



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO**



FACULTAD DE INGENIERÍA

PROGRAMA ÚNICO DE ESPECIALIZACIONES DE INGENIERÍA

CAMPO DE CONOCIMIENTO: INGENIERÍA CIVIL

**CALIBRACIÓN DE LEYES DE DESCARGA  
PARA COMPUERTAS RADIALES**

**T E S I N A**

PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**ESPECIALISTA EN OBRAS HIDRÁULICAS**

PRESENTA:

**ING. KARINA MILLÁN CAMPUZANO**

DIRECTOR DE TESINA: DR. AMADO ABEL JIMÉNEZ CASTAÑEDA

MÉXICO, D.F.

JULIO 2015



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



*Dedicada con amor y respeto a...*

*Mi madre*, por tu amor y comprensión, gracias por haber creído en mí apoyándome en la decisión de continuar con mi preparación profesional posterior a la Licenciatura y por darme ánimos para concluir con esta meta profesional, pero sobre todo gracias por el gran esfuerzo que has realizado desde hace 24 años para educarnos y formarnos con buenos principios a mis hermanos y a mí, gracias por amarnos.

*Mi padre*, quien no deja de verme su una niña a pesar de mis 24 años, que está siempre pendiente de mí y de mis estudios, que procura todo el tiempo mi bienestar, gracias por el apoyo que me has brindado toda la vida, pero sobre todo gracias por respetar mis decisiones.

*Mis hermanos*, a quienes amo y amaré toda mi vida con sus defectos y virtudes, de la misma manera que ellos me aman; les agradezco por ser mis cómplices de mis sueños y metas, pero sobre todo por nunca dejarme sola... *Alejandro y Toñito*

*Juan y Ofe*, mis abuelos, a quienes admiro y respeto por la fortaleza con la cual han luchado toda su vida, a quienes heredé mi carácter y las ganas de jamás rendirse ante ninguna circunstancia de la vida para algún día alcanzar los sueños.

*Jovita*, mi viejita, a pesar de que ya no te encuentres con nosotros sigues siendo una persona muy importante para mí, gracias abuelita: por tu cariño, por las tardes de juego y por enseñarnos tantas cosas de la vida y de nuestra historia como familia.



## **AGRADECIMIENTOS**

Gracias a Dios, por permitirme alcanzar una meta más en mi vida y poder compartir mi dicha con mis seres queridos, le agradezco la hermosa familia que me ha dado y la posibilidad de tener las oportunidades de vida que tengo.

A mis padres, quienes han puesto todo su esfuerzo, trabajo y amor para que mis hermanos y yo podamos tener un buen futuro, especialmente, les agradezco por respetar y apoyarme en la decisión de estudiar una Especialidad.

A mis hermanos, por su comprensión y apoyo durante este año de estudios que me ha reducido el tiempo de estar con ustedes, gracias por sus críticas constructivas.

A mi familia, quienes me han apoyado toda mi vida, han creído en mí, brindándome un entorno familiar próspero; gracias a cada uno de mis tíos que se preocupan por mi bienestar, a mis primos quienes no dejan de motivarme para continuar adelante y a mis abuelos por haber dado todo por esta familia.

A Adán; por el apoyo y cariño que has brindado; sobre todo por la paciencia que me has tenido durante este año y por alentarme a concluir esta meta.

A mis profesores, quienes me han compartido su conocimiento, me han alentado a continuar preparándome siempre y a amar mi vocación.

A mi alma mater, la Universidad Nacional Autónoma de México, así como a la Facultad de Ingeniería, por permitirme crecer profesional al brindarme el conocimiento técnico y los valores humanísticos que la caracterizan.

Finalmente quiero extender un agradecimiento al Instituto de Ingeniería, por permitirme desarrollarme profesionalmente y como persona; por el apoyo para poder realizar este trabajo de tesina y por lo mucho que he aprendido en esta institución; asimismo, un agradecimiento especial a mi tutor de tesina, el Dr. Abel Jiménez Castañeda por la oportunidad de trabajar con él, por compartirme conmigo su conocimiento, pero sobre todo por su infinita paciencia y compromiso conmigo.

***Por mi raza hablará el espíritu***

Karina Millán Campuzano



### ***Agradecimiento Especial.***

Se agradece el apoyo brindado tanto por el M. en I. Alejandro Sánchez Huerta, quien tiene a su cargo la subdirección de hidráulica, como del Dr. Adrián Pedrozo Acuña, actual coordinador de hidráulica, ambos del Instituto de Ingeniería, UNAM, para que fuera posible emplear el modelo físico de la estructura de control El Macayo, ya que las mediciones hechas en laboratorio han permitido obtener los resultados que se incluyen en el presente trabajo.

Además, el apoyo de las Licenciadas Guillermina Sánchez y Elizabeth Plata, de la Unidad de servicios de Información, del Instituto de Ingeniería, UNAM, ha sido fundamental para conseguir una parte del material que se incluye en las referencias de esta tesina, cuya consulta ha permitido enriquecer este trabajo académico.





# ÍNDICE

<b>RESUMEN</b>	<b>1</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>3</b>
<b>2. MODELOS NUMÉRICOS EMPLEADOS</b>	<b>7</b>
2.1 Modelo numérico de Cozzo (1978)	9
2.2 Modelo de ley de potencia de Bijankhan <i>et al</i> (2013)	11
2.2.1 Experimentos realizados por Buyalski (1983)	11
2.2.2 Contribución de Ferro (2000)	12
2.2.3 Contribución de Shahroknia y Javan (2006)	12
2.2.4 Contribución de Bijankhan <i>et al</i> (2013)	13
2.3 Aplicación y comparación de los modelos numéricos	14
2.3.1 Aplicación del modelo de Bijankhan <i>et al</i> (2013)	15
2.3.2 Aplicación del modelo de Cozzo (1978)	16
<b>3. ESTUDIOS REALIZADOS EN LABORATORIO</b>	<b>19</b>
3.1 Aforo de caudales que ingresan al modelo	21
3.2 Sitio de medición de tirantes	23



<b>4. CALIBRACIÓN DE LOS MODELOS NUMÉRICOS</b>	<b>29</b>
4.1 Modelo numérico de Cozzo (1978)	31
4.2 Ley de potencia de Bijankhan et al (2013)	33
<b>5. LEYES DE DESCARGA DEL CANAL DE LA MARGEN DERECHA</b>	<b>37</b>
<b>6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>41</b>
<b>APÉNDICES</b>	<b>43</b>
Apéndice A	45
Apéndice B	47
<b>REFERENCIAS</b>	<b>57</b>







### RESUMEN

Se presenta la calibración de dos modelos matemáticos para aforar compuertas de tipo radial: Cozzo (1978) y Bijankhan *et al* (2013), obtenidas con base en mediciones experimentales realizadas con ayuda de un modelo físico de la estructura de control El Macayo; para ambas propuestas de calibración se obtienen resultados donde los mayores porcentajes de error presentados entre los modelos numéricos y los datos experimentales fueron de 4.23% en el caso del modelo de Cozzo (1978) y de 2.33% para la ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013).

En ambos modelos matemáticos calibrados los resultados obtenidos son aceptables; sin embargo, como se describe en el capítulo cinco, la ley de potencia propuesta por Bijankhan *et al* (2013) genera menor grado de incertidumbre que la de Cozzo (1978), al considerar los efectos generados por los sellos de compuerta, las dimensiones de las compuertas, tales como el radio y la altura de perno, así como la presencia de media pila, conjuntamente con la gran cantidad de datos experimentales obtenidos por Buyalski (1983), los cuales fueron empleados como base de dicho modelo.

En el mismo capítulo se describe la determinación en prototipo de la ley de descarga del canal de la margen derecha de la estructura en estudio empleando la calibración realizada a la ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013) con un coeficiente adimensional  $f = 0.43$ .

La ley de descarga propuesta es para los casos en el que la operación de las compuertas se presenta con una abertura,  $w$ , igual para el conjunto de cuatro compuertas del canal. Dicha ley de descarga se presenta en función de la variable  $H_1$ , elevación de la superficie libre del agua, con la finalidad de que el modelo numérico quede en función de un dato sencillo de obtener en campo, por medio de una escala ubicada en una sección del canal de la margen derecha, a unos 10 m aguas arriba de la nariz de las pilas.

La importancia de la obtención de la ley de descarga, por medio de la calibración de un modelo matemático, se sustenta en la reducción de incertidumbre de los resultados generados por efectos del flujo, tales como: las condiciones de entrada en los canales de llamada; la presencia de un conjunto de pilas; así como las condiciones de funcionamiento de las compuertas, los cuales no son considerados en la mayoría de los modelos numéricos propuestos en la literatura técnica.

Así mismo, la ley de descarga del canal de la margen derecha, para los casos en que se operan las compuertas, se complementan con las leyes de descarga del canal de la margen izquierda propuestos en Jiménez y Berezowsky (2009); así como los presentados para ambos canales con descarga libre en Millán (2014).





## 1. INTRODUCCIÓN



**Figura 1.1** Compuertas radiales de la estructura de control El Macayo

Es común el empleo de compuertas radiales en sistemas hidráulicos para abastecimiento de agua potable, riego, drenaje, estructuras hidráulicas para control de avenidas, etc. Debido a la importancia de administrar en forma adecuada el uso del agua, se ha visto la conveniencia de emplear este tipo de compuertas como estructuras de aforo; sin embargo, se sabe que existe incertidumbre en el uso de las fórmulas tradicionales para cuantificar el gasto que descarga una compuerta. Entre las fórmulas habituales destacan las presentadas en Henderson (1966) y Sotelo (1976); no obstante, Henderson (1966) recomienda emplear dichas expresiones en estudios preliminares, donde no se requiere gran aproximación. Por otro lado, en Sotelo (1976) se discute la incertidumbre que hay en el cálculo de los coeficientes de contracción y descarga que se emplean en las correspondientes fórmulas.

En particular, en Jiménez y Berezowsky (2009) se presentan y comentan las diferencias que se obtienen al emplear cinco modelos numéricos para calcular el caudal que descarga una compuerta radial, y también con respecto a mediciones hechas en modelos físicos a escala (laboratorio); esto se debe principalmente a que las fórmulas publicadas se obtuvieron con base en sendas mediciones de laboratorio para una sola compuerta, con un ancho, radio y altura de perno, en un canal rectangular, con la longitud necesaria para disminuir el efecto que produce la condición de frontera que se tiene en la entrada del canal; sin embargo, cuando se trata con compuertas instaladas en campo, es común la presencia de pilas entre compuertas, y que el funcionamiento hidráulico del canal que se tiene aguas arriba de las compuertas influya en la capacidad de descarga de éstas, además de la presencia del sello que se coloca en el labio inferior de las compuertas, para garantizar un cierre total al paso del flujo cuando se cierra totalmente la compuerta; todo esto, entre otros efectos, da lugar a que se tengan diferencias notables entre las leyes de descarga calculadas con modelos numéricos y también con las mediciones obtenidas en modelos físicos a escala. Desde luego, los resultados más representativos de la realidad son los que se obtienen de mediciones hechas en un modelo físico que represente de manera adecuada el funcionamiento hidráulico de la estructura en prototipo.

Afortunadamente, es común que se revise el funcionamiento hidráulico del diseño de una obra hidráulica, con base en un modelo físico construido a una escala adecuada de toda la estructura; esto permite tener la posibilidad de calibrar alguno de los modelos numéricos disponibles, como se hace en el estudio presentado en Jiménez y Berezowsky (2009), para que el modelo numérico calibrado sea empleado en el cálculo del caudal que descargan las compuertas del prototipo, y que éstas se utilicen como estructuras de aforo.

En este trabajo se describe con detalle el estudio realizado para obtener un modelo numérico, calibrado y verificado con mediciones hechas en un modelo físico, que permita calcular los caudales que descargan las compuertas instaladas en el canal de la margen derecha de la estructura de control El Macayo.

La estructura de control El Macayo se localiza sobre el río Carrizal, a 2.5 km hacia aguas abajo de la bifurcación del río Mezcalapa en los ríos Samaria y Carrizal, en el estado de Tabasco. En particular, esta estructura fue construida para controlar los caudales que transporta el río Carrizal, y así disminuir el riesgo de que este río se desborde e inunde una parte de la ciudad de Villahermosa, Tabasco.

En Jiménez *et al* (2014) se presenta la descripción de esta estructura, la cual está integrada fundamentalmente por una cortina permeable, un canal en la margen izquierda con tres compuertas radiales, y otro canal en la margen derecha con cuatro compuertas radiales.

En la Figura 1.2 se presenta una fotografía de dicha estructura, en esa misma publicación se incluyen las leyes de descarga de cada canal para la condición de que todas las compuertas radiales estén totalmente abiertas; además, en Jiménez y Berezowsky (2009) se presenta la calibración de un modelo numérico para el cálculo de la ley de descarga de las compuertas del canal de la margen izquierda.



**Figura 1.2** Estructura de control El Macayo

Así, en el capítulo dos de este trabajo se presentan las bases de dos modelos numéricos para calcular la ley de descarga de una compuerta radial: uno de ellos es el modelo numérico de Cozzo (1978), y el otro es una ley de potencia, del tipo paramétrica, obtenida por Bijankhan *et al* (2013); se emplean ambos modelos para calcular las leyes de descarga de las compuertas en estudio y se discuten los correspondientes resultados.

En el capítulo tres se describe el trabajo desarrollado en laboratorio, para obtener la información necesaria con la cual se calibran y verifican los dos modelos numéricos descritos en el capítulo inmediato anterior.

La calibración y verificación de cada uno de los dos modelos numéricos se presenta en el capítulo cuatro.

En el capítulo cinco se emplea el modelo numérico mejor calibrado para calcular las leyes de descarga de las compuertas radiales instaladas en el canal de la margen derecha de la estructura de control El Macayo (prototipo).

Finalmente, en el capítulo seis se incluyen las conclusiones y recomendaciones obtenidas al realizar el presente estudio.



## 2. MODELOS NUMÉRICOS EMPLEADOS

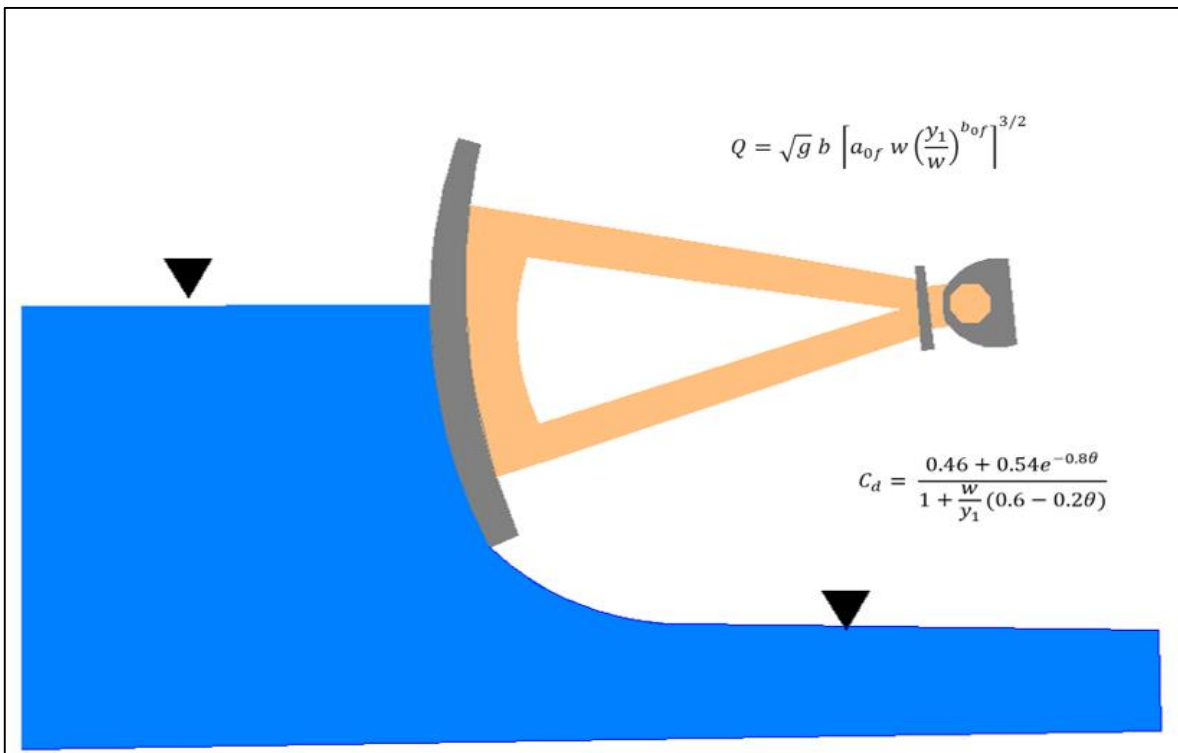


Figura 2.1 Modelos numéricos para aforo de compuertas radiales

Tradicionalmente, el modelo numérico que se emplea para hacer el cálculo del caudal que descarga una compuerta del tipo radial, como la mostrada en el esquema que se incluye en la Figura 2.2, es el siguiente:

$$Q = C_d b w \sqrt{2 g y_1} \quad (2.1)$$

Donde:

- $b$  Ancho de compuerta, en m.
- $w$  Abertura de la compuerta, en m.
- $y_1$  Tirante aguas arriba de la compuerta, en m.
- $g$  Aceleración de la gravedad, 9.81 m/s<sup>2</sup>.
- $Q$  Gasto descargado por la compuerta, en m<sup>3</sup>/s.
- $C_d$  Coeficiente de descarga, adimensional.

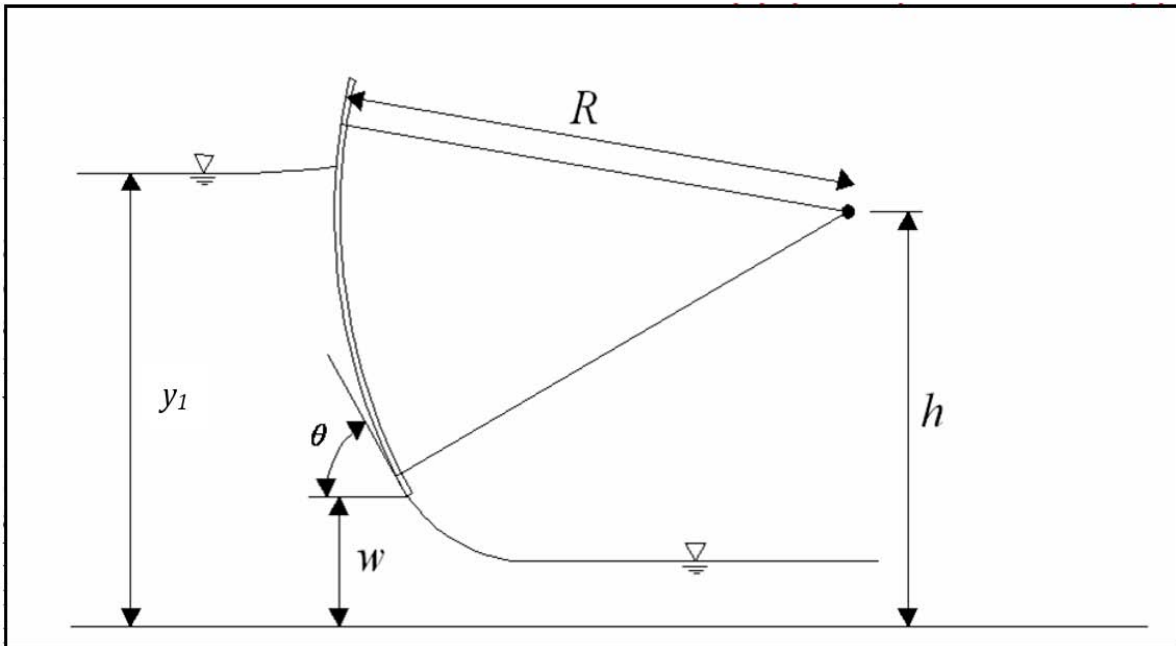


Figura 2.2 Esquema de la descarga de una compuerta radial

Este modelo, ec 2.1, se deduce con base en la ecuación de la energía para un flujo a superficie libre, con la hipótesis de flujo unidimensional (ver por ejemplo, Sotelo, 1976), lo que lleva a incluir el coeficiente de descarga.

Se han hecho muchos estudios, cuyo objetivo es obtener un modelo numérico general y confiable, para determinar el coeficiente de descarga; sin embargo, en la práctica profesional, al aplicar las metodologías recomendadas para el cálculo de este coeficiente, surge cierta incertidumbre al realizar la comparación entre los resultados obtenidos, pues es notable la variación entre ellos, como se demuestra en Jiménez y Berezowsky (2009).

Por otro lado, en Bijankhan *et al* (2013) se incluye el estado del arte, casi completo, con respecto a los estudios publicados, donde se presentan modelos numéricos para hacer el cálculo de las leyes de descarga de compuertas tanto del tipo deslizante, también llamadas planas, como

radial; en esa misma publicación se presenta la deducción de un sencillo e interesante modelo numérico, útil para calcular la ley de descarga de compuertas del tipo radial; este modelo se distingue porque emplea la teoría de la similitud en su deducción. Sin embargo, en dicha publicación no se comenta nada con respecto a la existencia del modelo numérico deducido por Cozzo (1978) para calcular el coeficiente de descarga.

En Jiménez y Berezowsky (2009) se emplean cinco modelos numéricos para calcular la ley de descarga de compuertas radiales, y es precisamente el modelo de Cozzo (1978) el que resulta ser más fácil de calibrar; por ello, a continuación se describe de manera breve, primero el modelo numérico de Cozzo (1978), y después el modelo de la ley de potencia que se deduce en Bijankhan *et al* (2013).

### 2.1 Modelo numérico de Cozzo (1978)

Es importante aclarar que uno de los primeros trabajos experimentales más completos que se hicieron con respecto al estudio de la capacidad de descarga de compuertas planas y radiales, es el que realizó Gentilini (1941), quien reportó los resultados experimentales medidos en un canal de laboratorio, de sección rectangular y plantilla horizontal, de 0.161 m de ancho, paredes de cristal y plantilla de madera acabada con laca; se utilizó una compuerta radial de 0.50 m de radio, con el labio inferior de la compuerta del tipo agudo.

Una manera de presentar sus resultados, consiste en presentar el coeficiente de descarga,  $C_d$ , con la relación que hay entre el tirante  $y_1$ , y la abertura de la compuerta,  $w$ . En particular, para la compuerta del tipo radial, los correspondientes resultados experimentales se incluyen en la gráfica de la Figura 2.3.

En la Figura 2.3, se observa que el coeficiente de descarga,  $C_d$ , no solamente está en función de la relación adimensional del tirante aguas arriba de la estructura, con la abertura de la compuerta, sino también se muestra claramente la influencia de  $\theta$ , que es el ángulo que forma la tangente del labio inferior de la compuerta con la horizontal, cuyo valor se obtiene con la expresión siguiente

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{h - w}{R} \right) \quad (2.2)$$

Donde:

- $h$       Altura del perno con respecto a la plantilla del canal, en m.
- $R$       Radio de la compuerta, en m.
- $\theta$       Ángulo entre la tangente al labio inferior de la compuerta con la horizontal, en rad.



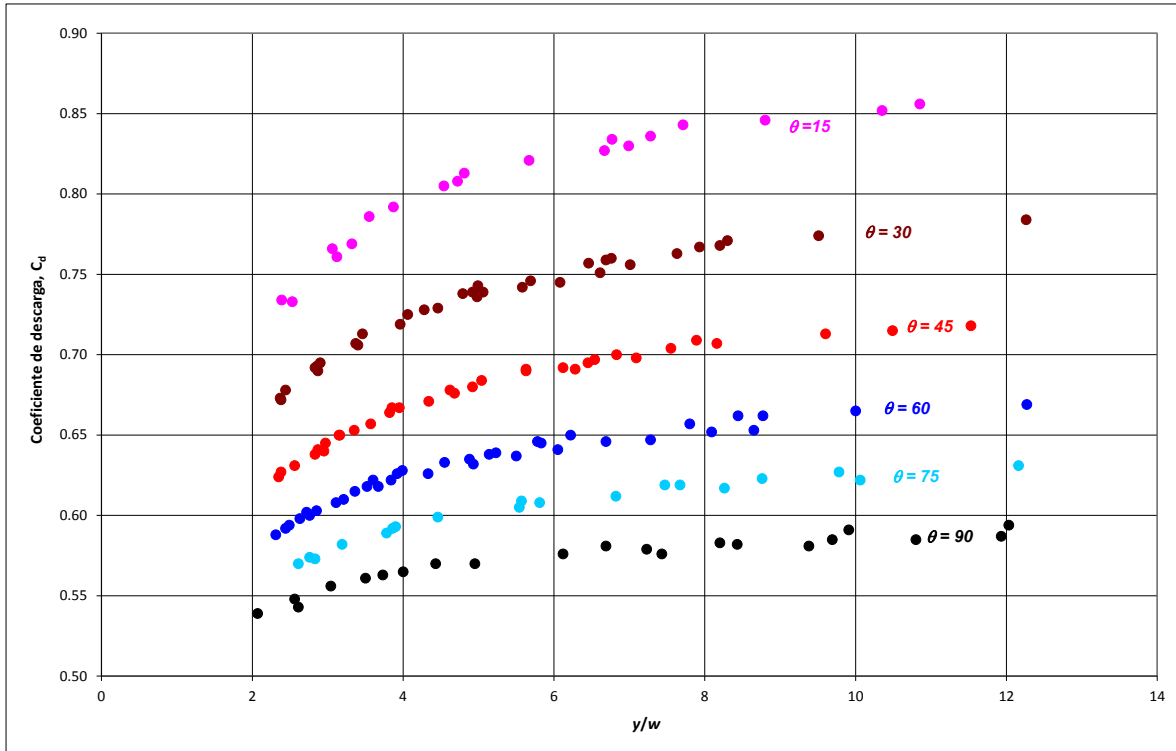


Figura 2.3 Coeficientes de descarga obtenidos en los experimentos de Gentilini (1941)

Con base en los resultados reportados por Gentilini (1941), Cozzo (1978) desarrolló un modelo numérico, que sirve para calcular el coeficiente de descarga,  $C_d$ , cuya expresión es la siguiente:

$$C_d = \frac{0.46 + 0.54e^{-0.8\theta}}{1 + \frac{w}{y_1}(0.6 - 0.2\theta)} \quad (2.3)$$

En la Figura 2.4 se presenta la comparación entre los valores obtenidos experimentalmente por Gentilini (1941), y el modelo numérico deducido por Cozzo (1978); esto permite notar la excelente concordancia que hay entre los resultados experimentales y el modelo numérico de la ecuación 2.3.

Desafortunadamente, la expresión de Cozzo (1978) es raramente citada en la literatura técnica correspondiente; por ejemplo, el libro de Montes (1998) es el único de entre más de diez textos clásicos de hidráulica de canales consultados, donde se incluye el modelo numérico de Cozzo (1978). No obstante, debido a la sencillez y excelente aproximación con la que el modelo numérico de Cozzo (1978) permite calcular el coeficiente de descarga, da confianza para que dicha expresión sea utilizada.

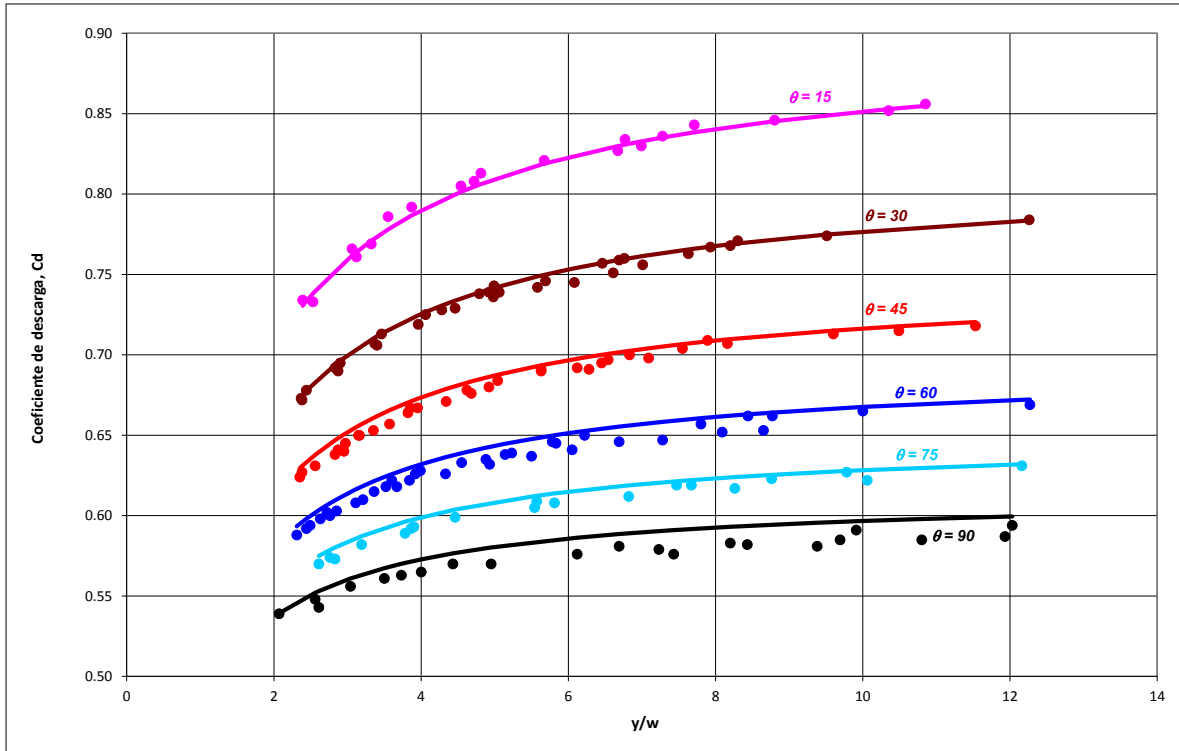


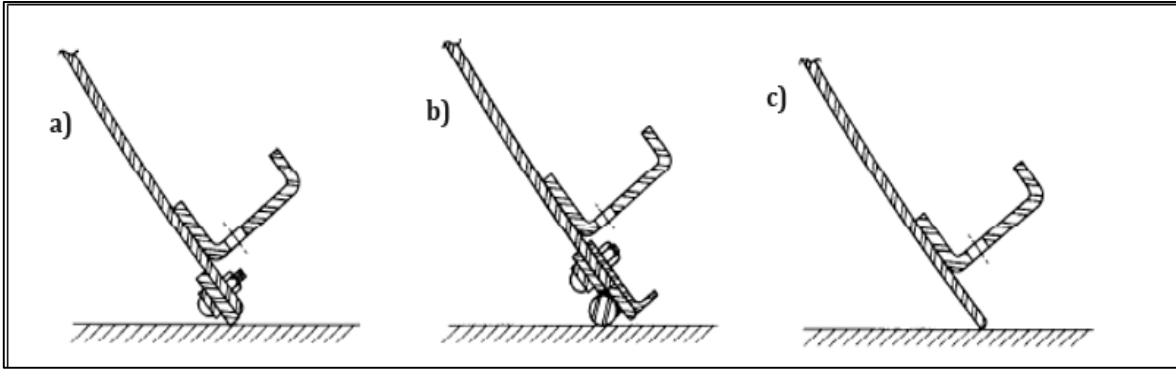
Figura 2.4 Modelo numérico de Cozzo (1978) y valores reportados por Gentilini (1941)

## 2.2 Modelo de ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013)

En Bijankhan *et al* (2013) se presenta el estudio realizado para obtener una ecuación paramétrica, del tipo ley de potencia, útil para calcular el caudal que descarga una compuerta radial. En el estudio se emplean los conjuntos de mediciones que reporta Buyalski (1983), las bases de un estudio teórico presentado en Ferro (2000), y las adecuaciones hechas por Shahrokhnia y Javan (2006) para compuertas radiales.

### 2.2.1 Experimentos realizados por Buyalski (1983)

Al revisar las escasas publicaciones donde se reportan mediciones hechas en laboratorio de estudios de descarga en compuertas radiales, destacan las publicadas por Buyalski (1983), quien realizó mediciones tanto para compuertas con descarga libre como sumergida. Los experimentos fueron realizados en un canal de sección rectangular, con ancho de plantilla de 0.762 m, con una compuerta radial de 0.711 m de ancho y radio de 0.702 m; la diferencia del ancho del canal con respecto al ancho de la compuerta, se debe a que en el lado izquierdo del canal se colocó la mitad de una pila. Se utilizaron tres alturas del perno de la compuerta, con valores de 0.409, 0.461 y 0.511 m; también se emplearon tres diferentes tipos de sellos que se colocan en el labio inferior de la compuerta: goma dura, forma de nota musical y borde agudo; en la Figura 2.5 se presentan los esquemas de los sellos que utilizó Buyalski (1983) para sus estudios, los cuales se construyeron con escala 1:6, obteniendo así un total de nueve combinaciones de montaje, pues para cada tipo de sello se utilizaron las tres alturas de perno ya citadas.



**Figura 2.5** Sellos utilizados en los experimentos de Buyalski (1983)  
a) Goma dura, b) nota musical y c) borde agudo

### 2.2.2 Contribución de Ferro (2000)

En Ferro (2000) se presenta el desarrollo de un estudio teórico - experimental para obtener un modelo numérico adimensional, que es útil para calcular la ley de descarga de una compuerta vertical plana; en particular, el modelo numérico se distingue porque con él se calcula el tirante crítico de una sección rectangular, en función de la abertura de la compuerta y del tirante aguas arriba de la misma; el modelo numérico corresponde a la expresión siguiente

$$\frac{K}{w} = \alpha_{0f} \left( \frac{y_1}{w} \right)^{\beta_{0f}} \quad (2.4)$$

Donde:

$y_1$	Tirante aguas arriba de la compuerta, en m.
$w$	Abertura de compuerta, en m.
$K$	Tirante crítico, en m.
$\alpha_{0f}$ y $\beta_{0f}$	Parámetros cuyos valores se obtienen por medio de experimentos en laboratorio.

### 2.2.3 Contribución de Shahrokhnia y Javan (2006)

Estos investigadores emplean un procedimiento similar al presentado en Ferro (2000), para obtener con base en el análisis dimensional, un modelo numérico válido para calcular el gasto que descarga una compuerta del tipo radial. El modelo numérico propuesto es del mismo que presenta Ferro (2000) y que corresponde a la ec. 2.4.

La determinación de los parámetros  $\alpha_{0f}$  y  $\beta_{0f}$  de la ec 2.4, se obtienen con base en experimentos hechos en laboratorio; para ello, Shahrokhnia y Javan (2006) emplearon los resultados experimentales reportados en Buyalski (1983), para el conjunto de pruebas denominado por Buyalski (1983) como No. 7; este conjunto de pruebas corresponde al caso de la compuerta con el labio inferior en forma aguda, sin sello, y con la altura de perno de 0.409 m.

### 2.2.4 Contribución de Bijankhan *et al* (2013)

Bijankhan *et al* (2013) emplearon el mismo enfoque teórico utilizado por Shahrokhnia y Javan (2006), y por tanto, también por Ferro (2000). Su trabajo se distingue porque obtienen una ecuación paramétrica, del mismo tipo que las obtenidas por Ferro (2000) y Shahrokhnia y Javan (2006), ec. 2.4, donde los parámetros de la ley de potencia corresponden a cada uno de las nueve conjuntos de mediciones que realizó Buyalski (1983).

En el apéndice A del presente trabajo, se presenta un análisis dimensional detallado sobre compuertas radiales con descarga libre, en el cual se obtiene la ec. 2.4, propuestas por Ferro (2000); Shahrokhnia y Javan (2006) y Bijanhkhan *et al* (2013).

Así, al sustituir la ecuación paramétrica en la expresión para calcular el tirante crítico, y despejar el caudal, se obtiene el modelo numérico siguiente

$$Q_c = \sqrt{g} b \left[ \alpha_{of} w \left( \frac{y_1}{w} \right)^{\beta_{of}} \right]^{3/2} \quad (2.5)$$

Donde:

- $b$  Ancho de compuerta, en m.
- $w$  Abertura de la compuerta, en m.
- $y_1$  Tirante aguas arriba de la compuerta, en m.
- $g$  Aceleración de la gravedad, 9.81 m/s<sup>2</sup>.
- $Q_c$  Gasto descargado por la compuerta, en m<sup>3</sup>/s.
- $\alpha_{of}, \beta_{of}$  Parámetros obtenidos con experimentos en laboratorio.

Los parámetros de la ecuación 2.5 están reportados en la tabla 2.1.

**Tabla 2.1** Parámetros de la ec. 2.6

<i>Prueba</i>	<i>Tipo de sello</i>	<i>h (perno) m</i>	$\alpha_{of}$	$\beta_{of}$
G - 1	Goma dura	0.409	0.8076	0.4341
G - 2	Goma dura	0.461	0.8006	0.4424
G - 3	Goma dura	0.511	0.7970	0.4302
G - 4	Nota musical	0.409	0.7858	0.4169
G - 5	Nota musical	0.461	0.7925	0.4158
G - 6	Nota musical	0.511	0.7902	0.4252
G - 7	Borde agudo	0.409	0.7908	0.4182
G - 8	Borde agudo	0.461	0.7954	0.4231
G - 9	Borde agudo	0.511	0.8004	0.4299

Como ejemplo, para mostrar la forma como el modelo de la ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013), representa los resultados experimentales reportados por Buyalski (1983), en la gráfica de la Figura 2.6, se incluyen los valores medidos correspondientes a la prueba G - 7, y las leyes de descarga calculadas con la correspondiente ley de potencia, cuyos parámetros son  $\alpha_{0f} = 0.7908$  y  $\beta_{0f} = 0.4182$ .

En la Figura 2.6 se nota la excelente concordancia que hay entre los resultados obtenidos con la ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013) y los resultados experimentales reportados por Buyalski (1983), para el conjunto de valores G - 7.

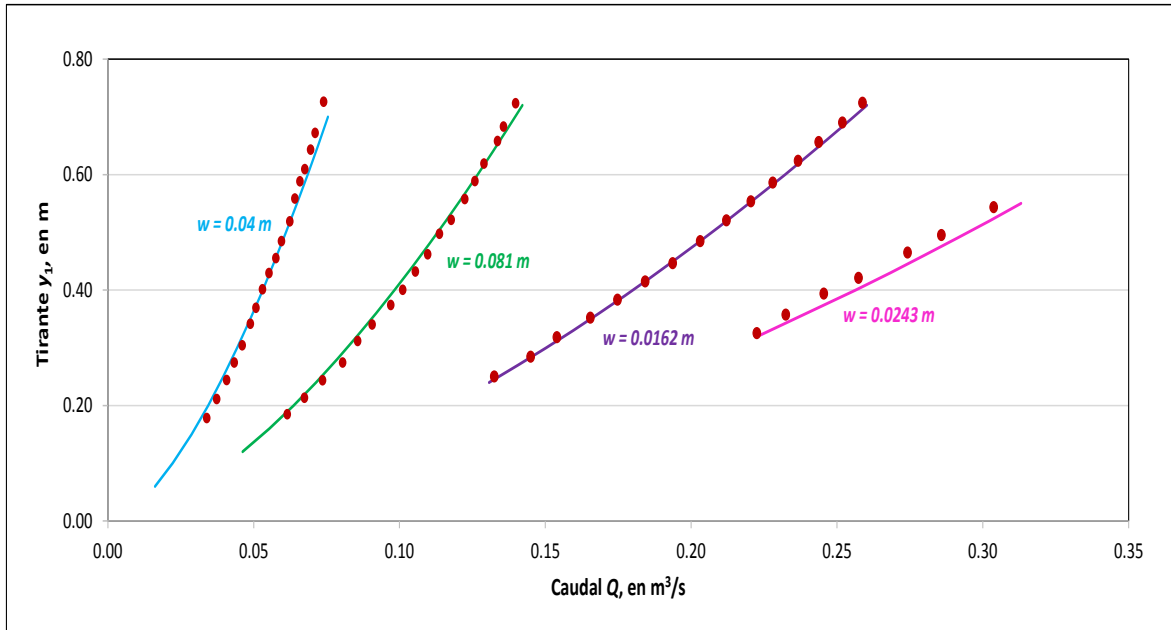


Figura 2.6 Comparación de la ec. 2.5 con las mediciones de Buyalski (1983)

### 2.3 Aplicación y comparación de los modelos numéricos

Como ya se ha planteado, en el presente trabajo se busca obtener las leyes de descarga del canal de la margen derecha de la estructura de control El Macayo, en función de la abertura de las compuertas.

Conviene aclarar que en la entrada de dicho canal se presenta una transición gradual convergente, cuya longitud es de 50.88 m; a lo largo de la misma el talud del muro lateral en la margen derecha permanece perpendicular a la plantilla, y es el talud de la margen izquierda el que varía a lo largo de la transición; posteriormente a la transición del canal de llamada, se tiene un canal prismático, con sección rectangular a lo largo de 34.12 m; después se tiene el conjunto de pilas que sostienen a las compuertas.

En este canal se tienen instaladas cuatro compuertas radiales de 5 m de ancho, apoyadas sobre tres pilas de 1.5 m de ancho, el radio de estas compuertas es de 10.80 m, con sello del tipo de borde agudo y la altura del perno con respecto a la plantilla del canal es de 6.5 m; la plantilla es horizontal, con una elevación de 12 msnm, cuenta con un punto de tangencia que se ubica dentro de los vanos de las pilas, a 32.3 m desde la nariz de las mismas; la longitud de las pilas consta de 36.7 m.

A partir de del punto de tangencia, *PT*, se tiene una curva vertical en la plantilla del canal, para conectar al tanque de amortiguamiento ubicado a la elevación de 8 msnm, y entrega el agua al río Carrizal por medio de un canal de salida con elevación de plantilla a 10.5 msnm cuya sección es rectangular a lo largo de 14 m; posteriormente presenta una ampliación gradual antes de entregar el agua al cauce del río Carrizal, variando solamente el talud de la margen izquierda, en la Figura 2.7 se presenta la vista en planta de una simplificación del plano de este canal, el cual fue elaborado por una empresa privada.

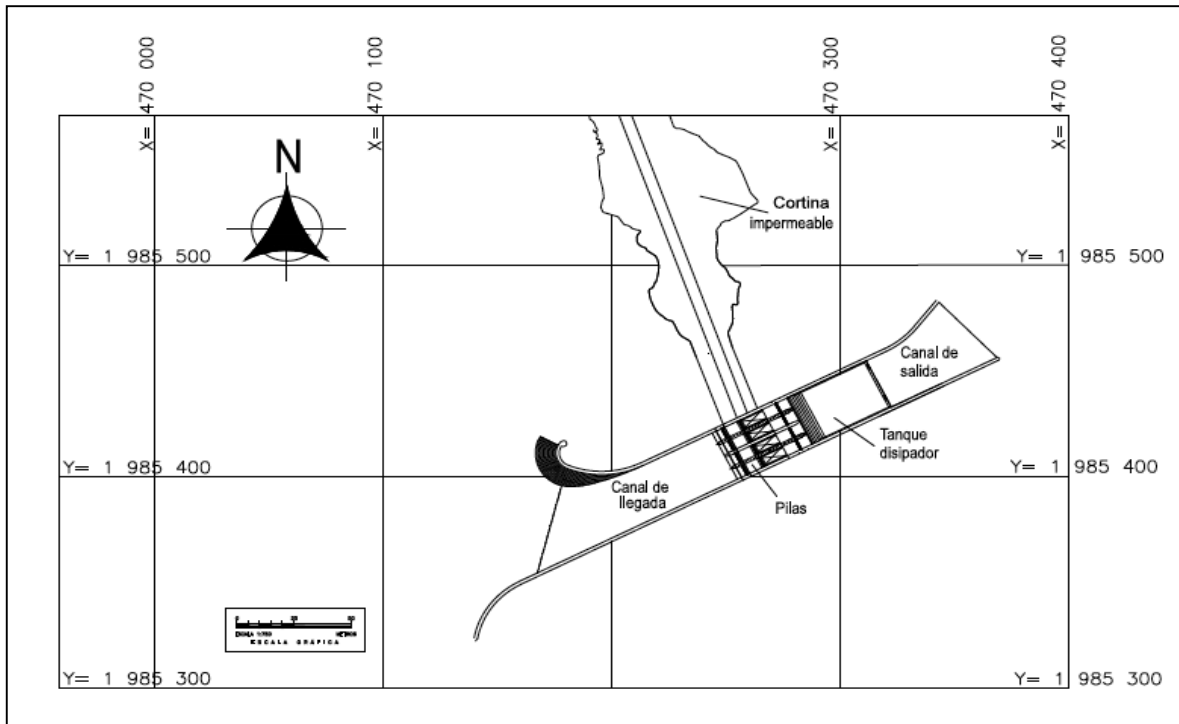


Figura 2.7 Versión simplificada del plano del canal de la margen derecha, El Macayo

Al inicio de la curva vertical de la plantilla del canal, agua abajo de las compuertas, se presenta un cambio de régimen de subcrítico a supercrítico, la longitud entre la sección donde inician las pilas y el punto de tangencia es relativamente corta, por lo que son estas características las que ocasionan que la descarga de las compuertas en el canal sólo sea del tipo libre.

### 2.3.1 Aplicación del modelo de Bijankhan *et al* (2013)

El modelo numérico de Bijankhan *et al* (2013), ec. 2.5, tiene los parámetros  $\alpha_{0f}$  y  $\beta_{0f}$ , que dependen de la relación  $R/h$ , y del tipo del sello de la compuerta; esto permite que, con base en las características de las compuertas del canal de la margen derecha, se obtengan los valores de los parámetros más adecuados, en función de los valores reportados en la tabla 2.1.

Así, puesto que el labio inferior de la compuertas es del tipo agudo, se tiene que los parámetros están en función de los correspondientes a las pruebas G - 7, G - 8 y G - 9, que están anotados en la tabla 2.1. Además, con base en la relación

$$\frac{R}{h} = \frac{10.8 \text{ m}}{6.5 \text{ m}} = 1.6615$$

Se deduce que los parámetros a determinar deben estar entre los asociados a los de las pruebas G - 7 y G - 8 (ver tabla 2.2); al hacer la interpolación correspondiente se obtiene que

$$\alpha_{of} = 0.7921 \quad y \quad \beta_{of} = 0.4196$$

**Tabla 2.2** Coeficientes para el modelo numérico de Bijankhan *et al* (2013) con borde agudo

Prueba	$h$ $m$	$R$ $m$	$R/h$	$\alpha_{of}$	$\beta_{of}$
G - 7	0.409	0.72	1.7164	0.7908	0.4182
<b>G - MD</b>	<b>6.500</b>	<b>10.80</b>	<b>1.6615</b>	<b>0.7921</b>	<b>0.4196</b>
G - 8	0.461	0.72	1.5228	0.7954	0.4231
G - 9	0.511	0.72	1.3738	0.8004	0.4299

Al sustituir los valores de los parámetros obtenidos por interpolación, anotados con color rojo en la tabla 2.2, el modelo numérico queda expresado como

$$Q = \sqrt{g} b \left[ w 0.7921 \left( \frac{y_1}{w} \right)^{0.4196} \right]^{3/2} \quad (2.6)$$

A partir de la ecuación 2.6 se calculan las curvas de descarga del canal de la margen derecha de la estructura El Macayo, para diferentes aberturas,  $w$ , de compuertas. El cálculo se hizo proponiendo tirantes aguas arriba de la compuerta para tres diferentes aberturas, de: 1, 2 y 3 m. En la Figura 2.8 se presentan las tres leyes de descarga para las aberturas citadas.

### 2.3.2 Aplicación del modelo de Cozzo (1978)

El modelo numérico de Cozzo (1978) se distingue porque permite calcular de manera explícita el coeficiente de descarga,  $c_d$ , en función de  $R$ ,  $h$ ,  $w$  y  $\theta$ , donde esta última variable se calcula como

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{6.5-w}{10.80} \right) \quad (2.7)$$

Para las tres aberturas de compuerta propuestas: 1, 2 y 3 m, se determina el ángulo entre la tangente del labio inferior de la compuerta y la horizontal,  $\theta$ ; este valor se sustituye en el modelo numérico de Cozzo (1978), es decir

$$c_d = \frac{0.46 + 0.54e^{-0.8\theta}}{1 + \frac{w}{y_1}(0.6 - 0.2\theta)} \quad (2.8)$$

Después, para diferentes tirantes denotados como  $y_1$ , y la ec 2.1 se calcula el caudal descargado por cada compuerta; el gasto total que deja fluir el canal cuando todas sus compuertas se encuentran trabajando con la misma abertura se obtiene de la suma de los gastos de las 4 compuertas disponibles.

A continuación en la Figura 2.8 se presentan las curvas de descarga del canal de la margen derecha con sus compuertas trabajando a la misma abertura, determinadas con los dos modelos numéricos descritos anteriormente, asimismo se presenta la ley de descarga del canal con las compuertas totalmente abiertas, en color azul, cuya determinación se describe en Millán (2014); los cálculos de las leyes se pueden consultar en los apéndices B del presente trabajo.

Es importante mencionar que los valores de los tirantes propuestos en ambos modelos, cumplen con la recomendación del valor mínimo para que la compuerta trabaje adecuadamente; en la literatura técnica se propone que este tirante sea mayor que el 150% la abertura de la compuerta; cuando el tirante aguas arriba es menor, el nivel del agua puede llegar a presentar fluctuaciones, incorporando aire dentro de la vena líquida y disminuyendo la capacidad de descarga, en cuyo caso las ecuaciones propuestas no proporcionarían resultados cercanos a la realidad.

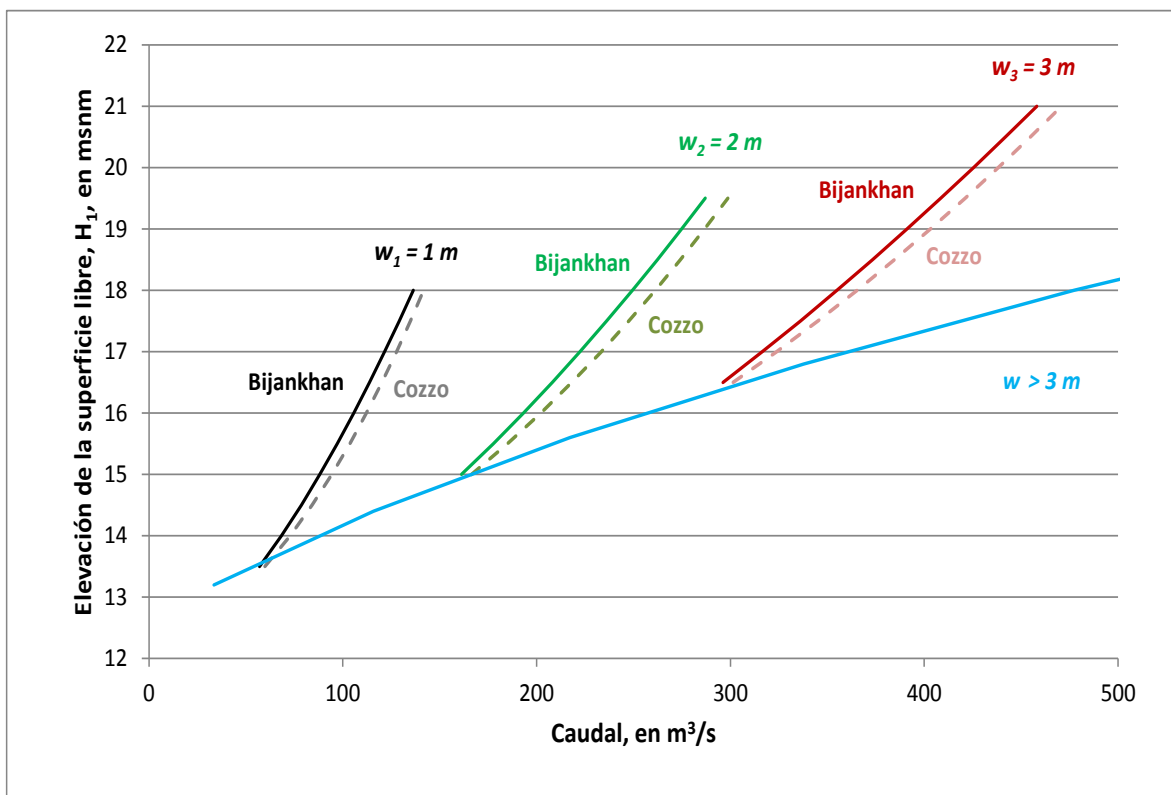


Figura 2.8 Comparación de las leyes de descarga calculadas con los modelos de Bijankhan *et al* (2013) y Cozzo (1978)



En la figura anterior se observa claramente que las dos curvas de descarga obtenidas con cada uno de los modelos numéricos presentan tendencias muy similares; sin embargo, conforme la abertura se vuelve mayor y los gastos descargados incrementan, las curvas tienden a separarse, aumentando así la diferencia entre los resultados obtenidos con ambos modelos.

Aunado a lo anterior, es importante mencionar que la obtención de las curvas de descarga con los modelos propuestos, tanto por Bijankhan *et al* (2013) como por Cozzo (1978), han basado sus estudios en datos experimentales obtenidos por Buyalski (1983) y Gentilini (1941), respectivamente, los cuales se han conseguido bajo condiciones del comportamiento de flujo diferente al que se observa en el canal de la margen derecha.

Por ejemplo: el efecto de las pilas sobre las que se apoyan las compuertas; en el caso de los experimentos de Buyalski (1983) se ha mencionado que empleó una pila ubicada en el muro lateral de la izquierda para sus estudios; sin embargo, el comportamiento que debió observar es cercano al de las pilas de los extremos del canal en estudio; las dos compuertas del centro del canal en estudio se ven afectadas por la presencia de dos pilas sobre las cuales se apoyan, en estas zonas el comportamiento de la vena líquida se vuelve complicado, notablemente tridimensional, en la entrada a las pilas.

Otro punto que influye en el comportamiento del flujo son las condiciones en la entrada de los canales; en las pruebas experimentales usualmente se utilizan canales prismáticos con sección rectangular; en cambio, el canal en estudio presenta transiciones de tipo gradual convergente a la entrada, por lo cual el flujo se aleja del considerado como unidimensional; por ello, las curvas calculadas con los modelos numéricos son diferentes a las obtenidas en un modelo físico a escala, como se demuestra en Jiménez y Berezowsky (2009).

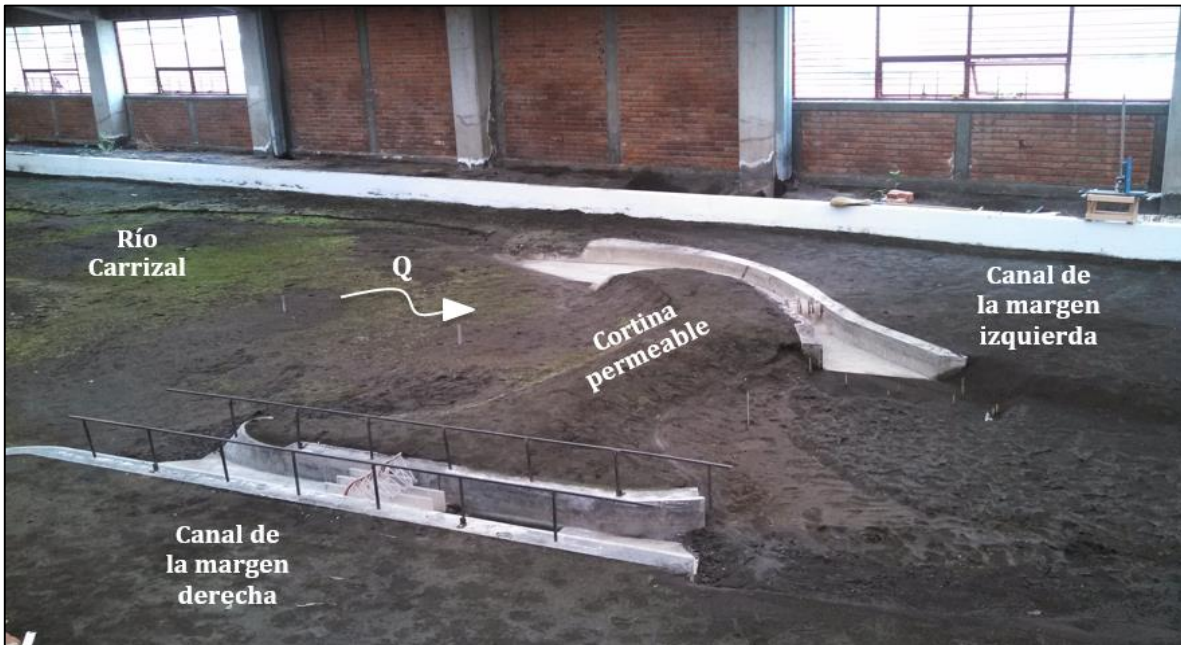
Por tanto, lo recomendable es calibrar las curvas de descarga calculadas, con base en mediciones obtenidas en un modelo físico de la estructura de control. En el siguiente capítulo se describe con detalle el estudio realizado en laboratorio para obtener las mediciones requeridas que permitan calibrar y verificar los modelos numéricos presentados en este capítulo.

### 3. ESTUDIOS REALIZADOS EN LABORATORIO



**Figura 3.1** Canal de la margen derecha correspondiente al modelo físico de la estructura El Macayo

En una de las naves de la Coordinación de Hidráulica del Instituto de Ingeniería de la UNAM, se tiene el modelo físico, a escala 1:60, de la estructura de control El Macayo, cuya foto se incluye en la Figura 3.2.



**Figura 3.2** Modelo físico de la estructura de control El Macayo

Es importante mencionar que en las pruebas experimentales fue necesario clausurar el canal de la margen izquierda, con la finalidad de garantizar que los gastos aforados a la entrada del modelo fueran los mismos que pasaran por el canal de la margen derecha; para ello se colocó un dique de arena a la entrada del canal de la margen izquierda, y durante cada prueba se verificó que por ese canal no se tuvieran fugas, dicho dique puede observarse en la Figura 3.3

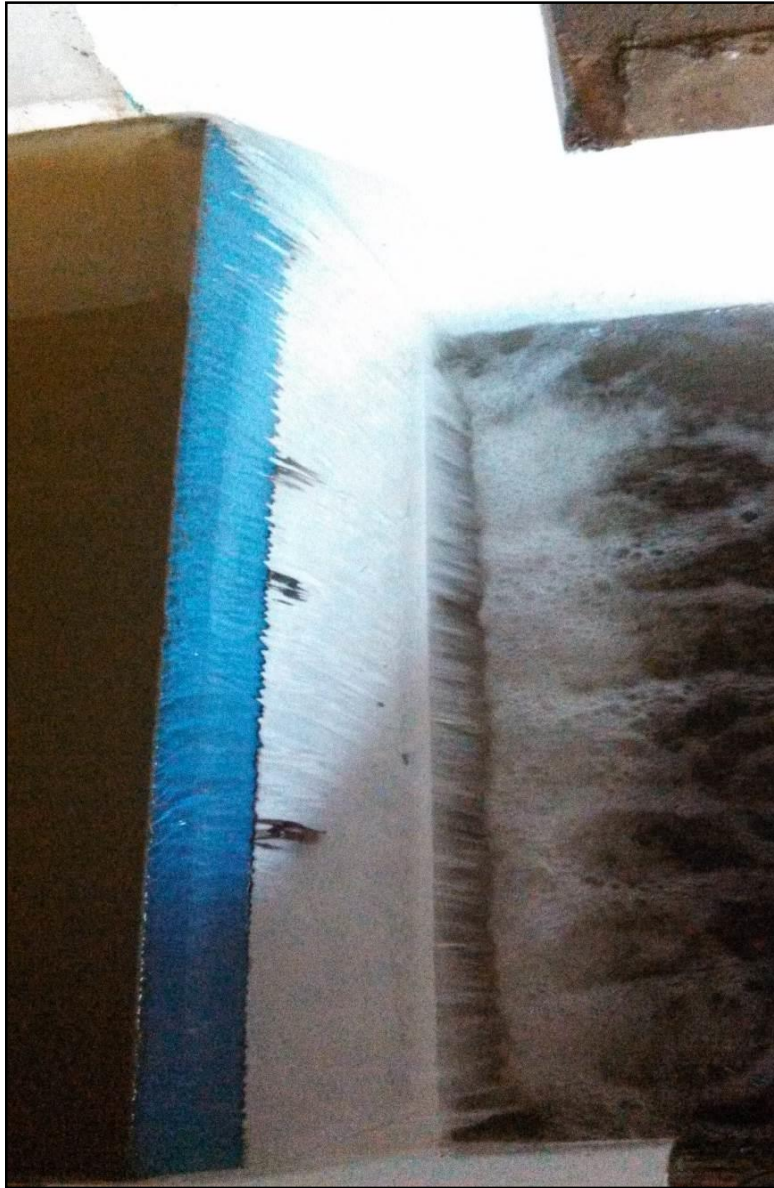


**Figura 3.3** Dique de arena empleado para clausurar el canal de la margen izquierda



### 3.1 Aforo de caudales que ingresan al modelo

A la entrada del modelo físico se tiene un vertedor de pared delgada con sección rectangular, sin contracciones laterales, con el cual se aforan los caudales que ingresan al modelo físico durante las pruebas realizadas; en la Figura 3.4 se muestra la fotografía del funcionamiento hidráulico de la cresta de este vertedor.



**Figura 3.4** Cresta del vertedor empleado para el aforo de caudales

El canal de acceso al vertedor está conectado en el costado del lado derecho con un recipiente cilíndrico de lusita, dentro del cual se tiene un limnómetro de gancho para medir la carga sobre la cresta del vertedor. En la Figura 3.5 se muestra la ubicación de dicho limnómetro.



**Figura 3.5** Canal de acceso al vertedor y ubicación de limnómetro utilizado para aforos

Los gastos fueron determinados con la expresión propuesta por Rehbock (1929):

$$Q_m = \frac{2}{3} \sqrt{2g} LH^{3/2} \left( 0.605 + \frac{1}{1049H - 3} + \frac{0.08H}{P} \right) \quad (3.1)$$

Donde:

- $L$  Longitud libre de la cresta, en m.
- $P$  Paramento de la cresta, en m.
- $H$  Carga sobre la cresta, en m.
- $Q_m$  Gastos que ingresan al modelo, en m<sup>3</sup>/s.

Para el vertedor del modelo la longitud de cresta corresponde a  $L = 1.2 \text{ m}$ ; la altura del paramento de la cresta es  $P = 1.685 \text{ m}$ ; para la obtención de la carga sobre la cresta es necesario determinar la tara de la misma, cuyo valor medido fue de  $0.224 \text{ m}$ .

Para que los gastos obtenidos con la ecuación 3.1 fueran correctos se verificó constantemente que la vena líquida se mantuviera despegada de la cresta, especialmente para gastos pequeños, así también se comprobó el buen funcionamiento de los aireadores del vertedor.

Para determinar los gastos que circulan por el modelo, que representan a los del prototipo, se utilizó la expresión siguiente

$$Q_m = \frac{Q_p}{E_L^{2.5}} \quad (3.2)$$

Donde:

- $E_L$  Escala de longitudes del modelo,  $E_L = 60$ .  
 $Q_m$  Gasto en el modelo físico, en  $m^3/s$ .  
 $Q_p$  Gasto en el prototipo, en  $m^3/s$ .

### 3.2 Sitio de medición de tirantes

Durante las pruebas se hicieron mediciones de la superficie libre del agua en un solo sitio, al cual se le ha denominado como punto "1", dicho punto se localizó sobre una sección transversal dentro del canal ubicada a 0.10 m aguas arriba de la nariz de la pila central. Las lecturas fueron realizadas con ayuda de un limnómetro de punta colocado al centro de la sección trasversal (ver Figura 3.6).

La localización del punto de medición fue determinada teniendo en cuenta que la superficie libre del agua no se viera afectada por la onda estacionaria que se forma, por efecto de la abertura parcial de las compuertas y de la presencia de las pilas, ver Figuras 3.6 y 3.7. En el primer caso se observó que la ubicación de la onda estacionaria dependía tanto del gasto como de la abertura de las compuertas; en el caso de las originadas por presencia de las pilas se presentaban pequeñas ondas estacionarias en la zona cercana a la nariz de las mismas.



Figura 3.6 Sitio de medición del tirante





**Figura 3.7** Ondas estacionarias generadas por la operación de compuertas y la presencia de pilas

Es conveniente aclarar que en el prototipo se tienen escalas dibujadas en la pared de los canales de acceso a las compuertas, aproximadamente a 6 m de la nariz de las pilas, como se observa en la fotografía que se incluye en la Figura 3.8. Esto permite reforzar la alternativa de obtener la ley de descarga de las compuertas asociada a las elevaciones de la superficie libre del agua medidas en el sitio seleccionado.



**Figura 3.8** Sitio donde se localiza la escala del canal de la margen derecha (prototipo)

Se realizaron tres pruebas para cada una de las aberturas correspondientes a 2 y 3 m en prototipo. La abertura en las compuertas se estableció por medio de prismas cuadrados de madera cuya magnitud de sus lados,  $l$ , corresponde a la abertura indicada:

$$l = \frac{w}{E_L} \quad (3.3)$$

Donde:

$w$  Abertura de compuertas en prototipo, en m.  
 $E_L$  Escala de longitudes del modelo,  $E_L = 60$ .

Así, para las pruebas con una abertura en prototipo de  $w = 2$  m, el lado del cuadrado de la base del prisma mide  $l = 0.0333$  m y  $l = 0.0492$  m para la prueba de abertura en prototipo correspondiente a  $w = 2.952$  m.

El prisma fue colocado sobre la plantilla del canal, dentro del vano de cada compuerta, a continuación la compuerta era cerrada hasta hacer contacto con la madera, después, el prisma se retira cuidadosamente, deslizándolo sobre la plantilla para evitar mover la compuerta; lo anterior se realizó para las cuatro compuertas; en la Figura 3.9 se muestra la forma de obtener la abertura en una de las compuertas.



**Figura 3.9** Determinación de la abertura de compuertas en el modelo físico



Para asegurar que las mediciones correspondían a un flujo permanente en el modelo, el procedimiento adoptado fue el siguiente: una vez establecida la abertura de las compuertas se procedía a fijar y mantener constante un gasto de ingreso al mismo, y se realizaban lecturas de la superficie libre del agua en el punto de medición, hasta que el nivel del agua se mantuviera constante, por lo cual se requería para cada prueba en promedio de una hora.

A continuación en las tablas 3.1 y 3.2 se reportan los gastos empleados para las pruebas realizadas con una abertura equivalente en prototipo a  $w = 2\text{ m}$  y  $w = 2.952\text{ m}$ , respectivamente.

**Tabla 3.1** Mediciones para una abertura equivalente en prototipo a  $w = 2\text{ m}$

<i>Limnómetro</i> <i>m</i>	<i>H</i> <i>m</i>	<i>Q<sub>m</sub></i> <i>m<sup>3</sup>/s</i>	<i>Q<sub>p</sub></i> <i>m<sup>3</sup>/s</i>
0.2038	0.0202	0.00670	186.830
0.2001	0.0239	0.00852	237.580
0.1987	0.0253	0.00924	257.6618

**Tabla 3.2** Mediciones para una abertura equivalente en prototipo a  $w = 2.952\text{ m}$

<i>Limnómetro</i> <i>m</i>	<i>H</i> <i>m</i>	<i>Q<sub>m</sub></i> <i>m<sup>3</sup>/s</i>	<i>Q<sub>p</sub></i> <i>m<sup>3</sup>/s</i>
0.1954	0.0286	0.01103	307.58
0.1938	0.0302	0.01193	332.67
0.1926	0.0314	0.01262	351.92

En el sitio de medición, para cada prueba, se midió con ayuda del limnómetro de punta, tanto la elevación de la superficie libre del agua como la del nivel de la plantilla del canal, la diferencia de estas lecturas nos proporcionaban el tirante en la sección,  $y_1$ . Finalmente al tirante obtenido se le sumaba la elevación de la plantilla del canal,  $Z_p = 0.20\text{ m}$ , para obtener el nivel de la superficie libre del agua,  $H_1$ .

A continuación en las tablas 3.3 y 3.4 se reportan las mediciones realizadas para las aberturas equivalentes en prototipo de  $w = 2\text{ m}$  y  $w = 2.952\text{ m}$ , respectivamente.

**Tabla 3.3** Mediciones de para una abertura equivalente en prototipo de  $w = 2\text{ m}$

<i>Q<sub>m</sub></i> <i>m<sup>3</sup>/s</i>	<i>y<sub>1</sub></i> <i>m</i>	<i>H<sub>1</sub></i> <i>m</i>
0.00670	0.0740	0.2740
0.00852	0.1071	0.3071
0.00924	0.1236	0.3236

**Tabla 3.4** Mediciones para una abertura equivalente en prototipo de  $w = 2.952\text{ m}$

<i>Q<sub>m</sub></i> <i>m<sup>3</sup>/s</i>	<i>y<sub>1</sub></i> <i>m</i>	<i>H<sub>1</sub></i> <i>m</i>
0.01103	0.1006	0.3006
0.01193	0.1081	0.3081
0.01262	0.1163	0.3163

Es importante mencionar que para la abertura en prototipo de  $w = 1\text{ m}$  no se realizaron pruebas de laboratorio debido a que el equipo de aforo empleado no permitía dar gastos tan pequeños como los requeridos para dichas pruebas, por lo cual, se determinó que para la calibración de la ley de descarga con dicha abertura de compuertas se tomará como aceptable la obtenida de la calibrada a partir de las pruebas de las otras dos aberturas ya mencionadas.

Finalmente, en la Figura 3.10 se incluyen las leyes de descarga para las respectivas aberturas en modelo, calculadas con los modelos matemáticos de Cozzo (1978) y la ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013) así como los valores medidos en el modelo físico.

En dicha figura se observa que los datos experimentales obtenidos presentan tendencias similares a los calculados; sin embargo, es evidente que las leyes de descarga de las compuertas en estudio se encuentran ligeramente desplazadas hacia el lado izquierdo, este comportamiento se debe principalmente a las condiciones no consideradas en la determinación de las expresiones de Bijankhan *et al* (2013) y Cozzo (1978), las cuales están descritas en el capítulo dos.

Las diferencias entre los datos medidos en laboratorio y los calculados indican la necesidad de calibrar dichos modelos; para ello ha sido sumamente importante la realización de mediciones experimentales en el modelo físico de la estructura de control El Macayo, a partir de las cuales se procederá a la respectiva calibración.

Para complementar este trabajo, se incluye la ley de descarga del canal para compuertas totalmente abiertas (ec. 3.4) y los puntos experimentales, ver tabla 3.5, fueron tomados de Millán (2014).

$$Q_{MD} = 6.6069 H_1^2 - 113.68 H_1 + 382.82 \quad (3.4)$$

Donde:

- $H_1$  Elevación del nivel de superficie libre en prototipo, en msnm.
- $Q_{MD}$  Gasto que pasa por el canal de margen derecha con las compuertas totalmente abiertas, en  $\text{m}^3/\text{s}$ .

**Tabla 3.5** Mediciones experimentales en el canal de Margen Derecha para compuertas totalmente abiertas

$Q_M$ $\text{m}^3/\text{s}$	$y_1$ $m$	$H_1$ $m$
0.00972	0.0613	0.2613
0.01076	0.0742	0.2742
0.01416	0.0859	0.2859
0.02041	0.1085	0.3085

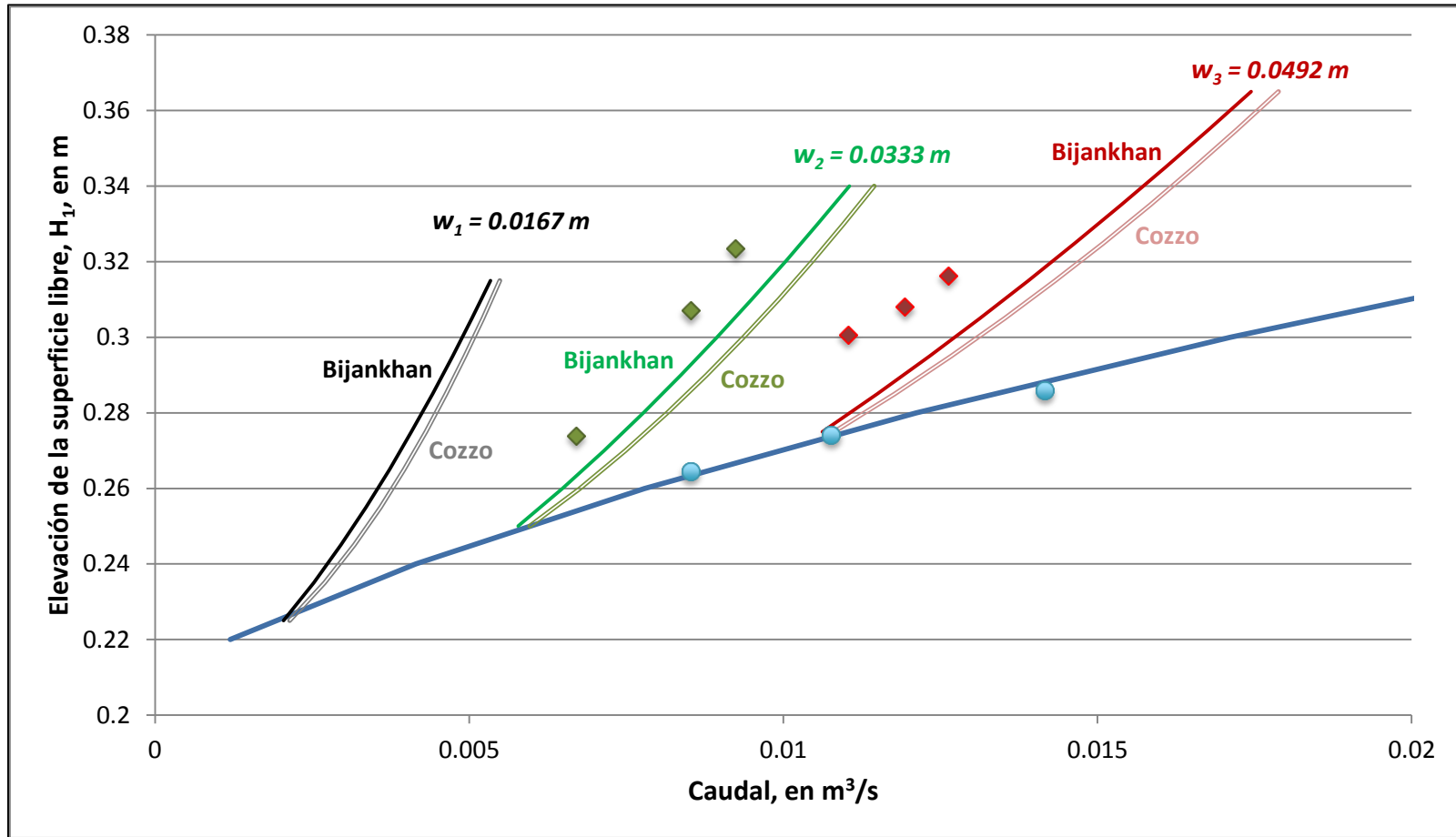
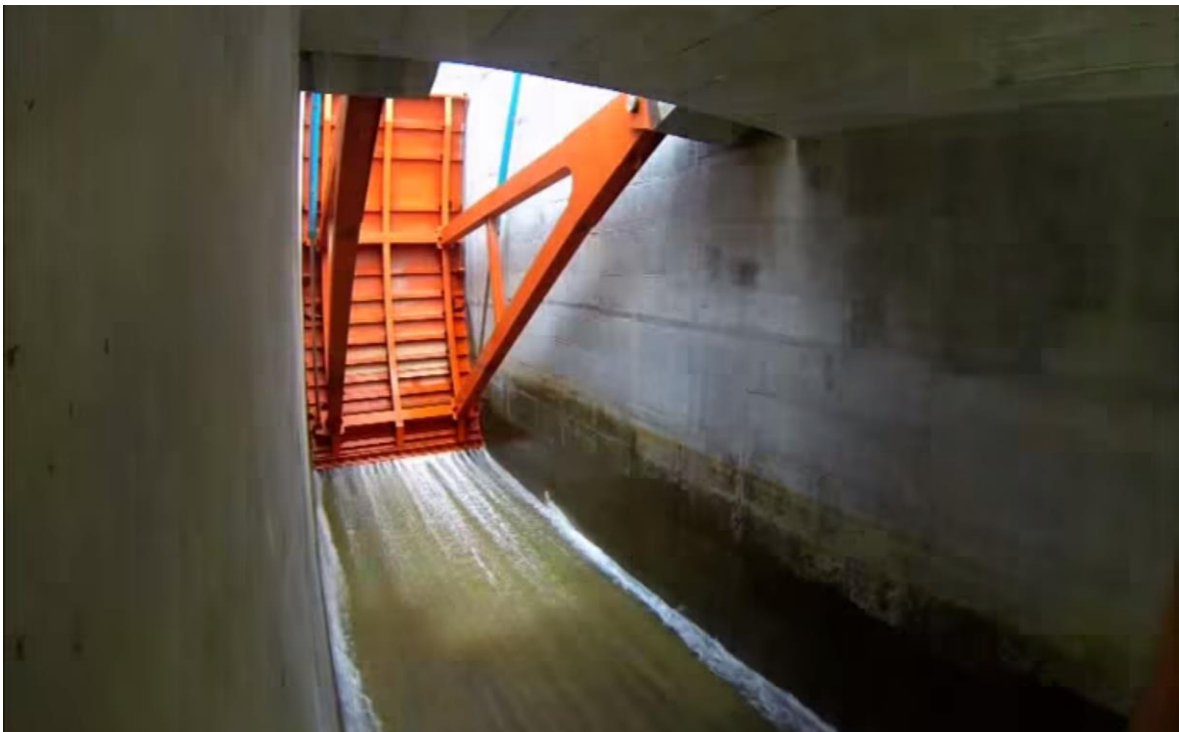


Figura 3.10 Leyes de descarga (sin calibrar) para las compuertas en el canal de margen derecha y puntos experimentales

#### 4. CALIBRACIÓN DE LOS MODELOS NUMÉRICOS



**Figura 4.1** Funcionamiento de una de las compuertas en la estructura de control El Macayo

Como ya se ha mencionado en los capítulos anteriores, los modelos numéricos que se emplean para hacer el cálculo de la ley de descarga de compuertas radiales, se deben calibrar y verificar con las condiciones particulares de cada estructura que se estudie, ya que las condiciones con las que fueron obtenidos los modelos numéricos, no consideran algunos efectos como el originado por la presencia pilas, varias compuertas funcionando simultáneamente y las condiciones de llega del flujo a las compuertas.

En Jiménez *et al* (2009) se presenta la calibración y verificación del modelo numérico de Cozzo (1978), para determinar las leyes de descarga del canal de la margen izquierda de la estructura de control El Macayo; esa experiencia podría ser empleada para el canal de la margen derecha, ya que algunas de sus características son similares, tales como: transición gradual a la entrada de los canales de llamada; compuertas radiales con descarga libre, etc. Sin embargo, pese a su similitud, existe la incertidumbre con respecto al funcionamiento hidráulico de cada uno de los canales, ya que las características de los flujos no son iguales en ambos canales; entre las diferencias más notables están: el ángulo de orientación de los ejes de los canales respecto al cauce del río Carrizal son diferentes; el ancho en las transiciones graduales son disímiles, la curvatura del canal de la margen izquierda es notablemente mayor que el de la margen derecha.

En la Figura 4.2 se notan las diferencias indicadas entre las características de ambos canales.



**Figura 4.2** Canales de descarga de la estructura de control El Macayo

#### 4.1 Modelo numérico de Cozzo (1978)

Una manera sencilla de calibrar y verificar el modelo de Cozzo (1978), consiste en emplear el mismo tipo de función que se utilizó en Jiménez y Berezowsky (2009), y obtener un nuevo factor para dicha función; por lo cual, la calibración del coeficiente de descarga de Cozzo (1978) propuesta en Jiménez y Berezowsky (2009) queda expresada de la manera siguiente

$$C_d = \frac{0.46 + 0.54e^{-0.8\theta}}{1 + \frac{w}{y_1}(0.6 - 0.2\theta)} \left[ 1 - f \frac{w}{R} \right] \quad (4.1)$$

Donde  $f$  es un factor de calibración; es importante hacer notar que en el caso de que  $f$  sea nulo, se tiene la expresión del coeficiente de descarga original deducido por Cozzo (1978). Para la calibración de este factor, se realizó un análisis de prueba y error, el cual puede consultarse en los apéndices B de este trabajo; así, con base en los resultados reportados en el capítulo 3, para la abertura de 0.0333 m, que equivalen en prototipo a la abertura de compuertas de 2 m, se obtiene que con un factor de  $f = 0.70$ , el error entre las mediciones hechas y el modelo calibrado de Cozzo (1978) son menores que 5%, por lo que para este caso el modelo calibrado se expresa como

$$w = 0.0333 \text{ m}$$

$$C_d = \frac{0.46 + 0.54e^{-0.8\theta}}{1 + \frac{w}{y_1}(0.6 - 0.2\theta)} \left[ 1 - 0.70 \frac{w}{R} \right] \quad (4.1a)$$

Al aplicar el mismo procedimiento, y emplear los resultados de las mediciones hechas en laboratorio para la abertura de compuertas de 0.0492 m, se obtiene un factor,  $f = 0.47$ , por consiguiente el modelo calibrado se expresa como

$$w = 0.0492 \text{ m}$$

$$C_d = \frac{0.46 + 0.54e^{-0.8\theta}}{1 + \frac{w}{y_1}(0.6 - 0.2\theta)} \left[ 1 - 0.47 \frac{w}{R} \right] \quad (4.1b)$$

Con base en los resultados anteriores, se propone calcular un factor común para ambas ecs 4.1a y 4.1b, cuyo valor se obtiene del promedio aritmético de los coeficientes 0.70 y 0.40, cuyo resultado se utiliza para obtener el modelo de Cozzo calibrado, el cual queda expresado de la forma siguiente

$$C_d = \frac{0.46 + 0.54e^{-0.8\theta}}{1 + \frac{w}{y_1}(0.6 - 0.2\theta)} \left[ 1 - 0.585 \frac{w}{R} \right] \quad (4.2)$$

Al emplear las expresiones 4.2 y 2.1, con los datos de las compuertas del modelo físico, se obtiene el caudal que descarga una de las cuatro compuertas del canal de la margen derecha, para una cierta abertura  $w$ ; el resultado obtenido se debe multiplicar por el número de compuertas, que en este caso son cuatro, para calcular el caudal total que descarga el canal de la margen derecha, cuando se tiene la misma abertura en cada una de las compuertas.

En las tablas 4.1 y 4.2 se presentan los porcentajes de error que hay entre los caudales medidos en laboratorio y los calculados con el modelo calibrado de Cozzo, ec 4.2, para las aberturas de 0.0333 y 0.0492 m, respectivamente.

**Tabla 4.1** Porcentajes de error para  $w_m = 0.0333$  m

$y_1$	$Q_{MD}$ Medido	$Q_{MD}$ Calculado	Error
$m$	$m^3/s$	$m^3/s$	%
0.1216	0.00924	0.00949	<b>2.66</b>
0.1071	0.00852	0.00871	<b>2.20</b>
0.0740	0.00670	0.00692	<b>3.25</b>

**Tabla 4.2** Porcentajes de error para  $w_m = 0.0492$  m

$y_1$	$Q_{MD}$ Medido	$Q_{MD}$ Calculado	Error
$m$	$m^3/s$	$m^3/s$	%
0.1163	0.01262	0.01209	<b>4.23</b>
0.1081	0.01193	0.01154	<b>3.29</b>
0.1006	0.01103	0.01102	<b>0.14</b>

En la Figura 4.2 se presentan los gastos descargados por el canal de la margen derecha en el modelo físico: en línea continua se muestran los obtenidos mediante la calibración propuesta, ecuación 4.2; con línea punteada se representan los calculados mediante el modelo numérico original de Cozzo (1978), ecuación 2.7; así como las respectivas mediciones adquiridas en el estudio de laboratorio.

Además, se incluye la curva de gastos descargados para una abertura de 0.0167 m en el modelo, equivalente a 1 m en prototipo, calculada considerando la calibración propuesta para las dos restantes aberturas, lo anterior debido a que para dicha abertura no se cuentan con mediciones experimentales, debido a la dificultad de obtenerlas en el modelo físico.

Los detalles de los cálculos pueden consultarse en el apéndice que se incluye al final de este trabajo.

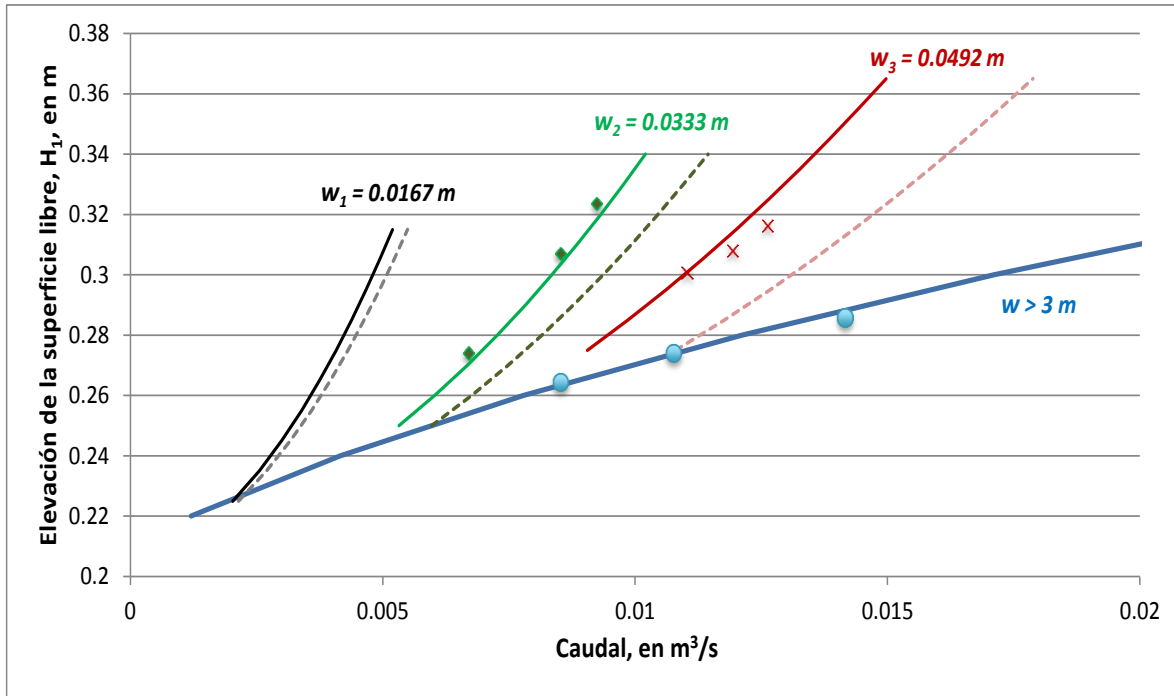


Figura 4.2 Calibración del modelo numérico de Cozzo (1978)

#### 4.2 Ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013)

Es conveniente hacer notar que el modelo numérico propuesto por Bijankhan *et al* (2013), se puede expresar de la manera siguiente

$$Q_C = \sqrt{g} b \left[ w \alpha \left( \frac{y_1}{w} \right)^\beta \right]^{3/2} \left( 1 - f \frac{W}{R} \right) \quad (4.3)$$

Donde  $f$  es un factor de la función de calibración; en el caso de que  $f$  sea nulo, se tiene el modelo original deducido por Bijankhan *et al* (2013).

El caudal total que descarga el canal de la margen derecha, cuando las cuatro compuertas están parcialmente abiertas, con la misma abertura, se obtiene al multiplicar por cuatro el caudal calculado con la expresión 4.3.

Al hacer un análisis de prueba y error, el cual puede consultarse en los apéndices B de este trabajo, se obtuvo el factor de la función de calibración para cada una de las dos aberturas siguientes:

$w = 0.0333 \text{ m}$ :

$$Q_{MD} = 4 \sqrt{g} b \left[ w \alpha \left( \frac{y_1}{w} \right)^\beta \right]^{3/2} \left[ 1 - 0.48 \frac{W}{R} \right] \quad (4.3a)$$



$w = 0.0492 \text{ m}$ :

$$Q_{MD} = 4 \sqrt{g} b \left[ w \alpha \left( \frac{y_1}{w} \right)^\beta \right]^{3/2} \left[ 1 - 0.38 \frac{w}{R} \right] \quad (4.3b)$$

Con base en los resultados anteriores, se propone utilizar el promedio aritmético de los dos coeficientes de calibración, con lo que la expresión calibrada de Bijankhan *et al* (2013) es

$$Q_{MD} = 4 \sqrt{g} b \left[ w \alpha \left( \frac{y_1}{w} \right)^\beta \right]^{3/2} \left[ 1 - 0.43 \frac{w}{R} \right] \quad (4.4)$$

Donde:

- $w$  Abertura de compuerta, en m.
- $R$  Radio de la compuerta, en m.
- $Q_C$  Gasto descargado por cada compuerta, en  $\text{m}^3/\text{s}$ .
- $Q_{MD}$  Gasto total descargado por el canal de la margen derecha, en  $\text{m}^3/\text{s}$ .

Al observar la ec 4.4 se nota que, en este caso particular, la función de calibración es igual a la propuesta en el estudio realizado por Jiménez y Berezowsky (2009), con respecto al canal de la margen izquierda.

La calibración de la ley de potencia propuesta por Bijankhan *et al* (2013) se realiza de manera similar a la descrita anteriormente para el modelo de Cozzo (1978). A continuación, en las tablas 4.3 y 4.4 se presentan los porcentajes de error que se obtienen con la calibración de la ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013), para las mediciones realizadas en el modelo físico con aberturas de compuerta de 0.0333 y 0.0492 m, respectivamente.

**Tabla 4.3** Porcentajes de error para  $w_m = 0.0333 \text{ m}$

$y_1$	$Q_{MD}$ Medido	$Q_{MD}$ Calculado	Error
$m$	$\text{m}^3/\text{s}$	$\text{m}^3/\text{s}$	%
0.1216	0.00924	0.00941	<b>1.79</b>
0.1071	0.00852	0.00859	<b>0.87</b>
0.0740	0.00670	0.00681	<b>1.64</b>

**Tabla 4.4** Porcentajes de error para  $w_m = 0.0492 \text{ m}$

$y_1$	$Q_{MD}$ Medido	$Q_{MD}$ Calculado	Error
$m$	$\text{m}^3/\text{s}$	$\text{m}^3/\text{s}$	%
0.1163	0.01262	0.01233	<b>2.33</b>
0.1081	0.01193	0.01177	<b>1.32</b>
0.1006	0.01103	0.01125	<b>2.00</b>

En la Figura 4.3 se presentan los gastos descargados por el canal de la margen derecha en el modelo físico: en línea continua se muestran los obtenidos mediante la calibración propuesta, ecuación 4.4; en línea punteada se representan los obtenidos mediante el modelo numérico original de Bijankhan *et al* (2013), ec 4.3 con  $f = 0$ ; así como las respectivas mediciones adquiridas en el estudio de laboratorio.

Asimismo, se presenta la curva de gastos descargados para una abertura de 0.0167 m en el modelo, obtenida considerando la calibración propuesta para las dos restantes aberturas, para esta abertura no se muestran mediciones experimentales debido a la dificultad de obtenerlos en el modelo físico.

Los detalles de los cálculos se pueden consultar en el apéndice de este trabajo.

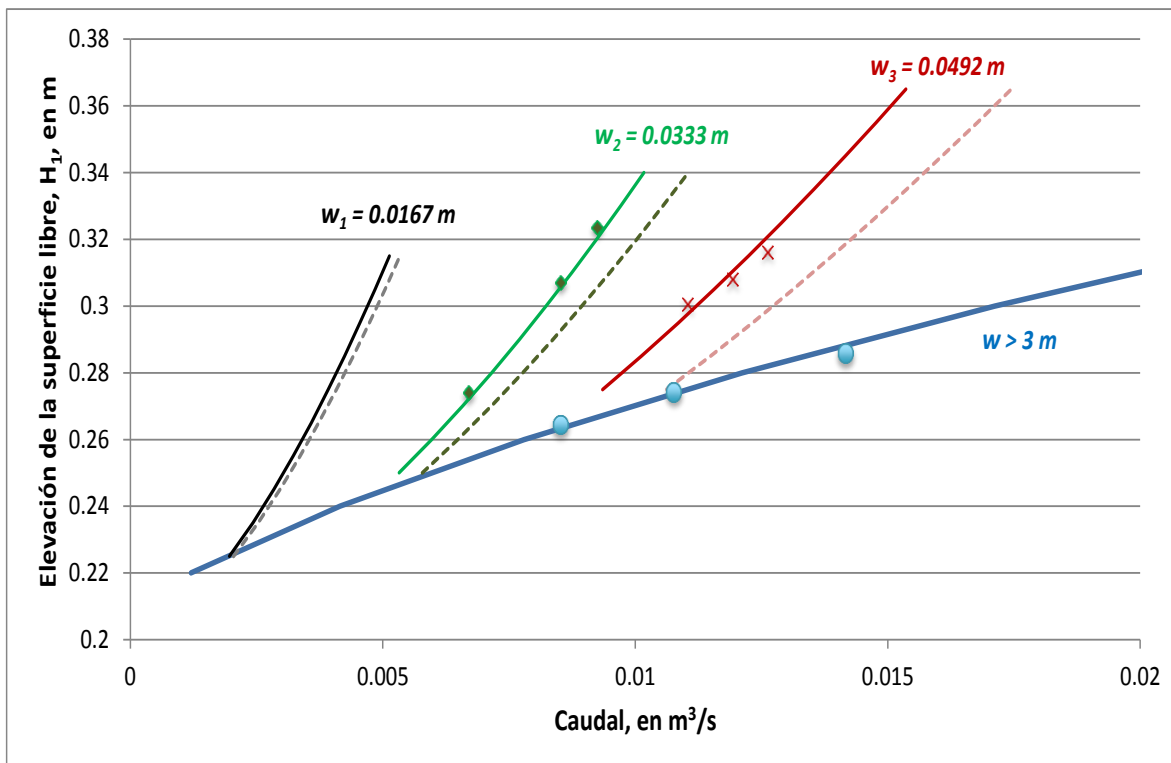


Figura 4.3 Calibración de la ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013)

Los resultados obtenidos indican que con la calibración del modelo de Bijankhan *et al* (2013), los errores calculados son menores que los obtenidos con el modelo calibrado de Cozzo (1978); por ello, en el siguiente capítulo, se presenta el cálculo de las leyes de descarga de las compuertas del canal de margen derecha, de la estructura de control El Macayo, obtenida a partir de la calibración del modelo de Bijankhan *et al* (2013).



## 5. LEYES DE DESCARGA DEL CANAL DE LA MARGEN DERECHA



**Figura 5.1** Compuertas radiales de la estructura de control El Macayo, canal de la margen derecha

En el capítulo anterior se presentó la calibración de los modelos numéricos de Cozzo (1978) y Bijankhan *et al* (2013) por medio de mediciones experimentales realizadas en un modelo físico de la estructura de control El Macayo; la calibración fue necesaria debido a las diferencias entre las condiciones del flujo en los estudios empíricos, en los cuales se basan dichos modelos numéricos, y las que se presentan en la estructura de estudio.

Dichas calibraciones mostraron porcentajes de errores bastante aceptables, siendo el mayor de 4.23% para el modelo de Cozzo (1978) y de 2.33% con la ley de potencia propuesta por Bijankhan *et al* (2013); las cuales son admisibles para obtener los cálculos del caudal descargado, cuando se emplean las compuertas.

Para la obtención de las leyes de descarga del canal de la margen derecha de la estructura El Macayo, se ha determinado utilizar la calibración de la ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013); ya que como se demostró, es la que presenta menor porcentaje de error entre los gastos calculados y las mediciones obtenidas en las pruebas de laboratorio. Conjuntamente al menor porcentaje de error, este modelo considera algunos elementos importantes tales como: el tipo de sello en las compuertas; la relación entre la altura del perno y el radio de compuerta, así como la presencia de una pila en el montaje de la compuerta, principalmente, los cuales vuelven al modelo numérico más confiable y da una variedad más extensa en los diferentes tipos montajes de compuertas de las que podrían tenerse al emplear Cozzo (1978); en nuestro caso particular, las compuertas que aloja el canal de descarga de la margen derecha de El Macayo cuenta con el tipo de sello de borde agudo, este tipo de sello ha sido uno de los estudiados por el modelo de Bijankhan *et al* (2013).

Así pues, una vez obtenido el coeficiente de calibración con el modelo físico de la estructura de control para el canal en estudio,  $f = 0.43$ , se procede a calcular los gastos descargados en prototipo, introduciéndolo en la ec. 4.3; sustituyendo los valores constantes correspondientes a la geometría, se obtiene una expresión para calcular el gasto descargado por una compuerta del canal en función de dos variables:  $H_1$ , la superficie libre en una sección aguas arriba de la entrada al conjunto de pilas, donde se cuenta con una escala en prototipo para la obtención de dicha variable, y de la magnitud de la abertura,  $w$ ; finalmente, la ley de descarga por compuerta se presenta en el ec. 5.1.

$$Q_c = b \sqrt{g} \left[ w 0.7921 \left( \frac{H_1 - 12}{w} \right)^{0.4196} \right]^{3/2} \left( 1 - 0.43 \frac{w}{R} \right) \quad (5.1)$$

Donde:

- $b$  Ancho de compuerta, 5 m.
- $R$  Radio de la compuerta, 10.80 m.
- $g$  Aceleración de la gravedad, 9.81 m/s<sup>2</sup>.
- $H_1$  Superficie libre del agua, en msnm.
- $w$  Abertura de compuerta, en m.

Es importante mencionar que la ec. 5.1 permite aforar una sola compuerta del conjunto ubicado en el canal, por lo cual es necesario multiplicar el gasto obtenido por el número de compuertas con las que se cuenta, en el caso de El Macayo, el canal de la margen derecha aloja cuatro compuertas.

En la Figura 5.2 se muestran en línea continua las curvas elevaciones-gastos obtenidas para las aberturas de compuerta de 1, 2 y 3 m, a partir de la ley de potencia calibrada, ec. 5.1, mientras que con la línea punteada se presentan las obtenidas a partir de la ley de potencia sin calibrar, los detalles de los cálculos se pueden consultar en el apéndice del presente trabajo. Asimismo se presentan las mediciones realizadas en el modelo físico escaladas a prototipo.

Como puede notarse en dicha figura, la diferencia entre los resultados obtenidos con el modelo numérico calibrado y sin calibrar muestra la reducción de incertidumbre que se obtiene al hacer estudios en modelos físicos.

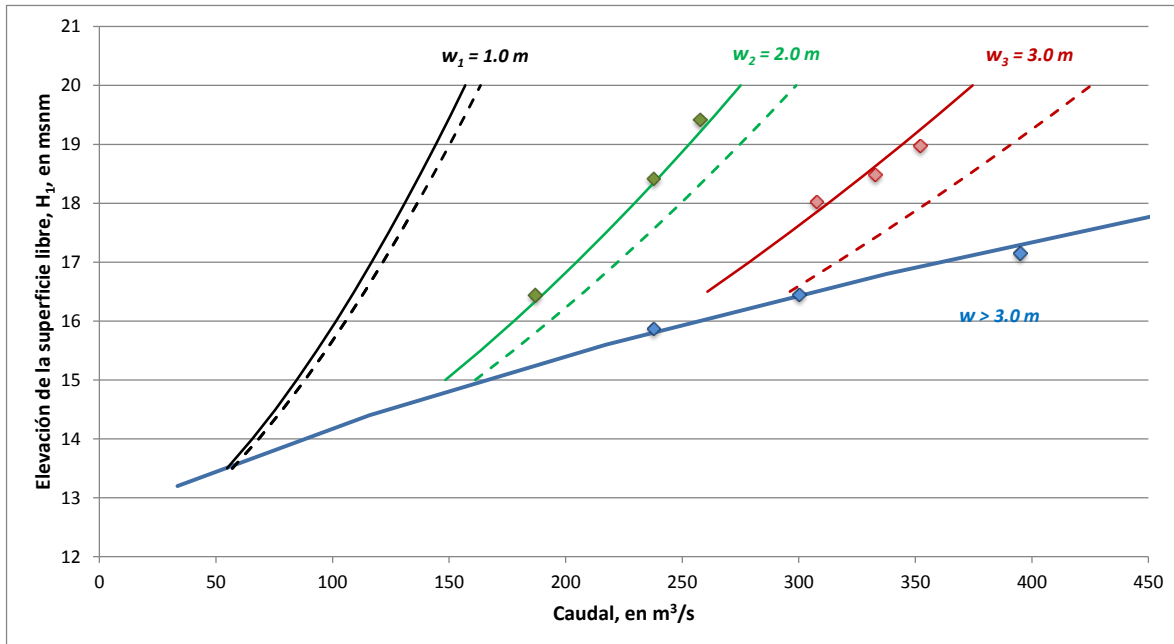


Figura 5.2 Curvas elevaciones-gastos en el canal de la margen derecha, El Macayo

La propuesta de las leyes de descarga en función de  $H_1$ , se debe en gran parte a que el canal de la margen derecha cuenta con una escala para realizar las mediciones del nivel de superficie libre del agua,  $H_1$ , aproximadamente a 10 m aguas arriba de la nariz de las pilas, como se ha presentado en la Figura 3.8.

Además, la experiencia en el laboratorio permite entender que en el sitio donde se localiza dicha escala resulta sencilla la obtención de la lectura, puesto que, durante las mediciones en el modelo físico, se observó que existen fluctuaciones dentro de los vanos de las pilas, ocasionadas por un comportamiento del flujo de tipo tridimensional; sin embargo, aguas arriba de la nariz de las pilas este efecto es prácticamente imperceptible.

Finalmente, es importante hacer notar que el valor de la variable  $H_1$ , es independiente de los efectos de la rugosidad del canal de descarga, ya que la longitud del tramo de análisis es considerablemente corta, por lo cual los efectos de rugosidad son despreciables y da lugar a tener menos factores que generen incertidumbre en las leyes de descarga.



## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES



**Figura 6.1** Canal de la margen derecha, El Macayo



Se dispone de un modelo numérico para hacer el cálculo del caudal que descarga el conjunto de las cuatro compuertas radiales, que están instaladas en el canal de la margen derecha de la estructura de control El Macayo. El modelo numérico está calibrado y verificado con base en un estudio experimental desarrollado en un modelo físico de la estructura de control El Macayo.

El desarrollo de este trabajo ha permitido mostrar la integración de estudios experimentales, como el realizado por Buyalski (1983), y teóricos, como los presentados por Ferro (2000) y Shahrokhnia y Javan (2006), siendo Bijankhan *et al* (2013), quienes con base en los trabajos citados, logran obtener un modelo numérico, del tipo paramétrico, que es útil para el cálculo de la ley de descarga de una compuerta del tipo radial, donde los parámetros permiten considerar tres diferentes tipos de sellos que se emplean de manera común en el labio inferior de las compuertas radiales, y la relación geométrica del radio de la compuerta con la altura del perno de la misma.

Aunque se demuestra que el modelo paramétrico de Bijankhan *et al* (2013) representa de manera excelente a los resultados experimentales reportados por Buyalski (1983), cuando se aplica en casos prácticos, es decir, en compuertas instaladas en campo, es necesario calibrar el modelo numérico de Bijankhan *et al* (2013). Para ello, es indispensable disponer de un modelo físico de la estructura que se desea estudiar, construido a una escala adecuada.

Por lo anterior, se obtiene y presenta la determinación en prototipo de la ley de descarga del canal de la margen derecha de la estructura en estudio, la calibración realizada a la ley de potencia de Bijankhan *et al* (2013) con un coeficiente adimensional  $f = 0.43$ , quedando la siguiente expresión para el cálculo de gastos descargados por el canal como:

$$Q_{MD} = 4(5) \sqrt{g} \left[ w 0.7921 \left( \frac{H_1 - 12}{w} \right)^{0.4196} \right]^{3/2} \left( 1 - 0.43 \frac{w}{10.8} \right)$$

Donde:

$$H_1 \geq 12 + 1.5w$$

Una de las utilidades de conocer el gasto total descargado por la estructura de control, por medio de la ley propuesta, consiste en que es fundamental para realizar el estudio del proceso de azolve que se ha detectado en el tramo inmediato que está aguas arriba de la estructura de control, en el río Carrizal.

Además, pueden ser empleadas como condiciones de frontera en la modelación matemática de flujo en régimen no permanente del sistema hidráulico conformado por los ríos Mezcalapa – Samaria – Carrizal, para obtener la distribución de gastos entre los ríos Samaria y Carrizal.

Finalmente, se considera que es notablemente confiable el modelo numérico desarrollado en este trabajo, para el aforo de los caudales que descargan las compuertas de la estructura de control; sin embargo, es recomendable verificarlo con mediciones en campo.

# APÉNDICES



### Apéndice A

#### Deducción de la expresión paramétrica propuesta por Bijankhan *et al* (2013)

En la operación de una compuerta de tipo radial con descarga libre, el gasto unitario que deja pasar la misma está en función de los parámetros siguientes

$$q = f(w, g, y_1) \quad (A.1)$$

Siendo:

$$q = \frac{Q}{b} \quad (A.2)$$

Donde:

- $Q$  Gasto, en  $m^3/s$ .
- $y_1$  Tirante aguas arriba de la compuerta, en m.
- $b$  Ancho del canal en m.
- $q$  Gasto unitario, en  $m^3/(s \cdot m)$ .
- $w$  Abertura de la compuerta, en m.
- $g$  Aceleración de la gravedad,  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

Es importante mencionar que, algunos autores consideran también la viscosidad del agua,  $\mu$ , dentro de las variables de la expresión ec. A.1; sin embargo, durante el análisis dimensional indican que dicho parámetro no influye en la descarga, por lo anterior, no se ha considerado la viscosidad en el desarrollo de este análisis.

Una manera de relacionar las variables dependientes e independientes para su análisis dimensional es la propuesta en la expresión A.3.

$$q = m (w^\alpha \cdot g^\beta \cdot y_1^\gamma) \quad (A.3)$$

Donde:

$m, \alpha, \beta, \gamma$  Constantes adimensionales.

Al realizar el análisis dimensional de la ec. A.3 se obtiene la relación siguiente

$$L^2 T^{-1} = m (L^\alpha \cdot (L T^{-2})^\beta \cdot L^\gamma) \quad (A.4)$$

Al igualar ambos lados de la expresión A. 4 y al resolver para los coeficientes del lado derecho se obtienen los valores siguientes

$$\beta = 1/2$$
$$\alpha = \frac{3}{2} - \gamma$$

Al sustituir los valores obtenidos y reacomodando términos, la ec. A. 3 se puede escribir de la manera siguiente

$$\frac{q}{w} = m (w g)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{H_1}{w} \right)^\gamma \quad (A. 5)$$

A continuación, en ambos lados de la ec. A. 5 se eleva al cuadrado y se aplica la raíz cúbica, reordenando términos se llega a la expresión A. 6

$$\left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = m^{2/3} w \left( \frac{H_1}{w} \right)^{2\gamma/3} \quad (A. 6)$$

El lado izquierdo de la expresión obtenida representa al tirante crítico de una sección rectangular, por lo al realizar el cambio de variable A. 7 propuesto

$$K = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (A. 7)$$

Y considerando que  $m^{2/3}$  y  $2\gamma/3$  son constantes adimensionales la expresión A. 6 finalmente puede expresarse de la siguiente manera:

$$\frac{K}{w} = a_{of} \left( \frac{H_1}{w} \right)^{b_{of}} \quad (A. 8)$$

La ec. A. 8 corresponde a la ley de potencia propuesta por Ferro (2000), Shahrokhnia y Javan (2006) y por Bijankhan *et al* (2013) .

# APÉNDICE B



Tabla B.1 Cálculo de las curvas elevaciones vs gastos con el modelo de Bijankhan *et al* (2013), Figura 2.8

$y_1$ m			$K$ m			$Q$ m <sup>3</sup> /s		
$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$	$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$	$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$
1.5	3.0	4.5	0.9390	1.8780	2.8170	14.2497	40.3042	74.0436
2.0	3.5	5.0	1.0595	2.0035	2.9443	17.0781	44.4105	79.1200
2.5	4.0	5.5	1.1635	2.1189	3.0645	19.6532	48.3042	84.0114
3.0	4.5	6.0	1.2560	2.2263	3.1784	22.0429	52.0211	88.7405
3.5	5.0	6.5	1.3399	2.3269	3.2870	24.2887	55.5877	93.3255
4.0	5.5	7.0	1.4171	2.4219	3.3908	26.4182	59.0242	97.7815
4.5	6.0	7.5	1.4889	2.5119	3.4904	28.4510	62.3467	102.1210
5.0	6.5	8.0	1.5562	2.5977	3.5862	30.4016	65.5680	106.3545
5.5	7.0	8.5	1.6197	2.6798	3.6786	32.2811	68.6987	110.4910
6.0	7.5	9.0	1.6799	2.7585	3.7679	34.0982	71.7475	114.5382

$4Q$ m <sup>3</sup> /s			$H_1$ msnm		
$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$	$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$
56.9988	161.2170	296.1745	13.5	15.0	16.5
68.3125	177.6421	316.4802	14.0	15.5	17.0
78.6128	193.2168	336.0457	14.5	16.0	17.5
88.1716	208.0843	354.9619	15.0	16.5	18.0
97.1547	222.3506	373.3021	15.5	17.0	18.5
105.6727	236.0968	391.1262	16.0	17.5	19.0
113.8039	249.3869	408.4842	16.5	18.0	19.5
121.6063	262.2722	425.4181	17.0	18.5	20.0
129.1243	274.7949	441.9641	17.5	19.0	20.5
<b>136.3928</b>	286.9902	458.1529	18.0	19.5	21.0



Tabla B.2 Cálculo de las curvas elevaciones vs gastos con el modelo de Cozzo (1978), Figura 2.8

$y_1$ m			$C_d$			$Q$ $m^3/s$		
$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$	$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$	$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$
1.5	3.0	4.5	0.5511	0.5422	0.5346	14.9491	41.5949	75.3437
2.0	3.5	5.0	0.5813	0.5580	0.5449	18.2053	46.2386	80.9560
2.5	4.0	5.5	0.6010	0.5705	0.5537	21.0443	50.5370	86.2733
3.0	4.5	6.0	0.6149	0.5806	0.5612	23.5860	54.5519	91.3339
3.5	5.0	6.5	0.6252	0.5889	0.5677	25.9037	58.3291	96.1690
4.0	5.5	7.0	0.6332	0.5959	0.5734	28.0456	61.9040	100.8042
4.5	6.0	7.5	0.6395	0.6019	0.5785	30.0450	65.3041	105.2609
5.0	6.5	8.0	0.6447	0.6070	0.5830	31.9262	68.5516	109.5569
5.5	7.0	8.5	0.6490	0.6115	0.5870	33.7074	71.6643	113.7076
6.0	7.5	9.0	0.6526	0.6154	0.5906	35.4026	74.6570	117.7259

$4Q$ $m^3/s$			$H_1$ msnm		
$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$	$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$
59.7966	166.3797	301.3750	13.5	15.0	16.5
72.8212	184.9542	323.8242	14.0	15.5	17.0
84.1771	202.1481	345.0931	14.5	16.0	17.5
94.3440	218.2075	365.3355	15.0	16.5	18.0
103.6149	233.3165	384.6759	15.5	17.0	18.5
112.1823	247.6159	403.2168	16.0	17.5	19.0
120.1798	261.2164	421.0436	16.5	18.0	19.5
127.7046	274.2062	438.2278	17.0	18.5	20.0
134.8294	286.6571	454.8304	17.5	19.0	20.5
141.6104	298.6281	470.9036	18.0	19.5	21.0

**Tabla B.3** Cálculo de las curvas elevaciones vs gastos con el modelo de Bijankhan *et al* (2013), Figura 3.10

$y_1$ m			$K$ m			$Q$ m <sup>3</sup> /s		
$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$	$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$	$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$
0.025	0.05	0.075	0.0157	0.0313	0.0470	0.0005	0.0014	0.0027
0.035	0.06	0.085	0.0180	0.0338	0.0495	0.0006	0.0016	0.0029
0.045	0.07	0.095	0.0200	0.0360	0.0518	0.0007	0.0018	0.0031
0.055	0.08	0.105	0.0218	0.0381	0.0541	0.0008	0.0019	0.0033
0.065	0.09	0.115	0.0234	0.0401	0.0562	0.0009	0.0021	0.0035
0.075	0.10	0.125	0.0248	0.0419	0.0582	0.0010	0.0022	0.0037
0.085	0.11	0.135	0.0262	0.0436	0.0601	0.0011	0.0024	0.0038
0.095	0.12	0.145	0.0274	0.0452	0.0619	0.0012	0.0025	0.0040
0.105	0.13	0.155	0.0286	0.0467	0.0637	0.0013	0.0026	0.0042
0.115	0.14	0.165	0.0297	0.0482	0.0654	0.0013	0.0028	0.0044

$4Q$ m <sup>3</sup> /s			$Q_c$ m <sup>3</sup> /s			$H_1$ m		
$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$	$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$	$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$
0.0020	0.0058	0.0106	0.0020	0.0052	0.0095	0.2250	0.25	0.275
0.0025	0.0065	0.0115	0.0024	0.0059	0.0103	0.2350	0.26	0.285
0.0030	0.0071	0.0123	0.0028	0.0065	0.0110	0.2450	0.27	0.295
0.0034	0.0078	0.0131	0.0032	0.0071	0.0117	0.2550	0.28	0.305
0.0037	0.0084	0.0139	0.0036	0.0076	0.0124	0.2650	0.29	0.315
0.0041	0.0089	0.0146	0.0039	0.0081	0.0131	0.2750	0.30	0.325
0.0044	0.0095	0.0154	0.0042	0.0086	0.0138	0.2850	0.31	0.335
0.0047	0.0100	0.0161	0.0045	0.0091	0.0144	0.2950	0.32	0.345
0.0050	0.0105	0.0168	0.0048	0.0096	0.0150	0.3050	0.33	0.355
0.0053	0.0111	0.0174	0.0051	0.0100	0.0156	0.3150	0.34	0.365

**Tabla B.4** Cálculo de las curvas elevaciones vs gastos con el modelo de Cozzo (1978), Figura 3.10

$y_1$ m			$C_d$			$Q$ $m^3/s$		
$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$	$w=0.049\ m$	$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$	$w=0.049\ m$	$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$	$w=0.049\ m$
0.025	0.05	0.075	0.5511	0.5422	0.5346	0.0005	0.0015	0.0027
0.035	0.06	0.085	0.5858	0.5607	0.5468	0.0007	0.0017	0.0029
0.045	0.07	0.095	0.6071	0.5748	0.5568	0.0008	0.0019	0.0032
0.055	0.08	0.105	0.6214	0.5858	0.5652	0.0009	0.0020	0.0034
0.065	0.09	0.115	0.6317	0.5946	0.5724	0.0010	0.0022	0.0036
0.075	0.1	0.125	0.6395	0.6019	0.5785	0.0011	0.0023	0.0038
0.085	0.11	0.135	0.6456	0.6080	0.5838	0.0012	0.0025	0.0040
0.095	0.12	0.145	0.6505	0.6131	0.5885	0.0012	0.0026	0.0041
0.105	0.13	0.155	0.6545	0.6176	0.5926	0.0013	0.0027	0.0043
0.115	0.14	0.165	0.6579	0.6214	0.5963	0.0014	0.0029	0.0045

$4Q$ $m^3/s$			$H_1$ m		
$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$	$w=0.049\ m$	$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$	$w=0.049\ m$
0.0021	0.0060	0.0108	0.225	0.25	0.275
0.0027	0.0068	0.0118	0.235	0.26	0.285
0.0032	0.0075	0.0127	0.245	0.27	0.295
0.0036	0.0082	0.0135	0.255	0.28	0.305
0.0040	0.0088	0.0143	0.265	0.29	0.315
0.0043	0.0094	0.0151	0.275	0.30	0.325
0.0046	0.0099	0.0158	0.285	0.31	0.335
0.0049	0.0105	0.0165	0.295	0.32	0.345
0.0052	0.0110	0.0172	0.305	0.33	0.355
0.0055	0.0114	0.0179	0.315	0.34	0.365

Tabla B.5 Cálculo de las curvas elevaciones vs gastos con el modelo de Cozzo (1978) calibrado, Figura 4.2

$y_1$ m			$C_d$			$Q$ $m^3/s$		
$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$	$w=0.049\ m$	$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$	$w=0.049\ m$	$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$	$w=0.049\ m$
0.025	0.05	0.075	0.5213	0.4834	0.4477	0.0005	0.0013	0.0023
0.035	0.06	0.085	0.5541	0.5000	0.4579	0.0006	0.0015	0.0025
0.045	0.07	0.095	0.5742	0.5125	0.4663	0.0007	0.0017	0.0027
0.055	0.08	0.105	0.5877	0.5223	0.4734	0.0008	0.0018	0.0028
0.065	0.09	0.115	0.5975	0.5302	0.4793	0.0009	0.0020	0.0030
0.075	0.1	0.125	0.6049	0.5367	0.4845	0.0010	0.0021	0.0032
0.085	0.11	0.135	0.6106	0.5421	0.4889	0.0011	0.0022	0.0033
0.095	0.12	0.145	0.6153	0.5467	0.4929	0.0012	0.0023	0.0035
0.105	0.13	0.155	0.6190	0.5507	0.4963	0.0012	0.0024	0.0036
0.115	0.14	0.165	0.6222	0.5541	0.4994	0.0013	0.0026	0.0037

$4Q$ $m^3/s$			$H_1$ m		
$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$	$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$	$w=0.016\ m$	$w=0.333\ m$
0.0020	0.0053	0.0091	0.225	0.25	0.275
0.0026	0.0060	0.0099	0.235	0.26	0.285
0.0030	0.0067	0.0106	0.245	0.27	0.295
0.0034	0.0073	0.0113	0.255	0.28	0.305
0.0037	0.0078	0.0120	0.265	0.29	0.315
0.0041	0.0084	0.0126	0.275	0.3	0.325
0.0044	0.0088	0.0133	0.285	0.31	0.335
0.0047	0.0093	0.0139	0.295	0.32	0.345
0.0049	0.0098	0.0144	0.305	0.33	0.355
0.0052	0.0102	0.0150	0.315	0.34	0.365

Tabla B.6 Cálculo de las curvas elevaciones vs gastos con el modelo de Bijankhan *et al* (2013) calibrado, Figura 4.3

$y_1$ m			$K$ m			$Q$ $m^3/s$		
$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$	$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$	$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$
0.025	0.05	0.075	0.0157	0.0313	0.0470	0.0005	0.0014	0.0027
0.035	0.06	0.085	0.0180	0.0338	0.0495	0.0006	0.0016	0.0029
0.045	0.07	0.095	0.0200	0.0360	0.0518	0.0007	0.0018	0.0031
0.055	0.08	0.105	0.0218	0.0381	0.0541	0.0008	0.0019	0.0033
0.065	0.09	0.115	0.0234	0.0401	0.0562	0.0009	0.0021	0.0035
0.075	0.10	0.125	0.0248	0.0419	0.0582	0.0010	0.0022	0.0037
0.085	0.11	0.135	0.0262	0.0436	0.0601	0.0011	0.0024	0.0038
0.095	0.12	0.145	0.0274	0.0452	0.0619	0.0012	0.0025	0.0040
0.105	0.13	0.155	0.0286	0.0467	0.0637	0.0013	0.0026	0.0042
0.115	0.14	0.165	0.0297	0.0482	0.0654	0.0013	0.0028	0.0044

$4Q$ $m^3/s$			$Q_c$ $m^3/s$			$H_1$ m		
$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$	$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$	$w=0.016\text{ m}$	$w=0.333\text{ m}$	$w=0.049\text{ m}$
0.0020	0.0058	0.0106	0.0020	0.0053	0.0094	0.225	0.25	0.275
0.0025	0.0065	0.0115	0.0024	0.0060	0.0101	0.235	0.26	0.285
0.0030	0.0071	0.0123	0.0028	0.0066	0.0109	0.245	0.27	0.295
0.0034	0.0078	0.0131	0.0032	0.0072	0.0116	0.255	0.28	0.305
0.0037	0.0084	0.0139	0.0036	0.0077	0.0122	0.265	0.29	0.315
0.0041	0.0089	0.0146	0.0039	0.0082	0.0129	0.275	0.30	0.325
0.0044	0.0095	0.0154	0.0042	0.0087	0.0135	0.285	0.31	0.335
0.0047	0.0100	0.0161	0.0045	0.0092	0.0142	0.295	0.32	0.345
0.0050	0.0105	0.0168	0.0048	0.0097	0.0148	0.305	0.33	0.355
0.0053	0.0111	0.0174	0.0051	0.0102	0.0154	0.315	0.34	0.365

Tabla B.7 Cálculo de las leyes de descarga del canal de la margen derecha con Bijankhan *et al* (2013), Figura 5.2

$y_1$ m			$K$ m			$Q$ m <sup>3</sup> /s		
$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$	$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$	$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$
1.5	3.0	4.5	0.9390	1.8780	2.8170	14.2497	40.3042	74.0436
2.0	3.5	5.0	1.0595	2.0035	2.9443	17.0781	44.4105	79.1200
2.5	4.0	5.5	1.1635	2.1189	3.0645	19.6532	48.3042	84.0114
3.0	4.5	6.0	1.2560	2.2263	3.1784	22.0429	52.0211	88.7405
3.5	5.0	6.5	1.3399	2.3269	3.2870	24.2887	55.5877	93.3255
4.0	5.5	7.0	1.4171	2.4219	3.3908	26.4182	59.0242	97.7815
4.5	6.0	7.5	1.4889	2.5119	3.4904	28.4510	62.3467	102.1210
5.0	6.5	8.0	1.5562	2.5977	3.5862	30.4016	65.5680	106.3545
5.5	7.0	8.5	1.6197	2.6798	3.6786	32.2811	68.6987	110.4910
6.0	7.5	9.0	1.6799	2.7585	3.7679	34.0982	71.7475	114.5382

$4Q$ m <sup>3</sup> /s			$Q_c$ m <sup>3</sup> /s			$H_1$ msnm		
$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$	$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$	$w = 1 m$	$w = 2 m$	$w = 3 m$
56.9988	161.2170	296.1745	54.7294	148.3793	260.7981	13.5	15.0	16.5
68.3125	177.6421	316.4802	65.5926	163.4965	278.6784	14.0	15.5	17.0
78.6128	193.2168	336.0457	75.4829	177.8310	295.9069	14.5	16.0	17.5
88.1716	208.0843	354.9619	84.6610	191.5147	312.5637	15.0	16.5	18.0
97.1547	222.3506	373.3021	93.2865	204.6449	328.7132	15.5	17.0	18.5
105.6727	236.0968	391.1262	101.4654	217.2965	344.4083	16.0	17.5	19.0
113.8039	249.3869	408.4842	109.2728	229.5283	359.6930	16.5	18.0	19.5
121.6063	262.2722	425.4181	116.7646	241.3875	374.6043	17.0	18.5	20.0
129.1243	274.7949	441.9641	123.9833	252.9131	389.1739	17.5	19.0	20.5
136.3928	286.9902	458.1529	130.9624	264.1372	403.4291	18.0	19.5	21.0

Tabla B.8 Calibración del modelo de Cozzo (1978), ec. 4.1a y 4.1b

$w = 0.0333 \text{ m}$

$y_1$	$Q_{MD}$ Medido	$Q_{MD}$ Calculado				Error			
		m <sup>3</sup> /s				%			
m	m <sup>3</sup> /s	$f = 0.5$	$f = 0.6$	$f = 0.7$	$f = 0.8$	$f = 0.5$	$f = 0.6$	$f = 0.7$	$f = 0.8$
<b>0.1216</b>	0.00924	0.00965	0.00946	<b>0.00926</b>	0.00906	4.47	2.34	<b>0.21</b>	1.93
<b>0.1071</b>	0.00852	0.00886	0.00868	<b>0.00850</b>	0.00832	4.01	1.88	<b>0.24</b>	2.36
<b>0.0740</b>	0.00670	0.00704	0.00690	<b>0.00675</b>	0.00661	5.07	2.92	<b>0.78</b>	1.36

$w = 0.0492 \text{ m}$

$y_1$	$Q_{MD}$ Medido	$Q_{MD}$ Calculado				Error			
		m <sup>3</sup> /s				%			
m	m <sup>3</sup> /s	$f = 0.4$	$f = 0.45$	$f = 0.47$	$f = 0.5$	$f = 0.4$	$f = 0.45$	$f = 0.47$	$f = 0.5$
<b>0.1163</b>	0.01262	0.01283	0.01263	<b>0.01255</b>	0.01243	1.64	0.06	<b>0.58</b>	1.53
<b>0.1081</b>	0.01193	0.01225	0.01205	<b>0.01198</b>	0.01186	2.64	1.04	<b>0.40</b>	0.57
<b>0.1006</b>	0.01103	0.01169	0.01151	<b>0.01144</b>	0.01133	5.99	4.34	<b>3.67</b>	2.68

Tabla B.9 Calibración del modelo de Bijankhan *et al* (2013), ec. 4.4a y 4.4b

$w = 0.0333 \text{ m}$

$y_1$	$Q_{MD}$ Medido	$Q_{MD}$ Calculado				Error			
		m <sup>3</sup> /s				%			
m	m <sup>3</sup> /s	$f = 0.4$	$f = 0.45$	$f = 0.48$	$f = 0.5$	$f = 0.4$	$f = 0.45$	$f = 0.48$	$f = 0.5$
<b>0.1216</b>	0.00924	0.00946	0.00937	<b>0.00931</b>	0.00927	2.40	1.38	<b>0.76</b>	0.36
<b>0.1071</b>	0.00852	0.00865	0.00856	<b>0.00851</b>	0.00847	1.48	0.47	<b>0.14</b>	0.55
<b>0.0740</b>	0.00670	0.00685	0.00678	<b>0.00674</b>	0.00671	2.26	1.23	<b>0.62</b>	0.21

$w = 0.0492 \text{ m}$

$y_1$	$Q_{MD}$ Medido	$Q_{MD}$ Calculado				Error			
		m <sup>3</sup> /s				%			
m	m <sup>3</sup> /s	$f = 0.3$	$f = 0.35$	$f = 0.38$	$f = 0.4$	$f = 0.3$	$f = 0.35$	$f = 0.38$	$f = 0.4$
<b>0.1163</b>	0.01262	0.01283	0.01264	<b>0.01252</b>	0.01244	1.68	0.14	<b>0.79</b>	1.40
<b>0.1081</b>	0.01193	0.01225	0.01207	<b>0.01196</b>	0.01188	2.72	1.17	<b>0.23</b>	0.39
<b>0.1006</b>	0.01103	0.01171	0.01154	<b>0.01143</b>	0.01136	6.19	4.58	<b>3.61</b>	2.97





## BIBLIOGRAFÍA

**Bijankhan, M., Ferro V. y Kouchakzadeh, S. (2013)** *“New stage-discharge relationships for radial gates”*. American Society of Civil Engineers.

**Buyalski C. P. (1983)** *“Discharge algorithms for canal radial gates”*. REC-ERC-83-9, Engineering and Research Center, U.S. Bureau of Reclamation, Denver, ([http://www.usbr.gov/pmts/hydraulics\\_lab/pubs/REC/REC-ERC-83-09.pdf](http://www.usbr.gov/pmts/hydraulics_lab/pubs/REC/REC-ERC-83-09.pdf)).

**Cozzo, G. (1978)** *“Una formula per il calcolo del coefficiente d’efflusso delle luci sotto paratoie”*, L’Energia Electrica, No 11-12, 504-513

**Ferro V. (2000)** *“Simultaneous flow over and under a gate”*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 126(3), 190-193.

**Gentilini B. (1941)** *“Efflusso dalle luci soggiacenti alle paratoie piane inclínate e a settore”*, L’Energia Electrica, XVIII, 6, p 361.

**Henderson, F. M. (1966)**. *“Open channel flow”*, Macmillan, New York.

**Jiménez, A. A., Berezowsky, M. (2009)** *“Modelación matemática de la operación de la estructura de control del río Carrizal”*. Serie Investigación y Desarrollo, SID/662, Instituto de Ingeniería, UNAM.

**Jiménez, A. A., Millán, K. y Ortiz V. M. (2014)** *“Leyes de descarga de la estructura de control El Macayo, Tabasco”*. XXIII Congreso Nacional de Hidráulica, México.

**Millán, K. (2014)** *“Estudio para determinar las leyes de descarga de la estructura de control El Macayo”*. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.

**Montes, J. S. (1998)**, *“Hydraulics of open channel Flow”*, ASCE, EUA.

**Shahrokhnia, M. y Javan, M. (2006)** *“Dimensionless stage-discharge relationship in radial gates”*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 132(2), 180-184.

**Sotelo, G. A. (1974)** *Hidráulica General, Fundamentos*, Limusa.