



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**Estabilidad de una gota que oscila verticalmente**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**FÍSICO**

**P R E S E N T A:**

**GERARDO RANGEL PAREDES**



**DIRECTOR DE TESIS:  
DRA. CATALINA ELIZABETH STERN FORGACH**

**2015**

Ciudad Universitaria, D. F.



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

---

A la Beca del Programa Universitario DIVERSIDAD CULTURAL E INTERCULTURALIDAD, antes Programa Universitario México Nación Multicultural.

A DGAPA-UNAM a través del proyecto PAPIME #PE102414.

A todas las personas que, directa o indirectamente, apoyaron la realización de este trabajo.

A mis compañeras de experimentación y amigas de la carrera: Flor Guadalupe Haro Velázquez y Fátima Flores Galicia, por su invaluable apoyo y ayuda para llevar a cabo esta investigación.

Por su apoyo y facilidades en este proyecto al Dr. Mathieu Hautefeuille y la Dra. Anna Kózina.

A mis compañeros de laboratorio y amigos: Angélica Zarazúa Cruz, Francisco Páez Pérez, Carlos Echeverría Arjonilla y David Porta Zepeda.

A mis sinodales por sus aportaciones y comentarios: Dra. Guadalupe Huelasz Lesbros, Dr. Marcos Ley Koo, Dr. Pablo Luis Rendón Garrido y Dr. Pablo Pérez Alcázar.

A esos profesores que creyeron en mí durante toda mi formación académica, y que con su aliento, apoyo y hasta regaños, fueron parte de mi aprendizaje. – Lo recuerdo bien. Me vio a mí desesperado y, con cara aparentemente inexpresiva, me dijo: “Más vale paso que dure que trote que canse”-.

Por creer en mí, por la confianza, por el apoyo, por los consejos, por las llamadas de atención y demás situaciones (incluida la aceptación de dirigir mi tesis y mi servicio social) a la Dra. Catalina Elizabeth Stern Forgach.

A mi familia, la que no sólo es de sangre, sino también la que convergió sentimentalmente en este andar.

## DEDICADO A:

---

A esos que con su lucha me han enseñado a luchar; a esos que con su confianza y esfuerzo me han dado las herramientas suficientes para seguir siempre de pie; a esos que amo y han dirigido mi mirada al cielo y han puesto mis ojos sobre el horizonte, hacia el sol. A ellos les dedico todos mis triunfos, y sobre todo, todos mis esfuerzos. A mis padres: Silvia Paredes Morales y Gerardo Rangel Rodríguez.

A mis compañeros de vida, a ellos que en su andar han compartido conmigo el camino. A mis hermanos: Irving, Silvia Frinee, Amalinalli, Ingrid Xochiquetzalli, Moisés.

A los grandes pilares en esta etapa de mi vida. A mis tíos: Cristina Paredes Morales y Moisés Martínez Peña.

Cuando se mecen los viejos cedros al son del viento del río, uno se da cuenta que ellos son sabios y que sólo su corteza se hace dura, que sólo su exterior se desgasta, porque aún de su corazón se escucha un canto de jarana, uno que llena el alma. A mis viejos cedros, que con su sombra me han cobijado. A mis abuelos: Brígida, Rosario y Delfino.

A todos mis amigos, con los que he creado un vínculo, uno grande y fuerte. A los de aquí y los de allá. A: Fidel, Cecy, Dulce, Néstor, Ángel, José, Malú.

Al CÍRCULO DEL BUEN CAFÉ, con los que no solo he compartido una taza de café. Con los que he compartido la experiencia de los lazos... a: Jaime, Fany, Leidy, Abi, Gaby, Karol (Xoco), Héctor, Fer, Omar, Jorge, Ángel.

A mis amigos experimentales y experimentados: Angélica y Paco.

Y todos los que han dejado huella en mi camino. Y a todos en los que he dejado huella en su camino...

# CONTENIDO

---

RESUMEN .....	1
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN .....	3
1.1. ANTECEDENTES .....	3
1.2. CLASIFICACIÓN DEL MOVIMIENTO DE UNA GOTA SÉSIL EN VIBRACIONES VERTICALES .....	3
CAPÍTULO II. MONTAJE EXPERIMENTAL.....	7
2.1. DESARROLLO DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL.....	7
2.1.1. DISEÑO DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL.....	7
2.2. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL FINAL.....	13
2.2.1. VIBRADOR DE OSCILACIÓN VERTICAL .....	14
2.2.2. ALBERCAS .....	16
2.2.3. CARACTERIZACIÓN DEL MOVIMIENTO DEL VIBRADOR VERTICAL .....	18
2.3. DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS DE OBTENCIÓN DE DATOS.....	21
2.3.1. OBTENCIÓN DE DATOS.....	22
CAPÍTULO III. RESULTADOS. ....	25
3.1. FASES DE MOVIMIENTOS .....	26
FASE ARMÓNICA .....	26
FASE GEOMÉTRICA.....	28
FASE CAÓTICA .....	30
ATOMIZACIÓN.....	32
Comportamiento de las alturas de la gota 1 al variar frecuencias.....	33
<i>Comportamiento de los radios de la gota 1 al variar las frecuencias</i> .....	35
Comportamiento de las alturas de la gota 1 al variar la amplitud de oscilación .....	36
Comportamiento de las alturas máximas de la gota 2 al variar la frecuencia .....	37
3.2. COMPORTAMIENTO DE LAS ALTURAS COMO FUNCIÓN DEL TIEMPO. ....	38
3.3 CORRIENTES INTERNAS Y SUPERFICIALES DE LA GOTA VIBRANTE .....	39
CAPÍTULO IV. DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	40
4.1. CLASIFICACIÓN POR AMPLITUDES EN FUNCIÓN DE LA ACELERACIÓN DE EXCITACIÓN .....	41
4.1.1. DESCRIPCIÓN DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LA GOTA OSCILANTE. ....	41
4.1.2. ESTABILIDAD DE LAS FASES .....	44

4.2. CLASIFICACIÓN POR LAS FRECUENCIAS SUPERFICIALES COMO FUNCIÓN DE LA ACELERACIÓN DE EXCITACIÓN.....	49
Fase armónica .....	49
Fase geométrica .....	53
Fase caótica.....	56
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES.....	58
CAPÍTULO VI. TRABAJO A FUTURO.....	59
REFERENCIAS.....	61
ANEXO .....	62

## RESUMEN

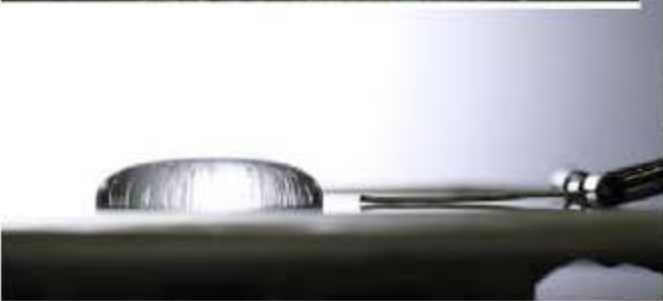
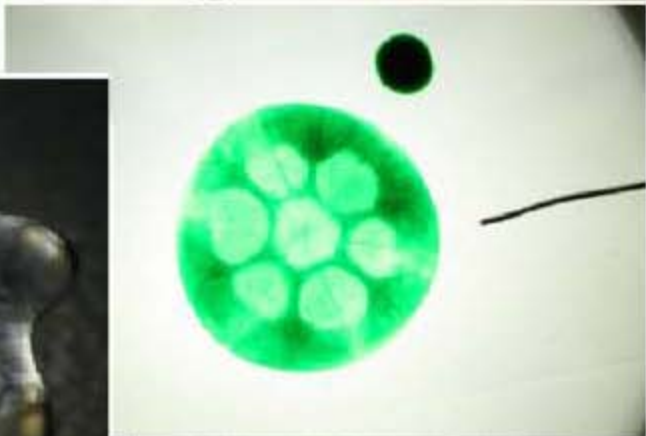
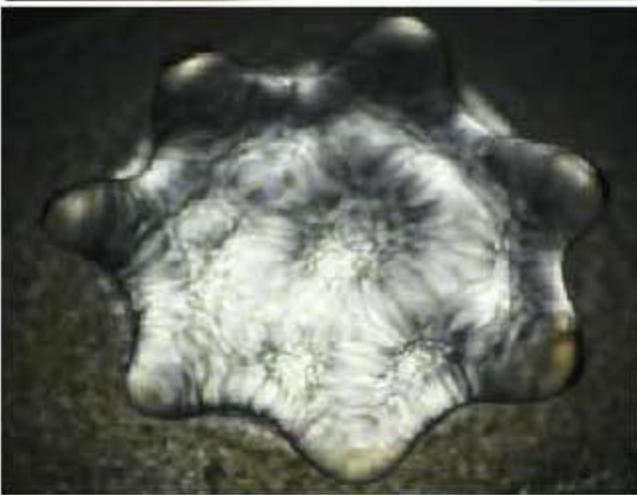
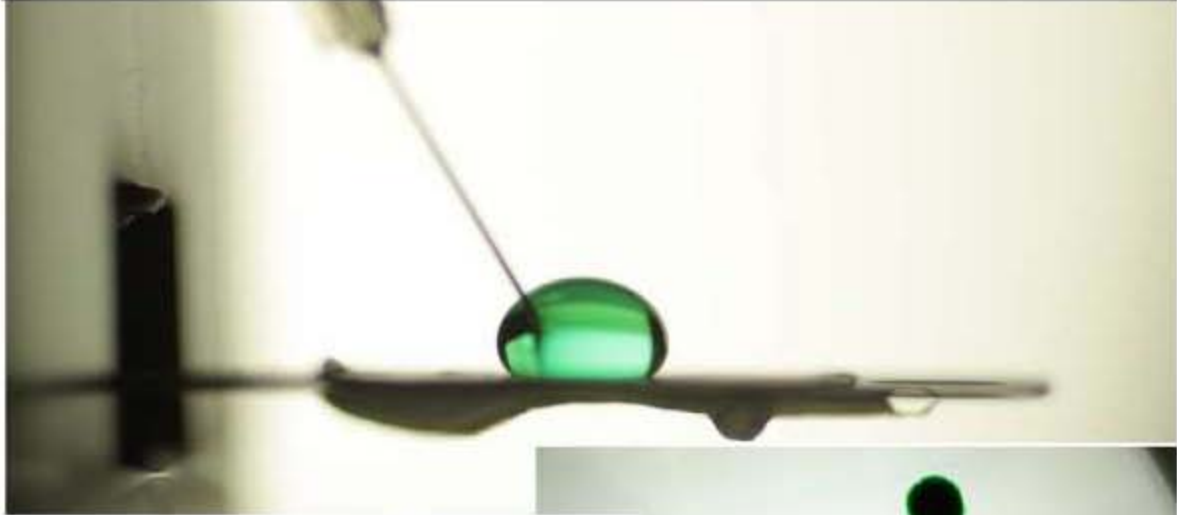
---

El objetivo principal de este trabajo es estudiar y caracterizar, de manera cuantitativa, el comportamiento dinámico de una gota de agua colocada sobre un sustrato hidrofóbico sujeta a fuerzas de vibración verticales. Por ende, se describe el movimiento de la gota de agua bajo estas condiciones.

Sudo S. et al. (2010) clasificaron cualitativamente la dinámica de la superficie de la gota en tres fases: armónica, geométrica y caótica. En la parte inicial de este trabajo se observaron, efectivamente, movimientos de elongación y contracción en la primera fase; la formación de polígonos regulares a partir del movimiento de los nodos, en la segunda fase; y un comportamiento irregular de la superficie en la tercera fase.

Para estudiar las fases con base en variables cuantificables, se desarrolló, en tres etapas experimentales, la caracterización del movimiento de la gota a partir de longitudes características, así como, el estudio del comportamiento de las alturas de distintos puntos de la superficie de la gota en función del tiempo, con lo que se hizo un análisis de Fourier para encontrar las frecuencias superficiales características de dichos puntos como respuesta a la frecuencia y a la amplitud de excitación.

Además, se describe la construcción, diseño y utilización de los dispositivos experimentales utilizados durante la investigación.





# CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

---

## 1.1. ANTECEDENTES

En la literatura se han presentado diversas investigaciones teóricas y experimentales sobre la vibración de películas líquidas y gotas. Sin embargo la mayoría de los trabajos están limitados a la formación y dinámica de las ondas superficiales resultantes. El primer reporte de la formación de ondas relacionadas a la vibración fue hecho por Faraday (1831), posteriormente Benjamin & Ursell (1954) realizaron un análisis de estabilidad, Sorokin (1957) estudió la expulsión de gotas inducidas por la vibración, Woods & Lin (1995) realizaron estudios de estabilidad en la expulsión de gotas, reportando la atomización de una capa de líquido en una pulverización del tamaño de micras por medio de una viga en voladizo vibrante. La dinámica de una gota libre sobre una superficie fue investigada por Lundgren & Mansour (1988), a diferencia de Wilkes & Basaran (1997,1999) quienes experimentaron con una gota fija a un sustrato. Goodridge et al. (1996, 1997) encontraron que la vibración induce la expulsión de gotas secundarias, estableciendo un umbral de aceleración para la eyección de gotitas a partir de una capa de líquido en un recipiente sujeto a una fuerza de vibración. Noblin X. et al. (2009) hicieron un estudio centrado en los efectos de las vibraciones verticales en gotas sésiles depositados en sustratos hidrófobos. La clasificación del comportamiento dinámico de gotas de agua colocadas sobre una placa de vibración, a partir de las características de su superficie, fue propuesta por Sudo S. et al. (2010).

## 1.2. CLASIFICACIÓN DEL MOVIMIENTO DE UNA GOTA SÉSIL EN VIBRACIONES VERTICALES

Una gota sésil es aquella gota de un líquido que se sostiene por sí misma, ya que carece de un soporte cuando se coloca sobre una superficie o sustrato, es decir, no

está contenida en un recipiente. A pesar de carecer de un contenedor y tratarse de un líquido en presencia del campo gravitatorio terrestre, la gota puede tener una forma esférica, o en su defecto una forma de elipsoide de revolución. Esto sucede cuando se toman en cuenta dos condiciones principales:

- Volúmenes pequeños, es decir, menores a un 5 ml. Al tener un menor volumen se tiene una menor cantidad de masa, por lo que se tiene una fuerza pequeña debida a la acción de la gravedad, la cual se compensa con la fuerza de cohesión y la tensión superficial presentes en el agua que forma la gota.
- Colocar a la gota sobre una superficie hidrofóbica. Al tener una superficie sólida hidrofóbica se tienen ángulos de contacto mayores a  $90^{\circ}$ . Esto tiene como consecuencia que la gota no moja a la superficie y por ende no se extiende sobre ella y no se aplasta.

#### AQUÍ DEBO PONER LO DEL ÁNGULO DE CONTACTO

Cuando se aplica energía, por medio de una fuerza de vibración vertical externa, a una gota de agua, la energía es transferida y absorbida para repercutir en el comportamiento del movimiento que esta adquiere. Este movimiento puede ser clasificado de forma cualitativa por medio de sus características morfológicas en tres fases: armónica, geométrica y caótica. Esta clasificación se basa en la clasificación propuesta por Sudo S. et al. (2010)

##### a) Fase Armónica.

Al aplicar una amplitud de desplazamiento y una frecuencia (ambos parámetros con magnitudes relativamente bajas), se puede observar el alargamiento y contracción de la gota debido al movimiento periódico de su eje central, es decir, la gota presenta como respuesta un movimiento armónico axisimétrico.

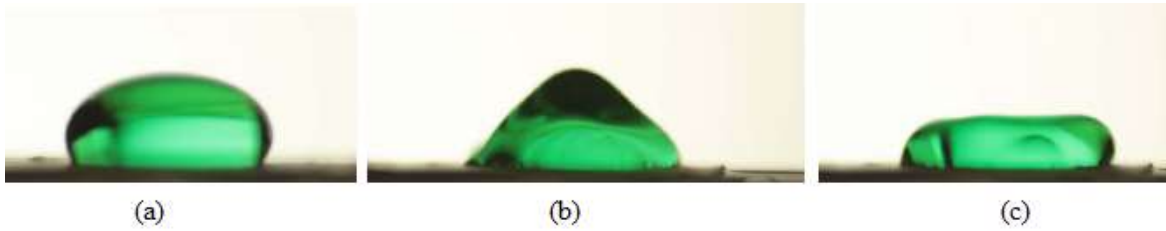


Figura 1. 1. Fase armónica en una gota (a) Gota sin perturbación (b) respuesta de alargamiento y (c) respuesta de contracción.

### b) Fase Geométrica.

Al incrementar la magnitud de la amplitud de desplazamiento y la frecuencia, ya no se produce un movimiento de contracción-elongación en el eje central de la gota, sino que se forma un anillo central a partir del cual se crean lóbulos que forman las aristas de figuras geométricas. Desde una vista superior de la gota se puede observar la formación de polígonos regulares debido al movimiento de los lóbulos (oscilación poligonal). El centro de las figuras geométricas coincide con el eje central de la gota.

El número de aristas presentes en los polígonos regulares dependerá de la frecuencia de vibración que le es aplicada a la gota. A las más bajas frecuencias correspondientes a esta fase, se tendrán figuras con menores aristas, y conforme se incrementa la frecuencia, se aumenta el número de lóbulos y por ende el número de lados observables en la figura.

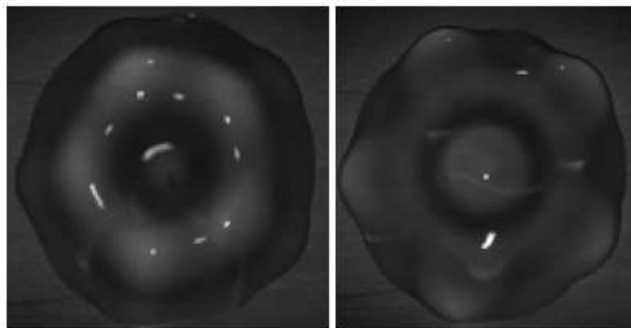


Figura 1. 2. Características típicas de una gota que está en la fase geométrica.

c) Fase Caótica.

Al seguir incrementando la amplitud de desplazamiento y la frecuencia, se observa en la superficie de la gota, que los lóbulos ya no forman estructuras poligonales como sucede en la fase anterior, sino que interfieren entre sí para presentar un comportamiento de forma irregular.



Figura 1. 3. Características que presenta una gota cuando se encuentra en la fase caótica.

d) Atomización.

Cuando se incrementa la magnitud de la frecuencia y la amplitud de desplazamiento, en comparación con las magnitudes aplicadas en la fase anterior, se tiene como resultado el “rompimiento” de la gota. La atomización es el límite del intervalo de frecuencias y amplitudes de desplazamientos en donde la gota se mantiene vibrando con un mismo volumen, ya que al alcanzarlo, la gota se fracciona en otras gotas de menores volúmenes.

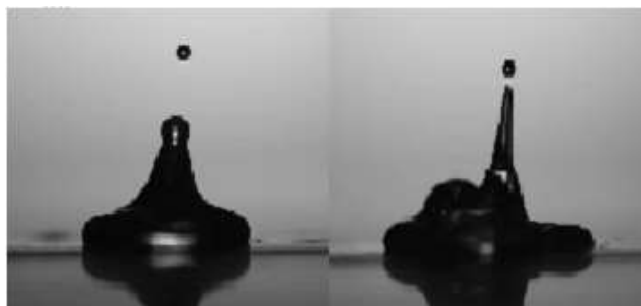


Figura 1. 4. Atomización de la gota de agua.

## CAPÍTULO II. MONTAJE EXPERIMENTAL

---

### 2.1. DESARROLLO DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Como parte de la investigación sobre el comportamiento dinámico de una gota de agua en presencia de vibraciones verticales, se han desarrollado dispositivos experimentales que han ido evolucionando para tener un mayor control de los parámetros de vibración de la gota y hacer más eficiente el movimiento de vibración vertical, lo que conlleva a mejores mediciones y a datos con mayor precisión.

En el desarrollo del dispositivo experimental se deben tener en cuenta características generales y elementos que serán importantes para el experimento, como son:

- Una fuente que genere el movimiento de oscilación.
- Una superficie hidrofóbica.
- Un equipo que permita la medición y que genere datos.

Cabe mencionar que en las tres etapas experimentales se utilizó como generador de funciones el STANFORD RESEARCH SYSTEMS MODEL DS345, con una máxima frecuencia para la señal sinusoidal de 30.2 MHz, una resolución de 1  $\mu$ Hz y un intervalo de amplitud de Voltaje pico pico de 1 mV – 10 V.

#### 2.1.1. DISEÑO DEL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

##### 2.1.1.1. Primera Etapa

Para construir el dispositivo experimental, primero se hizo una investigación sobre superficies hidrofóbicas y se eligió un sustrato óptimo para la gota sésil. Los materiales propuestos fueron: plastilina, aceite de cocina, hojas de la planta *colocasia esculenta* y Teflón. Los primeros dos materiales fueron desechados ya que con ellos no era posible hacer un sustrato con un perfil homogéneo. En el caso de la plastilina, las imperfecciones de la superficie representaban un porcentaje significativo respecto a la máxima altura en reposo de la gota (en promedio del

10%). En el caso del aceite de cocina, a pesar de que los líquidos son inmiscibles entre sí, la diferencia de densidades provocó que la gota de agua estuviera inmersa en una película de aceite.

Con los otros materiales fue posible obtener una superficie más homogénea. A partir de una imagen fotográfica (resolución: 4772 X 2848 px. escala: 0.0544 mm/px) del perfil de la gota sobre el sustrato hidrofóbico (en este caso teflón) se midieron los ángulos de contacto para gotas de agua con un volumen de  $0.40 \pm 0.05$  ml con el programa ImageJ. El ángulo de contacto medido para el teflón fue de  $110^\circ \pm 0.05^\circ$  y de la hoja de *colocasia esculenta* de  $105^\circ \pm 0.05^\circ$ . Este último material presentó como desventaja que la hidrofobia dependía de la “frescura” de la hoja, es decir después de algunas horas de que se cortó y preparó para ser puesta sobre la bocina, el ángulo de contacto disminuyó. Se tomaron solo tres mediciones en una hoja para verificar esta observación, y se obtuvo después de tres horas un ángulo de contacto de  $100^\circ \pm 0.05^\circ$ , después de las seis horas  $92^\circ \pm 0.05^\circ$  y a las 24 horas de cortada  $76^\circ \pm 0.05^\circ$ . Por ello se decidió utilizar como material hidrofóbico la cinta Teflón.

Se utilizaron dos equipos para generar la vibración y se compararon los resultados. El primero fue una bocina de 4.75 cm de diámetro y el segundo un vibrador comercial.

Para el dispositivo experimental de esta etapa se utilizaron los siguientes materiales y equipos: generador de funciones, vibrador (WA-9857 STRING VIBRATOR), una bocina (SAMSUNG OSG02ARA 4Ω 2V), cinta teflón, una superficie de acetato circular de 4.75 cm de diámetro, agua con pintura vegetal y cámara rápida.

La superficie de acetato fue recubierta con cinta teflón y colocada en la parte superior de la bocina, esta última fue conectada al generador de funciones y se envió una señal sinusoidal con una amplitud de 5.0 Vpp para hacer vibrar la gota, que fue colocada sobre la superficie de acetato y Teflón. Para el caso del vibrador,

la lámina de aluminio se recubrió con cinta Teflón, y se conectó de la misma forma que el caso de la bocina. La iluminación utilizada en la observación de la gota de agua transparente fue un problema, así que para solucionarlo se pintó con tinta vegetal verde para hacer contraste y observarla mejor al tomar el video con la cámara rápida a 1200 cuadros por segundo.

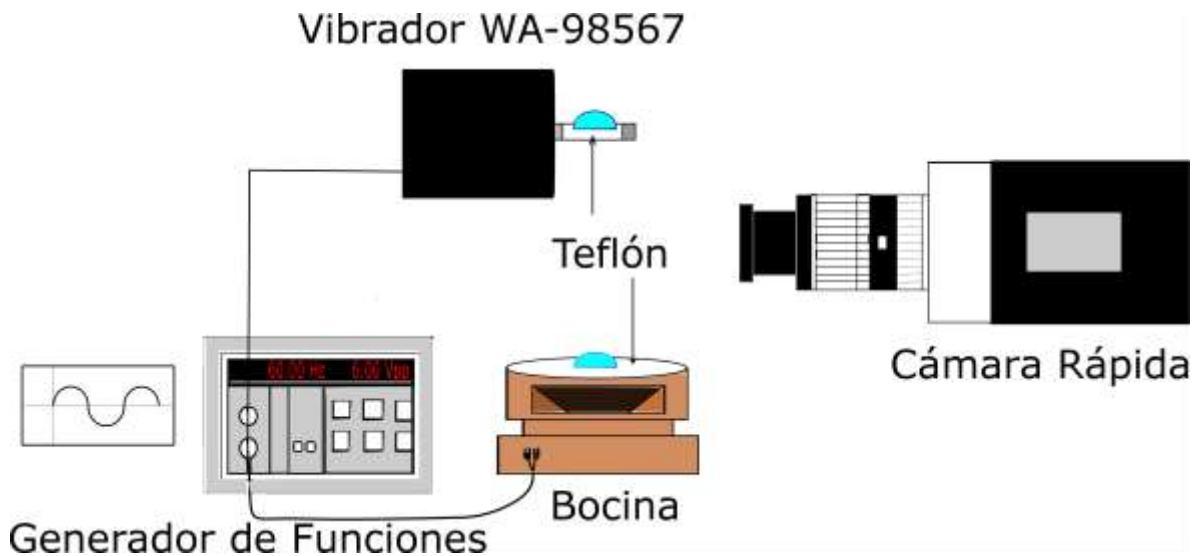


Figura 2. 1. Esquema del dispositivo experimental de la primera etapa de investigación.

Al utilizar esta configuración del dispositivo experimental se pudieron detectar sus ventajas y desventajas.

a) Vibrador

- Ventajas

Con este aparato la amplitud de la oscilación mecánica (desplazamiento de la lámina de aluminio) fue lo suficientemente grande, para que con menores frecuencias, la gota pasara por todas las fases hasta la atomización.

- Desventajas

La fuerza de vibración no solo presentó componentes verticales, sino que también se presentaron componentes horizontales que hicieron que la gota tuviera un desplazamiento a través de la lámina de aluminio.

#### b) Bocina

- Ventajas

La fuerza de oscilación tiene una componente vertical más efectiva, que la del vibrador, sobre la superficie de acetato colocada en la parte superior de la bocina, por lo que los lóbulos estuvieron mejor definidos, y por ende se observó con mayor detalle el comportamiento de la superficie de la gota.

- Desventajas

El acetato no se fijó en la bocina, así que con la vibración esta superficie se despegó de su base (orilla superior de la bocina), lo que permitió que la gota rotara y se desplazara alrededor del centro del acetato.

Acetato circular sobre la bocina

#### *2.1.1.2. Segunda Etapa*

En esta etapa se adoptó la cinta teflón para recubrir la superficie sobre la cual se colocó la gota, y se hicieron pruebas para hacer más eficiente el movimiento de oscilación de la superficie que sirve como base para el sustrato hidrofóbico.

La superficie que se propuso para esta etapa experimental fue elástica y fija a un soporte alrededor de la fuente de excitación, ya que con ello se aseguraba un mayor desplazamiento de la superficie (amplitud mecánica de excitación) que otorga movimiento a la gota para observar el fenómeno que se estudia. El material que se



utilizó fue látex, y se hicieron pruebas con diferentes grosores de capa para observar su comportamiento y determinar el más adecuado para este experimento.

Se observó que las capas delgadas de látex después de ser expuestas a fuerzas altas de vibración (frecuencias y/o amplitudes altas), alcanzaron puntos plásticos que provocaron que el material ya no se restituyera y que el movimiento de vibración no tuviera las mismas condiciones en todo el proceso, además se rompieron con facilidad. Las capas gruesas también alcanzaban un punto plástico pero no por las fuerzas de vibración, sino por la tensión que se provocó en estas superficies para estirarlas alrededor de la fuente de excitación, además había una notoria reducción de la amplitud mecánica de desplazamiento en comparación de las capas delgadas, así que se optó por un grosor  $(9.0 \pm 0.1) \times 10^{-6}$  m de la capa de látex, ya que fue lo suficientemente elástico para tener un desplazamiento de vibración deseable y un intervalo de movimiento elástico que permitió asegurar las mismas condiciones en el tiempo que se trabajó con la gota.

Por la experiencia de la etapa anterior, se optó por la bocina como fuente de movimiento de vibración de la gota, ya que se puede asegurar un movimiento mayormente perpendicular con este equipo.

El dispositivo experimental constó de un generador de funciones que envió una onda sinusoidal de 5 Vpp de amplitud conectado a una bocina, sobre la cual se colocó un tubo PVC con una membrana elástica y una superficie hidrofóbica de teflón. Se observó el fenómeno mediante una cámara rápida Phantom Miro M310 y se realizó el análisis con el programa de computadora CINE Viewer.

El tubo de PVC tiene una altura de  $12.00 \pm 0.02$  cm y un diámetro interior de  $16 \pm 0.02$  cm. En la parte superior se colocó la membrana elástica en donde se aseguró

que la vibración emitida por la bocina llegara de la forma más uniforme posible. Este diseño permite minimizar los efectos de la frontera, asegurando un movimiento de oscilación vertical en la zona donde se deposita la gota (de algunos milímetros aproximadamente).

Para la grabación con la cámara Phantom Miro M310 se tuvieron dos tipos de iluminación: la primera fue desde el perfil contrario en la que se colocó la cámara para grabar el comportamiento de las alturas de la gota, y la segunda fue desde la parte superior de la gota para que se tomara video en una vista aérea y se pudieran observar las figuras poligonales particulares de la fase geométrica.

Los videos fueron tomados a 3200 cuadros por segundo, lo que permitió que los videos tuvieran mayores detalles que con la cámara utilizada en la etapa anterior, y así se obtuvieron datos más precisos.

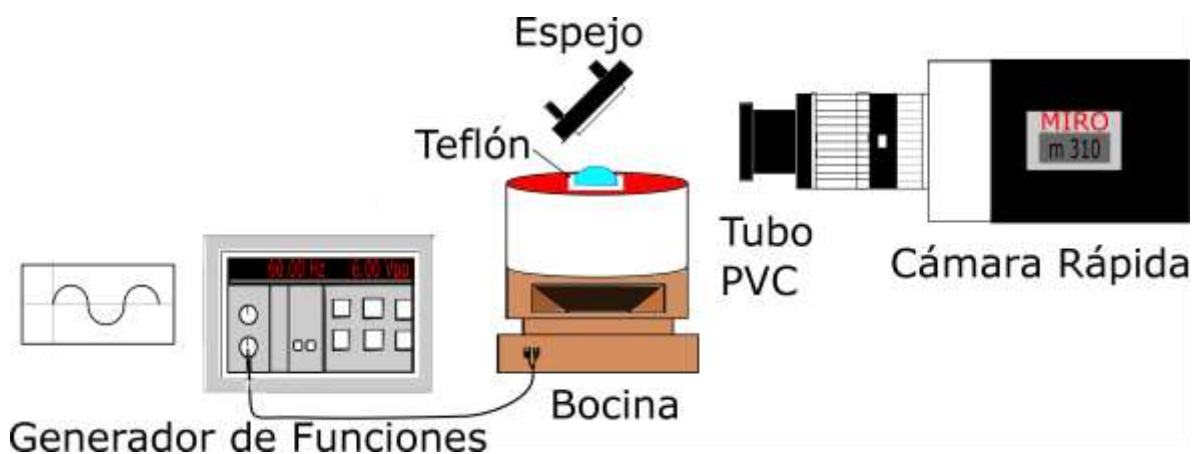


Figura 2. 2. . Esquema del dispositivo experimental de la segunda etapa experimental.

Para este dispositivo experimental también se hizo un análisis de sus ventajas y desventajas.

- Ventajas

La amplitud de la oscilación en la dirección vertical fue adecuada.

- Desventajas

A frecuencias altas, relativas al intervalo de estudio de la gota, se comenzaron a observar modos de oscilación superficiales sobre el látex. Estas condiciones de excitación no son deseables para este estudio, ya que podrían observarse formas debidas a los modos de la superficie elástica que afectarían el análisis de la respuesta de la gota a una fuerza de vibración vertical.

## 2.2. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL FINAL

Con la experiencia adquirida, se diseñó el dispositivo final para el estudio más detallado de la gota de agua vibrando: se escogió iluminación LED dentro de la plataforma que sostiene a la gota (desde la parte inferior) que evita los reflejos parásitos, así como, el mejoramiento de la estabilidad de la fuente de vibración para asegurar que las características morfológicas de la gota se deban solamente a su respuesta a la oscilación y no de efectos provocados por el dispositivo.

Este dispositivo experimental consiste del generador de funciones conectado a un vibrador de oscilación vertical sobre el cual se coloca un sustrato con tratamiento hidrofóbico que funge como base de la gota. Para la obtención de datos se analizó el fenómeno mediante una cámara rápida Phantom Miro M310 y se realizó el análisis con el programa de computadora CINE Viewer.

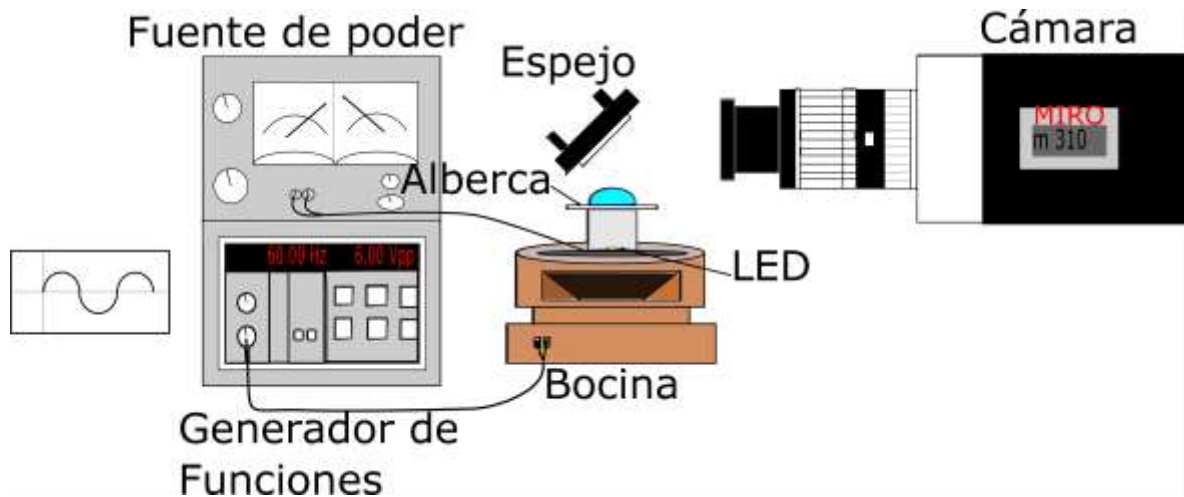


Figura 2. 3. Esquema del dispositivo experimental.

### 2.2.1. VIBRADOR DE OSCILACIÓN VERTICAL

Este dispositivo fue diseñado tomando en cuenta que el movimiento requerido es una oscilación vertical.

La fuente que genera el movimiento de oscilación es una bocina de diámetro  $153.35 \pm 0.01$  mm. En la parte central de dicha bocina se encuentra una superficie plana en forma circular, con un diámetro de  $64.00 \pm 0.01$  mm, que forma una especie de valle.

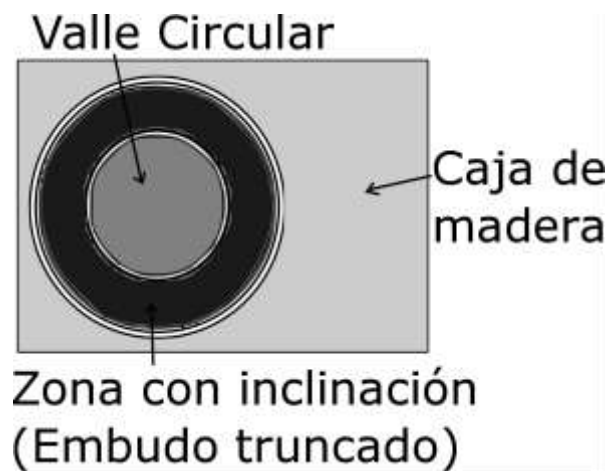


Figura 2. 4. Vista aérea de la bocina utilizada como fuente de vibración.

Sobre el plano central de la bocina se colocó una lata cilíndrica de aluminio con un diámetro de  $30.00 \pm 0.01$  mm que funge como soporte del sustrato o superficie donde se coloca a la gota. En el centro de la cara inferior del interior de la lata se pegó un foco LED de 1 W de potencia. Debido a la alta temperatura que este LED produce, se eligió que el soporte estuviera hecho de material metálico que conduce el calor por toda la superficie para disiparlo en la atmósfera; además, se colocaron una pasta y una superficie disipadora de calor.

La altura del soporte cilíndrico de  $30.00 \pm 0.01$  mm se calculó en base a la apertura de la luz emitida por el LED ( $120^\circ$ ) asegurando que la superficie superior, en donde se coloca a la gota, se encuentre iluminada en su totalidad. Además esta altura fue elegida para que la gota pueda ser observada en un perfil, es decir, se requirió una altura mayor a 2 cm, que es la profundidad del valle central de la bocina. Pero esta altura también debía ser la necesaria para no agregar peso excesivo sobre la bocina y con ello se tuviera un movimiento de oscilación heterogéneo sobre la superficie donde se coloca la gota.

En la parte superior de la lata cilíndrica se colocó una tapa plana rectangular de acrílico transparente con dimensiones de  $81.50 \pm 0.01$  mm de lado  $52.82 \pm 0.01$  mm de ancho y  $2.00 \pm 0.01$  mm de espesor, sobre la cual se pegó una mica blanca con efecto de vidrio esmerilado con las misma dimensiones del rectángulo de acrílico. La mica fungirá como difusor de la luz emitida por el LED. El centro de la tapa está situado sobre el eje central del cilindro.

La tapa superior es el soporte del sustrato con tratamiento hidrofóbico sobre el cual se coloca a la gota. Este sustrato se sostiene con dos pinzas de oficina que ejercen presión sobre éste para adherirlo a la tapa. La razón por la cual no se pegó de manera definitiva el sustrato, es porque se utilizaron varias superficies hidrofóbicas, que difieren entre sí en el volumen de agua que se puede utilizar sobre ellos.

### 2.2.2. ALBERCAS

Como ya se ha mencionado, una de las características fundamentales que debe tener la gota en este estudio es el de ser sésil. Para ello, se ha señalado que se necesitan dos condiciones principales: volúmenes pequeños y una superficie hidrofóbica. Esta última condición es en la que nos enfocaremos en este apartado.

En los dispositivos anteriores se utilizó cinta Teflón como superficie hidrofóbica, la cual funcionó bien en los volúmenes elegidos en esas investigaciones. Pero se presentaron parámetros que no se podían controlar al utilizar este material, como la forma de la gota y el desgaste de la superficie. Por ello se investigó sobre materiales hidrofóbicos que dieran mayores ángulos de contacto y que fueran más resistentes a las condiciones del medio. Como resultado de la búsqueda se encontró el producto NeverWet.

El NeverWet es un producto comercial que cuenta con dos sustancias diferentes en *spray*, que al ser aplicadas en conjunto sobre una superficie la vuelve hidrofóbica.

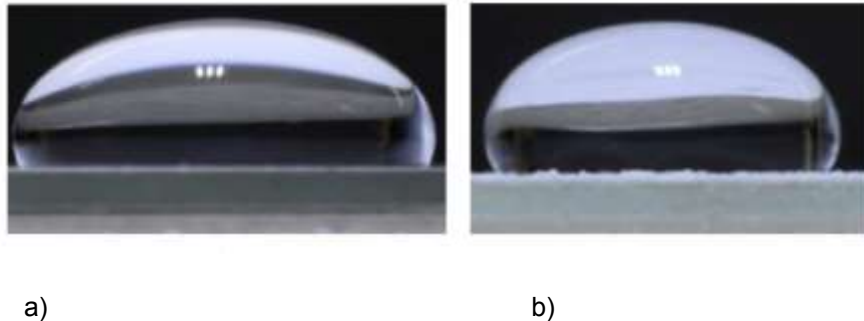


Figura 2. 5. Gota de agua de 300 µl sobre a) Teflón b) tratamiento de NeverWet.

Al aplicar NeverWet sobre la superficie de un portaobjetos de vidrio se obtuvo un sustrato de alta hidrofobia, el cual obliga a las gotas a tener una forma casi esférica. También provocó que se deslizaran ante pequeñas perturbaciones, lo cual impedía su observación.

Para resolver el problema anterior se ideó la construcción de un contenedor que aprovecha las características de superhidrofobia del NeverWet y que a su vez

permite el estudio de volúmenes de agua mayores a los 20  $\mu\text{l}$ . Estos contenedores se han denominado *albercas*.

Las albercas no tienen paredes, ya que se tiene que cumplir que la gota sea sésil. Para poder contener el volumen de agua se utiliza una barrera circular de NeverWet que delimita a una superficie de un portaobjeto de vidrio. La superficie hidrofóbica sirve de frontera a la base de la gota y permite que ésta tenga la forma de una semiesfera o semielipsoide de revolución. Además, permite que la gota se mantenga dentro del sustrato.

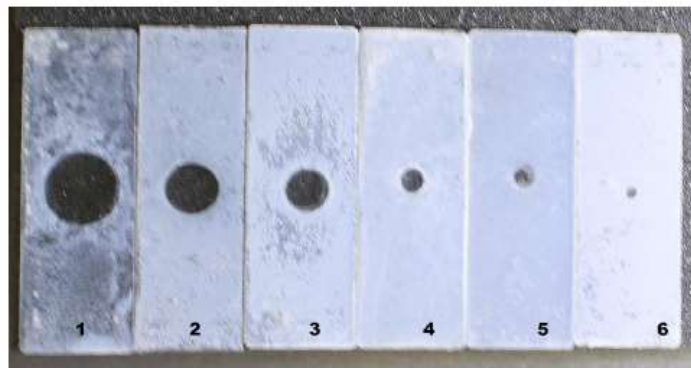


Figura 2. 6. Albercas con NeverWet. El círculo oscuro es la zona hidrofílica y la parte blanca es la zona hidrofóbica. Volúmenes: 1 ml, 500  $\mu\text{l}$ , 300  $\mu\text{l}$ , 100  $\mu\text{l}$ , 80  $\mu\text{l}$  y 20  $\mu\text{l}$  respectivamente.

Para la construcción de las albercas, se colocaron como obstáculos circulares rígidos imanes de diferentes diámetros sobre portaobjetos de vidrio, en los cuales se aplicó el primer spray de NeverWet. Pasados diez minutos de la aplicación, fue retirado el obstáculo circular para dejar secar otros diez minutos. Posteriormente se repitió el procedimiento anterior para aplicar el segundo spray de NeverWet y dejar secar durante 24 horas.

Se midieron los distintos ángulos de contacto para los diferentes volúmenes en el teflón y sobre la superficie de NeverWet. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

Volumen [ $\mu$ l] $\pm 5$	Ángulo de contacto alberca [ $^{\circ}$ ] $\pm 1.4$	Comparación porcentual [%]	Ángulo de contacto Teflón [ $^{\circ}$ ] $\pm 1.7$
1000	125.3	14.00	120.3
500	133.4	8.44	119.3
300	138.9	4.67	119.3
100	137.1	5.90	119.7
80	155.2	6.52	119.4
20	146.9	0.82	117.7

Figura 2. 7. Ángulos de contacto para diferentes volúmenes en las albercas y en teflón.

En principio se esperaría que los ángulos fueran los mismos para cada superficie. Sin embargo, notamos que para el NeverWet hay un cambio de acuerdo a cada volumen. Esto se debe a que la aplicación de las capas del material hidrofóbico para fabricar a las albercas produce imperfecciones en la frontera NeverWet-Vidrio. El ángulo de contacto medido entre una gota de agua y una superficie tratada completamente con NeverWet fue de  $145.7^{\circ} \pm 1.4^{\circ}$ , al poner este ángulo como referencia, se pudo hacer la comparación porcentual de las variaciones de los ángulos de contacto en las albercas.

### 2.2.3. CARACTERIZACIÓN DEL MOVIMIENTO DEL VIBRADOR VERTICAL

Para conocer la relación existente entre la señal eléctrica mandada por el generador de funciones y la respuesta de la bocina en su desplazamiento mecánico, es decir, la relación de la amplitud de voltaje pico a pico [Vpp] y la amplitud mecánica [mm], se tomaron videos con una cámara SONY HANDYCAM HDR-XR500 (escala: 0.05mm/px), del desplazamiento de la placa de acrílico superior del vibrador puesto desde 1 Hz hasta 12 Hz de oscilación y se midió con el programa Tracker.

Estos resultados se pueden observar en la figura 2.8.



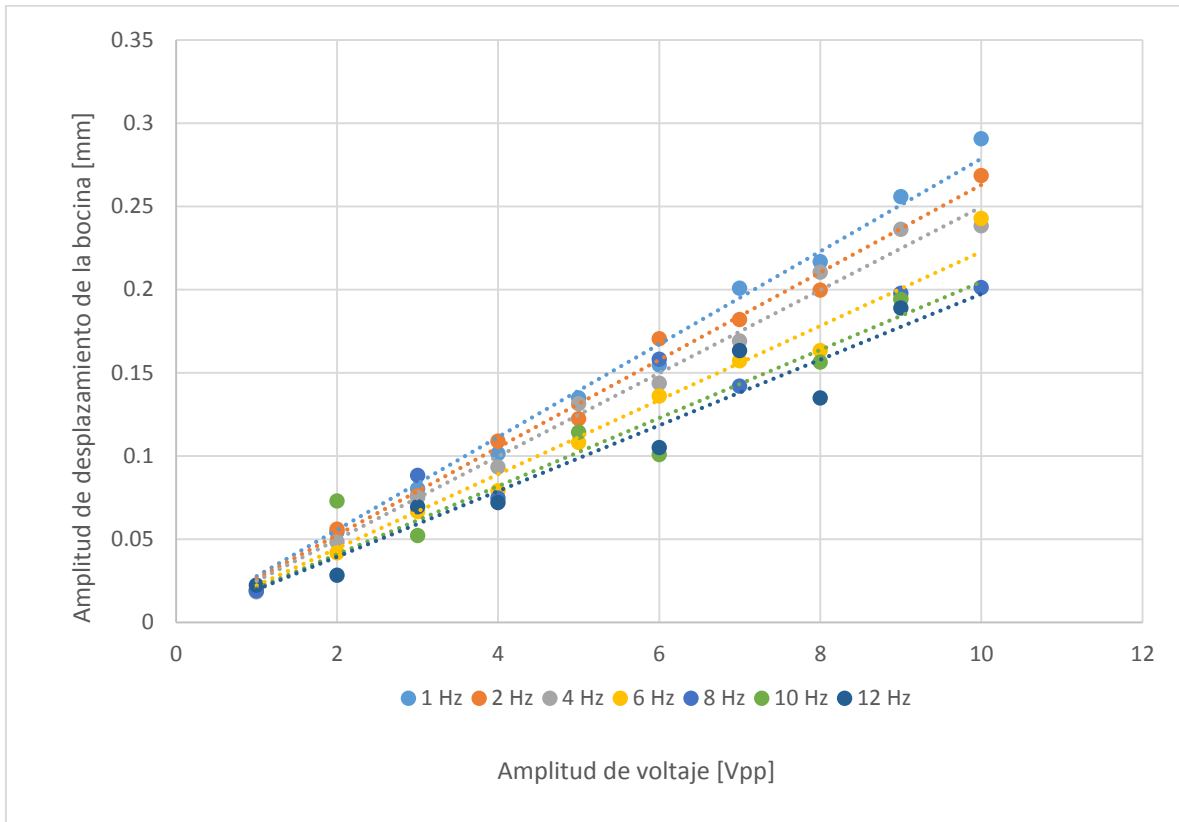


Figura 2. 8. Amplitud de desplazamiento mecánico como función de la amplitud de señal eléctrica enviada por el generador de funciones a la bocina medidos con Tracker.

Para frecuencias superiores no fue posible obtener datos del desplazamiento mecánico con este tipo de videos, por lo que el resto de datos de la caracterización de la bocina se hizo con los videos tomados con la cámara Phantom (escala: 0.05882352941 mm/px). Este análisis fue realizado haciendo las mediciones de desplazamiento con el programa CINE Viewer para las frecuencias de oscilación de 15 Hz, 24 Hz, 33 Hz, 42 Hz y 60 Hz.

Estos resultados se pueden observar en la figura 2.9.

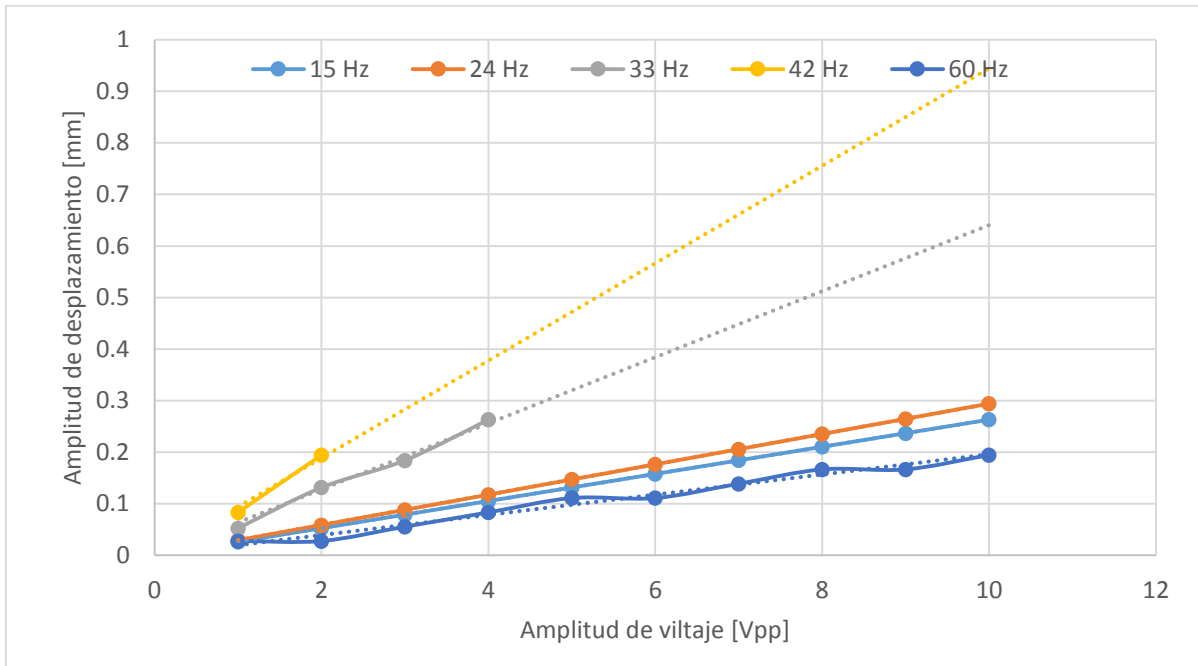


Figura 2.9. Amplitud de desplazamiento mecánico como función de la amplitud de señal eléctrica enviada por el generador de funciones a la bocina medidos con CINE Viewer.

Los ajustes lineales, para relacionar las amplitudes eléctrica y de desplazamiento, se muestran en las figuras 2.10. y 2.11. con su respectivo coeficiente de determinación ( $R^2$ ) para establecer si es viable o no la relación lineal entre los parámetros.

A partir de las gráficas anteriores podemos observar, que para una frecuencia fija enviada por el generador de funciones, existe una relación lineal entre las amplitudes de desplazamiento mecánico y de la señal eléctrica, lo que permite utilizar los incrementos establecidos en el generador de funciones para aumentar la aceleración de excitación y observar los distintos comportamientos del movimiento de la gota.

También se puede observar que conforme se incrementa la frecuencia de la señal eléctrica, las funciones lineales que describen la relación de las amplitudes disminuyen su pendiente. Esto se debe a las condiciones elásticas del material. A frecuencias mayores a  $250.00 \pm 7.50$  Hz se observó una respuesta no lineal.

Frecuencia [Hz]	Relación lineal entre amplitud de desplazamiento [mm] y de voltaje [Vpp]	Coefficiente de determinación (R <sup>2</sup> )
1	$\eta = (3.00 \pm 0.06)10^{-2} X$	0.9917
2	$\eta = (3.00 \pm 0.10)10^{-2} X$	0.9905
4	$\eta = (2.00 \pm 0.04)10^{-2} X$	0.9893
6	$\eta = (2.00 \pm 0.03)10^{-2} X$	0.9771
8	$\eta = (2.00 \pm 0.02)10^{-2} X$	0.9338
10	$\eta = (2.00 \pm 0.03)10^{-2} X$	0.8637
12	$\eta = (2.00 \pm 0.02)10^{-2} X$	0.9327

Figura 2.10. Relación lineal entre la amplitud de desplazamiento mecánico ( $\eta$ ) como función de la amplitud de señal eléctrica del generador de funciones (X).

Frecuencia [Hz]	Relación lineal entre amplitud de desplazamiento [mm] y señal eléctrica [Vpp]	Coefficiente de determinación (R <sup>2</sup> )
15	$\eta = (2.63 \pm 0.01)10^{-2} X$	0.9999
24	$\eta = (2.94 \pm 0.01)10^{-2} X$	0.9999
33	$\eta = (6.40 \pm 0.01)10^{-2} X$	0.9892
42	$\eta = (9.44 \pm 0.01)10^{-2} X$	0.9750
60	$\eta = (1.96 \pm 0.01)10^{-2} X$	0.9797

Figura 2. 11. Relación lineal entre la amplitud de desplazamiento mecánico ( $\eta$ ) como función de la amplitud de señal eléctrica del generador de funciones (X).

### 2.3. DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS DE OBTENCIÓN DE DATOS

En las tres etapas experimentales, se analizó el comportamiento de la gota con programas computacionales.

### 2.3.1. OBTENCIÓN DE DATOS

#### *Primera Etapa*

Se eligieron frecuencias relacionadas a alguna fase del comportamiento dinámico de la gota y se tomaron videos a 1200 cuadros por segundo (para ambas fuentes de vibración: bocina y vibrador), en donde se observó el movimiento de oscilación de la gota para determinar las alturas máximas provocadas por la vibración. Para cada frecuencia se hizo un promedio de las alturas máximas, las cuales fueron medidas por medio del programa Tracker. El volumen de la gota de agua teñida con colorante verde vegetal fue de  $300 \pm 5 \mu\text{l}$ . Para una amplitud de voltaje de 5 Vpp las frecuencias utilizadas fueron de 1.00 Hz a 27.00 Hz con incrementos de 1.00 Hz para el caso del vibrador, y de 1.00 Hz a 160.00 Hz con incrementos de 10.00 Hz para el caso de la bocina,

#### *Segunda Etapa*

Se tomaron videos a 3200 cuadros por segundo (resolución: 1280 x 800 px, escala: 0.0526315789 mm/px), los cuales fueron analizados con el programa CineViewer. Se midió el desplazamiento máximo de la superficie de la gota de agua a cada 10 cuadros en el video (intervalos de 0.003125 s). Este desplazamiento es medido desde la posición en reposo del sustrato hasta la mayor altura de la superficie. A partir de esto, se hizo un estudio de los desplazamientos máximos como función del tiempo y se determinó la altura máxima de cada frecuencia estudiada para clasificar su comportamiento en la fase de movimiento correspondiente. El volumen de la gota de agua que se estudió fue de  $60 \pm 10 \mu\text{l}$ . La amplitud de voltaje fue de 5 Vpp y las frecuencias fueron: 24 Hz, 26 Hz, 27 Hz, 34 Hz, 36 Hz, 40 Hz, 43 Hz, 48 Hz, 50 Hz, 51 Hz, 53 Hz, 55 Hz, 56 Hz y 58 Hz.

#### *Tercera Etapa*

Se tomaron videos (resolución: 1024 x 768 px, escala: 0.0588235294 mm/px) a 4000 cuadros por segundo los cuales fueron analizados con el programa computacional CINEViewer.

La gota de agua que se estudió tuvo un volumen de  $(1 \pm 0.10)$  ml y un ángulo de contacto en reposo con la alberca de  $(125.3 \pm 0.05)^\circ$ .

Se eligieron 5 frecuencias para las cuales se hicieron variar las amplitudes de la señal eléctrica proveniente del generador de funciones. El comportamiento morfológico de la superficie de la gota fue descrito para poder determinar la fase correspondiente de su movimiento como respuesta a la excitación provocada por la frecuencia y amplitud mecánica.

Frecuencia [Hz]	Amplitudes eléctricas para las cuales se tomó video [Vpp]
15	1 - 10
24	1 - 10
33	1 - 4
42	1 - 2
60	1 - 10

Figura 2. 12. Parámetros de excitación de la gota tomados en video.

Se analizó el comportamiento de la superficie del perfil de la gota eligiendo cinco puntos en el eje X de la siguiente manera. Primero se fijaron X0 que es la posición del centro y X4 que es el extremo tomado en el último punto donde la gota tiene contacto con el sustrato que la sostiene. Se dividió en 4 partes la distancia entre X0 y X4 y se definieron X1, X2 y X3. Para estas posiciones se midieron, con video, los desplazamientos de la gota en el eje vertical Y0(t), Y1(t), Y2(t), Y3(t) y Y4(t) en función del tiempo

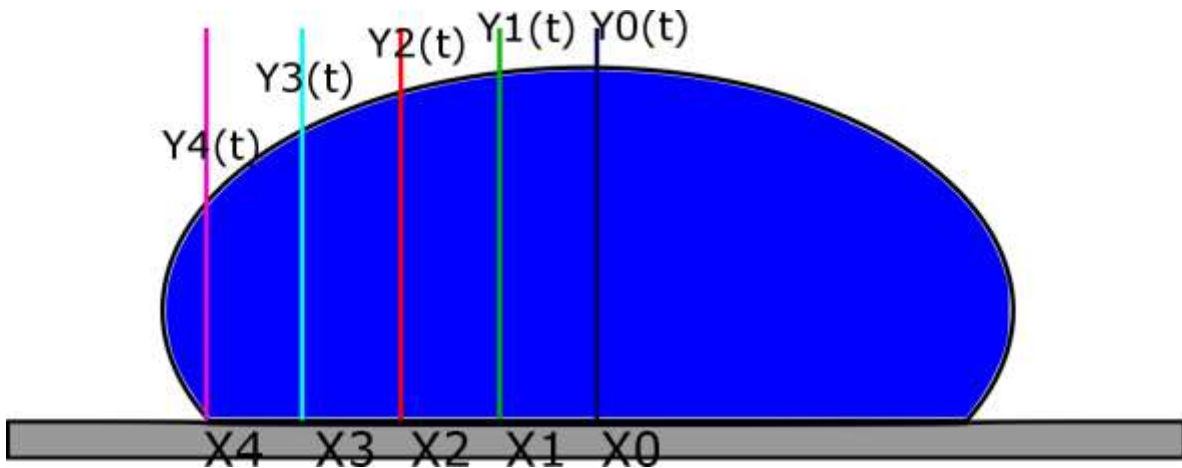


Figura 2.13. Diagrama de las posiciones elegidas para la medición de las alturas de la gota.

Se considera que tanto la alberca como la gota son simétricas respecto al centro, por lo que es suficiente medir una mitad. Esto es basado en las primeras mediciones de las alturas, en donde se observó un comportamiento simétrico.

Los intervalos de tiempo en los que se midieron las alturas de la gota fueron de 0.00125 s (cada 5 cuadros).

Se implementó una técnica de medición manual para obtener el valor de las alturas, ya que el seguimiento automático de CINEViewer no es adecuado para este caso. La técnica fue simplemente dibujar líneas delgadas paralelas al eje vertical en las posiciones fijas en X ( $Y = X_0, X_1, X_2, X_3, X_4$ ) sobre un acetato transparente, el cual se puso sobre la pantalla de la computadora en la que se hizo la medición.

## CAPÍTULO III. RESULTADOS.

---

El primer paso para realizar experimentos controlados es identificar a las variables que intervienen en los fenómenos de interés y los métodos y tecnologías para manejarlas. La observación y cuantificación permiten establecer relaciones entre las variables para proponer teorías y aplicaciones.

A continuación se presentan los resultados obtenidos a través del desarrollo de la investigación. Primero se describen las características de las fases de movimiento observadas durante la experimentación para dos tipos de gotas, que corresponden a la primera y segunda etapa de experimentación. Posteriormente se presentan los resultados de la primera etapa experimental sobre las variables estudiadas como función del parámetro  $\frac{(2\pi f_0)^2 X}{g}$ , y los resultados de la segunda etapa sobre la altura máxima como función de la frecuencia. Al final se encuentran los resultados de la tercera etapa experimental.

La primera etapa experimental consistió en la reproducción de los experimentos de Noblin X. et al. y Sudo et al. mencionados en el capítulo I. En esta primera etapa se reconocieron las variables y factores que intervienen en el fenómeno y se analizaron los materiales y equipos disponibles para la realización de un dispositivo experimental que cumpliera con las características necesarias para observar el comportamiento de la gota vibrando.

La segunda etapa, basada en el trabajo de investigación anterior y con una mayor fuente bibliográfica, sirvió para definir las características y las condiciones fundamentales que influyen de manera significativa en el fenómeno. Se establecieron los parámetros cuantificables del comportamiento dinámico de la gota.

En la tercera etapa se estableció la clasificación del movimiento del perfil de la gota oscilante a partir del comportamiento de sus frecuencias superficiales, tomando

como base las clasificaciones y los parámetros cuantificables de las etapas anteriores.

### 3.1. FASES DE MOVIMIENTOS

#### *Gota 1.*

De agua y colorante vegetal verde, con un volumen de  $0.30 \pm 0.05$  ml y un ángulo de contacto en reposo con el sustrato que la sostiene de  $110^\circ \pm 0.05^\circ$ . Esta gota se utilizó con el primer dispositivo experimental.

#### *Gota 2.*

De agua, con un volumen de  $60 \pm 5$   $\mu$ l y un ángulo de contacto en reposo con el sustrato que la contiene de  $119.2^\circ \pm 1.7^\circ$ . Esta gota se utilizó con el segundo dispositivo experimental.

### FASE ARMÓNICA

Para la *gota 1* se observó, en el intervalo de frecuencias entre  $10.00 \pm 0.30$  y  $70.00 \pm 2.10$  Hz, que debido a la energía que absorbe de la bocina, la gota respondió con movimientos de expansión y contracción con simetría axial. Hay que mencionar que el radio de la gota antes de la perturbación fue de  $0.51 \pm 0.02$  cm.

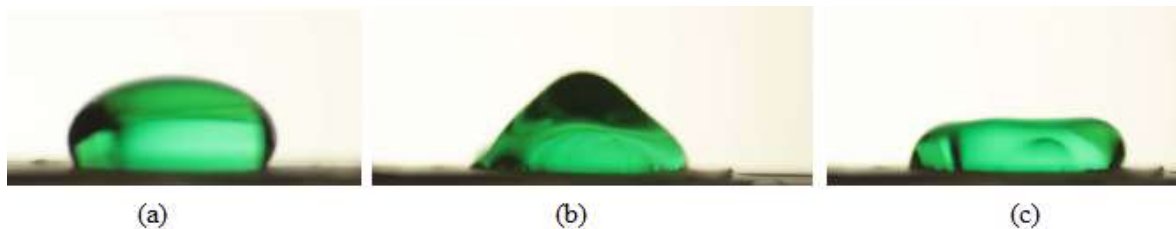


Figura 3. 1. Fase armónica en una gota (a) Gota sin perturbación (b) expansión a 40Hz y (c) contracción a 40Hz.



Para la *gota 2*, se encontró el comportamiento de la fase armónica en el intervalo de frecuencias entre  $1.00 \pm 0.03$  Hz y  $31.00 \pm 0.93$  Hz.

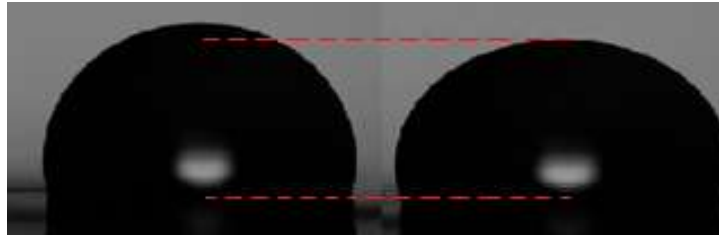


Figura 3. 2. Fase armónica en una gota de  $60 \mu\text{l}$  a 26 Hz (a) Elongación de la gota (b) Contracción de la gota.

Se midió la altura de la gota 2 sobre el eje axial en función del tiempo, se pudo observar un comportamiento de tipo sinusoidal. (Figura 3.3)

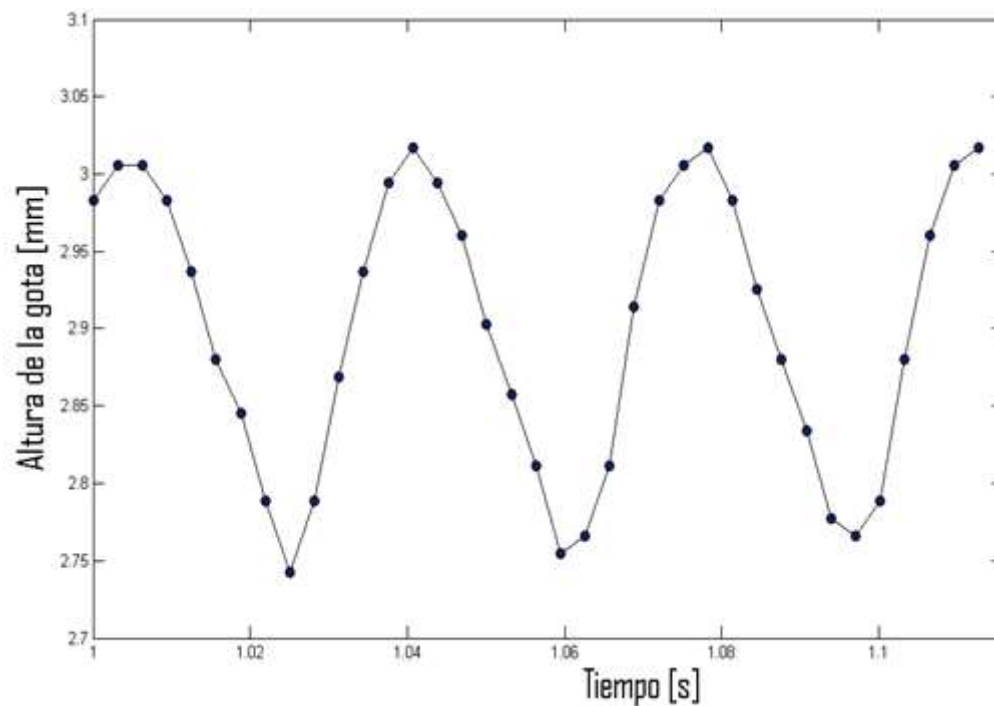


Figura 3. 3. Comportamiento de las alturas de la gota a 28 Hz.

## FASE GEOMÉTRICA

Para la *gota 1*, la fase geométrica abarcó el intervalo de frecuencias entre  $80.00 \pm 2.40$  y  $130.00 \pm 3.90$  Hz, en donde el centro de las figuras geométricas coincidió con el eje axial de la gota.

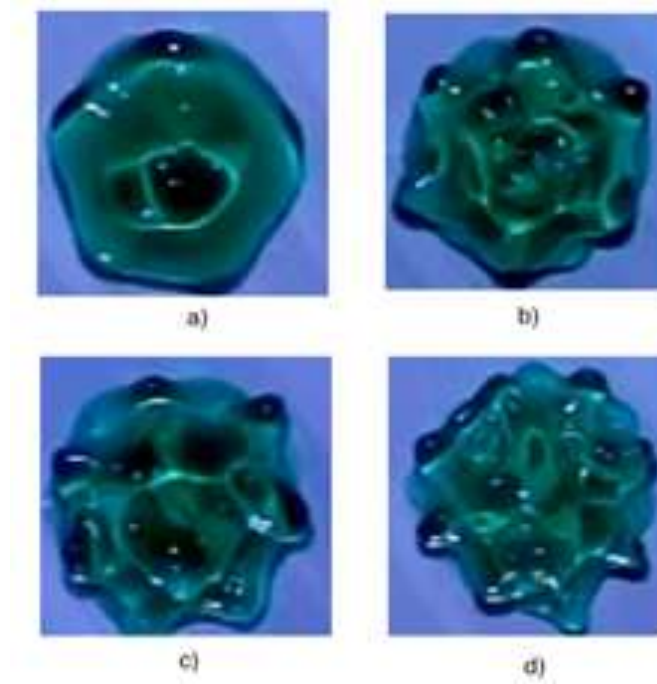


Figura 3. 4. Fase geométrica en una gota (a) Pentágono a 80 Hz (b) Hexágono a 100 Hz (c) Heptágono a 110 Hz y (d) Octágono a 120 Hz.

Las figuras registradas fueron aquellas donde la gota presentó periodicidad y los lados del polígono tuvieron regularidad en su forma y tamaño. Los polígonos vistos frecuentemente, al reproducir el experimento, fueron: pentágono, hexágono y octágono. Estas figuras se observaron a cada  $20.00 \pm 0.60$  Hz aproximadamente. También se observó, como caso especial, un heptágono (7 lados) a los  $110 \pm 0.80$  Hz.

Para la *gota 2*, la fase geométrica se observó entre  $32.00 \pm 0.96$  y  $40.00 \pm 1.20$  Hz.

La Figura 3.5 muestra la altura en función del tiempo. Al igual que en la fase anterior, se puede observar un comportamiento de tipo sinusoidal, pero se comienzan a inclinar las crestas hacia la derecha del eje del tiempo.

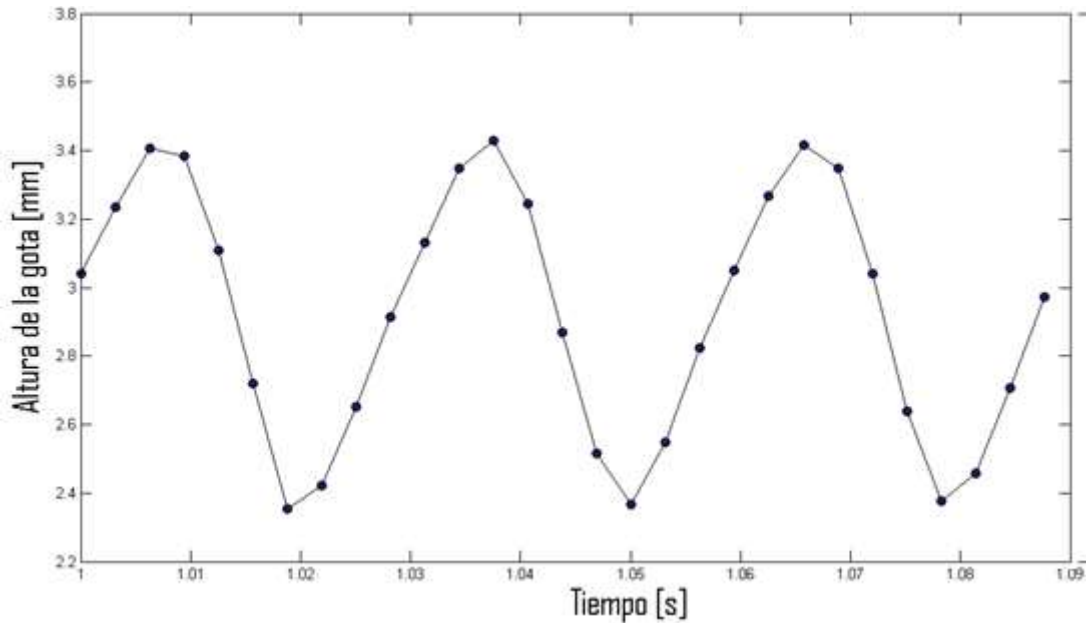


Figura 3. 5. Comportamiento de las alturas de la gota a 34 Hz.

Para visualizar mejor el comportamiento dentro de la gota en el segundo dispositivo, se filmó un volumen de  $200 \pm 5 \mu\text{l}$  a  $43.00 \pm 1.29 \text{ Hz}$ . En este caso se observó claramente un pentágono en donde la gota se comporta como un caleidociclo, es decir, a medida que pasa el tiempo se ve un anillo en el centro, a partir del cual se crean cinco antinodos que forman un pentágono; después, los antinodos vuelven a su forma inicial (anillo) y se vuelve a repetir el proceso como se observa en la figura 3.6.

La figura 3.7 muestra el caso de  $200 \pm 5 \mu\text{l}$  y una frecuencia de  $46.00 \pm 1.38 \text{ Hz}$ , en la que se nota la forma de un hexágono. En este caso hay seis antinodos que siguen un ciclo de manera similar al caso anterior.

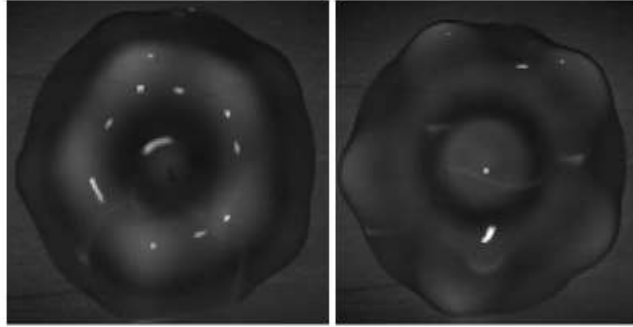


Figura 3. 6 a) y b) Vista aérea de la gota con volumen de 200 µl y a una frecuencia de 43.00 Hz, a distintos tiempos.

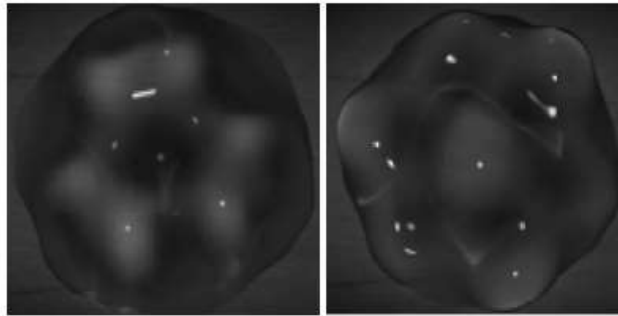


Figura 3. 7. a) y b) Vista aérea de la gota con volumen de 200 µl y a una frecuencia de 46.00 Hz, a distintos tiempos.

## FASE CAÓTICA

Para la *gota 1*, la fase caótica abarcó el intervalo de frecuencias entre los  $140.00 \pm 4.20$  y los  $160.00 \pm 4.80$  Hz. La superficie de la gota tiene un movimiento aparentemente azaroso como lo muestra la figura 3.8. Cuando la gota entra en esta fase, la altura máxima disminuye con respecto a su valor en reposo, pero su diámetro promedio aumenta; esto es, la gota se aplasta.



Figura 3. 8. Gota en la que los lóbulos tienen un movimiento aparentemente azaroso.

Para la *gota 2* esta fase se encuentra entre  $41.00 \pm 1.23$  y  $55.00 \pm 1.65$  Hz. Presenta un comportamiento aparentemente irregular respecto a la fase anterior. Sin embargo, al estudiar la variación de las alturas en función del tiempo observamos un fenómeno periódico pero no sinusoidal, ya que en promedio cada 0.021 s, para el caso particular de  $48.00 \pm 1.44$  Hz, se presentó un máximo en la altura como se muestra en la figura 3.9. En el estudio de las alturas como función del tiempo se observó la aparición de dos tipos de máximos relativos, en donde el de la amplitud más pequeña tuvo un comportamiento decreciente, conforme se incrementó la frecuencia, hasta alcanzar la de atomización.

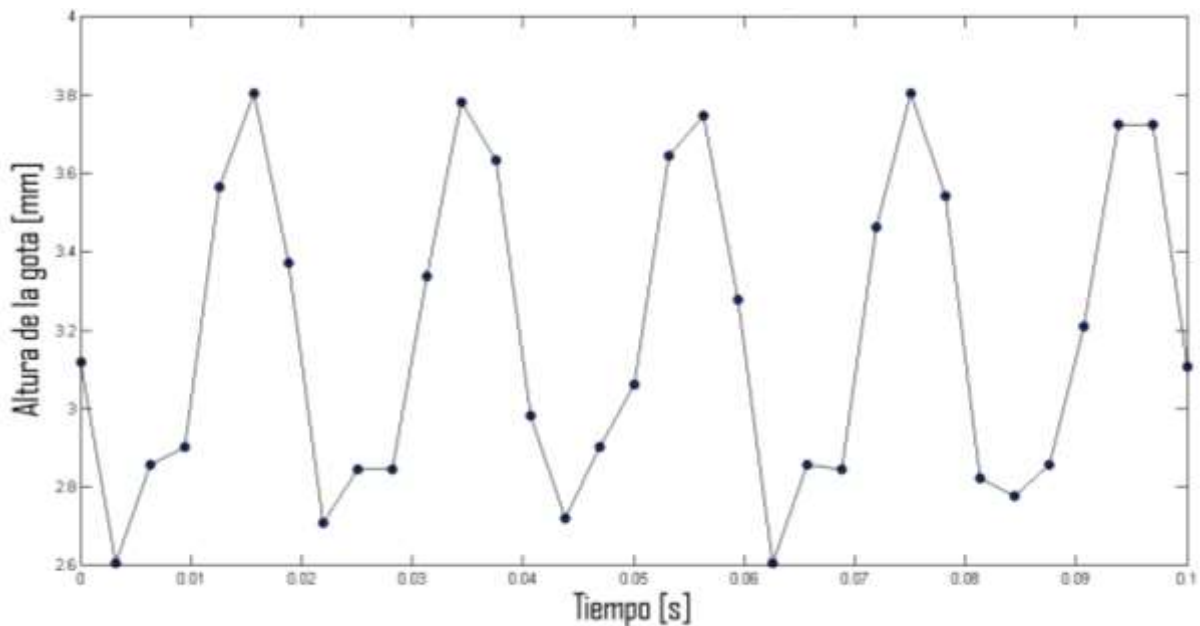


Figura 3. 9. Comportamiento de la altura de la gota a 48 Hz.



Figura 3. 10. Imágenes de la gota de 60 µl a una frecuencia de 48.00 Hz, a distintos tiempos.

## ATOMIZACIÓN

La atomización se presenta a los  $160.00 \pm 4.8$  Hz para la *gota 1*. Se observó que la gota atomizó en un intervalo de frecuencias ( $160.00 \pm 4.8$  Hz a  $210.00 \pm 6.3$ ), y que a frecuencias mayores a este intervalo, la gota no se atomizó, sino que presentó en la superficie antinodos de menor tamaño que forman patrones geométricos.



Figura 3. 11. Gota atomizando.

A partir de los  $56.00 \pm 1.68$  Hz hasta los  $75 \pm$  Hz la *gota 2* atomiza. Si se aumenta la frecuencia, la gota regresa a una fase geométrica, como en el caso anterior.

El desprendimiento de la gota se presenta principalmente por dos procesos:

- Los lóbulos generan un anillo en la superficie de la gota que reduce su radio hasta chocar consigo mismo, lo que provoca el disparo de un chorro de agua. Por acción de la gravedad el chorro se descompone en gotitas de diferentes

tamaños, que al caer en la superficie presentan un movimiento de oscilación correspondiente a la fase armónica.

- Cuando uno de los lóbulos es impulsado por el choque de dos o más lóbulos, éste se desprende de la gota, ya que el movimiento vence la tensión superficial. Por lo regular estas gotas desprendidas tienen un tamaño similar. Al igual que en el caso anterior, cuando caen en la superficie oscilante adquieren un movimiento típico de la fase armónica.

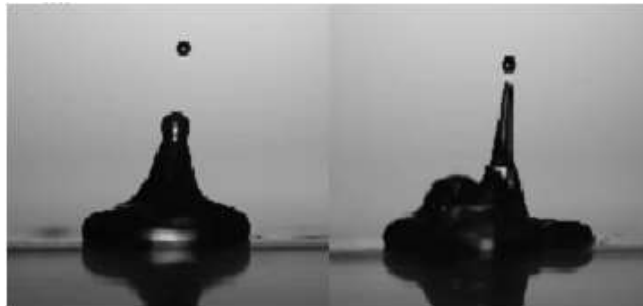


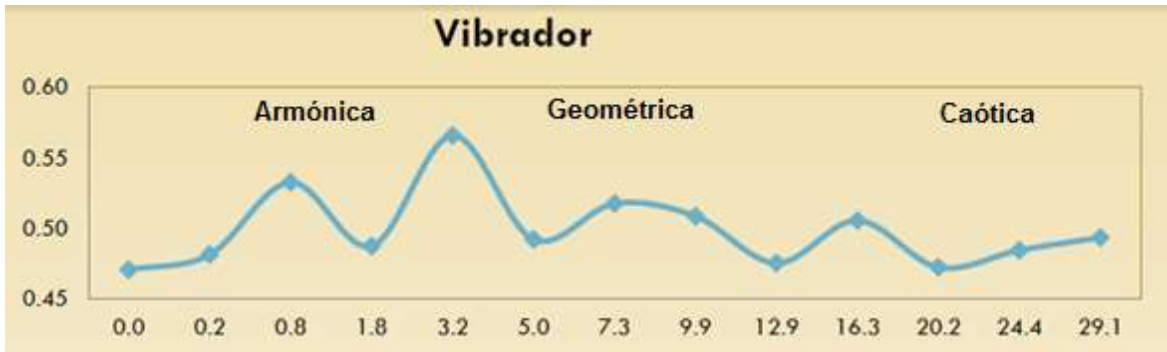
Figura 3. 12. Imágenes de la gota atomizándose. Gota de 60  $\mu$ l a una frecuencia de a) 56.00 Hz b) 75.00 Hz.

### Comportamiento de las alturas de la gota 1 al variar frecuencias

Se analizó el cambio de las alturas a partir de la perturbación generada por las variaciones de las frecuencias.

Primero se hizo para las oscilaciones generadas con el vibrador. Cuando se puso la gota a oscilar y se aumentó la frecuencia, se observó, como lo muestra la figura 3.13, que las amplitudes de oscilación no eran constantes. A determinadas frecuencias se presentaron aumentos considerables en la altura. Al seguir aumentando la frecuencia, las alturas disminuyeron. Estas disminuciones se compensaron con el aumento de los radios.

Altura máxima de la gota [cm]



$$\frac{(2\pi f_0)^2 X}{g} [\text{Vm}^{-1}]$$

Figura 3. 13. Altura de la gota como función de  $\frac{(2\pi f_0)^2 X}{g}$  en el vibrador al variar frecuencias.

Cuando se produjeron las oscilaciones con una bocina y se analizó el comportamiento de las alturas, a pesar de que las frecuencias que se aplicaron fueron más altas, se encontró un comportamiento similar a lo que sucedió con la gota en el vibrador, como lo muestra la figura 3.14. Se presentaron alturas mayores para radios menores, lo que era de esperarse por conservación de la masa.

Altura máxima de la gota [cm]

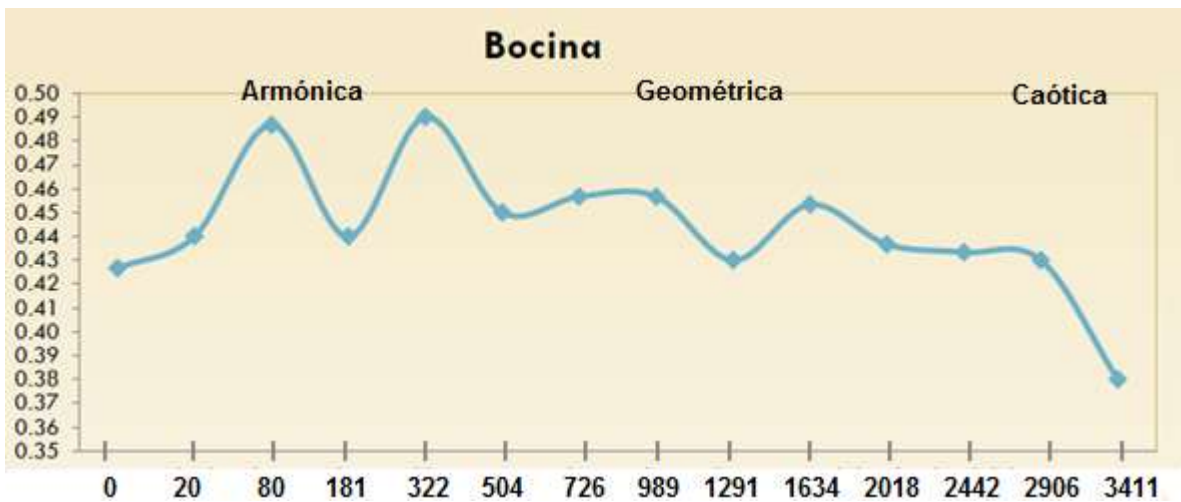


Figura 3. 14. Altura de la gota como función de  $\frac{(2\pi f_0)^2 X}{g}$  en la bocina al variar frecuencias.



En ambas gráficas se puede observar que la amplitud de desplazamiento de la superficie, en el eje central de la gota, disminuye justo antes de la atomización debido al aumento del radio. Después de la atomización, la amplitud decreció gracias a la pérdida de masa por medio de la expulsión de pequeñas gotas.

### *Comportamiento de los radios de la gota 1 al variar las frecuencias*

Se definió como radio, desde una vista aérea, a la distancia que hay entre el eje central de la gota y un punto en su extremo (frontera agua-teflón). En el caso de la fase geométrica, los puntos extremos elegidos fueron las aristas de la figura poligonal observada.

Se analizó el cambio en los radios como función de la frecuencia en la bocina. De la figura 3.15 se puede observar que los primeros puntos que se muestran en forma creciente corresponden a la fase armónica. En este caso, los radios van en aumento, ya que al incrementar las frecuencias se da más energía a la gota. Cuando se llega a los  $80.00 \pm 2.40$  Hz el radio llega a un máximo que corresponde a la transición armónica-geométrica. A partir de ese punto se considera la fase geométrica y se puede observar cómo los radios de la gota decrecen, llegan a un mínimo a  $100.00 \pm 3.00$  Hz y posteriormente vuelve a crecer. Se presenta un segundo máximo a  $120.00 \pm 3.60$  Hz; el punto posterior corresponde al inicio de la fase caótica.

Es importante mencionar que en la fase caótica no se pudo hacer un análisis sobre los radios ya que la gota pierde su forma regular. Además, en los casos en los que se presenta la atomización, hay una pérdida de masa y por lo mismo de volumen.

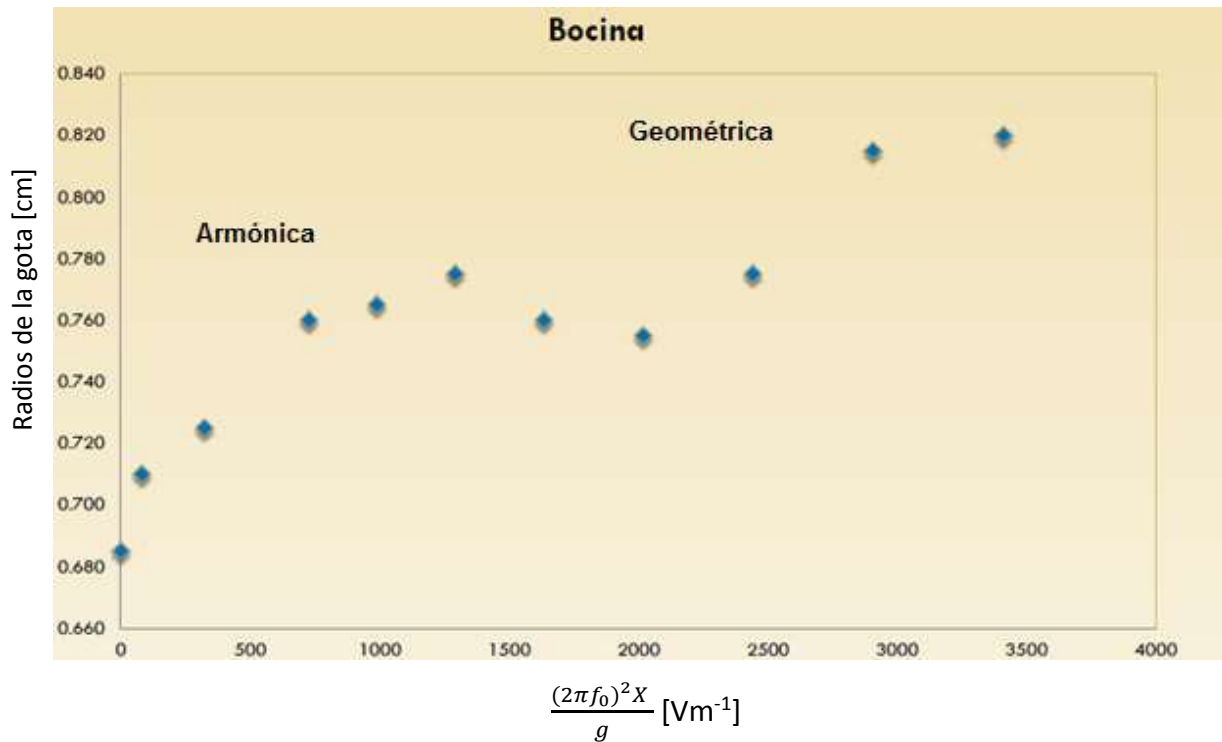


Figura 3. 15. Radio de la gota como función de  $\frac{(2\pi f_0)^2 X}{g}$  en la bocina.

Comportamiento de las alturas de la gota 1 al variar la amplitud de oscilación

Las amplitudes se variaron a una frecuencia fija. En la Figura 3.16 se puede observar que en la fase armónica, la altura se incrementa debido a la energía absorbida. Cuando la gota pasa a la fase geométrica, las alturas decrecen pero, como se mostró en párrafos anteriores, los radios aumentan. En la fase caótica las alturas disminuyen de manera repentina y los radios varían de manera aleatoria.

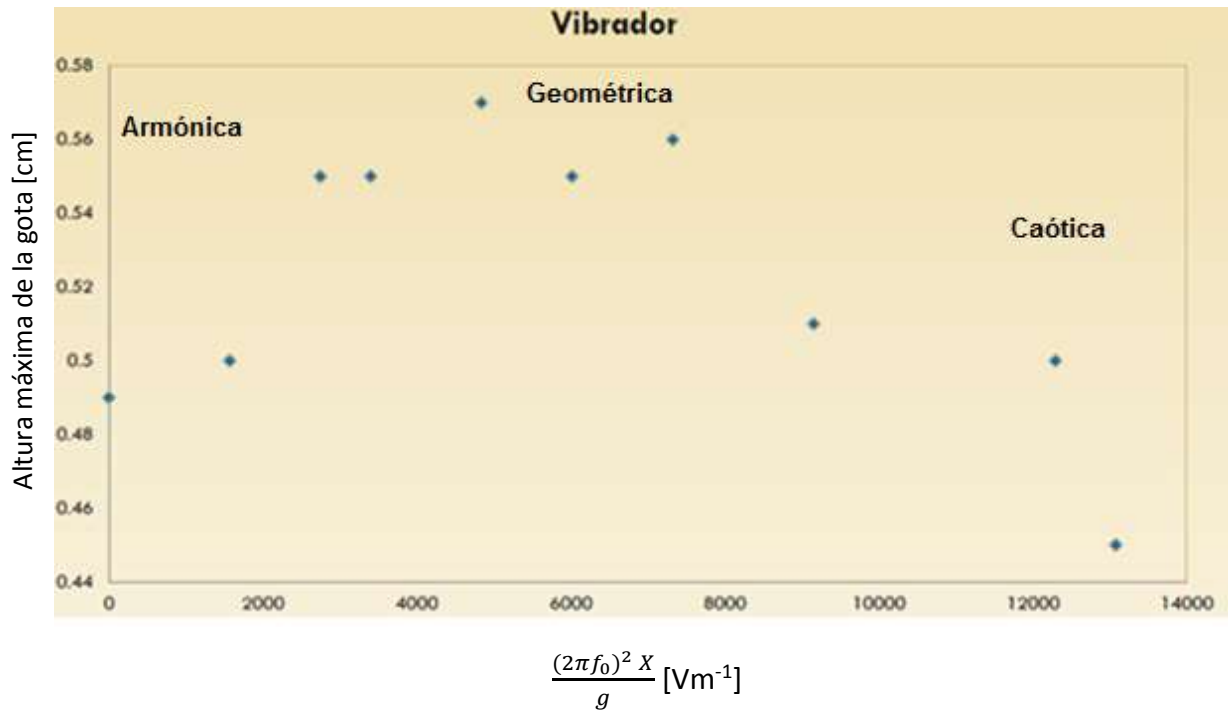


Figura 3. 16. Altura de la gota como función de  $\frac{(2\pi f_0)^2 X}{g}$  en el vibrador.

### Comportamiento de las alturas máximas de la gota 2 al variar la frecuencia

Se observó que al variar la frecuencia de 24 a 55 Hz las alturas máximas de la gota aumentan (máxima amplitud obtenida del estudio de las alturas en función del tiempo), y se pueden clasificar de acuerdo a cada fase. Se puede observar en la figura 3.17 que entre los puntos identificados en cada fase existe una región en la que no se reportó nada, esto es porque en esas zonas no se observaron en la gota movimientos estables, posiblemente relacionados a una onda estacionaria. Además, los puntos de la fase geométrica corresponden, de izquierda a derecha, a un triángulo cuadrado, pentágono y hexágono.

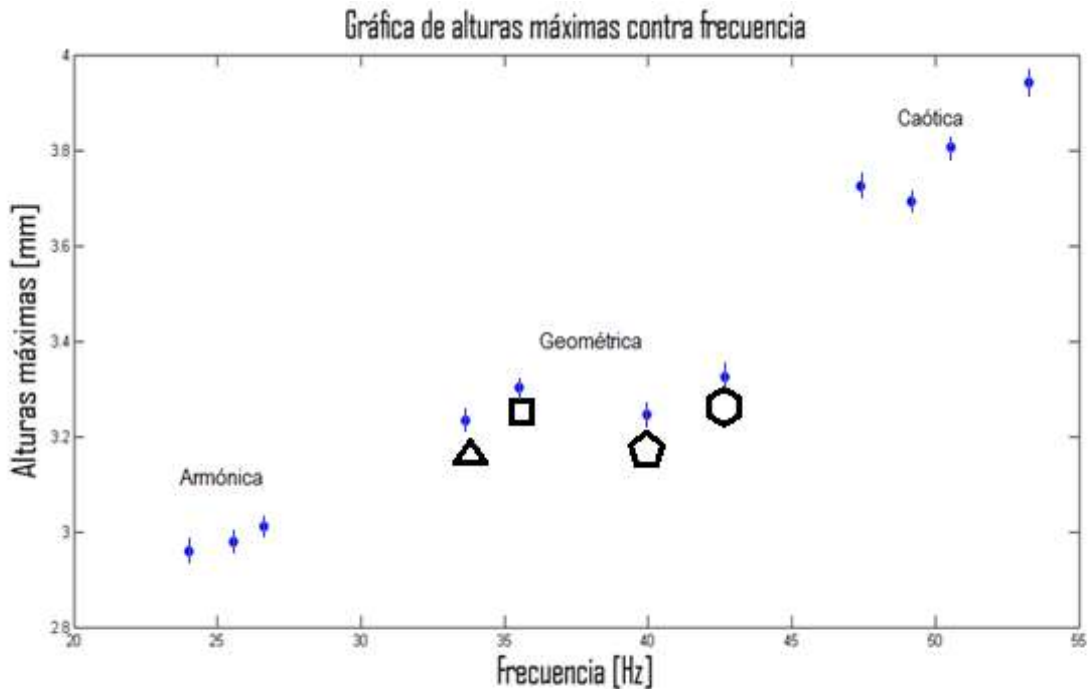


Figura 3. 17. Gráfica de las máximas alturas como función de la frecuencia. Se identifican los puntos por su comportamiento en fases.

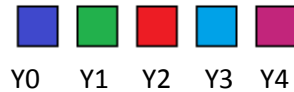
Es importante señalar que al aumentar la frecuencia por encima de las frecuencias críticas para las cuales se atomiza la gota, se observó un comportamiento con características de la fase geométrica dentro de cierto intervalo, y al aumentar nuevamente este parámetro se obtuvieron características de la fase caótica.

### 3.2. COMPORTAMIENTO DE LAS ALTURAS COMO FUNCIÓN DEL TIEMPO.

Este estudio fue realizado para una gota de agua de  $1.000 \pm 0.005$  ml con un ángulo de contacto en reposo respecto al sustrato que lo sostiene (NeverWet) de  $125.3^\circ \pm 1.4^\circ$ .

El comportamiento de las alturas en el perfil de la gota, para diferentes frecuencias y amplitudes de oscilación, se muestra en las gráficas presentadas en el Anexo.

Estos datos de la variación de las alturas como función del tiempo fueron tratados con el método de la transformada rápida de Fourier para encontrar las frecuencias que aparecen en la superficie de la gota. Cabe mencionar que cada uno de los colores de los datos obtenidos corresponde a una de las posiciones de las alturas estudiadas (Figura 2.13), como lo muestra el siguiente código de colores.



El análisis de los resultados se presenta en el capítulo IV.

### 3.3 CORRIENTES INTERNAS Y SUPERFICIALES DE LA GOTA VIBRANTE

Durante la experimentación se observó que al introducir partículas en la gota vibrando, éstas adquieren movimiento alrededor de corrientes, pero dicho movimiento depende de las dimensiones de las partículas, ya que se vio que las partículas de mayores dimensiones se movieron alrededor de corrientes definidas, como en anillos concéntricos o sobre ejes de simetría de la gota; mientras que las partículas pequeñas presentaron un movimiento similar al movimiento de precesión y nutación de la Tierra alrededor de las corrientes definidas.

También se observó que cuando se tiene material soluble en el líquido de la gota vibrando (en este caso particular: agua), el material es atrapado en las corrientes internas hasta que en un lapso de tiempo se mezcla con apariencia homogénea en el solvente (o disolvente) como lo muestra la Figura 3.86.

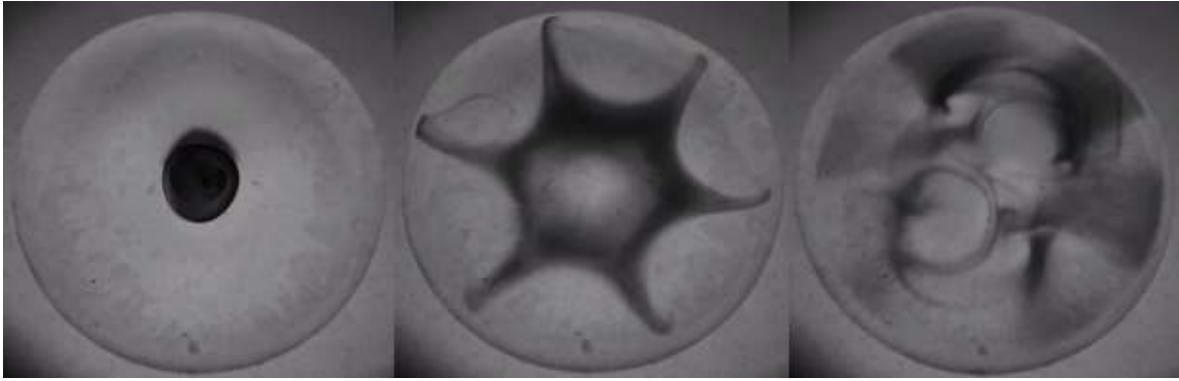


Figura 3. 86. Fotografías que muestran el proceso de mezcla de tinta vegetal en una gota de agua de  $800 \pm 10 \mu\text{l}$  en donde transcurre un tiempo de respuesta de 52.7 s. Con 60.00 Hz de frecuencia y 0.0556 mm de amplitud de desplazamiento.

Pero no sólo se observaron las corrientes internas, ya que cuando se agregaron partículas hidrofóbicas a la gota oscilando, éstas se esparcieron en su superficie y formaron patrones superficiales distintos a los patrones formados en la gota sin las partículas. Además, se pudo observar la formación de corrientes superficiales.

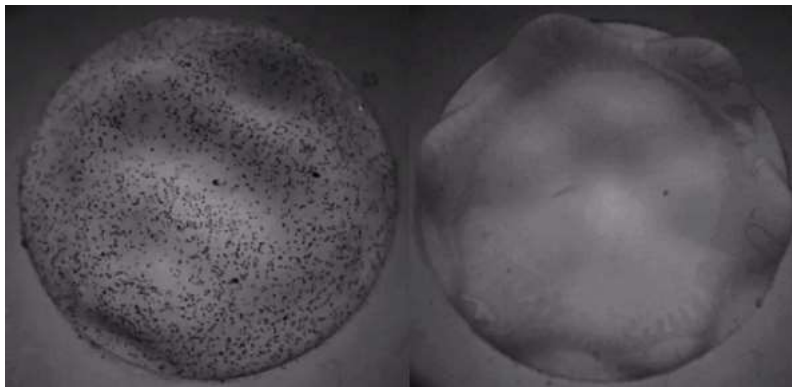


Figura 3. 87. Comparación de los patrones de una gota de agua de  $800 \pm 10 \mu\text{l}$  con 60.00 Hz de frecuencia y 0.0556 mm de amplitud de desplazamiento. a) Con partículas de tóner, b) sin partículas.

## CAPÍTULO IV. DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

A partir de los datos obtenidos se hizo un análisis entre la excitación que recibe la gota y el movimiento que se produce en su superficie.

#### 4.1. CLASIFICACIÓN POR AMPLITUDES EN FUNCIÓN DE LA ACELERACIÓN DE EXCITACIÓN

El movimiento de vibración de la superficie de la gota es provocado por la excitación de la frecuencia y desplazamiento de la bocina. Estas variables se relacionan entre sí por medio de la aceleración de excitación, que se define como:

$$A_0 = \omega^2 x_0 = (2\pi f_0)^2 x_0 \quad (1)$$

En donde  $f_0$  es la frecuencia y  $x_0$  el desplazamiento de la bocina (parámetros de excitación).

Además, se ha definido la amplitud del desplazamiento de la superficie como:

$$\eta_0 = \frac{(Y_{m\acute{a}x} - Y_{m\acute{i}n})}{2} \quad (2)$$

Donde  $Y_{m\acute{a}x}$  es la máxima altura y  $Y_{m\acute{i}n}$  la menor altura de los desplazamientos de la superficie de la gota de los puntos medidos en su perfil.

##### 4.1.1. DESCRIPCIÓN DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LA GOTA OSCILANTE.

Se observó a simple vista el movimiento de la superficie de la gota, como resultado de la excitación de las amplitudes de desplazamiento y frecuencias enviadas por la bocina, para clasificar el comportamiento de la gota en la fase de movimiento correspondiente.

Frecuencia 15 Hz.

De la figura A.1. a la A.18.

Amplitud de desplazamiento:

- De 0.0263 a 0.2632 mm: El movimiento que se observó fue el de expansión-contracción, en donde el desplazamiento de la altura máxima fue en aumento conforme se aumentó la amplitud de excitación.

Frecuencia 24 Hz.

De la figura A.19 a A.38.

Amplitud de desplazamiento:

- De 0.0294 a 0.1176 mm: El movimiento que se presentó bajo estas condiciones fue el de elongación-contracción de la zona central de la gota. El aumento de la amplitud de desplazamiento sobre el eje central estuvo relacionado directamente con el aumento de la amplitud eléctrica de la señal.
- 0.1471 y 0.1765 mm: Sobre la superficie se comenzó a ver la formación de una cruz, en donde el centro de esta figura coincide con el eje central de la gota. Para el caso de 0.1471 mm la cruz que se observó fue estacionaria, en cambio para los 0.1765 mm la cruz rotaba sobre su eje central.
- De 0.2059 a 0.2647 mm: Desde una vista superior, se observaron las formaciones de círculos concéntricos alrededor del eje central de la gota, donde fue aumentando el número de anillos conforme se aumentó la amplitud de la señal. En la zona central de la gota se observó el movimiento de elongación y contracción.
- 0.2941 mm: Se observó la formación de una sección de círculo alrededor del eje central con un radio que fue desde la frontera con el NeverWet hasta aproximadamente la cuarta parte del diámetro de la gota y fue delimitada por un valle anular. Sobre el eje central también se observó un movimiento de elongación-contracción.

Frecuencia 33 Hz.

De la figura A.39 a A.46.

Amplitud de desplazamiento:

- 0.0526 mm: Se formaron círculos concéntricos alrededor del eje central de la gota



- 0.1316 mm: Formación de un anillo circular desde de la frontera de NeverWet que rodea al eje central de la gota que presentó un movimiento de elongación-contracción. La forma en su conjunto fue comparado al de un sombrero de charro.
- 0.1842 y 0.2632 mm: Los lóbulos en la gota chocan y se mueven alrededor de su superficie de una forma aparentemente aleatoria. Cuando se aumentó la amplitud de señal eléctrica el movimiento de los lóbulos adquirió una mayor velocidad.

Frecuencia 42 Hz.

De la figura A.47 a A.50.

Amplitud de desplazamiento:

- 0.0833 mm: Los lóbulos chocan e interfieren entre sí, primero en la mitad de la gota y posteriormente en la otra mitad.
- 0.1944 mm: El movimiento de los lóbulos es aparentemente azaroso alrededor de la superficie, con una estructura morfológica similar al de una amiba. A ciertos intervalos de tiempo alguno de los lóbulos avanzó sobre la superficie hidrofóbica de NeverWet para reincorporarse al resto de la gota con choques violentos.

Frecuencia 60 Hz.

De la figura A.51 a A.68.

Amplitud de desplazamiento:

- 0.0193 mm: Se pudo observar el movimiento de los lóbulos que formaron como figura una estrella de 5 picos, con aristas redondeadas.
- 0.0278 mm: Se observó la formación de un pentágono en la superficie de la gota.
- 0.0556 mm: Se formaron dos triángulos con direcciones opuestas, que en conjunto constituyeron una “estrella de David” (estrella de 6 picos)
- 0.0833 mm: Se observaron a los nodos formar un hexágono en la superficie.
- 0.1111 mm: Se observó la formación de un octágono con los lóbulos.

- 0.1118 mm: Se formó en la superficie de la gota un decágono.
- 0.1389 mm: Formación de una figura poligonal con 12 lóbulos como aristas (dodecágono).
- 0.1667 mm: Se pudo observar que el movimiento de los lóbulos formaron una figura poligonal de 14 aristas.
- 0.1711 mm: Se observó la formación de ocho ejes de simetría (líneas que cruzaron en el eje central de la gota), y en la frontera NeverWet-Gota se observó un hexadecágono con aristas formadas por pequeños lóbulos
- 0.1945 mm: En el interior de la gota se observaron 9 ejes de simetría, los lóbulos fueron pequeños pero a pesar de ello se logró ver la ligera formación de una figura poligonal de 18 lados.

#### 4.1.2. ESTABILIDAD DE LAS FASES

Se graficó la amplitud de desplazamiento de la superficie ( $\eta_0$ ) como función de la aceleración de excitación ( $A_0$ ), para relacionar el movimiento de la superficie de la gota con el movimiento de excitación oscilante de la bocina.

La fase armónica se encuentra en el intervalo de aceleraciones de excitación que va de  $(0.2337 \pm 0.0526) \text{ m/s}^2$  a  $(3.3440 \pm 0.5637) \text{ m/s}^2$ , es decir, está en la región de bajas aceleraciones de excitación y bajas amplitudes de desplazamiento delimitada en la parte superior por la recta  $\eta_0 = 0.2683A_0$ , que fue calculada con los máximos relativos de los desplazamientos de esta zona, como lo muestra la figura 4.1. El comportamiento de los desplazamientos en el eje central Y0, el punto Y1 y el extremo de la gota Y4 es creciente.

Los desplazamientos máximos de excitación para la fase armónica corresponden a  $15.00 \pm 0.45 \text{ Hz}$ , por ello se graficaron las amplitudes de excitación de esta frecuencia contra la aceleración de excitación, donde se obtuvo un comportamiento lineal descrito por la recta  $\eta_0 = 0.1126A_0$ . Se realizó el mismo procedimiento para

24.00 ± 0.72 Hz obteniéndose  $\eta_0 = 0.0440A_0$ . Al comparar las pendientes de las rectas con un factor F se obtiene que la amplitud del desplazamiento de la gota tiene una magnificación mayor al doble de la amplitud de excitación para los desplazamientos de 15 Hz y seis veces mayor para los desplazamientos de 24 Hz.

$$F = \frac{M_{sup}}{M_{exc}} = \frac{0.2683}{0.1126} = 2.4 \quad (3)$$

$$F = \frac{M_{sup}}{M_{exc}} = \frac{0.2683}{0.044} = 6.1$$

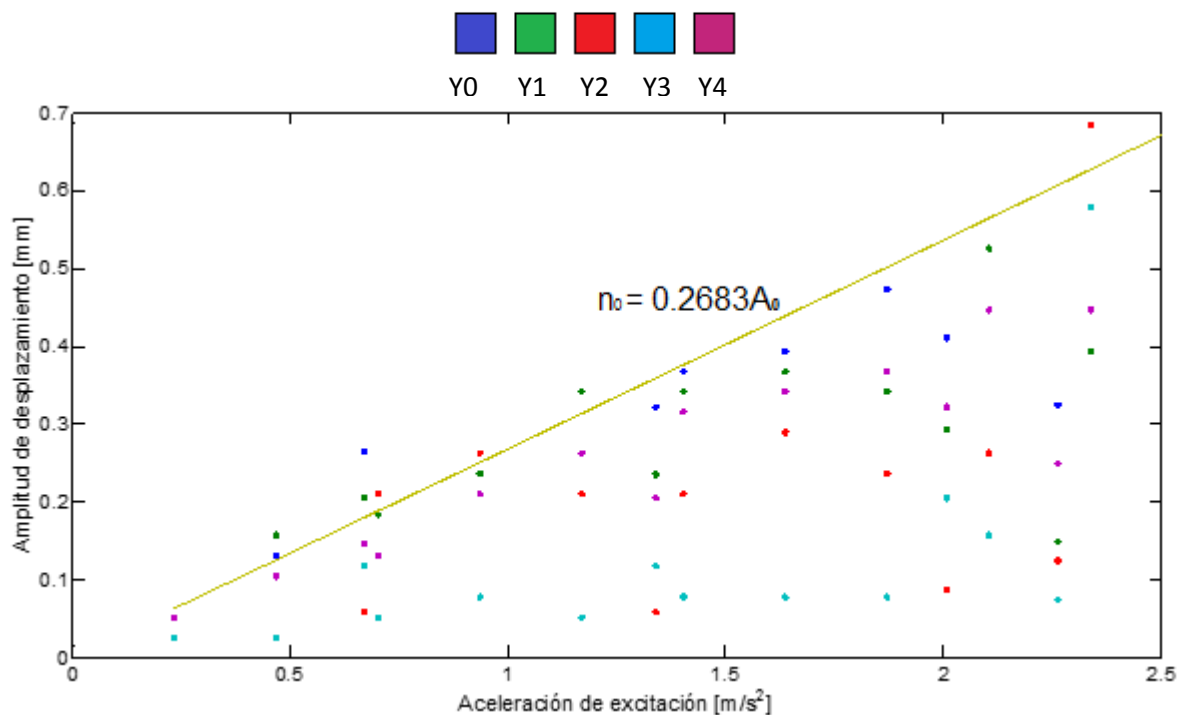


Figura 4. 1. Amplitudes de desplazamiento como función de las aceleraciones de excitación con un comportamiento en la fase armónica

La región correspondiente a la fase geométrica se encuentra en el intervalo de aceleraciones de excitación que va de  $(2.6753 \pm 0.4853) \text{ m/s}^2$  a  $(23.6918 \pm 1.1177) \text{ m/s}^2$ , se distingue por abarcar todas las aceleraciones de excitación estudiadas, exceptuando las correspondientes a la fase armónica. Además inicia con una

disminución de las amplitudes de desplazamiento de la gota en comparación a las de la fase anterior. A medida que se aumenta la aceleración de excitación, se observa en la gráfica 4.2, primero un comportamiento creciente de las amplitudes de desplazamiento de la superficie de la gota. Al seguir aumentado la aceleración de excitación, se llega a un punto en donde las amplitudes de desplazamiento decrecen abruptamente hasta alcanzar un mínimo. Por último, al seguir aumentando la aceleración de excitación, las amplitudes de desplazamiento vuelven a tener un comportamiento creciente.

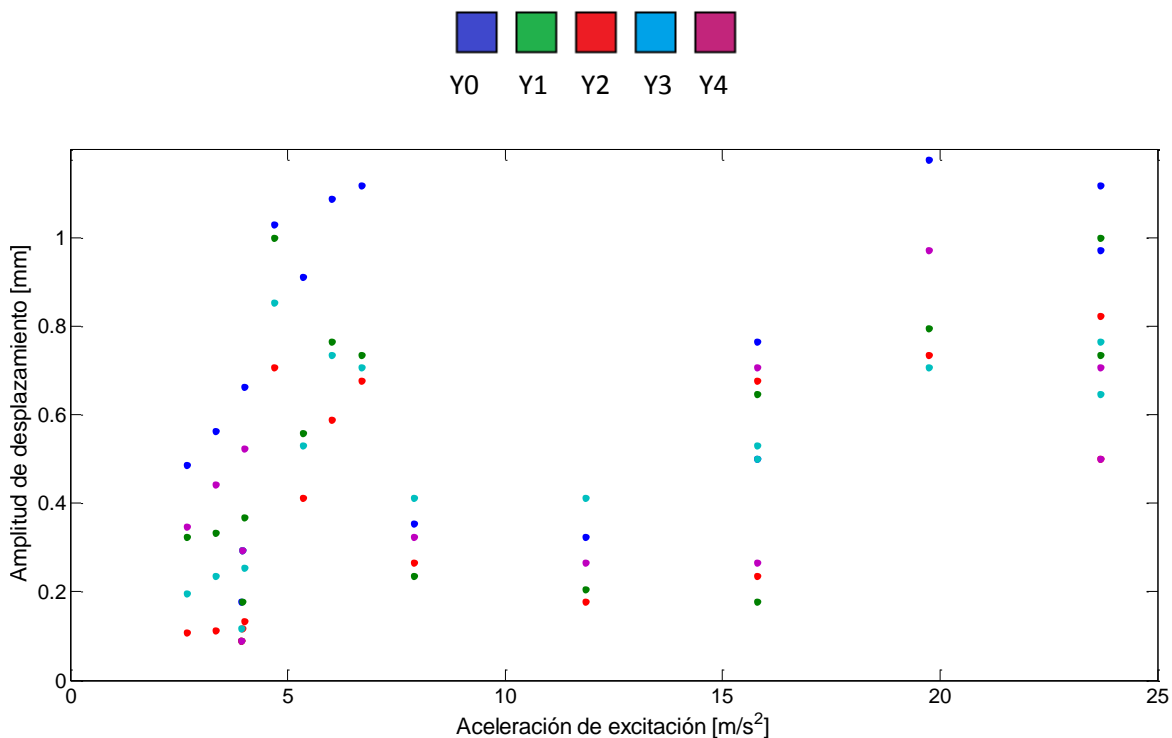


Figura 4. 2 Amplitudes de desplazamiento como función de las aceleraciones de excitación con un comportamiento en la fase geométrica

La región correspondiente a la fase caótica abarca un sector de aceleraciones de excitación en el que también se observa un comportamiento en la fase geométrica,

pero con amplitudes de desplazamientos mayores, como lo muestra la figura 4.3. El intervalo de aceleraciones de excitación va de  $(4.6817 \pm 0.7059) \text{ m/s}^2$  a  $(13.5411 \pm 1.0833) \text{ m/s}^2$ .

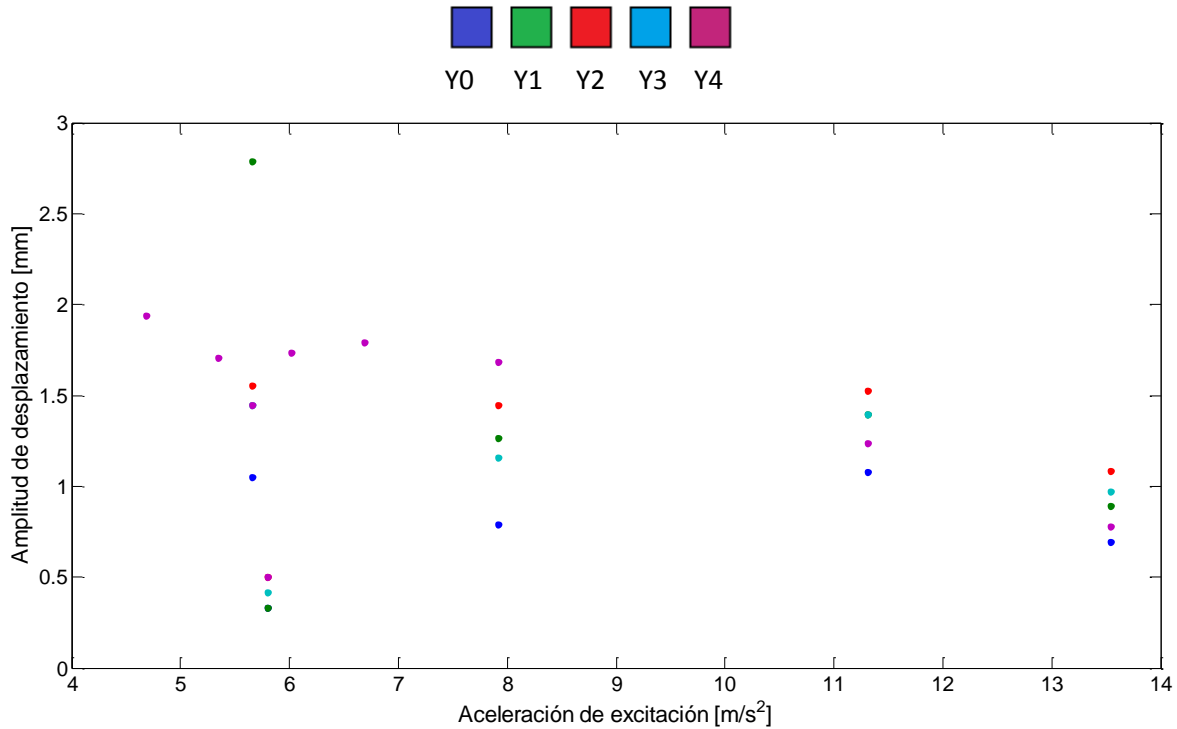


Figura 4. 3 Amplitudes de desplazamiento como función de las aceleraciones de excitación con un comportamiento en la fase caótica.

En el intervalo de aceleraciones de excitación entre  $0.2337 \pm 0.0022 \text{ m/s}^2$  y  $13.5411 \pm 0.1293 \text{ m/s}^2$  se pudo observar que los desplazamientos de la superficie de la gota en el punto central Y0, aumentan al atravesar por las regiones correspondientes a las tres fases de movimiento, lo que coincide con el comportamiento reportado anteriormente.

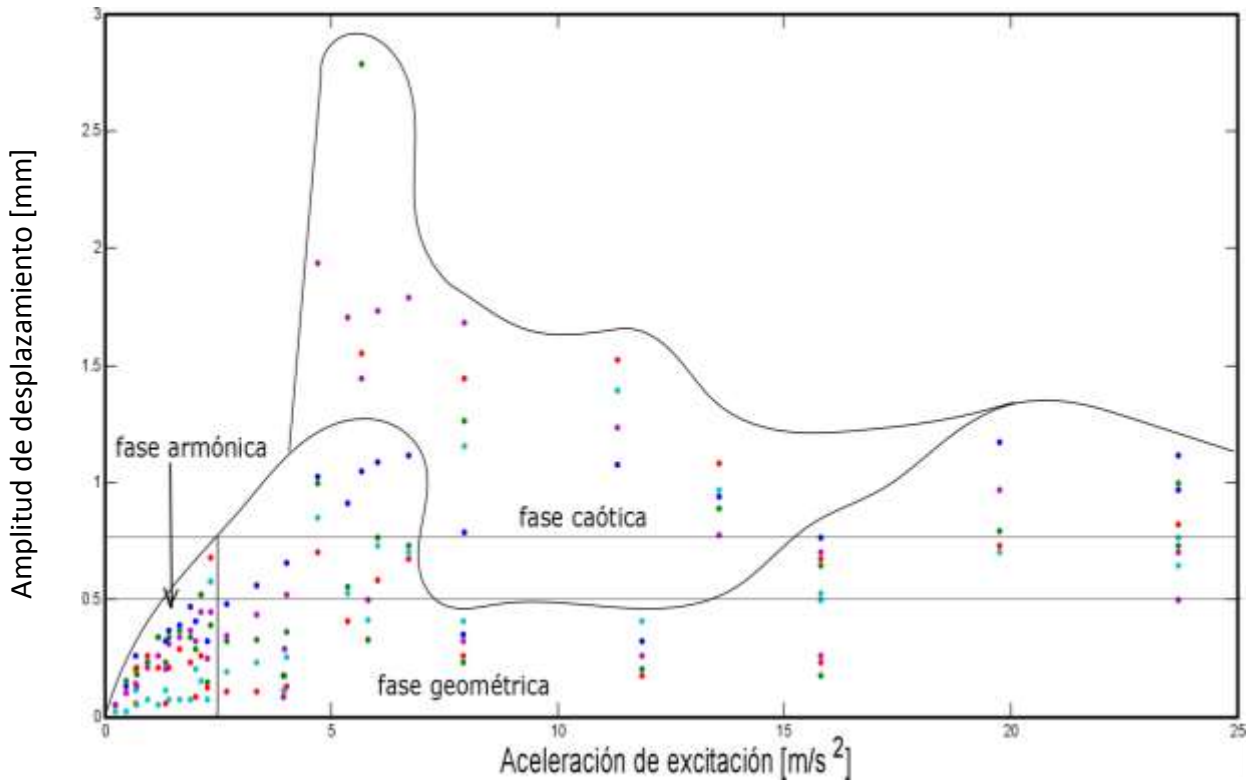


Figura 4. 4. Diagrama de estabilidad donde se muestran las amplitudes de desplazamiento de la superficie como respuesta a la aceleración de excitación con clasificación de las fases de movimiento.

Además, se puede observar en la zona delimitada por las amplitudes de desplazamiento, entre  $0.450 \pm 0.006$  mm y  $0.685 \pm 0.006$  mm (entre las líneas horizontales), que al aumentar las aceleraciones de excitación se obtiene primero la fase armónica, después la fase geométrica y la fase caótica, para culminar con la fase geométrica. Este comportamiento se observó en las etapas experimentales anteriores, ya que después de la fase caótica y la atomización, la gota adquirió un movimiento típico de la fase geométrica.

En la gota se observaron cambios morfológicos de una estructura a otra al aumentar la frecuencia de excitación con incrementos mínimos de  $0.100 \pm 0.005$  Hz. A menores incrementos, la gota no presenta cambios observables en su superficie. Las zonas de cambio de fase abarcaron un intervalo máximo de  $2.00 \pm 0.06$  Hz. Estas observaciones se hicieron tomando en cuenta a la frecuencia como la variable de excitación.

La figura 4.4 es un diagrama de estabilidad considerando dos parámetros de control, la amplitud de oscilación y la aceleración de la excitación. Experimentalmente no es sencillo seguir en este diagrama una línea paralela a alguno de los ejes puesto que la amplitud de la oscilación no varía linealmente con la amplitud de la excitación. Sin embargo, una vez obtenido el diagrama, y aumentando los puntos experimentales cerca de las zonas de transición de fase, se podrían encontrar los puntos críticos en los que una fase pierde estabilidad y aparece otra. Cabe mencionar que las líneas que delimitan las regiones de la gráfica, correspondiente a cada fase de movimiento, son para fines ilustrativos, ya que se observó de manera cualitativa, que los cambios de fase son graduales y no inmediatos.

#### 4.2. CLASIFICACIÓN POR LAS FRECUENCIAS SUPERFICIALES COMO FUNCIÓN DE LA ACELERACIÓN DE EXCITACIÓN.

##### Fase armónica

Para esta fase, se pudo observar que la superficie responde con la misma frecuencia de excitación en todos los puntos estudiados, excepto en los puntos nodales. Estos puntos se pueden identificar porque las amplitudes de oscilación permanecen constantes desde la figura 3.18 a la 3.35 para Y3 y de la figura 3.38 a la 3.48 para Y2.

#### *MODELO DE OSCILADORES ARMÓNICOS PARA DESCRIBIR LA SUPERFICIE DE UNA GOTA DE AGUA VIBRANDO.*

Se tratará de describir el movimiento de la gota con una colección de cinco resortes sobre los cuales actúa una fuerza (ley de Hooke).

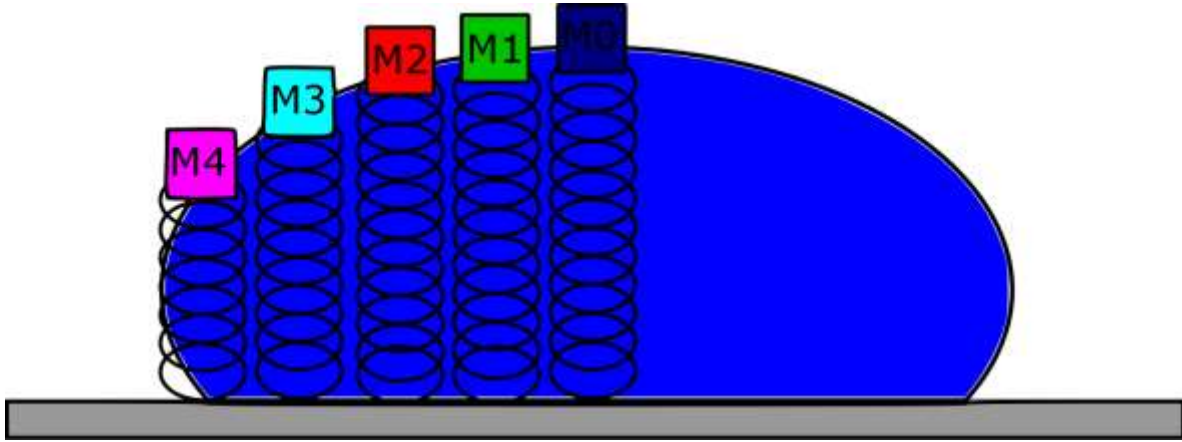


Figura 4. 5. Diagrama que hace referencia a la analogía entre el comportamiento oscilatorio de la superficie de la gota y el de sistemas elásticos de Hooke.

Por la observación anterior se hizo una analogía entre la ecuación de movimiento del oscilador armónico simple con la ecuación de movimiento que rige el comportamiento de la superficie de la gota en la fase armónica:

$$\ddot{\eta} + \omega_0^2 \eta = 0 \quad (4)$$

Se obtiene que el comportamiento de los desplazamientos en función del tiempo es descrita por la siguiente ecuación:

$$\eta(t) = \eta_0 \cos(\omega_0 t) \quad (5)$$

Donde  $\eta_0$  es la amplitud de desplazamiento y  $\omega_0 = 2\pi f_0$  con  $f_0$  la frecuencia de excitación.

Para este caso particular el comportamiento armónico corresponde a las frecuencias de  $15.00 \pm 0.45$  Hz y  $24.00 \pm 0.72$  Hz. Por lo que tenemos como ecuaciones de movimiento a:

$$\eta(t) = \eta_0 \cos(2\pi(15t)) \quad (6)$$



Con  $\eta_0$  en los puntos

Amplitud de excitación $\pm 0.006$ [mm]	Y0 $\pm 0.006$ [mm]	Y1 $\pm 0.006$ [mm]	Y2 $\pm 0.006$ [mm]	Y3 $\pm 0.006$ [mm]	Y4 $\pm 0.006$ [mm]
0.026	0.053	0.053	0.053	0.026	0.053
0.053	0.132	0.158	0.105	0.026	0.105
0.079	0.184	0.184	0.211	0.053	0.132
0.105	0.237	0.237	0.263	0.079	0.211
0.132	0.342	0.342	0.211	0.053	0.263
0.158	0.368	0.342	0.211	0.079	0.316
0.184	0.395	0.368	0.289	0.079	0.342
0.211	0.474	0.342	0.237	0.079	0.368
0.237	0.526	0.526	0.263	0.158	0.447
0.263	0.579	0.395	0.684	0.579	0.447

Figura 4.3. Amplitudes de desplazamiento de la superficie relacionado a la frecuencia de 15 Hz.

$$Y \eta(t) = \eta_0 \cos(2\pi(24t)) \quad (7)$$

Con  $\eta_0$

Amplitud de excitación $\pm 0.006$ [mm]	Y0 $\pm 0.006$ [mm]	Y1 $\pm 0.006$ [mm]	Y2 $\pm 0.006$ [mm]	Y3 $\pm 0.006$ [mm]	Y4 $\pm 0.006$ [mm]
0.029	0.265	0.206	0.059	0.118	0.147
0.059	0.324	0.235	0.059	0.118	0.206
0.088	0.412	0.294	0.088	0.206	0.324
0.118	0.485	0.324	0.108	0.196	0.348
0.147	0.564	0.333	0.113	0.235	0.441

Figura 4.4. Amplitudes de desplazamientos de la superficie relacionada a la frecuencia de 24 Hz.

De la ecuación 4 se obtiene que

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad (8)$$

Donde k es la constante de elasticidad y m la masa, propiedades del resorte ficticio asociado al punto estudiado en la superficie de la gota.

Para establecer las variables relacionadas entre el resorte ficticio y las propiedades de la gota se hizo un análisis dimensional de la constante elástica k y de la tensión superficial del agua, donde se observó una relación directa entre ambas propiedades, por lo que se estableció el valor de la constante elástica del resorte ficticio como la tensión superficial del agua

$$k = 7.275 \times 10^{-4} \frac{N}{m}$$

A partir de asignarle este valor a k y de despejar la ecuación 8 se obtuvieron las masas ficticias de la superficie. La masa ficticia se relaciona con los efectos de la fuerza de gravedad sobre la superficie.

$$m = \frac{k}{\omega_0^2} \quad (9)$$

Que para este caso tendremos  $m_1 = 8.19 \times 10^{-8} \text{kg}$   $m_2 = 3.20 \times 10^{-8} \text{kg}$

Estas masas están relacionadas a las frecuencias donde se encontró el comportamiento armónico.

Además, se pudo obtener la magnitud de la fuerza presente en la superficie de la gota gracias a la relación de la fuerza de Hooke con esta fase de movimiento.

$$F = -kx = -\left(7.275 \times 10^{-4} \frac{N}{m}\right) \eta_0 \cos(\omega_0 t) \quad (10)$$

Si bien el modelo del oscilador armónico parece adecuado para la fase armónica, el ajuste para las otras dos fases es más complicado, pero la descripción del movimiento que se propone también se basa este modelo.

#### Fase geométrica

En esta fase de movimiento se observa que las frecuencias a las que responde la superficie de la gota son la de excitación y sus múltiplos y submúltiplos, que se han denominado frecuencias principales. Además aparecen frecuencias que son combinaciones lineales de las principales. Estas se denominan frecuencias secundarias.

A partir del análisis de oscilación armónica de los datos obtenidos y del estudio de las frecuencias superficiales se puede deducir que los desplazamientos de la superficie de la gota tienen un comportamiento

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^m \eta_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{i=1}^j \eta_i \cos(\omega_i t) \quad (11)$$

La primera suma de la ecuación está relacionada con las frecuencias principales. La frecuencia  $\omega_0$  es la menor frecuencia principal común a la que responde la superficie de la gota y tiene una relación con la frecuencia de excitación dada por  $\frac{1}{N}\omega_{exc} = \omega_0$  con N el número racional más grande relacionado a los submúltiplos de  $\omega_{exc}$  la frecuencia de excitación. Las  $\eta_n$  son las amplitudes de desplazamiento relacionadas a las frecuencias principales y m es el número entero que relaciona la mayor frecuencia principal con  $\omega_0$ .

La segunda suma está relacionada con las frecuencias secundarias  $\omega_i$ , donde  $\eta_i$  es su respectiva amplitud.

Cuando se incrementa la amplitud de desplazamiento de excitación para una frecuencia fija (que en este caso particular es de 60 Hz) las frecuencias secundarias comienzan a desaparecer, ya que sus amplitudes respectivas son cada vez menores, mientras que las frecuencias principales que son submúltiplos de la frecuencia de excitación tienen un aumento en su amplitud.

Por ejemplo, para una aceleración de excitación de  $3.9439 \pm 0.0377 \text{ m/s}^2$  en el punto Y0 se tiene la aparición de dos frecuencias principales en la superficie de la gota. Por lo que la ecuación de movimiento particular es:

$$\eta(t) = \eta_1 \cos(2\pi(60)t) + \eta_2 \cos(4\pi(60)t)$$

La comparación entre este modelo propuesto y los datos experimentales se pueden observar en la figura 4.5.

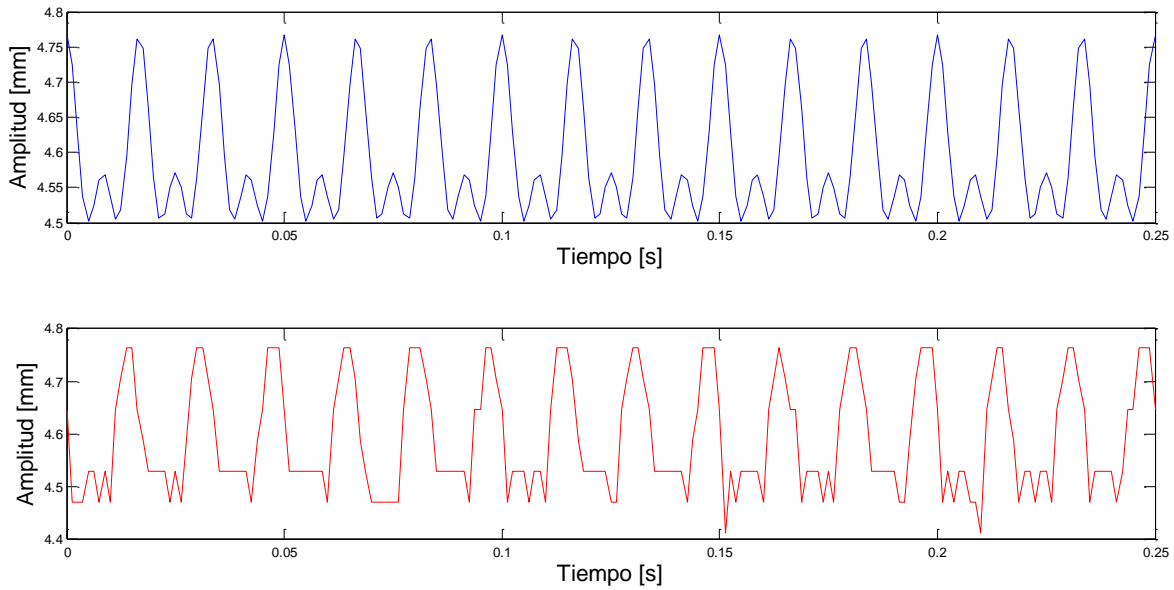


Figura 4. 5. Comparación entre el modelo propuesto para la descripción del movimiento (gráfica azul) y los datos experimentales (gráfica roja) del movimiento a una aceleración de excitación  $3.9439 \pm 0.0377 \text{ m/s}^2$ .

Ahora en el caso de una aceleración de excitación de  $3.9510 \pm 0.0377 \text{ m/s}^2$  en el punto Y0 se obtienen tres frecuencias principales y sus frecuencias secundarias. Por lo que la ecuación particular es:

$$\begin{aligned} \eta(t) = & \eta_1 \cos(2\pi(30)t) + \eta_2 \cos(4\pi(30)t) + \eta_4 \cos(8\pi(30)t) + \eta_I \cos(2\pi(21.88)t) \\ & + \eta_{II} \cos(2\pi(34.38)t) + \eta_{III} \cos(2\pi(50.00)t) + \eta_{IV} \cos(2\pi(68.75)t) \\ & + \eta_V \cos(2\pi(115.60)t) + \eta_{VI} \cos(2\pi(128.10)t) \end{aligned}$$

Para fines prácticos se aproximó la primera frecuencia principal a 30 Hz, pero los valores de las frecuencias principales para este caso son:  $28.13 \pm 1.58 \text{ Hz}$ ,  $59.38 \pm 1.58 \text{ Hz}$ ,  $121.9 \pm 1.58 \text{ Hz}$ .

Por último, cuando tenemos la aceleración de excitación de  $23.6918 \pm 0.2262 \text{ m/s}^2$  en el punto Y0 se observa el aumento de frecuencias principales que son submúltiplos de la frecuencia de excitación y la desaparición de las frecuencias secundarias, por lo que la ecuación queda como:

$$\begin{aligned} \eta(t) = & \eta_5 \cos(2\pi(5)t) + \eta_9 \cos(2\pi(9)t) + \eta_{12} \cos(2\pi(12)t) + \eta_{15} \cos(2\pi(15)t) \\ & + \eta_{20} \cos(2\pi(20)t) + \eta_{24} \cos(2\pi(24)t) + \eta_{60} \cos(2\pi(60)t) \\ & + \eta_{120} \cos(2\pi(120)t) \end{aligned}$$

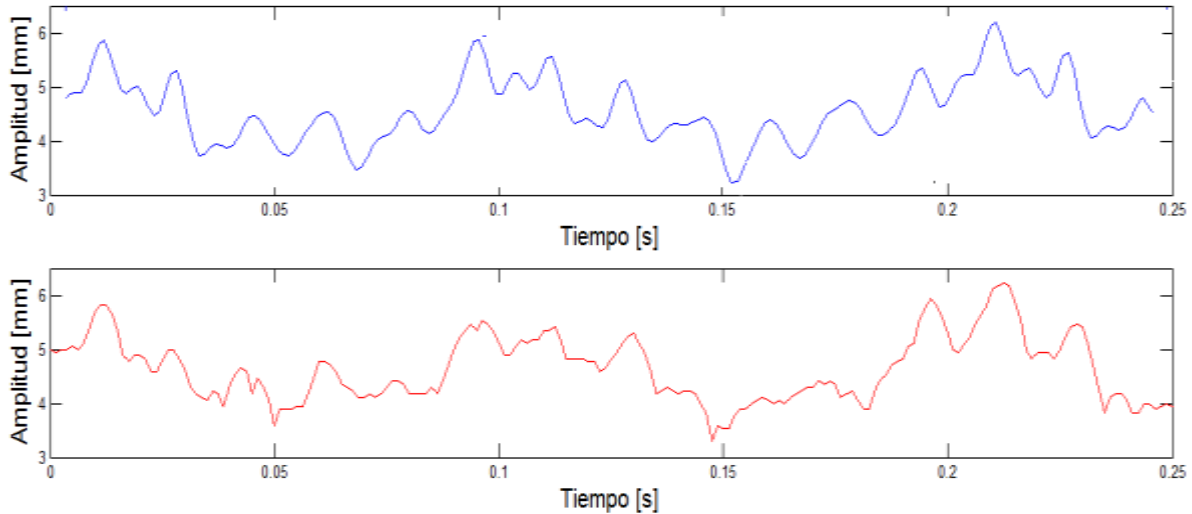


Figura 4. 6. Comparación entre el modelo propuesto para la descripción del movimiento (gráfica azul) y los datos experimentales (gráfica roja) del movimiento a una aceleración de excitación de  $23.6918 \pm 0.2262 \text{ m/s}^2$ .

Donde se ha elegido como la menor frecuencia principal común  $\omega_0$  la de  $2\pi \text{ Hz}$ .

Y la magnitud de la fuerza está dada por:

$$F = -kx = -\left(7.275 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{m}}\right) \left( \sum_{n=1}^m \eta_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{i=1}^j \eta_i \cos(\omega_i t) \right) \quad (12)$$

#### Fase caótica

Esta fase de movimiento se ha denominado caótica porque no es obvio que el movimiento de los lóbulos en la superficie de la gota tienen un patrón periódico como en las otras fases. Pero se ha observado, a través de las investigaciones, que el movimiento de la superficie en esta fase de movimiento tiene periodicidad.

A partir de los resultados se puede observar que las frecuencias a las que responde la superficie tienen un comportamiento similar al de la fase anterior cuando las amplitudes de desplazamiento incrementan, esto es, la superficie responde con submúltiplos y múltiplos de la frecuencia de excitación. Pero aparecen frecuencias que no tienen una relación directa con la frecuencia de excitación que son las responsables de la apariencia caótica de la superficie.

Así que el comportamiento de los desplazamientos para esta fase se describe también con la ecuación 11 sólo que la segunda suma, anteriormente relacionada con las frecuencias secundarias de la fase geométrica, ahora estará relacionada con las frecuencias responsables de la apariencia caótica. La magnitud de la fuerza estará dada por la ecuación 12 para esta fase de movimiento.

Para una frecuencia de excitación de  $11.3138 \pm 0.1080 \text{ m/s}^2$  en el punto Y1 se tiene como ecuación particular:

$$\eta(t) = \eta_1 \cos(2\pi(16.50)t) + \eta_2 \cos(2\pi(33.00)t) + \eta_4 \cos(2\pi(66.00)t) + \eta_I \cos(2\pi(21.88)t)$$

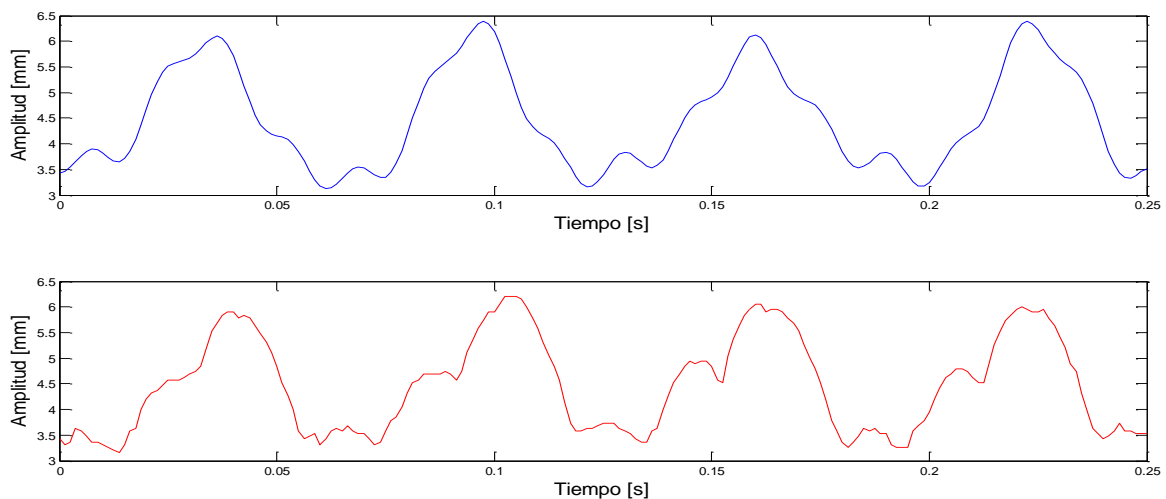


Figura 4. 7. Comparación entre el modelo propuesto para la descripción del movimiento (gráfica azul) y los datos experimentales (gráfica roja) a una aceleración de excitación de  $11.3138 \pm 0.1080 \text{ m/s}^2$ .

En donde se puede observar la aparición de tres frecuencias principales, y otra que no tienen una aparente relación con la frecuencia de excitación, es decir aparecen frecuencias de suma y resta, resultado de interacciones no lineales en el movimiento de la gota.

Se debe mencionar que a pesar de que se utilizaron dos frecuencias de excitación (de  $33.00 \pm 0.99$  y  $42.00 \pm 1.26$  Hz), aparecen en distintos puntos y a distintas amplitudes de desplazamiento las frecuencias de  $34.28 \pm 1.97$  y  $21.88 \pm 1.76$  para la fase caótica de movimiento. Estas frecuencias deben estar relacionadas con las condiciones de frontera y propiedades superficiales de la gota de agua.

## CAPÍTULO V. CONCLUSIONES

---

- Se clasificó el comportamiento dinámico de la gota de agua en tres fases de movimiento: armónica, geométrica y caótica.
- Se obtuvo el montaje experimental adecuado después de varias modificaciones al montaje original, tomando en cuenta las ventajas y las soluciones a las desventajas de cada diseño. El nuevo dispositivo garantiza una vibración vertical óptima y un sustrato hidrofóbico eficiente para la experimentación con la gota.
- En las tres fases se observó que el comportamiento de las alturas de la gota como función del tiempo es periódico para una frecuencia y amplitud fija de excitación. Sin embargo, en la fase caótica la señal no es sinusoidal y en la transformada de Fourier aparecen otras frecuencias que no tienen una relación aparente con la de excitación.
- En el diagrama de estabilidad se observó que la fase armónica se presenta a bajas aceleraciones de excitación y bajas amplitudes de desplazamiento,



mientras que las fases geométrica y caótica se presentan a las mismas aceleraciones de excitación, difiriendo entre sí por el aumento de las amplitudes de desplazamientos en la última fase de movimiento.

- Las frecuencias que aparecen en la superficie de la gota tienen un comportamiento propio para cada fase. En la armónica, la gota responde con la misma frecuencia que la de excitación; en la geométrica, responde a múltiplos de la frecuencia de excitación y aparecen frecuencias secundarias; y en la fase caótica, también se presentan frecuencias que son múltiplos de la de excitación y frecuencias que no tienen una relación directa con esta.

## CAPÍTULO VI. TRABAJO A FUTURO

---

Como se ha mencionado, se observó que el cambio de una fase de movimiento a otra no es espontánea sino que se trata de una región donde existe un cambio gradual de la morfología de la superficie de la gota que se ha denominado transición de fase. A partir de ésta caracterización de las fases de movimiento de la gota, se debe trabajar en la observación y en la caracterización de las transiciones de fases a partir de un análisis de las frecuencias superficiales y zonas nodales.

Para caracterizar los flujos formados en la gota se propone estudiar los patrones y las estructuras formadas por las corrientes de distintos tamaños de grano como función de la variación de los parámetros de excitación (frecuencia y amplitud de desplazamiento). Es importante estudiarlo porque esta propiedad puede utilizarse para la separación de partículas por tipos de grano para fines industriales.

Como se comentó en el apartado 3.3, cuando se introduce un material soluble en la gota esta se mezcla gracias a las corrientes formadas en ella, por lo que se propone estudiar el tiempo de respuesta de la mezcla en una gota, esto es, el lapso de tiempo desde que se deposita un material soluble en la gota hasta que sucede el mezclado, como función de la masa agregada a la gota y sus propiedades físicas (como la densidad), y por supuesto, como función de la aceleración de excitación. Este proceso de mezcla puede ser aprovechado en muchos rubros de la industria, como la farmacéutica.

Además de lo anterior, también se propone estudiar las variaciones de las frecuencias superficiales en presencia de distintas concentraciones de partículas, para partículas de diferentes materiales y de distinto tamaño de grano, como función de los parámetros de excitación. Al igual que en los casos anteriores esta propiedad tiene posibles aplicaciones industriales, sobre todo para la industria farmacéutica ya que estas características de la gota oscilante pueden permitir el transporte de materiales de forma controlada y la generación de suspensiones y coloides.

## REFERENCIAS

---

- Brunet P., Snoeijer J.H. 2011. *Star-drops formed by periodic excitation and on an air cushion – A short review*. Eur. Phys. J. Spec. Top 192:207-26
- Buguin A. et al. 2009. *Vibrations of Sessile Drops*. Eur. Phys. J. Top. 166, 7-10. Sciences, Springer-Verlag.
- Chevy F. et al. 2012. *Liquid Hertz Contact: Softness of weakly deformed drops on non-wetting substrates*. Europhys. Lett. 100, 54002.
- Fautrelle, J. E., and Daugan S. (2005). *Free- Surface horizontal waves generated by low-frequency alternating magnetic fields*. J. Fluid Mech, vol. 527, pp. 285–301. Cambridge University Press.
- James J. et al. 2003. *Vibration-induced drop atomization and bursting*. J. Fluid Mech. 476 28-62.
- Jun Yin et al. 2014. *Generating electricity by moving a droplet of ionic liquid along graphene*. Nat Nano 9: 378-383.
- McHale G. et al. 2007. *Selforganisation of hydrophobic soil and granular surfaces*, Appl. Phys. Letts. 90 art. Art. No. 054110. DOI:10.1063/1.2435594.
- Noblin X., Buguin A., and Brochard-Wyart F. 2004. *Vibrated sessile drops: Transition between pinned and mobile contact line oscillations*. Eur. Phys. J. E 14, 395-404.
- Noblin X., Buguin A., and Brochard-Wyart F. 2009. *Vibrations of sessile drops*. Eur. Phys. J. Special Topics 166, 7–10.
- Sudo S. et al. 2010. *The Dynamic Behavior of Liquid Droplets on Vibrating Plate*. Journal of JSEM, Vol.10, Special Issue (2010) 38-45.

# ANEXO

---



15 Hz.

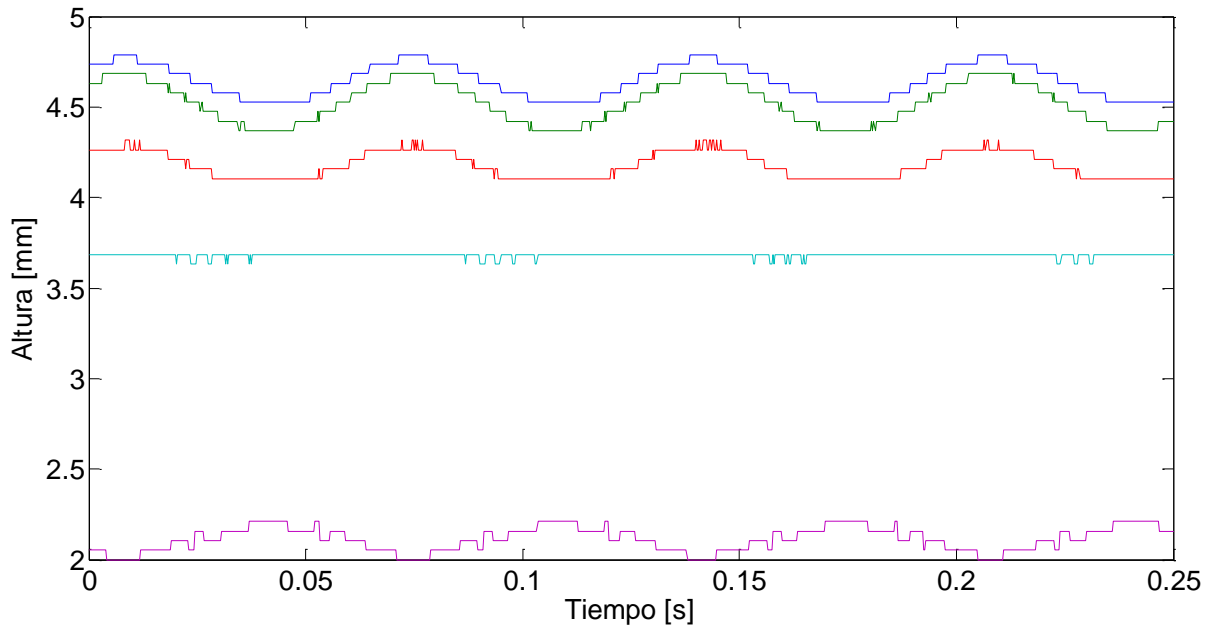


Figura A. 1. Altura como función del tiempo para 15 Hz y una amplitud de desplazamiento 0.0526 mm.

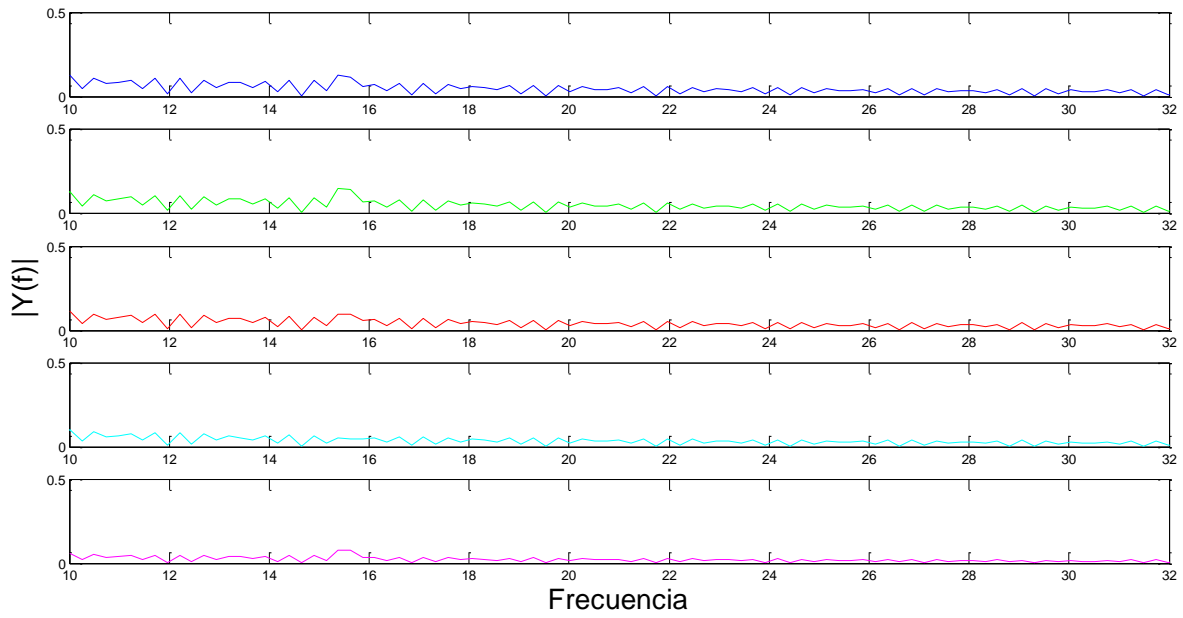


Figura A. 2. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 15 Hz y una amplitud de desplazamiento 0.0526 mm.

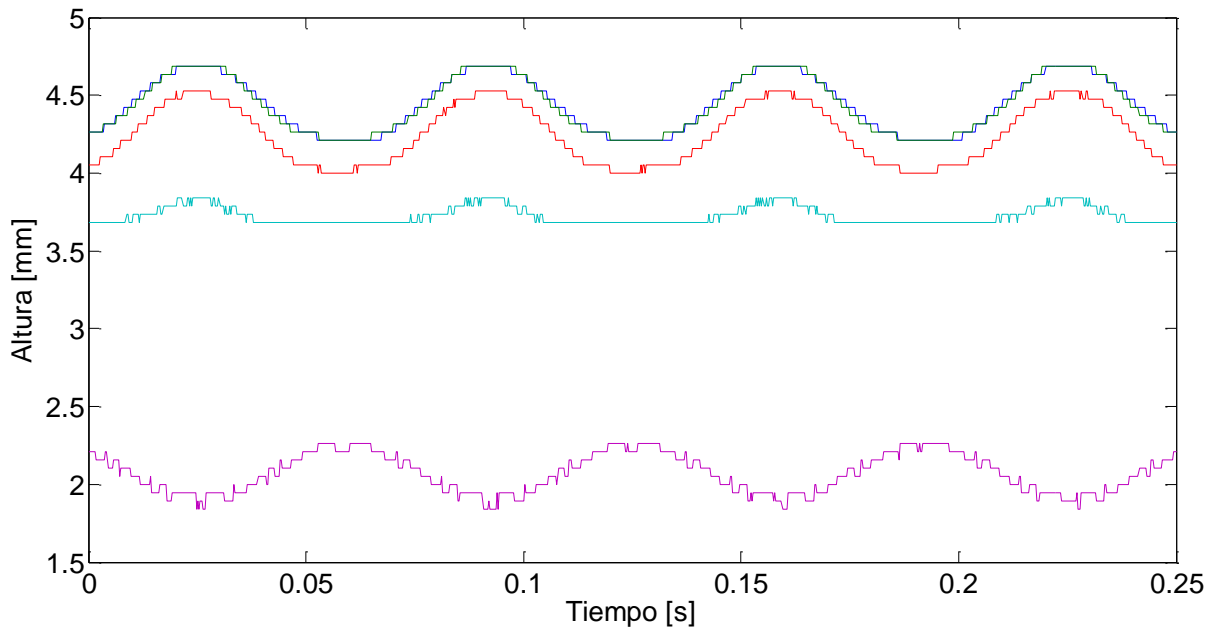


Figura A. 3. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0789 mm.

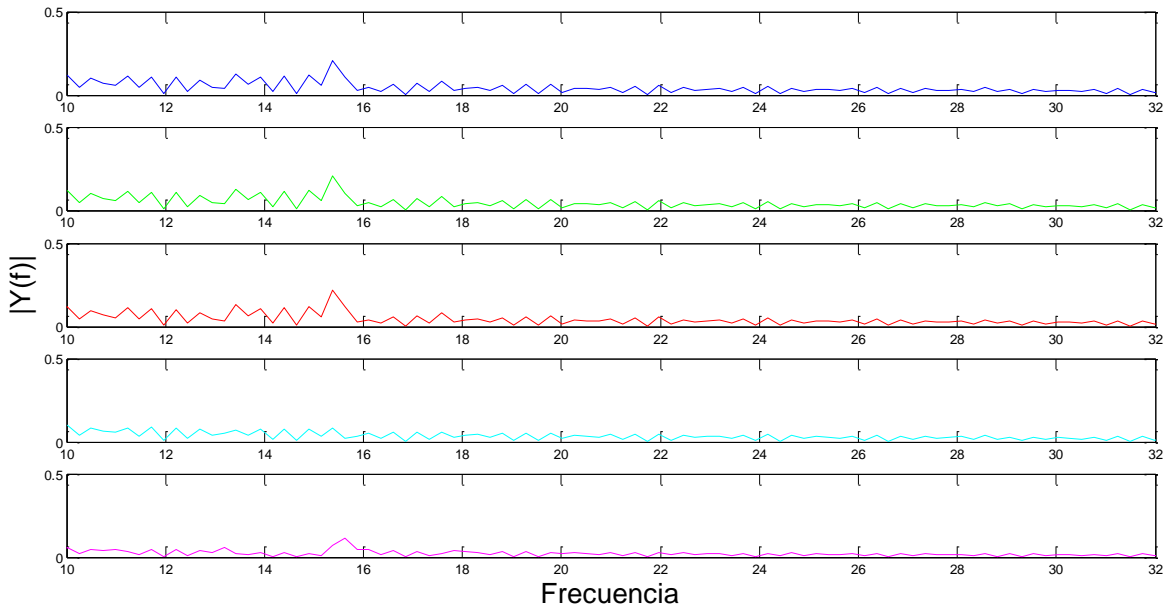


Figura A. 4. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0789 mm.

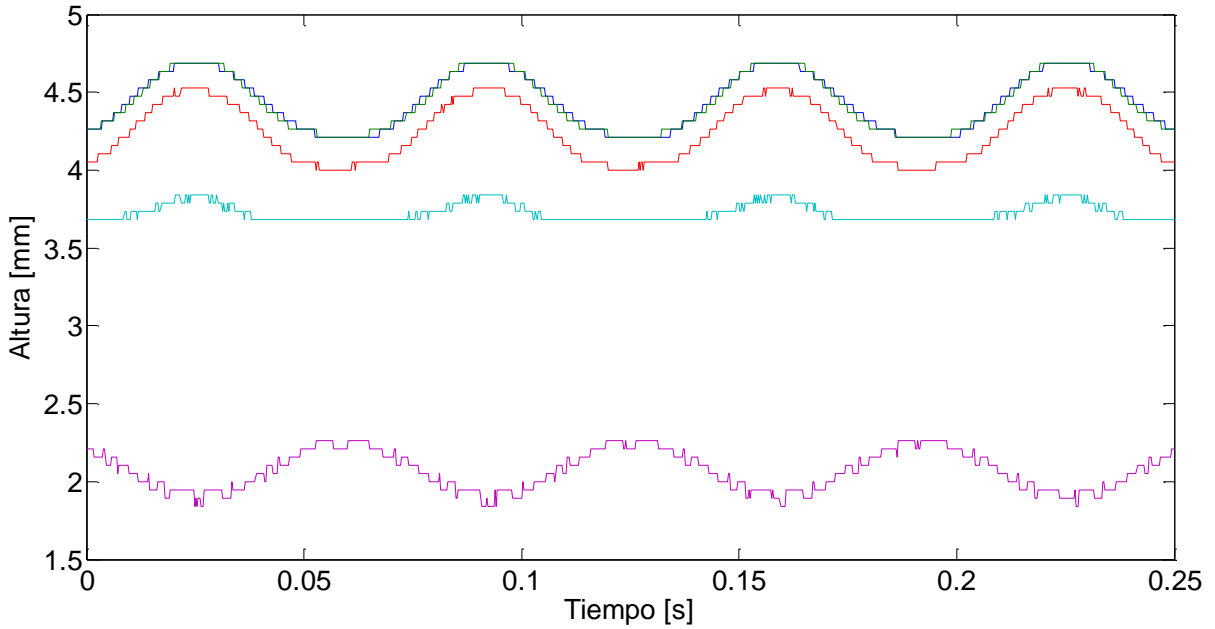


Figura A. 5. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1053 mm.

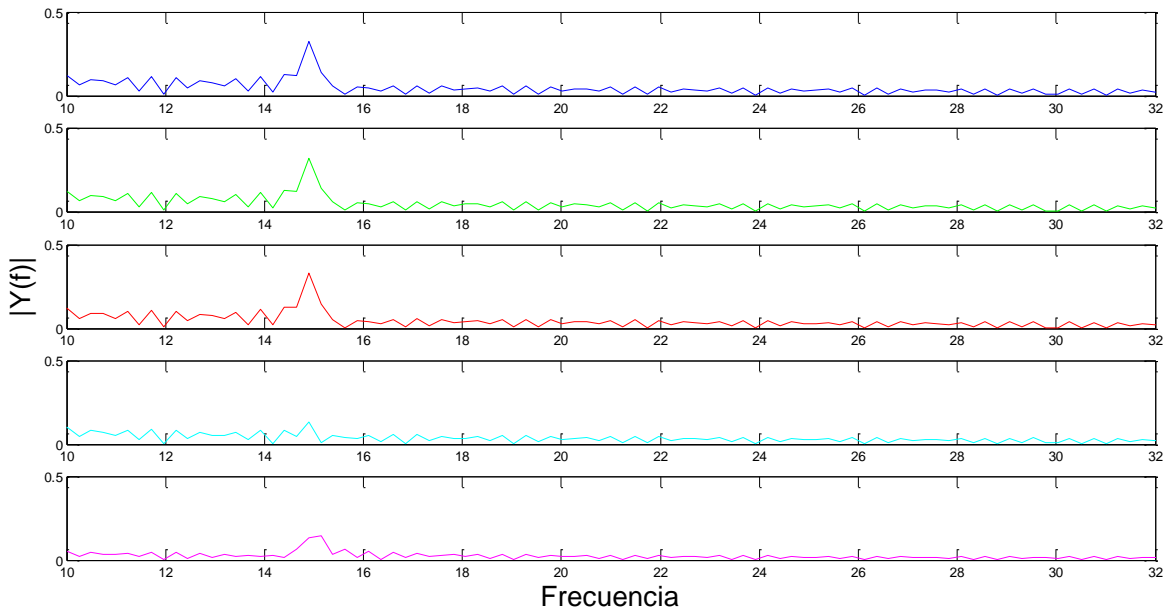


Figura A. 6. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1053 mm.

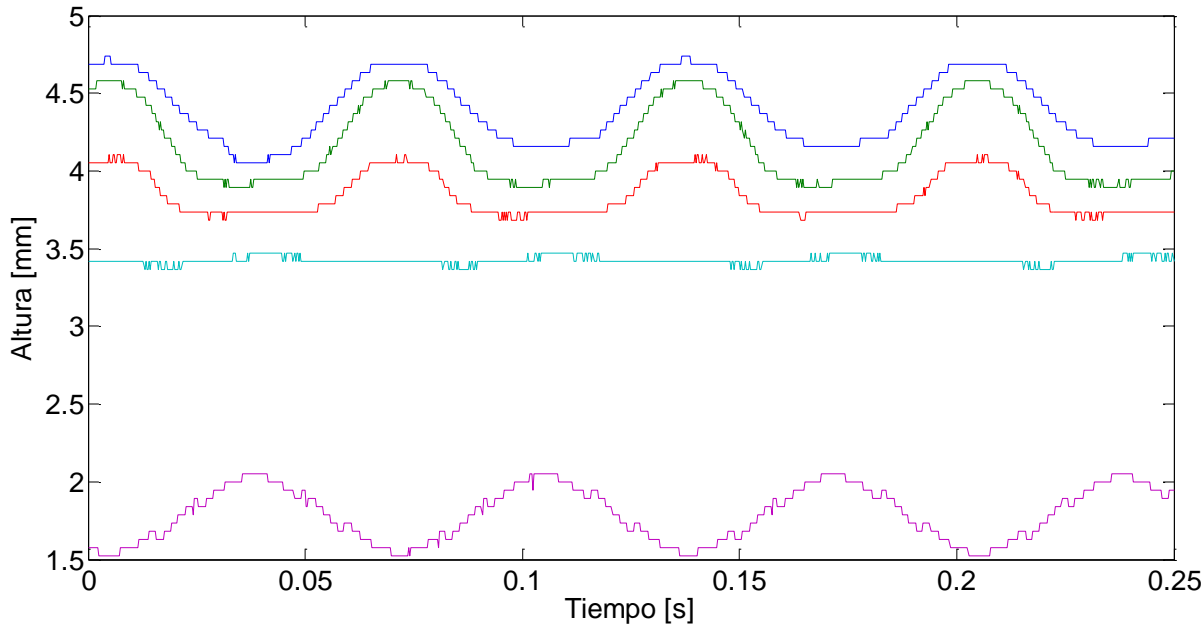


Figura A. 7. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1316 mm.

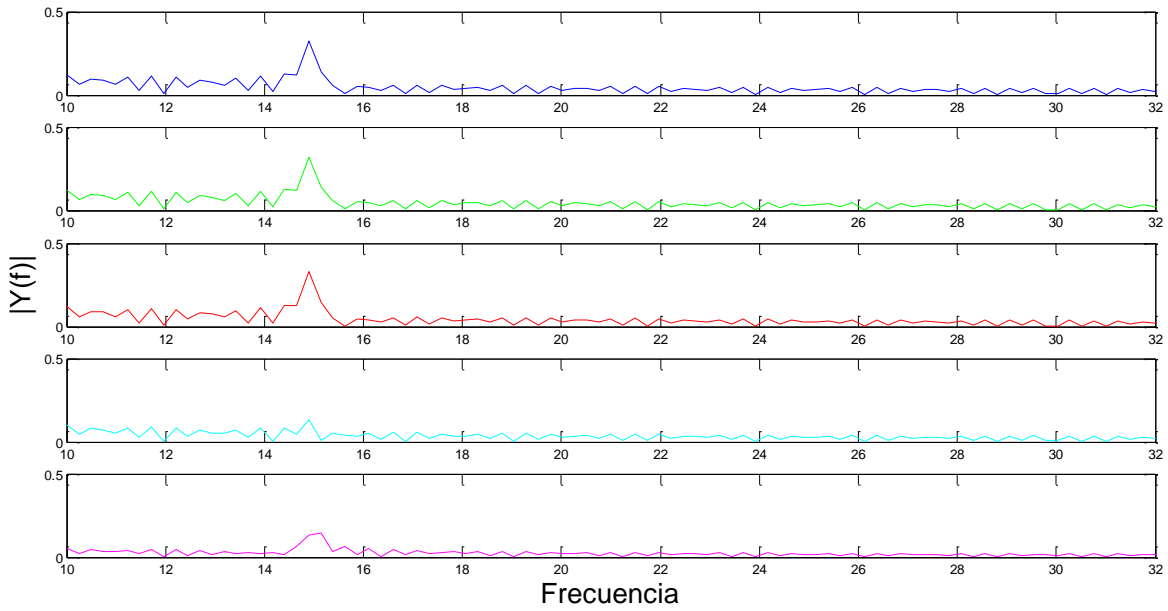


Figura A. 8. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1316 mm.

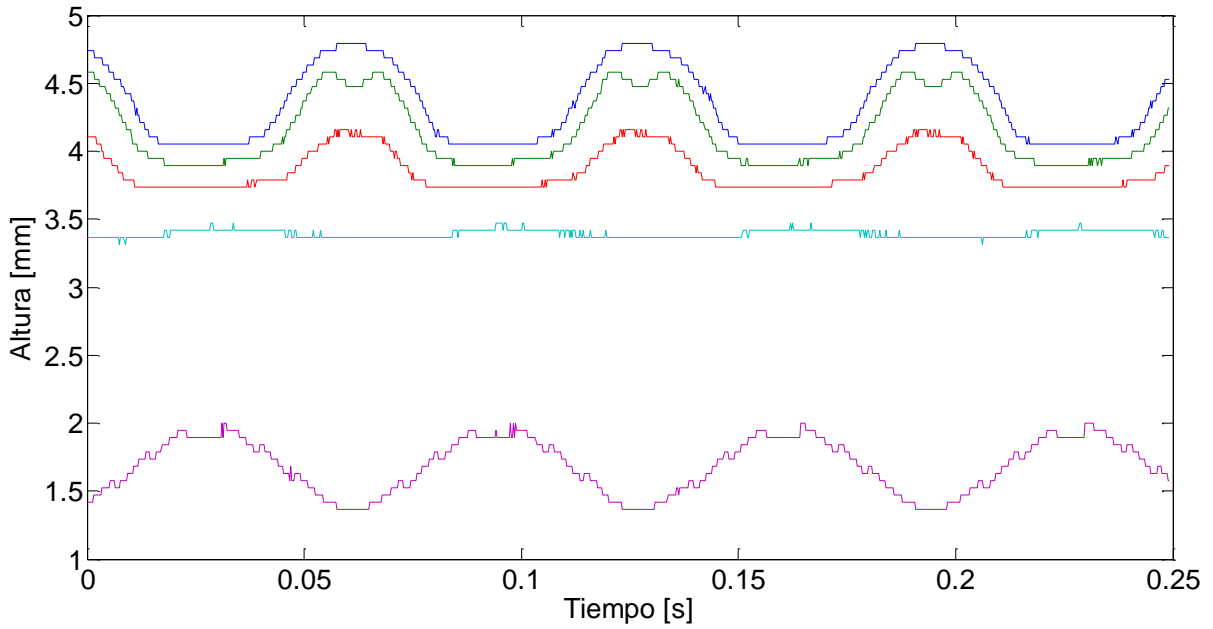


Figura A. 9. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1579 mm.



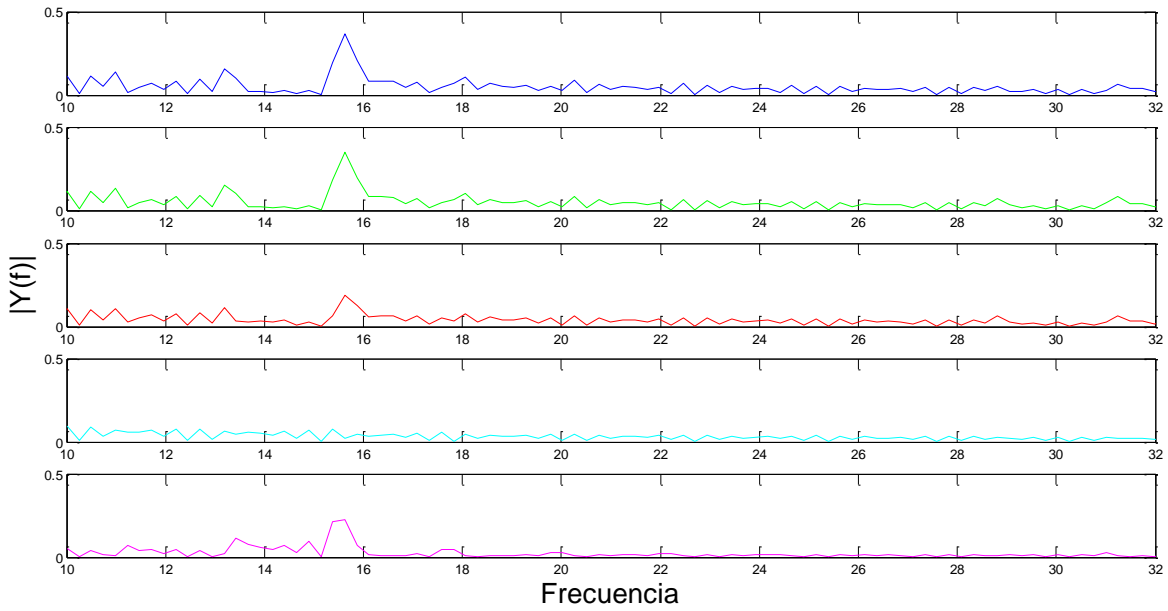


Figura A. 10. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1579 mm.

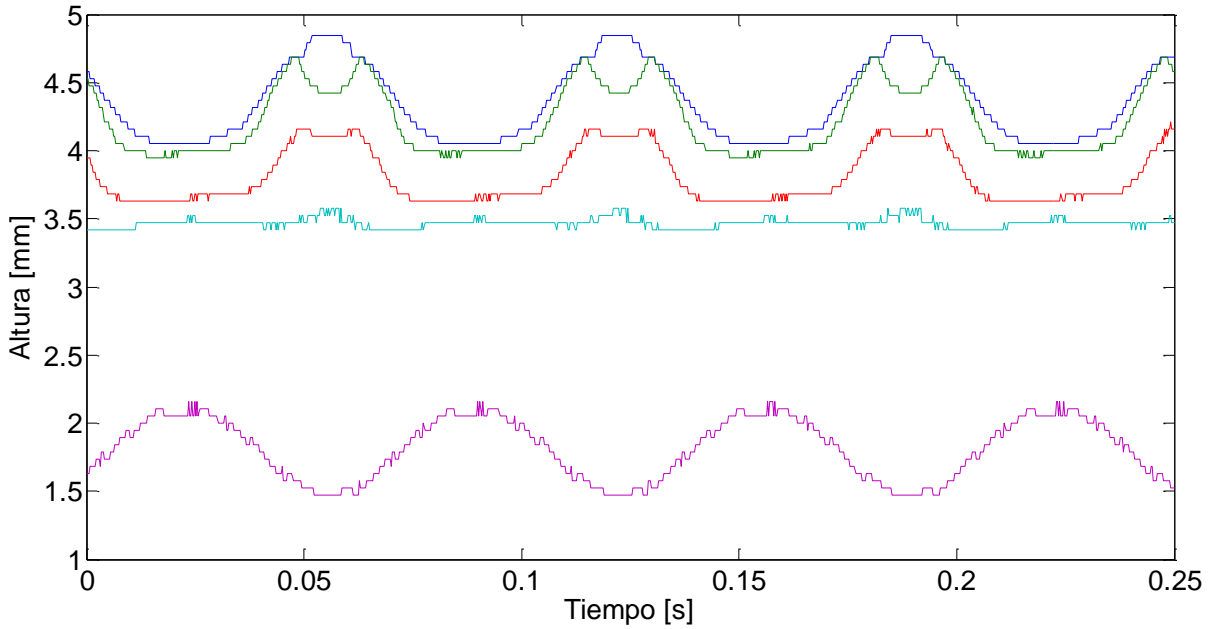


Figura A. 11. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1842 mm.

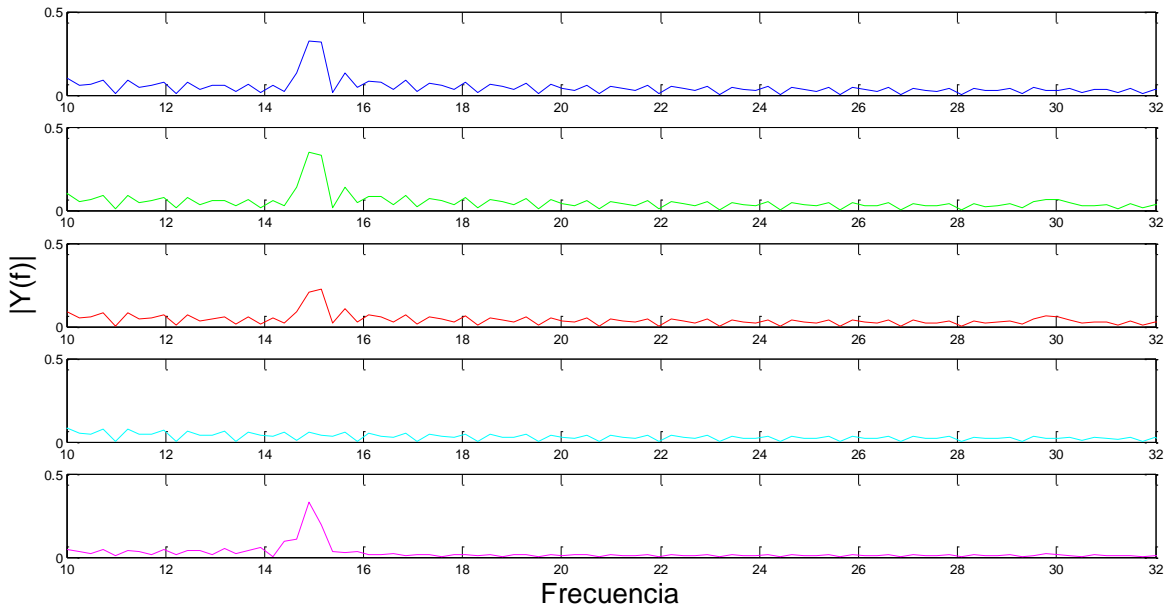


Figura A. 12. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1842 mm.

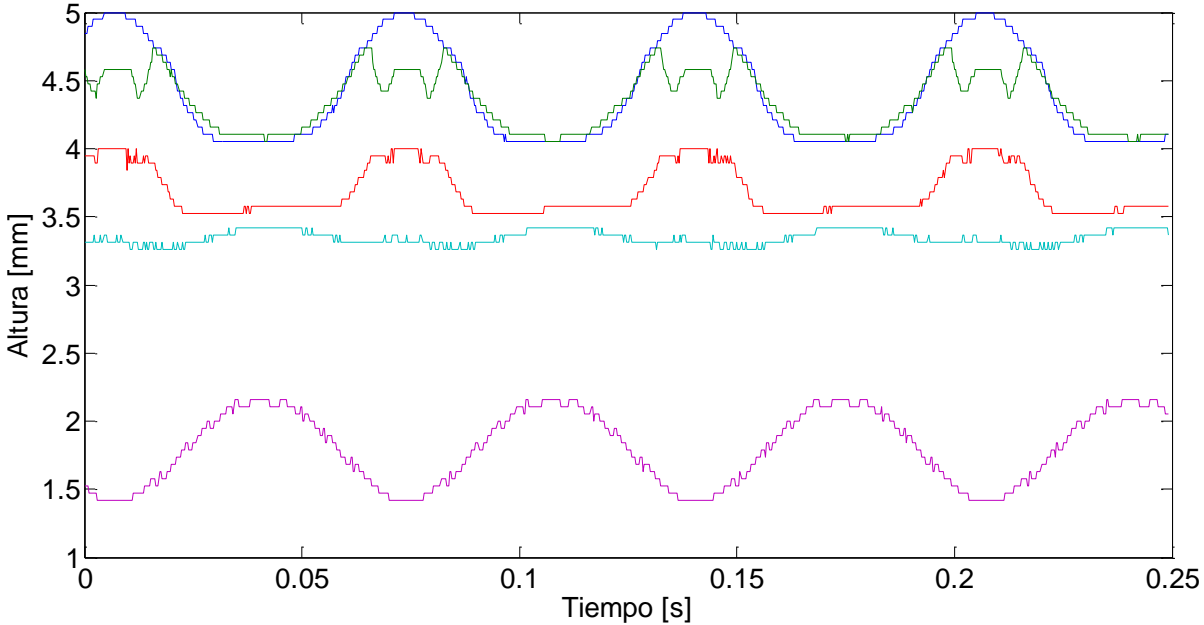


Figura A. 13. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2105 mm.

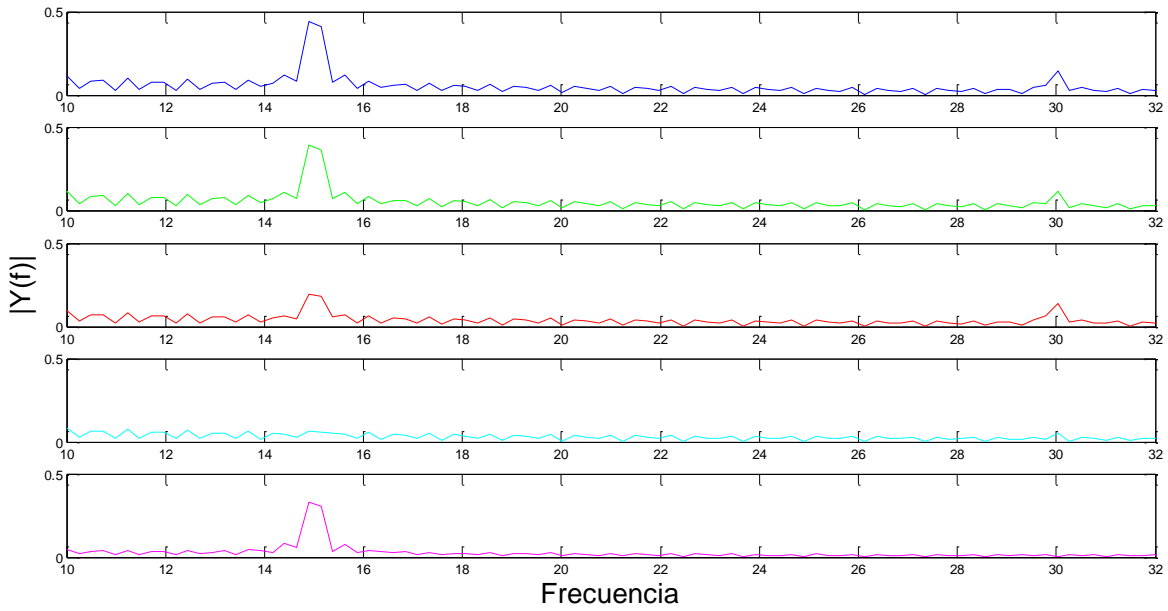


Figura A. 14. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2105 mm.

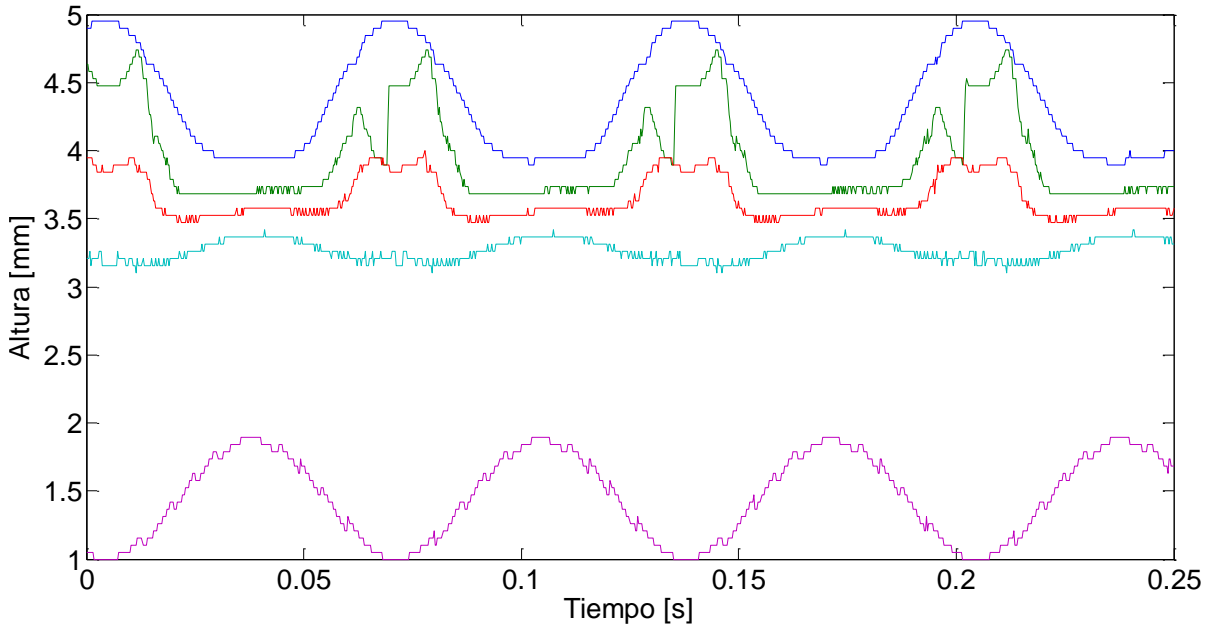


Figura A. 15. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2368 mm.

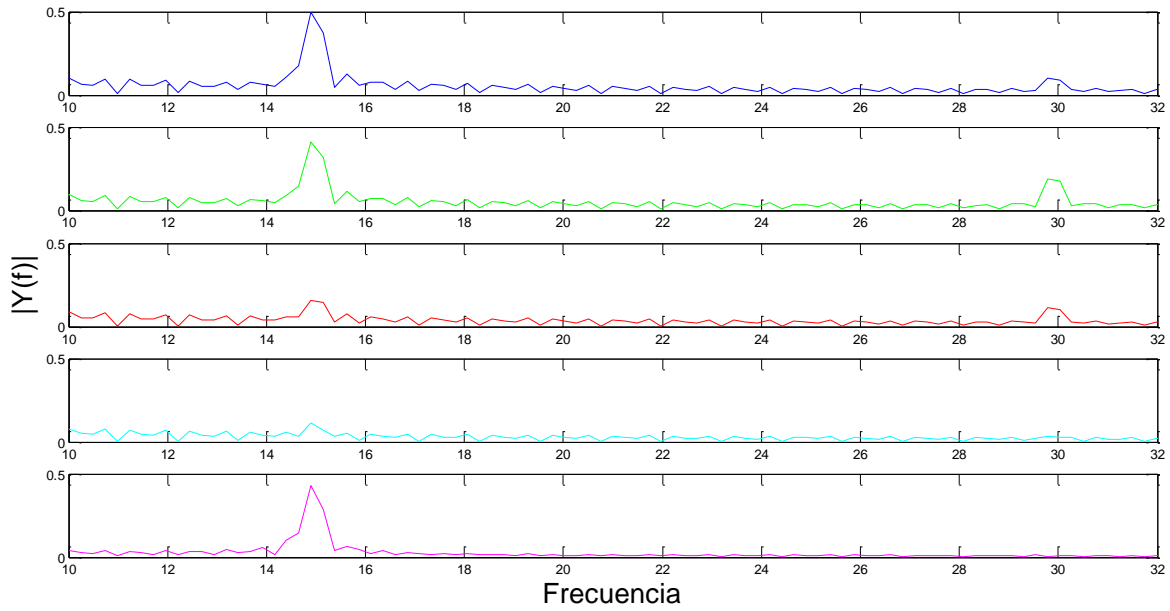


Figura A. 16. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2368 mm.

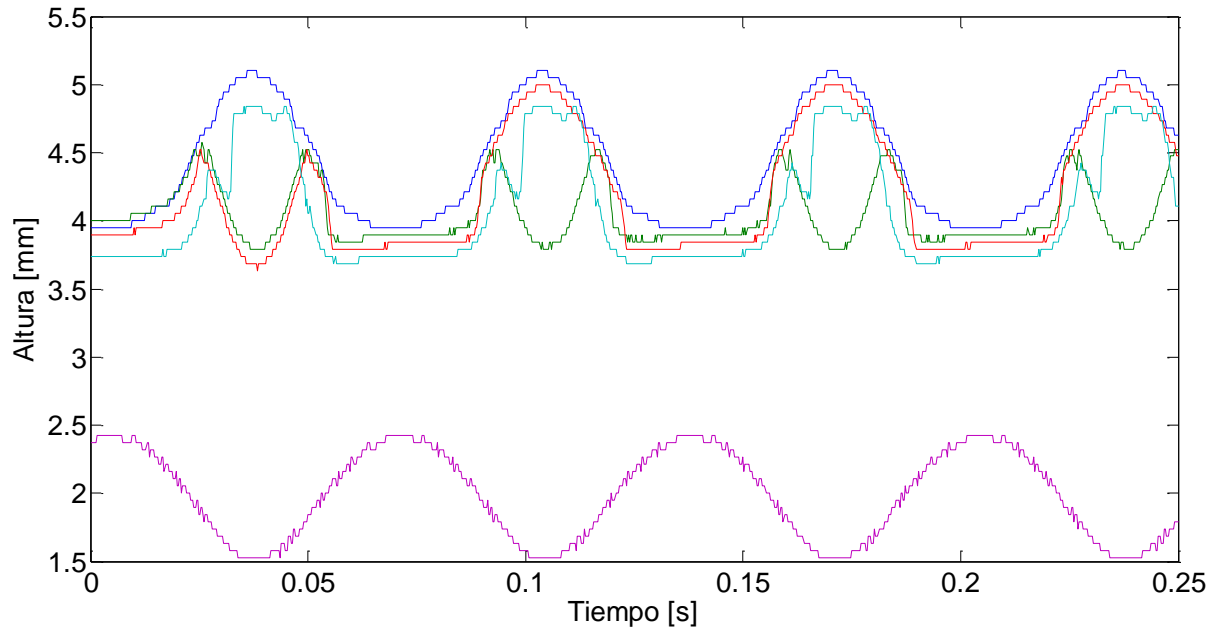


Figura A. 17. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2632 mm.

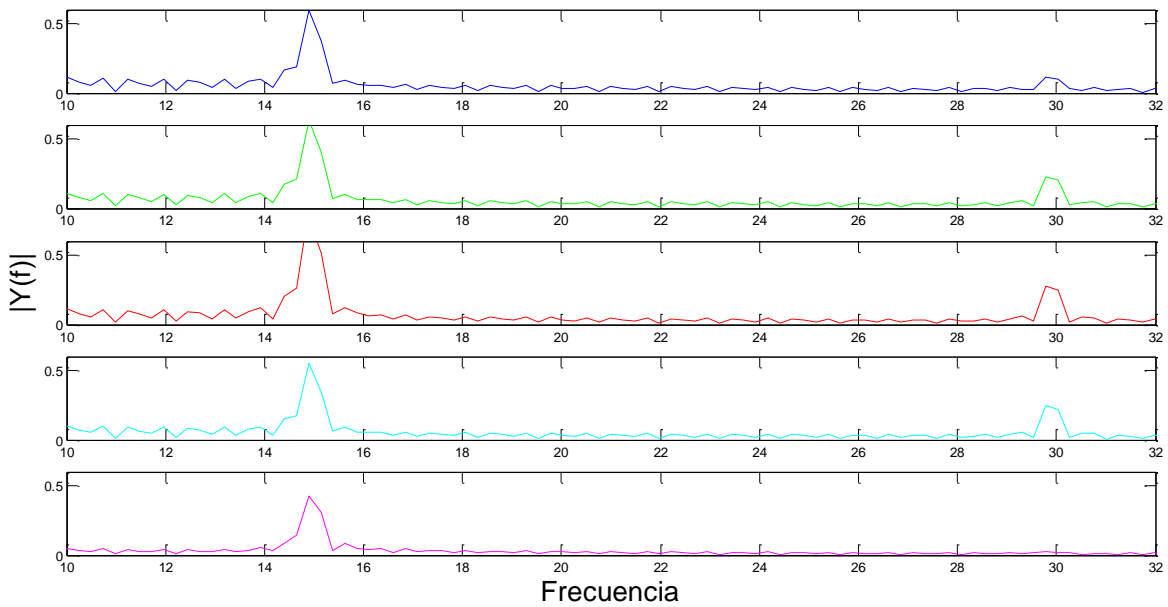


Figura A. 18. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 15 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2632 mm.

### 24 Hz

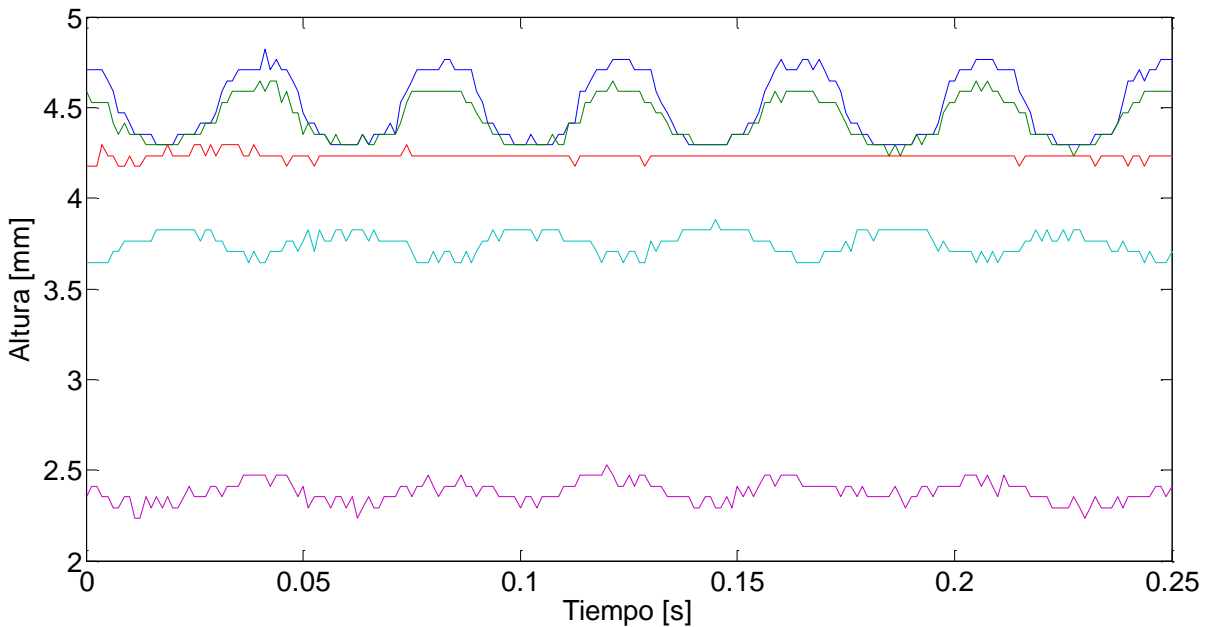


Figura A. 19. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0294 mm.

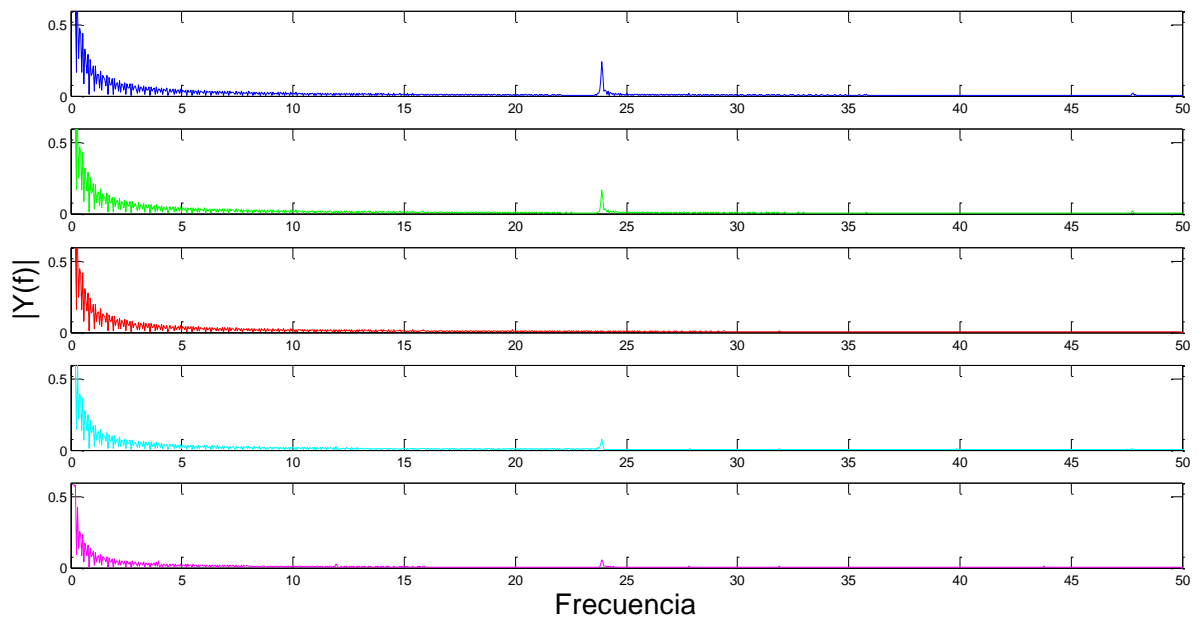


Figura A. 20. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0294 mm.

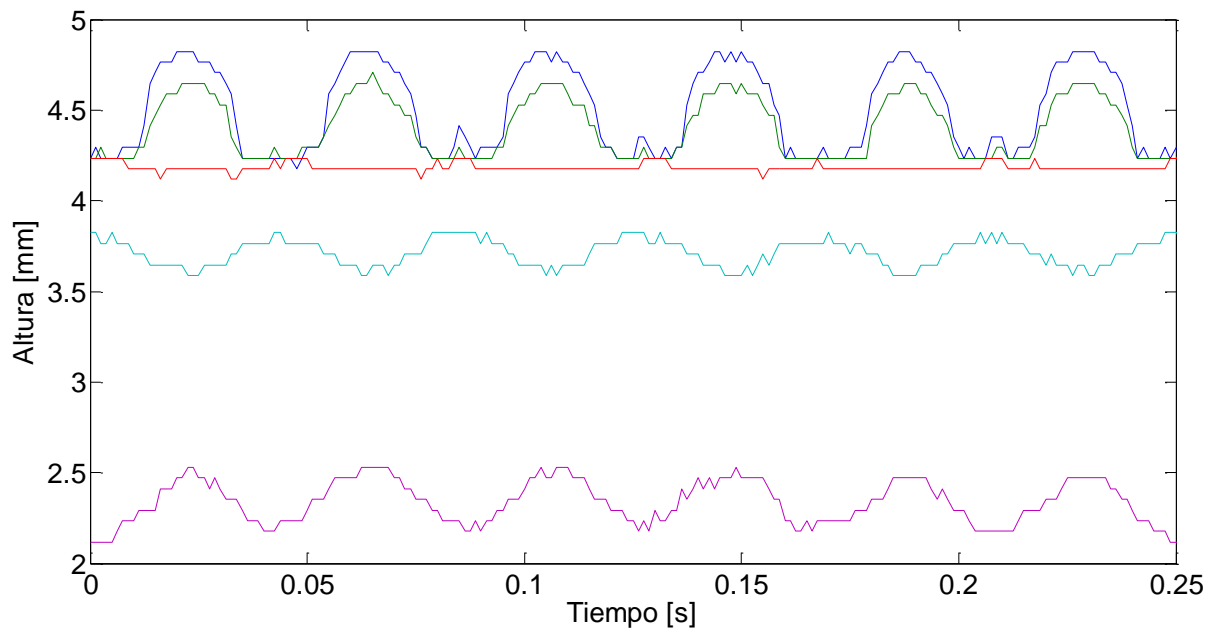


Figura A. 21. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0588 mm.

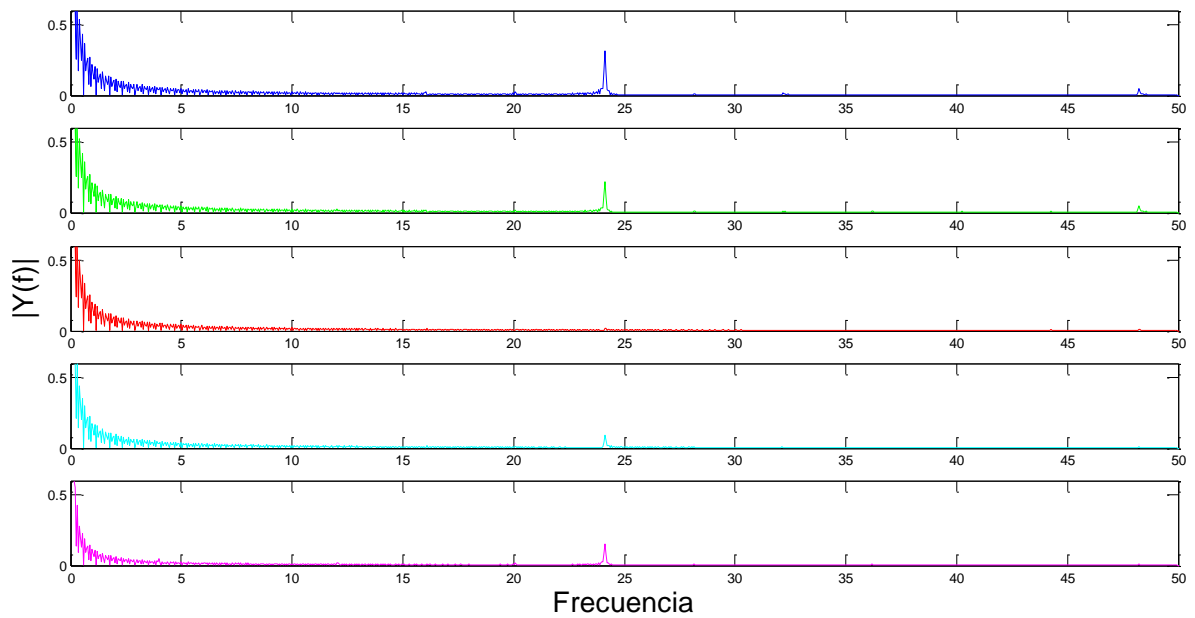


Figura A. 22. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0588 mm.

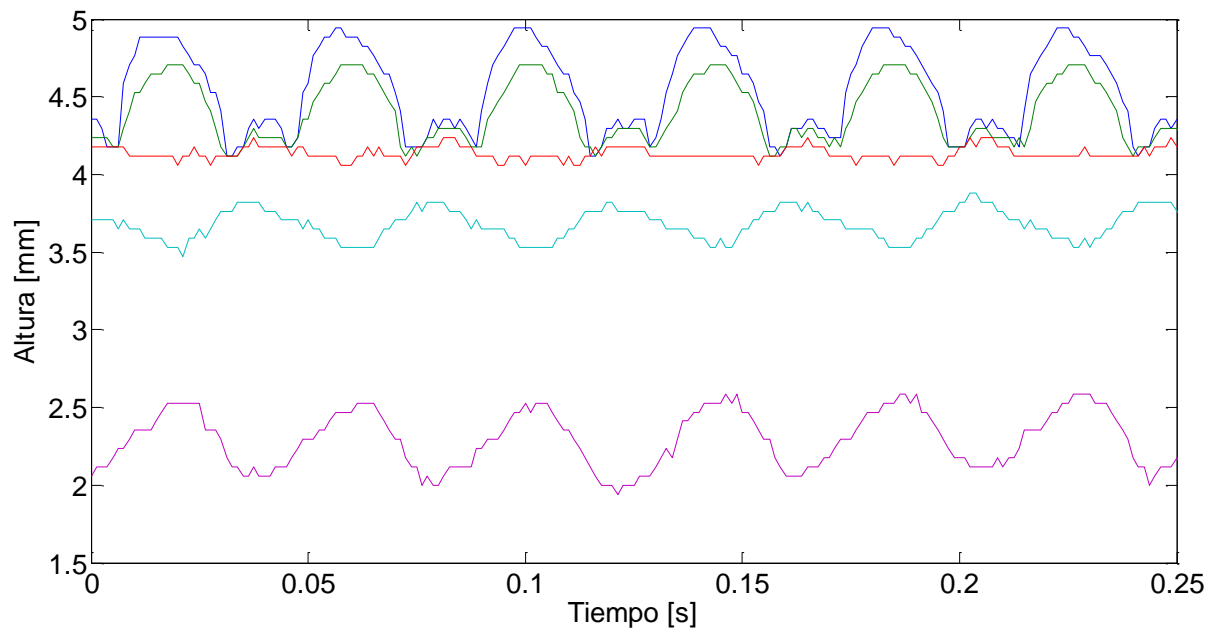


Figura A. 23. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0882 mm.

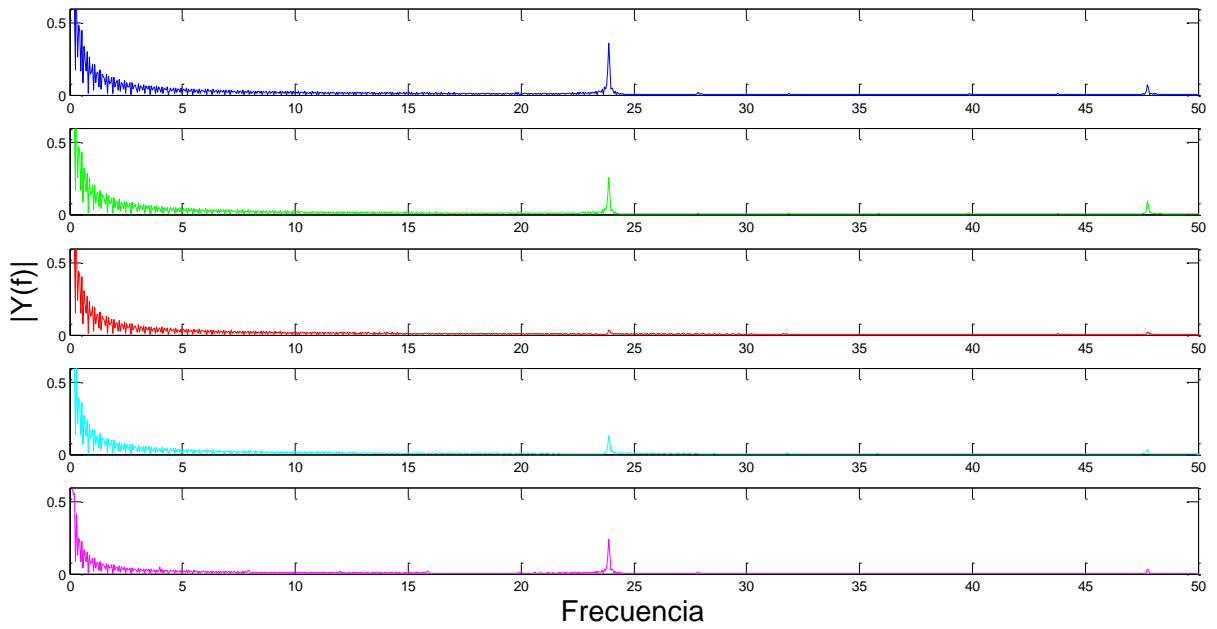


Figura A. 24. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0882 mm.

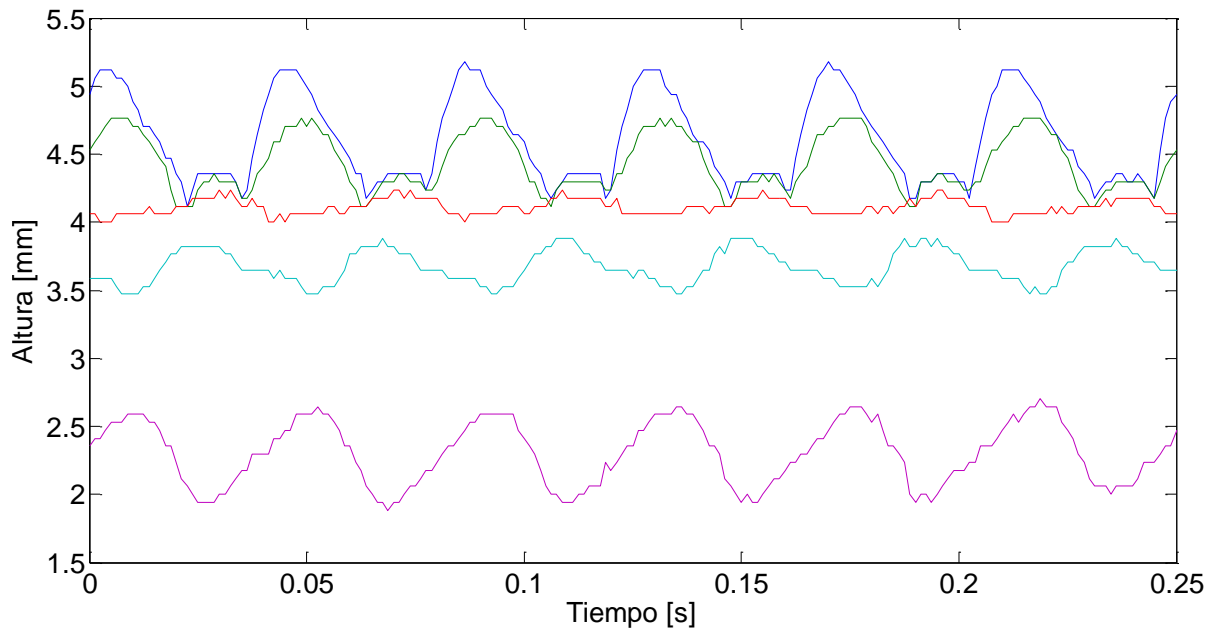


Figura A. 25. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1176 mm.



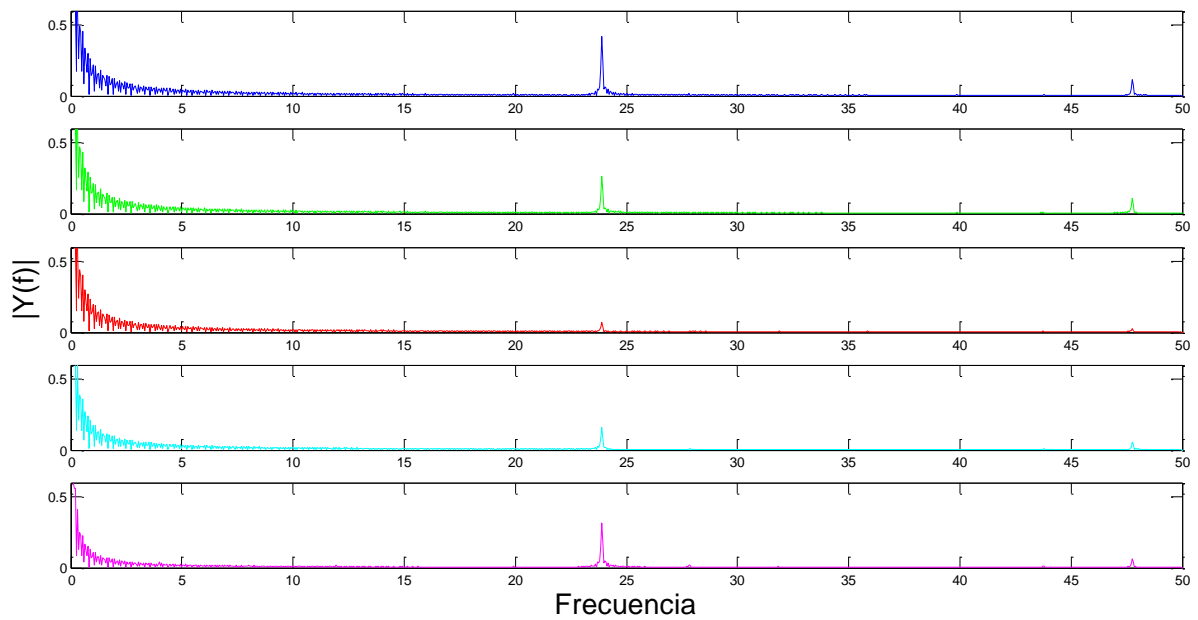


Figura A. 26. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1176 mm.

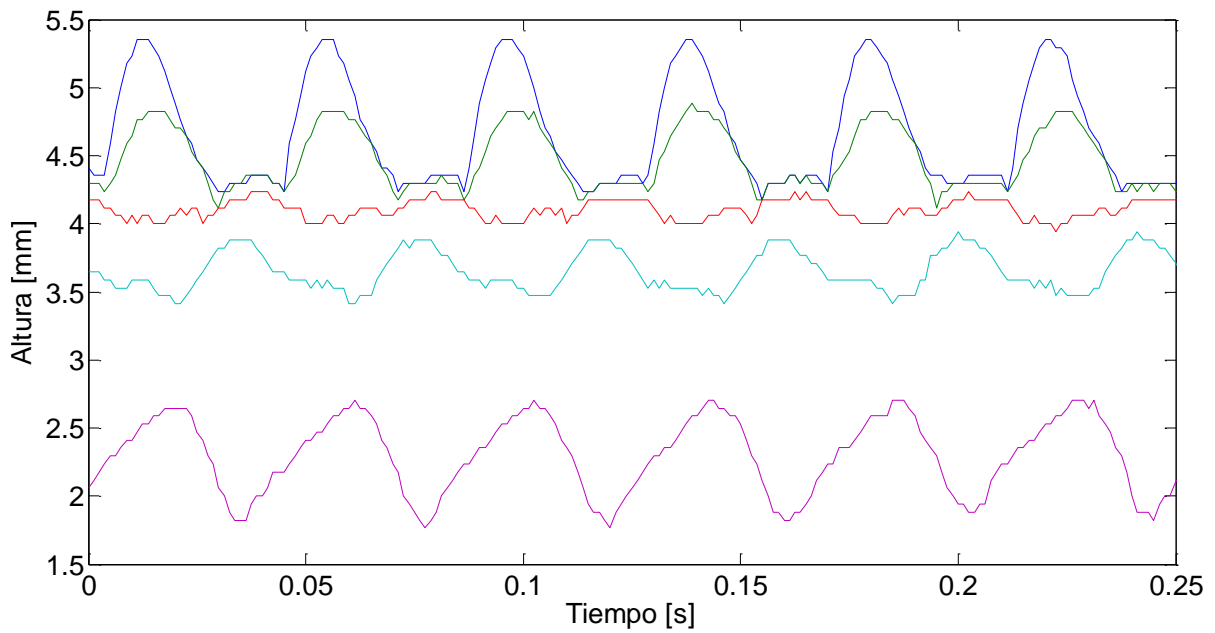


Figura A. 27. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1471 mm.

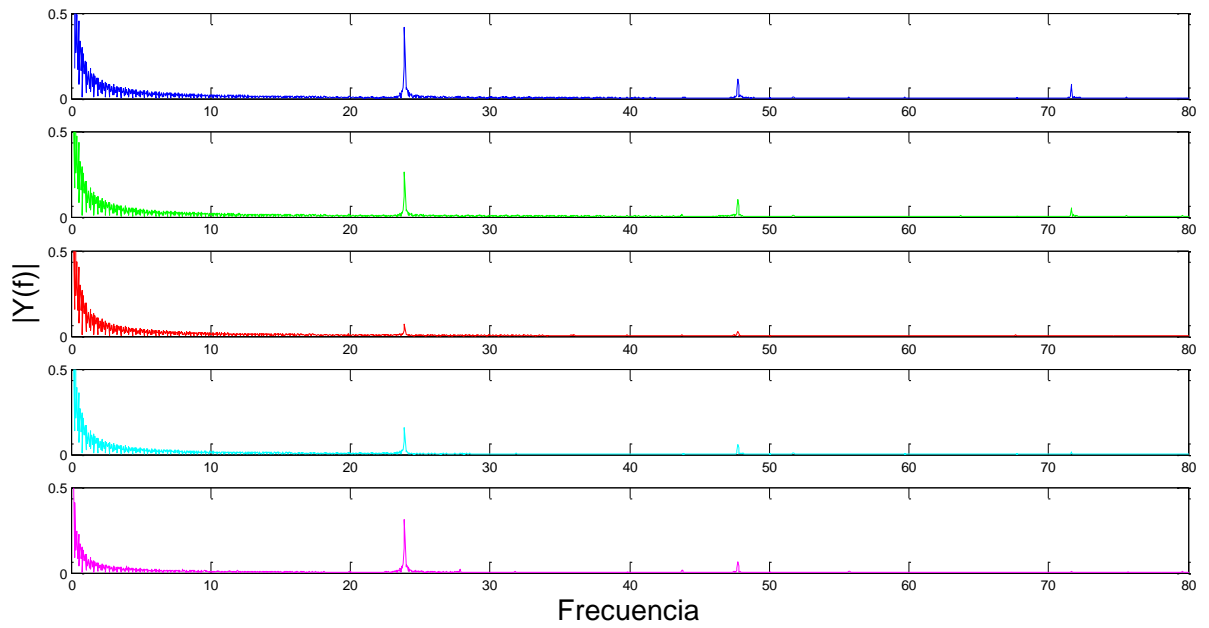


Figura A. 28. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1471 mm.

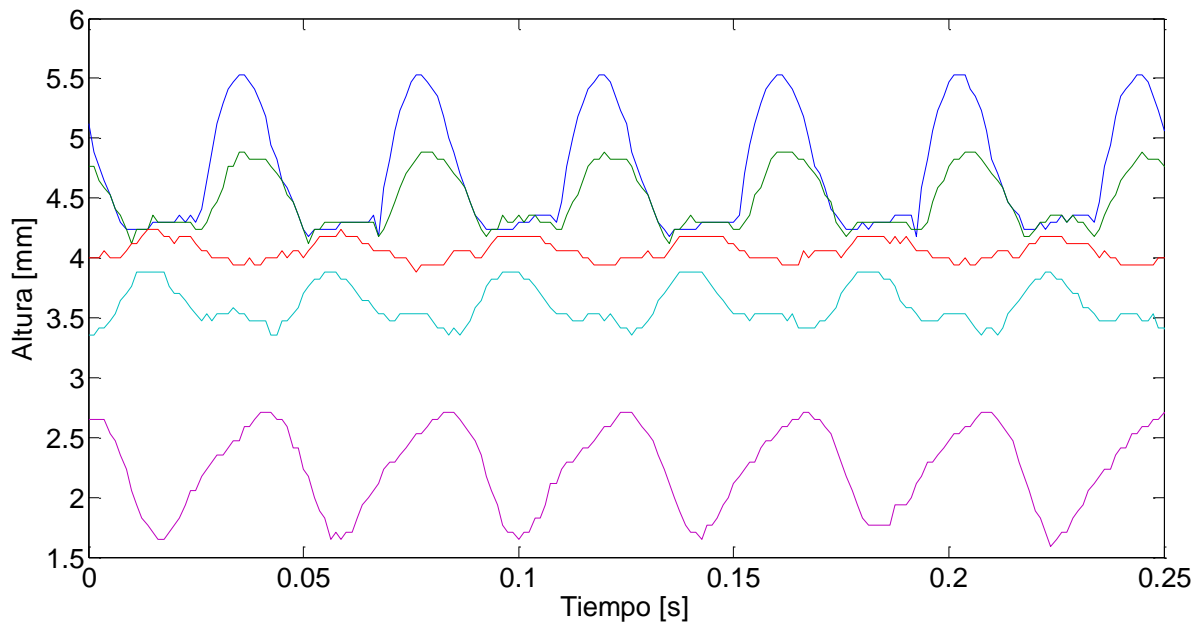


Figura A. 29. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1765 mm.

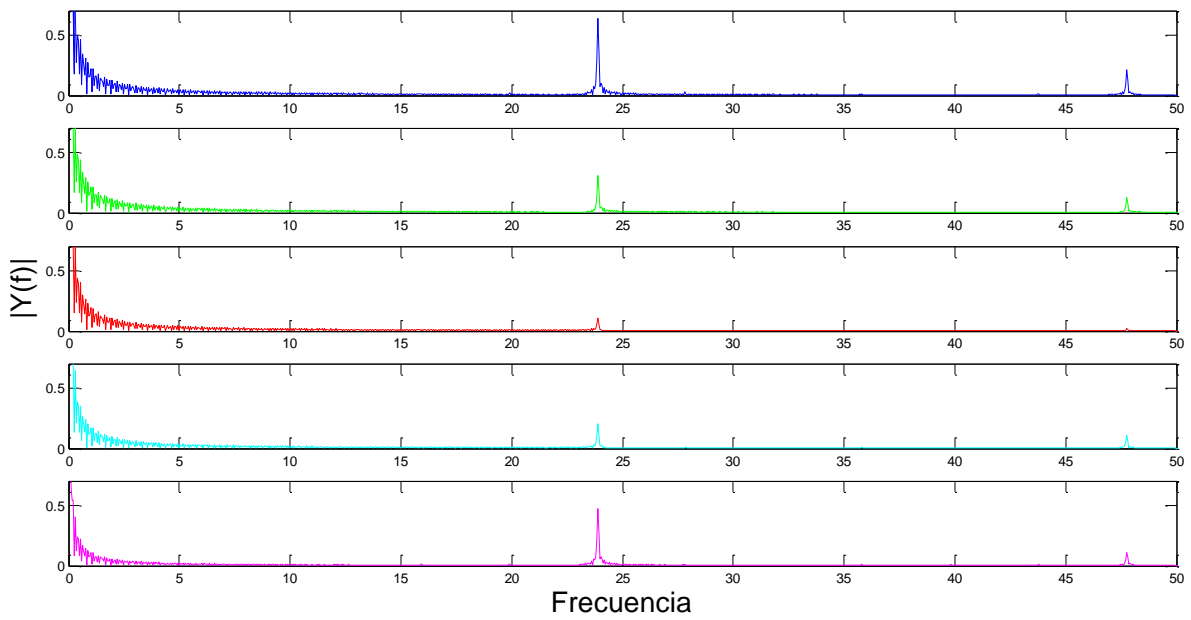


Figura A. 30. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1765 mm.

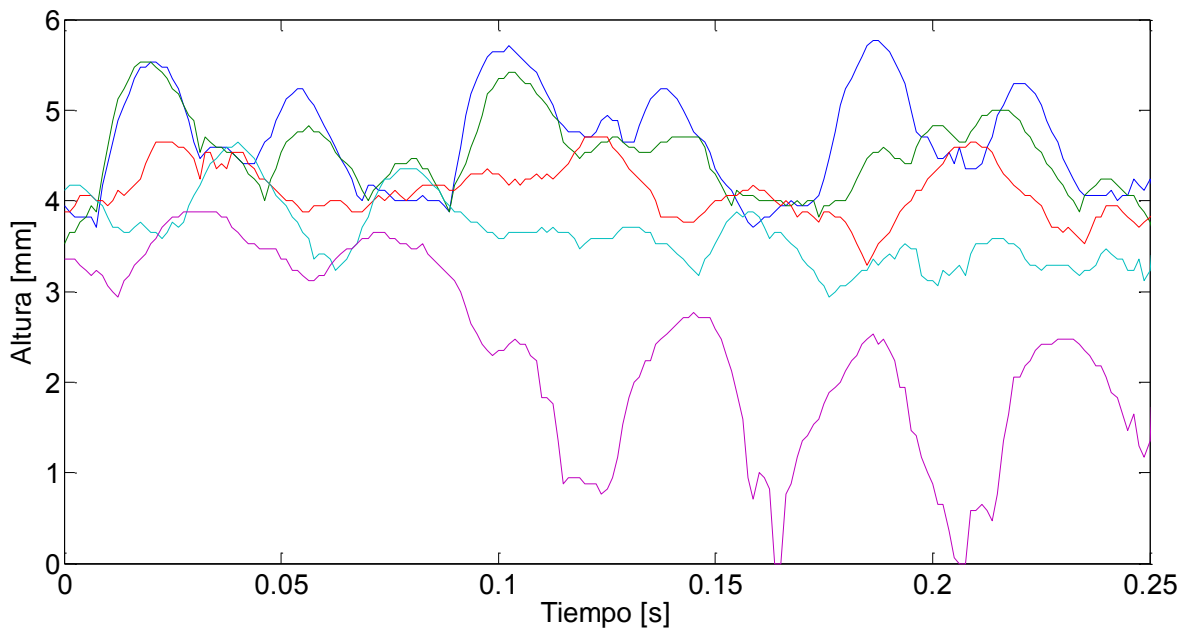


Figura A. 31. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2059 mm.

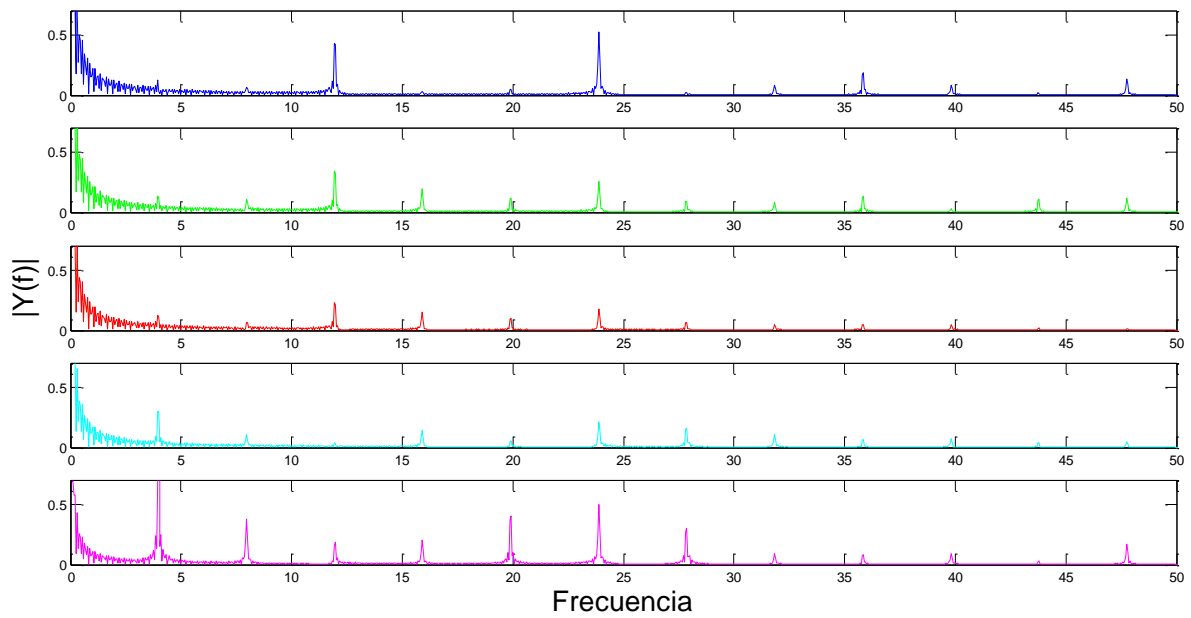


Figura A. 32. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2059 mm.

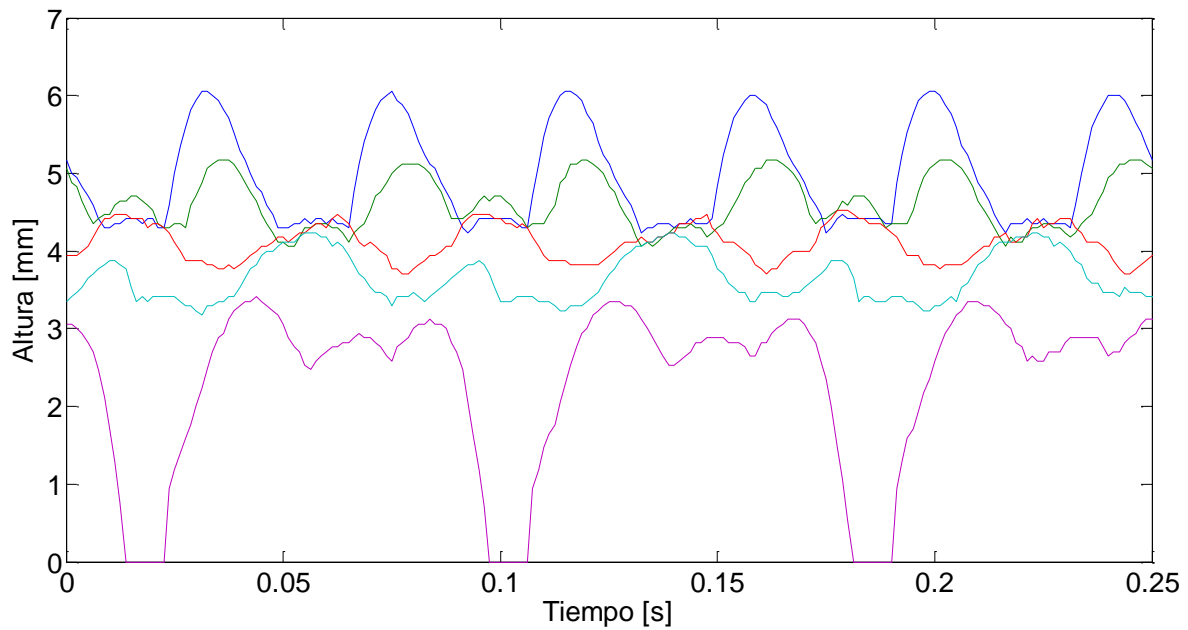


Figura A. 33. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2353 mm.

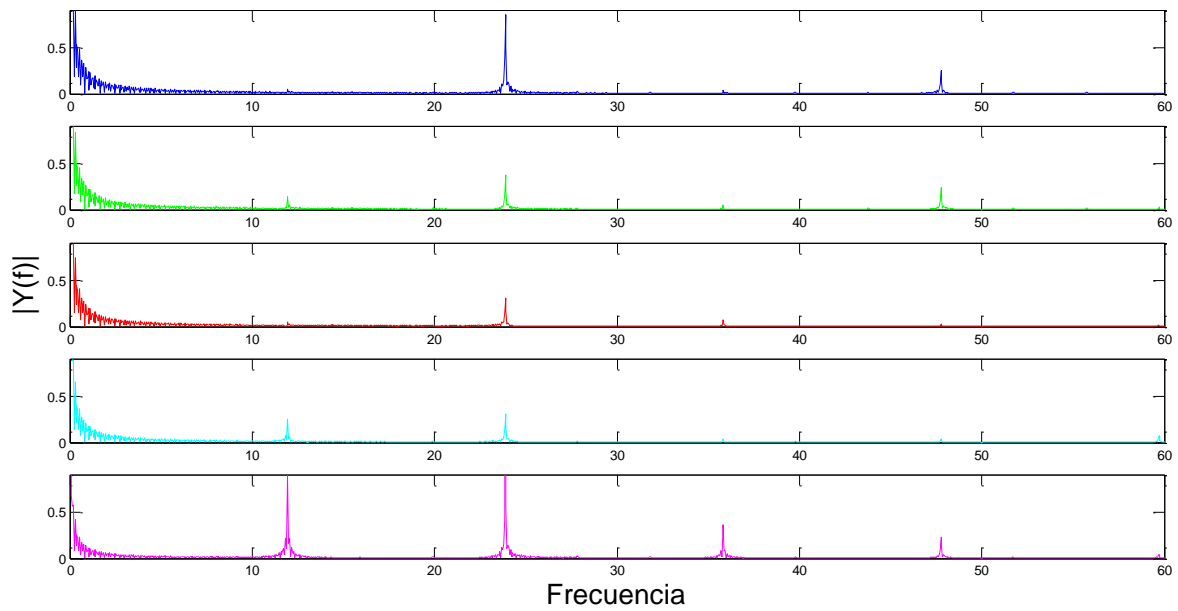


Figura A. 34. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2353 mm.

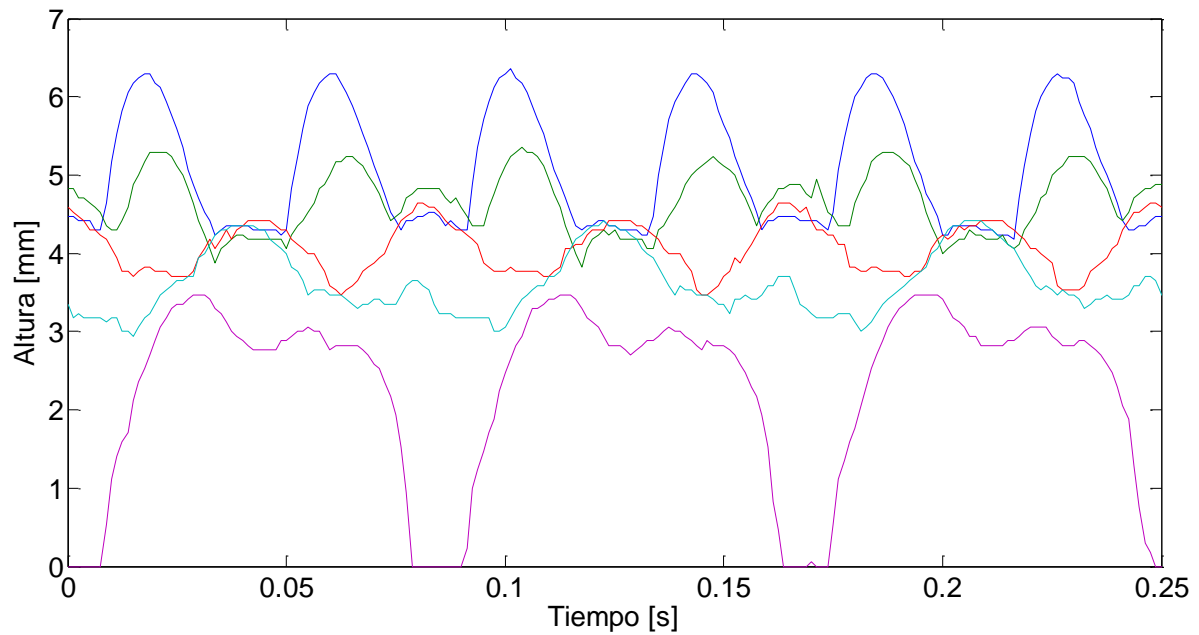


Figura A. 35. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2647 mm.

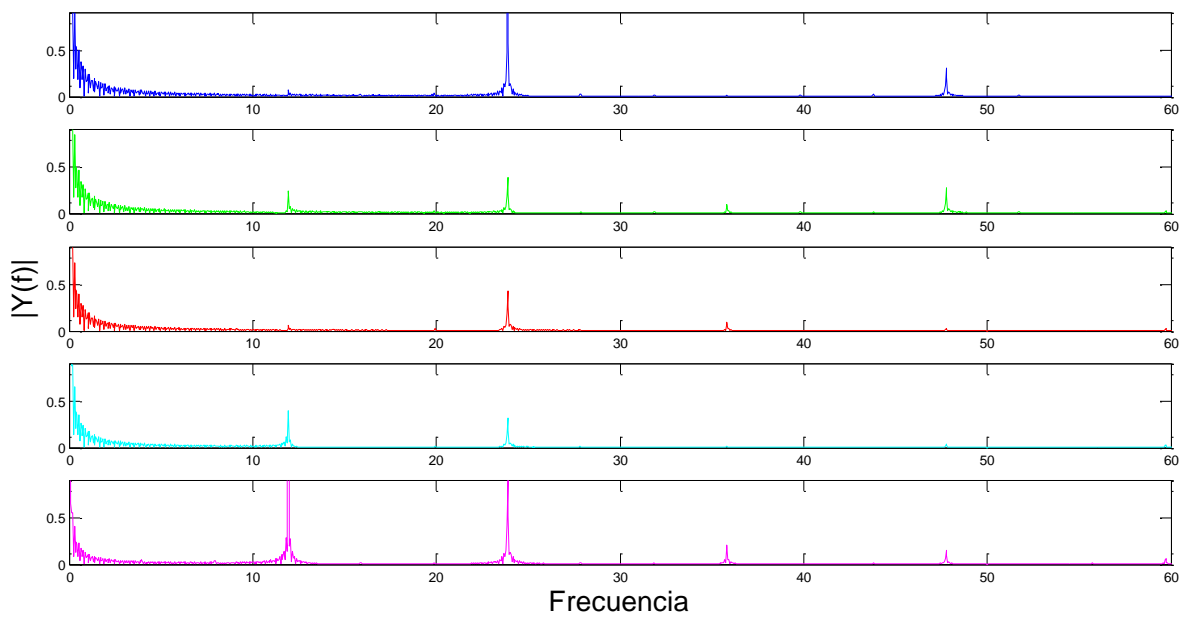


Figura A. 36. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2647 mm.

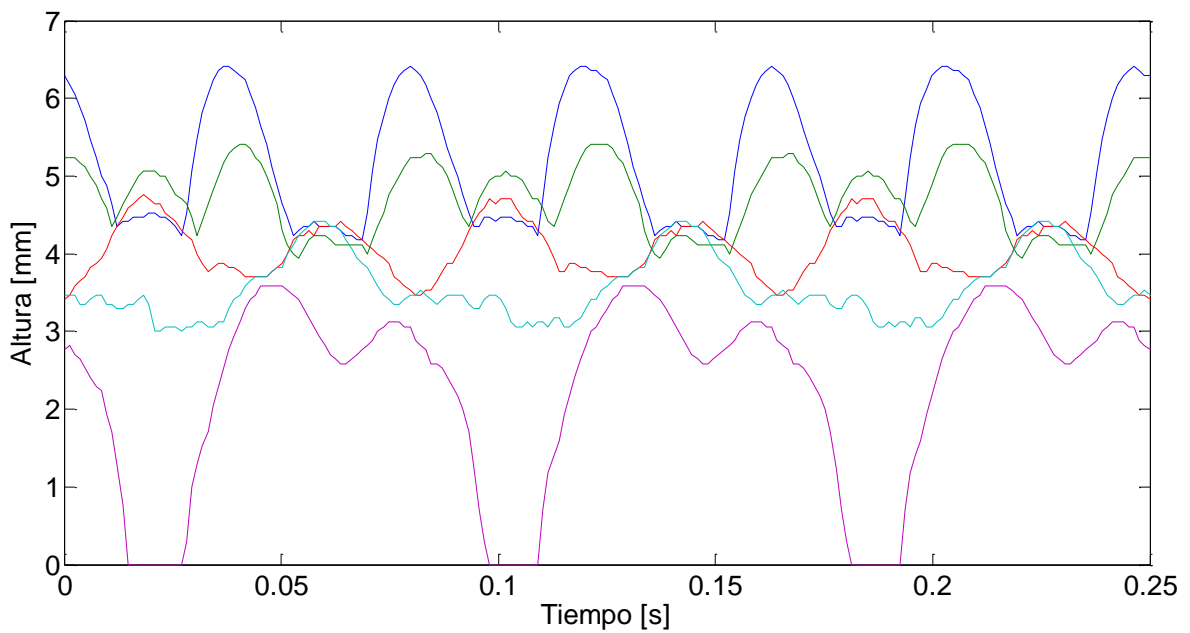


Figura A. 37. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2941 mm.

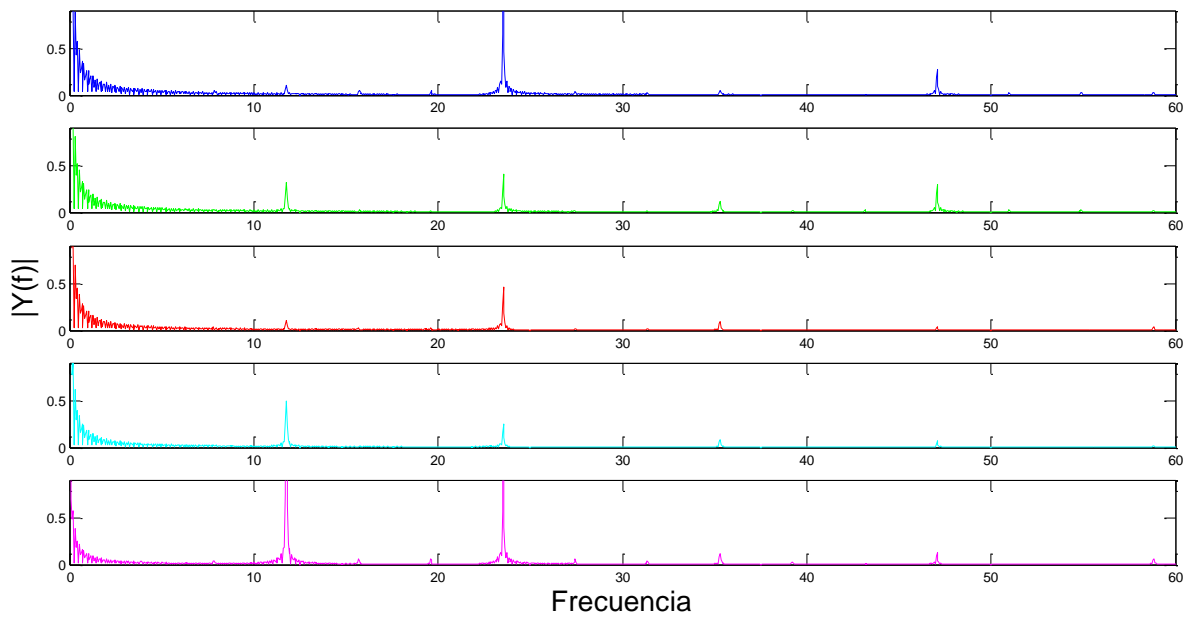


Figura A. 38. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 24 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2941 mm.

**33 Hz.**

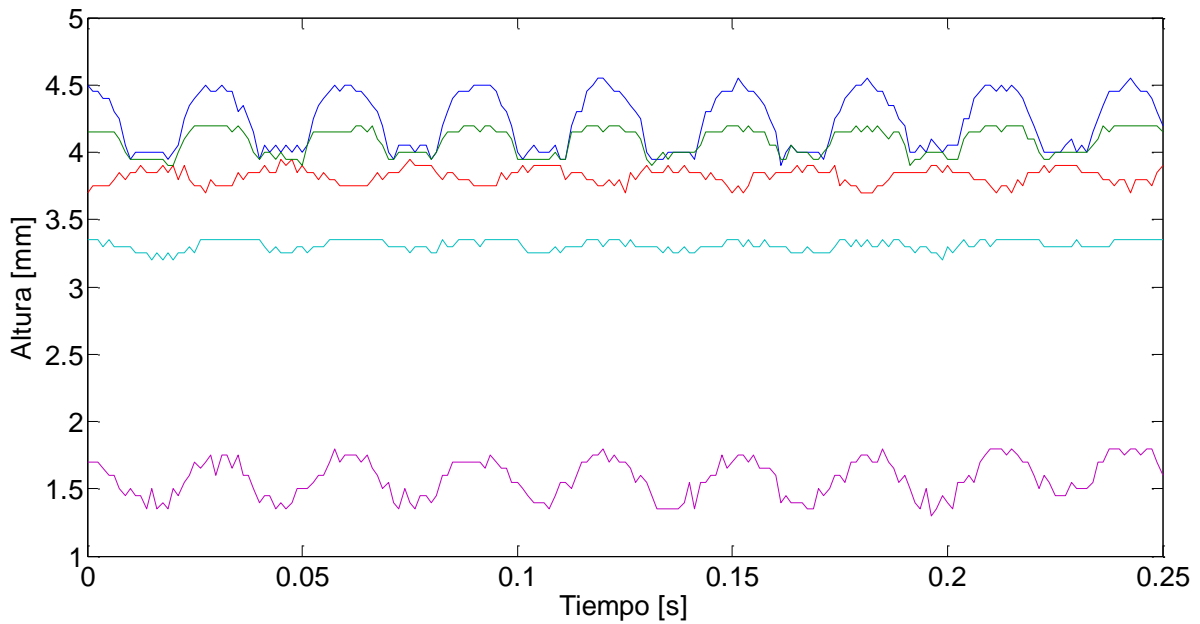


Figura A. 39. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 33 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0526 mm.

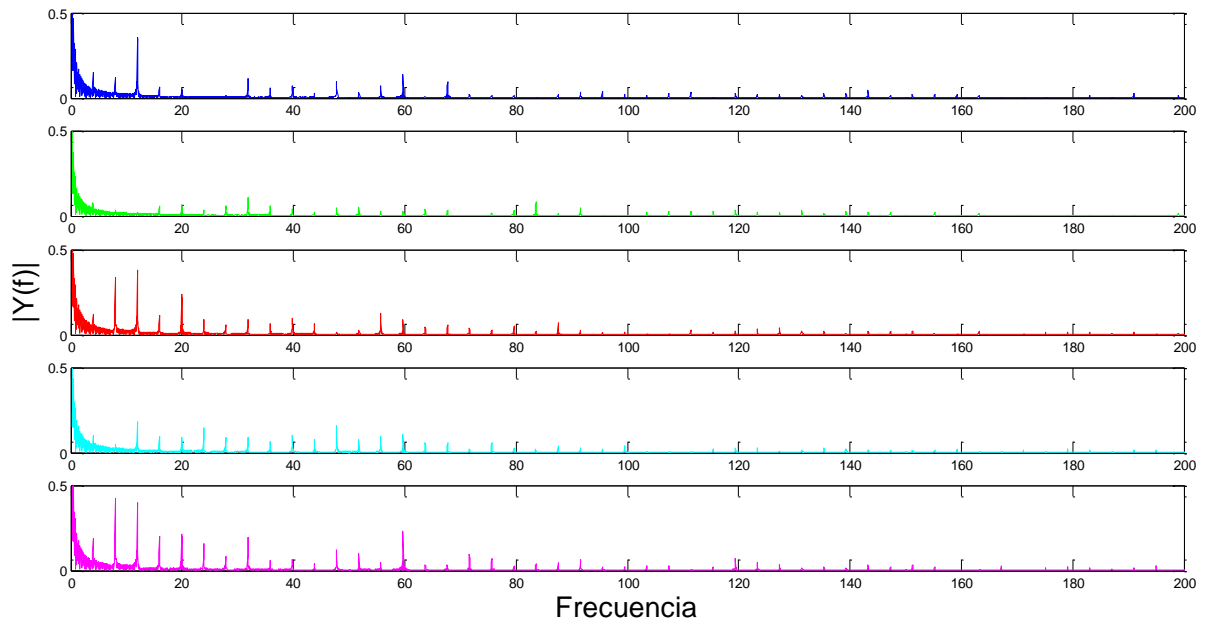


Figura A. 40. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 33 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0526 mm.

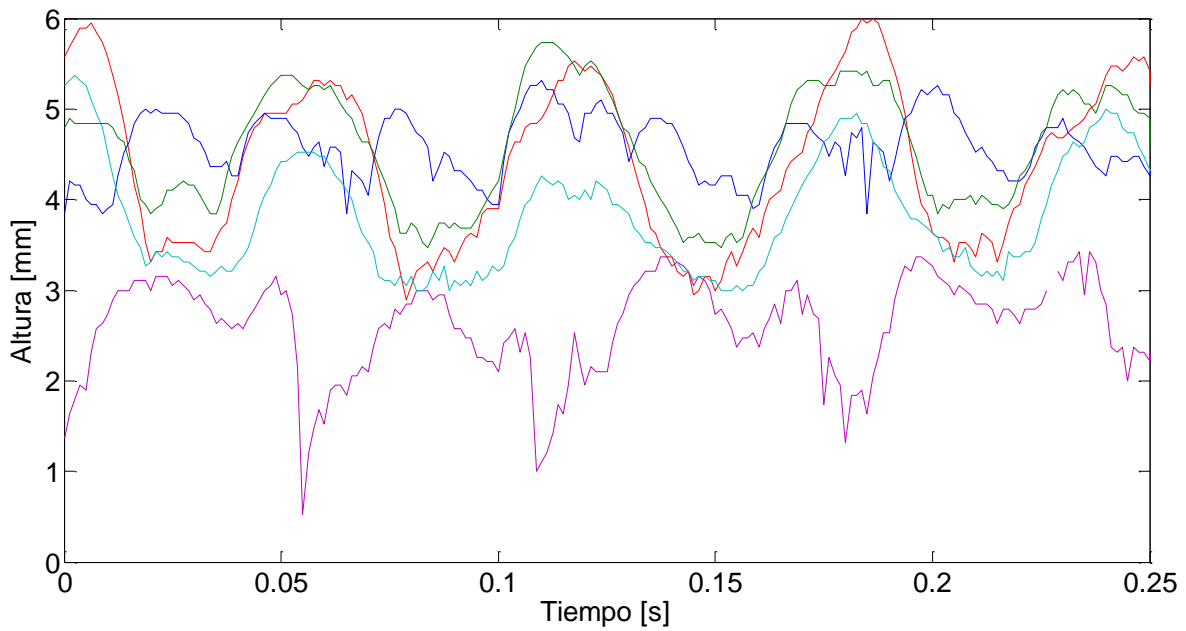


Figura A. 41. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 33 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1316 mm.



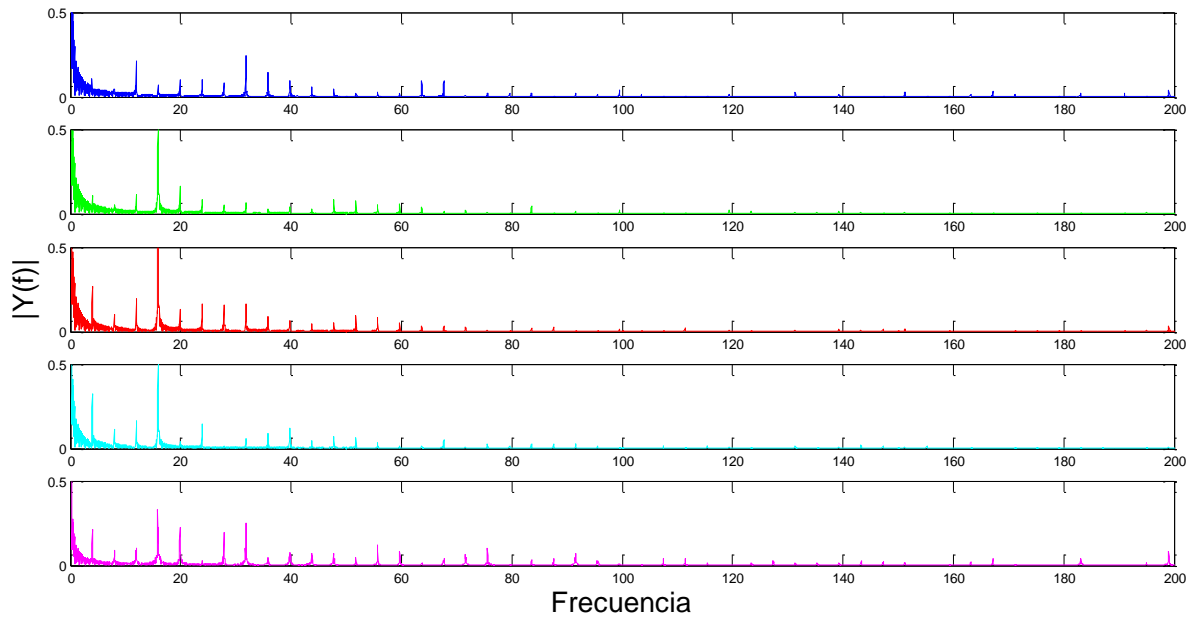


Figura A. 42. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 33 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1316 mm.

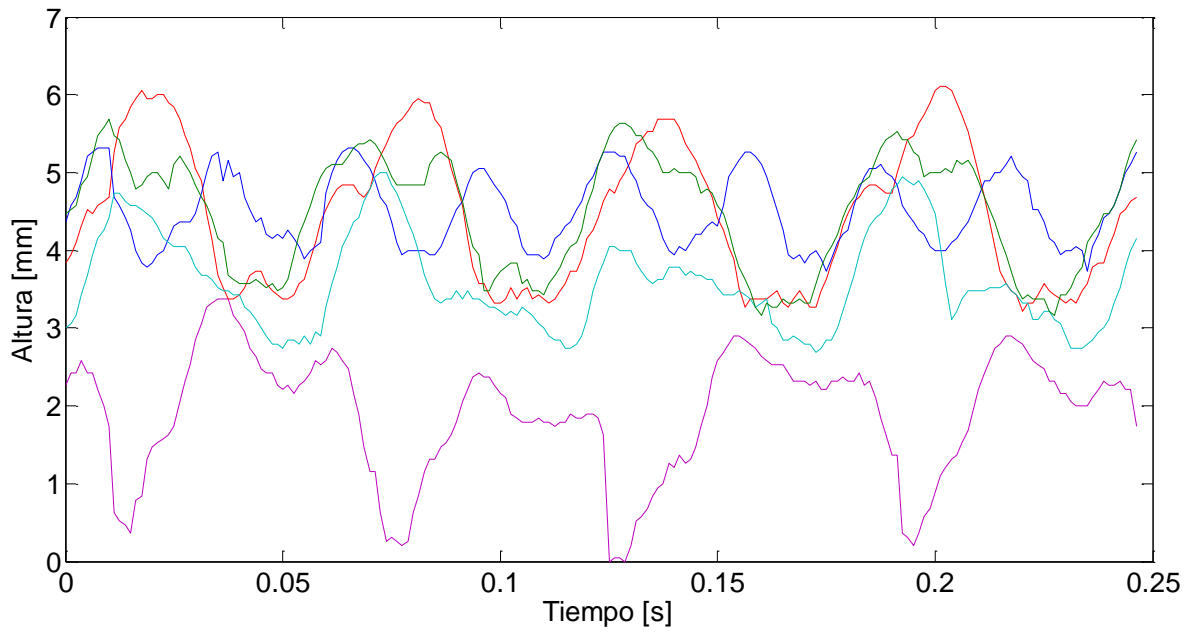


Figura A. 43. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 33 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1842 mm.

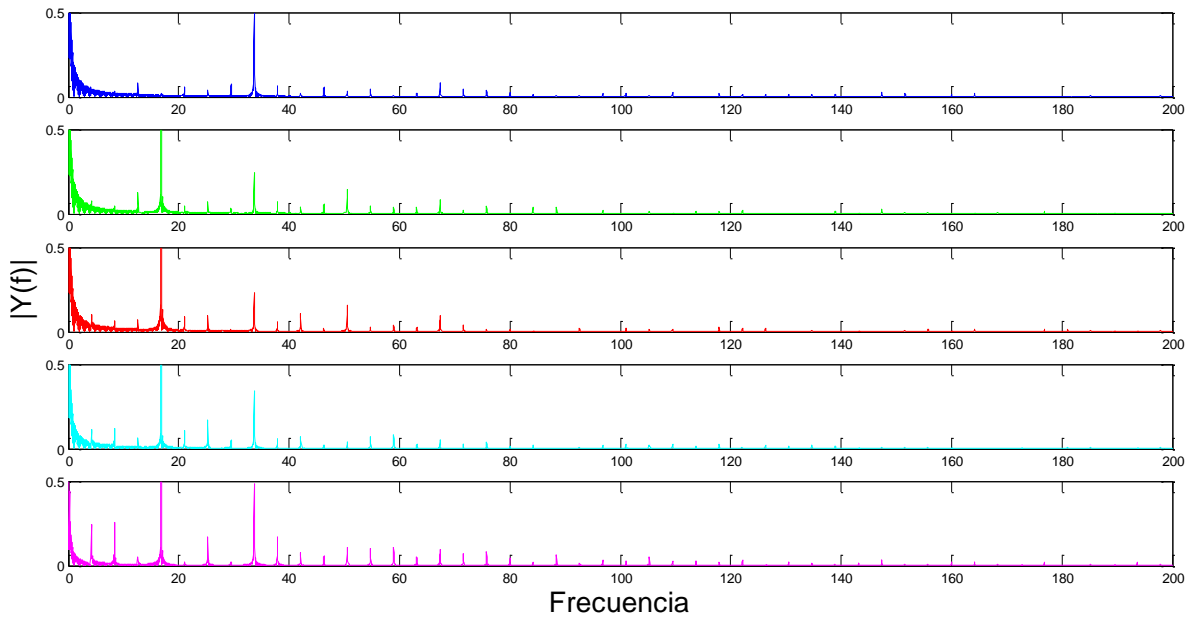


Figura A. 44. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 33 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1842 mm.

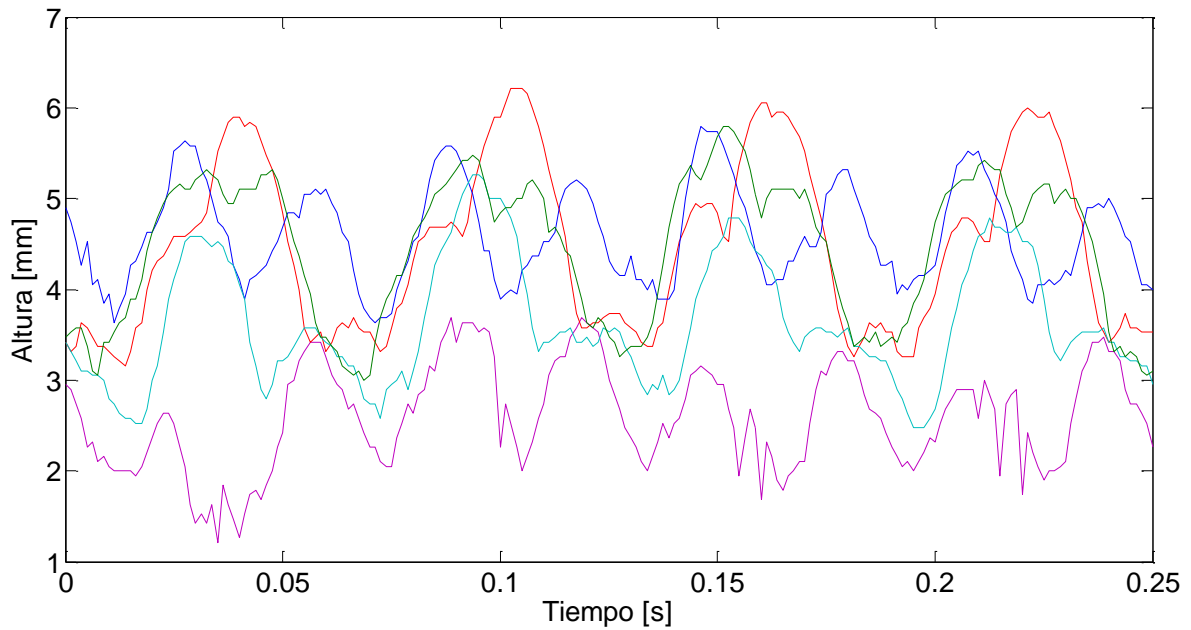


Figura A. 45. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 33 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2632 mm.

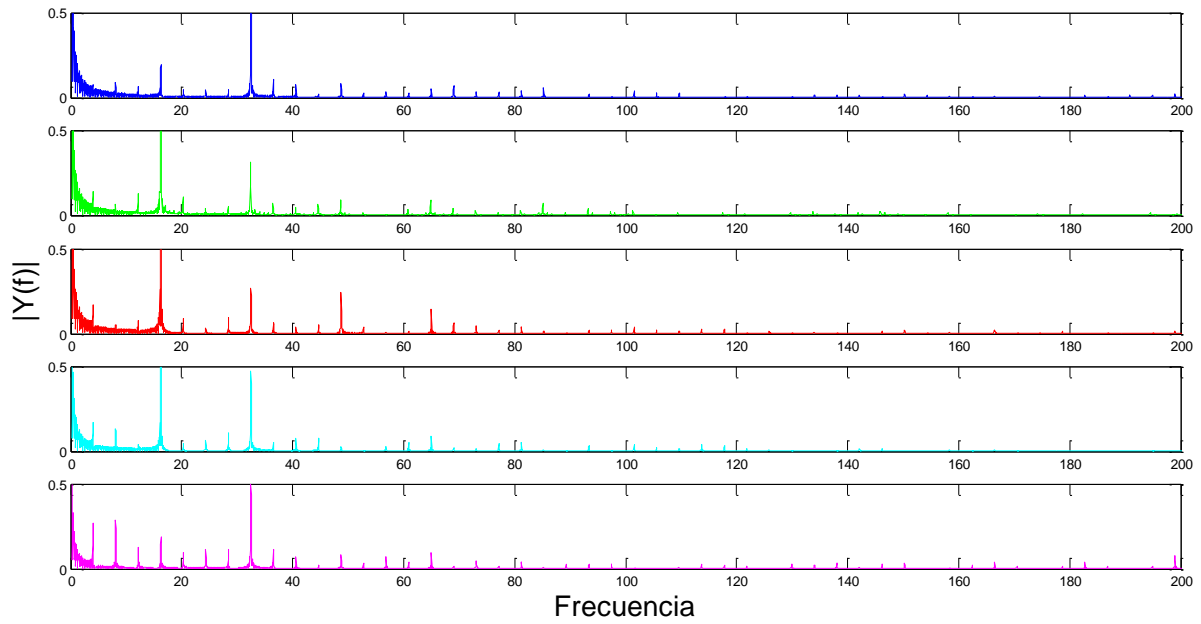


Figura A. 46. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 33 Hz y amplitud de desplazamiento 0.2632 mm.

### 42 Hz

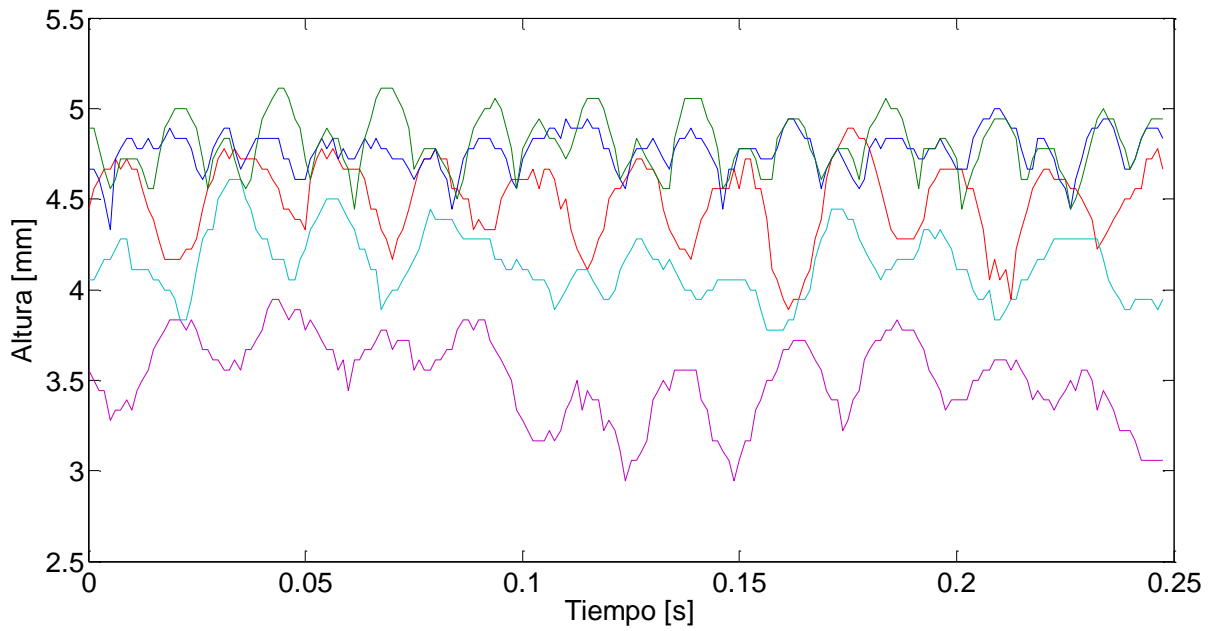


Figura A. 47. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 42 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0833 mm.

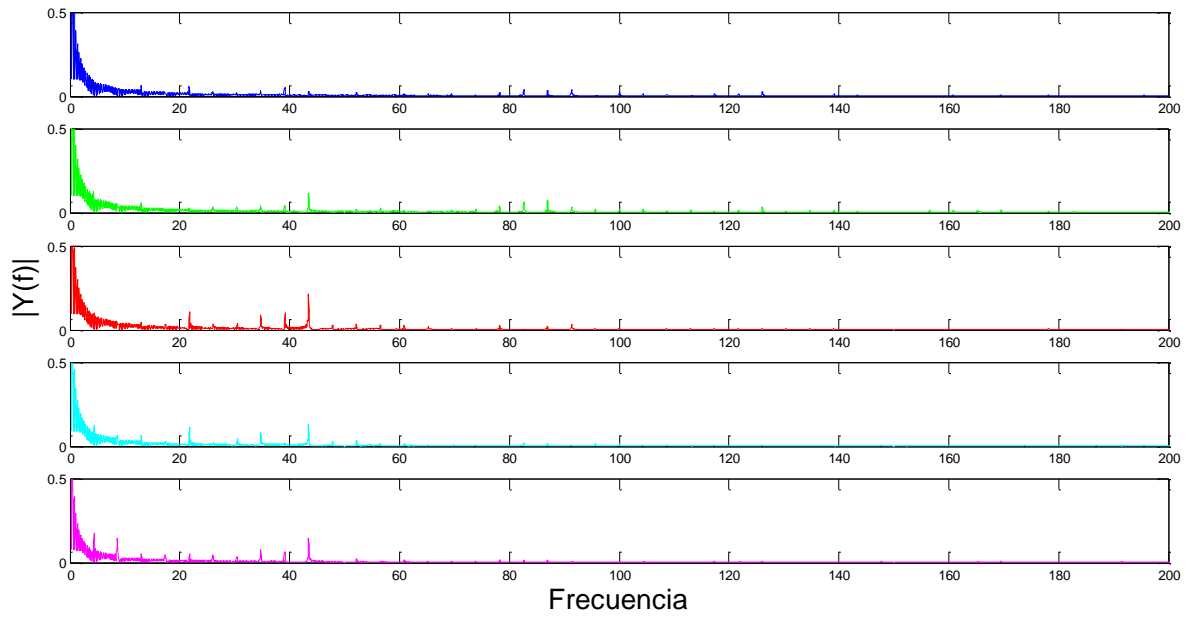


Figura A. 48. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 42 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0833 mm.

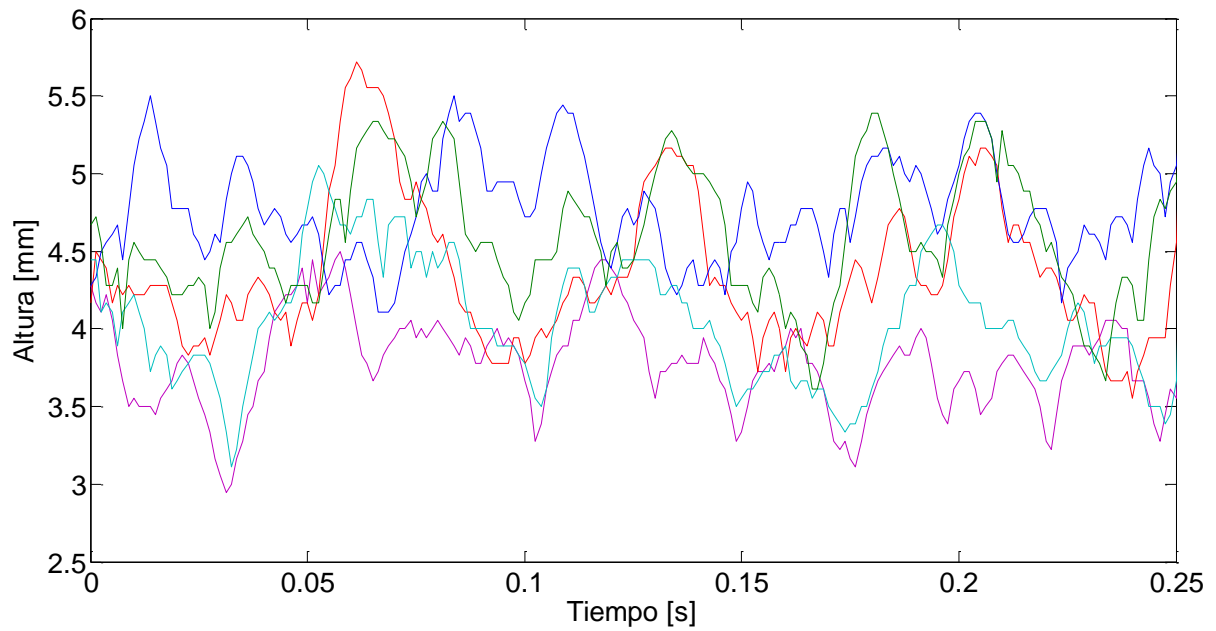


Figura A. 49. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 42 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1944 mm.

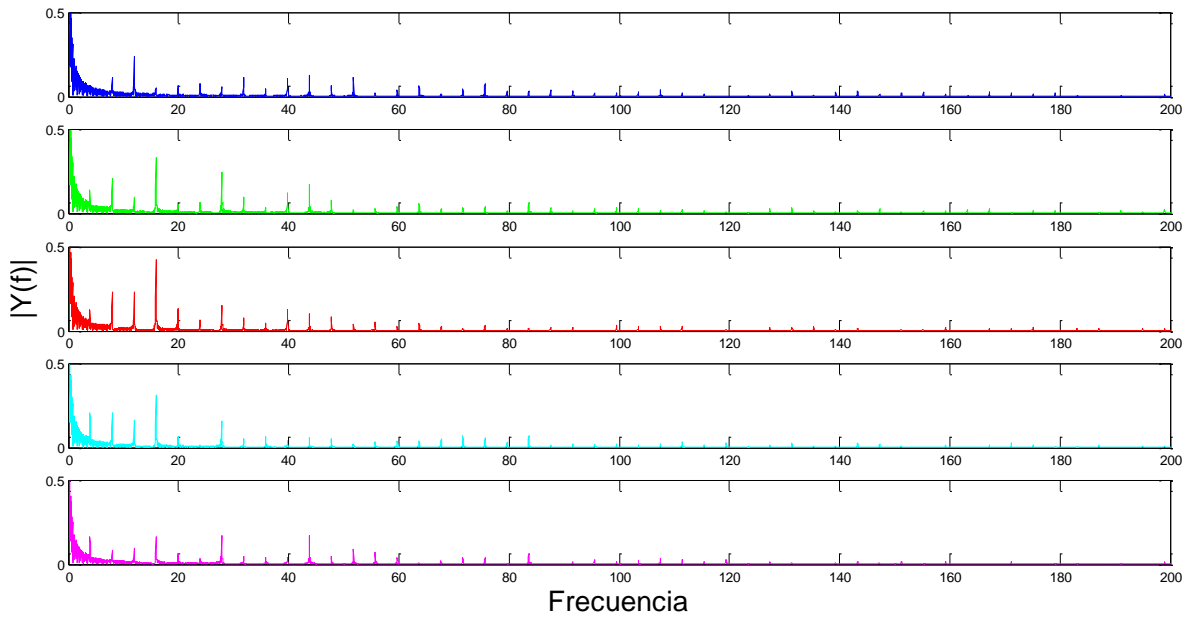


Figura A. 50. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 42 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1944 mm.

### 60 Hz

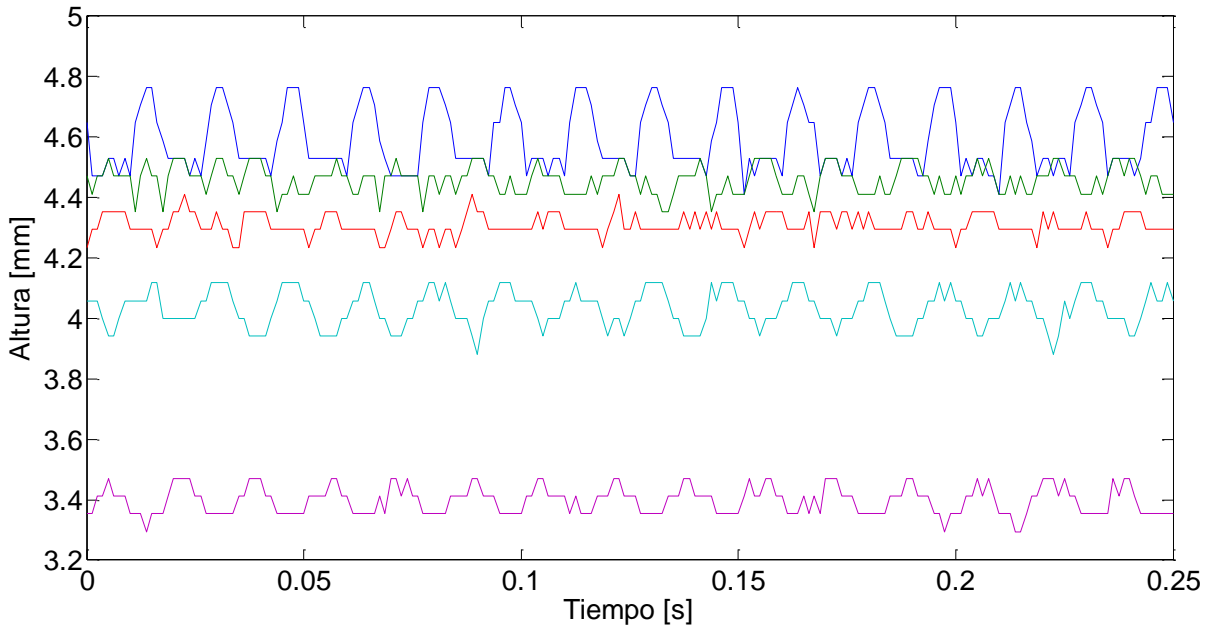


Figura A. 51. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0278 mm.

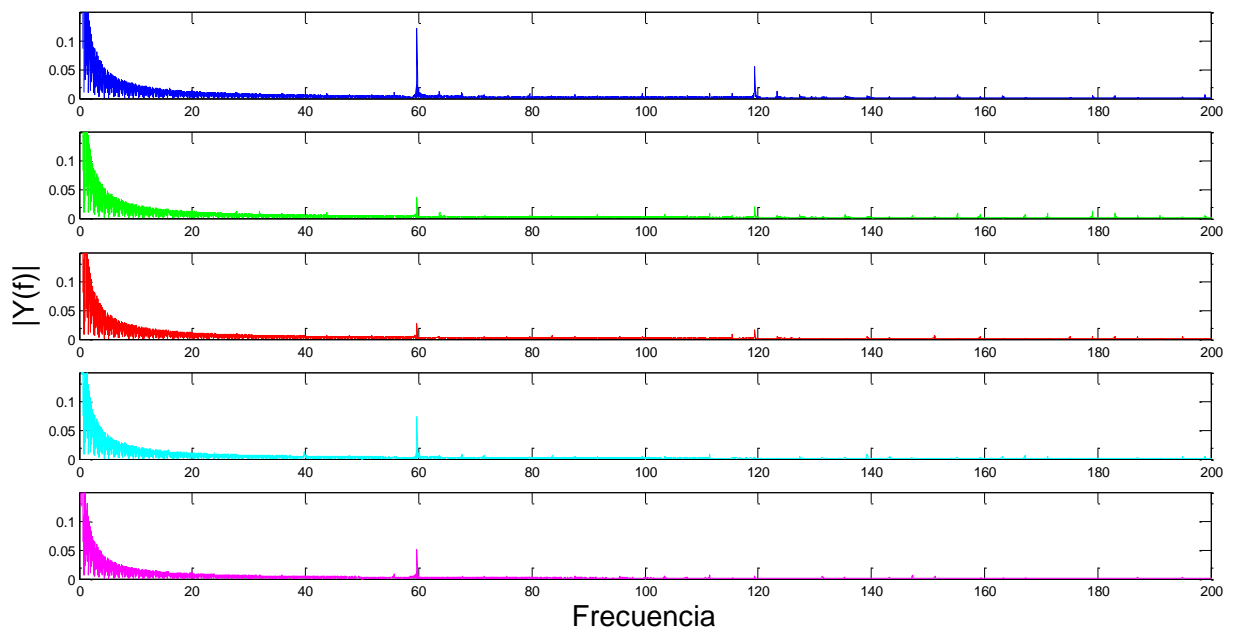


Figura A. 52. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0278 mm.

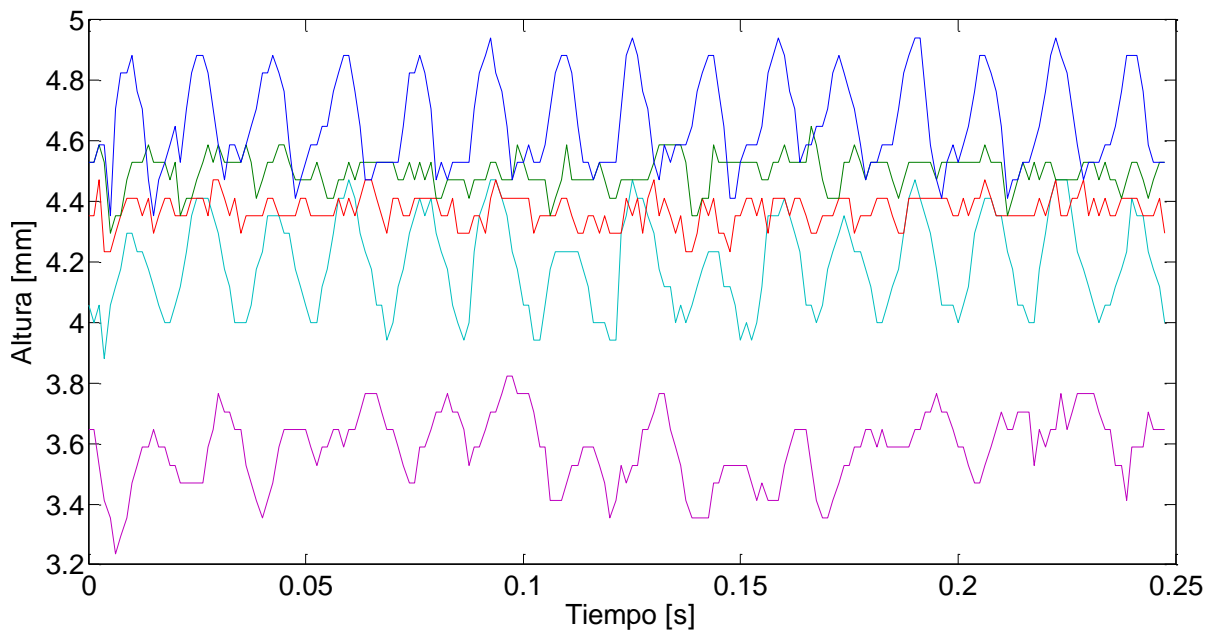


Figura A. 53. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0278 mm.

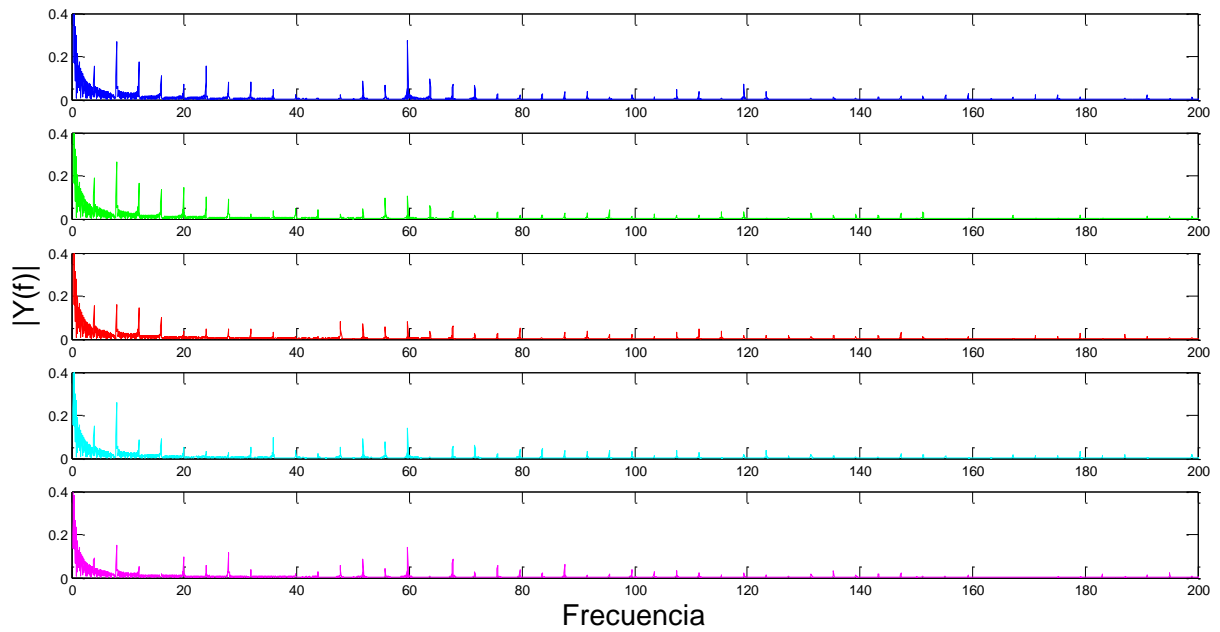


Figura A. 54. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0278 mm.

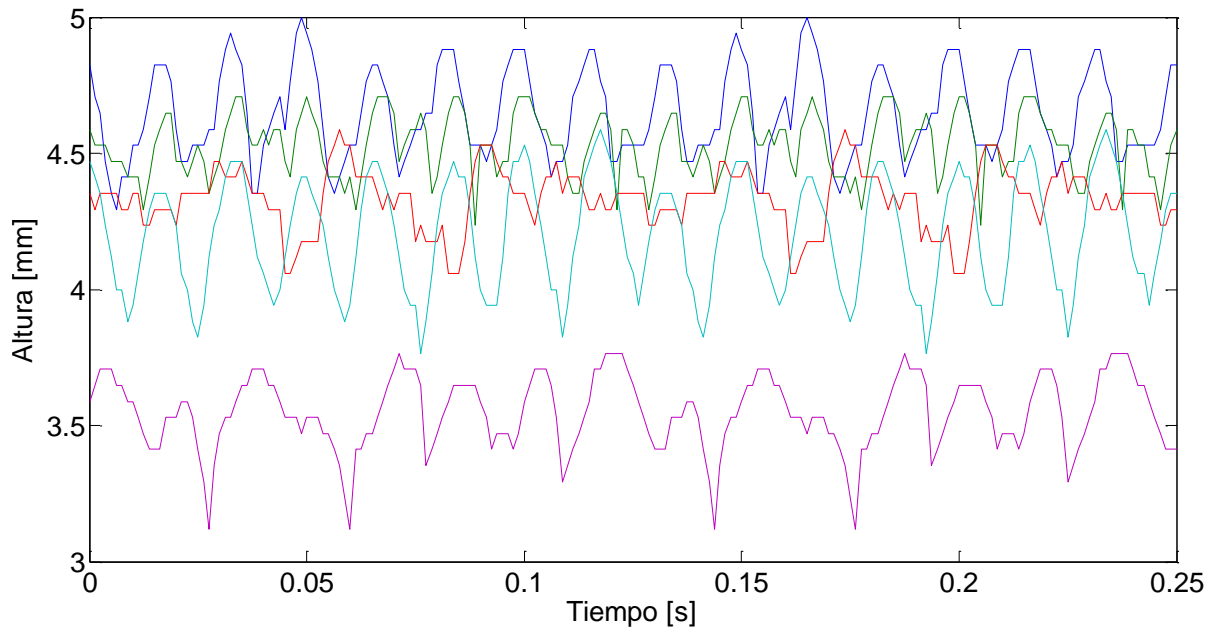


Figura A. 55. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0556 mm.

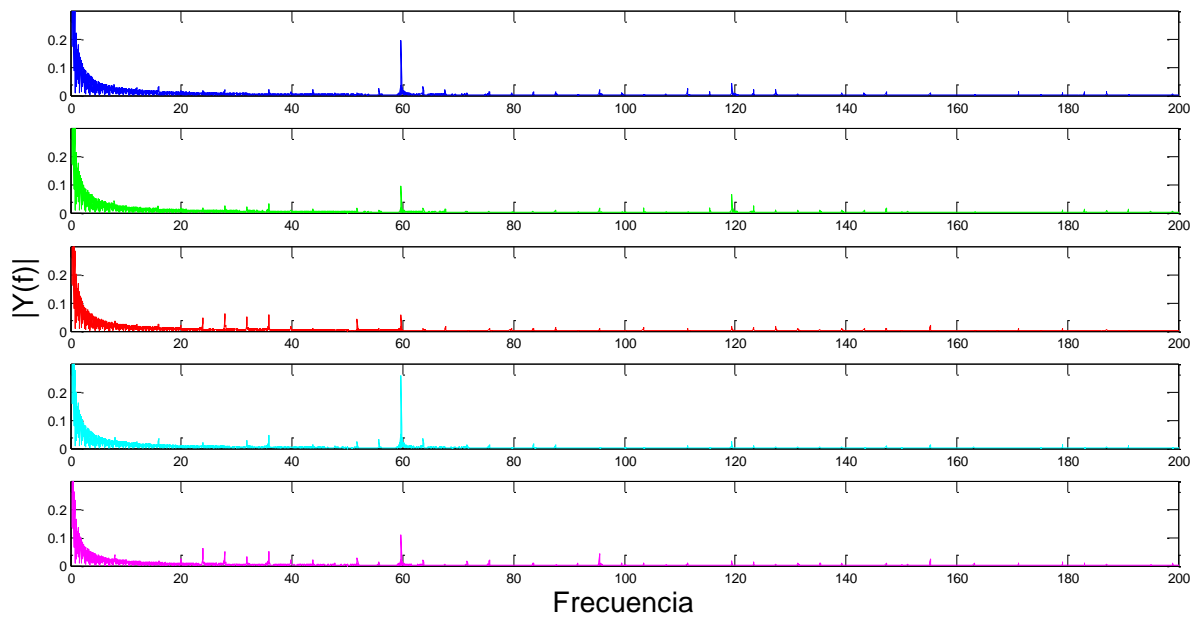


Figura A. 56. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0556 mm.

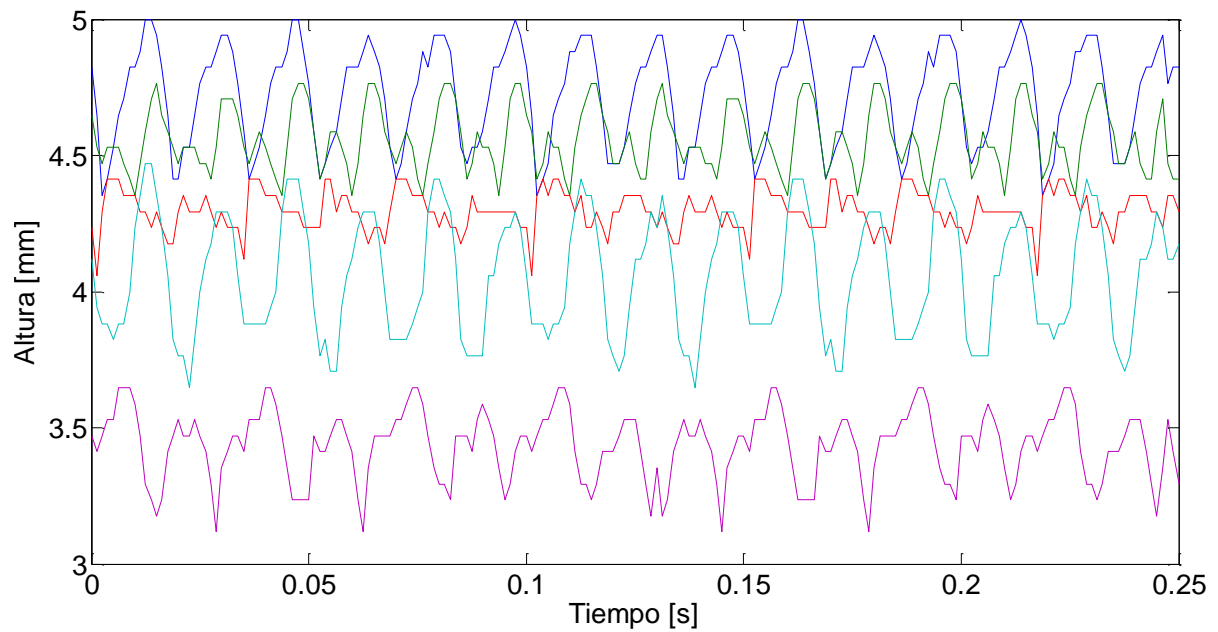


Figura A. 57. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0833 mm.



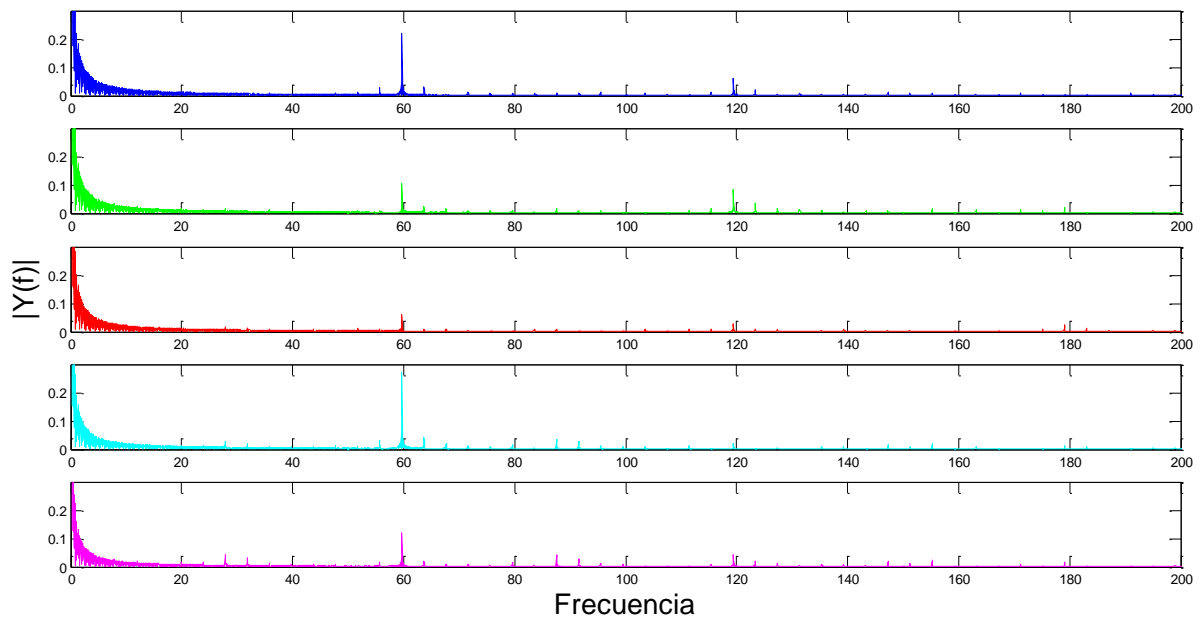


Figura A. 58. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.0833 mm.

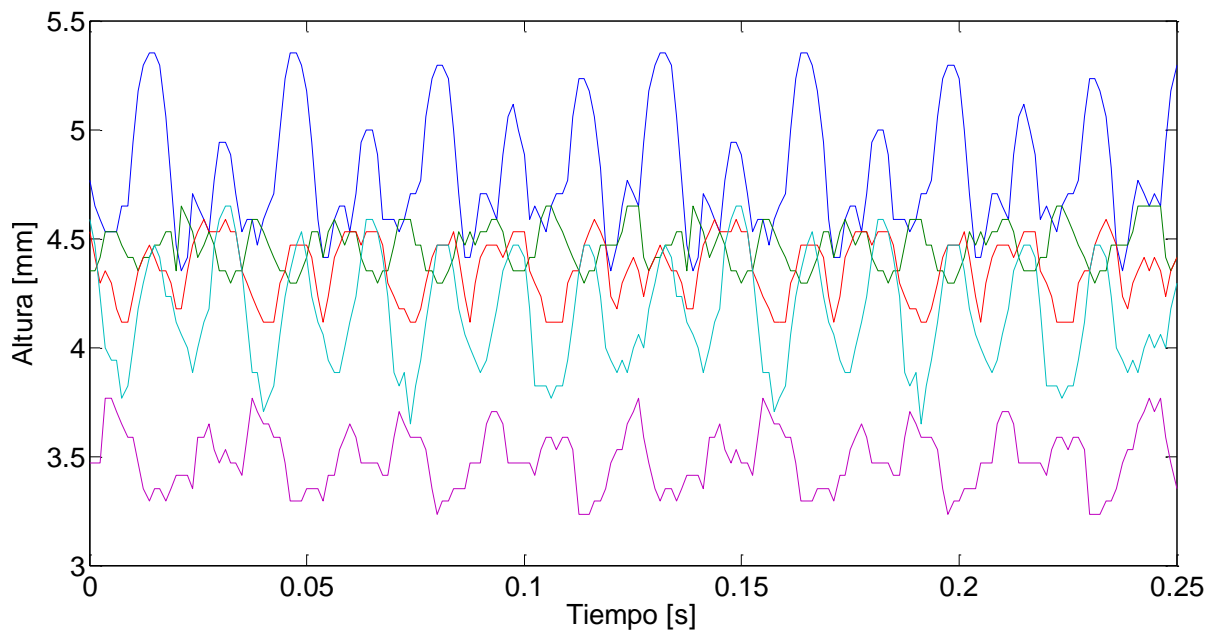


Figura A. 59. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1111 mm.

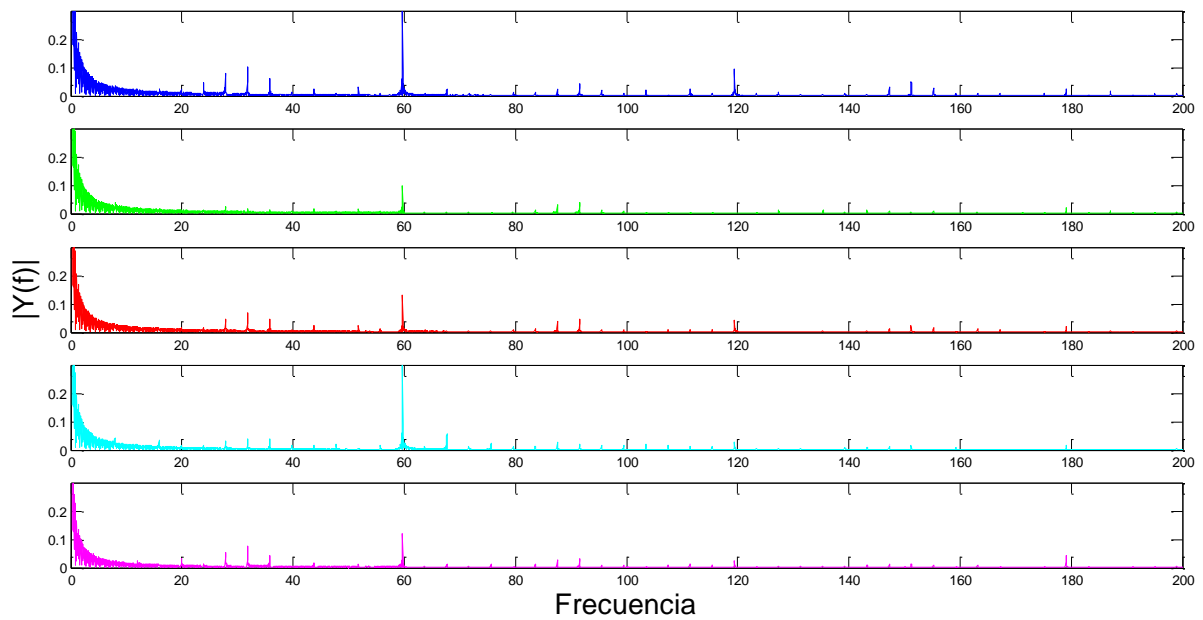


Figura A. 60. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1111 mm.

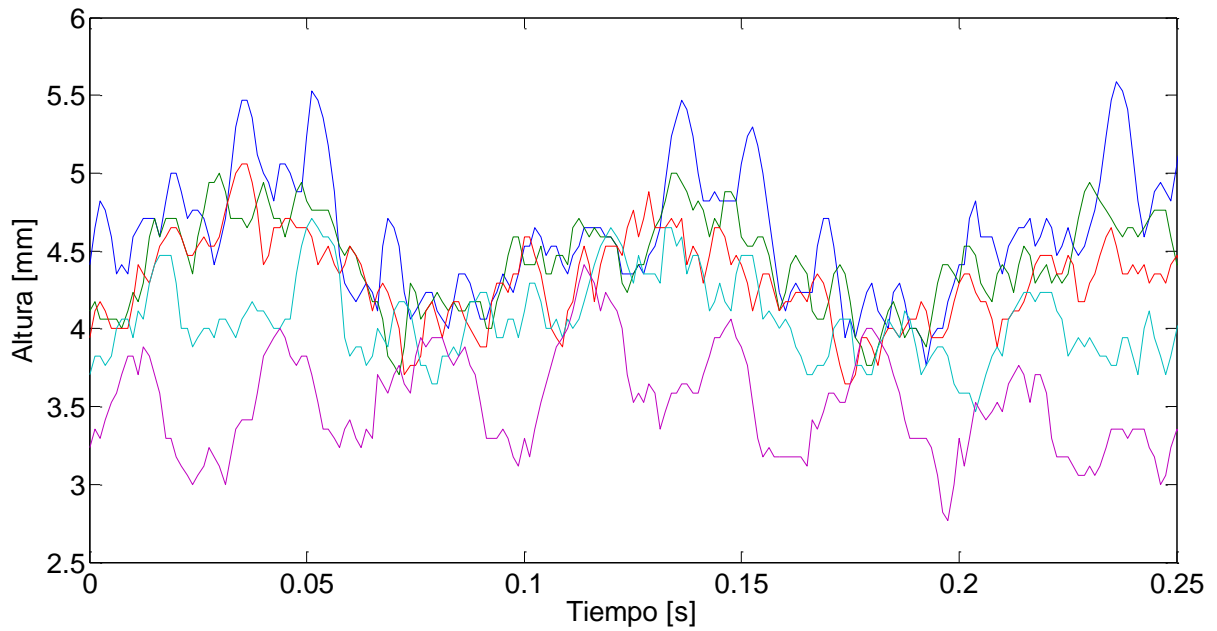


Figura A. 61. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1111 mm.

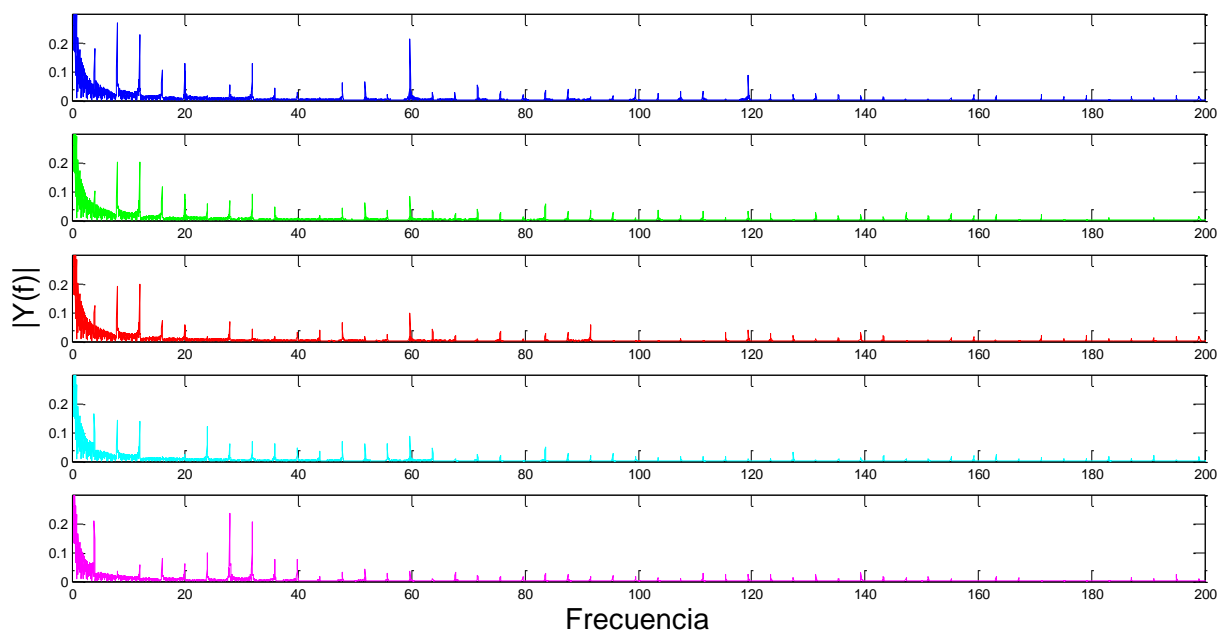


Figura A. 62. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1111 mm.

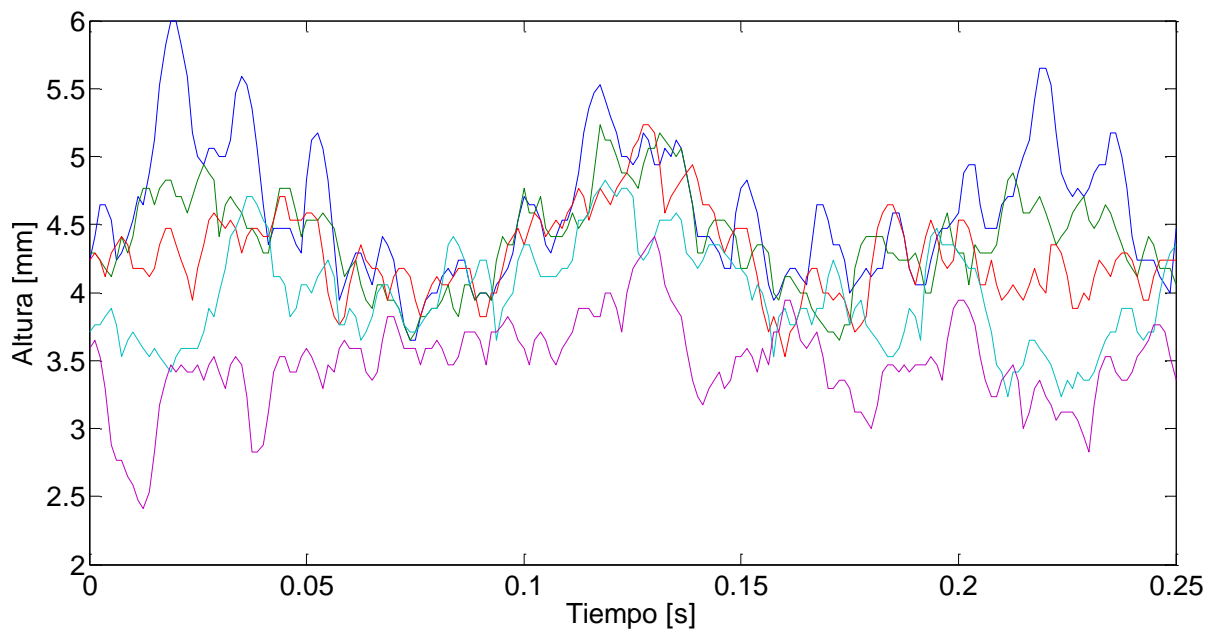


Figura A. 63. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1389 mm.

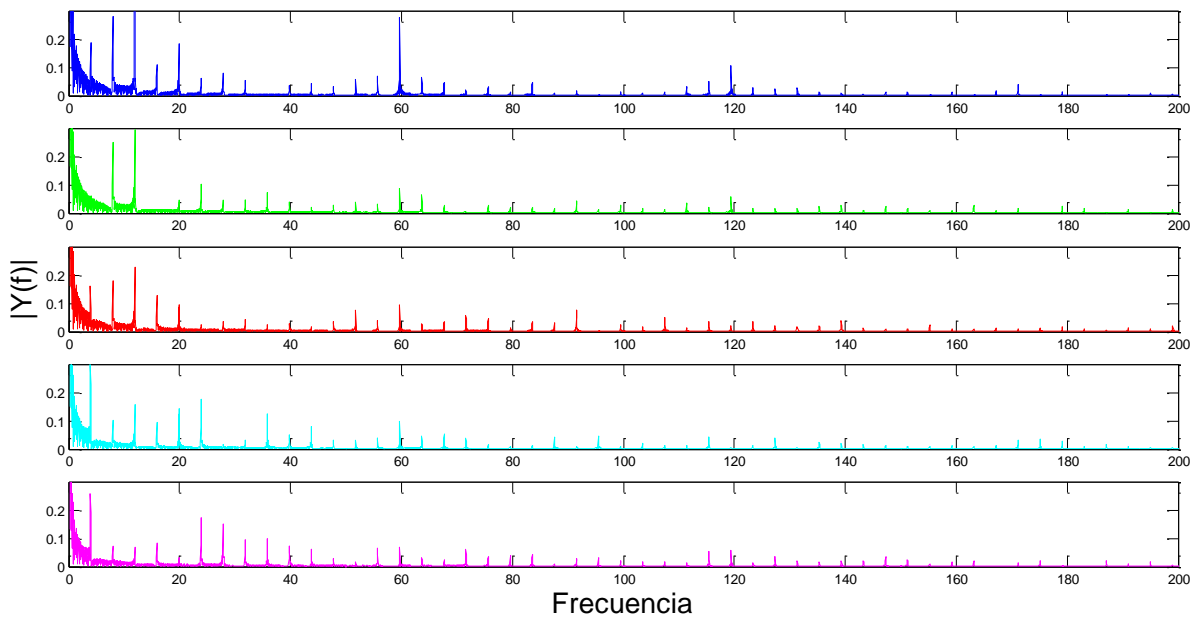


Figura A. 64. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1389 mm.

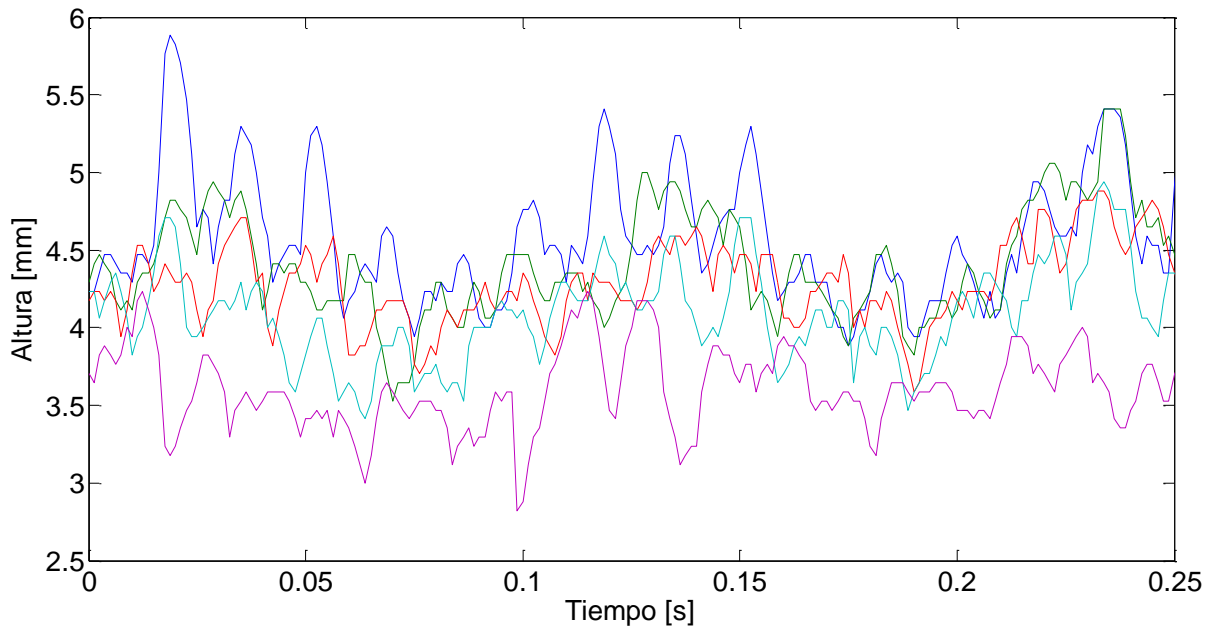


Figura A. 65. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1667 mm.

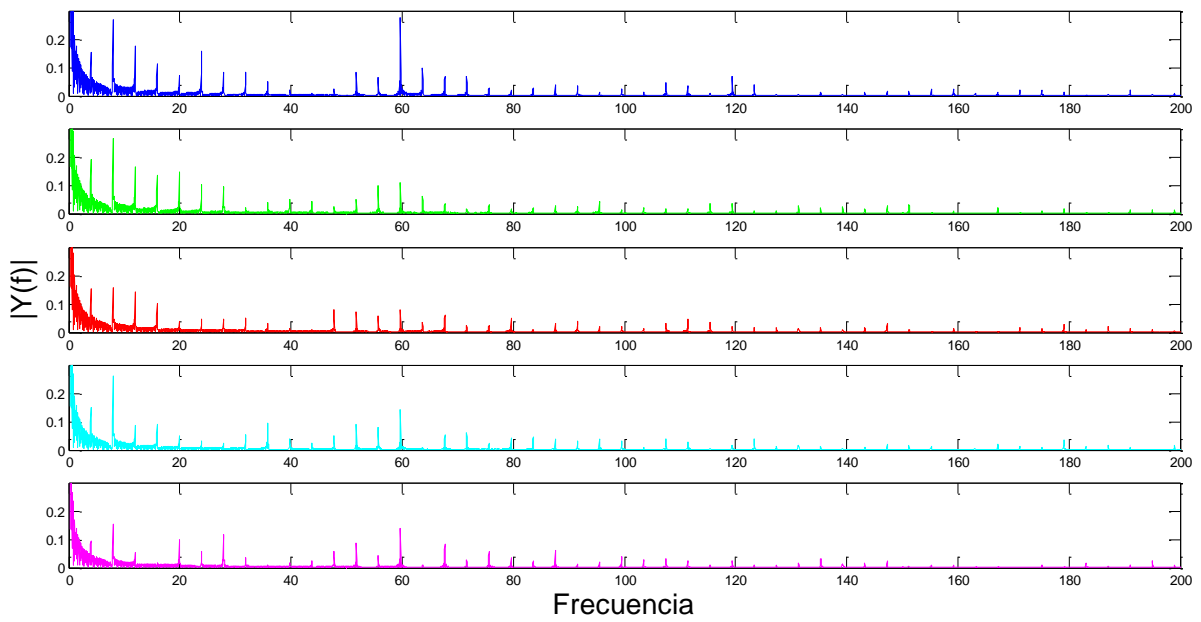


Figura A. 66. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1667 mm.

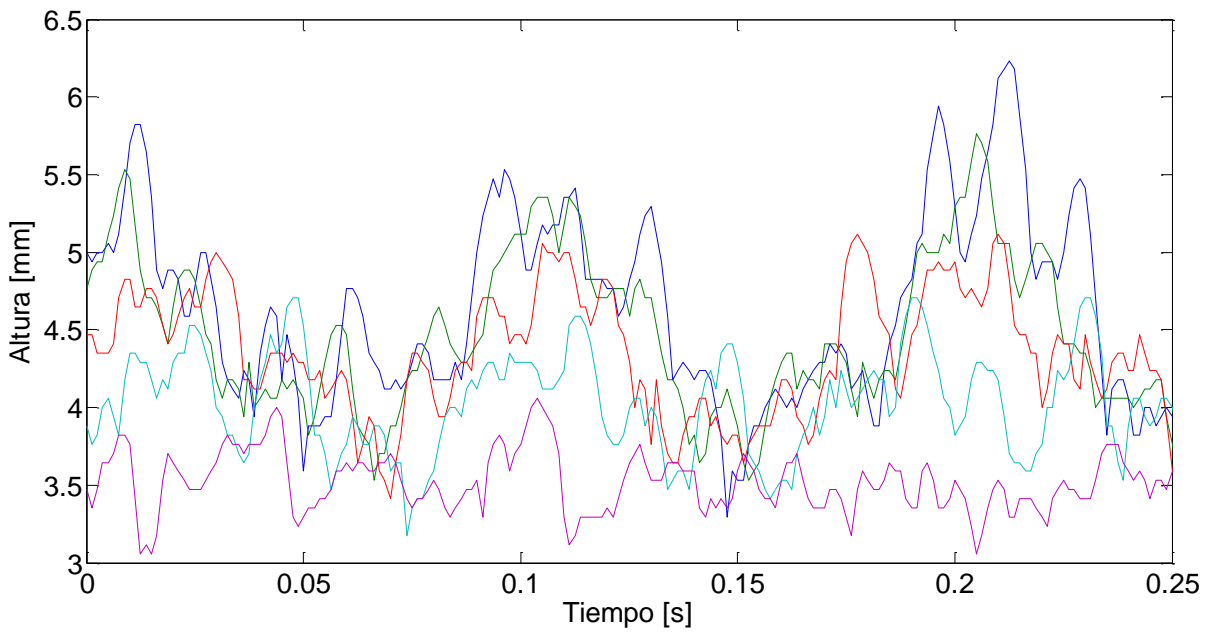


Figura A. 67. Altura como función del tiempo para una frecuencia de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1945 mm.

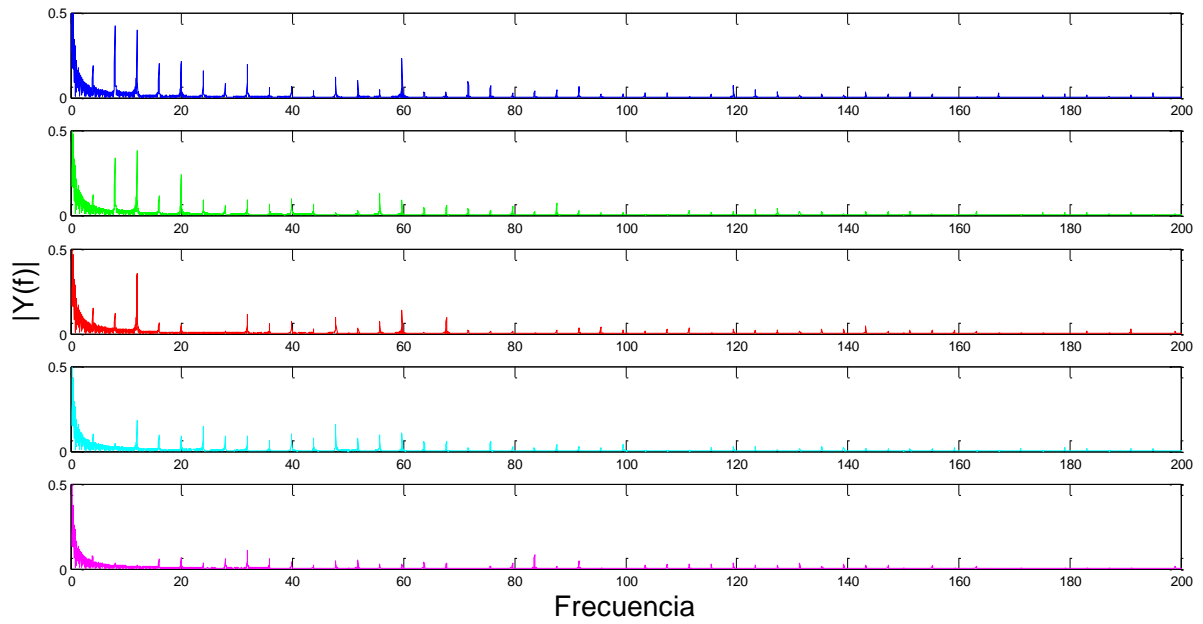


Figura A. 68. Espectro de Frecuencias superficiales para una excitación de 60 Hz y amplitud de desplazamiento 0.1945 mm.