



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**CIVIL – OBRAS HIDRÁULICA**

**“COMPORTAMIENTO DEL FLUJO EN VERTEDORES ESCALONADOS CON DESCARGA  
CONVERGENTE”**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**PRESENTA:**  
**ING.WENDOLY FLORES ALARCÓN**

**TUTOR**

**DR. VÍCTOR, MANUEL, ARROYO, CORRES, FACULTAD DE INGENIERÍA**

**JIUTEPEC, MORELOS, MAYO, 2015.**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. García Villanueva Nahun Hamed

Secretario: Dr. Aguilar Chávez Ariosto

1er. Vocal: Dr. Víctor Manuel Arroyo Correa

2do. Vocal: M.I. González Verdugo José A.

3er.Vocal: M.I. Pedroza González Edmundo

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería UNAM, Campus Morelos IMTA, Paseo Cuauhnáhuac 8532, Colonia Progreso, Jiutepec, Morelos, México.

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Víctor Manuel Arroyo Correa

-----  
**FIRMA**

## Contenido

1. INTRODUCCIÓN .....	1
Justificación.....	2
Objetivo .....	2
Estado del arte .....	3
Predicción de cavitación .....	4
Protección contra daños .....	4
Investigación en México.....	5
2. VERTEDORES ESCALONADOS .....	6
Ventajas de los Vertedores Escalonados.....	6
Desventajas de los Vertedores Escalonados .....	6
Flujo en vertedores escalonados.....	6
Flujo en cascada .....	7
Disipación de energía para flujo en Cascada.....	11
Flujo en Transición.....	13
Flujo deslizante .....	13
Cavitación .....	23
Aireación Natural.....	24
Aireación inducida .....	25
3. MODELO FÍSICO .....	27
Generalidades .....	27
Historia de la modelación física .....	28
Tipos de modelos .....	31
Modelos matemáticos .....	31
Modelos análogos .....	33
Modelos físicos reducidos.....	34
Selección de escalas .....	36
Tipos de rugosidad .....	38
Análisis de similitud.....	38
Condiciones de Semejanza .....	38

Similitud o Semejanza Geométrica .....	39
Similitud o Semejanza Cinemática .....	39
Similitud o Semejanza Dinámica .....	40
Leyes de Semejanza .....	42
Condiciones de Froude .....	42
Condiciones de Reynolds.....	43
Caso de aplicación modelo a escala reducida presa el Zapotillo .....	47
Características de los modelos físicos .....	47
Revisión de la información .....	48
Carga de diseño .....	48
Perfil del cimacio.....	49
Perfil y velocidades del flujo en el canal de descarga.....	51
Índice de cavitación .....	52
Geometría del Vertedor Escalonado de la Presa el Zapotillo.....	53
Ensayos Realizados .....	56
Serie 1 presiones.....	63
Serie 1 velocidades.....	64
Velocidades superficiales en el canal de descarga .....	68
Series aprobadas con el mejor funcionamiento .....	70
Serie 12. ....	70
Serie 12 presiones.....	73
Serie 12 velocidades.....	75
Serie20. ....	75
Serie 20 presiones.....	78
Serie 20 velocidades.....	83
4. MODELACIÓN NUMERICA.....	84
Modelación matemática en CFD: Flow 3D .....	84
Implementación del modelo FLOW 3D Vertedor escalonado de la presa el Zapotillo ....	86
Construcción de la geometría .....	87
Mallado .....	88

Condiciones de frontera .....	89
Condiciones iniciales.....	89
Simulación .....	90
Resultados de la modelación Numérico .....	90
Presiones del vertedor escalonado y tanque amortiguador .....	90
Velocidades del vertedor escalonado y tanque amortiguador .....	92
5. OBTENCIÓN DE RESULTADOS .....	92
Velocidades en la rápida del vertedor escalonado del modelo físico .....	92
Presiones del Vertedor escalonado y tanque amortiguador en el modelo físico .....	95
Velocidades y presiones en la rápida del vertedor escalonado y tanque amortiguador del modelo numérico.....	99
Comparación de Resultados del vertedor escalonado y tanque amortiguador .....	100
6. ANALISIS Y CONCLUSIONES.....	102
7. REFERENCIAS .....	105



# 1. INTRODUCCIÓN

Durante las últimas tres décadas el interés y diversidad en el uso de canales escalonados han aumentado debido al desarrollo de nuevas técnicas y materiales que permiten su construcción de manera rápida y económica (Concreto compactado con rodillo CCR). Actualmente, los canales escalonados se usan como vertedores y/o canales para peces en presas y diques, como disipadores de energía en canales y ríos, o como aireadores en plantas de tratamiento y torrentes contaminados. Diversos investigadores (*González C. A, 2007*) han estudiado el flujo en vertedores escalonados, enfocándose en estructuras de gran pendiente ( $\theta = 45^\circ$ ) por lo que a la fecha, el comportamiento del flujo sobre vertedores con pendientes moderadas ( $\theta = 15$  a  $30^\circ$ ) no ha sido totalmente comprendido.

La presencia de los escalones en los vertedores aumenta de manera considerable la resistencia al flujo y la disipación de energía, lo cual permite reducir el tamaño de las estructuras disipadoras de energía aguas debajo de la rápida como tanques amortiguadores y cubetas de lanzamiento. La auto-aireación del flujo en canales escalonados contribuye además a prevenir riesgos de cavitación en la rápida.

Varios investigadores (*González C. A. y Chanson H, 2007*) han estudiado el flujo en vertedores escalonados. Sin embargo en los estudios previos a 1993 no se consideraron los efectos de la auto-aireación del flujo. A partir de esta fecha la mayoría de los estudios se han enfocado en vertedores escalonados con grandes pendientes ( $\theta=45^\circ$ ), típicas en presas de gravedad.

El comportamiento del flujo sobre vertedores con pendientes moderadas ( $\theta = 10$  a  $30^\circ$ ) ha sido escasamente estudiado por lo que sus propiedades físicas no han sido totalmente comprendidas a la fecha. La naturaleza altamente turbulenta y el gran contenido de aire en estos flujos tampoco han permitido el desarrollo de un modelo analítico confiable para predecir sus características, por lo que el análisis de dicho flujo debe hacerse por medio de estudios experimentales.

En la actualidad, como respuesta al constante incremento en la demanda de energía eléctrica, los vertedores escalonados se construyen en presas de altura considerable. La altura predispone la existencia de flujos de alta velocidad en las obras de toma o de excedencias; dichos flujos provocan una serie de problemas, entre ellos la erosión causada por cavitación. Una forma de inhibir la cavitación es la aireación, la cual consiste en introducir aire en el flujo de manera natural o artificial.



## **Justificación**

- En la actualidad el estudio del flujo en vertedores escalonados con descarga convergente no cuenta con suficiente información.
- También hay pocos estudios relacionados al diseño de vertedores escalonados de gran altura.
- La mayoría de estos estudios se enfoca a canales rectos.
- Por lo tanto este trabajo se enfoca a investigar el flujo en vertedores escalonados de gran altura y flujo convergente.

## **Objetivo**

El objetivo de este trabajo es estudiar el comportamiento del flujo en vertedores escalonados con muros convergentes de gran altura. Para ello se usará un modelo físico reducido del vertedor de la Presa El Zapotillo y su modelación numérica a través del uso del modelo CFD Flow 3D™. Verificando la presencia de velocidades altas, pérdidas de energía, fenómenos de cavitación y su mitigación.



## Estado del arte

Desde 1980, los vertedores escalonados son muy comunes es muy común en presas de gravedad (o concreto), debido a su método de colocación de CCR (Concreto Compactado con Rodillo) y su uso en la construcción de presas estimuló un resurgimiento en la aplicación de rampas escalonadas como aliviaderos.

Debido a que los vertedores escalonados pueden reducir significativamente la profundidad y el tamaño necesario para un tanque amortiguador al pie de una presa y llevar a un gran beneficio económico, los vertedores son cada vez más atractivo en la ingeniería. Pero se presenta, a excepción de algunas fórmulas, la mayoría de los estudios al centrarse en los factores relacionados con la disipación de energía.

Los vertedores escalonados han pasado de ser menos propensos a daños por cavitación y erosión, se han hecho estudios en distintos laboratorio y con geometría de escalón y canales diferentes (*Chanson H., 2002*). Asimismo en la última década se han hecho estudios basados en modelos numéricos CFD.

Se ha comprobado que los vertedores escalonados reducen el riesgo de cavitación, sin embargo se han hecho estudios basándose principalmente en vertedores escalonados de gran pendiente mayores a  $45^\circ$ , el caso de aplicación tiene una pendiente de  $39^\circ$  a una altura de 81.19m.

El manejo de flujos de alta velocidad no es fácil. Generalmente se encuentran asociados a fenómenos de *cavitación* o las ondas cruzadas, que pueden dañar seriamente las obras hidráulicas, un ejemplo lo es la Presa Hidroeléctrica de Infiernillo ubicada en el estado de Michoacán. Después de operar los vertedores, aparecieron en su superficie oquedades de hasta 0.40 m de largo, 11 m de largo y 8 m de profundidad, daños que ha sido necesario reparar hasta con  $1200\text{m}^3$  de concreto (*Arreguín y Echávez, 1985*). Hay otras presas como lo es Suphkum (Corea), fue preciso reparar el área dañada con  $10\ 000\ \text{m}^3$  de concreto. Cabe señalar que las composturas sólo resuelven el problema en forma parcial, puesto que en otra época de avenidas, la obra sufre daños nuevamente.

Por lo anterior se han hecho estudios en canales escalonados utilizando sondas de conductividad de doble punta para calcular la aireación del flujo rasante, (*Carlos A. Gonzales Chanson H, 2007*).

El inicio de la erosión por cavitación en las superficies de concreto es consecuencia de los métodos de erección y ensamble de la cimbra, la tecnología de producción del concreto, los métodos de mantenimiento de la obra, el desgaste y los daños sufridos durante el periodo de construcción, las condiciones climáticas y el envejecimiento del concreto.



## **Predicción de cavitación**

Para lograr un mejor diseño de las obras hidráulicas, es necesario utilizar métodos que predigan si las obras pueden deteriorarse por cavitación. Algunos métodos para pronosticar este fenómeno son los de (Shalnev, 1951), (Holl 1965), (Ball 1976), (Echávez 1971a, 1971b, 1979), (Govinda 1961b) y (Rozanov 1965). Sin embargo, es más común tratar de predecir en que zonas hay posibilidades de desgaste por cavitación debida a superficies rugosas.

## **Protección contra daños**

La mejor protección contra los daños producidos por cavitación consistirá en un buen diseño y una adecuada construcción de la obra, sin embargo el problema puede presentarse en obras ya construidas. En este caso existe la opción de proteger las superficies afectadas incrementando su resistencia o adoptar medidas que inhiban el fenómeno de cavitación.

Básicamente se han usado concretos reforzados o recubrimientos epóxicos para proteger superficies expuestas a cavitación.

*Inozemtsev en 1965, concluyo lo siguiente:*

- La resistencia del concreto a la erosión por cavitación aumenta si se reduce la relación agua-cemento; si se incrementa la resistencia a la compresión y a la tensión; si se utiliza el vibrado del concreto en el momento de la preparación o usando polvo de acero en la mezcla.
- Los recubrimientos hechos con base en pinturas incrementan la vida del concreto de 3 a 20 veces, y su resistencia es de 10 a 20 veces menor que la de las láminas de acero.
- La resistencia del concreto plástico, fabricado con resinas epóxicas y sin agregados o con agregados de acero, es de 1.8 a 2.0 veces menor que la del acero al carbón, mientras que el concreto elaborado con resinas PVC, es 1.5 veces más resistente que el acero dulce.
- La resistencia del concreto a la erosión por cavitación se incrementa de 5 a 20 veces si se tiene una adecuada selección de materiales y el proceso constructivo es bueno.
- La resistencia de los concretos plásticos es de 10 a 100 veces mayor que la de los concretos normales.



## **Investigación en México.**

En nuestro país, los estudios sobre cavitación se inician en 1969, auspiciados por el instituto de ingeniería de la UNAM. En ese año, Echávez mide las excitaciones provocadas por cavitación y la resistencia de la superficie en contacto con el flujo. Posteriormente, transforma los valores obtenidos de esta manera, en criterios de duración de la obra mediante modelos de falla.

En 1971, el mismo investigador elabora un método para acotar las zonas expuestas a cavitación en superficies que mantienen contacto con flujos de alta velocidad. En ese mismo año se estudian los efectos de la cavitación aunados a ciertas irregularidades locales, tales como escalones, ranuras y protuberancias.

En 1976, dentro del Instituto de Ingeniería Echávez y Arreguín examinan el comportamiento de cinco resinas epóxicas y dos concretos especiales al momento de ser sometidos a la turbulencia del chorro de agua y al fenómeno de la cavitación. Entre las principales deducciones se encontró que las resinas tienen poca capacidad de adherencia al concreto y que la falla normalmente se debe a esta deficiencia.

Actualmente se cuenta con un método para el análisis completo de flujos aireados en forma natural. Con él puede calcularse el límite inferior de la capa aireada, el tirante aireado total, la delimitación de regiones, las concentraciones de 2% y 8% útiles para conocer la posibilidad de inhibir la cavitación mediante aireación natural, así como los coeficientes de la función de distribución de concentración de aire.

Con respecto a la aireación inducida, se han obtenido los coeficientes de difusión para determinar el comportamiento de la concentración de aire y la distancia aguas abajo de los aireadores. Por último cabe notar que la investigación sobre cavitación y aireación en México data de hace dieciséis años.



## 2. VERTEDORES ESCALONADOS

El empleo de vertedores escalonado es muy antiguo, existen referencias de este tipo de estructuras de hace 3300 años (Grecia ,1300 A.C.:Irak, 694 A.C., Túnez, 100 D.C., Siria, 100-200 D.C., Libia, 200-300 D.C. y Portugal, 300 D.C.), (*Chanson H., 1994 y 2001*). Se construyeron con el objetivo de disipar la energía del agua, en algunos casos para dar estabilidad a las obras sobre las que se colocaron. Como se ha señalado, en el mundo han tomado nuevo impulso una vez que las construcción de las cortinas de concreto compactado con rodillo, CCR, ha sido más frecuentemente a partir de los años 80's, En México unos de los vertedores escalonados que existen es el vertedor que esta sobre la presa Las Blancas, en el estado de Tamaulipas1998

### Ventajas de los Vertedores Escalonados

- Una de las principales ventajas es que los vertedores con escalón son más económicos debido al proceso constructivo (CCR) y el tiempo de construcción es menor.
- Los vertedores escalonados tienen mayor disipación de energía del flujo al pasar por lo largo de los escalones en comparación de un vertedor liso.
- Debido a que estos vertedores disipan energía a lo largo de los escalones disminuyen los problemas de cavitación.
- La dimensión del tanque de amortiguamiento es menor con relación al de vertedor liso.

### Desventajas de los Vertedores Escalonados

Las desventajas de los vertedores escalonados es que solo han sido aplicable a cortinas de alturas máxima de 72 m. (Vertedor El Zapotillo tiene 122m).

Otras posibles desventajas pueden ser que el flujo no ha sido completamente estudiado, y hay muchas variables que no están entendidas.

### Flujo en vertedores escalonados

El flujo en un vertedor escalonado se divide en función del gasto de operación y se clasifica en tres diferentes tipos de flujo o régimen: flujo en cascada (también llamado flujo saltante, de escalón en escalón o nappeflow), flujo transitorio, y flujo deslizante (también llamado flujo rasante o skimmingflow) (*Chanson H., 1994*). Ilustración 2.1.

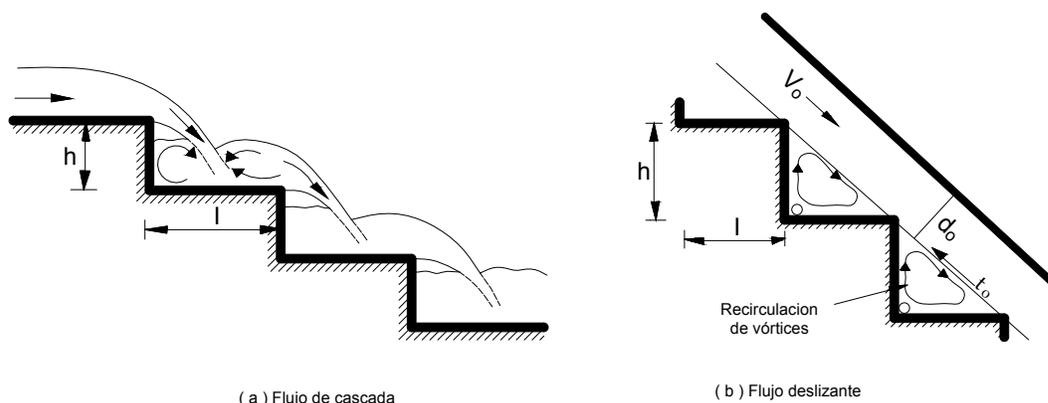


Ilustración 2.1 Regímenes de flujo en un vertedor escalonado

## Flujo en cascada

En este tipo de flujo el agua fluye en una serie de saltos de un escalón a otro, en forma de cascadas continuas, esto ocurre generalmente para gastos pequeños. En la orilla de cada escalón el flujo llega a ser un chorro en caída libre, que impacta el escalón siguiente. En los canales se pueden desarrollar tres tipos de flujo en cascada (Chanson H., 2002) como se muestra en la Ilustración 2.2, 2.3 y 2.4.

1. Flujo en cascada con salto completamente desarrollado “sub-régimen NA1”, este tipo de flujo se presenta cuando se descargan gastos pequeños. Ilustración 2.2
2. Flujo en cascada con salto hidráulico parcialmente desarrollado “sub-régimen NA2”, en este caso el salto hidráulico se encuentra parcialmente ahogado. Ilustración 2.3
3. Flujo en cascada sin salto hidráulicos “sub-régimen NA3” En este salto no se observa una sección crítica a la salida del escalón y el flujo es supercrítico en todo el tramo recorrido. Ilustración 2.4

El flujo en escalones de pendiente horizontal especialmente para caudales pequeños, se caracteriza por la presencia de saltos hidráulicos, y consecuentemente por la ocurrencia de los sub regímenes NA1 o NA2. El flujo en cascada sin salto hidráulico (sub-régimen NA3) usualmente ocurre para caudales relativamente grandes, antes de la aparición del flujo deslizando o rasante. Para caudales grandes, este sub-régimen se observa en vertedores con escalones inclinados, como se muestra en la Ilustración 2.4.

## SUB RÉGIMEN EN CASCADA (NA)

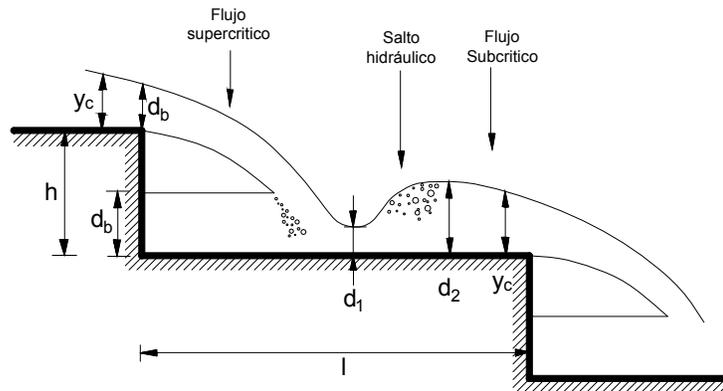


Ilustración 2.2 Sub régimen NA1

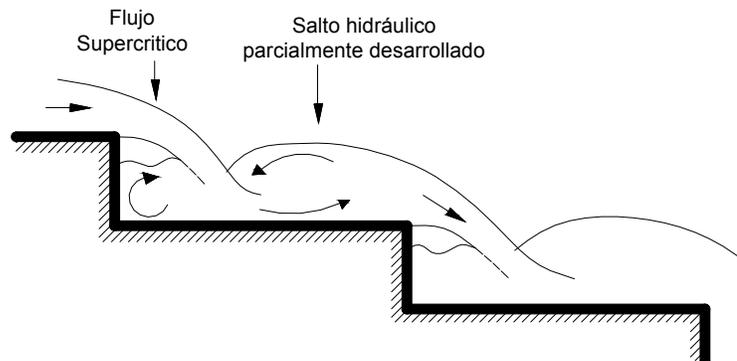


Ilustración 2.3 Sub régimen NA2

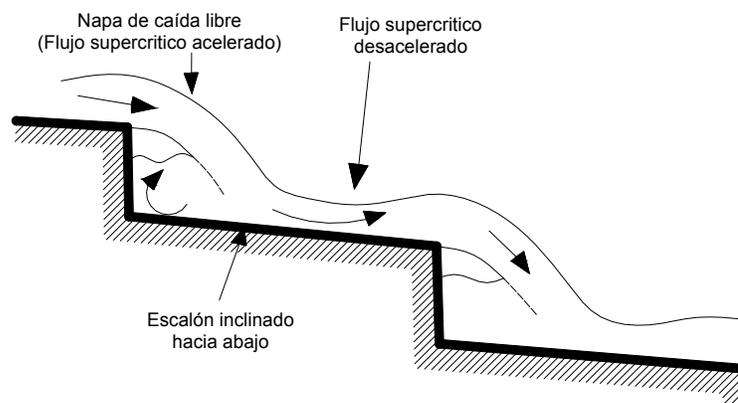


Ilustración 2.4 Sub régimen NA3

Stepson 1991, sugiere que para que se tenga la condición más adecuada de régimen de flujo de cascada (NA1), es decir con saltos hidráulicos bien desarrollados y máxima disipación de energía, se deben de cumplir las siguientes condiciones: ecuación (2-1)2-1

$$\tan \alpha = \frac{h}{l} < 0.2 \quad 2-1$$

$$\frac{y_c}{h} < \frac{1}{3} \quad 2-2$$

Donde:

$y_c$  = Profundidad crítica

$h$  = Altura del escalón

$l$  = Longitud de la huella del escalón

$\alpha$  = Pendiente I de la rápida del vertedor.

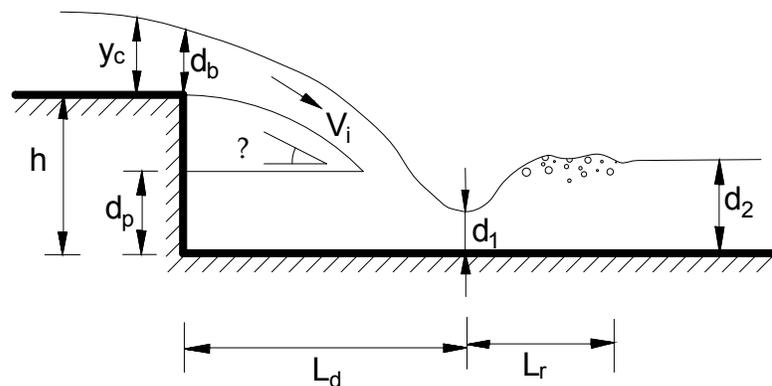


Ilustración 2.5 Salto hidráulico en un escalón

La disipación de energía en un régimen de flujo de cascada ocurre por la interacción del chorro en el aire durante su caída entre escalones, por su impacto al caer en el siguiente escalón, por la disipación turbulenta del chorro en el flujo en el escalón y por la disipación de energía en el salto hidráulico, total o parcialmente desarrollado en el escalón, como se ha mostrado en la Ilustración 2.5 Salto hidráulico en un escalón Ilustración 2.5

La disipación de energía a lo largo del vertedor es igual a la diferencia entre la carga máxima disponible  $H_{max}$  y la energía residual en el fondo del vertedor. La energía residual,



en caso necesario, se disipa por un salto hidráulico en un tanque amortiguador construido exprofeso al pie del vertedor.

Considérese el flujo sobre un escalón como se muestra en la Ilustración 2.5. Si se aplica la ecuación de momentum, entre las secciones  $y_c$  y  $d_1$  (sección crítica a la salida del escalón superior y conjugado menor del salto hidráulico) se obtiene (Chanson, 2004).

$$\frac{d_1^3}{y_c^3} = \frac{3}{2^{3/2}} + \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{h}{y_c}} \quad 2-3$$

La carga total  $H_1$ , en la zona 1 se expresa adicionalmente como:

$$\frac{H_1}{y_c} = \frac{d_1}{y_c} + \frac{1}{2} \left( \frac{y_c}{d_1} \right)^2 \quad 2-4$$

Las relaciones entre el tirante  $d_1$ , conjugado menor del salto, y  $y_c$ , tirante crítico antes de la caída del escalón (solo puede obtenerse experimentalmente). *Ran 1955* revisó experimentos realizados por diversos investigadores, y propuso las siguientes ecuaciones:

$$\frac{d_1}{h} = 0.54 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{1.275} \quad 2-5$$

$$\frac{d_2}{h} = 1.66 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0.811} \quad 2-6$$

$$\frac{d_p}{h} = \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0.66} \quad 2-7$$

$$\frac{d_a}{h} = 4.30 + \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0.811} \quad 2-8$$

$y_c$  Es función del caudal que ya es conocido y  $h$  es la altura del escalón, con estas funciones es posible describir el flujo en cascada entre un escalón y el otro.

Si se presenta un salto hidráulico completamente desarrollado en el escalón, la pérdida de carga será igual a la altura del escalón, debido a que la energía a la salida de cada escalón será la energía mínima, que corresponde al tirante crítico y por lo tanto solo está en función del caudal.



## Disipación de energía para flujo en Cascada

En esta situación de flujo en cascada con salto hidráulico totalmente desarrollado, la pérdida de carga en un paso intermedio es igual a la altura del escalón  $H_{max}$  y la carga residual al final del vertedor, en el último escalón  $H_p$ , (Chanson H. 2004) aplicó la ecuación de momentum y obtuvo la siguiente ecuación:

Vertedor sin compuerta

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = 1 - \left[ \frac{\frac{d^1}{y_c} + \frac{1}{2} \left( \frac{y_c}{d_1} \right)^2}{\frac{y_c}{3} + \frac{H_c}{y_c}} \right] \quad 2-9$$

Vertedor con compuerta

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = 1 - \left[ \frac{\frac{d^1}{y_c} + \frac{1}{2} \left( \frac{y_c}{d_1} \right)^2}{\frac{y_c}{3} + \frac{H_c + H_0}{y_c}} \right] \quad 2-10$$

Donde:

$H_c$  = Altura de la cortina hasta la cresta, medida desde la elevación del punto de descarga.

$H_0$  = Elevación de la superficie libre del agua.

Si en las ecuaciones anteriores se sustituyen por las ecuaciones empíricas propuestas por Rand 1995 se obtienen las siguientes relaciones funcionales para evaluar la pérdida total:

Vertedor sin compuerta

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = 1 - \frac{0.54 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0.2} + 1.715 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{-0.55}}{\frac{y_c}{3} + \frac{H_{presa}}{y_c}} \quad 2-11$$

Vertedor con compuerta

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = 1 - \frac{0.54 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{0.2} + 1.715 \left( \frac{y_c}{h} \right)^{-0.55}}{\frac{H_{presa} + H_0}{y_c}} \quad 2-12$$



Donde:

$y_c$  = Profundidad crítica

$h$  = Altura del escalón

$H_{presa}$  = Carga desde la cresta de la presa hasta el pie del vertedor (altura de la presa)

$H_0$  = Elevación de la superficie libre sobre la cresta del vertedor

$H$  = Variación de altura

Para un vertedor sin compuerta, la carga máxima disponible y la altura de la presa están relacionadas por:

$$H_{max} = H_{presa} + 1.5y_c \quad 2-13$$

Y para un vertedor con compuerta:

$$H_{max} = H_{presa} + H_0 \quad 2-14$$

Se tienen que considerar otros aspectos en los vertedores escalonados, además de las pérdidas de carga, son las presiones y fluctuaciones de presión en las superficies de contacto fluido-paredes o fondo, que afectan la seguridad de estas estructuras hidráulicas.

En un régimen en flujo en cascada, se ejercen importantes fuerzas hidrodinámicas sobre los escalones: en la zona de impacto de la caída del chorro de cada cascada, bajo el salto hidráulico y si la cascada no está adecuadamente ventilada en la cara vertical de los escalones.

En la cara horizontal del escalón, el impacto del chorro en los escalones induce grandes presiones en el fondo mucho más grande que la presión hidrostática, cercanas a la localización de la zona de impacto. En el fondo bajo el salto hidráulico la presión promedio principal es el promedio cuasi hidrostática, pero se observan grandes fluctuaciones de presión respecto de ese promedio.

La cara horizontal de los escalones debería ser diseñada para soportar presiones positivas y negativas para un amplio rango de condiciones de flujo. Como la localización del impacto

de la cascada de caída libre y la posición del salto hidráulico en los escalones es función de la descarga, se deberá reforzar adecuadamente la mayor longitud posible de los escalones para soportar diferentes situaciones de carga.

## Flujo en Transición

El flujo en transición se observa cuando el vertedor opera con gastos intermedios. Este régimen presenta fuertes fluctuaciones hidrodinámicas y una apariencia caótica con gran aireación de flujo y gran cantidad de atomización o “spray”, lo cual provoca que las propiedades del flujo cambien de un escalón a otro Ilustración 2.6. (Chanson H. y Toombes2004) realizaron una de pocas caracterizaciones de flujo transitorio con las que se cuenta hasta la fecha; sin embargo la información que se tiene de este tipo de régimen está limitada.

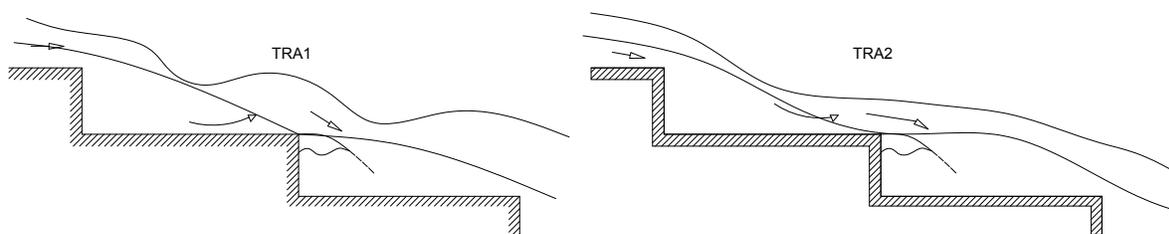


Ilustración 2.6 Flujo transitorio

Dichos autores dividen el flujo transitorio en dos subtipos:

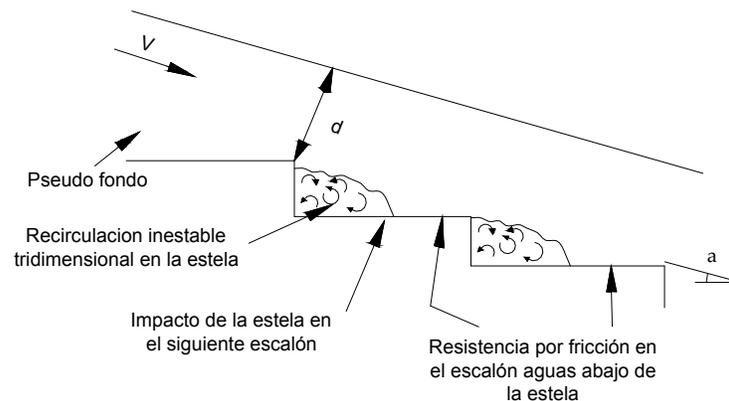
1. Flujo TRA1, este tipo de flujo presenta cavidades de aire de diversos tamaños debajo de la corriente principal del flujo.
2. Flujo TRA2, este tipo de flujo presenta cavidades de aire alternándose con vórtices de flujo recircular.

## Flujo deslizante

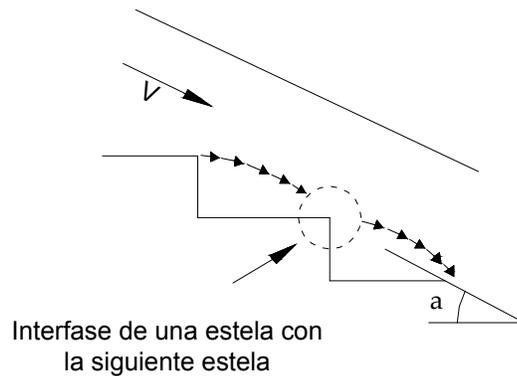
Este régimen de flujo deslizante o rasante se observa en gastos mayores, el cual resbala de manera coherente sobre el pseudo-fondo formadas por los escalones, se observan vórtices de flujo recirculante (Chamani y Rajaratnam, 1994). Dichos vórtices se mantienen debido a la transmisión de esfuerzo cortante con la corriente principal del flujo y contribuyente de manera importante a la disipación de energía (González C.A y Chanson H. 2004).

(Chanson H 1997); propuso tres subdivisiones para el flujo rasante con base a las características de los vórtices debajo de la corriente principal del flujo. Ohtsu et al. 2004 presentaron otra clasificación muy similar con base en el comportamiento de la superficie libre del agua. Dichos estudios establecen que en canales con pendiente baja moderada ( $5^\circ < \theta < 22^\circ$ ) se presentan dos subtipos de flujo rasante: flujo SK1 para gastos pequeños y flujo SK2 para gastos mayores. Para canales de mayor pendiente ( $\theta > 22^\circ$ ) se presenta el flujo SK3. En el flujo SK1, los vórtices recirculantes abarcan sólo la parte de aguas arriba de la huella del escalón; la corriente principal del flujo impacta aproximadamente en la mitad de la huella del escalón y escurre paralela al escalón, provocando fricción entre flujo y huella. En el flujo SK2 el flujo escurre paralelo al pseudo-fondo formado por los escalones. Los vórtices que se presentan debajo del flujo abarcan casi toda la huella del escalón, interfiriendo en ocasiones con el siguiente vórtice aguas abajo Ilustración 2.9. En el flujo SK3, la corriente también escurre paralelo al pseudo-fondo, independientemente de la geometría del escalón. Sin embargo, en este tipo de flujo los vórtices recirculantes presentan un tamaño cuasi estable.

### **SUB RÉGIMEN DESLIZANTE O RASANTE (SK)**



**Ilustración 2.7 Sub régimen SK1**



Interfase de una estela con la siguiente estela

Ilustración 2.8 Sub régimen SK2

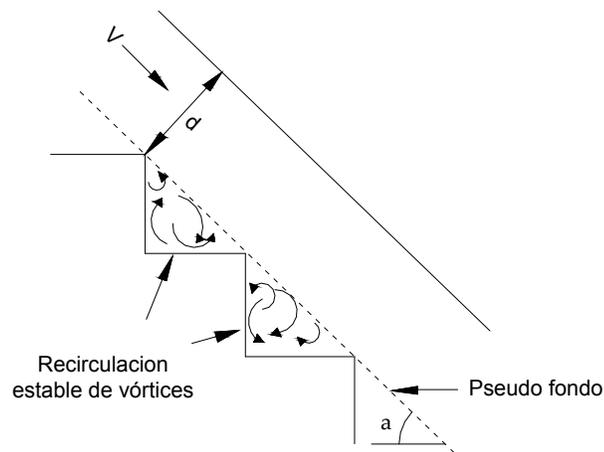


Ilustración 2.9 Sub régimen SK3

(González, 2005); señaló el comportamiento tridimensional de los vórtices recirculantes, observando de tres a cuatro celdas transversales en modelos relativamente anchos ( $W=1\text{m}$ ) con pendiente moderada ( $\theta=16$  y  $22^\circ$ ). También se observaron en vertedores con grandes pendientes.

Como se ha indicado anteriormente para pequeñas descargas y pendientes suaves, el agua fluye como una sucesión de caídas de agua (flujo en cascada). Pero un incremento de la descarga o de la pendiente podría inducir la aparición del régimen en flujo en transición y posteriormente el flujo en régimen deslizante. El inicio de este tipo de régimen está definido por la desaparición de la cavidad bajo el chorro (cascada) de caída.



Se puede decir que el régimen de flujo deslizante es una función de la descarga ( $Q$ ), la altura ( $h$ ) y longitud ( $l$ ) del escalón.

En un régimen de flujo deslizante o (rasante) el agua fluye aguas abajo como una corriente coherente que se desliza sobre los escalones, y su energía se amortigua por los flujos de recirculación del fluido atrapado entre ellos, como se indica en la Ilustración 2.7. En este tipo de régimen, los bordes externos de los escalones forman un pseudo fondo abajo del cual se desarrollan vórtices de recirculación de eje horizontal, llenando la zona entre el flujo principal y los escalones, mismos que se mantienen por medio de la transmisión de los esfuerzos cortantes que ocasiona el flujo que pasa sobre los bordes de los escalones. (Chanson H, 1994) observó que la mayoría de la energía se disipa al mantener la circulación de los vórtices.

En un vertedor escalonado específico el régimen de flujo rasante ocurre para descargas más grandes que un valor crítico, es decir cuando  $y_c > y_{c \text{ inicio}}$ , el  $y_{c \text{ inicio}}$  sólo se obtiene de manera experimental. (Chanson H. 1994, 1995 y 1996) analizó datos de diversos experimentos y autores por lo cual propone la siguiente ecuación:

$$y_{c \text{ inicio}} = \left[ 1.057 - 0.465 \left( \frac{h}{l} \right) \right] h$$

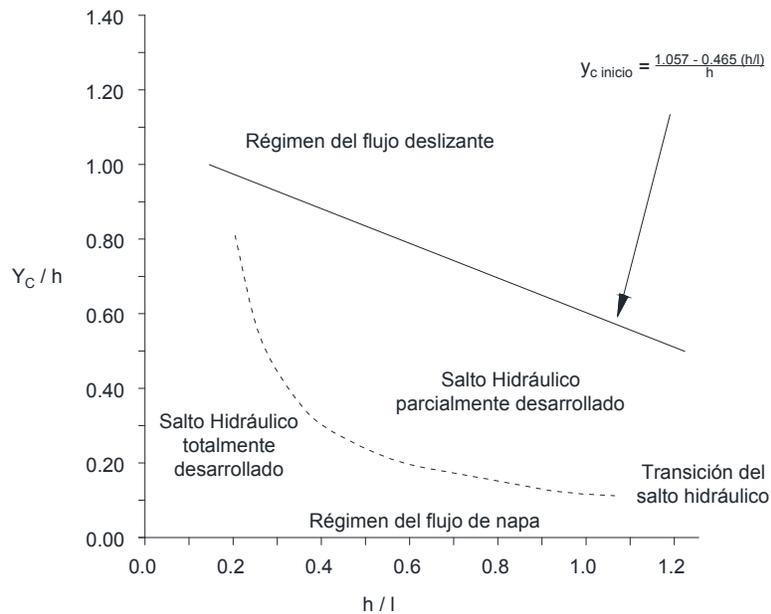
2-15

Donde:

$l$  = Longitud del escalón.

$h$  = altura del escalón

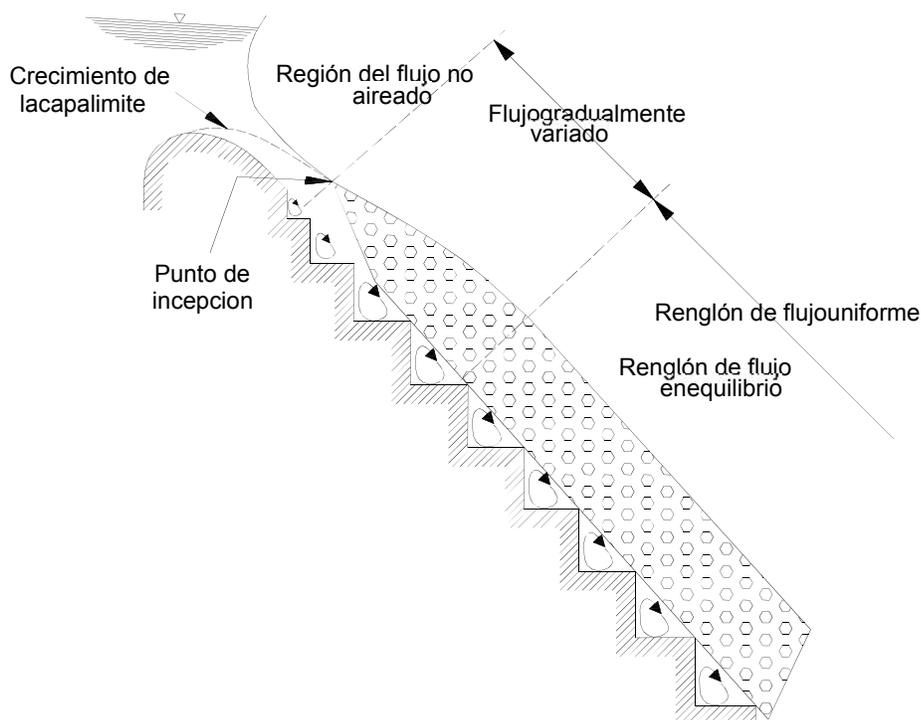
La ecuación anterior se considera para un rango de  $\frac{h}{l}$  de 0.2 a 1.25, ( $15^\circ < \alpha < 52^\circ$ ). La Ilustración 2.10 muestra el inicio de flujo deslizante muestra las regiones tanto del régimen de flujo de cascada como flujo deslizante, se desglosa de la ecuación 2-15 (Chanson H 1994).



**Ilustración 2.10 Inicio del flujo deslizante**

(Chimani y Rajaratman, 1994); proponen una regla sencilla: la transición de un flujo de cascada a un flujo deslizante ocurre cuando  $\frac{y_c}{h} \approx 0.8$ , es decir cuando  $\frac{y_c}{h} < 0.8$  se tiene un régimen en flujo en cascada y cuando  $\frac{y_c}{h} > 0.8$  habrá un régimen de flujo deslizante en un vertedor escalonado.

El flujo deslizante o rasante en un vertedor escalonado se observa sin perturbaciones en los primeros escalones y no ocurre entrada de aire. No obstante cuando la *capa límite* alcanza la superficie libre del agua (definido como punto de inyección), inicia la aireación natural y el flujo se ve afectado en toda su profundidad casi de manera inmediata, como se observa en la siguiente Ilustración 2.11.



**Ilustración 2.11 Entrada de aire a un vertedor escalonado**

El punto de inyección en los vertedores convencionales lisos es principalmente una función de la descarga y de la rugosidad del vertedor, mientras que en vertedores escalonados es una función del caudal, del diseño de la cresta, rugosidad, geometría de los escalones y del canal.

(Chanson H. 1994); halló que los cálculos con ecuaciones de vertedores lisos sobrestiman la localización de aparición de las “*aguas blancas*” en vertedores escalonados, debido a que el porcentaje de crecimiento de la capa límite en vertedores escalonados es aproximadamente 2.8 veces mayor que en vertedores lisos, esto quiere decir que la aireación ocurre mucho antes en vertedores escalonados.

En vertedores lisos el aire que ingresa de la atmósfera requiere una cierta longitud para alcanzar el fondo del canal; en los vertedores escalonados se ha observado que casi inmediatamente se airea toda la columna de agua. Si el canal es lo suficientemente largo, las condiciones de flujo uniforme se alcanzan antes del final del canal, y el flujo en adelante tiene el mismo comportamiento que los vertedores lisos bien aireados.

Si se acepta que el flujo alcanza la condición de uniformidad antes del final del vertedor, entonces las pérdidas de energía  $H$  se puede expresar de la siguiente manera:



### Vertedor sin compuerta

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = 1 - \frac{\left(\frac{f_e}{8 \operatorname{sen} \alpha}\right)^{1/3} \cos \alpha + \frac{E_c}{2} \left(\frac{f_e}{8 \operatorname{sen} \alpha}\right)^{-2/3}}{\frac{3}{2} + \frac{H_{presa}}{y_c}} \quad 2-16$$

### Vertedor con compuerta

$$\frac{\Delta H}{H_{max}} = 1 - \frac{\left(\frac{f_e}{8 \operatorname{sen} \alpha}\right)^{1/3} \cos \alpha + \frac{E_c}{2} \left(\frac{f_e}{8 \operatorname{sen} \alpha}\right)^{-2/3}}{\frac{H_{presa} + H_0}{y_c}} \quad 2-17$$

Donde:

$f_e$  = factor de fricción, considerando aire incluido en el flujo

$E_c$  = Coeficiente de Coriolis

$\alpha$  = Pendiente del canal

$H_0$  = Elevación de la superficie libre del agua, encima de la cresta del vertedor

Una de las principales dificultades para la aplicación de estas ecuaciones surge en el cálculo del coeficiente  $f_e$ .

El coeficiente de fricción  $f$ , sólo se puede obtener experimentalmente aun sin considerar aire en el flujo.

(Chanson H. 1994); analizó datos de varios autores y obtuvo una buena correlación para el caso de vertedores escalonados con pendientes suaves, con  $\alpha < 12^\circ$ . En donde la ecuación de ajuste es la siguiente:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.42 \frac{D_h^h}{\ln \left( \frac{D_h^h}{K_s} \right) - 1.2} \quad 2-18$$

Donde:

$D_h$  = Diámetro hidráulico  $\rightarrow 4R_h/P_m$

$K_s$  = Rugosidad (la altura del escalón)



$f$  = Factor fricción para flujo no-aireado

Esta Ecuación es válida para el rango de datos experimentales utilizados, en este caso sólo para el intervalo  $0.02 < \frac{K_s}{D_h} < 0.3$ .

Chanson con el mismo procedimiento intenta, sin éxito, obtener una correlación para el cálculo de  $f$  para vertedores con pendiente fuerte  $\alpha > 25^\circ$ . Se recomienda utilizar un factor constante  $f=1$ ; reconociendo que ello dará sólo una orden de magnitud de su valor real.

El coeficiente de fricción con entrada de aire  $f_e$ , para vertedores lisos, se puede calcular de la siguiente manera:

$$\frac{f_e}{f} = 0.5 \left[ 1 + \tanh \left( 0.628 \frac{0.314 - C_e}{C_e(1 - C_e)} \right) \right] \quad 2-19$$

Esta ecuación fue obtenida por Chanson analizada con datos experimentales de varios investigadores. En esta se encuentra la concentración de equilibrio  $C_e$ , puede calcularse con la expresión ya clásica de (Straub y Anderson 1958).

$$C_e = 0.09 \quad 2-20$$

Para canales muy rugosos hasta con rugosidad mayor a la del concreto Chanson recomienda la siguiente expresión:

$$\frac{f_e}{f} = \frac{1}{(1 - 3.2 \sqrt{f} \log(1 - C_e))^2} \quad 2-21$$

Obtenida según Chanson, mediante un análisis de los resultados de (Harting y Scheverlein 1970).

Para la mayoría de los vertedores escalonados que no son extremadamente rugosos es recomendable utilizar la ecuación 2-19. Por lo que se hace el cálculo del coeficiente de Coriolis  $E_c$ , que se necesita en las ecuaciones 2-16 y 2-17, si se considera que la distribución de velocidades en el canal sigue una ley del siguiente tipo:

$$V = v_{max} \left( \frac{y}{d} \right)^{1/N} \quad 2-22$$

Y el coeficiente de Coriolis estaría dado por:



2-23

$$Ec = \frac{(N + 1)^3}{N^2(n + 3)}$$

El valor del coeficiente  $N$  en la ley de velocidades (ecuación 2-22) se puede calcular con la expresión de Chen:

2-24

$$N = k \sqrt{\frac{8}{f}}$$

Donde  $k$  es la constante de Von Karman aproximadamente a 0.4.

Las Ecuaciones 2-16 y 2-17 indican que la disipación de energía se incrementa con la altura de la presa, sin embargo para presas altas ( $\frac{H_{presa}}{y_c} > 35$ ), es más apropiado considerar el concepto de energía residual que la pérdida de carga total.

Se ha encontrado que la energía residual se ve afectada por la aireación del flujo para concentraciones mucho más grandes que el 40% (Chanson H., 1994). Las investigaciones sugieren que los efectos de entrada de aire en la *energía residual* llegan a ser importantes para pendientes mayores a 30°, tanto para vertedores lisos como escalonados, esta energía residual deberá ser disipada por una estructura terminal disipadora de energía; la carga residual es igual a:

2-25

$$\frac{E_r}{y_c} = \left(\frac{f_e}{8 \text{ sen} \alpha}\right)^{1/3} \cos \alpha + \frac{1}{2} Ec \left(\frac{f_e}{8 \text{ sen} \alpha}\right)^{-2/3}$$

Algunos investigadores R. Chaman M. y Rajaratman, N., 1994 y C., Christodoulou 1993, sugieren que existe mucho más alta disipación de energía en un régimen de flujo de cascada que en un régimen de flujo deslizante, pero (Chanson H. 1994), graficó las ecuaciones 2-11, 2-12, 2-16 y 2-17 para diferentes condiciones y encontró que para presas altas en régimen de flujo deslizante se puede disipar mucho más energía que el régimen de flujo en cascada, como se observa en la siguiente Ilustración 2.12.

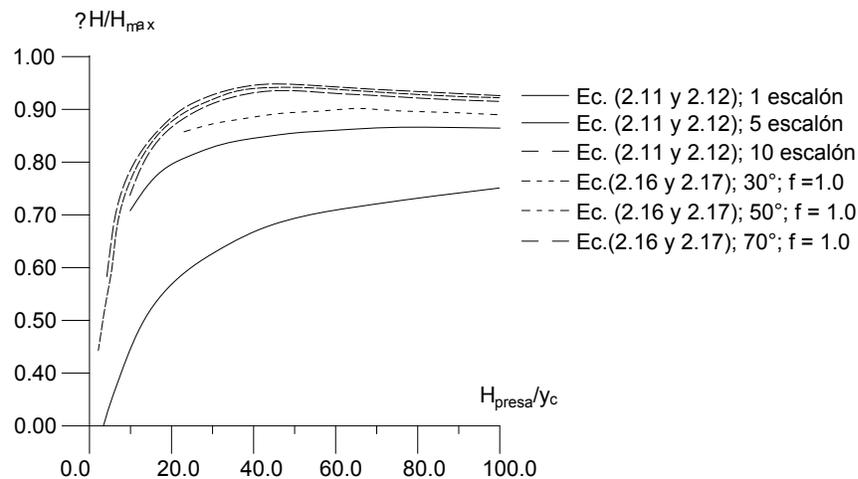


Ilustración 2.12 Comparación de pérdidas de energía de flujo de cascada y deslizante

De las observaciones que se realizaron de los dos diferentes tipos de régimen, respecto a la disipación de la energía se puede concluir en:

- Si el vertedor es lo suficientemente largo ( $H_{max}/y_c > 35$ ), se alcanzan las condiciones de flujo uniforme y por tanto la máxima disipación de energía en un vertedor escalonado se obtiene para un régimen de flujo deslizante **sub régimen SK3**.
- Si el vertedor es corto las condiciones de flujo uniforme no se alcanzan, por lo que las ecuaciones 2-16 y 2-17 sobrestima la disipación de la energía en un régimen de flujo deslizante. En esta situación un régimen de flujo de cascada con un salto hidráulico completamente desarrollado **sub régimen NA1** es capaz de disipar más energía que un régimen de flujo deslizante.

Es ambos casos el porcentaje de disipación de energía puede ser tan alto como el 95% de la energía total de caída en el vertedor. Se puede decir que la longitud del vertedor y la altura de la presa afectan el régimen del flujo preferencial para maximizar la disipación de energía.

En un régimen de flujo deslizante la disipación de la energía ocurre por mantener la recirculación de los vórtices bajo el pseudo fondo, por lo que el esfuerzo cortante principal en el fondo es de 10 a 1000 veces más grande que un vertedor liso, lo cual significa que los escalones deberán ser diseñados cuidadosamente para soportar dichos esfuerzos.

Una de las soluciones que parece natural para reducir tales esfuerzos es redondear los bordes de los escalones. Los escalones redondeados inducen esfuerzos cortantes en el fondo más bajos pero también resistencia del flujo menor y por lo tanto un porcentaje de



disipación de energía más bajo. No se cuenta con suficiente evidencia experimental para cuantificar el efecto del redondeo de los escalones sobre el flujo.

Algunos de los investigadores que han hecho pruebas con presiones en vertedores escalonados han concluido los siguientes resultados:

- La presión máxima se presenta en las caras horizontales de los escalones y se midieron presiones más grandes que la presión hidrostática.
- La presión máxima sobre la cara vertical fue menor que la hidrostática.
- Podría presentarse succión (presión debajo de la atmosférica) en las caras verticales de los escalones.

Otra de las ventajas que tienen los vertedores escalonados es que además de que no solo son efectivos en la disipación de energía si no también elimina los problemas de cavitación causados por las altas velocidades como se comenta a continuación.

## Cavitación

La cavitación es un fenómeno que consiste en la formación de cavidades llenas de vapor de agua dentro del flujo, esto sucede cuando se presentan presiones negativa iguales o menores que la presión de vaporización del flujo.

Existe una clasificación de los niveles de cavitación desde el inicio de la misma (cavitación incipiente) hasta la supe cavitación que es la etapa en la que se forman estelas huecas, (*Daily J. y Harleman D., 1975*).

Para el caso de obras de excedencias, es común aceptar que la cavitación se inicia cuando aparecen las primeras manchas blancas sobre la superficie expuesta a flujo de alta velocidad, (*Echávez G, 1979*).

Las condiciones de cavitación pueden expresarse por medio del número de Thoma:

$$\sigma = \frac{h_p - h_v}{V^2 / 2g} \quad 2-26$$

Donde:

$\sigma$  = Índice de cavitación

$h_p$  = Carga de presión (m)

$h_v$  = Carga de vaporización (m)

Una vez que las cavidades se han formado, existe la posibilidad de que se separen burbujas llenas de vapor, que al pasar a una zona de mayor presión se condensan repentinamente con reducciones de volumen de 100 a 1000 veces, si ello sucede en una



frontera rígida inducirá esfuerzos de hasta  $10\,000\text{ kg/cm}^2$ , siendo esto el origen de los daños en las superficies expuestas a este fenómeno.

En una obra hidráulica puede presentarse erosión por cavitación ante cualquier cambio de dirección, atrás de un obstáculo, o debido a la rugosidad de la superficie sobre la cual ocurre el flujo de alta velocidad. Este último caso puede ser el más crítico, debido a las grandes áreas que sería necesario proteger si se quieren evitar perjuicios, además debe tenerse en cuenta que una vez que el daño se inicia, el mismo sirve de vía para acelerar el proceso de erosión.

Los riesgos por cavitación pueden reducirse si hay inclusión de aire, por ello resulta importante conocer las formas en que se puede adicionar aire al flujo con velocidades altas como se menciona a continuación.

## **Aireación Natural**

El proceso de inclusión de aire por flujos de alta velocidad, ha sido explicado mediante la teoría de las estrías longitudinales (*Levi, 1964*) y la del desarrollo de la capa límite (*Anderson, 1960*).

Teoría de las estrías longitudinales. Son vórtices longitudinales debido a sus propiedades de estabilidad, reducción de la componente longitudinal de velocidad, succión de partículas sólidas provenientes de aguas arriba y expulsión de aquellas que tratan de penetrar de lado.

Levi afirma que la ruptura de los vórtices longitudinales es un factor esencial en el fenómeno del agua blanca, en cuanto esta no solo provocaría una gran agitación sino también una muy fuerte mezcla de aire.

Teoría del desarrollo de la capa límite.- Esta teoría consiste en comparar el espesor de la capa límite con el tirante del flujo; cuando estos dos valores sean iguales, la capa límite habrá alcanzado la superficie libre del agua y se iniciará la aireación; a este sitio se le denomina punto crítico o punto de inyección. Algunos autores siguen que la energía de la turbulencia debe ser mayor que la de la tensión superficial del fluido para que el fenómeno suceda.

Regionalización de flujo aireado.- (*Anderson y Straub 1960*), dividieron el perfil hidráulico en dos regiones, superior (está formada por una mezcla de agua y aire en forma de rocío) e inferior (está constituida por burbujas de aire distribuidas en el flujo por las fluctuaciones turbulentas).

Por otra parte, (*Keller, Wood, Michaels y Lovely, 1963*) dividieron el perfil del agua en la dirección de la misma. Definieron 3 zonas; en desarrollo, flujo parcialmente aireado; en



desarrollo, flujo totalmente aireado; y desarrollado, flujo totalmente aireado. Esta división permite conocer, una vez determinado el punto crítico, la distancia a la cual existe concentración elevada de agua-aire observar Ilustración 2.11 Entrada de aire a un vertedor escalonadollustración 2.11.

## Aireación inducida

Fenómeno que consiste en la inclusión de aire en un fluido, por medio de dispositivos artificiales construidos en la obra. Dado que el aire inhibe la cavitación (*Peterka, 1955*) estudió la relación entre concentración de aire  $C$  y daños por cavitación  $W$  (en peso) para flujos de alta velocidad (30 m/s); definió  $C$ , como la relación volumen de aire con el volumen agua aire, y estableció que para  $C=7.4\%$  no hay daños en el concreto y que éstos son pequeños para  $C=2\%$  .

Dos de las variables más importantes en el proceso de inclusión de aire con estos dispositivos son la velocidad del chorro ( $v$ ) y la longitud de la cavidad ( $L$ ) que se forma debajo. Debido a que las presiones en esta cavidad son inferiores a la atmosférica, no es fácil calcular esa longitud, pues el chorro sufre una depresión y el largo de la cavidad disminuye.

Demanda de aire.- (*Hamilton 1980*) estableció que la demanda de aire  $q_a$ , en un aireador, puede calcularse con la ecuación:

$$q_a = CVL$$

2-27

Donde:

$q_a$  = Volumen de aire demandado por un chorro, por unidad de tiempo y por unidad de ancho del vertedor.

$V$ = Velocidad media sobre la rampa

$L$ = Longitud de la cavidad

$C$ = Constante cuyo valor varía entre 0.1 y 0.035

Inicio del funcionamiento de los aireadores.- *Ehávez (1971a)* propone comparar la carga de velocidad  $V_b^2/2g$  ( $V_b$ , es la velocidad a la altura de  $b$  del aireador que sobresale de la superficie protegida) con el tirante  $t$ , de tal modo que si:



$$\frac{V_b^2}{2g} > t$$

2-28

El aireador empezara a funcionar; sin embargo, existe la posibilidad de que provoque cavitación antes de que empiece a funcionar. Echávez concluye su teoría al señalar que, para tirantes mayores a 24 m, el aireador producirá cavitación antes de succionar aire.

*Espaciamiento.*- Una vez que el aire es incluido en el agua, las burbujas tienden a ser arrastradas aguas abajo por la corriente y a subir debido a la flotación de las mismas, y como es un flujo turbulento, la difusión propiciará la separación de la masa de burbujas. Debido a la flotación y a la difusión, la concentración de aire será menor conforme el flujo se aleje del aireador; con esto disminuirá la protección que el aire ofrece a las superficies expuestas a cavitación. Cuando esto suceda, será necesario colocar un nuevo dispositivo que incluya aire en el flujo. Aun no existe un criterio definido para señalar el espacio que debe existir entre los aireadores; no obstante, prevalece la tendencia a aumentar la separación conforme se incrementa el uso de aireadores con deflectores combinados con escalones.

*Incremento de tirantes.*- Una vez que el flujo haya sido aireado, es preciso revisar el incremento del tirante pues, en el caso de que los dispositivos se colocaran en obras ya construidas, podrían rebasar el borde libre de los canales o ahogar los túneles. El incremento del tirante no solo es causado por la inclusión de aire, sino que el chorro, al pasar por el deflector, requiere de un bordo libre o de un diámetro mayor, en el caso de un túnel, para contener el flujo dentro de la obra.

*Impacto del chorro.*- La posibilidad de causar daños a la obra por medio del impacto del chorro es baja.

*Fluctuaciones de presión.*- Se demostró que en varios vertedores las fluctuaciones de presiones son relativamente pequeñas.

*Eficiencia de los aireadores.*- Puede incrementarse si se aumenta la turbulencia del flujo antes de que este se le despegue.



### 3. MODELO FÍSICO

#### Generalidades

Muchos de los fenómenos que ocurren en la naturaleza y dentro del campo de la hidráulica son tan complejos que no es fácil tratarlos únicamente con métodos matemáticos. Por lo anterior es conveniente recurrir al empleo de técnicas experimentales, como herramienta en la obtención de soluciones prácticas, aplicadas a problemas de ingeniería, estuarios, fluvial y obras hidráulicas en general.

Algunas de las aplicaciones más comunes se presentan en: estudios de propagación de oleaje, acción de mareas y corrientes, movimiento de sedimentos, estabilidad de estructuras sujetas a la acción del oleaje, efecto de estructuras en protección de playas, acción del oleaje sobre embarcaciones atracadas o en movimiento, propagación de mareas, funcionamiento de estuarios, erosión y sedimentación de cauces, control de avenidas, obras de toma, cárcamos de bombeo, vertedores, conducción de agua a presión, difusión térmica y desechos, etc.

Los métodos matemáticos plantean soluciones con modelos matemáticos idealizados, lo que permite simplificaciones importantes, que a su vez causan efectos que deben ser valorados mediante ensayos experimentales, a través de modelos físicos a escala reducida o de tipo analógico.

En hidráulica, el término modelo corresponde a un sistema que simula un objeto real llamado prototipo, mediante la entrada de cierta información se procesa y se presenta adecuada para emplearse en el diseño y operación de obras de ingeniería civil. Un modelo físico a escala reducida es una representación a escala del objeto real o prototipo y cumple ciertas condiciones matemáticas definidas.

En la actualidad se dispone de técnicas avanzadas de modelación física de fenómenos hidráulicos que, unidas al desarrollo de instrumentos de medición y equipos generadores de fenómenos a escala, permiten predecir con alto grado de certidumbre lo que pueda ocurrir en el prototipo y por tanto, se obtienen óptimos resultados en los aspectos de funcionalidad, estabilidad y economía de las estructuras a construir. Esto justifica ampliamente la utilización de modelos hidráulicos.

El empleo de un modelo hidráulico implica establecer un programa definido de investigación experimental sobre todas las variables que intervienen, en forma particular o en grupo. Lo anterior se hace para poder verificar en su caso la validez de soluciones analíticas de un problema dado, o determinar las leyes de relación entre las diferentes variables que, extrapoladas al prototipo, permitan optimizar la eficiencia de cada uno de los elementos del sistema modelo-prototipo. En ciertas etapas del programa y cuando el



problema se puede describir con suficiente detalle utilizando modelos matemáticos, éstos se emplean complementariamente con resultados satisfactorios.

La aplicación de cualquiera de los dos tipos de modelos, físicos o matemáticos, tiene limitaciones, ya que ésta depende de la complejidad del problema en la intervención de las variables y sus fronteras a tratar, siendo en algunos casos los modelos matemáticos los más apropiados.

## Historia de la modelación física

En la antigüedad se han hecho reproducciones de barcos e incluso de obras de riego y de drenaje, éstas no pasaban de ser maquetas que, a falta de leyes de similitud, únicamente darían indicaciones cualitativas del comportamiento del problema real. No es sino hasta que Galileo Galilei en su obra "Diálogos acerca de dos ciencias nuevas", publicado en 1638, hace notar que un cambio en el tamaño de un hombre, animal u objeto, implica diferentes cambios en su peso, vigor, resistencia, etc. Es decir, que cada propiedad se escala de acuerdo con una ley específica que depende de la naturaleza del problema y de la propiedad que interese. Así, por ejemplo, un gigante quedará aplastado por su propio peso ya que éste aumenta con el cubo del tamaño y en cambio, la resistencia de sus huesos, supuestos del mismo material que los de un hombre común, es proporcional sólo al cuadrado del tamaño; por lo que al aumentar éste, llegará un momento en que los esfuerzos sobrepasarán la resistencia y vendrá la fractura. O citándolo textualmente: "Para ponerlo ante los ojos, he dibujado un hueso cuyo largo natural se ha triplicado y cuyo grosor se ha multiplicado de suerte que, para un animal de tamaño proporcionalmente grande, pueda desempeñar la misma función que el hueso pequeño cumple para su animal pequeño también" ver Ilustración 3.1.

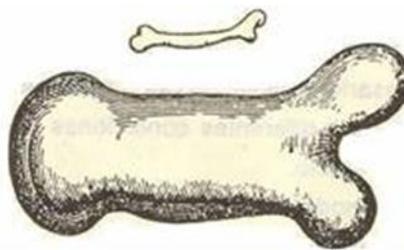


Ilustración 3.1 Dibujo de Galileo

"Por las figuras que aquí se muestran, se puede observar cuan desproporcionado parece el hueso que se agrandó. Es, por tanto, cosa manifiesta que si uno deseara conservar en un gran gigante la misma proporción de miembros que se halla en un hombre ordinario, o bien tendrá que descubrir un material más fuerte y resistente para fabricar los huesos, o



bien consentir en una disminución de robustez, si se le compara con los hombres de talla mediana; porque de aumentársele inconsiderablemente la talla, se desplomará y quedará aplastado por su propio peso."

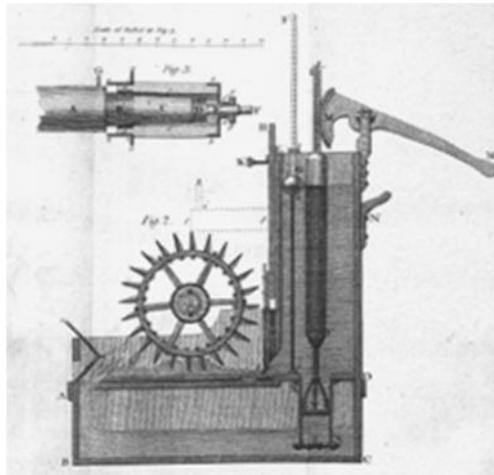
Antes que Galileo, a mediados del siglo XVI, Juanelo Turriano, italiano al servicio de España, quien fue encargado de construir un "artificio" para elevar el agua del Río Tajo a la ciudad de Toledo (tal vez la obra más famosa de ingeniería hidráulica de ese siglo) hizo previamente "su modelo en pequeñita forma" (Ilustración 3.2), y acabó la construcción de un primer artificio a mediados de 1569 y de un segundo, mayor que el primero, doce años después, capaz de elevar casi cien metros a 16,000 litros de agua por día, desde una distancia de 600 m.



**Ilustración 3.2 Replica del modelo reducido del artificio hecho por Juanelo Turriano en el siglo XVI**

Dos siglos después, en 1759, John Smeaton ingeniero inglés, presentó un artículo donde, por primera vez, se describe un estudio en modelo. En él se trataba del comportamiento de una rueda de paletas movida por agua Ilustración 3.3.

En la segunda mitad del siglo XVIII, un grupo de franceses: Jean Charles Borda, Charles Bossut y Pierre Pouis Georges Dubuat, continuaron utilizando modelos para estudiar diversos problemas hidráulicos y en 1852, Ferdinand Reech, también francés, recomendaba hacer pruebas en modelo y, en sus cursos, presentaba la ley de semejanza cuando el efecto dominante es la gravedad, o sea el criterio conocido ahora como ley de Froude.



**Ilustración 3.3 Dibujo del modelo de Jhon Smeaton para estudiar el funcionamiento de las ruedas hidráulicas**

A pesar de algunos intentos para formular las leyes básicas de similitud, no fue sino hasta después de mediados del siglo XIX que éstas fueron encontradas en Inglaterra. Así, William Froude y su hijo Robert Edmund, hicieron experimentos para encontrar la resistencia al avance de los barcos y en la misma época, Osborne Reynolds encontró y aplicó escalas de semejanza, en forma correcta, durante experimentos hechos en 1885 sobre el río Mersey.



**Ilustración 3.4 William Froude**



**Ilustración 3.5 Osborne Reynolds**

Finalmente, en este siglo quedó fuera de duda la capacidad predictiva y en general, la utilidad de los modelos físicos en la hidráulica; lo que llevó al establecimiento de laboratorios especializados en todo el mundo, donde se ensayan las obras propuestas por los proyectistas para verificar su funcionamiento en diversas condiciones de escurrimiento (modificando y corrigiendo lo que haga falta) e inclusive se prueban las teorías novedosas desarrolladas por los investigadores.



## Tipos de modelos

### Modelos matemáticos

El conjunto de hipótesis y relaciones de las variables que describen un fenómeno, constituyen un modelo matemático (ecuaciones), que conduce a un problema matemático que es necesario resolver mediante técnicas apropiadas.

En la mayoría de los casos, las ecuaciones que rigen los fenómenos físicos a considerar no pueden resolverse analíticamente, por lo que es necesario utilizar métodos aproximados mediante un proceso de computación, siendo los más utilizados los *métodos de elementos finitos* y el de *diferencia finitas*. El primero hace discreto el medio en que tiene lugar el fenómeno en estudio utilizando comúnmente una red de triángulos, mientras que el segundo utiliza una red de rectángulos, que es menos complicada, y proporciona una descripción suficiente de los contornos. La esencia de éste método de diferencia finitas, es sustituir los sistemas de ecuaciones diferenciales parciales que rigen el fenómeno en estudio, por sistemas de ecuaciones algebraicas proporcionando valores en los puntos de la malla mediante la solución de métodos explícitos e implícitos.

En los métodos explícitos, fáciles de programar con ciertos problemas de estabilidad de las soluciones, se hace necesario utilizar intervalos de tiempo menores que con los métodos implícitos, ya que éstos son más estables que los explícitos y sus intervalos de tiempo se pueden determinar en base de la precisión deseada.

La precisión de los modelos matemáticos está íntimamente ligada a su costo de explotación, por lo que deben tomarse en cuenta los siguientes factores:

- a) *Exactitud de los datos iniciales*. Tomar en cuenta la discontinuidad de los datos y la magnitud de error de los mismos.
- b) *Tipo de fenómeno a estudiar*. Dependiendo del fenómeno y su importancia dependerá su precisión.
- c) *Exactitud de las ecuaciones que rigen el fenómeno*. Las ecuaciones diferenciales, mediante las que se ha formulado el modelo, pueden determinar un límite a la exactitud con que se podrá describir el fenómeno. Esto puede ser ocasionado por las hipótesis introducidas para simplificar, o bien, por construir ellas mismas una simple aproximación al no considerar ciertas variables.
- d) *Forma de aproximar las ecuaciones*. Partiendo de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales que se aproximan mediante un sistema de ecuaciones en diferencia con los consiguientes errores de truncamiento, la exactitud puede verse afectada.



- e) *Evolución del modelo*. Durante el proceso de cálculo, al cambiar el modelo en el espacio y en el tiempo, puede ocurrir que los errores que se producen se vayan transmitiendo o acumulando, con lo cual la precisión del modelo puede verse limitada.

Por último, hay tres conceptos importantes referentes a los modelos matemáticos que conviene aclarar. Se trata de la *consistencia, estabilidad y convergencia* de un modelo. Suponiendo que un modelo se ha realizado por el método de diferencias finitas, se dirá que es consistente cuando al tender a cero el tamaño de la malla y el intervalo de tiempo, las ecuaciones en diferencias dan las mismas soluciones que las ecuaciones diferenciales; que es estable si el error no crece en el tiempo al hacer variar los parámetros de que depende el modelo, permanecen acotadas; y, que es convergente cuando el modelo es a la vez consistente y estable.

En la Ilustración 3.6 se presenta la secuencia del proceso de desarrollo en un modelo matemático, mismo que consta de seis etapas y que a continuación se describen:

En la *primera etapa* se hace una descripción del fenómeno, planteándose las variables que intervienen y las hipótesis del comportamiento del mismo. En la *segunda etapa* se plantean las ecuaciones diferenciales o integrales que describen matemáticamente el fenómeno (modelo matemático), asimismo, las condiciones de frontera y la variabilidad de soluciones. La *tercera etapa* consiste en seleccionar el método de solución del modelo matemático, es decir, la elección del algoritmo de cálculo. En la *cuarta etapa* se elabora la programación del algoritmo de cálculo para la computadora. La calibración, verificación y validación del modelo corresponde a la *quinta etapa*, la *sexta etapa* corresponde a la explotación del modelo, es decir, la utilización del mismo con base en datos de campo, de experimentos en laboratorios o de supuestos para obtener predicciones.

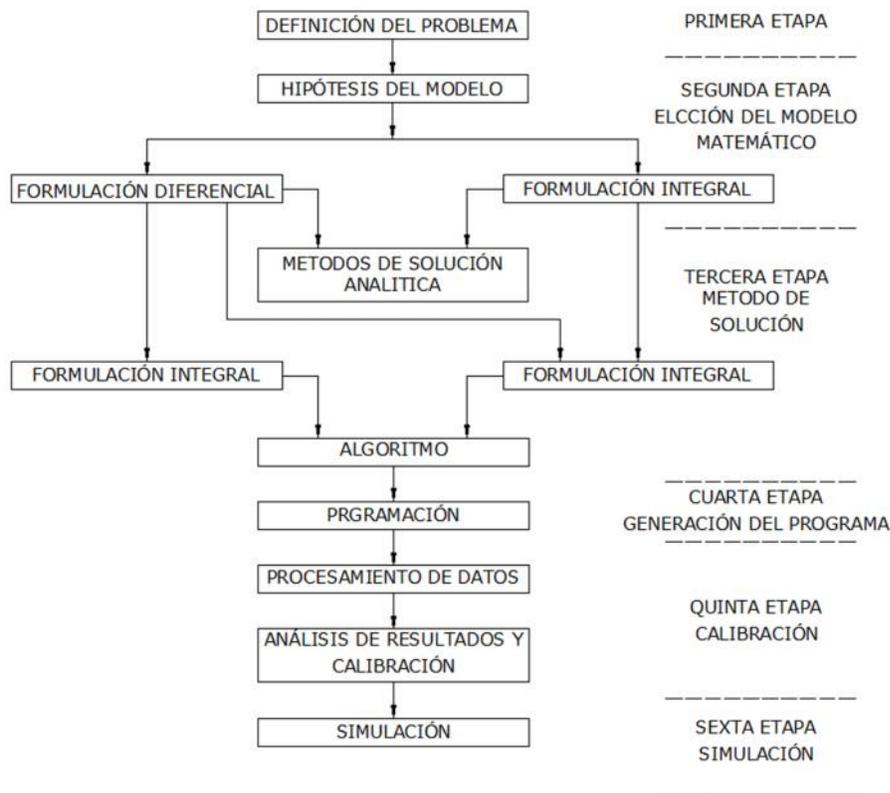


Ilustración 3.6 Secuencia del proceso del desarrollo de un modelo matemático.

## Modelos análogos

Hay ocasiones en que puede ocurrir que se encuentre, en otro entorno, una invariante que es por analogía la misma que en el objeto investigado. El otro objeto, foráneo, podría ser entonces usado directamente como un modelo. La analogía se refiere así al procedimiento de transferir (es decir, duplicar y revisar) un modelo desde un "sistema" al otro.

Dos fenómenos físicos de diferente naturaleza se llaman análogos si las ecuaciones que los describen se expresan con formas matemáticas idénticas, aun cuando los símbolos de cada una de ella tengan significado diferente. Es común que uno de los dos fenómenos sea de menor dificultad, por lo que éste se emplea para resolver el otro. Lo anterior ofrece una posibilidad de resolver problemas hidráulicos a base de mediciones hechas sobre un fenómeno análogo, siendo los más comunes:



- Analogía entre un flujo a través de medios permeables y flujo laminar en capas delgadas (modelos de Hele-Shaw).
- Analogía entre flujo laminar y flujo turbulento.
- Analogía entre un flujo a través de medios permeables y la deformación de una placa elástica bajo carga.
- Analogía eléctrica y otros fenómenos físicos (como hidráulicos, mecánicos, etc.).

## Modelos físicos reducidos

Los modelos físicos guardan una semejanza física con el prototipo, y en los cuales se reproduce el mismo tipo de fenómenos, pero reduciendolas magnitudes de las estructuras o conductos donde se presentan. En este tipo de modelos se intenta de representar lo más fielmente posible, los factores determinantes del fenómeno: las fuerzas, las características físicas del fluido en cuestión, el campo de flujo y las fronteras. Generalmente, se utiliza el mismo fluido que en la obra o fenómeno real. *Bonilla 1979.*

Dentro de los modelos físicos reducidos o también denominados modelos hidráulicos de un río, canal, puerto, laguna, cualquier obra hidráulica, etc.; pueden construirse con fronteras fijas o móviles, más comúnmente llamados: modelos de fondo fijo o modelos de fondo móvil respectivamente. *Vergara 1993.*

Existen varios tipos de modelos físicos reducidos:

*Modelos de fondo fijo.* Se emplean para reproducir fenómenos en donde la variación de niveles y las velocidades del flujo son parámetros determinantes. También es importante estudiar fenómenos locales sobre estructuras, y conocer el comportamiento hidráulico de vertedores, compuertas, obras de toma y de descarga, estructuras sumergidas y varias estructuras hidráulicas en donde el patrón de flujo y niveles del agua son fundamentales.

*Modelos de fondo móvil.* Se emplea para estudiar los problemas relacionados con la estabilización de cauces de ríos o canales y playas. Por este motivo es importante reproducir las variables de flujo combinadas con la del sedimento y la mecánica del transporte.

*Modelos con distorsión.* Se presenta cuando existen por lo menos dos escalas de líneas diferentes, por ejemplo, una para longitudes horizontales ( $E_x$ ) y otra para longitudes verticales ( $E_y$ ).

*Modelo sin distorsión.* Se presenta cuando las escalas de magnitudes lineales horizontales, verticales e inclinadas son iguales, se dice que el modelo es similarmente geométrico.



Las causas que ocasionan la distorsión son diferentes, siendo entre otras:

- a) *Rugosidad*. Cuando la rugosidad necesaria a representar es tan pequeña que físicamente es imposible de conseguirla.
- b) *Flujo*. Cuando el tipo de flujo en el modelo no corresponda al del prototipo.
- c) *Por razones de espacio*. Cuando el modelo resulte muy grande con respecto a la superficie disponible.
- d) *Equipo de medición*. En caso de disponer o construir equipo de medición, cuyas proporciones no permitan obtener la información correcta.

El uso de modelos físicos a escala reducida, llamados simplemente *modelos hidráulicos*, implica que éstos deben ser semejantes al prototipo, para lo cual debe satisfacerse las leyes de similitud geométrica, cinemática y dinámica (como se menciona más adelante), que en conjunto relacionan magnitudes físicas homólogas definidas entre ambos sistemas, el prototipo  $A_p$  y el modelo  $A_m$ . (Los subíndices m y p se refieren al prototipo y al modelo, respectivamente.)

En la Ilustración 3.7 se observa que cada rayo de proyección que sale de una fuente hacia un centro homólogo, intercepta a puntos de ambos sistemas, denominados puntos homólogos, sobre los cuales se definen otras magnitudes, tales como: velocidad, presión, etc. De igual manera se definen lados, superficies y volúmenes homólogos, que a su vez constituyen la similitud geométrica.

Cuando la comparación de los sistemas  $A_p$  y  $A_m$  es con respecto a un movimiento, se establece entonces la similitud cinemática y que se cumple cuando la forma de los patrones de flujos homólogos son iguales en cualquier tiempo, es decir, hay similitud en el movimiento de los sistemas; por lo que la relación de velocidades de puntos homólogos debe ser constante.

Es por esto que la relación de velocidades entre estos puntos debe ser constante y es denominada escala de velocidades. Es un requisito que se cumpla con la similitud geométrica para que se cumpla la similitud cinemática.

El movimiento del fluido del modelo y en el prototipo, para que sea similar en forma completa, no es suficiente que cumpla con las similitudes, geométrica y cinemática, también es necesario tomar en consideración la acción de fuerzas sobre las partículas del fluido, tales como fricción ( $F_\tau$ ), tensión superficial ( $F_\sigma$ ), de gravedad o peso ( $F_g$ ), de inercia ( $F_I$ ), de Coriolis ( $F_C$ ), etc. Lo anterior implica que el polígono de fuerzas que actúa sobre puntos homólogos debe ser geoméricamente similar, lo que a su vez manifiesta que la relación de fuerzas homólogas sea un factor constante en todo el sistema.

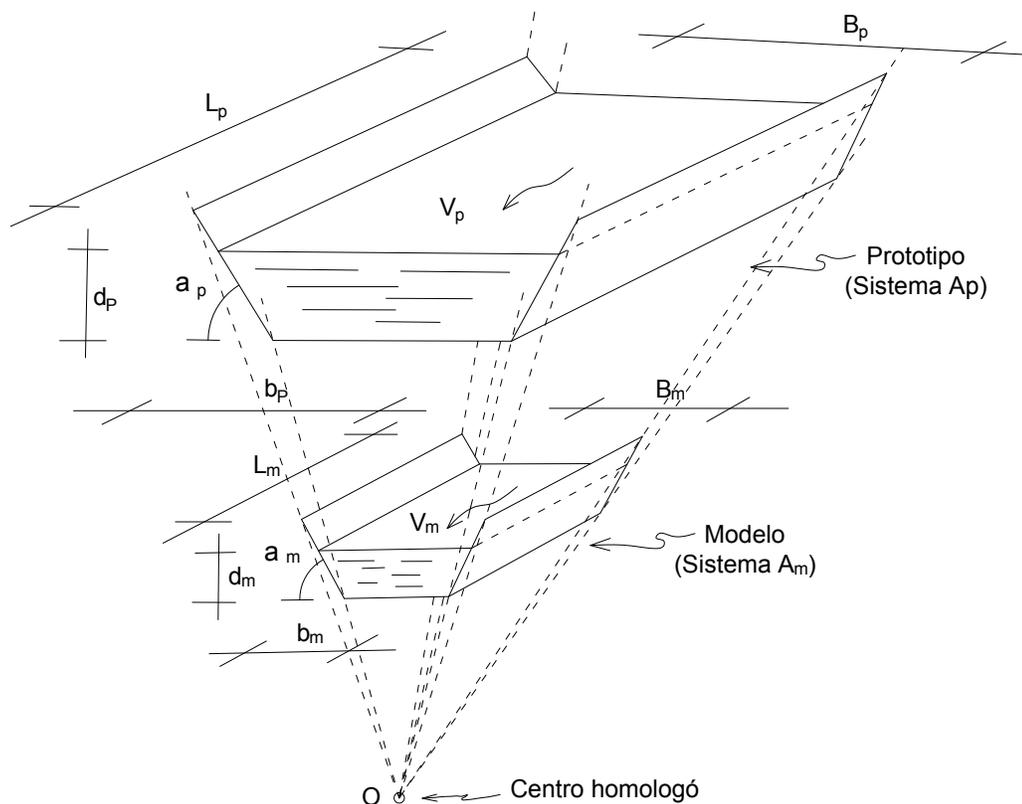


Ilustración 3.7 Proyección lineal del sistema modelo-prototipo.

## Selección de escalas

Generalmente la selección de escalas lineales, tanto horizontales,  $E_x$ , y verticales,  $E_y$ , se hace en forma independiente, buscando siempre que el modelo resulte lo más grande posible, siempre y cuando lo permitan el presupuesto, el espacio, el tiempo, la instrumentación, las rugosidades a reproducir así como la alimentación de agua.

En la Tabla 3.1. se anotan los rangos de escalas lineales empleados para problemas diversos, así como las distorsiones máximas admisibles, tanto para modelos de fondo fijo como para modelos de fondo móvil.

En la selección de escalas es recomendable tomar en consideración que, durante la operación del modelo, el efecto de escala sea lo más reducido posible.

El efecto de escala se puede definir como la diferencia resultante entre las condiciones del modelo y el prototipo causadas por la imposibilidad práctica de lograr que actúen simultáneamente todas las fuerzas en el prototipo. Por ejemplo, cuando en un modelo se trabaja con el mismo fluido del prototipo, no es posible



cumplir con las condiciones de Froude y de Reynolds. Otro ejemplo es cuando, por razones de escalas, la rugosidad de un cauce de un río o canal de un modelo de fondo fijo, resulta ser mayor que la del prototipo, estableciéndose la necesidad, muchas veces, de proporcionar una rugosidad adicional (rugosidad artificial), misma que generará otros fenómenos como lo son los parásitos que no ocurren en el prototipo.

**Tabla 3.1 Escalas de líneas comunes en modelos hidráulicos (M. A. Vergara).**

MODELOS DE:	ESCALAS LINEALES	OBSERVACIONES
<b>1. OBRAS HIDRÁULICAS</b>		
1.1 Vertedores, tanques, amortiguadores, rápidas y túneles.	de 1:20 a 1:70	Modelos sin distorsión y de fondo fijo.
1.2 Cárcamos de bombeo y compuertas.	de 1:5 a 1:30	
1.3 Conductos cerrados con flujo a superficie libre.	de 1:10 a 1:25	
1.4 Flujo alrededor de estructuras.	de 1:5 a 1:25	
<b>2. PENETRACIÓN DE OLEAJE (AGITACIÓN)</b>		Modelos sin distorsión de fondo fijo.
2.1 Con olas de corto periodo (Oleaje)	de 1:60 a 1:200	Escala recomendable 1:100
2.2 Con olas de periodo intermedio y largo.	1:100 (escala recomendada de 1:50 a 1:100)	Para modelos sin distorsión de fondo fijo. Para modelos con distorsión, y valor usual de ésta de 3 a 5 de fondo fijo
<b>3. ESTABILIDAD DE ESTRUCTURAS BAJO LA ACCIÓN DE OLAS</b>		Modelos sin distorsión de fondo fijo.
3.1 A dos dimensiones.	de 1:20 a 1:60	Escala recomendable 1:30. En grandes canales se han empleado escalas de hasta 1:1. Es recomendable usar oleaje irregular.
3.2 A tres dimensiones.	de 1:40 a 1:80	
<b>4. MANIOBRAS DE EMBARCACIONES</b>		Modelos sin distorsión de fondo fijo.
4.1 Atracadas y libres (maniobrabilidad).	de 1:100 a 1:150	Es recomendable usar oleaje irregular.
<b>5. TRANSPORTE LITORAL</b>	de 1:60 a 1:50	Modelos de fondo fijo con trazador. Modelos de fondo móvil. Recomendable la distorsión de hasta 5.
<b>6. EROSIÓN LOCAL POR OLEAJE</b>	de 1:100 a 1:80	Modelos de fondo móvil sin distorsión.
<b>7. FLUJO EN RÍOS Y CANALES</b>	Ex de 1:250 a 1:1000 Ey de 1:50 a 1:100	Modelos con distorsión de fondo fijo. Distorsión máxima de 10.
<b>8. EROSIÓN LOCAL POR CORRIENTES</b>	de 1:20 a 1:60	Modelos de fondo móvil sin distorsión.
<b>9. TRANSPORTE DE SEDIMENTOS</b>	Ex de 1:100 a 1:500	Modelos de fondo móvil, con distorsión



	Ey de 1:50 a 1:100	recomendable de 5.
<b>10. ESTUARIOS</b>	Ex de 1:200 a 1:2000 Ey de 1:50 a 1:100	Modelos distorsionados con fondo fijo. Distorsión máxima admisible 10 y de 5 para modelos de fondo móvil.

Cuando las escalas lineales de los modelos son numéricamente grandes, de modo que resultan pequeños los valores de las magnitudes a representar, la acción de la tensión superficial no aumenta proporcionalmente, esta situación no se presenta en el prototipo.

Otro efecto de escala se presentaría debido a los límites del modelo, si bien éstos no pueden evitarse, sí deberán ubicarse de tal forma que su efecto sea mínimo; por ejemplo, en el caso de modelos marítimos, los fenómenos debidos a parásitos de reflexión y de fricción pueden ser importantes.

Evidentemente, los efectos de escala causan cierta incertidumbre sobre la información obtenida de los modelos, lo cual obliga a que los datos sean cuidadosamente interpretados y corregidos si es necesario, para hacer una predicción correcta al prototipo.

## **Tipos de rugosidad**

Cuando hay necesidades de establecer en el modelo la condición de similitud de fricción entre el fluido en movimiento y las fronteras sólidas del flujo, deberán tomarse en cuenta las rugosidades de la superficie de dichas fronteras. El factor de rugosidad es una cantidad que depende del tamaño, de la forma y distribución de la propia rugosidad, de manera que es variable para cada sección, siendo realmente difícil de reproducción en el modelo, así como el valor respectivo del factor de fricción que puede representarse con un coeficiente; ya sea Chezy, Manning u otro.

## **Análisis de similitud**

### ***Condiciones de Semejanza***

Si los resultados obtenidos en un modelo se desean transferir a un prototipo es necesario que los dos sistemas de flujo sean hidráulicamente similares; por lo tanto para que un modelo represente un fenómeno, debe cumplir tres condiciones de similitud o semejanza con su prototipo que son la geométrica, cinemática y dinámica (Vergara, 1995).



### **Similitud o Semejanza Geométrica**

La semejanza geométrica implica, de modo estricto, que se cumpla que la relación entre dimensiones homólogas entre prototipo y modelo sea igual. Así mismo deben ser iguales todos los ángulos homólogos.

En otras palabras, un modelo y un prototipo son geoméricamente similares sí y sólo sí todas las dimensiones del cuerpo en la dirección de cada uno de los tres ejes coordenados, se relacionan mediante la misma escala de longitudes.

Lo anterior significa que el modelo y prototipo son idénticos en forma y únicamente difieren en el tamaño. Por tanto, cualquier longitud del prototipo se puede obtener multiplicando su longitud homóloga en el modelo por un valor fijo que es la escala de longitudes o líneas. Ver Ilustración 3.7.

$$L_p = L_e L_m$$

3-1

Donde:

$L_e$  = Escala de longitudes.

$L_p$  = Es una longitud en el prototipo

$L_m$  = Es una longitud homóloga en el modelo.

Para cumplir con la semejanza geométrica en flujos turbulentos se incluye una similitud en la rugosidad de la frontera y por tanto, el tamaño de las protuberancias o asperezas de las paredes deberán estar relacionadas por la escala de longitudes.

### **Similitud o Semejanza Cinemática**

Los movimientos en modelos y prototipo tienen similitud cinemática si partículas homólogas llegan a puntos homólogos en tiempos homólogos. Esto significa que las curvas de distribución de velocidades en secciones homólogas deben ser geoméricamente semejantes, independientemente del plano de referencia escogido.

Por tanto, la similitud cinemática obliga a que modelo y prototipo tengan una escala de líneas y también una escala de tiempos. Con ello se logra una escala única de velocidades

$$v_e = \frac{v_p}{v_{ti}}$$

3-2



Donde:

$V_e$  = Escala de velocidades.

$V_p$  = Es la velocidad en el prototipo

$V_m$  = Es la velocidad en el modelo.

$$T_e = \frac{L_p}{V_p} \quad 3-3$$

Donde:

$T_e$  = Escala de tiempos.

$T_p$  = Lapso de tiempo en el prototipo

$T_m$  = Lapso de tiempo en el modelo.

### **Similitud o Semejanza Dinámica**

Se cumple la semejanza dinámica si las fuerzas ejercidas por el fluido en puntos homólogos del modelo y prototipo están relacionadas entre sí mediante un valor fijo, que se denomina escala de fuerzas,  $F_e$ .

Las fuerzas que actúan sobre una partícula de fluido pueden ser debidas a la gravedad,  $F_G$ , a la presión,  $F_p$ , a la viscosidad,  $F_v$  y a la tensión superficial,  $F_\sigma$ . Si la suma de esas fuerzas más la de inercia  $F_I$  no es igual a cero, la partícula se acelerará. Por lo tanto en equilibrio se cumple que

$$F_G + F_p + F_v + F_\sigma - F_I = 0 \quad 3-4$$

Dichas fuerzas se pueden expresar en forma simple como

$$F_G = mg = \rho L^3 g \quad 3-5$$

$$F_p = (\Delta p) A = C_p \rho V^2 L^2 \quad 3-6$$

$$F_v = \mu \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right) A = \mu (V) L \quad 3-7$$

$$F_\sigma = \sigma L \quad 3-8$$

$$F_I = ma = \rho(L^3) \frac{L}{T^2} = \rho(V^2)L^2 \quad 3-9$$



Donde :

$m$  = Masa del cuerpo

$g$  = Aceleración de la gravedad

$\rho$  = Densidad del fluido

$L$  = Longitud

$\Delta p$  = Diferencia de presión

$A$  = Área

$\mu$  = Viscosidad dinámica

$\sigma$  = Tensión superficial

$a$  = Aceleración

$\frac{\partial V}{\partial y}$  = Gradiente de velocidades

$V$  = Velocidad

La semejanza dinámica implica que se cumpla

$$\frac{F_{in}}{F_G m} = \frac{F_P}{F_P n_i} = \frac{F_v}{F_v m} = \frac{F_I}{F_I m} = \frac{F_\sigma}{F_\sigma m} \quad 3-10$$

Si además, en el fenómeno por estudiar, dos de las fuerzas se consideran despreciables con respecto a la de inercia, por ejemplo las fuerzas de presión y viscosas, se puede demostrar que se cumple (*M. A. Vergara*).

$$\frac{F_I}{F_G m} = \frac{F_I m}{F_G m} = 1 \quad 3-11$$

Si las fuerzas viscosas son las únicas de importancia se obtiene

$$\frac{F_v}{F_v m} = \frac{F_v m}{F_v m} = 1 \quad 3-12$$



En cambio si no intervienen las fuerzas gravitacionales y viscosas se llega a

$$\frac{F_{ip}^p}{F_{ip}^m} = \frac{F_{in}^p}{F_{in}^m} = 1 \quad 3-13$$

### **Leyes de Semejanza**

Se ha mencionado que existe semejanza dinámica entre un prototipo y su modelo cuando las fuerzas que se generan en el interior del fluido en puntos homólogos están relacionadas entre sí, y tal relación es única y constante para todas las fuerzas.

Lo anterior implica el cumplimiento exacto de la ecuación 3-10. Para que ello suceda, el modelo debe tener el mismo tamaño que el prototipo. Sin embargo, en un escurrimiento en particular no todas las fuerzas son igualmente importantes; aún más algunas pueden llegar a ser despreciables. Cuando esto ocurre la similitud dinámica se alcanza con un razonable grado de precisión, aún en modelos de diferente tamaño que el prototipo y generalmente más reducidos.

A continuación se presentan las relaciones que se deben cumplir entre las escalas cuando una fuerza tiene predominio sobre las demás.

### **Condiciones de Froude**

Hay escurrimientos en que la fuerza más importante es la de gravedad y en los que se pueden despreciar los efectos viscosos, como ocurre en los *escurrimientos turbulentos a superficie libre*.

Cuando las fuerzas de gravedad e inercia son las únicas a considerar se cumple la Ecuación 3-11 y al considerar las expresiones de esas fuerzas, dadas por las ecuaciones 3-5 y 3-9 (tanto para prototipo como modelo), se llega a establecer que

$$\frac{v_e^2}{g_e L_e} = 1 \quad 3-14$$

Expresión conocida como condición de Froude y que indica la relación que tiene que existir entre las escalas, cuando se desean representar adecuadamente los escurrimientos en que la fuerza predominante es debida a la gravedad. El cumplimiento de la condición de Froude obliga a que el número de Froude del escurrimiento sea idéntico en modelo y prototipo.



3-15

$$F = \frac{V_p}{\sqrt{g_p L_p}} = \frac{V_m}{\sqrt{g_m L_m}}$$

Donde:

$\frac{V}{\sqrt{gL}}$  = Se denomina como número de Froude

$L$  = Dimensión característica.

Al tener una ecuación (ver ecuación 3-14) y tres variables, se pueden escoger dos libremente. Una de ellas es la escala de gravedad, ya que prácticamente tiene valor constante e igual a uno. La segunda escala que conviene escoger libremente es la de longitudes, con lo que se fija el tamaño del modelo. Seleccionadas  $g$  y  $L$ , la escala de velocidades es dependiente de ellas y por tanto se tiene que:

$$V_e = (gL_e)^{1/2} = L_e^{1/2} \quad 3-16$$

Esta última expresión establece que cuanto mayor sea la escala de longitudes menor es la velocidad en el modelo.

La condición de Froude la deben cumplir los modelos en que se estudien:

- a) Obras hidráulicas, como son las obras de excedencias y disipadores de energía.
- b) Esguimientos en canales y ríos y comportamiento de obras que se construyan en ellos.
- c) Estructuras o fenómenos bajo la acción del oleaje y mareas.

A partir de la ecuación (3-16) se obtienen las demás escalas que cumplen con un modelo de Froude, cuyos valores se resumen en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** 3.1 y en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** 3.2 se recomiendan algunos valores de la escala de longitudes para diferentes tipos de modelos en que rige esta condición.

### **Condiciones de Reynolds**

Cuando en un esguimiento, la viscosidad del líquido gobierna o interviene en forma preponderante en el fenómeno por estudiar, entre el prototipo y su modelo se debe cumplir la ecuación (3-12) que relaciona las fuerzas de inercia con las fuerzas viscosas, y al sustituir en ella las ecuaciones (3-7) y (3-9) se obtiene la siguiente relación entre escalas conocida como condición de Reynolds.



$$\frac{L}{v_e} = 1$$

3-17

Donde:

$v_e$  = Es la escala de viscosidad cinemática e igual a  $\mu_e/\rho_e$

La ecuación 3-17 garantiza la similitud dinámica cuando las únicas fuerzas de interés se deban a la inercia y a la viscosidad del fluido. El cumplimiento de la condición de Reynolds obliga a que los números de Reynolds en modelo y prototipo sean iguales, es decir se debe cumplir que

$$R = \frac{V_p L_p}{\nu_p} = \frac{V_m L_m}{\nu_m}$$

3-18

Donde:

$\frac{VL}{\nu}$  = Es el número de Reynolds

$V$  = Velocidad característica

$L$  = Longitud característica

La condición de Reynolds la deben cumplir modelos donde se estudien, por ejemplo, el empuje y sustentación de cuerpos y flujos laminares y de transición en tuberías.

La ecuación (3-18) permite, para resolverla, la selección independiente de dos escalas, generalmente la de viscosidades y la de longitudes. La primera implica la libertad de seleccionar el fluido del modelo, y la segunda el tamaño del mismo. Por tanto, la escala de velocidades es igual a

$$v_e = \frac{L_e}{R}$$

3-19

Como puede observarse, la última expresión establece que cuando menor es la escala de líneas mayor es la relación en el modelo.

A partir de la ecuación (3-19) se obtienen las demás escalas de un modelo que cumple la condición de Reynolds, cuyos valores se resumen en la Tabla 3.1 y en la 3.2 se recomiendan algunos valores de la escala de longitudes para diferentes tipos de modelos en que rige esta condición.



3.2. Valores de las escalas de longitudes para las condiciones de Froude y Reynolds (M. A. Vergara) .

CARACTERÍSTICAS	ECUACIÓN	CONDICIÓN DE FROUDE		CONDICIÓN DE REYNOLDS
		NO DISTORSIONADO	DISTORSIONADO	
<b>Geométrica</b>				
Longitud horizontal	$Lh$	$L_e$	$Lh_e$	$L_e$
Longitud vertical	$Lv$	$L_e$	$Lv_e$	$L_e$
Área	$A = (L)^2$	$(L_e)^2$	$Lh_e(Lv_e)$	$(L_e)^2$
Volumen	$\nabla = (L)^3$	$(L_e)^3$	$(Lh_e)^2 Lv_e$	$(L_e)^3$
<b>Cinemática</b>				
Tiempo	$t = LV$	$(L_e/g_e)^{1/2}$	$Lh_e/(g_e Lv_e)^{1/2}$	$(L_e)^2/v_e$
Velocidad	$V = L/t$	$(g_e L_e)^{1/2}$	$(g_e Lv_e)^{1/2}$	$v_e/L_e$
Aceleración	$G = V/t$	$g_e$	$g_e Lv_e/Lh_e$	$(v_e)^2/(L_e)^3$
Gasto	$Q = A(V)$	$[g_e (L_e)^5]^{1/2}$	$Lh_e [g_e (Lv_e)^3]^{1/2}$	$v_e (L_e)$
<b>Dinámica</b>				
Masa	$M = \rho \nabla$	$\rho_e (L_e)^3$	$\rho_e (Lh_e)^2 Lv_e$	$\bar{\rho}_e \bar{(L_e)^3}$
Fuerza	$F = ma$	$\gamma_e (L_e)^3$	$\gamma_e Lh_e (Lv_e)^2$	$\rho_e (v_e)^2$
Presión	$p = F/A$	$\gamma_e L_e$	$\gamma_e Lv_e$	$\rho_e (v_e)^2 / (L_e)^2$
Trabajo	$W = F(L)$	$\gamma_e (L_e)^4$	$\gamma_e (Lh_e)^2 (Lv_e)^2$	$\rho_e (v_e)^2 L_e$
Potencia	$P = W/t$	$[(\gamma_e)^3 (L_e)^7 / \rho_e]^{1/2}$	$\gamma_e Lh_e [g_e (Lv_e)^5]^{1/2}$	$\rho_e (v_e)^3 / L_e$



CARACTERÍSTICAS	ECUACIÓN	CONDICIÓN DE FROUDE		CONDICIÓN DE REYNOLDS
Hidráulica				
Pendiente	$S = Lv/Lh$	1	$Lv_e/Lh_e$	1
Perímetro mojado	$Pm$	$Le$	*	$Le$
Radio hidráulico	$RH = A/Pm$	$Le$	$Lh_e(Lv_e)/Pm_e$	$Le$
Coefficiente de rugosidad (Manning)	$n = \frac{(R_H)^{2/3}(S)^{1/2}}{V}$	$(L_e)^{1/6} / (g_e)^{1/2}$	$\frac{(Lh_eLv_e)^{2/3}}{(Pm_e)^{2/3}(g_eLh_e)^{1/2}}$	**

**3.3. Valores de las escalas de longitudes para diferentes modelos que utilizan las condiciones de Froude (M. A. Vergara).**

de Material de las fronteras	Relación de escalas	No distorsionados		Distorsionados		
		Estudio	Valores más usuales de la escala de líneas	Estudio	Valores más usuales de la escala de líneas	
					Horizontal	Vertical
<b>Fondo Fijo</b>	Compuertas y agujas.		5-40	Flujo en ríos y canales	250-1000	50-100
	Vertedores, tanques amortiguadores, rápidas y túneles.		20-70			
	Agitación en puertos.		80-200	Corrientes litorales	100-300	50-100
	Conductos cerrados con escurrimiento a superficie libre.		10-25			
	Flujo al rededor de estructuras.		20-60	Estuarios	200-2500	50-150
	Oleaje contra estructuras.		20-60			
	Maquinas hidráulicas.*		Ø rotor modelo: 0.3-0.4 m			
<b>Fondo Móvil</b>	Erosión local por corrientes.		20-60	Erosión en ríos y arrastre de sedimentos	100-500	50-100
	Erosión local por oleaje.		40-80	Arrastre litoral y azolve de puertos	80-200	30-100



## Caso de aplicación modelo a escala reducida presa el Zapotillo

En el caso de aplicación para el modelo físico del vertedor de la presa el Zapotillo, ubicado en el laboratorio de hidráulica Enzo Levi en el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA), el modelo se construyó sin distorsión a escala 1:50, se montó sobre una mesa de 2.5 m de altura y en una superficie de 7 x 12 m.

Selección de escalas y diseño de los modelos físicos

Tomando en cuenta la información se diseñaron, con el criterio de similitud de Froude, los modelos físicos de fondo fijo sin distorsión, se elaboró el programa de los ensayos necesarios para evaluar el comportamiento del conjunto de las obras de excedencia.

### Características de los modelos físicos

Debido a que el comportamiento del flujo sobre el cimacio es dominado por las fuerzas de gravedad e inercia, número adimensional de Froude (**Fr**) sobre los efectos de viscosidad, número adimensional de Reynolds (**Re**), se utilizó para el análisis del modelo la teoría de similitud de Froude. Utilizar la relación de Froude es suficiente para el tipo de fenómeno del este estudio experimental, siempre y cuando se mantenga el flujo dentro de la condición de flujo turbulento. La relación de estos efectos se puede observar en el cuadro 1. La escala del modelo se selecciona de acuerdo a las condiciones del laboratorio, como superficie y gasto disponible, cuidando que las condiciones de frontera sean similares a los del prototipo. Las escalas más importantes para en este estudio son:

Escala de líneas verticales y horizontales para el modelo completo;  $E_L = 1:50$

Escala de velocidades para el modelo completo;  $E_V = E_L^{1/2} = 1:7.0710$

Escala de gastos para el modelo completo;  $E_Q = E_L^{5/2} = 1:17,677.7$



E S C A L A S			DIMENSIONES EN MODELO				GASTOS EN LITROS POR SEGUNDO			Número de Reynolds**
Horizontal	Distorsión	Vertical	L vertedor	Ancho	Largo	Prof.@ 1m.	Escala	Mínimo	Máximo	
70	1	70	2.006	5.00	8.57	0.0143	40,996.3	23.4	117.0	7,724
65	1	65	2.16030769	5.38	9.23	0.0154	34,063.0	28.2	140.8	8,632
60	1	60	2.34033333	5.83	10.00	0.0167	27,885.5	34.4	172.0	9,733
55	1	55	2.55309091	6.36	10.91	0.0182	22,434.0	42.7	213.7	11,090
50	1	50	2.8084	7.00	12.00	0.0200	17,677.7	54.2	271.2	12,795
45	1	45	3.12044444	7.78	13.33	0.0222	13,584.1	70.6	353.0	14,985
40	1	40	3.5105	8.75	15.00	0.0250	10,119.3	94.8	473.8	17,881
35	1	35	4.012	10.00	17.14	0.0286	7,247.2	132.3	661.6	21,846
30	1	30	4.68066667	11.67	20.00	0.0333	4,929.5	194.5	972.7	27,530

**Ilustración 3.8 Análisis de escala**

*Las escalas de líneas recomendables para un modelo de flujo en vertedores y cubetas deflectoras estan en el rango de 1:10 a 1:100, sin distorsión.*

*\*\* Numero de Reynolds para el gasto mínimo del flujo probado del flujo en la sección del vertedor del modelo (Ven Te Chow):  $Re=VR/v >500$ .*

## Revisión de la información

El proyecto original se sometió a una revisión con base en los criterios de diseño hidráulico para vertedores de UnitedStates Bureau of Reclamation (USBR), el WaterwaysExperimentStation (WES) de la UnitedStates Corps of Engineers (USACE) y la Comisión Federal de Electricidad. La metodología propuesta consiste en determinar o revisar los siguientes parámetros:

- Carga de diseño
- Perfil del cimacio
- Perfil y velocidades del flujo
- Índice de cavitación

### **Carga de diseño**

Se utilizó el criterio del USBR (UnitedStates Bureau of Reclamation), para revisar la carga de diseño del vertedor, en este se recomienda que la carga de diseño  $H_0$ , para un vertedor de cresta libre, sea mayor o igual que  $0.75H_e$ :

$$\frac{H_e}{H_0} \leq 1.33 \quad ; \quad H_0 \geq 0.75H_e \quad \text{3-20}$$

Donde:

- $H_e$  Carga máxima sobre el vertedor determinada en el estudio hidrológico.
- $H_0$  Carga de diseño para el perfil del vertedor.



Revisión analítica del diseño original del vertedor

1.- Carga de diseño y coeficiente de descarga

$$Q = CLH^a \quad 3/2$$

Datos:	
Carga máxima ( $H_e$ )=	6.62 m
Gasto de diseño del proyecto (Q)=	4795.00 m <sup>3</sup> /s
Longitud del cimacio (L)=	140.42 m
Carga de diseño ( $H_D$ )=	4.97 m
Altura de paramento aguas arriba (P)=	101.75 m
Relación P/H <sub>0</sub> =	15.37
Coefficiente de descarga obtenido de la gráfica (C <sub>D</sub> )=	2.18

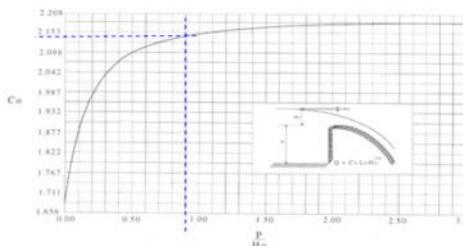


Fig. 33 Coeficientes de descarga. Criterio USBR. Design of Small Dams, 1960

Análisis técnico del gasto de descarga:

H	H/H <sub>e</sub>	C	Q
2.30	0.35	1.96	959 m <sup>3</sup> /s
3.85	0.58	2.05	2,170 m <sup>3</sup> /s
4.10	0.62	2.06	2,397 m <sup>3</sup> /s
4.50	0.68	2.07	2,780 m <sup>3</sup> /s
6.30	0.95	2.16	4,795 m <sup>3</sup> /s

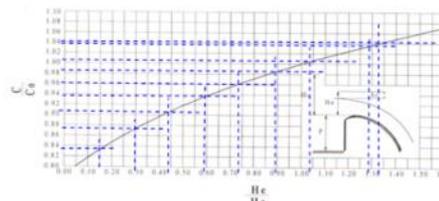


Fig. 34 Coeficientes de descarga por cargas diferentes a la de proyecto. Criterio USBR. Design of Small Dams, 1960

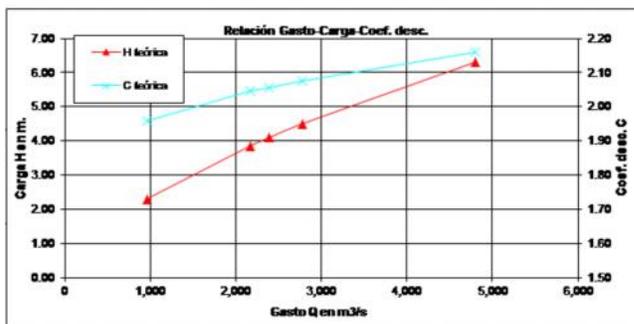


Ilustración 3.9 Revisión del diseño de la cresta vertedora.

En la revisión se consideró la longitud efectiva de la cresta, 9.50m menor que la longitud total del vertedor y la carga de diseño igual a la carga máxima. La carga necesaria para descargar el gasto de diseño es prácticamente igual a la máxima.

**Perfil del cimacio**

La recomendación del USBR para el diseño del perfil del cimacio de vertedores con descarga libre es aplicar el siguiente criterio:

**Ecuación 3-21**

$$\frac{y}{H} = -K\left(\frac{x}{H_0}\right)^n \quad ; \quad y = -K\left(\frac{x}{H_0}\right)^n H_0 \quad ; \quad h_a = \frac{v^2}{2g} \quad ; \quad v = \frac{Q}{A} \quad ; \quad A = B(P + H_e)$$

Donde:

- x ordenada del perfil del cimacio
- y absisa del perfil del cimacio



$K, n$  constantes que dependen de la inclinación aguas arriba del paramento y de la velocidad de llegada del flujo ( $h_a$ ).

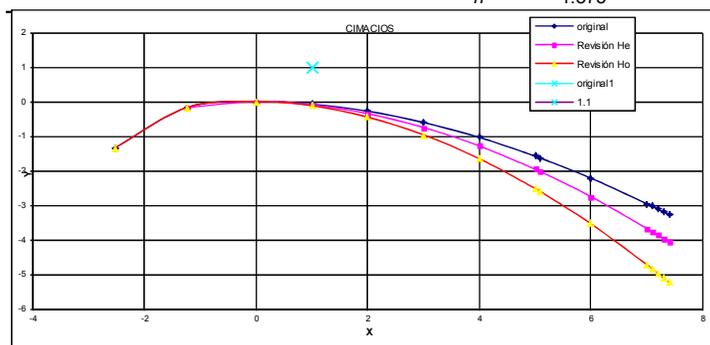
Se revisaron los perfiles correspondientes a la carga máxima,  $H_e$ , y  $H_0 = 0.75H_e$ , y se compararon con el perfil del proyecto original:

## 2.- Perfil del cimacio

$$\frac{H_e}{H_0} \leq 1.33 \quad ; \quad H_0 \geq 0.75H_e$$

$$\frac{y}{H} = -K\left(\frac{x}{H_0}\right)^n \quad ; \quad y = -K\left(\frac{x}{H_0}\right)^n H_0 \quad ; \quad h_a = \frac{v^2}{2g} \quad ; \quad v = \frac{Q}{A} \quad ; \quad A = B(P+H_e)$$

Datos:		Proyecto original		Revisión $H_e$		Revisión $H_0$	
		x	y	y	y		
Gasto de diseño del proyecto (Q)=	4795.00 m <sup>3</sup> /s	-2.5367	-1.3472	-1.347	-1.347		
Carga máxima de diseño ( $H_e$ )=	6.62 m	-1.243	-0.175	-0.175	-0.175		
Carga de diseño ( $H_0$ )=	4.97 m	0.000	0.000	0.000	0.000		
Ancho del canal de llamada (B)=	140.42 m	1.000	-0.080	-0.096	-0.123		
Altura de paramento aguas arriba (P)=	101.75 m	2.000	-0.280	-0.352	-0.452		
Velocidad de llegada (V)=	0.32 m/s	3.000	-0.610	-0.752	-0.966		
Carga de velocidad ( $h_a$ )=	0.01	4.000	-1.040	-1.288	-1.656		
Relación $h_a/H_0$ =	0.00102	5.000	-1.580	-1.957	-2.515		
$K$ =	0.50	6.000	-1.640	-2.031	-2.610		
$n$ =	1.873	7.000	-2.220	-2.753	-3.539		
Relación $h_a/H_e$ =	0.00076	8.000	-2.960	-3.675	-4.724		
$K$ =	0.50	7.100	-3.040	-3.774	-4.851		
$n$ =	1.873	7.200	-3.120	-3.874	-4.980		
		7.300	-3.200	-3.975	-5.110		
		7.400	-3.280	-4.078	-5.242		



**Ilustración 3.10** Revisión del perfil de la cresta vertedora.

Se revisó el vertedor tipo creager, en donde se observa que el perfil coincidía con la carga de diseño igual a la máxima ( $H_e$ ). Posteriormente proporcionó información de un segundo perfil de vertedor tipo Creager, en donde al realizar la revisión analítica se observó que corresponde a una carga de diseño de 8.30m y un gasto de 7,032 m<sup>3</sup>/s. Sin embargo, de acuerdo a este criterio, podría reducirse el perfil e incluso ser más eficiente pero con el riesgo de que se presenten presiones negativas mayores bajo la vena líquida de vertido. Es importante aclarar que el diseño del modelo se realizó con el segundo perfil original proporcionado por la empresa.



La porción aguas arriba del perfil, se define como una curva simple y una tangente o como una curva circular compuesta.

### Perfil y velocidades del flujo en el canal de descarga

Para la determinación del perfil fue necesario dividir en dos partes el análisis, de acuerdo a los parámetros que predominan en el flujo:

- a) Cálculo de tirante al pie del cimacio. Que es la caída de la lámina desde la cima del vertedor hacia el pie del mismo, para lo cual se utilizó la ecuación de la energía considerando el 10% de la carga de velocidad como pérdidas de energía:

3.- Perfil y velocidades del flujo en el canal de descarga	Cálculo del tirante al pie del cimacio (Km 0+000 al 0+020):	
Gasto de diseño del proyecto (Q)= 4795.00 m <sup>3</sup> /s	$q = \frac{Q}{L}$	$d_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$
Longitud del cimacio (L)= 140.42 m	$V_c = \frac{q}{d_c}$	$Z_c + d_c + \frac{V_c^2}{2g} = Z_2 + d_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$
Elevación del cimacio (Z <sub>c</sub> )= 1648.19 msnm	$q = 34.15 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$	$V_2 = \frac{q}{d_2}$
Elevación al pie del cimacio (Z <sub>2</sub> )= 1644.91 msnm	$d_c = 4.92$	$h_f = 0.1 \frac{V_2^2}{2g}$
Pendiente del canal de descarga (S)= 1.239	$q = 35.32 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$	
Longitud del canal de descarga (L <sub>c</sub> )= 134.50 m	$V_c = 6.95$	En la cresta del cimacio
Longitud del canal de descarga al pie del cimacio (B1)= 135.75 m	$V_c = 5.03$	Al pie del cimacio
Ancho del canal de descarga (B2)= 72.00 m	<b>Desarrollando:</b>	
Longitud de la transición (L <sub>t</sub> )= 9.94	$\frac{1.1q^2}{2g} d_2^{-2} + d_2 = Z_c - Z_2 + d_c + \frac{V_c^2}{2g}$	
n= 0.014		
Ancho del cimacio: 9.94		
	La solución es d <sub>2</sub> = 2.87 m	
	V <sub>2</sub> = 12.30 m/s	
		H <sub>f</sub> = 0.076306259

**Ilustración 3.11 Revisión del Flujo a pie de cimacio.**

Se obtiene un tirante de 2.87m y una velocidad de 12.30 m/s al pie del cimacio.

- b) Cálculo del perfil en el canal de descarga. Para el análisis se aplicó el método de paso a paso para flujo gradualmente variado pero haciendo variar el ancho del canal de acuerdo a la transición.

Se observa que el tirante disminuye hasta alcanzar 1.45m y una velocidad de 45.88 m/s, por lo anterior, se espera que exista riesgo de cavitación.



Condiciones normales para la sección al pie del cimacio			Condiciones variables para flujo permanente (flujo gradualmente variado)							
Datos	SH1	Unidad	b <sub>1</sub>	d <sub>i</sub>	V <sub>i</sub>	E <sub>i</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>n</sub>	ΔL	ΣL
Base (b) =	103.87	m	135.75	2.87	12.30	10.58	1.2390	0.04352		
Tirante inicial (d <sub>i</sub> ) =	2.87	m	131.01	1.84	19.94	22.09	1.2390	0.13243	10.00	10.00
Tirante normal (d <sub>n</sub> ) =	0.76	m	126.27	1.54	24.73	32.72	1.2390	0.22058	10.00	20.00
Coefficiente de Rugosidad (n) =	0.0150		121.53	1.39	28.39	42.48	1.2390	0.30544	10.00	30.00
Coefficiente de contracción (c <sub>c</sub> ) =	0.0045		116.79	1.31	31.35	51.42	1.2390	0.38454	10.00	40.00
Pendiente (S) =	1.2390		109.68	1.25	34.93	63.45	1.2390	0.48967	15.00	55.00
Talud (K) =	0.0		102.57	1.24	37.79	74.03	1.2390	0.57736	15.00	70.00
Ancho SL (B) =	103.9	m	95.46	1.25	40.15	83.42	1.2390	0.64831	15.00	85.00
Area normal (A <sub>n</sub> ) =	78.58	m <sup>2</sup>	88.35	1.29	42.16	91.86	1.2390	0.70423	15.00	100.00
Perímetro mojado normal (P <sub>m</sub> ) =	105.39	m	81.24	1.34	43.90	99.56	1.2390	0.74713	15.00	115.00
Radio hidráulico normal (R <sub>h</sub> ) =	0.75	m	74.13	1.42	45.45	106.70	1.2390	0.77902	15.00	130.00
Gasto (Q) =	4795.00	m <sup>3</sup> /s	72.00	1.45	45.88	108.75	1.2390	0.78670	4.50	134.50
Velocidad normal (V <sub>n</sub> ) =	61.02	m/s								
<b>Condiciones críticas para la sección al pie del cimacio</b>										
Tirante crítico (d <sub>c</sub> ) =	5.03	m								
Velocidad crítica (V <sub>c</sub> ) =	7.02	m/s								
<b>Condiciones normales para la sección al final del canal</b>										
Base (b) =	72.00	m								
Tirante normal (d <sub>n</sub> ) =	0.95	m								
Coefficiente de Rugosidad (n) =	0.0150									
Coefficiente de contracción (c <sub>c</sub> ) =	0.0045									
Pendiente (S) =	1.2390									
Talud (K) =	0.0									
Ancho SL (B) =	72.0	m								
Area normal (A <sub>n</sub> ) =	68.18	m <sup>2</sup>								
Perímetro mojado normal (P <sub>m</sub> ) =	73.89	m								
Radio hidráulico normal (R <sub>h</sub> ) =	0.92	m								
Gasto (Q) =	4795.00	m <sup>3</sup> /s								
Velocidad normal (V <sub>n</sub> ) =	70.33	m/s								
<b>Condiciones críticas para la sección al final del canal</b>										
Base (b) =	72.00	m								
Gasto unitario (q) =	66.60	m <sup>3</sup> /s/m								
Tirante crítico (d <sub>c</sub> ) =	7.68	m								
Velocidad crítica (V <sub>c</sub> ) =	8.68	m/s								

**Ilustración 3.12 Revisión del Flujo a pie de cimacio.**

## Índice de cavitación

En una obra hidráulica puede presentarse erosión por cavitación ante cualquier cambio de dirección, después de un obstáculo, o debido a la rugosidad de la superficie sobre la cual ocurre el flujo de alta velocidad, además una vez que el daño se inicia, él mismo es motivo para acelerar el proceso de erosión. Es por ello conveniente revisar la estructura para saber si ésta es susceptible a daños por este fenómeno.

Para efecto de revisar el riesgo de que se presente cavitación en el vertedor, se utilizó el método propuesto por Echávez (Arreguín, 2000), en el que se compara el índice de cavitación local, determinado con el número de Thoma, con un índice de cavitación incipiente establecido y obtenido en forma experimental. En la ilustración se muestra el procedimiento de análisis.



### 5.- Cálculo del índice de cavitación local

Nivel de Aguas Máximas Extraordinarias (NAME)= 1654.81 msnm  
 Pendiente del canal (S)= 1.2390  
 Angulo de la pendiente (θ)= 51.09 °  
 Rugosidad superficial equivalente de Nikuradse (k)= 0.006 mm  
 Presión de vaporización del agua a 15°C: (h<sub>v</sub>)= -9.75 m  
 Elevación al pie del cimacio (Z<sub>2</sub>)= 1644.91 msnm

$$\sigma_k = \frac{h_p - h_t}{\frac{V_k^2}{2g}} ; \frac{V_k^2}{2g} = \frac{1.68}{0.33 + \log \frac{x}{k}} ; \sigma_{sp} = 0.76\sigma_k$$

x	h	h <sub>pi</sub>	$\frac{dV^2}{gr}$	h <sub>p</sub>	$\frac{x}{k}$	$\frac{V_k}{\sqrt{2gh}}$	$\frac{V_k^2}{2gh}$	$\sigma_k$	$\sigma_{sp}$
9.94	7.03	4.57	0	4.57	1.66E+03	0.473	1.575	9.09	6.91
19.94	20.45	2.92	0	2.92	3.32E+03	0.436	3.892	3.26	2.47
29.94	33.14	2.44	0	2.44	4.99E+03	0.417	5.765	2.12	1.61
39.94	45.68	2.21	0	2.21	6.66E+03	0.405	7.474	1.60	1.22
49.94	58.15	2.08	0	2.08	8.32E+03	0.395	9.085	1.30	0.99
64.94	76.79	1.99	0	1.99	1.08E+04	0.385	11.379	1.03	0.78
79.94	95.39	1.97	0	1.97	1.33E+04	0.377	13.568	0.86	0.66
94.94	113.96	1.99	0	1.99	1.58E+04	0.371	15.679	0.75	0.57
109.94	132.51	2.05	0	2.05	1.83E+04	0.366	17.729	0.67	0.51
124.94	151.04	2.14	0	2.14	2.08E+04	0.361	19.728	0.60	0.46
139.94	169.55	2.27	0	2.27	2.33E+04	0.358	21.683	0.55	0.42
144.44	175.09	2.31	0	2.31	2.41E+04	0.357	22.262	0.54	0.41

#### Conclusión:

El índice de cavitación incipiente vale:  
 Para 0sk<5mm:  
 Superficie con acabado de concreto: σ<sub>ki</sub> = 1.3  
 Superficie con acabado de concreto: σ<sub>ki</sub> = 1.8  
 Para 5sk<10mm:  
 Superficie con acabado de concreto: σ<sub>ki</sub> = 1.5  
 Superficie con acabado de concreto: σ<sub>ki</sub> = 2.2

Del análisis se determina que a partir de x=39.94 m, el índice de cavitación local es muy cercano al incipiente, por lo que se recomienda revisar la necesidad de colocar un aireador en esta sección.

Ilustración 3.13 Revisión del índice de cavitación en el canal de descarga.

Para que exista riesgo de cavitación, el índice de cavitación incipiente, σ<sub>ki</sub>, debe ser igual o mayor que el índice de cavitación local, σ<sub>k</sub>. Del análisis se concluye que existe riesgo por cavitación a partir de x= 39.94 m.

## Geometría del Vertedor Escalonado de la Presa el Zapotillo

El modelo tiene las siguientes zonas y estructuras:

- Tanque de alimentación con un recinto tranquilizador del flujo rodeado por piedra acomodada, dentro del cual se descarga el gasto mediante un tubo de 12" de diámetro controlada por una válvula de mariposa.
- Topografía de llegada a la estructura del vertedor, la cual permite simular el flujo al aproximarse al vertedor.
- Cortina y conjunto de las obras de excedencia formado por la cresta vertedora con descarga libre y canal de descarga con deflector como estructura terminal.
- Canal colector con compuerta para control de niveles en la descarga y vertedor para aforar el gasto que circula a través del modelo. Para la determinación del caudal en el modelo se utilizará un vertedor de pared delgada rectangular con contracciones laterales.







**Ilustración 3.16** Vista de modelo físico del vertedor de la presa el Zapotillo.



**Ilustración 3.17** Vista de frente del Modelo Zapotillo



**Ilustración 3.18** Dimensiones del escalón en prototipo : 1.49 (0.03) m huella 1.20 (2.4) m peralte



**Ilustración 3.19** Vista de perfil de la rápida del modelo físico del vertedor de la presa el Zapotillo.

### ***Ensayos Realizados***

Se realizaron un total de 20 series de ensayos para cada uno de los siguientes gastos:

Gasto de diseño; 4795 m<sup>3</sup>/s, lo que corresponde al modelo 271.25 lps

Gasto medio, 2,397 m<sup>3</sup>/s, lo que corresponde al modelo 137.38 lps

Y 20% de gasto de diseño, 959 m<sup>3</sup>/s, lo que corresponde al modelo 54.25 lps



Con modificaciones en la forma, distribución y cantidades de dispositivos disipadores de energía, así como número y disposición de las pilas del puente.

En todas las series se tomaron presiones en la rápida del vertedor y velocidades al final del tanque amortiguador. Se observan los resultados en los anexos.

**Tabla 3.4 Pruebas realizadas en el Modelo Físico**

<b>SERIE</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>
<b>0</b>	<b>Ensayos Preliminares y Calibración</b>
0.1	Calibración y Ajuste
0.2	Ensayos de Preliminares
<b>1</b>	<b>Ensayos de evaluación del proyecto original</b>
1.1	Ensayos con la estructura original para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
1.2	Ensayos con la estructura original para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
1.3	Ensayos con la estructura original para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
<b>1</b>	<b>Ensayos de evaluación del proyecto original, sin contrazud</b>
1.1	Ensayos con la estructura original para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
1.2	Ensayos con la estructura original para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
1.3	Ensayos con la estructura original para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
<b>1</b>	<b>Ensayos de evaluación del proyecto, girando los deflectores a 180°</b>
1.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
<b>2</b>	<b>Modificación del Proyecto, distribución de deflectores en pares</b>
2.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
2.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
2.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
<b>3</b>	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con fila de piezas <sup>1*</sup> en "L" invertida al 1<sup>er</sup> escalón</b>
3.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
3.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
3.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
<b>4</b>	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con fila de piezas en "L" invertida al 2<sup>do</sup> escalón, fila de piezas <sup>2*</sup> sobre la cubeta de lanzamiento</b>
4.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
4.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
4.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
<b>5</b>	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con fila de piezas en "L" invertida al 2<sup>do</sup> escalón, fila de piezas <sup>2*</sup> sobre la cubeta de lanzamiento, piezas <sup>1*</sup> únicas en "V" sobre los escalones 7 y 12</b>
5.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
5.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
5.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de



	4,795m <sup>3</sup> /s	
<b>6</b>	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con fila de piezas en “L” invertida al 2<sup>do</sup> escalón, fila de piezas 2<sup>*</sup> sobre la cubeta de lanzamiento, piezas 1<sup>*</sup> únicas en “V” sobre los escalones 7, 12 y 17</b>	
6.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s	
6.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s	
6.4	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s	
<b>7</b>	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con fila de piezas en “L” invertida al 2<sup>do</sup> escalón, fila de piezas 2<sup>*</sup> sobre la cubeta de lanzamiento, piezas 1<sup>*</sup> únicas en “V” sobre los escalones 7, 12, 17 y 22</b>	
7.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s	
7.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s	
7.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s	
<b>8</b>	<b>Ensayos de evaluación en el tanque amortiguador, en el canal de descarga con fila de piezas en “L” invertida al 2<sup>do</sup> escalón, fila de piezas 2<sup>*</sup> sobre la cubeta de lanzamiento, piezas 1<sup>*</sup> únicas en “V” sobre los escalones 7, 12, 17 y 22 ; en el fondo del tanque fila de piezas 3,4<sup>*</sup> a 91.26m a partir de la mochila</b>	
8.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s	
8.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s	
8.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s	
<b>9</b>	<b>Ensayos de evaluación en el tanque amortiguador, en el canal de descarga con fila de piezas en “L” invertida al 2<sup>do</sup> escalón, fila de piezas 2<sup>*</sup> sobre la cubeta de lanzamiento, piezas 1<sup>*</sup> únicas en “V” sobre los escalones 7, 12, 17; en el fondo del tanque fila de piezas 3,4<sup>*</sup> a 91.26m a partir de la mochila, piezas 5<sup>*</sup> en muros laterales del canal de descarga</b>	
9.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s	
9.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s	
9.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s	
<b>10</b>	<b>Ensayos de evaluación en el tanque amortiguador, en el canal de descarga con fila de piezas en “L” invertida al 2<sup>do</sup> escalón, fila de piezas 2<sup>*</sup> sobre la cubeta de lanzamiento, piezas 1<sup>*</sup> únicas en “V” sobre los escalones 7, 12, 17; en el fondo del tanque fila de piezas 3,4<sup>*</sup> a 91.26m a partir de la mochila, piezas 5<sup>*</sup> en muros laterales del canal de descarga, sin contra azud</b>	



10.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s	
10.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s	
10.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s	
11	<b>Ensayos de evaluación en el tanque amortiguador, en el canal de descarga con fila de piezas<sup>1*</sup> en “L” invertida al 2<sup>do</sup> y 17<sup>mo</sup> escalón, fila de piezas <sup>2*</sup> sobre la cubeta de lanzamiento, piezas <sup>1*</sup> únicas en “V” sobre los escalones 7, 12, 17; en el fondo del tanque fila de piezas <sup>3,4*</sup> a 91.26m a partir de la mochila, piezas <sup>5*</sup> en muros laterales del canal de descarga, sin contra azud</b>	
11.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s	
11.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s	
11.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s	
12	<b>Ensayos de evaluación en el tanque amortiguador, en el canal de descarga con fila de piezas<sup>1*</sup> en “L” invertida al 2<sup>do</sup> escalón y redistribución de la fila en el 17<sup>mo</sup> escalón, fila de piezas <sup>2*</sup> sobre la cubeta de lanzamiento, piezas <sup>1*</sup> únicas en “V” sobre los escalones 7, 12, 17; en el fondo del tanque fila de piezas <sup>3,4*</sup> a 91.26m a partir de la mochila, piezas <sup>5*</sup> en muros laterales del canal de descarga, sin contra azud</b>	
12.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s	
12.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s	
12.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s	
13	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con geometría original más 4 dientes deflectores a la elevación 1587msnm</b>	
13.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s	
13.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s	
13.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s	
14	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con geometría original más 4 dientes deflectores a la elevación 1587msnm, sin contra azud</b>	
14.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s	
14.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s	
14.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s	
15	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con geometría original más 4 dientes deflectores a la elevación 1587msnm, sin contra azud, sin 14 dientes deflectores sobre la cubeta de lanzamiento</b>	
15.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s	
15.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s	

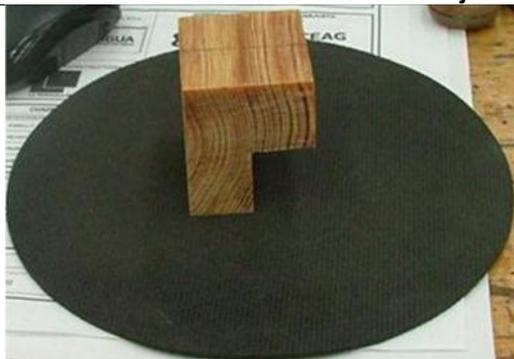


15.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
16	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con geometría modificada con 4 dientes deflectores a la elevación 1587msnm, con 5 dientes deflectores prismáticos sobre la cubeta de lanzamiento, sin contra azul</b>
16.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
16.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
16.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
17	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con geometría modificada con 4 dientes deflectores a la elevación 1587msnm con un ancho de 6m, con 5 dientes deflectores prismáticos sobre la cubeta de lanzamiento, sin contra azul</b>
17.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
17.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
17.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
18	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con geometría original más 5 dientes deflectores a la elevación 1587msnm con un ancho de 6m, sin contra azul</b>
18.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
18.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
18.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
19	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con geometría original redistribución de pilas, se agrega una 8<sup>va</sup>, más 5 dientes deflectores a la elevación 1587msnm con un ancho de 6m, sin contra azul</b>
19.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
19.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
19.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s
20	<b>Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con geometría original redistribución de pilas, se agrega una 8<sup>va</sup>, más 5 dientes deflectores a la elevación 1587msnm con un ancho de 5m, sin contra azul</b>
20.1	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 959m <sup>3</sup> /s
20.2	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 2,397 m <sup>3</sup> /s
20.3	Ensayos con la estructura modificada para un gasto de 4,795m <sup>3</sup> /s

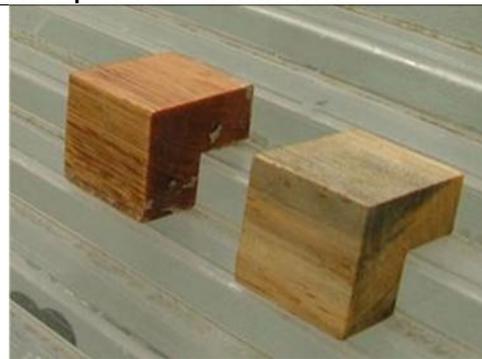
Para cada serie se hicieron combinación de varias estructuras que ayudaran a que el flujo disipe mayor energía al final de vertedor escalonado, estas estructuras se probaron en el modelo físico. Como se observa en las ilustraciones siguientes:



**Ilustración 3.20** Conjunto de dispositivos probados en el modelo.



**Ilustración 3.21** Piezas 1\* en "L" invertida, de 2.4m de altura



**Ilustración 3.22** Colocación de las piezas 1\* en "L" invertida.



**Ilustración 3.23** Disipador de dado pieza 2\*, de 2.5 metros de altura



**Ilustración 3.24** Colocación de los dados sobre la cubeta de lanzamiento.



**Ilustración 3.25 Bloques de impacto, pieza 3\*, de 6.25 metros de altura.**



**Ilustración 3.26 Colocación de piezas 3\*, y 4\*, la piezas 3 la mitad del ancho de la pieza 4.**



**Ilustración 3.27 Retención de salpicaduras, pieza 5\*, de 43.9 metros de longitud.**



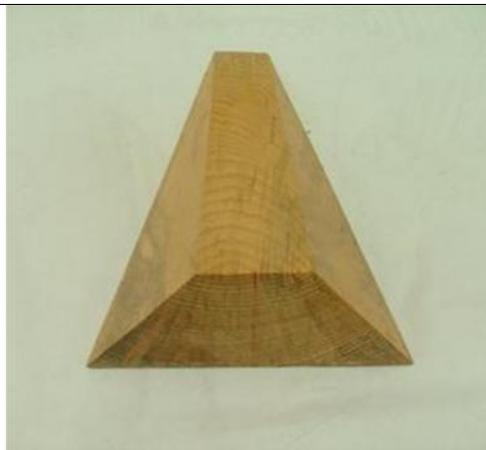
**Ilustración 3.28 Colocación de pieza 5\* sobre las paredes laterales del canal.**



**Ilustración 3.29 Deflectores sobre escalones de la rápida, pieza 6\*.**



**Ilustración 3.30 Colocación de los deflectores sobre escalones de la rápida. Pieza 6\*.**



**Ilustración 3.31** Pieza 7\* Dientes deflectores prismáticos.



**Ilustración 3.32** Ubicación de dientes deflectores prismáticos.

### ***Serie 1 presiones***

Se obtuvieron presiones sobre la rápida del vertedor en puntos ubicados como se muestra en la Ilustración 3.33 Distribución de piezómetros Ilustración 3.33. Los resultados de las presiones para el gasto de diseño se muestran en la Ilustración 3.34. Sobre la margen izquierda al final de la rápida se midieron presiones de 9.512 mca como máxima registrada, por el contrario sobre la margen derecha se obtuvo una presión negativa de -4.461 mca. La distribución de presiones corresponde a la distribución del flujo sobre el canal de descarga del vertedor, el cual presenta irregularidades, con lo que se obtiene también variaciones en la incorporación de aire al flujo.

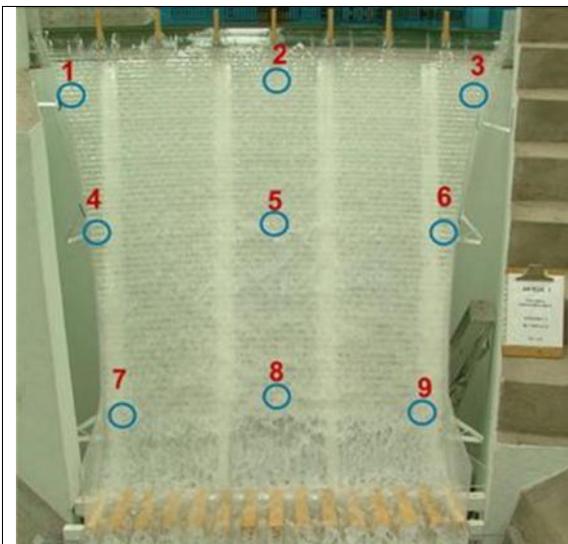


Ilustración 3.33 Distribución de piezómetros

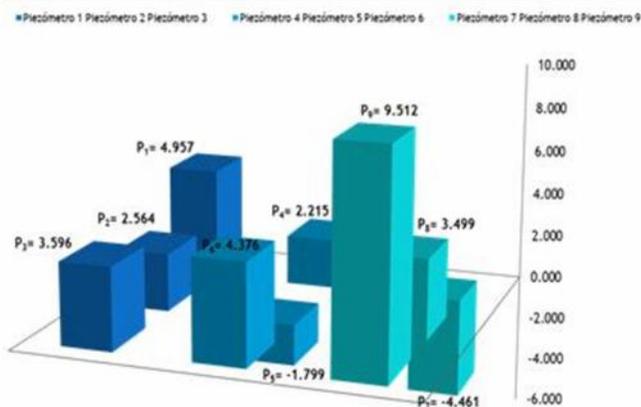


Ilustración 3.34 Presiones registradas sobre la rápida, para el gasto de diseño  $4,795 \text{ m}^3/\text{s}$

### Serie 1 velocidades

Se tomaron mediciones de velocidades en la estación 552.2574 sobre el cauce aguas abajo. Se realizaron 13 mediciones de velocidad a lo ancho de la sección. En la Ilustración 3.35 se muestra la distribución de las velocidades medidas en la sección.



**Ilustración 3.35 Sección de medición de velocidades**



**Ilustración 3.36 Sección de medición de velocidades**



**Ilustración 3.37 Gráfica de velocidades para el gasto de diseño  $4,795 \text{ m}^3/\text{s}$**

Las velocidades mayores se presentan en la margen izquierda, correspondiente al lado exterior de la curva del cauce.

**Tabla 3.5 Determinación de la velocidad media en la sección**

	DISTANCIA (m)	0	7	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72
	VELOCIDAD (m/s)	0	4.978	5.374	5.070	4.957	4.752	3.330	2.963	2.758	2.666	1.775	2.121	2.687	2.044	0.000
PROTOTIPO	$V_{\text{máx}}$ (m/s)	5.374														
	VELOCIDAD PROMEDIO (m/s)	3.498														
	VELOCIDAD PONDERADA (m/s)	3.479														
	VELOCIDAD MEDIA (m/s)	4.860														



Debido a la variabilidad de las velocidades en la sección, la determinación de la velocidad media se torna complicada. Por lo anterior, se probaron 4 formas de cálculo:

*Velocidad promedio.* Cálculo del promedio de todas las velocidades medidas en la sección.

*Velocidad media.* Resultado de dividir el gasto de diseño entre el área de la sección hidráulica obtenida del modelo.

$$v_{med} = \frac{Q}{A} \quad 3-22$$

Donde:

$v_{med}$  = velocidad media, m/s

Q = gasto, 4,795 m<sup>3</sup>/s,

A = área hidráulica de la sección, 985.75 m<sup>2</sup>

### SECCIÓN 2



Ilustración 3.38 Figura sección transversal

*Velocidad ponderada.* Se dividió el área hidráulica en dovelas representativas de cada punto de muestreo o toma de velocidad, ponderando la suma del producto área-velocidad de cada dovela entre el área total de la sección.

$$\frac{\sum_{i=1}^n v_i \cdot A_i}{A} = \frac{v_1 \cdot A_1 + v_2 \cdot A_2 + \dots + v_n \cdot A_n}{A} \quad 3-23$$

Donde:

V = velocidad en el punto de medición, m/s



Q= gasto, m<sup>3</sup>/s

A= área hidráulica de influencia en la dovela “n”, m<sup>2</sup>

## SECCIÓN 2

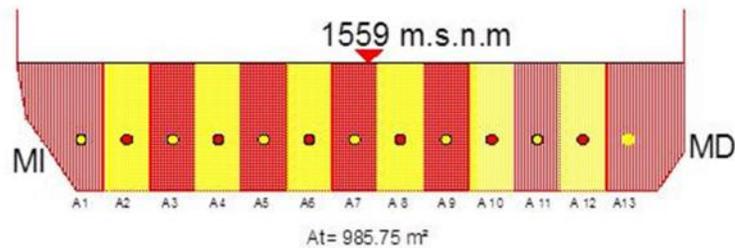


Ilustración 3.39. Figura sección transversal con dovelas

Coefficiente de Boussinesq. Se determinó el coeficiente de variabilidad de las mediciones en la sección. La velocidad media se determinó multiplicando este coeficiente por la velocidad promedio.

$$\beta \approx \frac{1}{AV^2} \sum_{i=1}^n v_i^2 \Delta A_i$$

3-24

Donde:

$\beta$ = coeficiente de Boussinesq

$v_i$ = Componente vertical de la velocidad a una profundidad h, m/s

$\Delta A$ =Diferencial de área correspondiente a la velocidad, m<sup>2</sup>

V= velocidad media, m/s

A= área total, m<sup>2</sup>

La velocidad representativa de la prueba sería la que se aproxime más a la velocidad media. Sin embargo, todas las velocidades obtenidas resultaron menores que la media, excepto la máxima que resulta ser mayor.

Los resultados demuestran que las velocidades resultan ser menores o del orden de los obtenidos con el modelo numérico HEC-RAS.

## ***Velocidades superficiales en el canal de descarga***

Se tomaron velocidades superficiales en la rápida con un velocímetro laser Stalker 2012.



**Ilustración 3.40** Vista general para la lectura de velocidades



**Ilustración 3.41** Medición sobre la rápida

Se tomaron mediciones de velocidades a  $1/4$ ,  $1/2$  y  $3/4$  de la rápida, para el gasto medio y máximo, la velocidad máxima se alcanza en el último tercio de la rápida donde la velocidad obtenida fue de 30.6 m/s para el gasto de diseño, tal como se muestra en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6 Resultados de velocidades sobre la rápida para el gasto de diseño.

Evaluación del STALKER 2012

DESCRIPCIÓN DEL SITIO			GEOMETRÍA DEL CANAL			STALKER PRIMERA VEZ							SEGUNDA VEZ							Velocidad prototipo (m/s)	Ubicación de disparo	Velocidades promedio (m/s)
Gasto (m <sup>3</sup> /s)	Ubicación desde la parte superior	Nota	Paredes del canal	Tipo de sección	Pendiente del canal (deg.)	Distancia al agua (m)	Ubicación del radar	Angulo Stalker (deg)	Velocidad Stalker (m/s)	Angulo de incidencia (deg)	Incidencia relativa a agua (deg)	Velocidad corregida (m/s)	Ubicación del radar	Angulo Stalker (deg)	Velocidad Stalker (m/s)	Angulo de incidencia (deg)	Incidencia relativa a agua (deg)	Velocidad corregida (m/s)				
4,735	1/4 ---	Parte superior	acrílico	escaladores	.39	150	LOOKING UPSTREAM	0	1.9	90	51	2.4	LOOKING UPSTREAM	0	1.8	90	51	2.3	16.3777755	1/4	18.7	
4,735	1/4	Parte superior	acrílico	escaladores	.39	150	LOOKING UPSTREAM	0	2.2	90	51	2.8	LOOKING UPSTREAM	0	2.3	90	51	3.0	20.9271575			
4,735	1/2 ---	Parte central	acrílico	escaladores	.39	150	LOOKING UPSTREAM	0	2.5	90	51	3.2	LOOKING UPSTREAM	0	2.5	90	51	3.2	22.7469104	1/2	24.6	
4,735	1/2	Parte central	acrílico	escaladores	.39	150	LOOKING UPSTREAM	0	2.8	90	51	3.6	LOOKING UPSTREAM	0	2.9	90	51	3.7	26.386416			
4,735	3/4	Parte inferior	acrílico	escaladores	.39	150	LOOKING UPSTREAM	0	3.2	90	51	4.1	LOOKING UPSTREAM	0	3.2	90	51	4.1	23.1160453	3/4	30.6	
4,735	3/4 ++	Parte inferior	acrílico	escaladores	.39	150	LOOKING UPSTREAM	0	3.3	90	51	4.2	LOOKING UPSTREAM	0	3.4	90	51	4.4	30.9357981			
4,735	3/4 +++	Parte inferior	acrílico	escaladores	.39	150	LOOKING UPSTREAM	0	3.5	90	51	4.5	LOOKING UPSTREAM	0	3.5	90	51	4.5	31.8456745			

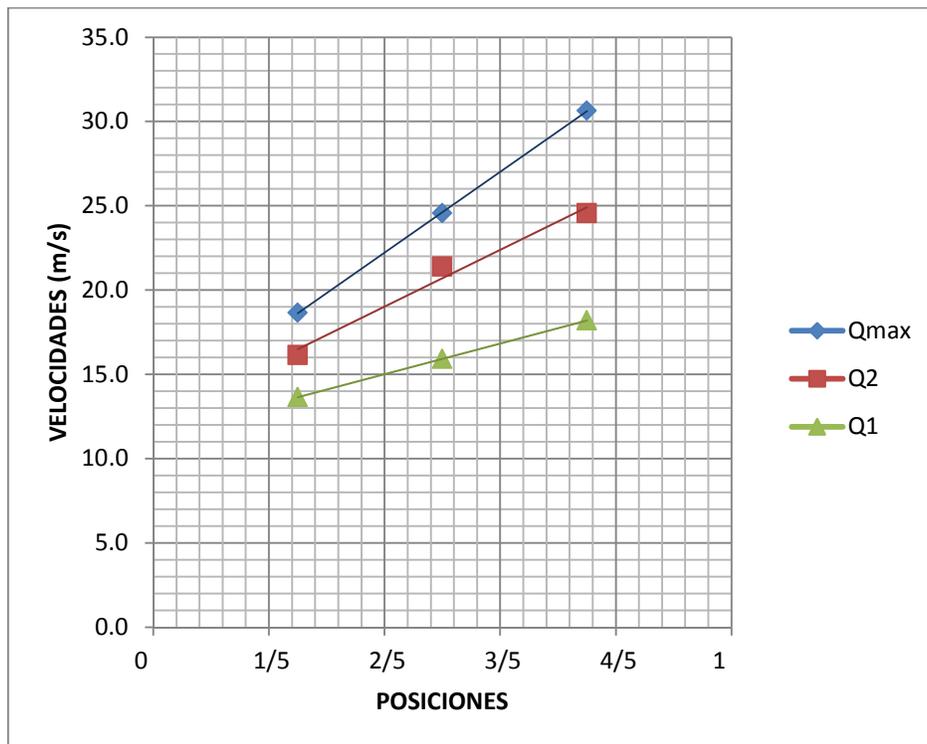


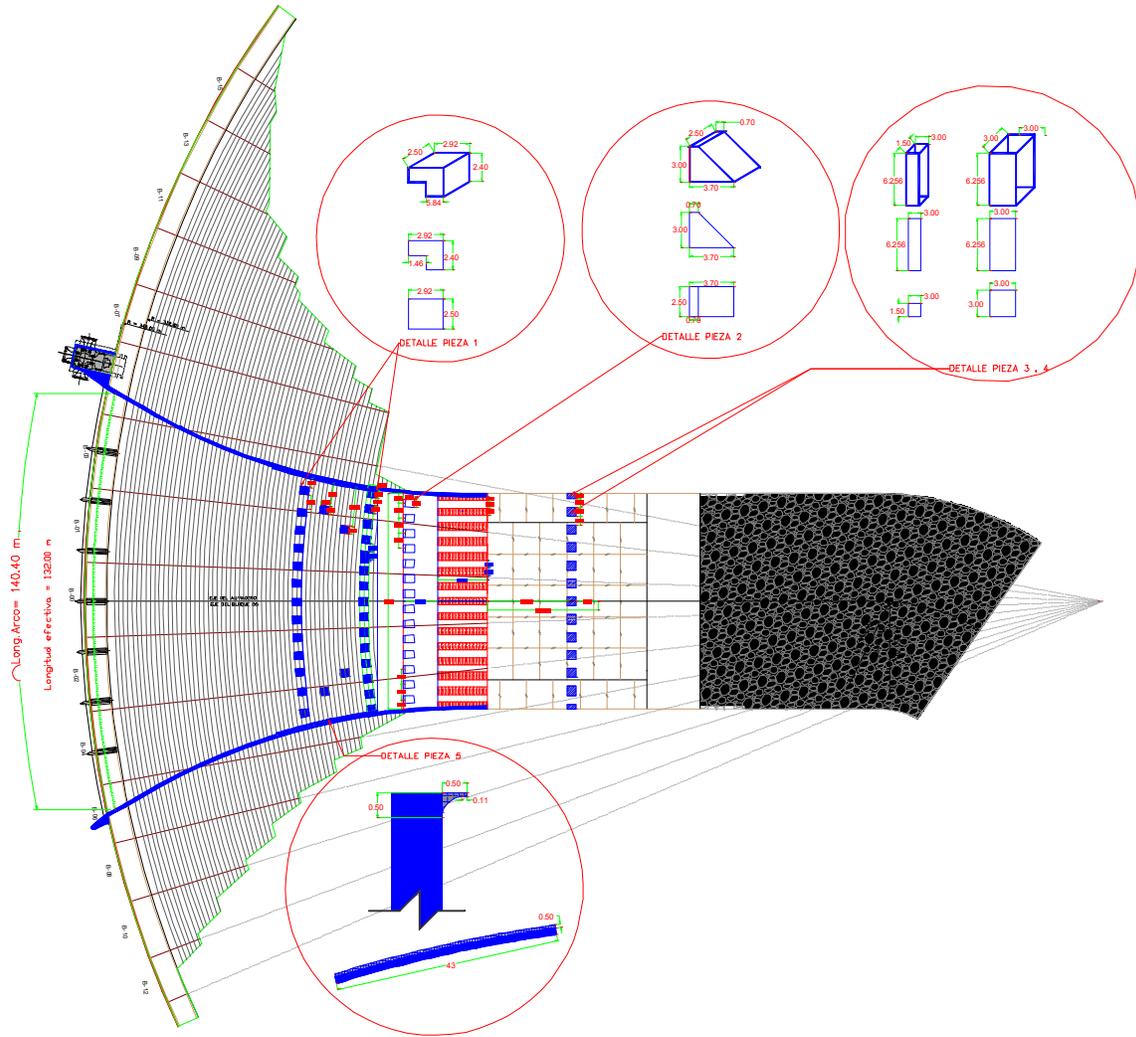
Ilustración 3.42 Gráfica general de velocidades sobre la rápida para los gastos evaluados. (Valores de prototipo)

## Series aprobadas con el mejor funcionamiento

### Serie 12.

Ensayos de evaluación en el tanque amortiguador, en el canal de descarga con fila de piezas 1\* en “L” invertida al 2do escalón y redistribución de la fila en el 17mo escalón, fila de piezas 2\* sobre la cubeta de lanzamiento, piezas 1\* únicas en “V” sobre los escalones 7, 12, 17; en el fondo del tanque fila de piezas 3\* a 91.26m a partir de la mochila, piezas 5\* en muros laterales del canal de descarga, sin contra azud.

Se colocan piezas sobre la margen derecha e izquierda formando una “v” sobre los escalones 7, 12 y 17 y se redistribuyen las filas en “L” invertida del 2do y 17mo escalón para distribuir el flujo a lo ancho del tanque, en el fondo del tanque se colocó una fila de piezas 3\* a 91.26m a partir de la mochila hacia aguas abajo, se agregó piezas 5\* en la parte superior de los muros laterales del canal de descarga, se retiró el contra azud. Ver Ilustración 3.43.



**Ilustración 3.43** Croquis del arreglo general del modelo para la serie 12.

Las Sigüientes ilustraciones muestran el funcionamiento general para el gasto de diseño.



**Ilustración 3.44** Vista general del arreglo de la serie 12.



**Ilustración 3.45** Funcionamiento de la rápida y tanque amortiguador con gasto de diseño



**Ilustración 3.46** Salida sobre la cubeta de lanzamiento con el gasto de diseño



**Ilustración 3.47** Alcance del chorro de agua con el gasto de diseño, entre 40m y 60 m

Con este arreglo se observó lo siguiente:

1. Disminución del flujo en el canal de descarga en las márgenes cercanas a los muros cajoneros
2. Las perturbaciones en la superficie del agua se mitigan por debajo de la corona de los muros laterales del tanque amortiguador.
3. Distribución del flujo a lo ancho del tanque.
4. Disminución de la recirculación en el área de los muros laterales (zonas muertas)
5. La perturbación de la superficie libre del agua (SLA) se mantiene dentro del tanque, concentrando el flujo a la mitad del tanque
6. Disminuyen notablemente las perturbaciones a la salida del tanque amortiguador aun sin la presencia de los bloques del contrazud.
7. El alcance del chorro es menor a 60 metros a lo largo del tanque amortiguador.

### ***Serie 12 presiones***

Se obtuvieron presiones sobre la rápida del vertedor en los puntos mostrados en la Ilustración 3.48. Los piezómetros 10 al 14 miden las presiones sobre la cara superior de las piezas tipo 1\*. El piezómetro 15 colocado en la cara frontal del dado central tipo 2\*, midió una presión de 45.593 mca como máxima registrada, los piezómetros 7 al 9 miden las presiones sobre el último escalón. En el piezómetro 7, colocado en la margen derecha del canal se obtuvo una presión negativa de -1.223 mca.



Ilustración 3.48 Distribución de piezómetros en la rápida del vertedor.

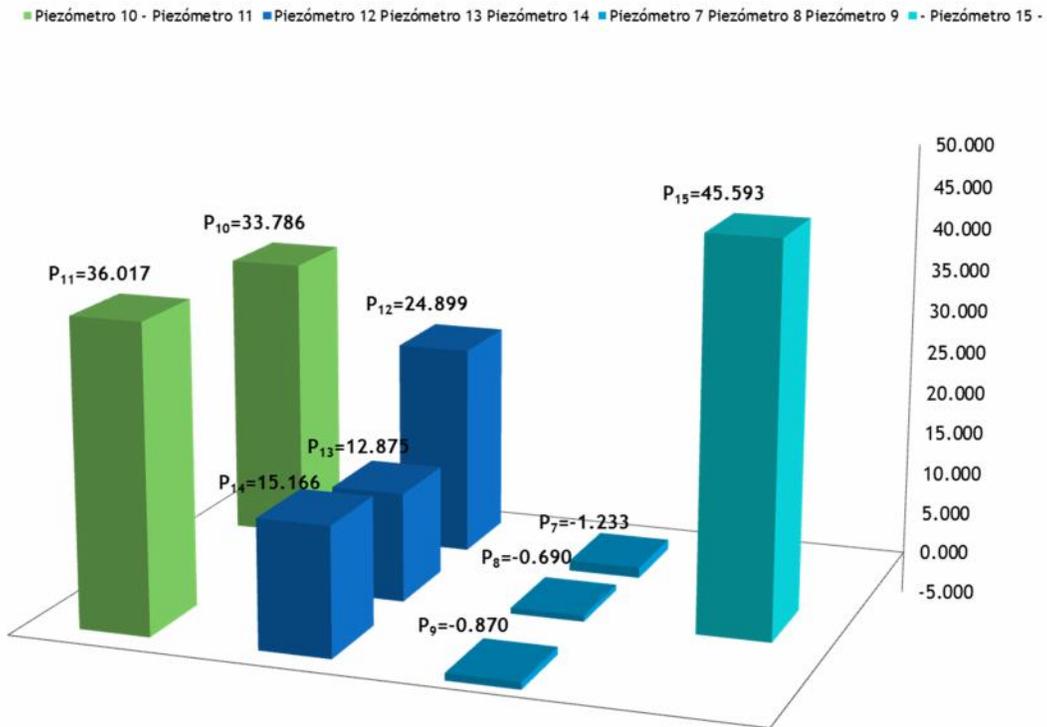


Ilustración 3.49 Presiones registradas sobre la rápida, para el gasto de diseño 4,795 m<sup>3</sup>/s

## Serie 12 velocidades

Se tomaron velocidades en la estación 552.2574 sobre el cauce aguas abajo, en donde se obtiene una velocidad ponderada para el gasto de diseño de 3.664 m/s, y una velocidad máxima para el gasto de diseño de 5.629 m/s. Cabe destacar que la velocidad media, calculada con el gasto de diseño dividido entre el área hidráulica de la sección es de 4.86 m/s.

Tabla 3.7 Determinación de la velocidad media en la sección

PROTOTIPO	DISTANCIA (m)	0	7	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72
	VELOCIDAD (m/s)	0	4.243	5.353	4.914	5.629	4.059	3.550	2.956	2.998	2.418	1.464	1.817	3.203	4.342	0.000
	$V_{m\acute{a}x}$ (m/s)=5.629															
	VELOCIDADES PROMEDIO(m/s)=3.611	$v \cdot \beta$														
	VELOCIDAD PONDERADA (m/s)= 3.664	4.064														
VELOCIDAD MEDIA (m/s)=4.860																

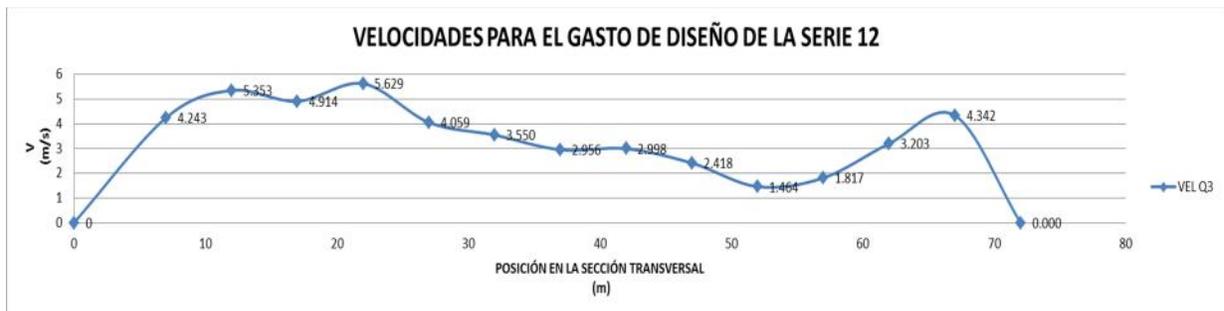
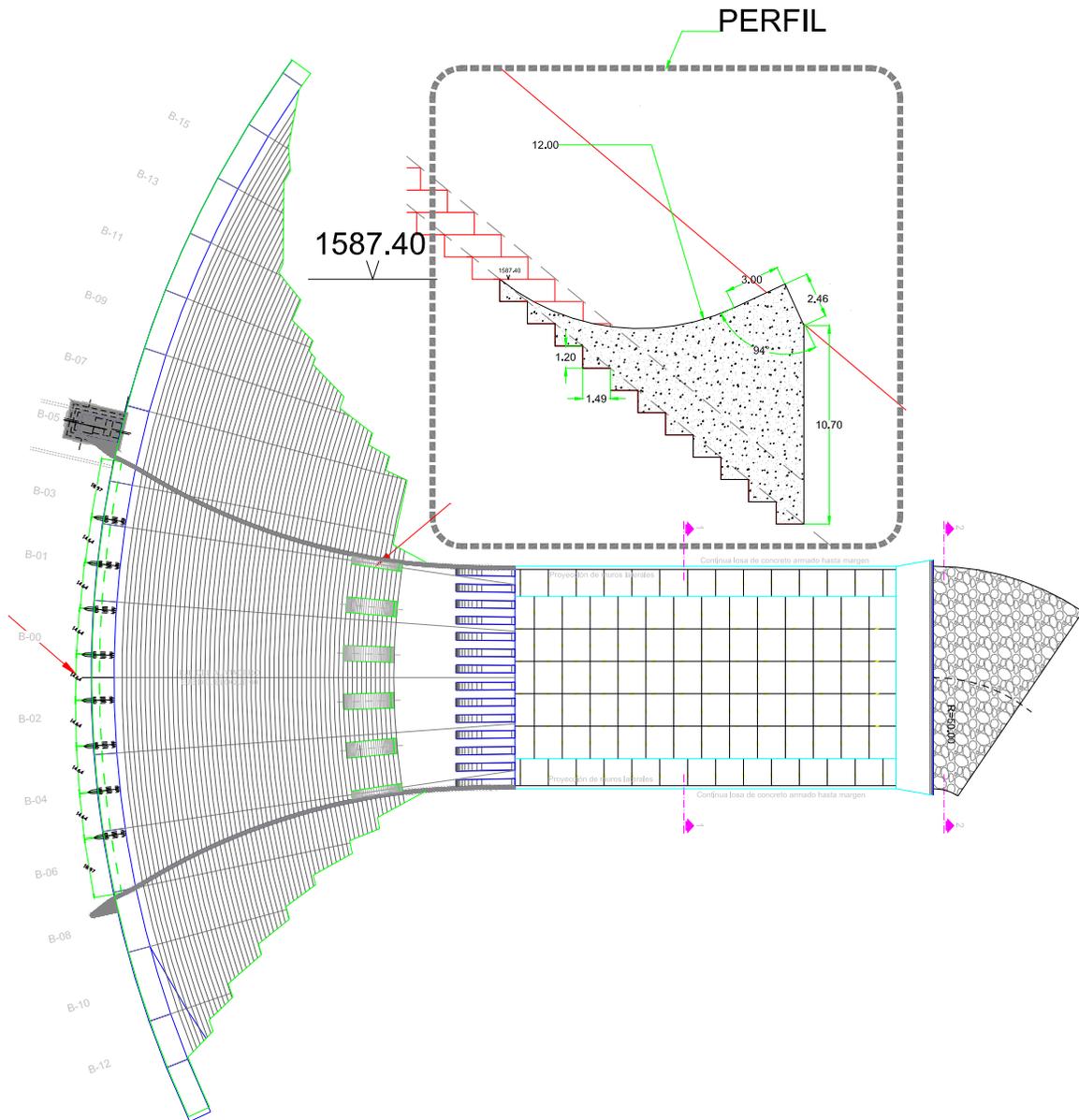


Ilustración 3.50 Gráfica de velocidades para el gasto de diseño 4,795 m<sup>3</sup>/s.

## Serie 20.

Ensayos de evaluación en el canal de descarga, con geometría original redistribución de pilas, se agrega una 8<sup>va</sup>, más 5 dientes deflectores a la elevación 1587msnm con un ancho de 5m, sin contra azud



**Ilustración 3.51 Croquis del arreglo general para la serie 20.**



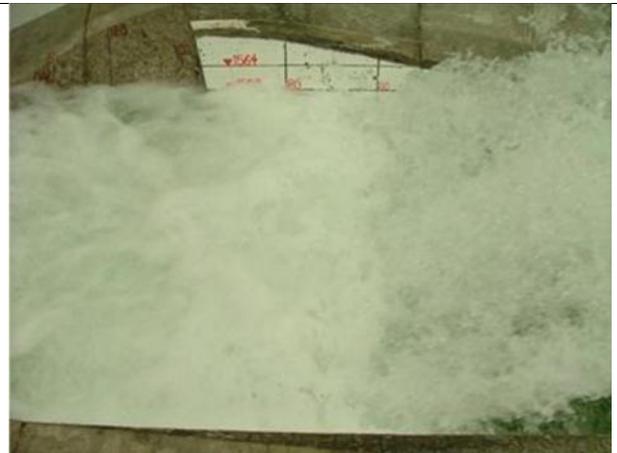
**Ilustración 3.52 Vista general del arreglo de la serie 20**



**Ilustración 3.53 Funcionamiento de la rápida y tanque amortiguador con gasto de diseño**



**Ilustración 3.54 Salida del flujo sobre la cubeta de lanzamiento con el gasto de diseño**



**Ilustración 3.55 Alcance del chorro de agua con el gasto de diseño, mayor a 60 m**

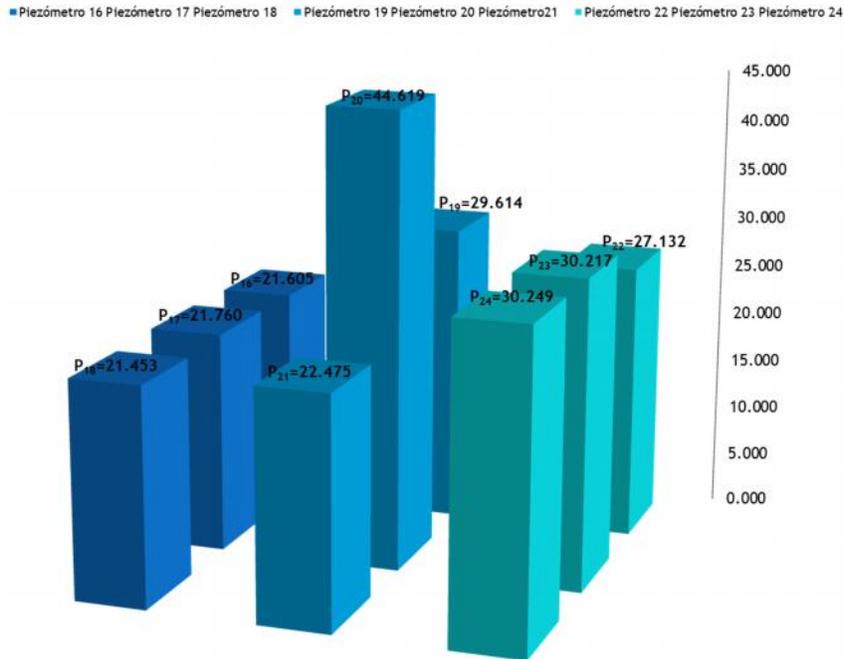
## **Serie 20 presiones**

Se obtuvieron presiones del fondo del tanque amortiguador, en los deflectores ubicados en la mochila, en los deflectores sobre la rápida y en el muro lateral de la rápida sobre la margen derecha, en los puntos mostrados en la Ilustración 3.56. Distribución de piezómetros en el tanque amortiguador. Ilustración 3.56, Ilustración 3.58, Ilustración 3.59 e Ilustración 3.60 respectivamente.

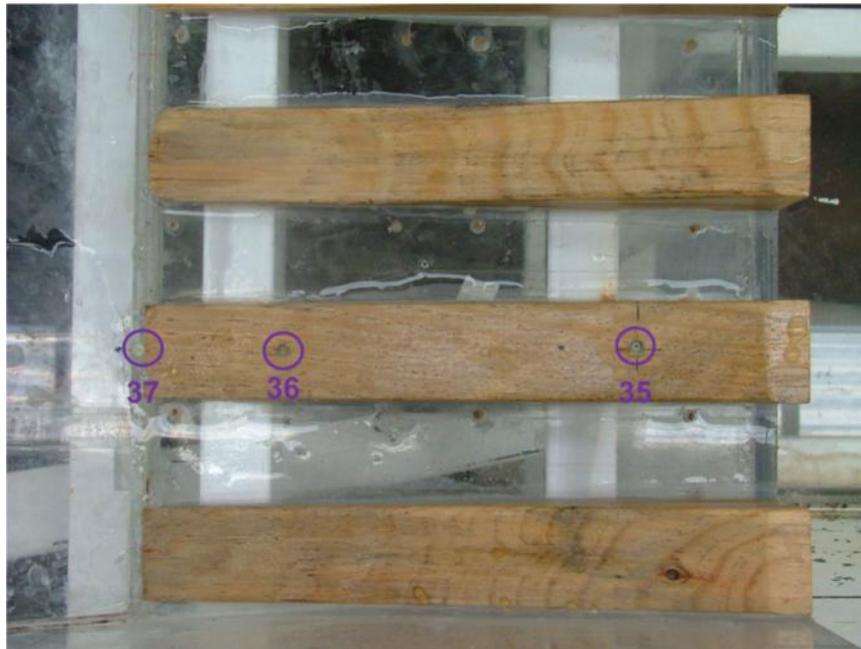


**Ilustración 3.56. Distribución de piezómetros en el tanque amortiguador.**

Se observó al centro de tanque en el piezómetro 20 presiones de 44.619mca como máxima registrada.



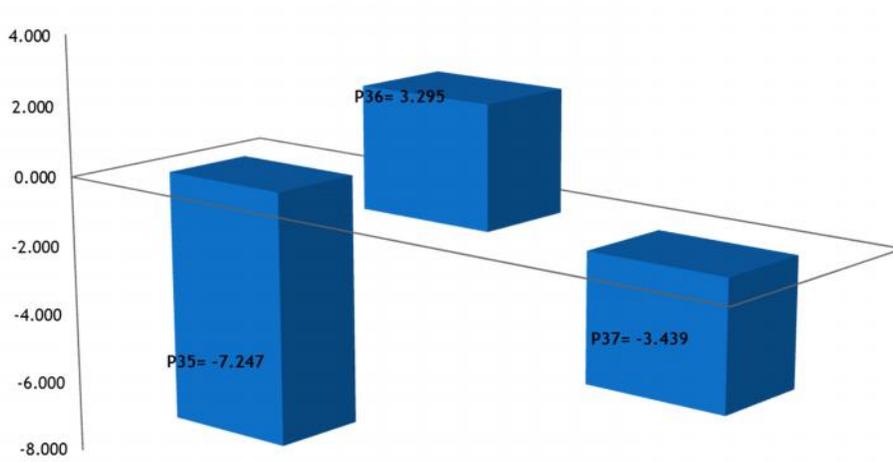
**Ilustración 3.57** Presiones registradas en el fondo del tanque para el gasto de diseño  $4,795 \text{ m}^3/\text{s}$



**Ilustración 3.58** Distribución de piezómetros en las piezas deflectoras sobre la mochila.

Se observaron presiones negativas a la salida y al inicio de la pieza deflector de  $-7.247$  y  $-3.439$  en los piezómetros 35 y 37

Piezómetro 35, Piezómetro 36, Piezómetro 37



**Ilustración 3.59** Presiones registradas en las piezas deflectoras sobre la mochila para el gasto de diseño  $4,795 \text{ m}^3/\text{s}$



**Ilustración 3.60** Distribución de piezómetros en los deflectores ubicados en la rápida

Se observaron presiones negativas a la salida de la pieza deflectora de  $-8.524$  y  $-5.889$  En los piezómetros 26 y 31 respectivamente.

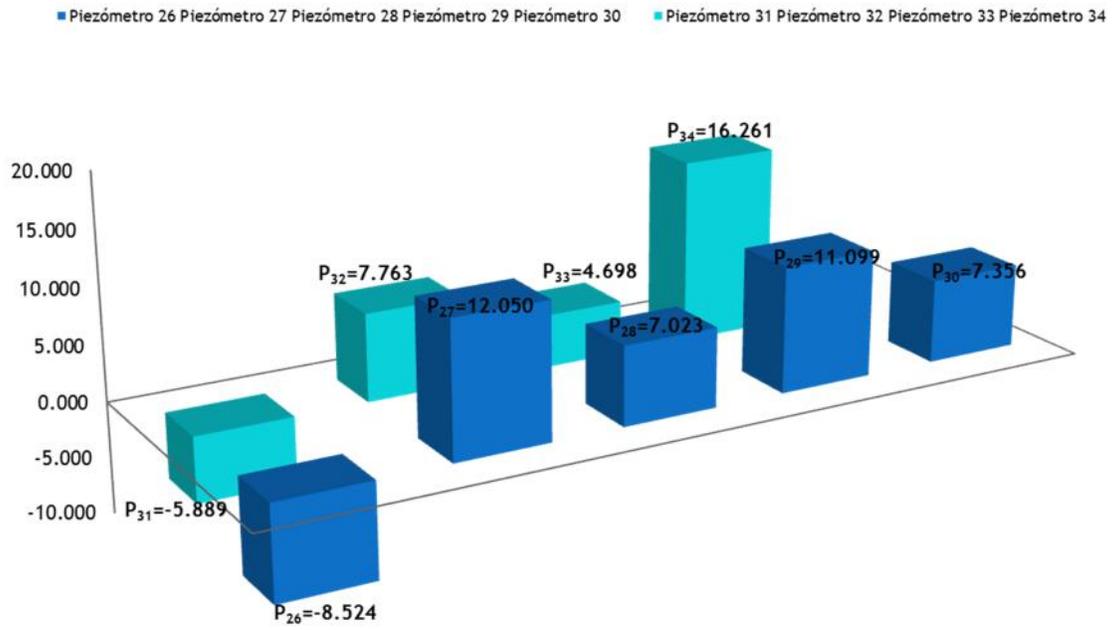


Ilustración 3.61 Presiones registradas en los deflectores ubicados en la rápida, para el gasto de diseño 4,795 m<sup>3</sup>/s



Ilustración 3.62 Distribución de piezómetros en el muro sobre la margen derecha.

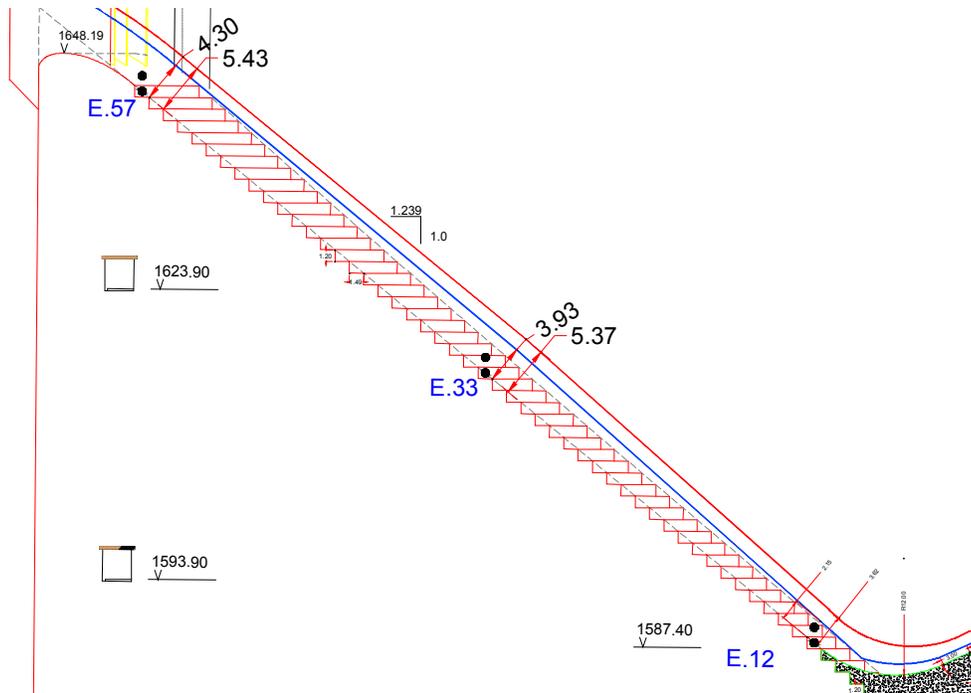


Ilustración 3.63 Perfil de la localización sobre los escalones (E.12, E.33, E.57) de los piezómetros en el muro sobre la margen derecha.

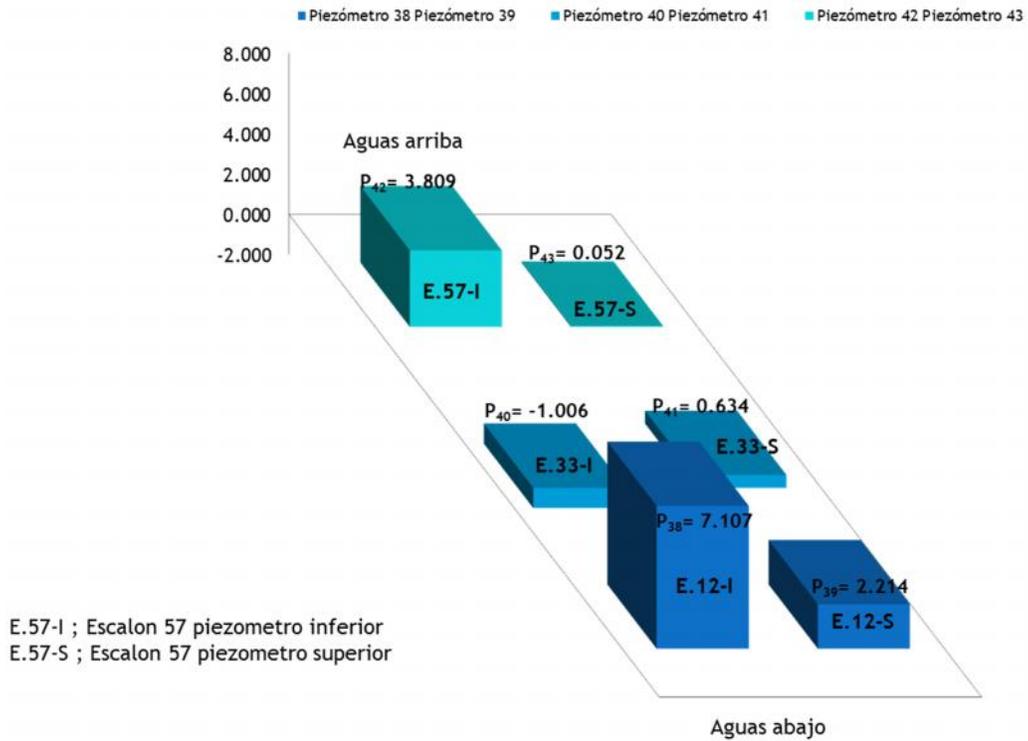


Ilustración 3.64 Presiones registradas en los piezómetros en el muro sobre la margen derecha, para el gasto de diseño 4,795 m<sup>3</sup>/s

## Serie 20 velocidades

Se hicieron mediciones de velocidades en la estación 552.2 sobre el cauce aguas abajo, en donde se obtuvo una velocidad ponderada para el gasto de diseño: 4,795 m<sup>3</sup>/s, y una velocidad máxima para el gasto de diseño: de 4.598 m/s y 6.102 m/s respectivamente.

Tabla 3.8 Determinación de la velocidad media en la sección

	DISTANCIA (m)	0	7	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	
	VELOCIDAD (m/s)	0	4.851	6.025	6.102	5.501	5.254	5.226	4.462	3.500	2.666	2.029	3.104	2.970	3.309	0.000	
PROTOTIPO	V <sub>máx</sub> (m/s)=6.102																
	VELOCIDAD PROMEDIO (m/s)=4.231																
	VELOCIDAD PONDERADA (m/s)=	4.209															
	VELOCIDAD MEDIA (m/s)=4.860																
			V*β														
			4.598														



Ilustración 3.65 Gráfica de velocidades para el gasto de diseño 4,795 m<sup>3</sup>/s

## 4. MODELACIÓN NUMÉRICA

### Modelación matemática en CFD: Flow 3D

Este software resuelve numéricamente por diferencias finitas las ecuaciones de Navier – Stokes y de continuidad. Éstas son ecuaciones diferenciales de segundo orden, no lineales y dependientes del tiempo, en donde la solución numérica de las mismas implica aproximar los términos que la componen con expresiones algebraicas (FlowScience, 2008).

El programa consta también de varios módulos complementarios para la resolución de distintos problemas, tales como el transporte de sedimentos, cuerpos sólidos en movimiento y escurrimiento en medios porosos (De Dios *et al*, 2010).

Para los problemas de flujos considerados incompresibles, la ecuación de continuidad está definida por la ecuación 4-1.

est definida por la ecuación 4-1

$$\frac{\partial}{\partial x} (\mu A_x) + R \frac{\partial}{\partial y} (v A_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\omega A_z) + \xi \frac{v A_x}{x} = \frac{R_{SOR}}{\rho} \quad 4-1$$

Cuando se trabaja con el sistema de coordenadas cartesianas,  $R_{SOR}$  es igual a la unidad y  $\xi$  es igual a cero.  $R_{SOR}$  contempla las fuentes de masa y  $A$  son las fracciones de áreas abiertas al flujo en las direcciones  $x, y, z$ .

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido en las direcciones  $x, y, z$  están definidas por las ecuaciones 4-2, 4-3 y 4-4 respectivamente, y son conocidas como ecuaciones de cantidad de movimiento.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ v A_x \frac{\partial v}{\partial x} + v A_y \frac{\partial v}{\partial y} + \omega A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right\} - \xi \frac{A_x}{x} \frac{v^2}{V_F} \quad 4-2$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + G_x + f_x - b_x - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (v - v_w - \delta v_s)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ v A_x \frac{\partial v}{\partial x} + v A_y \frac{\partial v}{\partial y} + \omega A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right\} + \zeta \frac{A_1 v u}{x V_F}$$

$$= -\frac{1}{\rho} \left( R \frac{\partial p}{\partial y} \right) + G_y + f_y - b_y - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (v - v_w - \delta v_s)$$
4-3

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ v A_x \frac{\partial \omega}{\partial x} + v A_y \frac{\partial \omega}{\partial y} + \omega A_z \frac{\partial \omega}{\partial z} \right\}$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + G_z + f_z - b_z - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (\omega - \omega_w - \delta \omega_s)$$
4-4

En estas ecuaciones,  $G$  es la aceleración de la masa según la dirección que indica en subíndice,  $f$  es la aceleración viscosa,  $b$  es la pérdida en medios porosos y los últimos términos corresponden a fuentes de masa representadas por componentes geométricos.

Para la representación de la turbulencia hay cinco modelos disponibles: el modelo de longitud de mezcla de Prandtl, los modelos K-E de una y dos ecuaciones, un modelo basado en los métodos RNG (*RenormalizationGroup*) y un modelo de simulación de grandes vórtices LES (*Large Eddy Simulation*) (FlowScience, 2008).

El espacio que se pretende modelar es discretizado mediante una malla estructurada de celdas prismáticas donde se aplican las ecuaciones mencionadas anteriormente y las resuelve numéricamente mediante dos métodos posibles: la sobrerelajación sucesiva y la alternación de la dirección especial.

Para la modelación Numérica se ocupará el Software de Flow 3D™ que permite simulaciones de los flujos de superficie libre, en donde se pueden estudiar la distribución de presiones, velocidades, etc. Para ello, se tiene que generar en el programa de Autocad 3D el modelo digital de la geometría para después exportarlo a Flow 3D.

La particularidad que caracteriza a este modelo CFD es su capacidad de modelar la superficie libre del fluido a lo largo del tiempo. El modelo permite que una celda esté parcialmente ocupada por el fluido. El espacio adyacente de la celda es ocupado por un gas del cual se desprecia su inercia y es así remplazado por un espacio vacío representado por una presión y temperatura uniforme. Esto reduce en gran parte el esfuerzo de cálculo que implicaría modelar la dinámica del gas, el cual en la mayoría de los casos no tiene influencia en la dinámica de un fluido mucho más pesado, como el agua. Esto es resuelto por el método VOF (*Volumen Of Fluid*) (De Dios *et al*, 2010).

Otra característica importante del software es la aplicación del método FAVOR (*FractionalArea/VolumeObstacleRepresentation*), mediante el cual se formulan todas las ecuaciones con una función de área y volumen de porosidad. Esta función permite modelar con gran detalle geometrías complejas.

El programa no tiene un límite superior especificado en cuanto a la cantidad de celdas que puede tener una simulación; sin embargo, una malla más fina resulta en un mayor dominio de cálculo, afectando directamente el tiempo de computadora empleado en cada simulación. Por lo tanto, el grado de refinamiento de la malla computacional resulta de un compromiso entre el grado de precisión deseado en cada simulación y el tiempo de cálculo requerido. Este balance es particularmente importante en una etapa de diseño, pues requiere un proceso de aproximaciones sucesivas a la solución óptima, por el contrario, puede no resultar determinante en etapa de verificación de una única condición particular de operación.

También existe la posibilidad de mallas anidadas, esto es: definir una malla dentro de otra con una mayor densidad de celdas. De esta manera, puede evaluarse en una misma corrida problemas de distintas escalas.

En cuanto a las diferentes condiciones de borde que pueden darse sobre las seis caras de la malla ortogonal se encuentran: presiones, caudales, velocidades y niveles de agua, entre otras; que pueden variar en el tiempo .

## **Implementación del modelo FLOW 3D Vertedor escalonado de la presa el Zapotillo**

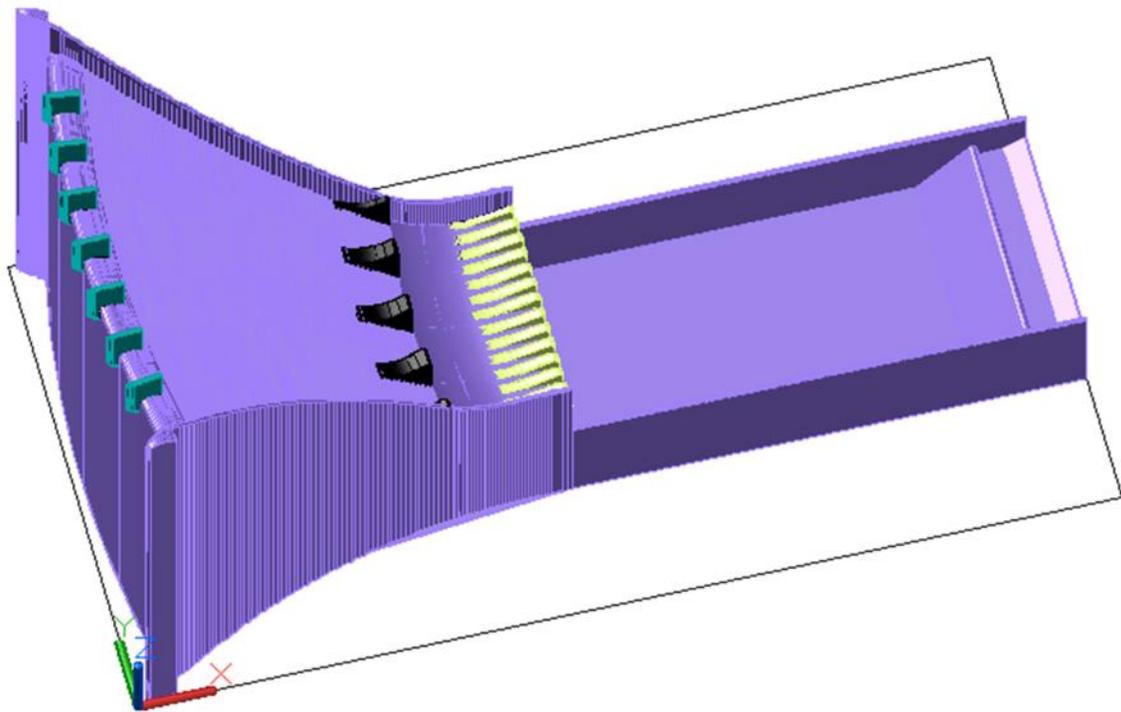
Con el fin de reducir las modificaciones del modelo físico, se implemente el modelo numérico en el software Flow 3d, con el cual nos permite modificar geometrías y características hidráulicas.

El caso de aplicación en el vertedor de la presa el Zapotillo, la modelación se hizo con dimensiones de prototipo.

Para una correcta ejecución de la modelación, a continuación se generalizan las etapas más relevantes de este proceso.

### **Construcción de la geometría**

El proceso de diseño hidráulico requiere una interacción constante con el diseño estructural, por ellos es necesario utilizar una herramienta de uso común a ambas disciplinas que permitan una rápida y eficiente comunicación. El uso de herramientas CAD se ha extendido ampliamente en el diseño de las obras civiles, y es mediante esta herramienta que se realizó el modelado en tres dimensiones de la geometría, como se observa en la Ilustración 4.1 Vertedor escalonado de la Presa el Zapotillo en 3D Ilustración 4.1. El formato de intercambio utilizado es la estereolitografía, cuya extensión es: ".stl". Se dividió la geometría en varios bloques, procurando que aquellos susceptibles de ser modificados durante el diseño, puedan ser reemplazados completamente para simplificar este proceso.



**Ilustración 4.1 Vertedor escalonado de la Presa el Zapotillo en 3D**

## Mallado

Para modelar la geometría se optó por mallas ortogonales. Se debe seguir un procedimiento de refinamiento de malla para estabilizar y asegurar la continuidad del gasto.

Posteriormente, se modeló la geometría del vertedor escalonado original (sin modificaciones) en CFD con una malla uniforme hasta obtener un caudal igual al que se obtiene en el modelo físico.

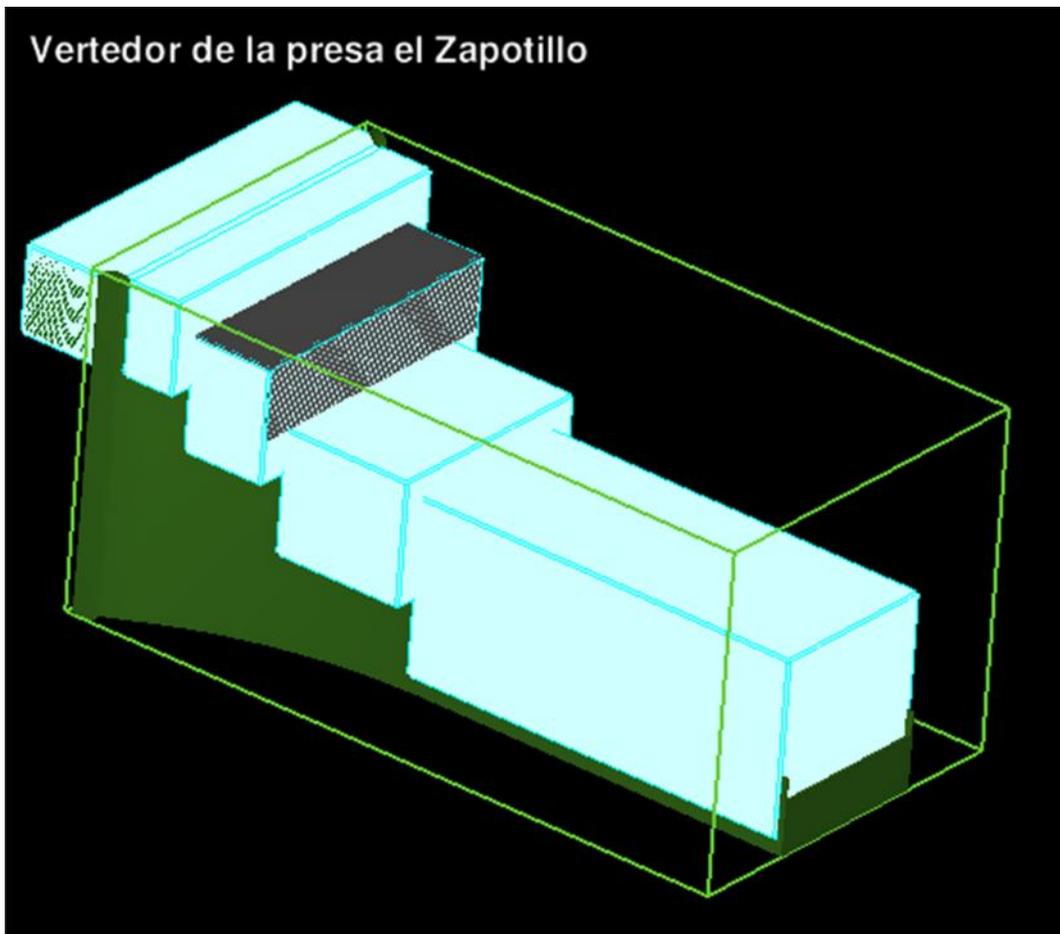


Ilustración 4.2 Mallado en la geometría del modelo

## Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera se colocaron para las diferentes 7 mallas que se colocaron en el modelo.

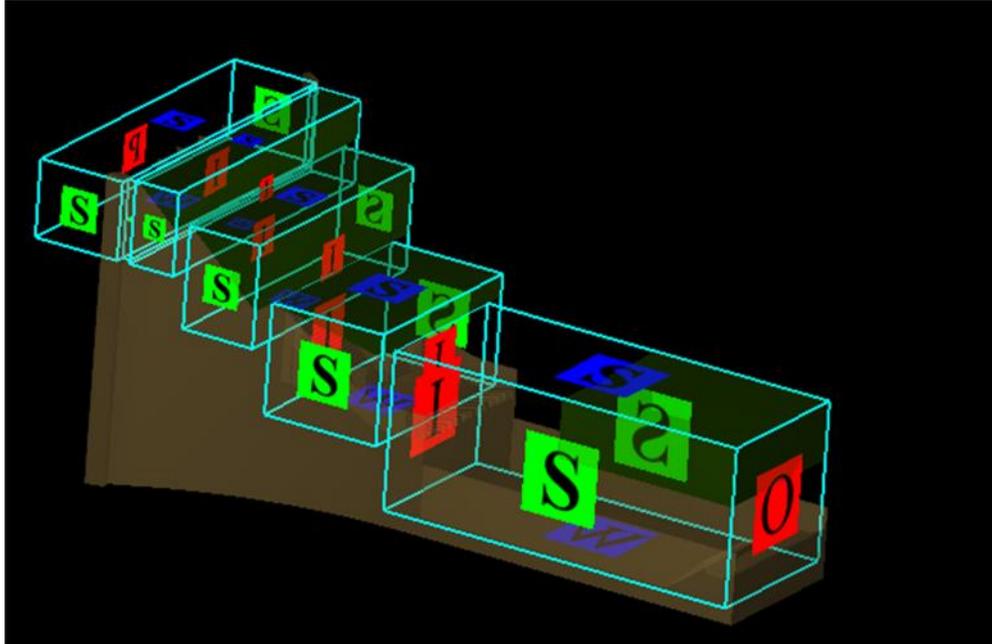


Ilustración 4.3 Condiciones de frontera para las mallas utilizadas en el modelo.

P= *Specified Pressure*

O= *Out flow*

S= *Symmetry*

I= *Interface*

W=*Wall*

Si bien es posible imponer un caudal aguas arriba, la condición de borde utilizada fue la de *Specified Pressure* ya que permitió obtener resultados más estables.

## Condiciones iniciales

La fase de modelado parte de una condición de flujo donde se llena todo el dominio con fluido con velocidad nula hasta la cota máxima del embalse. Se han ensayado otras condiciones de inicio de la corrida y en general, la condición aplicada logra estabilizarse más rápidamente que llenando el dominio con diferentes bloques de fluido, en particular si se tienen aguas abajo y aguas arriba condiciones de nivel constante, es decir, que resulta una mejor condición de inicio

un proceso de “vaciado” y no de “llenado” del dominio. (De Dios et al, 2010,). El encadenamiento (*Restart*) de simulaciones es muy importante para contar con resultados de alta resolución espacial y temporal en un tiempo de simulación adecuado.

## Simulación

Es necesario destacar el tiempo de simulación del fenómeno, el cual inicia de una condición en reposo. En este caso la condición inicial fue de empezar a correr con flujo en la rápida de vertedor. En la que observa como a lo largo de la corrida se ven la variaciones del mallado, al inicio al empezar el flujo a caer sobre la rápida las variaciones son muy notables, cuando el flujo empieza a tener una mejor dirección debido a los deflectores al final se observa que casi no hay variaciones en la corrida, y cuando el flujo llega al tanque amortiguador el flujo es muy turbulento.



Ilustración 4.4 Simulación de 25 segundos

## Resultados de la modelación Numérico

### *Presiones del vertedor escalonado y tanque amortiguador*

Las presiones que se observan en el modelo numérico para un gasto de 4,795 m<sup>3</sup>/s en la rápida del vertedor escalonado van desde -51006 Pa (-7.24 mca) hasta una presión máxima de 100083 Pa (10.205 mca), y las presiones en el tanque amortiguador se encuentran desde 210000 Pa (21.414 mca) hasta 451172 (46.008 mca). Como se observan en la Ilustración 4.5 e Ilustración 4.6.

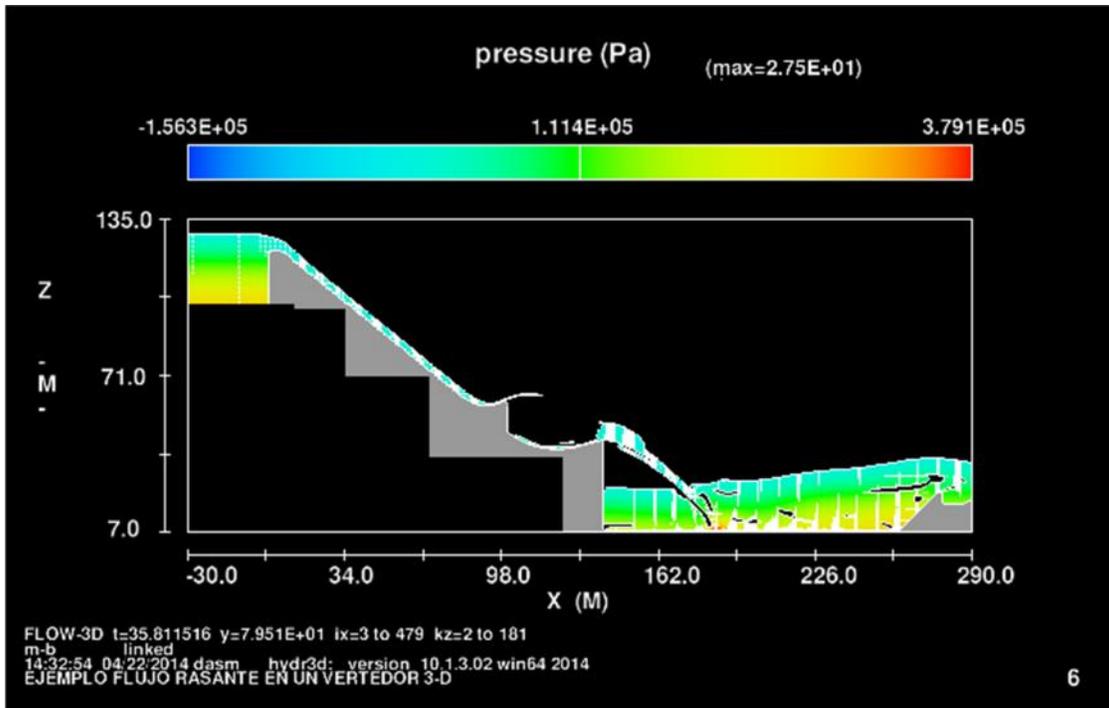


Ilustración 4.5 Vista de Perfil del vertedor con presiones para un gasto de 4,795 m<sup>3</sup>/s.

### Vertedor escalonado de la Presa Zapotillo

Time Frame: 27.50183

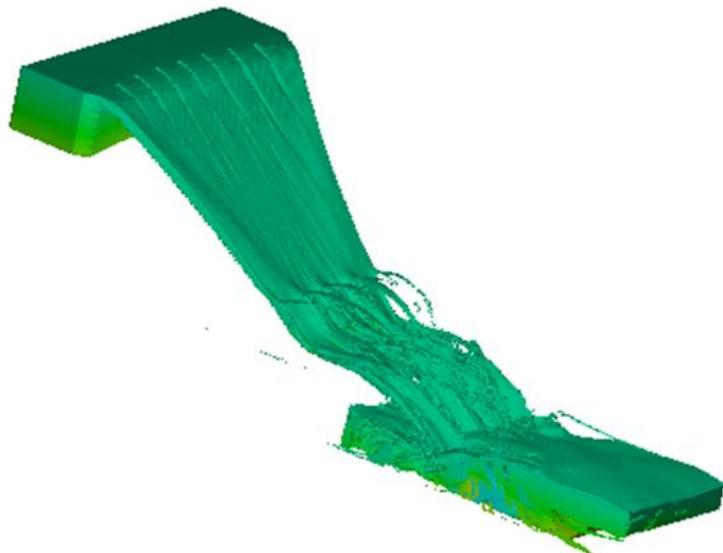
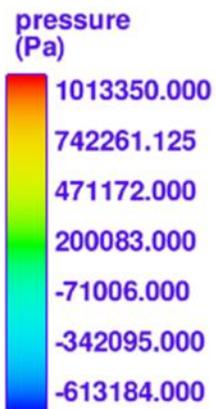


Ilustración 4.6 Vista en 3d del vertedor con presiones para un gasto de 4,795 m<sup>3</sup>/s.

## **Velocidades del vertedor escalonado y tanque amortiguador**

Las velocidades que se obtuvieron del modelo numérico en la parte superior  $\frac{1}{4}$  de la rápida es de 20 m/s, en la parte media  $\frac{1}{2}$  25 m/s y en la parte inferior  $\frac{3}{4}$  es de 31 m/s en la margen derecha y margen izquierda, y en la parte central es de 30 m/s.

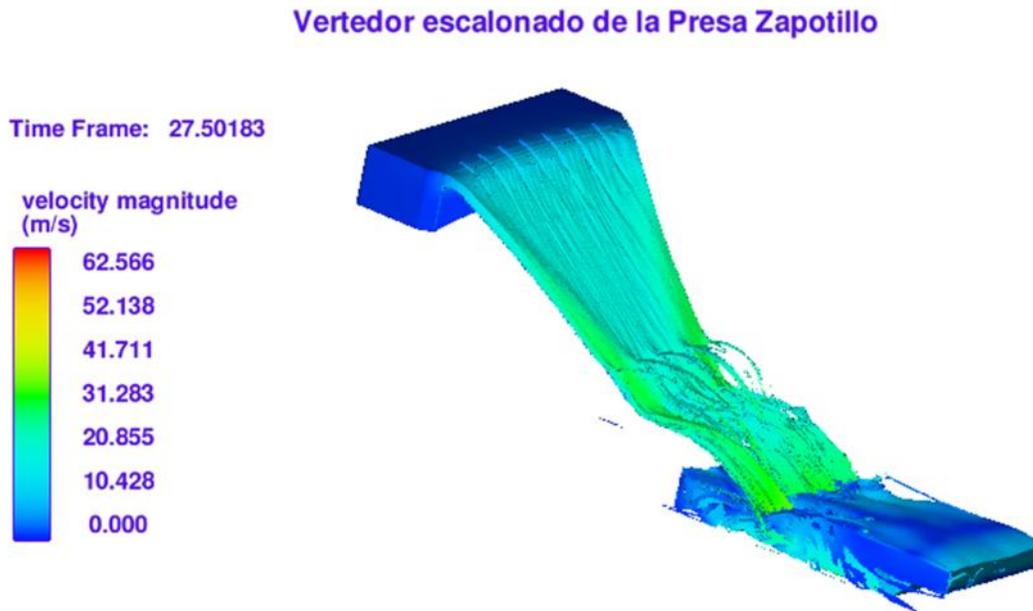


Ilustración 4.7 Vista en 3d del vertedor con velocidades para un gasto de  $4,795 \text{ m}^3/\text{s}$ .

## **5. OBTENCIÓN DE RESULTADOS**

### **Velocidades en la rápida del vertedor escalonado del modelo físico**

**Tabla 9 Tabla de resultados de velocidades en la rápida del vertedor escalonado obtenidos del modelo Físico.**

Evaluación del STALKER 2012																					
DESCRIPCION DEL SITIO			GEOMETRIA DEL CANAL			STALKER	PRIMERA VEZ						SEGUNDA VEZ						Velocidad prototipo (m/s)	Ubicación de disparo	Velocidades promedio (m/s)
Gasto (m <sup>3</sup> /s)	Ubicación desde la parte superior	Nota	Paredes del canal	Tipo de seccion	Pendiente del canal (deg.)	Distancia al agua (m)	Ubicación del radar	Angulo Stalker (deg)	Velocidad Stalker (m/s)	Angulo de incidencia (deg)	Incidencia relativa a agua (deg)	Velocidad corregida (m/s)	Ubicación del radar	Angulo Stalker (deg)	Velocidad Stalker (m/s)	Angulo de incidencia (deg)	Incidencia relativa a agua (deg)	Velocidad corregida (m/s)			
959	1/4 ---	Parte superior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	1.4	90	51	1.8	LOOKING UPSTREAM	0	1.4	90	51	1.8	12.73826981	1/4	13.6
959	1/4	Parte superior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	1.6	90	51	2.1	LOOKING UPSTREAM	0	1.6	90	51	2.1	14.55802264		
959	1/2 ---	Parte central	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	1.7	90	51	2.2	LOOKING UPSTREAM	0	1.7	90	51	2.2	15.46789905	1/2	15.9
959	1/2	Parte central	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	1.8	90	51	2.3	LOOKING UPSTREAM	0	1.8	90	51	2.3	16.37777547		
959	3/4	Parte inferior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	1.9	90	51	2.4	LOOKING UPSTREAM	0	1.9	90	51	2.4	17.28765188	3/4	18.2
959	3/4 ++	Parte inferior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2	90	51	2.6	LOOKING UPSTREAM	0	2	90	51	2.6	18.1975283		
959	3/4 +++	Parte inferior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2.1	90	51	2.7	LOOKING UPSTREAM	0	2.1	90	51	2.7	19.10740471		
2,397	1/4 ---	Parte superior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	1.6	90	51	2.1	LOOKING UPSTREAM	0	1.65	90	51	2.1	15.01296084	1/4	16.2
2,397	1/4	Parte superior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2	90	51	2.6	LOOKING UPSTREAM	0	1.9	90	51	2.4	17.28765188		
2,397	1/2 ---	Parte central	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2.3	90	51	3.0	LOOKING UPSTREAM	0	2.3	90	51	3.0	20.92715754	1/2	21.4
2,397	1/2	Parte central	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2.5	90	51	3.2	LOOKING UPSTREAM	0	2.4	90	51	3.1	21.83703396		
2,397	3/4	Parte inferior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2.5	90	51	3.2	LOOKING UPSTREAM	0	2.6	90	51	3.3	23.65678678	3/4	24.6
2,397	3/4 ++	Parte inferior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2.7	90	51	3.5	LOOKING UPSTREAM	0	2.7	90	51	3.5	24.5666632		
2,397	3/4 +++	Parte inferior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2.8	90	51	3.6	LOOKING UPSTREAM	0	2.8	90	51	3.6	25.47653961		

### Evaluación del STALKER 2012

DESCRIPCIÓN DEL SITIO			GEOMETRÍA DEL CANAL			STALKER	PRIMERA VEZ						SEGUNDA VEZ								
Gasto (m <sup>3</sup> /s)	Ubicación desde la parte superior	Nota	Paredes del canal	Tipo de sección	Pendiente del canal (deg.)	Distancia al agua (m)	Ubicación del radar	Angulo Stalker (deg)	Velocidad Stalker (m/s)	Angulo de incidencia (deg)	Incidencia relativa a agua (deg)	Velocidad corregida (m/s)	Ubicación del radar	Angulo Stalker (deg)	Velocidad Stalker (m/s)	Angulo de incidencia (deg)	Incidencia relativa a agua (deg)	Velocidad corregida (m/s)	Velocidad prototipo (m/s)	Ubicación de disparo	Velocidades promedio (m/s)
4,795	1/4---	Parte superior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	1.9	90	51	2.4	LOOKING UPSTREAM	0	1.8	90	51	2.3	16.3777547	1/4	18.65
4,795	1/4	Parte superior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2.2	90	51	2.8	LOOKING UPSTREAM	0	2.3	90	51	3.0	20.92715754		
4,795	1/2---	Parte central	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2.5	90	51	3.2	LOOKING UPSTREAM	0	2.5	90	51	3.2	22.74691037	1/2	24.6
4,795	1/2	Parte central	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	2.8	90	51	3.6	LOOKING UPSTREAM	0	2.9	90	51	3.7	26.38641603		
4,795	3/4	Parte inferior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	3.2	90	51	4.1	LOOKING UPSTREAM	0	3.2	90	51	4.1	29.11604527	3/4	30.6
4,795	3/4++	Parte inferior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	3.3	90	51	4.2	LOOKING UPSTREAM	0	3.4	90	51	4.4	30.9357981		
4,795	3/4+++	Parte inferior	acrilico	escaladores	39	1.50	LOOKING UPSTREAM	0	3.5	90	51	4.5	LOOKING UPSTREAM	0	3.5	90	51	4.5	31.84567452		

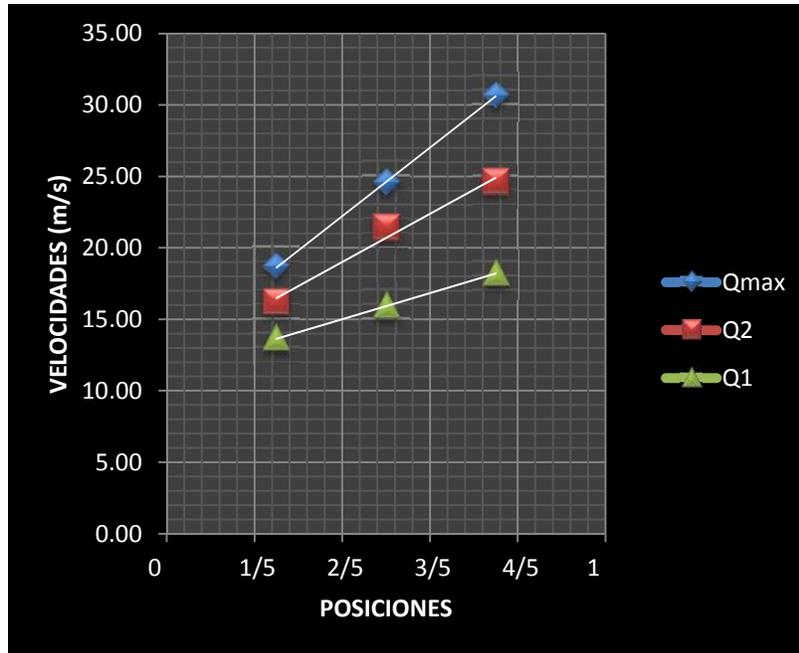


Ilustración 5.1 Gráfica de velocidades en diferentes puntos de la rápida y gastos ( 959 m<sup>3</sup>/s, 2,397 m<sup>3</sup>/s y 4,795 m<sup>3</sup>/s)

## Presiones del Vertedor escalonado y tanque amortiguador en el modelo físico

Tabla 10. Tabla de resultados de Presiones a lo largo del vertedor escalonado para el gasto de diseño

	No. Sensor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
MODELO:	PROMEDIO	0.099	0.036	0.065	0.030	-0.026	0.080	-0.058	0.050	0.093
	MAXIMO	0.099	0.051	0.072	0.044	-0.011	0.088	-0.024	0.070	0.190
	MINIMO	0.098	0.017	0.056	0.002	-0.036	0.072	-0.089	0.031	0.009
PROTOTIPO:	MAXIMO	<u>4.957</u>	<u>2.564</u>	<u>3.596</u>	<u>2.215</u>	-0.574	<u>4.376</u>	-1.177	<u>3.499</u>	<u>9.512</u>
	MINIMO	4.901	0.842	2.820	0.100	<u>-1.799</u>	3.581	<u>-4.461</u>	1.538	0.427

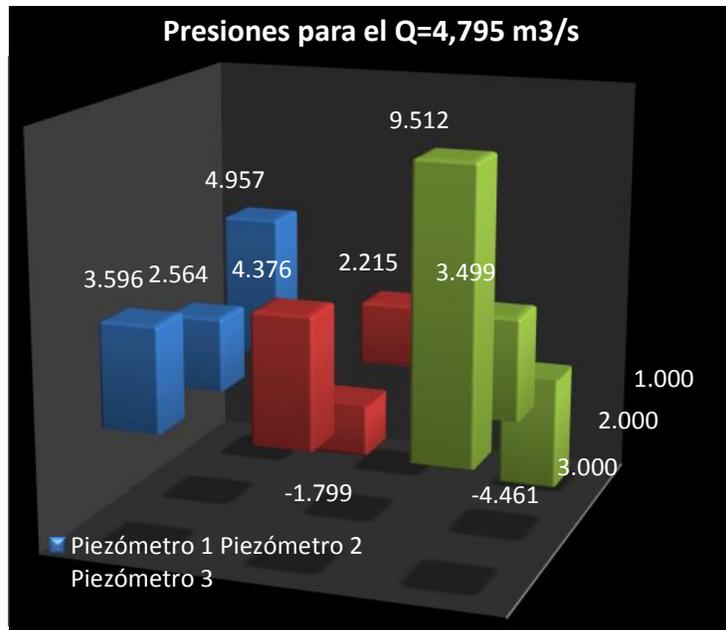


Ilustración 5.2 Gráfica de Presiones en la rápida del vertedor escalonado para un gasto de 4,795 m<sup>3</sup>/s

Tabla 11 Tabla de resultados de Presiones a lo largo del vertedor escalonado para el gasto de 2,397 m<sup>3</sup>/s.

	No. Sensor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P8
MODELO:	PROMEDIO	0.074	0.034	0.038	0.019	-0.012	0.020	-0.003	0.031	0.131
	MAXIMO	0.075	0.059	0.039	0.029	0.002	0.033	0.017	0.044	0.225
	MINIMO	0.073	0.018	0.037	0.013	-0.024	0.009	-0.023	0.017	0.076
PROTOTIPO:	MAXIMO	<u>3.753</u>	<u>2.936</u>	<u>1.973</u>	<u>1.439</u>	0.107	<u>1.650</u>	0.860	<u>2.192</u>	<u>11.229</u>
	MINIMO	3.661	0.879	1.859	0.668	<u>-1.202</u>	0.458	<u>-1.156</u>	0.830	3.825

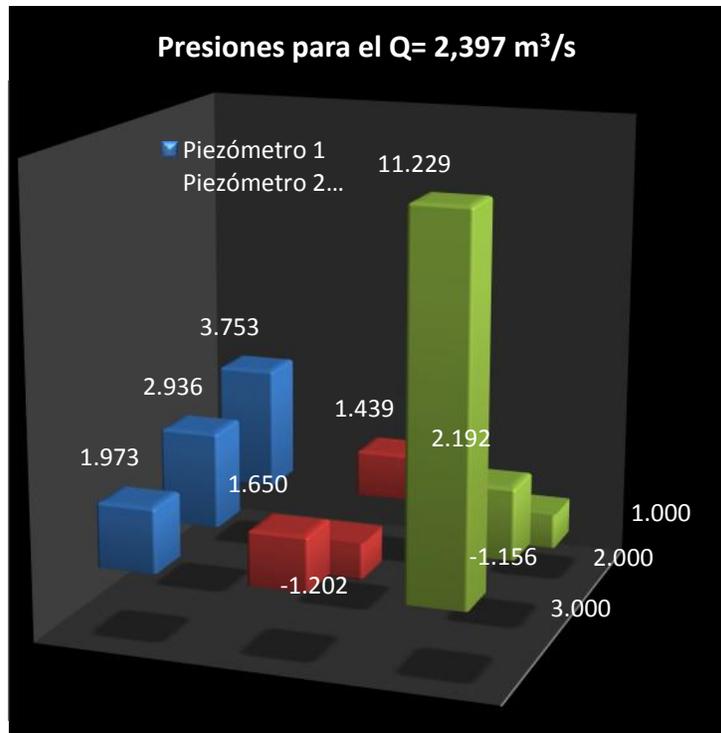


Ilustración 5.3 Gráfica de Presiones en la rápida del vertedor escalonado para un gasto de 2,397 m<sup>3</sup>/s

Tabla 12 Tabla de resultados de Presiones a lo largo del vertedor escalonado para el gasto de 959 m<sup>3</sup>/s.

	No. Sensor	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
MODELO:	PROMEDIO	0.032	0.031	0.023	0.025	0.000	0.034	0.004	0.016	0.107
	MAXIMO	0.033	0.032	0.025	0.028	0.006	0.060	0.011	0.022	0.149
	MINIMO	0.030	0.030	0.021	0.022	-0.005	0.023	-0.004	0.011	0.078
PROTOTIPO:	MAXIMO	<u>1.651</u>	<u>1.575</u>	<u>1.267</u>	<u>1.375</u>	0.294	<u>2.997</u>	0.533	<u>1.082</u>	<u>7.441</u>
	MINIMO	1.519	1.504	1.036	1.116	<u>-0.239</u>	1.154	<u>-0.193</u>	0.549	3.889

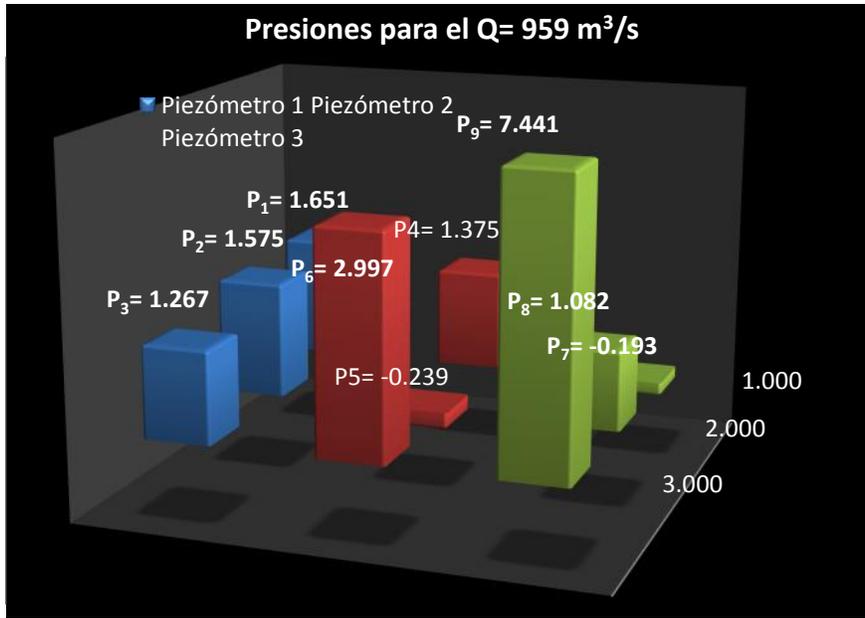


Ilustración 5.4 Gráfica de Presiones en la rápida del vertedor escalonado para un gasto de 959 m³/s

Tabla 13 Tabla de resultados de Presiones en el tanque amortiguador el gasto de 4,795 m³/s.

	No. Sensor	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24
MODELO:	PROMEDIO	0.403	0.402	0.402	0.539	0.728	0.419	0.495	0.476	0.508
	MAXIMO	0.432	0.435	0.429	0.592	0.892	0.449	0.543	0.604	0.605
	MINIMO	0.347	0.373	0.351	0.503	0.606	0.375	0.461	0.387	0.445
PROTOTIPO:	MAXIMO	21.605	21.760	21.453	29.614	44.619	22.475	27.132	30.217	30.249
	MINIMO	17.363	18.666	17.541	25.162	30.278	18.768	23.032	19.360	22.247

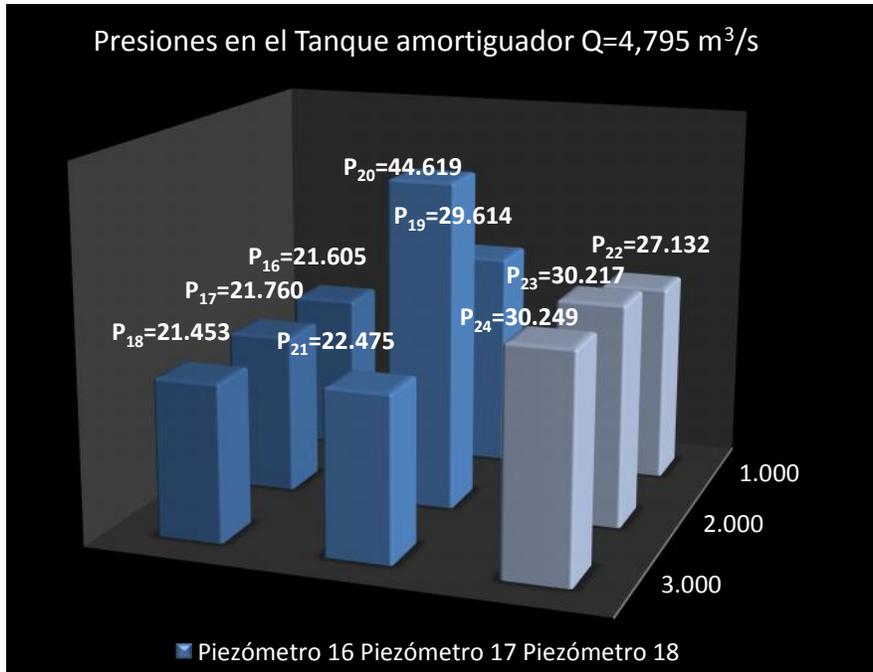


Ilustración 5.5 Gráfica de Presiones en el tanque amortiguador el gasto de  $4,795 \text{ m}^3/\text{s}$

## Velocidades y presiones en la rápida del vertedor escalonado y tanque amortiguador del modelo numérico.

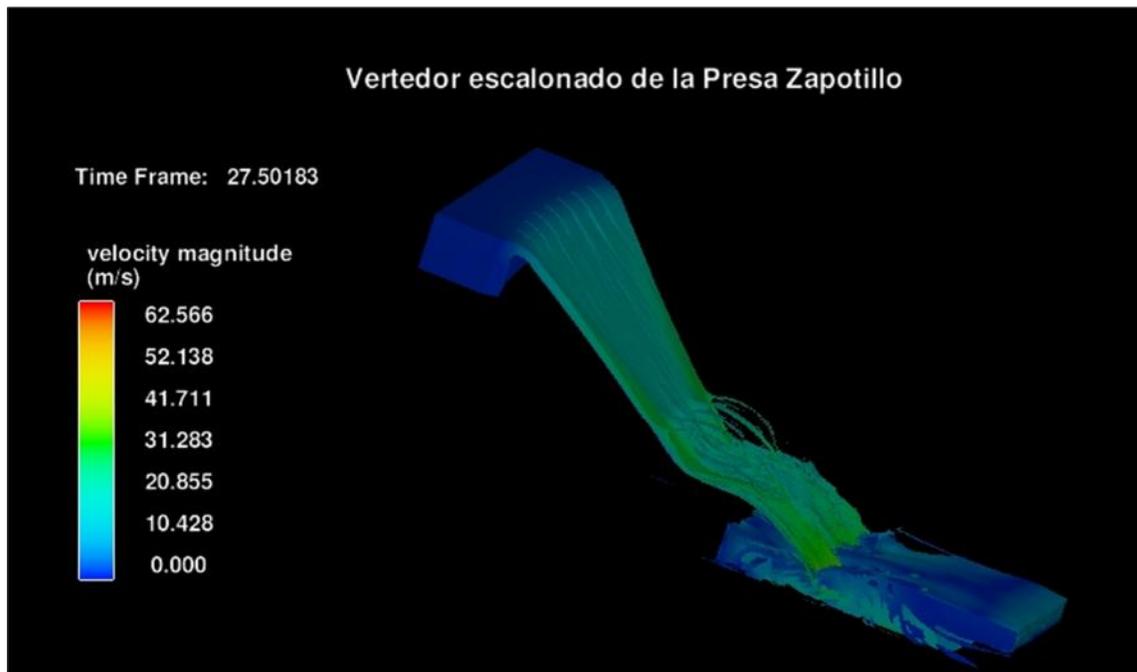


Ilustración 5.6 Velocidades en la rápida del vertedor y tanque amortiguador para un gasto de  $4,795 \text{ m}^3/\text{s}$

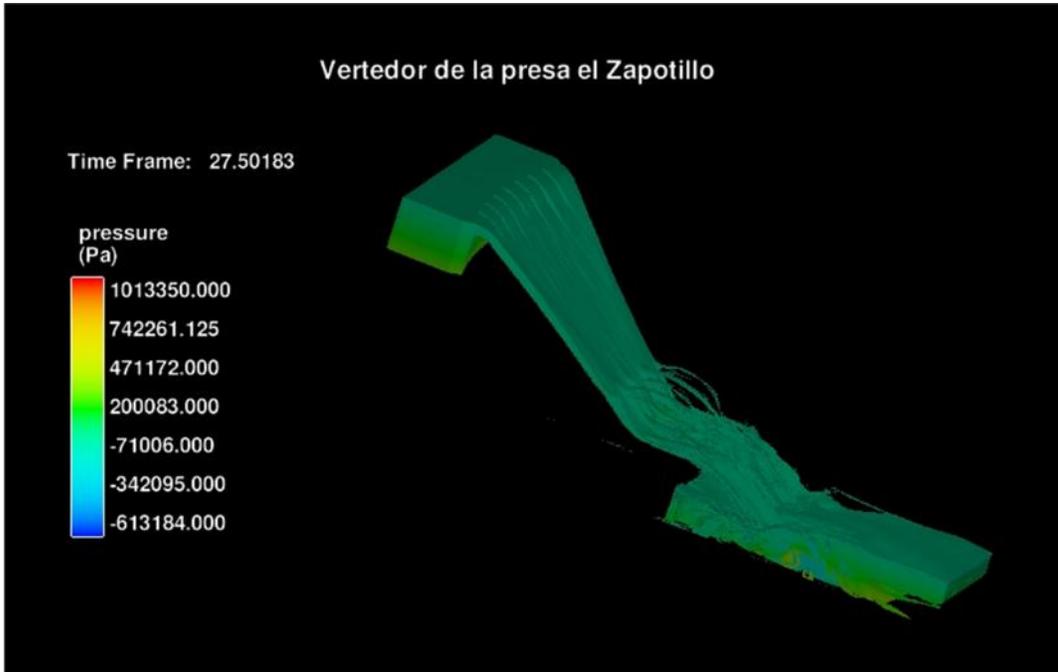


Ilustración 5.7 Presiones en la rápida del vertedor y tanque amortiguador para un gasto de 4,795 m<sup>3</sup>/s

### Comparación de Resultados del vertedor escalonado y tanque amortiguador

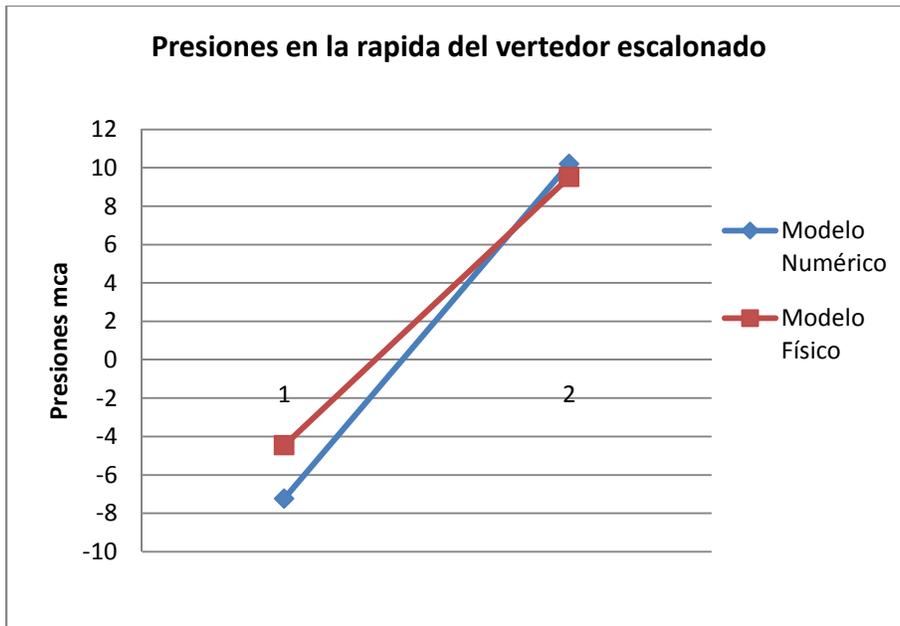
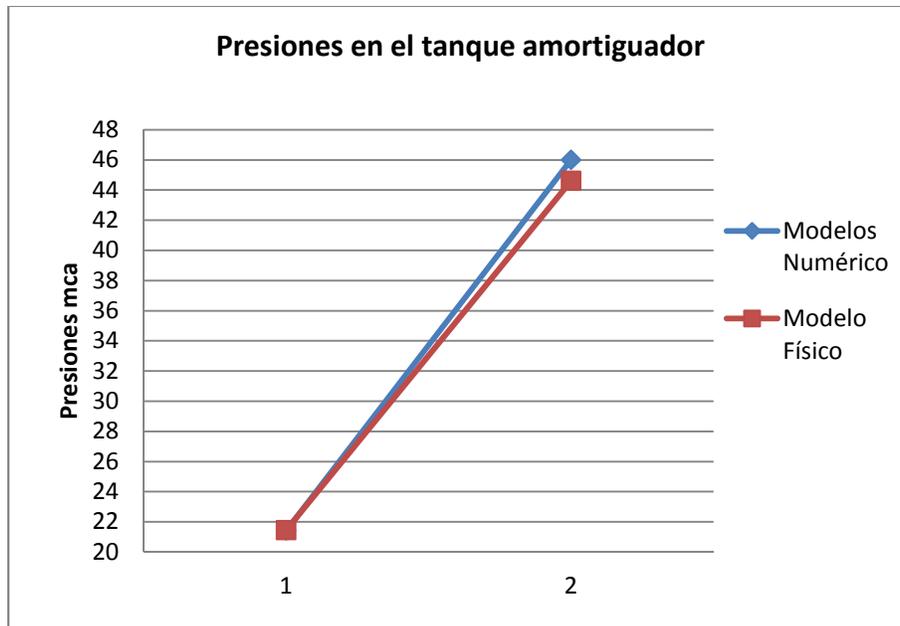
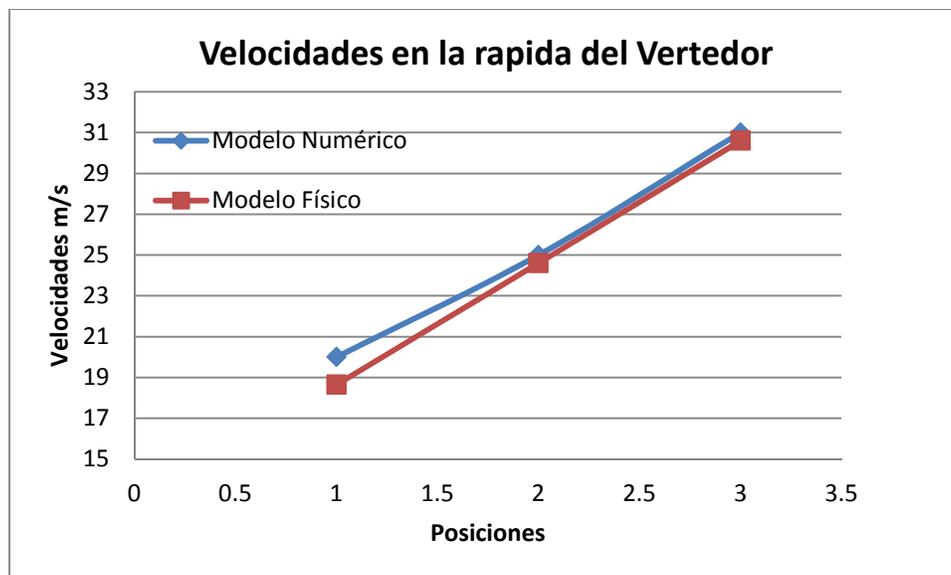


Ilustración 5.8 Comparación de resultados de presiones en la rápida del vertedor del modelo numérico y modelo físico, para un gasto de 4,795 m<sup>3</sup>/s.



**Ilustración 5.9** Comparación de resultados de presiones en el tanque amortiguador del modelo numérico y modelo físico, para un gasto de 4,795 m<sup>3</sup>/s.



**Ilustración 5.10** Comparación de resultados de velocidades en la rápida del vertedor del modelo numérico y modelo físico, para un gasto de 4,795 m<sup>3</sup>/s.

## 6. ANALISIS Y CONCLUSIONES

Debido a las condiciones físicas del sitio, la geometría del tanque amortiguador queda limitada para disipar la energía para lograr un funcionamiento hidráulico adecuado.

Por lo anterior, se requería encontrar un mecanismo para hacer más eficiente la capacidad del tanque, ya sea disipando energía en el canal de descarga o bien colocando dispositivos dentro del tanque amortiguador.

El estudio muestra la dificultad de disipar energía en el tanque amortiguador debido a la concentración del flujo, lo deseable como primera alternativa, sería la redistribución del flujo dentro del tanque. Esto se logró básicamente con estructuras colocadas en el fondo del tanque, lo cual complica el diseño estructural de la losa del tanque de tal forma que podría ser necesario el incremento en su espesor y por lo tanto el incremento en la excavación llegando incluso a capas geológicas menos competentes.

La segunda alternativa es reducir el gasto antes de que alcance el final de la rampa y los deflectores colocados sobre el bloque de concreto, esto se logró colocando seis deflectores en el tramo final del de la rampa escalonada. También implica la revisión estructural de la misma rampa para tomar las solicitaciones mecánicas ocasionadas por el peso propio de la estructura y el flujo.

El uso de represas ayuda en la disipación de energía y la disminución de la velocidad dentro del recinto creado por ésta, sin embargo la aceleración del flujo aguas abajo de la represa es alta, mayor a la requerida, debido a la caída del flujo desde la cresta de la represa, lo cual pone en riesgo a la represa misma por la socavación al pie.

El modelo físico a escala reducida utilizado en el estudio se construyó en acrílico de acuerdo a la ley de similitud de Froude, con las siguientes escalas:

Escala de líneas verticales y horizontales para el;  $E_L = 1:50$

Escala de velocidades;  $E_v = E_L^{1/2} = 1:7.071$

Escala de gastos;  $E_Q = E_L^{5/2} = 1:17,677.67$

Los ensayos de evaluación se iniciaron con el nuevo arreglo del proyecto original. Durante los ensayos se comprobó que los datos que forman parte del contrazud presentan poca influencia en la disipación de la energía.

Se evaluaron 20 arreglos que conforman las alternativas mencionadas en el capítulo 3.

En general, el encajonamiento del flujo dentro de los muros del canal de descarga se apreció adecuado.

Dos arreglos, correspondientes a las series 12 y 20, formaron un funcionamiento hidráulico adecuado del flujo.

Ambas alternativas resuelven aceptablemente el problema de disipación de energía. La primera requiere de un número considerable de estructuras distribuidas sobre la rampa escalonada. La segunda consiste principalmente en relativamente pocos elementos, seis deflectores, pero de tamaño mucho mayor.

El arreglo de la serie 12, básicamente consistió en disipar energía en la segunda mitad del canal de descarga, mediante piezas del tipo 1\*, 2\* y 3\* . Este arreglo consistió en colocar piezas de dimensiones recomendadas usualmente en los manuales especializados en el tema, distribuidos simétricamente en el canal de descarga. Se midieron presiones en las piezas, de acuerdo a la Ilustración 3.48, obteniéndose magnitudes mostradas en la Ilustración 3.49, de 45.593 mca para la posición 15 correspondiente a la cara frontal de la pieza central tipo 3\*. La presión mínima es de magnitud negativa, -1.233 mca.

El arreglo 20, consistió en colocar deflectores en el tercio final del canal, haciendo despegar una parte importante del flujo, esto induce una fuerte aireación y disipación de energía, además, los deflectores colocados sobre el bloque hacen despegar otra parte del flujo originando el choque de ambos chorros antes de caer al tanque. Se midieron presiones en el fondo del tanque amortiguador, de acuerdo a la Ilustración 3.56, obteniéndose las magnitudes mostradas en la Ilustración 3.57. La presión máxima se ubica al centro del tanque y es de 44.619 mca, mientras que en el resto del fondo varían entre 21 y 30 mca.

En el arreglo 20, las magnitudes que se presentan corresponden condiciones hidráulicas aceptables.

Con la finalidad de determinar los esfuerzos en las estructuras se midieron presiones y velocidades en puntos y secciones estratégicas.

A pesar de la simetría geométrica del vertedor, se ha observado que el flujo ingresa asimétricamente, presentando mayor concentración en la margen derecha, es por ello que la instrumentación se ubicó en este lado, considerando que es el caso más desfavorable. La simetría permite interpolar o bien considerar los valores máximos obtenidos.

En general, las presiones negativas observadas son mayores a la presión de vaporización del agua, además estas se presentan cerca de algún borde y tirantes pequeños, por donde se presenta admisión de aire, por lo que se puede omitir la colocación de aireadores.

Las presiones en los muros de encauzamiento resultaron menores que las cargas hidrostáticas producidas por la profundidad del perfil de la superficie libre del agua pegada a los muros, por lo que se recomienda utilizar estos para su diseño estructural.

Dada la cercanía y las diferencias significativas de las magnitudes, es recomendable que se incluyan los esfuerzos conjuntos en el diseño estructural.

Las velocidades máximas en el canal de descarga que se presenta en los deflectores ubicados sobre los escalones en el último tercio del canal de descarga, son del orden de 30 m/s.

Las velocidades a la salida del tanque amortiguador, a pesar de ser considerablemente altas, corresponden al perfil del flujo que se tendría en condiciones naturales para los gastos evaluados. Por lo que se requiere proteger un tramo del río aguas abajo para evitar la socavación regresiva que dañe las estructuras finales del tanque.

Con respecto a la modelación matemática en FLOW 3D se recomienda ejecutar la simulación con una malla más fina, con inclusión de aire, afinamiento de la geometría, así como también probar con otros modelos de cálculo, pues es una herramienta valiosa que debe ser explotada en el futuro cercano.

Los resultados obtenidos con el modelo numérico fueron aceptables ya que los resultados obtenidos de presiones muestran un error en la en la rápida del 7% con respecto al modelo numérico, y un error en el tanque amortiguador del 3%.

Se compararon los resultados de las velocidades de la rápida del vertedor en varias posiciones y el error que se calculó del modelo numérico con respecto al modelo físico fue de 3%.

## 7. REFERENCIAS

### LIBROS

Arreguín C. Felipe I., *Obras de excedencia*, 2000, IMTA, 265 pp.

Vergara S. Miguel A., *Técnicas de modelación en Hidráulica*, 1995, Alfaomega.

Gabriel EchávezAldape, *Introducción a los modelos Hidráulicos de fondo fijo y a la ingeniería experimental*, 1996, UNAM, CONACYT Y AMH.

*Comisión Federal de Electricidad, Manual de diseño de obras civiles, Hidrotecnia*, México, 1981, CFE/IIE.

Chanson Humbert, *Hydraulic design of stepped cascades, channels, weirs and spillways*, 1994, Hydraulics and Environmental Engineering, Department of Civil Engineering, The University of Queensland Brisbane QLD 4072, Australia.

Sotelo G., *Hidráulica General*, Volumen 1, 1974, Limusa, México.

De Dios, M., Angulo, M., Del Blanco, M., & Liscia, S. (2010). *Modelación matemática y física de un vertedero modificado*. Argentina: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.

FlowScience, I. (2008). *FLOW 3D User Manual*, Version 9.3. FlowScience, Inc.

### ARTICULOS

González Carlos A. y Chanson H., *Diseño Hidráulico de vertederos escalonados con pendientes moderadas: Metodología basada en estudio experimental*. 2007. Universidad de Queensland, Australia. Ingeniería Hidráulica en México, vol. XXII, num. 2. Pp. 5-20, abril- junio de 2007.

González, C.A., *An experimental study of free-surface aeration on embankment stepped chutes*. 2005, Thesis (Ph. D). University of Queensland.

Arreguín C. Felipe y Echávez A. Gabriel, *Aireación en obras Hidráulicas*, 1985, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, Ingeniería Hidráulica en México /septiembre- diciembre de 1985.

Frizell K. Warren, RennaFloriana M. and Matos Jorge, *Cavitation Potential of Flow on Stepped Spillways*, 2013, Journal of Hydraulic Engineering © ASCE/June 2013.

## ESTUDIOS DE POSGRADO

Salgado M. Gilberto, *Estudio experimental del funcionamiento Hidráulico de vertedores controlados*. Casos de aplicación, 2007, Tesis de Maestría en ciencias con especialidad en Hidráulica, Escuela superior de Ingeniería y Arquitectura Unidad Zacatenco, IPN, pp. 122.

Velázquez S. Ruth, *Diseño de Vertedores Escalonados. Aplicación a la presa Las Blancas*, 2002, Tesis de Maestría en Ingeniería Hidráulica, Facultad de Ingeniería división de estudios de posgrado campus Morelos, UNAM, pp. 134.

Ma, stache M. Víctor I. Caracterización del flujo turbulento en un tanque amortiguador a través de una técnica experimental con ADV y modelación matemática en FLOW 3d, 2013, Tesis de Maestría en Ingeniería Hidráulica, Facultad de Ingeniería división de estudios de posgrado, UNAM, pp. 70.

## PAGINAS WEB

Simulating Flow Over Stepped Spillways

<http://www.flow3d.com/resources/news12/spring/simulating-flow-over-stepped-spillway>