



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA - INSTRUMENTACIÓN

**DISEÑO Y EVALUACIÓN DE LENTES
PLANO-CONVEXAS ASFÉRICAS RÁPIDAS**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
GABRIEL CASTILLO SANTIAGO

TUTOR PRINCIPAL:
MAXIMINO AVENDAÑO ALEJO
CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO

MÉXICO, D.F., JUNIO 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi familia y amigos por su incondicional apoyo.

Agradecimientos

Agradezco al programa de Posgrado de Ingeniería Eléctrica opción Instrumentación por el apoyo y las oportunidades brindadas durante mis estudios de Maestría.

Agradezco al Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico por permitirme trabajar en su laboratorio de Sistemas Ópticos y de igual modo por las facilidades brindadas en mi estancia.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada con número 289276.

Este trabajo fue apoyado por CONACYT bajo el proyecto con número 168570. Al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica/Universidad Nacional Autónoma de México (PAPIIT/UNAM) bajo el proyecto número IN114414.

Resumen

Se propone un método para diseñar y evaluar cualitativamente la aberración esférica en lentes esféricas plano-convexas arbitrarias en base a la ecuación de la diacústica, ya que dicha ecuación está en función de todos los parámetros físicos y geométricos involucrados en el proceso de refracción. En la parte de diseño se propone un método analítico para obtener los coeficientes de asfericidad de lentes esféricas arbitrarias, que nos permitan reducir la aberración esférica de ordenes superiores en ambas configuraciones, plano-convexa y convexo-plana. Adicionalmente vamos a implementar una prueba geométrica para evaluar cualitativamente la aberración esférica de una lente esférica, utilizando el método de pantallas nulas tipo Hartmann, las cuales se diseñarán con base en la ecuación del trazo exacto de rayos por refracción en ambas configuraciones, considerando un frente de onda plano propagándose paralelo al eje óptico, y una fuente de luz monocromática.

Índice General

Índice General	ix
Índice de Figuras	xi
Índice de Tablas	xv
1 Introducción	1
1.1 ¿Qué es una superficie esférica?	1
1.2 Algunas aplicaciones de superficies esféricas	2
1.3 Diseño de lentes esféricas.	3
1.4 ¿Cómo se construyen las lentes esféricas?	6
1.5 Pruebas en superficies	7
2 Obtención de la Cústica Meridional	9
2.1 Representación matemática de lentes esféricas	10
2.2 Cústica meridional por refracción en una lente esférica plano-convexa	12
2.3 Diacústica meridional para una lente esférica convexo-plana.	20
3 Reducción de la aberración esférica	29
3.1 Aberración Esférica en Lentes Esféricas plano-convexas	30
3.2 Aberración Esférica en Lentes Esféricas convexo-planas	43
4 Prueba Cualitativa con Pantallas Nulas tipo Hartmann	61
4.1 Diseño de Pantallas para una lente esférica plano-convexa	62
4.2 Diseño de Pantallas para una lente esférica convexo-plana	68
4.3 Desarrollo Experimental	70

4.4	Resultados de la prueba Cualitativa en una lente esférica.	72
5	Conclusiones y trabajo a futuro	79
	Bibliografía	81

Índice de Figuras

1.1	Diferencias entre el radio de una superficie esférica y una esférica en un plano meridional.	2
1.2	Algunas aplicaciones de lentes esféricas.	3
1.3	Trazo de rayos por refracción en una lente esférica convexo-plana, así como los parámetros involucrados en dicho proceso.	4
1.4	Fotografías de cáusticas.	5
1.5	Diagramas sobre manufactura de superficies esféricas.	6
1.6	Representación de un diagrama de puntos.	7
2.1	Diferencias entre los perfiles de superficies cónicas y esféricas	11
2.2	Geometría de la refracción en una lente esférica plano-convexa	13
2.3	Trazo exacto de rayos y cáustica para una lente plano-convexa esférica	17
2.4	Altura crítica en lentes esféricas, cónicas y esféricas.	19
2.5	Geometría de la refracción en una lente esférica convexo-plana	21
2.6	Trazo exacto de rayos para una lente convexo-plana esférica	23
2.7	Cáusticas producidas al variar la constante de conicidad k en una lente esférica convexo-plana	25
2.8	Causticas con diferente orientación en lentes esféricas convexo-planas	26
3.1	Aberración esférica en el trazo de rayos para una lente esférica	31
3.2	Aberración esférica exacta en una lente esférica	33
3.3	Trazo exacto de rayos en un óvalo cartesiano	38
3.4	Comparación entre lentes con distinto orden en sus polinomios de asfericidad	39
3.5	Diferencias en superficies con distintos coeficientes de asfericidad	40

3.6	Aberración esférica longitudinal para coeficientes de asfericidad obtenidos analíticamente	41
3.7	Aberración esférica transversal para coeficientes de asfericidad obtenidos analíticamente	42
3.8	Aberración esférica transversal y longitudinal para una lente esférica en su configuración convexo-plana	45
3.9	Disminución de aberración esférica transversal para lentes esféricas convexo-planas de diseño y de catálogo	56
3.10	Aberración esférica transversal para lentes de diseño analítico.	57
3.11	Aberración esférica longitudinal para una lente de catálogo comparada una de diseño analítico	58
3.12	Aberración esférica longitudinal para lentes esféricas con coeficientes analíticos	59
3.13	Aberración esférica transversal y longitudinal para una lente de catálogo y una de diseño analítico.	60
4.1	Pantalla de Hartmann de 2.1m para el espejo primario del Telescopio en el Observatorio Guillermo Haro.	61
4.2	Geometría para el diseño de pantallas tipo Hartmann en una lente esférica plano-convexa.	63
4.3	Diagrama para el diseño de pantallas tipo Hartmann en una lente esférica plano-convexa.	64
4.4	Diagrama para el diseño de gotas en una pantalla nula tipo Hartmann.	65
4.5	Relación entre el tamaño del sensor y el área a evaluar en una lente plano-convexa.	66
4.6	Pantalla nula para una lente esférica plano-convexa de 30 mm de diámetro.	67
4.7	Ejemplos de pantallas nulas para una lente esférica plano-convexa de 30 mm de diámetro.	68
4.8	Geometría para el diseño de pantallas nulas en una lente convexo-plana.	69
4.9	Ejemplos de Pantallas Nulas para una lente esférica convexo-plana.	70
4.10	Fotografía del interferómetro de desplazamiento lateral.	71
4.11	Diagrama del arreglo experimental	72
4.12	Fotografía del arreglo experimental	73
4.13	Fotografías utilizando pantallas nulas para la configuración Plano-Convexa.	73

4.14	Comparación entre centroides ideales y experimentales para una lente esférica plano-convexa.	74
4.15	Comparación entre la aberración esférica transversal exacta y la evaluada cualitativamente en una lente esférica plano-convexa.	75
4.16	Comparación entre la aberración esférica longitudinal exacta y la evaluada cualitativamente en una lente esférica plano-convexa.	75
4.17	Fotografías usando pantallas nulas para la configuración Plano-Convexa. . . .	76
4.18	Comparación entre centroides ideales y experimentales para una lente esférica convexo-plana.	77
4.19	Comparación entre la aberración esférica transversal exacta y la evaluada cualitativamente en una lente esférica convexo-plana.	78
4.20	Comparación entre la aberración esférica longitudinal exacta y la evaluada cualitativamente en una lente esférica plano-convexa.	78

Índice de Tablas

2.1	Clasificación de las superficies cónicas respecto a la constante de conicidad.	10
2.2	Parámetros para la lente esférica de catálogo AL100100 de Thorlabs.	11
2.3	Parámetros para la lente esférica de catálogo AL100100 de Thorlabs en su configuración plano-convexa.	19
2.4	Parámetros para la lente esférica de catálogo ACL3026 de Thorlabs®	27
3.1	Parámetros para una lente esférica con coeficientes de asfericidad de diseño analítico.	39
3.2	Coefficientes de asfericidad de diseño analítico para una lente esférica en su configuración convexo-plana.	54
4.1	Parámetros para la lente esférica ACL3026 del catálogo de Thorlabs.	67

Capítulo 1

Introducción

Actualmente las superficies esféricas son de gran uso en óptica, tanto en sistemas formadores de imagen como en los no formadores. En particular, éstas ofrecen una gran variedad de posibilidades en formación de imágenes, razón por la cual su uso se ha considerado desde hace muchos años por científicos como Kepler en 1611, Descartes en 1638 o Huygens en 1678 como se menciona en la referencia [1]. Recientemente, con los desarrollos tecnológicos fue posible construirlas y evaluarlas cuantitativamente. En éste trabajo se presenta un método analítico para representar los coeficientes de asfericidad que nos permitan reducir la aberración esférica en el diseño de lentes esféricas, así como un método experimental para evaluarlas de forma cualitativa en sus configuraciones plano-convexa o convexo-plana. A continuación se resuelven las preguntas básicas para el correcto entendimiento de los capítulos posteriores.

1.1 ¿Qué es una superficie esférica?

El significado de esférica se puede interpretar como sin sfericidad. A diferencia de las superficies esféricas que sólo dependen de un parámetro para describir su forma geométrica, el radio R , las asferas idealmente dependen de un número finito de términos que podemos llamar coeficientes de asfericidad, los cuales modifican el radio de curvatura para que no sea constante en toda la superficie como se muestra en la Fig. 1.1.

En éste trabajo se analizan exclusivamente superficies esféricas con simetría de revolución respecto al eje óptico, algunos casos particulares bien conocidos con estas características son las superficies cónicas, obtenidas de las secciones cónicas llamadas así por ser intersecciones

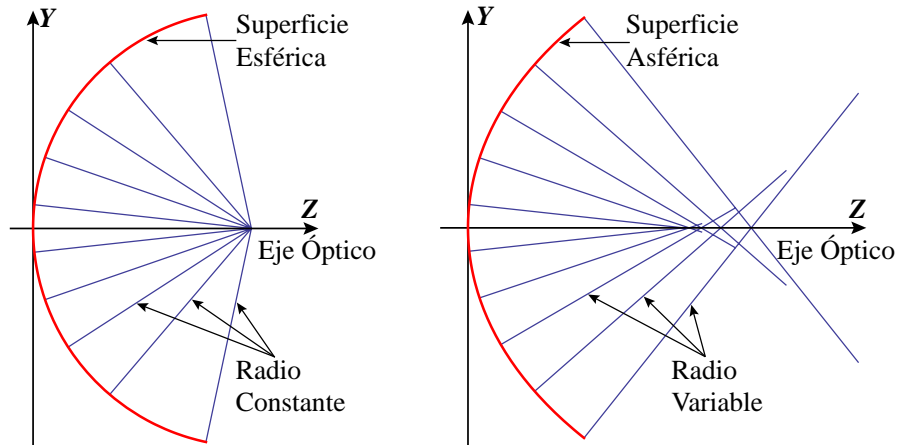


Fig. 1.1 Diferencias entre el radio de una superficie esférica y una esférica en un plano meridional.

de un plano con un cono. De éste modo, las superficies cónicas son un caso especial de las superficies esféricas donde su radio paraxial no se ve deformado por la inclusión de coeficientes de asfericidad en su representación matemática a diferencia de las esféricas [2]. La óptica de lentes esféricas ha sido tema de investigación durante muchos años, pero gracias al avance computacional y la automatización de procesos de manufactura en décadas recientes, se han podido construir y diseñar superficies esféricas más complejas.

1.2 Algunas aplicaciones de superficies esféricas

Hoy en día es común utilizar superficies esféricas en una gran cantidad de aplicaciones, como concentradores de luz, condensadores, sistemas de endoscopía, etc.; algunos ejemplos se muestran en la Fig. 1.2. De igual modo se puede apreciar la variedad de tamaños que se pueden obtener, lo cual es útil en aplicaciones médicas como en lentes oftálmicas, donde se utiliza la propiedad de poder variar la curvatura localmente permitiendo un mejor enfoque, o en lentes de implantación intraocular para corrección de problemas de visión [3, 4].

Una aplicación común de superficies esféricas para telescopios es en la formación del foco primario[5, 6], ya que estos sistemas necesitan características especiales en la generación de sus imágenes, usando en este caso espejos, ya que para diámetros mayores a un metro, brindan mejor desempeño que las lentes. Algunos telescopios corrigen sus aberraciones mediante un

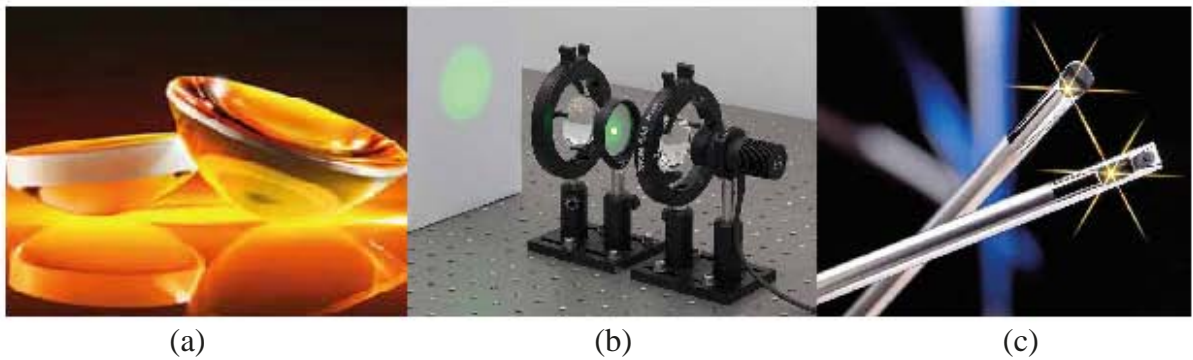


Fig. 1.2 (a) Lente esférica de precisión, diseñada y manufacturada por Edmund Optics, (b) Sistema de colimación utilizando un condensador y un difusor esféricos, artículos de catálogo en Thorlabs, (c) Endoscopio esférico rígido de gran intensidad luminosa fabricado por Richard Wolf GmbH.

sistema de espejos esféricos como los Houghton [7].

En el caso de lentes, éstas son utilizadas para sistemas de gran angular, enfoque o iluminación, donde una característica notable es la capacidad de reducir la aberración esférica. En el caso de concentradores y sistemas de iluminación, la generación de imagen no es prioridad sino una correcta distribución de la energía como se menciona en las referencias [8, 9].

1.3 Diseño de lentes esféricas.

Con el diseño óptico se busca obtener características particulares en las propiedades de un sistema óptico, como el tamaño de la imagen predefinida, orientación, examinar las limitaciones físicas como el peso total del sistema, dimensiones, materiales, longitud de onda, costos de fabricación y prueba, manipular aberraciones, etc. Éstos factores se pueden calcular a primer orden u órdenes superiores, en referencia a su descripción matemática, dependiendo de la precisión requerida para determinada aplicación. Existen varios métodos para el diseño de lentes esféricas dependiendo del problema a resolver, dos aplicaciones importantes en éste trabajo son los sistemas generadores de imagen y los sistemas de iluminación.

Cuando consideramos diseñar componentes simples como una lente, podemos utilizar los valores de parámetros paraxiales que conozcamos *a priori* para poder resolver analíticamente, dentro de lo posible, determinado problema. Ello ha aumentado en complejidad al igual que

la geometría de las superficies actuales si se consideran superficies esféricas. Es común utilizar software especializado de diseño para obtener coeficientes de asfericidad, pero también es posible diseñar lentes asféricas simples, es decir una cara plana y otra esférica sin la necesidad de algoritmos iterativos de optimización, como se menciona en la referencia [10].

Un método general y muy utilizado para analizar un sistema óptico es el trazo exacto de rayos, un ejemplo se puede apreciar Fig. 1.3, donde también se muestran algunos factores físicos como los índices de refracción n_a y n_i del medio y del material respectivamente, otros geométricos como el espesor t de la lente o la distancia focal posterior (DFP) que intervienen en el proceso de refracción de una lente asférica. Este método hace uso de la óptica geométrica, esto es, suponer que cualquier longitud de onda es mucho menor que las dimensiones de nuestros sistemas.

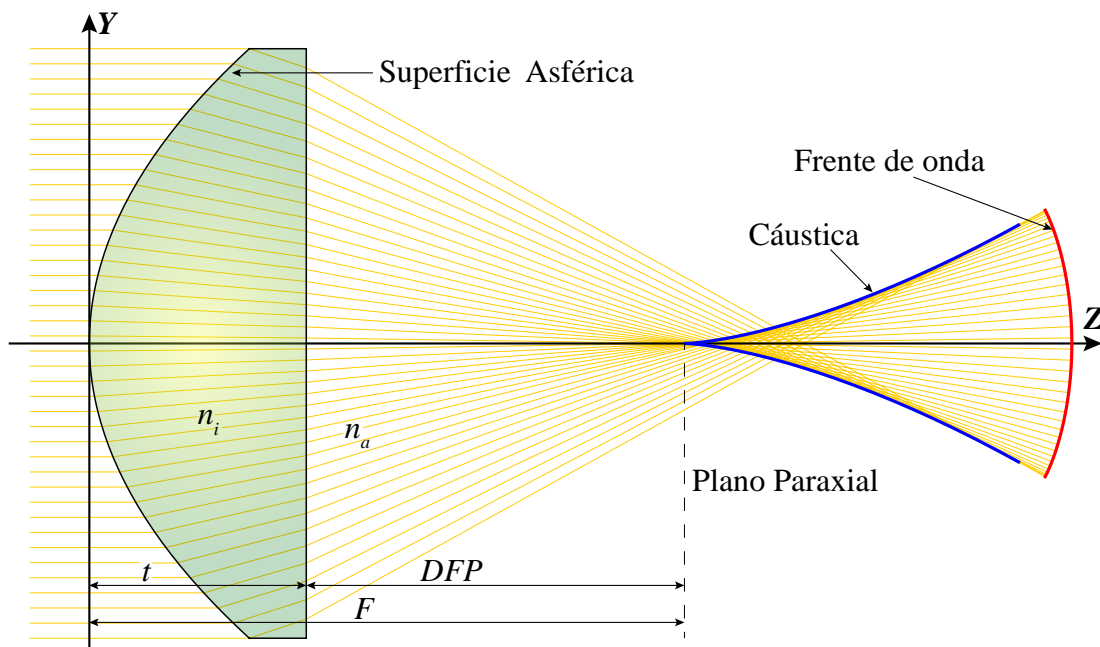


Fig. 1.3 Trazo de rayos por refracción en una lente asférica convexo-plana, así como los parámetros involucrados en dicho proceso.

En éste trabajo se presenta un método para obtener los coeficientes de asfericidad de manera analítica por medio del análisis de la curva de la cáustica por refracción, la cual podemos definir como el lugar geométrico donde permanecen los principales centros de curvatura de un frente de onda refractado o reflejado, su ecuación general contiene elementos físicos y

geométricos necesarios para describir el proceso de refracción, también tiene la propiedad de que puede ser grabada o fotografiada, por ejemplo con cámaras CCD en tiempo real como se muestra en la Fig. 1.4.

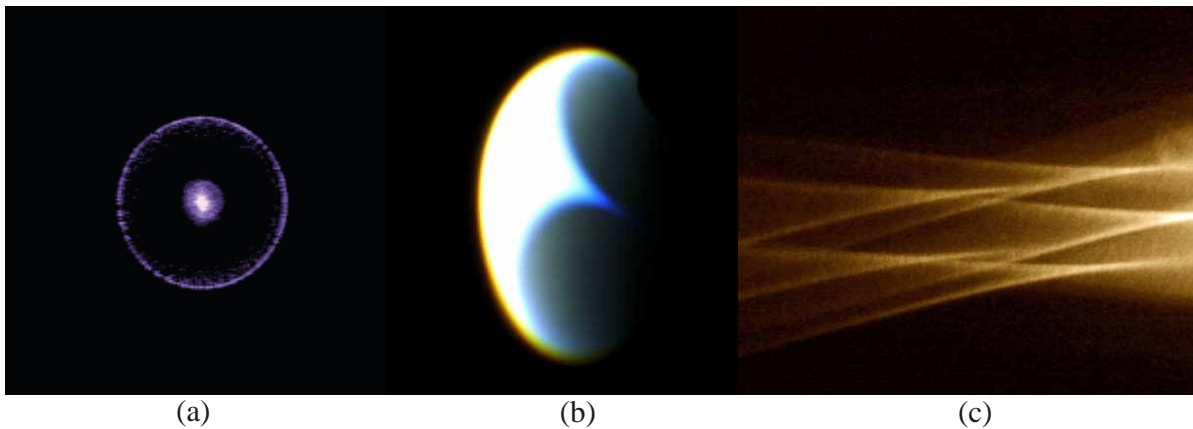


Fig. 1.4 a) Fotografía de la cáustica en un plano ortogonal al eje óptico del sistema. b) Fotografía de cáustica por refracción en una lente. c) Fotografía de cáusticas por reflexión en un espejo con 5 fuentes puntuales.

Se ha hecho investigación acerca de la cáustica por varios años, se han publicado trabajos acerca de cáusticas por refracción, conocida como diacáustica [11, 12] y cáusticas por reflexión conocida como catacáustica [13, 14]. Existen varios métodos para obtener la cáustica, uno de ellos se describe a detalle en el segundo capítulo siguiendo un proceso similar a la referencia [15], aplicado a una lente esférica simple para ambas configuraciones, plano-convexa y convexo-plana, exclusivamente en un plano meridional, suponiendo que un frente de onda plano incide en la primer superficie de cada configuración respectivamente.

A pesar de ser un tema bien conocido, la contribución de éste trabajo es el estudio de algunas propiedades de la superficie diacáustica y su relación con los coeficientes de aberración de Seidel en una lente esférica. Principalmente la aberración esférica se profundiza en el Capítulo 3, donde se presenta un método para reducir la aberración esférica en el diseño de lentes esféricas, para ello se calculan los coeficientes de asfericidad a partir de una expansión en series de Taylor de la ecuación exacta de la cáustica y el trazo exacto de rayos.

1.4 ¿Cómo se construyen las lentes esféricas?

La manufactura de lentes esféricas es complicada especialmente porque el radio de la superficie no es constante, esto ha llevado a desarrollar distintos métodos de fabricación utilizando como materia prima vidrio o polímeros plásticos. Uno de los procesos mas antiguos de fabricación es el método de pulido, el cual consiste en tomar una pieza de material, y con el fin de obtener determinada forma prediseñada, se remueve parcialmente material de forma local en diferentes cantidades dependiendo de las herramientas utilizadas. En el presente, algunos procesos utilizan sistemas automatizados de control magnético para aumentar la precisión del pulido, llegando en algunos casos a 50 nm pico-valle [16–18], un diagrama general se muestran en la Fig. 1.5a),b).

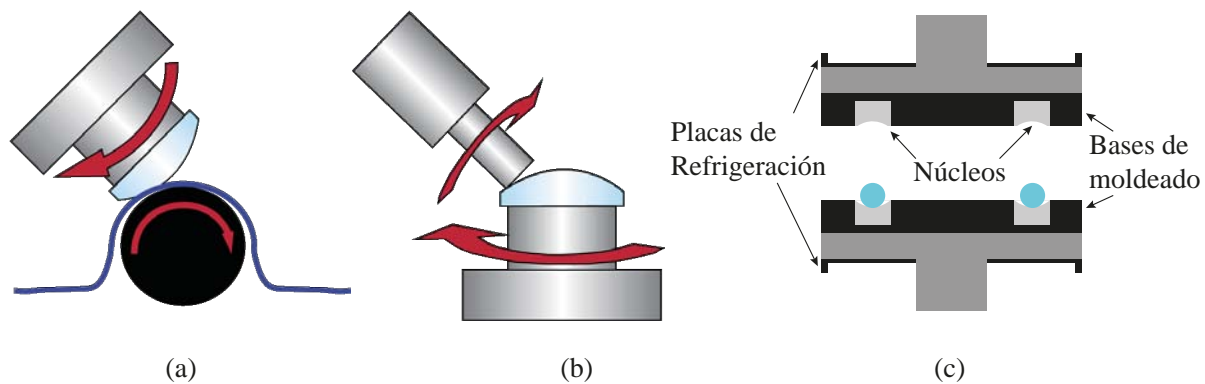


Fig. 1.5 a) Pulido de superficies esféricas controlado por sistema magnético. b) Sistema de pulido controlado por computadora. c) Sistema de compresión para fabricar superficies esféricas.

Otra técnica para la fabricación de lentes con superficies esféricas es el moldeo [19, 20], esto consiste en deformar material para brindarle una forma predeterminada Fig. 1.5c), por ejemplo, fundir la materia prima y depositarla en moldes hasta su enfriamiento, en otros casos, aprovechando las propiedades elásticas de ciertos materiales, se usa compresión para deformar o aplicar recubrimientos. En la actualidad se fabrica una gran cantidad de lentes de plástico, aunque no tienen la resistencia del vidrio, son mucho mas ligeras, fáciles de moldear y varias lentes pueden ser integradas en una sola pieza con mayor facilidad, éstas se utilizan en dispositivos portátiles como cámaras fotográficas, tabletas electrónicas, celulares, etc. dónde no se requiere gran precisión en la formación de imágenes.

1.5 Pruebas en superficies

En términos de evaluación de superficies ópticas existe un gran campo de investigación, los procesos aquí enlistados se han aplicado a superficies esféricas y cónicas, algunos métodos han tenido un buen desempeño en superficies esféricas. Haciendo uso de hologramas generados por computadora (CGH) por sus siglas en inglés, los cuales son elementos ópticos difractivos sintetizados con ayuda de computadoras, se pueden generar frentes de onda con amplitud o fase deseadas, ya que en el diseño la interferencia es simulada por computadora, algunos hologramas requieren de una gran capacidad de procesamiento de imágenes, y requieren dispositivos que los puedan simular experimentalmente.

Otro método basado en el diagrama de puntos como el que se muestra en la Fig. 1.6, el cual es una representación de la intersección de los rayos de un objeto puntual con el plano focal de una lente, son las pruebas de Ronchi o Hartmann que consisten en arreglos de franjas o puntos respectivamente para probar superficies ópticas, ambos métodos son bien explicados en la referencia [21]. En general las pruebas geométricas son de fácil implementación y la evaluación cualitativa en muchos casos puede darse en tiempo real, a pesar de que su precisión puede ser menor a los métodos interferométricos.

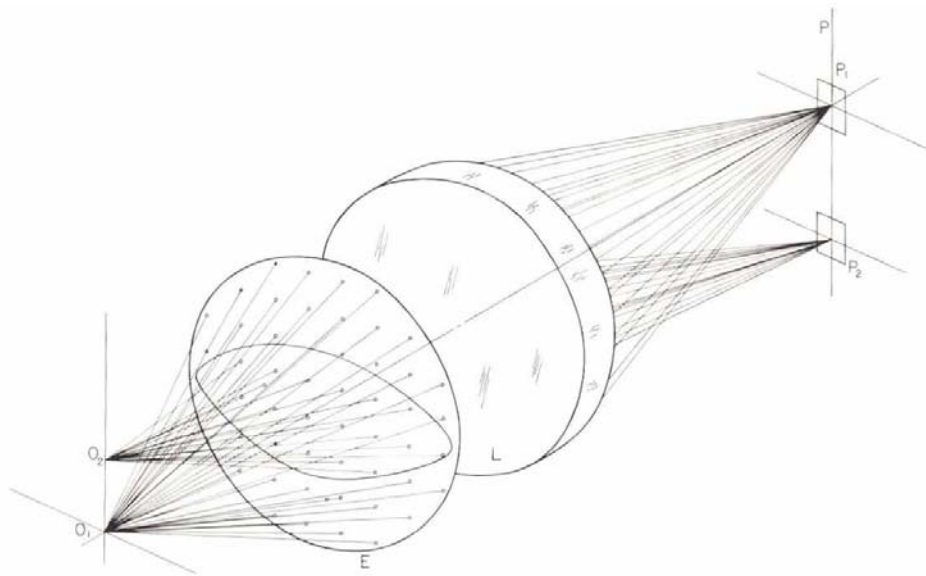


Fig. 1.6 Construcción de un diagrama de puntos

Una línea de investigación que se ha desarrollado en el CCADET-UNAM para evaluar superficies ópticas de forma geométrica, es la denominada Pantallas Nulas [22, 23], la cual consiste en obtener una serie de curvas colocadas en un plano predefinido, esto conociendo los parámetros de diseño ideales de la superficie a evaluar, y tomando como base un arreglo de puntos, manchas o líneas uniformemente distribuidas en el plano de detección el cual se define arbitrariamente. Dependiendo de la calidad de la superficie, si ésta tiene alta calidad óptica, la deformación del arreglo es nulo en el plano de detección con respecto al patrón esperado, de lo contrario las alteraciones en las imágenes estarán asociadas a deformaciones en la lente bajo prueba.

En el capítulo 4 se muestra que la prueba con Pantallas Nulas es útil para evaluar lentes esféricas rápidas, en particular se utilizan Pantallas Nulas tipo Hartmann, para su diseño se utiliza la ecuación del trazo exacto de rayos por refracción en ambas configuraciones plano-convexa y convexo-plana, en anteriores trabajos se ha ocupado la ecuación de la cáustica en lentes cónicas [23], pero en recientes pruebas a lentes esféricas se muestran que el uso de la ecuación del rayo refractado y de la cáustica son equivalentes para los propósitos de éste método [24]. Se muestran de igual manera algunos resultados experimentales al probar una lente esférica de catálogo.

Capítulo 2

Obtención de la Cáustica Meridional

La cáustica puede ser definida como la envolvente de todos los rayos reflejados o refractados de un sistema óptico, así también como el lugar geométrico de los centros de curvatura de un frente de onda como se menciona en la referencia [25]. Adicionalmente se puede considerar como el lugar geométrico de las singularidades en el flujo de densidad de energía [26], si la cáustica es cortada por un plano ortogonal a la dirección de la propagación de la luz, la intensidad en la curva de intersección se vuelve infinita debido a que en la relación de intensidad por unidad de área, el área tiende a cero. Una medida no singular de la densidad de los rayos en la zona de la superficie cáustica se puede obtener dividiendo el flujo incidente en un punto por un elemento de área de la superficie [27].

Varios métodos se han publicado para obtener la ecuación de la cáustica; por ejemplo, Stavroudis utilizó el método de Lagrange y Charpit para obtener una integral de la ecuación eikonal en el caso particular de un medio óptico homogéneo [28]. Utilizando una función arbitraria conocida como la función K , obtiene la superficie cáustica asociada a un sistema de rayos ortotómicos, esto quiere decir, rayos que provienen de la misma fuente puntual. En éste trabajo se utiliza óptica geométrica y geometría básica para la obtención de la ecuación de la cáustica en un plano meridional exclusivamente. Se considera un frente de onda plano que se propaga paralelo al eje óptico e incide sobre la primer superficie, de éste modo los rayos incidentes son paralelos al eje óptico. En el caso de la configuración plano-convexa, esto es que la luz incide en la cara plana, los rayos llegan a la primer superficie y sin desviarse continúan hasta refractarse en la segunda superficie, a diferencia de la configuración convexo-plana, donde la luz incide en la superficie esférica y se desvían en cada superficie.

2.1 Representación matemática de lentes esféricas

Aunque recientemente se han publicado nuevas representaciones matemáticas para describir la forma de una superficie esférica [29, 30], en éste trabajo se describen las superficies esféricas de forma similar a la referencia [2], que en principio es una representación general de las superficies cónicas mas un polinomio de coeficientes de asfericidad que representa las deformaciones esféricas con simetría de revolución.

$$Z_{sN} = \frac{cs^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2s^2}} + \sum_{i=1}^N A_{2i}s^{2i}, \quad (2.1)$$

donde c es la curvatura paraxial de la superficie definida como el inverso del radio paraxial, $c = 1/R$, $s^2 = (x^2 + y^2)$ donde (x, y) representan las coordenadas sobre la superficie de la lente, k es la constante de conicidad, parámetro que describe la excentricidad e de una superficie, siendo $k = -e^2$, cuyo valor define el tipo de superficie cónica como se muestra en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Clasificación de las superficies cónicas respecto a la constante de conicidad.

Tipo de superficie cónica	Valor de la constante k
Hiperboloide	$k < -1$
Paraboloide	$k = -1$
Elipse rotada sobre su eje mayor	$-1 < k < 0$
Esfera	$k = 0$
Elipse rotada sobre su eje menor	$k > 0$

Los valores $A_2, A_4, A_6, \dots, A_{2N}$ son los coeficientes de asfericidad con un número N arbitrario; se obtienen en el diseño de superficies esféricas con el fin de alterar la superficie de forma simétrica con respecto del eje óptico. Cuando todos los coeficientes son iguales a cero tenemos una superficie cónica como se muestra en la Fig. 2.1a donde de igual manera se hace una comparación esquemática entre una lente esférica y su homónima cónica, esto es omitiendo los coeficientes de asfericidad en la superficie, para los parámetros de la lente de catálogo de la Tabla 2.2, y sólo se varía la constante de conicidad k . Los coeficientes de asfericidad no afectan apreciablemente la forma de la superficie en la zona paraxial a diferencia de los bordes de la misma, lo cual se aprecia en curva de la Figura 2.1b que muestra la diferencia entre los perfiles de una lente cónica y una esférica con los mismos parámetros paraxiales

punto a punto en función del diámetro, ya que el polinomio de coeficientes de asfericidad no está en función de la constante de conicidad k se puede representar en una sola curva.

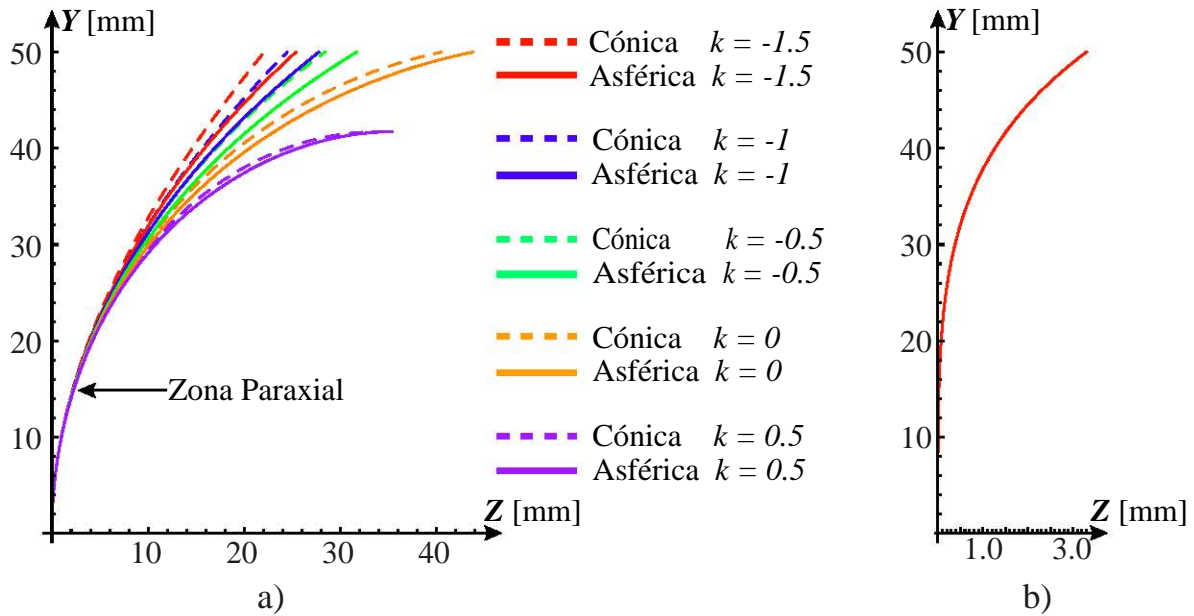


Fig. 2.1 a) Deformaciones en superficies cónicas por la inclusión de coeficientes de asfericidad variando la constante de conicidad k y utilizando los valores de la Tabla 2.2. b) Curva de la diferencia causada por la inclusión de coeficientes de asfericidad, utilizando los valores de la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Parámetros para la lente esférica de catálogo AL100100 de Thorlabs.

n_a	n_i	R	k
1	1.5112	51.12mm	-1.023
D	t	EFL	λ
100mm	36mm	100mm	633nm
A_2	A_4	A_6	A_8
0	4.4278927×10^{-7}	$2.8715019 \times 10^{-11}$	$1.9201195 \times 10^{-15}$
A_{10}	A_{12}	A_{14}	A_{16}
$9.2124803 \times 10^{-20}$	$-1.6052264 \times 10^{-24}$	$-5.8638374 \times 10^{-25}$	$-3.0821914 \times 10^{-31}$

2.2 Cástica meridional por refracción en una lente esférica plano-convexa

Se define el eje Z paralelo al eje óptico, el plano $Y - Z$ como plano de incidencia y sección transversal de una lente plano-convexa esférica con un número arbitrario de coeficientes de asfericidad con un radio paraxial R ; se impone simetría de revolución alrededor del eje Z . Se considera un frente de onda plano incidiendo en la cara plana de la lente, para nuestros propósitos son rayos propagándose paralelos al eje óptico, que sin ser desviados se propagan hasta alcanzar la segunda superficie refractora.

En la Fig 2.2 se muestra P_1 como un punto imagen formado por la intersección de los rayos A y B , así como el punto P_2 está formado la intersección de los rayos B y C , de éste modo se muestra de forma esquemática que cada rayo se interseca con un rayo contiguo. También se aprecian los parámetros involucrados en el proceso de refracción como el espesor t de la lente, n_i es el índice de refracción del material de la lente, n_a es el índice de refracción del medio, D_{FE} es la distancia focal efectiva y f es el foco paraxial de la lente. Se considera al rayo $P_{pc}P_2$ como representativo de todos los rayos refractados asumiendo que P_{pc} es un punto en la superficie esférica cuyas coordenadas son $P_{pc} = \{z_{pc}, y_{pc}\} = \{t + S_{h_N}, h\}$, donde h es la altura para un rayo incidente arbitrario en el plano meridional, por lo cual ($x = 0$). Se establece S_{h_N} como la ecuación del perfil esférico a utilizar a lo largo de éste trabajo

$$S_{h_N}(h) = \frac{ch^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2h^2}} + \sum_{i=1}^N A_{2i}h^{2i}, \quad (2.2)$$

vale la pena mencionar que el centro de coordenadas se toma en el vértice de la primer superficie, por lo tanto, para la configuración plano-convexa se toma el valor $t + S_{h_N}$ para describir la lente esférica.

Siguiendo un proceso similar a la referencia [15] para obtener una forma de representar paraméricamente los rayos refractados, empezamos por obtener la tangente en el punto P_{pc} con una derivada paramétrica de sus coordenadas

$$-\tan \gamma_{pc} = \frac{\partial y_{pc} / \partial h}{\partial z_{pc} / \partial h} = \frac{1}{S'_{h_N}}, \quad (2.3)$$

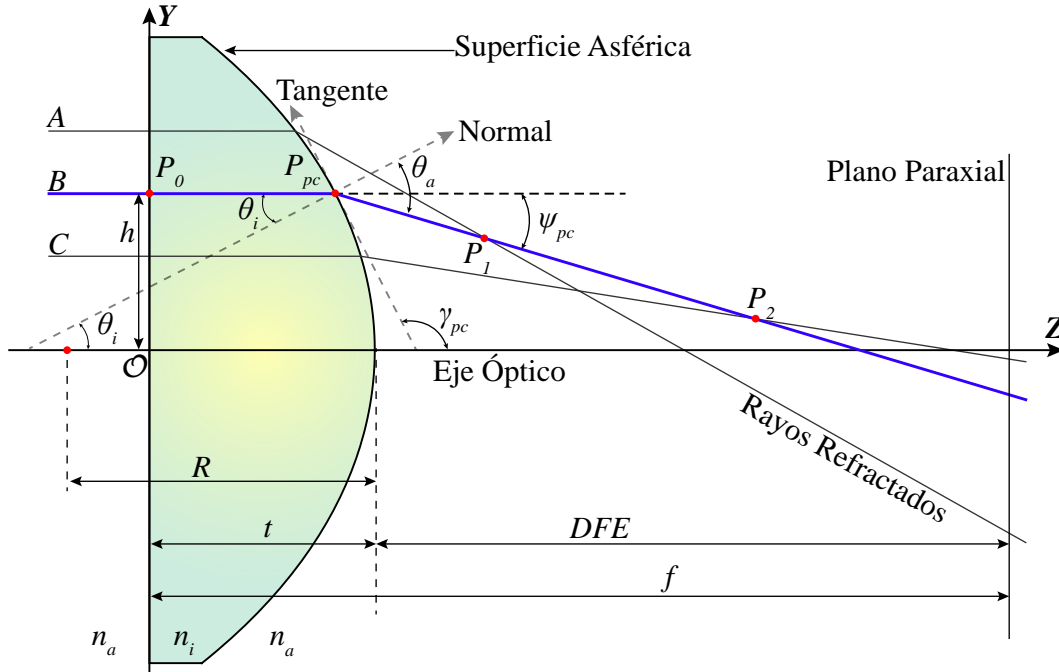


Fig. 2.2 Proceso de refracción producido por una lente esférica plano-convexa y los parámetros asociados considerando que la fuente está en infinito.

donde S'_{hN} es la primer derivada de la Ecuación 2.2 y vale la pena definir la segunda derivada S''_{hN} para su uso en éste capítulo

$$S'_{hN}(h) = \frac{ch}{\sqrt{1 - (k+1)c^2h^2}} + \sum_{i=1}^N 2iA_{2i}h^{2i-1}, \quad (2.4)$$

$$S''_{hN}(h) = \frac{c}{[1 - (k+1)c^2h^2]^{3/2}} + \sum_{i=1}^N 2i(2i-1)A_{2i}h^{2(i-1)}. \quad (2.5)$$

Para conocer la normal a la superficie en ese punto, utilizamos la propiedad de que la recta tangente y la normal son perpendiculares, lo cual quiere decir que

$$-\tan \gamma_{pc} \cdot \tan \theta_i = -1, \quad (2.6)$$

despejando $\tan \theta_i$ obtenemos

$$\tan \theta_i = \frac{1}{\tan \gamma_{pc}} = -\frac{ch}{\sqrt{1 - (k+1)c^2h^2}} - \sum_{i=1}^N 2iA_{2i}h^{2i-1}, \quad (2.7)$$

como podemos ver en la Fig 2.2, θ_i es el ángulo de incidencia medido con respecto a la normal a la superficie, y usando la propiedad de que la función \arctan es impar, se puede expresar como

$$\theta_i = -\arctan \left[\frac{ch}{\sqrt{1 - (k+1)c^2h^2}} + \sum_{i=1}^N 2iA_{2i}h^{2i-1} \right] = -\arctan [S'_{h_N}]. \quad (2.8)$$

Para calcular el ángulo con el que se refractan los rayos utilizamos la Ley de Snell,

$$n_i \sen \theta_i = n_a \sen \theta_a, \quad (2.9)$$

donde θ_a es el ángulo respecto a la normal con el que se refractan los rayos, utilizando la Ecuación 2.8 se procede a despejar

$$\theta_a = \arcsen \left[\frac{n_i \sen \theta_i}{n_a} \right] = \arcsen \left[\frac{n_i \sen (-\arctan S'_{h_N})}{n_a} \right], \quad (2.10)$$

recordando que el la función arcsen es impar y con el uso de la identidad trigonométrica

$$\sen[\arctan S'_{h_N}] = \frac{S'_{h_N}}{\sqrt{1 + S'^2_{h_N}}}, \quad (2.11)$$

podemos expresar el ángulo θ_a como

$$\theta_a = -\arcsen \left[\frac{n_i S'_{h_N}}{n_a \sqrt{1 + S'^2_{h_N}}} \right]. \quad (2.12)$$

Siguiendo con la geometría de la Fig. 2.2, la pendiente del rayo refractado $P_{pc}P_2$ está dada por el ángulo $(\theta_a - \theta_i)$ por lo cual lo redefinimos como $\psi_{pc} = (\theta_a - \theta_i)$

$$m_{pc} = \tan[\pi - \psi_{pc}] = -\tan \psi_{pc}, \quad (2.13)$$

ahora se procede a formular una ecuación para el rayo refractado, que para un medio homogéneo se expresa como una recta, ya que se conoce el punto sobre la superficie esférica $P_{pc} = (z_{pc}, y_{pc}) = (t + S_{h_N}, h)$

$$y - y_{pc} = m_{pc}(z - z_{pc}), \quad (2.14)$$

utilizando la ecuación 2.13, y substituyendo los puntos sobre la superficie en la ecuación 2.14, podemos reducir y expresar la ecuación general para los rayos refractados

$$y \cos \psi_{pc} + z \sin \psi_{pc} = h \cos \psi_{pc} + (t + S_{h_N}) \sin \psi_{pc}. \quad (2.15)$$

Sabemos que la cáustica es la envolvente de los rayos refractados o reflejados, y continuando con el proceso similar al trabajo [15] se procede a obtener la envolvente de la Ecuación 2.15, empezando con su derivada con respecto a un parámetro, en éste caso en función de la altura h de los rayos incidentes, después de reducir un poco los términos resulta en

$$-y \sin \psi_{pc} + z \cos \psi_{pc} = -h \sin \psi_{pc} + (t + S_{h_N}) \cos \psi_{pc} + Q_{pc}, \quad (2.16)$$

donde

$$Q_{pc} = \frac{\cos \psi_{pc} + S'_{h_N} \sin \psi_{pc}}{\partial \psi_{pc} / \partial h}. \quad (2.17)$$

Utilizando las ecuaciones 2.15 y 2.16 obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas z y y las cuales resolvemos y pueden ser expresadas de la siguiente manera

$$y = h - Q \sin \psi_{pc}, \quad z = (t + S_{h_N}) + Q \cos \psi_{pc}. \quad (2.18)$$

Utilizando propiedades trigonométricas en las ecuaciones 2.8 y 2.12 se obtienen las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} \cos \psi_{pc} &= \cos(\theta_a - \theta_i) = \frac{n_i S_{h_N}' + \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}}{n_a (1 + S_{h_N}'^2)}, \\ \sin \psi_{pc} &= \sin(\theta_a - \theta_i) = \frac{S_{h_N}' \left[\sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} - n_i \right]}{n_a (1 + S_{h_N}'^2)}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \psi_{pc}}{\partial h} = \frac{\partial \theta_a}{\partial h} - \frac{\partial \theta_i}{\partial h} = \frac{(n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}''}{\sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} \left(n_i + \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} \right)}.$$

Con el fin de expresar la ecuación paramétrica de la cáustica como función de los parámetros

ros paraxiales y las alturas de los rayos incidentes, sustituimos la Ecuación 2.19 para la variable y en la Ecuación 2.18 como sigue

$$\begin{aligned}
 y &= h - \frac{\left(\cos \psi_{pc} + S'_{h_N} \operatorname{sen} \psi_{pc}\right) \operatorname{sen} \psi_{pc}}{\partial \psi_{pc} / \partial h}, \\
 y &= h - \frac{\left(\cos \psi_{pc} + S'_{h_N} \operatorname{sen} \psi_{pc}\right) S'_{h_N} \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} \left(\sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} - n_i^2\right)}{n_a(1 + S_{h_N}'^2)(n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}''}, \\
 y &= h - \frac{\left(\cos \psi_{pc} + S'_{h_N} \operatorname{sen} \psi_{pc}\right) S'_{h_N} \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}}{n_a S_{h_N}''}, \\
 y &= h - \frac{\sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} + S_{h_N}'^2 \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}}{n_a(1 + S_{h_N}'^2)} \cdot \frac{S'_{h_N} \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}}{n_a S_{h_N}''}, \\
 y &= h - \frac{\left[n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2\right] S'_{h_N}}{n_a^2 S_{h_N}''},
 \end{aligned}$$

para la variable z

$$\begin{aligned}
 z &= t + S_{h_N} + \frac{\left(\cos \psi_{pc} + S'_{h_N} \operatorname{sen} \psi_{pc}\right) \cos \psi_{pc}}{\partial \psi_{pc} / \partial h} = t + S_{h_N} + \frac{\sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}}{n_a} \cdot \frac{\cos \psi_{pc}}{\partial \psi_{pc} / \partial h}, \\
 z &= t + S_{h_N} + \frac{\sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} \left(n_i S_{h_N}'^2 + \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}\right) \left(n_i + \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}\right)}{n_a(1 + S_{h_N}'^2)(n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}''}, \\
 z &= t + S_{h_N} + \frac{\sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} \left[n_i(1 + S_{h_N}'^2) \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} + n_a^2(1 + S_{h_N}'^2)\right]}{n_a(1 + S_{h_N}'^2)(n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}''}, \\
 z &= t + S_{h_N} + \frac{\left[n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2\right] \left[n_a^2 + n_i \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}\right]}{n_a^2(n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}''},
 \end{aligned}$$

y podemos redefinir la Ecuación paramétrica de la cáustica como

$$Y_{d_{pc}}(h) = h - \frac{\left[n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2 \right] S_{h_N}'}{n_a^2 S_{h_N}''}, \quad (2.20)$$

$$Z_{d_{pc}}(h) = t + S_{h_N} + \frac{\left[n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2 \right] \left[n_a^2 + n_i \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} \right]}{n_a^2 (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}''},$$

las variables z y y han sido substituidas por $Z_{d_{pc}}$ y $Y_{d_{pc}}$ respectivamente, para indicar que representan la ecuación diacústica en la configuración plano-convexa. Con la ecuación 2.20 obtenemos las coordenadas de la curva cáustica en función de la altura h , en la Fig. 2.3 se muestra un trazo exacto de rayos por refracción en una lente esférica plano-convexa, donde se puede notar que la cáustica es tangente a todos los rayos refractados.

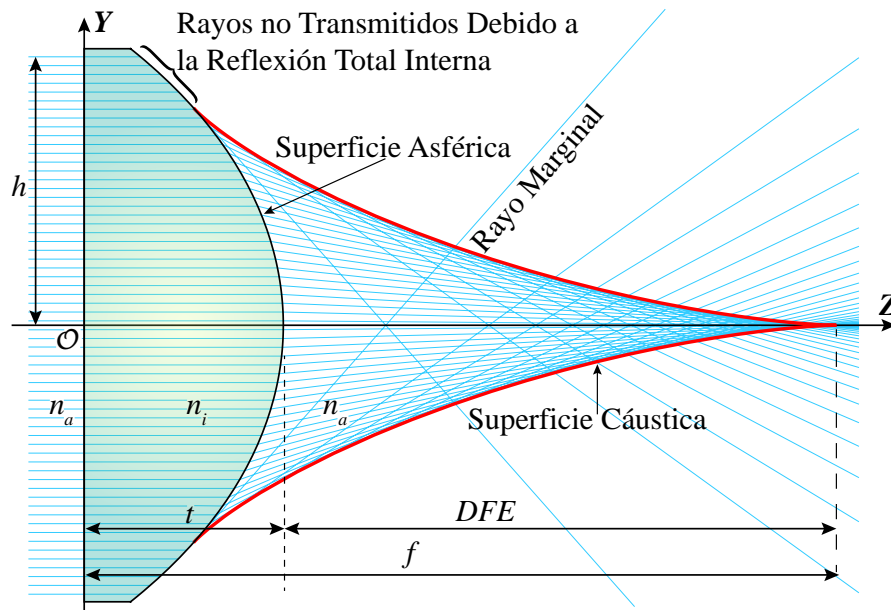


Fig. 2.3 Trazo exacto de rayos y superficie cáustica por refracción en una lente plano-convexa esférica.

Como se puede notar en la Fig. 2.3 conforme la altura h de los rayos incidentes se acerca a cero, la cáustica se acerca al foco paraxial f , ya que cuando $h \rightarrow 0$, S_{0_N} , S_{0_N}' y S_{0_N}'' son iguales

a cero y la ecuación 2.20 se reduce a

$$Z_{d_{pc}}(0) = t + \frac{n_a}{c(n_a - n_i)}, \quad Y_{d_{pc}}(0) = 0, \quad (2.21)$$

esto nos da las coordenadas del foco paraxial f , que está relacionado con la distancia focal efectiva

$$DFE = f - t = \frac{n_a R}{n_a - n_i}. \quad (2.22)$$

Por otro lado, a los extremos de la lente tenemos una zona donde ocurre reflexión total interna, esto sucede a partir de un ángulo crítico que podemos obtener a partir de la Ley de Snell, Ec. 2.9 cuando el ángulo de refracción $\theta_a = \pi/2$, y resolviendo para θ_i obtenemos θ_c

$$\theta_c = \arcsen \left[\frac{n_a}{n_i} \right], \quad (2.23)$$

para poder trabajar en términos de h usamos el radical de la ecuación de la cústica 2.20, ya que si $[n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2)S_{h_N}'^2] < 0$ la implicación física es el fenómeno de reflexión total interna, dado que S_{h_N}' está relacionado con el ángulo de refracción θ_a , podemos expresar una relación como sigue

$$\frac{ch}{\sqrt{1 - (k+1)c^2h^2}} + \sum_{i=1}^N 2iA_{2i}h^{2i-1} = \frac{n_a}{\sqrt{n_i^2 - n_a^2}}, \quad (2.24)$$

de la cual, al resolver para h se obtiene sólo un valor real que se adapta a los parámetros físicos de nuestro sistema, el cual definimos como la altura crítica h_c .

Se considera H como la apertura de entrada de la lente, cuando $h_c < H$ la cústica toca la superficie de la lente como se muestra en la Fig. 2.4, de forma natural la apertura de entrada de una lente se reduce por ésta limitante, cuando $h_c > H$ la cústica no toca la superficie de la lente y no hay reflexión total interna, tradicionalmente esto sucede para lentes lentas $F/\# \gg 1$

En lentes esféricas, se puede reducir el fenómeno de reflexión total interna en comparación con las lentes esféricas o cónicas como se muestra en la Fig 2.4, donde se utilizan los parámetros de la Tabla 2.3, para las lentes esférica y cónica los coeficientes de asfericidad son iguales a cero.

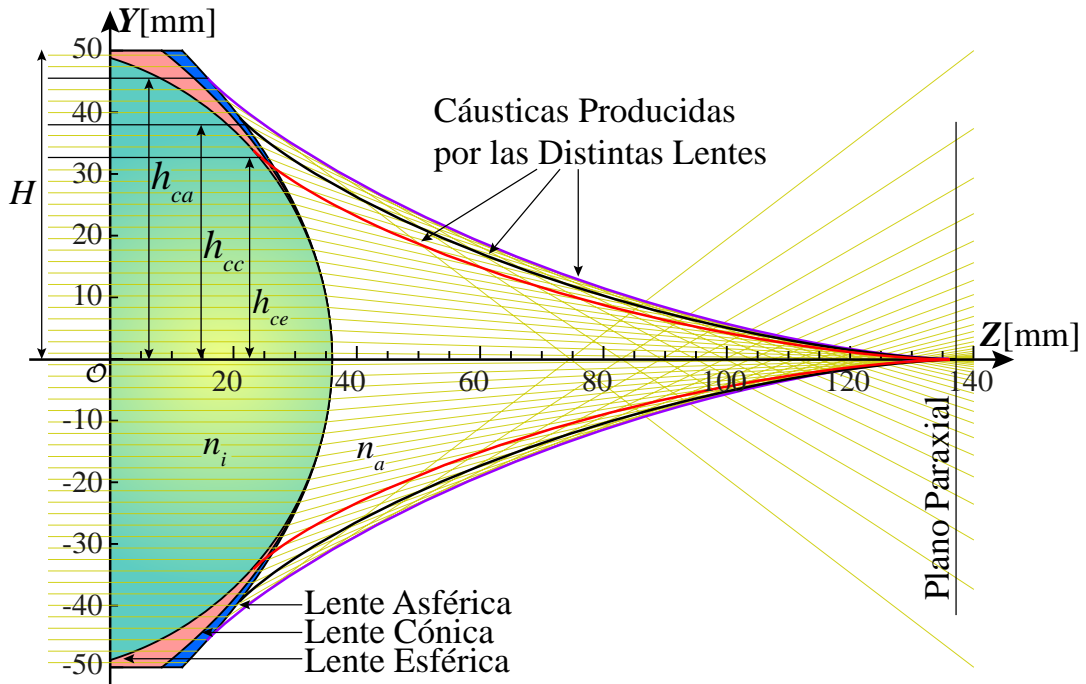


Fig. 2.4 Comparación entre cáusticas y alturas críticas producidas por una lente esférica (h_{ce}), cónica (h_{cc}) y esférica (h_{ca}) utilizando los parámetros de la Tabla 2.3.

Tabla 2.3 Parámetros para la lente esférica de catálogo AL100100 de Thorlabs en su configuración plano-convexa.

n_a	n_i	R	k
1	1.5112	-51.12mm	-1.023
D	t	EFL	λ
100mm	36mm	100mm	633nm
A_2	A_4	A_6	A_8
0	$-4.4278927 \times 10^{-7}$	$-2.8715019 \times 10^{-11}$	$-1.9201195 \times 10^{-15}$
A_{10}	A_{12}	A_{14}	A_{16}
$-9.2124803 \times 10^{-20}$	$1.6052264 \times 10^{-24}$	$5.8638374 \times 10^{-25}$	$3.0821914 \times 10^{-31}$

2.3 Diacústica meridional para una lente esférica convexo-plana.

En el caso de la configuración convexo-plana de una lente esférica, cuando un frente de onda plano que se propaga paralelo al eje óptico incide en la primer superficie, éste se refracta y llegando a la segunda superficie sufre una segunda refracción, por lo cual el cálculo de la ecuación de la cústica a partir del rayo refractado aumenta de complejidad. Se procede de manera similar a la sección 2.1, siguiendo la geometría de la Fig. 2.5, asumiendo que h es la altura para un rayo arbitrario paralelo al eje óptico que incide en el punto P_a con coordenadas

$$P_a = (z_{cp}, y_{cp}) = (S_{h_N}, h), \quad (2.25)$$

recordando la convención de signos se considera $c > 0$, el rayo incidente se refracta dentro de la lente a lo largo de la línea $P_a P_b$. Se procede a derivar para obtener la recta tangente en el punto P_a

$$\tan \gamma_{cp} = \frac{\partial y_{cp} / \partial h}{\partial z_{cp} / \partial h}, \quad (2.26)$$

se sabe que la normal a la superficie en el punto P_a es perpendicular a la tangente, por lo tanto podemos expresar

$$\tan \theta_i = -\frac{1}{\tan \gamma_{cp}} = S'_{h_N}, \quad (2.27)$$

donde S'_{h_N} está expresada por la ecuación 2.4.

Para calcular el ángulo de la primer refracción utilizamos la Ley de Snell, y al despejar θ_a obtenemos

$$\theta_a = -\arcsen \left[\frac{n_a}{n_i} \sen \theta_i \right], \quad (2.28)$$

ya que la pendiente de este rayo está dada por $-\tan(\theta_i - \theta_a)$ se redefine $(\theta_i - \theta_a)$ como ψ_{cp} , y la recta del rayo refractado en la primer superficie se expresa como

$$-\tan \psi_{cp} = \frac{y - h}{z - S_{h_N}}, \quad (2.29)$$

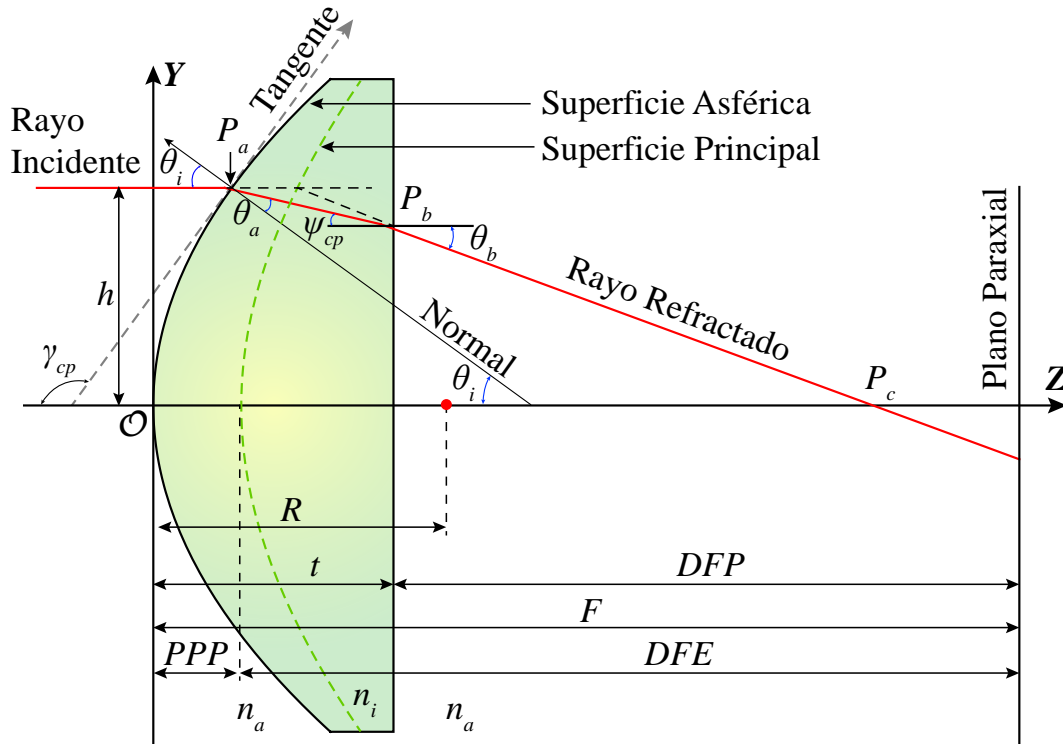


Fig. 2.5 Geometría de la doble refracción en una lente esférica convexo-plana con los parámetros físicos y geométricos involucrados.

Para obtener la ecuación del rayo en la segunda refracción, partimos del punto P_b cuyas coordenadas podemos obtener de la Ecuación 2.29 para $z = t$, resultando

$$P_b = \{z_{bcp}, y_{bcp}\} = \{t, h - (t - S_{hN}) \tan \psi_{cp}\}. \quad (2.30)$$

El ángulo de incidencia para la segunda refracción está dado por ψ_{cp} y el ángulo de refracción por θ_b , el cual podemos despejar de la Ley de Snell Ec.2.9

$$\theta_b = \arcsen \left[\frac{n_i}{n_a} \sen \psi_{cp} \right], \quad (2.31)$$

se procede a obtener la pendiente de θ_b , la cual es negativa de acuerdo a la geometría de la

Figura 2.5, usando una identidad trigonométrica podemos despejar la expresión, resultando

$$\begin{aligned} -\tan \theta_b &= -\tan \left(\arcsen \left[\frac{n_i \sen \psi_{cp}}{n_a} \right] \right) = -\frac{(n_i \sen \psi_{cp})/n_a}{\sqrt{1 - [(n_i^2 \sen^2 \psi_{cp})/n_a^2]}} \\ &= -\frac{(n_i \sen \psi_{cp})/n_a}{\sqrt{[n_a^2 - n_i^2 \sen^2 \psi_{cp}]/n_a}} = -\frac{n_i \sen \psi_{cp}}{\sqrt{n_a^2 - n_i^2 \sen^2 \psi_{cp}}}, \end{aligned} \quad (2.32)$$

así la ecuación del rayo en la segunda refracción queda expresado como

$$-\frac{n_i \sen \psi_{cp}}{\sqrt{n_a^2 - n_i^2 \sen^2 \psi_{cp}}} = \frac{y - y_{bcp}}{z - z_{bcp}}, \quad (2.33)$$

substituyendo la ecuación 2.30 en la ecuación 2.33 obtenemos una forma general de expresar la segunda refracción como sigue

$$y - h + (t - S_{h_N}) \tan \psi_{cp} = -\frac{n_i \sen \psi_{cp}}{\sqrt{n_a^2 - n_i^2 \sen^2 \psi_{cp}}}(z - t). \quad (2.34)$$

En la Fig. 2.6 se muestra una comparación por medio de trazo exacto de rayos entre una lente plano-convexa esférica y una cónica utilizando los parámetros enlistados en la Tabla 2.2, en la lente cónica todos los coeficientes de asfericidad son iguales a cero, se puede notar que la curva de la cástica se ve reducida en gran medida con la adición de los coeficientes de asfericidad, para obtener la ecuación de la cástica que la describe se utilizan un proceso similar al de la configuración plano-convexa, esto es derivando la ecuación 2.34 con respecto de un parámetro, en este caso es la altura h de los rayos incidentes, y se puede expresar como

$$\frac{(t - S_{h_N}) \psi'_{cp}(h)}{\cos^2 \psi_{cp}} - S'_{h_N} \tan \psi_{cp} - 1 = \frac{n_a^2 n_i (z - t) \cos \psi_{cp}}{[n_a^2 - n_i^2 \sen^2 \psi_{cp}]}, \quad (2.35)$$

y se procede a despejar la variable z como sigue

$$z = t + \frac{\sqrt{n_a^2 - n_i^2 \sen^2 \psi_{cp}} [Q_{cp} + (t - S_{h_N})(n_a^2 - n_i^2 \sen^2 \psi_{cp}) \sec^2 \psi_{cp}]}{n_a^2 n_i \cos \psi_{cp}}, \quad (2.36)$$

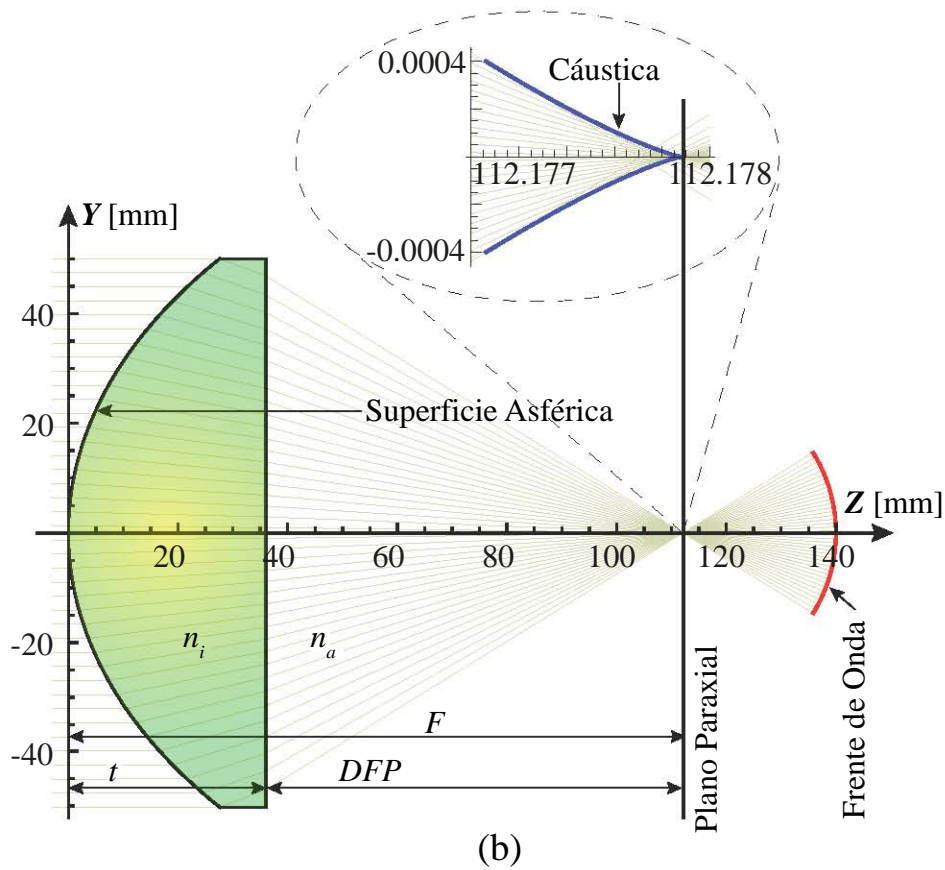
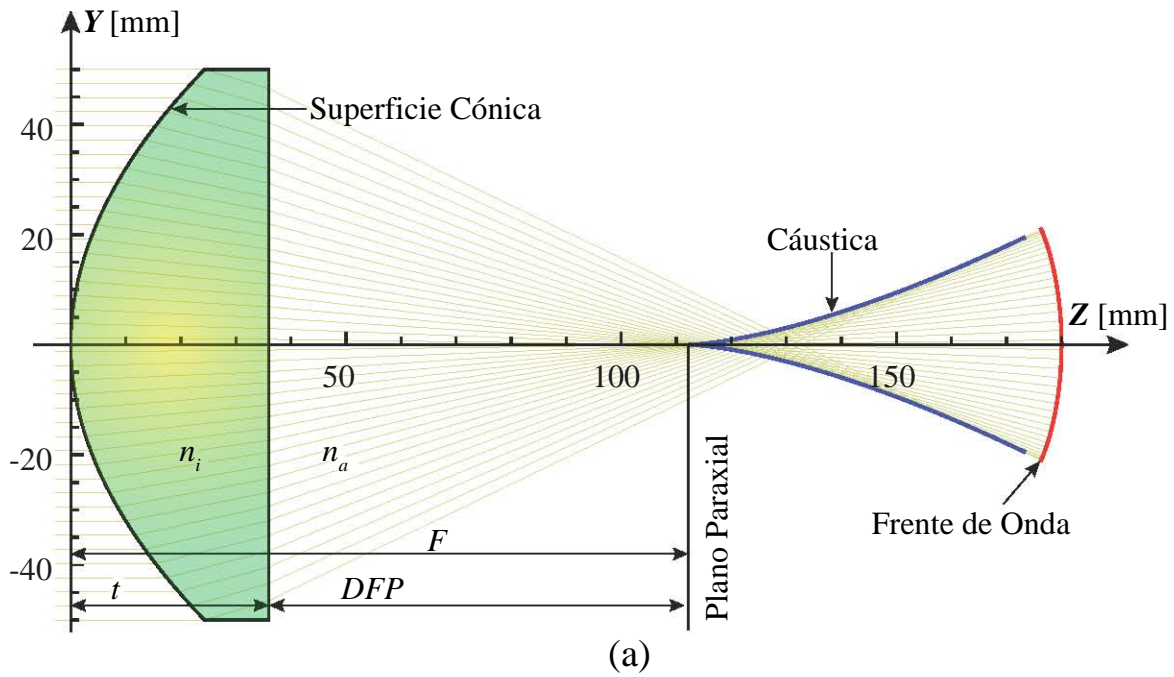


Fig. 2.6 (a) Trazo exacto de rayos para una lente cónica utilizando los parámetros paraxiales de la Tabla 2.2 cambiando los coeficientes de asfericidad a cero. (b) Trazo exacto de rayos para una lente esférica en su configuración convexo-plana con los parámetros de la Tabla 2.2.

donde

$$Q_{cp} = \frac{(n_i^2 - n_a^2)(1 + S_{h_N} \text{sen } \psi_{cp})}{\psi'_{cp}(h)}, \quad (2.37)$$

si sustituimos la Ecuación 2.36 en 2.34 podemos obtener el valor de la variable y y como sigue

$$y = h - \frac{\tan \psi_{cp}}{n_a} [Q_{pc} + (t - S_{h_N})(n_a^2 - n_i^2 \text{sen}^2 \psi_{cp} + \cos^2 \psi_{cp})]. \quad (2.38)$$

Las Ecuaciones 2.36 y 2.38 están en función de las Ecuaciones 2.27 y 2.28, después de un proceso algebraico se pueden expresar como

$$\text{sen } \psi_{cp} = \text{sen}(\theta_i - \theta_a) = \frac{S'_{h_N} \left[\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2)S_{h_N}'^2} - n_a \right]}{n_i(1 + S_{h_N}'^2)}, \quad (2.39)$$

$$\text{cos } \psi_{cp} = \text{cos}(\theta_i - \theta_a) = \frac{n_a S_{h_N}'^2 + \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2)S_{h_N}'^2}}{n_i(1 + S_{h_N}'^2)}, \quad (2.40)$$

y

$$\psi'_{cp}(h) = \frac{\partial \psi_{cp}}{\partial h} = \frac{\partial \theta_a}{\partial h} - \frac{\partial \theta_i}{\partial h} = \frac{(n_i^2 - n_a^2)S_{h_N}''}{\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2)S_{h_N}'^2} \left(n_a + \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2)S_{h_N}'^2} \right)}. \quad (2.41)$$

Finalmente podemos expresar las coordenadas z y y de la curva diacústica para una lente esférica en su configuración convexo-plana como sigue

$$Z_{cp}(h) = t + \frac{M^{3/2} \left[\Lambda^2(n_i^2 + n_a \Lambda) - n_i^2(n_i^2 - n_a^2)(t - S_{h_N})S_{h_N}'' \right]}{n_a^2(n_i^2 - n_a^2)(n_i^2 + n_a \Lambda)^3 S_{h_N}''}, \quad (2.42)$$

$$Y_{cp}(h) = h - \frac{\left[M \Lambda^2(n_i^2 + n_a \Lambda) + (n_i^2 - n_a^2)^4(t - S_{h_N})S_{h_N}'^2 S_{h_N}'' \right]}{n_a^2(n_i^2 + n_a \Lambda)^3 S_{h_N}''},$$

se redefinen los valores de M y Λ como

$$M = n_a^2 \left[n_a + \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^2} \right]^2 - (n_i^2 - n_a^2)^2 S_{h_N}^2, \quad (2.43)$$

$$\Lambda = \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^2}.$$

Es importante mencionar que cuando $h \rightarrow 0$, la ecuación 2.42 resulta en las coordenadas del foco paraxial F

$$Z_{cp}(0) = \frac{n_a R}{n_i - n_a} + \frac{t(n_i - n_a)}{n_i}, \quad Y_{cp}(0) = 0, \quad (2.44)$$

siendo F un punto singular relacionado con la distancia focal anterior DFP

$$DFP = F - t = \frac{n_a R}{n_i - n_a} - \frac{t n_a}{n_i}. \quad (2.45)$$

La cáustica también está relacionada con la aberración esférica ya que el tamaño de la curva de la cáustica varía en relación a la cantidad de aberración esférica de una lente. En la Fig. 2.7 se pueden apreciar las variaciones en la orientación de la cáustica para los parámetros de la Tabla 2.4.

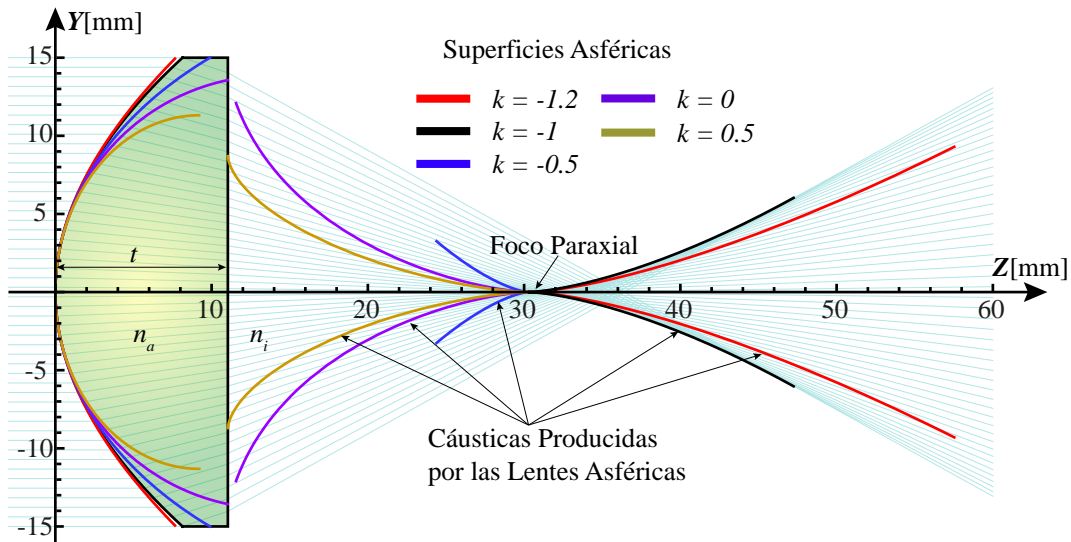


Fig. 2.7 Cáusticas producidas en lentes esféricas convexo-planas, se utilizan los datos enlistados en la Tabla 2.4 para todos los perfiles y cáusticas, variando únicamente la constante de conicidad k .

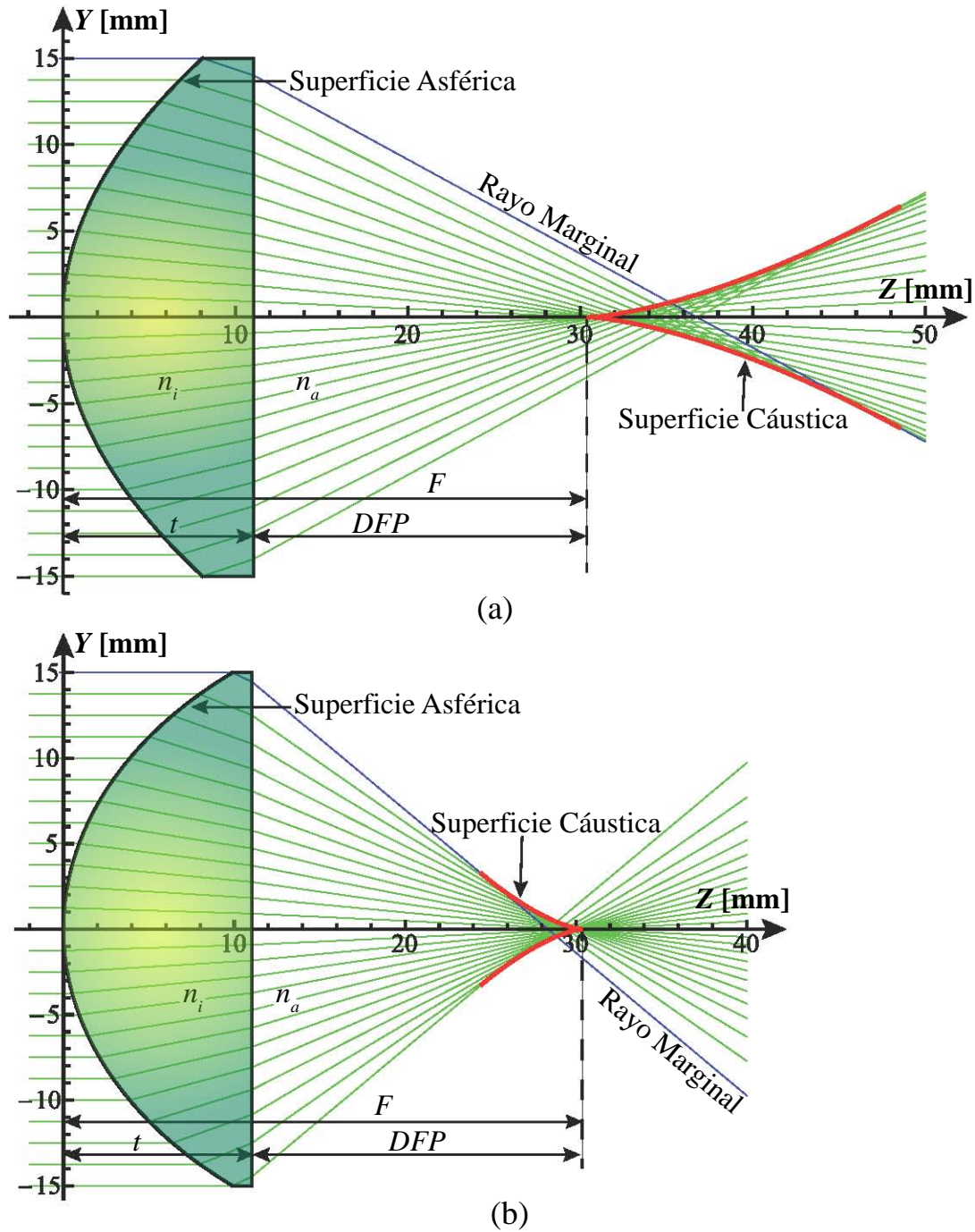


Fig. 2.8 a) Cústica negativa producida por una lente asférica convexo-plana con los parámetros de la Tabla 2.4, b) Cústica positiva para una lente asférica cuyos datos se enlistan en la Tabla 2.4 variando únicamente la constante de conicidad $k = -0.5$.

En el trazo exacto de rayos para lentes esféricas simples, cuando los rayos marginales se enfocan después de los rayos paraxiales, la aberración esférica es negativa y la cáustica abre hacia la derecha, cuando la aberración esférica es positiva los rayos marginales se enfocan antes de los rayos paraxiales y la curva de la cáustica abre hacia la izquierda como se muestra en el trazo de rayos en las lentes de la Figura 2.8 donde se utilizan los parámetros de la Tabla 2.4.

Tabla 2.4 Parámetros para la lente esférica de catálogo ACL3026 de Thorlabs®

t	n_a	n_i	R	D	A_2	A_4	A_6
11.04	1	1.523	13.8595	30	7.9×10^{-6}	1.5×10^{-7}	1.3×10^{-9}

Capítulo 3

Reducción de la aberración esférica

Las aberraciones son un gran defecto en los sistemas ópticos formadores de imagen, ya que degradan su calidad de la imagen resultante, para corregir algunas aberraciones se diseñan superficies esféricas, éstas se pueden expresar como una serie de potencias que incluye los coeficientes de asfericidad, comúnmente el grado del polinomio que describe a la superficie esférica está relacionado con el grado de aberración que se corrige, como se menciona en la referencia [31]. Los coeficientes de asfericidad son diseñados regularmente con software a base de iteraciones, lo cual puede producir errores de redondeo, con el fin de reducir estas ineficiencias numéricas, algunas lentes simples, en el caso particular de una lente con una cara plana y una esférica pueden ser diseñadas de forma analítica como se menciona en la referencia [10].

Se sabe que la superficie de la cáustica está asociada a las aberraciones monocromáticas de un sistema óptico [15, 32], por lo cual en este trabajo se han obtenido las ecuaciones para el trazo exacto de rayos en lentes esféricas simples, así como la ecuación paramétrica de la curva de la cáustica para las configuraciones plano-convexa y convexo-plana en un plano meridional exclusivamente. La contribución de este capítulo es obtener fórmulas analíticas para coeficientes de asfericidad en superficies esféricas plano-convexas para ambas configuraciones, con el fin de reducir la aberración esférica, estas fórmulas se obtienen a partir de la expansión en series de Taylor de la ecuación de la cáustica quedando en función exclusiva de los parámetros paraxiales descritos anteriormente.

3.1 Aberración Esférica en Lentes Asféricas plano-convexas

Entre las aberraciones primarias de un sistema óptico tenemos, aberración esférica la cual ocurre cuando en un sistema óptico los rayos no enfocan en el mismo punto, es llamada de éste modo ya que ocurre cuando la superficie refractora es esférica, y para ser corregida se necesita disminuir la esfericidad de dicha superficie. Otro tipo de aberración es coma, la cual ocurre cuando la magnificación de los rayos marginales es diferente a los rayos axiales, el astigmatismo se da cuando los rayos tangenciales y los sagitales enfocan en puntos distintos. La distorsión es otra aberración que podemos notar cuando se rompe la relación entre las medidas del objeto y la imagen dado que la diferencia de las dimensiones amplificadas se da de distinta manera, por último en la curvatura de campo un objeto plano normal al eje óptico no se puede poner en el foco en un plano de imagen plana.

Las aberraciones primarias, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión, ocurren de forma independiente de la aberración esférica como se menciona en la referencia [2], y ésta última es simétrica al rayo principal como se muestra en la Fig. 3.1, donde también se observa un trazo exacto de rayos y se indica la aberración esférica longitudinal (AEL) y la aberración esférica transversal (AET) en un plano meridional, para este trazo de rayos se utilizan los parámetros enlistados en la Tabla 2.2.

Siguiendo la geometría de la Fig. 3.1 se puede obtener una expresión para la aberración esférica, partiendo de la ecuación del rayo refractado Ec. 2.15, podemos reescribir la ecuación como sigue

$$y = h + \frac{(t + S_{h_N} - z) \operatorname{sen} \psi_{pc}}{\operatorname{cos} \psi_{pc}},$$

y substituyendo las equivalencias de la Ec. 2.19 obtenemos una expresión para el rayo refractado que contiene los parámetros paraxiales involucrados en el proceso de refracción, y está en función de la altura h de los rayos incidentes

$$y = h + \frac{(t + S_{h_N} - z) S'_{h_N} \left(\sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} - n_i \right)}{n_i S_{h_N}'^2 + \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}},$$

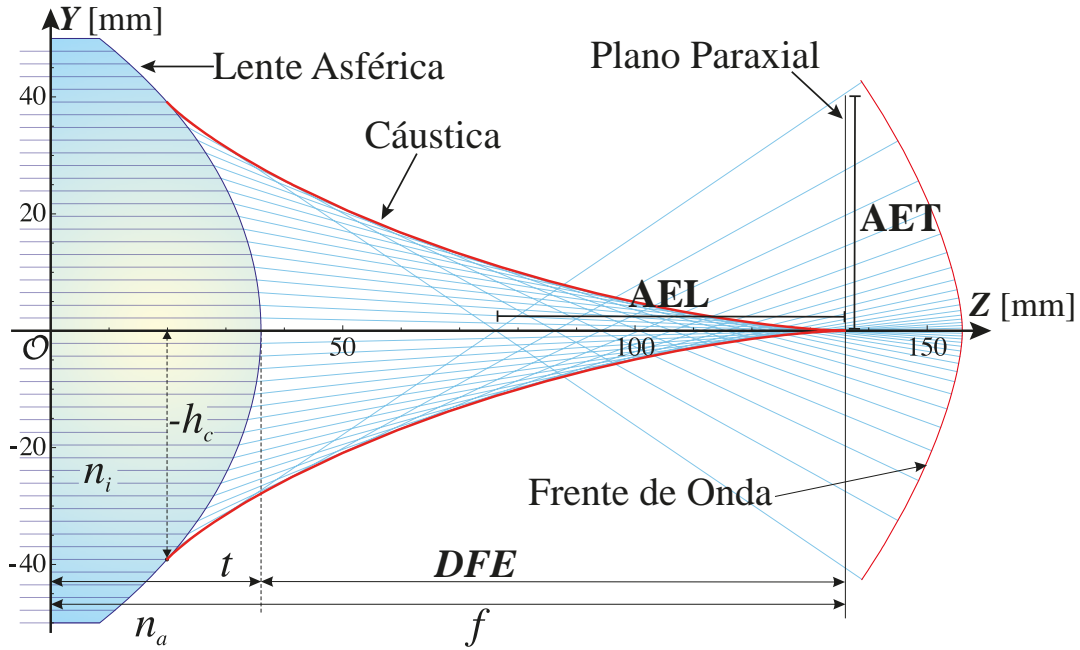


Fig. 3.1 Aberración esférica longitudinal (AEL) y transversal (AET) en el trazo de rayos para una lente asférica.

la cual se puede simplificar hasta llegar a la expresión

$$y = h + \frac{(n_a^2 - n_i^2)(t + S_{h_N} - z)S'_{h_N}}{n_a^2 + n_i \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2)S_{h_N}^2}}. \quad (3.1)$$

Utilizando nuevamente la Fig. 3.1 y la Ecuación 3.1 podemos deducir una expresión para la aberración esférica longitudinal (AEL), ya que ésta se mide a partir del foco paraxial f , cuando los rayos cruzan el eje óptico la variable $y \rightarrow 0$, y se puede obtener una expresión en función de las alturas de los rayos incidentes y los parámetros paraxiales resolviendo para la variable z como se muestra

$$0 = h \left[n_a^2 + n_i \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2)S_{h_N}^2} \right] + (n_a^2 - n_i^2)(t + S_{h_N} - z)S'_{h_N},$$

$$z = t + S_{h_N} + \frac{h \left[n_a^2 + n_i \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2)S_{h_N}^2} \right]}{(n_a^2 - n_i^2)S'_{h_N}},$$

una vez resuelta se puede expresar la aberración esférica longitudinal de forma paramétrica como

$$AEL_{pc}(h) = \left\{ h, t + S_{h_N} + \frac{h \left[n_a^2 + n_i \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} \right]}{(n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'} \right\}. \quad (3.2)$$

Para el caso de la aberración esférica transversal, se sabe que los rayos deben de enfocarse en el foco paraxial, por lo cual cuando la variable $z \rightarrow f$, donde f está relacionada con la distancia focal efectiva (DFE) definida por la ecuación 2.22, se procede como

$$y = h + \frac{(n_a^2 - n_i^2)(t + S_{h_N} - [t + na/c(n_a - n_i)]) S_{h_N}'^2}{n_a^2 + n_i \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}},$$

$$y = \frac{S_{h_N}'^2 (n_a^2 - n_i^2) \frac{c S_{h_N} (n_a - n_i) - n_a}{c(n_a - n_i)}}{n_a^2 + n_i \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2}},$$

$$y = h + \frac{S_{h_N}'^2 (n_a + n_i) [c S_{h_N} (n_a - n_i) - n_a]}{c \left[n_a^2 + n_i \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} \right]},$$

de modo equivalente, expresamos la aberración esférica transversal de forma paramétrica como sigue

$$AET_{pc}(h) = \left\{ h, h + \frac{S_{h_N}'^2 (n_a + n_i) [c S_{h_N} (n_a - n_i) - n_a]}{c \left[n_a^2 + n_i \sqrt{n_a^2 + (n_a^2 - n_i^2) S_{h_N}'^2} \right]} \right\}. \quad (3.3)$$

Con los valores para una lente esférica de catálogo en su configuración plano-convexa cuyos parámetros se enlistan en la Tabla 2.2, se grafica la aberración esférica longitudinal (AEL) y transversal (AET) en la Fig. 3.2 utilizando las ecuaciones 3.2 y 3.3 respectivamente, con una apertura de entrada H igual a la altura crítica, $H = h_c$.

Para esta lente en particular en su configuración plano-convexa los coeficientes de asfericidad no reducen en gran cantidad la aberración esférica, ya que tras utilizar en el cálculo los 8 coeficientes de asfericidad dados por el fabricante, sólo se alcanza un valor de $145953\lambda \approx 92mm$

para el máximo valor de la aberración esférica transversal y de $128818\lambda \approx 81mm$ para la longitudinal, esto es tomando en cuenta una altura crítica $h_c = 39.06mm$ y una $\lambda = 633nm$, vale la pena mencionar que ésta lente de catálogo fue diseñada suponiendo la incidencia de luz sobre la superficie esférica, esto es en su configuración convevo-plana.

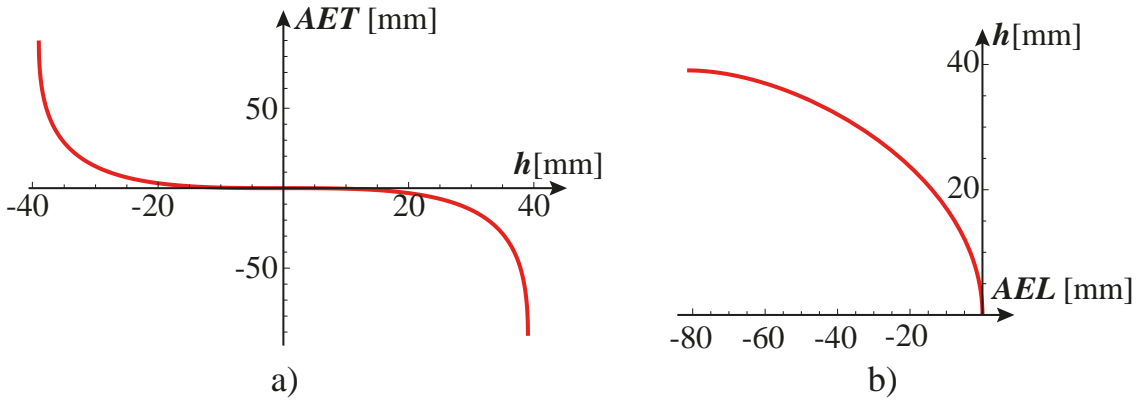


Fig. 3.2 a) Aberración esférica transversal exacta (AET) para la lente esférica plano-convexa de la Tabla 2.2. b) Aberración esférica longitudinal exacta (AEL) de la lente esférica de la Tabla 2.2.

La curva de la cáustica está relacionada con la cantidad de aberración esférica como se menciona en la referencia [15], en el capítulo dos de este trabajo se obtuvo la ecuación paramétrica para la curva diacáustica en una lente esférica plano-convexa, Ec. 2.20, la cual utilizaremos para obtener coeficientes de asfericidad de forma analítica con el fin de reducir la aberración esférica tanto transversal como longitudinal, para ello, primeramente se asume que la altura de los rayos incidentes h sea menor al radio de la lente R , esto es $h \ll R$ y se expande la ecuación exacta de la cáustica en una serie de Taylor en función de h , por lo tanto obtenemos

$$\begin{aligned}
 Z_{d_{pc}}(h) &\approx t + \frac{n_a}{(2A_2 + c)(n_a + n_i)} + \\
 &+ \frac{3 \{ (2A_2 + c)^2 (n_a^2 - n_i^2) - n_a^2 [8A_4 + c^3(k+1)] \} h^2}{2n_a(2A_2 + c)^2(n_a - n_i)} + \dots, \\
 Y_{d_{pc}}(h) &\approx -\frac{4A_2(A_2 + c)(n_a^2 - n_i^2)h^3}{n_a^3} + \frac{[8A_4 + c^3(k+1)]h^3}{2A_2 + c} + \dots,
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

alternadamente podemos escribir la Ecuación 3.4 como una sumatoria en función de h y obte-

nemos

$$Z_{d_{pc}}(h) = t + \frac{n_a}{(2A_2 + c)(n_a + n_i)} + \sum_{N=1}^{\infty} g_N h^{2N}, \quad h \in [-h_c, +h_c],$$

$$Y_{d_{pc}}(h) = \sum_{N=1}^{\infty} G_N h^{2N+1}, \quad h \in [-h_c, +h_c].$$
(3.5)

Con el fin de mejorar la calidad de la imagen reduciendo la aberración esférica, buscamos que la curva de la cáustica expresada en series de Taylor Ec. 3.5 proporcione las coordenadas del foco paraxial f , para lograr este objetivo, se impone que

$$Z_{d_{pc}}(h) = f + \sum_{N=1}^{\infty} g_N h^{2N}, \quad Y_{d_{pc}}(h) = \sum_{N=1}^{\infty} G_N h^{2N+1}$$
(3.6)

donde

$$\sum_{N=1}^{\infty} g_N h^{2N} \approx 0, \quad \sum_{N=1}^{\infty} G_N h^{2N+1} \approx 0$$
(3.7)

si se definen los parámetros paraxiales $\{c, k, n_a, n_i, t\}$ *a priori*, igualamos a f los primeros dos términos de $Z_{d_{pc}}(h)$ en la ecuación 3.5

$$t + \frac{n_a}{(2A_2 + c)(n_a + n_i)} = t + \frac{n_a}{c(n_a + n_i)},$$
(3.8)

y resolviendo para A_2 , obtenemos que $A_2 = 0$ para poder reducir la aberración esférica con éste método, bajo esta premisa podemos obtener los términos g_N de la ecuación 3.6

$$g_1 = -\frac{3 [8A_4 n_a^2 + c^3 (k n_a^2 + n_i^2)]}{2c^2 n_a (n_a - n_i)},$$

$$g_2 = \frac{3 [-80A_6 c n_a^4 + 384A_4^2 n_a^4 + c^6 (k n_a^2 + n_i^2) [(k+1)n_a^4 - n_a n_i + n_i^2]]}{8c^3 n_a^3 (n_a - n_i)} +$$

$$+ \frac{3 [8A_4 c^3 n_a^2 ((12k+11)n_a^2 - n_a n_i + 2n_i^2)]}{8c^3 n_a^3 (n_a - n_i)},$$

⋮

los cuales están en función de los parámetros paraxiales y de los coeficientes de asfericidad A_{2N} , adicionalmente los términos g_N están relacionados con los términos G_N por una constante α_N que de igual manera está en función de los parámetros paraxiales

$$G_N = \alpha_N g_N, \quad (3.10)$$

por lo tanto, los términos G_N pueden ser escritos de la siguiente manera

$$\begin{aligned} G_1 &= 8n_a^2 A_4 + c^3 (kn_a^2 + n_i^2), \\ G_2 &= cA_6 - A_4 [4A_4 + c^3(1+k)], \\ G_3 &= 16A_8 c^2 n_a^2 + 4c^3 n_i^2 [A_4 c^3 (k+1) - A_6 c + 4A_4^2] + \\ &\quad + n_a^2 (cA_4 [(k+1)(7k+3)c^5 - 176A_6] \\ &\quad - 2A_6 c^4 (11k+9) + 16A_4^2 c^3 (9k+8) + 384A_4^3), \\ &\quad \vdots \end{aligned} \quad (3.11)$$

Como se puede ver, los términos g_1 y G_1 están en función del coeficiente A_4 y de los parámetros paraxiales, los términos g_2 y G_2 en función de A_4 y A_6 , en otras palabras, g_N y G_N contienen todos los coeficientes de asfericidad A_{2N} y los parámetros paraxiales descritos anteriormente. De acuerdo a la ecuación 3.7 la suma de los términos G_N o g_N necesita ser cero para poder reducir la aberración esférica, para lo cual se impone que

$$g_1 = g_2 = g_3 = \dots = g_N = 0 \quad (3.12)$$

$$G_1 = G_2 = G_3 = \dots = G_N = 0$$

así el ecuación 3.6 se reduce a

$$Z_{dpc} \approx f, \quad Y_{dpc} \approx 0, \quad (3.13)$$

lo cual brinda las coordenadas para la foco paraxial de una lente cuasi-perfecta, donde todos los rayos son enfocados en el foco paraxial f .

Para obtener los coeficientes de asfericidad en función de los parámetros paraxiales resolvemos los términos g_N o G_N para los términos A_{2N} empezando por g_1 o G_1 , para A_4 se obtiene

$$A_4 = -\frac{c^3 [(k+1)n_a^2 - (n_a^2 - n_i^2)]}{8n_a^2} \quad (3.14)$$

si sustituimos A_4 en G_2 podemos resolver para A_6 y así sucesivamente, de este modo, obtenemos hasta el término A_{32} como se muestran a continuación

$$\begin{aligned} A_6 &= -\frac{c^5 [(k+1)^2 n_a^4 - (n_a^2 - n_i^2)^2]}{16n_a^4}, \\ A_8 &= -\frac{5c^7 [(k+1)^3 n_a^6 - (n_a^2 - n_i^2)^3]}{128n_a^6}, \\ A_{10} &= -\frac{7c^9 [(k+1)^4 n_a^8 - (n_a^2 - n_i^2)^4]}{256n_a^8}, \\ A_{12} &= -\frac{21c^{11} [(k+1)^5 n_a^{10} - (n_a^2 - n_i^2)^5]}{1024n_a^{10}}, \\ A_{14} &= -\frac{33c^{13} [(k+1)^6 n_a^{12} - (n_a^2 - n_i^2)^6]}{2048n_a^{12}}, \\ A_{16} &= -\frac{429c^{15} [(k+1)^7 n_a^{14} - (n_a^2 - n_i^2)^7]}{32768n_a^{14}}, \\ A_{18} &= -\frac{715c^{17} [(k+1)^8 n_a^{16} - (n_a^2 - n_i^2)^8]}{65536n_a^{16}}, \\ A_{20} &= -\frac{2431c^{19} [(k+1)^9 n_a^{18} - (n_a^2 - n_i^2)^9]}{262144n_a^{18}}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned}
A_{22} &= -\frac{4199c^{21} \left[(k+1)^{10} n_a^{20} - (n_a^2 - n_i^2)^{10} \right]}{524288n_a^{20}}, \\
A_{24} &= -\frac{29393c^{23} \left[(k+1)^{11} n_a^{22} - (n_a^2 - n_i^2)^{11} \right]}{4194304n_a^{22}}, \\
A_{26} &= -\frac{52003c^{25} \left[(k+1)^{12} n_a^{24} - (n_a^2 - n_i^2)^{12} \right]}{8388608n_a^{24}}, \\
A_{28} &= -\frac{185725c^{27} \left[(k+1)^{13} n_a^{26} - (n_a^2 - n_i^2)^{13} \right]}{33554432n_a^{26}}, \\
A_{30} &= -\frac{334305c^{29} \left[(k+1)^{14} n_a^{28} - (n_a^2 - n_i^2)^{14} \right]}{67108864n_a^{28}}, \\
A_{32} &= -\frac{9694845c^{31} \left[(k+1)^{15} n_a^{30} - (n_a^2 - n_i^2)^{15} \right]}{2147483648n_a^{30}}.
\end{aligned}$$

Vale la pena mencionar que para el diseño de lentes simples en la configuración plano-convexa existe un método para obtener cero aberración esférica, esto es considerando la constante de conicidad como una relación entre los índices de refracción del material de la lente n_i y el del medio en el que está sumergida n_a , esto es

$$k = -\frac{n_i^2}{n_a^2}, \quad (3.16)$$

substituyendo la Ecuación 3.16 en los coeficientes de la Ecuación 3.15 resulta en $A_4 = A_6 = \dots = A_{2N} = 0$, y si se substituye en la Ecuación 2.2 que describe la curva asférica, se obtiene una curva cónica que tiene la forma de un óvalo cartesiano, el cual podemos llamar lente perfecta ya que no genera aberración esférica

$$S_{hoc} = \frac{n_a c h^2}{n_a + \sqrt{n_a^2 + (n_i^2 - n_a^2) c^2 h^2}}. \quad (3.17)$$

En la figura 3.3 se muestra un trazo exacto de rayos con los parámetros $n_a = 1$, $n_i = 1.5112$, $t = 36$, $R = 50$, $D = 100$ y una apertura de entrada $H = D/2$ para un óvalo cartesiano utilizando la Ecuación 3.17, resultando en un hiperboloide donde se puede apreciar la curva de la cáustica como un punto localizado en el foco f de la lente sin aberración esférica.

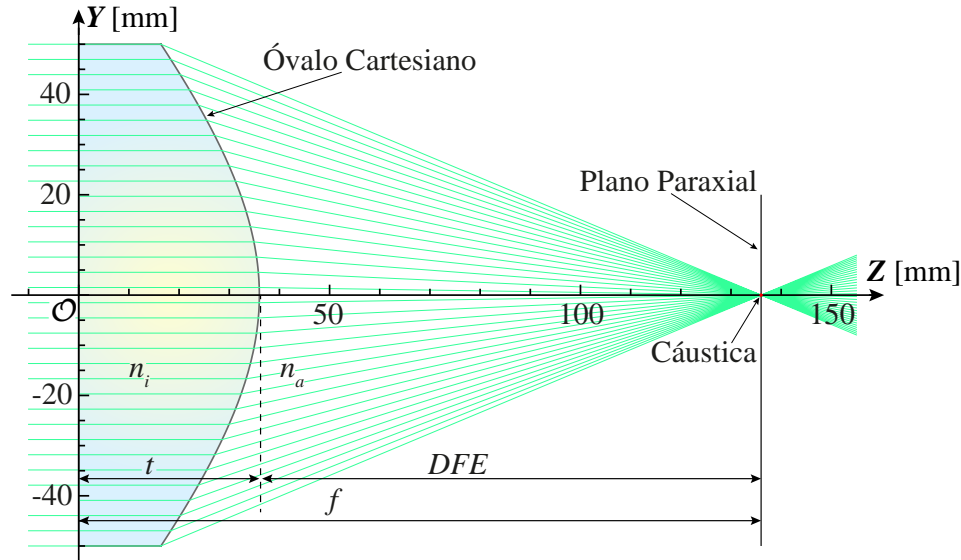


Fig. 3.3 Trazo exacto de rayos en un óvalo cartesiano (hiperboloide) mostrando que la curva de la cáustica es un punto cuando no existe aberración esférica.

En la configuración plano-convexa, los coeficientes de asfericidad son independientes del espesor t de la lente y están en función exclusivamente de los parámetros paraxiales $\{n_a, n_i, c, k\}$, si se utilizan los valores correspondientes enlistados en la Tabla 3.1 en la Ecuación 3.1 se obtienen los valores para los coeficientes de asfericidad, los cuales se presentan de igual manera en la Tabla 3.1.

Se ha definido el perfil de la superficie asférica S_{h_N} en la Ecuación 2.2, la cual contiene una parte cónica mas un polinomio con los coeficientes de asfericidad, de acuerdo a la nomenclatura S_{h1} contiene el coeficiente A_2 , S_{h2} contiene el término A_2 más A_4 y así sucesivamente, con éste método se puede incrementar el número de coeficientes de asfericidad al polinomio con el objetivo de aproximar nuestra superficie de diseño a una lente perfecta como se muestra en la Figura 3.4.

Tabla 3.1 Parámetros para una lente esférica con coeficientes de asfericidad de diseño analítico.

n_a	n_i	R	k
1	1.5112	$-51.12mm$	-1.023
D	t	EFL	λ
$100mm$	$36mm$	$100mm$	$633nm$
A_2	A_4	A_6	A_8
0	1.1796631×10^{-6}	$-2.9493794 \times 10^{-10}$	9.058120×10^{-14}
A_{10}	A_{12}	A_{14}	A_{16}
$-3.1147917 \times 10^{-17}$	$1.1475742 \times 10^{-20}$	$-4.4293080 \times 10^{-24}$	$1.7678675 \times 10^{-27}$
A_{18}	A_{20}	A_{22}	A_{24}
$-7.2370059 \times 10^{-31}$	$3.0218180 \times 10^{-34}$	$-1.2820049 \times 10^{-37}$	$5.5104643 \times 10^{-41}$
A_{26}	A_{28}	A_{30}	A_{32}
$-2.3946009 \times 10^{-44}$	$1.0502811 \times 10^{-47}$	$-4.6434261 \times 10^{-51}$	$2.0671739 \times 10^{-54}$

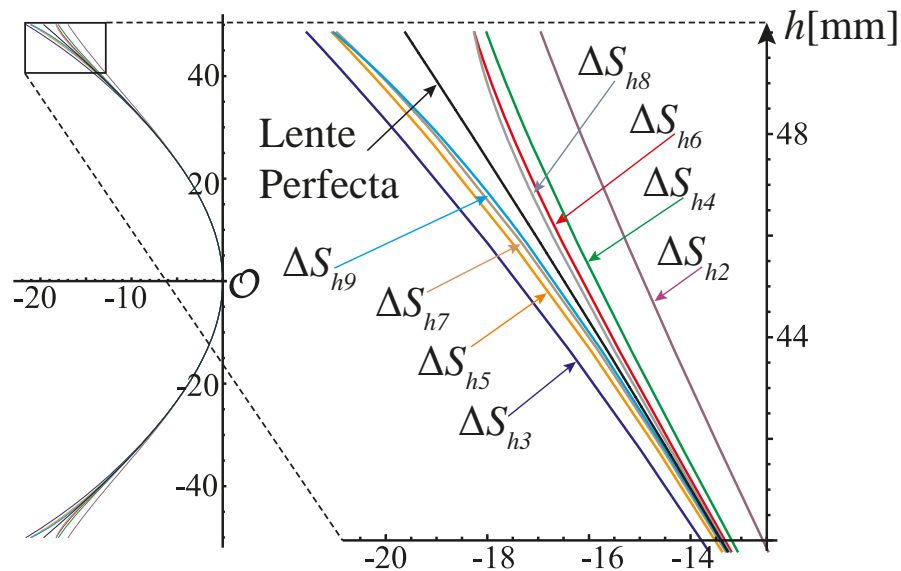


Fig. 3.4 Diferencias entre lentes con distinto orden de asfericidad utilizando los valores de la Tabla 3.1 comparados con un óvalo cartesiano.

Por otro lado, si restamos la forma polinomial de las superficies esféricas al óvalo cartesiano el cual se considera una lente perfecta ya que no genera aberración esférica, obtenemos la gráfica de la Figura 3.5, donde se muestran las diferencias en las superficies.

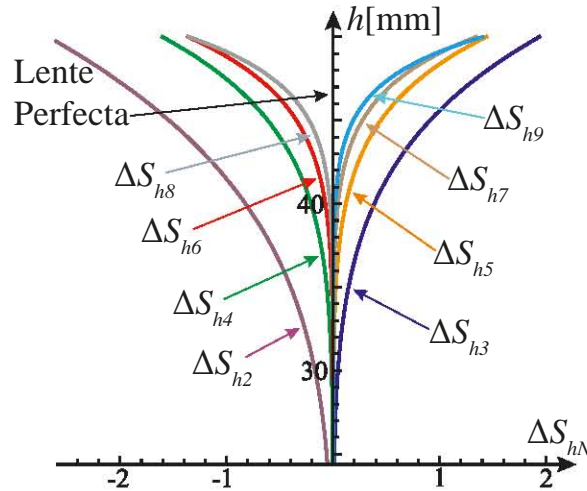


Fig. 3.5 Diferencias entre superficies esféricas representadas por polinomios y un óvalo cartesiano.

A pesar de que hay varias intersecciones para polinomios de alto grado, es importante comentar que en la expansión en series de Taylor no se toma en cuenta el efecto de reflexión total interna, por lo cual, bajo la condición de que $h < |h_c|$, este método nos brinda una excelente aproximación para la forma de la superficie y con ello la reducción de la aberración esférica transversal y longitudinal. Ya que las series $z_{pc} \approx f$ y $y \approx 0$ en la Ecuación 3.6 son asintóticas [33], cuando la lente es muy rápida, $F < 1$, la convergencia es lenta y es conveniente incluir varios coeficientes de asfericidad para proveer una superficie que reduzca la aberración esférica. En la Fig. 3.7 se muestra el cambio progresivo para una lente con coeficientes de asfericidad diseñados analíticamente enlistados en la Tabla 3.1, como se puede notar, la aberración esférica transversal (*AET*) es positiva para un número impar de coeficientes de asfericidad en el polinomio que describe a la superficie, y negativa para un número par de coeficientes. El valor de la aberración esférica transversal disminuye a un valor de $AET \approx 1308\lambda \approx 0.82mm$ utilizando 8 coeficientes de asfericidad (ΔS_{h8}) y hasta un máximo de $AET \approx 92\lambda \approx 0.06mm$ utilizando 16 coeficientes en el polinomio ΔS_{h16} , en otras palabras un polinomio con 16 coeficientes de asfericidad para describir una superficie con un número $F/\#=1.28$.

Para el caso de la aberración esférica longitudinal, en la Figura 3.6 se muestra de igual

modo una disminución progresiva de la cantidad de aberración, utilizando 8 coeficientes de asfericidad, la cantidad de aberración esférica longitudinal disminuye a un máximo de $AEL \approx 3850\lambda \approx 2.44mm$ y utilizando 16 coeficientes, hasta un máximo de $AEL \approx 252\lambda \approx 2.44mm$ para una superficie asférica utilizando el polinomio enunciado en la Ecuación 2.2. Como en el caso anterior, es notorio el cambio de signo en la aberración para polinomios con un número par o impar de coeficientes de asfericidad al describir matemáticamente la superficie asférica ya que cada coeficiente deforma la superficie ya sea sumándose o restándose a la superficie como se mostró en la Fig. 3.5. Cabe mencionar que la aberración esférica se reduce considerablemente incluyendo los coeficientes de asfericidad y puede ser mucho mejor si reducimos la apertura de entrada. Además las lentes no se diseñan en ésta configuración porque no reducen la aberración esférica de forma considerable a menos que sea un óvalo cartesiano.

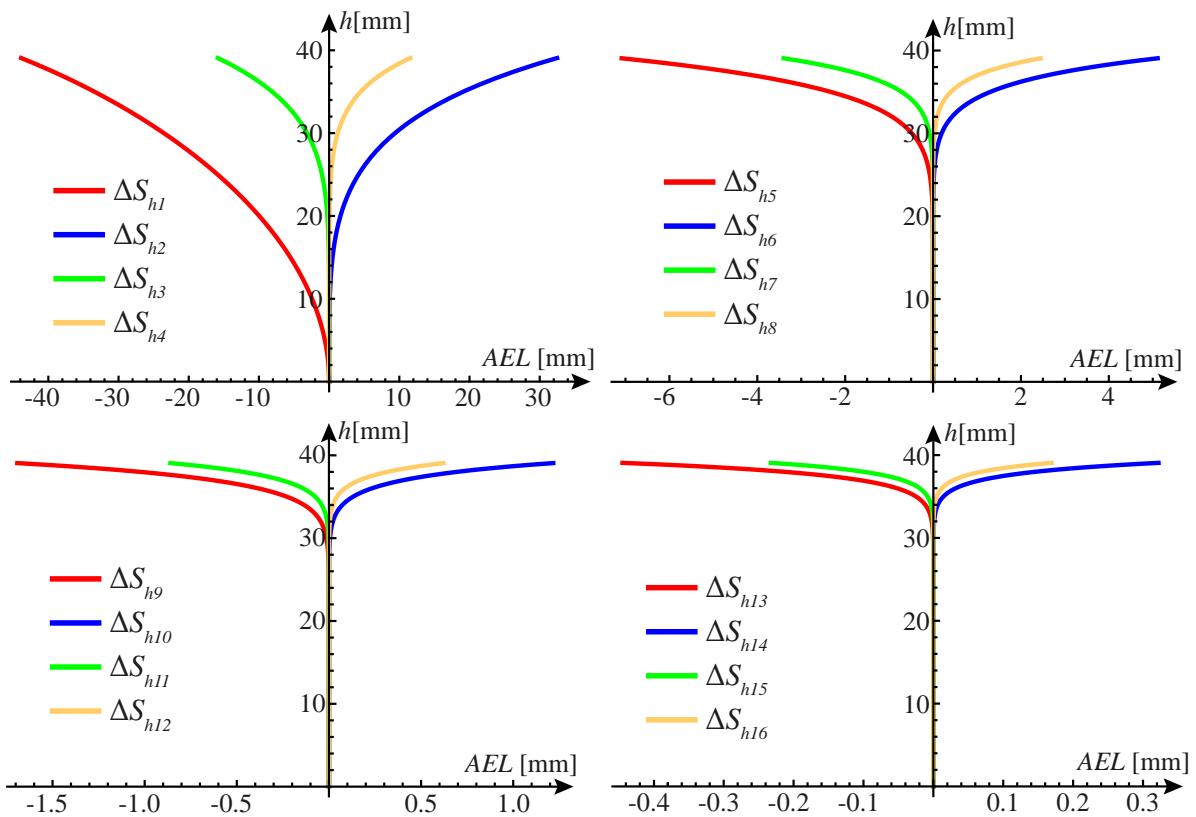


Fig. 3.6 Reducción progresiva de la aberración esférica longitudinal (AEL) medida en milímetros para las alturas de los rayos incidentes a una altura crítica $h_c = \pm 39.06mm$, utilizando coeficientes de asfericidad obtenidos analíticamente enlistados en la Tabla 3.1.

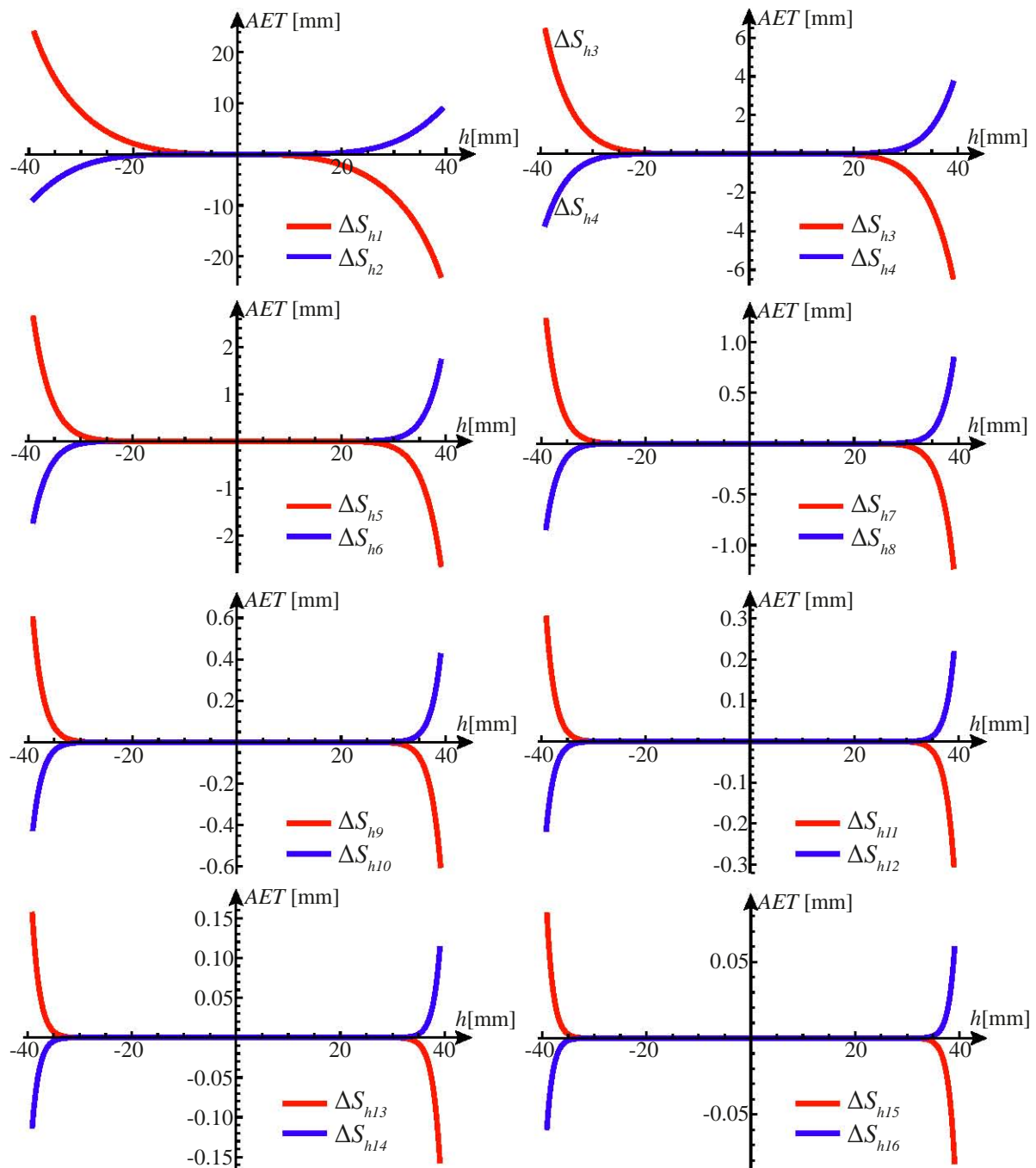


Fig. 3.7 Reducción progresiva de la aberración esférica transversal (AET) medida en milímetros para las alturas de los rayos incidentes a una altura crítica $h_c = \pm 39.06\text{mm}$, utilizando coeficientes de asfericidad obtenidos analíticamente enlistados en la Tabla 3.1.

3.2 Aberración Esférica en Lentes Asféricas convexo-planas

Tradicionalmente las lentes se diseñan en su configuración convexo-plana, ya que debido a la doble refracción ofrecen menor aberración esférica que en su configuración plano-convexa. Con el fin de obtener las expresiones para la aberración esférica transversal y longitudinal para esta configuración, se utiliza la ecuación del rayo refractado para lentes asféricas convexo-planas definida en la Ecuación 2.34, por cuestiones de espacio es conveniente sustituir las equivalencias definidas en las Ecuaciones 2.39, 2.40 de la manera siguiente

$$\begin{aligned}
 \tan \psi_{cp} &= \frac{S'_{h_N} \left[\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}} - n_a \right]}{n_a S_{h_N}^{\prime 2} + \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}}}, \\
 &= \frac{S'_{h_N} \left[\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}} - n_a \right]}{n_a S_{h_N}^{\prime 2} + \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}}} \cdot \frac{\left[\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}} + n_a \right]}{\left[\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}} + n_a \right]}, \\
 &= \frac{S'_{h_N} (n_i^2 - n_a^2) (1 + S_{h_N}^{\prime 2})}{n_a S_{h_N}^{\prime 2} \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}} + n_a \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}} + n_i^2 + n_i^2 S_{h_N}^{\prime 2}}, \\
 &= \frac{S'_{h_N} (n_i^2 - n_a^2)}{n_i^2 + n_a \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}}},
 \end{aligned}$$

se procede ahora con la expresión

$$\begin{aligned}
 \frac{n_i \sin \psi_{cp}}{\sqrt{n_a^2 - n_i^2 \sin^2 \psi_{cp}}} &= \frac{S'_{h_N} \left[\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}} - n_a \right] / (1 + S_{h_N}^{\prime 2})}{\sqrt{n_a^2 - \left[S_{h_N}^{\prime 2} \left(\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}} - n_a \right)^2 / (1 + S_{h_N}^{\prime 2})^2 \right]}}, \\
 &= \frac{S'_{h_N} (n_i^2 - n_a^2) (1 + S_{h_N}^{\prime 2})}{\sqrt{n_a^2 - \left[S_{h_N}^{\prime 2} \left(\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^{\prime 2}} - n_a \right)^2 / (1 + S_{h_N}^{\prime 2})^2 \right]}}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{S'_{h_N} \left[\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}'^2} - n_a \right]}{\sqrt{n_a^2 (1 + S_{h_N}'^2)^2 - \left[S_{h_N}'^2 \left(\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}'^2} - n_a \right)^2 \right]}} \cdot \frac{\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}'^2} + n_a}{\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}'^2} + n_a}, \\
&= \frac{S'_{h_N} (n_i^2 - n_a^2) (1 + S_{h_N}'^2)}{\sqrt{n_a^2 (1 + S_{h_N}'^2)^2 \left(\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}'^2} + n_a \right)^2 - S_{h_N}'^2 (n_i^2 - n_a^2)^2 (1 + S_{h_N}'^2)^2}}, \\
&= \frac{S'_{h_N} (n_i^2 - n_a^2)}{\sqrt{n_a^2 \left[\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}'^2} + n_a \right]^2 - (n_i^2 - n_a^2)^2 S_{h_N}'^2}},
\end{aligned}$$

una vez obtenidas las equivalencias anteriores podemos expresar la ecuación del rayo en su segunda refracción en función de las alturas de los rayos incidentes y de los parámetros involucrados en el proceso de refracción,

$$y = h - \frac{(n_i^2 - n_a^2)(t - S_{h_N})S'_{h_N}}{n_i^2 + n_a \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}'^2}} - \frac{(n_i^2 - n_a^2)(z - t)S'_{h_N}}{\Lambda}, \quad (3.18)$$

donde

$$\Lambda = \sqrt{n_a^2 \left[n_a + \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}'^2} \right]^2 - (n_i^2 - n_a^2)^2 S_{h_N}'^2}. \quad (3.19)$$

Haciendo uso de la Ecuación 3.18 y siguiendo un proceso similar a la sección 3.1, obtenemos la ecuación exacta para la aberración esférica longitudinal (*AEL*) suponiendo que los rayos se enfocan a una altura $y = 0$ y resolviendo para z se obtiene

$$AEL_{cp}(h) = \left\{ h, t + \left[\frac{h}{(n_i^2 - n_a^2) S'_{h_N}} - \frac{t - S_{h_N}}{n_i^2 + n_a \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}'^2}} \right] \Lambda \right\}, \quad (3.20)$$

para la aberración esférica transversal (*AET*), la coordenada z equivale al foco paraxial, esto es $z \rightarrow F$ siendo F un punto singular relacionado con la distancia focal posterior, definida en

la Ecuación 2.44, substituyendo en la Ecuación 3.18 y resolviendo para y obtenemos

$$AET_{cp}(h) = \left\{ h, h - \frac{(n_i^2 - n_a^2)(t - S_{h_N})S'_{h_N}}{n_i^2 + n_a\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2)S_{h_N}^2}} - \frac{n_a S_{h_N}(n_i + n_a)[n_i - tc(n_i - n_a)]}{cn_i\Lambda} \right\}. \quad (3.21)$$

Con las ecuaciones 3.20 y 3.21 podemos graficar la aberración esférica como se muestra en la Fig. 3.8, de una lente cuyos datos se enlistan en la Tabla 2.2 para su configuración convexo-plana, donde el radio paraxial R es positivo de acuerdo a la convención de signos en este trabajo. Podemos notar que la aberración esférica transversal (AET) tiene un valor máximo de 0.1568λ y para la aberración esférica longitudinal un valor de 0.2546λ los cuales son mucho menores comparados con la configuración plano-convexa vista en la sección anterior.

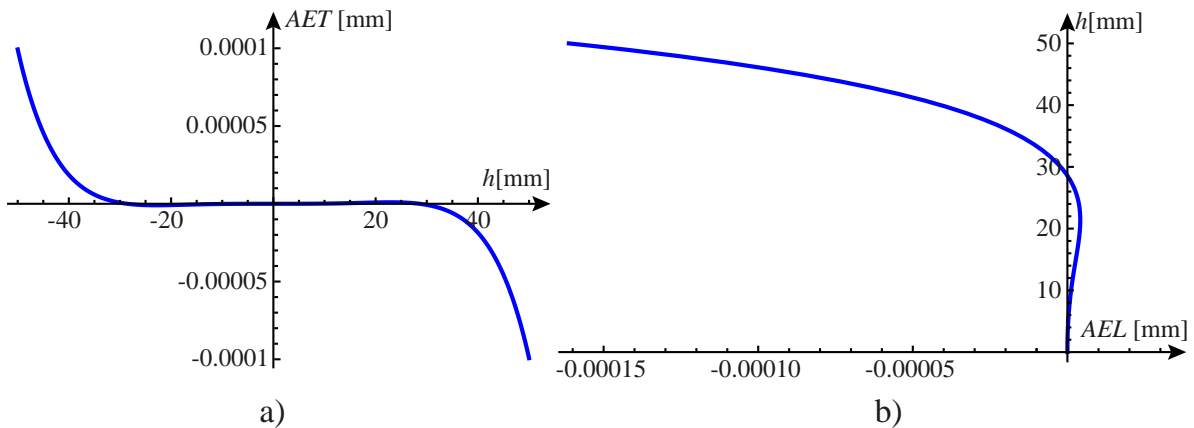


Fig. 3.8 a) Aberración esférica transversal (AET) exacta para una lente asférica en su configuración convexo plana cuyos parámetros se enlistan en la Tabla 2.2, b) Aberración esférica longitudinal (AEL) exacta para una lente asférica en su configuración convexo-plana.

Nuevamente se utiliza la ecuación de la cáustica por refracción en el método para reducir de forma equivalente la aberración esférica, para esta configuración se ha definido en la Ecuación 2.42. Asumimos que la altura de los rayos incidentes h es menor al radio paraxial R , esto es

$h \ll R$ y se hace una expansión en serie de Taylor en función de h , por lo cual se obtiene

$$\begin{aligned}
Z_{d_{cp}}(h) &\approx t - \frac{nat}{n_i} + \frac{n_a}{(n_i - n_a)(2A_2 + c)} - \frac{3h^2t(2A_2 + c)^2(n_a - n_i)^3(n_a + n_i)}{2n_a n_i^3} + \\
&+ \frac{3h^2n_a(8A_2^3 + 12A_2^2c + 6A_2c^2 - 8A_4 - c^3k)}{2(2A_2 + c)^2(n_i - n_a)} + \\
&+ \frac{3h^2(2A_2 + c)(2n_a^3 - 2n_a n_i^2 + n_i^3)}{2n_a n_i(n_a - n_i)} + \dots, \\
Y_{d_{cp}}(h) &\approx -\frac{h^3t(2A_2 + c)^3(n_a - n_i)^4(n_a + n_i)}{n_a^2 n_i^3} + \\
&+ \frac{h^3(-2A_2(4A_2^2 + 6A_2c + 3c^2) + 8A_4 + c^3k)}{2A_2 + c} + \\
&+ \frac{h^3(2A_2 + c)^2(2n_a^3 - 2n_a n_i^2 + n_i^3)}{n_a^2 n_i} + \dots,
\end{aligned} \tag{3.22}$$

también se pueden escribir la Ecuación 3.22 como una sumatoria en función de h como se muestra

$$\begin{aligned}
Z_{d_{cp}}(h) &\approx t - \frac{nat}{n_i} + \frac{n_a}{(n_i - n_a)(2A_2 + c)} + \sum_{N=1}^{\infty} m_N h^{2N}, \\
Y_{d_{cp}}(h) &\approx \sum_{N=1}^{\infty} M_N h^{2N+1},
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Como se explicó anteriormente, se busca reducir la aberración esférica, con la ecuación anterior podemos calcular las coordenadas para el foco paraxial F en ésta configuración, por lo cual imponemos que

$$Z_{d_{cp}}(h) = F + \sum_{N=1}^{\infty} m_N h^{2N}, \quad Y_{d_{cp}}(h) = \sum_{N=1}^{\infty} M_N h^{2N+1}, \tag{3.24}$$

donde

$$\sum_{N=1}^{\infty} m_N h^{2N} \approx 0, \quad \sum_{N=1}^{\infty} M_N h^{2N+1} \approx 0, \tag{3.25}$$

para cumplir estas condiciones, igualamos los tres primeros términos de Z_{h_N} en la Ecuación

3.22 al foco paraxial F definido en la Ecuación 2.44

$$t - \frac{n_a t}{n_i} + \frac{n_a}{(n_i - n_a)(2A_2 + c)} = \frac{n_a}{c(n_i - n_a)} - \frac{n_a t}{n_i} + t \quad (3.26)$$

y resolviendo para A_2 , obtenemos que $A_2 = 0$ para el buen funcionamiento de éste método, con lo cual podemos escribir los términos m_N de la Ecuación 3.24 como sigue

$$\begin{aligned} m_1 = & \frac{3(8A_4 n_a^2 n_i^3 - c^4 t (n_a + n_i)(n_a - n_i)^4)}{2c^2 n_a n_i^3 (n_a - n_i)} + \\ & + \frac{c^3 n_i^2 (k n_a^2 n_i + 2n_a^3 - 2n_a n_i^2 + n_i^3)}{2c^2 n_a n_i^3 (n_a - n_i)} \\ m_2 = & \frac{6n_a (5A_6 c - 24A_4^2)}{c^3 (n_a - n_i)} - \frac{12A_4 c t (n_a - n_i)^3 (n_a + n_i)}{n_a n_i^3} + \\ & + \frac{3A_4 (12n_a^2 n_i (k + 1) + (n_a - n_i) (3n_a^2 + 2n_a n_i - 2n_i^2))}{n_a n_i (n_i - n_a)} + \\ & - \frac{3c^4 t (n_a - n_i)^3 (n_a + n_i) (4(k + 1)n_a^2 n_i^2 + 5n_a^4 - 6n_a^3 n_i + 2n_a n_i^3 - n_i^4)}{8n_a^3 n_i^5} \\ & - \frac{3c^3 n_a ((k^2 + k - 16)n_i^3 + (3k - 8)n_a n_i^2 - 5n_a^3 + 17n_a^2 n_i)}{8n_i^3 (n_a - n_i)} \\ & - \frac{3c^3 n_i (-4(k - 4)n_a^3 + 2k n_a^2 n_i - 4n_a n_i^2 + n_i^3)}{8n_a^3 (n_a - n_i)} \\ & \vdots \end{aligned} \quad (3.27)$$

los cuales, al igual que los términos g_N están en función de los parámetros paraxiales $\{n_a, n_i, c, k\}$ y de los coeficientes de asfericidad A_N , de forma similar a la configuración plano-convexa, están relacionados por una constante β_N con los términos M_N de la forma $M_N = \beta_N m_N$, por este motivo se pueden escribir los términos M_N de la siguiente manera

$$\begin{aligned} M_1 = & 8A_4 n_a^2 n_i^3 - c^3 [ct(n_i - n_a)^2 (n_i + n_a) - n_i^2 \{n_i [k n_a^2 + n_i^2] + 2n_a [n_a^2 - n_i^2]\}], \\ M_2 = & 16cA_6 n_a^2 n_i^5 - 16n_a^2 n_i^5 A_4 [c^3 (1 + k) + 4A_4] + \\ & - c^4 (n_i - n_a)^4 (n_i + n_a) \{c^3 t n_a (n_a - n_i) + n_i^2 [c^2 (ct(1 + k) - 1) + 8tA_4]\}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned}
M_3 = & 128n_a^2n_i^7(24A_4^3 - 11A_4A_6c + A_8c^2) - 48A_6c^5n_i^4t(n_a - n_i)^4(n_a + n_i) + \\
& + 8A_4c^6(k(7k + 10) + 13)n_a^2n_i^7 + 8A_4c^6n_i^8((4k + 9)n_i - (8k + 23)n_a) + \\
& - 16A_4c^7n_i^2t(n_a - n_i)^4(n_a + n_i)(2(k + 1)n_i^2 + 5n_a^2 - 5n_an_i) + \\
& - c^{10}n_a^2t(n_a - n_i)^4(n_a + n_i)((10k + 13)n_i^2 + 5n_a^2 - 9n_an_i) + \\
& + c^9n_i^2(n_a - n_i)^4(n_a + n_i)(5(k + 1)n_i^2 + 4n_a^2 - 4n_an_i) + \\
& - 16A_6c^4n_i^6((11k + 9)n_a^2n_i + 4n_a^3 - 4n_an_i^2 + 2n_i^3) + \\
& + 128A_4^2c^3n_i^6((9k + 8)n_a^2n_i + 2n_a^3 - 2n_an_i^2 + n_i^3) + \\
& + 8A_4c^6n_a^3n_i^4(2(4k + 9)n_i^2 + 5n_a^2 - 15n_an_i) + \\
& - 128A_4^2c^4(n_a - n_i)^4n_i^4(n_a + n_i)t
\end{aligned}$$

⋮

En esta configuración, de forma similar a la anterior, el término M_1 está en función del coeficiente de asfericidad A_4 , el término M_2 de A_4 y A_6 , así podemos decir que M_N contiene todos los coeficientes de asfericidad A_N y los parámetros paraxiales, y con el objetivo de que la suma de todos los términos M_N o m_N sean igual a cero, se asume que $m_1 = m_2 = m_3 = \dots = m_N = 0$ y $M_1 = M_2 = M_3 = \dots = M_N = 0$, de esta forma, la Ecuación 3.24 nos brinda las coordenadas del foco paraxial F , punto donde todos los rayos se enfocan si la lente no tiene aberración esférica.

Por último, utilizando los coeficientes m_N definidos en la Ecuación 3.27 o los M_N definidos en la Ecuación 3.28, se resuelve para A_N con el fin de obtener las ecuaciones exactas para los coeficientes de asfericidad que describan una superficie que reduzca la aberración esférica. Empezando por el término m_1 o M_1 se resuelve para A_4 y se obtiene

$$A_4 = \left[\frac{c^3}{8n_a^2n_i^3} \right] [ct(n_i - n_a)^4(n_i + n_a) - n_i^2\{n_i[kn_a^2 + n_i^2] + 2n_a[n_a^2 - n_i^2]\}], \quad (3.29)$$

el cual se substituye en el término m_2 o M_2 para resolver A_6 , resultando

$$A_6 = \left[\frac{c^5}{16n_a^4 n_i^6} \right] \left\{ 2c^2 t^2 (n_i - n_a)^8 (n_a + n_i)^2 + n_i c t (n_a - n_i)^5 (n_a^4 - 5n_a^3 n_i + \right. \\ \left. - 9n_a^2 n_i^2 + 3n_i^4) - n_i^3 \left[n_a^7 - 7n_a^6 n_i + 6n_a^5 n_i^2 + (10 + k(k+2))n_a^4 n_i^3 + \right. \right. \\ \left. \left. - 11n_a^3 n_i^4 - n_a^2 n_i^5 + 4n_a n_i^6 - n_i^7 \right] \right\}, \quad (3.30)$$

siguiendo un proceso similar podemos obtener los coeficientes de forma consecutiva hasta un número finito que se desee, en éste trabajo se presentan los siguientes coeficientes de asfericidad para la configuración convexo-plana, los cuales dependen ahora del espesor de la lente a diferencia del caso anterior, y no tenemos ahora un caso similar al óvalo cartesiano.

$$A_8 = \left[\frac{c^7}{128n_a^6 n_i^9} \right] \left\{ n_i^4 \left[-4n_a^{11} + 44n_a^{10} n_i - 158n_a^9 n_i^2 + 130n_a^8 n_i^3 + 236n_a^7 n_i^4 + \right. \right. \\ \left. \left. - [406 + 5k(k+3) + 3]n_a^6 n_i^5 + 16n_a^5 n_i^6 + 263n_a^4 n_i^7 - 120n_a^3 n_i^8 - 31n_a^2 n_i^9 + \right. \right. \\ \left. \left. + 30n_a n_i^{10} - 5n_i^{11} \right] + t c n_i^2 (n_a - n_i)^6 (n_a + n_i) \left[5n_a^6 - 56n_a^5 n_i + 116n_a^4 n_i^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + 154n_a^3 n_i^3 - 106n_a^2 n_i^4 - 58n_a n_i^5 + 29n_i^6 \right] + 24t^2 c^2 n_i (n_a - n_i)^9 (n_a + \right. \\ \left. + n_i)^2 (n_a^3 - 4n_a^2 n_i - 2n_a n_i^2 + 2n_i^3) + 24t^3 c^3 (n_a - n_i)^{12} (n_a + n_i)^3 \right\}$$

$$A_{10} = \left[\frac{c^9}{256n_a^8 n_i^{12}} \right] \left\{ n_i^5 \left[-5n_a^{15} + 77n_a^{14} n_i - 443n_a^{13} n_i^2 + 1115n_a^{12} n_i^3 + \right. \right. \\ \left. \left. - 679n_a^{11} n_i^4 - 2051n_a^{10} n_i^5 + 3614n_a^9 n_i^6 + \right. \right. \\ \left. \left. - [7k(k+2)(k(k+2) + 2) + 366]n_a^8 n_i^7 - 3311n_a^7 n_i^8 + \right. \right. \\ \left. \left. + 2207n_a^6 n_i^9 + 621n_a^5 n_i^{10} - 1099n_a^4 n_i^{11} + 259n_a^3 n_i^{12} + 103n_a^2 n_i^{13} + \right. \right. \\ \left. \left. - 56n_a n_i^{14} + 7n_i^{15} \right] + t c (n_a - n_i)^7 n_i^3 (n_a + n_i) \left[7n_a^9 - 118n_a^8 n_i + 506n_a^7 n_i^2 + \right. \right. \\ \left. \left. - 308n_a^6 n_i^3 - 1506n_a^5 n_i^4 + 508n_a^4 n_i^5 + 1022n_a^3 n_i^6 - 317n_a^2 n_i^7 - 195n_a n_i^8 + \right. \right. \\ \left. \left. + 65n_i^9 \right] + 2t^2 c^2 n_i^2 (n_a - n_i)^{10} (n_a + n_i)^2 \left[29n_a^6 - 230n_a^5 n_i + 332n_a^4 n_i^2 + \right. \right. \\ \left. \left. - 11n_a^3 n_i^3 - 11n_a^2 n_i^4 + 4n_a n_i^5 - n_i^6 \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
& +520n_a^3n_i^3 - 331n_a^2n_i^4 - 190n_a n_i^5 + 95n_i^6 \Big] + 44t^3 c^3 n_i (n_a - n_i)^{13} (n_a + \\
& + n_i)^3 \left[3n_a^3 - 10n_a^2 n_i - 5n_a n_i^2 + 5n_i^3 \right] + 88t^4 c^4 (n_a - n_i)^{16} (n_a + n_i)^4 \Big\} \\
A_{12} = & \frac{c^{11}}{1024n_a^{10}n_i^{15}} \left\{ -14n_a^{19}n_i^6 + 282n_a^{18}n_i^7 - 2247n_a^{17}n_i^8 + 8989n_a^{16}n_i^9 + \right. \\
& -17372n_a^{15}n_i^{10} + 5036n_a^{14}n_i^{11} + 41787n_a^{13}n_i^{12} - 67305n_a^{12}n_i^{13} + 4432n_a^{11}n_i^{14} + \\
& +79970n_a^{10}n_i^{15} - 105kn_a^{10}n_i^{15} - 210k^2n_a^{10}n_i^{15} - 210k^3n_a^{10}n_i^{15} - 105k^4n_a^{10}n_i^{15} + \\
& -21k^5n_a^{10}n_i^{15} - 63975n_a^9n_i^{16} - 18510n_a^8n_i^{17} + 47156n_a^7n_i^{18} - 15166n_a^6n_i^{19} + \\
& -9023n_a^5n_i^{20} + 7263n_a^4n_i^{21} - 954n_a^3n_i^{22} - 559n_a^2n_i^{23} + 210n_a n_i^{24} + \\
& -21n_i^{25} + tcn_a^4(n_a - n_i)^8(n_a + n_i) \left[21n_a^{12} - 484n_a^{11}n_i + 3183n_a^{10}n_i^2 + \right. \\
& -6611n_a^9n_i^3 - 4509n_a^8n_i^4 + 24284n_a^7n_i^5 + 2464n_a^6n_i^6 - 23767n_a^5n_i^7 + \\
& +1459n_a^4n_i^8 + 9018n_a^3n_i^9 - 1575n_a^2n_i^{10} - 1124n_a n_i^{11} + 281n_i^{12} \Big] + \\
& +4t^2 c^2 n_i^3 (n_a - n_i)^{11} (n_a + n_i)^2 \left[65n_a^9 - 786n_a^8n_i + 2601n_a^7n_i^2 - 609n_a^6n_i^3 + \right. \\
& -7080n_a^5n_i^4 + 1830n_a^4n_i^5 + 4767n_a^3n_i^6 - 1374n_a^2n_i^7 - 936n_a n_i^8 + 312n_i^9 \Big] + \\
& +52t^3 c^3 n_i^2 (n_a - n_i)^{14} (n_a + n_i)^3 \left[19n_a^6 - 128n_a^5n_i + 150n_a^4n_i^2 + 262n_a^3n_i^3 + \right. \\
& -159n_a^2n_i^4 - 94n_a n_i^5 + 47n_i^6 \Big] + 728t^4 c^4 n_i (n_a - n_i)^{17} (n_a + n_i)^4 (2n_a^3 \\
& \left. - 6n_a^2n_i - 3n_a n_i^2 + 3n_i^3) + 728t^5 c^5 (n_a - n_i)^{20} (n_a + n_i)^5 \Big\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{14} = & \left[\frac{c^{13}}{2048n_a^{12}n_i^{18}} \right] \left\{ -21n_a^{23}n_i^7 + 529n_a^{22}n_i^8 - 5442n_a^{21}n_i^9 + 29858n_a^{20}n_i^{10} + \right. \\
& -92240n_a^{19}n_i^{11} + 139064n_a^{18}n_i^{12} + 23136n_a^{17}n_i^{13} - 458568n_a^{16}n_i^{14} + \\
& +641777n_a^{15}n_i^{15} + 40381n_a^{14}n_i^{16} - 978790n_a^{13}n_i^{17} + 826462n_a^{12}n_i^{18} + \\
& -198kn_a^{12}n_i^{18} - 495k^2n_a^{12}n_i^{18} - 660k^3n_a^{12}n_i^{18} - 495k^4n_a^{12}n_i^{18} + \\
& \left. -198k^5n_a^{12}n_i^{18} - 33k^6n_a^{12}n_i^{18} + 282809n_a^{11}n_i^{19} - 820669n_a^{10}n_i^{20} + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +322648n_a^9n_i^{21} + 227859n_a^8n_i^{22} - 236700n_a^7n_i^{23} + 34702n_a^6n_i^{24} + \\
& +41756n_a^5n_i^{25} - 21069n_a^4n_i^{26} + 1463n_a^3n_i^{27} + 1385n_a^2n_i^{28} + \\
& -396n_a n_i^{29} + 33n_i^{30} + tcn_i^5(n_a - n_i)^9(n_a + n_i) \left[33n_a^{15} - 982n_a^{14}n_i + \right. \\
& +8841n_a^{13}n_i^2 - 30941n_a^{12}n_i^3 + 23192n_a^{11}n_i^4 + 97606n_a^{10}n_i^5 - 153180n_a^9n_i^6 + \\
& -127040n_a^8n_i^7 + 209780n_a^7n_i^8 + 66030n_a^6n_i^9 - 123418n_a^5n_i^{10} - 6972n_a^4n_i^{11} + \\
& \left. +32583n_a^3n_i^{12} - 3448n_a^2n_i^{13} - 2975n_a n_i^{14} + 595n_i^{15} \right] + 2t^2c^2n_i^4(n_a + \\
& -n_i)^{12}(n_a + n_i)^2 \left[281n_a^{12} - 4648n_a^{11}n_i + 24321n_a^{10}n_i^2 - 38339n_a^9n_i^3 + \right. \\
& -46061n_a^8n_i^4 + 142331n_a^7n_i^5 + 32364n_a^6n_i^6 - 141484n_a^5n_i^7 + 2024n_a^4n_i^8 + \\
& +55440n_a^3n_i^9 - 8694n_a^2n_i^{10} - 7364n_a n_i^{11} + 1841n_i^{12} \left. \right] + 10t^3c^3n_i^3(n_a + \\
& -n_i)^{15}(n_a + n_i)^3 \left[312n_a^9 - 3220n_a^8n_i + 9155n_a^7n_i^2 - 245n_a^6n_i^3 + \right. \\
& -23817n_a^5n_i^4 + 4984n_a^4n_i^5 + 15974n_a^3n_i^6 - 4382n_a^2n_i^7 - 3192n_a n_i^8 + \\
& \left. +1064n_i^9 \right] + 160t^4c^4n_i^2(n_a - n_i)^{18}(n_a + n_i)^4 \left[47n_a^6 - 287n_a^5n_i + 293n_a^4n_i^2 + \right. \\
& +553n_a^3n_i^3 - 325n_a^2n_i^4 - 196n_a n_i^5 + 98n_i^6 \left. \right] + 1632t^5c^5n_i(n_a - n_i)^{21}(n_a + \\
& +n_i)^5(5n_a^3 - 14n_a^2n_i - 7n_a n_i^2 + 7n_i^3) + 3264t^6c^6(n_a - n_i)^{24}(n_a + n_i)^6 \left. \right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{16} = & \left[\frac{c^{15}}{32768n_a^{14}n_i^{21}} \right] \left\{ -264n_a^{27}n_i^8 + 8056n_a^{26}n_i^9 - 102444n_a^{25}n_i^{10} + 718740n_a^{24}n_i^{11} + \right. \\
& -3034872n_a^{23}n_i^{12} + 7578632n_a^{22}n_i^{13} - 8584370n_a^{21}n_i^{14} - 7844882n_a^{20}n_i^{15} + \\
& +41531852n_a^{19}n_i^{16} - 49037012n_a^{18}n_i^{17} - 14784098n_a^{17}n_i^{18} + 97466590n_a^{16}n_i^{19} + \\
& -79770344n_a^{15}n_i^{20} - 37299570n_a^{14}n_i^{21} - 3003kn_a^{14}n_i^{21} - 9009k^2n_a^{14}n_i^{21} + \\
& -15015k^3n_a^{14}n_i^{21} - 15015k^4n_a^{14}n_i^{21} - 9009k^5n_a^{14}n_i^{21} - 3003k^6n_a^{14}n_i^{21} + \\
& -429k^7n_a^{14}n_i^{21} + 103561332n_a^{13}n_i^{22} - 44716161n_a^{12}n_i^{23} - 37642952n_a^{11}n_i^{24} + \\
& +45420631n_a^{10}n_i^{25} - 7564072n_a^9n_i^{26} - 12466673n_a^8n_i^{27} + 7652768n_a^7n_i^{28} + \\
& -252055n_a^6n_i^{29} - 1256322n_a^5n_i^{30} + 449791n_a^4n_i^{31} - 12220n_a^3n_i^{32} - 26087n_a^2n_i^{33} + \\
& \left. +6006n_a n_i^{34} - 429n_i^{35} + tcn_i^6(n_a - n_i)^{10}(n_a + n_i) [429n_a^{18} - 15856n_a^{17}n_i + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +6006n_a n_i^{34} - 429n_i^{35} + tcn_i^6(n_a - n_i)^{10}(n_a + n_i) [429n_a^{18} - 15856n_a^{17}n_i + \\
& +183614n_a^{16}n_i^2 - 910332n_a^{15}n_i^3 + 1727241n_a^{14}n_i^4 + 1188692n_a^{13}n_i^5 - 8426492n_a^{12}n_i^6 + \\
& +4350186n_a^{11}n_i^7 + 14635674n_a^{10}n_i^8 - 10531322n_a^9n_i^9 - 11714666n_a^8n_i^{10} + \\
& +9390828n_a^7n_i^{11} + 4316140n_a^6n_i^{12} - 4087532n_a^5n_i^{13} - 517849n_a^4n_i^{14} + \\
& +835158n_a^3n_i^{15} - 53848n_a^2n_i^{16} - 59694n_a n_i^{17} + 9949n_i^{18}] + 16t^2c^2n_i^5(n_a + \\
& -n_i)^{13}(n_a + n_i)^2 [595n_a^{15} - 12664n_a^{14}n_i + 91816n_a^{13}n_i^2 - 262612n_a^{12}n_i^3 + \\
& +92596n_a^{11}n_i^4 + 889920n_a^{10}n_i^5 - 1004580n_a^9n_i^6 - 1152682n_a^8n_i^7 + 1471058n_a^7n_i^8 + \\
& +617562n_a^6n_i^9 - 908062n_a^5n_i^{10} - 90738n_a^4n_i^{11} + 253619n_a^3n_i^{12} - 22348n_a^2n_i^{13} + \\
& -25330n_a n_i^{14} + 5066n_i^{15}] + 272t^3c^3n_i^4(n_a - n_i)^{16}(n_a + n_i)^3 [263n_a^{12} - 3712n_a^{11}n_i + \\
& +16968n_a^{10}n_i^2 - 21920n_a^9n_i^3 - 35642n_a^8n_i^4 + 83900n_a^7n_i^5 + 26778n_a^6n_i^6 + \\
& -84664n_a^5n_i^7 - 1612n_a^4n_i^8 + 33960n_a^3n_i^9 - 4914n_a^2n_i^{10} - 4700n_a n_i^{11} + 1175n_i^{12}] + \\
& +1632t^4c^4n_i^3(n_a - n_i)^{19}(n_a + n_i)^4 [152n_a^9 - 1424n_a^8n_i + 3658n_a^7n_i^2 + 392n_a^6n_i^3 + \\
& -9267n_a^5n_i^4 + 1628n_a^4n_i^5 + 6202n_a^3n_i^6 - 1642n_a^2n_i^7 - 1254n_a n_i^8 + 418n_i^9] + \\
& +31008t^5c^5n_i^2(n_a - n_i)^{22}(n_a + n_i)^5 [14n_a^6 - 80n_a^5n_i + 74n_a^4n_i^2 + 148n_a^3n_i^3 + \\
& -85n_a^2n_i^4 - 52n_a n_i^5 + 26n_i^6] + 124032t^6c^6n_i(n_a - n_i)^{25}(n_a + n_i)^6 [3n_a^3 + \\
& -8n_a^2n_i - 4n_a n_i^2 + 4n_i^3] + 124032t^7c^7(n_a - n_i)^{28}(n_a + n_i)^7 \}, \\
A_{18} = & \left[\frac{c^{17}}{65536n_a^{16}n_i^{24}} \right] \{ -429n_a^{31}n_i^9 + 15485n_a^{30}n_i^{10} - 236185n_a^{29}n_i^{11} + 2030921n_a^{28}n_i^{12} \\
& -10905889n_a^{27}n_i^{13} + 37446769n_a^{26}n_i^{14} - 76779791n_a^{25}n_i^{15} + 57241183n_a^{24}n_i^{16} + \\
& +145872381n_a^{23}n_i^{17} - 474233773n_a^{22}n_i^{18} + 455398833n_a^{21}n_i^{19} + \\
& +321493623n_a^{20}n_i^{20} - 1223621819n_a^{19}n_i^{21} + 909323361n_a^{18}n_i^{22} + \\
& +635611078n_a^{17}n_i^{23} - 1549092326n_a^{16}n_i^{24} - 5720kn_a^{16}n_i^{24} - 20020k^2n_a^{16}n_i^{24} + \\
& -40040k^3n_a^{16}n_i^{24} - 50050k^4n_a^{16}n_i^{24} - 40040k^5n_a^{16}n_i^{24} - 20020k^6n_a^{16}n_i^{24} + \\
& -5720k^7n_a^{16}n_i^{24} - 715k^8n_a^{16}n_i^{24} + 670492445n_a^{15}n_i^{25} + 713456803n_a^{14}n_i^{26} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -917805339n_a^{13}n_i^{27} + 160771231n_a^{12}n_i^{28} + 342754777n_a^{11}n_i^{29} + \\
& -240473485n_a^{10}n_i^{30} + 1633489n_a^9n_i^{31} + 64580081n_a^8n_i^{32} - 26570189n_a^7n_i^{33} + \\
& -1488899n_a^6n_i^{34} + 4173483n_a^5n_i^{35} - 1131871n_a^4n_i^{36} - 5405n_a^3n_i^{37} + \\
& +59467n_a^2n_i^{38} - 11440n_a n_i^{39} + 715n_a^{40} + tcn_i^7(n_a - n_i)^{11}(n_a + n_i) [715n_a^{21} + \\
& -31910n_a^{20}n_i + 456520n_a^{19}n_i^2 - 2955894n_a^{18}n_i^3 + 8830597n_a^{17}n_i^4 + \\
& -5781348n_a^{16}n_i^5 - 31678164n_a^{15}n_i^6 + 64176166n_a^{14}n_i^7 + 25785096n_a^{13}n_i^8 + \\
& -147756898n_a^{12}n_i^9 + 21211500n_a^{11}n_i^{10} + 157216210n_a^{10}n_i^{11} - 53248208n_a^9n_i^{12} + \\
& -87206962n_a^8n_i^{13} + 40325136n_a^7n_i^{14} + 24386473n_a^6n_i^{15} - 14629753n_a^5n_i^{16} + \\
& -2597511n_a^4n_i^{17} + 2468548n_a^3n_i^{18} - 91307n_a^2n_i^{19} - 144291n_a n_i^{20} + 20613n_i^{21}] + \\
& +2t^2c^2n_i^6(n_a - n_i)^{14}(n_a + n_i)^2 [9949n_a^{18} - 261810n_a^{17}n_i + 2453754n_a^{16}n_i^2 + \\
& -10207758n_a^{15}n_i^3 + 15071802n_a^{14}n_i^4 + 20254698n_a^{13}n_i^5 - 81852386n_a^{12}n_i^6 + \\
& +20085840n_a^{11}n_i^7 + 143597526n_a^{10}n_i^8 - 77159802n_a^9n_i^9 - 116462652n_a^8n_i^{10} + \\
& +77161914n_a^7n_i^{11} + 44765674n_a^6n_i^{12} - 36175572n_a^5n_i^{13} - 6282981n_a^4n_i^{14} + \\
& +7978116n_a^3n_i^{15} - 366129n_a^2n_i^{16} - 637218n_a n_i^{17} + 106203n_i^{18}] + \\
& +76t^3c^3n_i^5(n_a - n_i)^{17}(n_a + n_i)^3 [2533n_a^{15} - 45906n_a^{14}n_i + 292670n_a^{13}n_i^2 + \\
& -728424n_a^{12}n_i^3 + 57249n_a^{11}n_i^4 + 2574264n_a^{10}n_i^5 - 2299021n_a^9n_i^6 + \\
& -3336579n_a^8n_i^7 + 3599449n_a^7n_i^8 + 1822923n_a^6n_i^9 - 2312268n_a^5n_i^{10} + \\
& -308277n_a^4n_i^{11} + 673413n_a^3n_i^{12} - 50766n_a^2n_i^{13} - 71415n_a n_i^{14} + 14283n_i^{15}] + \\
& +760t^4c^4n_i^4(n_a - n_i)^{20}(n_a + n_i)^4 [1175n_a^{12} - 15042n_a^{11}n_i + 62754n_a^{10}n_i^2 + \\
& -69450n_a^9n_i^3 - 138704n_a^8n_i^4 + 275856n_a^7n_i^5 + 107474n_a^6n_i^6 - 282126n_a^5n_i^7 + \\
& -12377n_a^4n_i^8 + 115182n_a^3n_i^9 - 15660n_a^2n_i^{10} - 16404n_a n_i^{11} + 4101n_i^{12}] + \\
& 2128t^5c^5n_i^3(n_a - n_i)^{23}(n_a + n_i)^5 [1045n_a^9 - 9162n_a^8n_i + 21876n_a^7n_i^2 + \\
& +4410n_a^6n_i^3 - 54480n_a^5n_i^4 + 8244n_a^4n_i^5 + 36414n_a^3n_i^6 - 9387n_a^2n_i^7 + \\
& -7425n_a n_i^8 + 2475n_i^9] + 46816t^6c^6n_i^2(n_a - n_i)^{26}(n_a + n_i)^6 [65n_a^6 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -354n_a^5n_i + 304n_a^4n_i^2 + 636n_a^3n_i^3 - 359n_a^2n_i^4 - 222n_an_i^5 + 111n_i^6 \Big] + \\
& + 307648t^7c^7n_i(n_a - n_i)^{29}(n_a + n_i)^7 [7n_a^3 - 18n_a^2n_i - 9n_an_i^2 + 9n_i^3] + \\
& + 615296t^8c^8(n_a - n_i)^{32}(n_a + n_i)^8 \Big\} \\
& \quad \vdots
\end{aligned}$$

En la configuración convexo-plana, los coeficientes de asfericidad dependen de los parámetros paraxiales $\{n_a, n_i, c, k, t\}$, los cuales podemos definir de forma previa con el fin de diseñar los coeficientes de asfericidad. Por ejemplo, haciendo uso de los parámetros en la Tabla 2.2 y substituyéndolos en los coeficientes A_N se obtienen los valores numéricos enlistados en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2 Coeficientes de asfericidad de diseño analítico para una lente esférica en su configuración convexo-plana.

n_a	n_i	R	k
1	1.5112	51.12mm	-1.023
D	t	EFL	λ
100mm	36mm	100mm	633nm
A_2	A_4	A_6	A_8
0	4.4278977×10^{-7}	$2.8715802 \times 10^{-11}$	$1.9185578 \times 10^{-15}$
A_{10}	A_{12}	A_{14}	A_{16}
$9.2409282 \times 10^{-20}$	$-1.1134864 \times 10^{-24}$	$-1.0370183 \times 10^{-27}$	$-1.6130040 \times 10^{-31}$
A_{18}	A_{20}	A_{22}	A_{24}
$-1.5974744 \times 10^{-35}$	$-8.6435415 \times 10^{-40}$	$4.7345165 \times 10^{-44}$	$1.9908729 \times 10^{-47}$
A_{26}	A_{28}	A_{30}	A_{32}
$2.9959944 \times 10^{-51}$	$2.7431584 \times 10^{-55}$	$8.0103685 \times 10^{-60}$	$-2.5362211 \times 10^{-63}$

Los coeficientes de asfericidad se incluyen en el polinomio que describe una superficie esférica definido en la Ecuación 2.2, de acuerdo a la nomenclatura, S_{h1} incluye el coeficiente A_2 , S_{h2} contiene A_2 y A_4 , y así consecutivamente, en este trabajo se utilizan 16 coeficientes

de asfericidad para ambas configuraciones, esto es, un polinomio S_{h16} el cual incluye hasta el coeficiente A_{32} .

En la Figura 3.9 se muestra una comparación progresiva al reducir la aberración esférica transversal (AET), entre los coeficientes de asfericidad de la lente de catálogo cuyos parámetros se encuentran en la Tabla 2.2 y los primeros ocho coeficientes de diseño en la Tabla 3.2. Es notorio que para la configuración convexo-plana ambos coeficientes disminuyen en gran cantidad la aberración esférica, esto se debe a la doble refracción que se lleva a cabo en la lente asférica. En la Figura 3.10 se muestran las gráficas de reducción de la aberración esférica transversal (AET) para los ocho coeficientes de diseño restantes en la configuración convexo-plana, para el caso del polinomio S_{h16} la aberración esférica transversal llega a un valor máximo de 0.0001λ .

Con estos valores para la aberración esférica transversal podemos decir que nuestro sistema está limitado por difracción, ya que debido a la naturaleza ondulatoria de la luz, el radio más pequeño que se puede generar usando una lente con apertura circular viene dado por el Disco de Airy [2] cuyo radio se puede expresar como

$$r_a = 1.22\lambda \frac{DFE}{D}, \quad (3.31)$$

de acuerdo a la nomenclatura de este trabajo, DFE es la distancia focal efectiva de nuestro sistema y D es el diámetro de la lente, lo cual resulta en $r_a = 1.3685\lambda$ para la lente utilizada.

En la Figura 3.11 se muestran las gráficas para la aberración esférica longitudinal (AEL) como una comparación entre lentes con coeficientes de catálogo cuyos valores se encuentran en la Tabla 2.2 y lentes con coeficientes de asfericidad de diseño analítico de la Tabla 3.2. Como se puede notar en la gráfica correspondiente al polinomio S_{h8} , éste método pierde precisión cuando se pierde la condición de que la altura de los rayos incidentes h sea menor al radio paraxial R de la lente. En las gráficas de la Figura 3.12, se muestra la aberración esférica longitudinal (AEL) a partir del polinomio S_{h9} de la Tabla 3.2.

El valor máximo que alcanza la aberración esférica longitudinal para el polinomio S_{h16} es de 0.0003λ . Al igual que en la sección anterior, se puede ver en las Figuras 3.11 y 3.9 que la aberración esférica disminuye en gran medida si se reduce la apertura de entrada, en la Figura

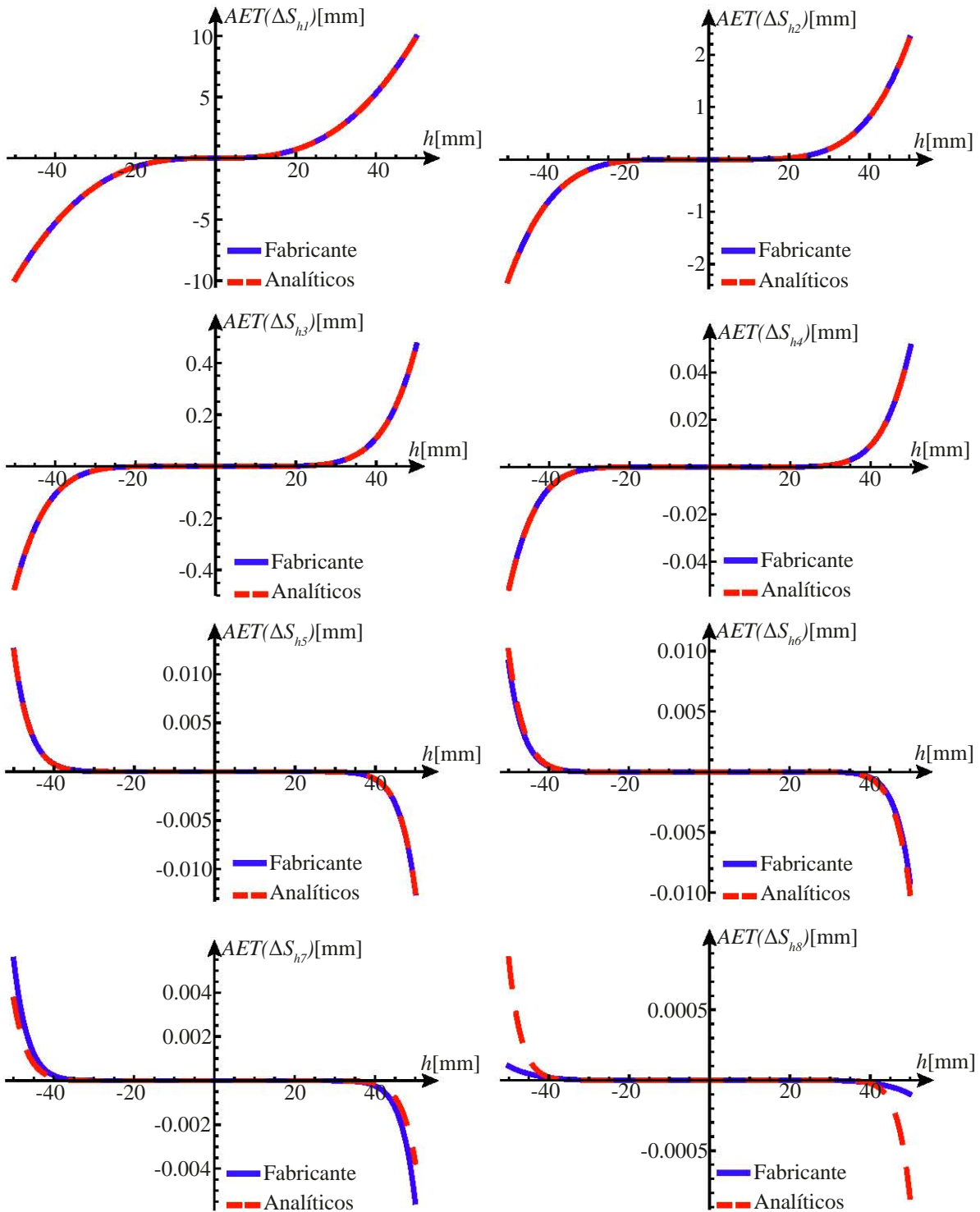


Fig. 3.9 Comparación de aberración esférica transversal (AET) para lentes de catálogo con parámetros enlistados en la Tabla 2.2 y lentes de diseño analítico con coeficientes de asfericidad enlistados en la Tabla 3.2.

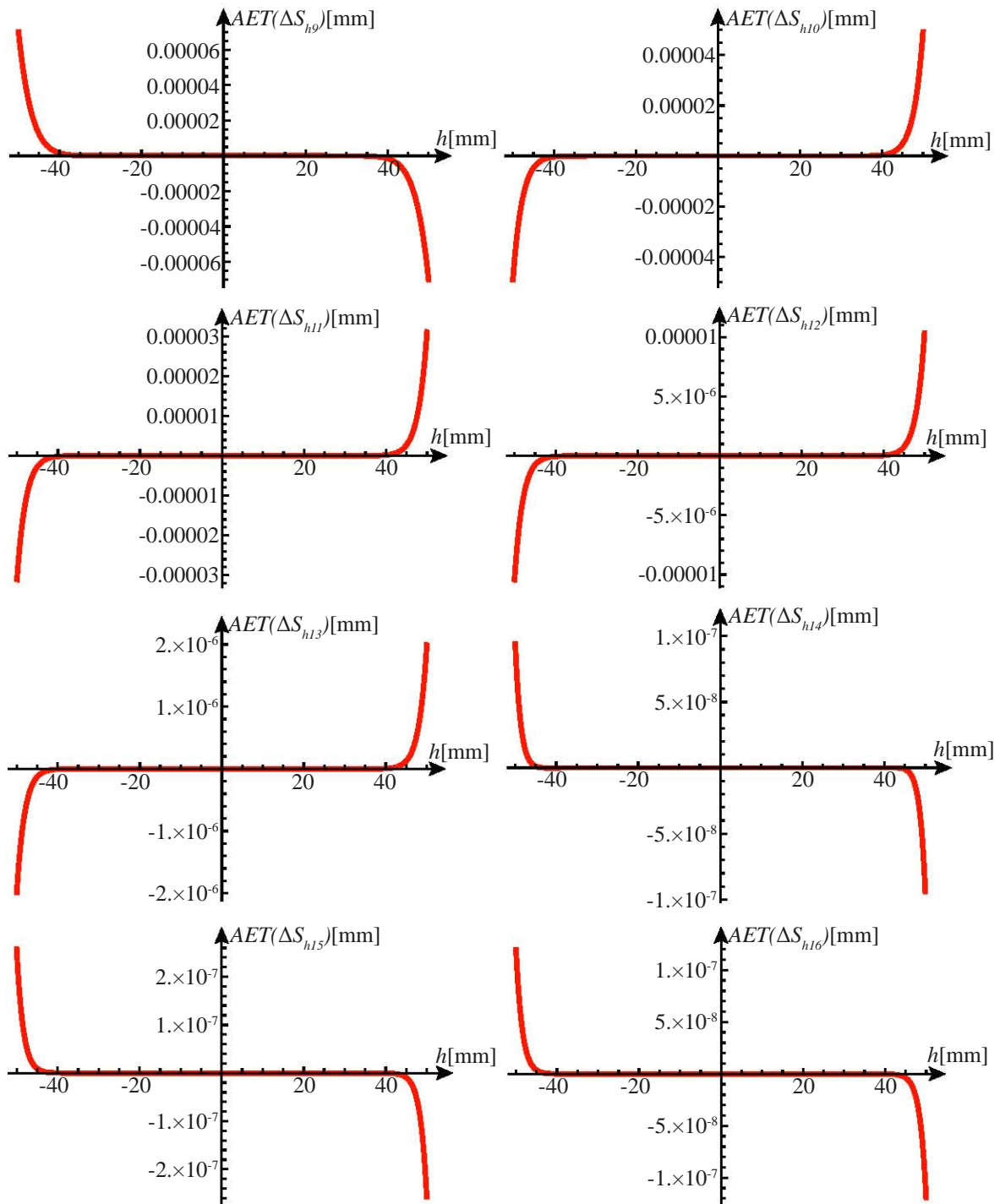


Fig. 3.10 Aberración esférica transversal (AET) para lentes asféricas convexo-planas con coeficientes de asfericidad de diseño analíticos enlistados en la Tabla 3.2.

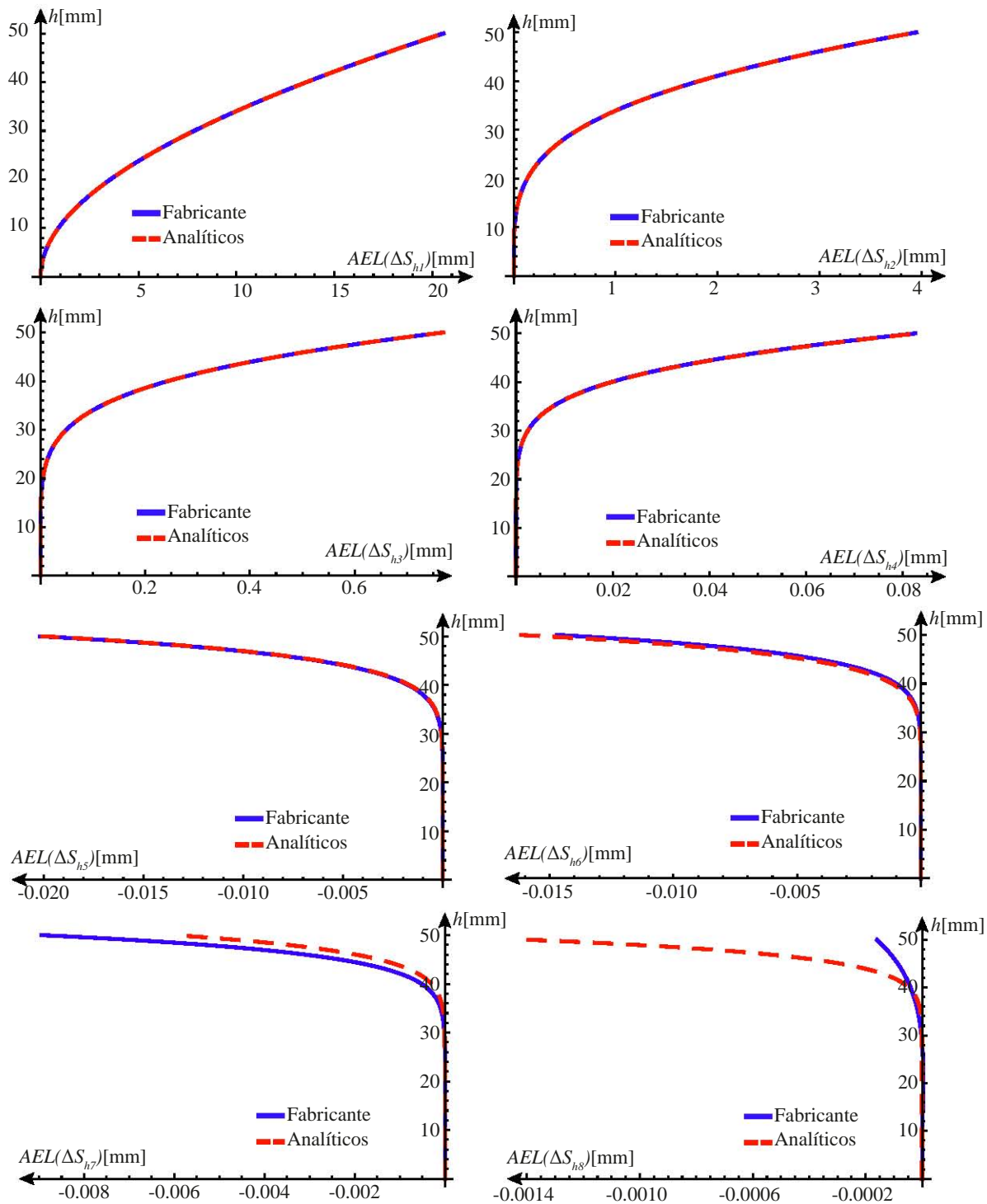


Fig. 3.11 Comparación entre la aberración esférica longitudinal (AEL) producida por una lente de catálogo con los parámetros de la Tabla 2.2 y lentes de diseño analítico con coeficientes de asfericidad enlistados en la Tabla 3.2.

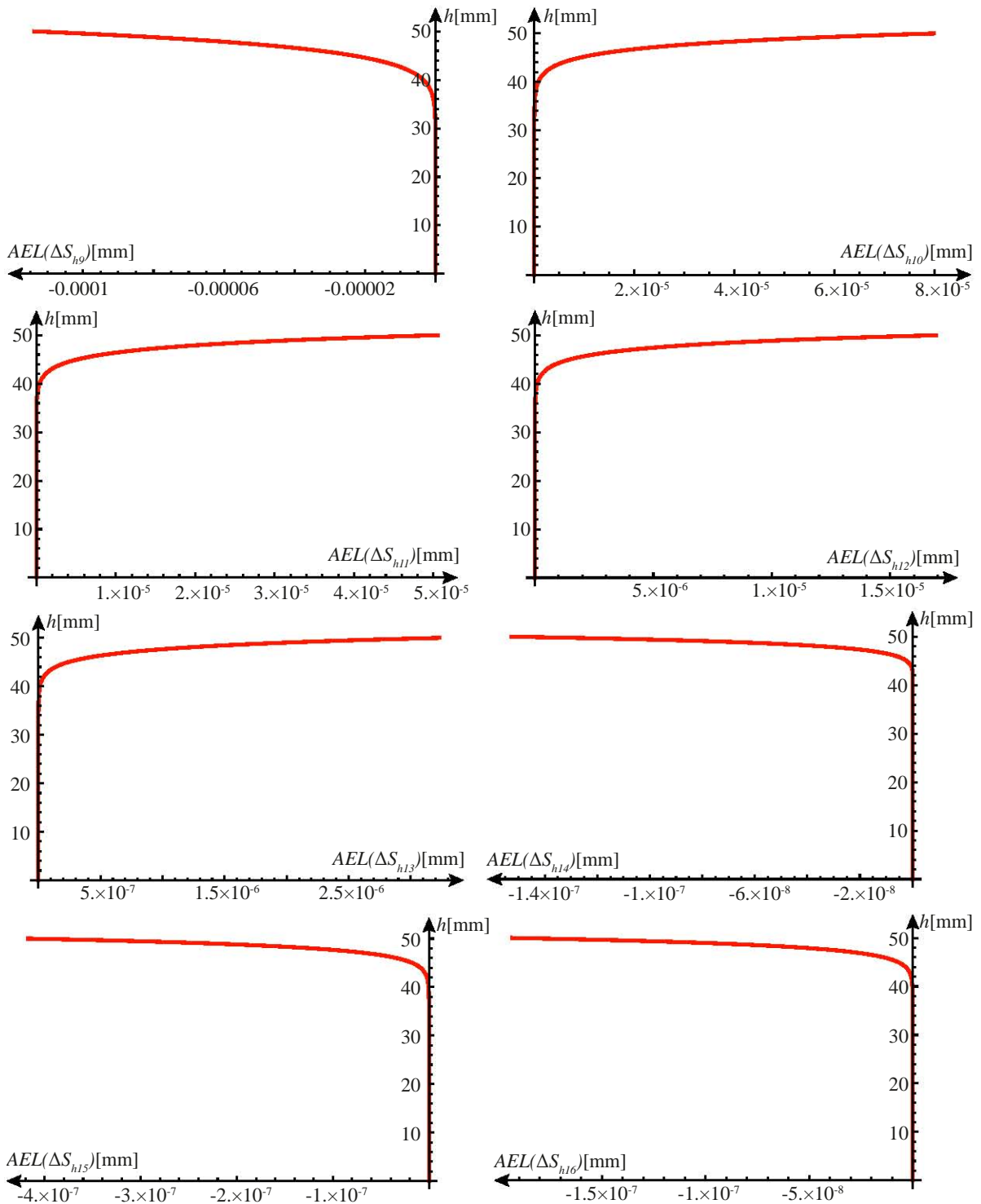


Fig. 3.12 Reducción progresiva de la aberración esférica longitudinal (AEL) producida por una lente de diseño con los paámetros de la Tabla 3.2.

3.13 podemos ver una comparación para la aberración esférica tanto transversal (AET) como longitudinal (AEL), en la cual se puede observar que los polinomios con coeficientes analíticos ofrecen buen desempeño en la mayor parte de la apertura de entrada.

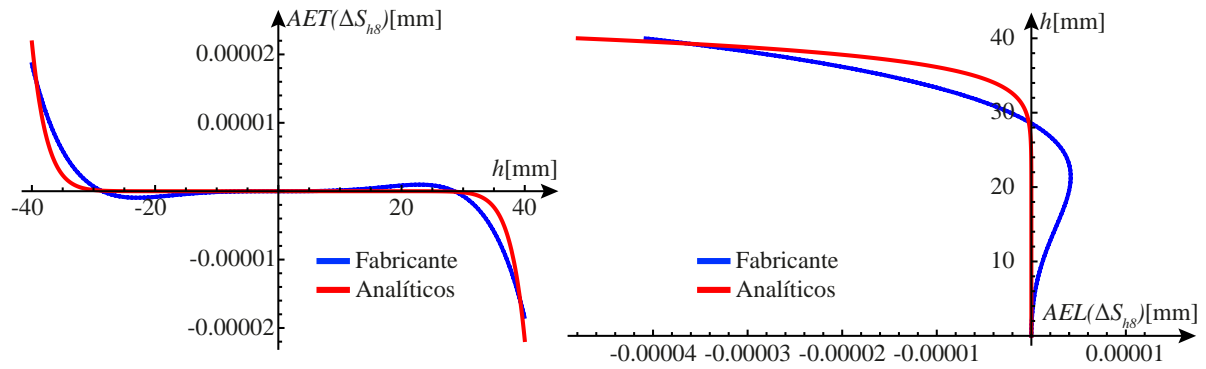


Fig. 3.13 a) Comparación de la aberración esférica transversal (AET) y longitudinal (AEL) para una lente de catálogo de la Tabla 2.2 y una de diseño analítico de la Tabla 3.2.

Capítulo 4

Prueba Cualitativa con Pantallas Nulas tipo Hartmann

La prueba de Hartmann creada por J. Hartmann en 1900 [34], tiene sus antecedentes en las mediciones de los defectos refractivos del ojo descritos en [35], utilizando una pantalla con una serie de orificios colocados cerca de la pupila de entrada o de salida del sistema bajo prueba [21]. Una pantalla usual en esta prueba consiste en una matriz de agujeros como la se muestra en la Figura 4.1, la cual se coloca cerca de la superficie bajo prueba y se observa un patrón en el plano de detección, colocado cerca del vértice del sistema bajo prueba junto a la fuente de iluminación.

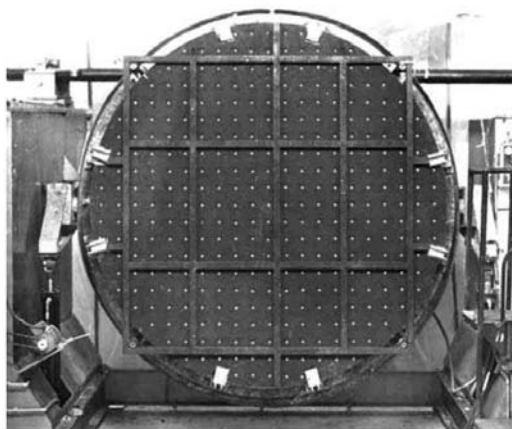


Fig. 4.1 Pantalla de Hartmann de 2.1m de diámetro para el espejo primario del Telescopio en el Observatorio Guillermo Haro, construido en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Tonatzintla, Puebla, Mexico. [21]

En la referencia [36] se hace un análisis de la relación entre la prueba de Ronchi [21] y Hartmann, concluyendo en base a óptica geométrica que, intercambiando el plano de la pantalla con el plano de detección en una de ellas se puede obtener la otra, resultando en una prueba llamada nula. Una prueba con pantallas nulas consiste principalmente en el diseño de pantallas en el plano de incidencia para obtener un determinado patrón en el plano de observación, cuando el sistema óptico no tiene imperfecciones el resultado en el plano de observación tendrá una diferencia nula con respecto al patrón diseñado, simplificando así el análisis visual.

En la literatura se pueden encontrar trabajos como la referencia [22] donde se lleva a cabo la evaluación de una superficie esférica utilizando una pantalla nula cilíndrica diseñada a partir de la ley de la reflexión, o en la referencia [23] se lleva a cabo el diseño utilizando la ecuación de la cáustica por refracción para una lente plano-convexa cónica. En el desarrollo de éste capítulo utilizaremos la ecuación exacta del rayo refractado para el diseño de las pantallas nulas tipo Hartmann en lentes esféricas en su configuración plano-convexa y convexo-plana, por lo cual se espera un arreglo uniforme de puntos en el plano de detección.

Para diseñar una pantalla nula tipo Hartmann por refracción debemos conocer varios factores de forma previa, se empieza por los parámetros de un sistema óptico predeterminado, decidir que tipo de arreglo se quiere observar en el plano de detección ya sea radial, cuadrado, etc., y por medio de un análisis geométrico obtener la ubicación para dicho plano, donde convenientemente se puede colocar un sensor tipo dispositivo de carga acoplada, CCD por sus siglas en inglés, para visualizar en una computadora el patrón esperado.

4.1 Diseño de Pantallas para una lente esférica plano-convexa

En éste trabajo se diseñan las pantallas de gotas circulares siguiendo la geometría de la Figura 4.2 para la configuración plano-convexa de una lente esférica, donde podemos observar que los rayos que inciden al sistema óptico en el punto p_a con coordenadas $\{z, h_i\}$ son refractados y cruzan el plano de detección en el punto p_0 de coordenadas $\{z_0, y_0\}$, por tal motivo se puede utilizar la ecuación exacta del rayo refractado en lentes esféricas plano-convexas para conocer la posición de las alturas h_i si conocemos *a priori* las otras variables, por lo cual se reescribe

Una manera efectiva de muestrear con gotas en una superficie es que cada una esté separada dos veces su radio de su contigua, entonces al decidir el número de gotas a lo largo de la distancia mas corta del CCD, se puede calcular el radio r_G de cada gota como

$$r_G = \frac{L}{4G - 2}, \quad (4.2)$$

por lo cual los centros de cada gota están dados por

$$\{v_i, w_j\} = \{4ir_G, 4jr_G\}, \quad i, j = 0, 1, 2, 3, \dots, \frac{G+1}{2}. \quad (4.3)$$

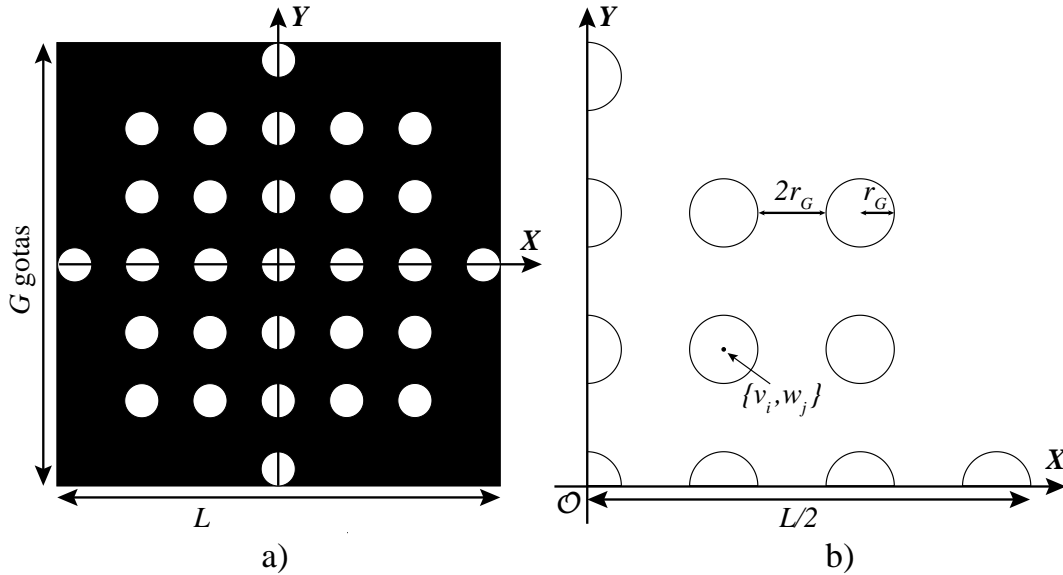


Fig. 4.3 Diagrama que ilustra la geometría para el diseño de pantallas nulas tipo Hartmann en una lente esférica plano-convexa.

Para construir las círculos con centro localizado en las coordenadas de la Ecuación 4.3 se considera que son polígonos formados con un número de lados m , por lo cual podemos calcular cada vértice con las siguientes coordenadas

$$\{v_{Mim}, w_{Mjm}\} = \left\{ v_i + r_G \cos \frac{2\pi}{p}, w_j + r_G \sin \frac{2\pi}{p} \right\}, \quad p = 1, 2, 3, \dots, m, \quad (4.4)$$

así se obtiene una matriz por cada una de las M circunferencias diseñadas. Como se ha mencionado, las coordenadas de la Ecuación 4.4 están localizadas en el plano de detección que es

ortogonal a la propagación de la luz, como se muestra en la Figura 4.4a, las cuales se pueden expresar como

$$\{z_0, y_{Mim}\} = \left\{ z_0, \sqrt{v_{Mim}^2 + w_{Mjm}^2} \right\}, \quad (4.5)$$

siendo la distancia y_{Mim} a un ángulo

$$\theta = \arctan\left(\frac{w_{Mjm}}{v_{Mim}}\right), \quad (4.6)$$

la variable y_0 en la Ecuación 4.1, por lo cual se puede resolver para h_i y así obtener las alturas a las cuales inciden los rayos que llegarán al CCD al diseño previsto, como se muestra en la Figura 4.4. Sin embargo éste cálculo se hace en el plano meridional, para obtener las coordenadas correctas en el plano de ortogonal $X - Y$ se aplica una rotación al valor obtenido para h_i como sigue

$$\begin{pmatrix} v'_{Mjm} \\ w'_{Mjm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ h_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_i \text{sen } \theta \\ h_i \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

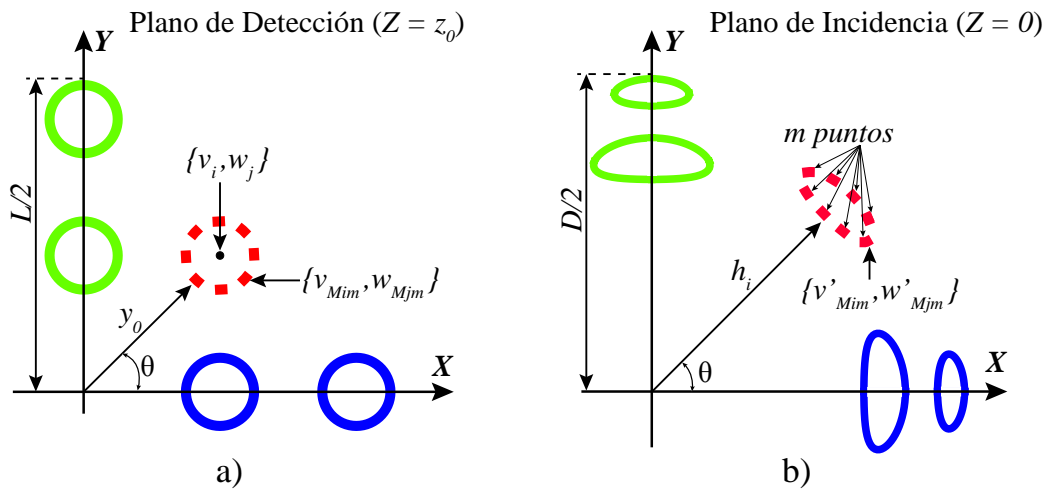


Fig. 4.4 a) Diagrama en el plano de detección sobre el diseño de pantallas nulas tipo Hartmann. b) Plano de incidencia, donde se pueden apreciar las deformaciones que sufren las imágenes.

En este trabajo se evalúa cualitativamente la aberración esférica transversal y longitudinal de una lente esférica, por lo cual para el diseño de las pantallas se utiliza una distancia z_0 igual al foco paraxial f de la lente, que como ya se ha mencionado a lo largo de este trabajo,

está relacionado con la distancia focal efectiva. Otro factor a tomar en cuenta es la distancia L del sensor a utilizar, ya que el rayo marginal en dicho sensor tendrá una distancia máxima relacionada con una altura h_{imax} en la lente bajo prueba, cuyo valor no puede superar la altura crítica h_c por condiciones físicas en la configuración plano-convexa como se muestra en la Figura 4.5.

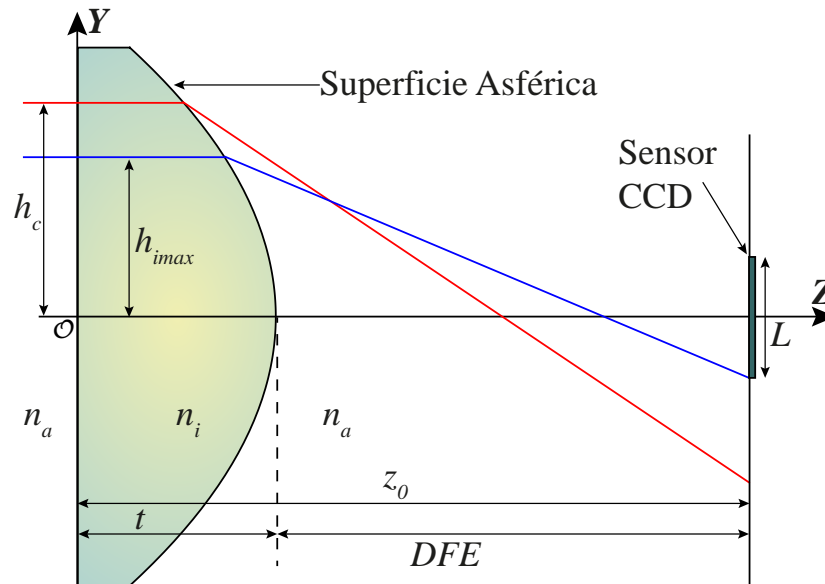


Fig. 4.5 Diagrama con la relación entre el tamaño del sensor y el área a evaluar en una lente plano-convexa.

Con éste método, es necesario conocer *a priori* algunos parámetros físicos y geométricos involucrados en el proceso de refracción en una lente, por ello se utilizó una lente del laboratorio de Sistemas Ópticos del Centro de Ciencias y Desarrollo Tecnológico (CCADET), cuyos valores se enlistan en la Tabla 4.1, para evaluar con un sensor CCD cuyos parámetros son $6.6 \times 8.8\text{mm}$ y 480×640 pixeles respectivamente, cuyos pixeles cuadrados miden $13.75\mu\text{m}$.

Con la información desarrollada en este capítulo, se diseñan las pantallas nulas para una lente asférica plano-convexa con una distancia focal efectiva $DFE = 26.5\text{mm}$ a una longitud de onda $\lambda = 633\text{nm}$. Como se espera un arreglo cuadrado de gotas, para el diseño se toma $L = 6.6\text{mm}$, resultando una pantalla nula como se muestra en la Figura 4.6, donde claramente se aprecia que el área evaluada es menor al área total de la lente, esto debido al tamaño del sensor. Vale la pena mencionar que moviendo el sensor sobre el eje óptico varía el área a eval-

Tabla 4.1 Parámetros para la lente esférica ACL3026 del catálogo de Thorlabs.

n_a	n_i	R	k	D
1	1.523	-13.8595mm	-1	30mm
t	DFE	A_2	A_4	A_6
11.4mm	26.5mm	7.9×10^{-6}	1.5×10^{-7}	1.3×10^{-9}

uar, y se puede calcular la posición para una óptima evaluación.

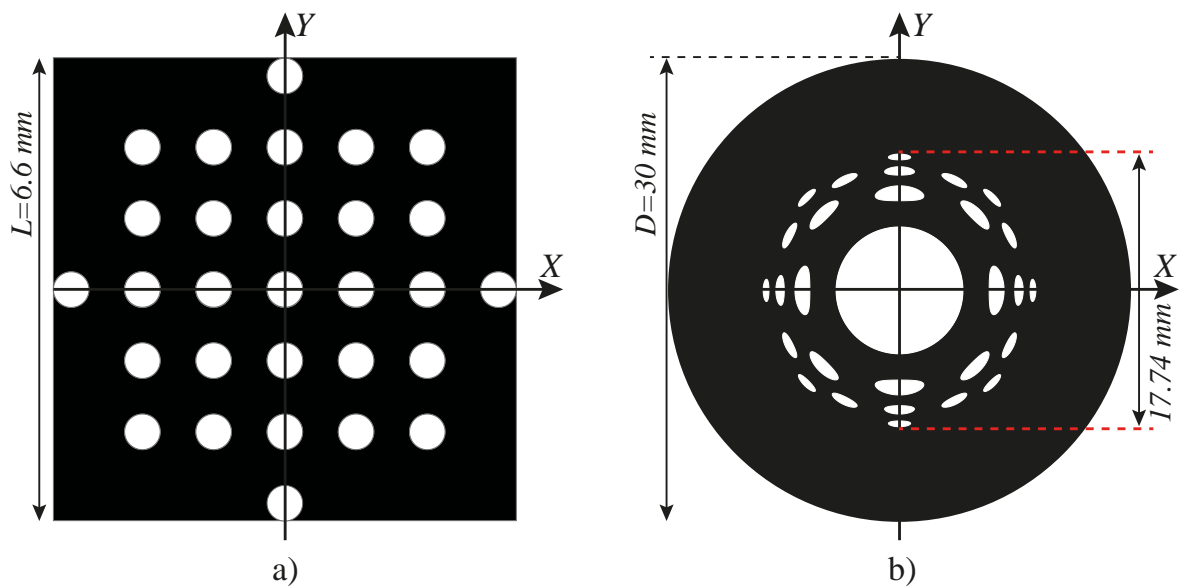


Fig. 4.6 a) Diseño de patrón esperado para una prueba por pantallas nulas tipo Hartmann a una lente esférica con un sensor de 6.6 mm de largo. b) Pantalla nula para una lente esférica plano-convexa de 30 mm de diámetro, limitada a 17.74 mm por el tamaño del sensor.

Como se puede observar, la pantalla nula cuenta con gotas en el centro de la lente, esto tiene varios beneficios, uno de los más prácticos es que facilita la alineación en el proceso experimental, ya que encontrar el centro del patrón en la Figura 4.6a puede complicarse aún con la ayuda de mecanismos de precisión. Otro aspecto benéfico es que el centro de la lente puede ser evaluado con este tipo de pantallas, sin embargo para una mejor evaluación es necesario hacer un muestreo más denso, como se muestra en la Figura 4.7, donde se pueden apreciar pantallas nulas con distintas densidades, cuyo límite está dado por la resolución en la impre-

sión de las pantallas y el tamaño del pixel en el sensor a utilizar.

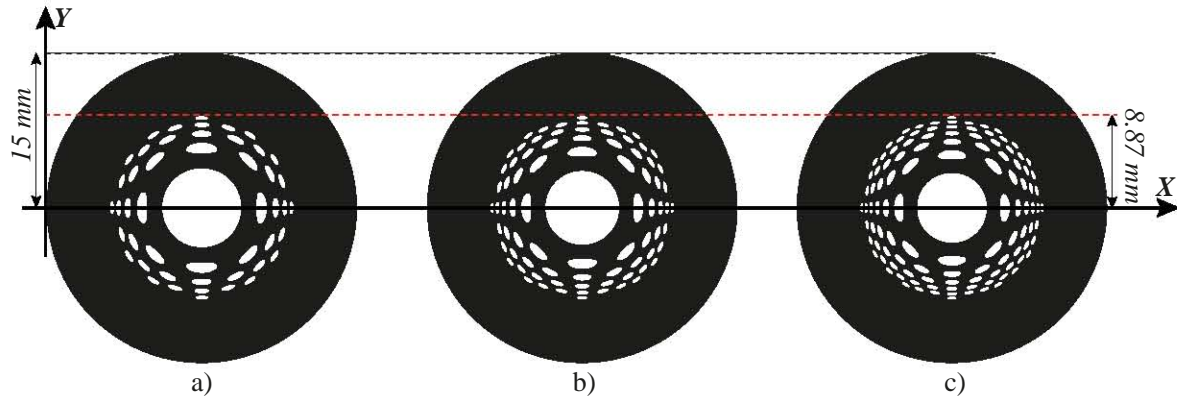


Fig. 4.7 a) Pantalla nula para lente plano-convexa con nueve gotas a lo largo de los ejes. b) Pantalla nula con once gotas a lo largo de los ejes. c) Pantalla nula con trece gotas a lo largo de los ejes.

4.2 Diseño de Pantallas para una lente esférica convexo-plana

Para en diseño de pantallas nulas tipo Hartmann en la configuración convexo-plana de una lente esférica, se sigue un proceso similar al de la Sección 4.1, empezando por definir la geometría del trazado de rayos para esta configuración, la cual se aplica a la geometría de la Figura 4.8, donde se observa que los rayos llegan paralelos al eje óptico, los cuales podemos representar con el rayo que incide en el punto p_a de coordenadas $\{S_{h_N}(h_i), h_i\}$, el cual sufre una primer refracción para llegar al punto p_b de coordenadas $\{t, y_b\}$, donde es refractado nuevamente e intercepta el punto p_0 de coordenadas $\{z_0, y_0\}$ sobre el plano de detección.

En la Ecuación 3.18 se define la expresión exacta para el trazo de rayos en su segunda refracción en función de las alturas h de los rayos incidentes, por lo cual se puede reescribir substituyendo las variables $\{z, y\}$ por $\{z_0, y_0\}$ y h por h_i para adaptar la ecuación al diseño de pantallas como sigue

$$h_i - y_0 - \frac{(n_i^2 - n_a^2)[t - S_{h_N}(h_i)]S'_{h_N}(h_i)}{n_i^2 + n_a\sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2)S_{h_N}^2(h_i)}} - \frac{(n_i^2 - n_a^2)(z_0 - t)}{\Lambda} = 0, \quad (4.8)$$

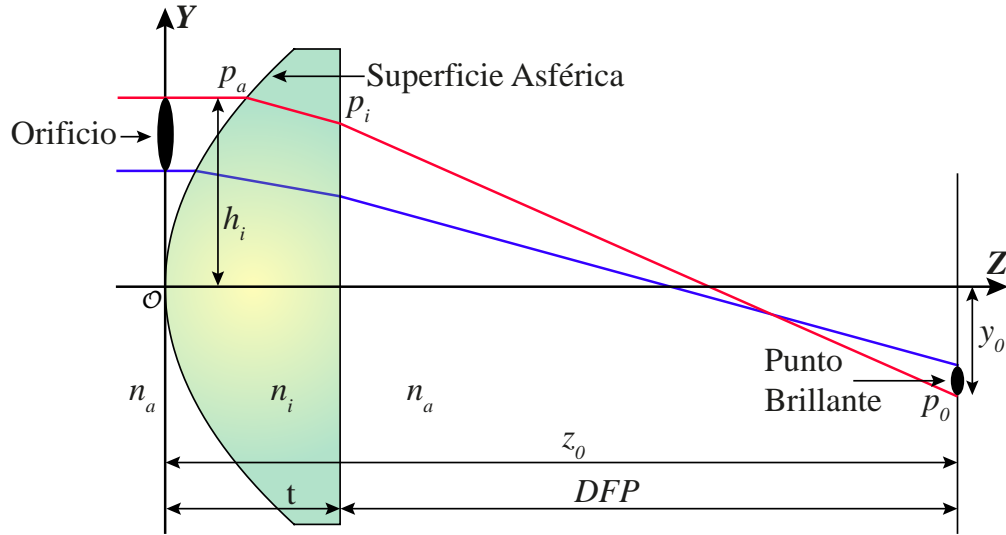


Fig. 4.8 Geometría para el diseño de pantallas nulas tipo Hartmann para una lente esférica en su configuración convexo-plana.

donde

$$\Lambda = \sqrt{n_a^2 \left[n_a + \sqrt{n_i^2 + (n_i^2 - n_a^2) S_{h_N}^2(h_i)} \right]^2 - (n_i^2 - n_a^2)^2 S_{h_N}^2(h_i)}, \quad (4.9)$$

al igual que en la configuración anterior, obtenemos una ecuación que conduce a un polinomio en función de h_i el cual se resuelve numéricamente con la función *FindRoot* del software *Mathematica*, definiendo el plano de detección en el foco paraxial de la lente. El plano de detección $X - Y$ se utiliza para ambas configuraciones de una lente esférica, por lo cual se sigue el mismo proceso de muestreo en con el fin de obtener las coordenadas de los puntos que generan las gotas en el plano de incidencia como

$$\{z_0, y_{Mim}\} = \left\{ z_0, \sqrt{v_{Mim}^2 + w_{Mjm}^2} \right\}, \quad (4.10)$$

donde las coordenadas $\{z_0, y_{Mim}\}$ corresponden a las variables z_0 y y_0 de la Ecuación 4.8, se procede a resolver para h_i lo cual resulta en sólo una solución real que se adapta a las características físicas del sistema, recordemos que para encontrar la posición de diseño debemos

aplicar una rotación a estas soluciones con a un ángulo de

$$\theta = \arctan\left(\frac{w_{Mjm}}{v_{Mim}}\right), \quad (4.11)$$

Así podemos construir pantallas nulas para la lente de la Tabla 4.1 ahora en su configuración convexo-plana como se muestra en la Figura 4.9, donde podemos notar que las pantallas cubren la mayor parte del área de la lente, debido a que en ésta configuración los rayos no sufren reflexión total interna y el tamaño de la pantalla se limita por la longitud del sensor CCD a utilizar o en el caso de este proyecto, la montura de la lente limita una pequeña área de evaluación en los bordes de la lente.

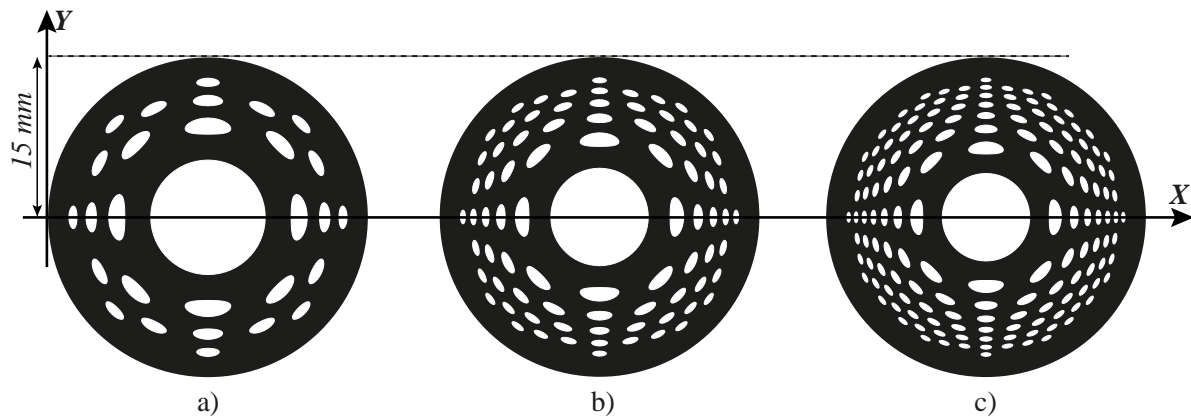


Fig. 4.9 a) Pantalla nula con siete gotas en los ejes para una lente esférica en su configuración convexo-plana. b) Pantalla con once gotas en los ejes. c) Pantalla de gotas con quince gotas en los ejes.

4.3 Desarrollo Experimental

Una vez diseñadas las pantallas nulas tipo Hartmann para la lente esférica en ambas configuraciones se procede a implementarlas en una prueba cualitativa, esto se llevó a cabo en el laboratorio de Pruebas Ópticas del CCADET-UNAM. Para ello se utilizó un láser polarizado Helio-Neón sintonizable en cinco longitudes de onda (543, 594, 604, 612 y 633 nm) modelo 30602 de Research Electro-Optics; una montura para filtro espacial Edmund Optics; un objetivo de microscopio Edmund Optics de 20×; un pinhole de 25μm; un doblete acromático con una distancia focal efectiva de 50mm y 50mm de diámetro para colimar el haz láser; dos polarizadores Polaroid y una cámara con sensor CCD de 6.6×8.8mm y 480×640ppx respecti-

vamente. El arreglo experimental se coloca sobre una mesa holográfica Edmund Optics.

Las pantallas nulas se diseñaron suponiendo la incidencia de un haz de luz colimado monocromático de $\lambda = 633nm$ sobre la lente bajo prueba, por lo cual se sintoniza el láser a esa longitud de onda. Después se procede a la alineación del mismo, para ello en el laboratorio de Sistemas Ópticos colocamos 2 puntas metálicas de igual medida en línea recta sobre la mesa óptica y haciendo pasar el láser por esa línea y en el borde superior de las puntas, se logra una propagación paralela a la mesa óptica.

Para obtener un frente de onda plano, primero se hace pasar el haz por el filtro espacial, lo cual involucra que se expanda en el objetivo de microscopio y se filtre a través del pinhole. Siguiendo la línea de propagación, colocamos el doblete acromático a su distancia focal efectiva con respecto del pinhole, dando como resultado un haz colimado. Para comprobar que los rayos se propagan de forma paralela utilizamos un interferómetro de desplazamiento lateral, en el cual podemos observar un arreglo de franjas de igual tamaño cuando se le hace incidir un haz colimado como se muestra en la fotografía de la Fig 4.10.



Fig. 4.10 Fotografía del interferómetro de desplazamiento lateral para comprobar un frente de onda plano.

En la Fig. 4.11 se muestra el diagrama del arreglo experimental, en el cual también pode-

mos notar dos polarizadores los cuales regulan la intensidad para evitar que el sensor CCD se sature. De igual manera se observa que la cámara se coloca una distancia z_0 la cual se utiliza en el diseño de las pantallas. Por último, se espera observar en tiempo real el arreglo uniforme en una computadora.

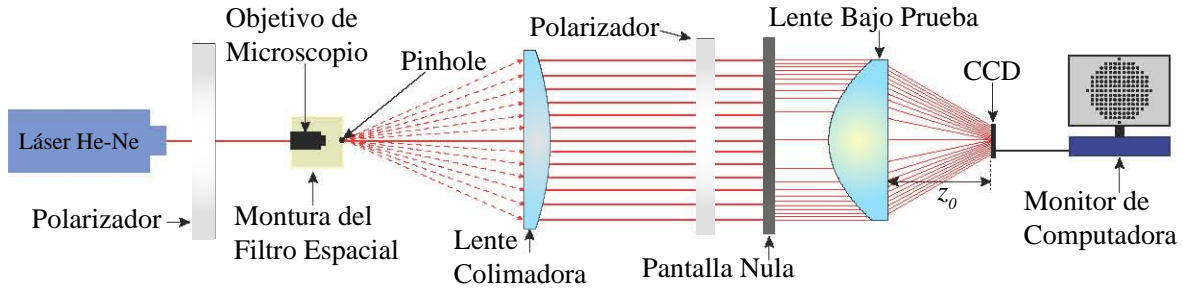


Fig. 4.11 Diagrama del arreglo experimental para la prueba con pantallas nulas.

Para lograr mejores resultados al poner en marcha el experimento es importante utilizar instrumentos de precisión para manipular con mayor facilidad los elementos ópticos, una de las medidas más importantes es colocar la cámara CCD sobre una platina de desplazamiento, en este caso con dos grados de libertad y a su vez sobre un riel como se muestra en la fotografía de la Fig. 4.12. Esto es para facilitar el movimiento del sensor al buscar la posición de diseño donde se podrá observar el patrón ordenado de gotas.

Ya que cada elemento en el arreglo experimental se puede manipular de forma independiente, se puede utilizar para probar ambas configuraciones de la lente simplemente girando la montura de la misma. Las pantallas se imprimieron sobre acetatos transparentes en una impresora láser con una resolución máxima de 600 dpi.

4.4 Resultados de la prueba Cualitativa en una lente esférica.

Se utilizó una pantalla de 15 gotas en la línea central para evaluar cualitativamente ambas configuraciones de la lente esférica cuyos parámetros se enlistan en la Tabla 4.1, de igual modo ambas pantallas fueron diseñadas para observar un arreglo cuadrado de gotas si se coloca el sensor CCD en el foco de cada configuración.

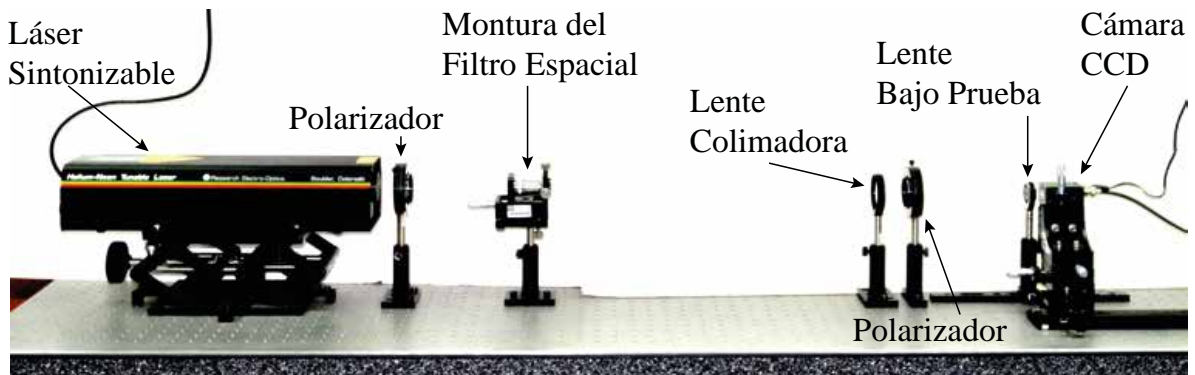


Fig. 4.12 Fotografía del arreglo experimental para la prueba de una lente con pantallas nulas.

En la Fig. 4.13a se muestra la pantalla para la configuración plano-convexa que se imprimió en acetato para su uso en el experimento, en la Fig. 4.13b se muestra una fotografía cuando el sensor CCD se coloca fuera de la distancia z_0 de diseño, en este caso es acercando el sensor, y en la Fig. 4.13c se muestra un arreglo ordenado de gotas, siendo esta figura el mejor acercamiento al patrón esperado.

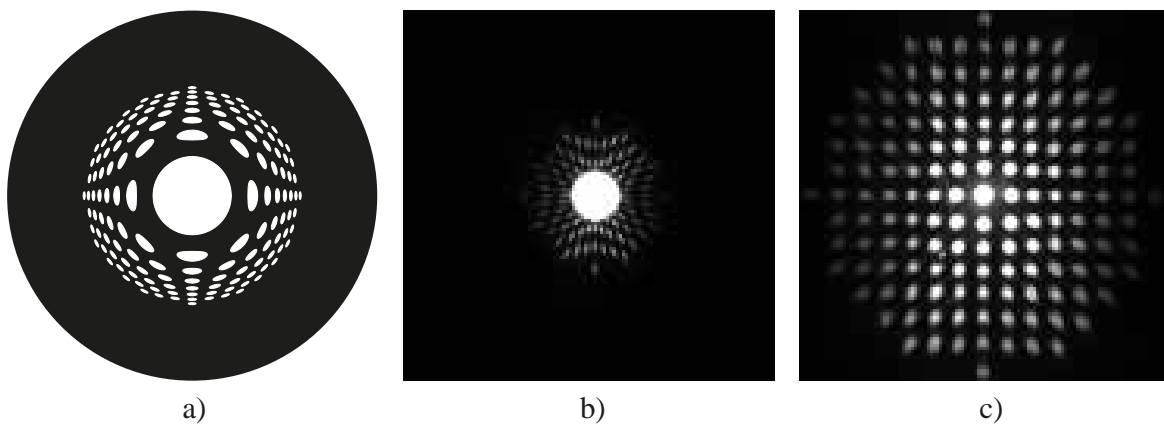


Fig. 4.13 a) Pantalla Nula tipo Hartmann de diseño. b) Fotografía tomada a una distancia menor que la de diseño de una Pantalla Nula tipo Hartmann en su configuración plano-convexa. c) Fotografía tomada a la distancia z_0 de diseño de una Pantalla Nula tipo Hartmann en su configuración plano-convexa donde podemos observar un patrón ordenado de gotas.

Utilizando el programa *imagej* podemos obtener los centroides de la fotografía mostrada en la Figura 4.13c y hacer una comparación con los centroides ideales de diseño obtenidos con

la Ecuación 4.3, como se muestra en la Fig 4.14, se aprecian desviaciones menores al patrón esperado, estas variaciones como se ha comentado se deben a las imperfecciones de la lente entre otros factores como la alineación del sistema.

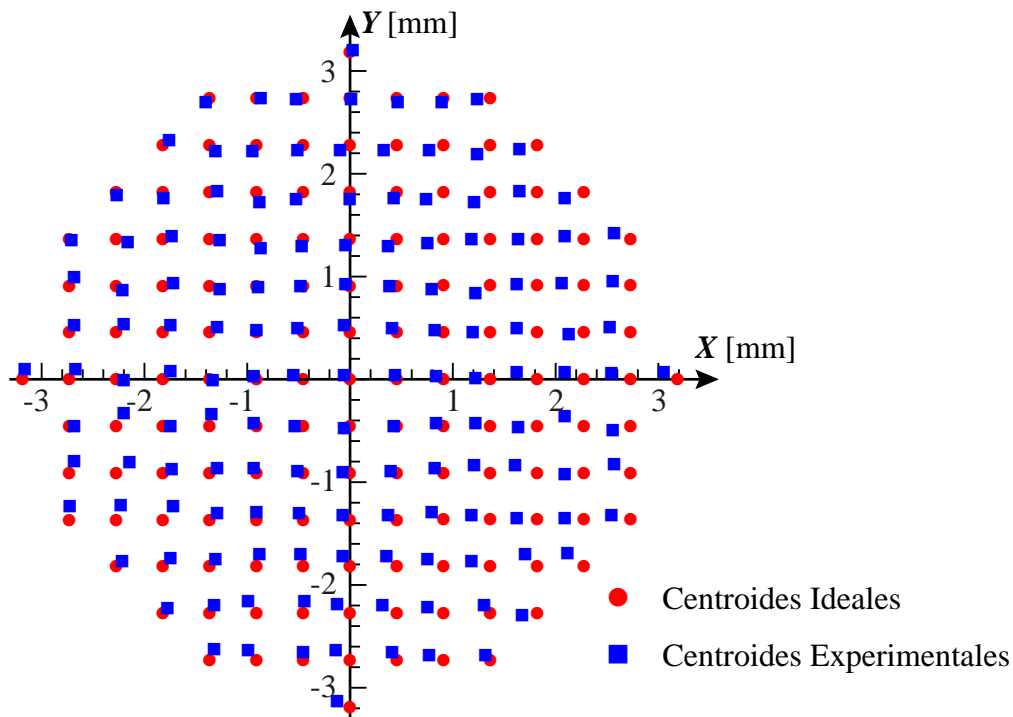


Fig. 4.14 Comparación entre centroides ideales y experimentales para una lente esférica plano-convexa de catálogo.

De igual modo podemos analizar cualitativamente la aberración esférica transversal (*AET*) utilizando los centroides experimentales de una línea que pase por el origen del sensor como se muestra en la Figura 4.15, donde podemos notar una comparación con los centroides ideales, es claro que la curva muestra un comportamiento bastante similar al esperado evaluada con respecto a la altura h de los rayos incidentes.

En la Figura 4.16 se muestra la comparación para la aberración esférica longitudinal, estos valores se obtienen calculando la la posición del rayo que llega a cada centroide sobre el eje óptico con la Ecuación del rayo refractado 4.1, se puede apreciar un comportamiento similar a la aberración transversal, cabe mencionar que otra forma de evaluar la aberración esférica

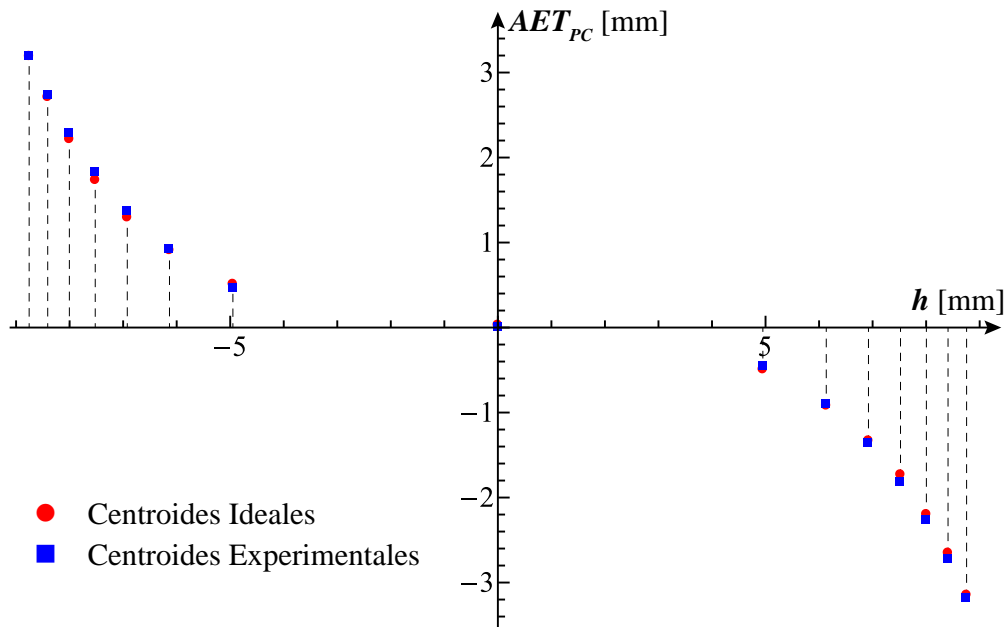


Fig. 4.15 Comparación entre la aberración esférica transversal (AET) exacta y la evaluada cualitativamente en una lente esférica plano-convexa respecto a la altura h de los rayos incidentes.

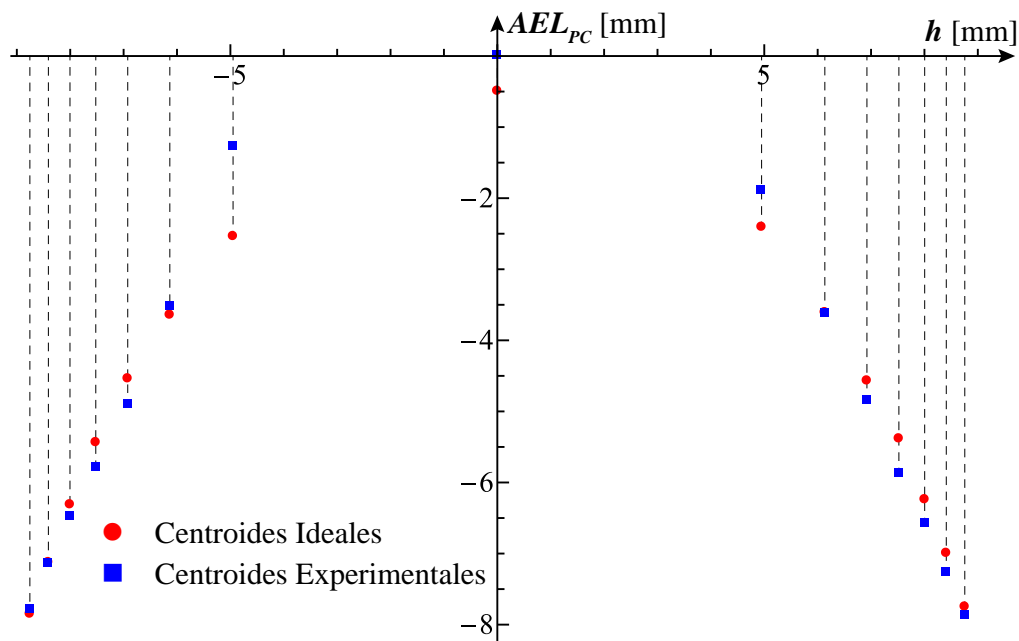


Fig. 4.16 Comparación entre la aberración esférica longitudinal exacta (AEL) y la evaluada cualitativamente en una lente esférica plano-convexa respecto a la altura h de los rayos incidentes.

longitudinal con éste método es diseñar pantallas nulas variando la distancia z_0 para muestrear distintas distancias a partir del foco paraxial f , por último cabe mencionar que el vértice de la lente es difícil de localizar en ésta configuración.

En la configuración convexo-plana se utilizó de igual manera una pantalla de 15 gotas en la línea central, podemos observar las fotografías resultantes en la Fig.4.17b, donde se muestra la imagen detectada por el sensor CCD a una distancia fuera de la diseñada, en este caso mas cercano, y en el lado derecho 4.17c se muestra la imagen tomada a la distancia z_0 de diseño, donde se aprecia un arreglo ordenado de gotas muy similar al esperado.

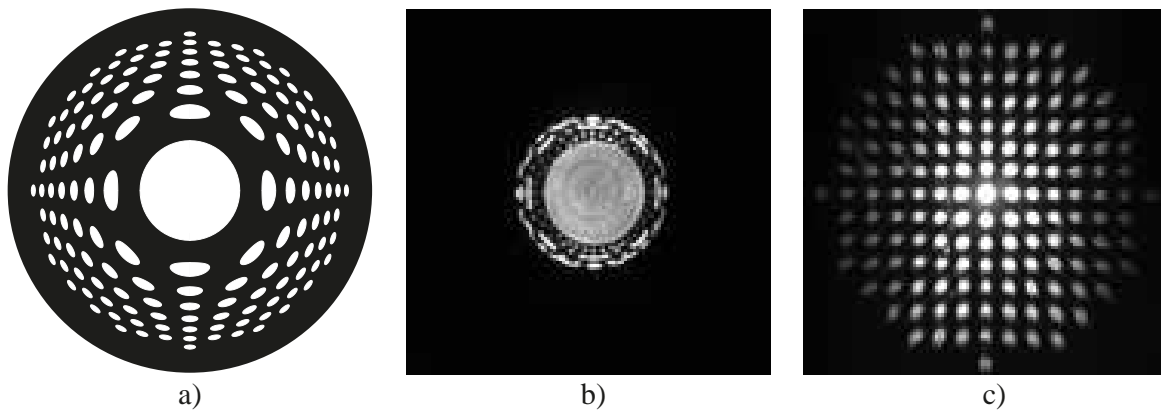


Fig. 4.17 a) Pantalla Nula tipo Hartmann de diseño. b) Fotografía tomada a una distancia menor que la de diseño de una Pantalla Nula tipo Hartmann en su configuración convexo-plana. c) Fotografía tomada a la distancia z_0 de diseño de una Pantalla Nula tipo Hartmann en su configuración convexo-plana donde podemos observar un patrón ordenado de gotas.

Utilizando el mismo proceso que en la configuración plano-convexa, hacemos uso del programa *imagej* para obtener los centroides de la fotografía mostrada en la Figura 4.17c, como se puede notar en la Figura 4.18a en esta configuración los centroides en la parte central coinciden mejor con los de diseño, esto debido a la doble refracción que sufren los rayos en ésta configuración, por lo cual podemos evaluar una mayor pupila de entrada como se ha comentado a lo largo de éste trabajo.

Se puede realizar un análisis cualitativo de la aberración esférica transversal (*AET*) utilizando los centroides con simetría respecto del eje óptico, por lo cual, siguiendo el proceso de la configuración anterior utilizamos los datos de los centroides de la línea vertical central de

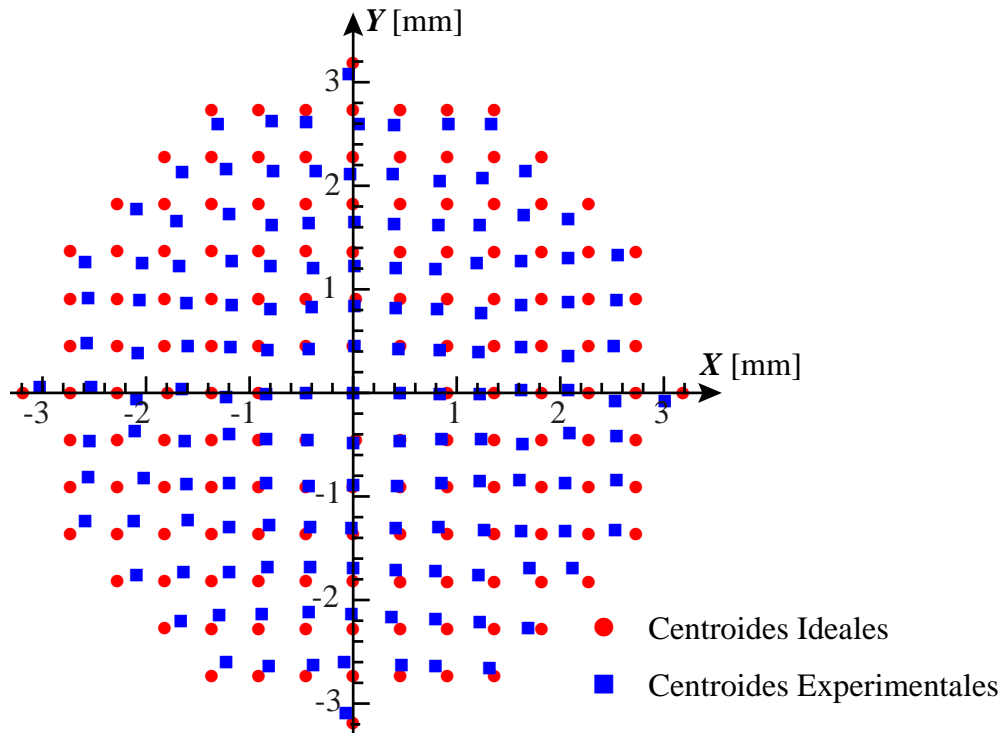


Fig. 4.18 a) Comparación entre centroides ideales y experimentales para una lente esférica convexo-plana.

la Figura 4.18 para calcular los valores de la altura h de los rayos incidentes y lograr así una comparación con la aberración esférica esperada como se muestra en la Figura 4.19, donde se puede apreciar una mejor correspondencia.

Para el caso de la evaluación cualitativa de la aberración esférica longitudinal en la configuración convexo-plana, calculamos la posición del rayo que llega a cada centroide sobre el eje óptico haciendo uso de la Ecuación 4.8, estos datos los utilizamos para generar la gráfica comparativa de la Figura 4.20, debido a que en esta configuración tenemos menor aberración esférica, y a que el experimento se lleva a cabo en tiempo real, se facilita la alineación del sistema.

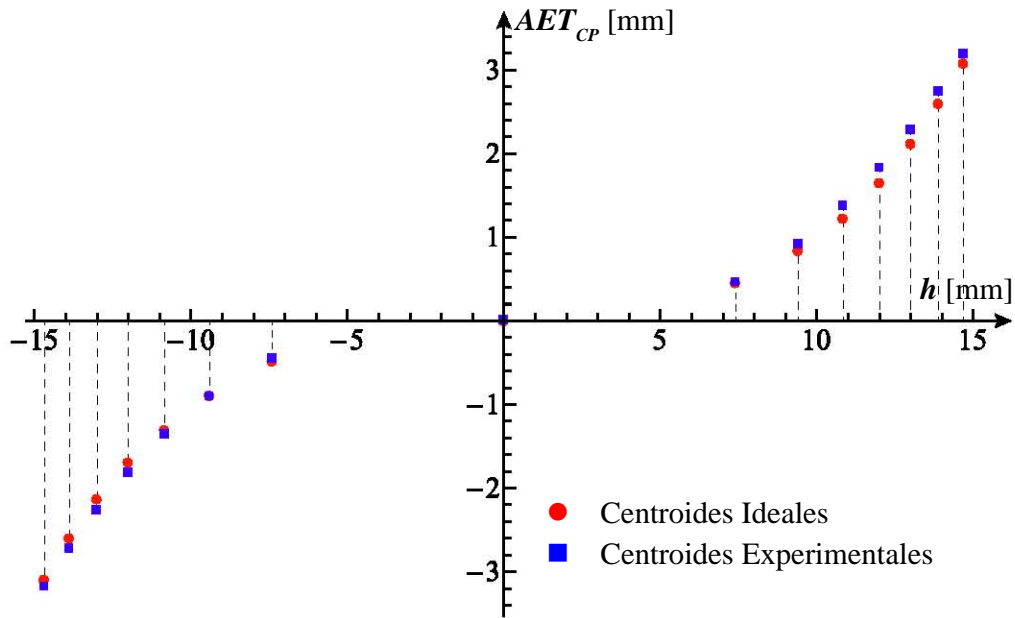


Fig. 4.19 Comparación entre la aberración esférica transversal (AET) exacta y la evaluada cualitativamente en una lente esférica convexo-plana respecto a la altura h de los rayos incidentes.

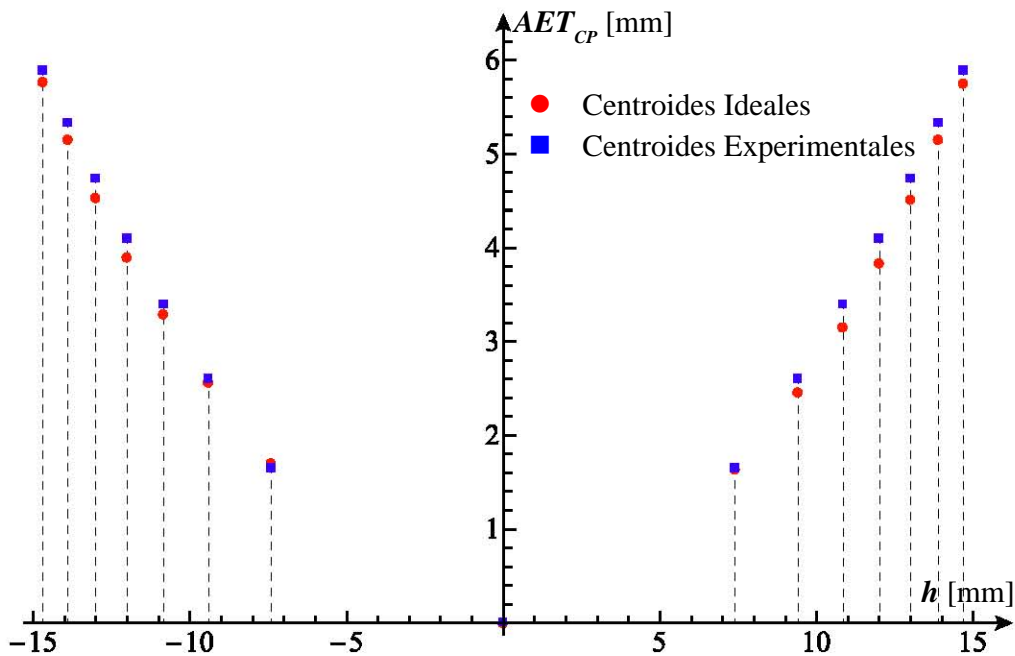


Fig. 4.20 Comparación entre la aberración esférica longitudinal exacta (AEL) y la evaluada cualitativamente en una lente esférica convexo-plana respecto a la altura h de los rayos incidentes.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo a futuro

En este trabajo se presenta un método detallado para encontrar la ecuación exacta para el trazo de rayos en lentes esféricas simples en sus configuraciones plano-convexa y convexo-plana suponiendo la incidencia de un frente de onda plano en la primer superficie de cada configuración, dichas ecuaciones se utilizan para obtener la forma paramétrica de la curva cáustica por refracción en lentes esféricas simples, estas ecuaciones están en función de los parámetros paraxiales físicos y geométricos involucrados en el proceso de refracción.

Se llevó a cabo un análisis de la curva diacústica (cáustica por refracción) para diseñar coeficientes de asfericidad de forma analítica en lentes esféricas que reduzcan la aberración esférica, se observó que en la configuración plano-convexa se genera mayor aberración esférica que la convexo-plana, ya que en ésta última ocurren dos refracciones, también se analizaron los valores de aberración esférica resultantes comparándolos con lentes de catálogo, demostrando que el método utilizado en este proyecto reduce la aberración esférica de forma equivalente siendo limitado el método únicamente por difracción.

También se encontró que la serie que describe a la lente esférica es asintótica, esto quiere decir que sumar un número elevado de coeficientes de asfericidad a nuestra superficie no asegura la convergencia a una lente perfecta, también que el signo de la aberración esférica varía de acuerdo al número de coeficientes de asfericidad que describen a la superficie debido a la que estos producen deformaciones en la superficie ya sea sumándose o restándose a la misma.

Se implementó una prueba cualitativa a una lente esférica de catálogo utilizando Pantallas Nulas de gotas tipo Hartmann, las cuales fueron diseñadas utilizando la ecuación exacta para el trazo de rayos por refracción en ambas configuraciones. Éstas pantallas se diseñaron colocando el plano de detección a la distancia focal; esto es para poder medir la aberración esférica de forma cuantitativa en trabajos posteriores. Es importante mencionar que con las pantallas implementadas en este proyecto se puede evaluar el centro de las lentes bajo prueba.

Del análisis cualitativo de los centroides se demostró que éste método es útil para evaluar la aberración esférica transversal y longitudinal, se planea implementar el mismo proceso para diseñar pantallas dentro del área de la cáustica y así poder hacer un análisis en tercera dimensión de las propiedades de una lente, y no sólo en un plano meridional.

Se pretende completar detalles de este proyecto como analizar los márgenes de error de nuestras ecuaciones para su aplicación en la manufactura de lentes, así como una prueba cuantitativa para lentes esféricas utilizando pantallas nulas de gotas, ya sea evaluar la forma de la superficie o medir la aberración esférica con éste método.

Bibliografía

- [1] R. R. Shannon, “Aspheric Surfaces,” in *Applied Optics and Optical Engineering*, vol. VIII (Academic Press, 1980).
- [2] D. Malacara and Z. Malacara, *Handbook of Lens Design* (Marcel Dekker Inc., 1994).
- [3] M. Katz, “Aspherical surfaces used to minimize oblique astigmatic error, power error, and distortion of some high positive and negative power ophthalmic lenses,” *Applied Optics* **21**(16), 2982–2991 (1982).
- [4] G. Smith and D. A. Atchison, “Effect of conicoid asphericity on the Tscherning ellipses of ophthalmic spectacle lenses,” *JOSA* **73**(4), 441–445 (1983).
- [5] D. H. Schulte, “Prime Focus Correctors Involving Aspherics,” *Applied Optics* **5**(2), 313–317 (1966).
- [6] C. Chen, “Methods of solving aspheric singlets and cemented doublets with given primary aberrations,” *Appl. Opt.* **53**(29), H202–H212 (2014).
- [7] R. Blakley and M. Riccardi, “Houghton anastigmatic telescope containing aspheric mirrors that allows corrector position as a free parameter,” *Applied Optics* **42**(10), 1876–1881 (2003).
- [8] J. C. Miñano and J. C. Gonzalez, “New method of design of nonimaging concentrators,” *Applied Optics* **31**(16), 3051–3060 (1992).
- [9] S.-H. Ma, C.-M. Tseng, and Y.-P. Lee, “Generation of a uniform-square focal spot by a compound lens for solar concentration applications,” *Applied Optics* **52**(13), 3058–3065 (2013).
- [10] *Design, analysis, and fabrication of a really bad lens*, vol. 7429.
- [11] M. Avendaño-Alejo, R. Díaz-Uribe, and I. Moreno, “Caustics caused by refraction in the interface between an isotropic medium and a uniaxial crystal,” *J. Opt. Soc. Am. A* **25**, 1586–1593 (2008).
- [12] J. A. Lock, C. L. Adler, and E. A. Hovenac, “Exterior caustics produced in scattering of a diagonally incident plane wave by a circular cylinder: semiclassical scattering theory analysis,” *J. Opt. Soc. Am. A* **17**, 1846–1856 (2000).

- [13] D. G. Burkhard and D. L. Shealy, "Formula for the density of tangent rays over a caustic surface," *Appl. Opt.* **21**(18), 3299–3306 (1982).
- [14] O. N. Stavroudis, *The Mathematics of Geometrical and Physical Optics*, chap. 4, pp. 179–186, 12 (Wiley-VCH Verlag, 2006).
- [15] M. Avendaño-Alejo, "Caustics in a meridional plane produced by plano-convex aspheric lenses," *J. Opt. Soc. Am. A* **30**, 501–508 (2013).
- [16] S. D. Luzio, H. Gagnaire, P. Revel, B. Feraud, and C. Tirvaudey, eds., *An industrial process of aspherical lens surfaces manufacturing*, vol. 5252 (SPIE Proceedings, 2004).
- [17] Y. Wang, S. Li, X. qiang Peng, X. Nie, and C. Song, eds., *Study on combination technology in off-axis asphere manufacture*, vol. 8416 (SPIE Proceedings, 2012).
- [18] R. ter Horst and R. Stuik, eds., *Manufacturing and testing of a convex aspherical mirror for ASSIST*, vol. 8450 (SPIE Proceedings, 2012).
- [19] T. Izumitani, S. Hirota, I. Ishibai, and R. Kobayashi, eds., *Precision Molded Aspheric Lenses For A Camera And For A Compact Disc System*, 290, Proc. SPIE 0554 (International Lens Design Conference, 1985).
- [20] D. kil Lee, J. girl Oh, W.-G. Jang, Y. gyu Kim, and K. Lee, eds., *Thermal deformation compensation in the molding of aspheric glass lenses*, vol. 53(6), SPIE (Opt. Eng., 2014).
- [21] D. Malacara, *Optical Shop Testing*, 3rd ed. (John Wiley and Sons, New Jersey, 2007).
- [22] R. Díaz-Uribe and M. Campos-García, "Null-Screen Testing of a Fast Convex Aspheric Surfaces," *Applied Optics* **39**, 2670–2677 (2000).
- [23] M. A. no Alejo, D. González-Utrera, N. Qureshi, L. C. neda, and C. O. nez Romero, "Null Ronchi-Hartmann test for a lens," *Optics Express* **18**(20), 21,131–21,137 (2010).
- [24] D. Castán-Ricaño and M. Avendaño-Alejo, eds., *Designing null screens type sub-structured Ronchi to test a fast plano-convex aspheric lens*, vol. 9195 (SPIE Proceedings, 2014).
- [25] M. Avendaño-Alejo, L. Castañeda, and I. Moreno, "Properties of caustics produced by a positive lens: meridional rays," *J. Opt. Soc. Am. A* **27**(10), 2252–2260 (2010).
- [26] D. G. Burkhard and D. L. Shealy, "Simplified formula for the illuminance in an optical system," *Applied Optics* **20**(5), 897–909 (1981).
- [27] D. G. Burkhard and D. L. Shealy, "Formula for the density of tangent rays over a caustic surface," *Applied Optics* **21**(18), 3299–3306 (1982).
- [28] O. N. Stavroudis and R. C. Fronczek, "Caustic surfaces and the structure of the geometrical image," *JOSA* **66**(8), 795–800 (1976).

-
- [29] G. W. Forbes, “Shape specification for axially symmetric optical surfaces,” *Optics Express* **15**(8), 5218–5226 (2007).
- [30] G. W. Forbes, “Robust, efficient computational methods for axially symmetric optical aspheres,” *Optics Express* **18**(19), 19,700–19,712 (2010).
- [31] S. A. Lerner and J. M. Sasian, “Optical design with parametrically defined aspheric surfaces,” *Applied Optics* **39**(28), 5205–5213 (2000).
- [32] M. Avendaño-Alejo, D. G. Utrera, and L. Castañeda, “Caustics in a meridional plane produced by plano-convex conic lenses,” *J. Opt. Soc. Am. A* **28**, 2619–2628 (2011).
- [33] K. Knopp, *Theory and Applications of Infinite Series*, chap. XIV, pp. 520–553 (Blackie & Son Limited, 1948).
- [34] J. Hartmann, “Bemerkungen über den Bau und die Justirung von Spektrographen,” *Zt. Instrumentenk.* **20**(47) (1900).
- [35] M. Tscherning, “Die monochrotischen Aberrationen des menschlichen Auges,” *Psychol. Physiol. Sinn.* **6**, 456–471 (1894).
- [36] A. C. Davila, A. C. Rodriguez, and O. C. Nunez, “Null Hartmann and Ronchi-Hartmann tests,” *Applied Optics* **29**(31), 4618–4621 (1990).

