad de grises entre las áreas de interrogación en la primera imagen;  $\overline{A_{ij}}$  y  $\overline{B_{ij}}$  en la segunda imagen. Todo el proceso se repite para cada una de las intersecciones de la malla, buscando el desplazamiento más probable y midiendo la distancia recorrida. De esta forma se obtienen información de magnitud y dirección del movimiento, para cada punto  $P(i, j)$  de la malla.

### 2.3.3. Otras técnicas desarrolladas para flujos a superficie libre

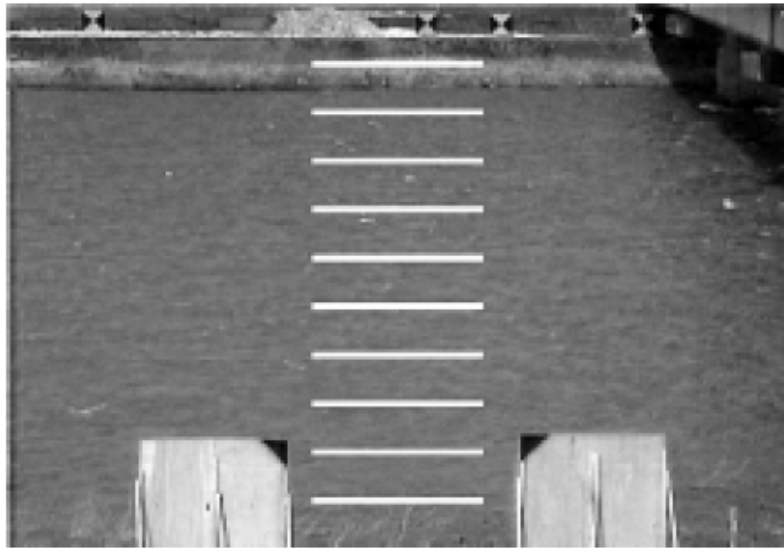
Investigadores han propuesto técnicas basadas en la filosofía de las técnicas visuales de gran escala. Una de ellas propone medir la velocidad de la corriente generando imágenes espacio-temporal de una región de flujo. La segunda propone generar ondas controladas en la superficie del flujo.

#### 2.3.3.1. Medición de la velocidad por imágenes espacio-temporal

En Japón se adoptó una técnica de detección de movimiento, que en la actualidad se emplea en medicina. Esta tiene el nombre de *Spatio-Temporal Image (STI)* y presentada por Fujita & Tsubaki (2002) la cual se nombra como: *Spatio-Temporal Image Velocimetry (STIV)*.

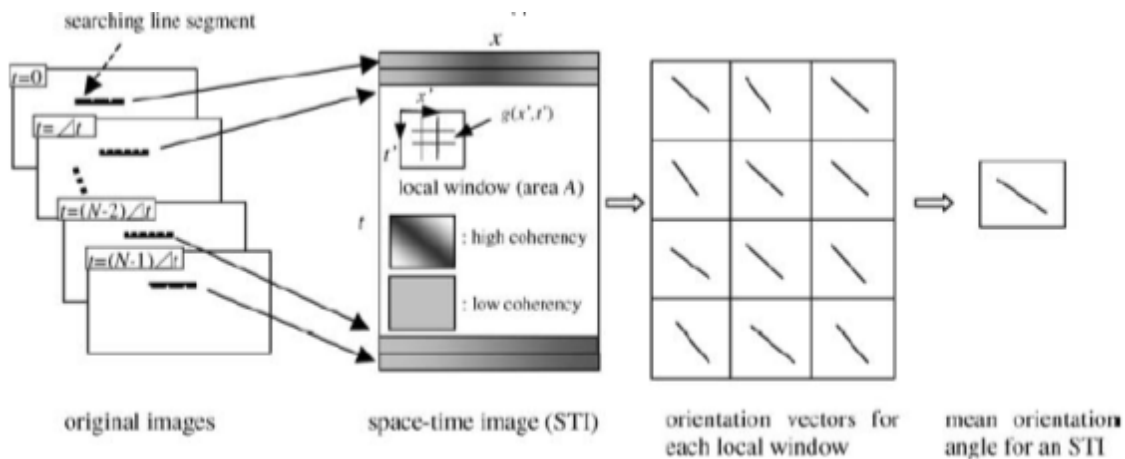
Como el autor describe; el análisis se realiza a una secuencia de imágenes para una zona del flujo de interés. El flujo se **secciona** en franjas, cada una de las franjas será analizada para obtener la velocidad sobre las mencionadas líneas. (**Figura 2.16**).

Con cada franja se genera una nueva imagen **STI**. La primera franja será la parte superior de la imagen, la misma franja en la siguiente fotografía, de la secuencia, se colocará debajo de la anterior, la **Figura 2.17** muestra un esquema del análisis. El proceso es iterativo y se repite hasta que se genere una imagen como la mostrada en la **Figura 2.18**.



**Figura 2.16.- Seccionamiento** de una región de flujo en un río, tomado de Fujita & Tsubaki (2002)

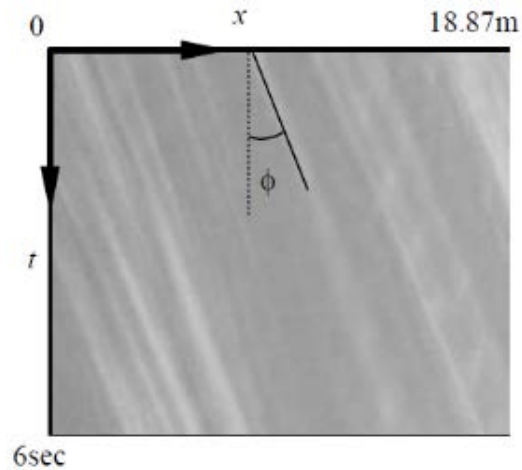
La figura generada crea un patrón con un gradiente visible (Fujita, Watanabe & Tsubaki 2007) de grises, si la imagen analizada se trabaja en escala de grises. La velocidad se obtiene de dicho gradiente; la imagen se considera como una gráfica de espacio contra tiempo, entonces la velocidad es la pendiente del patrón de grises generado en la STI, tal y como se muestra en la **Figura 2.18**.



**Figura 2.17.- Esquema del análisis de imágenes necesario para utilizar la técnica STIV**, tomado de Fujita, Watanabe & Tsubaki (2007)

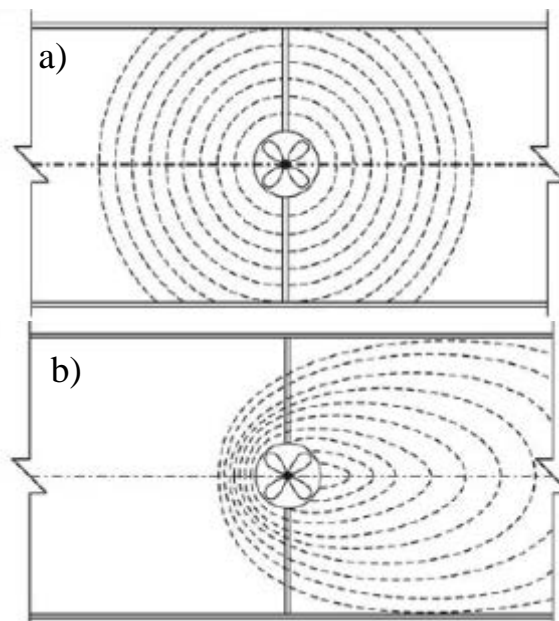
Fujita (2002) aclara que esta técnica requiere de una velocidad tal en el flujo, que provoque rugosidades en la superficie de la corriente. Este mismo autor menciona que en las zonas más alejadas de la cámara, la técnica **STIV** obtiene información más precisa que la **LSPIV**. Tsubaki, Fujita & Tsutsumi (2011) emplean esta técnica para la estimación de caudales

para una inundación, utilizando grabaciones de cámaras de circuito cerrado (CCTV) y afirma tener resultado bastantes precisos.



**Figura 2.18.-** Ejemplo de STI para medición en el río Uji, tomado de Fujita, Watanabe & Tsubaki (2007)

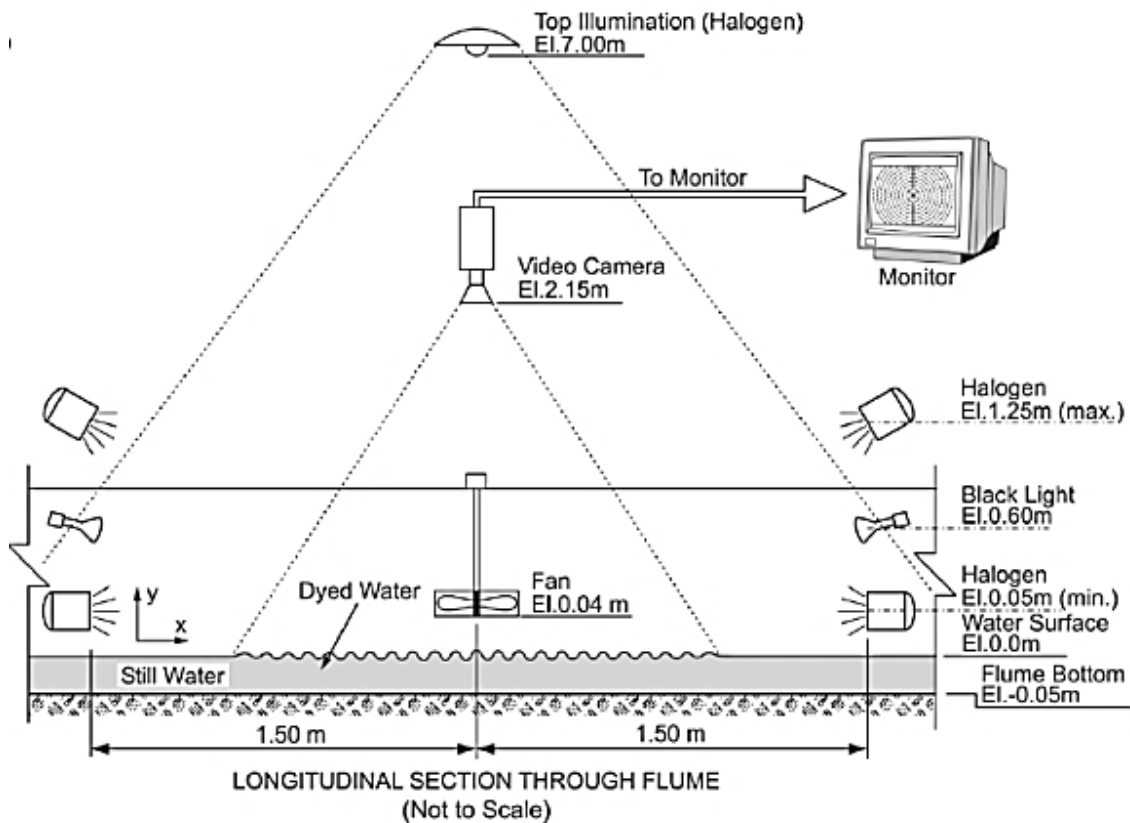
### 2.3.3.2. Medición de velocidad por imagen de ondas superficiales controladas.



**Figura 2.19.-** Esquema de comportamiento de ondas generadas en la superficie de una corriente; a) muestra el caso de agua sin movimiento, b) representa cuando el líquido está en movimiento.

Creutin, Muste & Li (2002) presentan una alternativa a las técnicas **LSPIV** y **LSPTV** para no depender de la presencia de trazadores. Su propuesta es generar ondas en la superficie del fluido. Suponiendo que la onda viaja a una velocidad constante, la velocidad del agua puede estimarse al calcular la diferencia de velocidad a la que se desplazan las ondas en la

superficie libre del agua; es decir, la onda se desplazará más rápido en el sentido del flujo que en dirección opuesta (**Figura 2.19**).



**Figura 2.20.-** Esquema de modelo experimental para verificación de **CSWIV**, tomado de Mustea (2005).

Muste, Schöne & Creutin (2005) nombran a esta técnica *Controlled Surface Wave Image Velocimetry (CSWIV)*, que en español puede interpretarse como: Medición de la velocidad por imagen de ondas superficiales controladas. El autor muestra resultados experimentales aplicando este método, la velocidad de las ondas es estimada empleando correlación cruzada.

La **Figura 2.20** muestra el sistema con el que fue evaluado el **CSWIV**. El autor concluye que la técnica es viable, pues comparando con LSPIV, la diferencia entre métodos es de aproximadamente 6%. Sin embargo, aclara que la técnica, solo es factible en condiciones de baja velocidad; la velocidad de las pruebas fue inferior a 0.05m/s. Se requiere de una gran cantidad iluminación para filmar adecuadamente las ondas generadas, (**Figura 2.20**); por esta razón el autor propone esta técnica en condiciones de laboratorio.

#### **2.4. Comentarios sobre técnicas para la medición de la velocidad con video**

Utilizar equipos de fácil acceso, como el caso de equipos celulares y similares, presenta una oportunidad para realizar mediciones rápidas de la velocidad del flujo en un canal. Si es posible la generación de códigos que permitan medir la velocidad de un objeto utilizando herramientas de este tipo; es posible generar rutinas de programación que permitan hacer este mismo proceso en otros equipos electrónicos que podrían ser instalados en puntos de aforo para canales.

Las técnicas basadas en **PIV**, como ya se mencionó en este capítulo, se han utilizado para el aforo de corrientes. Por sus características, el **LSPIV** es capaz de generar un perfil de velocidades superficiales y con esto obtener la velocidad media de la superficie. Esta técnica es otra opción para automatizar puntos de aforo utilizando cámaras de video, como Creutin (2003) presenta.

Los trabajos experimental mostrado en el siguiente capítulo fueron realizados con la aplicación SpeedClock® y la técnica **LSPIV**.





# Capítulo 3 Estudio experimental de la velocidad superficial

---

En el presente capítulo se presenta la descripción y puesta en marcha de tres experimentos realizados, relacionados al desplazamiento de objetos flotadores y la relación existente entre la velocidad superficial de un flujo en canales y la velocidad media del mismo.

## 3.1. Pruebas de medición de velocidad con SpeedClock® y diferentes propuestas de flotador, experimento 1.

Se realizó una serie de mediciones utilizando la aplicación SpeedClock® para equipos portátiles Apple®. Esto con la intención de conocer su funcionamiento y buscar un prototipo de flotador que permitiera determinar la velocidad superficial en un canal.

La información mostrada por la aplicación al momento de realizar la medición de la velocidad es capaz de demostrar el nivel de precisión con la que se realiza la medición, por lo que se propone calcular la velocidad de objetos flotantes, como trazadores, en un canal de laboratorio para cuantificar la velocidad superficial del flujo.

Debe existir un conjunto de parámetros (variables independientes) para los cuales, la medición, usando la aplicación mencionada, permita cuantificar la velocidad del flujo superficial con cierto grado de exactitud. Al respecto surgen los siguientes cuestionamientos generales:

- ¿Funcionará la aplicación para medir la velocidad de un objeto flotador?
- ¿Qué condiciones físicas se deben satisfacer para lograr una medición aceptable?
- ¿De qué magnitud será la desviación estándar en una serie de repeticiones de un mismo trazador bajo las mismas condiciones de flujo usando este tipo de medición?

De manera más específica se presentan la siguiente duda, para lograr obtener una estimación aceptable de la velocidad:

¿Qué trazadores pueden utilizarse?

Herramientas y materiales empleados

- Equipo con aplicación SpeedClock®
- Canal de pendiente variable
- Cinta métrica
- Escalera/andamio

- Diferentes tipos de objetos que funciones como flotadores
  - Globos
  - Pelotas de goma
  - Esferas de unicel
  - Aros fabricados con manguera
  - Elementos fabricados con PVC
  - Tapa de recipiente de 0.15m

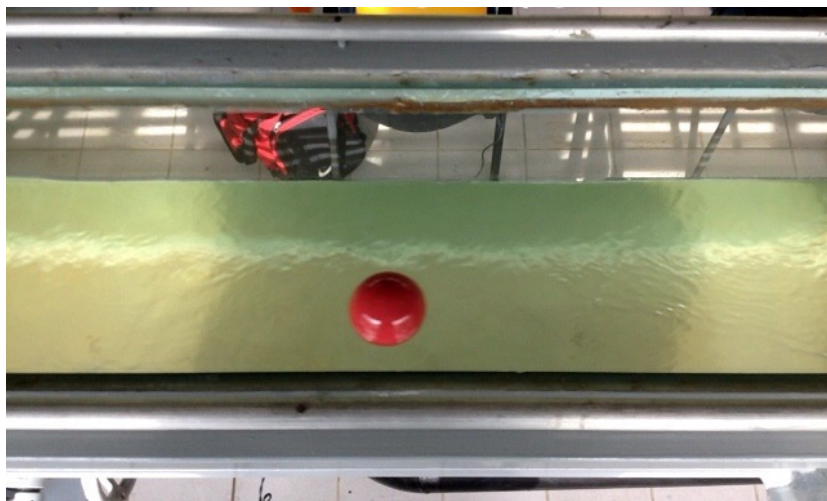
El procedimiento del experimento es el siguiente:

- Hacer circular agua por el canal de pendiente variable con un gasto constante.
- Calcular la velocidad del objeto flotador a la mitad del canal.
- Definir la ubicación del observador con el celular
- Medir la distancia entre la superficie libre del agua y el celular, para calibrar la aplicación
- Realizar al menos 10 repeticiones por trazador
- Considerar solamente las mediciones de aquellos flotadores que se muevan preferentemente por el centro del canal. Si un flotador se mueve por las orillas, y toma contacto con la frontera puede alterar la velocidad del objeto

Se hará un concentrado de las velocidades calculadas en cada prueba. De los resultados se elegirá un objeto flotador para posteriores pruebas.

### 3.1.1. Desarrollo del experimento 1

El experimento se realizó en el laboratorio del posgrado UNAM –IMTA (ver **Anexo A**).



**Figura 3.1.-**Pelota de goma utilizada en experimento 1

Aquellas propuestas de flotador más ligeros fueron descartados sin hacer la prueba, pues se observó que el flujo los hacía brincar; estos fueron las **esferas de unicel** y los **globos**.

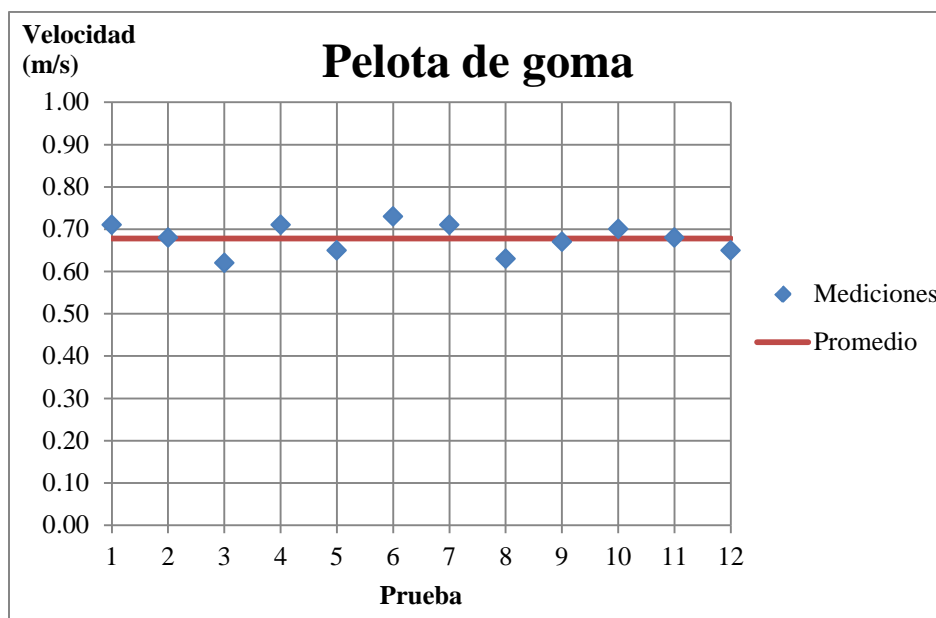
Se realizó la prueba con la pelota de goma, los aros fabricados de manguera, una cruz fabricada con PVC y la tapa de plástico.

Todos los trazadores fueron pintados para lograr que la SpeedClock® los detectará. Cualquier color contrastante fue detectado, tal es el caso del rojo, el plateado, amarillo e incluso el blanco, cuando el entorno era oscuro.

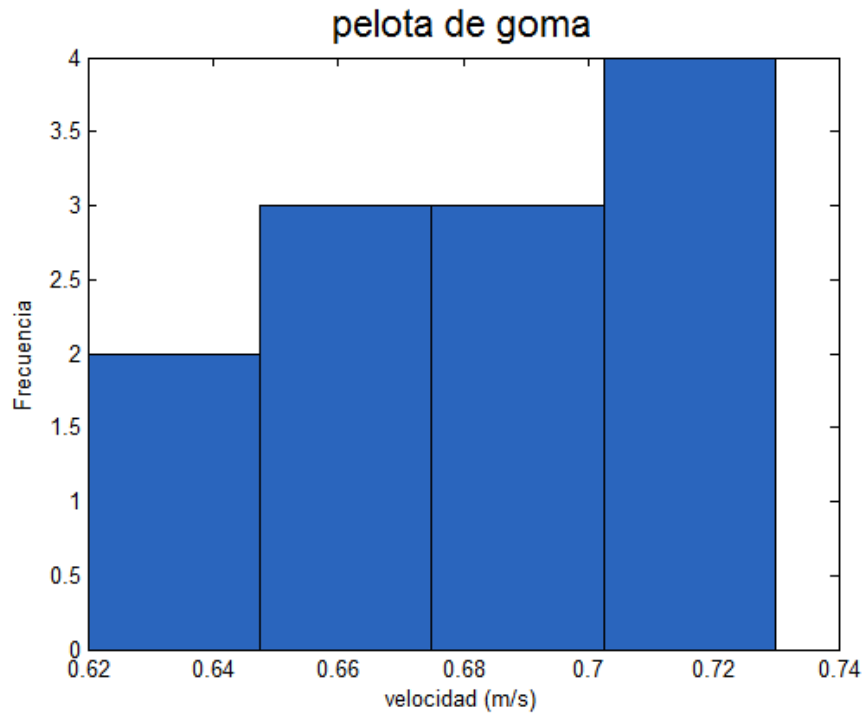
### 3.1.1.1. Resultados con pelota de goma.

La pelota empleada es de color rojo, con un diámetro de 0.05 m y un peso de 0.041kg. Con esta información medida del objeto, se calculó su densidad relativa, la cual fue de 0.38.

Para este flotador se hicieron 12 repeticiones, el promedio de su velocidad fue 0.68 m/s, la desviación estándar de la muestra fue de 0.04. El coeficiente de variación, la relación de la media entre la desviación estándar, de los datos tiene un valor de **0.05**. La **Figura 3.2** muestra gráficamente los resultados de la medición.



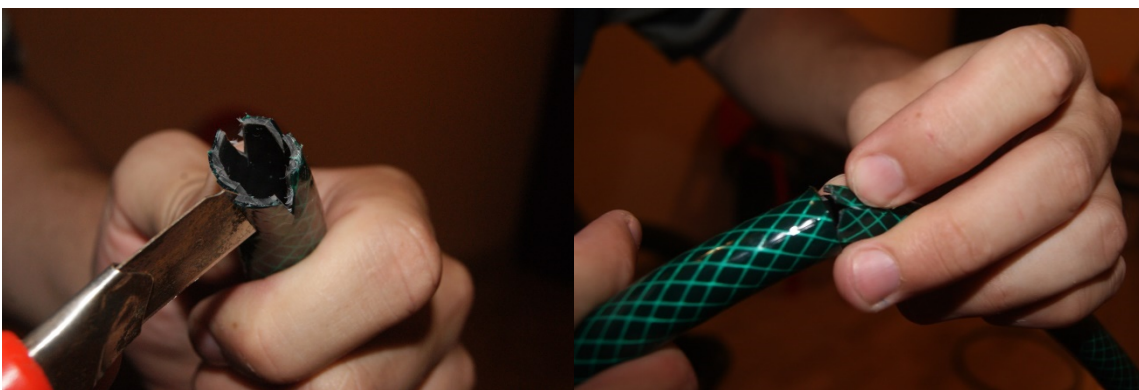
**Figura 3.2.-** Resultado de velocidades medidas del flotador, por cada prueba, y su promedio



**Figura 3.3.-**Histograma de frecuencia de resultados obtenidos

Durante la prueba con este flotador, fue necesaria la repetición de la mayoría de las mediciones, pues en casi todas, el flotador no permanecía en el centro del canal se dirigía a las orillas. También se detectó que la pelota gira sobre sí misma en todas direcciones mientras se desplaza sobre el flujo, este comportamiento podría afectar su movimiento.

### 3.1.1.2. Resultados con aros de manguera.

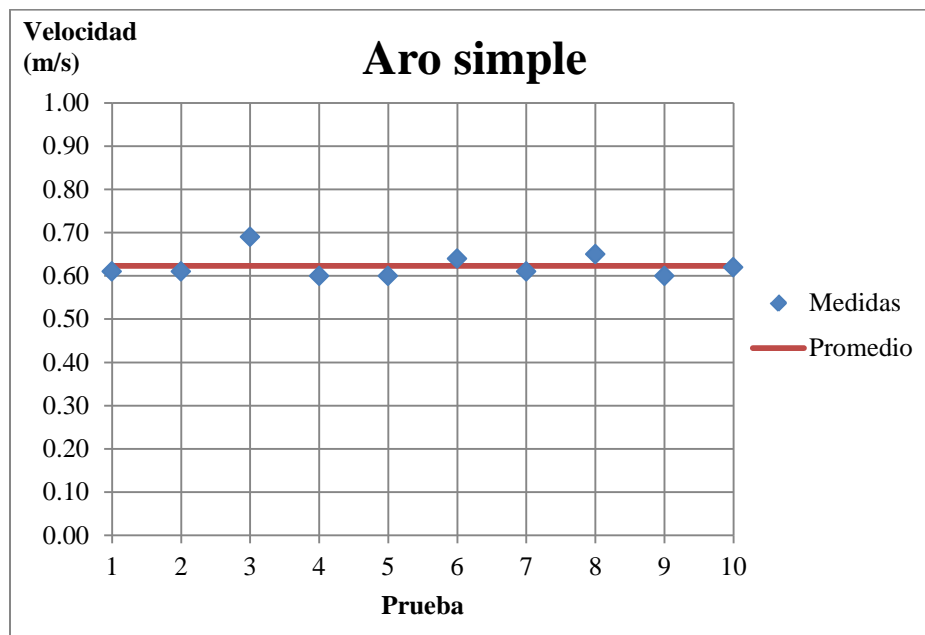


**Figura 3.4.-** Demostración de la fabricación de aros flotadores.

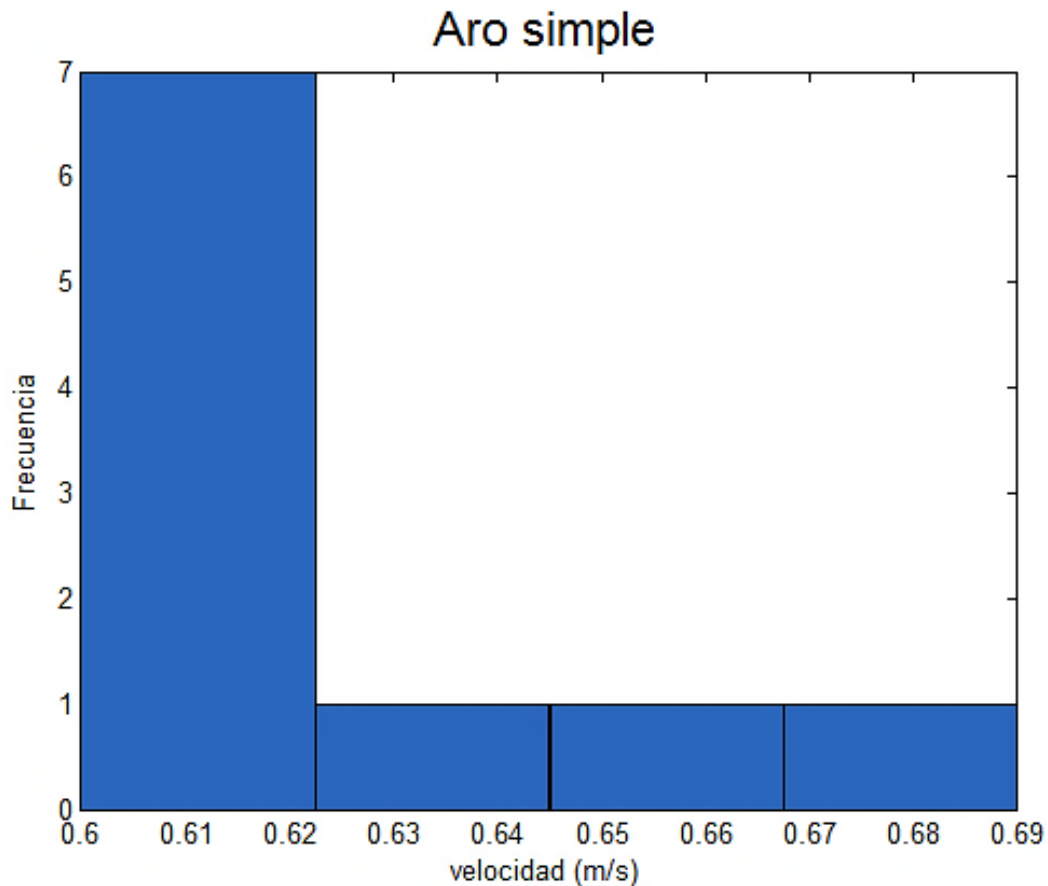


**Figura 3.5.-** Aro simple con manguera de nivel de 5/16”

Este flotador requiere ser elaborado. De un lado es necesario hacer una o dos incisiones, de tal forma que entre dentro del otro extremo. La forma circular del aro se forma automáticamente. Es posible que sea necesario calentar alguno de los extremos de la manguera para hacer la unión. La construcción del aro no lleva más de 5 minutos. Por la forma del flotador; el rotacional de objeto solo tiene una componente, el perpendicular a la superficie libre del agua. Al ser estable este objeto en flotación, pudo ser posible agregarle elementos adicionales, mismos que se presentan más adelante.



**Figura 3.6.-** Resultado de velocidades medidas del flotador, por cada prueba, y su media

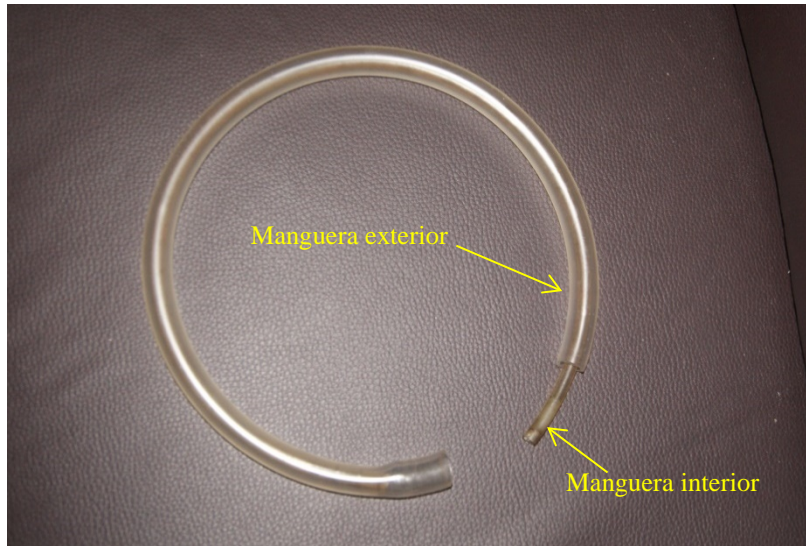


**Figura 3.7.-**Histograma de frecuencia para aro simple

En el primer conjunto de mediciones se utilizó un aro, fabricado con manguera de nivel con un diámetro de 8 mm (5/16”), el aro formado contaba con un diámetro de 0.11 m, para distinguirlo se le nombró **aro simple**, el cual tiene un diámetro igual a la mitad del ancho del canal. La densidad relativa de este flotador fue de 0.70.

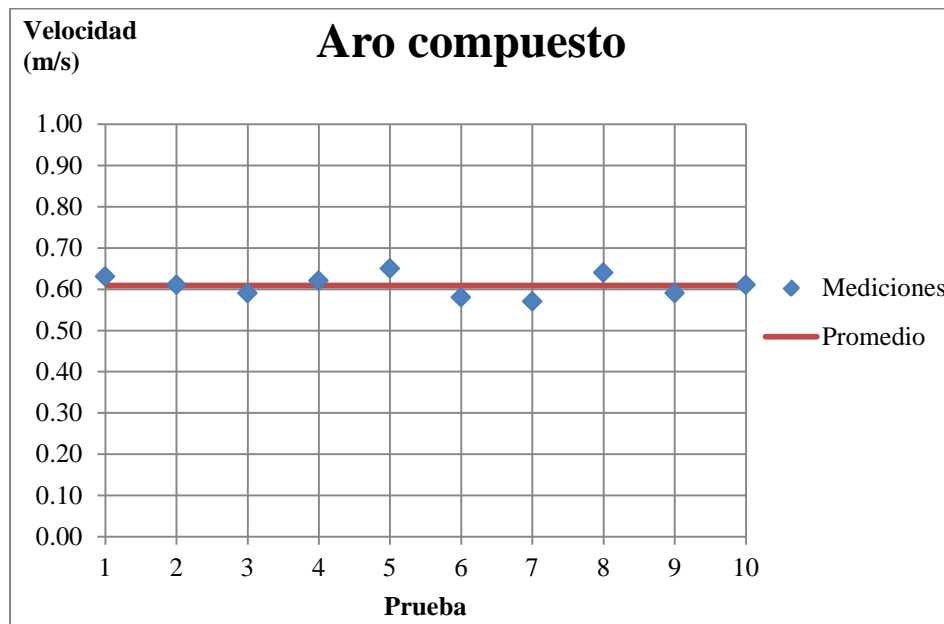
Se realizaron 10 repeticiones la media de las velocidades medidas fue 0.62 m/s, con una desviación estándar de 0.03 m/s, la coeficiente de variación es de es de **0.047**. De cada 3 mediciones, solo 1 de ellas era descartada por efecto de su trayectoria fuera del centro del canal.

Se hizo un aro de 0.21 m de diámetro con manguera de 13 mm (1/2”), con intención de hacerlo más pesado, sin superar el peso específico del agua, se introdujo una manguera de nivel llena de agua, dentro de la más grande. Para que el líquido no se escapara, se sellaron los extremos con silicón. Para identificar, se le nombró: **Aro compuesto**. La densidad relativa de este flotador fue de 0.72.



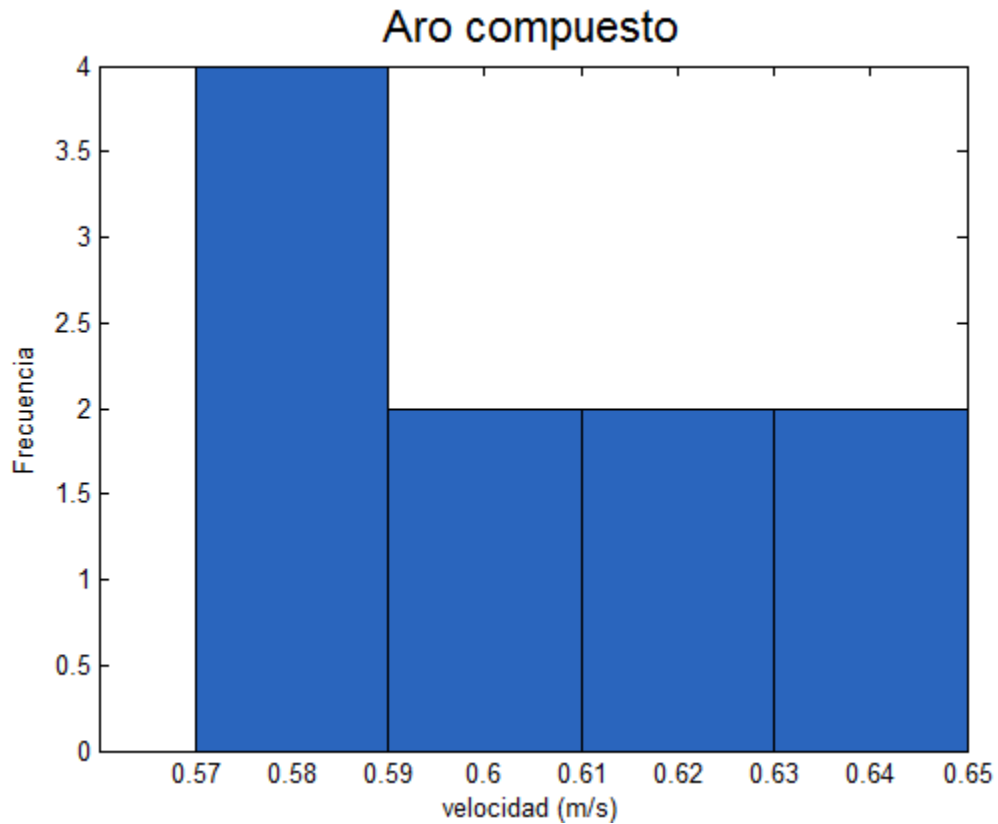
**Figura 3.8.-** Fotografía de **Aro compuesto**.

Se realizaron 10 mediciones, su media fue de 0.61 m/s y una desviación estándar de 0.03 m/s, el coeficiente de variación **0.043**. El comportamiento de este aro fue similar al anterior.



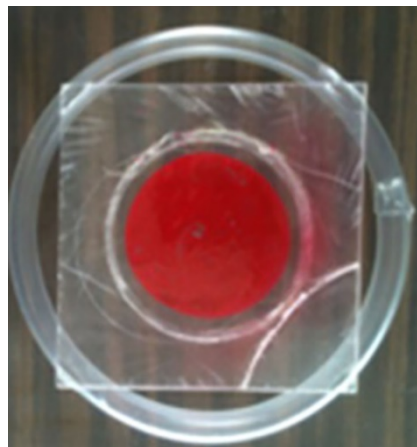
**Figura 3.9.-** Resultado de mediciones del flotador, por cada prueba, y su media



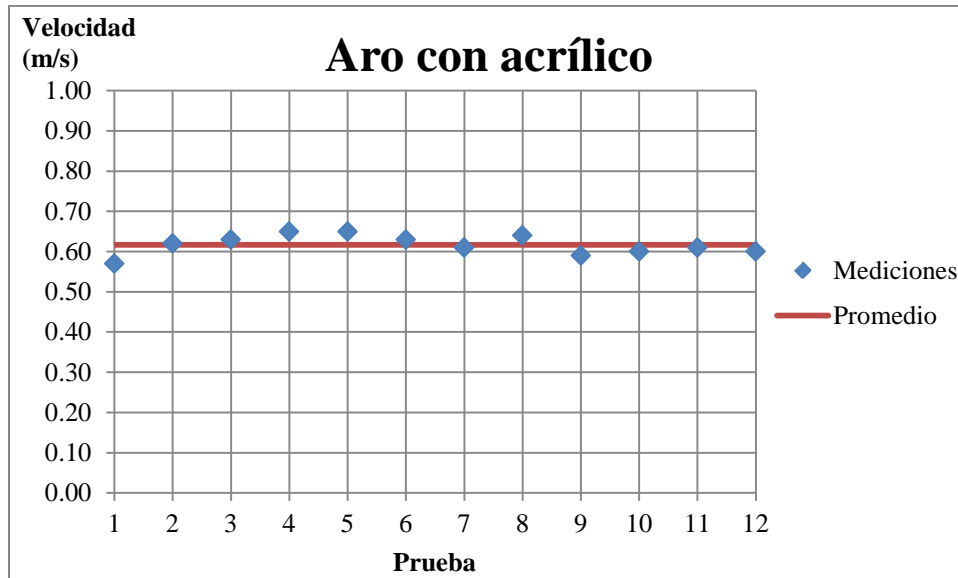


**Figura 3.10.**-Histograma de frecuencia de resultados con Aro compuesto

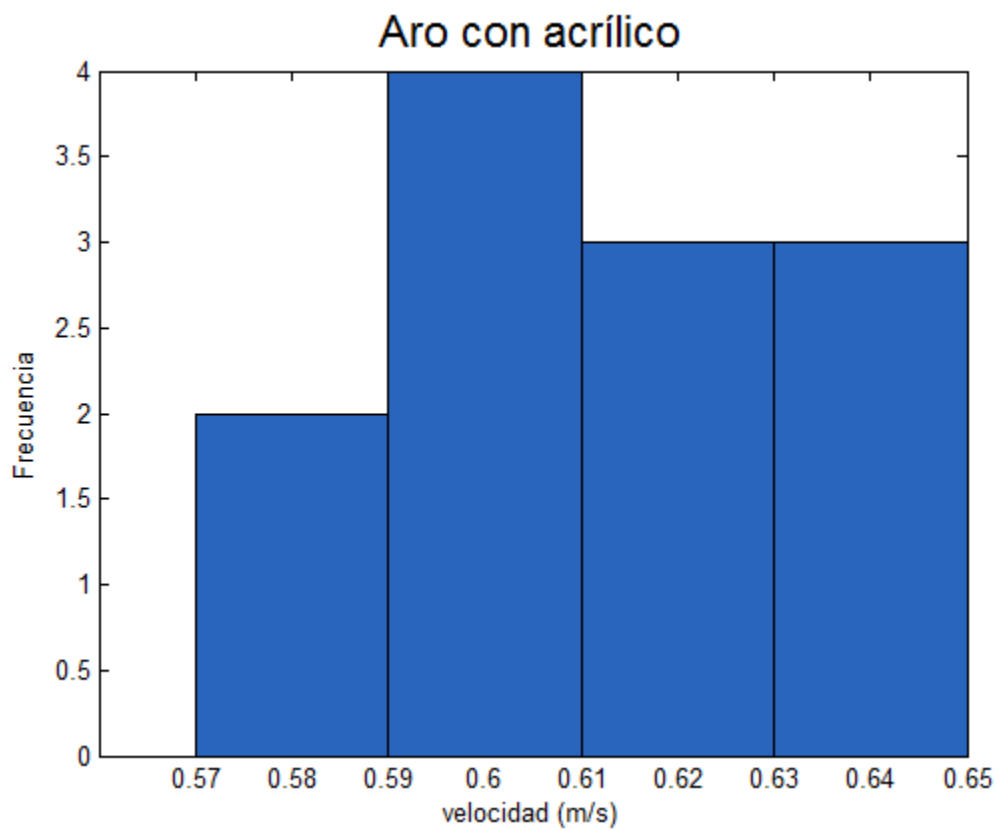
Se realizó una tercera modificación al **aro**, Sobre un aro de 0.21cm de diámetro, fabricado con manguera de 13 mm (1/2”), se montó una placa de acrílico, buscando darle el mayor peso posible sin que este se hundiera. Se pintó un círculo de color rojo para poder hacer contrastes (los materiales eran transparentes). Este trazador fue nombrado como **aro con acrílico**, para identificarlo.



**Figura 3.11.**-Fotografía de aro con acrílico.



**Figura 3.12.-** Mediciones y media de las pruebas con aro con acrílico.



**Figura 3.13.-**Histograma para resultados de aro con acrílico

La fabricación de este flotador tomó más tiempo. La placa fue fijada con un pegamento especial, de tal forma que soportara la fuerza del agua al momento de caer fuera del canal. El pedazo de acrílico bien podría ser cambiado por algún material de dimensiones y peso similar. Se alcanzó una densidad relativa de 0.80, se mantuvo al centro del canal la mayoría de las veces.

Se hicieron 12 repeticiones en la medición usando este flotador. La media de las velocidades fue 0.62 m/s, con una desviación estándar de 0.02m/s, coeficiente de variación con valor de **0.040**.

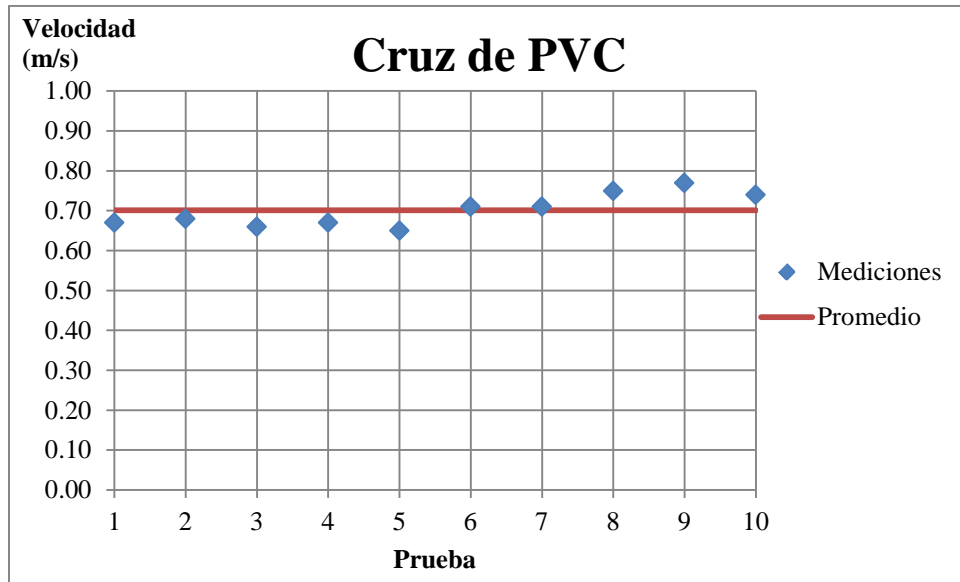
### 3.1.1.3. Resultados con cruz de PVC

Se utilizó un trazador de forma circular que solo girara alrededor de una dirección, como el trazador anterior, parece no ser tan afectado como el caso de la pelota. Por este motivo se ideó un flotador que funcionará de forma similar. Utilizando una **cruz** de PVC hidráulico, y unir 4 pedazos de tubo del mismo material, formando una cruz, para que se desplazará de forma similar al aro. La construcción de este flotador entre 15 y 20 minutos, teniendo todos los materiales.

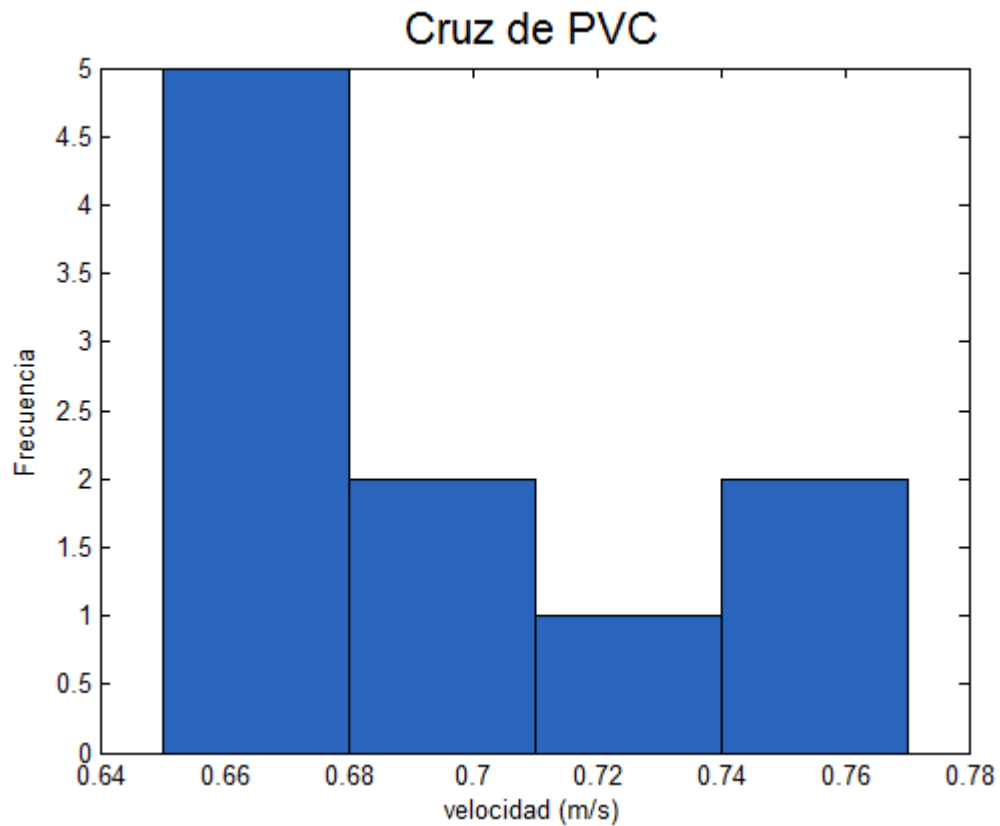


**Figura 3.14.-** Cruz de PVC

La pieza mide de extremo a extremo 0.20m por ambos lados y una densidad relativa aproximada de 0.65. Se realizaron 10 repeticiones. La media de la velocidad de estas repeticiones fue de 0.70 m/s y una desviación de 0.04 m/s y coeficiente de variación de **0.059**. Mientras el flujo arrastraba este objeto, su comportamiento fue idéntico al observado con los aros



**Figura 3.15.-**Resultado de mediciones con flotador indicado.



**Figura 3.16.-**Histograma de resultado con cruz de PVC

### 3.1.2. Selección de flotador y comentarios

Cualquier objeto flotando a merced de la corriente de un flujo es impredecible. De los empleados en el **experimento 1** los últimos dos se trasladaron en línea recta con mayor regularidad.

La **pelota de goma** presentó las trayectorias más erráticas, estadísticamente los resultados anteriores no fueron muy diferentes a la media. Pero su recorrido es motivo para ser descartado.

La **cruz de PVC**, requiere un periodo de elaboración mayor al de los demás trazadores. Su movimiento en el flujo permaneció en línea recta la mayoría de las veces. Los resultados no presentan una gran dispersión, sin embargo presentó la desviación estándar mayor.

Para el **aro**, es necesario considerar que su trayectoria en la mayoría de las veces fue como la esperada. La desviación estándar para todas las modificaciones hechas, fue idéntica entre ellas y menor que en el resto de los trazadores. Considerando esto se elige el **aro simple**. Las adaptaciones realizadas a este flotador no disminuyeron la dispersión de los datos, por lo que el esfuerzo extra para aplicar las modificaciones no justifica hacerlas. A continuación se presenta un concentrado de los resultados mostrados anteriormente en una tabla

<b>Flotador</b>	<b>Promedio (m/s)</b>	<b>Coefficiente de variación</b>	<b>Mediciones descartadas</b>
Pelota de goma	0.68	0.052	9
Aro simple	0.62	0.047	3
Aro compuesto	0.72	0.043	3
Arco con acrílico	0.62	0.040	2
Cruz de PVC	0.70	0.059	4

Con el flotador seleccionado se realizaron pruebas en las que se compararon la velocidad superficial con la media del flujo. Dichos experimentos se describen en el siguiente capítulo.

Al suponer que el flujo en un canal sigue la ley de distribución de velocidades, es fácil imaginar que su velocidad media ( $u_m$ ) y la velocidad en la superficie ( $u_d$ ) están directamente relacionadas. Diversos autores mencionan que esta relación varía entre 0.84 y 0.90 (OMM, 2011; ISO 748, 2007); en adelante, en este documento, a este cociente se le nombrará: **relación de velocidades**. Esta relación es recomendada cuando se afora con la técnica del flotador tal y como se menciona en el capítulo 2. Al considerar la ley de

distribución de velocidades de Prandtl - Von Kármán para un canal, solo es aplicable al considerar que este es infinitamente ancho (Keulegan, 1938).

### 3.2. Determinación experimental de la relación de velocidades, experimento 2 y 3

Se hicieron pruebas preliminares en el canal de laboratorio, donde se comparó la relación de velocidades para condiciones de flujo al azar, sin ser concluyentes. En estos se obtuvieron valores de la relación de velocidades entre 0.90 y 1.05, aproximadamente.

Para determinar esta relación y observar la forma en la que varía, se planteron dos experimentos. El primero de estos consiste en determinar la velocidad superficial del flujo bajo un mismo gasto ( $Q$ ) y para diferentes tirantes ( $y$ ). El segundo con diferentes gastos para un mismo tirante. Esto utilizando diferentes flotadores.

#### 3.2.1. Trazadores a utilizar

Para el desarrollo experimental que se describirá a continuación se seleccionaron tres trazadores diferentes: “aro”, “balsa”, “lentejas”. Para los primeros dos se utilizará la aplicación SpeedClock®, el tercero servirá para medir la velocidad superficial empleando la técnica LSPIV.



Figura 3.17.-Aro utilizado en pruebas

El “aro” empleado en las mediciones, fue el mismo seleccionado en el apartado 3.1 de este trabajo. Este cuenta con un diámetro igual a la mitad del ancho del canal. El flotador nombrado como “balsa”; fue concebido con la intención de que registrara la velocidad media del flujo en la superficie. Las “lentejas” fueron discos de cera de parafina, estos se elaboraron, a partir de velas, las cuales fueron cortadas transversalmente. Estas “lentejas”

tienen la intención de hacer mediciones de la velocidad superficial en regiones más pequeñas del flujo.



**Figura 3.18.-** Flotador “balsa” en experimentos



**Figura 3.19.-** “Lentejas” de cera empleadas para mediciones de **LSPIV**.

La “**balsa**” se fabricó con tubería de PVC hidráulico de 3/4” de diámetro. Se unió con tubería de 1/2” en su parte superior para darle estabilidad, tomando forma rectangular. Su construcción fue tal, que solo las dos barras formadas por la tubería más grande tuvieran contacto con el flujo en la longitud del ancho del canal de forma perpendicular a la

dirección del flujo. El giro del flotador era limitado, por sus dimensiones, la “balsa” se elaboró con un ancho de 0.22 m, mientras que el canal presenta 0.245m.



**Figura 3.20.-** Detalle de flotador “balsa”

### 3.2.2. Metodología del experimento 2 y 3

En canales con un ancho finito, esta longitud y el tirante afectan directamente la *relación de velocidades*. Por esto, la información geométrica pueden servir para el cálculo de la velocidad media haciendo mediciones de la velocidad superficial. Al respecto surgen las siguientes dudas:

Para diferentes tirantes, en un mismo canal:

- ¿En qué proporción cambia la *relación de velocidades*?
- ¿Puede considerarse constante la *relación de velocidades*, sin importar el tirante en un canal rectangular?
- ¿En qué proporción son diferentes la velocidad media del flujo y la velocidad media en la superficie?
- ¿La *relación de velocidades* es igual para cualquier flotador a emplear?

Las variables involucradas en el experimento son:

- Tirante.
- Gasto.
- Turbulencia.
- Diferencia de velocidad en la superficie a lo ancho del canal.



Las herramientas empleadas fueron:

- aplicación *SpeedClock*<sup>®</sup>
- Videocámaras
- Flexómetro
- Post-It<sup>®</sup>
- Trazadores
  - “Aros” trazadores de diámetros igual a la mitad del ancho del canal
  - “Balsa”.
  - “Lentejas” de cera parafina.
- Canal de pendiente variable.
- Vertedores rectangulares de acrílico sin contracciones de 8 diferentes tamaño (*Experimento 2*).
- Compuerta metálica al final del canal (*Experimento 3*)
- Bastidor para videocámara.

El procedimiento se describe a continuación:

1. *Experimento 2*. Gasto constante – velocidad variable: Se establece un **gasto** ( $Q$ ) y se modifica la **velocidad media** ( $u_m$ ), entre ensayos, elevando el **tirante** ( $y$ ) en el canal con los vertedores.
2. *Experimento 3*. Tirante constante – velocidad variable. Se selecciona un **tirante** ( $y$ ) y se modifica el **gasto** ( $Q$ ) en cada prueba. El tirante se mantendrá constante manipulando la compuerta al final del canal
3. Para ambos experimentos se medirá la velocidad superficial del flujo utilizando los trazadores propuestos.
4. Para los “aros trazadores” y la “balsa” la velocidad se medirá con la aplicación *SpeedClock*<sup>®</sup>.
5. Para las “lentejas” de parafina, la estimación de la velocidad se realizará utilizando la técnica *LSPIV*.
6. Para obtener un valor medio de la velocidad y minimizar los efectos de la turbulencia, se harán por lo menos 10 mediciones para cada velocidad y trazador.
7. Para fijar las distancias se colocarán Post-It<sup>®</sup> como marcas de referencia (**GRP**) en el canal, a cada 0.50 m a lo largo de 2 metros.
8. Se montará la cámara sobre el canal, justo encima de las marcas.
9. Se harán repeticiones de medición para cada medición.
10. El gasto con el que se realizarán las pruebas, será medido con el vertedor triangular que forma parte del sistema del canal de pendiente variable (ver **Anexo A**). Este caudal será controlado con las válvulas correspondientes.

### 3.2.3. Experimento 2

Las pruebas se realizaron con un gasto de  $0.01462 \text{ m}^3/\text{s}$ , al cual le corresponde a una carga hidráulica en el vertedor triangular de  $0.16 \text{ m}$ . La **Tabla 4.1** muestra los tirantes y las velocidades medias para 8 pruebas diferentes. Cada prueba se compuso de **10** mediciones por trazador, lo que representa **30** mediciones por prueba, y por lo tanto, un total **240** mediciones en todo el experimento. El tirante ( $y$ ), medido al centro del canal, fue modificando empleando vertedores, instalados al final del canal de pendiente variable. Entre ensayos, al pasar de un tirante a otro en el canal, se generaron pequeños cambios en el gasto; para compensar estas diferencias se ajustó el caudal con una de las válvulas del sistema del canal de pendiente variable, con lo que se logró mantener dicho valor constante en todo el experimento. La velocidad media  $u_m$  se calculó como la relación del gasto ( $Q$ ) entre el área de la sección hidráulica ( $A$ ).

<b>Tabla 4.1.- Tirantes empleados y velocidades medias en cada prueba</b>		
<b>Prueba</b>	<b><math>y</math></b>	<b><math>u_m</math></b>
	(m)	(m/s)
1	0.133	0.449
2	0.156	0.383
3	0.198	0.301
4	0.252	0.237
5	0.299	0.200
6	0.331	0.180
7	0.361	0.165
8	0.413	0.145



**Figura 3.21.-**Instlación de vertedor a la salida de canal, para elevar tirante



**Figura 3.22.-**Canal con vertedor en funcionamiento



Figura 3.23.-Elementos de *experimento 2* en funcionamiento.

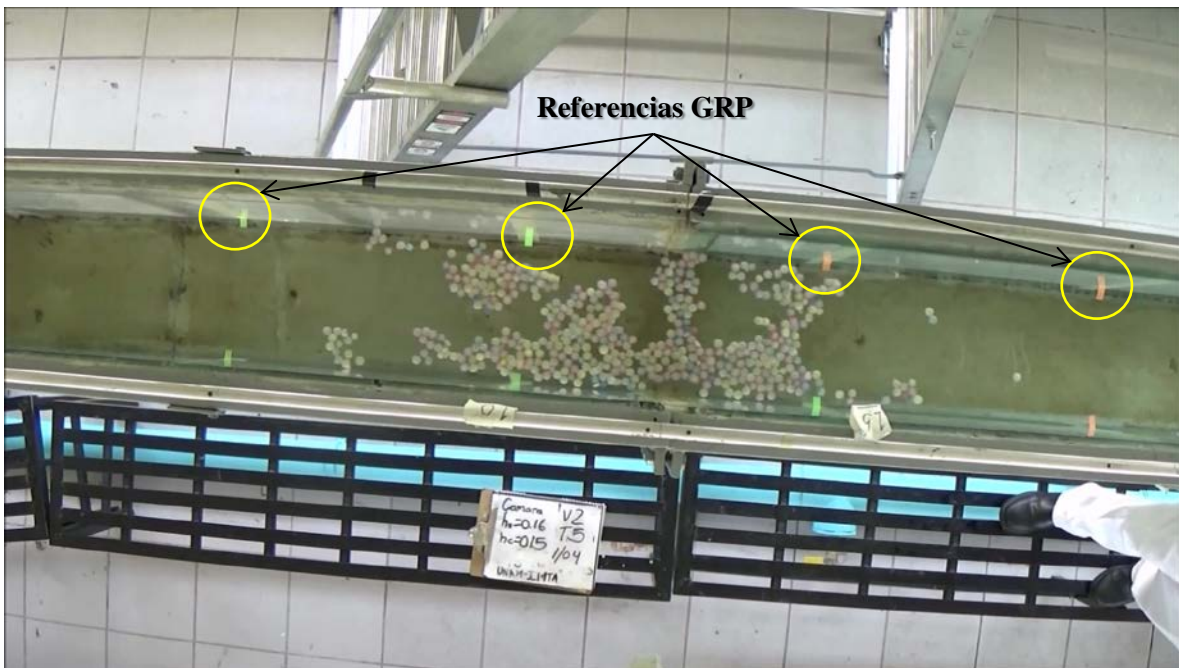
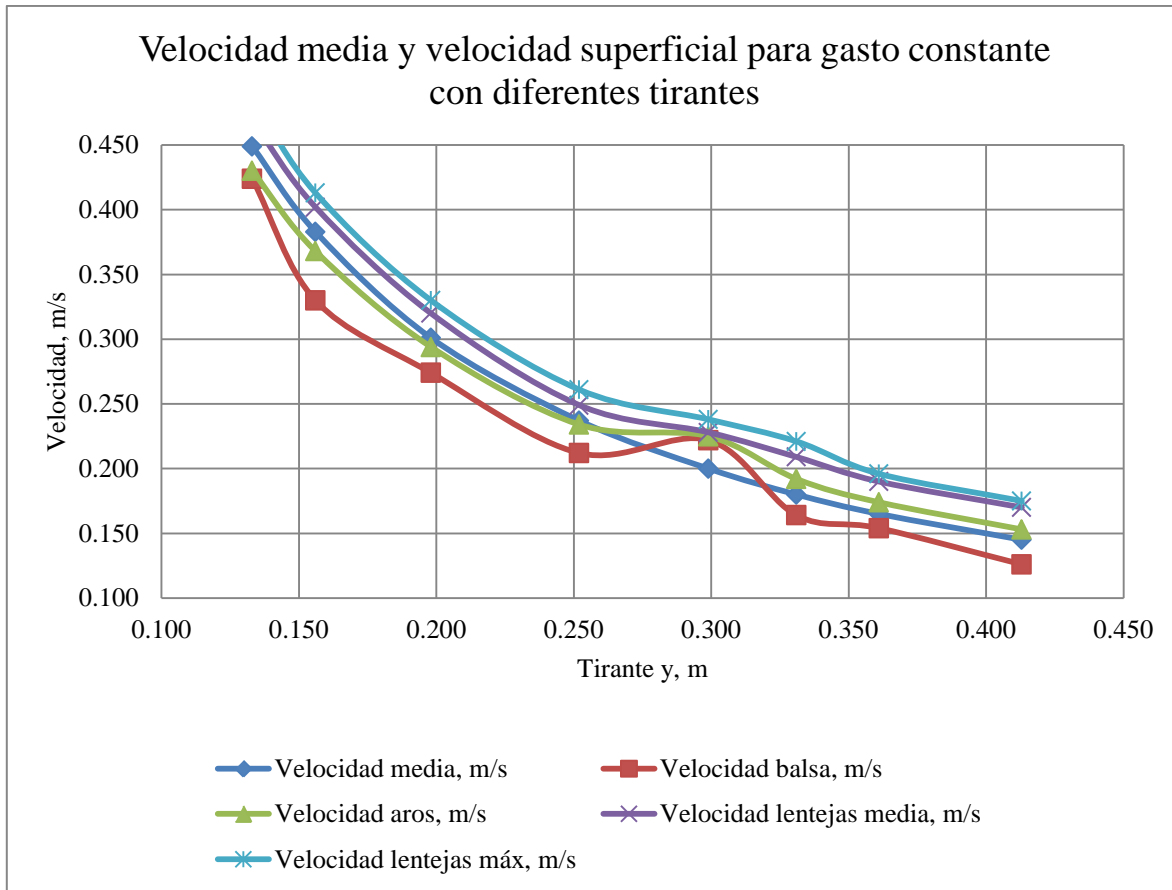


Figura 3.24.-“Lentejas” para medición LSPIV

La **Tabla 4.2** muestra el concentrado de los resultados de las pruebas realizadas, el valor de la velocidad superficial corresponde a la velocidad de los flotadores de la columna correspondiente y representa la media de las 10 mediciones realizadas

Tabla 4.2.- Concentrado de resultados												
Prueba	b	y	y/b	u <sub>m</sub>	Velocidad superficial, u <sub>d</sub>				u <sub>m</sub> /u <sub>d</sub>			
					Balsa	Aros	Lentejas media	Lentejas máx.	Balsa	Aros	Lentejas media	Lentejas máx.
	(m)	(m)		(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)
1	0.245	0.133	0.543	0.449	0.424	0.430	0.469	0.486	1.059	1.044	0.957	0.924
2	0.245	0.156	0.637	0.383	0.330	0.368	0.402	0.413	1.161	1.041	0.953	0.927
3	0.245	0.198	0.808	0.301	0.274	0.294	0.320	0.330	1.099	1.024	0.941	0.912
4	0.245	0.252	1.029	0.237	0.212	0.234	0.249	0.261	1.118	1.013	0.952	0.908
5	0.245	0.299	1.220	0.200	0.222	0.225	0.228	0.238	0.901	0.889	0.877	0.840
6	0.245	0.331	1.351	0.180	0.164	0.192	0.209	0.221	1.098	0.938	0.861	0.814
7	0.245	0.361	1.473	0.165	0.154	0.174	0.190	0.196	1.071	0.948	0.868	0.842
8	0.245	0.413	1.686	0.145	0.126	0.153	0.170	0.175	1.151	0.948	0.853	0.829

Los resultados de velocidad superficial muestran valores para cada tipo de flotador. “*Lentejas media*” representa la velocidad media en la superficie obtenida con mediciones **LSPIV**, “*lentejas máx.*” representa la velocidad máxima del perfil de velocidades media obtenida con la misma técnica; en el **anexo B** se explica la forma en la que se obtuvieron estos valores así como los mapas vectoriales de velocidades, producto del análisis **LSPIV**. Se aprecia una clara correlación entre la velocidad superficial con la velocidad media, pero con diferente proporción para cada tipo de flotador, en el caso de la balsa la velocidad superficial tiende a ser menor que la media, para los aros resultan muy parecidas y para las lentejas la superficial generalmente resulta superior a la media (Figura 4.9). Pero lo más interesante es que el patrón de relación se mantiene con una misma tendencia, con lo que se demuestra que existe una correlación directa entre ambas velocidades, y consecuentemente se confirma la correlación física que existe entre ellas.



**Figura 3.25.-**Gráfica de resultados experimento 2 para cada una de las pruebas y todos los flotadores, se muestra la velocidad media y la superficial contra el tirante en el canal

### 3.2.4. Experimento 3

Este experimento fue similar al anterior, con la particularidad de que en este caso se modificó el gasto manteniendo fijo el tirante, es decir, el área hidráulica. El tirante seleccionado fue el equivalente al 80% del ancho del canal, **0.196 m**. Manipulando las compuertas se logró mantener el tirante deseado, se hacer notar que para establecer esta condición hidráulica fue más complicado que en el experimento anterior. La apertura de la compuerta en la prueba 6 fue de 0.008 m. Al intentar un gasto menor  $0.007 \text{ m}^3/\text{s}$ , no fue posible bajar más la compuerta, de tal forma que el tirante se mantuviera como se deseaba. Por este motivo se hicieron solo seis ensayos. En la **Tabla 4.3** se muestran las condiciones de cada prueba del *experimento 3*. De la misma manera que el *experimento 2*, se realizaron las **10** mediciones para cada uno de los **3** trazadores en las **6** pruebas.

**Tabla 4.3.-** Gasto y velocidad media involucrados en cada prueba.

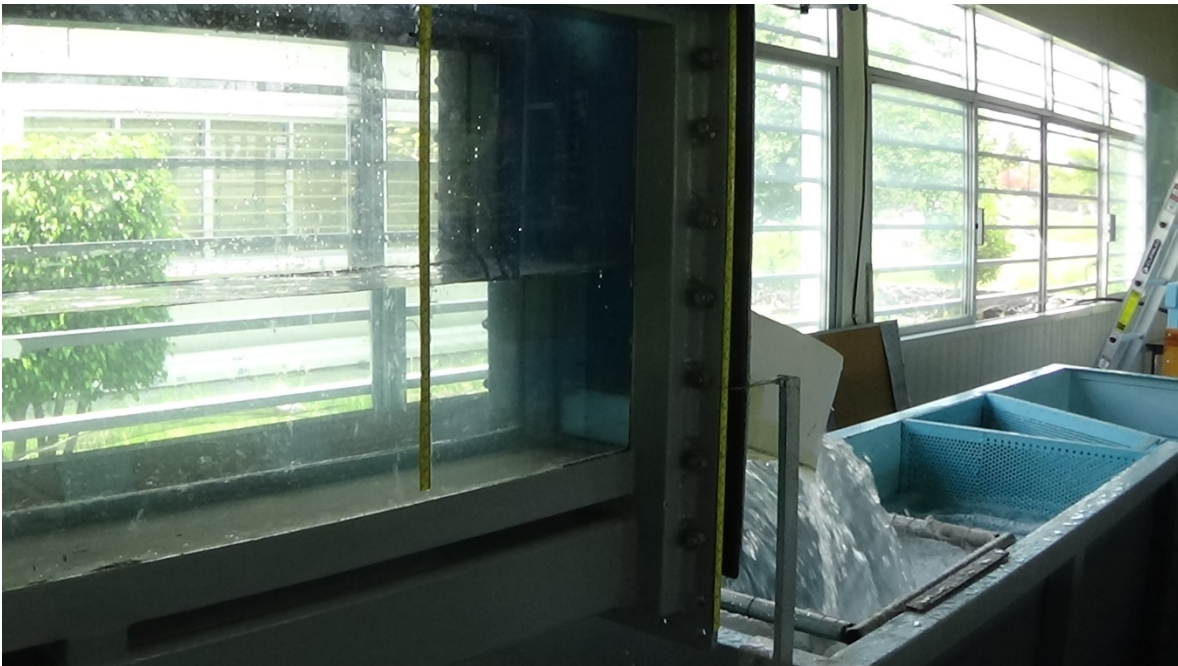
Prueba	$Q$	$u_m$
	(m <sup>3</sup> /s)	(m/s)
1	0.021	0.4464
2	0.018	0.3679
3	0.014	0.2871
4	0.011	0.2363
5	0.009	0.1813
6	0.007	0.1524



**Figura 3.26.-** Compuerta instalada, sin interacción con el agua



**Figura 3.27.**-Compuerta funcionando para *experimento 3*.

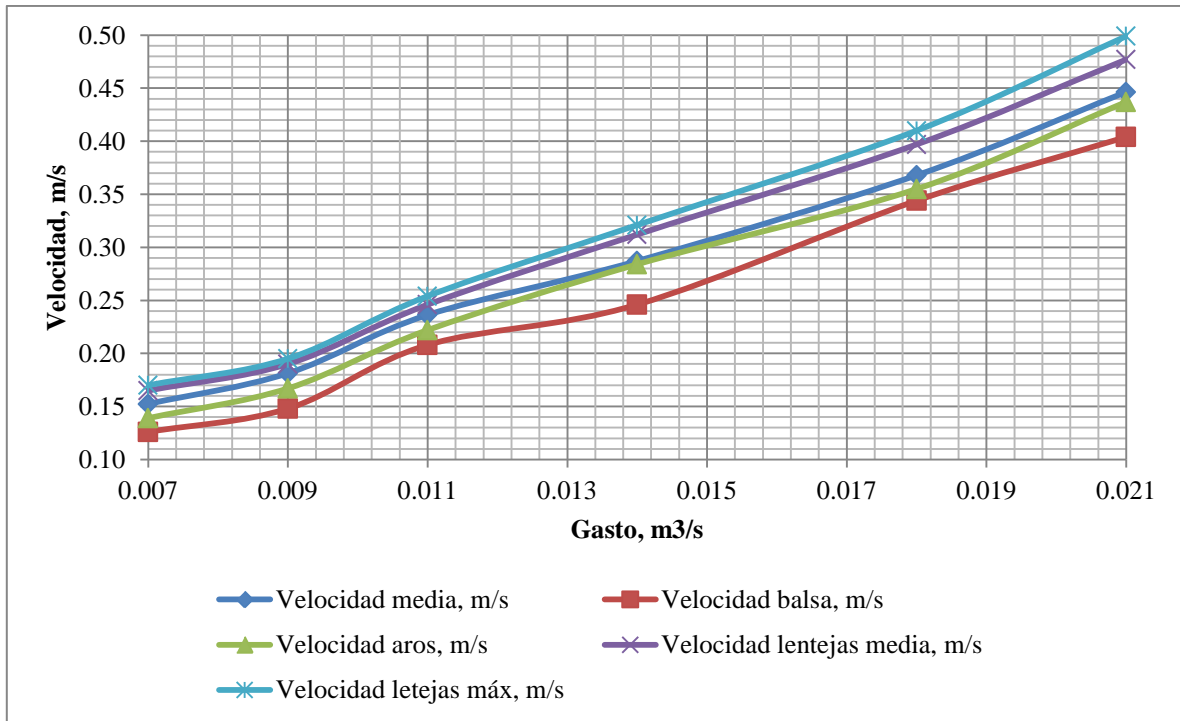


**Figura 3.28.**-Detalle de la compuerta en funcionamiento vista desde aguas arriba.



Tabla 4.4.- Concentrado de resultados, de <i>experimento 3</i>												
Prueba	b	y	Q	u <sub>m</sub>	Velocidad de superficial				u <sub>m</sub> /u <sub>d</sub>			
					Balsa	Aros	Lentejas media	Lenteja máx.	Balsa	Aros	Lentejas media	Lenteja máx.
	(m)	(m)	(m <sup>3</sup> /s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	(m/s)
1	0.245	0.196	0.021	0.446	0.404	0.437	0.477	0.499	1.105	1.022	0.936	0.895
2	0.245	0.196	0.018	0.368	0.344	0.355	0.397	0.410	1.069	1.036	0.927	0.897
3	0.245	0.196	0.014	0.287	0.246	0.284	0.312	0.321	1.167	1.011	0.920	0.894
4	0.245	0.196	0.011	0.236	0.208	0.222	0.246	0.254	1.136	1.064	0.961	0.930
5	0.245	0.196	0.009	0.181	0.148	0.167	0.190	0.195	1.225	1.086	0.954	0.930
6	0.245	0.196	0.007	0.152	0.126	0.139	0.165	0.170	1.210	1.096	0.924	0.896

Los resultados de este experimento se presentan del mismo modo que el anterior. La velocidad de la “balsa” y de los “aros” se determinó con la aplicación *SpeedClock*®; “lentejas media” y “lentejas máx.” se obtuvo haciendo mediciones **LSPIV** con las lentejas de parafina. Es importante recalcar que durante la travesía del flotador “balsa”, esta pegaba constantemente con las paredes del flujo, pues los objetos flotando a la deriva difícilmente viajan en línea recta, tanto en este experimento, como en el anterior. Este comportamiento, se refleja en velocidades ligeramente menores de la “balsa” con respecto a los otros objetos. Igual que para el *experimento 2* se observa la clara correlación física que existe entre la velocidad media y la superficial. De nuevo se confirma que existe una tendencia de correlación diferente para cada tipo de flotador o trazador usado; manteniendo las mismas relación, es decir, con la “balsa” las velocidades superficiales fueron menores que la media del flujo, muy semejantes con los aros (Figura 4.13).



**Figura 3.29.**-Variación de la velocidad media y superficial para diferentes gastos manteniendo un tirante constante.

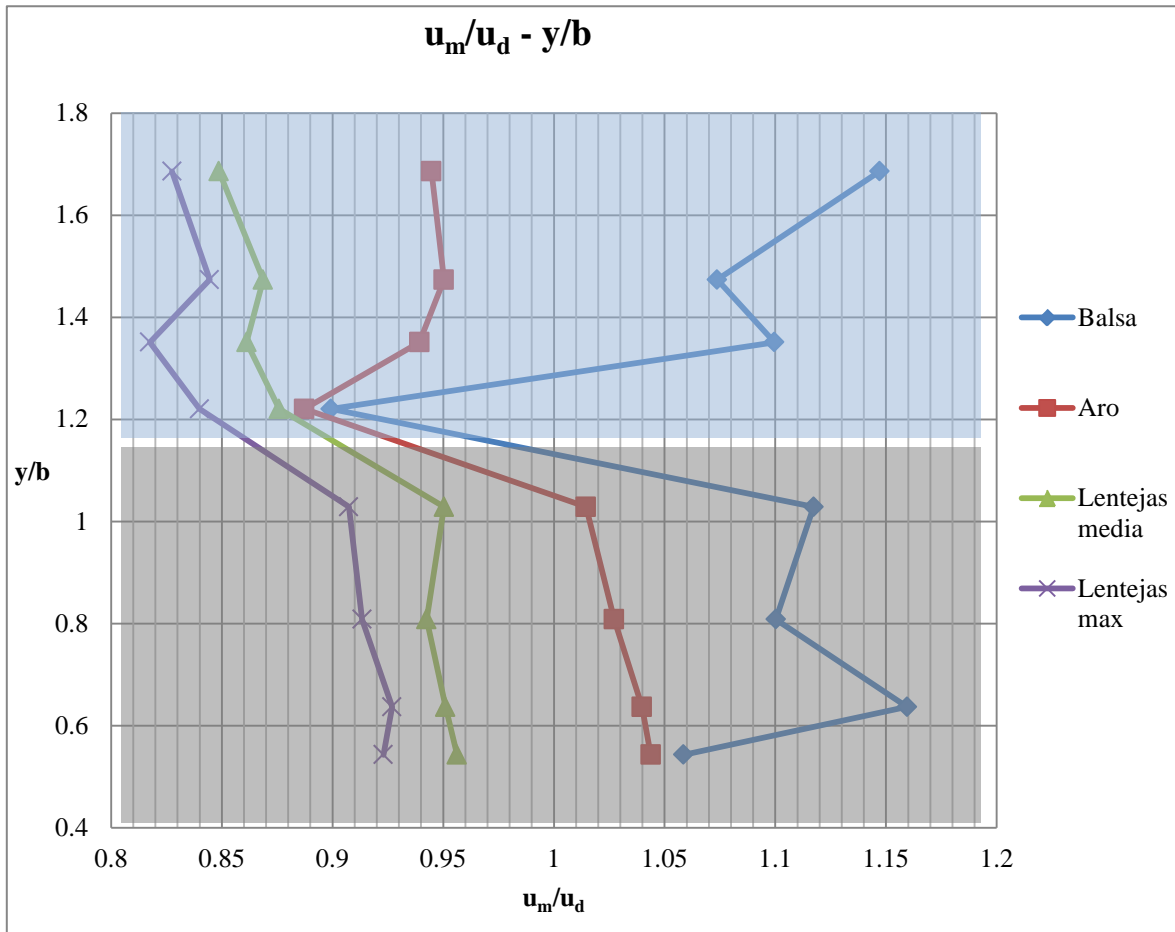
### 3.3. Análisis de resultados de experimentos 2 y 3

Para cada prueba se calculó la relación entre la velocidad media y la superficial, esta última con los diferentes flotadores; es muy apreciable que dicha relación es diferente dependiendo de cada flotador. El flotador tipo “balsa” presenta velocidades en la superficie menores que la media, el “aro” presenta velocidades en la superficie muy semejantes a la media; mientras que utilizando “lentejas” se presentan velocidades de la superficie mayores que la velocidad media del flujo en los experimentos realizados. Los dos primeros trazadores son objetos más grandes y en particular la “balsa” es afectada por efectos de cortante y cambios de dirección al tocar las paredes lo que se traduce en una reducción de su velocidad, motivo por el cual se registra una velocidad inferior a la del flujo medio en la superficie e inferior a la velocidad media del flujo en general, el “aro” no presenta el mismo nivel de afectación pero registra algunos efectos de cortante y de cambios de dirección por alteraciones de flujo provenientes de las irregularidades de paredes del canal, por su parte la velocidad de “lentejas media” se apega más a la velocidad media de la superficie del flujo, la cual resulta superior a la velocidad media general del flujo ( corresponde al comportamiento teóricamente esperado).

<b>Tabla 4.5.-Relación de velocidades para cada flotador</b>				
Prueba	Relación de velocidades $u_m/u_d$			
	Balsa	Aro	Lentejas media	Lentejas máx.
<b>Experimento 2</b>				
1	1.059	1.044	0.956	0.923
2	1.160	1.040	0.951	0.927
3	1.100	1.027	0.942	0.913
4	1.117	1.014	0.950	0.907
5	0.899	0.887	0.876	0.840
6	1.100	0.939	0.861	0.818
7	1.074	0.950	0.869	0.845
<b>Experimento 3</b>				
8	1.147	0.945	0.849	0.828
1	1.105	1.022	0.936	0.895
2	1.070	1.036	0.926	0.897
3	1.167	1.011	0.921	0.896
4	1.136	1.064	0.962	0.930
5	1.225	1.086	0.955	0.928
6	1.209	1.096	0.922	0.896
<b>Promedio (P)</b>	<b>1.112</b>	<b>1.012</b>	<b>0.920</b>	<b>0.889</b>
<b><math>\sigma</math></b>	<b>0.079</b>	<b>0.060</b>	<b>0.039</b>	<b>0.039</b>
<b><math>\frac{\sigma}{P} * 100</math> (%)</b>	<b>7.101</b>	<b>5.951</b>	<b>4.281</b>	<b>4.432</b>

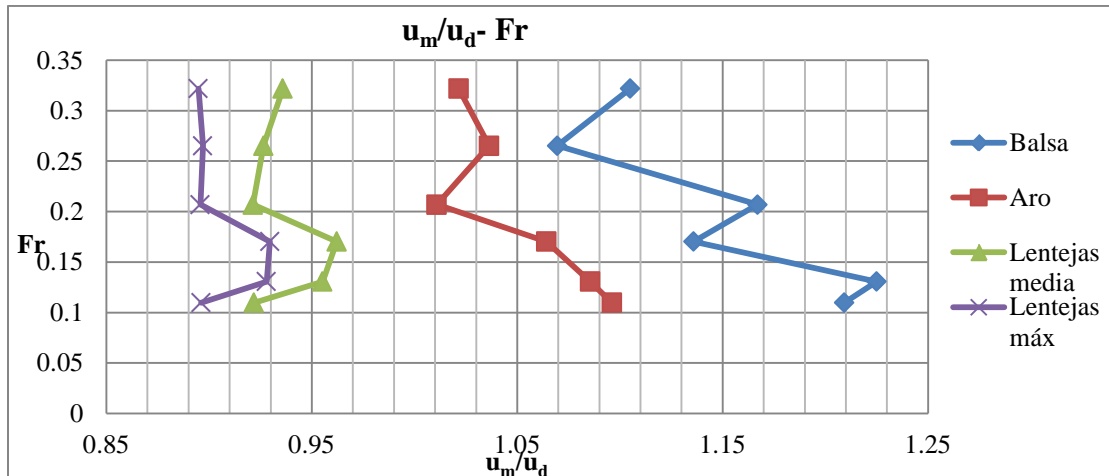
La **Tabla 4.5** muestra el promedio de la relación de velocidades de todas las pruebas realizadas, para cada uno de los flotadores empleados en los últimos 2 experimentos;  $\sigma$  representa la desviación estándar de las muestras; de igual manera se presenta dicha desviación en porcentaje, que representa la relación entre este valor y la media de los resultados.

La gráfica de la **Figura 3.30** muestra resultados del *experimento 2*. Se dividió el tirante de cada prueba entre la base del canal ( $y/b$ ) y se asoció con la relación de velocidades. La “balsa” muestra un comportamiento totalmente aleatorio, recordando el comportamiento poco eficiente, tiene sentido el comportamiento en la gráfica. El resto de las pruebas muestran un comportamiento más predecible, pero que puede dividirse en dos zonas. La primera zona es apreciable cuando  $y/b$  es aproximadamente inferior a **1** (área marcada en gris en la **Figura 3.30**). Las lecturas hechas con **LSPIV** se muestran prácticamente constantes en esta zona. El “aro” muestra una tendencia prácticamente lineal.



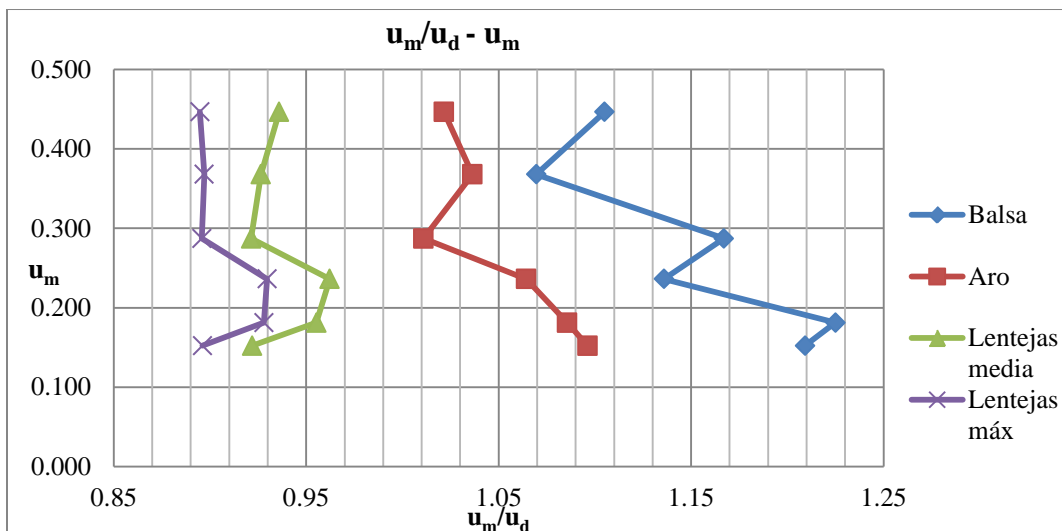
**Figura 3.30.-** Relación de velocidades contra la relación del tirante y la base del canal.

La segunda zona (área gris) muestra una inestabilidad evidente cuando  $y/b$  es superior a 1. En esta área, la relación de velocidades disminuye; lo que representa que la velocidad superficial es mayor a la velocidad media. Nezu (2005), menciona que en canales altos, (relaciones de tirante contra ancho grandes), la presencia de corrientes secundarias pueden afectar el comportamiento del perfil de velocidades, provocando que la distribución de la velocidad sea muy diferente a la teórica esperada. No obstante, es de reconocer que no se tiene evidencia de esto para afirmar que las mediciones realizadas en este experimento sean afectadas por esta condición, pues Nezu afirma que este fenómeno se aprecia en relaciones de  $y/b \geq 5$



**Figura 3.31.**-Cambio del número de Froude contra la relación de velocidades

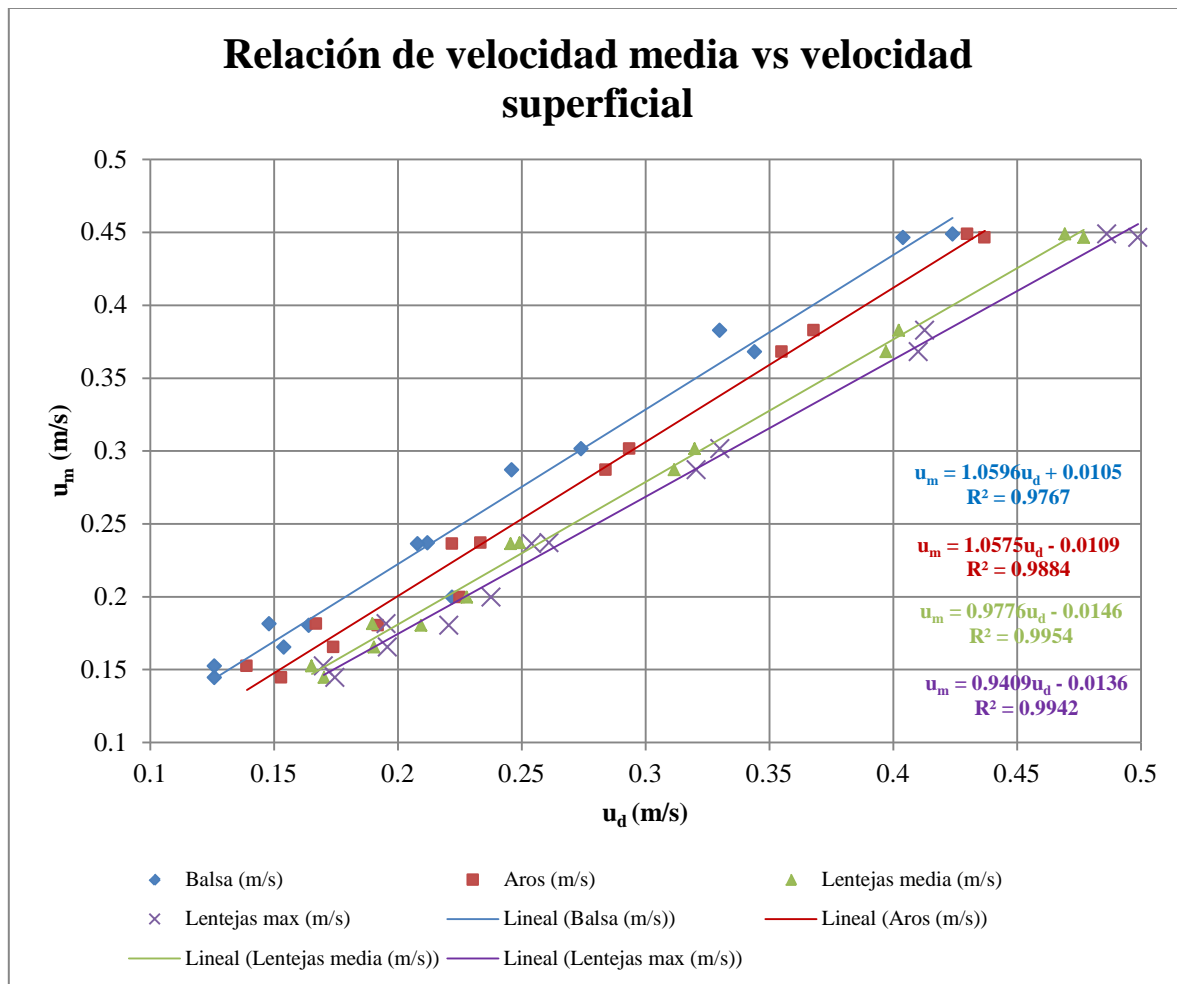
En la **Figura 3.31** se analiza la relación entre  $u_m/u_d$  respecto al número de Froude. Con las condiciones en las que se desarrollaron los experimentos, el cambio de velocidad es mucho más significativo que el del tirante, por lo que al graficar la velocidad media en lugar del número de Froude, se generan gráficas con la misma forma pero escala diferente (**Figura 3.32**).



**Figura 3.32.**- Grafica relación de velocidades contra velocidad media del flujo.

Tanto la **Figura 3.31** como la **4.16**, muestran una tendencia lineal con pendiente negativa para la variable en el eje vertical para los flotadores “balsa” y “aro”. Por otra parte “lentejas media” y “lentejas máx” demuestran que en general, la relación de velocidades es aproximadamente constante. Esto para el caso analizado experimentalmente de  $y/b = 0.8$ .

Todas las gráficas ilustradas anteriormente, en este apartado, demuestran un clara diferencia de correlación entre la velocidad media y la superficial entre el uso de uno u otro flotador. De aquí que al aforar utilizando flotadores para estimar la velocidad de la superficie se deberá introducir un coeficiente de relación de velocidades adecuado o calibrado para dicho objeto. El valor de  $u_m/u_d$  se interpreta como una relación lineal entre ambas velocidades.



**Figura 3.33.-** Gráfica de velocidad superficial contra velocidad media para cada prueba.

En la **Figura 3.33** se graficaron todos los resultados de la velocidad superficial contra la velocidad media, medidos en los *experimentos 2 y 3* para cada uno de los flotadores empleados. La relación lineal es clara y los coeficientes de correlación cuadrada ( $R^2$ ) es superior a **0.97**, lo que puede considerarse aceptable desde un punto de vista estadístico, incluso para el flotador “balsa” que presentó problema al momento de desplazarse sobre el flujo. Las ecuaciones **3.1 a, b, c y d** muestran la función de la recta de mejor ajuste para las gráficas de la **Figura 3.33**, la tabla 4.6 muestra a que flotador corresponde cada ecuación y su coeficiente de correlación  $R^2$ . Es importante observar que el elemento

constante de las **ecuaciones 3.1** es significativamente menor que la representación de la pendiente de la misma, e incluso físicamente corresponde a una velocidad del orden de 0.01 m/s, valor que se puede considerar muy pequeño comparado con el valor de la velocidad media; por lo que la relación de  $u_m/u_d \approx cte$ , o sea, tiende a ser constante, con valores de este factor de proporcionalidad, para los casos aquí estudiados, de 1.0596, 1.0575, 0.9776 y 0.9409.

$$u_m = 1.0596u_d + 0.0105 \quad \mathbf{3.1a}$$

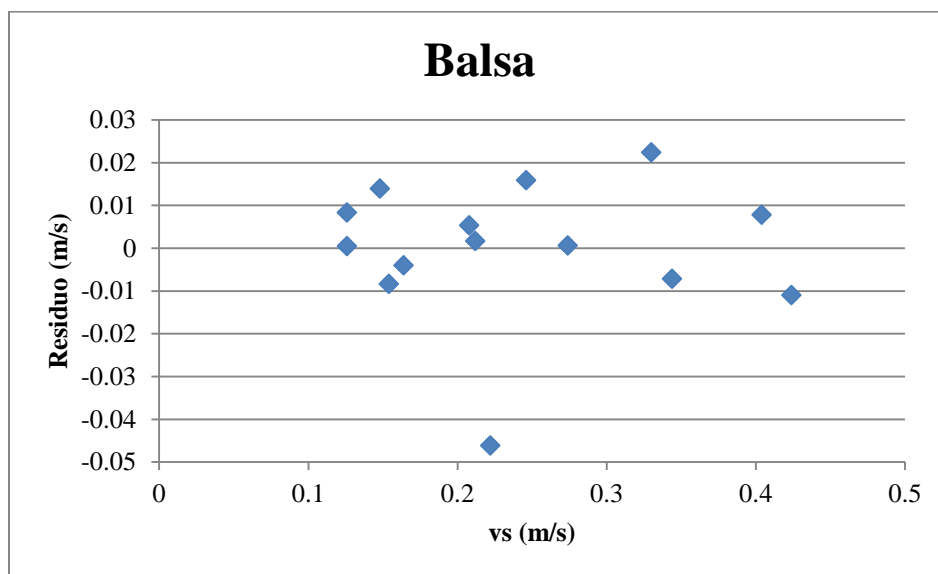
$$u_m = 1.0575u_d - 0.0109 \quad \mathbf{3.1b}$$

$$u_m = 0.9776u_d - 0.0146 \quad \mathbf{3.1c}$$

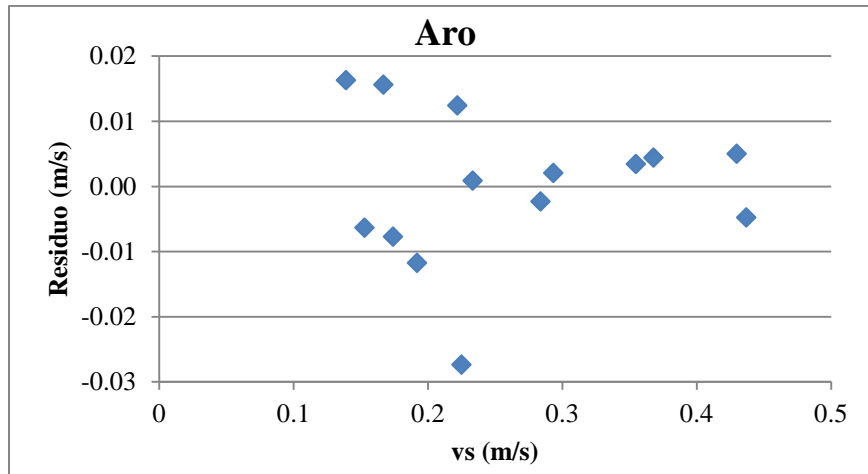
$$u_m = 0.9409u_d - 0.0136 \quad \mathbf{3.1d}$$

<b>Tabla 4.6.- Flotador y ecuación de ajuste correspondiente.</b>		
<b>Flotador</b>	<b>Ecuación</b>	<b>R<sup>2</sup></b>
"Balsa"	3.1a	0.9767
"Aro"	3.1b	0.9884
"Lentejas media"	3.1c	0.9954
"Lentejas máx."	3.1d	0.9942

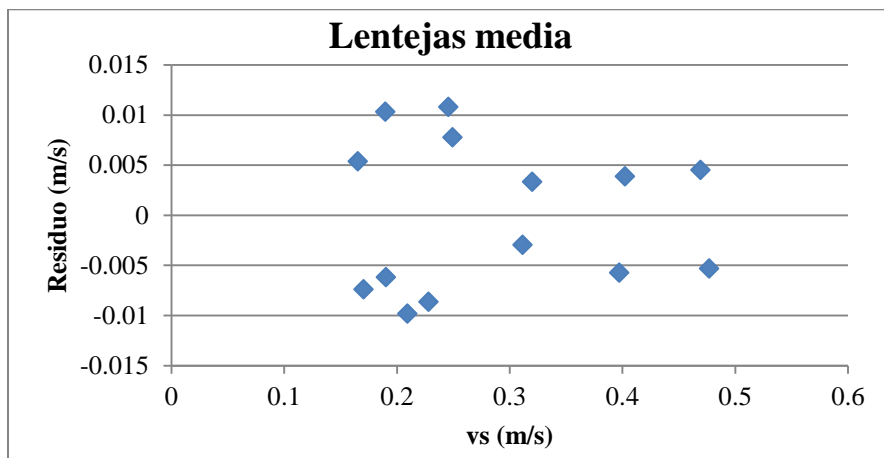
Se calculó el residuo de los mínimos cuadrados de la regresión mostrada en la **Figura 3.33**, en la **Figura 3.34** a la **Figura 3.37** se grafican estos resultados.



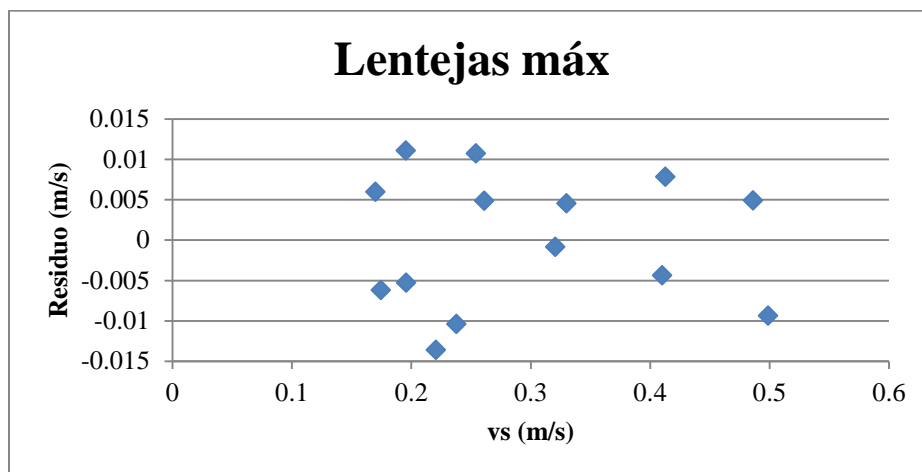
**Figura 3.34.-** Residuo de mínimos cuadrados para los datos de “balsa”



**Figura 3.35.-** Residuos de mínimos cuadrados para los datos de “aro”



**Figura 3.36.-** Residuos de mínimos cuadrados para los datos de “lentejas media”



**Figura 3.37.-** Residuos de mínimos cuadrados para los datos de “lentejas máxima”

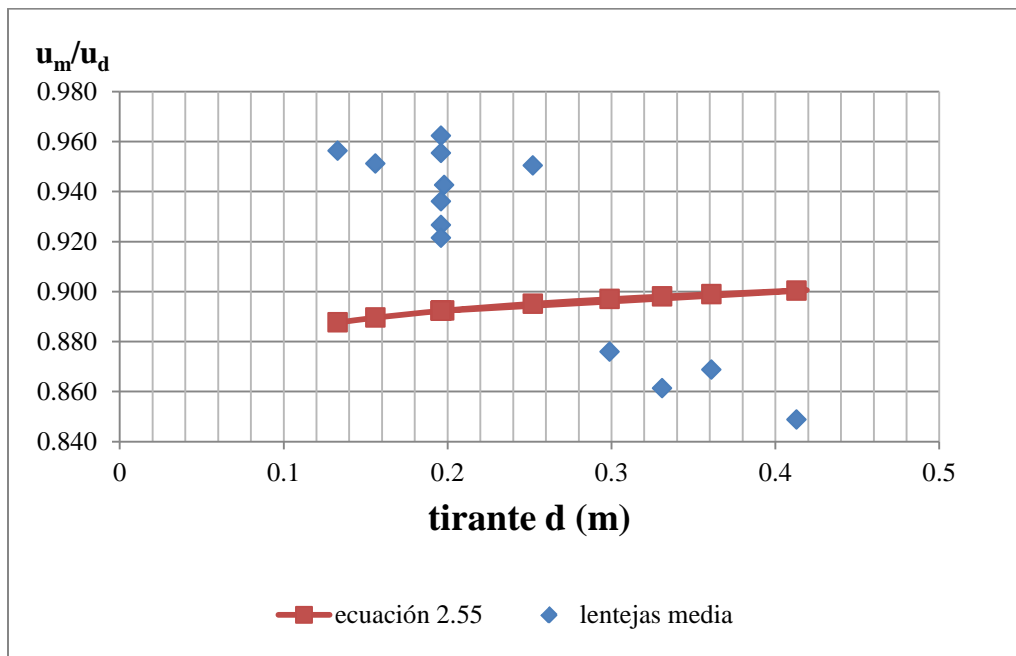


La ecuación **1.56** es una propuesta de modelo matemático de la relación de velocidades. Dicha ecuación incorpora un factor de corrección  $f_c$ , el cual se debe obtener mediante datos de campo. Para el caso en estudio se analizará su comportamiento utilizando la información experimental; esto se presenta en el siguiente capítulo.

## Capítulo 4 Aplicación de información experimental en modelo teórico

Con regularidad es necesario ajustar información teórica con información experimental, para que la información obtenida tenga validez para la realidad. El modelo 1.56 aproxima el cálculo de la relación de velocidades, pero si no se determina un factor de corrección, o sea, si se adopta  $f_c = 1$ , puede resultar que no sea suficientemente exacta, como se observa en la Figura 4.1. Para estimar el factor de corrección se parte de la relación 1.56:

$$\frac{u_m}{u_d} = f_c \left[ \frac{1.06193 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)}{1 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)} \right]$$

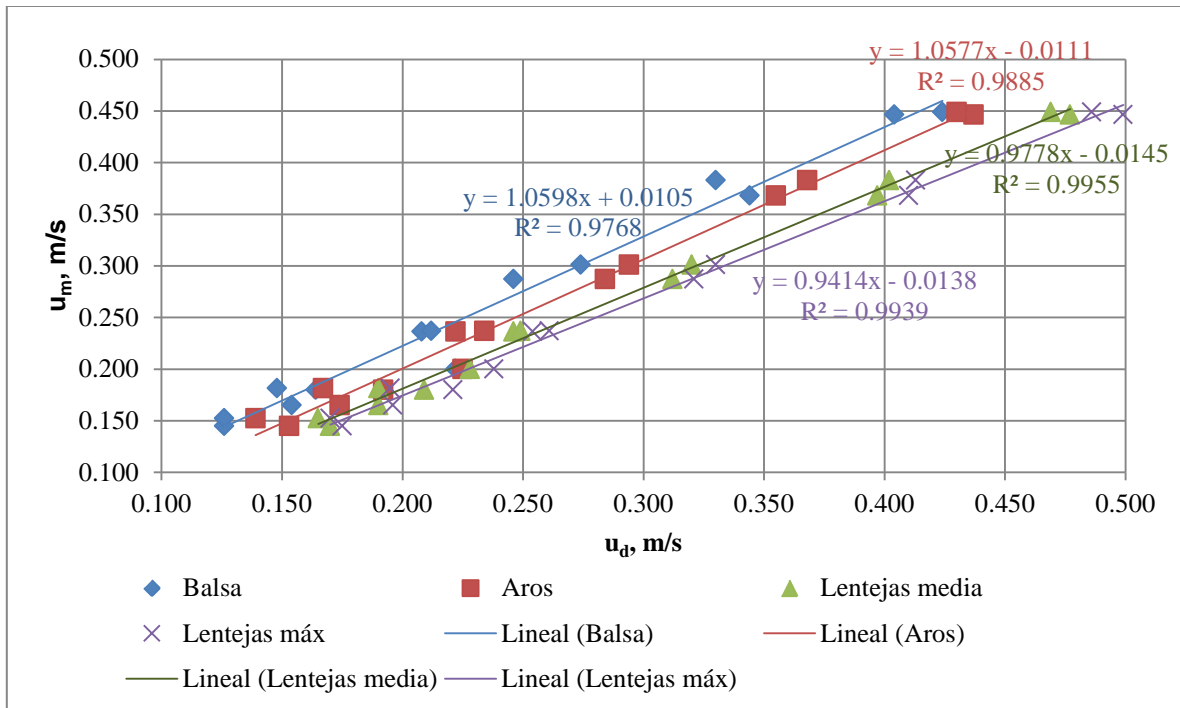


**Figura 4.1.**-Gráfica de la relación de velocidades en función del tirante

La gráfica de la **Figura 4.1** muestra las diferencias entre el modelo basado en el concepto de longitud de mezcla y los resultados experimentales obtenidos de mediciones. Si bien se presenta un error relativo máximo del 15%, no obstante la media de los datos experimentales es aproximadamente igual a la media calculada con la ecuación 1.56.

#### 4.1. Cálculo de $f_c$ para datos medidos

Los resultados del experimento 3, en la figura anterior, se agrupan en una sola línea, esto representa que el tirante no es la única variable que afecta la relación de velocidades. Se propone recurrir a la correlación lineal que existe entre la velocidad superficial y la velocidad media del flujo, tal y como se aprecia en la **Figura 4.2** (misma grafica mostrada en la Figura 3.33) la cual fue creada a partir de los datos experimentales.



**Figura 4.2.-** Relación de velocidad media con respecto a la velocidad superficial

La serie de datos para cada flotador se ajustó a una ecuación lineal por mínimos cuadrados. En la **Figura 4.2** se muestra dicho ajuste, con el mismo color de los datos que representa cada una de las ecuaciones de ajuste, las cuales tienen la forma

$$u_m = mu_d + a$$

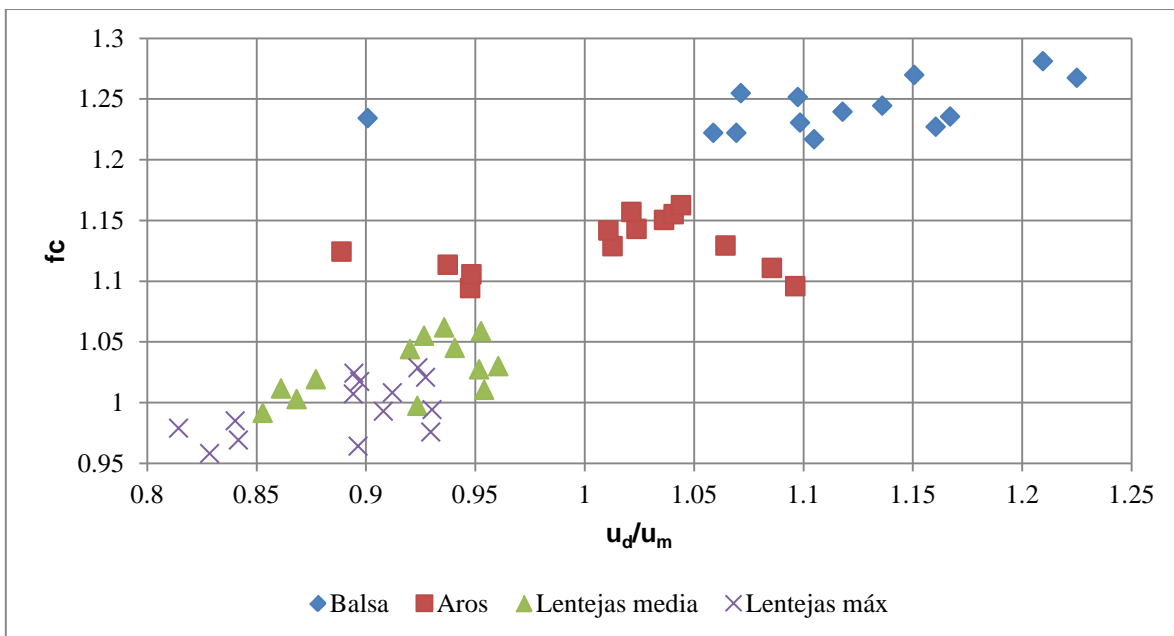
Ordenando términos, la relación entre la velocidad media y la superficial se puede expresar como:

$$\frac{u_m}{u_d} = m + \frac{a}{u_d} \tag{4.1}$$

Igualando **4.1** con **1.56** puede despejarse el factor  $f_c$

$$f_c = \frac{m + \frac{a}{u_d}}{\left[ \frac{1.06193 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)}{1 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)} \right]} \quad 4.2$$

Usando los datos experimentales y los coeficientes  $m$  y  $a$  calculados para cada flotador, ver **Figura 4.2**, y aplicando la ecuación 4.2 para obtener  $f_c$ , se obtiene la gráfica mostrada en la **Figura 4.3**, en la que se observa que su magnitud adquiere un valor prácticamente constante, con respecto a la relación de velocidades, para cada tipo de flotador.



**Figura 4.3.**-Coeficiente  $f_c$  en función de la relación de velocidades  $u_m/u_d$

Por otra parte y analizando el modelo lineal  $u_m = mu_d + a$ , resulta que por cuestiones físicas el término independiente debe ser igual con cero, es decir,  $a = 0$ , resultando  $u_m = mu_d$  y por lo tanto  $m = \frac{u_m}{u_d}$ . A partir de este punto y de acuerdo con lo observado la **Figura 4.3**, se sugiere adoptar un valor de  $f_c$  constante para cada tipo de flotador. Para tal fin, en el caso de contar con un determinado número  $k$  de datos medidos, como es el caso experimental en estudio, se recomienda obtener su valor medio  $f_{cm}$  a través de la ecuación 4.3.

$$f_{cm} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left( \frac{\frac{u_m}{u_d}}{\left[ \frac{1.06193 - 0.06193 \ln \left( \frac{d}{n^6} \right)}{1 - 0.06193 \ln \left( \frac{d}{n^6} \right)} \right]} \right)_i \quad 4.3$$

Una vez estimado  $f_{cm}$  a partir de la ecuación 4.3, la velocidad media se puede determinar a través de la ecuación 4.4, la cual se deriva de la 1.56.

$$u_m = f_{cm} u_d \left[ \frac{1.06193 - 0.06193 \ln \left( \frac{d}{n^6} \right)}{1 - 0.06193 \ln \left( \frac{d}{n^6} \right)} \right] \quad 4.4$$

En la ecuación 4.4,  $f_{cm}$  es una constante obtenida mediante la ecuación 4.3, y los valores de  $u_d$ ,  $d$  y  $n$  corresponden a los datos de campo requeridos para determinar  $u_m$ .

De esta manera, con la información derivada de los experimentos 2 y 3 y asumiendo un valor  $n = 0.011$  (coeficiente de Manning), se generara en la Tabla 4.1 y Tabla 4.2.

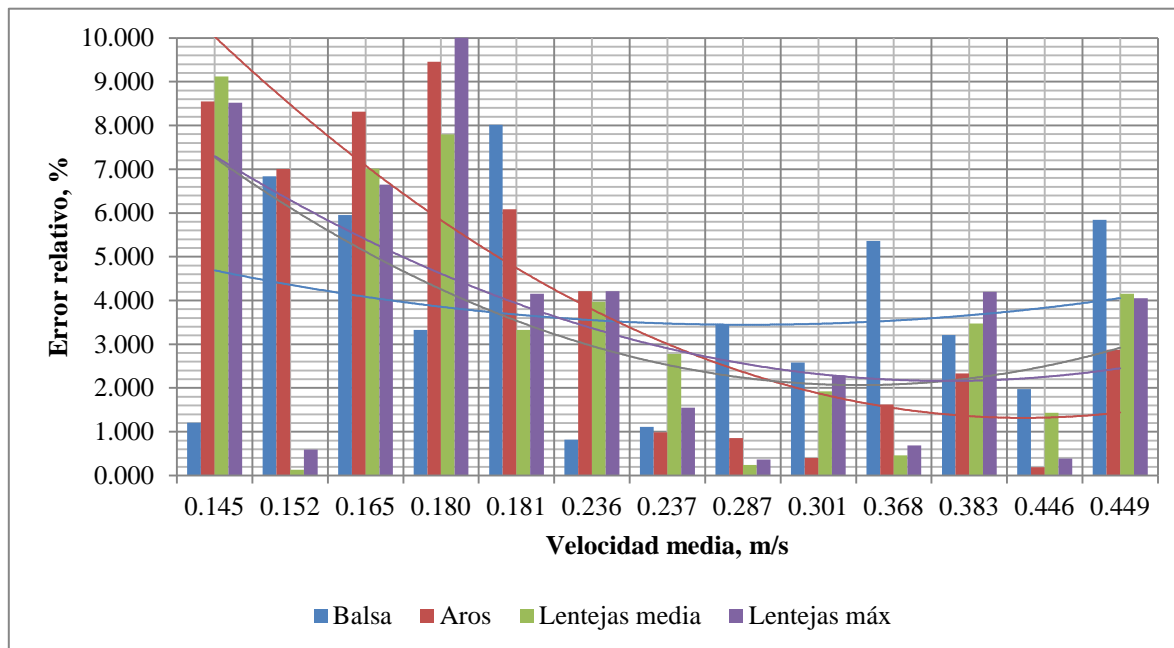
**Tabla 4.1.** Determinación del  $f_{cm}$  y de la velocidad media a través de la ecuación 4.4

$u_m$ (m/s)	Velocidad de superficial, $u_s$				$u_m/u_s$				Ecuación 2.58 con, $n=0.011$ y $f_c=1$			Estimación de $f_c$				$u_m$ ecuación 5.4 con $f_c$ media			
	Balsa (m/s)	Aros (m/s)	Lentejas media (m/s)	Lentejas máx. (m/s)	Balsa (m/s)	Aros (m/s)	Lentejas media (m/s)	Lentejas máx. (m/s)	$d$ (m)	$\ln(d/n^6)$	$u_m/u_s$	Balsa (m/s)	Aros (m/s)	Lentejas media (m/s)	Lentejas máx. (m/s)	Balsa (m/s)	Aros (m/s)	Lentejas media (m/s)	Lentejas máx. (m/s)
0.145	0.126	0.153	0.170	0.175	1.151	0.948	0.853	0.829	0.413	26.175	0.900	1.278	1.053	0.947	0.920	0.143	0.157	0.158	0.157
0.152	0.126	0.139	0.165	0.170	1.210	1.096	0.924	0.896	0.196	25.430	0.892	1.356	1.229	1.035	1.005	0.142	0.142	0.152	0.151
0.165	0.154	0.174	0.190	0.196	1.071	0.948	0.868	0.842	0.361	26.040	0.899	1.192	1.055	0.966	0.936	0.175	0.179	0.177	0.176
0.180	0.164	0.192	0.209	0.221	1.098	0.938	0.861	0.814	0.331	25.954	0.898	1.222	1.044	0.959	0.907	0.186	0.197	0.194	0.198
0.181	0.148	0.167	0.190	0.195	1.225	1.086	0.954	0.930	0.196	25.430	0.892	1.373	1.217	1.069	1.042	0.167	0.170	0.175	0.174
0.236	0.208	0.222	0.246	0.254	1.136	1.064	0.961	0.930	0.196	25.430	0.892	1.273	1.193	1.077	1.043	0.234	0.226	0.227	0.226
0.237	0.212	0.234	0.249	0.261	1.118	1.013	0.952	0.908	0.252	25.681	0.895	1.249	1.132	1.063	1.014	0.240	0.239	0.230	0.233
0.287	0.246	0.284	0.312	0.321	1.167	1.011	0.920	0.894	0.196	25.430	0.892	1.308	1.133	1.031	1.002	0.277	0.290	0.288	0.286
0.301	0.274	0.294	0.320	0.330	1.099	1.024	0.941	0.912	0.198	25.440	0.892	1.231	1.147	1.054	1.022	0.309	0.300	0.295	0.294
0.368	0.344	0.355	0.397	0.410	1.069	1.036	0.927	0.897	0.196	25.430	0.892	1.199	1.161	1.039	1.006	0.388	0.362	0.366	0.365
0.383	0.330	0.368	0.402	0.413	1.161	1.041	0.953	0.927	0.156	25.201	0.890	1.305	1.170	1.071	1.043	0.371	0.374	0.370	0.367
0.446	0.404	0.437	0.477	0.499	1.105	1.022	0.936	0.895	0.196	25.430	0.892	1.238	1.145	1.049	1.003	0.455	0.446	0.440	0.445
0.449	0.424	0.430	0.469	0.486	1.059	1.044	0.957	0.924	0.133	25.042	0.888	1.193	1.176	1.079	1.041	0.475	0.436	0.430	0.431
											$f_{cm} =$	1.263	1.143	1.034	0.999				

**Tabla 4.2.** Error relativo en la estimación de la velocidad media a través de la ecuación 4.4

(A) $u_m$ (m/s)	(B) $u_m$ ecuación 5.4 con $f_c$ media				Error = $\frac{(u_m(\text{columna B}) - u_m(\text{columna A}))}{u_m(\text{columna A})} * 100$			
	Balsa (m/s)	Aros (m/s)	Lentejas media (m/s)	Lentejas máx. (m/s)	Balsa (%)	Aros (%)	Lentejas media (%)	Lentejas máx. (%)
0.145	0.143	0.157	0.158	0.157	1.208	8.546	9.117	8.518
0.152	0.142	0.142	0.152	0.151	6.841	7.009	0.131	0.593
0.165	0.175	0.179	0.177	0.176	5.950	8.318	7.011	6.647
0.180	0.186	0.197	0.194	0.198	3.325	9.454	7.795	10.120
0.181	0.167	0.170	0.175	0.174	8.018	6.087	3.331	4.150
0.236	0.234	0.226	0.227	0.226	0.817	4.215	3.970	4.209
0.237	0.240	0.239	0.230	0.233	1.113	0.985	2.778	1.548
0.287	0.277	0.290	0.288	0.286	3.452	0.854	0.243	0.362
0.301	0.309	0.300	0.295	0.294	2.584	0.403	1.921	2.286
0.368	0.388	0.362	0.366	0.365	5.358	1.620	0.461	0.687
0.383	0.371	0.374	0.370	0.367	3.210	2.336	3.476	4.197
0.446	0.455	0.446	0.440	0.445	1.976	0.192	1.434	0.384
0.449	0.475	0.436	0.430	0.431	5.844	2.873	4.155	4.049
	<b>Error (%)=</b>				<b>3.823</b>	<b>4.069</b>	<b>3.525</b>	<b>3.673</b>

En la Tabla 4.1 se muestra el cálculo de la velocidad media con el modelo propuesto (ecuación 4.4) y en la Tabla 4.2 el error relativo en la estimación de dicha velocidad. Se aprecia que el error promedio no sobrepasa el 4% y que puntualmente no sobrepasa el 10%.



**Figura 4.4.-** Error relativo en la estimación de la velocidad con respecto a la velocidad media utilizando la ecuación 4.4 con datos de las pruebas de laboratorio

El cuadro anterior, justifica y demuestra el nivel de confiabilidad y de exactitud al que se puede acceder cuando se realiza una adecuada calibración de la ecuación 4.4 que se propone para el aforo en canales mediante el uso de flotadores. En la Figura 4.4 se observa que para los cuatro casos el error se reduce a medida que se incrementa la velocidad.

#### 4.1.1. Procedimiento para cálculo de $f_c$ para una serie de datos

A continuación se describe el proceso para la obtención del valor del factor de ajuste o corrección  $f_{cm}$  de la ecuación 4.4.

- Seleccionar y caracterizar geoméricamente un tramo de canal recto,
- Colocar dos marcas separadas una distancia preferentemente mayor a 5 metros,
- Seleccionar o estimar el coeficiente  $n$  de Manning,
- Para las  $k$  mediciones que se pretende realizar, desde  $i = 1$  a  $i = k$ :
  - Realizar la determinación de la velocidad superficial  $u_d$  mediante un flotador (distancia de las marcas entre el tiempo que tarda el flotador en desplazarse entre una y otra), se recomiendan de tres a cinco repeticiones para obtener un valor medio,
  - Determinar el tirante  $d$  al centro del tramo,
  - Determinar la velocidad media  $u_m$  con un equipo o dispositivo confiable y calibrado,

- Calcular  $f_{ci}$  mediante la ecuación:  $f_{ci} = \left( \frac{\frac{u_m}{u_d}}{\left[ \frac{1.06193 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)}{1 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)} \right]} \right)_i$

- Se determina  $f_{cm} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k f_{ci}$
- Una vez determinado el factor de corrección medio, se cuenta con elementos para estimar la velocidad media en el canal en función de la velocidad superficial y el tirante:

$$u_m = f_{cm} u_d \left[ \frac{1.06193 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)}{1 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)} \right]$$

## 4.2. Propuesta de calibración con una sola medición

El procedimiento descrito en el apartado 4.1.1 fue aplicado a un total de 13 pruebas, es decir, para  $k = 13$ . Recrear un procedimiento de este tipo a un canal en campo puede ser una tarea impráctica, por lo que se propone calibrar el factor de corrección con una o dos pruebas de medición ( $k = 1$  o  $k = 2$ ) que incluya la obtención de la velocidad superficial  $u_d$ , la velocidad media  $u_m$ , el tirante  $d$  y la estimación del coeficiente  $n$  de Manning, o sea, considerando. Para tal fin la determinación del factor de corrección para el caso de  $k = 1$  se estima directamente mediante la expresión 4.5, y en el caso de  $k = 2$  con la 4.3.

$$f_c = \frac{u_m/u_d}{\left[ \frac{1.06193 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)}{1 - 0.06193 \ln\left(\frac{d}{n^6}\right)} \right]} \quad 4.5$$

Para el caso de usar un solo dato  $k = 1$ , en la Tabla 4.3 y Tabla 4.4 se presenta el cálculo de  $u_m$  y el error relativo utilizando la ecuación 4.5 adoptando el valor máximo y mínimo de  $f_c$  para cada flotador. Se observa que los errores promedio son inferiores al 10% y que los puntuales llegan hasta el 15%.

$u_m$ (m/s)	$u_m$ ecuación 4.4 con $f_c$ mínimo experimental				Error relativo de $u_m$ con la ecuación 4.4 con $f_c$ mínimo			
	Balsa (m/s)	Aros (m/s)	Lentejas media (m/s)	Lentejas máx. (m/s)	Balsa (%)	Aros (%)	Lentejas media (%)	Lentejas máx. (%)
0.145	0.135	0.144	0.145	0.143	6.756	0.830	0.000	1.454
0.152	0.134	0.129	0.139	0.138	12.073	15.041	8.475	9.728
0.165	0.165	0.163	0.162	0.160	0.000	1.038	1.931	3.153
0.180	0.176	0.180	0.178	0.180	2.478	0.000	1.212	0.000
0.181	0.157	0.156	0.161	0.158	13.184	14.198	11.408	12.959
0.236	0.221	0.207	0.208	0.206	6.387	12.488	11.994	13.012
0.237	0.226	0.219	0.211	0.212	4.565	7.737	10.902	10.595
0.287	0.262	0.265	0.264	0.260	8.875	7.857	8.133	9.519
0.301	0.291	0.274	0.271	0.267	3.177	9.005	10.117	11.266
0.368	0.366	0.331	0.336	0.332	0.559	10.117	8.778	9.814
0.383	0.350	0.342	0.339	0.333	8.646	10.772	11.541	13.001
0.446	0.430	0.407	0.403	0.404	3.751	8.812	9.670	9.539
0.449	0.449	0.398	0.394	0.391	0.100	11.262	12.164	12.867
				<b>Error (%)=</b>	<b>5.427</b>	<b>8.397</b>	<b>8.179</b>	<b>8.993</b>

Para el caso de usar un dos datos  $k = 2$ , en la **Tabla 4.5** se presentan los resultados del cálculo de  $u_m$  y del error relativo con respecto a la velocidad media medida experimentalmente. Para este fin se aplicó la ecuación 4.4 adoptando los valores de  $f_{cm}$  que resultan del promedio de los valores  $f_c$  asociados a las velocidades media mínima y máxima del flujo registradas durante los experimentos, es decir, se usa una expresión del



tipo  $f_{cm} = \frac{f_c(u_m \text{ mín}) + f_c(u_m \text{ máx})}{2}$ . Se observa que los errores promedio son inferiores al 5% y que los puntuales llegan hasta el 10%.

**Tabla 4.4 Cálculo de error con  $f_c$  máximo**

$u_m$ (m/s)	$u_m$ ecuación 4.4 con $f_c$ máximo experimental				Error relativo de $u_m$ con la ecuación 4.4 con $f_c$ máximo			
	Balsa (m/s)	Aros (m/s)	Lentejas media (m/s)	Lentejas máx. (m/s)	Balsa (%)	Aros (%)	Lentejas media (%)	Lentejas máx. (%)
0.145	0.156	0.169	0.165	0.164	7.404	16.728	13.848	13.287
0.152	0.154	0.152	0.159	0.158	1.280	0.000	4.199	3.775
0.165	0.190	0.192	0.184	0.184	15.186	16.483	11.650	11.334
0.180	0.202	0.212	0.202	0.207	12.331	17.704	12.469	14.959
0.181	0.181	0.183	0.183	0.181	0.000	0.992	0.861	0.061
0.236	0.255	0.243	0.237	0.236	7.829	3.005	0.193	0.000
0.237	0.261	0.257	0.240	0.244	9.927	8.597	1.437	2.778
0.287	0.301	0.311	0.300	0.299	4.963	8.456	4.589	4.016
0.301	0.336	0.322	0.308	0.307	11.526	7.105	2.331	2.008
0.368	0.421	0.389	0.382	0.381	14.542	5.796	3.855	3.677
0.383	0.403	0.402	0.386	0.383	5.227	5.026	0.709	0.013
0.446	0.495	0.479	0.459	0.464	10.865	7.332	2.839	3.994
0.449	0.517	0.469	0.449	0.450	15.070	4.448	0.000	0.168
	<b>Error (%)=</b>				<b>8.935</b>	<b>7.821</b>	<b>4.537</b>	<b>4.621</b>

**Tabla 4.5 Cálculo de error con  $f_{cm} = \frac{f_c(u_m \text{ mín}) + f_c(u_m \text{ máx})}{2}$**

$u_m$ (m/s)	$u_m$ ecuación 4.4 con $f_{cm}$ para k=2				Error relativo de $u_m$ con la ecuación 4.4 con $f_{cm}$			
	Balsa (m/s)	Aros (m/s)	Lentejas media (m/s)	Lentejas máx. (m/s)	Balsa (%)	Aros (%)	Lentejas media (%)	Lentejas máx. (%)
0.145	0.140	0.154	0.155	0.154	3.331	5.878	6.924	6.549
0.152	0.139	0.138	0.149	0.149	8.843	9.295	2.138	2.397
0.165	0.171	0.174	0.173	0.173	3.673	5.656	4.860	4.712
0.180	0.182	0.192	0.190	0.195	1.104	6.764	5.629	8.121
0.181	0.163	0.166	0.172	0.171	9.995	8.394	5.274	5.890
0.236	0.229	0.221	0.222	0.222	2.948	6.569	5.901	5.948
0.237	0.234	0.233	0.226	0.229	1.060	1.497	4.732	3.335
0.287	0.271	0.282	0.282	0.281	5.528	1.624	1.772	2.171
0.301	0.302	0.292	0.289	0.289	0.379	2.850	3.893	4.059
0.368	0.379	0.353	0.359	0.359	3.094	4.037	2.462	2.489
0.383	0.363	0.365	0.362	0.360	5.290	4.736	5.416	5.936
0.446	0.445	0.435	0.431	0.437	0.216	2.644	3.415	2.192
0.449	0.465	0.425	0.422	0.423	3.569	5.260	6.082	5.790
	<b>Error (%)=</b>				<b>3.772</b>	<b>5.016</b>	<b>4.500</b>	<b>4.584</b>

De aquí se puede derivar la recomendación de obtener  $f_{cm}$  a través de datos relacionados con las velocidades medias mínima y máxima esperadas, lo cual normalmente se asocia con los caudales máximos y mínimos que se van a manejar. Por lo anterior, en general se puede decir que el aforo mediante flotadores, aplicando el modelo que aquí se propone, presenta resultados satisfactorios siempre y cuando se utilicen al menos dos puntos de calibración

cercanos a las velocidades mínima y máxima que se espera se presenten en el canal en estudio; o en su defecto con dos velocidades claramente diferenciadas una de otra.



## Conclusiones

---

Actualmente existe tecnología que permite detectar el movimiento de un objeto o un conjunto de ellos. Utilizando dicho conocimiento, es posible cuantificar su velocidad y emplearse para la medición de flujos.

La tecnología mencionada se ha adaptado a equipos tan comunes, como celulares o tabletas, los cuales fueron usados en esta tesis para medir la velocidad superficial en un canal, utilizando flotadores.

Se probaron objetos flotadores que sirvieran como trazadores de la velocidad superficial, y el mejor resultado fue un “aro” fabricado con manguera, con un diámetro de la mitad del canal.

Se hicieron pruebas con el “aro” seleccionado, un flotador nombrado “balsa” y con pequeñas “lentejas” de parafina; con este último flotador se utilizó la técnica **LSPIV**, que permite generar campos vectoriales de la velocidad en flujos a superficie libre. Estas pruebas permitieron observar el comportamiento del flujo en la superficie bajo diferentes condiciones.

Fue posible observar que diferentes flotadores se desplazan a diferentes velocidades en un mismo flujo.

Se presenta un modelo matemático para la determinación de la relación de velocidades. Dicho modelo se basa en la teoría de **longitud de mezcla** de Prandtl.

Como complemento, para su aplicación práctica se incorpora al modelo un factor de ajuste o corrección  $f_c$ . Para su obtención se requiere calibración de este parámetro en el canal de interés y con el trazador que se vaya utilizar. Se expuso en este trabajo una metodología para calcular este valor.

Se recomienda estimar el coeficiente  $f_c$  mediante la utilización de dos o más puntos de calibración, preferentemente relacionados con velocidades cuya magnitud se encuentre cercana a la máxima y mínima esperadas. El modelo solamente es válido para el flotador con el que fue calibrado. La estimación de la velocidad media, utilizando el modelo matemático, se da con más del 95% de precisión en promedio y con errores puntuales no mayores al 10%.



## Anexo A. Instalaciones utilizadas del laboratorio de hidráulica.



El trabajo experimental de esta tesis se desarrolló en el laboratorio de hidráulica del posgrado UNAM-IMTA. Este se encuentra localizado en la parte posterior del edificio del edificio de posgrado en el IMTA.

Las pruebas fueron hechas en el canal de pendiente variable. Este tiene una longitud de 5 metros de longitud, su fondo en metálico y sus paredes son de vidrio, que permiten observar el flujo por los costados. Un gato mecánico permite modificar su pendiente; bajando el nivel de su parte final cerca de 0.10 m.



**Figura A.2** Canal de pendiente variable

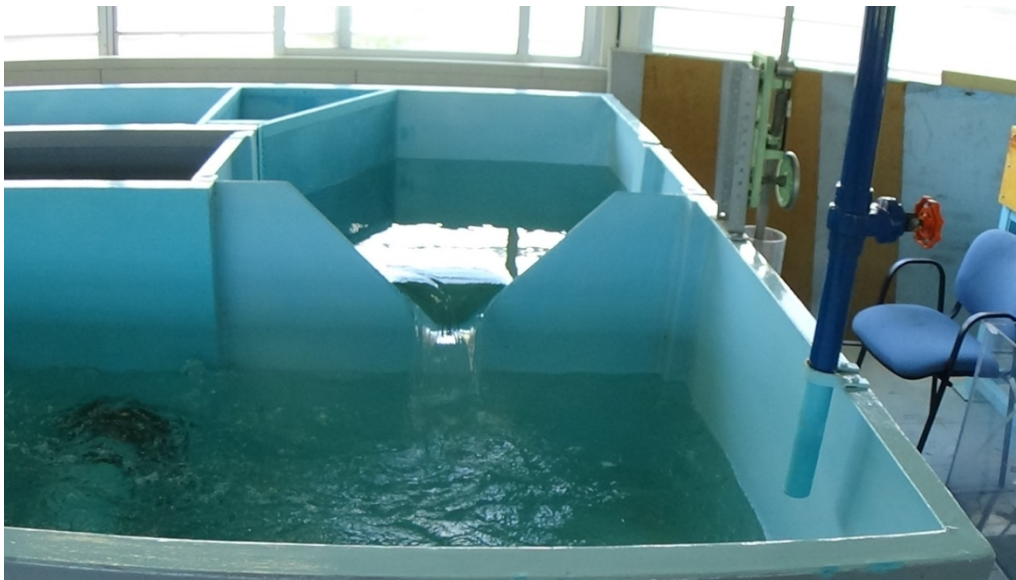
El canal es alimentado por una bomba de 10 HP. El agua es tomada de un tanque de recirculación, que debe ser llenado con anterioridad para usar el modelo. El sistema está



instalado de forma tal que el canal desemboca en el tanque. De este modo el líquido empleado circula constantemente.

La bomba toma el agua del tanque de un costado y conduce el agua por una tubería de PVC de 4''. Dicha conducción pasa a un lado del canal hasta la parte inicial del canal, en este punto la tubería sube y se introduce por la parte de arriba hasta un tanque más pequeño. El depósito sirve como dissipador de energía, para que el agua entre al canal con la menor inercia posible. A la mitad de la altura, de la descarga de la tubería, hay instalada una válvula que controla el flujo en el canal.

**Figura A.3** Bomba que mantiene el flujo de agua en el canal



**Figura A.4** Vertedor triangular en funcionamiento

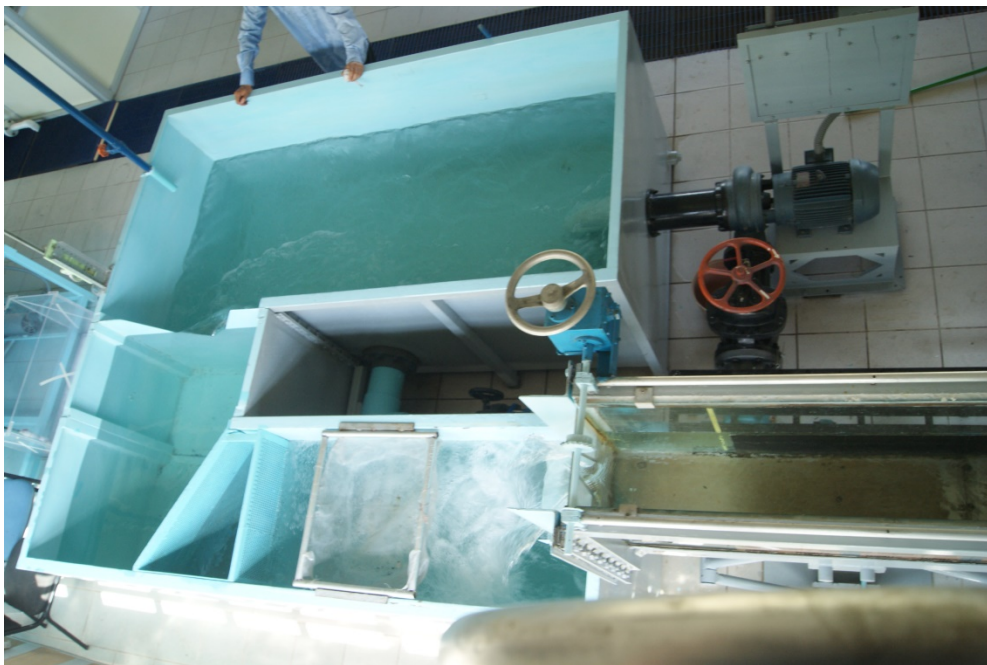
Para medir el gasto que conducía el canal, el estanque de recirculación cuenta con un vertedor triangular de pared delgada, colocado sobre una placa metálica que divide el fluido en el depósito. De esta forma, el agua que se vertía por el canal se conducía hasta el vertedor, donde la carga hidráulica sobre este último fue medida.

Para medir el tirante sobre el vertedor, una manguera se conecta a un costado del estanque, a 0.20 m del vertedor. Por la parte exterior, un recipiente se conecta a la manguera. El

principio de hidrostática permite que el agua en el recipiente tenga el mismo nivel que el presentado en el respaldo del vertedor. La altura del nivel del agua es medida con un limnómetro.



**Figura A.5** Limnómetro de vertedor triangular





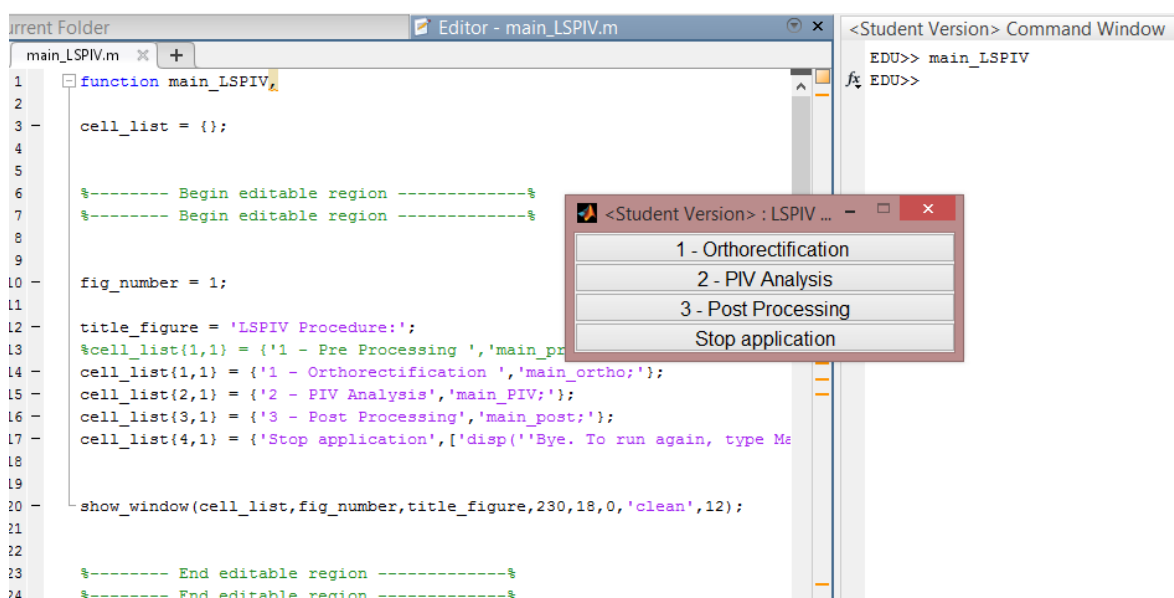
**Figura A.6** Canal de pendiente variable en funcionamiento



**Ilustración A.7** Perspectiva diferente del canal del laboratorio

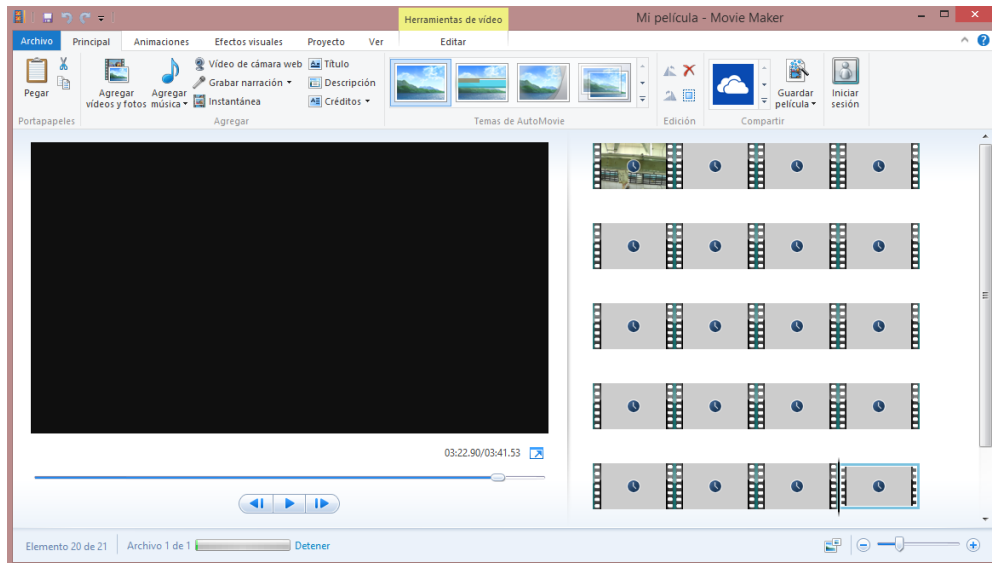
## Anexo B. Análisis y resultados de mediciones realizadas con LSPIV en experimentos 2 y 3

En los experimentos 2 y 3, se recurrió a la técnica **LSPIV**, para medir la velocidad en la superficie con los flotadores “lentejas”. En el **Capítulo 1** se describe este tipo de medición y algunos de los estudios en los que se ha empleado. En este trabajo se utilizó un código escrito en MATLAB®, de nombre **MAT-LSPIV®**. El cual esta diseño para la medición **LSPIV**. El código permite hacer la *ortorectificación* de las imágenes, en seguida hace el análisis de correlación cruzada para detectar los desplazamientos en una secuencia de imágenes.



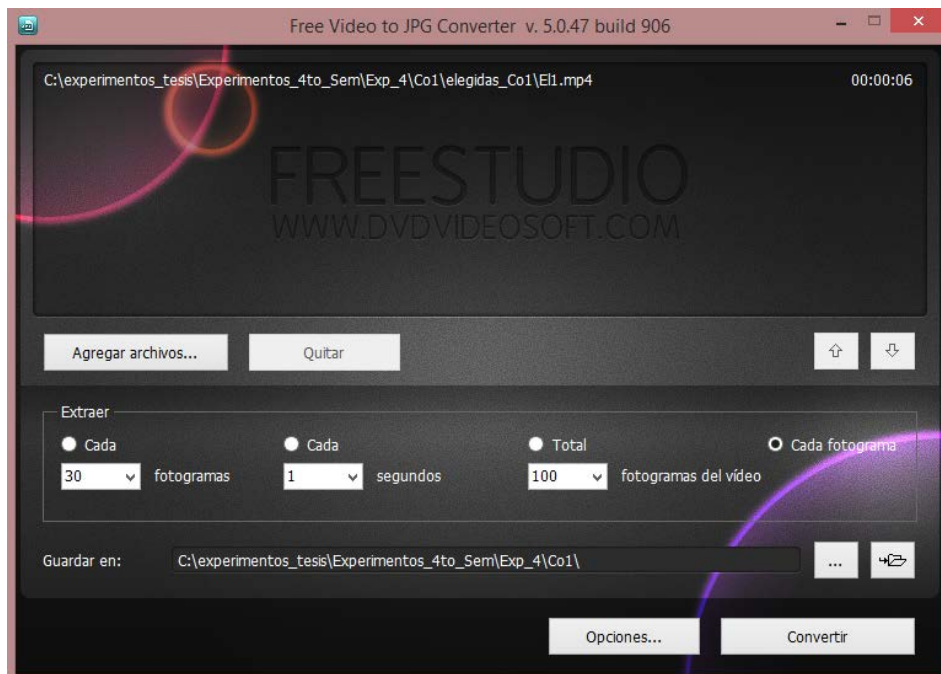
**Figura B.1** Interface principal del MAT-LSPIV®

De las **10** mediciones, grabaciones, que se hicieron con “lentejas” en cada una de las pruebas, se seleccionaron solo **5**, aquellas donde los trazadores se distribuyeran lo más uniformemente posible en el canal de laboratorio. Al momento de grabar el flujo con los flotadores, se hizo una sola toma, donde se hacían las 10 repeticiones. Este archivo al ser muy grande se recortó y se eliminaron las escenas de todos aquellos “tiempos muertos” de la grabación. De las 5 tomas seleccionadas se creó un archivo de video “**MP4**” por cada una, donde fue filmado el recorrido del trazador en el campo de visión de la videocámara, con el software **Movie Maker®**, mismo que viene integrado en los sistemas operativos **Windows®**



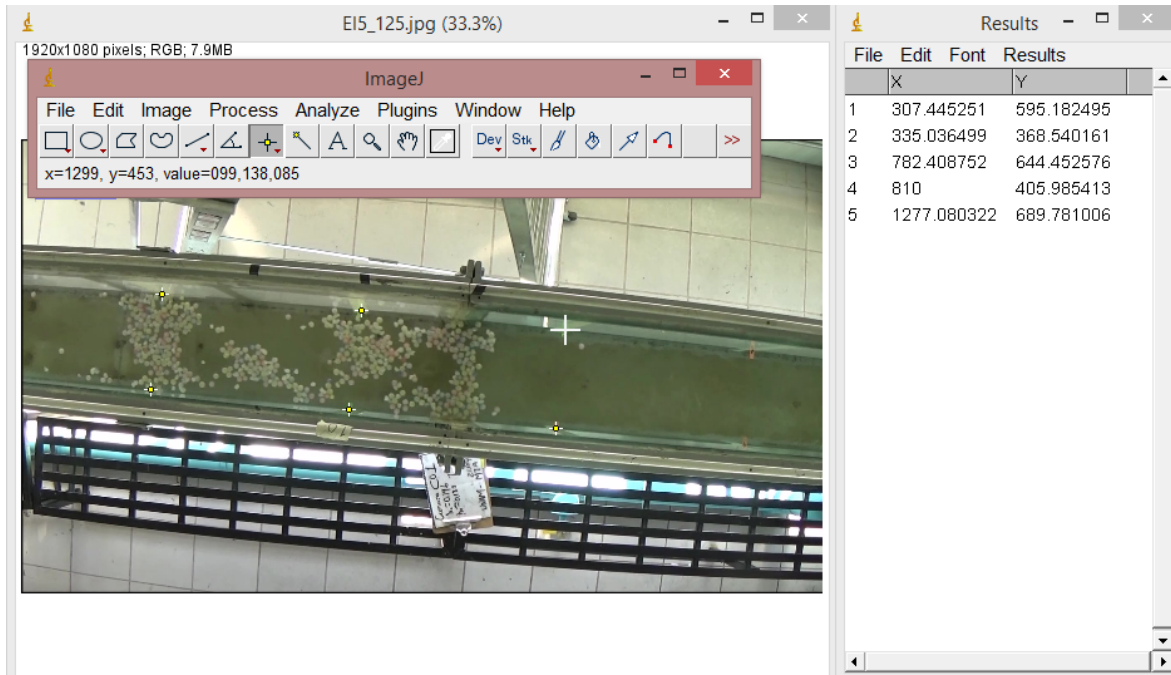
**Figura B.2** Interface del Movie Maker®.

**MAT-LSPIV®** trabaja con archivos de imágenes y no de video. Para dividir las obtener los *cuadros* o *fotogramas* del archivo “.MP4”. Se empleó el software **Free Video to JPG Converter®**, software de acceso gratuito, que extrae las imágenes del archivo de video en archivos “.JPG”



**Figura B.3** Interface del Free Video to JPG Converter®.

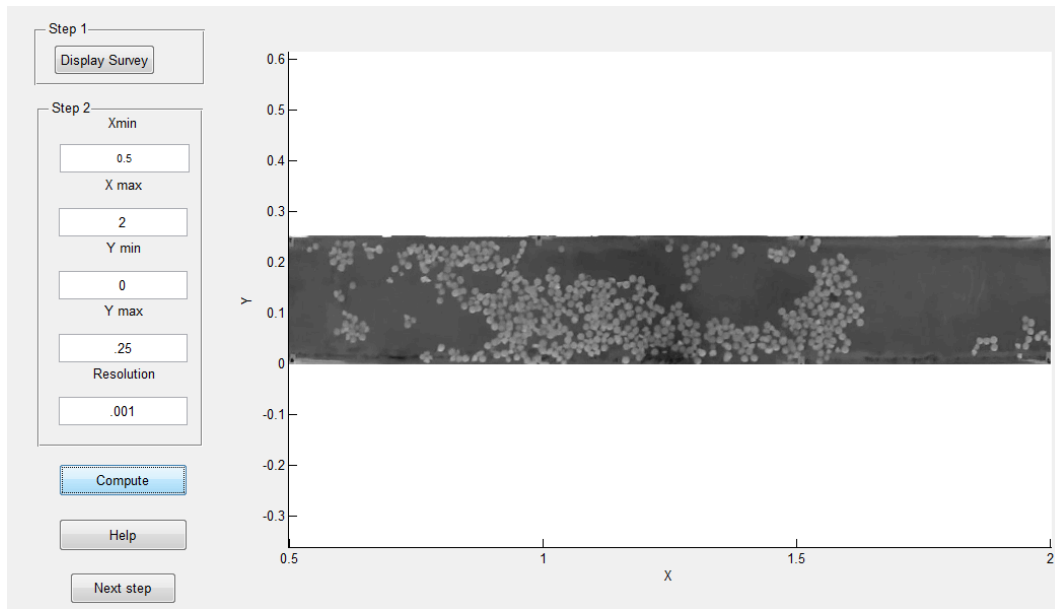
Para realizar la *ortorectificación* de las imágenes, **MAT-LSPIV®** permite ingresar un archivo con las coordenadas en pixeles y su correspondiente física de los puntos de referencia **GRP**, Para obtener el valor de dichos puntos, casi cualquier programa de manipulación de imágenes, permite verificar la ubicación de cierto pixel en una archivo de imagen, para este trabajo, se empleó el **ImageJ**, software gratuito de análisis de imágenes, el cual cuenta con una opción para seleccionar varios puntos en una fotografía y genera un cuadro de sus coordenadas X – Y de los pixeles seleccionados. Esta tabla se copió en un documento “.DAT, para que **MAT-LSPIV®** pudiera interpretarlos en el análisis



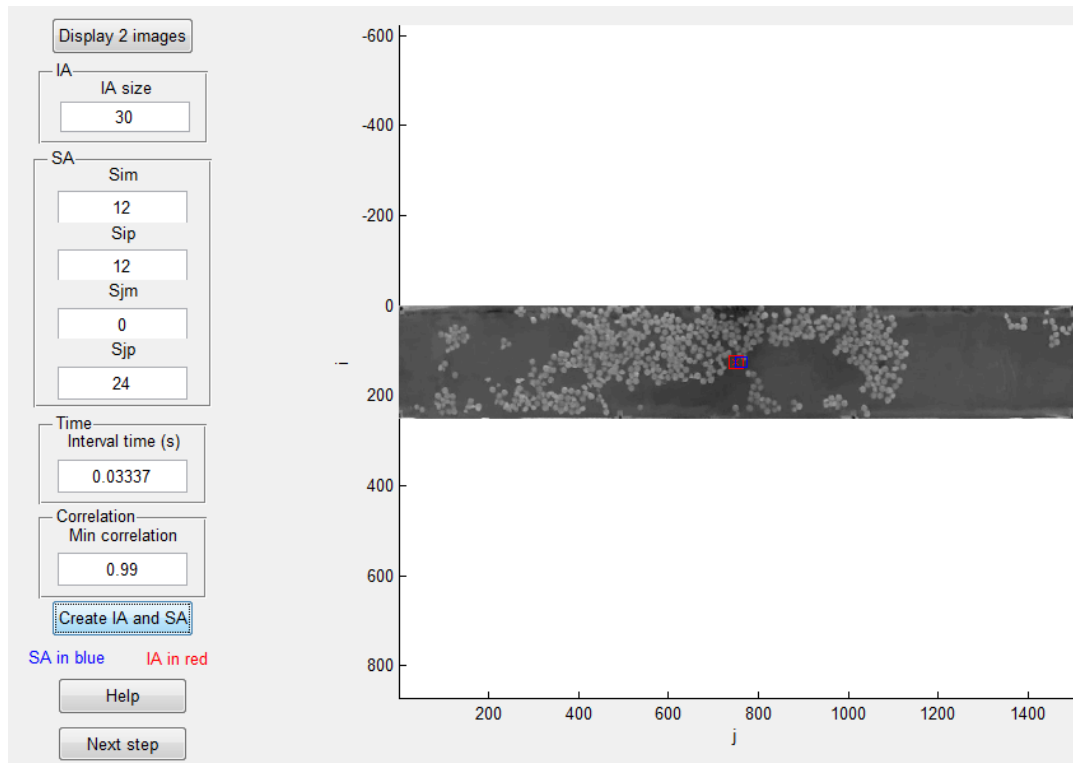
**Figura B.4** Interface de ImageJ®, para la ubicación de puntos de referencia GRP

Del conjunto de imágenes, se seleccionaron aquellas imágenes, donde las “lentejas” permanecían en su mayoría dentro de la zona delimitada por los puntos de referencia y en una longitud de 1.10 m.

Se corrió el programa de análisis **LSPIV**, en las 5 tomas de cada prueba realizada, donde siempre se analizó la misma porción del canal, que comprendía entre las marcas de referencia de 0.5 a 2.0 m justo al centro del canal, si estas marcas se ubicaban a una distancia entre sí de 0.50 m fueron observables 8 referencias, los algoritmos de *ortorectificación* requieren como mínimo 6.



**Figura B.5** Interface de MAT-LSPIV®, donde se

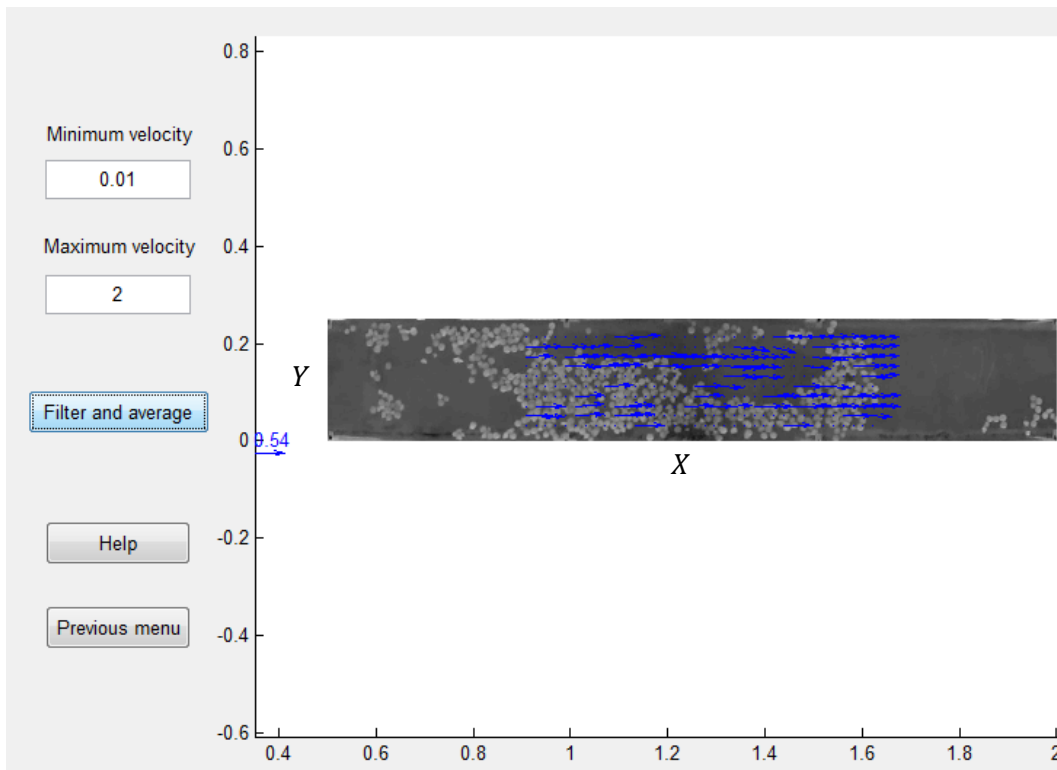


**Figura B.6** Determinación de parámetros de análisis para correlación cruzada en MAT-LSPIV®.

El área de interrogación, región en una imagen  $i$  donde se identifica un patrón a localizar en una imagen  $i + 1$ , fue de 30 píxeles y las áreas de búsqueda se fijaron con un área de  $12 \times 12$  píxeles. El formato “.MP4” que contiene las grabaciones presenta 29.97 fps

(fotogramas por segundo); lo que deduce una duración entre imágenes de 0.03337s. Se solicita un valor mínimo de correlación para identificar el desplazamiento, este coeficiente se seleccionó entre 0.99 y 0.98 según el caso.

El análisis requiere una malla para cuantificar los desplazamientos entre fotografía. La malla utilizada en este trabajo abarcó el ancho del canal y un longitud de 1.00 metros de longitud de este, con una distancia entre nodos de 2 cm, en ambas direcciones, siguiendo el eje del canal.

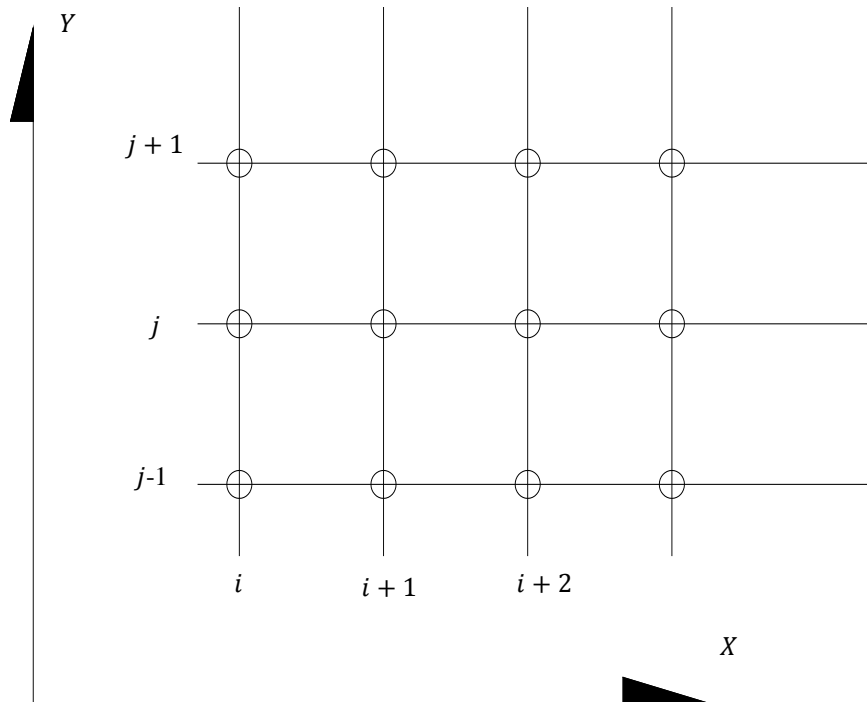


**Figura B.7** Determinación de parámetros de análisis para correlación cruzada en MAT-LSPIV®.

La información descrita en los párrafos anteriores fue la requerida para que **MAT-LSPIV®** pudiera ser ejecutado, al final presenta resultados de forma gráfica, como se muestra en la **Figura B.7**, de forma numérica presenta un archivo “.DAT” con el valor de velocidad en direcciones X e Y en cada uno de los puntos de la malla que se fabricó.

El archivo con la información de las velocidades se analizó por separado, este representa el campo vectorial de velocidades que se midió. Con estos datos se cuantificó el valor de “lentejas media”, el cual se consideró representaba de mejor manera la velocidad media en la superficie, siendo la media aritmética de todas las velocidades en sentido X.

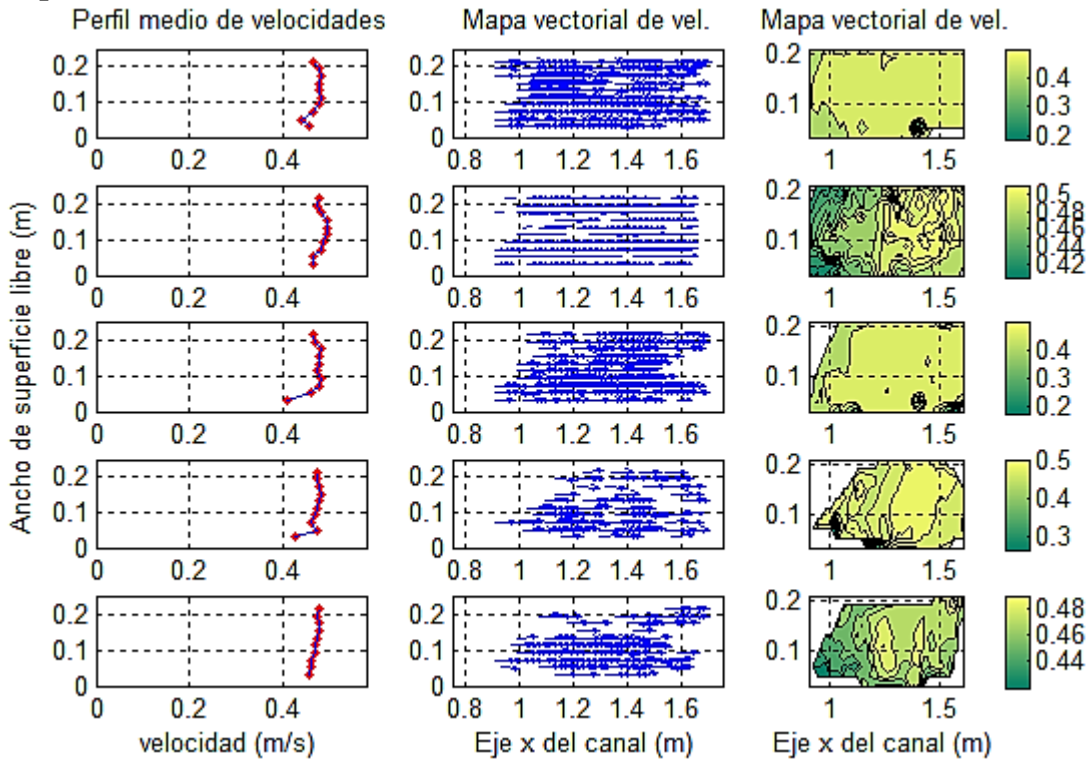
Se elaboró un perfil de velocidad medio en la superficie, este se realizando la media aritmética de cada uno de los valores de la velocidad en dirección  $X$ , a lo largo de una sola línea  $j$  de la malla, como se ilustra



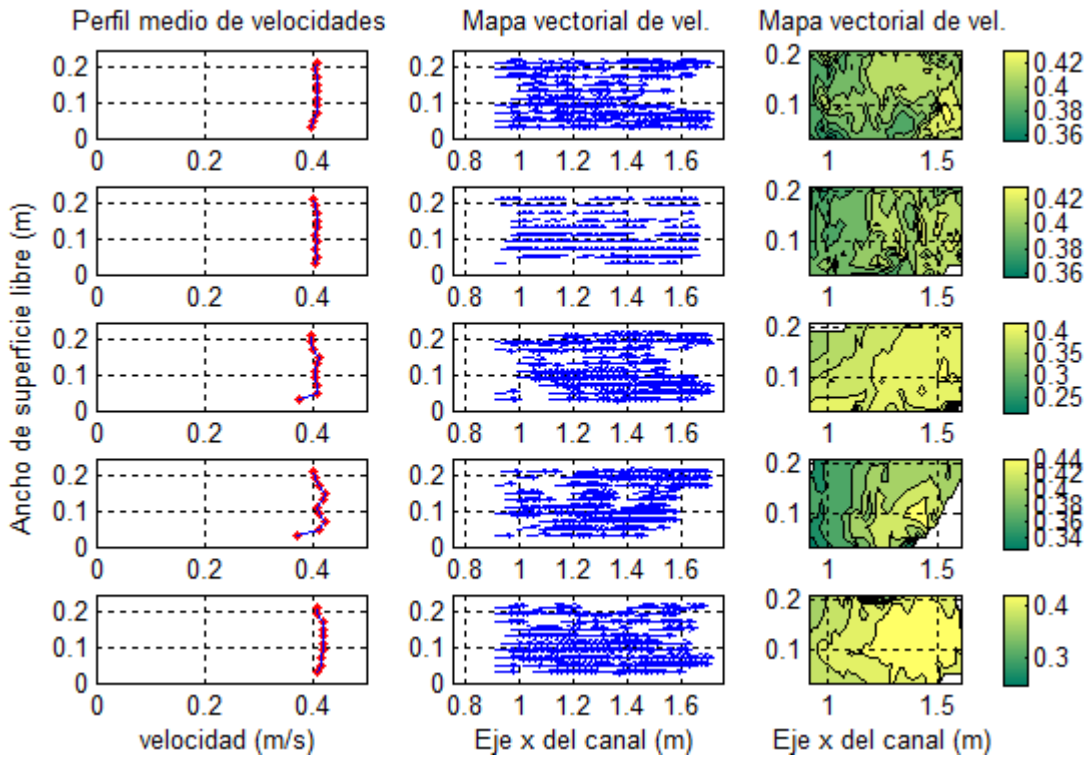
**Figura B.8** Ejemplo de malla de resultados de velocidad, para cálculo de perfil medio de velocidades en la superficie, todos los valores en la línea  $j$  fueron los promediados

El valor máximo de la velocidad en este perfil, fue el considerado para los resultados de “lentejas máx.” Los perfiles de velocidad de cada prueba, así como la representación de los mapas vectoriales de velocidad medidos con **LSPIV**, mostrados a partir de **Figura B.9**. La primera columna de izquierda a derecha se muestra el perfil medio de velocidades la segunda muestra los vectores de velocidad en cada punto de la malla y el último el mapa vectorial en distribución de colores.

## Experimento 2

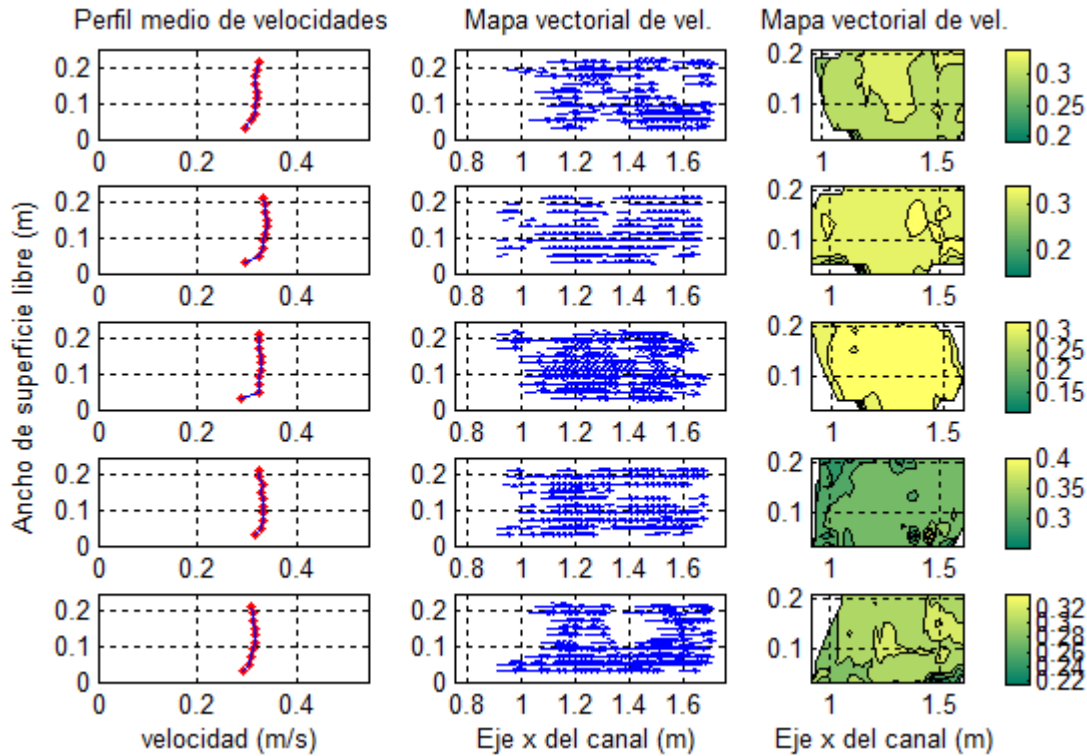


**Figura B.9** Resultados de medición LSPIV, prueba 1

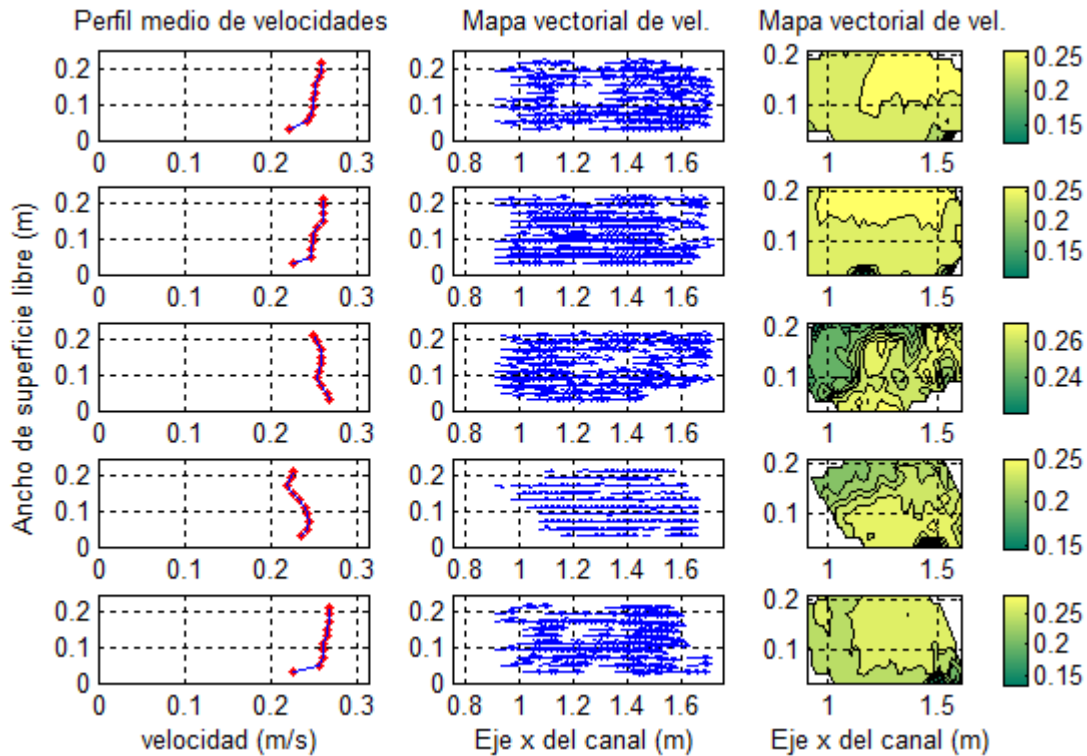


**Figura B.10** Resultados de medición LSPIV, prueba 2

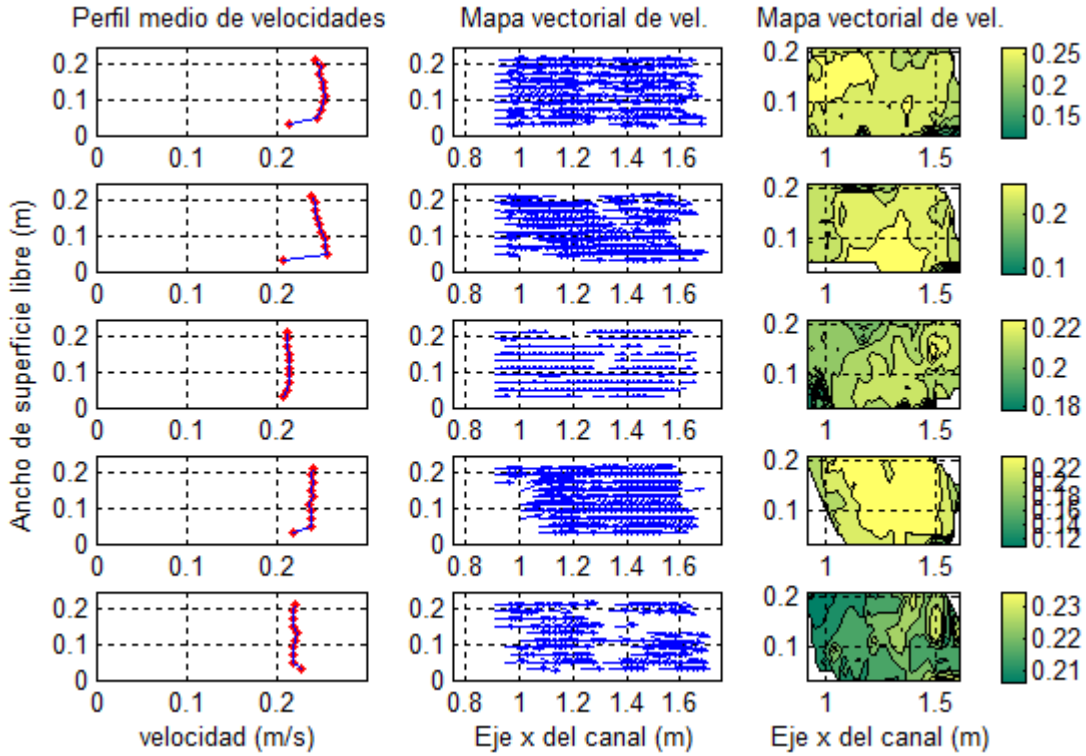




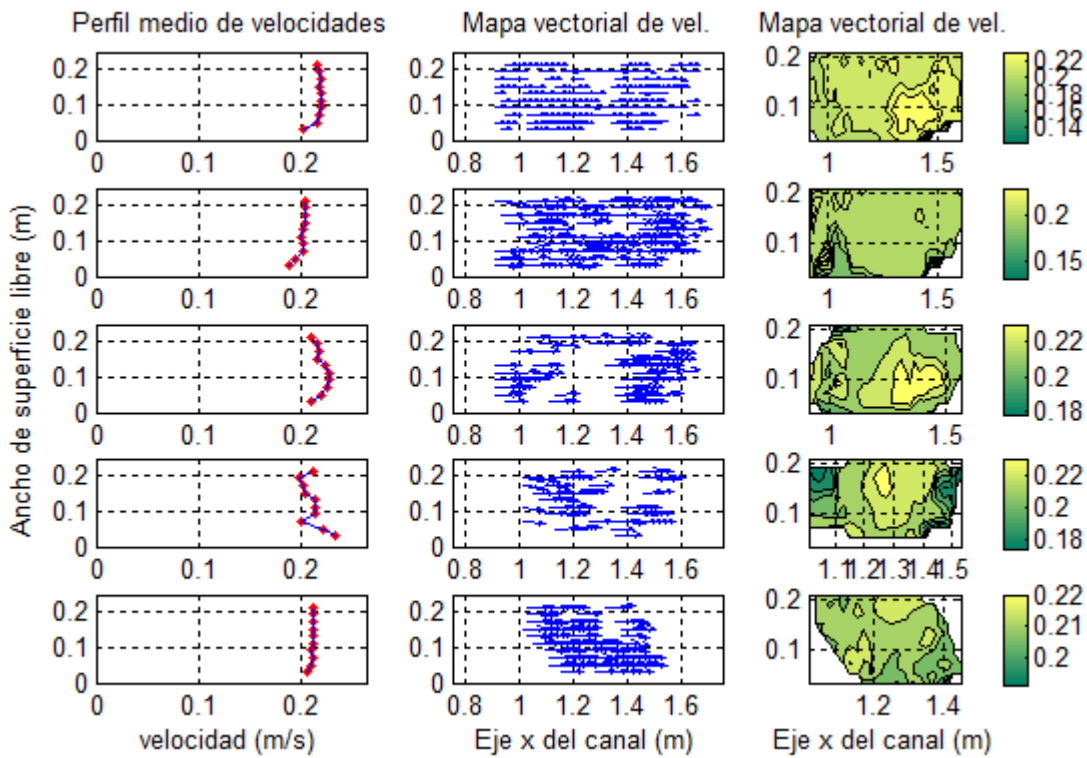
**Figura B.11** Resultados de medición LSPIV, prueba 3



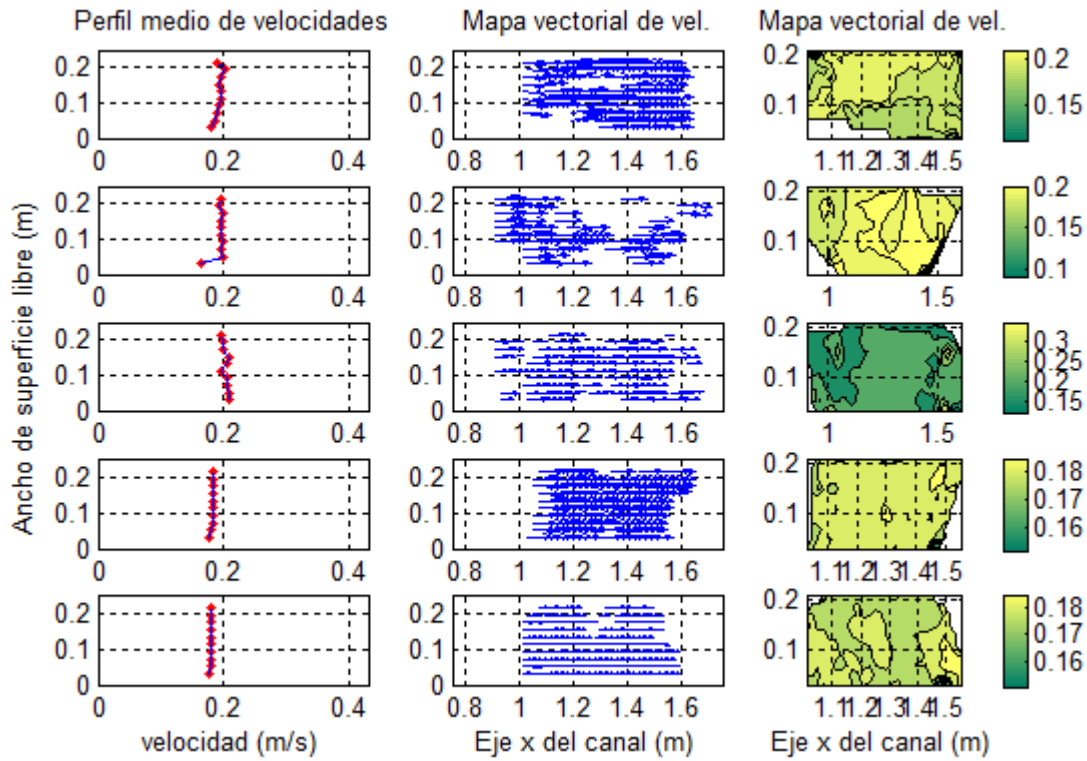
**Figura B.12** Resultados de medición LSPIV, prueba 4



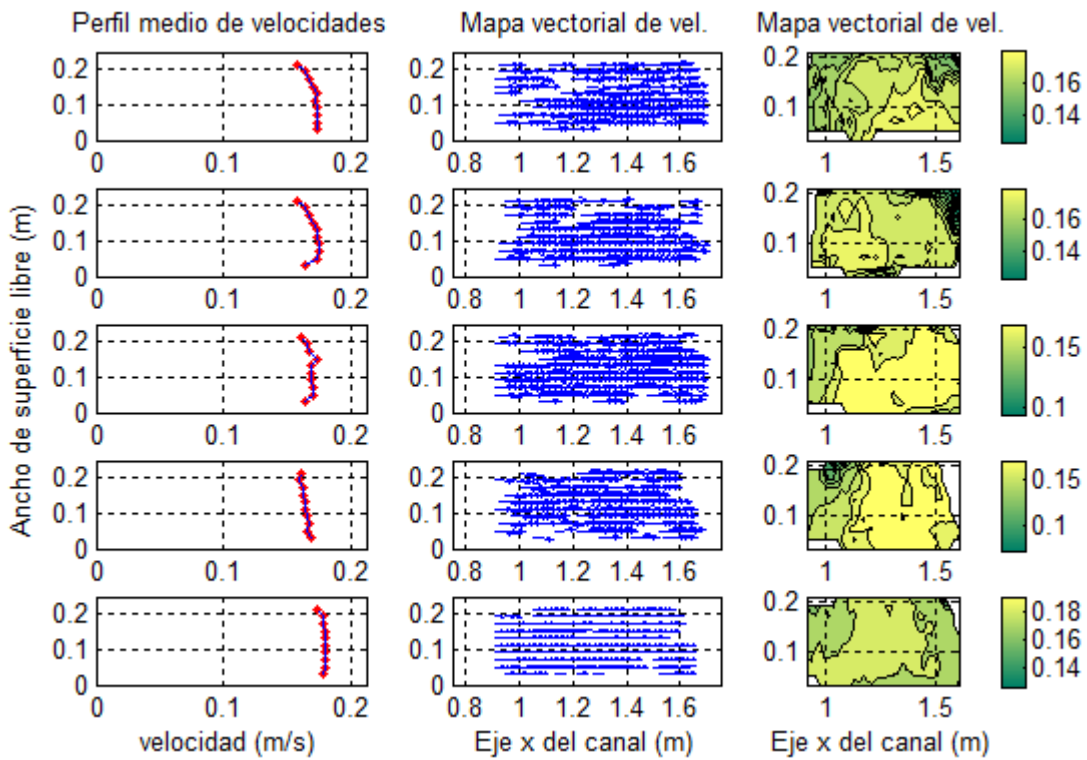
**Figura B.13** Resultados de medición LSPIV, prueba 5



**Figura B.14** Resultados de medición LSPIV, prueba 6

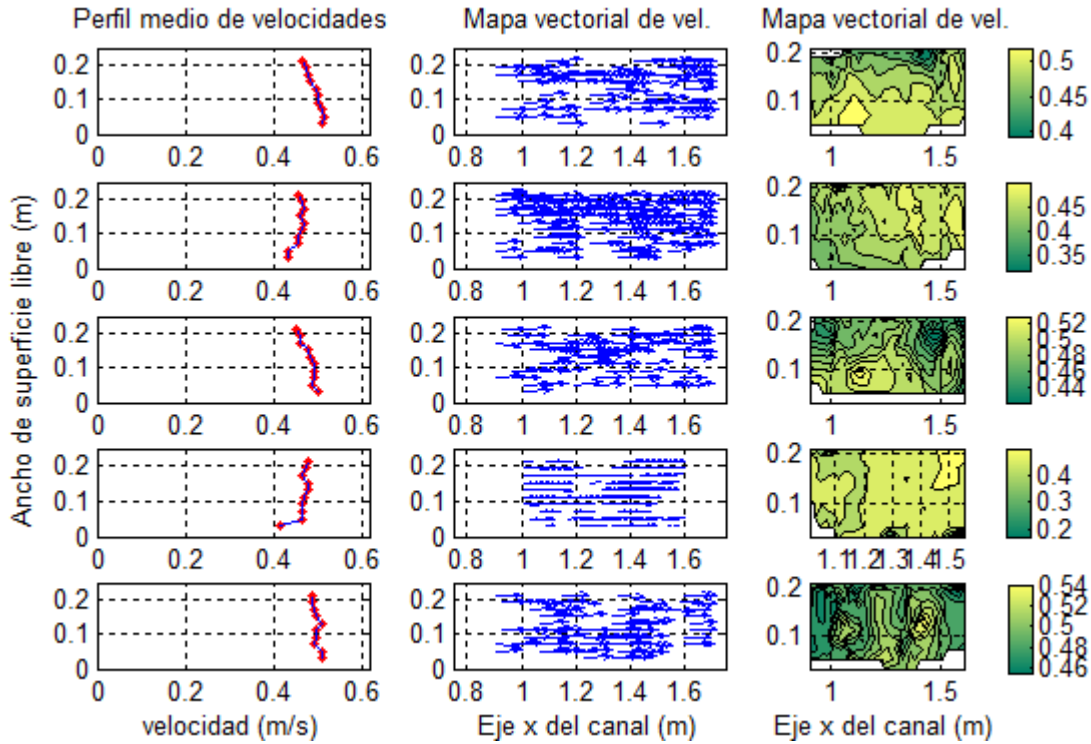


**Figura B.15** Resultados de medición LSPIV, prueba 7

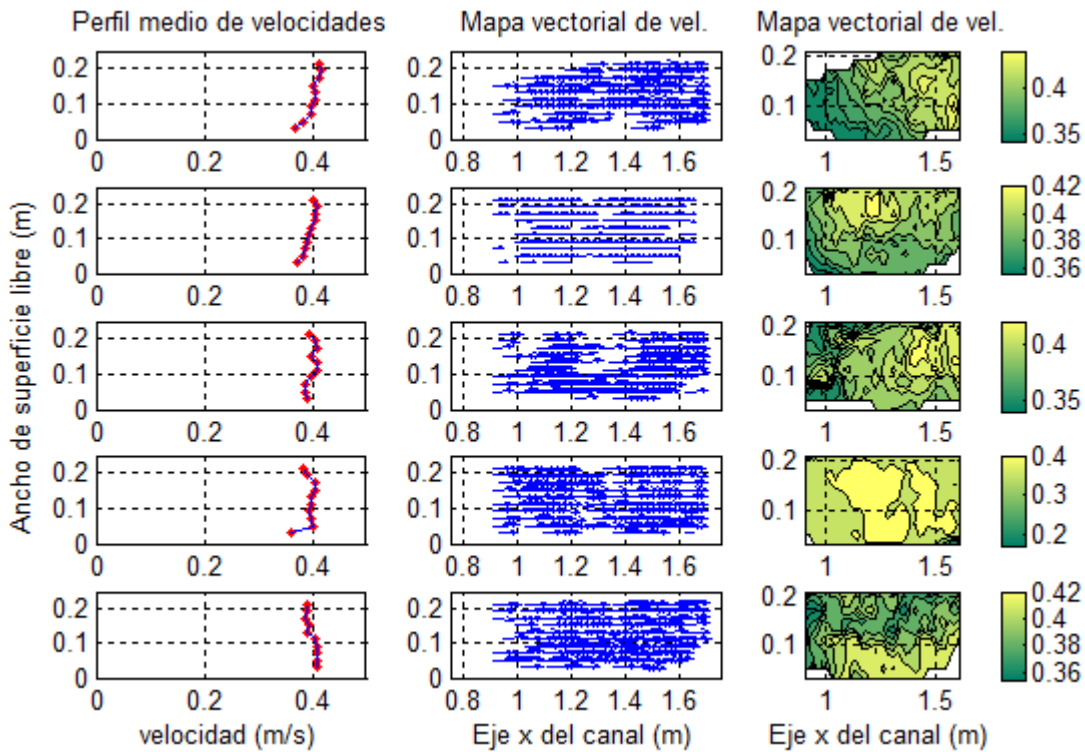


**Figura B.16** Resultados de medición LSPIV, prueba 8

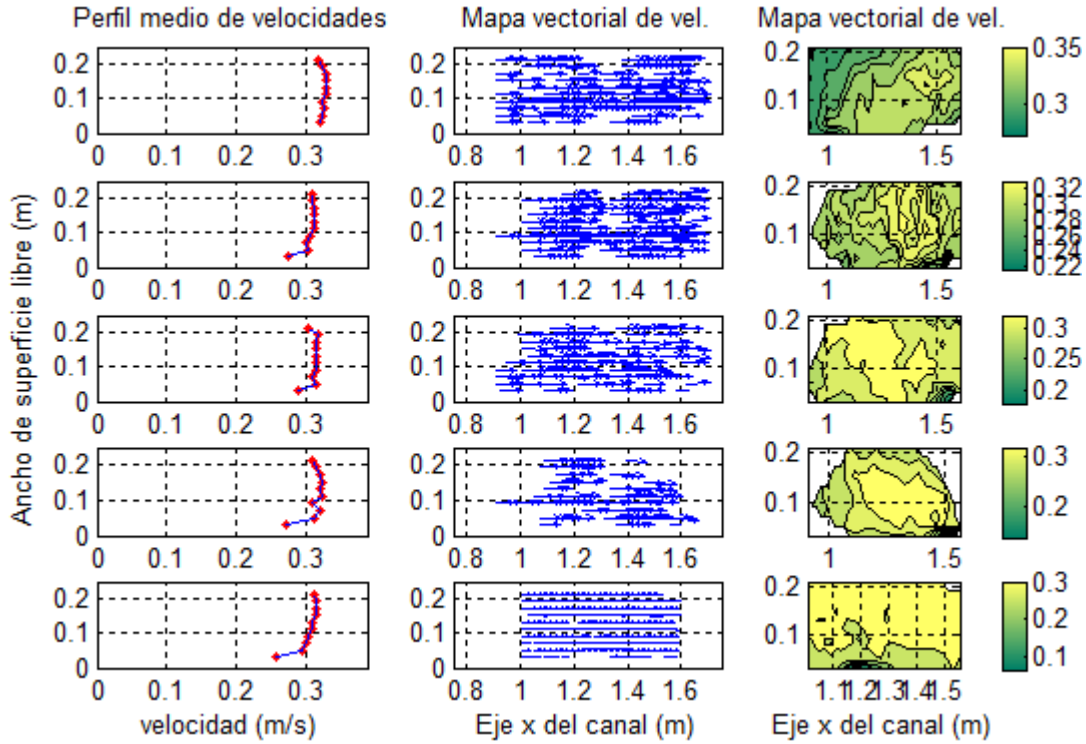
### Experimento 3



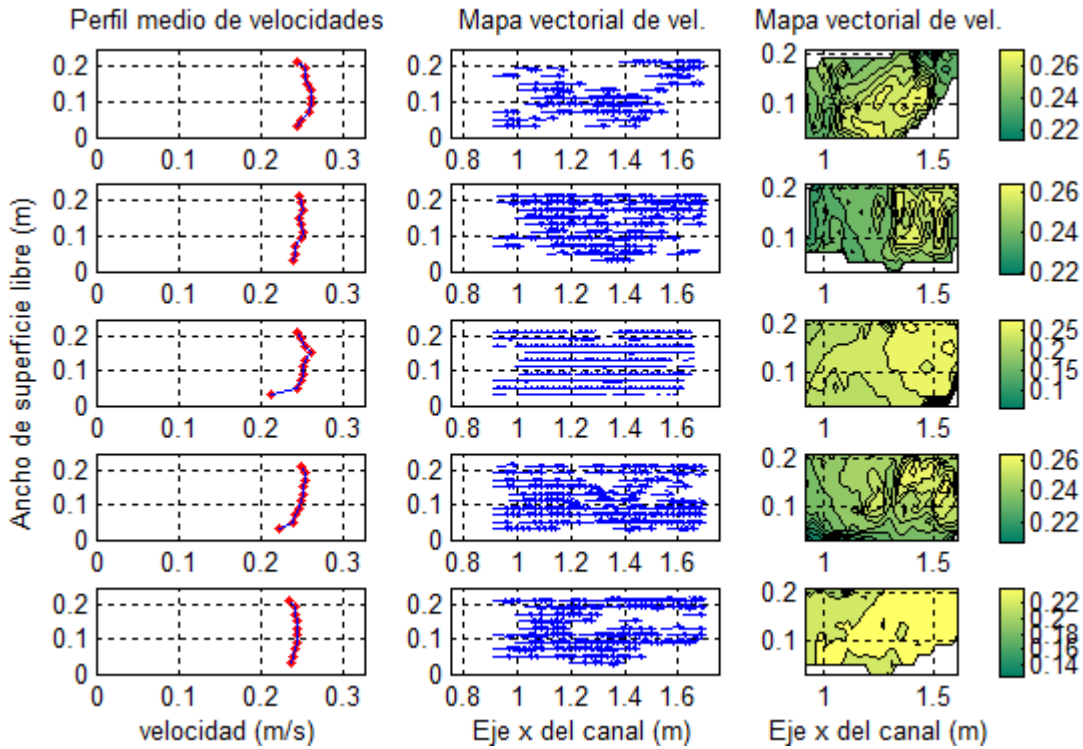
**Figura B.17** Resultados de medición LSPIV, prueba 1



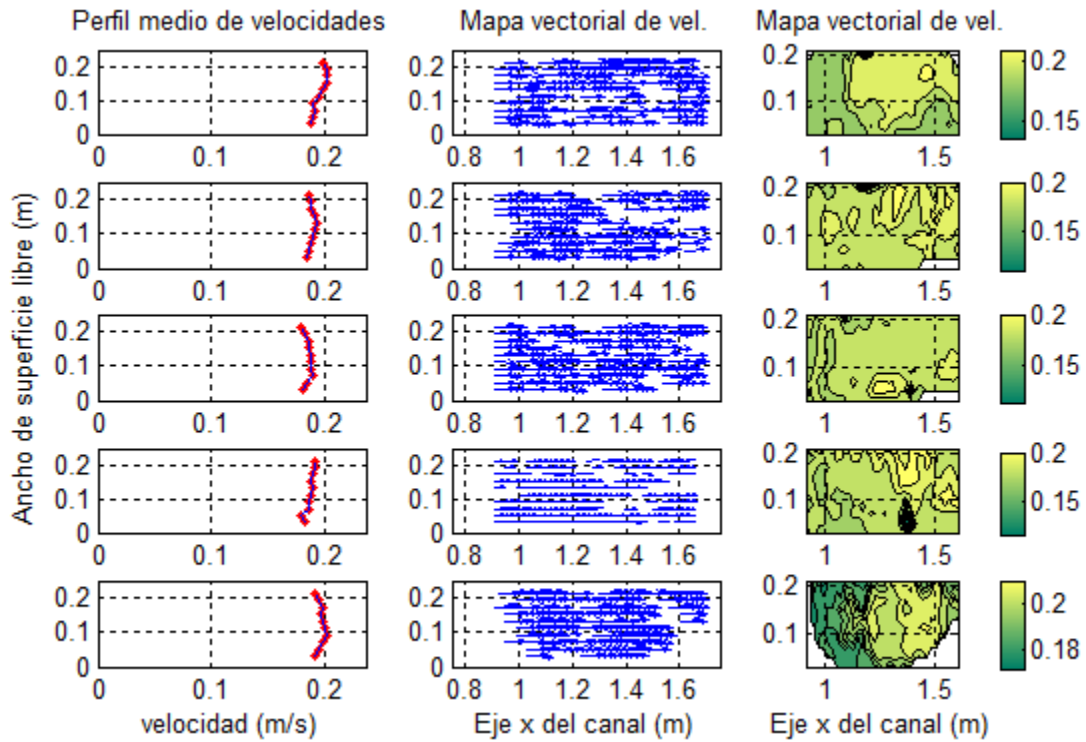
**Figura B.18** Resultados de medición LSPIV, prueba 2



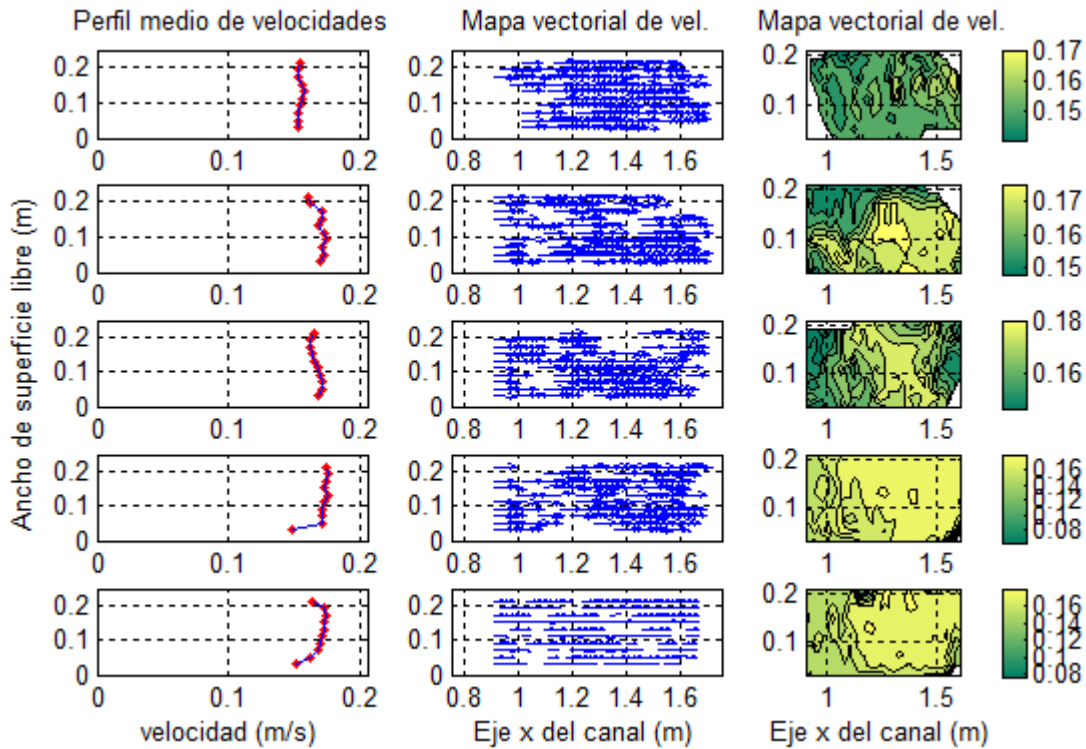
**Figura B.19** Resultados de medición LSPIV, prueba 3



**Figura B.20** Resultados de medición LSPIV, prueba 4



**Figura B.21** Resultados de medición LSPIV, prueba 5



**Figura B.22** Resultados de medición LSPIV, prueba 6



## Anexo C. Análisis de errores de medición para los experimentos 2 y 3

---

Los errores de medición son inevitables. Realiza una serie de medidas de forma reiterada, en muchas ocasiones, conduce a resultados claramente diferentes (Baird, 1991).

Los resultados mostrados de los experimentos 2 y 3, son producto de la media de una serie de mediciones obtenidas en laboratorio. A continuación se muestran información estadística de los datos puntuales obtenidos. Las tablas que se muestran a continuación se muestran cada una de las mediciones realizadas en el experimento 2. En cada columna se presentan las 10 mediciones realizadas para una misma condición del flujo. Se muestra la media, moda y mediana de los resultados. El valor  $\sigma$  representa la desviación estándar de la muestra de los datos, y  $\sigma_m$  es la **desviación estándar de la media** (Baird, 1991); este valor también es conocido como **incertidumbre estándar** (Wolfgang & Lazos, 2000). En la expresión **C.1**,  $N$  es el número de datos

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad \text{C.1}$$

El último de los datos presentados,  $\pm 2\sigma_m$ , es el intervalo dentro del cual existe el 95% de probabilidad para que la media de los resultados forme parte del intervalo, alrededor de la media de una población de datos (Baird, 1991). También es conocido como la incertidumbre expandida para un intervalo de confianza del 95% (Wolfgang & Lazos, 2000).

De acuerdo con los resultados de este análisis estadístico, se observa que por la magnitud de la desviación e incertidumbre estándar, los valores pueden ser considerados como confiables y representativos del fenómeno estudio. Por lo que la adopción de sus valores medios es aceptable como representación de las muestras experimentales y con los mismos calibrar el modelo matemático que relaciona la velocidad media en función de la velocidad superficial del flujo.



**Tabla C.1** Mediciones del Experimento 2, balsa

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
	0.43	0.34	0.28	0.2	0.21	0.17	0.16	0.12
	0.4	0.33	0.28	0.21	0.22	0.17	0.16	0.12
	0.45	0.32	0.27	0.22	0.23	0.15	0.14	0.13
	0.42	0.32	0.28	0.22	0.23	0.16	0.15	0.13
	0.44	0.32	0.28	0.21	0.22	0.17	0.16	0.13
	0.4	0.33	0.28	0.2	0.21	0.17	0.16	0.12
	0.43	0.34	0.27	0.21	0.22	0.17	0.16	0.12
	0.43	0.33	0.27	0.22	0.23	0.15	0.14	0.13
	0.42	0.32	0.27	0.22	0.23	0.16	0.15	0.13
	0.42	0.35	0.26	0.21	0.22	0.17	0.16	0.13
Media	0.424	0.330	0.274	0.212	0.222	0.164	0.154	0.126
Moda	0.420	0.320	0.280	0.210	0.220	0.170	0.160	0.130
Mediana	0.425	0.330	0.275	0.210	0.220	0.170	0.160	0.130
$\sigma$	0.016	0.011	0.007	0.008	0.008	0.008	0.008	0.005
$\sigma_m$	0.005	0.003	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.002
$\pm 2\sigma_m$	0.010	0.007	0.004	0.005	0.005	0.005	0.005	0.003

**Tabla C.2** Mediciones del Experimento 2, aro

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
	0.44	0.37	0.3	0.22	0.23	0.17	0.17	0.16
	0.41	0.38	0.29	0.21	0.23	0.19	0.18	0.16
	0.42	0.35	0.29	0.24	0.23	0.18	0.19	0.15
	0.45	0.36	0.3	0.25	0.23	0.19	0.17	0.18
	0.43	0.38	0.29	0.24	0.21	0.19	0.17	0.16
	0.46	0.36	0.3	0.23	0.24	0.22	0.18	0.15
	0.43	0.37	0.29	0.25	0.23	0.21	0.19	0.13
	0.4	0.37	0.3	0.26	0.2	0.19	0.17	0.15
	0.42	0.38	0.28	0.225	0.21	0.19	0.15	0.14
	0.44	0.36	0.3	0.21	0.24	0.19	0.17	0.15
Media	0.430	0.368	0.294	0.234	0.225	0.192	0.174	0.153
Moda	0.420	0.360	0.300	0.210	0.230	0.190	0.170	0.150
Mediana	0.430	0.370	0.295	0.235	0.230	0.190	0.170	0.150
$\sigma$	0.018	0.010	0.007	0.017	0.014	0.014	0.012	0.013
$\sigma_m$	0.006	0.003	0.002	0.005	0.004	0.004	0.004	0.004
$\pm 2\sigma_m$	0.012	0.007	0.004	0.011	0.009	0.009	0.007	0.008

**Tabla C.3** Mediciones del Experimento 2, lentes media

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
	0.4694	0.4024	0.3145	0.2501	0.2459	0.2157	0.1937	0.1694
	0.4786	0.4013	0.3287	0.2512	0.2371	0.2033	0.1924	0.1719
	0.4644	0.3949	0.3209	0.2552	0.2056	0.2086	0.2035	0.1676
	0.4686	0.4024	0.327	0.231	0.2346	0.2078	0.1823	0.163
	0.4659	0.4107	0.3083	0.2587	0.2165	0.2116	0.1799	0.1796
Media	0.469	0.402	0.320	0.249	0.228	0.209	0.190	0.170
Moda	0.464	0.402	0.308	0.231	0.206	0.203	0.180	0.163
Mediana	0.469	0.402	0.321	0.251	0.235	0.209	0.192	0.169
$\sigma$	0.006	0.006	0.009	0.011	0.016	0.005	0.010	0.006
$\sigma_m$	0.002	0.003	0.004	0.005	0.007	0.002	0.004	0.003
$\pm 2\sigma_m$	0.005	0.005	0.008	0.010	0.015	0.004	0.009	0.005

**Tabla C.4** Mediciones del Experimento 2, lentes máxima

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
	0.4839	0.4059	0.3305	0.2611	0.2544	0.2194	0.2037	0.1746
	0.4931	0.407	0.3386	0.2653	0.2567	0.2086	0.1996	0.1757
	0.4812	0.4092	0.327	0.2677	0.2137	0.2281	0.2107	0.1736
	0.4901	0.4223	0.3305	0.2433	0.2412	0.2339	0.1836	0.1686
	0.483	0.4197	0.3237	0.2679	0.2224	0.213	0.1814	0.1808
Media	0.486	0.413	0.330	0.261	0.238	0.221	0.196	0.175
Moda	0.481	0.406	0.331	0.243	0.214	0.209	0.181	0.169
Mediana	0.484	0.409	0.331	0.265	0.241	0.219	0.200	0.175
$\sigma$	0.005	0.008	0.006	0.010	0.019	0.010	0.013	0.004
$\sigma_m$	0.002	0.003	0.002	0.005	0.009	0.005	0.006	0.002
$\pm 2\sigma_m$	0.005	0.007	0.005	0.009	0.017	0.009	0.011	0.004

**Tabla C.5** Mediciones del Experimento 3, balsa

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
	0.42	0.35	0.25	0.22	0.13	0.13
	0.38	0.34	0.23	0.21	0.15	0.13
	0.4	0.34	0.24	0.21	0.14	0.12
	0.41	0.35	0.24	0.21	0.16	0.13
	0.41	0.34	0.27	0.19	0.16	0.12
	0.42	0.35	0.25	0.22	0.13	0.13
	0.38	0.34	0.23	0.21	0.15	0.13
	0.4	0.34	0.24	0.21	0.14	0.12
	0.41	0.35	0.24	0.21	0.16	0.13
	0.41	0.34	0.27	0.19	0.16	0.12
Media	0.404	0.344	0.246	0.208	0.148	0.126
Moda	0.410	0.340	0.240	0.210	0.160	0.130
Mediana	0.410	0.340	0.240	0.210	0.150	0.130
$\sigma$	0.014	0.005	0.014	0.010	0.012	0.005
$\sigma_m$	0.005	0.002	0.005	0.003	0.004	0.002
$\pm 2\sigma_m$	0.009	0.003	0.009	0.007	0.008	0.003

**Tabla C.6** Mediciones del Experimento 3, Aro

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
	0.43	0.35	0.28	0.21	0.17	0.14
	0.39	0.36	0.29	0.23	0.17	0.14
	0.42	0.34	0.3	0.23	0.17	0.14
	0.43	0.36	0.29	0.21	0.18	0.14
	0.45	0.36	0.27	0.22	0.17	0.14
	0.43	0.33	0.27	0.23	0.17	0.14
	0.44	0.38	0.3	0.22	0.16	0.15
	0.44	0.36	0.28	0.23	0.16	0.14
	0.46	0.36	0.29	0.23	0.16	0.13
	0.48	0.35	0.27	0.21	0.16	0.13
Media	0.437	0.355	0.284	0.222	0.167	0.139
Moda	0.430	0.360	0.270	0.230	0.170	0.140
Mediana	0.435	0.360	0.285	0.225	0.170	0.140
$\sigma$	0.024	0.014	0.012	0.009	0.007	0.006
$\sigma_m$	0.008	0.004	0.004	0.003	0.002	0.002
$\pm 2\sigma_m$	0.015	0.009	0.007	0.006	0.004	0.004

**Tabla C.7** Mediciones del Experimento 3, lentes media

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
	0.4854	0.3995	0.3232	0.2512	0.1957	0.1537
	0.4594	0.3971	0.3055	0.2461	0.1874	0.1673
	0.4783	0.3961	0.3148	0.2472	0.1837	0.1667
	0.4642	0.3955	0.3096	0.2438	0.1862	0.1711
	0.4976	0.3973	0.3048	0.2394	0.1959	0.1675
Media	0.477	0.397	0.312	0.246	0.190	0.165
Moda	0.459	0.396	0.305	0.239	0.184	0.154
Mediana	0.478	0.397	0.310	0.246	0.187	0.167
$\sigma$	0.016	0.002	0.008	0.004	0.006	0.007
$\sigma_m$	0.007	0.001	0.003	0.002	0.003	0.003
$\pm 2\sigma_m$	0.014	0.001	0.007	0.004	0.005	0.006

**Tabla C.8** Mediciones del Experimento 3, lentes máxima

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
	0.5169	0.417	0.3309	0.2613	0.2018	0.1567
	0.4713	0.4086	0.3137	0.2516	0.193	0.1737
	0.5083	0.4092	0.3173	0.2608	0.1897	0.171
	0.4802	0.4069	0.3242	0.2539	0.1917	0.175
	0.5178	0.409	0.3164	0.2431	0.2006	0.1737
Media	0.499	0.410	0.321	0.254	0.195	0.170
Moda	0.459	0.396	0.305	0.239	0.184	0.154
Mediana	0.508	0.409	0.317	0.254	0.193	0.174
$\sigma$	0.022	0.004	0.007	0.007	0.005	0.008
$\sigma_m$	0.010	0.002	0.003	0.003	0.002	0.003
$\pm 2\sigma_m$	0.019	0.004	0.006	0.007	0.005	0.007



## Bibliografía

- Admiraal, D. M., Stansbury, J. S., & Haberman, C. J. (2004). Case study: Particle velocimetry in a model of lake Ogallala. *Journal of Hydraulic Engineering*, 599-607.
- Adrian, R. J. (1991). Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annual review of fluid mechanics*, 261-304.
- Araoz, J. (1962). Study of water flow velocities in irrigation canals in Iraq and their mathematical analysis. *Bulletin of the World Health Organization*, 99-123.
- Baird, D. C. (1991). *Experimentación: Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos*. México: Practice-Hall.
- Boiten, W. (2008). *Hydrometry: a comprehensive introduction to the measurement of flow in open channels*. London: Taylor & Francis Group.
- Brevis, W., Niño, Y., & Jirka, G. H. (2011). Integrating cross-correlation and relaxation algorithms for particle tracking velocimetry. *Experiments in Fluids*, 135-147.
- Cameron, S. M. (2011). PIV algorithms for open-channel turbulence research: accuracy, resolution and limitations. *Journal of Hydro-environment Research*, 247-262.
- Cervantes, J. (2007). *Dinámica de fluidos*. México D.F.: Facultad de ingeniería UNAM.
- Chanson, H. (2004). *Hydraulics of open channel flow*. Elsevier.
- Chen, Y. C. (2014). Discharge estimation in a lined canal using information entropy. *Entropy*, 1728-1742.
- Chen, Y. C. (2014). Discharge estimation in a lined canal using information entropy. *Entropy*. *Entropy*, 1728-1742.
- Chiu, C. L. (1987). Entropy and probability concepts in hydraulics. *Journal of Hydraulic Engineering*, 583-599.
- Chiu, C. L. (1989). Velocity distribution in open channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 576-594.
- Chiu, C. L. (1995). Maximum and mean velocities and entropy in open-channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 26-35.
- Chiu, C. L., & Chiou, J. D. (1986). Structure of 3-D flow in rectangular open channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1050-1067.
- Choo, T. H., & Lee, S. J. (2013). An estimation of discharge using mean velocity derived through Chiu's velocity equation. *Environmental earth sciences*, 247-256.
- Chow, V. T. (1994). *Hidrología aplicada*. Bogotá, Colombia: McGraw Hill.
- Coles, D. (1956). The law of the wake in the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 191-226.
- Creutin, J. D., Muste, M., & Li, Z. (2002). Traceless quantitative imaging alternatives for free-surface measurements in natural streams. *Hydraulic Measurements and Experimental Methods*, 1-10.

- Creutin, J. D., Muste, M., & Li, Z. (2002). Traceless quantitative imaging alternatives for free-surface measurements in natural streams. *Hydraulic Measurements and Experimental Methods*.
- Creutin, J. D., Muste, M., Bradley, A. A., Kim, S. C., & Kruger, A. (2003). River gauging using PIV techniques: a proof of concept experiment on the Iowa River. *Journal of Hydrology*, 182-194.
- Cuevas, E., Zaldívar, D., & Pérez, M. (2010). *Procesamiento digital de imágenes con MATLAB y Simulink*. México: Alfaomega Ra-Ma.
- Di Cristo, C. (2011). Particle Imaging Velocimetry and Its Applications in Hydraulics. En P. Rowinski, *Experimental Methods in Hydraulic* (págs. 49-66). Berlin Heidelberg: Springer.
- Durst, F. (2008). *Fluid mechanics: an introduction to the theory of fluid flows*. Berlin Heidelberg: Springer.
- Emery, W. J., Thomas, A. C., Collins, M. J., Crawford, W. R., & Mackas, D. L. (1986). An objective method for computing advective surface velocities from sequential infrared satellite images. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 12865-12878.
- Fox, J. F., & Belcher, B. J. (2011). Comparison of macroturbulence measured using decomposition of PIV, ADV and LSPIV data. *Journal of Hydraulic Research*, 122-126.
- Fujita, I. K. (1994). Application of video image analysis for measurements of river-surface flows. *Annu. J. Hydraul. Eng., JSCE*, 733-738.
- Fujita, I. K. (1994). Application of video image analysis for measurements of river-surface flows. *Annu. J. Hydraul. Eng., JSCE*, 733e738.
- Fujita, I. K., & Tsubaki, R. (2002). A novel free-surface velocity measurement method using spatio-temporal images. *Hydraulic Measurements and Experimental Methods*, 85-91.
- Fujita, I. K., & Tsubaki, R. (2002). A novel free-surface velocity measurement method using spatio-temporal images. *Hydraulic Measurements and Experimental Methods*.
- Fujita, I. K., Kunita, Y., & Tsubaki, R. (2013). Image analysis and reconstruction of the 2008 Toga River Flash Flood in an urbanised area. *Australian Journal of Water Resources*, 151-162.
- Fujita, I. K., Muste, M., & Kruger, A. (1998). Large-scale particle image velocimetry for flow analysis in hydraulic engineering applications. *Journal of hydraulic Research*, 397-414.
- Fujita, I. K., Watanabe, H., & Tsubaki, R. (2007). Development of a non-intrusive and efficient flow monitoring technique: The space-time image velocimetry. *International Journal of River Basin Management*, 105-114.
- Fujita, I., Muste, M., & Kruger, A. (2010). Large-scale particle image velocimetry for flow analysis in hydraulic engineering applications. *Journal of Hydraulic Research*, 397-414.

- Genç, O. A. (2015). Calculation of mean velocity and discharge using water surface velocity in small streams. *Flow Measurement and Instrumentation*, 115-120.
- Gil, S. (2013). *Experimentos de física*. Obtenido de [www.researchgate.net: http://www.researchgate.net/profile/Salvador\\_Gil2/publication/265598817\\_Experimentos\\_de\\_fisica\\_de\\_bajo\\_costo\\_usando\\_TICs\\_Jul\\_2014/links/5414a5230cf2bb7347db337a.pdf](http://www.researchgate.net/profile/Salvador_Gil2/publication/265598817_Experimentos_de_fisica_de_bajo_costo_usando_TICs_Jul_2014/links/5414a5230cf2bb7347db337a.pdf)
- Gil, S. (2013). *Experimentos de física*.
- Gurka, R., Liberzon, A., Hefetz, D., Rubinstein, D., & Shavit, U. (1999). Computation of pressure distribution using PIV velocity data. En *Workshop on particle image velocimetry (Vol. 2)*.
- Huang H., T., Fiedler H., E., & Wang J., J. (1993). Limitation and improvement of PIV. *Experiments in Fluids*, 263-273.
- ISO-748. (2007). Hydrometry — Measurement of liquidflow in open channels using currentmeters or floats. Génève: International Organization for Standardization (ISO).
- Jodeau, M., Hauet, A., Paquier, A., Le Coz, J., & Dramais, G. (2008). Application and evaluation of LS-PIV technique for the monitoring of river surface velocities in high flow conditions. *Flow Measurement and Instrumentation*, 117-127.
- Kaiser, S. (20 de Julio de 2015). *Speedclock Guides*. Obtenido de <http://appmaker.se/speedClock/speedInfo.html>
- Karim, M. F. (1987). Velocity and sediment-concentration profiles in river flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 159-176.
- Keulegan, G. H. (1938). Laws of turbulent flow in open channels . *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 707-741.
- Kim, Y., Muste, M., Hauet, A., Krajewski, W. F., Kruger, A., & Bradley, A. (2008). Stream discharge using mobile large-scale particle image velocimetry: A proof of concept. *Water Resources Research*, 44-53.
- Kim, Y., Muste, M., Hauet, A., Krajewski, W. F., Kruger, A., & Bradley, A. (2008). Stream discharge using mobile large-scale particle image velocimetry: A proof of concept. *Water Resources Research*.
- Kirkgöz, M. S. (1989). Turbulent velocity profiles for smooth and rough open channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1543-1561.
- Le Coz, J., Hauet, A., Pierrefeu, G., Dramais, G., & Camenen, B. (2010). Performance of image-based velocimetry (LSPIV) applied to flash-flood discharge measurements in Mediterranean rivers. *Journal of Hydrology*, 42-52.
- Leese, J. A., Novak, C. S., & Clark, B. B. (1971). An automated technique for obtaining cloud motion from geosynchronous satellite data using cross correlation. *Journal of applied meteorology*, 118-132.
- Levi, E. (2001). *El agua según la ciencia*. Progreso, Morelos: AMH - IMTA.



- Liu, Z. C., Landreth, C. C., Adrian, R. J., & Hanratty, T. J. (1991). High resolution measurement of turbulent structure in a channel with particle image velocimetry. *Experiments in fluids*, 301-312.
- MA. (2005). *Manual de hidrometría*. Peru.
- Maza A, J. (1984). *Hidrodinámica, bases para hidráulica fluvial*. México D.F.: Series del instituto de ingeniería.
- Meinhart, C. D., Wereley, S. T., & Santiago, J. G. (1999). PIV measurements of a microchannel flow. *Experiments in fluids*, 414-419.
- Meselhe, E. A. Peeva, T., & Muste, M. (2004). Large scale particle image velocimetry for low velocity and shallow water flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 937-940.
- Muste, M., Fujita, I., & Hauet, A. (2008). Large-scale particle image velocimetry for measurements in riverine environments. *Water resources research*, 1-14.
- Muste, M., Fujita, I., & Hauet, A. (2008). Large-scale particle image velocimetry for measurements in riverine environments. *Water resources research*.
- Muste, M., Schöne, J., & Creutin, J. D. (2005). Measurement of free-surface flow velocity using controlled surface waves. *Flow Measurement and instrumentation*, 47-55.
- Nezu, I. (2005). Open-channel flow turbulence and its research prospect in the 21st century. *Journal of Hydraulic Engineering*, 229-246.
- Nielsen, K. D., Weber, L. J., & Muste, M. (2002). Particle Image Velocimetry (PIV) Measurements in Plunging Jets. *Hydraulic Measurements and Experimental Methods*.
- OMM. (2011). *Manual de prácticas hidrológicas: Volumen I, de la medición a la información hidrológicas*. Obtenido de <http://www.whycos.org>
- OMM. (2011). *Manual de prácticas hidrológicas: Volumen I, de la medición a la información hidrológicas*.
- Panton, R. (1996). *Incompressible flow*. New York: John Wiley & Sons.
- Raffel, M., Willert, C. E., & Kompenhans, J. (2007). *Particle Image Velocimetry: a practical guide*. New York: Springer.
- Reynolds, O. (1883). An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Proceedings of the royal society of London*, 84-99.
- Reynolds, O. (1895). On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 123-164.
- Savid, C., Wierzbicki, P., García, C. M., Tarrab, L., Plencovich, G., Díaz, A., & Rodríguez, A. (2008). Caracterización De Velocidades Del Flujo En La Zona De Aproximación Al Vertedero Del Aprovechamiento Los Monos. *V Congreso Argentino de Presas y Aprovechamientos Hidroeléctricos*. Tucumán, Argentina.
- Simpkins, P. G., & Dudderar, T. D. (1978). Laser speckle measurements of transient Benard convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 665-671.
- Sotelo, A. G. (2009). *Hidráulica de canales*. México D.F.: Facultad de Ingeniería, UNAM.

- Sotelo, G. (2006). *Hidráulica general*. México D.F.: Limusa.
- Streeter, V. (2000). *Mecánica de fluidos*. Bogota: McGraw Hill.
- Tomasini, E. P., Paone, N., Rossi, M., & Castellini, P. (2008). Overview on PIV Application to Appliances. En A. W. Schroeder, *Particle Image Velocimetry* (págs. 271-281). Berlin Heidelberg: Springer.
- Tsubaki, R., Fujita, I., & Tsutsumi, S. (2011). Measurement of the flood discharge of a small-sized river using an existing digital video recording system. *Journal of Hydro-environment Research*, 313-321.
- Wolfgang, A. S., & Lazos, R. J. (2000). *Guía para estimar la incertidumbre de la medición*. México: Centro nacional de metrología.