

## UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

## FACULTAD DE CIENCIAS

"Estudio y Fabricación de Guías de Onda Plasmónicas"

## TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

## FÍSICO

P R E S E N T A:

Jorge Alberto Peralta Ángeles

Director de tesis: Dr. Jorge Alejandro Reyes Esqueda

Ciudad Universitaria, Mexico, D.F. Agosto de 2015





Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

#### 1. Datos del alumno

Peralta Ángeles Jorge Alberto 58 16 34 34 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física 306089190

#### 2. Datos del tutor

Dr. Jorge Alejandro Reyes Esqueda

### 3. Datos del sinodal 1

Dra. Gabriela Murguía Romero

#### 4. Datos del sinodal 2

Dra. Citlali Sánchez Aké

#### **5. Datos del sinodal 3** Dr. Crescencio García

Segundo 6. Datos del sinodal 4

Dr. Federico González García

#### 7. Datos del trabajo escrito

Estudio y fabricación de guías de onda plasmónicas 67 p. 2015



**Votos Aprobatorios** 



VNIVER4DAD NACIONAL AVPN°MA DE MEXIÇO

> DR. ISIDRO ÁVILA MARTÍNEZ Director General Dirección General de Administración Escolar P r e s e n t e

Por este medio hacemos de su conocimiento que hemos revisado el trabajo escrito titulado:

#### Estudio y fabricación de guías de onda plasmónicas

realizado por **PERALTA ÁNGELES JORGE ALBERTO** con número de cuenta **3-0608919-0** quien ha decidido titularse mediante la opción de **tesis** en la licenciatura en **Física**. Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

| Propietario          | Dra. Gabriela Murguía Romero       |
|----------------------|------------------------------------|
| Propietario          | Dra. Citlali Sánchez Aké a/b/L     |
| Propietario<br>Tutor | Dr. Jorge Alejandro Reyes Esqueda  |
| Suplente             | Dr. Crescencio García Segundo      |
| Suplente             | Dr. Federico González García Z. G. |

Atentamente "POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU" Ciudad Universitaria, D. F., a 21 de mayo de 2015 EL JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS PROFESIONALES

#### ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ

Señor sinodal: antes de firmar este documento, solicite al estudiante que le muestre la versión digital de su trabajo y verifique que la misma incluya todas las observaciones y correcciones que usted hizo sobre el mismo. MAG/MGM/mdm

## Agradecimientos.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por forjar tantas enseñanzas y valores en cada uno de sus miembros que nos dejarán marcados por el resto de nuestras vidas.

A la Facultad de Ciencias y al Instituto de Física por permitir hacer uso de sus instalaciones para fortalecer mi formación académica.

A la Secretaria de Educación Pública y a la Coordinación Nacional de Becas por otorgarme la Beca de Titulación.

A mi familia, en particular a mis padres por todo el apoyo y amor que me han brindado.

A mi sínodo por las valiosas observaciones y aportaciones a mi trabajo.

Al Dr. Jorge Alejandro Reyes Esqueda por todo el apoyo y confianza que me ha brindado desde mi ingreso a su grupo de trabajo.

A Karla por todo lo que hemos aprendido y aprenderemos juntos.

Este trabajo se realizó durante una época muy difícil para México, tiempos en los que es muy difícil levantar la voz, tiempos en los que es muy difícil ser joven, estudiante, maestra, maestro, mujer, niña, niño, tiempos en los que es muy difícil vivir en paz. Este trabajo va dedicado a todas los mexicanos que hacen todo lo posible para cambiar la realidad y tener un mejor futuro y en memoria de aquellas personas que dieron su vida luchando por un México mejor.

# Índice general

| Ín       | dice de figuras   | IV                                  |
|----------|---|-------------------------------------|
| Re       | esumen  | VI                                  |
| 1.       | Introducción<br>Justificación   | <b>1</b><br>7                       |
| 2.       | Fundamentos teóricos2.1. Fundamentos electromagnéticos2.2. Ecuación de onda2.3. Propagación de ondas electromagnéticas en materiales dieléctricos2.4. Propagación de ondas electromagnéticas en materiales conductores2.5. Propagación de ondas electromagnéticas en guías de onda2.6. Propagación de PPSs en una interfase metal-dieléctrico | 8<br>9<br>12<br>15<br>17<br>19      |
| 3.       | Excitación de PPSs mediante luz         3.1. Acoplador de prisma  | 25<br>25<br>28<br>29<br>30          |
| 4.       | Experimento4.1. Depósito de películas delgadas4.2. Medida de la absorbancia4.3. Procedimiento experimental4.4. Procesamiento de datos experimentales  | <b>32</b><br>32<br>34<br>36<br>38   |
| 5.       | Resultados.5.1. Películas delgadas  | <b>39</b><br>39<br>43<br>46         |
| 6.<br>Bi | Discusión y conclusiones<br>6.1. Discusión  | <b>50</b><br>50<br>53<br><b>5</b> 4 |

### A. Descripción ondulatoria de la luz

57

# Índice de figuras

| 2.1. | Propagación del vector $\mathbf{k}$ y los dos campos ortogonales   | 12 |
|------|--|----|
| 2.2. | Geometria de la interfase metal-dielectrico. El dielectrico en la re-  | 10 |
| 0.9  | gion $z > 0$ y el metal en la region $z < 0$   | 19 |
| 2.3. | Relacion de dispersion de los PPSs en la interfase metal-dielectrico.  | 23 |
| 3.1. | Diagrama del acoplador de prisma.  | 26 |
| 3.2. | Relación de dispersión de los PPSs en la interfase metal-dieléctrico<br>(línea negra), en la interfase metal-prisma(línea roja), propagación |    |
|      | de la luz en el dieléctrico (línea púrpura), en el prisma (línea verde)  |    |
|      | y en el prisma con un ángulo de incidencia $	heta_{\xi}$ (línea azul)  | 27 |
| 3.3. | Reflectividad en el acoplador de prisma.   | 27 |
| 3.4. | Propagación de la luz en un medio con función dieléctrica $arepsilon_i$  | 28 |
| 3.5. | Configuración de Otto. En esta configuración la película metálica  |    |
|      | está separada una distancia $d$ del prisma por medio de un dieléctrico.  | 29 |
| 3.6. | Configuración de Kretschmann-Raether. En esta configuración la   |    |
| 0 7  | película metálica es depositada en una de las caras del prisma   | 29 |
| 3.7. | Diagrama del acoplador de rejilla  | 30 |
| 4.1. | Diagrama del sistema <i>sputtering</i> .   | 32 |
| 4.2. | a) Modelo de crecimiento de Volmer-Webwer, b) modelo de creci-   |    |
|      | miento de Franck-van der Merwe y c) modelo de crecimiento de   |    |
|      | Stranski-Krastanov   | 33 |
| 4.3. | Dispositivo utilizado para la adquisición de espectros de absorción.   | 35 |
| 4.4. | Configuración «híbrida»  | 36 |
| 4.5. | Dispositivo para el método ATR   | 37 |
| 4.6. | Relación entre el ángulo de incidencia, ángulo externo y el ángulo   |    |
|      | del prisma   | 37 |
| 5.1. | Micrografías de la muestra 1 a dos amplificaciones distintas   | 39 |
| 5.2. | Micrografías de la muestra 2 a dos amplificaciones distintas   | 40 |
| 5.3. | Micrografías de la muestra 3 a dos amplificaciones distintas   | 40 |
| 5.4. | Micrografías de la muestra 4 a dos amplificaciones distintas   | 41 |
| 5.5. | Micrografías de la muestra 5 a dos amplificaciones distintas   | 41 |
| 5.6. | Micrografías de la muestra 6 a dos amplificaciones distintas   | 42 |
| 5.7. | Absorbancia de la muestra con grosor esperado de 10 nm   | 43 |
| 5.8. | Absorbancia de la muestra con grosor esperado de 20 nm   | 43 |
| 5.9. | Absorbancia de la muestra con grosor esperado de 30 nm   | 44 |

| 5.10. | Absorbancia  | de la | muestra                  | $\operatorname{con}$ | grosor | esperado | ${\rm de}~40$ | nm. | <br> | 44 |
|-------|--------------|-------|--------------------------|----------------------|--------|----------|---------------|-----|------|----|
| 5.11. | Absorbancia  | de la | muestra                  | $\operatorname{con}$ | grosor | esperado | ${\rm de}~50$ | nm. | <br> | 45 |
| 5.12. | Absorbancia  | de la | muestra                  | $\operatorname{con}$ | grosor | esperado | ${\rm de}~60$ | nm. | <br> | 45 |
| 5.13. | Reflectancia | de la | $\operatorname{muestra}$ | $\operatorname{con}$ | grosor | esperado | ${\rm de}~10$ | nm. | <br> | 46 |
| 5.14. | Reflectancia | de la | $\operatorname{muestra}$ | $\operatorname{con}$ | grosor | esperado | de 20         | nm. | <br> | 47 |
| 5.15. | Reflectancia | de la | $\operatorname{muestra}$ | $\operatorname{con}$ | grosor | esperado | ${\rm de}~30$ | nm. | <br> | 47 |
| 5.16. | Reflectancia | de la | ${ m muestra}$           | $\operatorname{con}$ | grosor | esperado | ${\rm de}~40$ | nm. | <br> | 48 |
| 5.17. | Reflectancia | de la | $\operatorname{muestra}$ | $\operatorname{con}$ | grosor | esperado | ${\rm de}~50$ | nm. | <br> | 48 |
| 5.18. | Reflectancia | de la | ${ m muestra}$           | $\operatorname{con}$ | grosor | esperado | de 60         | nm. | <br> | 49 |

## Resumen

Se presentan los resultados obtenidos al realizar un experimento para excitar Plasmones Polaritones de Superficie (PPSs) en películas delgadas con el método de Reflexión Total Atenuada (ATR, por sus siglas en inglés). Se utilizó el acoplador de prisma para obtener reflexión total atenuada, que indica la generación de PPSs, en seis películas delgadas de oro de diferente grosor. Cada película delgada presenta una superficie estructurada diferente de las otras, lo cual cambia sus propiedades ópticas.

El objetivo del trabajo es establecer una base en el estudio de nanoestrucuras en las cuales se exciten, se propaguen y, además, se guíen PPSs. Para eso es necesario conocer las condiciones básicas para excitar PPSs en las estructuras plasmónicas más simples, que son películas delgadas, caracterizar las propiedades estructurales y ópticas de éstas y relacionarlas entre sí.

Para lograr el objetivo se usó luz blanca a cuatro ángulos de incidencia mayores que el ángulo de reflexión total interna. De las seis muestras analizadas, la excitación de PPSs ocurrió en las dos películas más gruesas y a ciertos ángulos de incidencia. Los resultados experimentales son comparados con algunas aproximaciones teóricas y existen ciertas coincidencias entre ambas.

# Capítulo 1 Introducción

La luz es un fenómeno que ha intrigado y maravillado a los pensadores desde hace muchos siglos. Ha sido estudiada exhaustivamente por muchos científicos importantes a lo largo de la historia de la humanidad para lograr entender su naturaleza, origen y comportamiento bajo distintas circunstancias. Además, ha sido objeto de varias controversias debido a que exhibe propiedades que en ocasiones resultaron poco comprensibles.

Debido a que los fenómenos que involucran a la luz muestran distintas propiedades dependiendo de las condiciones a las cuales se encuentra sometida, ésta se ha estudiado de diversas formas. En algunos experimentos realizados se demuestra que la luz tiene un comportamiento dual, por un lado tiene propiedades ondulatorias, pero también muestra un comportamiento corpuscular, lo cual se conoce como la «onda-partícula».

Con el surgimiento de nuevas áreas de investigación el estudio del fenómeno luminoso ha incrementado. La nanociencia y la nanotecnología han enfocado gran parte del interés científico en nuevas líneas de investigación que tienen como objetivo entender y controlar el comportamiento de la materia, y en general de la naturaleza, a escala nanométrica y así poder manipular sus propiedades, lo que representaría la solución de muchos problemas, además de fomentar el desarrollo tecnológico.

La nanociencia se encarga del estudio de fenómenos y de la manipulación de materiales a escalas atómicas, moleculares y macromoleculares, ya que muchas de las propiedades son muy diferentes de aquellas a escalas mucho mayores. Por su parte, la nanotecnología se encarga del diseño, producción, caracterización y aplicación de estructuras a nivel nanométrico para crear dispositivos y sistemas que pueden ser manipulados de muchas formas.

Probablemente las áreas de investigación más prometedoras de la nanociencia y nanotecnología son: la ingeniería de nanomateriales, que se encarga del estudio y producción de materiales y estructuras nanométricas, y la electrónica y optoeletrónica, que se encarga del estudio y desarrollo de componentes nanométricos utilizados en la tecnología de la información.

Uno de los principales objetivos de la ingeniería de nanomateriales es crear cuerpos del orden de nanómetros que, al interactuar con sus alrededores, exhiban propiedades particulares y cumplir así una o varias funciones en específico. Estos materiales, llamados «materiales nanoestructurados», se presentan en formas muy variadas, principalmente en nanopartículas, nanocables, nanotubos, entre otros, y pueden estar fabricados de metales como oro, plata, o de otros materiales como el carbono, dependiendo del uso que se les pretenda dar.

Por otra parte, la nanofotónica es uno de los campos más interesantes de la nanociencia; estudia el comportamiento de la luz a escala nanométrica. También se encarga de las relaciones fenomenológicas que surgen a partir de la interacción de la luz con materiales nanométricos y de las propiedades ópticas de éstos.

Sin embargo, para entender y estudiar con más detalle el comportamiento de algunos de los materiales nanoestructurados y sus propiedades, es necesario recurrir a otros campos, uno de ellos es la *plasmónica*. Esta área de investigación surge del estudio de la interacción de la radiación electromagnética, en particular luz visible, con los electrones libres de nanoestructuras metálicas [2], lo cual origina fenómenos únicos y muy interesantes.

Los electrones libres en un metal se pueden tratar como un plasma, es decir, un líquido de electrones de alta densidad, alrededor de  $10^{23}$  cm<sup>-3</sup>. Usando esta aproximación se sabe que las oscilaciones del plasma se propagan a través del metal y a la cuantización de estas oscilaciones se le llama «plasmón» [1], es decir, un plasmón es la cuantización de las oscilaciones colectivas de los electrones libres en un metal

Los «plasmones de superficie» (PSs) son oscilaciones colectivas de los electrones libres que se encuentra en una interfase formada entre dos medios. En estos medios se debe cumplir que la parte real de la función dieléctrica de un medio sea de signo contrario a la parte real de la función dieléctrica del otro medio. Un ejemplo de eso es una interfase formada entre un dieléctrico y un metal.

El movimiento de las cargas en la superficie origina un campo electromagnético y considerando el movimiento de las cargas se desprenden dos conceptos fundamentales en la plasmónica: los *plasmones polaritones de superficie* (PPSs) y los *plasmones de superficie localizados*, (PSLs).

Los PPSs son excitaciones electromagnéticas que se propagan en la interfase formada entre un dieléctrico y un metal y surgen de la interacción entre el campo electromagnético y las oscilaciones del plasma de electrones [2], o bien, de la interacción entre un fotón y un plasmón. Estas excitaciones electromagnéticas tienen un campo electromagnético confinado en la interfase dieléctrico-metal cuya amplitud decae exponencialmente en el espacio perpendicular a la superficie [1–3].

El campo electromagnético confinado en la interfase origina una sensibilidad significativa de los PPSs a los efectos en la superficie y de esta sensibilidad surgen fenómenos muy interesantes tales como generación de segundo armónico, fluorescencia, incremento en la dispersión Raman y es muy utilizado en la fabricación de sensores químicos y biológicos [1-3].

Matemáticamente pueden ser estudiados resolviendo las ecuaciones de Maxwell con las condiciones de frontera adecuadas al sistema. Aplicando la teoría de Maxwell, también es posible derivar la relación de dispersión y a partir de ella, obtener algunas propiedades de los PPSs, como su longitud de propagación, por ejemplo.

Los PSLs son excitaciones electromagnéticas de los electrones de conducción

de nancestructuras metálicas pero, a diferencia de los PPSs, no se propagan y, además, se acoplan a campos electromagnéticos [2,3]. Típicamente existen en geometrías tales como nanopartículas metálicas [3], pero también pueden ser encontrados en otras geometrías en las cuales los PSLs surgen debido a la curvatura de la superficie.

Las características de los PSLs dependen de la forma y el tamaño de las nanopartículas, además, influyen significativamente en el comportamiento de los PPSs en superficies rugosas, siempre y cuando su frecuencia esté muy cerca de la frecuencia de éstos. Otro fenómeno que relaciona a ambos es que los PPSs pueden excitar a los PSLs, y a su vez, los PSLs pueden decaer en PPSs [3].

Existen fenómenos que mantienen una cierta relación entre los PPSs y los PSLs [23], pero también tienen propiedades muy diferentes entre ellos; por ejemplo, los PSLs son excitaciones electromagnéticas que no se propagan, a diferencia de los PPSs. Otra diferencia fundamental radica en la manera de excitarlos: los PSLs pueden ser excitados directamente con luz [2,3] y los PPSs no, entonces se necesitan técnicas ópticas pra hacerlo.

En la excitación con electrones, éstos golpean a los electrones del plasma, transfiriéndoles una cantidad de momento que contribuye al vector de onda de los PPSs [1]. Por otra parte, la excitación con fotones requiere de técnicas ópticas adicionales [1-3], es decir, los PPSs no pueden ser excitados directamente con luz [3,4], por este motivo se usa un prisma o una rejilla, de forma que el vector de onda de la luz incidente coincida con el vector de onda del PPSs y así, lograr el acoplamiento [1-3].

Existen varias técnicas para excitar PPSs con fotones, las dos más comunes son el acoplador de prisma y el acoplador de rejilla. Para que el acoplamiento fotónplasmón ocurra es necesario que la componente paralela a la superficie del vector de onda de la luz incidente se aproxime al número de onda de los PPSs [1–4, 29]. La necesidad de utilizar estas técnicas se debe al hecho de que el número de onda de los PPSs es más grande que la magnitud del vector de onda de la luz en el medio dieléctrico adyacente [2,3].

El acoplador de prisma tiene dos posibles configuraciones: la de Kretschmann-Raether y la de Otto. En la primera, una película delgada metálica es depositada en una de las caras del prisma, formándose un sistema en el cual la película está entre dos dieléctricos diferentes. Sin embargo, esta configuración no se limita a usar una película delgada, es posible depositar una nanoestructura metálica en el prisma [31]. En la configuración de Otto el prisma y la nanoestructura están separados por un espacio pequeño de aire [1–4].

El prisma es una herramienta necesaria para incrementar el vector de onda de la luz, la cual incide a un ángulo mayor que el ángulo crítico para la reflexión total interna. El vector de onda de la luz se incrementa en el prisma y en cierto ángulo la componente del vector de onda del fotón coincide con el vector de onda del PPS en la interfase, lográndose el acoplamiento fotón-plasmón, lo cual se traduce en un decremento de la luz reflejada en la interfase [1–4]. La disminución en la luz reflejada se debe principalmente a que los fotones se "transforman" en PPSs con una eficiencia muy cercana al 100 % [3]. Este método también es conocido como el «método de reflexión total atenuada» (ATR, por sus siglas en inglés) [1,30]. La otra técnica para la excitación óptica de PPSs utiliza una rejilla de ranuras o agujeros con una constante de red, la cual iguala la componente del vector de onda del fotón con el vector de onda del PPS. Esta técnica utiliza efectos de difracción y las componentes del vector de la luz difractada que coinciden con el vector de onda de los PPSs se acoplan con éstos. Al igual que el método ATR, el acoplamiento es indicado mediante un mínimo en la intensidad de la luz reflejada [1–3].

Una de las ventajas de usar este tipo de configuraciones es que permiten eficientemente el acoplamiento fotón-plasmón en interfases aire-metal y sustratometal. El acoplamiento fotón-PPS no está limitado a ocurrir en superficies periódicamente nanoestructuradas como las rejillas, también puede existir en superficies con rugosidad aleatoria sin configuraciones especiales, sin embargo, esto conduce a una baja eficiencia en dicho acoplamiento [2,3].

Es de suma importancia mencionar que el proceso inverso tiene lugar utilizando esta técnica, es decir, es factible acoplar PPSs en luz [1–3]. Los PPSs que se propagan a lo largo de la rejilla o, en general, en una superficie rugosa reducen su vector de onda y se transforman en fotones [1]. Este fenómeno juega un papel muy importante en la conversión fotón-plasmón-fotón, ya que este acoplamiento se puede dar en este tipo de estructuras y presenta propiedades bastante interesantes [16–18].

Las superficies, o en general, las nanoestructuras en las cuales se acoplan PPSs son muy variadas, pueden ser desde películas delgadas hasta circuitos muy complejos construidos con nanocables, nanopartículas, nanotubos, etcétera [19]. La estructura en la cual se excitan y propagan PPSs juega un rol bastante importante en el comportamiento de éstos.

Las películas delgadas metálicas son estructuras simples en las cuales también se acoplan PPSs y LPS's [23]. Cuando son excitados en este tipo de nanoestructuras, las propiedades de los PPSs dependen del grosor de la película metálica y de los dieléctricos que forman las interfases con ella [1,20]. En las configuraciones de las películas delgadas normalmente se usan dos dieléctricos diferentes en ambos lados de la película metálica, sin embargo, las películas entre dieléctricos iguales presentan propiedades de gran interés particularmente cuando la película se hace más delgada [1].

Las nanopartículas son otras nanoestructuras muy utilizadas para hacer acoplamientos fotón-plasmón. Michele Celebrano y otros investigadores lograron acoplar fotones individuales en plasmones individuales con una eficiencia mayor al 55 % utilizando nanopartículas de plata en un ambiente criogénico [24]. Los nanocables también muestran un acoplamiento fotón-plasmón muy eficiente; por ejemplo, Xin Guo y su equipo de colaboradores acoplaron fotones y plasmones con una eficiencia superior al 80 % en nanocables fotónicos y plasmónicos [25].

Ya que los PPSs son utilizados en diversas nanoestructuras que permiten el acoplamiento con fotones, muchos avances, como el de Xin Guo, han demostrado que, debido al guiado de estas excitaciones electromagnéticas, es posible controlar la luz a escala nanométrica, incluso a escala menor que la longitud de onda de la luz en el espacio libre [26, 27].

Se han hecho varios dispositivos usando nanoestructuras en las cuales, des-

pués de excitar PPSs, éstos se propagan de manera controlada, lo cual puede llevar a crear componentes electrónicos y fotónicos más pequeños [27, 28]. Las nanoestructuras plasmónicas frecuentemente son acopladas con estructuras fotonicas creando dispositivos nanofotonicos en los cuales la luz es manipulada por medio de PPSs [25,33].

Para transmitir datos con mayor rapidez es necesario disminuir el tamaño de los componentes electrónicos y fotónicos, sin embargo surge una dificultad al reducir las dimensiones de los dispositivos debido al límite de difracción de la luz. Los PPSs ofrecen una solución a este problema, ya que éstos se acoplan y se propagan en nanoestructuras con dimensiones menores a la longitud de onda de la luz en el espacio libre, más allá del límite de difracción [19].

Los PPSs son estudiados teóricamente por medio de las ecuaciones de Maxwell, pero exhiben propiedades cuánticas, tales como efectos no locales, que los hacen aún más interesantes de lo que son [34,35]. Los plasmones son una herramienta muy útil para transmitir información clásica pero se ha demostrado que también pueden transmitir información cuántica [34].

Los estados enredados entre partículas son una de las características fundamentales de los sistemas cuánticos porque de ahí provienen los efectos no locales y otros fenómenos inherentes de la mecánica cuántica. Los estados enredados son el principal ingrediente de algunas de las aplicaciones más prometedoras de la mecánica cuántica, como lo son la criptografía cuántica, la computación cuántica, la teleportación, entre otros [15,37].

Se ha demostrado empíricamente que la información no clásica de la luz sobrevive después de la conversión fotón-plasmón-fotón. Altewischer y sus colaboradores realizaron un experimento en un arreglo de nanoorificios con fotones enredados, en el cual éstos se acoplaron a PPSs en la nanoestructura y después los PPSs se acoplaron con fotones, preservándose el enredamiento [16]. En un experimento independiente, Fasel y su equipo de trabajo obtuvieron el mismo resultado en la preservación del enredamiento energía-tiempo de un par de fotones después de dicha conversión [17].

Frecuentemente los PPSs son considerados como una analogía de los fotones ya que los primeros son la cuantización de oscilaciones colectivas de electrones y los segundos son la cuantización del campo electromagnético [38]. Esta consideración está fundamentada fuertemente en evidencia empírica obtenida en años recientes. Se han hecho experimentos en los cuales se ha logrado la interferencia entre plasmones [36,38], se ha observado la dualidad onda-partícula en ellos [39], se ha comprobado que mantienen y preservan varias características de los fotones usados para excitar PPSs [36,39] y, además, se ha reportado que es posible preparar estados superpuestos y comprimidos [40].

James Fakonas y Harry Atwater, entre otros colaboradores, desarrollaron una versión plasmónica del interferómetro Hong-Ou-Mandel, en el cual se observó la interferencia cuántica entre dos PPSs, demostrando que los PPSs reproducen el mismo fenómeno con una visibilidad similar a la de los fotones [38]. En un experimento similar, Reinier Heeres, Leo Kouwenhoven y Valery Zwiller reportan la observación de interferencia cuántica en un circuito plasmónico que consiste de un divisor de haz de PPSs [36].

Otra de las características cuánticas fundamentales que presentan los fotones es la dualidad onda-partícula. Koselov junto con su equipo de trabajo demostraron que los PPSs presentan esta propiedad, en un experimento en el cual excitaron PPSs individuales en un nanocable de plata, mostrando un comportamiento ondulatorio al interferir entre ellos y un comportamiento corpuscular al medir la función cuántica de coherencia de segundo orden [39].

Por otra parte, Alexander Huck junto con otros colaboradores reportaron la generación, propagación y reemisión de PPSs comprimidos en una guía de onda de oro. Para lograr esto, excitaron PPSs en la guía de onda de oro con luz comprimida, los PPSs se propagaron en la muestra y éstos emiten luz comprimida, preservándose el estado cuántico inicial [40].

Estas evidencias demuestran la clara analogía existente entre fotones y PPSs, las cuales podrían llevar al estudio de las propiedades cuánticas de estos últimos y la aplicación de ellas sugieren un futuro muy prometedor para el desarrollo de diversos dispositivos plasmónicos y fotónicos. Además, las propiedades cuánticas de los PPSs pueden ser un ingrediente fundamental en el procesamiento de información cuántica.

Los PPSs se han usado para generar estados enredados usando puntos cuánticos, nanoanillos, nanocables, entre otras nanoestructuras. Guang-Yin Chen, Che-Ming Li, y Yueh-Nan Chen reportaron el enredamiento entre dos puntos cuánticos acoplados a un nanoanillo metálico por el cual circularon PPSs e interaccionaron con los puntos cuánticos [41].

En esta misma dirección se han propuesto otros esquemas para generar estados enredados entre emisores (Yang, J. et. al.). En un experimento similar al de Chen y sus colaboradores, Yang y su equipo de trabajo proponen un esquema para generar estados enredados entre dos emisores cuánticos acoplados a un nanocable metálico. Este esquema, según los autores, evita la baja eficiencia en la detección directa de fotones individuales y ofrece un nuevo método para el procesamiento de información cuántica [42].

La plasmónica ofrece una alternativa muy prometedora en el desarrollo del procesamiento de información, pero no sólo se usa con está finalidad. En otros campos de la ciencia, como la ingeniería de materiales, biología y medicina, se están implementando nuevos métodos para aplicar las propiedades plasmónicas de algunos materiales como una posible solución a diversos problemas.

Las celdas fotovoltaicas son dispositivos que transforman la luz que incide sobre ellos en energía eléctrica, por eso representan una alternativa bastante práctica para la producción y el ahorro de energía. Al aplicar la plasmónica en las celdas fotovoltaicas, las propiedades de los plasmones podrían ser utilizadas para incrementar la absorción y reducir el grosor de los paneles, lo que originaría una mejora en la fabricación de celdas solares [43].

Por otra parte, los metamateriales son materiales que exhiben propiedades ópticas distintas a los materiales convencionales, por ejemplo, tienen un índice de refracción negativo. Esta idea fue teorizada por Victor G. Veselago, argumentando que si la permitividad eléctrica relativa y la permeabilidad magnética relativa son simultáneamente negativas, entonces el índice de refracción es negativo [44]. Estos materiales se pueden obtener mediante dos placas metálicas paralelas separadas por un dieléctrico, tal como una nanoestructura plasmónica.

Revisando la relación de dispersión de los PPSs, se observa que, para altas frecuencias, la curva de dispersión muestra una pendiente negativa, lo que muestra que la velocidad de grupo es negativa y una velocidad de fase positiva, dando como resultado que la energía y el frente de fase se propaguen en direcciones contrarias, lo que indica un comportamiento como si el índice de refracción fuese negativo [44], lo cual muestra con mayor claridad la estrecha relación entre los PPSs y los metamateriales.

Los plasmones también representan una alternativa muy prometedora en tratamientos contra el cáncer. Se han obtenido excelentes resultados al inyectar en el cuerpo humano nanopartículas de sílice cubiertas de oro, éstas rodean a las células maliciosas y al ser irradiadas con luz excitan plasmones, que calientan y exterminan a las células cancerígenas [45,46].

El desarrollo de la plasmónica ofrece aplicaciones muy prometedoras para el avance tecnológico, ya que permite comprender los fenómenos que envuelven a los PPSs y PSLs y, de esta manera, aprovechar sus propiedades en la solución de una inmensa variedad de problemas. Además permite conocer con mayor profundidad el comportamiento de la luz en circunstancias distintas a las habituales, es decir, a escalas menores al límite de difracción y en materiales nuevos, lo cual permite entender cada vez más a la naturaleza y al universo.

### Justificación

La plasmónica es un área de estudio que involucra muchos campos de la física, principalmente a la óptica y el electromagnetismo, pero también incluye a la mecánica cuántica y a la óptica cuántica lo que la hace una disciplina aún más rica, tanto en aspectos matemáticos como en aspectos físicos. Pero no sólo es utilizada en áreas afines a la física e ingeniería, también se encuentran aplicaciones en biología y medicina que utilizan a la plasmónica.

Las películas delgadas metálicas son una opción bastante accesible para el estudio plasmónico de nanoestructuras, debido a que es relativamente fácil fabricarlas y excitar PPSs en ellas mediante el método ATR. Los PPSs excitados por luz, se propagan en la interfase formada entre la película delgada metálica y el dieléctrico, se atenúan gradualmente debido a la absorción del metal; entonces la longitud de propagación de los PPSs depende fuertemente de la parte imaginaria de la función dieléctrica del metal y de la longitud de onda de la luz. La longitud de propagación varía de acuerdo al metal y puede ser desde unos cuantos micrómetros hasta varios milímetros.

El estudio de las propiedades plasmónicas en películas delgadas sirve para establecer una base para el análisis de las mismas propiedades presentes en nanoestructuras con configuraciones más complejas. El presente trabajo incluye el estudio de la propagación y guiado de PPSs en la interfase metal-dieléctrico en películas delgadas de oro de distintos grosores, películas metálicas con superficies aleatoriamente rugosas y el análisis de la propagación y guiado en función de diversos parámetros tales como el grosor y rugosidad de la película.

# Capítulo 2 Fundamentos teóricos

El estudio teórico de PPSs se lleva a cabo clásicamente mediante las ecuaciones de Maxwell, ya que son excitaciones electromagnéticas que se propagan en la interfase metal-dieléctrico. Con las condiciones de frontera adecuadas al sistema se obtiene la relación de dispersión de los PPSs y las propiedades que de ella se desprenden. Sin embargo, para hacer el análisis teórico es necesario recurrir a la ecuación de onda de estas excitaciones, la cual se obtiene, también, con las ecuaciones de Maxwell.

### 2.1. Fundamentos electromagnéticos

El estado electromagnético de la materia está definido por cuatro cantidades<sup>1</sup> fundamentales: la densidad de carga volumétrica  $\rho$ ; la corriente eléctrica por unidad de área, llamada densidad de corriente **J**; la densidad volumétrica de dipolos eléctricos, llamada polarización **P**; y la densidad volumétrica de dipolos magnéticos, llamada magnetización **M** [7]. Todas estas cantidades están ligadas a los campos eléctrico **E** y magnético **H**.

Las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial en campos macroscópicos son [7]

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \tag{2.1}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{2.2}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{2.3}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$$
(2.4)

De la teoría electromagnética se sabe que el campo eléctrico  $\mathbf{E}$ , el vector de desplazamiento eléctrico  $\mathbf{D}$  y la polarización  $\mathbf{P}$  están ligados mediante la relación lineal

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \tag{2.5}$$

 $<sup>^{1}</sup>$ Las letras en negrita hacen referencia a cantidades vectoriales y las otras hacen referencia a cantidades escalares.

donde  $\varepsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío. Por su parte, el campo magnético **H**, la inducción magnética **B** y la magnetización **M** están ligados mediante la relación

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \tag{2.6}$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío.

En medios lineales, isotrópicos y no magnéticos no existe magnetización y las ecuaciones (2.5) y (2.6) se reducen a las relaciones constitutivas

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E} \tag{2.7}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} \tag{2.8}$$

donde  $\varepsilon$  es la constante dieléctrica o permitividad relativa del medio y  $\mu$  es la permeabilidad relativa del medio no magnético.

El campo eléctrico  ${\bf E}$  está relacionado con la polarización  ${\bf P}$  linealmente mediante la ecuación

$$\mathbf{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\mathbf{E} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E} \tag{2.9}$$

donde  $\chi$  es la susceptibilidad eléctrica.

De las ecuaciones (2.5), (2.7) y (2.9) se tiene

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$$

entonces

$$\varepsilon = 1 + \chi \tag{2.10}$$

Por último, también existe una relación lineal entre el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y la densidad de corriente  $\mathbf{J}$ , la cual representa la respuesta de los electrones de conducción al campo eléctrico

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \tag{2.11}$$

donde  $\sigma$  es la conductividad eléctrica del material; esta ecuación es la llamada Ley de Ohm.

### 2.2. Ecuación de onda

La ecuación de onda describe cómo se propagan las ondas electromagnéticas tanto en el vacío como en medios materiales. Esta ecuación se obtiene aplicando operadores diferenciales vectoriales a las ecuaciones de Maxwell, dando lugar a una ecuación diferencial de segundo orden.

Aplicando el operador rotacional a la ecuación (2.3)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right)$$

como los operadores  $\nabla$  y  $\partial/\partial t$  son independientes entre sí

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B})$$

insertando la relación constitutiva (2.8)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu_0 \mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla \times \mathbf{H} \right)$$

introduciendo la ecuación (2.4) en la última expresión

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu_0 \mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \right)$$

combinando esta última ecuación con la ecuación (2.5) se obtiene la ecuación general de onda

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu_0 \mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \mathbf{J} \right)$$
(2.12)

En esta ecuación, la polarización  $\mathbf{P}$  tiene un papel muy importante en propagación de ondas electromagnéticas en medios dieléctricos y, por el contrario, la densidad de corriente  $\mathbf{J}$  es de suma importancia en la propagación de ondas electromagnéticas en medios conductores.

Por otra parte, de la relación constitutiva (2.7) y de la ecuación (2.12)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}$$

Pero la velocidad de la luz c y el índice de refracción  $\eta$  se pueden expresar como  $c = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$  y  $\eta = (\varepsilon \mu)^{1/2}$ , entonces la última expresión queda como

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\eta^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}$$

Del cálculo vectorial se sabe que

$$abla imes (
abla imes \mathbf{E}) = 
abla (
abla \cdot \mathbf{E}) - 
abla^2 \mathbf{E}$$

usando esta identidad y la ecuación (2.1) se tiene

$$\nabla \left(\frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon}\right) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\frac{\eta^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}$$

En un medio no conductor  $\mathbf{J} = \mathbf{0}$  y con  $\rho = 0$  la última ecuación queda como

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\eta^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{2.13}$$

que es la ecuación de onda del campo eléctrico. Análogamente se obtiene la ecuación de onda del campo magnético, que es

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{\eta^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$$
 (2.14)

El índice de refracción frecuentemente se define como  $\eta = c/v$  donde v es la velocidad de propagación de la onda en el medio, entonces las ecuaciones (2.13) y (2.14) quedan como

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{2.15}$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \qquad (2.16)$$

Una solución de la ecuación (2.15) es una onda plana expresada de la siguiente forma

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \tag{2.17}$$

donde **k** es el vector de propagación y  $\omega$  la frecuencia de la onda. Si **r** y **k** son dos vectores tridimensionales definidos por  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  y  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ , entonces el producto interno es  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z$  y la función de onda (2.17) está dada por

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}$$
(2.18)

Aplicando el operador laplaciano a esta función de onda y asumiendo que  $\mathbf{E_0}$  es un vector constante, se tiene

$$\nabla^2 \mathbf{E} = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}$$

pero  $k^2 = |\mathbf{k}|^2 = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$  es la magnitud al cuadrado del vector de propagación **k**, entonces

$$\nabla^2 \mathbf{E} = -k^2 \mathbf{E}_0 e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)} = -k^2 \mathbf{E}_0 e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}$$

Por otra parte,

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \mathbf{E} \Rightarrow -\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{\omega^2}{v^2} \mathbf{E}$$

pero el número de onda k se define como  $k = 2\pi/\lambda = 2\pi\nu/\lambda = \omega/\lambda$ , entonces

$$-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = k^2 \mathbf{E}$$

por lo tanto

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

lo que demuestra que la función de onda (2.17) es una solución a la ecuación de onda (2.15).

Análogamente

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}_{\mathbf{0}}e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \tag{2.19}$$

representa una onda plana, que es una solución de la ecuación de onda (2.15).

En ausencia de fuentes externas las ecuaciones de Maxwell se pueden escribir como

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \tag{2.20}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{2.21}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{2.22}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{2.23}$$

donde el medio se caracteriza por los parámetros  $\mu$  y  $\varepsilon$  [6].

De las ecuaciones (2.20), (2.21) y de la transformación (A.11) se sugiere que

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E_0} = 0$$
$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{B_0} = 0$$

lo cual significa que los campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  son perpendiculares al vector de propagación  $\mathbf{k}$ .



Figura 2.1: Propagación del vector  $\mathbf{k}$  y los dos campos ortogonales.

De la ecuación (2.22) se tiene que

$$\nabla \times \mathbf{E} = i(\mathbf{k} \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = i\omega \mathbf{B}$$
$$\Rightarrow \mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B}$$

De manera análoga, de la ecuación (2.23) se tiene

$$\nabla \times \mathbf{B} = i(\mathbf{k} \times \mathbf{B}) = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -i\omega\varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$$
$$\Rightarrow \mathbf{k} \times \mathbf{B} = -\omega\varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$$

Estos dos últimos resultados muestran que los campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$ , además de ser perpendiculares al vector de propagación  $\mathbf{k}$ , son perpendiculares entre sí, formándose un conjunto ortogonal de vectores, tal como se muestra en la figura 2.1.

## 2.3. Propagación de ondas electromagnéticas en materiales dieléctricos

Cuando un material dieléctrico es sometido a un campo eléctrico, éste actúa sobre cada uno de los átomos del cuerpo, empujando al núcleo en la dirección del campo y a los electrones en la dirección opuesta, dejando al átomo polarizado con la carga positiva de un lado y la carga negativa del otro. El momento dipolar de un electrón está dado por

$$\mathbf{P} = -e\mathbf{r} \tag{2.24}$$

donde e es la carga eléctrica del electrón y  ${\bf r}$  su desplazamiento desde su posición inicial.

En medios dieléctricos, a diferencia de los medios conductores, los electrones se encuentran ligados a los átomos que conforman al material. Estos electrones ligados se pueden modelar como osciladores armónicos amortiguados; de esta forma se obtiene la polarización y la función dieléctrica.

La ecuación de movimiento de un electrón ligado a un átomo es

$$m(\ddot{\mathbf{r}} + \gamma \dot{\mathbf{r}} + \omega_0^2 \mathbf{r}) = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$
(2.25)

donde *m* es la masa del electrón,  $\gamma$  la constante de amortiguamiento y  $\omega_0$  la frecuencia efectiva de resonancia. Esta es la ecuación de un oscilador armónico amortiguado; del lado derecho de la igualdad se tiene la fuerza de Lorentz, sin embargo, en este caso no se tomó en cuenta el término  $e\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}$  ya que es mucho menor que el término  $e\mathbf{E}$ .

Suponiendo que **r** y **E** varían armónicamente con la frecuencia  $\omega$  como  $e^{-i\omega t}$ , entonces

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\mathbf{0}} e^{-i\omega t}$$
  

$$\Rightarrow \dot{\mathbf{r}} = -i\omega \mathbf{r}_{\mathbf{0}} e^{i\omega t} = -i\omega \mathbf{r}$$
  

$$\Rightarrow \ddot{\mathbf{r}} = -\omega^{2} \mathbf{r}_{\mathbf{0}} e^{i\omega t} = -\omega^{2} \mathbf{r}$$

Sustituyendo en la ecuación (2.25)

$$m(-\omega^2 \mathbf{r} - i\gamma\omega\mathbf{r} + \omega_0^2 \mathbf{r}) = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

Despejando  $\mathbf{r}$  de la última expresión se obtiene

$$\mathbf{r} = \frac{-e\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{m(-\omega^2 - i\gamma\omega + \omega_0^2)}$$

y de acuerdo a la ecuación (2.24) la polarización en este caso es

$$\mathbf{P} = \frac{e^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}$$
(2.26)

Igualando esta ecuación con la ecuación (2.9)

$$\mathbf{P} = \frac{e^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} = \chi \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

Entonces

$$\chi \varepsilon_0 = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}$$

y de la ecuación (2.10), la función dieléctrica es

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{e^2}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)}$$
(2.27)

Suponiendo que se tienen N moléculas con Z electrones cada una y que una fracción  $f_j$  de electrones están ligados con una frecuencia  $\omega_j$  y una constante de amortiguamiento  $\gamma_j$ , entonces la función dieléctrica es

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{(\omega_j^2 - \omega^2 - i\gamma_j \omega)}$$
(2.28)

En medios no magnéticos,  $\mu \approx 1$ , entonces,  $\eta \approx \sqrt{\varepsilon(\omega)}$ ; además  $\eta = c/v$ , pero  $v = \omega/k$  y  $\eta = kc/\omega$ , lo cual implica que

$$\varepsilon(\omega) = k^2 \frac{c^2}{\omega^2} \tag{2.29}$$

Esto implica que  $\eta$  y k son números complejos, es decir

$$\eta = n + i\kappa \tag{2.30}$$

$$k = k' + i\alpha \tag{2.31}$$

Que k sea una cantidad compleja significa, físicamente, que la amplitud de la onda decrece exponencialmente con la distancia. Lo anterior es más evidente considerando una onda plana que se propaga en la dirección z; la expresión matemática de la onda es

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{i(kz - \omega t)} = \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{i(k'z + i\alpha z - \omega t)} = \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{-\alpha z} e^{i(k'z - \omega t)}$$

El factor  $e^{-\alpha z}$  indica que la amplitud de la onda decrece mientras ésta se propaga, es decir, la energía de la onda es absorbida por el medio [7]. La energía de la onda es proporcional a  $|\mathbf{E}|^2$ , por lo tanto, la energía varía como  $e^{-2\alpha z}$ ; la cantidad  $2\alpha$ se conoce como el *coeficiente de absorción* del medio. Como

$$\eta = \sqrt{\varepsilon(\omega)} = k \frac{c}{\omega}$$

entonces

$$\kappa = \alpha \frac{c}{\omega}$$

tiene un significado análogo al de  $\alpha$  y se conoce como el *índice de extinción* [7].

De la ecuación (2.27) se tiene que

$$\operatorname{Re}\{\varepsilon(\omega)\} = n^2 - \kappa^2 = \varepsilon_1(\omega) = 1 + \frac{e^2}{\varepsilon_0 m} \left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}\right)$$
(2.32)

$$\operatorname{Im}\{\varepsilon(\omega)\} = 2n\kappa = \varepsilon_2(\omega) = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m} \left(\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}\right)$$
(2.33)

Para frecuencias menores a  $\omega_j$ , el término de la suma de la ecuación (2.28) es positivo y  $\varepsilon(\omega) > 1$ ; para frecuencias mayores a  $\omega_j$ , el término de la suma es negativo y  $\varepsilon(\omega) < 1$ ; para frecuencias  $\omega \approx \omega_j$ , la parte real del denominador se anula y el término es imaginario y en esta región es donde ocurre la *absorción* resonante

# 2.4. Propagación de ondas electromagnéticas en materiales conductores

A diferencia de los materiales dieléctricos, en los conductores los electrones no están ligados, se mueven libremente a través del conductor. Al no estar sometidos a una fuerza de restitución la ecuación diferencial de movimiento es

$$m(\mathbf{\ddot{r}} + \tau^{-1}\mathbf{\dot{r}}) = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$
(2.34)

donde m es la masa del electrón y  $\tau$  es el tiempo de relajación; al igual que en el caso anterior, no se tomó en cuenta el término  $e\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}$  ya que es mucho menor que el término  $e\mathbf{E}$ . El término  $m\tau^{-1}$  representa la constante de disipación de fricción y está relacionado con la conductividad estática.

Ya que la densidad de corriente describe el movimiento de las cargas que cruzan un área por unidad de tiempo [6], ésta puede ser expresada como

$$\mathbf{J} = -Ne\mathbf{\dot{r}} \tag{2.35}$$

donde N es el número de electrones de conducción por unidad de volumen; entonces la ecuación (2.34) puede ser escrita como

$$\dot{\mathbf{J}} + \tau^{-1}\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}$$
(2.36)

Si el campo eléctrico es estático la ecuación (2.36) se reduce a

$$\tau^{-1}\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}$$

y de la ecuación (2.11) se obtiene que

$$\sigma = \frac{Ne^2}{m}\tau\tag{2.37}$$

Retomando la ecuación (2.34) y asumiendo una dependencia armónica en el tiempo de **J** y **E** tal que  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\mathbf{0}} e^{-i\omega t}$  y  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{-i\omega t}$ , entonces

$$\mathbf{\dot{J}} = -i\omega\mathbf{J}$$

Sustituyendo esta última expresión en la ecuación (2.36)

$$(-i\omega + \tau^{-1})\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E} = \tau^{-1}\sigma\mathbf{E}$$
(2.38)

despejando  ${\bf J}$ se obtiene

$$\mathbf{J} = \frac{\sigma}{1 - i\omega\tau} \mathbf{E} \tag{2.39}$$

Sustituyendo **J** en la ecuación general de onda (2.12) y teniendo en cuenta que  $\rho = 0$ ,  $\mu = 1$  y **P** = 0 la ecuación de onda se reduce a

$$\nabla^{2}\mathbf{E} = \frac{1}{c^{2}}\frac{\partial^{2}\mathbf{E}}{\partial t^{2}} + \frac{\mu_{0}\sigma}{1 - i\omega\tau}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$$
(2.40)

Sin pérdida de generalidad, asumiendo que la onda es plana y que se propaga en la dirección z, una solución de la última ecuación es

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{i(kz-\omega t)} \tag{2.41}$$

y aplicándole las transformaciones (A.12), (A.13) y (A.14)

$$\nabla^{2}\mathbf{E} = -k^{2}\mathbf{E}$$
$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -i\omega\mathbf{E}$$
$$\frac{\partial^{2}\mathbf{E}}{\partial t^{2}} = -\omega^{2}\mathbf{E}$$

sustituyendo estas tres expresiones en la ecuación (2.40)

$$-k^{2}\mathbf{E} = -\frac{\omega^{2}}{c^{2}}\mathbf{E} - \frac{i\omega\mu_{0}\sigma}{1 - i\omega\tau}\mathbf{E}$$

por lo tanto

$$k^{2} = \frac{\omega^{2}}{c^{2}} + \frac{i\omega\mu_{0}\sigma}{1 - i\omega\tau}$$
(2.42)

Para frecuencias muy bajas, la última ecuación se puede simplificar a

$$k^{2} \approx i\omega\mu_{0}\sigma$$
$$\Rightarrow k \approx \sqrt{i\omega\mu_{0}\sigma} = (1+i)\sqrt{\omega\mu_{0}\sigma/2}$$

La parte real de k está relacionada con la longitud de onda, la velocidad de propagación y el índice de refracción; por su parte, la parte imaginaria de k está relacionada con la atenuación de la onda.

De la ecuación (2.29) se obtiene la función dieléctrica

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{ic^2\mu_0\sigma}{\omega - i\omega^2\tau} = 1 - \frac{c^2\mu_0\sigma}{\omega^2\tau - i\omega}$$
(2.43)

La frecuencia de plasma de un metal está definida por

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma c^2}{\tau}} \tag{2.44}$$

entonces la función dieléctrica del metal se puede expresar en función de la frecuencia de plasma como

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\tau^{-1}} \tag{2.45}$$

la cual, para un plasma de electrones libres sin amortiguamiento se reduce a

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \tag{2.46}$$

Nuevamente, asumiendo que  $k = k' + i\alpha$ , entonces

$$k' \approx \alpha \approx \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}}$$
 (2.47)

Análogamente, el índice de refracción tiene una parte real y una parte imaginaria,  $\eta = n + i\kappa$ , entonces

$$n \approx \kappa \approx \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}} \tag{2.48}$$

La profundidad de penetración cuantifica la penetración de la onda en el medio; indica a qué distancia la amplitud de la onda cae a  $e^{-1}$  de su valor en la superficie, lo cual matemáticamente se expresa como

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} = \sqrt{\frac{\lambda_0}{c\pi\mu_0\sigma}}$$
(2.49)

Si la conductividad del metal es alta, el coeficiente de absorción  $\alpha$  es grande, lo cual corresponde a una pequeña profundidad de penetración; lo anterior explica por qué los buenos conductores son altamente reflexivos.

# 2.5. Propagación de ondas electromagnéticas en guías de onda

La ecuación de onda es el punto de partida para el análisis del guiado de modos electromagnéticos en guías de onda. Los PPSs son excitaciones electromagnéticas que viajan en la interfase formada entre un metal y dieléctrico, entonces, con las condiciones de frontera adecuadas, este sistema puede ser considerado como una guía de onda; de esta manera es posible estudiar la propagación de PPSs mediante la teoría electromagnética de Maxwell.

Teniendo en cuenta que  $\mu \approx 1$  para la mayoría de los materiales y en consecuencia  $\eta^2 \approx \varepsilon(\omega)$ , la ecuación (2.13) puede reescribirse como

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\varepsilon(\omega)}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad (2.50)$$

Asumiendo nuevamente una dependencia armónica en el tiempo del campo eléctrico se tiene que

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \mathbf{E} = 0$$

Recordando que  $k_0 = \omega/c$  es el número de onda de la onda electromagnética que se propaga en el vacío e insertándolo en la última expresión se obtiene la ecuación de Helmholtz, que es de suma importancia en el electromagnetismo

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 \varepsilon(\omega) \mathbf{E} = 0 \tag{2.51}$$

Existen distintos modos de propagación de ondas electromagnéticas en guías de onda y dependen principalmente de las condiciones de frontera del sistema. Los

dos modos fundamentales son el modo transverso magnético (TM) o polarizaciónp (el vector eléctrico de la onda incidente es paralelo al plano de incidencia), y el modo transverso eléctrico (TE) o polarización-s (el vector eléctrico de la onda incidente es perpendicular al plano de incidencia).

Suponiendo que se tiene una onda tridimensional que se propaga en dirección z, entonces los campos eléctrico y magnético de la onda están dados por

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{i(kz - \omega t)}$$
(2.52)

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(x, y, z, t) = \mathbf{H}_{\mathbf{0}} e^{i(kz - \omega t)}$$
(2.53)

donde las amplitudes  $\mathbf{E}_0$  y  $\mathbf{H}_0$  son cantidades vectoriales definidas por

$$\mathbf{E}_{\mathbf{0}} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z} \tag{2.54}$$

$$\mathbf{H_0} = H_x \hat{x} + H_y \hat{y} + H_z \hat{z} \tag{2.55}$$

De las ecuaciones (2.22) y (2.23)

$$\nabla \times \mathbf{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) \hat{x} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) \hat{y} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right) \hat{z}$$
  
=  $i\omega\mu_0 (H_x \hat{x} + H_y \hat{y} + H_z \hat{z}) e^{i(kz - \omega t)}$  (2.56)

$$\nabla \times \mathbf{H} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right) \hat{x} + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right) \hat{y} + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right) \hat{z}$$
  
=  $-i\omega\varepsilon\varepsilon_0 (E_x\hat{x} + E_y\hat{y} + E_z\hat{z})e^{i(kz-\omega t)}$  (2.57)

donde  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  y  $\hat{z}$  son vectores unitarios que están dirigidos en las direcciones de los ejes x, y y z respectivamente.

Recordando que  $\frac{\partial}{\partial z} \to ik$  y comparando componente a componente las igualdades en ambas ecuaciones se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones

a) 
$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - ikE_y = i\omega\mu_0 H_x$$
, d)  $\frac{\partial H_z}{\partial y} - ikH_y = -i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_x$   
b)  $ikE_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega\mu_0 H_y$ , e)  $ikH_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_y$  (2.58)  
c)  $\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = i\omega\mu_0 H_z$ , f)  $\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_z$ 

Multiplicando la ecuación (2.58b)) por k y la ecuación (2.58d)) por  $\omega \mu_0$ , sumándolas y despejando  $E_x$  se obtiene

$$E_x = \frac{i}{\omega^2 \varepsilon / c^2 - k^2} \left[ k \frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial y} \right]$$
(2.59)

De la misma manera se obtienen las siguientes ecuaciones

$$E_y = \frac{i}{\omega^2 \varepsilon / c^2 - k^2} \left[ k \frac{\partial E_z}{\partial y} - \omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} \right]$$
(2.60)

$$H_x = \frac{i}{\omega^2 \varepsilon / c^2 - k^2} \left[ k \frac{\partial H_z}{\partial x} - \omega \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} \right]$$
(2.61)

$$H_y = \frac{i}{\omega^2 \varepsilon / c^2 - k^2} \left[ k \frac{\partial H_z}{\partial y} + \omega \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} \right]$$
(2.62)

Insertando (2.61) y (2.62) en (2.58f) se obtiene

$$\left[\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right]E_z + \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = 0$$
(2.63)

y de la misma manera se obtiene que

$$\left[\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right]H_z + \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} = 0$$
(2.64)

Para  $E_z = 0$  y  $H_z \neq 0$  se tiene el modo TE; para  $H_z = 0$  y  $E_z \neq 0$  se tiene el modo TM; si ambos son cero se tiene el modo TEM. Estos resultados sientan las bases para el estudio de la propagación de PPSs en guías de onda. interfaz

## 2.6. Propagación de PPSs en una interfase metaldieléctrico

La geometría del sistema es muy importante para el estudio teórico de los PPSs, ya que en función de ella se aplicarán los condiciones de frontera adecuadas para resolver las ecuaciones de Maxwell. Por simplicidad se supondrá que las ondas se propagan en la dirección x del plano cartesiano, tal como se muestra en la figura 2.2 y que no tienen variaciones en la dirección y, es decir,  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ .



Figura 2.2: Geometría de la interfase metal-dieléctrico. El dieléctrico en la región z > 0 y el metal en la región z < 0.

Entonces, el campo  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(x, z)$  puede reescribirse como

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(z)e^{ik_x x} = \mathbf{E}(z)e^{i\xi x}$$
(2.65)

donde  $k_x = \xi$  es la constante de propagación de la onda. Como la onda se encuentra en el plano XZ se tiene que

$$\nabla^{2}\mathbf{E} = \nabla^{2}\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega} = \left[\frac{\partial^{2}\mathbf{E}(\mathbf{r})}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}\mathbf{E}(\mathbf{r})}{\partial z^{2}}\right]e^{-i\omega}$$
$$= \left[-\mathbf{E}(z)e^{i\xi x}\xi^{2} + e^{i\xi x}\frac{\partial^{2}\mathbf{E}(z)}{\partial z^{2}}\right]e^{-i\omega}$$
$$= \frac{\partial^{2}\mathbf{E}}{\partial z^{2}} - \xi^{2}\mathbf{E}$$

Insertando esta última expresión en la ecuación (2.50) y arreglando los términos se obtiene la ecuación de onda

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + \left[k_0^2 \varepsilon(\omega) - \xi^2\right] \mathbf{E} = 0$$
(2.66)

Análogamente, para el campo  $\mathbf{H}$  la ecuación de onda es

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} + \left[k_0^2 \varepsilon(\omega) - \xi^2\right] \mathbf{H} = 0$$
(2.67)

Por su parte, el conjunto de ecuaciones 2.58 se reduce a

a) 
$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = i\omega\mu_0 H_x$$
, d)  $\frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_x$   
b)  $\frac{\partial E_x}{\partial z} - i\xi E_z = i\omega\mu_0 H_y$ , e)  $\frac{\partial H_x}{\partial z} - i\xi H_z = -i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_y$  (2.68)  
c)  $i\xi E_y = i\omega\mu_0 H_z$ , f)  $i\xi H_y = -i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_z$ 

Para el modo TM,  $H_z=0$  y  $E_z\neq 0,$  se obtienen las siguientes ecuaciones de las componentes  $E_x$  y  $E_z$ 

$$E_x = -\frac{i}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\partial H_y}{\partial z} \tag{2.69}$$

$$E_z = -\frac{\xi H_y}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \tag{2.70}$$

Sustituyendo estas dos últimas ecuaciones en (2.68b)), recordando que  $\omega^2/c^2 = k_0^2$  y arreglando los términos se obtiene la ecuación de onda para el modo TM

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \left[k_0^2 \varepsilon(\omega) - \xi^2\right] H_y = 0 \tag{2.71}$$

cuya solución es

$$H_y(z) = A e^{i\xi x - k_0 z} \tag{2.72}$$

entonces,  $\mathbf{H}$  como solución de la ecuación de onda (2.71) es

$$\mathbf{H}(z,t) = Ae^{-k_0 z} e^{i(\xi x - \omega t)} \hat{y}$$
(2.73)

y consecuentemente

$$E_x(z) = \frac{iAk_0}{\omega\varepsilon\varepsilon_0} e^{i\xi x - k_0 z} \tag{2.74}$$

$$E_z(z) = -\frac{A\xi}{\omega\varepsilon\varepsilon_0} e^{i\xi x - k_0 z}$$
(2.75)

$$\mathbf{E}(z,t) = -\frac{iA}{\omega\varepsilon\varepsilon_0} e^{-k_0 z} e^{i(\xi x - \omega t)} (k_0 \hat{x} + \xi \hat{z})$$
(2.76)

donde A es la amplitud de la onda.

Para el modo TE, en donde  $E_z=0$  y  $H_z\neq 0$ se obtienen las componentes  $H_x$  y  $H_z$ 

$$H_x = \frac{i}{\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z} \tag{2.77}$$

$$H_z = \frac{\xi}{\omega\mu_0} E_y \tag{2.78}$$

Sustituyendo estas dos últimas ecuaciones en (2.68e)) se obtiene que la ecuación de onda para el modo TE es

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \left[k_0^2 \varepsilon(\omega) - \xi^2\right] E_y = 0 \tag{2.79}$$

la cual tiene como solución

$$E_y(z) = A' e^{i\xi x - k_0 z}$$
(2.80)

entonces

$$\mathbf{E}(z,t) = A' e^{-k_0 z} e^{i(\xi x - \omega t)} \hat{y}$$
(2.81)

y para el campo  $\mathbf{H}$ 

$$H_x(z) = \frac{-iA'k_0}{\omega\mu_0} e^{i\xi x - k_0 z}$$
(2.82)

$$H_z(z) = \frac{A'\xi}{\omega\mu_0} e^{i\xi x - k_0 z}$$
(2.83)

$$\mathbf{H} = \frac{A'}{\omega\mu_0} e^{-k_0 z} e^{i(\xi x - \omega t)} (-ik_0 \hat{x} + \xi \hat{z})$$
(2.84)

donde A' es la amplitud de la onda. Estas ecuaciones describen los modos de propagación de las ondas TM y TE en la dirección x y cuya amplitud decae exponencialmente en la dirección z.

La estructura más simple en la que se presentan PPSs es una interfase formada entre un metal, descrito por una función dieléctrica  $\varepsilon_m(\omega)$ , y un dieléctrico, con constante dieléctrica  $\varepsilon_d$ , como la que se muestra en la figura 2.2. El carácter metálico está dado por Re{ $\varepsilon_m$ } < 0 [2]. Por simplicidad y como ilustración se considerará una interfase plana formada entre un dieléctrico en la región z > 0 y un metal en la región z < 0.

Para el modo TM se tiene que

a) 
$$H_{yd}(z) = A_d e^{i\xi x - k_d z}$$
  
b)  $E_{xd}(z) = \frac{iA_d k_d}{\omega \varepsilon_d \varepsilon_0} e^{i\xi x - k_d z}$  (2.85)  
c)  $E_{zd}(z) = -\frac{A_d \xi}{\omega \varepsilon_d \varepsilon_0} e^{i\xi x - k_d z}$ 

para z > 0,

a) 
$$H_{ym}(z) = A_m e^{i\xi x + k_m z}$$
  
b)  $E_{xm}(z) = -\frac{iA_m k_m}{\omega \varepsilon_m \varepsilon_0} e^{i\xi x + k_m z}$   
c)  $E_{zm}(z) = -\frac{A_m \xi}{\omega \varepsilon_m \varepsilon_0} e^{i\xi x + k_m z}$ 
(2.86)

para z < 0; donde  $k_d$  y  $k_m$  son las componentes del vector de onda perpendicular a la interfase en el medio dieléctrico y en el medio conductor respectivamente, y de la misma manera  $A_d$  y  $A_m$  representan las amplitudes de las ondas en el medio dieléctrico y en el medio conductor.

Las condiciones de frontera en la interfase, es decir, en z = 0 son

$$H_{yd}(0) = H_{ym}(0) (2.87)$$

$$E_{xd}(0) = E_{xm}(0) (2.88)$$

$$\varepsilon_d E_{zd}(0) = \varepsilon_m E_{zm}(0) \tag{2.89}$$

entonces

$$A_m = A_d \tag{2.90}$$

$$\frac{\kappa_d}{\varepsilon_d} = -\frac{\kappa_m}{\varepsilon_m} \tag{2.91}$$

Los signos tomados los exponentes de las ecuaciones de (2.85) y (2.86) requieren que  $\operatorname{Re}\{\varepsilon_m\} < 0$  y que  $\varepsilon_d > 0$ , lo cual significa que estas ondas superficiales sólo existen entre un conductor y un dieléctrico [2]. Sustituyendo (2.85a)) y (2.86a)) en (2.71) se obtiene

$$k_d^2 + k_0^2 \varepsilon_d - \xi^2 = 0 \implies k_d^2 = \xi^2 - k_0^2 \varepsilon_d \tag{2.92}$$

$$k_m^2 + k_0^2 \varepsilon_m - \xi^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad k_m^2 = \xi^2 - k_0^2 \varepsilon_m \tag{2.93}$$

Sustituyendo ambos resultados en (2.91)

$$\frac{k_d^2}{\varepsilon_d^2} = \frac{\xi^2}{\varepsilon_d^2} - \frac{k_0^2}{\varepsilon_d} = \frac{k_m^2}{\varepsilon_m^2} = \frac{\xi^2}{\varepsilon_m^2} - \frac{k_0^2}{\varepsilon_m}$$
$$\Rightarrow \frac{\xi^2}{\varepsilon_d^2} - \frac{k_0^2}{\varepsilon_d} = \frac{\xi^2}{\varepsilon_d^2} - \frac{k_0^2}{\varepsilon_d}$$
$$\Rightarrow \xi^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_d^2} - \frac{1}{\varepsilon_m^2}\right) = k_0^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_d} - \frac{1}{\varepsilon_m}\right)$$
$$\Rightarrow \xi^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_d} + \frac{1}{\varepsilon_m}\right) = k_0^2$$

Por lo tanto

$$\xi = k_0 \left[ \frac{\varepsilon_m \varepsilon_d}{\varepsilon_m + \varepsilon_d} \right]^{1/2} \tag{2.94}$$

que es la relación de dispersión de los PPSs en la interfase metal-dieléctrico.

En la figura 2.3 se muestra graficada la relación de dispersión (2.94) normalizada a la frecuencia de plasma  $\omega_p$ , en la cual se insertó la función (2.46). La línea continua es la relación de dispersión de los PPSs mientras que la línea punteada es la línea de luz en el dieléctrico. Como se muestra en dicha figura, la línea de luz no coincide con la relación de dispersión, es por ese motivo que los PPSs no pueden ser excitados directamente con luz en superficies lisas [1–4], son necesarias técnicas ópticas especiales para lograr el acoplamiento, como se verá después.



Figura 2.3: Relación de dispersión de los PPSs en la interfase metal-dieléctrico.

En la gráfica se observa que, para números de onda cercanos a cero, cuando la longitud de onda es grande, la relación de dispersión mantiene valores próximos a la línea de luz, lo que indica que la constante de propagación  $\xi$  toma valores muy cercanos a  $k_0\sqrt{\varepsilon_d}$ . Conforme el número de onda  $\xi$  aumenta, la relación de dispersión de los PPSs se va separando cada vez más de la línea de luz aproximándose a la frecuencia del plasmón de superficie [2,3]

$$\omega_{ps} = \frac{\omega_p}{\sqrt{\varepsilon_d + 1}} \tag{2.95}$$

que en la gráfica está representada por la línea gris.

La descripción anterior de la relación de dispersión (2.94) se hizo considerando que los electrones se mueven libremente, es decir, que  $\text{Im}\{\varepsilon_m(\omega)\} = 0$ . Sin embargo,  $\varepsilon_m(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega)$  es una cantidad compleja al igual que  $\xi$  y su parte imaginaria  $\varepsilon_2(\omega)$  está relacionada con la extinción de la onda provocada por pérdidas ohmicas [3]. Como la energía de los PPSs decae exponencialmente, el coeficiente de absorción de la onda es  $2\text{Im}\{\varepsilon_m(\omega)\}$  que indica que la onda decae una longitud  $e^{-1}$ , entonces la distancia de propagación está dada por

$$L_{PPS} = \frac{1}{2\mathrm{Im}\{\varepsilon_m(\omega)\}}$$
(2.96)

Sustituyendo  $\varepsilon_m(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega)$  en (2.94) se encuentra que

$$L_{PPS} = \frac{1}{2\mathrm{Im}\{\varepsilon_m(\omega)\}} = \frac{1}{2k_0} \frac{\sqrt{[\varepsilon_1(\omega) + \varepsilon_d]^2 + \varepsilon_d^2}}{\varepsilon_d \varepsilon_2(\omega)^{1/2}}$$
(2.97)

En el espectro visible  $L_{PPS}$  se encuentra entre 10 y 100  $\mu$ m y esta longitud de propagación depende principalmente de la configuración metal-dieléctrico [2].

Para el modo TE ocurre algo totalmente distinto que para el modo TM. Recurriendo a las ecuaciones (2.80), (2.82) y (2.83) y aplicándolas a la interfase metal-dieléctrico se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones

a) 
$$E_{yd}(z) = A'_d e^{i\xi x - k_d z}$$
  
b)  $H_{xd}(z) = -\frac{iA'_d k_d}{\omega \varepsilon_d \varepsilon_0} e^{i\xi x - k_d z}$   
c)  $H_{zd}(z) = \frac{A'_d \xi}{\omega \varepsilon_d \varepsilon_0} e^{i\xi x - k_d z}$ 
(2.98)

para z > 0,

a) 
$$E_{ym}(z) = A'_m e^{i\xi x + k_m z}$$
  
b)  $H_{xm}(z) = \frac{iA'_m k_m}{\omega \varepsilon_m \varepsilon_0} e^{i\xi x + k_m z}$   
c)  $H_{zm}(z) = \frac{A'_m \xi}{\omega \varepsilon_m \varepsilon_0} e^{i\xi x + k_m z}$ 
(2.99)

para z < 0.  $A'_j$  es la amplitud de la onda. El subíndice hace referencia al dieléctrico para j = d, y al metal para j = m.

Las dos primeras condiciones de frontera son

$$E_{yd}(0) = E_{ym}(0) (2.100)$$

$$H_{xd}(0) = H_{xm}(0) (2.101)$$

entonces

$$A'_d = A'_m = A' \tag{2.102}$$

$$A'\left(\frac{k_m}{\varepsilon_m} + \frac{k_d}{\varepsilon_d}\right) = 0 \tag{2.103}$$

Para que las ondas estén confinadas en la interfase se requieren que  $\operatorname{Re}\{k_d\} > 0$ y  $\operatorname{Re}\{k_m\} > 0$ , entonces, para que la ecuación (2.103) se satisfaga es necesario que  $A'_d = A'_m = A' = 0$ , por lo tanto los PPSs no existen en el modo TE, «los plasmones polaritones de superficie sólo existen para el modo TM» [2].

# Capítulo 3 Excitación de PPSs mediante luz

Existen dos manera de excitar PPSs: mediante electrones y mediante luz, sin embargo en este caso sólo se tratará el segundo. La relación de dispersión de los PPS (ecuación 2.94) muestra que éstos no pueden ser excitados en superficies lisas directamente con luz, ya que la magnitud del vector de onda de la luz en el espacio libre es menor que el número de onda de los PPSs.

En el aire, el número de onda está dado por

$$k = \frac{\omega}{c} \varepsilon_{aire} \approx k_0 \tag{3.1}$$

y la relación de dispersión de los PPSs está dada por

$$\xi = k_0 \left[ \frac{\varepsilon_m \varepsilon_d}{\varepsilon_m + \varepsilon_d} \right]^{1/2} \tag{3.2}$$

entonces

$$\xi = k_0 \left[ \frac{\varepsilon_m \varepsilon_d}{\varepsilon_m + \varepsilon_d} \right]^{1/2} > k_0$$

La figura 2.3 muestra gráficamente cómo la magnitud del vector de la luz que se propaga en el dieléctrico no coincide con la relación de dispersión de los PPSs. Para que el acoplamiento fotón-plasmón exista en superficies lisas es necesario que la luz se propague en un medio ópticamente más denso, de manera que se incremente la magnitud del vector de onda y que coincida con el número de onda de los PPSs.

## 3.1. Acoplador de prisma

La condición fundamental para excitar PPSs con luz p-polarizada en la interfase metal-dieléctrico es que la componente paralela a la superficie del vector de onda de la luz incidente debe ser igual al número de onda de los PPSs [1-4]. Un prisma es una herramienta muy útil para aumentar la magnitud del vector de onda de la luz que viaja a través de él.

Por simplicidad supóngase que se tiene una onda electromagnética plana que se propaga en un prisma dieléctrico, isotrópico y lineal en el plano XZ, y el plano Y es la interfase formada entre el prisma y un metal, o bien, entre el prisma y un dieléctrico con una constante dieléctrica menor que la del prisma, tal como se muestra en la figura 3.1.



Figura 3.1: Diagrama del acoplador de prisma.

La ecuación de la onda es

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_{\mathbf{0}} e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)}$$
(3.3)

Insertando (3.3) en (2.15) se obtiene

$$\begin{aligned} k_x^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{v^2} &= k_x^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \eta_s^2 \\ \Rightarrow k_x^2 + k_z^2 &= k_0^2 \eta_s^2 \end{aligned}$$

Entonces la magnitud del vector de onda de la luz es

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_z^2} = k_0 \sqrt{\varepsilon_s} \tag{3.4}$$

donde  $\eta_s$  y  $\varepsilon_s$  son el índice de refracción y la constante dieléctrica del prisma, respectivamente.

Geométricamente se deduce que la componente paralela a la superficie del vector de onda es

$$k_x = k_0 \sqrt{\varepsilon_s} \operatorname{sen} \theta = k_0 \left[ \frac{\varepsilon_m \varepsilon_d}{\varepsilon_m + \varepsilon_d} \right]^{1/2}$$
(3.5)

donde  $\theta$  es el ángulo de incidencia de la luz con respecto a la normal de la interfase. La ecuación (3.5) implica que existe un ángulo  $\theta = \theta_{\xi}$  para el cual

$$\xi = k_0 \sqrt{\varepsilon_s} \operatorname{sen} \theta_{\xi} \tag{3.6}$$

Gráficamente, esto está representado en la figura 3.2; la línea negra corresponde a la relación de dispersión de los PPSs en la interfase metal-dieléctrico y la línea roja corresponde a la relación de dispersión de los PPSs en la interfase metal-prisma. Las líneas rectas púrpura y verde corresponden a la propagación de la luz en el dieléctrico y en el prisma, respectivamente. Por último, la línea recta azul corresponde a la propagación de la luz que incide en el prisma y con un ángulo  $\theta = \theta_{\xi}$ .

Como se puede observar en la gráfica, hay un punto en el cual la relación de dispersión de los PPSs en la interfase metal-prisma coincide con la línea azul, en



Figura 3.2: Relación de dispersión de los PPSs en la interfase metal-dieléctrico (línea negra), en la interfase metal-prisma(línea roja), propagación de la luz en el dieléctrico (línea púrpura), en el prisma (línea verde) y en el prisma con un ángulo de incidencia  $\theta_{\xi}$  (línea azul).

ese punto, en donde el momento del PPS coincide con el momento del fotón, se da la excitación, que se traduce en un mínimo en la intensidad del haz reflejado [1,4].

Es muy importante señalar que el ángulo  $\theta_{\xi}$  es mayor que el ángulo de reflexión total interna  $\theta_c$ , ya que el acoplamiento fotón-PPS es indicado mediante un mínimo en la intensidad del haz reflejado. Una vez que el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión total interna, toda la luz que incide en la cara del prisma que forma la interfase es reflejada, cuando el ángulo de incidencia es  $\theta = \theta_{\xi}$  la intensidad del haz reflejado llega a un mínimo, al pasar el ángulo  $\theta_{\xi}$ la luz se refleja, nuevamente, en su totalidad. La figura 3.3<sup>1</sup> muestra lo descrito anteriormente.



Figura 3.3: Reflectividad en el acoplador de prisma.

El estudio teórico de la reflectividad se realiza con las ecuaciones de Fresnel, en particular la ecuación de la reflectividad para la luz p-polarizada, aplicada a

 $<sup>^1\</sup>mathrm{Modificado}$  de Raether, 1988.

(3.7)

un sistema compuesto de tres medios: prisma/dieléctrico/metal para la configuración de Otto o prisma/metal/dieléctrico para la configuración de Kretschmann-Raether. Tomando el sistema mostrado en la figura 3.4, se tiene, de la ecuación (3.4), que

 $k_r^2 + k_z^2 = k_0^2 \varepsilon_i$ 

$$\varepsilon_i$$
  $\theta$   $\theta$   $\mathbf{k}$   $\mathbf{x}$ 

Figura 3.4: Propagación de la luz en un medio con función dieléctrica  $\varepsilon_i$ .

Entonces, la componente  $k_{zi}$  del vector de propagación **r** es

$$k_{zi} = \left[k_0^2 \varepsilon_i - k_x^2\right]^{1/2}$$
(3.8)

con  $k_x = \xi$ . La reflectividad para la luz *p*-polarizada entre el medio *i* y el medio *j* está dada por [1]

$$r_{ij} = \left| \frac{E_R}{E_I} \right| = \left( \frac{k_{zi}}{\varepsilon_i} - \frac{k_{zj}}{\varepsilon_j} \right) / \left( \frac{k_{zi}}{\varepsilon_i} + \frac{k_{zj}}{\varepsilon_j} \right) = \frac{\varepsilon_j k_{zi} - \varepsilon_i k_{zj}}{\varepsilon_j k_{zi} + \varepsilon_i k_{zj}}$$
(3.9)

donde  $|E_R|$  es la magnitud del campo eléctrico reflejado y  $|E_I|$  es la magnitud del campo eléctrico incidente.

Por último, la reflectancia para el sistema que consiste de tres medios está dada por [1]

$$R = |r_{123}|^2 = \left| \frac{r_{12} + r_{23}e^{2ik_{z2}d}}{1 + r_{12}r_{23}e^{2ik_{z2}d}} \right|^2$$
(3.10)

donde d es el grosor del medio 2. Esta ecuación puede ser aplicada tanto en la configuración de Otto como en la configuración de Kretschmann-Raether.

#### 3.1.1. Configuración de Otto

El método de reflexión total atenuada (método RTA) fue propuesto por Andreas Otto en 1968 en su artículo «Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection». En dicho artículo Otto propone una configuración especial (llamada la *configuración de Otto*) para incrementar la magnitud del vector de onda e igualarla al número de onda de los PPSs.

Básicamente consiste de un prisma con constante dieléctrica  $\varepsilon_s$ , separado por un dieléctrico con constante dieléctrica  $\varepsilon_d < \varepsilon_s$  una distancia  $d \approx \lambda$  de la película metálica con función dieléctrica  $\varepsilon_m$ . En la figura 3.5 se muestra un diagrama de la configuración de Otto.



Figura 3.5: Configuración de Otto. En esta configuración la película metálica está separada una distancia d del prisma por medio de un dieléctrico.

La luz que incide en el prisma se refracta en éste e incide en la interfase con un ángulo  $\theta$  mayor que el ángulo de reflexión total interna. En el ángulo  $\theta_{\xi}$ la onda evanescente se acopla con los PPSs en la interfase dieléctrico-metal. La configuración de Otto es muy útil cuando se quiere evitar que la superficie haga contacto con el prisma o para evitar daño en ella [1].

#### 3.1.2. Configuración Kretschmann-Raether

Posteriormente Kretschmann y Raether propusieron otra configuración (llamada la *configuración de Kretschmann-Raether*) muy parecida a la de Otto y con el mismo objetivo: incrementar la magnitud del vector de onda de la luz; la diferencia fundamental entre ambas configuraciones es que en la de Kretschmann-Raether la película metálica es depositada en una de las caras del prisma, de modo que la película se encuentra entre dos dieléctricos. En la figura 3.6 se muestra un diagrama de la configuración de Kretschmann-Raether.



Figura 3.6: Configuración de Kretschmann-Raether. En esta configuración la película metálica es depositada en una de las caras del prisma.

Al igual que en la configuración de Otto, la luz que incide en el prisma se refracta en éste e incide en la interfase con un ángulo  $\theta$  mayor que el ángulo de reflexión total interna, pero en el ángulo  $\theta_{\xi}$  la onda evanescente se acopla con los PPSs en la interfase metal-diélectrico [1].

### 3.2. El acoplador de rejilla

Otro método óptico para incrementar la magnitud de onda de la luz es mediante efectos de difracción. Supóngase que se tiene una onda que se propaga en un medio dieléctrico descrito por una constante dieléctrica  $\varepsilon_d$  y una rejilla de difracción metálica con constante de rejilla *a* como la que se muestra en la figura 3.7 <sup>1</sup>. La luz incide con un ángulo  $\theta$  sobre la rejilla, entonces la componente paralela



Figura 3.7: Diagrama del acoplador de rejilla.

a la superficie del vector de onda para el m-ésimo orden de difracción es

$$k_x = k \sin \theta \pm k \sin \theta_m \tag{3.11}$$

donde k es la magnitud del vector de onda en el medio,  $k_x = \xi$  y  $\theta_m$  es el ángulo de difracción de la onda en el *m*-ésimo orden.

Por otra parte, la ecuación de rejilla [7,8] establece que

$$a \sin \theta_m = m\lambda \tag{3.12}$$

donde a es la constante de rejilla, m el orden de difracción y  $\lambda$  la longitud de onda en el medio. Entonces

$$\frac{2\pi}{\lambda} \operatorname{sen} \theta_m = \frac{2\pi}{a} m$$
$$\Rightarrow k \operatorname{sen} \theta_m = gm$$

donde  $g = 2\pi/a$ ; por lo tanto [1–3]

$$k_x = k \operatorname{sen} \theta_m \pm gm = k_0 \left[ \frac{\varepsilon_m \varepsilon_d}{\varepsilon_m + \varepsilon_d} \right]^{1/2} = \xi$$
(3.13)

 $<sup>^1\</sup>mathrm{Modificado}$  de Maier, 2007

La excitación de PPSs, al igual que con el acoplador de prisma, es observada mediante un mínimo en la intensidad del haz reflejado [1-3].

Este método para excitar PPSs es muy interesante, ya que no solo es útil para acoplar fotones con plasmones, el proceso inverso también se da en este acoplador: los PPSs que se propagan a lo largo de la rejilla o, en general, en una superficie rugosa reducen la componente  $k_x$  del vector de onda y son transformados en luz [1–3].

En general, los PPSs son excitados en películas que presentan rugosidad en su superficie, sin embargo, la excitación fotón-PPS es más eficiente en superficies con rugosidad periódica, tales como las rejillas. Por otro lado, en superficies aleatoriamente rugosas la eficiencia de la excitación es baja debido a que la ecuación (3.13) se satisface solo para algunas áreas de la superficie [1, 2].

## Capítulo 4 Experimento

En este capítulo se describe el procedimiento experimental. En la primera parte se hace referencia al proceso para la fabricación de las muestras, después se reseña cómo se obtuvo la absorbancia de éstas, posteriormente se describe el procedimiento que se realizó para implementar el método ATR y por último se menciona cómo se obtuvieron los datos de la reflectancia y cómo se procesaron para llegar a los resultados definitivos.

### 4.1. Depósito de películas delgadas

La técnica *sputtering* es un método utilizado, entre otras cosas, para depositar películas delgadas sobre una superficie. Básicamente, consiste en "bombardear", con iones muy energéticos de un gas, el material (comúnmente llamado «blanco») que se quiere depositar en el sustrato. Los iones transmiten energía a los átomos del blanco, estos son desprendidos y dirigidos en la dirección contraria de los iones incidentes, depositándose en el sustrato, formando, de esta manera, la película delgada. En la figura 4.1 se muestra un diagrama de lo descrito anteriormente.



Figura 4.1: Diagrama del sistema sputtering.

El proceso de formación de películas delgadas está dividido en cinco etapas [11,13]:

- i. Los átomos que son extraídos del blanco son transportados hacia el sustrato y son adsorbidos por éste.
- ii. Las partículas adsorbidas, al no estar en equilibrio termodinámico, se mueven sobre la superficie y forman cúmulos (también llamados "núcleos"). Los núcleos cambian su tamaño, que en general aumenta, hasta alcanzar el equilibrio termodinámico. Esta etapa se conoce como «nucleación».
- iii. En la etapa de coalescencia, los núcleos se unen para formar cúmulos más grandes, llamados islas. Durante la incidencia de nuevas partículas, también se forman nuevos núcleos e islas.
- iv. En la cuarta etapa las islas se unen para formar islas más grandes que están separadas por pequeños canales y hoyos.
- v. Por último, en la quinta etapa las partículas incidentes van llenando los canales y hoyos, formando una película continua. Una vez que la superficie está cubierta, las nuevas partículas incidentes aumentan el grosor de la película.

Existen tres modos fundamentales de crecimiento de películas delgadas. El primero es el mecanismo de crecimiento de Volmer-Weber (formación de islas); en él los átomos que se encuentran en la superficie tienden a unirse para formar pequeños núcleos. El crecimiento de la película surge a partir de de estos núcleos que forman islas para terminar formando una capa continua (fig. 4.2a)) [12].

El segundo modo de crecimiento es el modelo de Franck-van der Merwe (formación de monocapas), en el cual los átomo quedan adsorbidos en la posición en la que llegan al sustrato. De esta forma, los núcleos forman se extienden sobre la superficie del sustrato y forman una monocapa. El crecimiento de la película sigue con la formación de monocapa sobre monocapa (fig. 4.2b)) [12].

El tercer y último modo de crecimiento es el de Stranski-Krastanov, que es una combinación de los dos anteriores. En este caso, al inicio del crecimiento se forma una o varias monocapas y, posteriormente, se forman islas sobre las primeras monocapas (fig. 4.2c)) [12].



Figura 4.2: a) Modelo de crecimiento de Volmer-Webwer, b) modelo de crecimiento de Franck-van der Merwe y c) modelo de crecimiento de Stranski-Krastanov.

Los sustratos, que en este caso fueron portaobjetos de vidrio, fueron cortados de dos tamaños distintos: en forma de cuadro 8 mm de lado y en forma de rectángulo de  $10 \times 15$  mm. Los primeros se usaron para la caracterización en microscopía electrónica de barrido; las muestras más grandes se usaron para el trabajo en el laboratorio. Posteriormente fueron lavados en un baño ultrasónico con etanol y secados con aire comprimido.

El depósito de películas delgadas se realizó en el Laboratorio de Microscopía electrónica de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa, mediante un sistema sputtering BAL-TEC SCD 050 Sputter Coater. Este sistema sputtering tiene una tasa de depósito de 5 nm/20 s con una corriente de cátodo de 37 mA; la tasa de depósito es lineal de 20 s a 80 s.

Suponiendo que la tasa de depósito siempre es lineal, los tiempos de depósito fueron de 40 s, 80 s, 120 s, 160 s, 200 s y 240 s, para obtener películas delgadas de 10 nm, 20 nm, 30 nm, 40 nm, 50 nm y 60 nm de grosor. En la tabla 4.1 se presenta el tiempo de depósito correspondiente a cada muestra y el grosor esperado de la película

| Muestra | Tiempo de depósito [s] | Grosor esperado [nm] |
|---------|------------------------|----------------------|
| 1       | 40                     | 10                   |
| 2       | 80                     | 20                   |
| 3       | 120                    | 30                   |
| 4       | 160                    | 40                   |
| 5       | 200                    | 50                   |
| 6       | 240                    | 60                   |

Cuadro 4.1: Tiempo de depósito de cada muestra con su respectivo grosor esperado.

Las películas sintetizadas se caracterizaron por microscopía electrónica de barrido (SEM por sus siglas en inglés) en el Laboratorio Central de Microscopía del Instituto de Física de la Universidad Nacional Autónoma de México. Las micrografías fueron analizadas con el *software* ImageJ para conocer el tamaño de grano de las partículas de oro depositadas en los sustratos. Así fue posible conocer su estructura superficial y establecer una relación entre sus propiedades ópticas y dicha estructura. En la sección de resultados se muestran las micrografías obtenidas.

### 4.2. Medida de la absorbancia

La absorbancia es una medida de la atenuación de la luz al atravesar un material; esta atenuación puede ser provocada por distintos fenómenos ópticos, entre ellos la absorción de luz por el material. La absorbancia arroja una medida indirecta del rango de longitud de onda de la luz que es absorbida . Para obtener la absorbancia es necesario conocer la cantidad de luz que recibe la muestra y la cantidad de luz que se transmite a través de ella. Matemáticamente se define como

$$A = -\log_{10}\left(\frac{I_T}{I_0}\right) \tag{4.1}$$

donde  $I_0$  es la intensidad de la luz que incide sobre la muestra e  $I_T$  es la intensidad de la luz que se transmite a través de ella.

Para poder medir la absorbancia se armó un dispositivo en el cual se pudiera hacer incidir luz blanca sobre la muestra desde una fuente, para después colectar la luz transmitida desde la muestra en un espectrofotómetro y analizar el espectro obtenido. El dispositivo se muestra en la figura 4.3.



Figura 4.3: Dispositivo utilizado para la adquisición de espectros de absorción.

La fuente luminosa que se usó fue una lámpara DH-2000-BAL de Ocean Optics; esta lámpara cuenta con un bulbo de deuterio y uno de halógeno y emite luz blanca en un rango de 230-2500 nm.

Para emitir luz se conectó a la lámpara una fibra óptica con un tamaño de núcleo (apertura) de 400  $\mu$ m. La luz se dirigió mediante la fibra óptica hacia una lente convergente con una distancia focal de f = 50.2 mm, la cual enfocó la luz en la muestra. En seguida de la muestra se colocó otra lente convergente con la misma distancia focal que la primera, la cual enfocó la luz en la fibra óptica para la detección; esta fibra óptica tiene un tamaño de núcleo de 1000  $\mu$ m. La luz colectada se guió mediante la fibra óptica al espectrofotómetro para obtener el espectro procesado en la computadora. Se utilizó el espectrofotómetro QE65000 de Ocean Optics, que tiene un rango de detección de 300-1100 nm.

El software con el que se adquirieron los espectros fue SpectraSuite, que tiene cuatro modos básicos de operación: absorbancia, transmitancia, reflectancia e irradiancia. Los tres parámetros necesarios para manipular el software son: tiempo de integración (time integration), exploraciones a promediar (scans to average) y boxcar width.

El tiempo de integración es el análogo al obturador de una cámara fotográfica, permite el paso de luz hacia el espectrofotómetro en un rango de tiempo; mientras más grande es el tiempo de integración más luz llega al espectrofotómetro.

Las exploraciones a promediar se refiere al número de adquisiciones espectrales que recibe el *software* SpectraSuite. Mientras más grande es este valor hay menos ruido.

Por último, el *boxcar width* es una técnica que suaviza la gráfica del espectro, sin embargo, si es muy grande se produce una pérdida en la resolución espectral.

Para la adquisición de la absorbancia se tomó un tiempo de integración de 100 ms, un número de exploraciones de 50 para disminuir el ruido y un *boxcar*  width de 10. Una vez fijados los parámetros se evitó que otras fuentes luminosas, además de la lámpara, estuvieran presentes y afectaran las medidas.

Una vez descartadas todas las fuentes luminosas se registró y eliminó el «ruido del ambiente» con el *software*. Ya establecidas estas condiciones se encendió la lámpara, se hizo incidir la luz sobre un sustrato limpio y se registró la luz transmitida por éste como «referencia».

Se tomó como referencia la luz que se transmite a través del sustrato limpio y no la luz emitida por la lámpara, ya que el vidrio absorbe una fracción de la radiación (específicamente en el ultravioleta). Si, por el contrario, se hubiera elegido como referencia la luz de la lámpara es posible que en los resultados se obtuvieran datos de absorbancia del sustrato, además de aquellos obtenidos de la película.

Ya establecidos los parámetros y la referencia se trabajó con el *software* en modo absorbancia y se colocó cada una de las muestras para tomar su espectro. Los datos obtenidos con ayuda del *software* SpectraSuite fueron graficados con el *software* QtiPlot y se muestran en el capítulo de resultados.

### 4.3. Procedimiento experimental

Para este experimento se utilizó una configuración híbrida entre la configuración de Kretschmann-Raether y la configuración de Otto ya que tiene elementos de ambas configuraciones. La configuración utilizada (Figura 4.4) consistió fun-



Figura 4.4: Configuración «híbrida»

damentalmente de un prisma de vidrio BK-7 con índice de refracción  $\eta_p = 1.5151$ a  $\lambda = 632$  nm [14] y las películas delgadas depositadas en los sustratos; éstos se adhirieron al prisma con aceite de inmersión para microscopio, el cual, según el fabricante, tiene un índice de refracción de  $\eta_a = 1.51$ .

La luz se emitió desde la lámpara DH-2000-BAL mediante la fibra óptica de 400  $\mu$ m de apertura. La luz se polarizó linealmente para obtener el modo TM, que es el que excita PPSs, y se enfocó con una lente con distancia focal f = 38.11 mm. La distancia entre la fibra de emisión y el polarizador fue de  $d_1 = 5.2$  cm, entre el polarizador y la lente fue de  $d_2 = 15.6$  cm y entre la lente y el centro de la platina giratoria fue de  $d_3 = 5.2$  cm. El dispositivo utilizado se muestra en la figura 4.5.



Figura 4.5: Dispositivo para el método ATR

Se colocó la configuración del prisma sobre una mesa XY para mover el prisma en dos direcciones lo cual permitió una mejor alineación del sistema. La mesa XY se colocó sobre la platina giratoria para variar el ángulo de incidencia. Es importante mencionar que debido a la refracción provocada por el prisma fue necesario establecer una relación entre el ángulo de incidencia  $\theta_I$  y el «ángulo externo»  $\theta_{ext}$ .



Figura 4.6: Relación entre el ángulo de incidencia, ángulo externo y el ángulo del prisma.

El ángulo externo es aquel formado entre el haz de luz incidente y el eje vertical del prisma, tal como se muestra en la Figura 4.6. El ángulo de incidencia está dado, en función del ángulo externo y el ángulo del vértice del prisma, por

$$\theta_I = \arcsin\left[\frac{\sin(\theta_{ext} - \alpha)}{\eta_s}\right] + \alpha$$
(4.2)

donde  $\alpha$  es el ángulo formado entre la cara en la cual está la película y otra de las caras del prisma y  $\eta_s$  es el índice de refracción de éste.

El ángulo del detector fue dos veces mayor que el ángulo de incidencia. Para detectar la luz se utilizó una fibra óptica con una apertura de 1000  $\mu$ m, ésta se conectó al espectrofotómetro y éste a su vez se conectó a la computadora.

Nuevamente se utilizó SpectraSuite para obtener los espectros de la luz reflejada por la configuración.

Para tomar los datos, primero se colocó un sustrato limpio en el prisma, se hizo incidir luz sobre él y se registró el espectro de la luz que reflejó para la polarización TM. Esto se hizo para cuatro ángulos de incidencia mayores que el ángulo de reflexión total interna: 41.94°, 43.18°, 44.42° y 45.68°, los cuales corresponden a la corrección de los ángulos «externos» 32°, 34°, 36° y 38°.

El ángulo «externo» para el cual se obtuvo reflexión total interna fue  $\theta_c = 30^\circ$ , por lo que se tomaron los siguientes cuatro ángulo mayores que  $\theta_c$ ,  $(32^\circ, 34^\circ, 36^\circ$ y 38°) ya que la mínima escala de la platina giratoria es de 2°.

Este mismo procedimiento se realizo para cada una de las siete muestras y se registró el espectro de la luz reflejada por ellas.

### 4.4. Procesamiento de datos experimentales

Para los datos de la absorbancia no se realizó ningún procesamiento a los datos obtenidos, simplemente se graficaron con QtiPlot.

La *reflectancia* se define como la fracción de la energía de la luz incidente que es reflejada, y como la energía es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda la reflectancia puede ser escrita [7], matemáticamente, como

$$R = \left|\frac{E_R}{E_I}\right|^2 \tag{4.3}$$

donde  $E_I$  es la amplitud del campo incidente y  $E_R$  es la amplitud del campo reflejado. Es importante mencionar que el valor de R está normalizado a la unidad, ya que, cuando la luz se refleja totalmente,  $E_R = E_I$ .

La luz que incidió en las muestras en la configuración de prisma es la luz que pasó a través del prisma, el aceite de inmersión y el sustrato. Entonces, se podría considerar que la amplitud del campo incidente es la luz reflejada por el sistema prisma-sustrato.

Así, aplicando la ecuación (4.3) la reflectancia se obtuvo al elevar al cuadrado el cociente de los datos del espectro de la luz reflejada por cada muestra y los datos del espectro de la luz reflejada por el sustrato. Estos datos se procesaron y graficaron QtiPlot. De esta manera se obtuvieron las gráficas de la reflectancia en función de la longitud de onda.

La incertidumbre de los resultados se asignó mediante el método de derivadas parciales y está dado por

$$\Delta R = \pm 2 \left[ \left| \frac{\Delta E_R}{E_I} \right| + \left| \frac{E_R}{E_I^2} \right| \Delta E_I \right]$$
(4.4)

donde  $\Delta E_I$  y  $\Delta E_R$  son las incertidumbres de la amplitud del campo incidente y reflejado, respectivamente. Esta incertidumbre es igual al %10 del valor de la medida para cada amplitud, según el manual del espectrofotómetro y del *software* SpectraSuite.

## Capítulo 5 Resultados.

En este capitulo se reseñan los resultados obtenidos en los experimentos que se realizaron. El análisis de las micrografías obtenidas por SEM de las muestras presentadas en la tabla 4.1 se encuentra en la primera sección. Asimismo se exhiben los espectros de absorbancia de cada muestra y por último, se muestran los resultados de la reflectancia obtenida de cada muestra al someterla al acoplador de prisma.

### 5.1. Películas delgadas

En la Figura 5.1a se presenta la micrografía de la muestra 1 a 100,000 aumentos. Como se puede observar, la superficie del sustrato aparentemente está completamente cubierta por las partículas de oro, sin embargo, también se pre-



(a) Muestra 1 a 100,000 aumentos (b) Muestra 1 a 200,000 aumentos

Figura 5.1: Micrografías de la muestra 1 a dos amplificaciones distintas

sentan una especie de cráteres. En la Figura 5.1b se observa la muestra 1 a 200,00 aumentos. En esta micrografía se nota que algunas partículas no tienen una for-

ma geométrica bien definida, mientras que otras, muy pocas tienen una forma esférica.

En el caso de la muestra 2, en la micrografía de la Figura 5.2a se observa que la superficie del sustrato no está completamente cubierta. A diferencia de la



Figura 5.2: Micrografías de la muestra 2 a dos amplificaciones distintas

muestra 1, en la segunda muestra se formaron islas; en la micrografía a 300,000 aumentos (Figura 5.2b) se observa que las partículas de oro se aglutinaron para formar las islas.



(a) Muestra 3 a 100,000 aumentos (b) Muestra 3 a 300,000 aumentos

Figura 5.3: Micrografías de la muestra 3 a dos amplificaciones distintas

En la muestra 3 nuevamente se observa (Figura 5.3a) que la superficie no está completamente cubierta. Comparando esta muestra con la muestra 2, también

se observa que, en este caso, el sustrato está más cubierto. En la micrografía a 300,000 aumentos se nota con mayor claridad cómo las partículas de oro se aglutinan para formar las islas.

Es importante mencionar que la evidencia aportada por las micrografías de las muestras anteriores, sugiere que el modo de crecimiento de estas película corresponde al de Volmer-Webwer.



(a) Muestra 4 a 100,000 aumentos (b) Muestra 4 a 300,000 aumentos

Figura 5.4: Micrografías de la muestra 4 a dos amplificaciones distintas

En la micrografía de la Figura 5.4a se nota que la superficie del sustrato está completamente cubierta por las partículas de oro, pero de manera similar a la muestra 1, se presentan los "cráteres". Sin embargo, en la micrografía a 300,000 aumentos se observan algunas pequeñas zonas que no están cubiertas.



(a) Muestra 5 a 100,000 aumentos

(b) Muestra 5 a 300,000 aumentos



Para la muestra 5, en la micrografía de la Figura 5.5a se obtuvo una superficie completamente cubierta por las partículas de oro. En este caso, la superficie de la película es más uniforme que la superficie de las películas anteriores, ya que no se presentan los "cráteres". En la micrografía a 300,000 aumentos se observa algo muy similar a la muestra 4, con algunas zonas sin cubrir, pero en este caso dichas zonas son más pequeñas.



(a) Muestra 6 a 100,000 aumentos (b) Muestra 6 a 300,000 aumentos

Figura 5.6: Micrografías de la muestra 6 a dos amplificaciones distintas

En esta última muestra la superficie del sustrato está completamente cubierta por las partículas de oro, además se observa que la película delgada presenta cierta uniformidad. En la misma muestra a 300,000 amplificaciones, se presenta el mismo patrón que ya se había observado en las dos muestras anteriores; sin embargo, en este caso ya no se presentan zonas sin cubrir. El grosor de esta película se calculó mediante microscopía de fuerza atómica, dando como resultado  $D = (45.9158 \pm 4.5205)$  nm.

En el caso de las tres últimas muestras se obtuvieron películas delgadas rugosas, y con base en las micrografías de las tres primeras muestras, se infiere que el crecimiento de las películas delgadas corresponde al de Stranski-Krastanov.

El tamaño de grano fue muy similar en las las tres últimas muestras ya que se sometieron a las mismas condiciones, teniendo al tiempo de exposición de los sustratos al "bombardeo" de las partículas de oro como el único parámetro variable. El tamaño de grano de las partículas es de  $b = (13.949 \pm 1.967)$  nm y este resultado se obtuvo con ayuda del *software* ImageJ.

En el siguiente capítulo se establece una relación entre los tiempos de depósito de cada muestra y la estructura superficial de éstas. Además se analiza el espectro de absorbancia en función de dicha estructura.

Es importante aclarar que en las micrografías a 200,000 y a 300,000 aumentos no están tan bien definidas como las que se adquirieron a 100,000 aumentos. Esta pérdida de calidad en las micrografías ocurrió al aumentar las amplificaciones.

### 5.2. Espectros de absorbancia

Los espectros de absorbancia de cada muestra se presentan en seguida. En todas las gráficas hay tres líneas que corresponden a la polarización TM (línea roja), polarización TE (línea verde) y luz no polarizada (línea azul).



Figura 5.7: Absorbancia de la muestra con grosor esperado de 10 nm.

Como se observa en la Gráfica 1 (Figura 5.7), para ambos modos de luz polarizada y para luz no polarizada, los espectros de absorbancia difieren, cuantitativamente, muy poco y los tres mantienen la misma forma. Además, es notable el pico de absorción en  $\lambda = 610$  nm.

Para la muestra 2, el espectro de absorbancia presenta un pico de absorción en  $\lambda = 815$  nm, pero es mucho más ancho que el que se tiene en la muestra 1. Nuevamente se observa muy poca variación entre ambos modos de polarización



Figura 5.8: Absorbancia de la muestra con grosor esperado de 20 nm.

y la luz no polarizada, además, la forma del espectro es prácticamente la misma.

En la gráfica 3, Figura 5.9, se encuentra el espectro de absorbancia correspondiente a la muestra 3. En dicho espectro no se observa un pico de absorción tan evidente como el que se presenta en las dos primeras muestras.



Figura 5.9: Absorbancia de la muestra con grosor esperado de 30 nm.

De manera similar al caso anterior, en la muestra 4 no se presenta un pico de absorción en el rango de longitud de onda mostrado en la gráfica. También no se



Figura 5.10: Absorbancia de la muestra con grosor esperado de 40 nm.

nota una diferencia significativa entre ambos modos de polarización y la luz no polarizada, y la diferencia entre sí es casi inexistente.

La absorbancia de la quinta muestra, que se presenta en la gráfica 5, guarda muchas similitudes con la absorbancia de la muestra 4. Cualitativamente el espectro es el mismo, sin embargo, la diferencia entre ambos es que la muestra 5 tiene mayor absorbancia que la anterior.



Figura 5.11: Absorbancia de la muestra con grosor esperado de 50 nm.

Por último, la absorbancia de la la muestra 6 presenta características muy similares a las dos muestras anteriores. Presenta el mismo patrón de absorbancia que se encuentra en las muestras 4 y 5, además, la absorbancia para los dos modos de polarización y para la luz no polarizada mantienen una gran concurrencia. La



Figura 5.12: Absorbancia de la muestra con grosor esperado de 60 nm.

diferencia esencial es que esta muestra tiene mayor absorbancia.

Las dos primeras muestras de las seis sintetizadas presentaron una evidente resonancia de plasmón superficial localizado. La muestra tres posiblemente tiene una resonancia de plasmón en la región del infrarrojo cercano del espectro electromagnético. Por otra parte, en las últimas tres muestras no existen elementos para inferir la existencia de una resonancia de plasmón en la parte del espectro electromagnético analizado. Algo notable que se puede observar a partir de los espectros de absorbancia es que, al incrementar el depósito de oro en los sustratos, la absorbancia de las muestras va en aumento, lo cual es de esperarse ya que hay mayor atenuación de la luz que atraviesa las muestras.

### 5.3. Reflectancia de las muestras

Se presentan las gráficas de los resultados de la reflectancia de las muestras. En cada gráfica se muestran cuatro líneas que corresponden a la reflectancia para cada uno de los cuatro ángulos de incidencia. Así se observa con mayor claridad el cambio en la reflectancia al variar el ángulo de incidencia.

La Figura 5.13 representa la reflectancia de la muestra 1. En la gráfica no



Figura 5.13: Reflectancia de la muestra con grosor esperado de 10 nm.

se observa una zona clara donde exista una disminución de la amplitud del haz reflejado.

Para el ángulo de incidencia a 41.94° la intensidad del haz reflejado aumenta hasta superar la unidad y, al llegar a los 600 nm disminuye y fluctúa alrededor del valor 1. En el siguiente ángulo de incidencia, 43.18°, la intensidad de la luz reflejada aumenta hasta alcanzar el valor 1 aproximadamente en 800 nm.

En los dos ángulos de incidencia restantes, 44.42° y 45.68°, se mantiene la misma tendencia creciente de la intensidad de la luz reflejada, sin embargo, en la línea correspondiente a 45.68° se observa una disminución entre 450 y 500 nm, aunque se encuentra en una zona donde la reflectancia no está muy bien definida debido a la presencia de ruido.

La luz reflejada por la muestra 2 aumenta aproximadamente desde 0.75 y, para los ángulos de incidencia  $44.42^{\circ}$  y  $45.68^{\circ}$ , la reflectancia supera la unidad. En los dos ángulos de incidencia restantes, la reflectancia va en aumento sin rebasar el valor 1. Después de los 700 nm la reflectancia a los cuatro ángulos de incidencia coincide. Nuevamente se nota la presencia de ruido en el rango de 450 a 500 nm.



Figura 5.14: Reflectancia de la muestra con grosor esperado de 20 nm.

En la muestra 3 ocurre algo distinto a las dos muestras anteriores. En el ángulo de incidencia a 41.94°, la intensidad de la luz reflejada por la muestra aumenta hasta alcanzar a la unidad aproximadamente en 480 nm y, gradualmente, decae hasta llegar a un valor de 0.8. En el siguiente ángulo de incidencia, 43.18°, la intensidad del haz reflejado aumenta hasta llegar cerca de la unidad en 580 nm y decae hasta un valor menor a 0.8.



Figura 5.15: Reflectancia de la muestra con grosor esperado de 30 nm.

En los dos casos siguientes, la luz reflejada se comporta de manera muy similar, la intensidad de ésta va en aumento y decae hasta un valor menor a 0.6. También es notable que la intensidad llega a un valor cada vez menor al aumentar el ángulo de incidencia. Además, nuevamente se advierte la presencia de ruido en la misma región del espectro que en los casos anteriores. La reflectancia de la muestra 4 presenta algunas similitudes y también algunas diferencias con las tres muestras anteriores. Al igual que en los otros casos, la intensidad del haz reflejado aumenta hasta alcanzar a un máximo, que está muy cerca de la unidad y después decae.



Figura 5.16: Reflectancia de la muestra con grosor esperado de 40 nm.

La diferencia más notable es que el valor al que llega después de decaer es mayor al aumentar el ángulo de incidencia. Al ángulo 41.94°, la intensidad alcanza su máximo aproximadamente en 580 nm y decae hasta un valor menor a 0.7. En los tres ángulos de incidencia siguientes, la intensidad alcanza un máximo entre 620 y 640 nm, sin embargo, llegan a valores distintos después decaer.

En la muestra 5 ya se nota la presencia de mínimos que posiblemente corresponden a la excitación de PPSs. En  $\theta_I = 41.94^\circ$ , la intensidad de la reflectancia



Figura 5.17: Reflectancia de la muestra con grosor esperado de 50 nm.

aumenta y se mantiene constante hasta que, en 951 nm, presenta un mínimo en

la intensidad del haz reflejado. La función dieléctrica del oro a esta longitud de onda es  $\varepsilon_m = -33.950 + i2.982$  [14].

En el siguiente ángulo de incidencia, 43.18°, la intensidad aumenta hasta llegar a un máximo, posteriormente disminuye para después aumentar. El mínimo se encuentra en 773.2 nm. La función dieléctrica en este caso es  $\varepsilon_m = -20.155 + i1.618$  [14].

Para  $\theta_I = 44.42^\circ$ , se nota un mínimo en la intensidad en 783 nm. En esta longitud de onda, la función dieléctrica en este caso es  $\varepsilon_m = -20.862 + i1.673$  [14].

Por último, en  $\theta_I = 44.42^{\circ}$ , el mínimo se nota en 720 nm, cuya función dieléctrica es  $\varepsilon_m = -16.408 + i1.376$  [14].

En la reflectancia de la muestra 6 se encuentran mínimos en tres de los cuatro ángulos de incidencia. En  $\theta_I = 41.94^\circ$ , se presenta un mínimo en la intensidad del



Figura 5.18: Reflectancia de la muestra con grosor esperado de 60 nm.

haz reflejado en 787.6 nm. Este mínimo es el más notable de los tres. La función dieléctrica correspondiente es  $\varepsilon_m = -21.198 + i1.699$  [14].

Para el ángulo de incidencia a 43.18°, no se presenta un decremento en la intensidad, en cambio, ésta va en aumento. En  $\theta_I = 44.42^{\circ}$  se presenta un mínimo en 717.9 nm, y la función dieléctrica correspondiente es  $\varepsilon_m = -16.256 + i1.368$  [14].

Para el último ángulo de incidencia,  $\theta_I = 45.68^\circ$ , el mínimo que se observa en la reflectancia se encuentra en 746 nm, y la función dieléctrica a esta longitud de onda es  $\varepsilon_m = -18.219 + i1.482$  [14].

En todos los casos se tiene una zona, aproximadamente entre 450 y 550 nm, no muy bien definida en la reflectancia debido al ruido. De todas las muestras sintetizadas, las dos últimas son las que presentaron reflexión total atenuada. En la siguiente sección se explican con mayor detalle los resultados obtenidos y se ofrecen distintas alternativas para mejorar éstos.

## Capítulo 6

## Discusión y conclusiones

Este capítulo se divide en dos secciones. En la primera se discuten los resultados obtenidos de los experimentos realizados y se sugieren algunas alternativas para mejorar éstos. En la segunda sección se hacen las conclusiones de los resultados.

### 6.1. Discusión

Al sintetizar las muestras se procuró que los sustratos estuvieran sometidos a las mismas condiciones a excepción del tiempo de depósito de las partículas de oro. Como era de esperarse, hubo un depósito mayor de oro y, por lo tanto, una mayor cobertura de superficie de los sustratos al incrementar el tiempo de exposición.

En las primeras etapas de crecimiento de la película, las partículas de oro se aglomeran para formar islas [9], tal como se ocurrió en las muestras 2 y 3. En los sustratos cuyo tiempo de exposición fue mayor a 120 s se formaron películas delgadas.

En los espectros de absorbancia de las dos primeras muestras, se notan picos de absorción de las partículas depositadas en los sustratos. En la muestra 1 se obtuvo un pico en 610 nm, el cual corresponde a un plasmón superficial localizado. Lo anterior indica que en la muestra 1 las partículas están separadas entre sí, lo cual coincide con lo reportado por Horikoshi *et al.* [9].

Por otra parte, las muestras 2 y 3 exhiben en su superficie islas formadas por las por los núcleos. La muestra 2 presenta un plasmón superficial localizado en 815 nm. Sin embargo, el pico que se observa en la gráfica del espectro de absorbancia es muy ancho, lo cual era de esperarse, ya que las partículas no forman islas con una forma geométrica y tamaños bien definidos. Esto también está reportado por Horikoshi *et al.* [9].

En el caso de la muestra 3, la resonancia del plasmón superficial localizado no es posible determinarla en la región del espectro que se tomó para hacer las medidas de la absorbancia. Si existiera un pico de absorción en el espectro, éste se encontraría más allá de los 1100 nm.

Estos tres resultados demuestran que, en este caso, el pico de resonancia de los plasmones de superficie localizados se desplazan hacia longitudes de onda más grandes al incrementar el tiempo de depósito y, como consecuencia, el grosor de la película. Nuevamente, este resultado corresponde con el presentado por Horikoshi *et al.* [9]. Las tres muestras restantes no muestran evidencia clara de la presencia de la resonancia de plasmón superficial localizado en la región visible del espectro ni en la región del infrarrojo cercano.

El único parámetro variable en la elaboración de las muestras fue el tiempo, sin embargo, se podrían variar otros parámetros, tales como la corriente o la presión y estudiar el efecto que producen en el tamaño de grano o en la tasa de depósito. Esto ayudaría a establecer ciertas condiciones que permitirían tener un mayor control en las características estructurales de las muestras y en la formación de las películas.

Para lograr excitar PPSs en películas delgadas, se necesita que éstas sean continuas para que el PPS se pueda propagar a lo largo de la interfase. Sin embargo, en las dos primeras muestras, la evidencia que se obtuvo de los espectros de absorbancia sugiere que no se obtuvo una película, sino nanopartículas de oro que están separadas entre sí. Bajo estas circunstancias no es posible excitar PPSs, pero sí PSLs, que fue lo que se obtuvo.

Respecto a la muestra 2, las nanopartículas depositadas en el sustrato no formaron un medio continuo, sino islas. En este caso también se registró un pico de absorción que posiblemente se debe a una resonancia de PSLs. A diferencia de la muestra 1, el pico es muy ancho, lo que sugiere que el tamaño de las nanoislas no es muy uniforme. Esta discontinuidad en la superficie es el motivo por el cual no se logró excitar PPSs en esta muestra.

En la tercera muestra también se obtuvieron nanoislas sobre la superficie del sustrato, sin embargo, no se tuvieron picos de absorción como en las dos primeras muestras. El espectro de absorbancia muestra lo que pudiera ser un máximo de absorción cerca de 1100 nm, pero no se cuenta con evidencia suficiente para asegurar lo anterior. Para esta muestra tampoco se logró la excitación de PPSs debido a la discontinuidad de la superficie.

A partir de la muestra 4 ya no se observa ningún máximo en los espectros de absorbancia. En las micrografías de la película se observa una superficie casi cubierta por las nanopartículas de oro, pero se notan algunas pequeñas zonas sin cubrir. Aunque la superficie de esta muestra es más uniforme que el resto, no hubo excitación de PPSs.

En la quinta muestra se obtuvo una película uniforme. En el espectro de absorbancia no se nota una resonancia correspondiente a PSLs, debido a que la película es muy gruesa. Sin embargo, en la intensidad de la reflectancia se notan cuatro mínimos en las longitudes de onda 951 nm, 773.2 nm, 783 nm y 720 nm, que corresponden a los ángulos de incidencia 41.94°, 43.18°, 44.42° y 45.68°, respectivamente.

Despejando  $\theta$  de la relación de dispersión de los PPSs, ecuación (2.94), se obtiene

$$\theta = \arcsin\left(\frac{1}{\eta_s}\sqrt{\frac{\varepsilon_m\varepsilon_d}{\varepsilon_m + \varepsilon_d}}\right) \tag{6.1}$$

donde  $\eta_s$  es el índice de refracción del prisma,  $\varepsilon_m$  la función dieléctrica del oro y  $\varepsilon_d$  la función dieléctrica del aire. En la siguiente tabla se enlistan los valores de la

| $ \begin{array}{ c c } \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$ | Función<br>dieléctrica    | Ángulo de<br>incidencia | Ángulo de<br>incidencia          |
|---|---------------------------|-------------------------|----------------------------------|
|   | del oro $(\varepsilon_m)$ | teórico                 | experimental                     |
| 951 nm  | -33.950                   | 42.064°                 | $41.94^{\circ}\pm0.40^{\circ}$   |
| 773.2 nm  | -20.155                   | 42.612°                 | $43.18^{\circ} \pm 0.41^{\circ}$ |
| 783 nm  | -20.862                   | 42.566°                 | $44.42^{\circ}\pm0.41^{\circ}$   |
| 720 nm  | -16.408                   | 42.929°                 | $45.68^{\circ} \pm 0.42^{\circ}$ |

longitud de onda, la parte real de la función dieléctrica del oro correspondiente a ésta, el ángulo de incidencia calculado mediante la ecuación (6.1) y los ángulos de incidencia con los que se realizó la parte experimental.

Cuadro 6.1: Resultados de la reflectancia de la muestra 5

De los cuatro ángulos de incidencia se puede asegurar que, para  $\theta_I = 41.94^{\circ} \pm 0.40^{\circ}$  y  $\theta_I = 43.18^{\circ} \pm 0.41^{\circ}$  hubo una excitación de PPSs en  $\lambda = 951$  nm y  $\lambda = 773.2$  nm, respectivamente. En este caso, se sugiere que la longitud con la cual se excita los PPSs disminuye al aumentar el ángulo de incidencia.

De manera similar, en la muestra 6 se obtuvo una película delgada uniforme. Revisando el espectro de absorbancia, no se nota una resonancia de PSL, lo que sugiere que no hay partículas separadas. Análogamente, como en el caso

| Longitud de      | Función                   | Ángulo de  | Ángulo de                        |
|------------------|---------------------------|------------|----------------------------------|
| onda $(\lambda)$ | dieléctrica               | incidencia | incidencia                       |
|                  | del oro $(\varepsilon_m)$ | teórico    | experimental                     |
| 787.6 nm         | -21.198                   | 42.545°    | $41.94^{\circ}\pm0.40^{\circ}$   |
| 717.9 nm         | -16.256                   | 42.946°    | $44.42^{\circ}\pm0.41^{\circ}$   |
| 746 nm           | -18.219                   | 42.759°    | $45.68^{\circ} \pm 0.42^{\circ}$ |

Cuadro 6.2: Resultados de la reflectancia de la muestra 6

anterior, la tabla 6.2 se enlistan los valores de la longitud de onda, la parte real de la función dieléctrica del oro correspondiente a ésta, el ángulo de incidencia calculado insertando los valores numéricos en la ecuación (6.1) y los ángulos de incidencia usados en el experimento.

Para este caso, el único ángulo teórico que tiene una ligera correspondencia con el ángulo usado en el experimento es  $\theta_I = 41.94^{\circ} \pm 0.40^{\circ}$ , lo que muestra evidencia de excitación de PPSs en  $\lambda = 787.6$  nm.

En algunos casos se tiene que la reflectancia es mayor que la unidad, lo que, físicamente, no tiene sentido. Esto se debe a que el espectrofotómetro en la región entre 470 nm y 580 nm no registra muchas cuentas y éstas fluctúan demasiado.

La modificación de algunos parámetros en la fabricación de las muestras, tales como el tiempo o la corriente, podría llevar a nuevas estructuras, las cuales funcionarían como guías de onda plasmónicas. También es posible modificar el dispositivo experimental, por ejemplo, el material del sustrato o hacer estructuras multicapas tal vez mejoraría la eficiencia del acoplamiento fotón-plasmón.

El desarrollo de la plasmónica ofrece aplicaciones muy prometedoras para el avance tecnológico, ya que permite comprender los fenómenos que envuelven a los PPSs y PSLs y, de esta manera, aprovechar sus propiedades en la solución de una inmensa variedad de problemas. Además permite conocer con mayor profundidad el comportamiento de la luz en circunstancias distintas a las habituales, es decir, a escalas menores al límite de difracción y en materiales nuevos, lo cual permite entender cada vez más a la naturaleza y al universo.

### 6.2. Conclusiones

Con base en los resultados experimentales y comparándolos con algunas aproximaciones teóricas, se establecen las siguientes conclusiones:

- Al implementar el método ATR se logró excitar PPSs en la muestra 5 a dos ángulos de incidencia diferentes. El primero fue  $\theta_I = 41.94^{\circ}\pm0.40^{\circ}$ , cuya longitud de onda de excitación fue  $\lambda = 951$  nm. El segundo ángulo de incidencia para el cual se obtuvo la excitación de PPSs fue  $\theta_I = 43.18^{\circ}\pm0.41^{\circ}$ y la longitud de onda en este caso fue  $\lambda = 773.2$  nm.
- En este caso en particular, se observa que al incrementar el ángulo de incidencia, la longitud de onda de la excitación es menor. Este resultado ha sido reportado por McCowan, 2008.
- También se logró una excitación de PPSs en la muestra 6, que tiene un grosor de  $D = (45.9158 \pm 4.5205)$  nm. El ángulo de incidencia para el cual se obtuvo la reflexión total atenuada fue  $\theta_I = 41.94^{\circ} \pm 0.40^{\circ}$  y la longitud de onda correspondiente a dicha excitación fue  $\lambda = 787.6$  nm.
- En ambas muestras se excitaron PPSs en  $\theta_I = 41.94^{\circ} \pm 0.40^{\circ}$ , sin embargo, la longitud de onda difiere de muestra a muestra. En el primer caso es de  $\lambda = 951$  nm y en el segundo caso es de  $\lambda = 787.6$  nm. De acuerdo a la ecuación (3.10) la reflectancia depende exponencialmente del grosor de la película.
- Se establecieron las condiciones para obtener PPSs en películas delgadas mediante el método ATR. Estas condiciones establecen la base para el estudio teórico y experimental de nanoestructuras más complejas que tienen como objetivo funcionar como guías de onda plasmónicas.

## Bibliografía

- [1] Raether, H. Surface Plasmons (Springer, Berlin, 1988).
- [2] Maier, S. A., Plasmonics: Fundamentals and Applications, (Springer, U.K., 2007).
- [3] Zayats, A. V., Smolyaninov, I. I., Maradudin, A. A., Nono-optics of surface plasmon polaritons, Physics Reports 408 (2005) 131-314.
- [4] Otto, A., Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection, Zeitschrift für Physik, Vol. 216, No. 4, 398-410, 1968.
- [5] McCowan, D., Surface plasmon propagation, 2008. http://home.uchicago.edu/mccowan/research/335/final\_report.pdf
- [6] Jackson, J. D., Classical electrodynamics, Tercera edición, John Wiley & sons, 1999.
- [7] Fowles, G., R., Introduction to Modern Optics, Segunda edición, Dover publications, New York, 1975.
- [8] Hecht, E., Optics, Cuarta edición, Addison Wesley, San Fracisco, 2002.
- [9] Horikoshi, S., Matsumoto, N., Omata, Y., Kato, T., Growth of Au nanoparticle films and the effect of nanoparticle shape on plasmon peak wavelength, Journal of Applied Physics 115, 193506 (2014).
- [10] Baird, D., C., Experimentación: una intorducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos Segunda edición, Prentice Hall.
- [11] Tenopala, C., F., Microestructuración de películas delgadas para sensores fotónicos, Tesis de maestría, Posgrado en ciencia e ingeniería de materiales, Universidad Nacional Autónoma de México, 2014.
- [12] Abella, M., J., M., (Editor), Láminas delgadas y recubrimientos: preparación, propiedades y aplicaciones, Volumen 11 de Biblioteca de ciencias, Editorial CSIC -CSIC Press, 2003, ISBN 8400081668, 9788400081669.
- [13] http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/ 727/A6.pdf?sequence=6
- [14] M. N. Polyanskiy. Refractive index database. Available at http://refractiveindex.info (accessed Apr. 29 2015)
- [15] Peña, L. de la, Introducción a la mecánica cuántica, tercera edición, Fondo de cultura económica - UNAM, México, 2006.

- [16] Altewischer, E., van Exter, J. P. Woerdman, M. P., Plasmon-assisted transmission of entangled photons, Nature, Vol. 418, 2002.
- [17] Fasel, S., Robin, F., Moreno, E., Erni, D., Gisin, N., Zbinden, H., Energy-Time Entanglement Preservation in Plasmon-Assisted Light Transmission, Physical Review Letters, 94, 110501, (2005).
- [18] Ren, X. F., Guo, G. P., Huang, Y. F., Li, C. F., Guo, G. C., Plasmon-assisted transmission of high-dimensional orbital angular-momentum entangled state, Europhysics Letters, 76 (5), pp. 753-759 (2006).
- [19] Zhang, J., Zhang, L., Nanostructures for surface plasmons, Advances in Optics and Photonics 4, 157-321 (2012).
- [20] Inagaki, T., Motosuga, M., Arakawa, E. T., Goudonnet, J. P., Coupled surface plasmons excited by photons in a free-standing thin silver film, Physical Review B, Vol. 31, No. 4, 1985.
- [21] Yu, K., Devadas, M. S., Major, T. A., Lo, S. S., Hartland, G. V., Surface Plasmon Polariton propagation and coupling in gold nanostructures, The journal of physical chemistry C, 2014, 118, 8603-8609.
- [22] Bharadwaj, P., Bouhelier, A., Novotny, L., Electrical Excitation of Surface Plasmons, PRL 106, 226802 (2011).
- [23] Farhang, A., Bigler, N., Martin, O. J. F., Coupling of multiple LSP and SPP resonances: interactions between an elongated nanoparticle and a thin metallic film, Optics Letters, Vol. 38, No. 22, 2013.
- [24] Celebrano, M., Lettow, R., Kukura, P., Agio, M., Renn, A., Götzinger, S., Sandoghdar, V., Efficient coupling of single photons to single plasmons, Optics Express, Vol. 18, No. 13, 2010.
- [25] Guo, X., Qiu, M., Bao, J., Wiley, B. J., Yang, Q., Zhang, X., Ma, Y., Yu, H., Tong, L., Direct Coupling of Plasmonic and Photonic Nanowires for Hybrid Nanophotonic Components and Circuits, Nano Letters, Vol. 9, No. 12, 4515-4519, 2009.
- [26] Atwater, H. A., Polman, A., Plasmonics for improved photovoltaic devices, Nature Materials, Vol.9, 2010.
- [27] Barnes, W. L., Dereux, A., Ebbesen, T. W., Surface plasmon subwavelength optics, Nature Vol. 424, 2003.
- [28] Wei, H., Xu, H., Nanowire-based plasmonic waveguides and devices for integrated nanophotonic circuits, Nanophotonics 1, 155–169, (2012).
- [29] Gwon, H. R., Lee, S. H., Spectral and Angular Responses of Surface Plasmon Resonance Based on the Kretschmann Prism Configuration, Materials Transactions, Vol. 51, No. 6 (2010) pp. 1150-1155.
- [30] Seshadri, S. R., Attenuated total reflection method of excitation of the surface polariton in the Kretschmann configuration, Journal of Applied Physics, Vol. 70, No. 7, 1991.

- [31] Leong, H., Guo, J., Linquist, R., G., Liu, Q., H., Surface plasmon resonance in nanostructured metal film under the Kretschmann configuration, Journal of Applied Physics, Vol. 106, 124314, 2009.
- [32] Rasskazov, I. L., Karpov, S. V., Markel, V. A., Nondecaying surface plasmon polaritons in linear chains of silver nanospheroids, Optics Letters, Vol. 38, No. 22, 2013.
- [33] Apuzzo, A., Février, M., Salas-Montiel, R., Bruyant, A., Chelnokov, A., Lérondel, G., Dagens, B., Blaize, S., Observation of Near-Field Dipolar Interactions Involved in a Metal Nanoparticle Chain Waveguide, Nano Letters, No.13, 2013.
- [34] Jacob, Z., Shalaev, V. M., Plasmonics Goes Quantum, Science, Vol. 334, 2011.
- [35] Fernandez-Dominguez, A. I., Wiener, A., Garcia-Vidal, F. J., Maier, S. A., Pendry, J. B., Transformation-Optics Description of Nonlocal Effects in Plasmonic Nanostructures, Physical Review Letters 108, 106802 (2012).
- [36] Heeres, R. W., Kouwenhoven, L. P., Zwiller, V., Quantum interference in plasmonic circuits, Nature Nanotechnology, Vol. 8, 2013.
- [37] Jin, X. R., Sun, L., Yang, X., Gao, J., Quantum entanglement in plasmonic waveguides with near-zero mode indices, Optics Letters, Vol. 38, No. 20, 2013.
- [38] Fakonas, J. S., Lee, H., Kelaita, Y. A., Atwater, H. A., Two-plasmon quantum interference, Nature Photonics, Vol. 8, 2014.
- [39] Kolesov, R., Grotz, B., Balasubramanian, G., Stöhr, R. J., Nicolet, A. A. L., Hemmer, P. R., Jelezko, F., Wrachtrup J., Wave-particle duality of single surface plasmon polaritons, Nature Physics, Vol. 5, 2009.
- [40] Huck, A., Smolka, S., Lodahl, P., Sørensen, A. S., Boltasseva, A., Janousek, J., Andersen, U. L., Demonstration of Quadrature Squeezed Surface-Plasmons in a Gold Waveguide, arXiv:0901.3969 [quant-ph], 2009.
- [41] Chen, G. Y., Li, C. M., Chen, Y. N., Generating maximum entanglement under asymmetric couplings to surface plasmons, Optics Letters, Vol. 37, No. 8, 2012.
- [42] Yang, J., Lin, G. W., Niu, Y. P., Gong, S. Q., Quantum entangling gates using the strong coupling between two optical emitters and nanowire surface plasmons, Optics Express, Vol. 21, No. 13, 2013.
- [43] Atwater, H. A., Polman, A., Plasmonics for improved photovoltaic devices, Nature Materials, Vol. 9, 2010.
- [44] Yao, K., Liu Y., Plasmonic metamaterials, Nanotechnology Review, Vol. 3, Issue 2, 2014.
- [45] Atwater, H., The promise of plasmonics, Scientific American, 2007.
- [46] Polman, A., Plasmonics Applied, Science, Vol. 322, 2008.

# Apéndice A Descripción ondulatoria de la luz

La luz puede ser interpretada como un paquete de corpúsculos, como lo argumentó Isaac Newton o como un conjunto de ondas, como lo argumentó Christiaan Huygens. Considerar a la luz como un movimiento ondulatorio resulta de mucha ayuda para explicar muchos fenómenos luminosos como la interferencia o la difracción.

Fue gracias a James Clerk Maxwell que se comprendió que la luz visible es una forma de energía electromagnética, descrita usualmente por *ondas electromagnéticas* y que forma parte de un amplio espectro de ondas [7]. La ecuación básica de onda es

$$\nabla^2 U - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \tag{A.1}$$

donde u es la velocidad de fase. Dos posibles soluciones a la ecuación (A.1) son

$$U(\mathbf{r},t) = U_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \tag{A.2}$$

$$U(\mathbf{r},t) = U_0 \operatorname{sen}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \tag{A.3}$$

donde  $\mathbf{k}$  es el vector de propagación de onda,  $\mathbf{r}$  el vector de posición y  $U_0$  la amplitud de la onda. Estas dos ecuaciones representan ondas armónicas planas que varían sinusoidalmente con la distancia y armónicamente con el tiempo.

Supóngase que  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{r}$  son dos vectores tridimensionales dados por

$$\mathbf{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z} \tag{A.4}$$

$$\mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \tag{A.5}$$

entonces la magnitud del vector de propagación y el producto interno entre  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{r}$  están dados por

$$|\mathbf{k}| = k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \frac{2\pi}{\lambda}$$
 (A.6)

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t = k_x x + k_y y + k_z z - \omega t \tag{A.7}$$

y la velocidad de fase de la onda está dada por

$$u = \nu\lambda = \frac{2\pi\nu\lambda}{2\pi} = \frac{\omega}{k} \tag{A.8}$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular y k el número de onda angular.

Una forma de expresar matemáticamente una onda es mediante la identidad

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \tag{A.9}$$

lo cual da como resultado

$$U(\mathbf{r},t) = U_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \tag{A.10}$$

Esta expresión combina las ondas armónicas planas de las ecuaciones (A.2) y (A.3).

En las ecuaciones se presentan operadores diferenciales vectoriales aplicados a los campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  dando información muy importante sobre las onda electromagnéticas y sobre los mismos campos. Aplicando, por ejemplo, el vector nabla como el gradiente a la onda armónica  $e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$  se obtiene

$$\nabla e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} = \nabla e^{i(k_xx+k_yy+k_zz-\omega t)} = i(k_x\hat{x}+k_y\hat{y}+k_z\hat{z})e^{i(k_xx+k_yy+k_zz-\omega t)}$$
$$\Rightarrow \nabla e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} = i\mathbf{k}e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$$

Por otra parte, diferenciando la onda armónica  $e^{i({\bf k}\cdot{\bf r}-\omega t)}$  respecto del tiempo se obtiene

$$\frac{\partial e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}}{\partial t} = -i\omega e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$$

Estos resultados se pueden condensar en las siguientes relaciones

$$\nabla \rightarrow i\mathbf{k}$$
(A.11)

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$$
 (A.12)

$$\nabla^2 \rightarrow -k^2 \tag{A.13}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow -\omega^2$$
 (A.14)

las cuales son válidas para toda onda armónica plana.