



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES

CAMPUS ARAGÓN

**CONDENSADOS DE BOSE-EINSTEIN Y  
COMPUTACIÓN CUÁNTICA**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

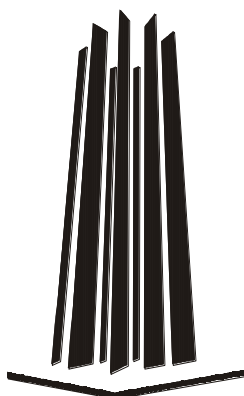
**INGENIERO EN COMPUTACIÓN**

**P R E S E N T A**

*GABRIELA HIDAI HUERTA GARCÍA*

**ASESORA: DRA. GABRIELLA PICCINELLI  
BOCCHI**

MÉXICO 2015



Ciudad Nezahualcóyotl, Estado de México



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



# Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer enormemente a la Dra. Gabriella Piccinelli, directora de esta tesis, por todo el apoyo que me ha brindado a lo largo de nuestra colaboración. Gracias a ella me inicié en la investigación y fue ella quien me contagio el amor y pasión por la ciencia. Agradezco su conocimiento transmitido, paciencia y amistad durante todo este tiempo.

Quiero agradecer también a mis padres, y hermano, que siempre permanecieron a mi lado, apoyando, motivando, amando y exhortándome a seguir mi sueño, aún con los fracasos vividos. Sepan que, todo el esfuerzo, suyo y mío, sí está generando frutos y que esta tesis es solamente el primer paso del plan que me he marcado. Esta tesis es un tributo a ustedes que me ayudaron a ser lo que hoy soy.

A todos mis amigos y familiares presentes durante esta etapa de mi vida, a quienes me apoyaron, incentivaron e incluso a quienes nunca creyeron en mí. Gracias por ser y estar. Al Dr. Tonatiuh Matos y al Dr. Elías Castellanos, muchas gracias por sus aportaciones.

A ti, quien en ningún momento dejaste de creer en mí; no tengo palabras para expresar el inmenso amor que siento por ti, así como el eterno agradecimiento por el amor, felicidad y paz que tú me brindas a mí. Gracias por estar ahí.

Esta investigación fue realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM IN117111 Campos Magnéticos en el Universo Temprano e IN117914 Formación, evolución y efectos de campos magnéticos y condensados de Bose-Einstein en cosmología. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida.



---

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>I</b>
<b>Índice general</b>	<b>III</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>V</b>
<b>Índice de ecuaciones</b>	<b>VI</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>I Conceptos Básicos de Mecánica Cuántica</b>	<b>5</b>
<b>I.1 Mecánica Cuántica</b>	<b>5</b>
<b>I.2 Cantidades cuantizadas</b>	<b>8</b>
<b>I.3 Interacción de la luz con la materia</b>	<b>9</b>
I.3.1 Superposición	12
<b>I.4 Dualidad onda-partícula</b>	<b>14</b>
<b>I.5 Principio de incertidumbre de Heisenberg.</b>	<b>14</b>
<b>I.6 Medición/observación</b>	<b>15</b>
<b>I.7 Espín y estadísticas de distribución de energía</b>	<b>17</b>
I.7.1 Definición de espín	17
I.7.2 Principio de exclusión de Pauli	18
I.7.3 Estadísticas de Fermi-Dirac y de Bose-Einstein	19
<b>I.8 Paradojas</b>	<b>20</b>
I.8.1 Paradoja del gato de Schrödinger	20
I.8.2 Paradoja de Einstein-Podolsky-Rosen	21
<b>II Condensados de Bose-Einstein</b>	<b>23</b>
<b>II.1 Definición</b>	<b>24</b>
<b>II.2 Obtención en el Laboratorio</b>	<b>25</b>
II.2.1 Enfriamiento y aislamiento por láser	27
II.2.2 Enfriamiento por evaporación con trampa magnética	30
<b>II.3 Tipos de Condensados</b>	<b>32</b>
II.3.1 Superconductividad	33
II.3.2 Superfluides	34

---

<b>III Computación Cuántica</b>	<b>37</b>
<b>III.1 Información cuántica</b>	<b>38</b>
III.1.1 Entrelazamiento: paralelismo y teleportación	41
III.1.2 Decoherencia	43
<b>III.2 Hardware cuántico</b>	<b>45</b>
III.2.1 Procesadores y memorias	46
<b>IV Aplicaciones de BEC's</b>	<b>49</b>
<b>IV.1 Luz lenta y Transparencia Inducida Electromagnéticamente</b>	<b>50</b>
<b>IV.2 Computación cuántica</b>	<b>55</b>
IV.2.1 Manipulación de la luz	55
IV.2.2 Teleportación cuántica	55
<b>IV.3 Cosmología</b>	<b>56</b>
<b>Conclusiones y perspectivas</b>	<b>61</b>
Computación cuántica	61
Cosmología	63
<b>Apéndice A</b>	<b>65</b>
Pares de Cooper	65
<b>Apéndice B</b>	<b>67</b>
Fenómenos ópticos	67
<b>Bibliografía</b>	<b>71</b>

# Índice de figuras

<i>Figura I.1. Predicción de Rayleigh-Jeans (Eisberg &amp; Resnick, 2011).</i>	7
<i>Figura I.2. Longitudes de onda del espectro electromagnético visible. Simulación hecha en Mathematica (trabajo propio, 2013).</i>	10
<i>Figura I.3. Velocidad de fase. Simulación hecha en Mathematica (trabajo propio, 2013).</i>	11
<i>Figura I.4. Velocidad de grupo. Simulación hecha en Mathematica (trabajo propio, 2013).</i>	13
<i>Figura I.5. Principio de Incertidumbre (Martinez, Gomez, Salazar, Gomez, &amp; Rocha, 2012).</i>	15
<i>Figura I.6. Representación gráfica de espín (Paz, 2013).</i>	17
<i>Figura I.7. Familia de partículas (NASA, 2004).</i>	19
<i>Figura I.8. Paradoja del gato de Schrödinger (trabajo propio, 2013).</i>	21
<i>Figura II.1. Estados de agregación de la materia (Universidad de Valencia, 2012).</i>	23
<i>Figura II.2. Condensación de Bose-Einstein (NASA, 2002).</i>	25
<i>Figura II.3. Fotografía de un BEC (Aikawa &amp; Ferlaino, 2012).</i>	26
<i>Figura II.4. Trampa magnético-óptica (Aboites &amp; Vega, 2002).</i>	28
<i>Figura II.5. Trayectoria en espiral de una partícula en un campo magnético (Halliday, Resnick, &amp; Krane, 1992).</i>	30
<i>Figura II.6. Trampa magnética de un BEC. Simulación (Department of Physics, University of Colorado Boulder, 2000).</i>	31
<i>Figura II.7. Superconductividad (University of Georgia, 2000).</i>	33
<i>Figura II.8. Superfluidez (Leitner, 1963).</i>	35
<i>Figura III.1. Bits y qubits (Max Planck, 2003).</i>	38
<i>Figura III.2. Efecto túnel (trabajo propio, 2014).</i>	46
<i>Figura IV.1. Luz coherente y no coherente (Ruiz Seco, Galán Santos, Guerra Castillo, &amp; Villar Prudencio, 2011).</i>	49
<i>Figura IV.2. Luz lenta. Simulación hecha en Mathematica (trabajo propio, 2013).</i>	53
<i>Figura IV.3. Transparencia Inducida Electromagnéticamente (Virally, 2008).</i>	54
<i>Figura IV.4. Pulsos de luz en transmisión (Virally, 2008).</i>	55
<i>Figura IV.5. Estados ferromagnéticos y antiferromagnéticos (trabajo propio, 2013).</i>	57
<i>Figura A.1. Pares de Cooper (trabajo propio, 2015).</i>	66
<i>Figura B.1. Luz lenta, rápida y en sentido contrario. Simulación hecha en Mathematica (trabajo propio, 2013).</i>	68



---

# Índice de ecuaciones

<i>Ec. (I-1)</i> .....	6
<i>Ec. (I-2)</i> .....	8
<i>Ec. (I-3)</i> .....	10
<i>Ec. (I-4)</i> .....	10
<i>Ec. (I-5)</i> .....	11
<i>Ec. (I-6)</i> .....	12
<i>Ec. (I-7)</i> .....	13
<i>Ec. (I-8)</i> .....	13
<i>Ec. (I-9)</i> .....	13
<i>Ec. (I-10)</i> .....	14
<i>Ec. (I-11)</i> .....	14
<i>Ec. (I-12)</i> .....	16
<i>Ec. (I-13)</i> .....	19
<i>Ec. (I-14)</i> .....	19
<i>Ec. (III-15)</i> .....	39
<i>Ec. (III-16)</i> .....	39
<i>Ec. (IV-17)</i> .....	50
<i>Ec. (IV-18)</i> .....	50
<i>Ec. (IV-19)</i> .....	50
<i>Ec. (IV-20)</i> .....	51
<i>Ec. (IV-21)</i> .....	58
<i>Ec. (IV-22)</i> .....	59

# Introducción

El avance de la ciencia y la tecnología durante los últimos años ha permitido el desarrollo de dispositivos computacionales cada vez más pequeños. Sin embargo, dicha miniaturización tiene un límite, en el que esos dispositivos dejan de funcionar correctamente pues los electrones se escapan de los canales por los cuales deben circular. A niveles microscópicos, la mecánica cuántica se hace presente en el desarrollo y funcionamiento de las computadoras. El uso y manipulación de las propiedades cuánticas de los dispositivos electrónicos para el procesamiento de la información es el área de estudio de la disciplina llamada Computación Cuántica.

Se han hecho grandes esfuerzos para encontrar el material que permita la realización de computadoras cuánticas, ya que, si bien la computación cuántica es viable desde el punto de vista teórico, también presenta problemas experimentales. La decoherencia, tiempo de vida reducido de los sistemas, es el más relevante. Esto implica una búsqueda de circuitos cuánticos que tengan un tiempo largo y estable de coherencia. Iones fríos atrapados y condensados de Bose-Einstein son materiales propuestos actualmente.

Un Condensado de Bose-Einstein (BEC), además de ser considerado un estado de agregación de la materia, es un material bosónico cuyos átomos, al ser enfriados a temperaturas cercanas al cero absoluto, alcanzan el estado fundamental o de mínima energía. **Recientemente, los BEC's** fueron sintetizados en laboratorio, mediante un conjunto de técnicas de enfriamiento con trampas magnético-ópticas; y son una buena opción para crear computadoras cuánticas. En la actualidad **existen propuestas sobre cómo aprovechar las propiedades cuánticas de los BEC's** para lograr computación cuántica.

La importancia de tener computadoras cuánticas es, por un lado, hacer la vida cotidiana fácil, eficaz y eficiente, así como divertida y acorde a la misma evolución del ser humano. Por otro lado, entender el mundo cuántico detrás de una computadora cuántica abriría camino a más y mayores investigaciones favorables para el desarrollo evolutivo del hombre en diversas áreas de investigación y, sobre todo, ayudaría a entender nuestra propia naturaleza cuántica, a ver la vida como realmente es y no como se cree que es hoy.

Actualmente, el mundo cuántico es casi desconocido en la vida cotidiana, ignorado, menospreciado y hasta confundido y mal empleado en otras disciplinas, sin conocer la relevancia y veracidad que éste tiene en nuestras vidas diarias. Entendiendo quiénes somos, de qué y cómo estamos hechos, así como la belleza

intrínseca que caracteriza a la mecánica cuántica, seguro cambia la manera en que se percibe este mundo de manera completamente diferente y positiva.

En esta investigación proponemos **el uso de BEC's para crear computadoras cuánticas**, que si bien es ya una idea teóricamente propuesta, experimentalmente investigaciones precedentes han dejado problemas planteados. Aquí, analizaremos ventajas y desventajas de dicha propuesta teórica, las dificultades que se han encontrado experimentalmente y presentaremos algunas propuestas de **perspectivas del uso de BEC's en computación cuántica**.

Debido a que esta investigación es meramente teórica procederemos a estudiar y analizar conceptos básicos en la literatura científica más conocida así como en diversos artículos de revistas y de arbitraje internacional para el mayor entendimiento del tema y como sustento teórico y experimental para la propuesta base de este trabajo.

Así que, a manera de revisión, dedicaremos el primer capítulo al estudio de conceptos fundamentales de la mecánica cuántica, en particular de los que se **aplican en el estudio de los BEC's y la computación cuántica**.

En el segundo capítulo, estudiaremos la definición de condensado de Bose-Einstein, su obtención en el laboratorio, los diferentes tipos de condensados que existen y las propiedades cuánticas que éstos presentan.

En el tercer capítulo, definiremos el concepto de computación cuántica, su funcionamiento, las complicaciones que presenta experimentalmente y algunas propuestas para su solución.

Una vez presentados los temas anteriores y, en base a lo aprendido ahí, analizaremos, **en un cuarto capítulo, las aplicaciones que tienen los BEC's en computación cuántica y cosmología**.

**Los BEC's ofrecen la oportunidad de** aprovechar las propiedades de los sistemas cuánticos para diseñar circuitos con funciones inalcanzables para los dispositivos electrónicos de hoy, lo que ha llevado nuestra investigación hacia un nuevo fenómeno conocido como **luz lenta** (Slow light): las ondas que componen la luz, con diferentes frecuencias, viajan en grupo y al atravesar un medio dispersivo la velocidad de cada onda se retrasa con respecto a la otra formando un nuevo pulso en el medio el cual se retrasa con respecto a un pulso viajando en el vacío. Esto se logra mediante transparencia inducida electromagnética, para el caso que nos ocupa. Este fenómeno es el resultado de la manipulación de luz, que permite también el estudio de la teleportación cuántica. Estudiaremos este y otros aspectos en el último capítulo de esta investigación.

**Los BEC's y la Luz Lenta**, pilares de este trabajo, son fenómenos que han comenzado a ser investigados a fondo en años recientes, a pesar de tener casi un siglo de haber sido descubiertos. Dichos fenómenos prometen el logro de grandes avances tecnológicos que impactarán de lleno nuestras vidas en un futuro no muy

lejano. Es por esta razón que, en esta investigación, se tienen expectativas de que, si por un lado **es cierto que la aplicación de BEC's en computación cuántica presenta** algunas complicaciones, por otro lado, el avance de la tecnología podría facilitar su implementación en un futuro. De ser así, los datos aquí analizados, a modo de recopilación, podrían ser de utilidad para investigaciones y experimentos posteriores. De hecho, de manera divulgativa, parte de nuestra investigación la presentamos en la Facultad de Estudios Superiores Aragón y en el congreso internacional Cosmology on the Beach con la esperanza de que sea una aportación científica relevante.



# I Conceptos Básicos de Mecánica Cuántica

La mecánica cuántica se fue desarrollando durante varios años gracias a las investigaciones de fenómenos experimentales que mostraban diversos aspectos de las fallas de la física clásica, en todas sus áreas: mecánica, termodinámica, mecánica estadística y electromagnetismo. Por lo tanto, la necesidad de una mecánica cuántica se dio por contradicciones sistemáticas en las leyes clásicas y por encontrar una solución a esos conflictos.

La física cuántica extiende su campo de aplicación a la región de dimensiones pequeñas (atómicas y subatómicas) y se caracteriza por una constante universal de significado fundamental: el cuanto elemental de acción, que es el producto de la energía implicada y el tiempo empleado en un proceso físico. Fue introducida por el físico Max Planck, quien le dio nombre, para tratar de explicar las propiedades observadas en la radiación térmica. De esta forma, y con el concepto de cantidades cuantizadas - carga eléctrica, energía y momento angular -, se da paso a la actual mecánica cuántica.<sup>1</sup>

## I.1 Mecánica Cuántica

La mecánica cuántica es la ciencia que estudia, con un enfoque probabilístico, el comportamiento de los sistemas cuantizados. La teoría describe el estado instantáneo o estado cuántico de un sistema con una función de onda que predice la distribución de probabilidad de todas las propiedades observables. La mecánica cuántica no asigna valores definidos a las propiedades observables, más bien hace predicciones sobre sus distribuciones de probabilidad.

Dos eventos fundamentales que dieron lugar a la actual mecánica cuántica fueron la radiación térmica y el efecto fotoeléctrico, los cuales son un ejemplo de cómo la mecánica cuántica fue necesaria para explicar las diferencias entre las predicciones teóricas y los resultados de los experimentos realizados.

La **radiación térmica** es la energía que un cuerpo emite como consecuencia de su temperatura. Todos los cuerpos emiten radiación y la absorben del medio. Un cuerpo que está más caliente que el medio en el que está se enfría,

---

<sup>1</sup> Existe una vasta literatura sobre conceptos básicos de mecánica cuántica. En nuestra investigación revisamos varios libros en los que se pueden encontrar las mismas definiciones de dichos conceptos básicos, sin embargo, citaremos a (Eisberg & Resnick, 2011) como fuente principal del capítulo I debido a la simplicidad del libro.

pues la rapidez con que emite energía es mayor a la rapidez con que la absorbe, llegando así a un equilibrio térmico, en el que la velocidad de emisión y absorción serán iguales. La mayoría de los cuerpos son visibles a temperaturas ordinarias, no por la luz que emiten sino por la luz que reflejan, mientras que a temperaturas muy altas los cuerpos son luminosos por sí mismos, es decir, por la energía que emiten en forma luminosa. Por lo tanto, la radiación del cuerpo negro depende fuertemente de la temperatura y no del material del que está hecho.

Experimentalmente se encuentra que los cuerpos negros, es decir, cuerpos cuyas superficies absorben toda la radiación térmica que incide sobre ellos, emiten espectros térmicos. Un ejemplo de un cuerpo (casi) negro es cualquier objeto cubierto de pigmento negro. Otro ejemplo es un objeto que contiene una cavidad y se comunica con el exterior por medio de un pequeño agujero. La radiación del exterior que incide en el objeto y pasa por el agujero es reflejada por las paredes internas de la cavidad y será absorbida.

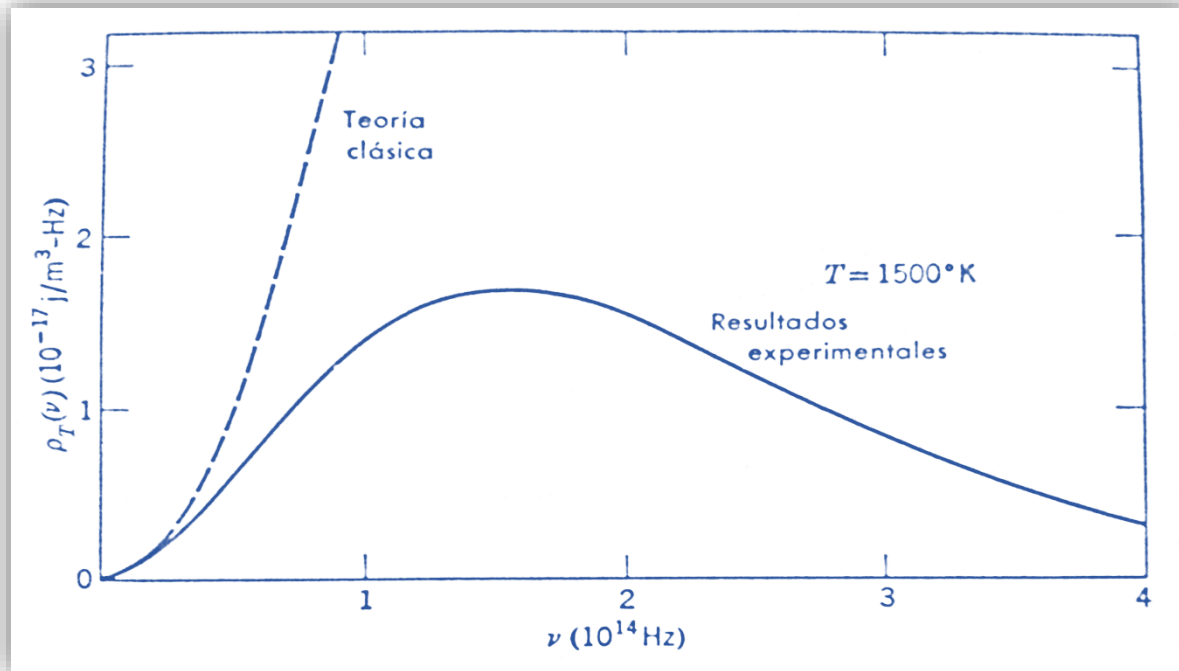
Los científicos John Rayleigh y James Jeans calcularon la densidad de energía de la radiación de cuerpo negro (*fórmula de Rayleigh-Jeans*), encontrando un serio conflicto entre la física clásica y los resultados experimentales.

La fórmula de Rayleigh-Jeans, para la radiación de un cuerpo negro es:

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{a^3} d\nu, \quad \text{Ec. (I-1)}$$

donde  $\rho_T(\nu)d\nu$  es la densidad de energía por unidad de volumen en un intervalo de frecuencias ( $\nu$ ) del espectro de cuerpo negro a temperatura  $T$ ,  $8\pi\nu^2$  es el número de ondas estacionarias en el intervalo de frecuencias,  $kT$  es la energía promedio de cada onda, con  $k$  como la constante de Boltzmann  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  joule/K, y  $a^3$  es el volumen de la cavidad.

En (I-1) es posible observar que la densidad de energía en una cavidad de cuerpo negro en el límite de frecuencias bajas tiende a cero y a medida que crece la frecuencia, tiende a infinito, mientras que, experimentalmente, la energía siempre permanece finita y, a frecuencias muy altas, tiende a cero.



**Figura I.1. Predicción de Rayleigh-Jeans (Eisberg & Resnick, 2011).**

La línea punteada muestra la predicción de Rayleigh-Jeans y la línea continua los resultados experimentales de la densidad de radiación de cuerpo negro.

Por otro lado, el **efecto fotoeléctrico**, es decir, la producción de corriente eléctrica en un material debido a la incidencia de radiación electromagnética, es un fenómeno descubierto por Heinrich Hertz en 1886 en el que también existen discrepancias entre el modelo teórico y el experimento:

1. **Falta de dependencia de la energía cinética del electrón con la intensidad de la luz.** La teoría ondulatoria de la luz, sugiere que la energía cinética de los electrones aumenta con el aumento de intensidad del haz de luz. Esto es debido a que se pensaba que los electrones acumulaban energía para ser expulsados del material, en donde dicha energía era proporcionada por la incidencia de las ondas de radiación electromagnéticas en los electrones.
2. **Existencia de una frecuencia de corte.** Basándonos en lo anterior, el efecto fotoeléctrico debería ocurrir para cualquier frecuencia de las ondas radiantes siempre y cuando la intensidad de dicha radiación sea lo suficientemente grande como para dar la acumulación de energía necesaria para la emisión de electrones. Sin embargo, experimentalmente, existe una frecuencia de corte característica para cada superficie, debajo de la cual, el efecto fotoeléctrico no ocurre.
3. **La ausencia de un tiempo de retraso.** Se pensaba que debería existir un tiempo de retraso entre el instante en que el haz de luz incide sobre los



electrones del material (proporcionando la acumulación de energía necesaria) y el momento en que los electrones son expulsados. Sin embargo, experimentalmente, nunca se ha medido un tiempo de retraso.

## I.2 Cantidades cuantizadas

En **(I-1)** se puede apreciar que  $E=kT$  no depende para nada de la frecuencia. Sin embargo, experimentalmente, cuando la frecuencia tiende a 0,  $E$  tiende a  $kT$  y cuando la frecuencia tiende a infinito,  $E$  tiende a 0. Planck se dio cuenta de que si trataba la energía como si fuera una variable discreta en vez de una variable continua, debía sumar los intervalos de energía  $\Delta E$  que forman el área bajo la curva de la **Figura I.1** para encontrar la energía promedio de la radiación de cuerpo negro, encontrando que entre más pequeños sean dichos intervalos, la energía tendía a  $kT$  y entre más grandes eran los intervalos, la energía tendía a 0, como los resultados para los valores de  $\nu$ , llegando a la conclusión de que  $\Delta E$  debía ser proporcional a  $\nu$ . Así que para hacer el mejor ajuste de los valores entre su teoría y los experimentos, Planck determinó, mediante trabajo numérico, una constante de proporcionalidad llamada constante de Planck  $h$ . Llegando a la ecuación:

$$\Delta E = h\nu \quad \text{Ec. (I-2)}$$

En base a la distribución de Boltzmann que es la probabilidad de encontrar a una partícula en un sistema, independientemente de la energía, es posible llegar a una probabilidad de  $1/kT$  cuando la energía es 0 y probabilidades que tienden a 0 cuando la energía tiende a infinito. De manera que, en **(I-2)**, si  $\nu$  tiende a infinito la energía también, sin embargo, la probabilidad de encontrar partículas a tan altas energías tiende a 0, razón por la que se entiende que a altas frecuencias no existirán demasiadas partículas y la energía en la cavidad tenderá a 0.

De esta manera, Planck da solución a las discrepancias entre la teoría y los experimentos de cuerpo negro mediante una teoría de energía discreta.

No mucho después, Albert Einstein, basándose en la teoría propuesta por Planck de la energía discreta, propuso que la radiación también estaba en paquetes discretos que posteriormente llamó *fotones*. Einstein usó su propuesta para explicar las discrepancias entre la teoría ondulatoria y los resultados experimentales del efecto fotoeléctrico:

1. Si se duplica la intensidad de la luz, se duplica el número de fotones. Sin embargo, considerando la radiación como paquetes discretos de luz y no como ondas continuas, la energía no es acumulada por el electrón. Al incidir un fotón en un electrón, éste recibirá una energía proporcional a la frecuencia del fotón,  $h\nu$ , por lo que la intensidad de la luz no es la que

determina si la energía es suficiente para que los electrones sean eyectados de los átomos, sino la frecuencia de la luz.

2. La frecuencia de corte es la frecuencia correspondiente a la energía necesaria para que el electrón salte del material, si la frecuencia de la radiación es menor a la frecuencia de corte, el electrón no será expulsado del material, de tal manera que el efecto fotoeléctrico no se dará.
3. La energía necesaria para que un electrón salte de un nivel a otro no se esparce uniformemente sobre el material como se supuso en la teoría ondulatoria. El tiempo que transcurre entre la incidencia del fotón y la expulsión del electrón es prácticamente instantáneo; ya que la energía no se acumula, no existe tiempo de retraso en el proceso físico del efecto fotoeléctrico.

Por otro lado, la teoría clásica argumentaba que en un átomo los protones se reunían en el núcleo y los electrones orbitaban a su alrededor. De esta manera, al ser los electrones partículas cargadas en movimiento acelerado, radiaban energía, la cual hubiera provocado una caída en espiral hacia el núcleo. Sin embargo, los átomos son estables, por lo que Niels Bohr utilizó la idea de cuantización para explicar la controversia. Propuso que los radios de las órbitas electrónicas estaban cuantizadas. Puesto que un electrón únicamente puede estar en niveles discretos de energía, al perder energía no puede caer en espiral al núcleo, sino únicamente al nivel mínimo de energía; de esta manera el átomo es estable.

Tales ideas de cuantización revolucionaron la teoría clásica, sin embargo, la teoría cuántica no fue plenamente desarrollada sino hasta años después, gracias a las muchas contribuciones de diversos científicos.

### **I.3 Interacción de la luz con la materia**

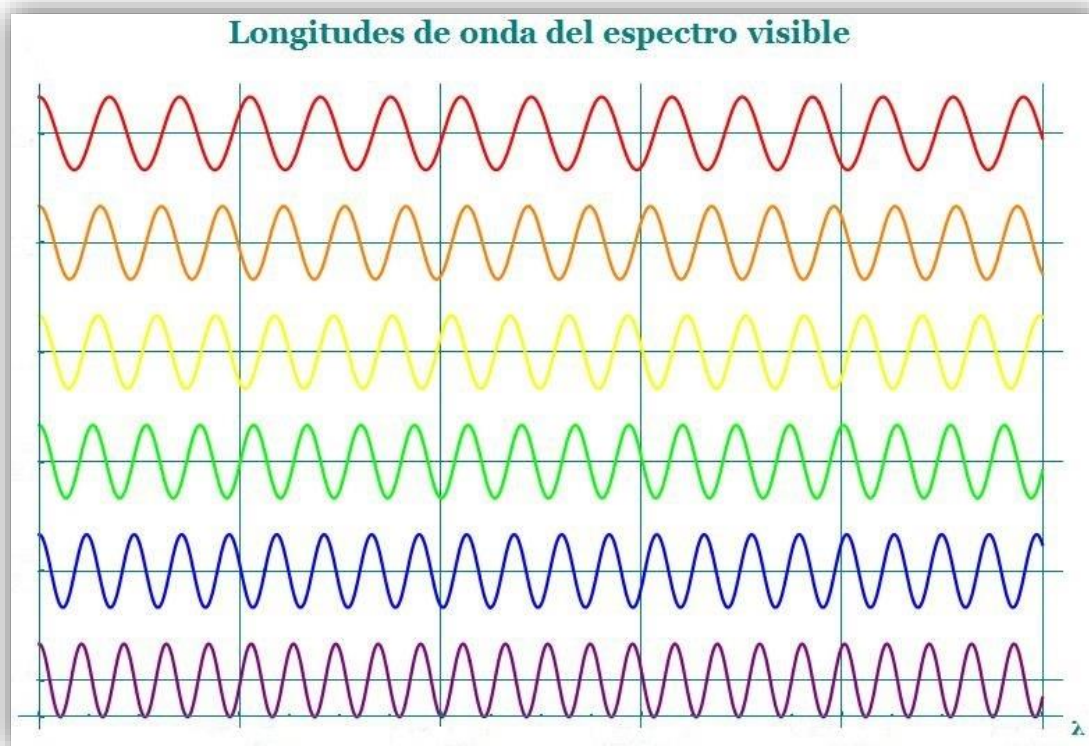
El espectro electromagnético comprende las diferentes clases de radiación electromagnética que existen, clasificadas por su longitud de onda  $\lambda$ , que es la distancia entre una cresta y otra de la onda. La luz visible es la parte de radiación del espectro electromagnético que percibe el ojo humano, distinguible a las longitudes de onda que abarcan los colores desde el violeta hasta el rojo. Dichas longitudes de onda asociadas a cada nombre de color son aproximadas y tienen diferentes rangos.

Todas las ondas de radiación del espectro electromagnético viajan a la misma velocidad en el vacío,  $c$ . Dicha velocidad es una constante fundamental de la naturaleza y tiene un valor aproximado de  $3 \times 10^8$  m/s. La frecuencia y la longitud de onda están relacionadas con la velocidad de la luz por medio de la siguiente expresión:

$$c = \lambda_0 \nu,$$

**Ec. (I-3)**

donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda en el vacío.



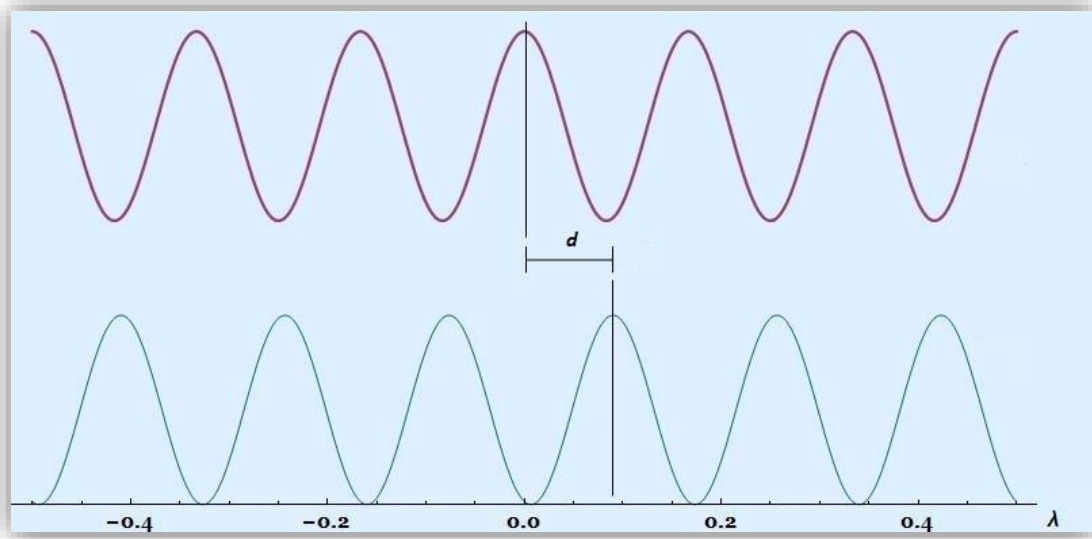
**Figura I.2. Longitudes de onda del espectro electromagnético visible. Simulación hecha en Mathematica (trabajo propio, 2013).**

Desde violeta: con longitud de onda de 380 – 450 nm y frecuencia de 789-666 THz hasta rojo: con longitud de onda 620 – 750 nm y frecuencia de 483-400 THz, de abajo a arriba.

La propagación de una onda de radiación en un medio tiene una velocidad característica llamada velocidad de fase  $v_p$ , es decir, la velocidad con la que se propaga la fase, por ejemplo un máximo de cada onda de radiación electromagnética:

$$v_p = \lambda \nu,$$

**Ec. (I-4)**



**Figura I.3. Velocidad de fase. Simulación hecha en Mathematica (trabajo propio, 2013).**

En la imagen se muestra una onda (color morado) viajando. La fase viaja recorriendo una distancia  $d$  mostrada por la segunda onda (color azul). La velocidad de fase es la velocidad con la que la fase de la onda recorre la distancia  $d$ .

En el vacío, **(I-3)** y **(I-4)** son iguales para todas las longitudes de onda. Sin embargo, en un medio material -en este caso dicho medio será llamado medio dispersivo-, la velocidad de una onda dependerá de la frecuencia, por lo que ahora  $v_p$  estará dada por:

$$v_p = \frac{c}{n}; n = \frac{c}{v_p} = \frac{v_0}{v} \quad \text{Ec. (I-5)}$$

donde  $n$  es el índice de refracción dependiente de la frecuencia,  $v_0$  es la frecuencia de la onda en el vacío y  $v$  la frecuencia de la onda en el medio dispersivo. A esta dependencia se le llama **dispersión**.

La base física de la dispersión se encuentra examinando la interacción de la luz con la materia, es decir, la interacción fotón-electrón.

Cuando una fuente externa de radiación incide en un medio material, se llevan a cabo los procesos de absorción, emisión espontánea y emisión estimulada:

1. Si la energía del fotón incidente, con longitud de onda  $\lambda$ , equivale a la diferencia entre el estado de mínima energía y el siguiente nivel de energía, el electrón absorberá la luz, saltando al siguiente nivel de energía. A este proceso de **capturar** un fotón se le llama **absorción**.

2. Después de que el fotón fue absorbido, el electrón lo reemitirá, volviendo a su mínimo nivel de energía; **emisión espontánea**. En adelante, se nombrará proceso de absorción-emisión a los procesos de absorción y emisión espontánea.
3. **Emisión estimulada** de un fotón por un electrón debido a la incidencia de un segundo fotón. El fotón emitido tendrá las mismas características del segundo fotón; frecuencia, dirección y fase.

La distancia entre niveles de energía correspondiente a la frecuencia a la que el electrón salta de un nivel a otro, se llama frecuencia natural del material o frecuencia de resonancia. A los procesos de interacción de la luz y la materia mencionados se les llama procesos resonantes. Cuando la frecuencia del fotón incidido es cercana a la frecuencia natural del material, el fotón se propaga a una velocidad menor a la velocidad de la luz debido a las interacciones con las partículas del material, lo cual depende del índice de refracción del material, resultando en un cambio de dirección conocido como fenómeno de **refracción**. El cambio de velocidad y dirección de la luz para diferentes frecuencias, se conoce como esparcimiento<sup>2</sup> de la luz.

### I.3.1 Superposición

Dos o más ondas pueden estar en estado de superposición (suma), teniendo como resultado una nueva onda compuesta de las ondas sumadas, las cuales pierden su identidad individual para formar la nueva onda.

La interferencia constructiva es cuando las crestas de todas las ondas componentes coinciden formando un único pulso correspondiente a una única onda; mientras que la interferencia destructiva se da cuando las crestas de las ondas componentes no coinciden entre ellas de manera que crestas y valles se cancelan entre sí sin formar un pulso.

La velocidad de grupo  $v_g$  de una onda compuesta por la superposición de varias ondas, de frecuencia angular  $\omega$  y número de onda  $k$ , es:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad \text{Ec. (I-6)}$$

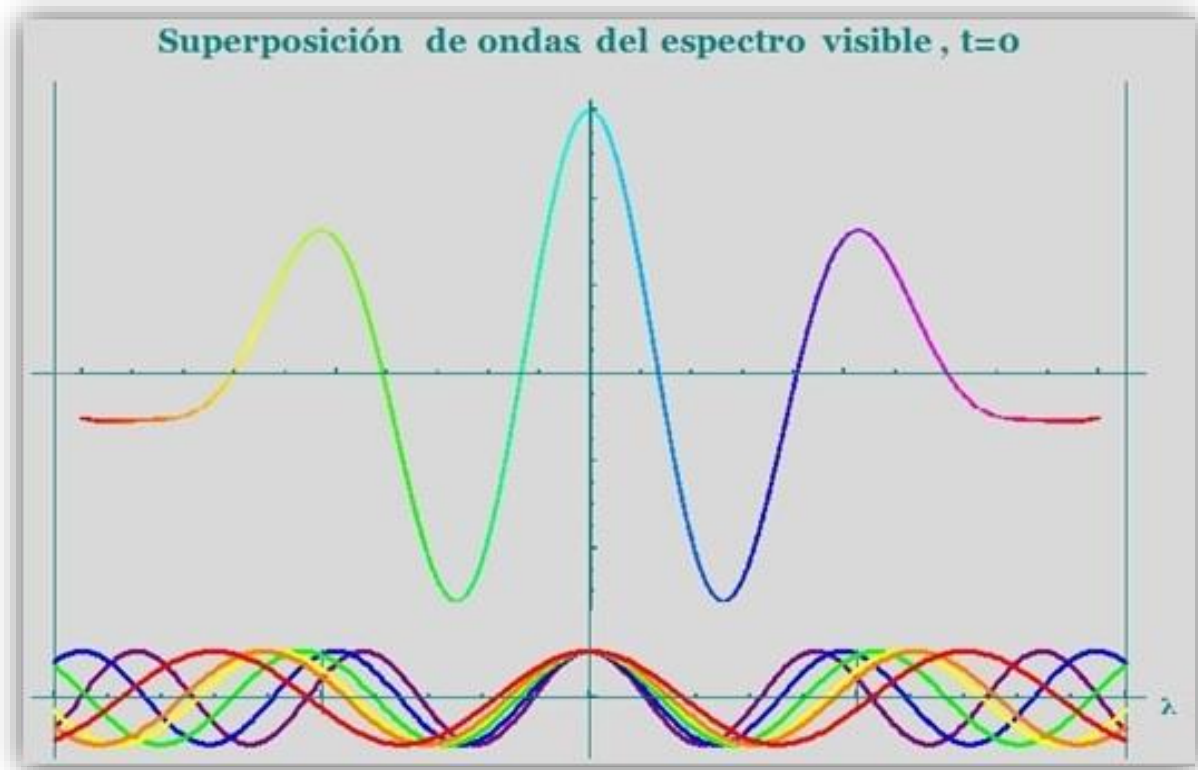
Una onda senoidal de frecuencia  $\nu$  y longitud de onda  $\lambda$  que se mueve en dirección  $x$  en un tiempo  $t$  es descrita por la función de onda:

---

<sup>2</sup> En inglés <scattering> se traduce como dispersión, dicha traducción origina confusión entre los procesos de interacción microscópica tipo colisión y los de dependencia entre la velocidad y la frecuencia de la radiación, que son propiamente los dispersivos. Se usará esparcimiento como dispersión (dependencia entre la velocidad y la frecuencia de la radiación), según la terminología del traductor del libro (Hetch, 2000), así mismo se usará como referencia adicional para la sección I.3 y I.3.1.

$$\Psi(x, t) = \text{sen}2\pi(x/\lambda - vt)$$

**Ec. (I-7)**



**Figura I.4. Velocidad de grupo. Simulación hecha en Mathematica (trabajo propio, 2013).**

La imagen muestra la superposición de ondas del espectro visible (ondas de colores de abajo), las cuales forman un nuevo pulso (la onda multicolor de arriba) que, por la superposición, presenta interferencia constructiva donde todas las crestas de las ondas coinciden e interferencia destructiva donde las crestas y valles de las ondas se cancelan unas con otras.

La ecuación **(I-7)** puede ser reescrita como

$$\Psi(x, t) = \text{sen}(kx - \omega t)$$

**Ec. (I-8)**

en donde  $k = 2\pi/\lambda$  y  $\omega = 2\pi\nu$ .

La superposición de varias ondas, se obtiene sumando cada función de onda correspondiente a las ondas individuales.

$$\Psi(x, t) = \Psi_1(x, t) + \Psi_2(x, t) + \dots + \Psi_n(x, t)$$

**Ec. (I-9)**

## I.4 Dualidad onda-partícula

Los procesos de interacción entre radiación y materia sirvieron para entender el comportamiento corpuscular de la luz. Maurice de Broglie, atraído por este comportamiento corpuscular de la luz, inició una investigación que lo condujo a asociar una onda a cada partícula. Propuso que, así como un fotón tiene asociada una onda de luz que gobierna su movimiento, una partícula de materia tiene asociada una onda de materia que gobierna su movimiento.

Tanto para la materia como para la radiación, la energía se relaciona con la frecuencia de la onda asociada a su movimiento por **(I-2)**. Y el impulso se relaciona con la longitud de onda de la onda asociada por:

$$p = h/\lambda \qquad \text{Ec. (I-10)}$$

Ambas ecuaciones se relacionan con los conceptos ondulatorios de frecuencia y longitud de onda por medio de la constante de Planck. La ecuación **(I-10)** predice la longitud de onda de de Broglie de una onda de materia asociada al movimiento de una partícula de materia con impulso  $p$ .

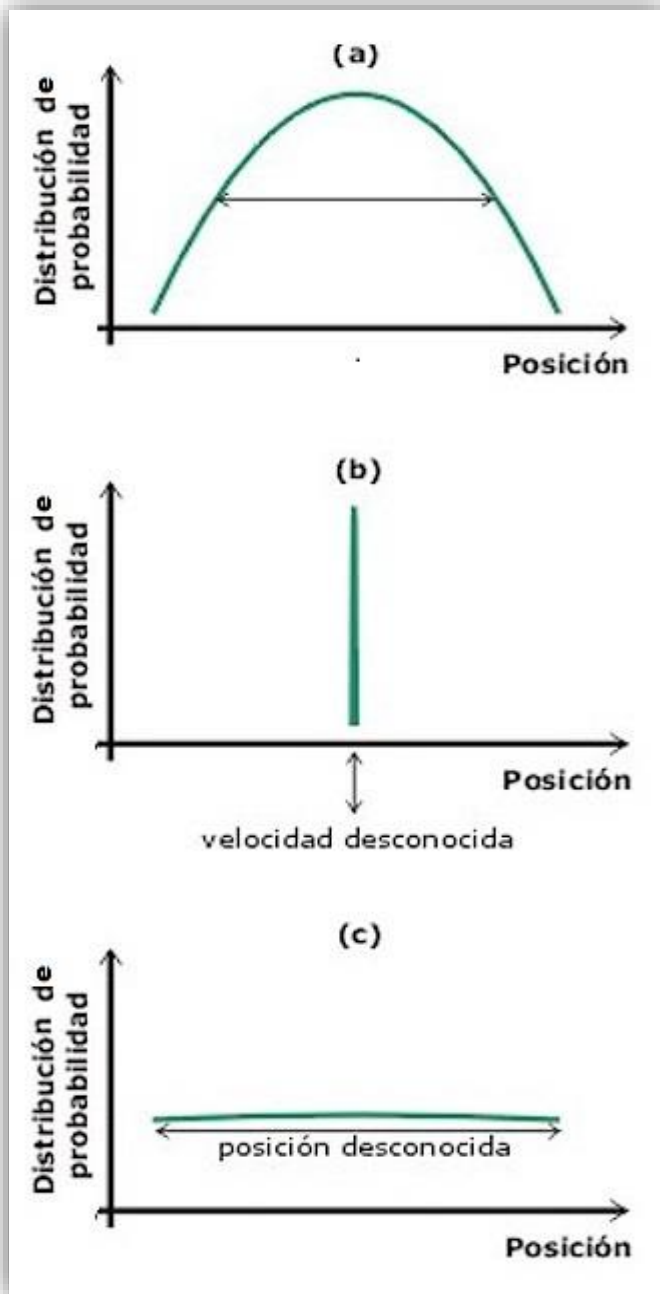
Para una mejor comprensión gráfica véase la sección II.1 y **Figura II.2**

## I.5 Principio de incertidumbre de Heisenberg.

En mecánica clásica, la medición de sistemas resulta en perturbaciones, que son tan despreciables o controlables que se pueden tomar en cuenta a la hora de hacer los cálculos. Por esta razón, los físicos clásicos suponían que en los sistemas microscópicos se podía determinar la posición y el impulso de una partícula simultáneamente de modo similar a los sistemas macroscópicos, por medio de las mismas mediciones.

Werner Heisenberg y Niels Bohr pusieron esta suposición en tela de juicio. En la teoría cuántica se llegó a la conclusión de que no se puede determinar simultáneamente el valor exacto del impulso  $p$  y el valor exacto de la coordenada correspondiente  $x$  de una partícula. La precisión de la medición será limitada por la relación:

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \qquad \text{Ec. (I-11)}$$



donde  $\Delta p$  es la incertidumbre de  $p$ ,  $\Delta x$  es la incertidumbre de la posición  $x$  y  $\hbar$  es una notación simplificada de  $h/2\pi$ . Esta desigualdad recibe el nombre de principio de incertidumbre de Heisenberg.

La imposibilidad de medir posición y velocidad simultáneamente no está en la incapacidad para crear un experimento suficientemente inteligente, sino en la incapacidad de medir un sistema sin alterarlo.

**Figura 1.5. Principio de Incertidumbre (Martinez, Gomez, Salazar, Gomez, & Rocha, 2012).**

Distribuciones de probabilidad en tres casos: (a) El átomo tiene una cierta velocidad y, por tanto, una cierta probabilidad del ser encontrado en la zona que se marca con la flecha horizontal. (b) La curva marca un pico donde está localizado el átomo, aunque la velocidad es desconocida. (c) La curva muestra que no es posible determinar ninguna zona pequeña donde localizar el átomo. Éste estará en cualquier lugar con posibilidades parecidas.

## I.6 Medición/observación

Debido a que ahora se puede asociar una onda a cada partícula, es posible describir y representar la probabilidad de encontrar una partícula de masa  $m$  en un intervalo del eje de propagación de la partícula a un tiempo  $t$  (véase **Figura 1.5**) por medio de una función de onda  $\Psi(x, t)$ .

Esto quiere decir que antes de medir las propiedades de movimiento descritas por la función de onda no se conoce el estado físico de la partícula y con cada medición la función de onda colapsa dando a conocer un solo estado posible



de la partícula, una posición o velocidad definidas en el eje de propagación de la partícula, de acuerdo con el principio de incertidumbre de Heisenberg.

Para estudiar las leyes del movimiento ondulatorio que obedecen las partículas de masa  $m$  de un sistema microscópico que se encuentran bajo la influencia de fuerzas descritas por la función energía potencial  $V(x, t)$ , se requiere de una ecuación que controle el comportamiento de la función de onda y la partícula. Dicha función de onda será de la forma de **(I-8)** la cual está basada en la teoría de de Broglie que relaciona longitud de onda y frecuencia de una onda con impulso y energía de una partícula en **(I-2)** y **(I-10)**. Además, **(I-8)** también debe ser lineal, es decir, ser proporcional a su primera potencia; cualquier derivada tiene esta propiedad. La linealidad asegura que se pueden sumar funciones de onda para producir las interferencias constructivas y destructivas de las ondas.

Después de algunos cálculos Schrödinger encontró la ecuación de onda:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(x, t) + V(x, t)\Psi(x, t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x, t)}{\partial t} \quad \text{Ec. (I-12)}$$

Que explica que la energía cinética  $(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2)$  más la energía potencial  $(V(x, t))$  es igual a la energía total de la función de onda  $(i\hbar\frac{\partial\Psi(x, t)}{\partial t})$ . Donde  $\hbar^2\nabla^2 = p$  es una equivalencia de la ecuación **(I-10)** y  $\nabla^2 = \frac{\partial^2\Psi(x, t)}{\partial x^2}$ .

Para estudiar un sistema por medio de esta función de onda particular, se prepara una secuencia de mediciones (observaciones). Medir una variable en un sistema es equivalente a interactuar con la función de onda que representa a esta variable. Desde el punto de vista cuántico, una medición provoca perturbaciones en el sistema observado y esto es precisamente lo que explica el principio de incertidumbre. En un experimento, al medir la posición de una partícula, la superposición de estados que presenta dicha partícula colapsa a un único estado posible después de la observación. Si posteriormente se mide la velocidad de la misma partícula se obtendrá un resultado determinado de acuerdo a la función de probabilidad del sistema. Imaginando que se mide primero la velocidad y la luego posición en un segundo experimento, los resultados obtenidos serán completamente diferentes a los del primer experimento. El propio acto de medir altera el estado del sistema. La información que contiene la función de onda es probabilística.

La localización de una partícula en movimiento no está definida con precisión, sino que está distribuida en un intervalo de valores probables; una de las variables (impulso o posición) está indefinida a cambio de que la otra sí esté definida.

Por otro lado, una onda independiente del tiempo puede representarse por una función de onda característica llamada *eigenfunción*, la cual se denota por  $\psi(x)$  a diferencia de la función de onda  $\Psi(x, t)$ .

## I.7 Espín y estadísticas de distribución de energía

Dos partículas son idénticas si todas sus propiedades son exactamente iguales, haciéndose indistinguibles una de otra. En física clásica, si se quiere medir dos partículas idénticas es posible seguir las trayectorias de una y de la otra para saber cuál es la partícula 1 y cuál la 2. Sin embargo, en física cuántica el principio de incertidumbre no permite hacer esta medición, de modo que no se puede distinguir una partícula de otra si ambas son exactamente iguales.

En el caso de un electrón y un protón, el solapamiento de sus funciones de onda no las hace indistinguibles, pues sus otras propiedades físicas, como masa o carga, las distinguen perfectamente a una de la otra.

### I.7.1 Definición de espín

El espín puede llamarse ímpetu o momento angular intrínseco y es útil imaginarlo como el ímpetu angular de una partícula que gira sobre su eje.

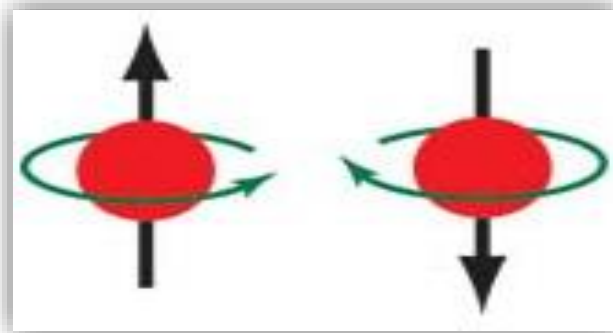
El espín:

- Es una propiedad específica de las partículas elementales, así como la masa y la carga eléctrica, además es independiente del estado de movimiento.
- El momento angular intrínseco puede tomar valores semi-enteros para las partículas que constituyen la materia (como el electrón de espín  $1/2$ ) y valores enteros para las partículas portadoras de las interacciones (como el fotón de espín 1).

Es una cantidad cuántica exclusivamente; no se puede dar una descripción clásica para los grados de libertad asociados al espín.

**Figura I.6. Representación gráfica de espín (Paz, 2013).**

Se puede imaginar que las esferas rojas son electrones con sus espines arriba y abajo, representados por las flechas negras, movimientos angulares derecha e izquierda, representadas por las flechas verdes, y valores  $1/2$  y  $-1/2$ , respectivamente. El espín  $-1/2$  es una mera proyección del espín  $1/2$ .



### **I.7.2 Principio de exclusión de Pauli**

Desde sus trabajos iniciales, Bohr se preguntaba por qué en un átomo en su estado base, los electrones no se encuentran en el nivel de mínima energía. Con base en la mecánica clásica este fenómeno no podía ser explicado.

Wolfgang Pauli, en 1925, dedujo que en un átomo cada electrón se acomoda en un nivel de energía diferente, llegando a su famoso principio de exclusión:

*En un átomo multielectrónico, nunca podrá existir más de un electrón en el mismo estado cuántico.*

El estado cuántico es el estado específico en el que se puede localizar el sistema cuántico en cuestión.

Por otro lado, un efecto de la indistinguibilidad es que si una partícula cuántica está en un estado cuántico particular afecta la probabilidad de que otra partícula esté en ese mismo estado. Esto es debido a que, las eigenfunciones que describen a las partículas pueden ser antisimétricas, si la eigenfunción de un sistema de dos partículas idénticas marcadas cambia de signo al intercambiar sus marcas y, simétricas, si la eigenfunción del sistema de estas partículas no cambia de signo al intercambiar sus marcas.

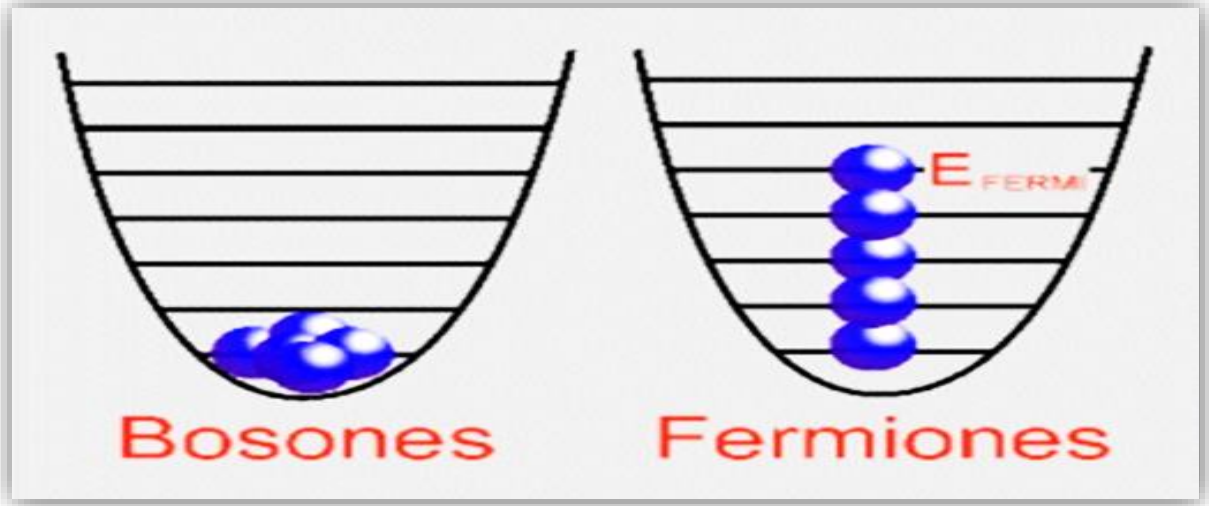
De modo que, todas las funciones antisimétricas tienen propiedades tales que se sujetan al principio de exclusión. El principio de exclusión presenta una condición más fuerte que la citada anteriormente:

*Un sistema multielectrónico deberá ser descrito por una eigenfunción total antisimétrica.*

El tipo de simetría está determinada por el experimento, por lo que se encontró que había partículas que debían ser descritas por eigenfunciones simétricas, razón por la que se llegó a la conclusión de que, en física, la familia de partículas elementales está dividida en dos:

- Fermiones, en honor al físico Enrico Fermi, que se caracterizan por tener eigenfunciones antisimétricas y por lo tanto poseen espín semi-entero. Éstos obedecen al principio de exclusión de Pauli y, entonces, la presencia de una partícula en algún estado cuántico, inhibe completamente la posibilidad de que otra partícula se encuentre en ese estado cuántico. Todos los fermiones estarán acomodados en un estado cuántico diferente, empezando en el nivel de menor energía.

- Bosones, en honor al físico Satyendra Nath Bose y se caracterizan por tener eigenfunciones simétricas y poseen espín entero. No obedecen el principio de exclusión y, entonces, la presencia de una partícula en un estado cuántico aumenta considerablemente la posibilidad de que otra partícula se encuentre en ese mismo estado. Todos los bosones podrán acomodarse en el mismo estado cuántico.



**Figura I.7. Familia de partículas (NASA, 2004).**

La imagen muestra la distribución de energía de las familias de bosones y fermiones en un átomo.

### I.7.3 Estadísticas de Fermi-Dirac y de Bose-Einstein

Las estadísticas de Fermi-Dirac y de Bose-Einstein dan la distribución esperada de la energía de las partículas dependiendo de la temperatura, es decir, el número probable de partículas de un sistema en equilibrio a temperatura  $T$ , que se encontrarán en un estado de energía  $\epsilon$ .

La estadística de Fermi se aplica a fermiones y se expresa de la siguiente manera:

$$n(\epsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} + 1}, \quad \text{Ec. (I-13)}$$

mientras que la estadística de Bose se aplica a bosones y se expresa como:

$$n(\epsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} - 1}, \quad \text{Ec. (I-14)}$$

donde  $n(\epsilon)$  es el número de bosones o fermiones, respectivamente, por estado cuántico,  $k$  es la constante de Boltzmann, y  $T$  es la temperatura.

Cabe destacar que para la estadística para fermiones que presenta un término  $+1$ , en realidad indica el factor de inhibición para fermiones, después de los cálculos matemáticos correspondientes. De igual modo, en la estadística para bosones, el término  $-1$  es, en realidad, el factor de aumento.

## I.8 Paradojas

Una paradoja es una situación opuesta a lo que se cree verdadero, una aparente contradicción, en algunos casos irreal y, en otros, extrañamente verídica. En física, diversas paradojas pretenden revelar un mundo real, aún desconocido, y gracias a ellas han sido entendidos muchos aspectos de la física en busca de la solución a algunos de sus problemas.

Entre la comunidad científica de la época en la que nacía la mecánica cuántica, existía preocupación por hechos como: a) de acuerdo a la interpretación estándar de la mecánica cuántica, un sistema existe realmente en todos los posibles estados hasta el colapso de la función de onda del sistema en un único estado después de una medición y b) que la mecánica cuántica no es una teoría completa de la realidad.

La preocupación por la naturaleza estadística de la mecánica cuántica y la posibilidad de una realidad oculta más allá de la representada por una función de onda mecano-cuántica, llevó a algunos científicos a formular paradojas para explicar dichos aspectos incomprensibles, entre ellos, encontrar una teoría completa de la mecánica cuántica.<sup>3</sup>

### I.8.1 Paradoja del gato de Schrödinger

En 1935, Schrödinger ideó la “paradoja del gato de Schrödinger”, un experimento mental que exponía las propiedades probabilísticas del hecho a).

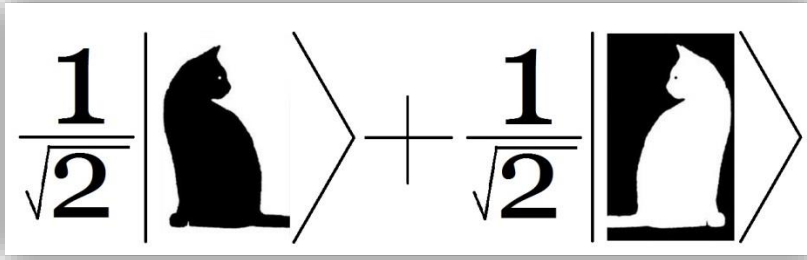
El experimento consiste en una caja cerrada y opaca que contiene un gato vivo, una botella de gas venenoso, una partícula radiactiva con 50% de probabilidades de desintegrarse en determinado tiempo, y un dispositivo capaz de romper la botella en caso de que la partícula radiactiva se desintegre.

Teniendo en cuenta estas condiciones dentro de la caja, el experimento se vuelve probabilístico, pues la partícula radiactiva da la probabilidad de un 50% de que el gato viva o muera. Así, la paradoja radica en el hecho de que el gato puede estar vivo o muerto, pueden existir dos caminos diferentes dentro de la caja

---

<sup>3</sup> Para la sección I.8 citaremos a (Hawking, 2011) como referencia adicional al capítulo I.

siempre y cuando no se observe el contenido de la caja, por la ya mencionada afirmación de Heisenberg de que la medición del observador altera el sistema observado.



**Figura I.8. Paradoja del gato de Schrödinger (trabajo propio, 2013).**

La imagen muestra la parte probabilística de que el gato en la caja esté vivo o muerto (véase sección III.1.1).

### I.8.2 Paradoja de Einstein-Podolsky-Rosen

Por otro lado, una de las paradojas más importantes en mecánica cuántica es la Paradoja EPR (por las iniciales de los nombres de los físicos que la propusieron, Albert Einstein, Boris Podolsky y Nathan Rosen). La paradoja es un experimento mental propuesto en 1935 y propone una solución al hecho b).

Se sabe que es imposible obtener información del estado total de un sistema cuántico al hacer mediciones sobre una de las partículas, razón por la cual Einstein, Podolsky y Rosen introducen el fenómeno de entrelazamiento cuántico en su paradoja. El entrelazamiento es un fenómeno cuántico, que no tiene análogo clásico, en donde se forma, en un mismo proceso, un sistema de dos partículas idénticas, las cuales están fuertemente correlacionadas como consecuencia de las leyes de conservación como momento lineal o momento angular.

El experimento Einstein-Podolsky-Rosen propone, en base al entrelazamiento cuántico, que transcurrido un cierto tiempo desde la formación del sistema de dos partículas, si se realiza una medición simultánea del momento lineal en una de las partículas y de la posición en la otra, se tendrá la información completa sobre cada partícula del sistema, violando el principio de incertidumbre de Heisenberg. Debido a que ambas partículas son idénticas, en cada partícula del par se puede medir una característica y deducir la otra, obteniendo al final ambos datos de las dos partículas entrelazadas. De modo que se daría solución al principio de incertidumbre; y la posibilidad de obtener información completa de un sistema físico, abriría paso a una teoría completa de la mecánica cuántica.

Sin embargo, las correlaciones entre las partículas entrelazadas son tan fuertes, que se comunican la una con la otra como si no existiese distancia de por **medio**. A esta situación, Einstein la llamo “**fantasmal acción a distancia**” (Einstein, Podolsky, & Rosen, 1935).

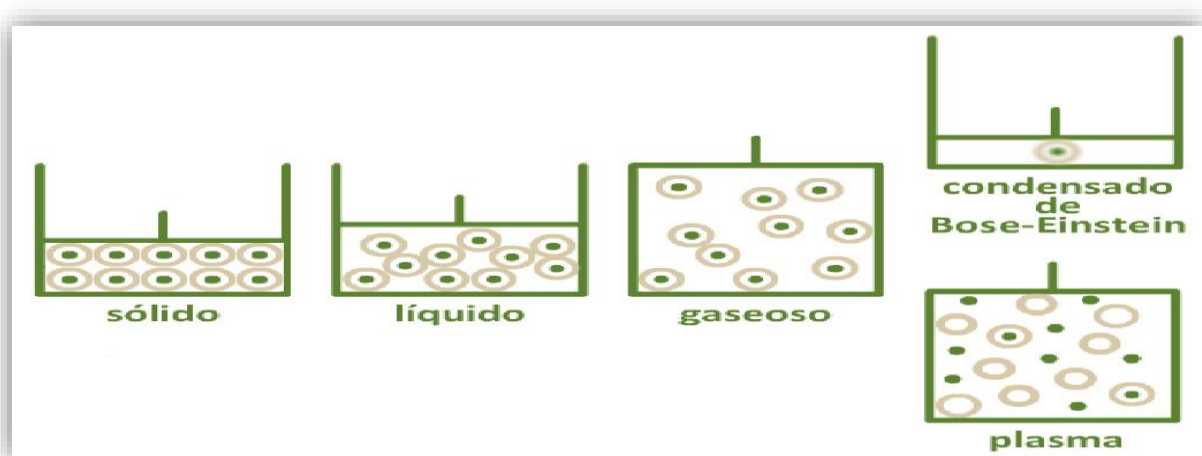
La preocupación de Einstein, Podolsky y Rosen por los hechos incompletos e inexplicables de la mecánica cuántica, llevó a la conclusión de que debía existir una mecánica cuántica de variables ocultas que dieran solución a dichos hechos

incomprensibles. La teoría de las variables ocultas no es, hasta la fecha, aceptada; sin embargo es contemplada como posible teoría completa de la mecánica cuántica.

Experimentos sobre la paradoja de Einstein-Podolsky-Rosen son ahora llamados experimentos de teleportación cuántica, los cuales, apoyan la teoría de la transmisión instantánea de información, dando paso a una nueva área de investigación (Aspect, Grangier, & Roger, 1982).

## II Condensados de Bose-Einstein

En el universo, la materia se presenta en diversos estados: sólidos, líquidos, gases y plasmas. Cada uno de ellos posee características propias, las cuales se han sabido aprovechar, o bien se está en proceso de saber aprovechar. Sin embargo, en condiciones extremas de temperatura y presión, la materia puede formar un nuevo estado de agregación: un condensado de Bose-Einstein (BEC, por sus siglas en inglés). A presión atmosférica es necesario lograr temperaturas cercanas al cero absoluto ( $-273^{\circ}\text{C}$ ).<sup>4</sup>



**Figura II.1. Estados de agregación de la materia (Universidad de Valencia, 2012).**

La imagen muestra los estados de agregación de la materia. El sólido es el primer estado de agregación, energéticamente hablando, en donde todos los átomos están quietos. Si a un material sólido se le aumenta la energía ocurre una transición de fase a estado líquido, en donde los átomos del material son más libres que en el sólido. Siguiendo con el aumento de la energía se obtiene un material gaseoso, en donde todos los átomos están demasiado separados espacialmente. En un siguiente incremento de la energía en el gas se obtiene un estado llamado plasma, en donde, además de estar muy separados los átomos, los electrones son separados de sus átomos (ionización), un ejemplo de este estado es el Sol. Por otro lado, si partiendo del gas se baja la temperatura cerca del cero absoluto, se obtiene un condensado de Bose-Einstein, el cual tiene a todos sus átomos ocupando el mismo espacio.

El descubrimiento de este estado de agregación se remonta a 1924, cuando Satyendra Nath Bose estudiaba la hipótesis de la cuantización de la luz, inspirado en los trabajos de investigación de Planck, con la idea de tratar la luz como un gas de partículas idénticas, es decir, si dos fotones eran idénticos o no. Posteriormente, Bose envió su investigación a Albert Einstein, quien hizo sus propias

<sup>4</sup> En la Sección II usaremos como referencia principal (Smith, 2008).



investigaciones y generalizó las ideas de Bose para fotones a todas las partículas. Al medir la probabilidad de encontrar a una partícula en un estado de energía determinado, a temperatura ambiente, los resultados de las estadísticas para la familia de partículas fermiónicas y para la familia de partículas bosónicas no diferían demasiado, sin embargo, a temperaturas cercanas al cero absoluto sí. La estadística para partículas bosónicas a bajas temperaturas predecía la existencia de más de 2 partículas en el mismo nivel de energía, mientras que para partículas fermiónicas más de dos partículas no podían permanecer en el mismo nivel de energía. Como consecuencia de esta propiedad de las partículas bosónicas se tiene el descubrimiento de un nuevo estado de agregación de la materia, aquel en el que todos los átomos del material pueden estar en el mismo nivel de energía.

Tuvieron que pasar muchos años entre la predicción de los condensados de Bose-Einstein y su obtención en laboratorio: los físicos Eric Cornell y Carl Wieman lograron obtener este estado de agregación de la materia en 1995, enfriando átomos de rubidio a temperaturas cercanas al cero absoluto. El mismo año, Wolfgang Ketterle también creó condensados enfriando un gas de átomos de sodio. Esto se pudo lograr por medio de técnicas como el enfriamiento y aislamiento mediante la luz láser y el enfriamiento por evaporación mediante trampa magnética.

Hoy en día los condensados de Bose-Einstein son muy investigados, pues se predice que pueden tener diversas aplicaciones, como en láser de átomos, relojes atómicos, superfluidez y superconductividad, luz lenta, computación cuántica, posibles explicaciones de fenómenos cosmológicos, generación de campos magnéticos primordiales, entre otros.

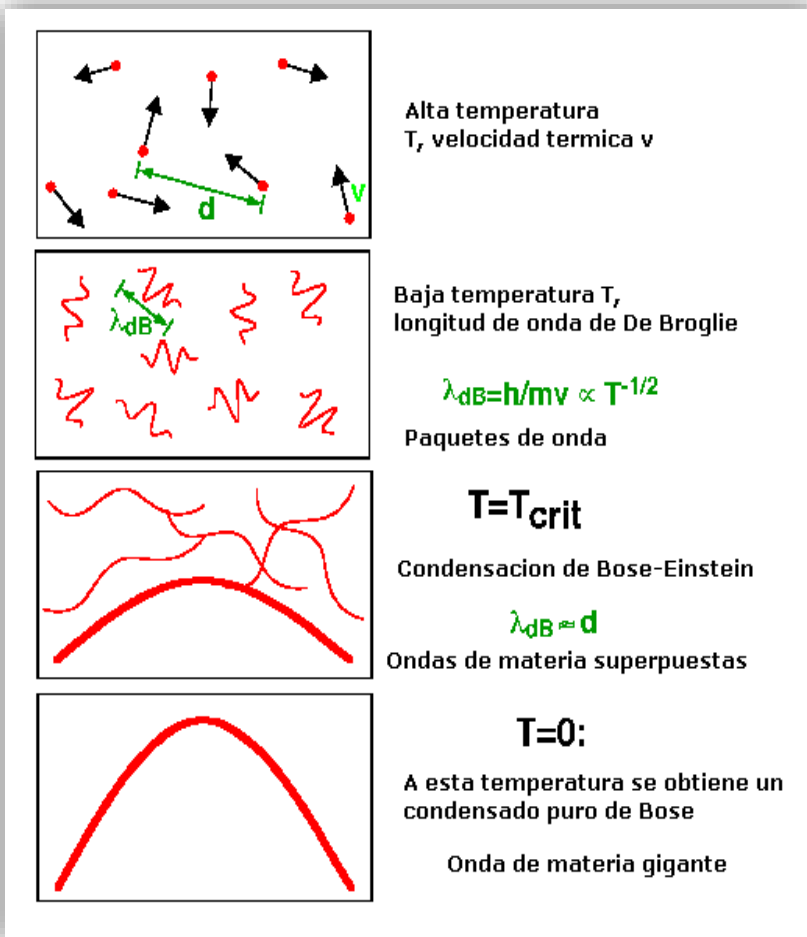
Los condensados permiten un gran control tanto del tiempo como de las distancias y son candidatos prometedores para dar explicación a algunos sucesos científicos. Sin embargo, hay grandes impedimentos para generar condensados, pues las temperaturas necesarias para su obtención son difíciles de alcanzar y a costos de obtención y mantenimiento muy altos.

## II.1 Definición

Un condensado de Bose-Einstein es el fenómeno cuántico, sin análogo clásico, de la acumulación de bosones idénticos en el mismo estado cuántico, correspondiente al mínimo nivel de energía.

El criterio para la condensación es que  $\lambda_T > d$ , donde  $\lambda_T$  es la longitud de onda térmica de de Broglie,  $\lambda_T = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mkT}\right)^{\frac{1}{2}}$  que es el promedio de la longitud de onda de de Broglie de las partículas del condensado a una temperatura específica y  $d$  es la separación entre las partículas, que a su vez depende de la densidad del material. En estas condiciones, las longitudes de onda asociadas a cada bosón del condensado se superpondrán y se producirá la transición al estado fundamental en

que la mayoría de las partículas se encontrarán, perderán su individualidad y podrán aparentar ser un único átomo con una nueva longitud de onda macroscópica y coherente, en lugar de un conjunto de partículas separadas e independientes.



**Figura II.2. Condensación de Bose-Einstein (NASA, 2002).**

A temperatura ambiente, las partículas en un material están separadas espacialmente y tienen propiedades de partículas. A bajas temperaturas, las partículas tienen asociada una longitud de onda de de Broglie, por la dualidad onda partícula. Si la temperatura es menor o igual a la temperatura crítica (temperatura de condensación) las longitudes de onda se superponen entre ellas y forman paquetes de ondas con las mismas características debido a que pierden su identidad. Cuando la temperatura es cercana al cero absoluto, todas las longitudes de onda se superponen formando una única longitud de onda macroscópica, llegando así a la condensación.

## II.2 Obtención en el Laboratorio

Para alcanzar las temperaturas necesarias para la condensación, un grupo de científicos sugirieron utilizar trampas magnéticas como forma de enfriar los átomos. Sin embargo, aunque este método era útil, también era insuficiente para lograr un condensado. Posteriormente, otro grupo ideó el enfriamiento de átomos mediante haces de rayos láser. Esta técnica hizo uso del enfriamiento Doppler de átomos libres. Paralelamente, otro grupo desarrolló la combinación de distintas técnicas logrando enfriar cada vez más los átomos hasta pocos micro kelvin.<sup>5</sup>

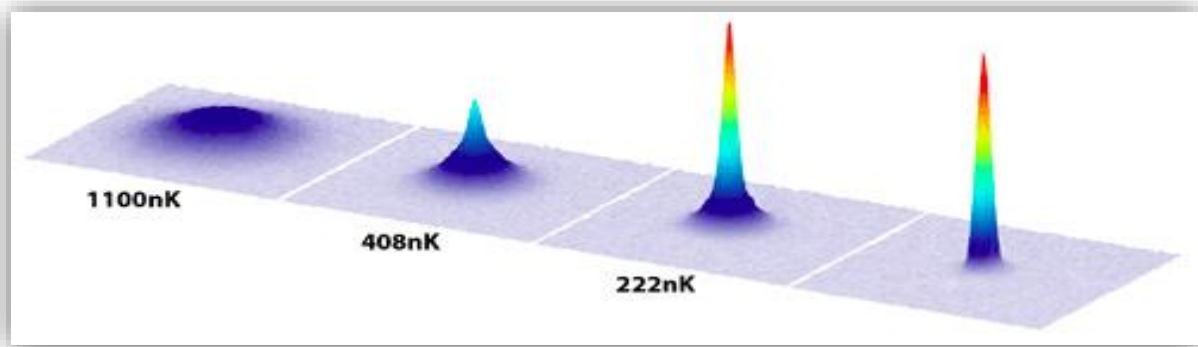
En 1989, Cornell y Wieman propusieron la creación de BEC's de rubidio, sodio y cesio por medio de la combinación de todas las técnicas hasta el momento

<sup>5</sup> Para la sección II.2 la referencia adicional será (Metcalf & Straten, 1999).

usadas. Tras varios intentos y ajustes y con la combinación de las técnicas de láser, trampas magnéticas y enfriamiento evaporativo, entre otras, en 1995 lograron enfriar 2000 átomos de rubidio a 170nK, logrando un BEC durante 10 segundos (Wieman & Cornell, 1995). Paralelamente, Wolfgang Ketterle experimentó con átomos de sodio a 40 $\mu$ k (Davis & Ketterle, 1995).

Cabe mencionar que con el avance de la tecnología y los constantes experimentos, se logró un condensado utilizando únicamente trampas láser.

Actualmente, diversos grupos científicos han experimentado con varios elementos químicos y han logrado condensar hasta 20 millones de átomos a temperaturas cercanas al cero absoluto. Tal es el caso del laboratorio de átomos fríos del Instituto de Ciencias Nucleares (ICN) de la UNAM, en donde se creó un BEC de átomos de Rb<sup>87</sup> en 2007 (Jiménez, 2011).



**Figura II.3. Fotografía de un BEC (Aikawa & Ferlaino, 2012).**

El BEC, logrado por la Universidad de Innsbruck y la Academia de Ciencias en Austria, está conformado por arriba de  $7 \times 10^4$  átomos de Er<sup>168</sup>, mide aproximadamente 1 mm y tiene un tiempo de vida de aproximadamente 24 ms. La fotografía es de falso color donde el azul representa baja densidad de átomos y el rojo alta densidad, por lo que, el pico rojo representa el centro del condensado y una temperatura cercana al cero absoluto, menor a 222 nK.

Sin embargo, lo deseable sería lograr un BEC a temperaturas lejanas al cero absoluto para aplicarlos a la vida cotidiana.

Para lograr un BEC en el laboratorio es necesario el diseño de un sistema que retire el calor de los átomos y además los aisle del medio ambiente para que no absorban su calor.

Tal diseño experimental se basa en una pequeña caja de cristal de vacío en la cual se genera un vacío casi perfecto, de modo que se garantice el aislamiento del exterior y se eviten posibles interacciones con otras partículas del medio o del mismo contenedor. Es ahora el momento en el que se introduce una mínima cantidad del gas que se desea condensar (por lo general rubidio, cesio, sodio, helio o hidrógeno). Posteriormente se procede al enfriamiento de los átomos del gas usando una combinación de dos técnicas: enfriamiento y aislamiento mediante la

luz láser y enfriamiento evaporativo mediante trampa magnética; a esta combinación de trampas de enfriamiento y aislamiento se le llama trampa magnético-óptica, MOT por sus siglas en inglés. Un diseño experimental para **obtener BEC's puede llegar a tener** un costo económico que oscila entre los 50 y 100 mil dólares norteamericanos.

### II.2.1 Enfriamiento y aislamiento por láser

El enfriamiento por láser es una técnica que ayuda a confinar y enfriar los átomos del material que se quiere condensar, consiste en colocar seis haces de rayos láser (color rojo) orientados a cada una de las caras de la caja, de manera que incidan en el gas dentro de la caja de cristal; se ajusta la frecuencia de los haces de forma que cada átomo absorba los fotones del láser y emita a su vez otros, cada que esto sucede, el átomo recibe un impulso en la dirección en la que se movía el fotón absorbido (Aboites & Vega, 2002).

Para frenar un átomo es necesario sacar provecho de las interacciones entre la luz y la materia:

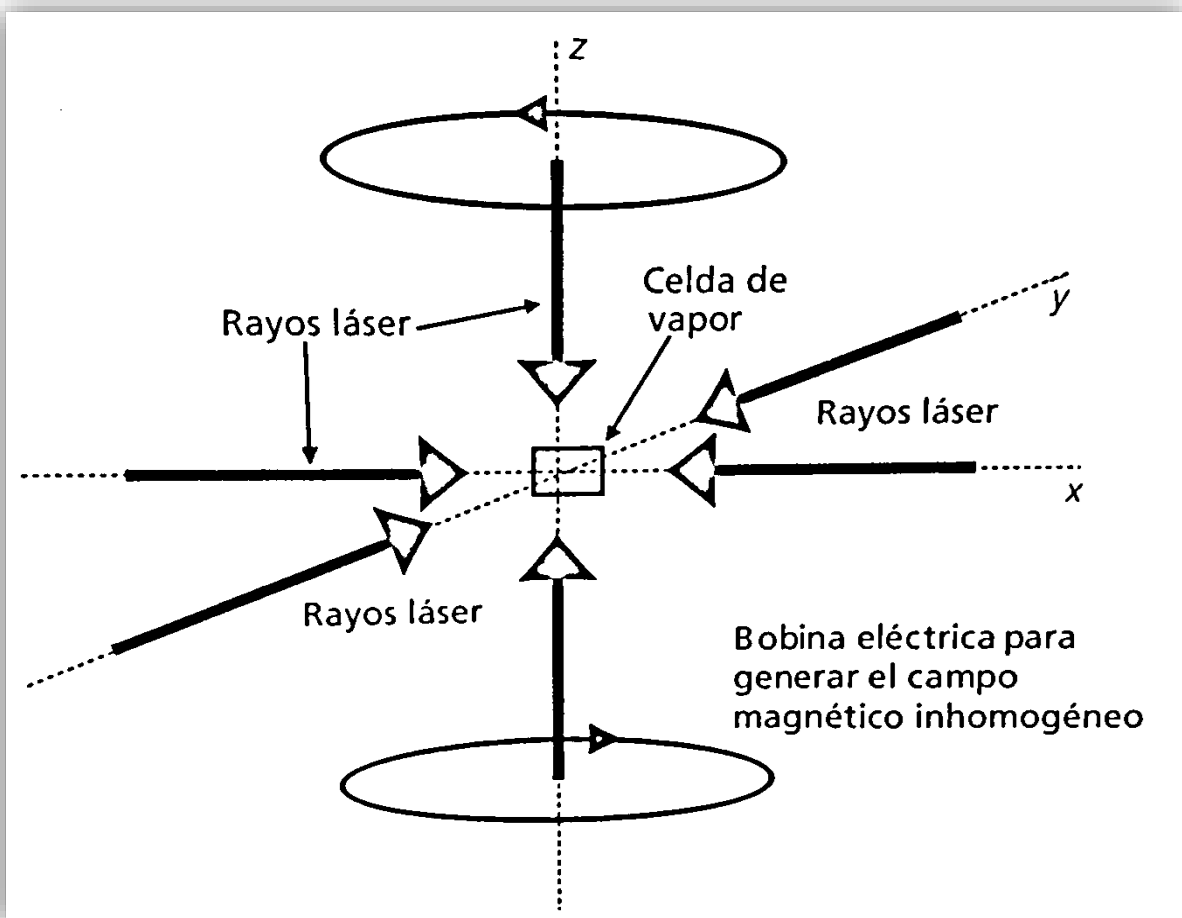
1. **Absorción.** Un átomo debe absorber un fotón con frecuencia igual a la frecuencia de resonancia del átomo y que se mueva en la dirección contraria a él. El proceso de absorción no altera el movimiento del átomo, sin embargo, además de su energía, el fotón le transmite al átomo una cantidad de movimiento definida en **(I-10)**, es decir la masa del átomo no cambia pero su cantidad de movimiento sí. Al finalizar el proceso de absorción, la cantidad de movimiento del átomo habrá aumentado en  $h/\lambda$  si el fotón viaja en la misma dirección que el átomo, por el contrario, si el fotón viaja en dirección opuesta, el movimiento del átomo habrá disminuido en la misma cantidad.
2. **Emisión espontánea.** Algo similar al proceso de absorción sucede cuando el átomo emite un fotón. Además de que el átomo pasa de un estado excitado a un estado inferior, el fotón se lleva consigo una cantidad de movimiento  $h/\lambda$ . Si el fotón emitido tiene la misma dirección que el átomo, la cantidad de movimiento del átomo disminuye en  $h/\lambda$ , y si el fotón emitido tiene la dirección opuesta al átomo, la cantidad de movimiento del átomo aumenta en  $h/\lambda$ .
3. **Emisión estimulada.** En este caso, la única diferencia entre el proceso de emisión espontánea y emisión estimulada radica en que la dirección el fotón emitido es aleatoria en la emisión espontánea, mientras que en la emisión estimulada la dirección del fotón emitido está definida por la dirección del fotón incidente.

Si la diferencia de energía entre el estado base y el estado excitado está definida por **(I-2)**, los fotones con frecuencias  $\nu$  serán absorbidos por los átomos, sin embargo, los átomos del material tienen velocidades diferentes y una sola

frecuencia de los haces de luz no los frenará a todos, es aquí donde el efecto Doppler se hace presente.

El efecto Doppler es el cambio aparente de la frecuencia de una longitud de onda debido al movimiento de la fuente de la onda respecto del observador.

Si el átomo se acerca al haz láser, la frecuencia de los fotones que el átomo percibe será mayor, es decir, en la frecuencia del haz láser se presenta un corrimiento al azul, mientras que, si el átomo se aleja del haz láser, la frecuencia de los fotones que el átomo percibe será menor, es decir, en la frecuencia del haz láser se presenta un corrimiento al rojo. Recuérdese que la longitud de onda correspondiente al color azul tiene frecuencias mayores que las frecuencias de la longitud de onda correspondiente al color rojo (véase **Figura I.2**).



**Figura II.4. Trampa magnético-óptica (Aboites & Vega, 2002).**

Estructura completa de la trampa magnético-óptica. Cada par de haces láser en direcciones opuestas son colocados sobre cada eje del sistema tridimensional, incidiendo sobre la caja que contiene el material a condensar. Dos bobinas eléctricas son colocadas para generar el campo magnético.

Al enfriar átomos, el caso que nos interesa del efecto Doppler es la presencia del corrimiento al azul, cuando el átomo se acerca al haz láser. Si se desea que los átomos absorban el haz láser, la frecuencia del mismo debe estar desplazada una cantidad  $\Delta\nu$  a frecuencias menores para que, al hacerse presente el efecto Doppler, se compense un desplazamiento igual a frecuencias mayores. Hecho el corrimiento al azul, los átomos absorberán los fotones que viajan contrarios a su movimiento disminuyendo su cantidad de movimiento y velocidad.

Por cada fotón que absorbe un átomo, su velocidad disminuye una cantidad insignificante. Para que la velocidad disminuya considerablemente, el átomo deberá absorber un gran número de fotones, por lo que deberá estar en su estado base, esto significa que deberá emitir cualquier fotón que haya absorbido anteriormente para poder absorber otro fotón.

En el proceso de emisión espontánea, el átomo transmitirá una cantidad de movimiento al fotón, de modo que podría perderse el enfriamiento ganado en el proceso de absorción. Ventajosamente, la emisión espontánea de fotones se presenta en direcciones aleatorias, promediando una transferencia de movimiento nulo.

El proceso de emisión estimulada no es considerado para el enfriamiento por láser debido a que la probabilidad de que el proceso de emisión estimulada ocurra depende de la densidad de fotones del haz láser, esto es debido a que a mayor densidad de fotones, mayor es el número de átomos excitados y mayor la probabilidad de que ocurra el proceso de emisión estimulada. Una gran cantidad de átomos excitados es lo contrario de lo que se busca en el enfriamiento, razón por la cual sólo se considera el proceso de absorción-emisión.

Así, por el proceso de absorción-emisión se presenta una disminución en la velocidad de los átomos pero también una disminución en la frecuencia del haz láser que los átomos perciben debido al efecto Doppler y el proceso deja de ser resonante. Los átomos dejan de absorber fotones y su velocidad no disminuye más. Por otro lado, en caso de que se diera la absorción, la cantidad de movimiento absorbido por el átomo resultaría en la misma dirección de propagación del fotón incidente, aumentando la velocidad del átomo en esa dirección en lugar de disminuir.

Esta situación se soluciona variando la frecuencia del haz láser mientras los átomos van disminuyendo su velocidad para hacer al proceso resonante una vez más y colocando otro haz láser en la dirección contraria al primero. De esta forma, para el experimento en tres dimensiones, es necesario colocar seis haces láser en la caja, cada par de haces viajando en la dirección de un sistema de ejes perpendiculares y en sentidos opuestos. Cada haz láser afecta únicamente a los átomos que viajan en dirección opuesta a él y cada átomo absorbe solamente los fotones que viajan en direcciones opuestas a él.

Como se ha visto, el efecto Doppler limita la velocidad mínima que un átomo puede alcanzar como resultado del proceso de absorción-emisión. Esta condición

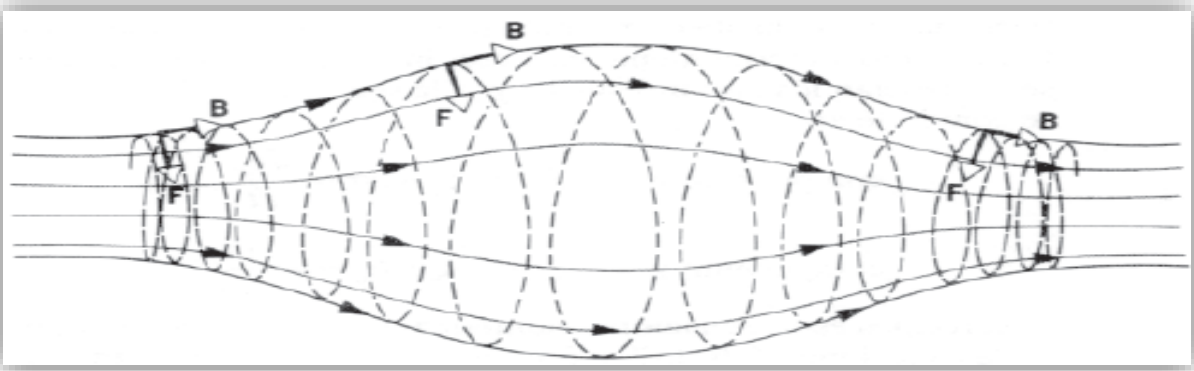
limita la temperatura de enfriamiento alcanzada con esta técnica, la cual no es suficiente para condensar el material.

Usando trampas ópticas, además de disminuir la velocidad de los átomos, se logra confinarlos en una región espacial muy pequeña como la caja del experimento y alejarlos de las paredes de la misma, que están a temperatura de laboratorio. Sin embargo, debido a los límites de enfriamiento es necesario usar una segunda técnica que termine por condensar el gas confinado: enfriamiento evaporativo por campos magnéticos.

## II.2.2 Enfriamiento por evaporación con trampa magnética

Esta técnica contiene a los átomos en un pozo magnético generado por bobinas portadoras de corriente, colocadas alrededor de la caja, para disminuir su energía y por lo tanto su velocidad.

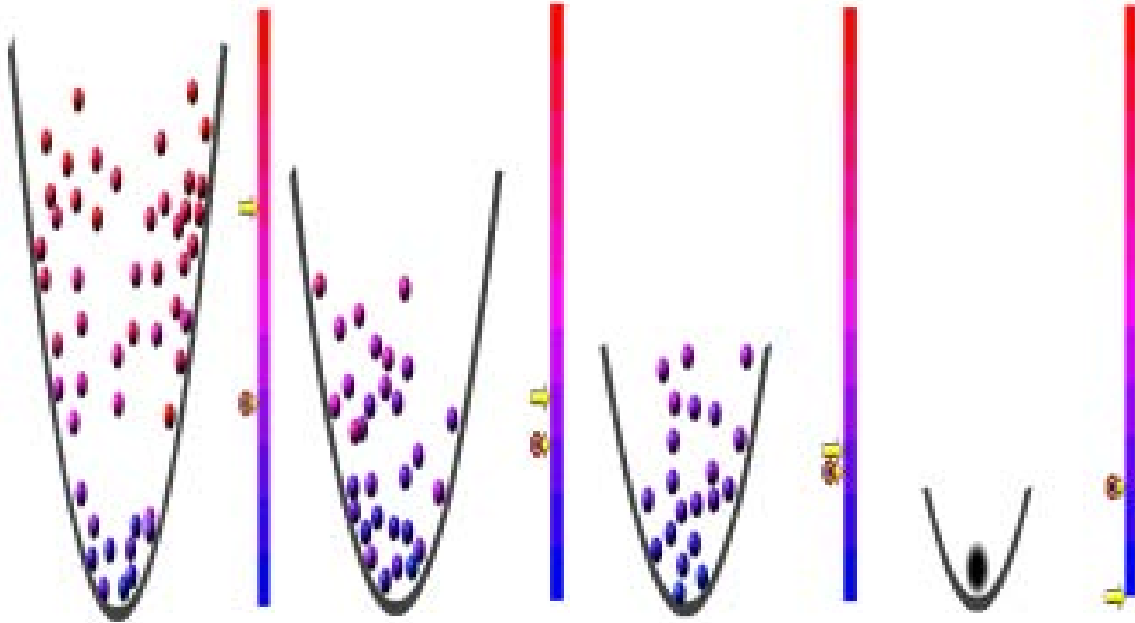
El campo magnético, en esta técnica, tiene la función de confinar en el centro de la trampa a todos los átomos, aumentando su densidad. Un campo **magnético no uniforme presenta líneas de campo que forman una “botella magnética” en los extremos de la región delimitada por el campo.** En dichos extremos, el campo es intenso y la fuerza apunta al centro de la región. En presencia de un campo magnético, los electrones se mueven en círculos en el plano perpendicular al campo magnético y la fuerza en los extremos les dará impulso, invirtiendo la dirección de su movimiento, enviándolos al otro extremo de la trampa y así sucesivamente; continuarán viajando de un lado a otro, confinados al espacio entre las regiones del campo magnético intenso (**Figura II.5**). Los átomos, al estar más cerca, tendrán interacciones mayores entre sí dando impulso unos a otros, de manera que los más energéticos saldrán de la trampa, llevándose la energía de las partículas restantes que les dieron impulso, dejándolas con menor energía. Al ser menos partículas, disminuyen las interacciones entre ellas, disminuyendo también su energía hasta alcanzar su estado mínimo.



**Figura II.5. Trayectoria en espiral de una partícula en un campo magnético (Halliday, Resnick, & Krane, 1992).**

Los vectores de la fuerza magnética en los extremos tienen componentes que apuntan hacia el centro confinando a las partículas.

Cabe notar que entre más grande sea la región del campo magnético habrá más libertad de movimiento entre átomos, aumentando su energía y temperatura. Si el propósito es que alcancen el estado fundamental es necesario confinar a los átomos en una región cada vez menor de campo magnético, actuando éste como un pozo energético, sin embargo, se busca lograr un condensado con la mayor cantidad de átomos, de modo que se debe tener cuidado en cómo afinar el pozo para que escapen el menor número de átomos posible. De esta manera, el proceso de condensación del material puede completarse satisfactoriamente.



**Figura II.6. Trampa magnética de un BEC. Simulación (Department of Physics, University of Colorado Boulder, 2000).**

Trampa magnética que contiene átomos de un material condensable, las esferas rojas representan a los átomos más energéticos y las azules los de menor energía, de igual forma, las barras de la derecha en cada imagen representan la energía del sistema, donde rojo es muy energético y azul poco energético. La flecha amarilla indica la energía actual del sistema y la flecha con un círculo rojo y azul indica la temperatura crítica a la que se alcanza un condensado de Bose-Einstein.

En la trampa magnética, de izquierda a derecha, la primera imagen inicia con 50 átomos del material, el pozo de potencial generado por el campo magnético es lo suficientemente alto como para que no escape casi ningún átomo y la energía promedio del sistema es alta. En la segunda imagen, el pozo se baja y con él temperatura y energía, ahora se tiene en la trampa 35 átomos con una energía promedio del sistema cercana a la temperatura crítica. Al bajar el pozo se debe tener cuidado de que escapen la menor cantidad de átomos (con pocos átomos es difícil obtener un BEC). Repitiendo este proceso, en la tercera imagen, se tienen 20 átomos con una energía promedio casi igual a la temperatura crítica. Cuando el sistema alcanza la temperatura crítica, abruptamente se forma el condensado y alcanza una energía mínima en donde nada más quedan 10 átomos que forman el condensado en la cuarta imagen.



La separación entre cada átomo del material es pieza clave en el proceso, se pretende obtener un condensado con el mayor número de átomos posibles, puesto que entre más átomos existan en el material, mayor será la probabilidad de que se encuentren a distancias cercanas a la longitud de onda de de Broglie, sin embargo, entre más átomos hay en el material existe mayor interacción entre ellos. Por estas razones se busca tener un BEC con muchos átomos y a bajas densidades para que exista superposición y condensación.

## II.3 Tipos de Condensados

Actualmente, las investigaciones teóricas y experimentales revelan la existencia de diferentes tipos de condensados.

Los tipos de condensados, dependiendo de sus características, obtención o materiales de los que estén compuestos, son formados por:

**Partículas elementales;** pueden estar formados por fermiones que solamente condensan si forman pares de cooper; ejemplo de ellos son los superconductores. Por otro lado, los bosones escalares son los más usados para estudiar los condensados de Bose-Einstein (Suárez, Robles, & Matos, 2013), (Li, Rindler-Daller, & Shapiro, 2014) y (Ureña-López & Bernal, 2010), pero también se pueden formar condensados de vectores cargados (véase (Dolgov, Lepidi, & Piccinelli, 2010) y referencias allí incluidas).

**Átomos;** Átomos con un número impar (par) de la suma de protones ( $p^+$ ), neutrones ( $n$ ) y electrones ( $e^-$ ) son fermiones (bosones) respectivamente. Estos últimos pueden condensar. En laboratorio, los átomos más comunes para crear **BEC's** son rubidio, cesio, sodio, helio o hidrógeno pues condensan rápidamente y su estructura atómica permite mejor el confinamiento mediante campos magnéticos.

**Moléculas;** Estos **BEC's** son una mezcla de dos fermiones con energías de enlace débiles que, al someterlos a campos magnéticos, sus energía de enlace se hacen más fuertes entre átomo-átomo. Al estar la molécula compuesta por pares de fermiones -que se comportan como un bosón- pueden condensar y así lograr un BEC.

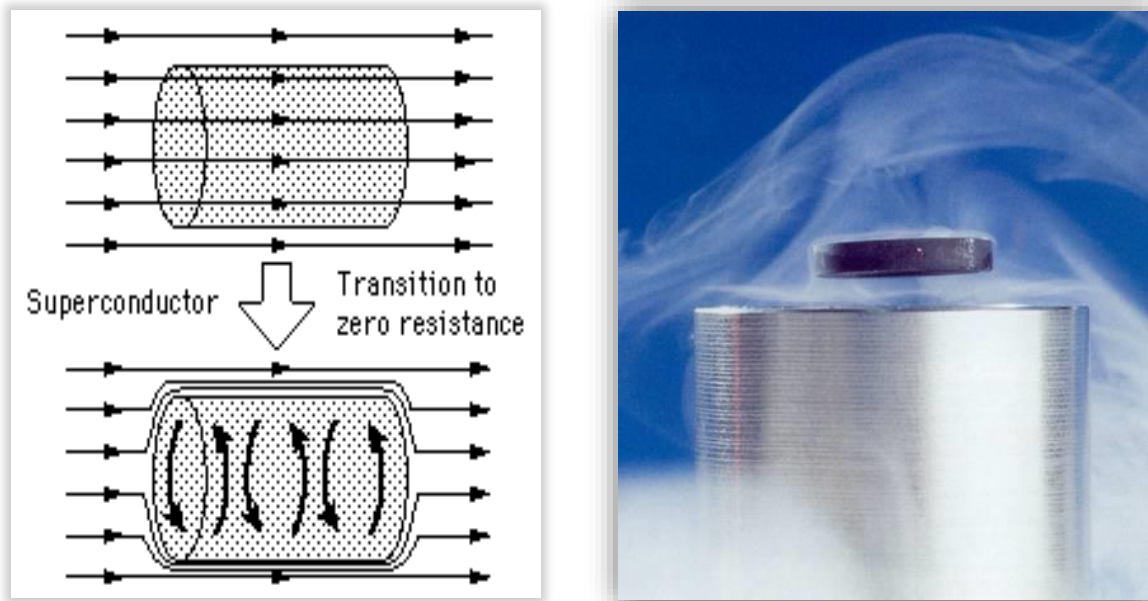
**Mezcla Fermión-Fermión y Fermión-Bosón;** Por otro lado, así como hay mezclas fermión-fermión existen también mezclas fermión-bosón, análogos a las mezclas líquidas de  $He^3$  y  $He^4$ , donde las interacciones entre los átomos de  $He^3$  (fermiones) son modificadas por los átomos del  $He^4$  (bosones). Ambas mezclas han **sido logradas en laboratorio; son BEC's aún más difíciles de conseguir debido a las diferentes técnicas, y por lo tanto a la cantidad de ellas, requeridas para condensar fermiones y bosones en un único proceso, sin embargo, en algún momento útiles para la ciencia y tecnología futuras.**

### II.3.1 Superconductividad

En el año 1911 se descubrió la superconductividad y posteriormente se le relacionó con un condensado de Bose-Einstein por las bajas temperaturas a las que se logran ambos fenómenos y por ser análogo a la superfluidez (véase Apéndice A).

La superconductividad es la pérdida de resistencia eléctrica en un material por debajo de la temperatura crítica  $T_c$  (límite de temperatura por encima del cual no se puede licuar o condensar un material). La resistividad de un conductor eléctrico se da por las colisiones de los electrones de conducción al moverse en la red cristalina. Las impurezas y defectos del material incrementan las probabilidades de que los electrones choquen, y las colisiones de los electrones con los átomos desplazados por la red debido a los movimientos vibratorios generan también resistencia. En todos los materiales, la resistencia disminuye gradualmente con la temperatura, sin embargo, en los materiales superconductores, por debajo de la temperatura crítica, la resistividad cae súbitamente a cero. A partir de ese momento, los electrones se mueven sin impedimento por el material.

En un conductor, el acoplamiento entre el electrón de valencia y la red es débil debido a las impurezas de la red con las que los electrones interactúan, generando resistividad. En un superconductor, el acoplamiento del electrón y la red es fuerte, debido a la formación de pares de Cooper.



**Figura II.7. Superconductividad (University of Georgia, 2000).**

Un material expuesto a un campo magnético no lo expulsa. Sin embargo, cuando el material se encuentra en estado de superconductividad, automáticamente expulsa el campo magnético. La imagen de la izquierda muestra las líneas de campo magnético a través de un material normal (izquierda) y un material superconductor (derecha). La fotografía de la derecha muestra un material superconductor y sobre él un imán, el cual parece flotar sobre el superconductor debido al efecto de expulsión del flujo magnético.

Otra importante propiedad de los superconductores es la expulsión del flujo magnético de un campo magnético externo, lo que genera una fuerza repulsiva entre el material y el campo magnético. La expulsión del flujo magnético de su interior se da cuando se enfría un superconductor por debajo de su temperatura crítica en presencia de un campo magnético aplicado.

El superconductor actúa como un material diamagnético, un material que repele el flujo magnético. Debido a la ley de inducción de Faraday, cuando se aplica un flujo magnético, los electrones del material cambian sus movimientos orbitales en presencia de un flujo magnético externo para generar un momento magnético neto opuesto al campo magnético aplicado externamente.

Actualmente existen diversos tipos de superconductividad. Los primeros superconductores descubiertos eran alcanzados a temperaturas cercanas al cero absoluto, hoy, existen superconductores de “altas temperaturas”, que, aunque siguen siendo bajas, están muy lejos del cero absoluto. Siguen las investigaciones y experimentos para alcanzar superconductores a temperatura ambiente y así mismo para aplicarlos en nuestra vida diaria.

### II.3.2 Superfluidez

Desde 1908 se descubrió el fenómeno de superfluidez, la casi total ausencia de viscosidad en un líquido, es decir, que fluye sin ocasionar turbulencias a pequeña escala que son las que causan las pérdidas de energía por fricción. Posteriormente, en 1938 surgió la hipótesis de que la superfluidez era consecuencia de la condensación, sin embargo, esta suposición estaba basada meramente en que ambos fenómenos tenían condiciones de obtención similares.

En materiales como  $\text{He}^4$  se forman superfluidos cuando los átomos están en un estado de condensación de Bose-Einstein, debido a que es un bosón compuesto de dos electrones, dos protones y dos neutrones.

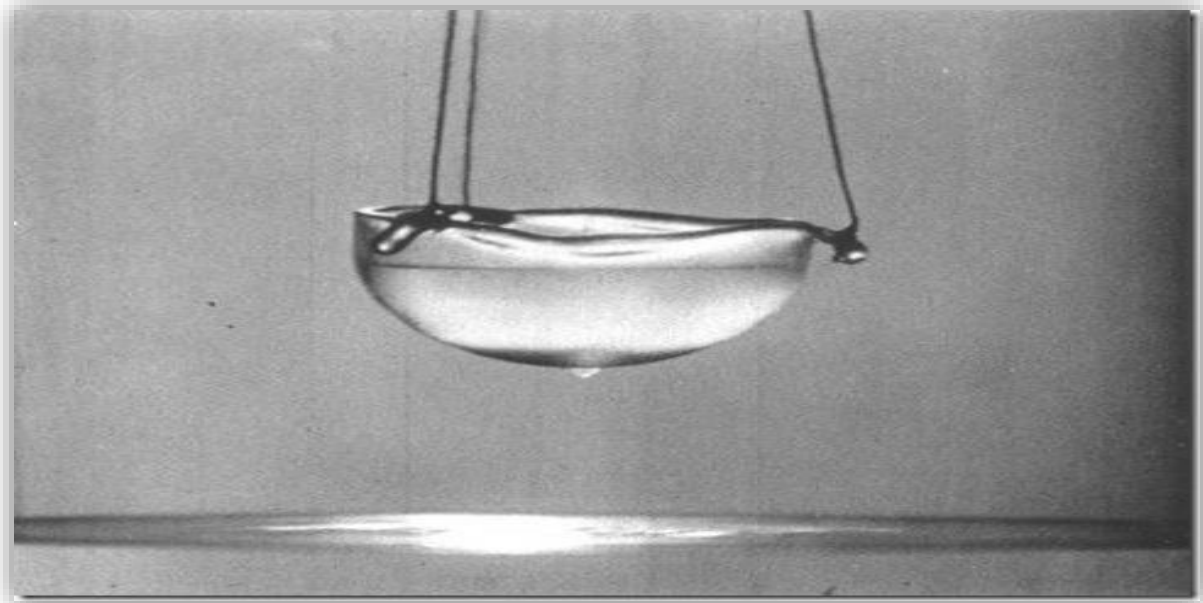
Un gas de Helio se puede convertir en líquido, bajando la temperatura, sin embargo, al seguirla disminuyendo, no se convierte en sólido (para ello se debe presurizar el líquido muy cerca del cero absoluto), sino que forma un condensado. Al  $\text{He}$  líquido por encima de la temperatura crítica se le llama  $\text{He I}$ , un líquido normal, y por debajo de la temperatura crítica se llama  $\text{He II}$ , un superfluido.

Los pasos para obtener la condensación son los siguientes:

1. Dentro de un contenedor, al disminuir la temperatura del Helio líquido a partir de su punto de ebullición ( $4.2^\circ\text{K}$ ), mientras el vapor es bombeado fuera, el Helio usualmente produce pequeñas burbujas. Al bajar más la temperatura, se presenta la producción de burbujas violenta e instantáneamente la ebullición se suspende súbitamente en todo el líquido, deja de producir burbujas; la temperatura y presión del líquido bajan y

permanece completamente en calma. Se conduce calor fuera del líquido con resistencia prácticamente nula.

2. Posteriormente, la viscosidad disminuye con la temperatura.
3. Al tener ausencia casi total de viscosidad, el material fluye sin pérdidas de energía por fricción, es capaz de treparse por las paredes del recipiente que lo contiene. (La velocidad de movimiento puede ser de 30cm por segundo). Al girar lentamente el recipiente que lo contiene, el superfluido no giraría con el recipiente sino que se mantendría estático al no haber viscosidad.



**Figura II.8. Superfluididez (Leitner, 1963).**

No hay resistencia a fluir por el medio que lo contiene.

Se hace hincapié en que un condensado formado por pares de Cooper es un condensado de fermiones que se comportan como bosones, no de bosones puros. Sin embargo, la generación **de BEC's puramente de bosones** -como fotones- está actualmente en experimentación. Grupos experimentales como el de (Klaers, Schmitt, Vewinger, & Weitz, 2010) y el de (Kwiat, Waks, White, Appelbaum, & Eberhard, 1999) reportan haber generado un condensado de fotones. La idea original de que los fotones no pueden condensar por no tener masa es un tema que todavía presenta controversias. Estos autores indican que la condensación de los fotones es posible gracias a que éstos adquieren una masa efectiva por las interacciones con los espejos de la cavidad que los confinan.



# III Computación Cuántica

La computación cuántica es el campo en el que intersectan las ciencias de la computación, las matemáticas y la física; que se encarga de aprovechar los aspectos de la mecánica cuántica con el fin de ampliar nuestros horizontes computacionales.<sup>6</sup>

El uso de luz coherente para manipular la información da paso al entrelazamiento cuántico, propiedad que permite la transmisión de información de forma segura. De este modo se explota el principio de superposición, medición y colapso de estados.

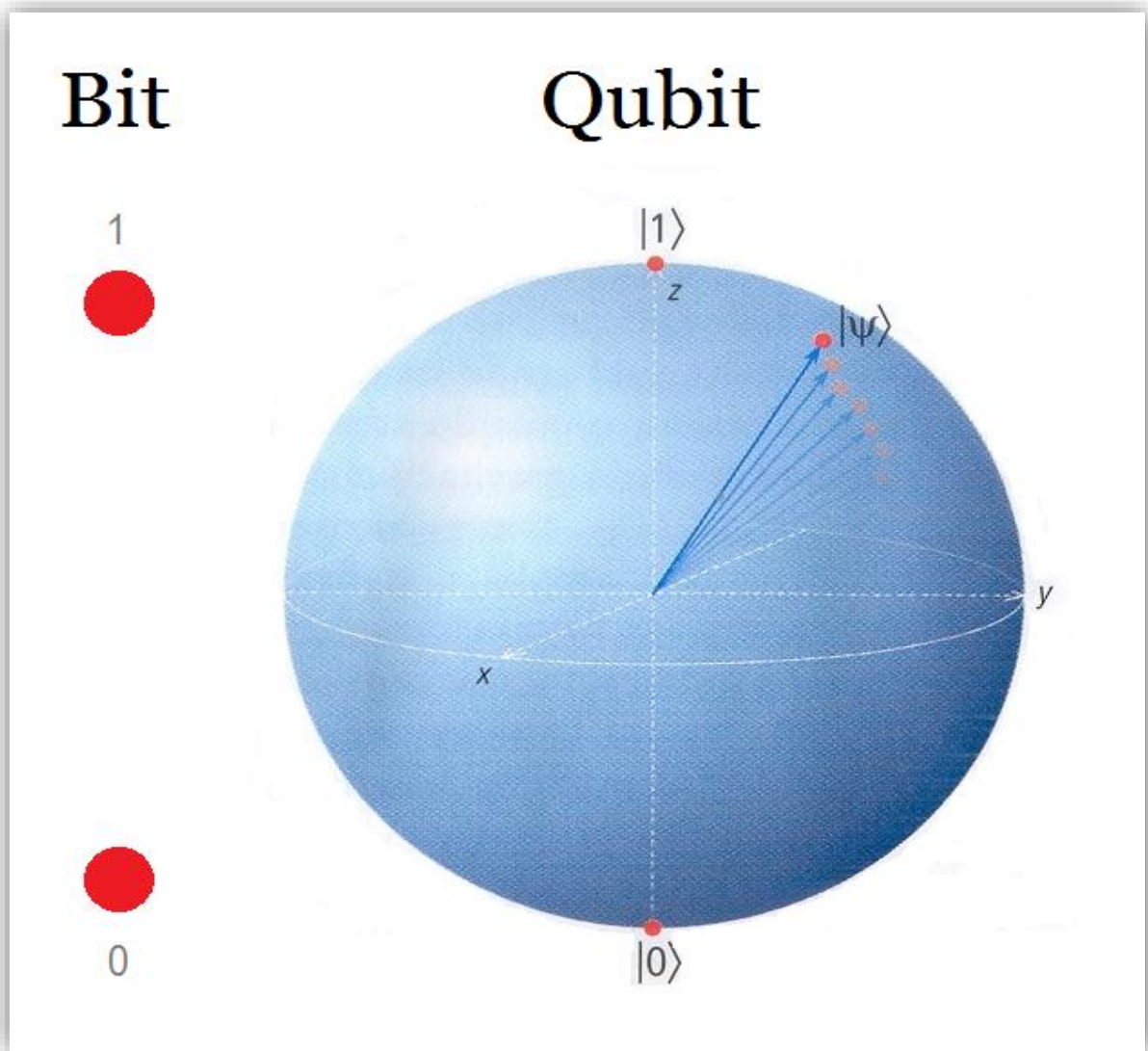
Los sistemas computacionales son una colección de Hardware, la parte física; y Software, la parte lógica. En computación cuántica, los sistemas computacionales deben estar formados por Hardware y Software basados en las leyes de la mecánica cuántica y deben cumplir las siguientes condiciones:

1. ser un sistema binario capaz de almacenar, manipular y procesar la información representada por dos estados (0,1),
2. tener la habilidad de establecer un qubit en cualquiera de los dos estados,
3. tener la capacidad de medir con precisión el estado del qubit,
4. tener la capacidad de construir operaciones (por medio de compuertas lógicas cuánticas),
5. contar con tiempos de vida del sistema mucho mayores a los que lleva realizar dichas operaciones,
6. ser capaz de mostrar el resultado de la operación y
7. contar con unidades de almacenamiento suficientemente densas y/o escalables.

La idea principal es hacer uso de las propiedades cuánticas para hacer un cómputo eficiente, reducir el tamaño actual de los equipos de cómputo y aumentar drásticamente su capacidad. Dichos avances pueden lograrse por medio de **materiales que se rigen por las leyes cuánticas, tales como los BEC's. Sin embargo**, aún existen problemas como la decoherencia, que se refiere a los tiempos de vida muy cortos de los sistemas, aunque se verá cómo es posible sacarle provecho; o la corrección de errores, la cual se encuentra en constante mejora con algoritmos cuánticos.

---

<sup>6</sup> En la sección III tomaremos como referencias principales (Yanofsky & Mannucci, 2008) y (CINVESTAV, IPN, 2008).



**Figura III.1. Bits y qubits (Max Planck, 2003).**

Propiedades de una partícula, como el espín en un electrón, clásicamente puede tomar uno de dos valores posibles, 0 y 1, a la vez. Un qubit puede representar todos los puntos posibles que componen una esfera.

### III.1 Información cuántica

La cantidad mínima de información en computación clásica es el bit. Esta unidad puede tomar solamente dos valores posibles 0 y 1 (o análogamente, apagado o encendido, falso o verdadero, no o sí, respectivamente), uno a la vez, y tiene las propiedades de ser copiada, borrada o transmitida.

Para manipular la información se puede hacer uso de operaciones o procesos que ayuden a entender, decodificar o modificar dicha información. En computación clásica existen operaciones lógicas que ayudan a manipular la información, llamadas *compuertas lógicas*, las cuales pueden aplicarse a un único bit de información o a dos simultáneamente. Las compuertas existentes son:

Compuerta	Representa
<b>SI (identidad)</b>	operación lógica de igualdad
<b>AND</b>	operación lógica de producto $A * B$
<b>OR</b>	operación lógica de suma $A + B$
<b>OR-EXCLUSIVA (XOR)</b>	operación lógica de $A'B + AB'$ (en donde ' representa negación)
<b>NO (NOT)</b>	operación lógica de negación

y NAND, NOR y XNOR, que son las compuertas AND, OR y XOR negadas.

Sin embargo, dichas operaciones no funcionan igual en computación cuántica, ahí se opera con compuertas cuánticas.

En computación cuántica la cantidad mínima de información es el qubit, el cual puede tener una superposición de los estados 0, 1 y todos los estados existentes entre 0 y 1 simultáneamente (véase **Figura III.1**), un qubit puede tener una cantidad infinita de estados y por lo tanto de información, es decir, un qubit se puede representar como un sistema de  $2^n$  estados, donde n representa el número de partículas involucradas en el sistema.

De tal forma que, un qubit con valores posibles 0 y 1 puede representarse con estados cuánticos  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$ , en donde los símbolos  $| \rangle$  son la notación para describir estados cuánticos a los que se hace referencia llamados *ket*. El qubit en cuestión es representado por la función:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \quad \text{Ec. (III-15)}$$

para representar el sistema cuántico completo de la partícula que, debido a la propiedad probabilística de la mecánica cuántica, tendrá estados con probabilidades iguales de existir:

$$\left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 + \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = 1 \quad \text{Ec. (III-16)}$$

en donde la probabilidad de cada estado es  $\frac{1}{2}$  que, al sumar las probabilidades de cada uno de los estados posibles, debe resultar en la unidad. Si el



sistema de qubits tiene 4 estados posibles, la probabilidad de cada estado será  $\frac{1}{4}$  que, al sumar todas las probabilidades, deberá resultar uno.

Al igual que en computación clásica, en computación cuántica se puede representar la información binaria por medio de las propiedades de las partículas, como el espín o la polarización. Por otro lado, es posible también manipular la información por medio de operaciones cuánticas. Las operaciones existentes análogas a las compuertas en cómputo cuántico son:

Compuerta	Representa		
<b>I</b>	Es la compuerta cuántica análoga a la compuerta lógica SI		
<b>X</b>	Es la compuerta cuántica análoga a la compuerta lógica NO		
<b>Y</b>	Es una combinación entre la compuerta X y Z (es decir la negación de Z)		
<b>Z</b>	Es un cambio de fase		
<b>Hadamard (H)</b>	Es el cambio de signo del estado 1		
<b>CONTROLLED-NOT (CNOT)</b>	Si el primer bit (control bit) es 1, el segundo bit (target bit) cambia su estado		
	Es la compuerta cuántica análoga a la compuerta lógica XOR	De igual manera, es posible obtener la compuerta OR a partir de ésta.	
<b>Toffoli</b>	Es una compuerta cuántica para 3 entradas y de 1 a 3 salidas		
	Compuerta cuántica CNOT de 3 entradas (las primeras 2 entradas son los bits de control)	Compuerta cuántica análoga a la compuerta lógica AND (ya que es de 3 entradas es necesario que la entrada 3 esté en su estado 0) y, de igual manera, es posible obtener la compuerta NAND	Compuerta cuántica análoga a la compuerta lógica NOT (ya que es una compuerta de 3 entrada es necesario que las primeras 2 estén en su estado 1)

Existe otro tipo de compuertas cuánticas como la transformada de fourier cuántica (QFT) o la transformada de fourier rápida (FFT), sin embargo, por su complejidad no serán mencionadas en esta investigación.

Sin embargo, las propiedades cuánticas de un sistema impiden manipular el sistema sin alterarlo. Realizando estas operaciones se altera el sistema imposibilitando el copiado de la información con estricta precisión. A esta característica de la información cuántica que no permite clonar la información se le llama el teorema de no clonación (Wootters & Zurek, 1982).

El teorema establece que no se puede copiar a la perfección un estado cuántico arbitrario sin modificar el estado original de alguna manera como consecuencia del principio de medición, incertidumbre y superposición. Es decir, debido a que la acción de clonar es en sí una medición, el colapso de los estados probables de la función de onda del sistema a clonar es inevitable y el estado original que se deseaba clonar cambia, de modo que el intento de clonación queda evidenciado y por si fuera poco no se tendrá la certeza de que el estado de la copia que se obtenga es el estado original que se deseaba copiar. Por otro lado, dado que no es posible conocer con exactitud todas las variables del sistema, cuánticamente es imposible tener dos estados exactamente iguales y una acción de clonación/copia cuántica queda descartada.

### III.1.1 Entrelazamiento: paralelismo y teleportación

Los estados entrelazados, por ejemplo un par de partículas con orientaciones de sus espines opuestas, es decir, arriba  $\uparrow$  y abajo  $\downarrow$ , presentan también superposición, como se expresa en **(III-15)**, con un conjunto de probabilidades de estar con sus espines arriba o abajo descrita en **(III-16)**.

Si, por otro lado, se tiene un entrelazamiento de dos partículas, es decir, cada sistema con partículas de espines opuestos, se tendrá una probabilidad de obtener estados tales que  $\Psi = \frac{1}{\sqrt{4}} |\uparrow_{11}\uparrow_{12}\rangle + \frac{1}{\sqrt{4}} |\uparrow_{11}\downarrow_{22}\rangle + \frac{1}{\sqrt{4}} |\downarrow_{21}\uparrow_{12}\rangle + \frac{1}{\sqrt{4}} |\downarrow_{21}\downarrow_{22}\rangle$ , en donde  $\uparrow_{11}$  corresponde al estado de la partícula 1 del sistema 1,  $\downarrow_{21}$  al estado de la partícula 2 del sistema 1,  $\uparrow_{12}$  al estado de la partícula 1 del sistema 2 y  $\downarrow_{22}$  al estado de la partícula 2 del sistema 2.

Si, debido al entrelazamiento, se hace una medición de espín a la primera partícula del primer sistema, y se obtiene un resultado espín arriba ( $\uparrow_{11}$ ), se sabrá con certeza que la segunda partícula del primer sistema tendrá orientación espín abajo ( $\downarrow_{21}$ ). De modo que es posible calcular y experimentar con cada posible estado del sistema y usar las propiedades que ofrece el sistema entrelazado para crear computadoras cuánticas.

El entrelazamiento cuántico de dos partículas o sistemas genera un canal cuántico –medio (no físico)- capaz de transferir uno o más qubits- para transmitir información que con sistemas clásicos es imposible. Ejemplos de transmisión de información basados en entrelazamiento son el paralelismo en computación cuántica y la teleportación.

El paralelismo es el cálculo simultáneo de procesos computacionales. En computación clásica el paralelismo es relativo, dado que las operaciones realizadas en paralelo no son del todo simultáneas sino que son realizadas una detrás de otra en tan solo unos milisegundos, los cuáles no somos capaces de detectar. De esta manera, las computadoras clásicas realizan cálculos aparentemente simultáneos aunque en realidad no lo son. La idea del paralelismo es el ahorro de tiempo, se dividen tareas generales en tareas particulares que son resueltas con diferencias de tiempo imperceptibles para el hombre y al terminar se unen todos los resultados en un nuevo y último cálculo que dará el resultado final del proceso original.

Aunque en apariencia el paralelismo clásico no representa un problema, ya que se da la sensación de ejecutar varias tareas a la vez, en conjuntos grandes y complejos de operaciones se pueden generar cuellos de botella, ya que la capacidad del procesador se divide entre todas las tareas. Dado que el paralelismo cuántico, basado en el principio de superposición, es puro e intrínseco de la naturaleza cuántica, la velocidad de procesamiento se verá incrementada drásticamente, al poder atender más de una tarea por unidad de tiempo, hecho que no sucede en computación clásica.

Un sistema en superposición indica que se tiene la probabilidad de obtener diversos estados al mismo tiempo. El paralelismo es la parte tangible de la superposición, es la representación simultánea de dichos estados en superposición. Con cada qubit que se agregue al sistema, se multiplicará el número de estados posibles, por lo tanto, también el número de procesos paralelos.

La teleportación fue propuesta teóricamente en 1993 y consiste en la transmisión de información entre dos puntos a distancia de un estado desconocido sin necesidad de un medio de transmisión. Para mandar información debe ser estudiada, sin embargo, por la medición hecha al estado, éste se destruye y se pierde la información que se deseaba transmitir.

La idea de la teleportación es la siguiente: se crea una pareja de partículas que, por el principio de exclusión de Pauli, tendrán espines opuestos, una partícula se entrega a un sujeto A y la segunda partícula a un sujeto B a una distancia lejana del sujeto A, quien hace una medición de espín de su partícula, por lo tanto ha cambiado el estado original de su partícula para obtener una teleportación, y al conocer el resultado, inmediatamente conocerá también la orientación de espín de la partícula del sujeto B, que por supuesto también ha cambiado su estado original, aun sin medirla. Es a este proceso al que se le llama teleportación, donde, en realidad, la información no viaja sino más bien es deducida gracias a las correlaciones entre las partículas del sujeto A y el sujeto B otorgadas por el entrelazamiento de las mismas.

En una onda electromagnética, el campo eléctrico y el campo magnético oscilan en dirección perpendicular a la dirección de propagación de la onda electromagnética. Si el campo eléctrico oscila en la misma dirección de propagación, se dice que la onda está polarizada. Se puede presentar una polarización vertical  $\updownarrow$  u horizontal  $\leftrightarrow$ .

Aprovechando esta propiedad de la luz, es que experimentales en óptica cuántica afirman que el entrelazamiento de fotones (en polarización) es más sencillo que el entrelazamiento de partículas (en espines), debido a que es más sencillo generar los pares para que cumplan la teoría de conservación del momento y energía (Kok & Milburn, 2007).

La teleportación de información por medio de partículas es ya un hecho, sin embargo, teleportación cuántica con fotones es aún una teoría.

### III.1.2 Decoherencia

Como se mencionó anteriormente, la decoherencia es el tiempo de vida que tiene un sistema debido a la inevitable interacción con el medio que lo rodea o contiene.<sup>7</sup>

En un sistema cuántico, al realizarse mediciones, el estado inicial colapsa a un nuevo estado, impidiendo una predicción certera del comportamiento del sistema ante operaciones arbitrarias. Dicha situación representa un problema en los sistemas cuánticos ya que recae en la producción de errores en las mediciones. Un experimento en el que se mide alguna propiedad a un par de partículas suele arrojar dos tipos de errores: de cambio de qubit, en el que el estado 0 pasa a ser el estado 1; y de cambio de fase, en donde cambia el signo del qubit. Existen algoritmos de corrección de errores con los que se puede dar solución a este problema. Dichos algoritmos consisten en la detección del síndrome y la recuperación del mensaje original, esto con la ayuda de compuertas cuánticas.

La decoherencia, es un problema cuántico que se mantiene sin solución hasta el momento; sin embargo, es posible crear protocolos de corrección de errores para evitar dicha cuestión en la medida de lo posible o, de forma revolucionaria, sacarle provecho a este problema haciendo uso de la destrucción de superposición por la interacción con el medio.

En comunicación clásica, existe una gran vulnerabilidad que da lugar a amenazas en el sistema de cómputo:

- Interrupción; mal funcionamiento o destrucción, total o parcial, de dispositivos o datos impidiendo una comunicación completa,
- Intercepción; intervención en el medio de comunicación, así como clonación de datos. Esto permite una comunicación completa, sin embargo, un intruso es portador no autorizado de la información,
- Modificación; cambiar o alterar la información. En este caso, el proceso de comunicación se completa aunque el mensaje transmitido no es el original y

---

<sup>7</sup> Para la secciones III.1.2 y III.2 se tomará como referencia adicional (Tanenbaum, 2009).

- Fabricación; generación de información falsa. El intruso se hace pasar por el emisor y envía información falsa al receptor.

La criptografía, ocultamiento de mensajes, da solución parcial a las amenazas en sistemas de cómputo por medio de la implementación de procesos y algoritmos para ocultar y resguardar dispositivos y datos de modo que sea posible:

- Disuadir; hacerle pensar al intruso que no vale la pena atacar el sistema, que hay blancos más fáciles,
- Detectar; identificar los ataques lo antes posible para actuar,
- Demorar; retrasar el intento de ataque al sistema para dar tiempo a un plan de contrataque y
- Defender; acciones para combatir el ataque al sistema.

Un algoritmo criptográfico es el llamado César, que consiste en un desplazamiento un número fijo de posiciones más adelante en el alfabeto. Por ejemplo, **si el mensaje es “beca”, aplicando un desplazamiento de 3 posiciones en el alfabeto, el mensaje sería “ehfd”**. De este modo, la llave para descifrar el mensaje será el desplazamiento de 3 posiciones en el alfabeto, esta llave será llamada llave privada. Diversos algoritmos existen en criptografía clásica, sin embargo, ninguno de ellos es seguro y aunque sean difíciles o tardados de descifrar siempre se puede obtener la información resguardada. Aspectos humanos, sociales y/o culturales y a aspectos físicos impiden asegurar la información de manera total. Un aspecto físico es que no siempre es posible conocer y rastrear al atacante, no deja huellas o evidencias.

El algoritmo criptográfico RSA (Rivest, Shamir y Adleman) introduce el concepto de dos llaves, una pública y otra privada, que dependen una de la otra y que una llave no permite encontrar a la otra. Es decir, el receptor genera ambas claves y publica al emisor la llave pública para cifrar el mensaje y ya que únicamente el receptor es quien tiene la llave privada de descifrado, solamente él podrá ver el mensaje que el emisor le envíe. El cálculo de la llave pública para encontrar la llave privada garantiza, para un intruso cualquiera, una gran dificultad.

Sin embargo, tratándose de criptografía clásica, el sistema siempre será vulnerable. Una manera de transmitir información verdaderamente segura es aprovechando cualidades, y aparentes desventajas como la decoherencia, de la mecánica y computación cuántica. Esta disciplina es llamada criptografía cuántica.

La criptografía cuántica sirve para acordar, de manera segura, una llave simétrica con la cual cifrar y descifrar información usando cualquier algoritmo.

De modo que, para lograr el acuerdo de llave cuántico se usan protocolos basados en correlaciones Einstein-Podolsky-Rosen. Este protocolo está basado en

la paradoja de Einstein-Podolsky-Rosen y ésta en el entrelazamiento cuántico. Propone el uso de llaves entrelazadas para dificultar el descifrado de las mismas y por lo tanto de la información; todo esto basado en los conceptos descritos en la sección anterior.

En base a las leyes de la mecánica cuántica, la criptografía cuántica garantiza la seguridad de los sistemas computacionales. El hecho de que por naturaleza cuántica la medición de un sistema lo perturbe garantiza que si bien es posible conocer la información transmitida, también será evidenciado todo intento por observarla. Por otro lado, el teorema de no clonación, garantiza también que la información no será copiada y, aunque sean obtenidos fragmentos de la información, ésta estará incompleta y la que quede contendrá errores introducidos por la decoherencia.

La criptografía cuántica es una de las áreas más avanzadas de las aplicaciones de la mecánica cuántica. Actualmente, en diversas partes del mundo, se experimenta y comercializa el uso de algoritmos de criptografía cuántica (Gisin, Ribordy, Tittel, & Zbinden, 2001).

## III.2 Hardware cuántico

Una computadora clásica se conforma de piezas básicas para funcionar en tanto al hardware se refiere:

1. Dispositivos de entrada/salida, como mouse, teclado, pantalla, audífonos, impresoras, etc. Son aquellos dispositivos con los cuales el usuario se comunica con el sistema computacional, ingresando datos por medio de dispositivos de entrada, y recibéndolos por medio de los dispositivos de salida,
2. Memoria, que puede ser de almacenamiento persistente, como en el caso de los discos duros; o de almacenamiento volátil, como lo son las memorias RAM.
3. procesador, la pieza vital de una computadora, un circuito integrado que interpreta y ejecuta las instrucciones recibidas por medio de operaciones lógicas y aritméticas, interactuando con los datos guardados en el disco duro y con la memoria.

En computación cuántica la estructura de un sistema de cómputo debe ser el mismo que en el caso clásico, sin embargo, se saca provecho de las propiedades cuánticas de los materiales de los que está hecho el hardware. De modo que, los dispositivos mencionados pueden:

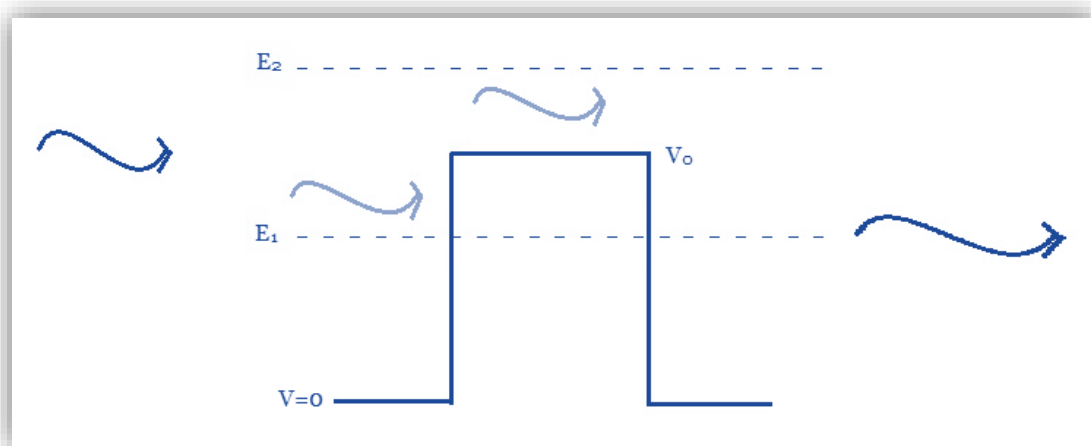
- ser aún más pequeños debido a la superposición cuántica, al hacer uso de un único qubit para varios estados, nuestros dispositivos se verán reducidos considerablemente,
- ser más veloces y eficaces gracias al paralelismo cuántico,
- tener tiempos de vida mayores a los clásicos por el efecto túnel, descrito en la siguiente sección,
- tener una capacidad de almacenamiento mucho mayor, nuevamente, debido a la superposición.

En esta investigación hacemos énfasis en procesadores y memorias cuánticas ya que son mayormente beneficiados por los puntos mencionados anteriormente.

### III.2.1 Procesadores y memorias

Los procesadores y las memorias son ampliamente beneficiados por las propiedades del mundo cuántico. Hacer uso de conceptos como superposición, paralelismo o tunelaje cuántico hace de una computadora cuántica una mejor opción que una computadora clásica.

El tunelaje es una propiedad cuántica en donde las partículas “atravesan” zonas físicas clásicamente prohibidas (Saxon, 1968).



**Figura III.2. Efecto túnel (trabajo propio, 2014).**

La imagen muestra una barrera de potencial  $V_0$  con energías menor ( $E_1$ ) y mayor ( $E_2$ ) a la del potencial. Una partícula fluctuante se transmite a través de la barrera.

Todo depende de:

- la dualidad onda-partícula, al propagarse la onda correspondiente a una partícula en un medio, ésta se transmitirá, por las interacciones de la luz con la materia, y

- la energía de la partícula, la longitud de onda de de Broglie asociada a cada partícula es  $\lambda = h/p$ . Para que la onda asociada pueda atravesar una barrera, la anchura de la barrera debe ser un múltiplo semientero de  $h/p$  y tener energías específicas por debajo pero cercanas a  $V_0$ .

Clásicamente, si la energía de la onda asociada a la partícula fluctúa entre 0 y  $V_0$ , la onda se reflejará y no se transmitirá. Si la energía de la onda oscila entre  $V_0$  e infinito, la onda se transmitirá, pasando por encima de la barrera, al otro lado. Cuánticamente, una partícula con energía fluctuante alrededor de  $V_0$  será transmitida. Si la energía de la partícula es igual a  $E_1$ , la onda se reflejará y no se transmitirá, igual que en el caso clásico. Sin embargo, si la energía fluctúa alrededor de  $V_0$ , la onda se transmitirá del otro lado, como en el caso clásico. Es decir, entre más se acerque la energía de la partícula a  $V_0$  mayor probabilidad habrá de encontrar a la partícula del otro lado de la barrera. La transmisión de la partícula para el caso cuántico está determinada por el ancho de la barrera, siendo un múltiplo semientero de las longitudes de onda, y por la energía precisa de la onda.

La energía de la onda que se transmite es atenuada, y al llegar al otro lado de la barrera, la onda tendrá menor amplitud. Al retransmitirse, se convierte en una onda que se propaga. Si la barrera es ancha, la atenuación es grande y la transmisión cae exponencialmente a cero.

La diferencia entre el caso clásico en el que las partículas no se transmiten a través de los muros y el caso cuántico en el que las partículas sí se transmiten a través de los muros, depende de las propiedades cuánticas de la materia a niveles microscópicos. La probabilidad de que la partícula esté o no del otro lado del muro, depende cuánticamente del principio de incertidumbre, y físicamente de lo ancho del muro y la masa, así como la energía de la partícula. A mayor anchura, menor probabilidad de atravesar el muro y a menor masa y mayor energía, mayor probabilidad de que lo haga.

La importancia de este fenómeno cuántico es que en memorias o procesadores, y en diversos dispositivos electrónicos, el efecto túnel puede ser usado para ampliar los tiempos de vida limitados por capas de polvo, grasa o suciedad. Es decir, una barrera de como la mostrada en la **Figura III.2**, representada físicamente por polvo o grasa, puede ser traspasada por una onda debido al efecto túnel. En el momento en el que la barrera rebase las energías específicas de transmisión de la onda, el efecto túnel se hará presente.

Al hablar de absorción en el efecto túnel, parecería que se habla de pérdida de información. Sin embargo, haciendo uso de las leyes de conservación de la física, que postulan que en la evolución con el tiempo de un sistema ciertas magnitudes permanecen constantes, es posible encontrar que la información del efecto túnel no se perderá.

Si se usa la ley de conservación de la probabilidad en este caso de tunelaje en una barrera, la onda asociada a la partícula que incida en la barrera se dividirá en



dos ondas, una que se refleja (R) y otra que se transmite (T). Como se mencionó en secciones anteriores la suma de las probabilidades debe resultar en la unidad, es decir,  $R+T=1$ . Por lo que, si se quiere conocer la probabilidad de transmisión en el efecto túnel, se tiene que  $T=1-R$ , que para el caso de  $E=V_0$ ,  $R=0$  y  $T=1$ , es decir, la transmisión es total; para el caso de energías menores,  $0 < E < V_0$ ,  $0 < T < 1$ , es decir, la transmisión es parcial y para el caso en el que las energías son cercanas a cero T también lo será. De modo que, es posible tener efecto túnel con casi nula o nula pérdida de información si las energías de las partículas es la adecuada para la barrera en cuestión.

Debido a que, entre menor masa, existe una mayor probabilidad de atravesar el muro, se puede hacer uso de fotones, partículas sin masa que igualmente pueden ser manipuladas computacionalmente y servir a los propósitos de esta área.

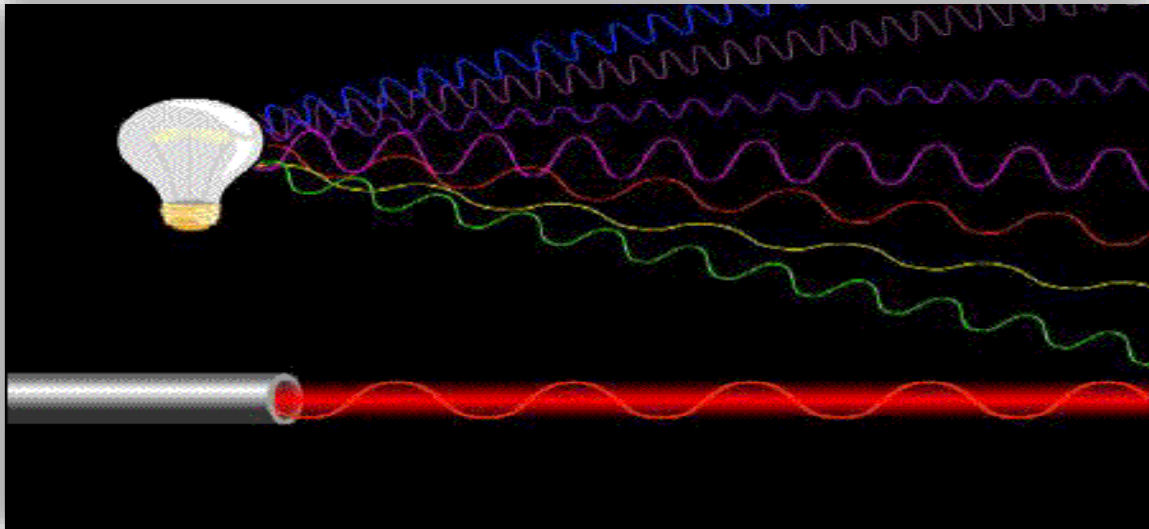
En conclusión, el aumento de la capacidad de almacenamiento y procesamiento de cómputo, así como el tiempo de vida de los dispositivos cuánticos los distingue de los dispositivos clásicos, por lo cual se busca con afán la creación de computadoras cuánticas. Por otro lado, la manipulación de la información para los propósitos computacionales es igualmente ventajosa en áreas como criptografía y teleportación cuántica.

Hoy en día existen computadoras cuánticas que, aunque constan de unos cuantos qubits, ya están siendo comercializadas y actualizadas constantemente (D-WAVE Systems Inc., s.f.).

Aun si la computación cuántica no llegara a ser una realidad comercial, la experiencia obtenida en la manipulación de las propiedades cuánticas sería invaluable para el desarrollo de nuevas tecnologías.

## IV Aplicaciones de BEC's

Actualmente, por ser un fenómeno relativamente recién logrado, se siguen **estudiando los efectos y aplicaciones de los BEC's. Sus aplicaciones son análogas a las del láser** pues la coherencia y estado ordenado que presentan ambos sugiere que, al igual que sucedió con el láser, los condensados de Bose-Einstein tendrán uso práctico en nuestra vida cotidiana.



**Figura IV.1. Luz coherente y no coherente (Ruiz Seco, Galán Santos, Guerra Castillo, & Villar Prudencio, 2011).**

En la imagen se muestra una fuente de luz no coherente (foco) y una fuente de luz coherente (láser). Los BEC's son asociados análogamente a un láser por su comportamiento coherente.

Las aplicaciones más importantes de condensados, en desarrollo y con gran actividad de investigación son:

- Láser de átomos: para construcción de nano-estructuras de gran precisión.
- Relojes atómicos: para realizar medidas muy precisas del tiempo.
- Manipulación de la luz y aplicaciones derivadas en computación cuántica.
- Fenómenos cosmológicos.

El uso de **BEC's puede servir para mejorar tecnologías ya existentes o hacer realidad algunas otras ya propuestas. Desafortunadamente, las condiciones tecnológicas para la implementación de los BEC's hoy son insuficientes y los costos**

de aplicación demasiado altos, aun cuando los esfuerzos se centran más en la investigación del fenómeno que en la aplicación. La parte interesante de esto es **que, aún con los pocos experimentos realizados a la fecha, los BEC's han sido un buen candidato a explicar ciertos comportamientos o fenómenos; como en el caso de la cosmología.**

En esta investigación no se detallarán cada una de las aplicaciones mencionadas, sino que centrará la atención en la más importante para el fin de la investigación: manipulación de la luz, tanto en computación cuántica como en cosmología.

## IV.1 Luz lenta y Transparencia Inducida Electromagnéticamente

En 1999, Lene Hau y su grupo, en Harvard, obtuvieron el fenómeno de *luz lenta* (slow light) en el laboratorio, consiguiendo la reducción de la velocidad de la luz en un condensado atómico hasta 17 m/s (Hau, Harris, Dutton, & Behroozi, 1999). Dos años después detuvieron la luz completamente por arriba de 1 ms, **comprimiéndola hasta por siete ordenes de magnitud y la “reanudaron” con las mismas características por el camino original** (Liu, Dutton, Behroozi, & Hau, 2001).

Recordando, las ecuaciones **(I-4)** y **(I-6)** de la velocidad de fase y de grupo, respectivamente, son para velocidades en el vacío; se pueden reescribir las ecuaciones para cada velocidad en un medio diferente al vacío, como en **(I-5)** para la velocidad de fase y de la siguiente manera para la velocidad de grupo:

$$v_g = \frac{c}{n_g(\omega)} \quad \text{Ec. (IV-17)}$$

donde  $n_g(\omega)$  es el índice de grupo dependiente de la frecuencia:

$$n_g(\omega) = n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} \quad \text{Ec. (IV-18)}$$

Evaluado a una  $\omega_c$  que es la velocidad angular promedio del paquete de ondas de luz.

Por lo tanto la velocidad de grupo es:

$$v_g = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c}} \quad \text{Ec. (IV-19)}$$

La luz será más lenta conforme se logre que  $\frac{dn(\omega)}{d\omega}$  sea más grande, por lo que es necesario hacer un estudio de las propiedades del medio dispersivo y las de la luz incidente de las que depende  $n$ , es decir, por un lado, la dependencia de la frecuencia de la luz incidente, por otro lado, la dependencia de la frecuencia con que oscilan los electrones en el pozo de potencial del átomo:

$$n(\omega) = 1 + \frac{Nq_e^2}{2\epsilon_0 m_e (\omega_0^2 - \omega^2)} \quad \text{Ec. (IV-20)}$$

donde  $N$  es el número de átomos por unidad de volumen en el material,  $q_e$  es la carga y  $m_e$  es la masa del electrón,  $\epsilon_0$  es la constante dieléctrica del medio y  $\omega_0$  es la frecuencia de resonancia del electrón ligado a un átomo.

Cada electrón en un átomo, expuesto a una fuente de luz, siente el campo eléctrico de la fuente de luz y será impulsado en movimientos arriba y abajo (asumiendo que la dirección de la fuente de luz es vertical) por la fuerza eléctrica. Esto es dado que cada electrón está ligado elásticamente a un átomo y sus desplazamientos son proporcionales a la fuerza aplicada. La oscilación resultante **en cada electrón es llamada frecuencia de resonancia  $\omega_0$**  y es diferente para cada material y luz incidente.

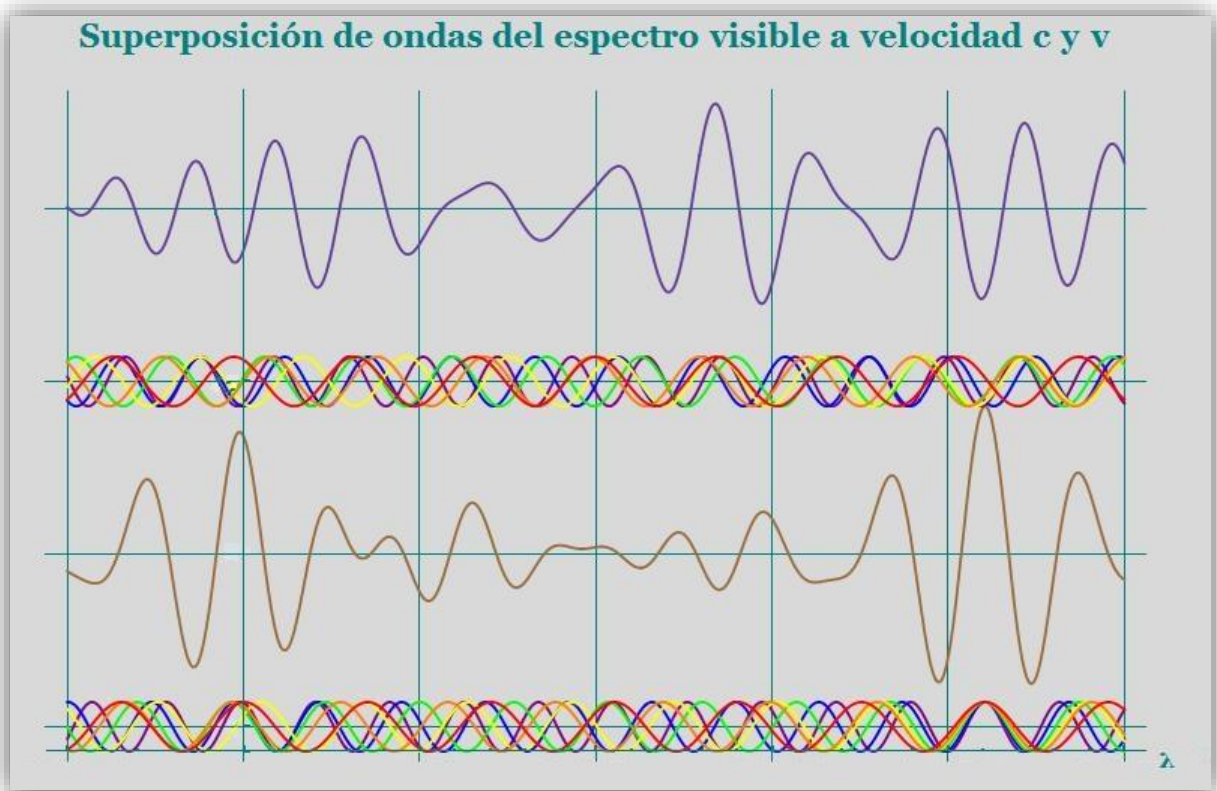
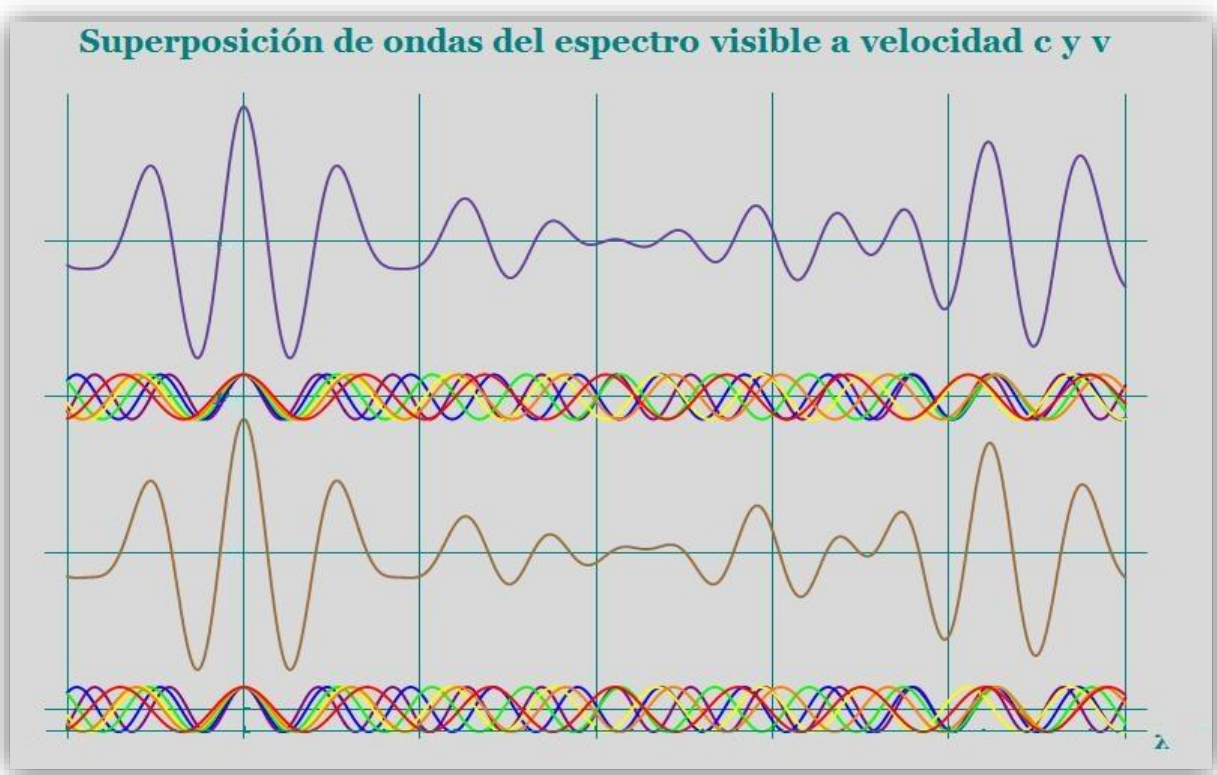
En la ecuación **(IV-20)**, si la frecuencia de resonancia es mayor que la frecuencia de la radiación se da una dispersión normal resultando en una velocidad de grupo pequeña en comparación con la velocidad de la luz y por lo tanto luz lenta; si por el contrario la frecuencia de resonancia es menor que la frecuencia de la radiación se da dispersión anómala resultando en una velocidad de grupo alta en comparación con la velocidad de la luz y por lo tanto luz rápida. En la naturaleza, no existen materiales con índices de refracción extremadamente altos, sin embargo, existen aleaciones de diversos materiales llamados metamateriales con los cuales es posible obtener índices de refracción muy altos.

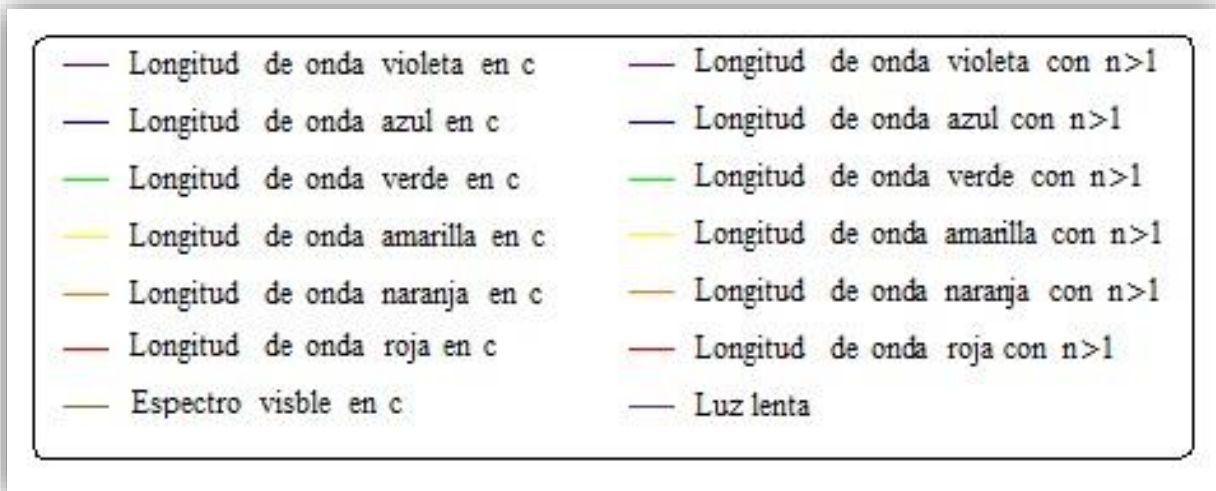
El pulso formado por todas las diferentes longitudes de onda en superposición se dará donde hay interferencia constructiva y esta posición en el medio se irá atrasando con respecto al mismo pulso en el vacío. Este retraso es un fenómeno óptico llamado luz lenta.

La complicación que presenta lograr luz lenta en el laboratorio es que en el medio los fenómenos de dispersión y absorción se hacen presentes a la misma frecuencia; es necesario tener dispersión pero si se tiene absorción se pierde información, así que es necesario un proceso en el que se pueda obtener dispersión sin absorción.

Un mecanismo para lograr luz lenta sin absorción es el conocido como transparencia inducida electromagnéticamente en el que los niveles de energía son

divididos para prevenir la absorción en el medio, así los pulsos de luz son transmitidos con todas las propiedades que los caracterizan y sin absorción.





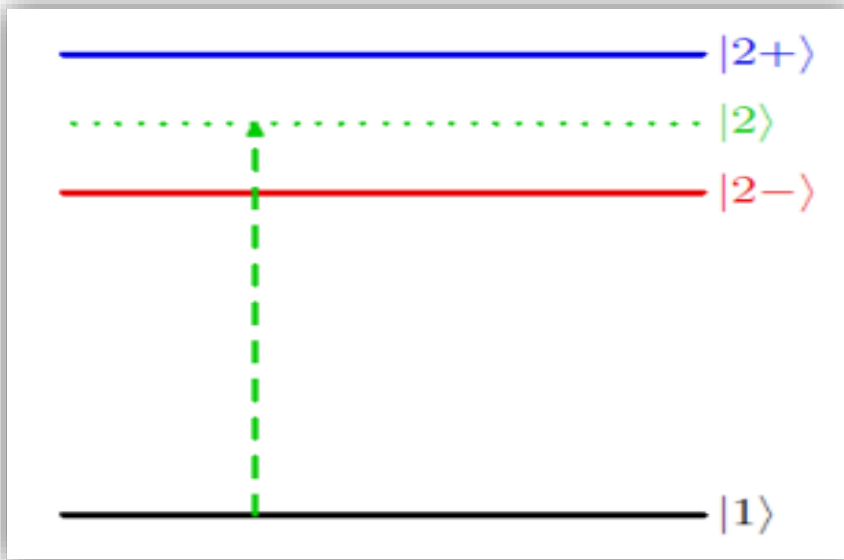
**Figura IV.2. Luz lenta. Simulación hecha en Mathematica (trabajo propio, 2013).**

En las imágenes se muestra la superposición de longitudes de onda del espectro visible, de abajo a arriba, primero se encuentran cada una de las ondas del espectro visible viajando a la velocidad de la luz, posteriormente la onda formada por la superposición de las ondas del espectro visible viajando a velocidad de la luz, arriba las ondas del espectro visible viajando en un medio con un índice de refracción alto,  $n > 1$ , y por lo tanto representando el fenómeno de luz lenta y por último la onda formada por las longitudes de onda de luz lenta. En la primera imagen, se aprecia que ambos pulsos, formados por la superposición de las ondas, están estáticos. En la segunda imagen, el pulso beige viaja a la velocidad de la luz, no se distorsiona y se ve un nuevo pulso, en donde hay interferencia constructiva, cada determinada distancia. El pulso morado viaja a una velocidad mucho menor que el pulso que viaja a la velocidad de la luz, la onda se distorsiona y se vuelve a formar un nuevo pulso después de varios pulsos ya formados en la onda que viaja en el vacío.

La transparencia inducida electromagnéticamente es una técnica de interferencia cuántica que permite la propagación de la luz a través de un medio atómico opaco, generando alta transparencia en el medio. En este caso el medio opaco es una nube fría de BEC's, a la que se aplica un láser de 'unión' de fuerte resonancia que induce a la coherencia de los átomos y otro láser de 'control' que modifica las propiedades ópticas del medio dramáticamente en un sistema de 3 niveles de energía.

En un átomo de hidrógeno, si nada más se toman en cuenta los dos estados de energía más bajos, un pulso de luz puede solamente hacer transiciones del estado base  $|1\rangle$  al siguiente estado excitado  $|2\rangle$ , en donde se presenta absorción. Si el estado  $|2\rangle$  es dividido en dos estados,  $|2+\rangle$  y  $|2-\rangle$ , las únicas transiciones posibles serán los acoplamiento del estado base  $|1\rangle$  con cualquiera de los estados divididos,  $|2+\rangle$  y  $|2-\rangle$ . El estado  $|2\rangle$  es ahora un estado prohibido para el pulso de luz por lo que, dependiendo de la energía que tenga el pulso, hará la transición a los dos nuevos estados, los cuales son permitidos, sin embargo, presentan mínima absorción.

Experimentos reflejan resultados de una reducción en la absorción de hasta 60% (Ahufinger & Fort, 2002).



**Figura IV.3. Transparencia Inducida Electromagnéticamente (Virally, 2008).**

Transiciones permitidas del estado base  $|1\rangle$  con cualquiera de los estados divididos,  $|2+\rangle$  y  $|2-\rangle$ , del estado  $|1\rangle$  al siguiente estado excitado  $|2\rangle$  es una transición no permitida.

Todos los medios diferentes al vacío alentan la luz, en la mayoría de los medios dispersivos es tan poca la diferencia que el ojo humano no lo percibe. Como resultado de la relatividad especial, ni la materia ni la información pueden ir más rápido que  $c$ . La velocidad de fase y de grupo son las velocidades a las que se propaga la fase de la onda y del paquete de ondas, respectivamente, lo que significa que la parte inicial de la onda, frente de onda, puede llegar incluso más rápido que  $c$  pero es la velocidad de toda la señal (la portadora de información) quien no puede superar  $c$ .

En un BEC, la parte inicial de un pulso entra e inmediatamente, por la interacción de la luz con los átomos del BEC, la onda es alentada, espacialmente, comprimida, la parte de la onda que aún no entra al BEC sigue viajando a la velocidad del medio en el que estaba. Cuando la onda sale del BEC, la parte que salió viaja nuevamente a la velocidad que tenía antes de entrar al BEC.

El uso de materiales coherentes, es decir, que tengan a todos sus átomos en un nivel de mínima energía y se comporten como un único átomo, perdiendo así su individualidad como átomos, facilita la manipulación dado que se trabaja con propiedades unificadas y no individuales y distintas. Por otro lado, el uso de materiales que alenten la luz en factores superiores a los alcanzados por materiales dispersivos, hace del uso de técnicas como la EIT algo complementario para alcanzar velocidades de la luz aún más bajas, hasta incluso detenerlas. **Materiales con estas características son los BEC's por lo cual son propuestos para la obtención** de luz lenta por medio del mecanismo EIT que logra altos índices de refracción sin absorción y dispersión con velocidades de grupo ultra bajas.

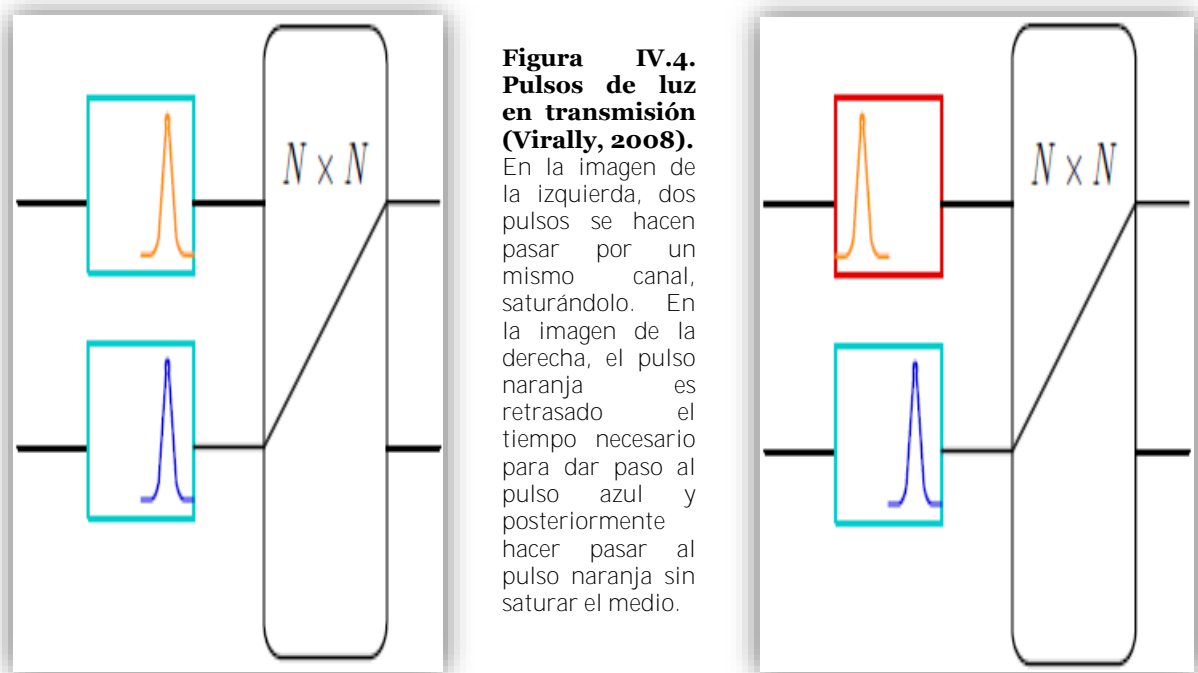
Es posible obtener luz lenta por medio de otros mecanismos como oscilaciones coherentes de población (CPO por sus siglas en inglés) o dispersión estimulada. Para esta investigación no se ahondará en estos procesos que no requieren de los BEC's.



## IV.2 Computación cuántica

### IV.2.1 Manipulación de la luz

Actualmente, existen extensas investigaciones sobre manipulación de la luz por medio de BEC's, una de ellas es la computación cuántica. El uso de luz lenta en tecnologías computacionales puede ser aprovechado en el manejo de la información y construcción de computadoras cuánticas (Hau, L. V., 2008), (Hau Z. D., 2004). Una línea de investigación consiste en alentar e incluso detener un pulso de luz en el medio mientras otro pulso de luz se hace pasar para no saturar el medio. Por otro lado, en teleportación se puede hacer uso de luz lenta. Un pulso de luz es absorbido por una nube fría de BEC's y es recuperado en una nube cercana (Ginsberg, Garner, & Hau, 2007).



### IV.2.2 Teleportación cuántica

En (Ginsberg, Garner, & Hau, 2007), Lene Hau y colaboradores demostraron experimentalmente la detención y almacenamiento de un pulso de luz en un BEC de dos millones de átomos de sodio que posteriormente retomaron en su totalidad en un condensado diferente, pero con las mismas propiedades que el primero, a unos 160  $\mu\text{m}$  de distancia, la información se transfiere a través de la conversión del pulso de luz en onda de materia viajando, por la dualidad onda-partícula.



En presencia de un campo de unión óptico, se hace incidir un láser de control en el primer condensado, donde será comprimido espacialmente a una longitud mucho menor que la del condensado, en un factor de  $5 \times 10^7$ . El campo de unión es entonces apagado dejando los átomos del primer condensado en estado de superposición cuántica. La amplitud y la fase del pulso de luz son grabados en la función de onda, que es movida e incrustada en el segundo BEC, el cual es re iluminado con el pulso de unión. El pulso de control es dirigido nuevamente y el pulso mensajero es sumado coherentemente al campo de materia del segundo condensado. El pulso de luz revivido guarda la amplitud y fase del pulso original.

Este proceso resulta interesante en áreas como telecomunicaciones o computación cuántica para manipulación de información, haciendo a los dispositivos convencionales mucho más poderosos, veloces, con gran almacenamiento y de provecho como lo es la teleportación cuántica, en donde se **podrían entrelazar los BEC's**.

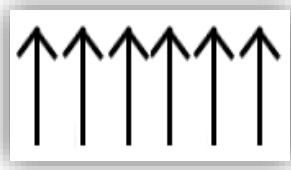
### IV.3 Cosmología

La cosmología es la ciencia que estudia el origen y la evolución del universo. **El estudio de fenómenos como los BEC's han dado lugar a hipótesis que explican** ciertos aspectos, aun sin solución, sobre el universo.

Una propuesta interesante es la que se presenta en (Dolgov, Lepidi, & Piccinelli, 2010), sobre la formación de condensados de Bose-Einstein en el universo temprano para explicar la existencia de campos magnéticos.

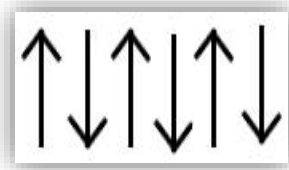
Los campos magnéticos en el universo se han observado a todas las escalas y no se tiene una explicación satisfactoria para su formación. Una posibilidad es que su origen sea primordial.

Es interesante el papel que pueden jugar los condensados en la generación de campos magnéticos en el universo temprano. Se puede formar un condensado en el universo temprano, pues a pesar de las altas temperaturas, también hay densidades muy altas que permiten satisfacer la condición: que las distancias entre partículas sean menores a la longitud de onda de de Broglie que se presenta en la sección 1.4. Que todas las partículas en un condensado sean idénticas y estén en reposo sugiere la presencia de una configuración ordenada de sus momentos magnéticos de espín, que podría ser ferromagnética o antiferromagnética. El ferromagnetismo es la magnetización de los materiales en los que los átomos tienen momentos dipolares magnéticos permanentes y sus momentos dipolares atómicos vecinos se mantienen alineados paralelamente incluso cuando se suprime el campo magnético externo; la intensidad de los dipolos atómicos y la distancia entre ellos es lo que lo diferencia de otros materiales magnéticos. El antiferromagnetismo tiene orientaciones de espín antiparalelas.



**Figura IV.5. Estados ferromagnéticos y antiferromagnéticos (trabajo propio, 2013).**

La imagen izquierda muestra un estado ferromagnético en la configuración de espines de los bosones  $W$  y la imagen de la derecha el estado antiferromagnético.



Los bosones  $W_{\pm}$ , partículas fundamentales cargadas que conforman la sopa cósmica de los primeros instantes del universo, parecen ser buenos candidatos para conformar un condensado.

Investigando las interacciones de los momentos dipolares de espín en un condensado de bosones  $W$ , se encontró que tienden a alinearse, formando un estado ferromagnético. De esta manera, es posible generar un campo magnético macroscópico, a gran escala, en el universo temprano, ofreciendo una posibilidad de generación de los campos magnéticos cósmicos.

Por otro lado, la materia oscura, materia que no emite la radiación electromagnética suficiente como para ser detectada pero sí causa efectos gravitacionales en la materia visible, es una línea de investigación de la cosmología. Una alternativa al paradigma de la naturaleza de la materia oscura es el campo escalar o BEC estudiado por varios grupos de trabajo:

- o En (Suárez, Robles, & Matos, 2013) un campo escalar fundamental sufre una transición de fase muy temprana en el Universo, lo que lleva a la formación de gotas de condensados de Bose-Einstein. Por lo tanto, los halos oscuros de las galaxias en el Universo podrían ser enormes gotas de campo escalar.
- o En (Li, Rindler-Daller, & Shapiro, 2014) se encuentran complicaciones cosmológicas en materia oscura de campo escalar de condensados de Bose-Einstein. Allí, la materia oscura está compuesta de bosones ultraligeros auto-interactuantes que forman un BEC, descrito por un campo escalar cargado.
- o En (Ureña-López & Bernal, 2010), fueron estudiadas las propiedades de las configuraciones de partículas de estados múltiples gravitacionalmente limitadas, hechas de bosones de espín-0 mostrando que su estabilidad depende de cómo las partículas están distribuidas en los diferentes estados que los componen.

#### **IV.1.2.1 Aplicación de la luz lenta**

Un trabajo que se está llevando a cabo actualmente es aplicar fenómenos de manipulación de la luz a ciertos periodos del universo temprano o en ciertas regiones astrofísicas; trabajo que se desarrolla con G. Piccinelli del Centro

Tecnológico Aragón, UNAM, E. Castellanos y T. Matos del departamento de física del CINVESTAV, IPN.

Como primer paso, se investiga la posibilidad de que se produzca este fenómeno en halos de galaxias.

Ciertos escenarios consideran la posibilidad de que la materia oscura podría estar compuesta de partículas milicargadas con una débil interacción, pero de largo alcance, con los electrones (Berezhiani, Dolgov, & Tkachev, 2013). Pensando que el halo de una galaxia podría ser un fluido que contiene un condensado de baja masa de bosones de espín-0 o espín-1 (Pires & Souza, 2012) con una carga muy pequeña, delimitadas por su potencial auto-gravitacional, algunos fenómenos ópticos interesantes como la luz lenta y luz rápida podrían tener lugar alrededor de la galaxia.

En estas condiciones, el halo puede ser modelado por una interacción débil, independiente del tiempo, del condensado atrapado en un potencial externo descrito por la ecuación de Gross Pitaevskii (Pitaevski & Stringari, 2003):

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + g|\psi(r)|^2\right)\psi(r) = \mu\psi(r) \quad \text{Ec. (IV-21)}$$

Donde:

$\psi(\mathbf{r})$  es la función de onda del estado condensado,

$\nabla^2$  es el laplaciano,

$V(r)$  es el potencial externo efectivo generado por el campo gravitacional más el campo electromagnético,

$g=4\pi\hbar^2 a/m$  es la interacción efectiva entre dos partículas, con  $a$  la longitud de onda de dispersión,

$|\psi(\mathbf{r})|^2$  es la densidad de partículas,

$m$  la masa de las partículas que conforman el material y

$\mu$  es el potencial químico.

La densidad de partículas  $|\psi(\mathbf{r})|^2 = \rho$  está presente también en el índice de refracción<sup>8</sup>, que puede reescribirse como sigue:

<sup>8</sup> Cabe mencionar que el índice de refracción varía para cada material, no hay una ecuación general que lo describa con exactitud por lo que varía la presentación dependiendo del autor o del material que se trate. Para esta investigación se han tomado las ecuaciones (I-5), (IV-20) y (IV-22) de la literatura científica más general.

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \rho \left(1 + \frac{Nq_e^2}{2\epsilon_0 m_e (\omega_0^2 - \omega^2)}\right)}$$

**Ec. (IV-22)**

Conociendo el índice de refracción, se puede obtener la velocidad de grupo y analizar el movimiento de la luz a través del medio, eventualmente obtener luz lenta o rápida, absorción u otros fenómenos ópticos. Se investiga cómo aplicar este análisis a la luz pasando a través de un halo condensado y las posibilidades de obtener huellas observables.



# Conclusiones y perspectivas

Los condensados de Bose-Einstein como la computación cuántica son fenómenos predichos desde décadas pasadas pero no es sino hasta la década de los **90's en que ambos fenómenos son estudiados experimentalmente. A pesar de lo reciente** de estos temas, la literatura y documentación experimental es basta por lo que es casi imposible mencionarla en su totalidad. Además, no se pretende ser expertos en física cuántica o computación cuántica, así que se ha hecho mención de los textos más básicos y afines a la línea de investigación que se marca en esta tesis.

De manera que, una vez hecha una revisión y análisis de los textos más relevantes, para el caso que nos ocupa, deducimos que la propuesta inicial de usar Condensados de Bose-Einstein en computación cuántica es viable desde el punto de vista teórico. Definitivamente, conforme avanzaba la investigación, expectativas y complicaciones se modificaron y hoy se puede concluir de la siguiente manera, respecto a dos líneas de investigación:

## Computación cuántica

La expectativa es que, el inevitable y acelerado avance de la tecnología, algún día, permitirá la fácil y costeable **obtención de BEC's** para que puedan ser implementados en computadoras cuánticas comerciales eficientes, sacando así provecho de las propiedades cuánticas que caracterizan el área de estudio, específicamente en:

- a. **La presencia de paralelismo cuántico (real).** Ya revisamos el hecho de que gracias a la superposición de estados cuánticos es posible hacer procesamiento paralelo real. Los trabajos actuales sobre procesamiento de la información se mejorarán, como en el caso del experimento en (Ginsberg, Garner, & Hau, 2007).
- b. **Criptografía cuántica.** La seguridad de la información estática y dinámica será eficaz y, aunque sea imposible evitar el espionaje, sí es posible detectar intrusiones y evitar el robo, clonación o interpretación de la información.
- c. **Teleportación cuántica.** Gracias al entrelazamiento de las partículas se puede hacer uso de la teleportación en computación cuántica, esto permitirá

la manipulación de información de manera más eficaz. Este fenómeno, meramente cuántico, abre paso a una nueva era sin canales de comunicación físicos como dispositivos de almacenamiento portátiles, fibras ópticas o incluso inalámbricos (en donde el medio de transmisión físico es el espacio infinito) y, con la gran ventaja de la no existencia de límites de velocidad y distancia, pues la transmisión es instantánea y a cualquier lugar en el que se encuentre el destinatario, o de la seguridad y confidencialidad de la información transmitida.

- d. **Hardware cuántico.** Ampliar los tiempos de vida de los dispositivos (debido al efecto túnel), las capacidades de almacenamiento (gracias a la superposición cuántica), velocidad y capacidad de procesamiento (también debido a la superposición cuántica que ayudará al procesamiento paralelo cuántico y a **la manipulación de luz por medio de BEC's**) revolucionará la computación.
- e. **Manipulación de la luz.** Usar fotones como portadores de información trae ventajas inimaginables a la computación cuántica. Además de ayudar a descongestionar los medios físicos de transmisión de información aporta soluciones prácticas a cada uno de los puntos anteriores, ya sea por medio **del uso de BEC's o directamente.**

El simple hecho de crear una computadora con materiales que se rigen por las leyes de la mecánica cuántica, implica la obtención de los beneficios que ella brinda. Es por esta razón que **los BEC's son una buena e interesante propuesta para** la fabricación de computadoras cuánticas debido al control que se tiene de ellos. Que un BEC sea coherente se presta a la fácil y rápida manipulación, con lo que será viable acudir a ellos para mejorar los resultados de los procesos que se deseen involucrar en la fabricación de computadoras cuánticas. Es importante mencionar que la mayoría de las propuestas para crear computadoras cuánticas no involucran **el uso de BEC's, sino distintos materiales. El uso de BEC's para crear computadoras cuánticas es la base indispensable de esta investigación.**

**Particularmente, la manipulación de luz por medio de BEC's fue un** descubrimiento relevante en la investigación para el caso que nos ocupa. La característica de que en un BEC un pulso de luz sea comprimido espacialmente, retrasando su transmisión respecto a la de otro pulso en el vacío u otro medio dispersivo, sugiere la presencia del fenómeno de luz lenta. La propuesta de hacer uso de fotones para la manipulación de información tiene aún más ventajas que el uso de partículas con masa, son más fáciles de manipular y aprovechar. La posibilidad de almacenar y procesar información por medio de luz es, análoga al uso del láser en estos días, un avance con aplicaciones inimaginables a la ciencia, tecnología e incluso vida diaria. De igual modo, la obtención de fenómenos ópticos (véase Apéndice B) además de luz lenta como luz rápida o en sentido contrario que **den paso a conceptos como invisibilidad, por medio de BEC's, será de utilidad en** computación cuántica y en la tecnología en general en años futuros.

## Cosmología

- Se espera que fenómenos ópticos, como luz lenta, luz rápida, absorción, etc, puedan tomar lugar en diferentes situaciones cosmológicas y astrofísicas, **donde BEC's puedan estar presentes.**
- Un punto importante será definir si estos fenómenos puedan producir consecuencias observables.

Es necesario que el avance de la tecnología siga como hasta ahora para **facilitar la implementación de BEC's en computación cuántica en años cercanos.** Se espera con ansias el día en que el mundo cuántico sea entendido y aceptado como hoy se entiende y se acepta la gravedad en nuestra vida diaria. Que nuestro paradigma sobre la mecánica cuántica se perfeccione y se haga uso del conocimiento para mejorar nuestras vidas.

Esperamos que esta investigación sea tan enriquecedora para el lector como lo ha sido para nosotros. Es un trabajo que vale la pena continuar. Así mismo esperamos que haya sido un incentivo para aquellos que se inician en la ciencia y la tecnología, en la investigación y en el desarrollo intelectual de la humanidad. Que esta investigación sea la base de un siguiente paso que involucre dedicación, pasión y mucho esfuerzo en el área de conocimiento que se enmarca aquí. Para alcanzar esta meta fueron necesarios conocimientos básicos en computación y mecánica clásica, temas precedentes a computación y mecánica cuántica, así como en uno o más idiomas; por lo que esperamos que lectores con dicha preparación mínima sean quienes den seguimiento a este fascinante tema de frontera en física.





# Apéndice A

## Pares de Cooper

Los *pares de Cooper* (Halliday, Resnick, & Krane, 1992) son los electrones en un átomo que interactúan entre sí repeliéndose mutuamente por tener cargas iguales, sin embargo. El estudio de las interacciones de estos dos electrones es parte del importante *efecto de muchos cuerpos* y la *teoría* BCS (por las iniciales de los nombres de los científicos que la propusieron en 1957, John Bardeen, Leon Neil Cooper y John Robert Schrieffer), que resulta en una interacción de dos pasos:

1. En un sólido, un electrón pasa por los iones positivos adyacentes de la red cristalina actuando sobre ellos mediante atracciones de Coulomb, dándoles impulso a cada uno, causando que se muevan juntos ligeramente, debido a estos movimientos, el electrón va dejando en su camino una densidad de carga mayor que va cambiando alrededor de él. Por consecuencia, la densidad de carga se propaga como una onda que lleva impulso a través de la red: *fonón*. El electrón suministró el impulso que lleva el fonón emitido.
2. Un segundo electrón pasa por la región en movimiento de densidad de carga positiva creciente experimentando una interacción de coulomb atractiva y absorbiendo el impulso que lleva la región en movimiento.

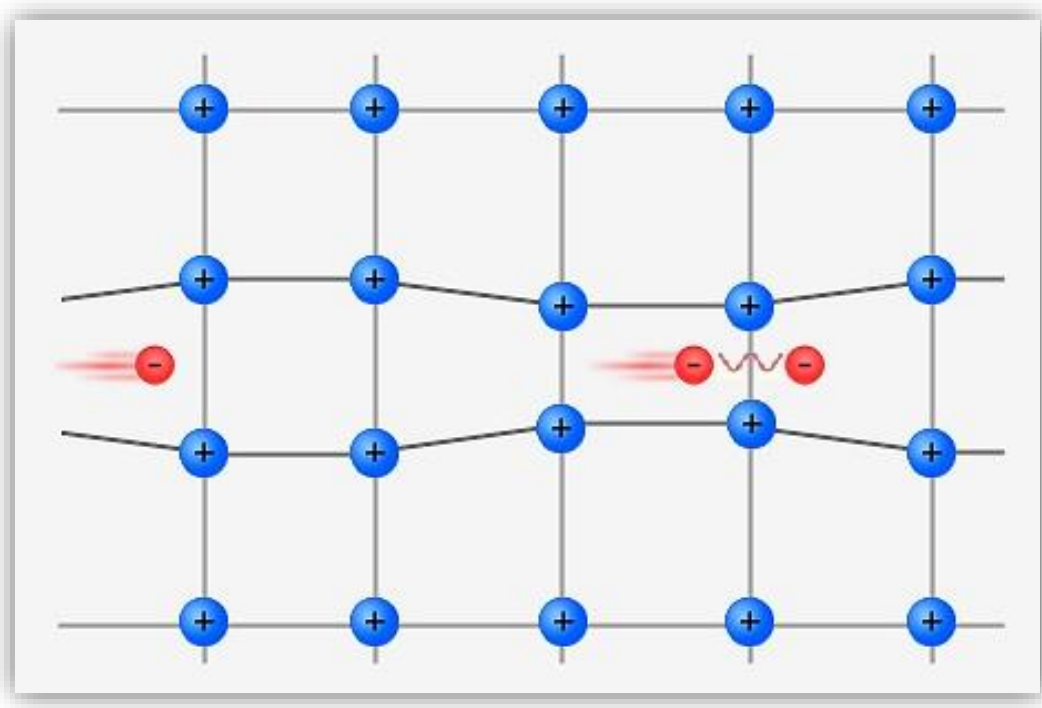
Esto es, el segundo electrón puede absorber al fonón, absorbiendo así el impulso del primer electrón. En consecuencia los dos electrones han intercambiado el impulso entre ellos con un fonón como intermediario. Los electrones se han unido débilmente formando así el par de Cooper.

La teoría BCS muestra que, en ciertas condiciones, la atracción de estos dos electrones mediante el intercambio de un fonón puede exceder ligeramente la repulsión natural entre ambos electrones debido a sus cargas iguales. El hecho de que la interacción sea débil ocasiona que los pares se rompan constantemente y se formen nuevamente con parejas diferentes, lo que hace al sistema algo inestable. Los pares son partículas con ímpetus de igual magnitud y dirección y espines opuestos.

El sistema electrónico tendrá la mínima energía posible gracias a la formación de pares de Cooper, esto es debido a las bajas temperaturas, inferiores a la  $T_c$  del material, a las que se forman los pares. Después de formarse algunos pares de Cooper, la energía del material es todavía menor que si no se hubieran formado pares previamente y con cada par formado seguirá bajando la energía causando la formación de más pares. Debido a que al formarse pares, éstos adquieren el mismo

impulso y energía, cuando se forma un nuevo par, éste adquiere la energía de los pares ya formados y así consecutivamente hasta que todos los electrones del material se formaron en pares y por lo tanto todos tendrán la misma energía, menor a la que había inicialmente cuando no había pares formados.

Los pares de Cooper son un fenómeno de cooperación. La interacción entre el par de electrones mediante el fonón genera un ciclo de movimiento cooperativo. Es decir, como consecuencia de la dualidad onda partícula, la longitud de onda asociada al primer electrón en la red cristalina se superpone con la longitud de onda asociada al segundo electrón del par y se forma una longitud de onda mayor a las longitudes de onda originales de los dos electrones, alcanzando a los electrones cercanos en la zona de mayor densidad de carga positiva y formando nuevas longitudes de onda cada vez mayores. Es este efecto lo que da lugar a la condensación y, a su vez, a la superconductividad.



**Figura A.1. Pares de Cooper (trabajo propio, 2015).**

La red cristalina está formada por partículas de carga positiva (azules) y los pares de Cooper, que interactúan por medio del fonón, electrones de carga negativa (rojos), atraen a las partículas de la red.

# Apéndice B

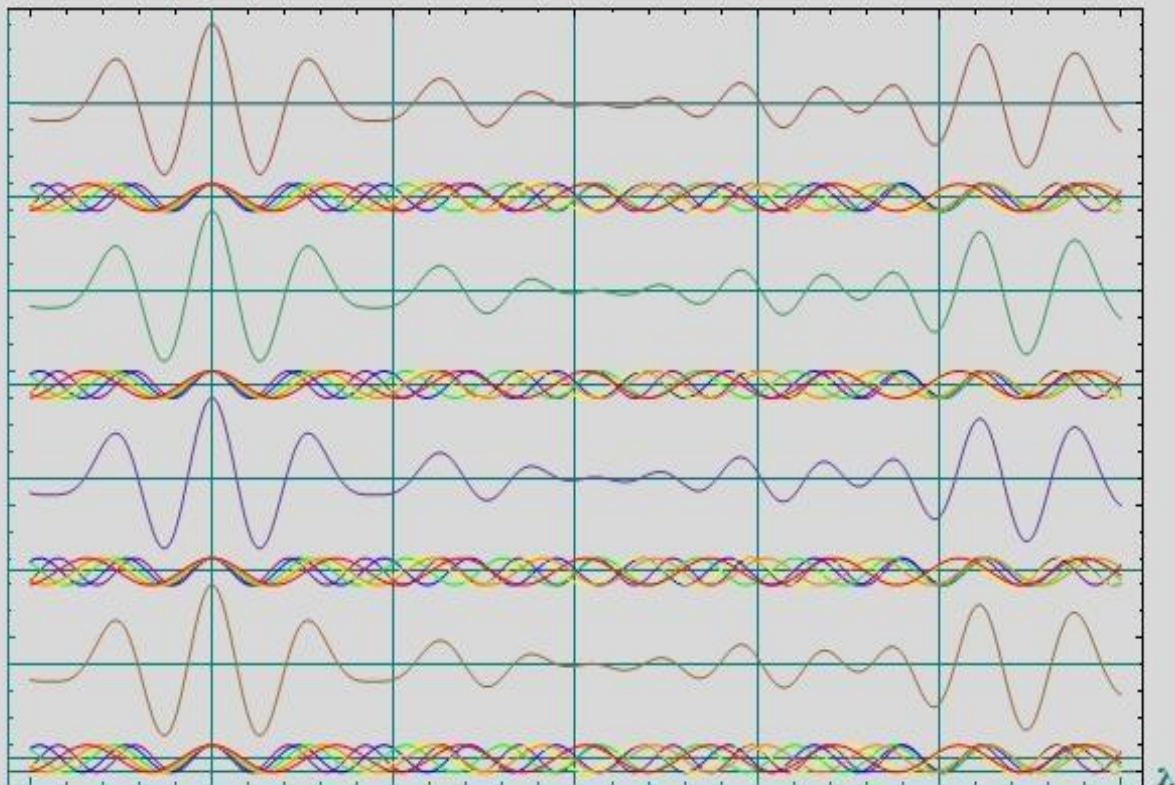
## Fenómenos ópticos

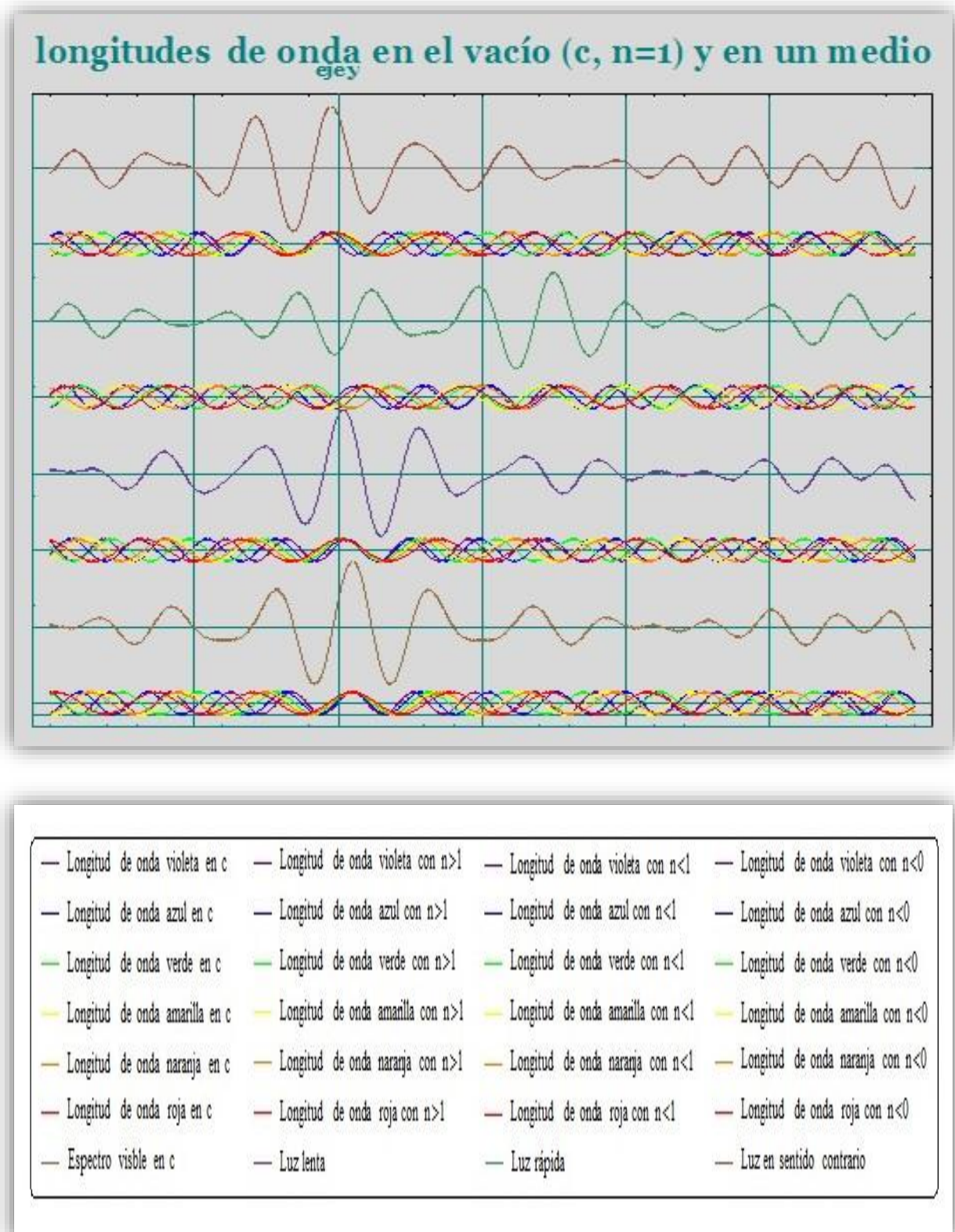
La manipulación de la luz por medio de BEC's, en computación cuántica y en cosmología, es un área de investigación reciente, prometedora y en constante actualización. La posibilidad de tener el control de la luz abre paso a fenómenos ópticos capaces de revolucionar este mundo.

Fenómenos como luz lenta, luz rápida o luz en sentido inverso pueden tener diversas aplicaciones, como la capacidad de camuflar objetos. La invisibilidad es posible gracias a meta-materiales, materiales artificiales que presentan propiedades electromagnéticas inusuales y propiedades ópticas controlables.

Cada uno de los fenómenos descritos en la a continuación tiene aplicaciones propuestas y ya en experimentación.

### longitudes de onda en el vacío ( $c, n=1$ ) y en un medio





**Figura B.1. Luz lenta, rápida y en sentido contrario. Simulación hecha en Mathematica (trabajo propio, 2013).**

Las imágenes, en el mismo contexto que la **Figura IV.3**, muestran nuevamente, la comparación de ondas en superposición del espectro visible viajando a velocidad  $c$  con ondas viajando a velocidades de grupo

menores (luz lenta), mayores (luz rápida) y negativas (luz en sentido contrario), de abajo a arriba. En la primera imagen, las ondas en los cuatro diferentes medios están estáticas, es decir, a un tiempo  $t=0$ . En la segunda imagen, las ondas han avanzado en un intervalo corto de tiempo. La onda en el vacío ha avanzado **sobre el eje  $\lambda$** . **La onda de luz lenta apenas se ha movido de su posición original, comenzando la distorsión** del pulso que, en algún momento se volverá a formar. En el caso de la onda de luz rápida, se ha movido y, con ello, distorsionado tan rápido que, en la simulación, es difícil seguirla para encontrar el nuevo pulso formado. Para la onda en sentido contrario se aprecia la distorsión de la misma, sin embargo, su avance **sobre el eje  $\lambda$  ha sido** hacia el lado izquierdo, donde aún se alcanza a observar un avance casi simétrico al de la onda en el vacío.



# Bibliografía

- Aboites, V., & Vega, J. (2002). *Enfriamiento de átomos por láser*. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Ahufinger, V., & Fort, C. (2002). Electromagnetically induced transparency in a Bose-Einstein condensate. *Optics Communications*, 211, 159-165.
- Aikawa, K., & Ferlaino, F. (2012). Bose-Einstein Condensation of Erbium. *Phys. Rev. Lett.*, 108, 210401.
- Aspect, A., Grangier, P., & Roger, G. (1982). Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities. *Phys. Rev. Lett.*, 49, 91-94.
- Berezhiani, Z., Dolgov, A., & Tkachev, I. (2013). Dark matter and generation of galactic magnetic fields. *Eur. Phys.J. C*, 73, 2620.
- Blundell, S. (2001). *Magnetism in condensed matter*. Oxford university press.
- CINVESTAV, IPN. (2008). Información cuántica. *CINVESTAV*, 5-43.
- Davis, K., & Ketterle, W. (1995). Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75, 3969-3973.
- Delft, D. v., & Kes, P. (2010). The discovery of superconductivity. *Physics Today*, 38-43.
- Department of Physics, University of Colorado Boulder. (2000). *Physics 2000*. Retrieved from [http://www.colorado.edu/physics/2000/bec/mag\\_trap.html](http://www.colorado.edu/physics/2000/bec/mag_trap.html)
- Dodelson, S. (2003). *Modern Cosmology*. Academic Press.
- Dolgov, A. D., Lepidi, A., & Piccinelli, G. (2010). Ferromagnetic properties of charged vector boson condensate. *JCAP*, 08, 031.
- D-WAVE Systems Inc. (n.d.). *The Quantum Computing Company D-WAVE*. Retrieved from <http://www.dwavesys.com/>
- Einstein, A., Podolsky, B., & Rosen, N. (1935). Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? *Phys. Rev.*, 47, 777-780.



- Eisberg, R., & Resnick, R. (2011). *Física Cuántica, átomos, moléculas, sólidos, núcleos y partículas*. Limusa Wiley.
- Feynman, R., Leighton, R., & Sands, M. (1964). *Lectures on Physics: mainly electromagnetism and matter*. Addison-Wesley.
- Ginsberg, N. S., Garner, S. R., & Hau, L. V. (2007). Coherent control of optical information with matter wave dynamics. *Nature*, *445*, 623-625.
- Gisin, N., Ribordy, G., Tittel, W., & Zbinden, H. (2001). Quantum cryptography. *Rev. Mod. Phys.*, *74*, 145-195.
- Halliday, D., Resnick, R., & Krane, K. (1992). *Física* (Vol. II). Continental.
- Hau, L. V. (2008). Optical information processing in Bose–Einstein condensates. *Nature Photonics*, *2*, 451-453.
- Hau, L. V., Harris, S. E., Dutton, Z., & Behroozi, C. H. (1999). Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, *397*, 594-598.
- Hau, Z. D. (2004). Storing and processing optical information with ultra-slow light in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A.*, *70*, 053831.
- Hawking, S. (2011). *Los sueños de los que está hecha la materia*. Critica.
- Hetch, E. (2000). *Óptica* (3ª ed.). Addison Wesley.
- Hewit, P. (1974). *Conceptual Physics ...a new introduction to your environment*. Boston: Little, Brown and Company.
- Jiménez, J. I. (2011, abril 8). *Átomos Fríos*. Retrieved from <https://www.nucleares.unam.mx/~jimenez/home/index.php/atomos-frios>
- Klaers, J., Schmitt, J., Vewinger, F., & Weitz, M. (2010). Bose–Einstein condensation of photons in an optical microcavity. *NATURE*, *468*, 545-548.
- Kok, P., & Milburn, G. J. (2007). Linear optical quantum computing with photonic qubits. *Rev. Mod. Phys.*, *79*, 135-174.
- Kwiat, P. G., Waks, E., White, A. G., Appelbaum, I., & Eberhard, P. H. (1999). Ultrabright source of polarization-entangled photons. *Phys. Rev. A.*, *60*, 173-176.
- Leitner, A. (1963). *Superfluid Liquid Helium*. Retrieved from <http://alfredleitner.com/superfluid.html>
- Li, B., Rindler-Daller, T., & Shapiro, P. R. (2014). Cosmological Constraints on Bose-Einstein-Condensed Scalar Field Dark Matter. *Phys. Rev. D*, *89*, 083536.

- Liu, C., Dutton, Z., Behroozi, C. H., & Hau, L. V. (2001). Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. *Nature*, 409, 490-493.
- Martinez, E., Gomez, J., Salazar, R., Gomez, J., & Rocha, J. (2012). *Condensado de Bose-Einstein*. Retrieved from <http://boseins.blogspot.mx/2012/04/principio-de-incertidumbre-heinzemberg.html>
- Max Planck, I. (2003). *Max-Planck-Institut für Quantenoptik*. Retrieved from [http://www2.mpg.de/Theorygroup/CIRAC/wiki/index.php/Prof.\\_Dr.\\_Ignacio\\_Cirac.html](http://www2.mpg.de/Theorygroup/CIRAC/wiki/index.php/Prof._Dr._Ignacio_Cirac.html)
- Metcalf, H., & Straten, P. V. (1999). *Laser cooling and Trapping*. Springer.
- Mukhanov, V. (2005). *Physical Foundations of Cosmology*. Cambridge University Press.
- NASA. (2002). *Ciencia@NASA*. Retrieved from [http://ciencia.nasa.gov/science-at-nasa/2002/20mar\\_newmatter/](http://ciencia.nasa.gov/science-at-nasa/2002/20mar_newmatter/)
- NASA. (2004). *Ciencia@NASA*. Retrieved from [http://ciencia.nasa.gov/science-at-nasa/2004/12feb\\_fermi/](http://ciencia.nasa.gov/science-at-nasa/2004/12feb_fermi/)
- Paz, C. d. (2013). *Full Quimica*. Retrieved from <http://www.fullquimica.com/2012/08/numero-cuantico-spin-magnetico-ms.html>
- Peña, L. d. (1980). *Introducción a la mecánica cuántica*. C.E.C.S.A.
- Perkowitz, S. (2011). *Slow light, invisibility, teleportations, and other misteries of light*. Imperial College Press.
- Pires, M. O., & Souza, J. C. (2012). Galactic cold dark matter as a Bose-Einstein condensate of WISPs. *JCAP11 024*, 11, 024.
- Pitaevski, L., & Stringari, S. (2003). *Bose-Einstein Condensation*. Oxford Science Publications.
- Ruiz Seco, J. M., Galán Santos, J. P., Guerra Castillo, J. C., & Villar Prudencio, C. (2011). *Aplicaciones del Láser*. Retrieved from <http://fotonica.260mb.com/breveintroduccion.html>
- Saxon, D. S. (1968). *Elementos de mecánica cuántica*. EASO.
- Smith, C. J. (2008). *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases* (2ª ed.). Cambridge University Press.
- Suárez, A., Robles, V. H., & Matos, T. (2013). A Review on the Scalar Field/ Bose-Einstein Condensate Dark Matter Model. *Astrophysics and Space Science Proceedings*, 38, cap. 9.
- Tanenbaum, A. (2009). *Sistemas operativos modernos*. Amsterdam: PEARSON Education.
- Terán Pérez, D. M. (2012). *Introducción a la computación cuántica para Ingenieros*. Alfaomega.

- 
- University of Georgia. (2000). *The Meissner Effect*. Retrieved from <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/solids/meis.html>
- Ureña-López, L. A., & Bernal, A. (2010). Bosonic gas as a Galactic Dark Matter Halo. *Phys.Rev.D*, *82*, 123535.
- Virally, S. (2008). A review of slow light physics and its applications. *Journal de génie physique de l'École Polytechnique de Montréal*, 30-38.
- Wieman, C., & Cornell, E. (1995). Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, *269*, 198-201.
- Wootters, W., & Zurek, W. (1982). A Single Quantum Cannot be Cloned. *Nature*, *299*, 802–803.
- Yanofsky, N., & Mannucci, M. (2008). *Quantum Computing for Computer Scientists*. Cambridge University Press.