



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Centro de Radioastronomía y Astrofísica

**MODELOS GLOBALES DE DISCOS
GALÁCTICOS**

T E S I S

PARA OPTAR POR EL GRADO DE
DOCTORA EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

P R E S E N T A

M. en C. MARÍA DOLORES MATA CHÁVEZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. GILBERTO C. GÓMEZ REYES

CRyA-UNAM

MORELIA, MICHOACÁN. JUNIO 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice general

1. Introducción	2
2. Galaxias espirales	7
2.1. Características generales	7
2.1.1. La Vía Láctea	11
2.2. Ondas de densidad	13
2.2.1. Aproximación WKB	16
2.2.2. Velocidad de grupo	19
2.2.3. Amplificación de oscilación	21
2.2.4. Recapitulando la hipótesis de Lin & Shu	21
3. Métodos numéricos	25
3.1. Hidrodinámica y dinámica estelar	25
3.1.1. Tiempo de relajación y ecuación de Boltzmann	25
3.1.2. Dinámica de fluidos (Boltzmann colisional)	27
3.2. Simulaciones numéricas	31
3.2.1. N-cuerpos	31
3.2.2. Método SPH	33
3.2.3. El código GADGET-2	35
4. Análisis de la estructura espiral	39
4.1. Resumen	39
5. Mezclado radial en el disco galáctico	46
5.1. Introducción	46
5.2. Movimientos radiales	47
5.3. Efecto del mezclado en las abundancias	49
5.4. Modelo de formación estelar	52
5.5. Conclusiones	53
6. Conclusiones generales	56
A. Cálculo de fuerzas	58
B. Impacto de brazos espirales	60

Capítulo 1

Introducción

Basta con alejarse un poco de las ciudades para mirar el cielo que nuestros antepasados observaron. En él, se encuentran las bases de sus creencias, sus dioses y tradiciones. En una noche oscura se observa una infinidad de estrellas, y también lo que pareciera una nube brillante. En el México prehispánico se le llamaba *mixcoatl* (en náhuatl, *nube de serpiente*), la cual se asociaba al dios de la caza y tempestad, Mixcoatl. Para los incas, era polvo dorado de estrellas. Para los europeos, el sagrado camino que guiaba a los peregrinos a través de los Pirineos hacia Santiago de Compostela. Para los egipcios, trigo esparcido en el cielo por la diosa Isis. Para los Cherokees, un camino de maíz que derramó un perro. Y para los esquimales, un sendero de nieve que surcaba la oscura bóveda celeste.

La cultura cuyo conocimiento más se propagó fue la griega. En su cosmogonía, esa franja luminosa se asociaba a un camino de leche producido por la diosa Hera y fue llamada *Galaxia*, que en griego significa leche. Fueron los romanos quienes la llamaron *Vía Láctea* (camino lechoso).

Con el paso del tiempo, el avance de la astronomía y la invención del telescopio, Galileo Galilei observó la Vía Láctea y encontró que no era una nube sino un gran conjunto de estrellas, tan lejanas y cuya cantidad era tan grande que era difícil distinguirlas a simple vista.

A mediados del siglo XVIII Immanuel Kant propuso que, al igual que el Sistema Solar, la Vía Láctea tenía forma aplanada y que estaba formada por estrellas que se movían de manera circular formando un disco de estrellas y la llamó “universo isla”. Además de la Vía Láctea, se encontraron otras “nebulosidades” con diferentes formas de esferoides y de discos en los que se observaba una subestructura, pero no se sabía si estas nebulosas formaban parte de nuestra Galaxia o si eran sistemas diferentes.

Fue hasta 1920 que se realizó un debate para discutir la naturaleza galáctica o extragaláctica de estos objetos. Los dos principales expositores fueron Harlow Shapley y Heber Curtis. Shapley había realizado estudios de cúmulos globulares en la Galaxia y había encontrado que la Galaxia era un sistema con el Sol lejos del centro y, dada su distribución y distancia, la Galaxia era lo suficientemente

grande como para que las “nebulosidades” fueran parte de ella. Además, las nebulosas espirales tenían un tamaño angular pequeño y, si se trataba de sistemas como la Vía Láctea, significaba que estaban a distancias inconcebibles.

Por otra parte, Curtis se basaba en el modelo de la Galaxia propuesto por Kapteyn, en que la Galaxia era pequeña, con el Sol casi en el centro. Curtis opinaba que se trataban de sistemas independientes de la Vía Láctea. Suponiendo que estas nebulosas espirales tenían un tamaño similar, comparó el tamaño angular de la nebulosa de Andrómeda con las otras nebulosas encontrando que, aún si Andrómeda formaba parte de la Galaxia propuesta por Shapley, las otras nebulosas estaban lo suficientemente lejos como para ser sistemas independientes. Curtis también hizo observaciones de estrellas novas en la dirección de la nebulosa de Andrómeda y encontró que eran demasiadas novas para tan pequeña región y que estaban más oscurecidas que las novas observadas en otras regiones de la Galaxia. Estos resultados implicaban que las novas estaban ligadas con la nebulosa y que se encontraban lejos de la Vía Láctea.

Años después del debate, se encontró que ambos expositores se basaban en modelos de la Galaxia que estaban afectados por el gas y polvo que hay en la Galaxia, que producen un enrojecimiento y atenuación de la luz de las estrellas. Shapley no tomó en cuenta el enrojecimiento en los cúmulos, por lo que su modelo mostraba una Galaxia mucho más grande de lo real. Curtis se basaba en el modelo de Kapteyn, que subestimó la atenuación y cuyo modelo del disco era mucho más pequeño que el real, por lo que las distancias que Curtis medía hacia Andrómeda eran más pequeñas que la real. Otro error en el estudio de Curtis fue que en realidad midió la distancia a Andrómeda con supernovas, que son más brillantes que las novas.

El estudio que zanjó el debate de las nebulosidades fue hecho por Edwin Hubble. Usando estrellas variables muy brillantes con brillo bien definido, calculó la distancia a varias nebulosidades (especialmente NGC 6822, M33, M32 y Andrómeda) y encontró que eran otros “universo isla” independientes de la Vía Láctea.

Al observar con detalle estas nebulosidades, hoy conocidas como galaxias, se encontró que tenían diferentes formas, tamaños y estructuras por lo que se buscó clasificarlas para encontrar si estaban conectadas de manera evolutiva. Edwin Hubble propuso una clasificación que sigue vigente y se le conoce como “el diagrama de Hubble” (Figura 1.1). La clasificación de Hubble divide a las galaxias en tres grupos principales: elípticas, de disco con estructura espiral y de disco barradas. Las elípticas se clasifican según su excentricidad, siendo E0 la más esferoidal hasta E7 la más aplanada. Para el estudio de la estructura y dinámica de las galaxias elípticas, se necesita conocer su forma, la cual se obtiene de observaciones fotométricas y cinemáticas. Gracias a los estudios cinemáticos se sabe que muchas de las galaxias elípticas no tienen rotación, sino que las estrellas en ellas se mueven de manera aleatoria en diferentes direcciones. El punto de unión del diapasón corresponde a las galaxias S0, que son galaxias que presentan una componente elíptica aplanada y en la parte externa tienen forma de disco. Se cree que estas galaxias puedan ser el lazo evolutivo entre las

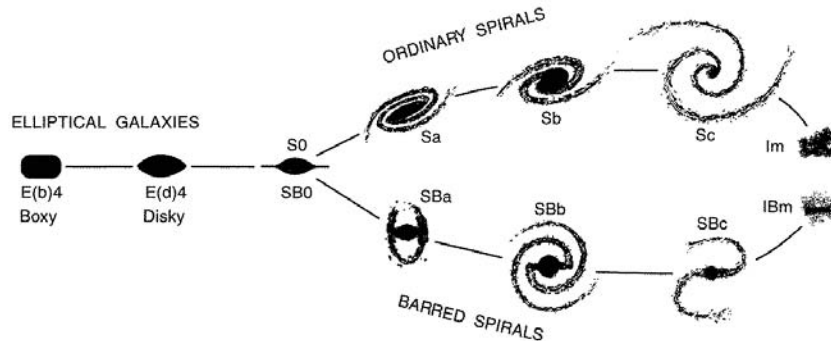


Figura 1.1: Diapasón de Hubble (Kormendy & Bender 1996).

galaxias espirales y las elípticas.

Las espirales se clasifican en Sa-c, según el enrollamiento de los brazos (Figura 2.3), la cantidad de gas, el tamaño del bulbo central, el tamaño de las regiones HII que contienen y la concentración lumínica central, siendo las Sa las más enrolladas, con menos regiones HII y gas y con mayor brillo central y masa. Las Sc tienen menos masa y un bulbo pequeño, tienen los brazos más abiertos, mejor definidos por las regiones HII y con mucho gas.

Muchas de las galaxias de disco contienen una estructura de barra en el centro, la cual tienen una forma elongada más parecida a un rectángulo que a una elipse. El grosor de las barras no está bien definido debido a que es difícil ver una barra en una galaxia vista de canto. Sin embargo, la luminosidad de estrellas viejas en el centro de la galaxia ha servido para establecer algunos límites y encontrar que las barras son aplanadas. Las galaxias barradas (SB) tienen una estructura espiral que se extiende a partir de la barra central, aunque la barra y los brazos de estas galaxias no están conectados dinámicamente (Sellwood & Sparke 1988). Se clasifican de manera similar a las espirales, en donde SBa corresponde a una espiral enrollada y con un núcleo muy brillante y SBc corresponde a una espiral abierta y con una barra menos brillante (Bertin & Lin 1996). Las galaxias que no se encuentran en alguna de las clasificaciones mencionadas son llamadas galaxias irregulares.

La estructura espiral de las galaxias ha sido muy estudiada pero su origen aún no se ha definido. Se han propuesto diversas teorías, como la de Lin & Shu (Lin & Shu 1964; Bertin & Lin 1996), la cual propone que los brazos son ondas de densidad que se propagan en el disco y que se mantienen sin cambios durante algunas rotaciones del disco. Pero comparar las observaciones con la teoría es complicado porque se necesita observar cómo los sistemas cambian con el tiempo. Es por eso que se necesitó recurrir a simulaciones de galaxias. Las simulaciones numéricas ponen a prueba las teorías ya que pueden compararse más directamente con las observaciones y toman en cuenta efectos no lineales difíciles de predecir en forma teórica. Además, nos permiten seguir rápidamente

la evolución temporal de los sistemas galácticos. Con las simulaciones se puede estudiar cómo los sistemas galácticos son afectados por su propia inestabilidad o por agentes extraños que perturban el sistema, como cúmulos de estrellas, nubes de gas u otras galaxias, y aislar los elementos que afectan la galaxia para evaluar su importancia relativa en la evolución galáctica. La primera simulación de dinámica galáctica la realizó Erik Holmberg en 1941 con el fin de estudiar la interacción entre dos galaxias formadas por 37 partículas utilizando focos y fotoceldas. Holmberg (1941) representó un elemento de masa por un bulbo, cuya intensidad luminosa era proporcional a la masa. Para medir la fuerza gravitacional total a una partícula, Holmberg intercambiaba el bulbo por fotodetectores para medir el flujo de luz de los demás bulbos. Hoy en día los avances tecnológicos y el poder computacional nos permiten tener simulaciones numéricas muy detalladas para compararlas con el universo que observamos (Figura 1.2).

Gracias a las simulaciones se han propuesto otras teorías del origen de la estructura espiral de las galaxias. Una de ellas es la teoría de amplificación de ondas (Goldreich & Lynden-Bell 1965; Julian & Toomre 1966), en la que pequeñas perturbaciones pueden crear una espiral y la naturaleza de la misma puede hacer que la onda se amplifique. También se ha encontrado que la espiral puede ser producida de diferentes maneras: interacciones con otras galaxias (Toomre 1978; Vozikis & Caranicolas 1993) o sobredensidades en el disco que lo vuelven inestable (D’Onghia et al. 2013).

El estudio de las espirales galácticas se enfoca en la dinámica estelar y muy poco se toma en cuenta la contribución del gas debido a la diferencia en masa que éste representa y sólo es considerado como una perturbación. La componente gaseosa de los discos galácticos tiene gran importancia en el proceso de formación estelar y en este sentido ha sido muy estudiada (Bertin & Lin 1996; Sellwood & Carlberg 2014; Dobbs & Baba 2014). Sin embargo, falta estudiar las interacciones que, de manera local, pueden tener grandes concentraciones de gas con estrellas del disco galáctico.

En esta tesis se utilizan simulaciones numéricas de discos galácticos para evaluar la importancia de las partículas de gas en el disco galáctico. Utilizamos el análisis de Fourier para medir los parámetros de la estructura espiral de ambos discos (gaseoso y estelar) y determinar las diferencias. Para hacer una comparación apropiada y encontrar el impacto del gas en la estructura espiral, se realiza otra simulación en la que el disco galáctico no contiene gas.

Por último, ya que la componente gaseosa es la responsable de la formación estelar, los gradientes de abundancia química en las estrellas deben ser similares a los del gas del que se forman. Sin embargo esto no se observa (Edvardsson et al. 1993). Para solventar este problema se recurre a simulaciones en las que se observa que las estrellas y el gas se mueven de manera distinta en la dirección radial, lo que hace que las mediciones de metalicidad cambien. Es por ello que en nuestro trabajo medimos los desplazamientos de los diferentes tipos de partículas y realizamos un modelo simple para encontrar si las diferencias en las pendientes son el resultado de mediciones inadecuadas o dependen de los movimientos radiales de las partículas.

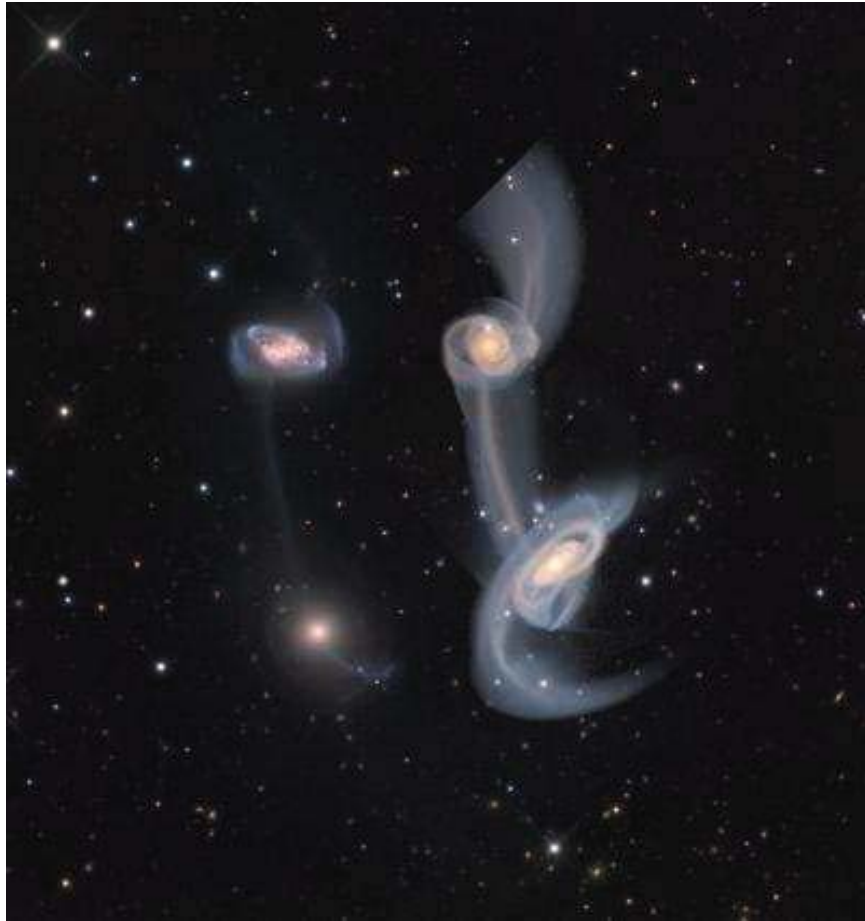


Figura 1.2: A la izquierda se observa una imagen del sistema Keenan tomada con el telescopio del Mt. Lemmon SkyCenter. A la derecha la imagen de una simulación computacional de N-cuerpos desarrollada por John Dubinski (<http://phys.org/news197295786.html>).

Capítulo 2

Galaxias espirales

En esta tesis, nuestro objeto de estudio son las galaxias espirales, por lo que hablaremos un poco más de sus características.

2.1. Características generales

Las galaxias espirales están formadas por tres tipos de estructuras: un bulbo central formado principalmente por estrellas viejas y con alta dispersión de velocidades que le da una forma esferoidal; un disco formado de estrellas, gas y polvo sostenidos por rotación; un halo que envuelve las demás componentes y que está formado de dos partes: halo estelar, en donde se encuentran cúmulos globulares de estrellas viejas; y un halo de materia oscura, donde se encuentra la mayor parte de la masa de la galaxia (Figura 2.1). Al estudiar el perfil de brillo superficial de las galaxias espirales, se encuentra que el perfil se divide en dos partes: un perfil tipo Sérsic [$\ln I(r) = \ln I_0 - kr^{1/n}$] que se asocia con el bulbo central (Freeman 1970 donde I_0 es la intensidad en $r = 0$, $k = \text{constante}$ y n es el índice de Sérsic), y un perfil exponencial asociado al disco, es decir $I(r) \propto I_0 \exp^{-(r/h_r)}$, donde h_r es la longitud de escala. Este perfil de brillo nos habla de la distribución de masa en el disco galáctico, por lo que la masa del disco decae de manera exponencial, aunque puede llegar a radios de hasta ~ 25 kpc. El brillo de la galaxia también nos sirve para estimar cuántas estrellas de tipo solar se necesitan para reproducir el flujo de luz que observamos y así obtener la masa de la galaxia. Esta relación entre la luminosidad de una galaxia y su masa depende de la población estelar de la galaxia y ha permitido establecer las relaciones de masa-luminosidad (Faber & Gallagher 1979).

El disco de las galaxias espirales se forma gracias al equilibrio entre el potencial gravitacional que atrae el material y su fuerza centrífuga, haciendo que el material tenga órbitas cuasi-circulares (a primera aproximación). Las demás componentes del la galaxia influyen gravitacionalmente al disco, haciendo que la velocidad rotacional del material no decaiga con la distancia como debería si la masa siguiera la distribución de luz. Por el contrario, la velocidad se mantiene constante en el radio. Cuando un sistema es dinámicamente frío (menos

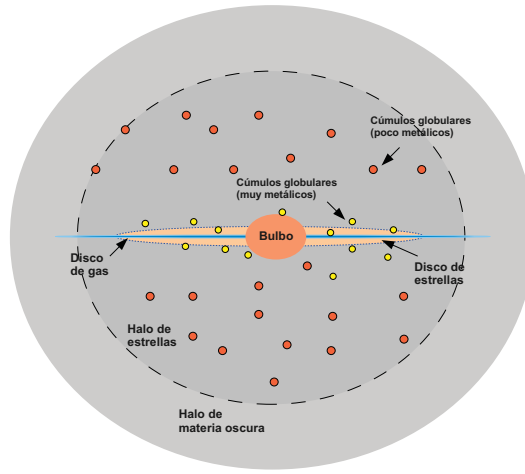


Figura 2.1: Esquema de una galaxia de disco.

dispersión de velocidad), la velocidad del material se aproxima a una velocidad circular. El material en el disco realmente no sigue órbitas circulares, pero esto es una buena aproximación y nos permite calcular cuál es la masa interna a cierto radio. La velocidad de rotación como función del radio, conocida como curva de rotación, se mide a partir de la emisión de líneas de $H\alpha$, HI y CO en vez de la velocidad directa de las estrellas porque el gas del medio interestelar tiene menor dispersión de velocidades (Dame & Thaddeus 2008).

La curva de rotación es una medida directa de la fuerza gravitacional dentro del disco. Por ello, suponiendo simetría esférica, la masa M interna a un radio r puede ser obtenida mediante la velocidad de rotación [$M(r) = rV_{rot}/G$, donde V_{rot} es la velocidad de rotación y G la constante de gravitación]. La masa para una galaxia espiral obtenida con este método varía entre 10^{10} - $10^{12} M_{\odot}$ y es mucho mayor a la obtenida por medio de la relación masa-luminosidad (Bertin & Lin 1996). Esto se debe a que la mayor parte de la masa de una galaxia se encuentra en el halo de materia oscura.

La curva de rotación está relacionada con la morfología de las galaxias espirales (Figura 2.2) y por tanto con el ángulo de apertura de los brazos (Figura 2.3). También se relaciona con el entorno de la galaxia, nos da información de la historia evolutiva de las galaxias (si las galaxias han tenido interacciones) y ayuda a conocer la cantidad de materia oscura en una galaxia (Sofue & Rubin 2001). Las curvas de rotación ayudan a conocer las características de galaxias lejanas (por ejemplo su luminosidad) al compararlas con las curvas de rotación de galaxias cercanas (Sofue & Rubin 2001). Brent Tully y J. Richard Fisher encontraron que cuando una galaxia es más brillante, su rotación es mayor. Esta relación se conoce como Tully-Fisher y establece que la luminosidad L de una galaxia es proporcional al máximo de la velocidad en su curva de rotación

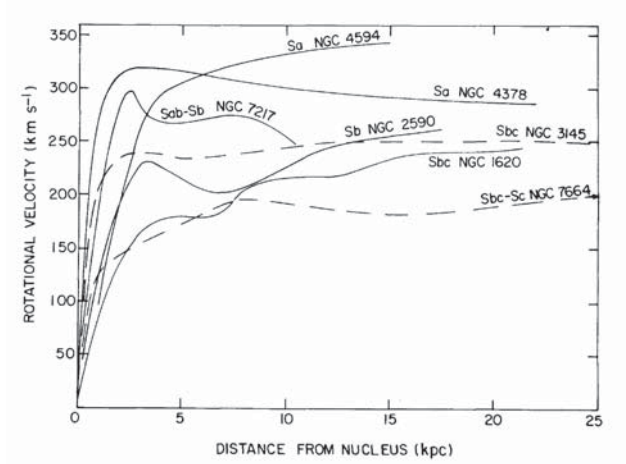


Figura 2.2: Curvas de velocidad obtenidas para diferentes tipos de Hubble (Rubin et al. 1978)

($L \propto v_{max}^\alpha$, donde $\alpha \sim 4$; Tully & Fisher 1977).

Simulaciones numéricas de la formación de halos de materia oscura mostraron la existencia de una curva de rotación universal (Navarro et al. 1996), la cual ya había sido propuesta por Persic et al. (1996). Esta curva universal propone que todas las galaxias presentan la misma forma en su curva de rotación y que las variaciones sólo dependen de la luminosidad de la galaxia, es decir, que la curva de rotación depende del radio y de la luminosidad. Este método tiene algunas fallas, ya que se necesita separar las componentes de masa (disco y bulbo) y elegir correctamente una función de masa-luminosidad, la cual puede ser muy ambigua (Sofue 2013).

Las galaxias de disco tienen una componente de gas predominante en hidrógeno neutro (HI) y molecular (H_2). Observaciones en la línea de 21 cm de HI y líneas en el milimétrico de CO producen mapas de la distribución del gas en las galaxias cercanas. En general, la distribución del gas molecular es semejante a la distribución de estrellas, mientras que el gas atómico se extiende mucho más. El análisis de la emisión de regiones HII en espirales nos permite conocer la abundancia de metales (la abundancia de gas interestelar); se encuentra que la metalicidad decrece con el radio (Wilson & Rood 1994; Stasińska et al. 2013).

La estructura espiral del disco se observa en los mapas de densidad de gas atómico y molecular y en la distribución del polvo, pero es principalmente clara en el visible ya que contiene muchas estrellas jóvenes. La estructura espiral es más pronunciada en el color azul que en el rojo debido a que la luz azul es producida principalmente por estrellas masivas y de corta edad nacidas en las nubes moleculares, mientras que la luz roja es dominada por estrellas viejas

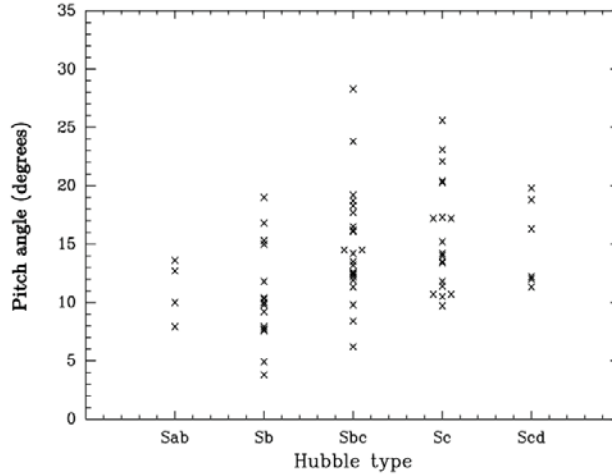


Figura 2.3: Relación entre el ángulo de enrollamiento (en grados) como función del tipo de Hubble (Ma 2002).

que contribuyen a la mayor parte de la masa del disco, generando un menor contraste entre las regiones interbrazo y los brazos.

La importancia de los brazos espirales es que pueden servir como disparadores de la formación estelar (Cedr s et al. 2013). Aunque a gran escala no influyen en la tasa de formaci3n estelar, sí pueden organizar las nubes de gas y producir choques entre ellas (Elmegreen 2011; Foyle et al. 2011). Esto sigue siendo tema de investigaci3n ya que algunos astr3nomos encuentran relaci3n entre la formaci3n estelar y los brazos espirales (Martínez-García & Puerari 2014).

Además de las clasificaciones mencionadas en  1, las galaxias de disco se pueden dividir según la estructura espiral que presentan. Si una galaxia tiene dos brazos bien formados se le llama de “gran diseño”; en general, las galaxias de gran diseño tienen un gran tamaño y no son abundantes. Cuando la galaxia presenta más de dos brazos se le conoce como “multi-brazo”. Este tipo de galaxia puede dividirse en dos regiones: interna (simétrica) y externa (no-simétrica); las espirales interna y externa pueden tener diferentes mecanismos de origen (Elmegreen 2011). Una gran fracci3n de galaxias, especialmente aquellas sin barra ($\sim 56\%$ para galaxias tempranas, $\sim 31\%$ para intermedias y hasta 95% para tardías), son galaxias “floculentas”, sin una estructura espiral definida y con brazos rotos (Elmegreen 1990).

Los brazos espirales también pueden clasificarse según su orientaci3n relativa a la direcci3n de giro de la galaxia. Se denominan *leading*, cuando el brazo se abre en la direcci3n en que rota la galaxia, y *trailing* cuando el brazo se abre en direcci3n opuesta al sentido de giro de la galaxia. Ambos tipos de espirales pueden ser observados, aunque la gran mayoría de la espirales observadas son

trailing (Pasha 1985).

2.1.1. La Vía Láctea

La Vía Láctea es una galaxia compuesta por un disco, un bulbo y un halo. El bulbo central contiene estrellas enrojecidas y en su centro se encuentra un hoyo negro de $\sim 10^6 M_{\odot}$ (Genzel et al. 2000; Ghez et al. 2005). El disco galáctico es la estructura observable más prominente con una masa de $\sim 5 \times 10^{10} M_{\odot}$ y se divide en un disco delgado, que contiene 95% de las estrellas del disco, y un disco grueso que rodea al disco delgado, formado por estrellas viejas. Se estima que el disco de estrellas tiene una longitud de 15 kpc, con el Sol ubicado a 8 kpc del centro. La densidad del disco decae de manera exponencial con una longitud de escala (h_r) de 3 – 4 kpc. El grosor de ambos discos también decae de manera exponencial, de manera que la escala de altura (h_z) para el disco delgado es de ~ 400 pc y para el disco grueso es 1 kpc. El gas en el disco Galáctico contiene una masa de $\sim 5 \times 10^9 M_{\odot}$, del cual el 80% es gas neutro y 20% gas molecular. El gas molecular se mantiene en las regiones cercanas al plano del disco, mientras que el gas neutro se mantiene en la parte interna del disco delgado y se extiende a radios mayores (se encuentra una estructura coherente hasta $R \sim 35$ kpc, pero hay emisión hasta $R \sim 60$ kpc; Kalberla & Dedes 2008).

El material en el disco tiene una velocidad de rotación aproximadamente constante de 220 km s^{-1} obtenida de la curva de rotación (Figura 2.4), de manera que al Sol le toma ~ 250 Myr completar su órbita alrededor del centro Galáctico. La componente estelar del halo Galáctico está formado por estrellas y cúmulos estelares pobres en metales, los cuales siguen órbitas muy excéntricas y tienen direcciones arbitrarias. En la componente de materia oscura del halo galáctico se encuentra la mayor parte de la masa de la Galaxia ($\sim 10^{12} M_{\odot}$), la cual se infiere mediante la curva de rotación de la Galaxia.

La Vía Láctea posee cualidades de una galaxia espiral. Sin embargo es difícil determinar su estructura debido a nuestra ubicación dentro de ella. Gracias a que el medio interestelar de la Galaxia emite fuertemente a 21cm y se encuentra en todo el disco, Oort, Kerr & Westerhout hicieron el primer mapa “completo” de la Vía Láctea utilizando hidrógeno atómico, suponiendo que el gas sigue órbitas circulares (Oort et al. 1958; Gómez 2006). En este mapa aparecían regiones en las que aumenta la densidad del gas y Oort et al. las identificaron como la estructura espiral de la Galaxia, la cual ya se había identificado con regiones de formación estelar en la vecindad solar. Con el paso del tiempo se ha mejorado la tecnología y se han desarrollado mapas de HII, CO, etc, que no sólo nos confirman la estructura espiral, sino que sugieren fuertemente que la Galaxia tiene cuatro brazos (Vallée 2005).

La prueba más contundente de la estructura espiral Galáctica estelar fue presentada por Drimmel (2000), quien observó la distribución de masa estelar de la Galaxia utilizando la emisión de la banda K. La razón por la cual el estudio de la banda K es importante es porque casi el 90% de las estrellas rojas son catalogadas como gigantes rojas, una buena fracción de las cuales parecen

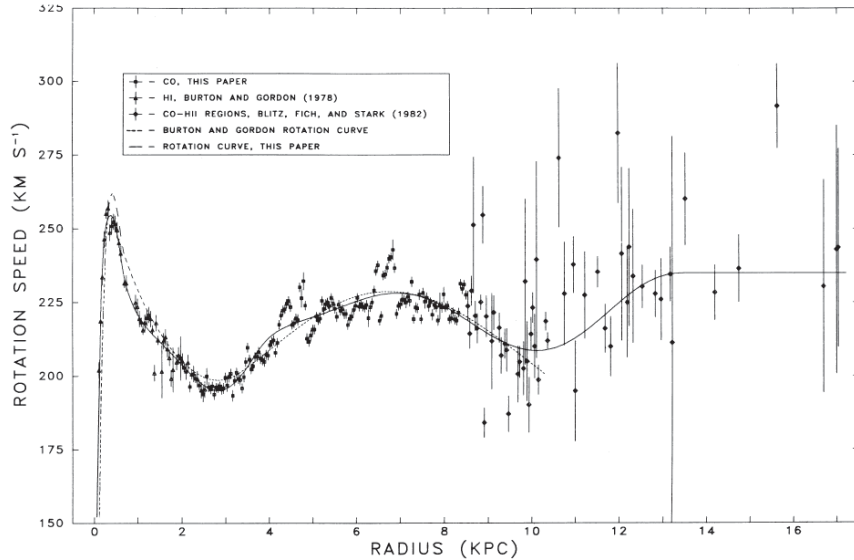


Figura 2.4: Curva de rotación para la Galaxia (Clemens 1985).

ser “*red-clump giants*”. Estas estrellas tienen un pequeño rango de luminosidades intrínsecas, haciéndolas buenas candelas estándar detectables en el cercano infrarrojo (cercano-IR) a largas distancias. Drimmel (2000) encontró que la distribución estelar mapea una estructura espiral de dos brazos y que el ángulo de apertura de los mismos es mayor al de los brazos observados en el óptico. Esta discrepancia entre la espiral difusa de banda K y la del óptico/gas sugiere que observaciones en el cercano-IR podrían dar información para reconstruir los procesos dinámicos responsables de producir la estructura espiral (Churchwell et al. 2009).

En los estudios dinámicos de HI y CO se observan otras componentes de disco Galáctico, como la presencia de una barra central y dos pequeños brazos de 3 kpc que se encuentran cerca de la barra. El brazo cercano de 3 kpc fue descubierto en 1950 mediante la emisión de 21-cm de HI (van Woerden et al. 1957) y se encuentra a 5.2 kpc del Sol y 3.3 kpc del centro de la Galaxia. Un segundo brazo fue descubierto por Tom Dame y colaboradores a través de la emisión de CO; este brazo es la contraparte del brazo cercano de 3 kpc e implica la simetría de la región central de la galaxia (Dame & Thaddeus 2008). La barra central fue descubierta al observar que el hidrógeno atómico tenía movimientos radiales (Rougeer & Oort 1960). Sus características fueron confirmadas después con observaciones de estrellas rojas (Benjamin et al. 2005). Estas mismas estrellas también permitieron encontrar una segunda barra central de menor masa que es más delgada y larga (Hammersley et al. 2000; Benjamin et al. 2005).

Con los datos que se conocen de la Vía Láctea, se puede realizar un esquema de cómo un observador situado fuera de ella puede verla (Figura 2.5).

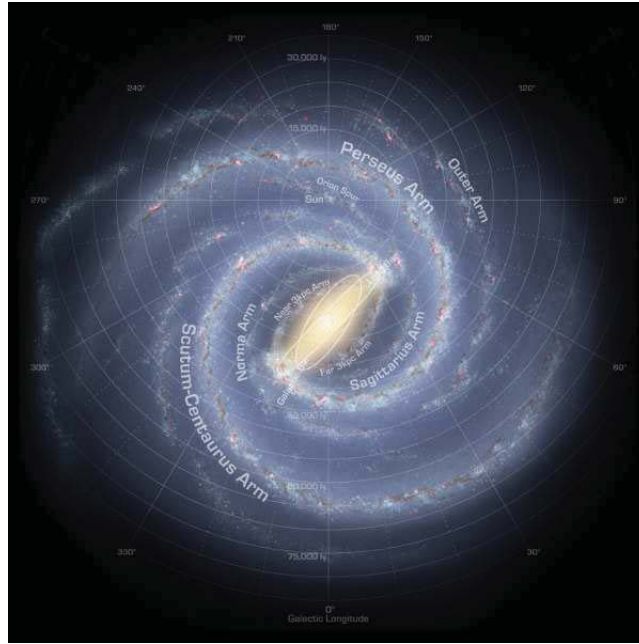


Figura 2.5: Esquema actual de la Vía Láctea (Churchwell et al. 2009).

2.2. Ondas de densidad

Muchas de las galaxias de disco presentan una estructura espiral, pero las preguntas de cómo se formó la estructura espiral y cuál es el tiempo de vida de la estructura no han podido ser resueltas satisfactoriamente.

Lo primero que se pensaba de estas espirales era que estaban formadas por material que se acumulaba en el disco. Sin embargo, la rotación diferencial de los discos galácticos hace que el material del disco se mueva con una velocidad angular que depende del radio galactocéntrico $[\Omega(R)]$, por lo que una estructura extendida como las espirales observadas tendería a enrollarse en el disco después de algunas rotaciones. A esto se le conoce como el *problema del enrollamiento*.

Este tipo de comportamiento puede reproducir las diferentes morfologías observadas si pensamos que en un tiempo inicial tenemos una espiral abierta (Sc) que se cierra con el tiempo hasta enrollarse (Sa). No obstante, no se podría explicar una evolución temporal con el resto de las características de las galaxias. Supongamos una franja de material cuyo lugar geométrico φ obedece:

$$\varphi(R, t) = \varphi_0 + \Omega(R)t, \quad (2.1)$$

donde φ_0 es el lugar geométrico al tiempo inicial. Entonces, el ángulo de enrollamiento se define como el ángulo entre la tangente al brazo y el círculo de radio $r = \text{constante}$, y está dado por:

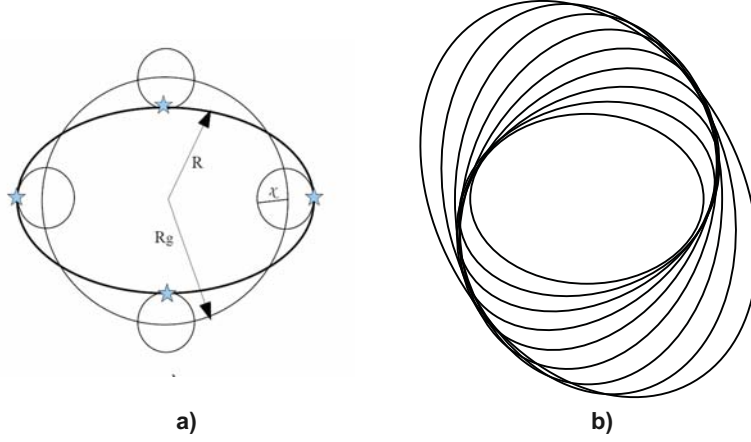


Figura 2.6: a) Órbita elíptica formada por epiciclos superpuestos a una órbita circular. b) Espiral cinemática para $m = 2$.

$$\cot i = \left| Rt \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right| = Rt \left| \frac{\partial \Omega}{\partial R} \right|. \quad (2.2)$$

Para una galaxia típica observada, se tiene una curva de rotación plana con $\Omega R \approx 200 \text{ km s}^{-1}$ a $R = 10 \text{ kpc}$. A una edad de $t = 10^8 \text{ yr}$, se tiene un ángulo $i = 0.25^\circ$, lo que implica una espiral mucho más enrollada de lo observado (Binney & Tremaine 1987).

Otra manera de obtener una estructura espiral es por medio de la cinemática de las estrellas. Si las estrellas de un disco galáctico se mueven en órbitas excéntricas que pueden describirse como la suma de una órbita circular, de radio R_g , y una oscilación epicíclica, que hace que las estrellas libren alrededor de R_g (Figura 2.6a). Este movimiento será una roseta descrita por:

$$R = R_g + x = R_g + X \cos(\kappa t + \psi), \quad (2.3)$$

donde X es la amplitud del movimiento radial, κ es la frecuencia epicíclica, y ψ describe el radio inicial. Si colocamos una estrella moviéndose en una elipse descrita por el radio guía R_g y $\psi = m\varphi_g(0)$, tal que $\varphi_g(0) = 0$, después de un tiempo, el centro guía se moverá según $\varphi_g(t) = \varphi_g(0) + \Omega t$, y la posición de la estrella será:

$$x = X \cos\{\kappa t + m[\varphi_g(t) - \Omega t]\} = X \cos\{(m\Omega - \kappa)t - m\varphi_g(t)\}. \quad (2.4)$$

Ahora, el eje mayor de la órbita descrita apunta a la dirección donde,

$$(m\Omega - \kappa)t - m\varphi = 0, \quad (2.5)$$

por lo que

$$\varphi = (\Omega - \kappa/m)t \equiv \Omega_p t. \quad (2.6)$$

Si a cada radio tenemos estrellas que siguen este tipo de órbitas, entonces obtenemos un patrón de onda que al moverse genera un patrón espiral. La curva $\Omega - \kappa/m$ varía con el radio pero, para curvas con $m = 2$, la curva es casi constante (Figura 2.6b). Esto nos permite tener una espiral con velocidad angular casi constante Ω_p , que se define como la velocidad del patrón producido por estrellas que, al moverse alrededor de un radio guía, puedan volver a su posición original en un tiempo $2\pi/\Omega_p$. El valor de m en la ecuación (2.6), nos habla del número de brazos que posee la espiral. Así, para una espiral de gran diseño con dos brazos, $m = 2$. La espiral generada se le llama *espiral cinemática* porque sólo involucra la cinemática de las órbitas en un potencial central.

En una galaxia real, no todas las órbitas estelares son cerradas ni se mueven a la misma velocidad, por lo que la espiral producida tiende a cerrarse. Esta es otra versión del *problema del enrollamiento*, pero aplicado a una onda y no a brazos materiales. La espiral cinemática se enrolla más lentamente que una espiral material, con un ángulo de enrollamiento dado por:

$$\cot i = Rt \left| \frac{d(\Omega - \kappa/2)}{dR} \right|. \quad (2.7)$$

Otro factor a considerar es cómo las estrellas afectan al potencial axisimétrico del disco. Si una onda con una velocidad angular Ω_p perturba el potencial, las órbitas estelares pueden entrar en resonancia con el disco cuando la frecuencia circular (Ω) y epicíclica (κ) cumplen dos condiciones: $\Omega = \Omega_p$ (resonancia de corrotación); $m(\Omega - \Omega_p) = \pm\kappa$ (resonancias de Lindbland). Las órbitas estelares refuerzan a una onda espiral sólo si se encuentran entre las resonancias de Lindbland (ver §2.2.2).

Una posible solución al problema de cómo se forman las espirales es que la estructura espiral sea un conjunto de brazos independientes formados por inestabilidades gravitacionales en el disco. También podrían ser producto de interacciones con otras galaxias, por lo que la estructura espiral sólo viviría poco tiempo.

Para resolver el problema de enrollamiento Lin y Shu propusieron la teoría de ondas de densidad (Lin & Shu 1964, ver §2.2.4). En esta teoría, las espirales se comportan como una onda que se propaga a través del disco, como las olas en el mar, en las que el material se mueve junto con el disco, pero la espiral es una onda que se mueve de manera independiente.

La principal hipótesis de la teoría de ondas es que el patrón espiral es una onda cuasi-estática que se mantiene por muchos periodos de rotación. En otras palabras, la hipótesis propone que la estructura espiral es un modo estable de un disco galáctico.

La hipótesis de Lin y Shu permite hacer predicciones para compararlas con galaxias espirales observadas y obtener una visión más amplia para realizar modelos computacionales. Desafortunadamente, la hipótesis no es del todo co-

rrecta ya que muchas de las galaxias observadas no presentan un patrón espiral estacionario (ver §2.2.4).

Uno de los descubrimientos más importantes para entender cómo estas ondas de densidad pueden generarse es que un disco galáctico responde a pequeñas perturbaciones. Este resultado pertenece a dos grupos de investigadores. El primero fue de Peter Goldreich y Donald Lynden-Bell que investigaron la evolución de perturbaciones a pequeñas escalas en un disco de fluido con rotación diferencial y autogravitante (Goldreich & Lynden-Bell 1965). Ellos encontraron que las perturbaciones pueden amplificarse manteniendo el disco estable (§2.2.3). El otro grupo compuesto por William Julian y Alar Toomre estudió cómo un disco con rotación diferencial responde a la presencia de un punto masa rotando en una órbita circular junto con el disco. Ellos encontraron que esta interacción puede producir una onda espiral (Julian & Toomre 1966). Ambos resultados demuestran que los discos galácticos pueden responder a perturbaciones temporales y que el fenómeno se presenta tanto en el disco estelar como en el gaseoso. Esto hace que la estructura espiral pueda ser más transitoria que estacionaria.

2.2.1. Aproximación WKB

En la década de los sesentas se propuso un modelo de ondas de densidad autoconsistentes, es decir, que al imponer un patrón espiral de densidad superficial, las estrellas en el disco sean afectadas por dicho potencial y generen una densidad superficial en respuesta igual al patrón impuesto inicialmente. Originalmente este tipo de estudios son difíciles de hacer analíticamente, pero Lin & Shu (1966) propuso una aproximación de espirales enrolladas (TW, por sus siglas en inglés o aproximación WKB¹) para resolver el problema de manera analítica. Esta aproximación funciona para espirales cuya distancia entre cada brazo es muy pequeña comparada con el radio galáctico. El resto de esta sección muestra la discusión presentada en Binney & Tremaine (1987) para la aproximación WKB.

En una espiral de m brazos iguales cuyo patrón es invariante a una rotación de $2\pi/m$, en la que cada brazo tiene la forma $\varphi + g(r, t) = \text{constante}$, la ubicación de los brazos es:

$$m\varphi + f(R, t) = \text{constante}, \quad (2.8)$$

donde $f(R, t) = mg(R, t)$. La separación radial entre cada brazo para una posición azimutal dada es ΔR , donde $|f(R + \Delta R, t) - f(R, t)| = 2\pi$. Si los brazos son muy apretados $f(R + \Delta R, t)$ se puede reemplazar por $f(R, t) + (\partial f / \partial R)\Delta R$, tal que $(\partial f / \partial R)\Delta R = 2\pi$. En este caso ΔR es igual a la longitud de onda radial

$$\lambda(R, t) \equiv \frac{2\pi}{|\partial f(R, t) / \partial R|}, \quad (2.9)$$

y su respectivo número de onda es $|k| = 2\pi/\lambda$, por lo que

¹El nombre fue elegido debido a la similitud con la aproximación hecha por Wentzel-Kramers-Brillouin para la mecánica cuántica.

$$k(R, t) \equiv \frac{\partial f(R, t)}{\partial R}. \quad (2.10)$$

El valor de k puede ser positivo o negativo dependiendo si espiral es *leading* ($k < 0$) o *trailing* ($k > 0$).

De la ecuación (2.2), tenemos que el ángulo de enrollamiento para esta espiral es:

$$\cot i = \left| \frac{kR}{m} \right|. \quad (2.11)$$

La condición para que esta aproximación sea válida es que el ángulo de enrollamiento sea pequeño, es decir, que $\cot i \gg 1$.

Muchas de las galaxias observadas tienen un ángulo de enrollamiento mayor (Ma 2002). Sin embargo, esta aproximación también puede funcionar para galaxias con un ángulo mediano ($\sim 14^\circ$, Binney & Tremaine 1987) aunque a estos ángulos la aproximación ya no es autoconsistente (Pérez-Villegas et al. 2012).

Relación de dispersión

Al suponer que los brazos espirales son ondas que se propagan por un medio, no sólo se requiere saber cómo las ondas son generadas, sino cómo el medio en que se generan restringe su propagación. Una relación de dispersión nos dice cómo se relaciona la frecuencia de las ondas espirales con en el medio que la contiene. Como mencionamos anteriormente, una galaxia espiral está formada de gas y estrellas y cada uno de estos ingredientes se comporta de diferente forma. La relación de dispersión para ondas de densidad espirales en un disco de gas es (Bertin et al. 1989a,b):

$$(m\Omega - \omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma|k| + k^2 v_s^2, \quad (2.12)$$

donde ω es la frecuencia del patrón tal que $\Omega_p = \omega/m$. En ella se toman en cuenta un disco delgado con densidad superficial Σ en que las ondas de sonido se mueven a una velocidad v_s , dada una ecuación de estado $p = K\Sigma^\gamma$, y suponiendo que las espirales producidas son muy enrolladas de manera que el efecto gravitacional del patrón es local. Los términos de la derecha de ecuación (2.12) nos dicen cómo la rotación diferencial del disco (primer término) y la presión del gas en el disco (último término) se compensan con la fuerza gravitacional (segundo término). Los términos de rotación diferencial y presión estabilizan el disco, es decir, incrementan el valor de $(m\Omega - \omega)^2$. En cambio, el término gravitacional disminuye $(m\Omega - \omega)^2$, haciendo el disco más inestable. Perturbaciones muy grande (k pequeña) son estabilizadas por la rotación diferencial. Perturbaciones pequeñas (k grande) son estabilizadas por la presión de radiación.

Para un disco de estrellas sin colisiones y frío, es decir, con órbitas completamente circulares, la relación es similar pero sin el último término ya que la presión del disco es cero. Lo que debe cuidarse es que la amplitud epicíclica de las estrellas sea mucho menor que la longitud de onda impuesta por la espiral, de lo contrario las estrellas pueden esparcirse por el disco y diluir la onda, es decir, un disco puede reforzar una onda espiral y ayudarla a crecer sólo si los

movimientos aleatorios de las estrellas son suficientemente pequeños como para no quedar fuera de la espiral. Cuando este no es el caso, es necesario un factor de reducción $F \leq 1$, que nos dice qué tanto la respuesta de la perturbación espiral es reducida por debajo del valor para un disco frío: $F = 1$ indica que tenemos un disco muy frío y la perturbación será muy evidente; en cambio, si $F = 0$, el disco será muy caliente y la perturbación no es importante. La relación de dispersión para un disco de estrellas es entonces (Lin & Shu 1966; Binney & Tremaine 2008):

$$(m\Omega - \omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma |k| F \left(\frac{\omega - m\Omega}{\kappa}, \frac{k^2 \sigma_R^2}{\kappa^2} \right) \quad (2.13)$$

Las relaciones (2.12) y (2.13) son de vital importancia para el estudio analítico de las ondas de densidad en un disco, pues sirven como guía para la estabilidad, evolución y forma de las ondas de densidad.

Inestabilidades

Para determinar las condiciones en las que un disco, como el descrito en las relaciones de dispersión anteriores, es estable ante un perturbador axisimétrico, tomamos $m = 0$ y $|kR| \gg 1$. Entonces, para el disco de gas, la ecuación 2.12 se escribe como

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma |k| + k^2 v_s^2. \quad (2.14)$$

Si $\omega^2 > 0$, el disco es estable. Si $\omega^2 < 0$ la perturbación crece de manera exponencial y el disco es inestable. El límite para la estabilidad es cuando $\omega^2 = 0$, es decir,

$$\kappa^2 - 2\pi G\Sigma |k| + k^2 v_s^2 = 0 \quad (2.15)$$

Para encontrar el límite en que un disco de gas es estable, debemos encontrar las soluciones para k de la ecuación anterior y encontramos que

$$Q \equiv \frac{v_s \kappa}{\pi G \Sigma} > 1. \quad (2.16)$$

define un disco estable para toda k . El análisis para un disco estelar puede realizarse de manera similar, encontrando

$$Q \equiv \frac{\sigma_R \kappa}{3.36 G \Sigma} > 1, \quad (2.17)$$

en donde σ_R es la dispersión de velocidades radiales. Las desigualdades (2.16) y (2.17) son conocidas como el criterio de estabilidad de Toomre. El parámetro Q puede verse como una medición de la temperatura del sistema: es ‘caliente’ si la dispersión de velocidades y Q son muy grandes, es ‘tibio’ si la dispersión de velocidades y Q son bajas, y ‘frío’ cuando no tenemos dispersión y $Q = 0$.

El criterio de estabilidad de Toomre es válido sólo si λ (de la perturbación) es pequeña comparada con el tamaño del sistema (dado que usamos la aproximación WKB) y grande comparada con el grosor del disco (dado que modelamos un disco muy delgado), pero en la práctica funciona razonablemente bien si estamos un poco fuera de estos límites (Binney & Tremaine 2008).

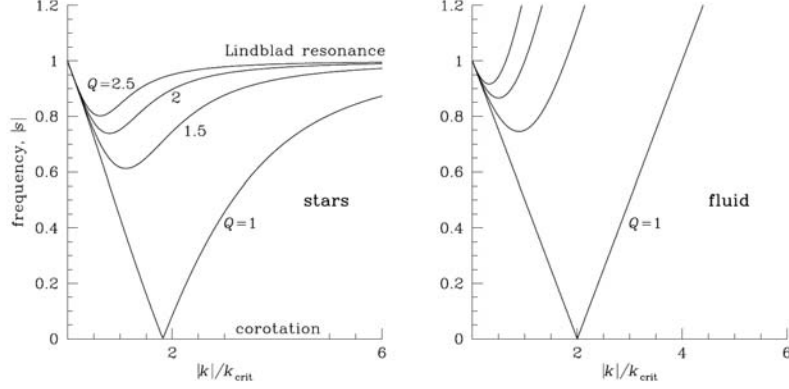


Figura 2.7: Relaciones de dispersión para diferentes valores de Q (Binney & Tremaine 2008).

2.2.2. Velocidad de grupo

Si se grafican las relaciones de dispersión (2.12) y (2.13), suponiendo que Q es igual en todos los radios, se obtiene la Figura 2.7, en la que se usan el número de onda adimensional² k/k_{crit} y la frecuencia adimensional s , dada por

$$s = \frac{(\omega - m\Omega)}{\kappa} = \frac{m(\Omega_p - \Omega)}{\kappa}. \quad (2.18)$$

El valor de s se relaciona directamente con el radio dependiendo del modelo de disco se que utilice. Sin embargo, para cualquier modelo, $s = 0$ corresponde al radio de corrotación y $s = \pm 1$ son los radios donde se encuentran las resonancias de Lindbland.

De la Figura 2.7 se observa que las relaciones de dispersión de una onda *trailing* ($k > 0$) y *leading* ($k < 0$) son las mismas. También que la relación de dispersión tiene dos regímenes: al moverse desde las resonancias hacia corrotación, una onda disminuye su longitud de onda (aumenta k , rama de onda larga). Después la onda parece reflejarse, aumentando su número de onda y regresando a la resonancia (rama de onda corta). Para un disco de estrellas, ondas en la rama corta son absorbidas por la resonancia, pero en un disco de gas, las ondas traspasan la resonancia. Para $Q > 1$ existen regiones prohibidas, en donde una onda se desvanece de manera exponencial (evanescente) debido a que el número de onda k es imaginario. Esta región se encuentra cerca de corrotación y aumenta según aumenta Q .

De la ecuación de dispersión se puede ver que las ondas viajan con una

² k_{crit} se define como $k_{crit} \equiv \kappa^2/2\pi G\Sigma$

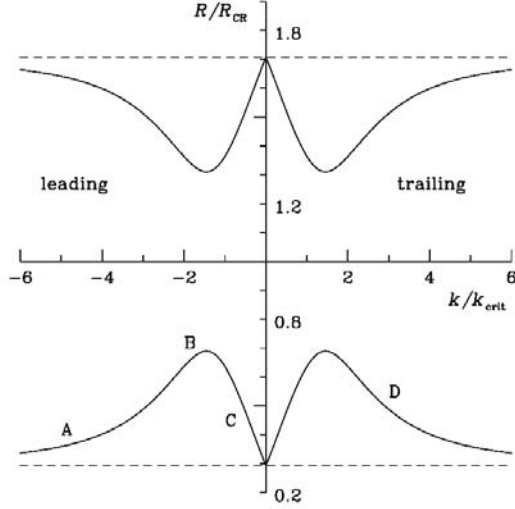


Figura 2.8: Relación de dispersión para una onda con $m = 2$ en un disco estelar tipo Mestel, separando ondas *leading* y *trailing* (Binney & Tremaine 2008).

velocidad de grupo v_g dada por

$$v_g = \frac{\partial \omega(k, r)}{\partial k} \quad (2.19)$$

En la Figura 2.7, la velocidad de grupo es proporcional a la pendiente de las curvas. Entonces un paquete de onda a un determinado radio, se moverá hacia afuera si $v_g > 0$ o hacia adentro si $v_g < 0$. Mientras un grupo de ondas se propaga, las ondas siguen aumentando k , pero el paquete de onda cambia de dirección cuando se acercan a corrotación. La dirección de la velocidad de grupo depende del signo de k . Para una onda *trailing* ($k > 0$), la dirección de propagación es hacia corrotación en la rama de ondas largas y alejándose de corrotación en la rama de ondas cortas. Para una onda *leading* sucede lo contrario. En la Figura 2.8, se muestra la relación de dispersión para las ondas *leading* y *trailing* de manera separada.

Un paquete de ondas *leading* dentro del radio de corrotación tendrá una velocidad de grupo positiva y se moverá hacia afuera. Al llegar a la región prohibida, la velocidad de grupo se vuelve negativa y la onda se mueve hacia la resonancia llegando a $k = 0$. Para que la teoría WKB siga siendo válida, el parámetro $X \equiv k_{crit}R/m$ debe ser mucho mayor que uno. Mientras esta condición se cumpla, cuando $k = 0$ la onda simplemente rebota en la resonancia y se vuelve una onda *trailing* con una velocidad de grupo positiva. Al llegar a la región prohibida, la velocidad cambia de signo, la longitud de onda se vuelve

cada vez más pequeña y, para un disco de estrellas, la onda es absorbida por la resonancia, mientras que, para un disco de gas, la onda llega hasta el centro del disco.

Recapitulando, una onda *leading* muy enrollada se volverá menos enrollada hasta convertirse en una onda *trailing* débil que poco a poco se va enrollando más. La tasa de enrollamiento depende del potencial utilizado, pero en la mayoría de los potenciales de disco la tasa de enrollamiento es más lenta para ondas que están dentro de corrotación. Estas ondas se enrollan en unas cuantas rotaciones, comparable a la tasa de enrollamiento de espirales cinemáticas.

Los sistemas galácticos son más complicados que los sugeridos por la aproximación WKB y muchas veces la aproximación falla para ondas que se mueven en la rama de ondas largas ya que la condición para X no se cumple. Para la vecindad solar, $X = 4.2$ para $m = 2$ y la condición de $X \gg 1$ apenas si se cumple, pero para un número mayor de m , la condición no se satisface.

2.2.3. Amplificación de oscilación

Como se muestra en la sección anterior, las oscilaciones dentro de un disco galáctico pueden hacer que un patrón espiral cambie de *leading* a *trailing*, pero también pueden hacer que la onda *trailing* aumente la intensidad del patrón dando como resultado que la onda se amplifique. Este fenómeno llamado *amplificación de oscilación* (*swing amplification*) fue encontrado por Goldreich & Lynden-Bell (1965) y observado en simulaciones hechas por Zang y Toomre en 1981 (Zang 1976; Toomre 1981, Figura 2.9).

En el cambio de una onda *leading* a *trailing*, la aproximación WKB no es válida ($X \geq 1$) por lo que se necesita un análisis numérico para estudiar la evolución de estas ondas. Pero se puede dar una sencilla explicación a este fenómeno. Si imaginamos una onda *leading* en el disco, la velocidad rotacional del disco hace que la onda se desenrolle, las estrellas que forman en patrón se acercan más, haciendo que la autogravedad de las, estrellas produzcan una onda *trailing* de mayor amplitud.

La amplificación de oscilación requiere que Q no sea muy grande para que el disco sea susceptible a inestabilidades gravitacionales.

¿Por qué el disco desarrolla ondas *trailing* en lugar de *leading*? Las partes interiores del disco ejercen una torca en la parte externa de disco, lo que transfiere momento angular a las partes externas y permite que material a radios pequeños se muevan hacia adentro. Esto decrece la energía del movimiento rotacional del disco. Por el contrario, sólo se desarrollan brazos *leading* si se inyecta energía de manera externa, por ejemplo, por la interacción con una galaxia satélite (Sparke & Gallagher 2000).

2.2.4. Recapitulando la hipótesis de Lin & Shu

Como se mencionó al inicio de la sección 2.2, la hipótesis de Lin y Shu consiste en una onda de densidad estacionaria, la cual no cambia durante varias rotaciones de la galaxia. Esta hipótesis no da una explicación para la formación

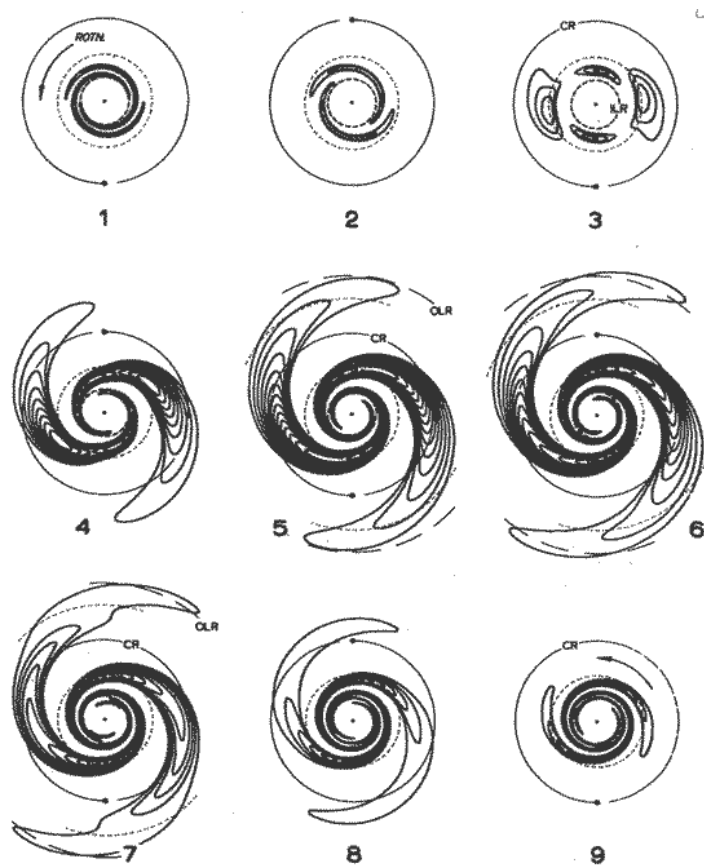


Figura 2.9: En la simulación se observa cómo un disco comienza con una onda *leading* y después de unos pocos periodos, la onda se vuelve *trailing* y su intensidad aumenta incluso más que la del patrón inicial (Toomre 1981).

de la espiral, pero se puede suponer que es creada por una inestabilidad en el disco estelar. La onda formada por la inestabilidad va creciendo y produce que el gas del disco comience a chocar. El gas chocado quita energía a la onda evitando que siga creciendo. De esta manera, cuando la tasa de crecimiento es igual a la tasa de pérdida de energía, la onda se vuelve estable. Esta secuencia puede explicar muchas de las cosas que se observan en galaxias espirales de gran diseño (las cuales son las más probables a formarse por la inestabilidad) por ejemplo:

- La mayor parte de las espirales son *trailing* por que una onda *trailing* es la más inestable sin que se inyecte energía externa al disco (ver §2.2.2).
- La distribución observada de estrellas viejas presenta una espiral suave

(Patsis et al. 2001; Drimmel 2000). Esta población de estrellas contiene la mayor parte de la masa del disco, por lo que la masa completa del disco participa en la onda de densidad.

- La hipótesis explica que distribución de gas observada forme una espiral más delgada e intensa que la espiral de estrellas rojas. También explica que las estrellas jóvenes tengan esta misma distribución, debido a que se formaron de gas chocado por la espiral y que la espiral de estrellas jóvenes se encuentren un poco desplazada respecto a la espiral de gas, debido a que el desplazamiento representa el tiempo requerido para que las nubes de gas colapsen y formen las estrellas (Cedrés et al. 2013; Martínez-García & Puerari 2014).

Todas estas observaciones muestran que las galaxias observadas contienen una onda de densidad, pero no necesariamente que la teoría de Lin y Shu es correcta. Otros mecanismos pueden producir las ondas de densidad, como interacciones con otras galaxias o la amplificación de oscilaciones producidas por algún perturbador. De hecho, la teoría de Lin & Shu falla para muchas espirales observadas, en las que es difícil determinar parámetros básicos como las resonancias de Lindblad y corrotación, incluso para espirales de gran diseño. También en las simulaciones de N-cuerpos generalmente no desarrollan una espiral estacionaria y de gran diseño como se esperaría con esta teoría. Otro punto en contra con la teoría es la dispersión de estrellas en la Galaxia que son mejor explicadas por una onda transiente que por una onda estacionaria (Sellwood & Binney 2002). Estas dispersiones explican las relaciones de edad y metalicidad observadas en la vecindad solar (Wilson & Rood 1994).

Recientemente se ha encontrado que algunas galaxias espirales presentan un patrón espiral cuya velocidad decrece con respecto al radio (Merrifield et al. 2006; Meidt et al. 2008, 2009; Speights & Westpfahl 2012) utilizando el método Tremaine-Weinberg. Además de las observaciones, también se han realizado simulaciones en las que se observa este mismo comportamiento (Grand et al. 2012; Grand et al. 2012; Baba et al. 2013; Wada et al. 2011). Este comportamiento de corrotación contradice la teoría de Lin & Shu, ya que el tiempo de vida de estas espirales es mucho menor a un tiempo de Hubble. Grand et al. (2012) explica que este comportamiento se debe a la amplificación de oscilación, la cual ocurre en el radio de corrotación, pero en el caso de sus simulaciones, el radio de corrotación se extiende por todo el disco. Se han buscado otras explicaciones a este comportamiento, como la de Sellwood & Carlberg (2014), Quillen et al. (2011) y Roškar et al. (2012) en la que se argumenta que las espirales corrotantes se deben a diferentes ondas que, al superponerse, generan un patrón espiral. En nuestro estudio, realizamos una simulación numérica en la que encontramos ambos comportamientos variando únicamente el tiempo de la simulación. En Mata-Chávez et al. (2014b), el tiempo de la simulación es de ~ 175 Myr y se observa un patrón espiral corrotante con el disco axisimétrico, pero al aumentar el tiempo de la simulación (Mata-Chávez et al. 2014a), nuestros resultados son más afines con Sellwood & Carlberg (2014). Las características de nuestra

simulación y el proceso para obtener los resultados se muestran en sección §4.

Capítulo 3

Métodos numéricos

3.1. Hidrodinámica y dinámica estelar

3.1.1. Tiempo de relajación y ecuación de Boltzmann

En un sistema de partículas, las interacciones que ocurren entre ellas modifican sus órbitas. Interacciones entre partículas muy cercanas pueden producir choques entre ellas, en el sentido de una interacción fuerte que convierte la energía potencial de las partículas interactuantes en energía cinética. La frecuencia de este tipo de eventos depende del tiempo entre interacciones fuertes t_s , que se define como:

$$t_s = \frac{v^3}{4\pi G^2 m^2 n}, \quad (3.1)$$

donde m es la masa de la partícula, v su velocidad y n la densidad de partículas en el medio. Si tomamos de ejemplo la vecindad solar, la densidad numérica de estrellas es $n \approx 0.1 \text{ pc}^{-3}$ (Sparke & Gallagher 2000) y la velocidad $v \approx 20 \text{ km s}^{-1}$, por lo que $t_s \approx 10^{15} \text{ yr}$, lo cual es mucho mayor a la edad del universo. Por esta razón, el choque entre estrellas es altamente improbable. Si en un sistema de N partículas las interacciones son más suaves de manera que las partículas sólo desvíen sus órbitas durante el encuentro, se puede demostrar que el tiempo entre estas colisiones es (Binney & Tremaine 1987):

$$t_c \propto \frac{r}{v_{rms}} \frac{N}{\log N}, \quad (3.2)$$

donde r es el radio del sistema y v_{rms} es la velocidad media de las partículas. Para saber qué tan importantes son este tipo de interacciones, podemos comparar con el tiempo que le tomaría a una partícula cruzar el sistema $t_{cruce} \propto r/v_{rms}$. El cociente del tiempo colisional al de cruce nos dice si el sistema es colisional o no:

$$\frac{t_c}{t_{cruce}} \propto \frac{N}{\log N}. \quad (3.3)$$

Esta relación depende únicamente del número de partículas en nuestro sistema. Para N pequeño tendremos un sistema colisional, pero cuando N es grande

puede considerarse no-colisional. En el caso de una galaxia, el disco de estrellas tiene $N \approx 10^{11}$ partículas y se considera como un sistema no-colisional desde el punto de vista de dinámica gravitacional. En el caso de disco de gas de una galaxia, la densidad y velocidad de las partículas de gas hacen que sea tratado como un sistema colisional.

Ecuación de Boltzmann

La ecuación de Boltzmann es una expresión matemática que nos permite comprender el comportamiento de diversos sistemas de partículas. Describe el cambio temporal de un sistema en una región infinitesimal debido al intercambio de flujo de ese sistema a través de la frontera de la región, mas la acción de fuentes y sumideros en dicha región (Shu 1992).

Para describir esto, suponemos un sistema en el espacio fase formado por N partículas, en el que \mathbf{p} y \mathbf{q} son los vectores de momento y posición. Si ubicamos un volumen infinitesimal en esta región ($d\Omega = dq^3 dp^3$), el número de partículas del sistema contenido en la región es proporcional al volumen de la misma:

$$N(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t, d\Omega) = f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)d\Omega, \quad (3.4)$$

donde f se conoce como la función de distribución o función de densidad en el espacio fase¹. La ecuación de Boltzmann describe la evolución temporal de la función de densidad en el espacio fase. Para el volumen $d\Omega$, el cambio en el número de partículas en el interior del volumen es igual al producido por el flujo neto de partículas al volumen, las colisiones entre partículas del sistema que meten y sacan partículas al volumen, y el efecto de las fuentes y sumideros:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}[f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)d\Omega]_{flujo} + \frac{\partial}{\partial t}[f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)d\Omega]_{colisiones} + fuentes - sumideros \quad (3.5)$$

Para un elemento de volumen que no cambie con el tiempo,

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t}_{flu} + \frac{\partial f}{\partial t}_{col} + fuentes - sumideros. \quad (3.6)$$

Para un sistema sin colisiones, se puede demostrar que la ecuación (3.6) se puede escribir:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{X}}(f\dot{\mathbf{X}}) = fuentes - sumideros, \quad (3.7)$$

donde $\mathbf{X} \equiv (\mathbf{q}, \mathbf{p})$ es el vector de estado (Shu 1992). A ésta se le conoce como la ecuación de Boltzmann no-colisional. Esta ecuación ayuda a describir sistemas en los que las colisiones son casi nulas, como en discos galácticos estelares. Si el sistema no tiene fuentes ni sumideros y está afectado por una función potencial Φ , entonces $\dot{\mathbf{X}} = (\dot{\mathbf{q}}, -\nabla_{\mathbf{q}}\Phi(\mathbf{q}))$ y la ecuación (3.7) se reescribe como

¹Comúnmente, f es la densidad numérica de partículas en el espacio fase. Si está hecho de partículas de distintas masas, cada familia de partículas será descrita por una ecuación de Boltzmann

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{\mathbf{X}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} = 0, \quad (3.8)$$

es decir,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{\mathbf{q}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0. \quad (3.9)$$

Debemos notar que $\nabla_{\mathbf{X}} \dot{\mathbf{X}} = 0$ para este caso, ya que $\partial^2 \Phi / \partial \mathbf{q} \partial \mathbf{p} = 0$, y $\partial \dot{\mathbf{q}} / \partial \mathbf{q} = 0$ ya que \mathbf{q} y $\dot{\mathbf{q}}$ son coordenadas independientes en el espacio fase.

Si reescribimos la ecuación (3.8) en términos de la derivada lagrangiana $Df/Dt \equiv \partial f / \partial t + \dot{\mathbf{X}} \cdot \nabla_{\mathbf{X}} f$, entonces

$$\frac{Df}{Dt} = 0. \quad (3.10)$$

De aquí podemos ver que la función de densidad en espacio fase es constante a lo largo de una línea de flujo, es decir, que un observador que se mueva junto al fluido en espacio fase verá un fluido incompresible.

La ecuación de Boltzmann (3.8) se acopla con la ecuación de Poisson para un potencial gravitacional ($\nabla^2 \Phi = 4\pi G\rho$) para construir la base de las simulaciones de N-cuerpos de un sistema no-colisional. En los modelos de galaxias de N-cuerpos, la función de distribución es la contribución de las funciones para el halo, disco, bulbo y otras componentes ($f = f_h + f_d + f_b$). Un sistema es autogravitante cuando la dinámica de todas las partículas de las diferentes componentes es afectada por su atracción mutua. Cuando un sistema satisface simultáneamente la ecuación de Boltzmann y la ecuación de Poisson, se dice que el sistema es autoconsistente.

3.1.2. Dinámica de fluidos (Boltzmann colisional)

La ecuación de Boltzmann funciona para describir cualquier tipo de fluido, donde las partículas tienen mayor probabilidad de colisionar. El término colisional nos da la tasa a la que varía el número neto de partículas dentro de un elemento de volumen en el espacio fase debido a colisiones, ya sea por colisiones dentro del volumen que disminuyen el número de partículas, o por colisiones externas al volumen que introducen nuevas partículas. Matemáticamente, el término colisional se expresa como:

$$\text{ganancia} - \text{pérdida} = \int \frac{\partial f}{\partial t}_{col} d^3q d^3p. \quad (3.11)$$

Al tratarse de un fluido, el término colisional incluye choques producidos por movimientos internos de moléculas producidos por fuerzas microscópicas que son impredecibles, y que se estudian con métodos estadísticos, y choques producidos por fuerzas macroscópicas, que son estudiados por la mecánica clásica. Si consideramos un fluido diluido donde ocurren encuentros violentos, las colisiones por fuerzas microscópicas son despreciadas.

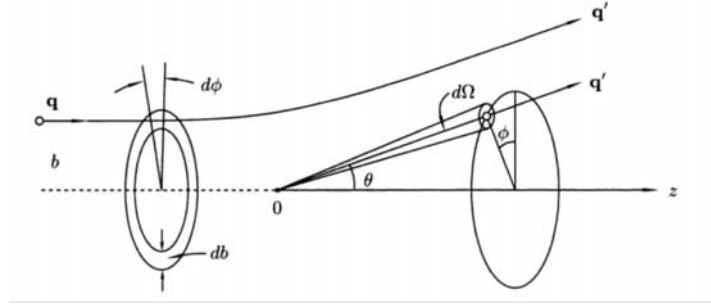


Figura 3.1: Geometría de la colisión entre dos partículas de la misma masa (Shu 1992).

Para simplificar el tratamiento de las colisiones se hacen algunas suposiciones: (1) Las colisiones sólo ocurren entre dos partículas; (2) no existe correlación entre las partículas², es decir, que en un volumen d^3q , la velocidad de una partícula no depende de la velocidad de otra partícula y entonces el número de pares con momentos \mathbf{p}_1 y \mathbf{p}_2 dentro de un volumen d^3q es

$$f(\mathbf{q}, \mathbf{p}_1, t) d^3q d^3p_1 \cdot f(\mathbf{q}, \mathbf{p}_2, t) d^3q d^3p_2; \quad (3.12)$$

y (3) las colisiones entre partículas son elásticas, es decir, que durante el choque no varía la energía interna de las partículas.

Dos partículas con momento \mathbf{p}_1 y \mathbf{p}_2 tienen un choque elástico tal que sus momentos cambian a \mathbf{p}'_1 y \mathbf{p}'_2 . Durante el choque se conserva el momento y la energía de las partículas, de manera que:

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2, \quad (3.13)$$

$$\frac{1}{2m} [|\mathbf{p}_1|^2 + |\mathbf{p}_2|^2] = \frac{1}{2m} [|\mathbf{p}'_1|^2 + |\mathbf{p}'_2|^2]. \quad (3.14)$$

Durante la colisión, la velocidad relativa $\mathbf{u} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ también se conserva ($|\mathbf{u}| = |\mathbf{u}'|$). Si movemos el origen del marco de referencia al centro de masa del sistema, se observa a las dos partículas aproximarse con velocidades de igual magnitud $u/2$ y con sentidos opuestos. El movimiento de la segunda partícula es una reflexión de la primera, por lo que el problema es equivalente a la dispersión de una partícula. La colisión ocurre en el plano $\phi = \text{constante}$, donde \mathbf{u} gira con un ángulo θ y cambia a \mathbf{u}' (Figura 3.1). El ángulo θ depende del parámetro de impacto b . La sección eficaz diferencial para el encuentro $\sigma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2 | \mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2)$ se define como $\sigma d\Omega = b db d\phi$, donde $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$.

Las partículas que salen del volumen d^3q por interacciones son:

$$pérdida = \int |\mathbf{u}| f(\mathbf{p}_2 d^3p_2 \sigma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2 | \mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2) d\Omega f(\mathbf{p}_1) d^3q d^3p_1. \quad (3.15)$$

²Boltzmann la llamó *Stosszahlansatz*, que significa hipótesis de número de colisiones.

De manera análoga, las partículas que entran al volumen debido a colisiones son:

$$ganancia = \int |\mathbf{u}'| f(\mathbf{p}'_2) d^3 p'_2 \sigma(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2 | \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) d\Omega f(\mathbf{p}'_1) d^3 p'_1. \quad (3.16)$$

Debido a la reversibilidad del proceso, $\sigma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2 | \mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2) = \sigma(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2 | \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \equiv \sigma(\Omega)$, a que el Jacobiano de la transformación es unitario $d^3 p_1 d^3 p_2 = d^3 p'_1 d^3 p'_2$, y usando la ecuación (3.12) se muestra que

$$\frac{\partial f}{\partial t_{col}} = \int |\mathbf{u}| \sigma(\Omega) [f(\mathbf{p}'_2) f(\mathbf{p}'_1) - f(\mathbf{p}_2) f(\mathbf{p}_1)] d\Omega d^3 p_2. \quad (3.17)$$

La ecuación de Boltzmann colisional es:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{\mathbf{q}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial f}{\partial t_{col}}. \quad (3.18)$$

Ecuaciones de conservación

Las ecuaciones de conservación se obtienen a partir de calcular los momentos para la ecuación de Boltzmann. El promedio de una cantidad χ se define como:

$$\langle \chi \rangle \equiv n^{-1} \int \chi f d^3 p, \quad (3.19)$$

donde $n \equiv \int f d^3 p$. Para obtener los momentos de la ecuación, multiplicamos por χf e integramos respecto al momento:

$$\int \left(\chi \frac{\partial}{\partial t} f + \chi \dot{\mathbf{q}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}} - \chi \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \right) d^3 p = \int \chi \frac{\partial f}{\partial t_{col}} d^3 p. \quad (3.20)$$

El término de la derecha en la ecuación anterior se puede igualar a cero debido a que las colisiones no contribuyen a la tasa de cambio en el tiempo de cualquier cantidad cuyo total es conservado en el proceso colisional. Si χ no depende del tiempo ni de la posición, puede entrar dentro de la derivada parcial. De la misma manera, la integral no depende del tiempo ni de la posición, por lo que la ecuación (3.20) se puede reescribir como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \chi f d^3 p + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \int \chi \dot{\mathbf{q}} f d^3 p - \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \int \chi \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} d^3 p = 0. \quad (3.21)$$

Usando la ecuación de momento (3.19) y cambiando la notación a (x_i, v_i) , la ecuación (3.21) se reescribe como:

$$\frac{\partial}{\partial t} n \langle \chi \rangle + \frac{\partial}{\partial x_i} n \langle \chi v_i \rangle + n \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \left\langle \frac{\partial \chi}{\partial v_i} \right\rangle = 0. \quad (3.22)$$

El tercer término se obtiene usando el teorema de divergencia para convertir la integral de volumen en una de superficie y suponiendo que $f = 0$ cuando $|v| \rightarrow \infty$. El primer momento se obtiene cuando $\chi = m$ en la ecuación (3.22),

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i = 0, \quad (3.23)$$

que es la *ecuación de continuidad*, donde $u_i = \langle v_i \rangle$. Usando la derivada lagrangiana y reescribiendo la ecuación en notación vectorial, la ecuación de continuidad se escribe como

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u}. \quad (3.24)$$

Sustituyendo $\chi = mv_k$ en (3.22),

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u_k + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \langle v_i v_k \rangle) + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = 0, \quad (3.25)$$

tenemos la ecuación de *conservación de momento*. Suponiendo que³ $v_i = u_i + w_i$, esta ecuación se puede reescribir en términos de la presión del gas $P \equiv \rho \langle |\mathbf{w}|^2 \rangle / 3$ y el tensor de viscosidad $\pi_{ki} \equiv \rho \langle |\mathbf{w}|^2 \delta_{ki} / 3 - w_k w_i \rangle$ de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u_k + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_k + P \delta_{ik} - \pi_{ik}) = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}. \quad (3.26)$$

Esta ecuación puede manipularse utilizando la ecuación (3.24) para convertirse en la ecuación de la fuerza más similar a la segunda ley de Newton, $m\mathbf{a} = \mathbf{f}$,

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \nabla \Phi - \nabla P + \nabla \pi. \quad (3.27)$$

Haciendo $\chi = m|\mathbf{v}|^2/2$ obtenemos la ecuación de *conservación de energía*:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\rho}{2} (|\mathbf{u}|^2 + \langle |\mathbf{w}|^2 \rangle) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\rho}{2} \langle (u_i + w_i)(u_k + w_k)^2 \rangle + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} u_k = 0. \quad (3.28)$$

Si definimos la energía interna específica \mathcal{E} como

$$\rho \mathcal{E} \equiv \rho \langle |\mathbf{w}|^2 / 2 \rangle = \frac{3}{2} P, \quad (3.29)$$

y el flujo de conducción de calor como

$$F_{con,i} \equiv \rho \langle w_i |\mathbf{w}|^2 / 2 \rangle, \quad (3.30)$$

la ecuación (3.28) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathcal{E}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \mathcal{E} u_k) = -P \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \Psi, \quad (3.31)$$

donde $\Psi \equiv \pi_{ki} \partial u_k / \partial x_i$, es la tasa de disipación de viscosidad. También se puede usar la ecuación de continuidad para reescribir (3.31) como:

$$\rho \frac{D\mathcal{E}}{Dt} = P \nabla \cdot \mathbf{u} - \nabla \cdot \mathbf{F}_{con} + \Psi. \quad (3.32)$$

La ecuación anterior es la primera ley de la termodinámica: el cambio en la energía interna (lado izquierdo de la ecuación) es igual al cambio de energía del sistema al realizar un trabajo (primer término del lado derecho) más la energía agregada al sistema por procesos de calentamiento (dos últimos términos del lado derecho).

³Recordar que u_i es la velocidad promedio, por tanto w_i es la dispersión de la velocidad.

3.2. Simulaciones numéricas

En la sección anterior (§3.1) se muestran las ecuaciones físicas que describen los sistemas dinámicos, pero es complicado obtener soluciones analíticas para esas ecuaciones, por lo que se recurre a las simulaciones numéricas. Las simulaciones numéricas nos permiten tratar las distribuciones de masa como partículas cuyo movimiento es estudiado numéricamente tomando en cuenta su interacción con otras partículas. Las simulaciones numéricas nos dan una solución aproximada a la realidad siempre que seamos capaces de incluir todos los procesos físicos relevantes al problema a estudiar.

Las simulaciones numéricas de galaxias se pueden dividir en dos tipos: simulaciones de N-cuerpos y simulaciones hidrodinámicas.

3.2.1. N-cuerpos

La solución de N-cuerpos nos ayuda a describir los movimientos de N partículas que interactúan gravitacionalmente entre ellas utilizando la ley de gravitación de Newton. En un sistema de N partículas iguales no colisionales, podemos suponer que cada partícula tiene la misma masa $m = 1$ y el movimiento de cada partícula en un sistema está descrito por las ecuaciones:

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i, \quad \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{F}_i, \quad (3.33)$$

donde

$$\mathbf{F}_i = - \sum_{j \neq i}^N Gm_j \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3}. \quad (3.34)$$

La fuerza en cada partícula depende de su distancia a las demás partículas, es decir, depende de la distribución de masa del sistema $[\rho(\mathbf{r})]$. Esta relación se establece mediante el potencial gravitacional y la ecuación de Poisson. Para calcular la fuerza se necesita resolver N^2 ecuaciones, por lo que la solución es fácil de encontrar para $N = 2$. Cuando $N > 2$ la solución se vuelve no-lineal y caótica, por lo que es difícil encontrarla de manera analítica⁴. Para simular la dinámica de galaxias donde $N \gg 2$, las soluciones se aproximan mediante simulaciones numéricas. La manera en la que funcionan las simulaciones es calculando la fuerza gravitacional de cada partícula y después se usa esta fuerza para adelantar la posición y velocidad de las partículas un paso corto de tiempo para después volver a calcular las nuevas fuerzas⁵. En las simulaciones numéricas, la ecuación (3.34) usualmente se cambia por:

$$\mathbf{F}_i = - \sum_{j \neq i}^N Gm_j \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{(\epsilon^2 + |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^2)^{3/2}}, \quad (3.35)$$

⁴Para $N = 3$ se encuentra una solución suponiendo que la masa de uno de los objetos es despreciable.

⁵Generalmente se usa el integrador *leapfrog* para el cálculo de fuerzas, ya que es eficiente para sistemas con muchas partículas.

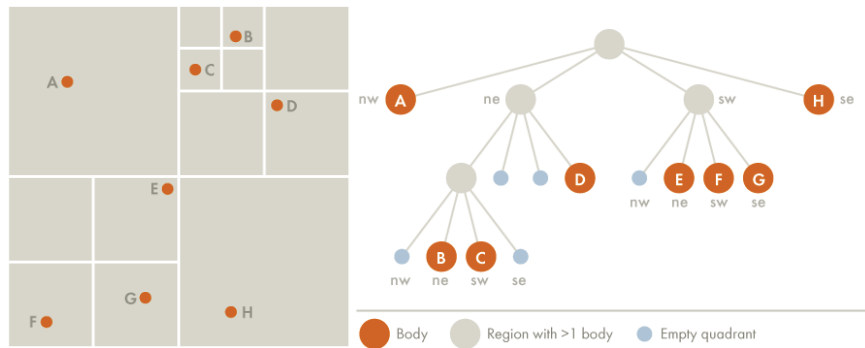


Figura 3.2: Esquema de código de árbol para ocho partículas en un espacio 2D. A la izquierda se muestran los nodos obtenidos y a la derecha el árbol a partir del cual se hacen los cálculos de fuerza (<http://arborjs.org/docs/barnes-hut>).

donde ϵ es un parámetro de suavizamiento. Este parámetro es introducido para evitar que, cuando dos partículas estén demasiado cerca, el paso de tiempo⁶ sea demasiado corto. Este suavizamiento reproduce la ecuación (3.34) cuando la distancia entre las partículas es mayor que ϵ y hace que la fuerza sea cero cuando la distancia es menor que ϵ . El parámetro de suavizamiento introduce un límite en la resolución espacial de nuestra simulación.

El calcular la fuerza mediante la suma de las interacciones partícula-partícula es poco eficiente para sistemas con $N > 10^4$ partículas, ya que la cantidad de cálculos necesarios haría que el tiempo de la simulación fuera demasiado grande y poco rentable. Existen otros métodos, como el algoritmo de *Particle-Mesh* (PM) que convierte el espacio de partículas en una malla donde, en cada nodo, se calcula la densidad de masa para después, mediante métodos de Fourier, obtener el potencial usando la ecuación de Poisson. En cada nodo de la malla se calcula la fuerza utilizando $F = -\nabla\Phi$ (Binney & Tremaine 1987; Mo et al. 2010; Dehnen & Read 2011). Otra aproximación es expandir la fuerza en términos de funciones armónicas o series de potencias (ver Binney & Tremaine 1987). En este trabajo nos enfocaremos en otro método llamado *código de árbol* (*tree-code*), el cual consiste en agrupar las partículas de manera jerárquica dependiendo de su distancia para después calcular la fuerza.

El modelo de árbol propuesto por Barnes & Hut (1986) divide el espacio de partículas en grupos almacenándolos en celdas (o nodos) cúbicas (en caso de ser una simulación 3D). Cada celda es dividida en ocho sub-celdas hasta que sólo quede una partícula (o ninguna) dentro de cada celda. El nodo más grande contiene todas las partículas y los demás nodos se dividen en nodos externos (que representan a una partícula) y modos internos (que representan a grupos de partículas). La Figura 3.2 presenta un esquema para el árbol de partículas.

El cálculo de la fuerza gravitacional para la i -ésima partícula se hace a través de los nodos comenzando desde la raíz. Si el centro de masa de un nodo

⁶Ver §3.2.2 para el cálculo del paso de tiempo.

interno está suficientemente lejos de la i -ésima partícula, entonces las partículas contenidas en ese nodo se toman como una sola partícula cuya posición está dada por el centro de masa del nodo y su masa es la masa total de las partículas que contiene. Este cálculo hace que el número de operaciones sea de $N \log N$ y que el código sea más rápido. Si el nodo interno no está suficientemente lejos de la i -ésima partícula, entonces tomamos un nodo más interno en el árbol y volvemos a evaluar si la distancia es lo suficientemente lejana o no. Esta evaluación se hace mediante dos parámetros: el tamaño del nodo interno s , y el parámetro de precisión θ . Si $d > s/\theta$, donde d es la distancia entre la partícula y el centro de masa del nodo, entonces se considera que el nodo está suficientemente lejos. El valor de θ se ajusta para cambiar la velocidad y precisión de la simulación. Usualmente se utiliza $\theta = 0.5$.

Los códigos de árbol son buenos para manejar problemas como interacciones de galaxias, donde sistemas estelares densos se mueven a través de un volumen grande o un espacio casi vacío, ya que se enfoca en las zonas donde hay más partículas. En cambio, un código de malla pierde mucho tiempo de cómputo porque le da la misma importancia en resolución a zonas de baja y alta densidad de partículas. Otra de las ventajas del código de árbol es que, una vez que es construido para el cálculo de la gravedad, puede usarse para encontrar a los vecinos cercanos a una partícula. La búsqueda de vecinos es importante para los códigos hidrodinámicos como SPH, que serán descritos en la sección siguiente.

3.2.2. Método SPH

El método llamado Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) fue desarrollado por Lucy (1977) y Gingold & Monaghan (1977) y es muy usado para resolver las ecuaciones de hidrodinámica para el estudio de formación y evolución de galaxias (Monaghan 1992). Esta técnica trata de seguir el movimiento de partículas individuales, por lo que se necesitan las ecuaciones de hidrodinámica en el sistema lagrangiano, es decir, donde las coordenadas son comóviles con el elemento de fluido [ec. (3.24), (3.27) y (3.32)].

La idea fundamental de SPH es representar un fluido por medio de un muestreo Monte Carlo de sus elementos de masa usando un conjunto de N partículas. A cada partícula se le asigna la masa del elemento de masa que la representa y, en el sistema lagrangiano, esta masa se conserva. Estas partículas muestrean el campo de un fluido, A , tal que el valor del campo a una posición arbitraria \mathbf{r} puede aproximarse como:

$$A(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{A_j}{\rho_j} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j; h), \quad (3.36)$$

donde $W(r, h)$ es un kernel de suavizado de radio h . En la práctica, W es igual a 0 cuando r/h es mayor que una constante η (típicamente igual a 1), de manera que la suma sobre todos los vecinos⁷ sea $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j| \leq \eta h$. En otras palabras, las

⁷Para buscar de manera eficiente los vecinos que cumplan esta condición se utiliza un método de árbol.

partículas están separadas por una distancia h (conocida como ‘longitud de suavizamiento’), sobre la cual sus propiedades son ‘suavizadas’ por una función kernel W . Esto significa que las cantidades físicas de cualquier partícula pueden ser obtenidas suponiendo que las propiedades de todas las partículas caen dentro del rango del kernel. La derivada espacial del campo suavizado es:

$$\nabla A(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{A_j}{\rho_j} \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j; h). \quad (3.37)$$

En esta representación, las ecuaciones de continuidad (3.24) y conservación de momento (3.27) y energía (3.32) se escriben como:

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) \nabla_i W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j; h), \quad (3.38)$$

$$\frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla_i W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j; h) - \nabla \Phi + \nabla \pi, \quad (3.39)$$

$$\frac{D\mathcal{E}_i}{Dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) \cdot \nabla_i W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j; h) - \frac{\nabla \cdot \mathbf{F}_{\text{con}}}{\rho} - \frac{\Psi}{\rho}. \quad (3.40)$$

De esta manera, la posición, densidad, velocidad y energía interna de las partículas SPH pueden ser integradas en el tiempo como en una simulación de N-cuerpos.

Para el código GADGET-2 (Springel 2005), que se usa en esta tesis, se utiliza un spline cúbico para el kernel. El valor de $W(\mathbf{r}, h)$ es:

$$W(\mathbf{r}, h) = \frac{8}{\pi} \begin{cases} 1 - 6R^2 + 6R^3 & 0 \leq R \leq 1/2 \\ 2(1 - R)^3 & 1/2 < R < 1 \\ 0 & R > 1 \end{cases}, \quad (3.41)$$

para $R \equiv r/2h$. El valor de h nos da la resolución espacial del método SPH y se elige de manera adaptiva de acuerdo con la densidad local de partículas SPH. Por ejemplo, se puede elegir un radio de suavizamiento tal que contenga un número fijo de partículas vecinas y se puede calcular el valor de h para una partícula dada usando

$$\frac{dh_i}{dt} = - \frac{h_i}{3\rho_i} \frac{d\rho_i}{dt}, \quad (3.42)$$

a cada paso de tiempo. Otro método es fijar la masa contenida en un volumen de radio h (Springel & Hernquist 2002).

Al integrar numéricamente una función $y = f(x)$, se debe elegir un paso de tiempo lo suficiente pequeño para que los órdenes altos de la expansión de Taylor de $f(x)$ se anulen, es decir, que $(\Delta t)^2 \ll \Delta t$. Debido a que las ecuaciones de hidrodinámica incluyen derivadas espaciales, la integración también debe cumplir una condición de la forma $|v|\Delta t/\Delta r \leq 1$, la cual se conoce como la

condición de Courant (Courant et al. 1967). En simulaciones SPH, la condición de Courant implica pasos de tiempo dados por

$$\delta t_i = \frac{\alpha_C h_i}{h_i |(\nabla \cdot \mathbf{u})_i| + \max(c_{s,i}, |\mathbf{u}_i|)}, \quad (3.43)$$

donde $c_{s,i}$ es la velocidad del sonido en la posición de la i -ésima partícula y α_C es un parámetro de tolerancia adimensional.

El método SPH nos ayuda a tener mayor resolución en regiones de alta densidad, pero es poco eficiente en las regiones de baja densidad debido al pequeño número de partículas SPH disponibles para muestrear el campo de densidad. Sin embargo, los métodos SPH no son buenos para resolver inestabilidades hidrodinámicas importantes como las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz y Rayleigh-Taylor debido a que la manera de calcular la densidad de partículas suaviza las discontinuidades (Agertz et al. 2007). Otro problema ocurre en el tratamiento de los choques. Cuando dos parcelas de partículas SPH chocan, estas pueden transpasarse y aumentar la energía del sistema. Para evitar esto, se introduce una viscosidad artificial en las partículas, que evita que las partículas se atraviesen entre sí.

3.2.3. El código GADGET-2

El código utilizado para la simulación presentada en las secciones §4 y §5 es GADGET-2 (**GA**laxies with **D**ark matter and **G**as int**ER**ac**T**), el cual fue desarrollado para realizar simulaciones de sistemas autogravitantes que incluyen gas. Este código puede simular las partículas no-colisionales (estrellas y materia oscura) utilizando una aproximación de N-cuerpos mediante el código de árbol, y partículas colisionales (gas) por medio de la técnica hidrodinámica de partículas suavizadas (§3.2.2, Springel et al. 2001). GADGET-2 es un código que describe muy bien un fluido, lo que nos permite seguir el crecimiento gravitacional de las estructuras y poder aumentar automáticamente la resolución en las regiones de mayor densidad. Esto nos ayudará a diferenciar claramente entre regiones difusas y densas.

En general, GADGET-2 calcula la dinámica de la interacción entre partículas usando el hamiltoniano:

$$H = \sum_i \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m_i a(t)^2} + \frac{1}{2} \sum_{ij} \frac{m_i m_j \Phi(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{a(t)}, \quad (3.44)$$

donde $a(t)$ es el factor de escala que depende del modelo cosmológico, $\mathbf{p}_i = am_i \dot{\mathbf{x}}_i$ es el momento canónico de una partícula de masa m y posición \mathbf{x} y Φ es el potencial escrito en términos de la separación entre partículas. En este trabajo se considera $a(t) = 1$ para representar a una galaxia aislada.

El cálculo de la fuerza gravitacional en GADGET-2 es similar al realizado por el código de árbol descrito en §3.2.1; la diferencia radica en el parámetro de precisión para los nodos internos (θ). En GADGET-2, dados un nodo de masa M y tamaño l , se considera:

$$\frac{GM}{r^2} \left(\frac{l}{r} \right)^2 \leq \theta |\mathbf{a}|, \quad (3.45)$$

donde r es la distancia al nodo y $|\mathbf{a}|$ es la magnitud de la aceleración obtenida en un previo paso de tiempo (Springel 2005). El valor de θ sugerido en la documentación de GADGET-2 es 0.005.

Para resolver las ecuaciones de movimiento, GADGET-2 utiliza el integrador *leapfrog* que permite obtener soluciones exactas del hamiltoniano (Dehnen & Read 2011). Para obtener las soluciones, el hamiltoniano de la ecuación (3.44) es separado en su parte cinética y potencial ($H = H_{kin} + H_{pot}$) para que la evolución de cada una de las partes pueda ser calculada de manera exacta. Para un determinado paso de tiempo, las soluciones se encuentran usando los operadores:

$$D_i(\Delta t) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{p}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i + \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \Delta t \\ \mathbf{p}_i \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

y

$$K_i(\Delta t) \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{p}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{p}_i + \mathbf{F}_i \Delta t \end{bmatrix}, \quad (3.47)$$

donde \mathbf{F}_i es la fuerza en la i -ésima partícula. Los operadores *drift*, $D_i(\Delta t)$, y *kick*, $K_i(\Delta t)$, son llamados así porque uno sólo recorre las posiciones (*drift*) y el otro sólo cambia las velocidades (*kick*). Para seguir la evolución temporal del sistema se utiliza el operador $U(\Delta t)$, que puede aproximarse usando los operadores *drift* y *kick* mediante:

$$U(\Delta t) = D \left(\frac{\Delta t}{2} \right) K(\Delta t) D \left(\frac{\Delta t}{2} \right) \quad (3.48)$$

ó

$$U(\Delta t) = K \left(\frac{\Delta t}{2} \right) D(\Delta t) K \left(\frac{\Delta t}{2} \right). \quad (3.49)$$

Estos operadores corresponden a los integradores *leapfrog drift-kick-drift* (DKD) y *kick-drift-kick* (KDK).

El paso de tiempo en GADGET-2 es adaptivo. Esto ayuda a que en las regiones de mayor densidad el paso sea pequeño (como en el centro de las galaxias) y en las regiones de menor densidad el paso de tiempo sea mayor (como en las regiones del halo), permitiendo que el tiempo computacional sea menor. Para las partículas estelares y de materia oscura, el criterio para seleccionar el paso de tiempo es:

$$\Delta t = \min \left[\Delta t_{max}, \sqrt{\frac{2\eta\epsilon}{|\mathbf{a}|}} \right], \quad (3.50)$$

donde $|\mathbf{a}|$ es la aceleración gravitacional, ϵ es el parámetro de suavizamiento y η es un parámetro definido al inicio de la simulación. Para las partículas SPH,

el paso de tiempo está definido por la condición de Courant [ecuación (3.43)], que en el caso de GADGET-2 es:

$$\Delta t_i = \frac{\alpha_C h_i}{\max(c_{s,i} + c_{s,j} - \mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{u}_{ij}/|\mathbf{r}_{ij}|)}. \quad (3.51)$$

Para nuestra simulación, el código GADGET-2 es modificado con el fin de incluir partículas sumidero (*sinks*) en las regiones en donde la densidad del gas es muy alta. Estos *sinks* nos ayudan a que el paso de tiempo no disminuya demasiado cuando hay conjuntos de partículas colapsando gravitacionalmente. El código selecciona las partículas (y sus vecinos) cuya densidad sea mayor a una densidad umbral (para nuestra simulación $\sim 5 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$), evalúa la divergencia de velocidades de estas partículas y, si es negativa, cambia la partícula SPH por una partícula *sink*, la cual es una partícula no colisional (Jappsen et al. 2005). Cuando una partícula *sink* ya está formada, otras partículas SPH pueden ser absorbidas por ella si se encuentran a una distancia menor o igual a una distancia umbral ($\sim 1.5 \text{ pc}$) y si la divergencia de velocidad de la partícula respecto al sink es negativa.

Ecuación de enfriamiento

Otra modificación a GADGET-2 se hace para incluir una tasa de enfriamiento. Una parte importante del modelo es poder distinguir las fases del medio interestelar en la que se lleva a cabo la formación estelar. Es por eso que nuestro modelo cuenta con la ecuación de enfriamiento propuesta por Koyama & Inutsuka (2000).

$$\frac{\Lambda(T)}{\Gamma} = 10^7 \exp\left(\frac{-1.184 \times 10^5}{T + 1000}\right) + 14 \times 10^{-2} \sqrt{T} \exp\left(\frac{-92}{T}\right), \quad (3.52)$$

donde $\Gamma = 2 \times 10^{-26} \text{ erg s}^{-1}$ es la tasa de calentamiento y Λ es la tasa de enfriamiento. Estas tasas dependen de la densidad numérica n , temperatura T , fracción de electrones x_e , fracción de H_2 y de CO . Las contribuciones al calentamiento son por emisión fotoeléctrica de granos de polvo y PAHs, ionización por rayos cósmicos y rayos-X suaves, la formación y disociación de H_2 , y el campo local del ultravioleta lejano. La función de enfriamiento es dominada por líneas de emisión de H, C, O, Si y Fe, por líneas rotovibracionales de H_2 y CO y por colisiones atómicas y moleculares con granos de polvo.

Al introducir la ecuación de enfriamiento a nuestro modelo se impone una restricción en el paso de tiempo de nuestra simulación. El enfriamiento en una zona densa provocaría que el paso de tiempo se hiciera muy pequeño y la simulación no sería computacionalmente rentable. Es por eso que se utiliza una aproximación para la energía térmica del gas sin modificar el paso de tiempo. El método se muestra en Vázquez-Semadeni et al. (2007) y consiste en lo siguiente. Se considera la temperatura de equilibrio térmico, T_{eq} , como función de la densidad, y la densidad de energía interna correspondiente, e_{eq} . El tiempo requerido para radiar el exceso de energía térmica (si $T > T_{eq}$) o para adquirir

energía (si $T < T_{eq}$), es

$$\tau_{\Lambda} = \left| \frac{e - e_{eq}}{n^2 \Lambda - n \Gamma} \right|. \quad (3.53)$$

La densidad de energía e' después de un paso de tiempo dt , estará dada por la expresión,

$$e' = e_{eq} + (e - e_{eq}) \exp(-dt/\tau_{\Lambda}). \quad (3.54)$$

Si el enfriamiento (o calentamiento) se da rápidamente, entonces $\tau_{\Lambda} \ll dt$, $\exp(-dt/\tau_{\Lambda}) \rightarrow 0$, y el gas alcanza rápidamente su temperatura de equilibrio. En cambio, si el gas es poco denso o se encuentra cerca de su temperatura de equilibrio, $\tau_{\Lambda} \gg dt$ y podemos hacer $\exp(-dt/\tau_{\Lambda}) \rightarrow (1 - dt/\tau_{\Lambda})$; entonces la nueva densidad de energía es la expresión usual:

$$e' = e - dt(n^2 \Lambda - n \Gamma). \quad (3.55)$$

Para introducir la ecuación de enfriamiento, realizamos una tabla con la densidad y la temperatura de equilibrio correspondiente, es por eso que la relación entre la temperatura y la densidad debe ser unívoca. Así que, al asignar la posición a cada partícula y su densidad, realizamos una interpolación para asignar su temperatura. Incluyendo esto en nuestra simulación, podemos realizar modelos de gas bifase y hacer estudios preliminares de la distribución de gas en una galaxia de disco.

Capítulo 4

Análisis de la estructura espiral

El primer artículo resultado de esta tesis es ‘Analysis of the spiral structure in a simulated galaxy’, el cual fue publicado en MNRAS (Mata-Chávez et al. 2014a). Se presenta un resumen a continuación.

4.1. Resumen

En este trabajo estudiamos el efecto que tiene el gas en la estructura a gran escala del un disco galáctico. Para ello realizamos simulaciones hidrodinámicas utilizando GADGET-2. La simulación consta de un disco galáctico, semejante al de la Vía Láctea, formado por partículas autogravitantes de gas y estrellas. Las partículas inician en equilibrio dentro de un potencial de bulbo y halo rígidos (Allen & Santillan, 1991). El disco está formado por 12×10^6 partículas, de las cuales la mitad son de gas y la mitad de estrellas. La masa de los discos gaseoso y estelar son $9.8 \times 10^8 M_{\odot}$ y $3.49 \times 10^{10} M_{\odot}$, respectivamente. La simulación sólo evoluciona por 450 Myr ya que algunas partículas SPH aumentaron demasiado su densidad y no se convirtieron en *sinks* debido a que la divergencia de velocidades no era negativa. Esto provocó que el paso de tiempo se hiciera demasiado pequeño y la simulación se detuviera.

Obtenemos brazos espirales autogenerados en el disco a partir de 50 Myr, los cuales presentan un patrón de cuatro brazos semejantes en el gas y en las estrellas. Para tener una comparación de los efectos del gas en el disco estelar, realizamos una segunda simulación (SII) del disco galáctico sin la componente gaseosa, utilizando las mismas condiciones iniciales para las estrellas de la primera simulación (SI). En SII se desarrolla una estructura espiral de cuatro brazos similar que en SI, aunque se aprecia que SII presenta brazos mejor definidos y con menos subestructura. Una posibilidad para la disminución en la intensidad del brazo observada en SI es que la interacción de estrellas con nubes gigantes podrían aumentar la dispersión de velocidades de las partículas estela-

res, aunque no encontramos evidencia (a favor o en contra) de este fenómeno en la simulación. La subestructura en los brazos, por otro lado, puede ser generada debido a que, localmente, la espiral gaseosa presenta un ligero desfase con respecto a la estelar y puede generar un potencial suficientemente fuerte para atraer algunas partículas de estrellas (ver apéndice A).

Para obtener los parámetros fundamentales de la espiral, realizamos un análisis de modos desenrollados de Fourier, el cual consiste en describir la distribución de densidad como una superposición de modos espirales $A(m, p)$, donde el modo m nos da información del número de brazos de la espiral y el número de onda logarítmico (p) nos da información del ángulo de apertura de la espiral. El modo con mayor amplitud es el $m = 4$ para las espirales de ambos discos. Encontramos, además, que el ángulo de enrollamiento de la espiral de gas es menor ($\alpha = 22.8^\circ$) que el de la estelar ($\alpha = 25.2^\circ$). SII desarrolla una espiral aun más abierta ($\alpha = 29.7^\circ$).

Otro de los parámetros que obtenemos es la velocidad del patrón espiral. Para esto, hacemos una transformación de Fourier del espacio $A(\phi, r, t)$ al $A(m, r, \omega)$, donde ϕ y r son las coordenadas cilíndricas del sistema, t es el tiempo y ω es la frecuencia. Con esta información se obtiene un espectrograma para el modo $m = 4$. El espectrograma pareciera mostrar una espiral corrotante con el disco axisimétrico. Para tener mayor resolución en frecuencias del espectrograma, aumentamos el tiempo de evolución de SII, hasta¹ 923 Myr, y calculamos el espectrograma correspondiente. Encontramos que la aparente espiral corrotante es una superposición de patrones, cada uno con velocidades angulares constantes.

¹La simulación se detuvo en este tiempo debido a que se presentaron algunos problemas con el Cluster y se decidió no reiniciar la simulación debido a que este tiempo nos pareció suficiente para aumentar la resolución de frecuencias.

Analysis of the spiral structure in a simulated galaxy

M. Dolores Mata-Chávez,¹★ Gilberto C. Gómez¹ and Ivânio Puerari²

¹Centro de Radioastronomía y Astrofísica, Universidad Nacional Autónoma de México, Apdo. Postal 3-72, Morelia Mich. 58089, Mexico

²Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Apdo. Postal 51 y 216, 72840 Santa María Tonantzintla, Puebla, Mexico

Accepted 2014 August 14. Received 2014 August 13; in original form 2014 January 22

ABSTRACT

We analyse the spiral structure that results in a numerical simulation of a galactic disc with stellar and gaseous components evolving in a potential that includes an axisymmetric halo and bulge. We perform a second simulation without the gas component to observe how it affects the spiral structure in the disc. To quantify this, we use a Fourier analysis and obtain values for the pitch angle and the velocity of the self-excited spiral pattern of the disc. The results show a tighter spiral in the simulation with gaseous component. The spiral structure is consistent with a superposition of waves, each with a constant pattern velocity in given radial ranges.

Key words: galaxies: ISM – galaxies: spiral – galaxies: structure.

1 INTRODUCTION

The spiral structure of disc galaxies has been studied for many years now, yet the origin of this structure remains uncertain. Several different theories have been proposed to explain how this structure was formed. The density wave theory (Lin & Shu 1964; Bertin & Lin 1996) proposes quasi-stationary density waves propagating through a rotating disc at constant pattern angular velocity. As an alternative, the swing amplification theory (Goldreich & Lynden-Bell 1965; Julian & Toomre 1966) proposes that the arms arise from smaller perturbations (or perturbations) which add and amplify. This could produce overdensities rotating with the disc. In this model, waves are not quasi-stationary and, therefore when the perturbations cease, the spiral disappears. D’Onghia, Vogelsberger & Hernquist (2013) showed that overdensities could produce non-linear effects in swing amplifications that modify the formation and longevity of the spiral pattern, even after the perturbations have been removed.

In order to study these scenarios, researchers have used N -body simulations. These have been able to reproduce a spiral-like structure generated in many different ways, such as interaction with other galaxies or gravitational instabilities in the disc. Most of these simulations involve a stellar disc only (Quillen et al. 2011; Grand, Kawata & Cropper 2012a,b; Roca-Fàbrega et al. 2013), yet the spiral structure is conspicuous in the gaseous component also (Acreman et al. 2010). Vallée (2005, and references therein) showed that the Galactic stellar spiral structure differs from the gaseous one (see also Gómez, Pichardo & Martos 2013).

Recently, Wada, Baba & Saitoh (2011) and Baba, Saitoh & Wada (2013) showed simulations with stellar and gaseous discs. In those studies, a spiral structure that seems to corotate with the galactic disc is formed.

Several methods have been developed to quantitatively describe the spiral structure in a galactic disc, either in observed images or in a numerical simulations. Using Fourier transformations of images of spiral galaxies, it is possible to obtain estimations of the pitch angle, relative strengths of modes and other parameters of the spiral structure (Davis et al. 2012).

But the issue of the gas role in the formation of the spiral pattern remains unsatisfactorily open. It is usually considered (Bertin & Lin 1996; Dobbs & Baba 2014; Sellwood & Carlberg 2014, for example) that the principal role of the gas is to dynamically cool the stellar disc. Nevertheless, the large-scale interaction of these components has not been properly explored since it is assumed that the small mass of the gaseous disc will have a negligible impact on the dynamics of the stellar one, and so the gaseous component is frequently considered as a perturbation, brushing aside the possible dynamical feedback on the large-scale dynamics. In this paper, we compare the spiral structure of galactic disc with and without a gaseous component using 3D numerical simulations. We use Fourier transforms to measure the parameters of the spiral pattern of the discs. In Section 2, we describe the simulations performed. In Section 3, we present the analysis of the spiral structure in the simulations performed. Finally, we present a summary in Section 4.

2 METHOD

Our simulation contains a galactic disc with $9.8 \times 10^8 M_{\odot}$ of gas and $3.49 \times 10^{10} M_{\odot}$ of stars. Both components are distributed initially with a constant mid-plane density of 0.62 and $0.017 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$ for stars and gas, respectively, out to a radius of 3 kpc . Outside this radius, the mid-plane density follows an exponential profile $\rho = \rho_0 \exp[-(R - R_0)/R_h]$, with $R_0 = 8 \text{ kpc}$, $\rho_0 = 0.15 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$ and $R_h = 3.5 \text{ kpc}$ for the stellar disc, and $\rho_0 = 10^{-2} M_{\odot} \text{pc}^{-3}$ and $R_h = 8 \text{ kpc}$ for the gaseous disc. In the vertical direction, both components initially follow a Gaussian profile, with scaleheights 0.325 and 0.135 kpc for stars and gas, respectively.

★E-mail: m.mata@cra.unam.mx

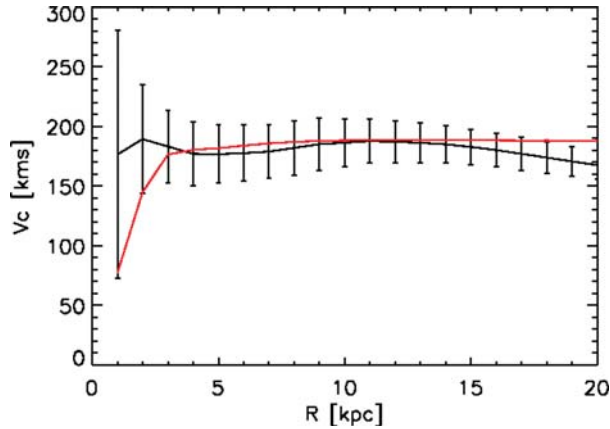


Figure 1. Mean rotational velocity of the simulation. The grey line (red line in online version) corresponds to $t = 0$ Myr and black line to $t = 200$ Myr. The error bars show the standard deviation at different radii.

The particles in the galactic disc are set up in rotational equilibrium with a potential similar to that described in Allen & Santillan (1991), which consist of a halo, a bulge and a stellar disc (see Fig. 1). In addition to the circular velocity, a velocity dispersion of 20 kms^{-1} is added to the stars, and of 12 kms^{-1} to the gas. The Toomre Q parameter for the disc is < 1 in the range $2 < R < 7$ kpc.

The simulation is performed with the GADGET2 code (Springel, Yoshida & White 2001), which solves the hydrodynamic equations using a smoothed particle hydrodynamics (SPH) algorithm coupled to stellar dynamics. We used 6×10^6 stellar particles and 6×10^6 gas particles, randomly distributed over the disc following the density profile described above. The simulations are set up within a 40 kpc box. The version of the GADGET2 code we use has a sink particle formation prescription (Jappsen et al. 2005) with a critical density for sink formation of $3 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$.

Since the mass resolution is similar to the masses of giant molecular complexes, it is necessary to consider the gas segregation into phases. To achieve this, the simulation includes the cooling function described in Koyama & Inutsuka (2000).¹ To avoid a prohibitively short time step, we apply the fast cooling model described in Vázquez-Semadeni et al. (2007), which evolves the gas temperature as exponentially approaching the equilibrium temperature at the current density. The segregation of the gas in phases, the dynamics of the dense clouds formed and associated star formation, as modelled by sink particle formation, will be explored in a future work.

We performed two simulations. Simulation I consisted of both stellar and gaseous disc components, while simulation II consisted only of the stellar component, with the same random density and velocity distribution as the stellar disc in simulation I. Simulation I was evolved through 410 Myr, while we were able to evolve simulation II through 923 Myr. In both simulations, the particles start in an unrelaxed state, and so the self-stimulated spiral appears sooner than in relaxed simulations. Nevertheless, since the evolution lasts $3.5\tau_{\text{rot}}$ (where τ_{rot} is the rotation period at the stellar disc scale-length, $\tau_{\text{rot}} = 120$ Myr), the evolution should be enough to erase signatures of the initial conditions.

¹ Please note a typographical error in the expression for the cooling function in Koyama & Inutsuka (2000). See Vázquez-Semadeni et al. (2007).

Fig. 2 shows mass surface density maps of the simulations at $t = 200$ Myr for the gaseous disc in simulation I (top) and stars (middle), and the stellar disc in simulation II (bottom). The galaxies in the simulations are not perturbed, so the spiral structure forms due

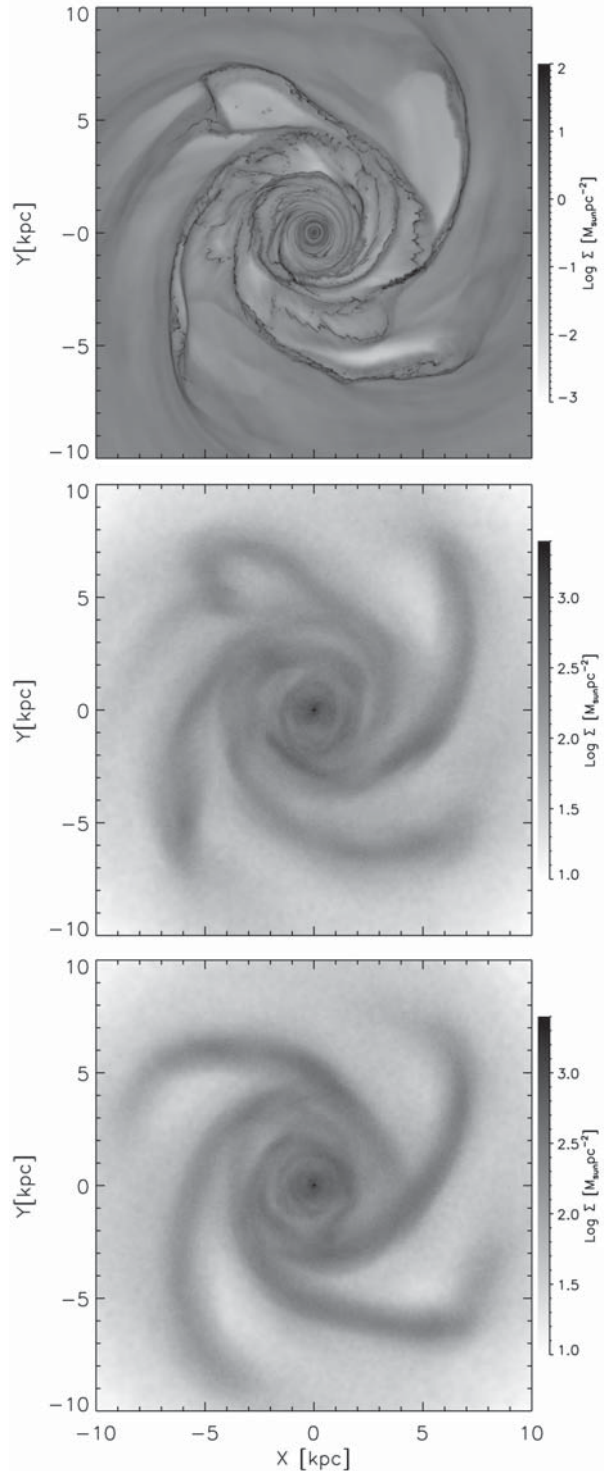


Figure 2. Gaseous (top) and stellar (middle) surface density distributions for simulation I, and stellar surface density (bottom) for simulation II at $t = 200$ Myr. For clarity, only the $r < 10$ kpc is shown.

to self-gravity out of the random fluctuations in the initial particle distribution. In simulation I, the gaseous and stellar disc have similar large-scale structure, namely four spiral arms with basically the same locus, but the stellar arms are thicker than the gaseous ones, with the latter showing much more substructure, as expected. But it is noticeable that the stellar arms in simulation I show more substructure than those in simulation II, the most noteworthy being a ‘hook’ around $(x, y) = (-4, 7)$ kpc, although the overall strength of the arms differs in both simulations. The presence of a gaseous component is known to destabilize a disc (Jog 1996), since the gas is dissipative and is allowed to cool. But, we find that the stellar density in the arms is larger in simulation II, with the spiral arms remaining coherent longer (see Section 3).

3 SPIRAL STRUCTURE

Following Grand et al. (2012b), we describe the spiral structure in the simulations using a Fourier analysis of the mass surface density distributions of stars and gas. Consider the Fourier transform (along the azimuthal angle ϕ , at a given radius r) of the surface density distributions resulting from the simulations, $A(m, r)$, where m is the Fourier mode in question. Since both simulations develop four arms (see Fig. 2), we show the time evolution of the $A(4, r)$ mode in Fig. 3. It can be seen that the four-arm structure is formed between 2 and 5 kpc at $t \sim 30$ Myr, extending to larger radii at later times. But, after ~ 300 Myr, while still the largest, the $m = 4$ mode is no longer dominant since other modes grow in the inner part of the galaxy. After $t \sim 150$ Myr, $A(4, r)$ is significant only in the $5 < R < 10$ kpc range, with its amplitude declining in time.

It is noticeable that the gas component in simulation I has the largest amplitudes, meaning that the gas is more tightly associated with a four-fold symmetric pattern than the stars. Comparing the stellar density in both simulations I and II, we may note that simulation II has larger $A(m, r)$ amplitudes, meaning that in the absence of gas, the spiral structure is enhanced. One possible reason for this is that interactions between stars and giant molecular clouds heat the stellar disc, thus causing the spiral structure intensity to decrease. Since we failed to find a correlation between the stellar velocity dispersion and the gaseous disc surface density (for constant radius rings), we do not think that this is the reason for a weaker spiral when gas is included. Another possible reason is that the spiral structure in simulation I is formed almost at the same time in the stellar and gaseous disk, but with a small phase difference (Shu, Milione & Roberts 1973; Pérez-Villegas, Gómez & Pichardo, in preparation). Even if the gaseous arm is small compared to the stellar arm mass, this out-of-phase perturbation might cause a decrease on the stellar response.

In order to measure the pitch angle for each of the spiral modes that describe the density distribution, consider the amplitudes for the unwound modes,

$$\hat{A}(m, p) = \frac{1}{D} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{u_{\min}}^{u_{\max}} \Sigma(u, \phi) \exp[-i(m\phi + pu)] d\phi du, \quad (1)$$

where $u = \log r$, m is the Fourier mode in question, $p = -m/\tan(\alpha)$ is a logarithmic wavenumber, α is the pitch angle of the spiral, Σ is the mass surface density distribution and D is a normalization given by

$$D = \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \Sigma(u, \phi) du d\phi. \quad (2)$$

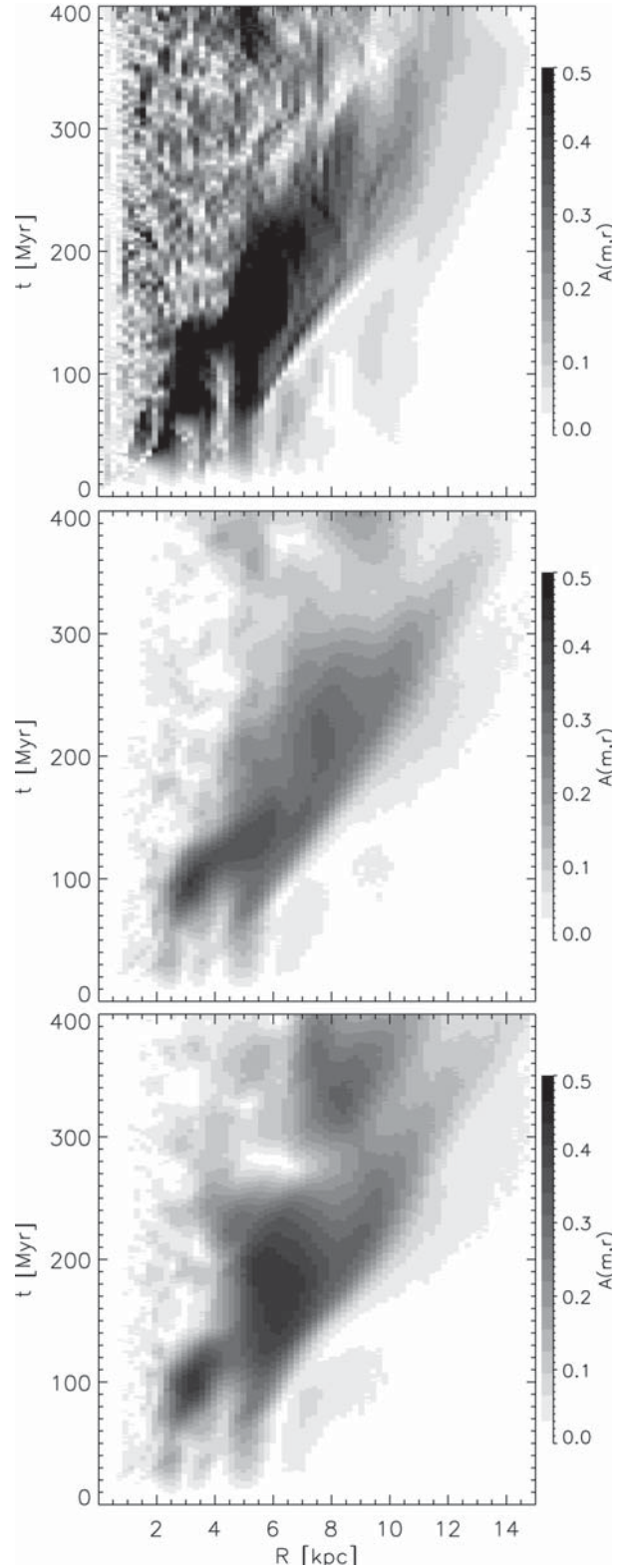


Figure 3. Evolution of the $m = 4$ mode for gas (top) and stars (middle) in simulation I, and stars (bottom) in simulation II.

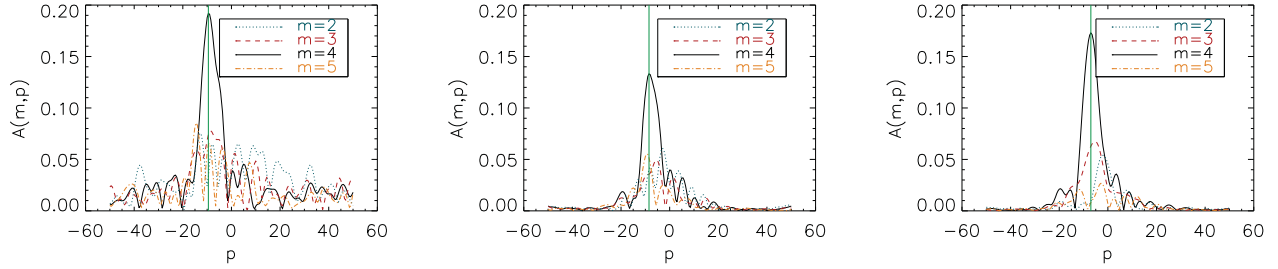


Figure 4. $\hat{A}(m, p)$ for gaseous disc for $t = 200$ Myr (left), for stellar disc $t = 200$ Myr (centre) and stellar disc without gas (right). Lines represent different Fourier modes. The peak of the dominant $m = 4$ mode changes from p -values corresponding to pitch angles of $\alpha = 22^\circ.8$ (left), $25^\circ.2$ (centre) and $29^\circ.7$ (right).

Fig. 4 shows the amplitude $\hat{A}(m, p)$ for several m -values for both simulations. The $m = 4$ mode dominates the distribution for most of the evolution, and so, hence forth, we focus our analysis on this mode.

Fig. 5 shows the evolution of $\hat{A}(4, p)$ during the simulation. In the plot, it can be seen that, even if p remains almost constant, the amplitude $\hat{A}(m, p)$ changes in time. This might be explained if the spiral is formed by a superposition of transient waves that reinforce the pattern, as stated by Sellwood & Carlberg (2014), or as a result of interference of longer lived spiral waves, as proposed by Comparetta & Quillen (2012). For simulation I at 200 Myr, the stellar spiral is more open ($\alpha = 25^\circ.2$) than the gaseous one ($\alpha = 22^\circ.8$), in a similar fashion to simulations of gas in a fixed potential (Gómez et al. 2013). For simulation II, the pitch angle at $t = 200$ Myr is $29^\circ.7$, i.e. the simulation without a gaseous disc yields a more open spiral than the simulation with stars only. These values are consistent with an Sc galaxy (Ma 2002).

In order to determine the velocity of the spiral pattern, consider the amplitudes of the Fourier modes transformed again in time, as a function of radius, thus changing from (m, r, t) space to (m, r, Ω_p) . Consider the phase $\Phi = \arctan(A_{\text{Im}}/A_{\text{Re}})$ where A_{Im} and A_{Re} are the imaginary and the real parts of the amplitude. The pattern angular velocity is then given by $\Omega_p = \dot{\Phi}/N$, where $\dot{\Phi}$ is the Fourier transform in time of Φ and N is the total number of data outputs.

Fig. 6 shows the so calculated spectrogram for the $m = 4$ component, along with the orbital frequency Ω of the (initial) axisymmetric disc. It is worth noting that, since the frequency resolution (the Nyquist frequency) is given by the time of the last data output, it is necessary to allow for the longest possible evolution of

the simulation. In our case, simulation I stopped due to numerical issues, but simulation II ran up to 923 Myr. So, the figure shows the spectrogram corresponding to the simulation with the stellar disc only, with 1 Myr between data outputs. As seen from the radial dependence of the amplitude maxima, the frequency for the spiral pattern is not constant but it is composed of a superposition of patterns with different frequencies constant on *restricted* radial ranges, in a manner consistent with the behaviour reported by Sellwood & Carlberg (2014). This superposition of waves is also suggested in the time evolution shown in Fig. 5. If simulation I is used to measure the pattern speed, either with the stellar or gaseous discs, the lower frequency resolution smears these constant Ω_p regions, giving the impression that the spiral arms rotate solidly, similarly to those reported recently (Wada & Koda 2004; Wada et al. 2011; Grand et al. 2012a; Roca-Fàbrega et al. 2013).

4 SUMMARY

In this paper, we performed SPH simulations of galactic discs using an SPH *N*-BODY code to model a disc with gaseous and stellar components (simulation I) and a disc with stellar component only (II). The gaseous disc is modelled with an explicit cooling function, thus allowing it to segregate into dense and diffuse phases. We observed similar four-arm structure in both simulations but, when a Fourier analysis is performed on the surface density distribution, the spiral structure in simulation II shows a higher $m = 4$ mode amplitude, with less substructure than simulation I, i.e. adding a gaseous component to the simulation leads to more substructure in both stellar and gaseous arms, but it also leads to a weaker stellar

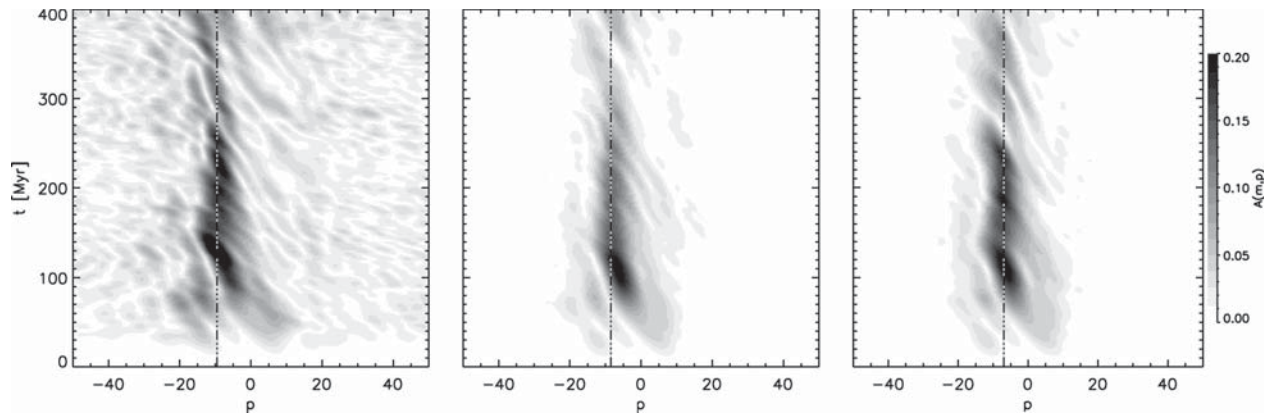


Figure 5. Time evolution of the logarithmic wavenumber, p . The maximum at each time indicates the pitch angle for the gaseous (left) and stellar discs (centre) in simulation I, and the stellar disc in simulation II (right).

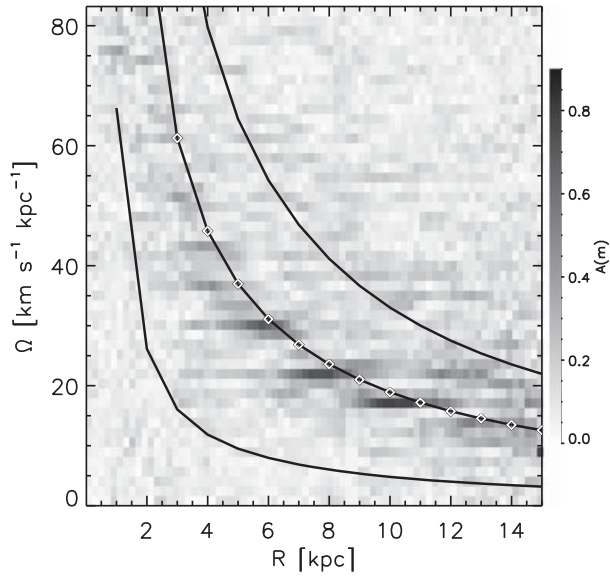


Figure 6. Spectrogram for the $m = 4$ mode in the stellar disc of simulation II for the length of the simulation, i.e. 923 Myr. The line with diamonds corresponds to the angular frequency for the axisymmetric disc, while the upper and lower lines represent the $\Omega \pm \kappa/4$ frequencies.

spiral. We speculate that this might be due to a phase shift between the gaseous and stellar arms, which reduces the coherence of the response to the non-axisymmetric part of the potential. This phase shift between stellar and gaseous spiral arms has been reported before in simulations with fixed spiral potentials (e.g. Shu et al. 1973; Gómez et al. 2013).

The simulations obtained were analysed with a Fourier method to measure the pitch angle and the velocity of the spiral pattern. The spectrogram for simulation II shows that the pattern is better described as a superposition of waves, each with a constant pattern speed in a given radial range. Lack of frequency resolution smears the spectrogram and might make it appear as if the spiral pattern corotates with the disc, as the set of waves, as a whole, follows the rotation of the disc.

About the growth of spiral pattern, Fig. 3 shows the evolution of the spiral structure in our simulations. It can be seen that, even if the spiral structure consists of small fluctuations, it grows globally in a coherent way. D’Onghia et al. (2013) shows that disconnected perturbations serve as seed for the growth of a global spiral pattern through swing amplification, which is favoured by the particles’ self-gravity. In a similar way, overdensities in our simulations generate spiral segments that connect and form a large-scale spiral pattern. The spiral consists of individual segments that rotate with distinct frequencies (as seen in Fig. 6), but still a single global pattern emerges.

With respect to the pitch angles of the pattern, we measure $\alpha = 22^\circ.8$ for the gaseous disc, $\alpha = 25^\circ.2$ for the stellar disc in simulation I and $\alpha = 29^\circ.7$ for the stellar disc in simulation II. A gaseous spiral tighter than the stellar one has been reported in simulations before. But, the fact that the stellar spiral develops a larger

pitch angle when the gas is absent appears counterintuitive considering that the pitch angle is usually more open for disc galaxies of later Hubble type, which have a larger gas content. Further experiments with a range of structural parameters (namely bulge/disc mass ratio or disc/halo scalelength ratio, for example) are necessary to explore the different ways the stellar and gaseous discs generate spiral structure in isolated galaxies.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to thank V. Debattista, E. D’Onghia, A. Pérez-Villegas and J. Sellwood for useful discussions on the subject at hand and an anonymous referee for comments that greatly improved this manuscript. IP thanks the Mexican Foundation CONACyT for financial support. The numerical simulations were performed in the cluster at CRYA-UNAM acquired with CONACyT grants 36571-E and 47366-F to E. Vázquez-Semadeni. This work has received financial support from UNAM-DGAPA PAPIIT grant IN111313 to GCG.

REFERENCES

- Acreman D. M., Douglas K. A., Dobbs C. L., Brunt C. M., 2010, *MNRAS*, 406, 1460
- Allen C., Santillan A., 1991, *Rev. Mex. Astron. Astrofis.*, 22, 255
- Baba J., Saitoh T. R., Wada K., 2013, *ApJ*, 763, 46
- Bertin G., Lin C. C., 1996, *Spiral Structure in Galaxies a Density Wave Theory*. MIT Press, Cambridge, MA
- Comparetta J., Quillen A. C., 2012, preprint (arXiv:1207.5753)
- Davis B. L., Berrier J. C., Shields D. W., Kenefick J., Kenefick D., Seigar M. S., Lacy C. H. S., Puerari I., 2012, *ApJS*, 199, 33
- Dobbs C., Baba J., 2014, preprint (arXiv:1407.5062)
- D’Onghia E., Vogelsberger M., Hernquist L., 2013, *ApJ*, 766, 34
- Goldreich P., Lynden-Bell D., 1965, *MNRAS*, 130, 125
- Gómez G. C., Pichardo B., Martos M. A., 2013, *MNRAS*, 430, 3010
- Grand R. J. J., Kawata D., Cropper M., 2012a, *MNRAS*, 421, 1529
- Grand R. J. J., Kawata D., Cropper M., 2012b, *MNRAS*, 426, 167
- Jappsen A.-K., Klessen R. S., Larson R. B., Li Y., Mac Low M.-M., 2005, *A&A*, 435, 611
- Jog C. J., 1996, *MNRAS*, 278, 209
- Julian W. H., Toomre A., 1966, *ApJ*, 146, 810
- Koyama H., Inutsuka S.-I., 2000, *ApJ*, 1, 980
- Lin C. C., Shu F. H., 1964, *ApJ*, 140, 646
- Ma J., 2002, *A&A*, 395, 389
- Quillen A. C., Dougherty J., Bagley M. B., Minchev I., Comparetta J., 2011, *MNRAS*, 417, 762
- Roca-Fàbrega S., Valenzuela O., Figueras F., Romero-Gómez M., Velázquez H., Antoja T., Pichardo B., 2013, *MNRAS*, 432, 2878
- Sellwood J. A., Carlberg R. G., 2014, *ApJ*, 785, 137
- Shu F. H., Milione V., Roberts W. W., Jr, 1973, *ApJ*, 183, 819
- Springel V., Yoshida N., White S., 2001, *New Astron.*, 6, 79
- Vallée J. P., 2005, *AJ*, 130, 569
- Vázquez-Semadeni E., Gómez G. C., Jappsen A. K., Ballesteros-Paredes J., González R. F., Klessen R. S., 2007, *ApJ*, 657, 870
- Wada K., Koda J., 2004, *MNRAS*, 349, 270
- Wada K., Baba J., Saitoh T. R., 2011, *ApJ*, 735, 1

This paper has been typeset from a \LaTeX file prepared by the author.

Capítulo 5

Mezclado radial en el disco galáctico

En esta sección se presenta el trabajo que formará parte del segundo artículo de esta tesis y que aún se encuentra en preparación. Este trabajo es motivado por las diferencias entre los gradientes de metalicidad de la galaxia medidos en regiones HII (población I, joven) y nebulosas planetarias (población II, vieja). Frecuentemente se dice que las diferencias entre estos gradientes se debe a la migración radial de estrellas en el disco galáctico, la cual puede ser comprobada por medio de estudios dinámicos en simulaciones (Sellwood & Binney 2002; Roškar et al. 2008). Sin embargo, poco se ha estudiado los movimientos radiales del gas dentro del disco galáctico. En este trabajo se comparan los movimientos radiales de partículas de gas y estrellas en la simulación de disco galáctico para tratar de encontrar si estos desplazamientos pueden ser responsables de las diferencias en los gradientes de metalicidad.

5.1. Introducción

Si suponemos que las estrellas mantienen la misma metalicidad de las nubes de gas en las que se forman, entonces se esperaría que la metalicidad de las estrellas siga la metalicidad del medio interestelar (ISM). La relación entre la metalicidad y la formación estelar ha sido estudiada por mucho tiempo (Wilson & Rood 1994). Para encontrar la metalicidad del disco galáctico se han usado observaciones de nebulosas planetarias (Henry et al. 2004), regiones HII (Afflerbach et al. 1997) y líneas espectrales de atmósferas estelares (Nidever et al. 2014), sin encontrar correlación entre los gradientes de metalicidad de las estrellas (nebulosas planetarias y líneas espectrales) y el gas (regiones HII), incluso entre los diferentes medidores de la metalicidad en estrellas.

Sellwood & Binney (2002) mostraron que migraciones radiales de estrellas podrían ser la causa de las diferencias entre los gradientes de metalicidad ya que, al migrar, las estrellas suavizan el gradiente inicial de la metalicidad. Ellos

supusieron que las estrellas se mueven en órbitas casi circulares, por lo que midiendo el cambio en su momento angular se puede saber qué tanto se movieron radialmente. Diversos trabajos han demostrado que esta migración puede ser producida por los brazos espirales en una la galaxia (Sellwood & Binney 2002), la barra central (Minchev et al. 2014) y la interacción con otras galaxias (Quillen et al. 2009).

En el caso de las partículas de gas, Sellwood & Binney (2002) mencionan que su modelo predice que las nubes de gas pueden tener un movimiento similar al de las estrellas. Para estudiar cómo son estas migraciones en el gas, Roškar et al. (2008), utilizando simulaciones cosmológicas, mostraron que la dispersión resonante en corrotación puede producir que las estrellas se muevan hacia afuera del disco y el gas hacia adentro, con el resultado de que el disco de estrellas se extienda más allá de las regiones de formación estelar. Grand et al. (2015) también realizaron un estudio comparativo de la migración radial en estrellas y gas, y encontraron que la migración del gas es menor que la de estrellas. Se debe señalar que todos estos trabajos utilizan el cambio en el momento angular de las partículas para estimar la migración radial entre órbitas cuasicirculares, pero debido a la naturaleza del gas (choques, compresiones, disipación de energía; ver Gómez et al. 2013), se puede considerar que éste se mueve en órbitas cuasicirculares pero el momento angular del gas no se conserva. Es por ello que un trabajo que sólo compare los cambios en posición radial sería más apropiado.

En este trabajo medimos los desplazamientos radiales (excursiones) de partículas estelares y gaseosas en la simulación descrita en §4; para después realizar un modelo simple de contaminación de metales y evaluar los cambios en las pendientes de la metalicidad.

5.2. Movimientos radiales

El mezclado de las partículas de gas y estrellas en el disco es estimado a partir de los movimientos radiales de las partículas en la simulación. Para esto seleccionamos todas las partículas localizadas a una altura $|h| < 0.5$ kpc del plano del disco y que se encuentren en anillos de ancho $\delta r = 0.2$ kpc a diferentes radios ($r = 5, 8, 10$ y 15 kpc); y medimos sus posiciones promedio a lo largo del tiempo. Estos anillos son seleccionados para observar la influencia de los brazos espirales en el mezclado radial de las partículas. Se debe hacer notar que este método no necesariamente mide la *migración* de las partículas, ya que no se usa al cambio de momento angular como criterio para la selección de partículas (Sellwood & Binney 2002; Roškar et al. 2008; Minchev & Famaey 2011). Debido a que el disco de gas produce partículas sumidero (§3.2.3), debemos asegurarnos que las partículas seleccionadas no sean acretadas durante el tiempo que dura la simulación. Las partículas sumidero son ignoradas en este estudio debido a que la simulación no incluye un modelo adecuado de formación estelar ni *feedback*.

Los desplazamientos radiales son medidos a partir de que la espiral es formada, por lo que el tiempo inicial considerado es $t_0 = 150$ Myr y el tiempo final es $t_f = 450$ Myr. Las posiciones de las partículas son evaluadas en intervalos

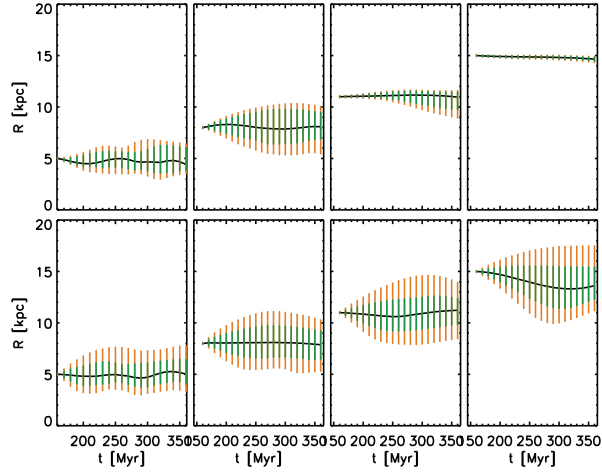


Figura 5.1: El promedio del desplazamiento de las partículas de gas (arriba) y estelares (abajo) se muestra con la línea continua, mientras que las barras ilustran el desplazamiento del 60% y 90% de las partículas (verde y naranja, respectivamente).

$\delta t = 40$ Myr. En cada intervalo se obtiene el promedio de la posición radial de las partículas para cada uno de los anillos seleccionados inicialmente.

Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 5.1, donde la línea continua muestra el promedio de los desplazamientos y las barras muestran los desplazamientos del 60% y 90% de las partículas (verde y naranja respectivamente). El panel superior muestra los desplazamientos de las partículas de gas y el inferior, los desplazamientos de las partículas estelares. Puede observarse que, en promedio, las partículas no cambian su posición, pero la dispersión de partículas en cada anillo aumenta casi ~ 5 kpc para las partículas estelares y ~ 3 kpc en las gaseosas. Además, esta dispersión permanece casi constante para todos los radios en las partículas estelares, mientras que en las partículas gaseosas es mayor para los radios internos, en donde los brazos espirales son más fuertes e inyectan más energía a las partículas.

Esta dispersión en las posiciones de las partículas puede hacer que el gradiente de metalicidad del disco se vea más aplanado que el gradiente originalmente presente en el disco. Para evaluar cómo estas dispersiones pueden afectar el gradiente de metalicidad observado, rehacemos el estudio anterior, pero observamos cómo los anillos de la galaxia son llenados con partículas originalmente a diferentes radios. El método es similar al anterior, pero en este caso los anillos son seleccionados a t_f y las partículas son seguidas hacia atrás en el tiempo.

Los resultados se muestran en la Figura 5.2. De nuevo, se muestran la mismas diferencias entre las partículas de gas y estrellas. Se observa que, para las

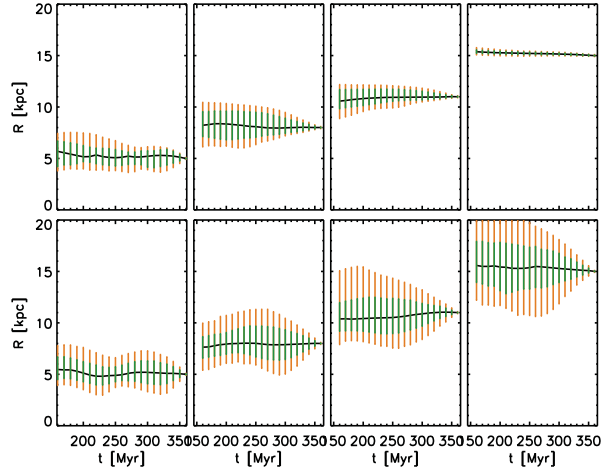


Figura 5.2: El promedio del desplazamiento de las partículas de gas (arriba) y estelares (abajo) se muestra con la línea continua, mientras que las barras muestran el desplazamiento del 60 % y 90 % de las partículas (verde y naranja, respectivamente).

partículas de gas, los anillos más internos están formados por partículas provenientes de distintos radios cercanos, mientras que para los anillos externos, los desplazamientos fueron mínimos. Esto significa que los gradientes de metalicidad para la parte externa del disco de gas no son afectados por los movimientos radiales. Por otra parte, para las partículas estelares, todos los anillos son llenados por partículas provenientes de otros radios, por lo que los gradientes de metalicidad son afectados por los desplazamientos radiales en todo el disco estelar.

Con estos resultados, si suponemos un gradiente inicial para las partículas en la simulación, el mezclado de las partículas estelares puede hacer que el gradiente de metalicidad se aplane para todo el disco, mientras que para las partículas de gas el aplanamiento sería menor y sólo en las regiones del disco que sean afectadas por la espiral.

5.3. Efecto del mezclado en las abundancias

Para mostrar los efectos de los desplazamientos radiales mostrados en la sección anterior, suponemos una distribución de abundancias en las partículas estelares y gaseosas. Las partículas para este estudio son aquellas que se encuentren dentro de un radio¹ de 20 kpc al tiempo inicial (t_i) y final (t_f). En el

¹Debido al tamaño de la caja de la simulación (20 kpc), el cálculo de la fuerza en las partículas más allá de 20 kpc no es confiable. Además, la forma cuadrada de la caja puede

caso de las partículas de gas, también se descartan aquellas que se convierten en partículas sumidero.

Al tiempo t_i la abundancia de las partículas sigue una dependencia radial dada por:

$$Abund = -2.85 - 0.064 * R / \text{kpc}, \quad (5.1)$$

la cual se basa en datos de Afferbach et al. (1997) obtenidos a partir de mediciones de O/H en regiones HII. Si suponemos que las partículas no cambian su metalicidad durante la evolución del sistema, entonces se puede calcular el cambio en la distribución de abundancias debido al mezclado de las partículas. Para esto, calculamos la distribución de abundancias al tiempo t_f y la comparamos con la inicial. En la Figura 5.3 se muestran histogramas bidimensionales con las distribuciones de abundancias de partículas de gas (abajo) y estrellas (arriba) en el tiempo t_f , y su comparación con la distribución inicial (línea sólida). La dispersión de abundancias en ambos tipos de partículas son consistentes con lo encontrado en la sección anterior, es decir, la dispersión de abundancias es menor en zonas en las que el desplazamiento radial de partículas es mínimo, mientras que en las zonas donde hay mayor desplazamiento de partículas la dispersión de abundancia aumenta y la distribución de abundancias cambia. La Figura 5.3 muestra que la distribución de abundancia al tiempo t_f no es lineal para ambos tipos de partículas y de hecho parece seccionarse a $R \approx 8 \text{ kpc}$. Sin embargo, por motivos de comparación con otros trabajos, se realiza un ajuste lineal, el cual se presenta con una línea punteada en la Figura 5.3 y está dado por:

$$\log(Abund) = -2.86(\pm 0.06) - 0.066(\pm 0.005) * R / \text{kpc}, \quad (5.2)$$

para las partículas de gas, y

$$\log(Abund) = -2.87(\pm 0.05) - 0.059(\pm 0.005) * R / \text{kpc}, \quad (5.3)$$

para las estelares. De este resultado podemos observar que la pendiente de metalicidad del las estrellas es ligeramente más aplanada que la inicial, pero la incertidumbre es tal que la distribución radial es cercana a la impuesta. Este poco cambio en la pendiente puede deberse al corto tiempo de evolución del sistema (Roškar et al. 2008; Grand et al. 2015). En el caso del gas, la pendiente final no difiere de la pendiente impuesta inicialmente. Esto nos indica que el gas prácticamente no se mueve de la distribución inicial. Este resultado es similar al encontrado por Grand et al. (2015) y difiere de los predichos por Sellwood & Binney (2002) y encontrado en Roškar et al. (2008), en donde el gas sigue los movimientos de las estrellas. El poco aplanamiento de el gradiente para las partículas estelares puede deberse a la poca evolución temporal de nuestra simulación. Sin embargo la tendencia de la evolución es que no haya aplanamiento del gas. Por tanto, la diferencia en gradientes en metalicidad en fase gaseosa y formación estelar no puede ser explicada sólo en base al mezclado del gas.

hacer que se introduzcan errores de frontera. Al remover estas partículas evitamos que éstas entren al disco y afecten el conteo de abundancias.

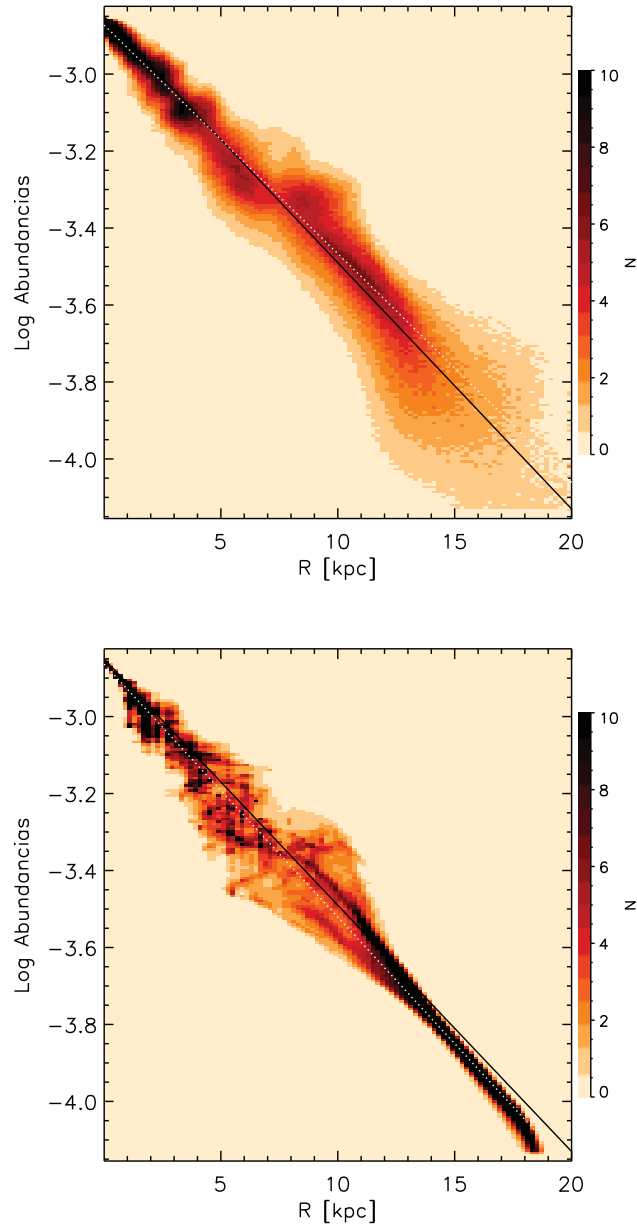


Figura 5.3: Histograma de abundancias para las partículas estelares (arriba) y gaseosas (abajo) para el tiempo $t_f = 450 \text{ Myr}$. La línea continua muestra abundancia a un tiempo inicial y los puntos indica el mejor ajuste al tiempo final. N es el número de partículas en cada celda normalizado con respecto al numero de partículas que había inicialmente a ese radio.

5.4. Modelo de formación estelar

La formación estelar es la encargada de aumentar la metalicidad en las partículas estelares y gaseosas, por lo que la pendiente de la distribución de la abundancia radial en el disco sería similar al de la pendiente de la tasa de formación estelar. Sin embargo, nuestra simulación no contiene un modelo adecuado para formar estrellas. Es por ello que debemos recurrir a un modelo simple que nos permita estimar la formación estelar en las partículas de gas y su aumento en la metalicidad.

En nuestro modelo simple, cuando una partícula SPH alcanza una densidad crítica² n_c , suponemos que esta partícula es parte de una región de formación estelar y aumenta su metalicidad. Este modelo simple no toma en cuenta el valor de la metalicidad para una partícula de gas, sino únicamente el incremento en la contaminación del gas producido por la formación estelar y cómo se distribuye debido al desplazamiento radial de las partículas: inicialmente todas las partículas tienen una contaminación cero, pero a cada salida de datos en la simulación (~ 1 Myr), las partículas que cumplen el criterio de densidad aumentan su grado de contaminación.

Los resultados de la evolución de contaminación en el disco se comparan con la tasa de formación estelar obtenida por medio de la ley de Kennicutt-Schmidt (Kennicutt 1998):

$$\Sigma_{sfr} = \kappa \Sigma^\gamma, \quad (5.4)$$

donde $\gamma = 1.4$, $\kappa = 2.5 \times 10^4 M_\odot \text{ yr}^{-1} \text{ kpc}^2$ y Σ es la densidad superficial del disco. Para obtener la densidad superficial se divide el disco en anillos radiales ($\Delta r = 1 \text{ kpc}$) y se calcula la masa contenida en el área de dichos anillos. Esta masa debe ser únicamente el gas denso en la simulación, ya que la densidad superficial de gas denso correlaciona con la tasa de formación estelar (Schruba et al. 2011; Kennicutt & Evans 2012).

En la Figura 5.4 comparamos la distribución de contaminantes al tiempo final de la simulación ($t_f = 450 \text{ Myr}$) y $\Sigma_{sfr,0} = \kappa(\Sigma/\Sigma_{r=8 \text{ kpc}})^\gamma$ (líneas roja y negra respectivamente). Se observa que la distribución de abundancias es más suave que la tasa de formación estelar. Estos resultados son consistentes con el mezclado radial descrito en §5.2 y no contradicen los resultados de §5.3 debido a que el suavizamiento encontrado en la Figura 5.4 se debe a la dispersión de las partículas de gas, pero en promedio, el desplazamiento es nulo, lo cual produce que la distribución de abundancia del gas en la Figura 5.3 no cambie.

En este modelo debe tomarse en cuenta que sólo tratamos el caso de las partículas de gas, aunque podemos suponer que esta contaminación corresponde a estrellas jóvenes las cuales, debido a su corto tiempo de vida, permanecen cerca de la nube de gas en la que se forman y comparten su dinámica. Por ello, la distribución de contaminante es comparable con las mediciones de metalicidad en las regiones HII.

Si intentáramos hacer un estudio semejante usando las partículas estelares nos encontraríamos con un par de problemas. Las partículas estelares de nues-

²La densidad crítica que usamos es $n_c = 10^3 \text{ cm}^{-3}$ (Wada & Norman 2007)

tra simulación pertenecen a una población de baja masa y para poder observar cambios en su metalicidad necesitamos mucho tiempo de evolución en la simulación, el cual no tenemos. Otra manera de medir el cambio en la metalicidad de las partículas estelares es por medio de un modelo de formación estelar similar al descrito anteriormente. Este modelo debe incluir la cantidad de estrellas de baja masa que se producen en la formación estelar y aumentan la metalicidad del disco de estrellas. Para que este modelo incluya los movimientos estelares (que ya mostramos son diferentes a los de gas), se utilizan partículas sumidero que se mueven como partículas no colisionales. Sin embargo, nuestra simulación no produce partículas sumidero de manera eficiente³, por lo que utilizarlas sería subestimar la pendiente de abundancia resultante.

La siguiente fase de este trabajo es crear un modelo que pueda aumentar la metalicidad de las partículas estelares a partir de las partículas de gas que forman estrellas, es decir, en las regiones en donde se cumpla la condición de formación estelar, se buscarán las partículas estelares cercanas y estas incrementarán su metalicidad. Este incremento en la metalicidad simulará la formación de estrellas de baja masa con mayor metalicidad que se moverán de manera similar a las estrellas cercanas a la región de formación estelar. Esta fase se encuentra en desarrollo.

5.5. Conclusiones

El mezclado radial estelar ha sido utilizado para explicar el porqué los gradientes de abundancia química en el disco son tan diferentes al usar diferentes trazadores como regiones HII y nebulosas planetarias que trazan diferentes poblaciones estelares. Para ello, se han realizado simulaciones de N-cuerpos que demuestran la migración de partículas estelares que aplanan el gradiente de abundancia (Sellwood & Binney 2002; Roškar et al. 2008; Minchev & Famaey 2011; Grand et al. 2015). Estos estudios se basan en el cambio de momento angular de las partículas. Debido a que las estrellas son objetos no colisionales y sus órbitas pueden interceptarse, el estudio de la migración por medio del cambio en el momento angular es acertado. Sin embargo, para las nubes de gas en el disco este estudio no funciona ya que el gas tiene un comportamiento distinto. En este trabajo realizamos un estudio de las excursiones radiales que hacen las partículas de gas y de estrellas en una simulación hidrodinámica de un disco galáctico utilizando los desplazamientos radiales y no el cambio en el momento angular. Encontramos que, para anillos en el disco, las partículas en promedio no cambian su posición. Sin embargo, la dispersión de las posiciones radiales cambia significativamente para partículas de estrellas en anillos localizados a diferentes radios. Para las partículas de gas encontramos una relación entre su dispersión de posiciones radiales y la localización de los brazos espirales ya que, para radios internos, la dispersión es mucho mayor que para radios externos. Con el fin de observar cómo estas excursiones afectan los gradientes de meta-

³En algunas regiones del disco, las velocidades de cizalla entre las partículas es demasiado grande como para que se cumpla el criterio de divergencia y se forme el *sink* (ver§3.2.3)

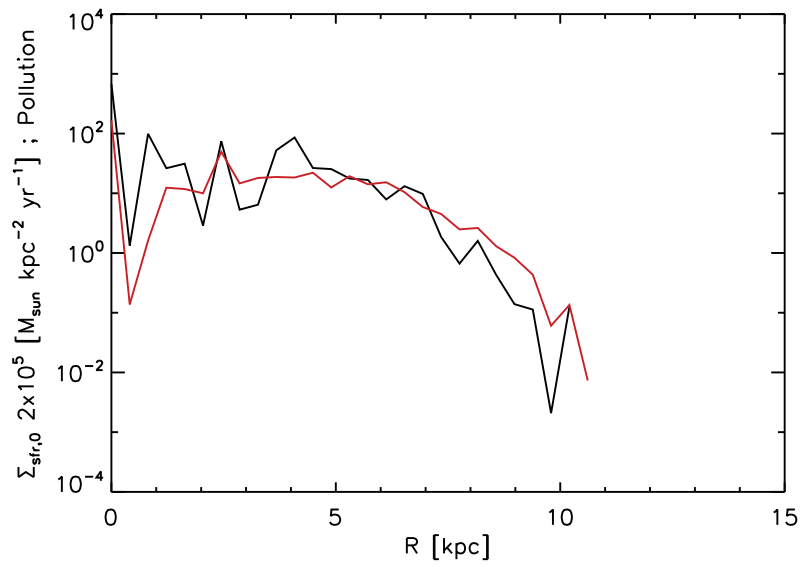


Figura 5.4: Tasa de formación estelar (negro) y la distribución de contaminantes (rojo) para el tiempo $t_f = 450$ Myr. La distribución de contaminantes es más suave que la distribución de formación estelar.

licidad en las galaxias, se asigna una distribución de metalicidad radial a los diferentes tipos de partículas y se calcula el cambio en la distribución debido a las excusiones radiales. Encontramos poco aplanamiento de el gradiente para las partículas estelare puede deberse a la poca evolución temporal de nuestra simulación. Para las partículas de gas, el gradiente no cambia durante la evolución, por lo que las partículas de gas no siguen el movimiento de las partículas estelares. Si comparamos nuestros resultados con las mediciones de $[O/H]$ para regiones HII y nebulosas planetarias, donde las pendientes observadas son -0.064 ± 0.009 (Afflerbach et al. 1997) y -0.037 ± 0.008 (Henry et al. 2004) respectivamente, las diferencias entre los datos obtenidos observacionalmente y nuestro modelo son significativas. Esto se debe a que no tratamos de reproducir los datos observacionales, sino sólo evidenciar las diferencias en los movimientos de las partículas. Para tener un modelo más comparable con las observaciones, es necesario incluir un modelo de formación estelar y feedback, el cual puede cambiar la metalicidad de manera local en la galaxia por medio de fuentes galácticas. También realizamos un modelo simple de contaminación de partículas de gas producido por la formación estelar. El gradiente de contaminación lo comparamos con la tasa de formación estelar instantánea para el tiempo final y encontramos que el gradiente de abundancias es más suavizado.

Capítulo 6

Conclusiones generales

Las estructuras espirales en las galaxias han sido muy estudiadas y se han formulado diversas teorías sobre su formación y evolución. Las teorías más importantes sugieren que las espirales son ondas de densidad estacionarias formadas por inestabilidades gravitacionales que se mueven con una velocidad de patrón constante. Sin embargo, estudios recientes han encontrado que estas espirales no son estacionarias, sino transientes.

En esta tesis realizamos simulaciones hidrodinámicas de discos galácticos con una ó varias componentes en los que se desarrolla un patrón espiral muy definido. Pero, al estudiar la dinámica, encontramos que la espiral no es sólo un patrón sino la superposición de varias ondas que se mueven a distintas velocidades.

Otro punto de estudio en la tesis es la importancia del gas en los estudios dinámicos. El gas es frecuentemente relegado a estudios de formación estelar debido a su escasa masa en el disco en comparación con la masa estelar. En este trabajo encontramos que, a pesar de las diferencias en masa, existen regiones focalizadas en las que la masa del gas puede generar un potencial suficiente para disipar un poco la fuerza gravitacional de las estrellas. Esto da como resultado que, al incluir partículas de gas en un disco de estrellas, la espiral formada por las estrellas tenga más subestructura y su intensidad sea menor que la espiral de un disco sin partículas de gas.

Por último, y siguiendo con la comparación entre gas y estrellas, estudiamos los movimientos radiales que tienen partículas estelares y gaseosas. Encontramos que en promedio las partículas no cambian sus posiciones radiales pero, al observar las dispersiones en los movimientos radiales, las partículas estelares se mueven hasta ~ 5 kpc de sus posiciones iniciales a lo largo de todo el disco galáctico. Por el contrario, las partículas de gas sólo se mueven ~ 3 kpc en las regiones internas, en donde la espiral domina el disco y en las regiones externas las dispersiones son prácticamente nulas.

Los movimientos radiales de las partículas influyen en los gradientes de metalicidad galácticos, ya que se pierde la relación entre los gradientes de metalicidad de las estrellas y del gas en el que se forman dichas estrellas. Pero además influye en la manera de comparar los gradientes de metalicidad para distintos objetos,

ya que las mediciones en regiones HII siguen más los movimientos del disco gaseoso (debido a que las estrellas azules que la componen no han tenido tiempo suficiente para desligarse dinámicamente del gas), mientras que las nebulosas planetarias son más afines con el disco estelar.

Apéndice A

Cálculo de fuerzas

Para observar el impacto de los brazos espirales de gas en el disco de estrellas, se calcula el potencial total para cada uno de los discos. Se utiliza una malla polar para obtener el potencial gravitacional en cada punto. A partir de esto, se mide el promedio de este potencial en cada anillo de la malla para obtener el potencial del disco axisimétrico. El potencial de la espiral de cada disco (Φ_{spi_g} para el gas y Φ_{spi_s} para estrellas) se calcula restando la contribución del disco axisimétrico (de cada disco) del potencial total. Para la espiral de gas es:

$$\Phi_{spi_g} = \Phi_{gas} - \Phi_{ax_g}, \quad (\text{A.1})$$

y para las estrellas:

$$\Phi_{spi_s} = \Phi_{star} - \Phi_{ax_s}. \quad (\text{A.2})$$

La fuerza de los brazos espirales se obtiene derivando el potencial gravitacional.

Para comparar las fuerzas producidas por los dos tipos de brazos, se normalizan con la fuerza axisimétrica total, que es la derivada de la suma de los potenciales axisimétricos de ambos discos ($\Phi_{ax_T} = \Phi_{ax_s} + \Phi_{ax_g}$). En la Figura A.1 se observa que la fuerza de los brazos de gas es mucho menor que la producida por las estrellas. Sin embargo, existen pequeñas regiones en las que la fuerza del gas es mayor a la estelar. Estas fluctuaciones pueden producir subestructura en la espiral estelar.

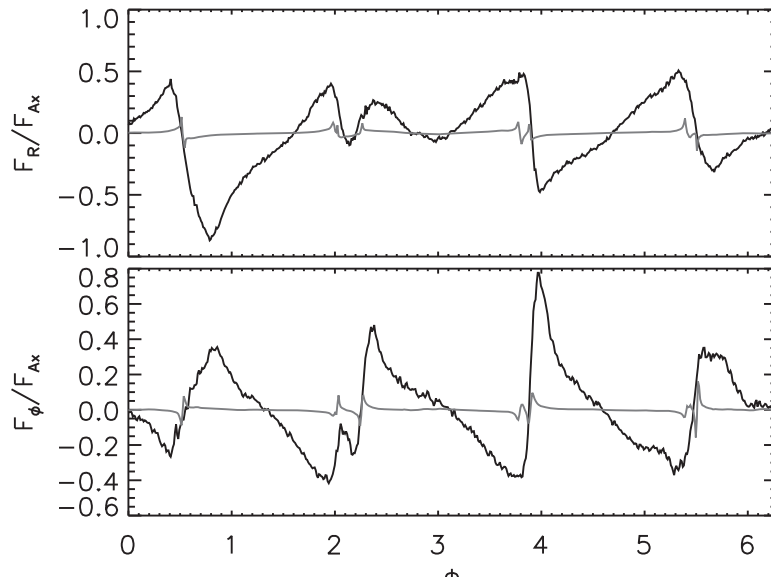


Figura A.1: Comparación entre las fuerzas radial (arriba) y azimutal (abajo) de la espiral de gas (gris) y estrellas (negro).

Apéndice B

Impacto de brazos espirales

Es conocido que los movimientos turbulentos en el gas pueden generar nubes moleculares (Kim et al. 2006 y citas ahí mencionadas). A escalas galácticas, estos movimientos turbulentos pueden ser generados por una serie de mecanismos, como brazos espirales, supernovas, inestabilidades a gran escala, etc. (Mac Low & Klessen 2004; Wada & Koda 2004). La manera usual en la que se estudian estos flujos turbulentos es inyectando energía cinética al gas al excitar modos de Fourier¹(Gazol et al. 2005; Gazol & Kim 2010; Saury et al. 2014). Este método tiene la ventaja de poder controlar la tasa de inyección de energía y la naturaleza de la turbulencia (compresiva o solenoidal). Por otra parte, las estructuras generadas dependen de la naturaleza del flujo y, por tanto, tener flujos realistas es relevante en el estudio de las nubes moleculares (Vázquez-Semadeni et al. 2007). Por esta razón en este punto queremos estudiar, a escala galáctica, cómo los brazos espirales inyectan energía cinética al gas del disco produciendo nubes moleculares.

Consideremos la estructura espiral descrita en §4 como un perturbador para estudiar la fracción de gas que es producida en el disco galáctico. Al cruzar por el disco, la estructura espiral produce un trabajo en las partículas de gas, causando que éstas incrementen su densidad durante el tiempo de cruce del brazo. Nuestro modelo calcula la tasa de inyección de energía producida por el brazo, es decir, el trabajo producido por la fuerza azimutal no-axisimétrica (F_ϕ) durante un tiempo de cruce. El tiempo de cruce se obtiene usando el ancho del brazo (d) y dispersión de velocidades del gas (σ_g), de manera que $t_c = d/\sigma_g$. La tasa de inyección obtenida es $P = F_\phi d/(d/\sigma) = F_\phi \sigma$, por lo que se elimina la dependencia del ancho del brazo. A $r = 6, 8$ y 10 kpc se obtienen luminosidades de 3.23×10^{-27} , 1.28×10^{-27} y 1.98×10^{-28} erg s⁻¹ cm⁻³. Estos valores son consistentes con Mac Low & Klessen (2004).

Las simulaciones de turbulencia forzada en espacio de Fourier usualmente son locales (decenas de pc) y con densidad inicial constante. La densidad del dis-

¹Se asocia una energía a un número de onda y se toman fases de manera aleatoria. Luego se calcula la transformada inversa para así obtener el impulso que se les dará al gas en la simulación.

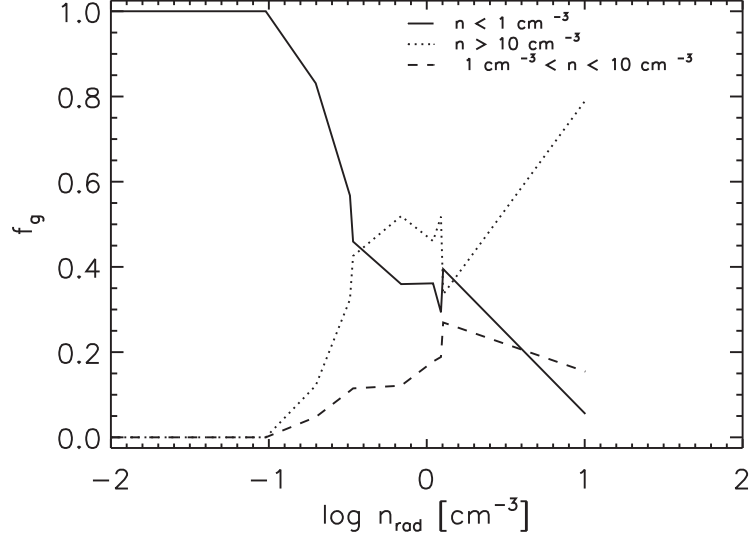


Figura B.1: Fracción de partículas en diferentes rangos de densidad.

co en nuestra simulación no es constante, por lo que usamos anillos concéntricos para estimar la densidad promedio y la fracción de gas denso ($n_{\text{dens}} \geq 10 \text{ cm}^{-3}$) y difuso ($n_{\text{dif}} \leq 1 \text{ cm}^{-3}$) como función del radio galáctico para poder hacer una comparación con las simulaciones locales. Los resultados se presentan en la Figura B.1, en la cual utilizamos la relación entre el radio y la densidad volumétrica promedio de cada uno de los anillos para graficar la relación entre esa densidad (n_{rad}) y la fracción de gas en cada fase. Las líneas continua y punteada corresponden a n_{dif} y n_{dens} , respectivamente, mientras que el gas fuera de equilibrio térmico es representado por la línea de guiones. Un resultado interesante es que las fracciones de gas obtenidas para esta simulación son consistentes con las obtenidas por Saury et al. (2014) en cajas locales. Esto implica que, en lo que respecta a la segregación del gas en fases, la generación de turbulencia en espacio de Fourier en las simulaciones locales es compatible con la agitación de turbulencia debido a brazos espirales. La naturaleza de estas estructuras de gas denso serán estudiadas en trabajo futuro.

Bibliografía

- Afflerbach, A., Churchwell, E., & Werner, M. W. (1997). Galactic Abundance Gradients from Infrared Fine-Structure Lines in Compact H II Regions. *ApJ* 478:190–205.
- Agertz, O., Moore, B., Stadel, J., Potter, D., Miniati, F., Read, J., Mayer, L., Gwaryszczak, A., Kravtsov, A., Nordlund, Å., Pearce, F., Quilis, V., Rudd, D., Springel, V., Stone, J., Tasker, E., Teyssier, R., Wadsley, J., & Walder, R. (2007). Fundamental differences between SPH and grid methods. *MNRAS* 380:963–978.
- Allen, C. & Santillan, A. (1991). An improved model of the galactic mass distribution for orbit computations. *RevMexAA* 22:255–263.
- Baba, J., Saitoh, T. R., & Wada, K. (2013). Dynamics of Non-steady Spiral Arms in Disk Galaxies. *ApJ* 763:46.
- Barnes, J. & Hut, P. (1986). A hierarchical $O(N \log N)$ force-calculation algorithm. *Nature* 324:446–449.
- Benjamin, R. A., Churchwell, E., Babler, B. L., Indebetouw, R., Meade, M. R., Whitney, B. A., Watson, C., Wolfire, M. G., Wolff, M. J., Ignace, R., Bania, T. M., Bracker, S., Clemens, D. P., Chomiuk, L., Cohen, M., Dickey, J. M., Jackson, J. M., Kobulnicky, H. A., Mercer, E. P., Mathis, J. S., Stolovy, S. R., & Uzpen, B. (2005). First GLIMPSE Results on the Stellar Structure of the Galaxy. *ApJL* 630:L149–L152.
- Bertin, G., Lin, C. C., Lowe, S. A., & Thurstans, R. P. (1989a). Modal approach to the morphology of spiral galaxies. I - Basic structure and astrophysical viability. *ApJ* 338:78–120.
- Bertin, G., Lin, C. C., Lowe, S. A., & Thurstans, R. P. (1989b). Modal Approach to the Morphology of Spiral Galaxies. II. Dynamical Mechanisms. *ApJ* 338:104.
- Bertin, G. & Lin, C. C. (1996). *Spiral structure in galaxies: a density wave theory*. Cambridge, MA MIT Press, 1996 Physical description x, 271 p. ISBN0262023962.

- Binney, J. & Tremaine, S. (1987). *Galactic dynamics*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1987.
- Binney, J. & Tremaine, S. (2008). *Galactic Dynamics: Second Edition*. Princeton University Press, Princeton, NJ USA, 2008.
- Cedr s, B., Cepa, J., Bongiovanni,  ., Castañeda, H., Sánchez-Portal, M., & Tomita, A. (2013). Density waves and star formation in grand-design spirals. *A&A* 560:A59.
- Churchwell, E., Babler, B. L., Meade, M. R., Whitney, B. A., Benjamin, R., Indebetouw, R., Cyganowski, C., Robitaille, T. P., Povich, M., Watson, C., & Bracker, S. (2009). The Spitzer/GLIMPSE Surveys: A New View of the Milky Way. *PASP* 121:213–230.
- Clemens, D. P. (1985). Massachusetts-Stony Brook Galactic plane CO survey - The Galactic disk rotation curve. *ApJ* 295:422–428.
- Courant, R., Friedrichs, K., & Lewy, H. (1967). On the Partial Difference Equations of Mathematical Physics. *IBM Journal of Research and Development* 11:215–234.
- Dame, T. M. & Thaddeus, P. (2008). A New Spiral Arm of the Galaxy: The Far 3 kpc Arm. *ApJL* 683:L143–L146.
- Dehnen, W. & Read, J. I. (2011). N-body simulations of gravitational dynamics. *European Physical Journal Plus* 126:55.
- Dobbs, C. & Baba, J. (2014). Dawes Review 4: Spiral Structures in Disc Galaxies. *PASA* 31:35.
- D’Onghia, E., Vogelsberger, M., & Hernquist, L. (2013). Self-perpetuating Spiral Arms in Disk Galaxies. *ApJ* 766:34.
- Drimmel, R. (2000). Evidence for a two-armed spiral in the Milky Way. *A&A* 358:L13–L16.
- Edvardsson, B., Andersen, J., Gustafsson, B., Lambert, D. L., Nissen, P. E., & Tomkin, J. (1993). The Chemical Evolution of the Galactic Disk - Part One - Analysis and Results. *A&A* 275:101.
- Elmegreen, B. G. (1990). Grand design, multiple arm, and flocculent spiral galaxies. *Annals of the New York Academy of Sciences* 596:40–52.
- Elmegreen, B. G. (2011). Star Formation in Spiral Arms. In Charbonnel, C. & Montmerle, T., editors, *EAS Publications Series* volume 51 of *EAS Publications Series* pages 19–30.
- Faber, S. M. & Gallagher, J. S. (1979). Masses and mass-to-light ratios of galaxies. *AnnuRevA&A* 17:135–187.

- Foyle, K., Rix, H.-W., Dobbs, C. L., Leroy, A. K., & Walter, F. (2011). Observational Evidence Against Long-lived Spiral Arms in Galaxies. *ApJ* 735:101.
- Freeman, K. C. (1970). On the Disks of Spiral and S0 Galaxies. *ApJ* 160:811.
- Gazol, A. & Kim, J. (2010). Density Power Spectrum in Turbulent Thermally Bistable Flows. *ApJ* 723:482–491.
- Gazol, A., Vázquez-Semadeni, E., & Kim, J. (2005). The Pressure Distribution in Thermally Bistable Turbulent Flows. *ApJ* 630:911–924.
- Genzel, R., Pichon, C., Eckart, A., Gerhard, O. E., & Ott, T. (2000). Stellar dynamics in the Galactic Centre: proper motions and anisotropy. *MNRAS* 317:348–374.
- Ghez, A. M., Salim, S., Hornstein, S. D., Tanner, A., Lu, J. R., Morris, M., Becklin, E. E., & Duchêne, G. (2005). Stellar Orbits around the Galactic Center Black Hole. *ApJ* 620:744–757.
- Goldreich, P. & Lynden-Bell, D. (1965). II. Spiral arms as sheared gravitational instabilities. *MNRAS* 130:125.
- Gómez, G. C. (2006). Errors in Kinematic Distances and Our Image of the Milky Way Galaxy. *AJ* 132:2376–2382.
- Gómez, G. C., Pichardo, B., & Martos, M. A. (2013). Comparing gaseous and stellar orbits in a spiral potential. *MNRAS* 430:3010–3016.
- Grand, R. J. J., Kawata, D., & Cropper, M. (2012). Dynamics of stars around spiral arms in an N -body/SPH simulated barred spiral galaxy. *MNRAS* 426:167–180.
- Grand, R. J. J., Kawata, D., & Cropper, M. (2015). Impact of radial migration on stellar and gas radial metallicity distribution. *MNRAS* 447:4018–4027.
- Grand, R. J. J., Kawata, D., & Cropper, M. (2012). The dynamics of stars around spiral arms. *MNRAS* 421:1529–1538.
- Hammersley, P. L., Garzón, F., Mahoney, T. J., López-Corredoira, M., & Torres, M. A. P. (2000). Detection of the old stellar component of the major Galactic bar. *MNRAS* 317:L45–L49.
- Henry, R. B. C., Kwitter, K. B., & Balick, B. (2004). Sulfur, Chlorine, and Argon Abundances in Planetary Nebulae. IV. Synthesis and the Sulfur Anomaly. *AJ* 127:2284–2302.
- Holmberg, E. (1941). On the Clustering Tendencies among the Nebulae. II. a Study of Encounters Between Laboratory Models of Stellar Systems by a New Integration Procedure. *ApJ* 94:385.

- Jappsen, A.-K., Klessen, R. S., Larson, R. B., Li, Y., & Mac Low, M.-M. (2005). The stellar mass spectrum from non-isothermal gravoturbulent fragmentation. *A&A* 435:611–623.
- Julian, W. H. & Toomre, A. (1966). Non-Axisymmetric Responses of Differentially Rotating Disks of Stars. *ApJ* 146:810.
- Kalberla, P. M. W. & Dedes, L. (2008). Global properties of the H I distribution in the outer Milky Way. Planar and extra-planar gas. *A&A* 487:951–963.
- Kennicutt, R. C. & Evans, N. J. (2012). Star Formation in the Milky Way and Nearby Galaxies. *AnnuRevA&A* 50:531–608.
- Kennicutt, Jr., R. C. (1998). The Global Schmidt Law in Star-forming Galaxies. *ApJ* 498:541–552.
- Kim, C.-G., Kim, W.-T., & Ostriker, E. C. (2006). Interstellar Turbulence Driving by Galactic Spiral Shocks. *ApJ* 649:L13–L16.
- Kormendy, J. & Bender, R. (1996). A Proposed Revision of the Hubble Sequence for Elliptical Galaxies. *ApJL* 464:L119.
- Koyama, H. & Inutsuka, S.-I. (2000). Molecular Cloud Formation in Shock-compressed Layers. *ApJ* 532:980–993.
- Lin, C. C. & Shu, F. H. (1964). On the Spiral Structure of Disk Galaxies. *ApJ* 140:646.
- Lin, C. C. & Shu, F. H. (1966). On the Spiral Structure of Disk Galaxies, II. Outline of a Theory of Density Waves. *Proceedings of the National Academy of Science* 55:229–234.
- Ma, J. (2002). Properties of disks and spiral arms along the Hubble sequence. *A&A* 395:389–395.
- Mac Low, M.-M. & Klessen, R. S. (2004). Control of star formation by supersonic turbulence. *Reviews of Modern Physics* 76:125–194.
- Martínez-García, E. E. & Puerari, I. (2014). The Shock-induced Star Formation Sequence Resulting from a Constant Spiral Pattern Speed. *ApJ* 790:118.
- Mata-Chávez, M. D., Gómez, G. C., & Puerari, I. (2014a). Analysis of the spiral structure in a simulated galaxy. *MNRAS* 444:3756–3760.
- Mata-Chávez, M. D., Gómez, G. C., & Puerari, I. (2014b). Analyzing Spiral Structure in a Galactic Disk with a Gaseous Component. In Seigar, M. S. & Treuthardt, P., editors, *Structure and Dynamics of Disk Galaxies* volume 480 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series* page 147.
- Meidt, S. E., Rand, R. J., Merrifield, M. R., Shetty, R., & Vogel, S.Ñ. (2008). Radial Dependence of the Pattern Speed of M51. *ApJ* 688:224–236.

- Meidt, S. E., Rand, R. J., & Merrifield, M. R. (2009). Uncovering the Origins of Spiral Structure by Measuring Radial Variation in Pattern Speeds. *ApJ* 702:277–290.
- Merrifield, M. R., Rand, R. J., & Meidt, S. E. (2006). The lifetime of grand design. *MNRAS* 366:L17–L21.
- Minchev, I., Chiappini, C., & Martig, M. (2014). The chemodynamical evolution of the Milky Way disc - A new modeling approach. In Feltzing, S., Zhao, G., Walton, N. A., & White, P., editors, *IAU Symposium* volume 298 of *IAU Symposium* pages 130–141.
- Minchev, I. & Famaey, B. (2011). Radial mixing due to spiral-bar resonance overlap: Implications to the Milky Way. In *EAS Publications Series* volume 45 of *EAS Publications Series* pages 299–302.
- Mo, H., van den Bosch, F. C., & White, S. (2010). *Galaxy Formation and Evolution*. Cambridge University Press, 2010.
- Monaghan, J. J. (1992). Smoothed particle hydrodynamics. *AnnuRevA&A* 30:543–574.
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. (1996). The Structure of Cold Dark Matter Halos. *ApJ* 462:563.
- Nidever, D. L., Bovy, J., Bird, J. C., Andrews, B. H., Hayden, M., Holtzman, J., Majewski, S. R., Smith, V., Robin, A. C., García Pérez, A. E., Cunha, K., Allende Prieto, C., Zasowski, G., Schiavon, R. P., Johnson, J. A., Weinberg, D. H., Feuillet, D., Schneider, D. P., Shetrone, M., Sobek, J., García-Hernández, D. A., Zamora, O., Rix, H.-W., Beers, T. C., Wilson, J. C., O’Connell, R. W., Minchev, I., Chiappini, C., Anders, F., Bizyaev, D., Brewington, H., Ebelke, G., Frinchaboy, P. M., Ge, J., Kinemuchi, K., Malanushenko, E., Malanushenko, V., Marchante, M., Mészáros, S., Oravetz, D., Pan, K., Simmons, A., & Skrutskie, M. F. (2014). Tracing Chemical Evolution over the Extent of the Milky Way’s Disk with APO-GEE Red Clump Stars. *ApJ* 796:38.
- Oort, J. H., Kerr, F. J., & Westerhout, G. (1958). The galactic system as a spiral nebula (Council Note). *MNRAS* 118:379.
- Pasha, I. I. (1985). Sense of Rotation in 109 Spirals and the Leading Arms in the Interacting Galaxies NGC3786 and NGC5426. *Soviet Astronomy Letters* 11:1–4.
- Patsis, P. A., Héraudeau, P., & Grosbøl, P. (2001). Spiral arms in near-infrared bands. Broad- and narrow-band NIR photometry. *A&A* 370:875–880.
- Pérez-Villegas, A., Pichardo, B., Moreno, E., Peimbert, A., & Velázquez, H. M. (2012). Pitch Angle Restrictions in Late-type Spiral Galaxies Based on Chaotic and Ordered Orbital Behavior. *ApJL* 745:L14.

- Persic, M., Salucci, P., & Stel, F. (1996). The universal rotation curve of spiral galaxies - I. The dark matter connection. *MNRAS* 281:27–47.
- Quillen, A. C., Dougherty, J., Bagley, M. B., Minchev, I., & Comparetta, J. (2011). Structure in phase space associated with spiral and bar density waves in an N-body hybrid galactic disc. *MNRAS* 417:762–784.
- Quillen, A. C., Minchev, I., Bland-Hawthorn, J., & Haywood, M. (2009). Radial mixing in the outer Milky Way disc caused by an orbiting satellite. *MNRAS* 397:1599–1606.
- Rougeor, G. W. & Oort, J. H. (1960). Distribution and Motion of Interstellar Hydrogen in the Galactic System with Particular Reference to the Region within 3 Kiloparsecs of the Center. *Proceedings of the National Academy of Science* 46:1–13.
- Roškar, R., Debattista, V. P., Quinn, T. R., & Wadsley, J. (2012). Radial migration in disc galaxies - I. Transient spiral structure and dynamics. *MNRAS* 426:2089–2106.
- Roškar, R., Debattista, V. P., Stinson, G. S., Quinn, T. R., Kaufmann, T., & Wadsley, J. (2008). Learning about Disk Formation from Their Outskirts. In Funes, J. G. & Corsini, E. M., editors, *Formation and Evolution of Galaxy Disks* volume 396 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series* page 217.
- Rubin, V. C., Thonnard, N., & Ford, Jr., W. K. (1978). Extended rotation curves of high-luminosity spiral galaxies. IV - Systematic dynamical properties, SA through SC. *ApJL* 225:L107–L111.
- Saury, E., Miville-Deschênes, M.-A., Hennebelle, P., Audit, E., & Schmidt, W. (2014). The structure of the thermally bistable and turbulent atomic gas in the local interstellar medium. *A&A* 567:A16.
- Schruba, A., Leroy, A. K., Walter, F., Bigiel, F., Brinks, E., de Blok, W. J. G., Dumas, G., Kramer, C., Rosolowsky, E., Sandstrom, K., Schuster, K., Usero, A., Weiss, A., & Wiesemeyer, H. (2011). A Molecular Star Formation Law in the Atomic-gas-dominated Regime in Nearby Galaxies. *AJ* 142:37.
- Sellwood, J. A. & Binney, J. J. (2002). Radial mixing in galactic discs. *MNRAS* 336:785–796.
- Sellwood, J. A. & Carlberg, R. G. (2014). Transient Spirals as Superposed Instabilities. *ApJ* 785:137.
- Sellwood, J. A. & Sparke, L. S. (1988). Pattern speeds in barred spiral galaxies. *MNRAS* 231:25P–31P.
- Shu, F. H. (1992). *The physics of astrophysics. Volume II: Gas dynamics*. University Science Books, Mill Valley, CA (USA), 1992.

- Sofue, Y. (2013). *Mass Distribution and Rotation Curve in the Galaxy* page 985. Springer.
- Sofue, Y. & Rubin, V. (2001). Rotation Curves of Spiral Galaxies. *AnnuRevA&A* 39:137–174.
- Sparke, L. S. & Gallagher, III, J. S. (2000). *Galaxies in the universe : an introduction*. Cambridge University Press, September 2000.
- Speights, J. C. & Westpfahl, D. J. (2012). The Pattern Speeds of NGC 3031, NGC 2366, and DDO 154 as Functions of Radius. *ApJ* 752:52–66.
- Springel, V. (2005). The cosmological simulation code GADGET-2. *MNRAS* 364:1105–1134.
- Springel, V., Yoshida, N., & White, S. (2001). GADGET: a code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations. *New Astronomy* 6:79–117.
- Springel, V. & Hernquist, L. (2002). Cosmological smoothed particle hydrodynamics simulations: the entropy equation. *MNRAS* 333:649–664.
- Stasińska, G., Peña, M., Bresolin, F., & Tsamis, Y. G. (2013). Planetary nebulae and H ii regions in the spiral galaxy NGC 300. Clues on the evolution of abundance gradients and on AGB nucleosynthesis. *A&A* 552:A12.
- Toomre, A. (1978). Interacting systems. In Longair, M. S. & Einasto, J., editors, *Large Scale Structures in the Universe* volume 79 of *IAU Symposium* pages 109–116.
- Toomre, A. (1981). What amplifies the spirals. In Fall, S. M. & Lynden-Bell, D., editors, *Structure and Evolution of Normal Galaxies* pages 111–136. Cambridge University Press, 1981.
- Tully, R. B. & Fisher, J. R. (1977). A new method of determining distances to galaxies. *A&A* 54:661–673.
- Vallée, J. P. (2005). The Spiral Arms and Interarm Separation of the Milky Way: An Updated Statistical Study. *AJ* 130:569–575.
- van Woerden, H., Rougoor, G. W., & Oort, J. H. (1957). Expansion d’une structure spirale dans le noyau du Système Galactique, et position de la radiosource Sagittarius A. *Academie des Sciences Paris Comptes Rendus* 244:1691–1695.
- Vázquez-Semadeni, E., Gómez, G. C., Jappsen, A. K., Ballesteros-Paredes, J., González, R. F., & Klessen, R. S. (2007). Molecular Cloud Evolution. II. From Cloud Formation to the Early Stages of Star Formation in Decaying Conditions. *ApJ* 657:870–883.
- Vozikis, C. L. & Caranicolas, N. D. (1993). Spiral structure formed in a pair of interacting galaxies. *Journal of Astrophysics and Astronomy* 14:19–35.

- Wada, K., Baba, J., & Saitoh, T. R. (2011). Interplay between Stellar Spirals and the Interstellar Medium in Galactic Disks. *ApJ* 735:1.
- Wada, K. & Koda, J. (2004). Instabilities of spiral shocks - I. Onset of wiggle instability and its mechanism. *MNRAS* 349:270–280.
- Wada, K. & Norman, C. A. (2007). Density Structure of the Interstellar Medium and the Star Formation Rate in Galactic Disks. *ApJ* 660:276–287.
- Wilson, T. L. & Rood, R. (1994). Abundances in the Interstellar Medium. *AnnuRevA&A* 32:191–226.
- Zang, T. A. (1976). *The Stability of a Model Galaxy*. PhD thesis , Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.