Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Modelo Difuso de la Temperatura Media Global en Función de las Emisiones de Carbono

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Licenciado en Ciencias de la Tierra

PRESENTA:

Bernardo Adolfo Bastien Olvera

TUTOR

Dr. Carlos Gay García

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

II

Dedicado a
mi mundo

Al núcleo, la parte más dinámica y constante, tan poderosa que energiza desde lo más profundo y protege como escudo infalible hasta lo más exterior. Gracias Alex, Mau, Silvia y Gustavo.

A la biosfera, a cada organismo con el que me ha sorprendido, con el que me ha llenado de vida y de ideas. Porque hay personas que revolucionan tu ser: Héctor, Alonso, Daniel, Jorge, Paola, Karla, Alex, Saúl, Oscar, Diego, Efra, Chris, Ian, Viktoria y Aska.

Al océano, con sus majestuosos mares de amor, compañerismo y aventura. Aquel océano que siempre navegaremos juntos, Raiza.

A la atmósfera, que ha hecho crecer mi espíritu como un huracán, me ha enfretado a los retos más increíbles, bonitos y satisfactorios: Brandaris y Deneb. Gracias Bruno, Eivind, Rudy, Marth, David, Brenda, Bayo, Karen, Ferco, Ariz, Flor, Martín.

Al espacio exterior, al que al levantar la vista me ha llenado de retos intelectuales y enriquecido con ideas que transformo al hacerlas mías. Gracias Carlos Gay, Iván Paz, Anais Vermonden, Luis Espinosa, Manuel Falconi, Daniel Nadeau, Robin Marsh, John Radke, Andrew Jones.

Agradecimientos

Agradezco mucho a mi familia por todo su apoyo incondicional en todos los aspectos de mi vida, en especial en el estudio.

Agradezco sinceramente a mi asesor de Tesis, Dr. Carlos Gay García, sus conocimientos, visión y liderazgo han sido fundamentales para mi actual formación como investigador. Él ha inculcado en mi un sentido de responsabilidad social como investigador, y a través de sus consejos y motivación se ha ganado mi lealtad y admiración.

Agradezco mucho a dos grandes maestros que me han guiado a través de nuestra realidad difusa, y en el camino nos hemos convertido en grandes amigos y muy buenos colegas. Anais Vermonden e Iván Paz, gracias por sus revisiones y aportaciones a esta Tesis.

Agradezco a la Dra. Susana Orozco, presidente de mi jurado de examen profesional. Quien además tomó entre sus manos el reto de ser la primera coordinadora de esta hermosa licenciatura, con lo que nos abrió la posibilidad de encontrar nuestra pasión a muchos de nosotros.

Gracias a mi jurado, Dra. Graciela Herrera, Dr. Agustín García, Dr. Arturo Quintanar, quienes con sus consejos y aportaciones enriquecieron este trabajo de tesis.

Agradezco a la coordinadora actual de la Licenciatura en Ciencias de la Tierra, Dra. Beatriz Ortega Guerrero, por todo el apoyo estos últimos años. Gracias por el esfuerzo inconmesurable que, junto con su mano derecha, Biól. Guadalupe Soqui, ha conseguido seguir llenando de vida y retos nuestra Licenciatura.

Resumen

En este trabajo se generó un modelo que proyecta la temperatura media global en función de las emisiones de carbono antropogénicas.

Como primera premisa se propuso que el sistema debe estar en un balance energético que tiene como constantes el albedo, la *constante* solar y la transparencia atmosférica. Sin embargo, la temperatura superficial varía al cambiar la concentración de dióxido de Carbono (CO_2) y está en función de la temperatura misma del sistema. La segunda premisa que suponemos, indica que cualquier cambio en la concentración de CO_2 atmosférico está en función de las emisiones antropogénicas de Carbono y la concentración misma del sistema. Con lo anterior se generan dos ecuaciones diferenciales acopladas, las cuales se representan con dos sistemas de inferencia difusos tipo *sugeno*, de tal forma que los coeficientes de las ecuaciones se vuelven dependientes del grado de pertenencia de los parámetros independientes a conjuntos difusos que dividen lingüísticamente a los universos de variables en Temperaturas/Concentraciones/Emisiones *altas*, *medias* y *bajas*.

Los sistemas de inferencia difusos son optimizados utilizando una red neuronal artificial que ajusta los parámetros de acuerdo a una base de datos diferente a la que se utilizó para crear al sistema. Con ello se asegura de descubrir los patrones ocultos sin generar un sobreajuste.

Esta tesis describe detalladamente el modelo, proyecta la temperatura con base en los escenarios que utiliza el Panel Intergubernamental de Cambio Climático (IPCC por sus siglas en inglés) y presenta los patrones ocultos encontrados.

Abstract

In this research a model that projects the mean global temperature as a function of anthropogenic carbon emissions was generated.

It is proposed that the system is energetically balanced and that the albedo, solar constant and atmospheric transparency are all constants. Nevertheless, the surface temperature varies when the CO_2 concentration changes and depends on the system's temperature itself. The second assertion states that any change in atmospheric CO_2 concentration depends on anthropogenic carbon emissions and the system actual concentration. With the statements above, two coupled differential equations were generated, which were represented by two fuzzy inference systems of the *sugeno* type, which means that the equation's coefficients become dependent on the degree of membership of the variables to the fuzzy sets that divide linguistically the variable's universe in *high*, *medium* and *low*.

The fuzzy inference systems were optimized using artificial neural networks that adjust the parameters according to a different data base that the one that was used to create the initial system. So that, are assured to find the hidden patterns and avoid over fitting.

This document describes the model, projects the temperature using the emission scenarios that the Intergovernmental Panel on Climate Change uses and presents the hidden patterns of the historical data.

Índice general

1. Introducción **1**
1.1. Objetivos 3
1.2. Hipótesis 3

2. Antecedentes **5**
2.1. Modelos climáticos 5
2.2. Lógica Difusa 6
2.2.1. Clustering Difuso 7
2.2.2. Sistema de inferencia difusos 8
2.3. Autoaprendizaje y redes neuronales artificiales 9

3. Modelo teórico propuesto **13**

4. Metodología **17**
4.1. Bases de datos 17
4.2. Implementación de técnicas de análisis 17
4.2.1. Clustering 19
4.2.2. Sistema de inferencia difuso tipo sugeno 20
4.2.3. Optimización del modelo utilizando redes neuronales . . . 25
4.3. Acoplamiento del modelo 29

5. Resultados **33**
5.1. Validación 33
5.2. Proyecciones 37

6. Aportaciones y futuro del modelo **41**
6.1. Conclusiones 43

Capítulo 1

Introducción

El sistema climático terrestre está alimentado por la radiación solar; debido a que la temperatura terrestre ha estado relativamente constante durante los últimos siglos, la energía solar entrante debe estar cercana a un balance con la energía emitida por la Tierra. Cambios en el balance energético pueden ser ocasionados por cambios en la energía solar entrante o por cambios en la energía saliente en forma de radiación de onda larga, que son originados, en parte, por cambios en la concentración de gases de efecto invernadero (Foster, 2013).

En el informe más reciente del Panel Intergubernamental de Cambio Climático (IPCC por sus siglas en inglés) (IPCC, 2013), se aseguran que el calentamiento en el sistema climático se debe a factores antopogénicos y desde la década de 1950 muchos de los cambios observados no han tenido precedentes en los últimos decenios a miles de años. Por lo anterior, es importante generar modelos efcientes que nos permitan proyectar el clima futuro, basados en posibles escenarios de emisiones y concentraciones de gases de efecto invernadero en la atmósfera, para de esta manera, proporcionar herramientas a los especialistas que les sean útiles en la planeación de estrategias de mitigación y adaptación al cambio climático (IPCC, 2011; Neil et al., 2005).

Los modelos climáticos son la mejor herramienta de la que disponemos para la descripción del sistema climático y, junto con los datos observados de buena calidad, son indispensables en el estudio de la respuesta del clima a distintos forzamientos. Estos existen desde los más simplificados, como los modelos de balance de energía (Budyko, 1969) hasta los más complejos, llamados modelos de circulación general con océano y atmósfera acoplados, entre los cuales podemos mencionar a los modelos del Sistema Tierra (ESMs) (Flato, 2011). Los modelos simples permiten tener una mejor descripción de una componente del sistema, es por ello que esta propuesta se inserta en un modelo de esta naturaleza.

La parte medular del presente proyecto es un modelo de balance de energía que calcula la temperatura media global suponiendo que el balance energético del sistema es alterado únicamente por el cambio en la concentración de CO_2

atmosférico Q y depende también de la temperatura misma del sistema T. Además, el cambio en la concentración atmosférica de dióxido de carbono depende de la concentración existente en el sistema y las emisiones de carbono antropogénicas E. El modelo que estamos proponiendo es representado con las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dQ}{dt} = f(Q, E) \tag{1.1}$$

$$\frac{dT}{dt} = g\left(T, \frac{dQ}{dt}\right) \tag{1.2}$$

Las ecuaciones (1.1) y (1.2) son un sistema semi-acoplado de ecuaciones diferenciales, las cuales pueden ser discretizadas y una vez ingresados los valores iniciales de concentración de CO_2, temperatura y emisiones, se puede retroalimentar de manera que a cada paso de tiempo obtengamos la temperatura únicamente en función de las emisiones de carbono.

El modelo se construye sobre la teoría de lógica difusa (Zadeh, 1965), de manera que las funciones f y g son dependientes del grado en que las emisiones, concentraciones y temperaturas pertenezcan a conjuntos difusos que definimos lingüisticamente como *altos*, *medios* y *bajos*. Esta estructura matemática, a diferencia de la lógica determinista, permite representar de una manera más certera, la naturaleza difusa del problema en términos de la incertidumbre propia de los procesos involucrados.

La lógica difusa permite que los elementos de un universo tengan cierto grado de pertenencia hacia conjuntos difusos que caracterizan a un sistema en específico, y con ellos se construyen sistemas de inferencia difusos (SIF) los cuales relacionan, con reglas de causalidad, conjuntos difusos de entrada a conjuntos difusos de salida de cierto sistema (Zadeh, 1975). En este modelo proponemos dos SIFs tipo sugeno (Takagi and Sugeno, 1985), en el que los conjuntos de entrada son los términos del lado derecho de las ecuaciones 1.1 y 1.2, y los conjuntos de salida son los términos del lado izquierdo. El sistema es generado con datos históricos (Etheridge et al., 1998; Boden et al., 2013; NASA, 2014). Con el SIF construido y datos históricos de otras fuentes u obtenidos a través de otra metodología (Houghton et al., 2012; Le Quere et al., 2014; NASA, 2014) optimizamos los parámetros del sistema utilizando autoaprendizaje con redes neuronales artificiales (Jang et al., 1997).

De esta manera obtenemos un modelo que calcula la temperatura media global a partir de una temperatura inicial, concentración de CO_2 y una serie de tiempo de emisiones globales de carbono. El modelo se evalúa y valida con una serie de corridas que tienen como parámetros de entrada las emisiones de carbono registradas más un ruido generado artificialmente, simulando la incertidumbre de las mediciones con las que se trabaja usualmente. El error absoluto

entre los resultados del modelo y el registro histórico de la temperatura para cada año, es del orden de décimas de grado para proyecciones de 50 años, dicho error se disminuye a tan sólo centésimas de grado para proyecciones de 15 años, lo cual queda dentro de los límites de incertidumbre de los cálculos mismos de la temperatura.

Este tipo de modelos difusos para cambio climático ha sido explorado recientemente debido a que la lógica difusa adopta la incertidumbre propia que genera la complejidad del sistema climático y permiten un mejor diálogo entre modelos y tomadores de decisiones (Gay-García and Sánchez-Meneses, 2015). Gay-Garcia et al. (2014) proponen un sistema difuso que proyecta el cambio de la temperatura en el año 2100, basados en corridas generadas por el modelo MAGICC/SCENGEN, con distintas emisiones y sensibilidad climática; así mismo se han propuesto con base en análisis de los reportes del IPCC (Gay-García and Martínez-López, 2011). Los sistemas difusos también han sido propuestos para el control de emisiones (Martínez-López and Gay-García, 2011); la implementación en el análisis de mapas cognitivos que describen al sistema climático (Gay-García and Paz-Ortíz, 2014), así como el aprendizaje con redes neurales para la evaluación del potencial de cosechas bajo Cambio Climático (Vermoden et al., 2015). Lo anterior plantea una base sólida sobre la cual será sustentado el reto que el presente proyecto desarrolla, un modelo difuso del cambio anual en la temperatura global.

1.1. Objetivos

El objetivo de este trabajo fue crear un modelo climático a partir de registros hitóricos, el cual pueda proyectar la temperatura media en función de las emisiones antropogénicas de carbono. Además, por medio de un sistema de redes neuronales artificiales se planteó encontrar los patrones ocultos en los datos del registro histórico y de esa manera poder relacionarlos con literatura científica.

Por último, el principal objetivo fue construir el modelo antes mencionado, con una metodología alternativa de modelación: la lógica difusa. De esta manera, en un futuro se podrían incorporar variables de tipo difuso, como sociales, económicas y políticas.

1.2. Hipótesis

Si se logra obtener un modelo numérico que sea capaz de reflejar los datos históricos, y la optimización a través de redes neuronales nos arroja relaciones de inferencia entre las variables que consideremos intuitivas o que puedan ser apoyadas por literatura centífica, entonces se podrá proyectar eficazmente la temperatura media del planeta en función de las emisiones antropogénicas de carbono. Por otro lado, se va a contar con un modelo completamente difuso al cual se le puedan agregar posteriormente variables de tipo social, económico y

político.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Modelos climáticos

Un modelo climático es la representación de los procesos físicos, biológicos y químicos del clima simplificado en ecuaciones matemáticas (McGuffie and Henderson-Sellers, 2005). La complejidad del sistema climático no está completamente entendida, por lo que la simplificación a partir de leyes físicas y observaciones es esencial, por lo que la incertidumbre en los modelos climáticos es inherente.

Existen distintos grados de complejidad en los modelos climáticos, los cuales se distinguen por considerar o no las diferentes componentes del clima, como es la radiación, dinámica, procesos de superficie, química y resolución espacio-temporal. Un modelo de balance de energía es aquel que toma en cuenta únicamente los procesos de superficie, y al ser un modelo sencillo es clave en la comprensión de parámetros específicos del sistema, así como eficiente para la discusión con los tomadores de decisiones.

El balance de energía global se entiende como el balance que existe entre la cantidad de radiación que entra y la que sale del planeta. Suponiendo lo anterior, se puede calcular fácilmente la temperatura media de la Tierra con la Ley de Steffan-Boltzman, con la que obtenemos que de un lado de la ecuación, la energía entrante al sistema es controlada por el albedo ($\alpha = 0.33$) y la *constante* solar ($S = 1366\frac{W}{m^2}$); la radiación saliente es controlada por la temperatura efectiva del planeta ($T_e = 253K$), lo cual representamos con la ecuación 2.1

$$(1-\alpha)\frac{S}{4} = \sigma T_e^4 \tag{2.1}$$

Sin embargo, la temperatura real superficial (T_s) está dada por la temperatura efectiva más un incremento debido a los gases de efecto invernadero (GEI)

$$T_s = T_e + \Delta T(GEI) \tag{2.2}$$

Este tipo de modelos y otros de mayor complejidad han sido sistematizados y evaluados con experimentos simultáneos por el Programa Mundial de Investigación Climática (WCRP por sus siglas en inglés) a través de la fase cinco del Proyecto de Intercomparación Acoplada de Modelos (CMIP5 por sus siglas en inglés) el cual tiene como uno de sus objetivos principales evaluar y entender los procesos de retroalimentación del carbono (Taylor et al., 2012). Modelos como el representado por las ecucaciones (2.1) y (2.2) siempre serán esenciales para lograr el objetivo actual que plantea el WCRP, el cual es facilitar el análisis del clima en la Tierra.

2.2. Lógica Difusa

La lógica difusa fue desarrollada por primera vez en la Universidad de California-Berkeley por Zadeh (1965), quien definió a un conjunto difuso como una clase la cual puede contener elementos con un grado de membresía contínuo entre cero y uno. La veracidad de una premisa puede entonces ser cuestión de grados, con la lógica difusa un argumento deja de ser verdadero o falso, blanco o negro, podemos clasificar a cualquier objeto con una escala continua de grises.

La visión difusa de un sistema permite adoptar con naturalidad su incertidumbre propia; entre más complejo sea un sistema, mayor será su incertidumbre y mayor será la inexactitud de una posible representación, por lo que podría resultar obsoleto tratar de encontrar una forma precisa de representarlo, tan solo hace falta observar el costo y tiempo necesario para correr un modelo climático de última generación (WMO, 2015). Por otro lado, no se debe perder de vista el principal reto con el que se enfrenta la humanidad en términos de cambio climático, el desarrollo del vínculo entre los modelos de cambio climático (la física del clima) y los tomadores de decisiones (la mente humana). Para obtener resultados eficientes en esta tarea, la precisión absoluta no juega un papel fundamental.

En la lógica clásica un elemento pertenece o no pertenece en su totalidad a un conjunto A, su grado de membresía se define binariamente como se muestra a continuación

$$\mu_A = \begin{cases} 0, & \text{No pertenece} \\ 1, & \text{Pertenece} \end{cases} \tag{2.3}$$

Por otro lado, el grado de membresía de cierto elemento hacia un conjunto difuso esta dado por

$$\mu_A = x | x \in [0, 1] \tag{2.4}$$

Tomando como ejemplo las emisiones de dióxido de carbono (medidas en Giga toneladas de carbono), definimos el conjunto clásico B, aquel que contiene años cuyas emisiones registradas fueron menores a 5GtC y por otro lado el conjunto difuso $\hat{B}$ de años cuyas emisiones fueron bajas. A continuación proponemos un grado de membresía para cada uno de los siguientes años.

Año	**Emisiones (GtC)**	**Membresía a B**	**Membresía a $\hat{B}$**
1880	0.86	1	1
1881	0.87	1	1
1882	0.93	1	0.99
1965	4.68	1	0.61
1966	4.84	1	0.60
1967	4.99	1	0.59
1968	5.11	0	0.57
1969	5.32	0	0.55
1970	5.58	0	0.52
1971	5.62	0	0.51
2012	10.60	0	0.01
2013	10.75	0	0.00

Utilizando como base los grados de membresía propuestos en la tabla 2.2 se crean lo que se conoce como funciones de membresía. Una función de membresía hacia un conjunto clásico es bivalente, mientras que para un conjunto difuso es multivalente.

$$\mu_B = \begin{cases} 1 & \forall x < 5GtC \\ 0 & \forall x \geq 5GtC \end{cases} \tag{2.5}$$

$$\mu_{\hat{B}} = 1.088 - 0.101x; \;\; 0.87 \leq x \leq 10.77 \tag{2.6}$$

Una función de membresía de un conjunto difuso puede ser lineal, exponencial, gaussiana, etc. Ello depende del problema y de cómo se defina el conjunto con el que se quiere trabajar. La ecuación (2.6) describe una función de membresía lineal, ya que es la manera más sencilla y natural de pensar que una emisión cercana a las 0.88GtC es una emisión baja, mientras que al ir incrementando, cada vez pertenece menos al conjunto de emisiones bajas. Por otro lado, es más natural que nos venga a la mente otro tipo de función si, por ejemplo, se habla de un conjunto difuso de 'emisiones medias', cierta persona, basada en su experiencia empírica con la descripción lingüistica 'medias', podría plantear una función de membresía tipo campana de Gauss cuyo valor de membresía máximo se encuentre cerca de x=5GtC.

2.2.1. Clustering Difuso

Al tener grandes cantidades de elementos en un universo pueden ser agrupados en subconjuntos difusos para trabajar con ellos. El problema radica en saber cuántos, y cuál será el rango de influencia de los subconjuntos, así como saber cuáles serán los elementos de pertenencia máxima para cada subconjunto. La técnica de clustering agrupa a los elementos que tienen mayor similitud entre sí.

El clustering difuso asigna un grado de membresía a cada elemento relacionándolo a cada uno de los clusters, y optimiza el centro de los mismos mediante un algoritmo sencillo como el que propone Bezdek (1981):

- Se fija c, el número de clusters en que dividiremos el sistema y un parámetro m que indicará qué tan difuso queremos a nuestro sistema, m será menor a 1. En un inicio las cordenadas η_i de los centros de los clusters se fijan aleatoriamente.

- Se calcula el grado de pertenencia u_{ik} de cada elemento k a cada uno de los clusters i

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{c} \left(\frac{d_{ik}}{d_j k}\right)^{\frac{2}{m-1}}} \tag{2.7}$$

  d_{ik} es la distancia euclidiana que existe entre el centro del cluster y las coordenadas $\mathbf{x}_k$ del *k-ésimo* elemento.

- Se calculan los nuevos centros de los clusters

$$\mathbf{v}_i = \frac{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m \mathbf{x}_k}{\sum_{k=1}^{n} (u_{ik})^m} \tag{2.8}$$

- Se vuelve a calcular el grado de pertenencia de los elementos a cada cluster, y, posteriormente se calcula la distancia euclidiana entre los valores de pertenencia anteriores y actuales. Se repiten los últimos dos pasos del algoritmo hasta obtener una distancia menor a la de un error aceptado determinado por el usuario.

2.2.2. Sistema de inferencia difusos

Los Sistemas de Inferencia Disfusos (SIF: Sistema de Inferencia *Fuzzy*) son modelos que mapean espacios de entrada a espacios de salida, a través de reglas de causalidad (Zadeh, 1975). La implicación lógica de las reglas tiene la estructura SI A ENTONCES B, en la que A y B son conjuntos difusos de los espacios de entrada y salida respectivamente.

De esta manera los SIF son modelos de razonamiento aproximado que se asemejan de una manera muy eficiente a los sistemas naturales con gran incertidumbre, poco entendidos y con elementos estocásticos.

Se pueden distinguir dos tipos de SIF, aquellos creados a partir del razonamiento existente en la mente de una o varias personas conocedoras del sistema a estudiar, llamados expertos; y aquellos creados a partir de una base de datos, que comunmente son mediciones del sistema que se estudia. Para modelar sistemas complejos, un SIF hecho a partir de conocimiento de expertos podría sufrir de una pérdida de exactitud en el diseño de sus reglas y conjuntos difusos, es por ello que se infieren estos elementos de una mejor manera a partir de bases de datos. El diseño a partir de bases de datos puede descomponerse en dos fases: la generación automática de conjuntos y reglas, y la optimización de lo anterior.

Además existe una segunda gran división en los SIF, los tipo *mamdani* (Mamdani and Assilian, 1975) que mapean el espacio de salida con conjuntos difusos convencionales, y los tipo *sugeno* (Takagi and Sugeno, 1985) los cuales mapean el espacio de salida con funciones lineales que tienen un peso asignado en función del grado de pertenencia de los elementos de entrada a sus respectivos conjuntos difusos.

En este trabajo se usarán SIF tipo *sugeno* diseñados a partir de bases de datos, debido a que son los más eficientes para hacer interpolación en las simulaciones, y son los únicos que pueden ser acoplados a un sistema de optimización con el software utilizado.

La estructura de una regla de un SIF *sugeno* con dos variables de entrada (x, y) y una salida (z), es la siguiente:

SI x está en A y y está en B, ENTONCES $z = ax + by + c$

Y la salida final del sistema completo al evaluar paralelamente las N reglas es:

$$\text{Salida Final} = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i z_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i} \tag{2.9}$$

Siendo w_i el peso asignado a cada regla, el cual está dado por el grado de membresía del elemento al conjunto difuso asociado a la regla. En caso de ser una regla con dos o más variables de entrada que están relacionadas con un operador Y, el peso será el mínimo de los grados de membresía; para las variables de entrada que se relacionan con un operador O, el peso será el máximo de los grados de membresía.

Los conjuntos difusos del espacio de entrada pueden ser obtenidos de diversas maneras, una de ellas, es a través de un análisis de clusters como se indica en la sección 2.2.1.

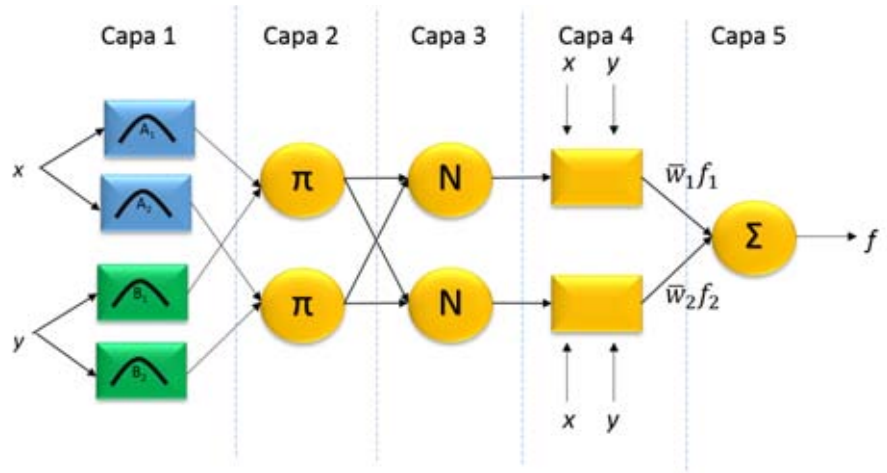

Figura 2.1: Red Neuronal Artificial

2.3. Autoaprendizaje y redes neuronales artificiales

El objetivo de utilizar redes neuronales artificiales es tener un algoritmo de aprendizaje, el cual, específicamente en este caso, permita afinar los parámetros de salida en un SIF tipo sugeno.

Una red neuronal está conformada por nodos operacionales y uniones que indican hacia donde se movería cierta señal de entrada. Las redes neuronales se dividen en capas de evaluación, que reciben las señales de entrada y son procesadas en los nodos, los cuales arrojan una salida que es dirigida a la siguiente capa donde se repite el proceso. Una vez que la red neuronal genera una salida final, ésta se compara con la salida objetivo y si el error es muy grande, se cambian los parámetros de los nodos y se vuelve a evaluar la red.

A continuación construyo y explico una red neuronal construida para un SIF tipo sugeno, de dos entradas y una salida, como se muestra en la Figura 2.1.

En el sistema construido se suponen dos reglas del tipo SI-ENTONCES siguientes:

- Regla 1. Si x está en A_1 y y está en B_1, entonces $f_1 = p_1x + q_1y + r_1$
- Regla 2.Si x está en A_2 y y está en B_2, entonces $f_2 = p_2x + q_2y + r_2$

Se representan con un círculo aquellos nodos cuyas operaciones asociadas son fijas y con un rectángulo, aquellos cuyas operaciones asociadas pueden adaptarse para mejorar al sistema. A continuación describimos la red Neuronal:

- Capa 1: Todos los nodos i en esta capa se asocian a la función

$$O_i^1 = \mu_{A_i}(x) \tag{2.10}$$

  donde x es la entrada del nodo i, y A_i es el conjunto difuso. En otras palabras O_i^1 es la función de membresía cuyos parámetros pueden ser adaptados.

- Capa 2: En esta capa los nodos hacen la operación 'y' a las señales entrantes. Existen distintos métodos de realizar esta operación, entre los más utilizados está el producto.

$$O_i^2 = w_i = \mu_{A_i}(x) \times \mu_{B_i}(y) \tag{2.11}$$

  Esta operación arroja el peso de activación tendrá cada regla.

- Capa 3: Es la normalización de los pesos de activación.

$$O_i^3 = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2} \tag{2.12}$$

- Capa 4: Es la función de salida que representa la consecuencia de cada regla de causalidad.

$$O_i^4 = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i(p_i x + q_i y + r_i) \tag{2.13}$$

  Esta es una función cuyos parámetros pueden ser modificados mediante un aprendizaje del sistema.

- Capa 5: Calcula la salida total como la suma de todas las señales entrantes.

$$O_i^5 = \sum_i \bar{w}_i f_i \tag{2.14}$$

La red neuronal podrá ser optimizada a través de un algoritmo basado en el gradiente de error entre la salida del sistema y los valores deseados, tomados de un conjunto de datos de entrenamiento (Shing and Jang, 1993) . Supongamos que el conjunto de datos tiene P entradas y generalizamos los siguientes pasos al nombrar como L el número de capas de una red neuronal y $\#(k)$ el número de nodos que tiene la k-ésima capa.
La función de error para la entrada p del conjunto de entrenamiento se define como

$$E_p = \sum_{m=1}^{\#(L)} \left(T_{mp} - O_{m,p}^L\right)^2 \tag{2.15}$$

Siendo $T_{m,p}$ la m-ésima componente de salida. Y la tasa de error respecto al nodo i-ésimo de la capa final se obtiene derivando directamente de (2.15)

$$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^L} = -2\left(T_{i,p} - O_{i,p}^L\right) \tag{2.16}$$

Para cualquier nodo de una capa interna, la tasa de error se deriva con la regla de la cadena

$$\frac{\partial E_p}{\partial O_{i,p}^k} = \sum_{m=1}^{\#(k+1)} \frac{\partial E_p}{\partial O_{m,p}^{k+1}} \frac{\partial O_{m,p}^{k+1}}{\partial O_{i,p}^k} \tag{2.17}$$

Ahora que se tiene la tasa de error respecto a cada nodo, se debe saber cómo es el cambio de error respecto a los parámetros específicos en cada nodo y definir una tasa de aprendizaje.

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \sum_{p=1}^{P} \sum_{O^* \in S} \frac{\partial E_p}{\partial O^*} \frac{\partial O^*}{\partial \alpha} \tag{2.18}$$

Donde S es el conjunto de nodos cuyas salidas dependen del parámetro α. Por último, la actualización del parámetro es proporcional a la tasa de error.

$$\Delta\alpha = -\eta \frac{\partial E}{\partial \alpha} \tag{2.19}$$

Siendo η la tasa de aprendizaje que depende del tamaño del paso k.

$$\eta = \frac{k}{\sqrt{\sum_\alpha \left(\frac{\partial E}{\partial \alpha}\right)^2}} \tag{2.20}$$

En el caso del SIF sugeno los parámetros que se actualizan, en la capa 1, son las funciones de membresía, y, en la capa 4 se actualizan los parámetros p_i y q_i de las ecuaciones de salida.

Capítulo 3

Modelo teórico propuesto

El modelo que se propone se basa en dos premisas. La primera es que el planeta se encuentra en un equilibrio energético en el que su temperatura efectiva, constante solar, albedo y transparencia atmosférica son constantes (véase ecuación (2.1)), y, la temperatura superficial sólo varía al cambiar la concentración de CO_2 atmosférico (Q) y está en función de la temperatura misma del sistema (ecuación (3.1)). La segunda premisa indica que cualquier cambio en la concentración de CO_2 atmosférico está en función de las emisiones antropogénicas de Carbono (E) y la concentración misma del sistema (ecuación (3.2)).

$$\frac{dT(t)}{dt} = f\left(\frac{dQ(t)}{dt}, T(t)\right) \tag{3.1}$$

$$\frac{dQ(t)}{dt} = g\left(Q(t), E(t)\right) \tag{3.2}$$

El comportamiento de las funciones f y g se obtendrá analizando las bases de datos descritas en la siguiente sección, por lo que las ecuaciones anteriores se discretizarán utilizando el métodos de Euler hacia adelante. Sustituyendo t por $i\hat{t}$, donde i es un entero y $\hat{t}$ es un parámetro fijo, la ecuación 3.2 queda

$$\frac{dQ(i\hat{t})}{dt} = g\left(Q(i\hat{t}), E(i\hat{t})\right) \tag{3.3}$$

Además

$$\begin{aligned} \frac{dQ(i\hat{t})}{dt} &= \lim_{\hat{t}\to 0} \frac{Q(i\hat{t}+\hat{t}) - Q(i\hat{t})}{\hat{t}} \\ &\approx \frac{Q(i\hat{t}+\hat{t}) - Q(i\hat{t}}{\hat{t})} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Sustituyendo en la ecuación (3.3)

$$Q[(i+1)\hat{t}] - Q[i\hat{t}] = \hat{t} * g(Q[i\hat{t}, E(i\hat{t}] \tag{3.5}$$

Y si tomamos a $\hat{t}$, el paso de tiempo, igual a un año, entonces podemos reescribir la ecuación anterior en notación de indices como

$$\Delta Q_{i+1} = g\left(Q_i, E_i\right) \tag{3.6}$$

Análogamente obtenemos la discretización de la ecuación (3.1)

$$\Delta T_{i+2} = f\left(\Delta Q_{i+1}, T_{i+1}\right) \tag{3.7}$$

De tal forma que al tener emisiones y concentración a un tiempo inicial i, y la temperatura al tiempo $i+1$, podremos obtener la temperatura al tiempo $i+2$. Es importante mencionar que el modelo va a trabajar con el promedio de diez años de la temperatura, debido a que de esa forma se suavizan ciertos ciclos climáticos y solares que en esta investigación no nos insteresa estudiar.

A continuación se *fuzzifica* la estructura de las ecuaciones, de tal forma que se parezca a un SIF tipo sugeno como se explica en la sección 2.2.2. Esto implica que las funciones f y g serán lineales, se proponen lineales también debido a que será la forma más sencilla de aproximarnos a un primer buen modelo.

$$\Delta T_{i+2} = p_n \Delta Q_{i+1} + q_n T_{i+1} \quad \Delta Q_{i+n}, T_{i+1} \in A_n \tag{3.8}$$

$$\Delta Q_{i+1} = r_n Q_i + s_n E_i \quad Q_i, E_i \in A_n \tag{3.9}$$

Donde A_n es el n-ésimo conjunto difuso al cual pertenece la variable de entrada (T, Q, E). Sean los conjuntos difusos definidos lingüisticamente de la siguiente manera

	E	Q	T
A_1	Emisiones bajas	Concentraciones bajas	Temperaturas bajas
A_2	Emisiones medias	Concentraciones medias	Temperaturas medias
A_3	Emisiones altas	Concentraciones altas	Temperaturas altas

Por lo que existen un total de nueve conjuntos difusos: Temperaturas altas, medias y bajas; Concentraciones altas, medias y bajas; Emisisones altas, medias y bajas.

Al ingresar los dos primeros parámetros (Q y E) al sistema difuso, éste evaluará su grado de pertenencia a los conjuntos *Concentración baja* y *Emisiones bajas*, y con ello asignará un peso w_1, posteriormente se evaluará la ecuación (3.9)

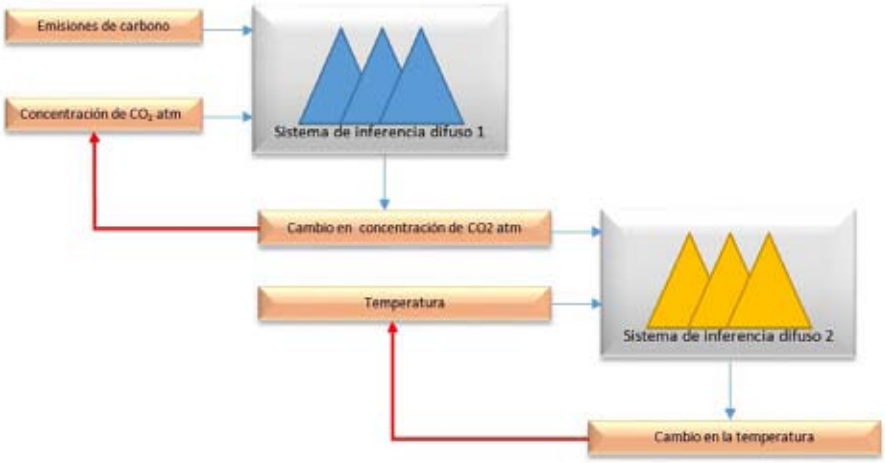

Figura 3.1: Diagrama de flujo del modelo

con los parámetros s_1 y r_1 para obtener un primer resultado $\Delta Q_{(i+1)_1}$. Análogamente se procederá para obtener los resultados w_2, w_3, $\Delta Q_{(i+1)_2}$ y $\Delta Q_{(i+1)_3}$. Por último, se obtiene el resultado final utilizando la ecuación (2.9). Se repite el mismo proceso para la ecuación (3.8) tomando como dato de entrada la salida final de la ecuación (3.9) y la temperatura media del año $i+1$.

De tal forma que las ecuaciones (3.8) y (3.9) se evaluarán tres veces para cada paso de tiempo, una por cada conjunto difuso. Al cambiar el conjunto difuso cambiarán los parámetros p, q, r, s y también cambiará el peso del resultado, en función del grado de membresía de la variable de entrada hacia el conjunto evaluado. El resultado final será la suma *pesada* de las tres veces que se evalúen las ecuaciones.

Se muestra un esquema del modelo completo en la Figura 3.1, donde se puede observar que al iniciar, el modelo requiere las emisiones de carbono y la concentración atmosférica de dióxido de carbono para calcular a través del primer SIF el cambio en la concentración para un tiempo posterior; el cual aunado a la temperatura constituyen los datos de entrada para el segundo SIF con el que obtenemos el cambio en la temperatura. En un principio el modelo necesita tres parámetros de entrada: las emisiones al tiempo cero, la concentración al tiempo cero y la temperatura al tiempo uno. Pero después de cumplir un ciclo, el modelo ya sólo necesita el dato de las emisiones ya que los otro dos parámetros son obtenidos al sumar el resultado del SIF con el dato anterior, como se muestra con flechas rojas.

Capítulo 4

Metodología

El modelo fue creado a partir del análisis de series de tiempo usando técnicas de lógica difusa y redes neuronales artificiales. Se utilizó el software de laboratorio de matrices (MATLAB, acrónimo en inglés) dearrollado por MathWorks, versión R2014a, como ambiente de programación para analizar los datos, codificar el modelo, validarlo, evaluarlo y hacer las proyecciones. En esta sección describimos a detalle las actividades.

4.1. Bases de datos

Se utilizaron datos históricos de concentración de CO2 atmosférico, emisiones de carbono y temperatura global (Tabla 4.1), los cuales fueron analizados para encontrar las relaciones entre ellos y posteriormente para validar el modelo.

Los datos fueron ligeramente procesados. Las temperaturas fueron promediadas decadalmente, asignando a cada año el promedio de las temperaturas superficiales de sí mismo y los 9 años anteriores a él, por otro lado, el modelo se planteó con cambios en temperatura y concentración (ecuaciones (3.8) y (3.9)) por lo que fue necesario hacer la resta de la temperatura de cada año con la del año siguiente.
Una vez procesados los datos, estuvieron listos para generar un primer modelo y en seguida optimizarlo utilizando los mismos datos para su entrenamiento, los datos de control son utilizados para verificar que no haya un sobreajuste. Los datos de entrenamiento son aquellos que tienen un rango temporal mayor, debido a que nos conviene entrenar lo más posible el modelo, por otro lado, se eligieron que los datos de control fueran aquellos que tienen un menor rango temporal, ya que no afectan al optimizr los parámetros.

4.2. Implementación de técnicas de análisis

Se utilizó la librería de lógica difusa de MATLAB con la cual se analizaron los datos a través de métodos de clustering difuso con la función `findcluster`, se

Tabla 4.1: Datos recolectados para la construcción, entrenamiento y control en la optimización del modelo

	Variable	**Descripción**	**Fuente**
Construcción y entrenamiento del modelo	Emisiones de Carbono	*Estimación* de emisiones de carbono por quema de combustibles fósiles (1880 - 2012).	(Boden et al., 2013)
		Estimación de emisiones de carbono por cambio de uso de suelo (1880 - 2012).	(Houghton et al., 2012)
	Concnetración de CO_2 atmosférico	Estimación de carbono atmosférico a través de núcleos de hielo (1880 - 1978).	(Etheridge et al., 1998)
		Estimación del crecimiento del carbono atmosférico (1980 - 2013).	(Dlugokencky and Tans, 2014)
	Temperatura global	*Estimación* de la temperatura superficial global (1880 - 2013).	(NASA, 2014)
Control en la optimización del modelo	Emisiones de Carbono	*Observación* de emisiones de carbono por quema de combustibles fósiles (1959 - 2013).	(Boden et al., 2013)
		Observación de emisiones de carbono por cambio de uso de suelo (1959 - 2012).	(Houghton et al., 2012)
	Concentración de CO_2 atmosférico	*Observación* de concentraciones de CO_2 atmosférico (1959 - 2013)	(Tans and Keeling, 2014)
	Temperatura global	*Estimación* de la temperatura superficial global (1959 - 2013)	(NASA, 2014)

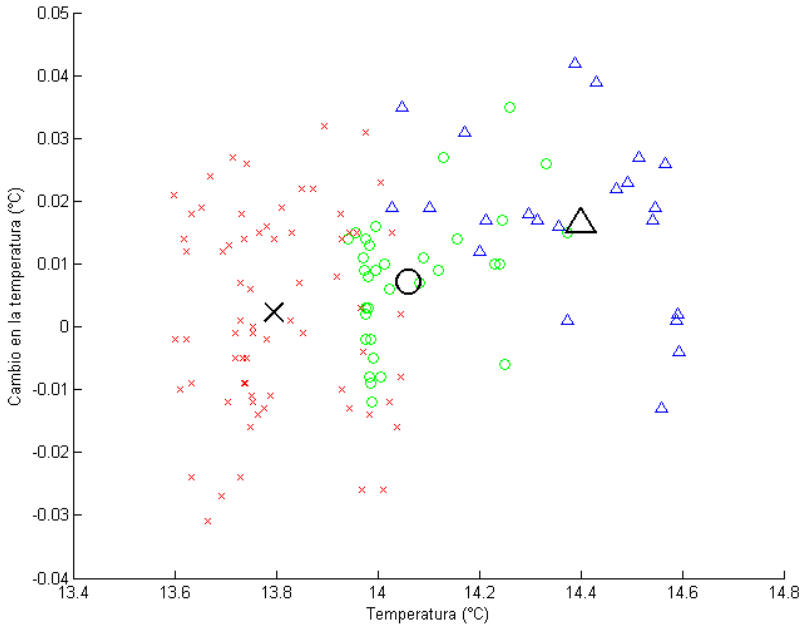

Figura 4.1: Clusters difusos generados para un conjunto de datos históricos. Los centros de los clusters se muestran con una equis (T y Q bajos), un círculo (T y Q medios) y un triángulo (T y Q altos), cada dato se asocia geométricamente al cluster cuya pertenencia es mayor.

generó un sistema de inferencia difuso tipo sugeno con `genfis3` y se optimizaron los parámetros con redes neuronales utilizando la función `anfis`.

4.2.1. Clustering

Para analizar la distribución de datos y encontrar sus grupos naturales se utilizó el método de clustering difuso mencionado en la sección 2.2.1

La interface de usuario de MATLAB `findcluster` permite cargar los datos por analizar y realiza el clustering difuso con las especificaciones que se indican, en nuestro caso dejamos las que vienen predeterminadas en la función, lo único que cambiamos fue el número de clusters deseados.

A través de esta herramienta sólo se analizaron los datos con los que se construyó el modelo (ver Tabla 4.1).

Con este análisis hemos asignado a todos los elementos del sistema un grado de pertenencia a cada uno de los clusters, que se pueden pensar como tres

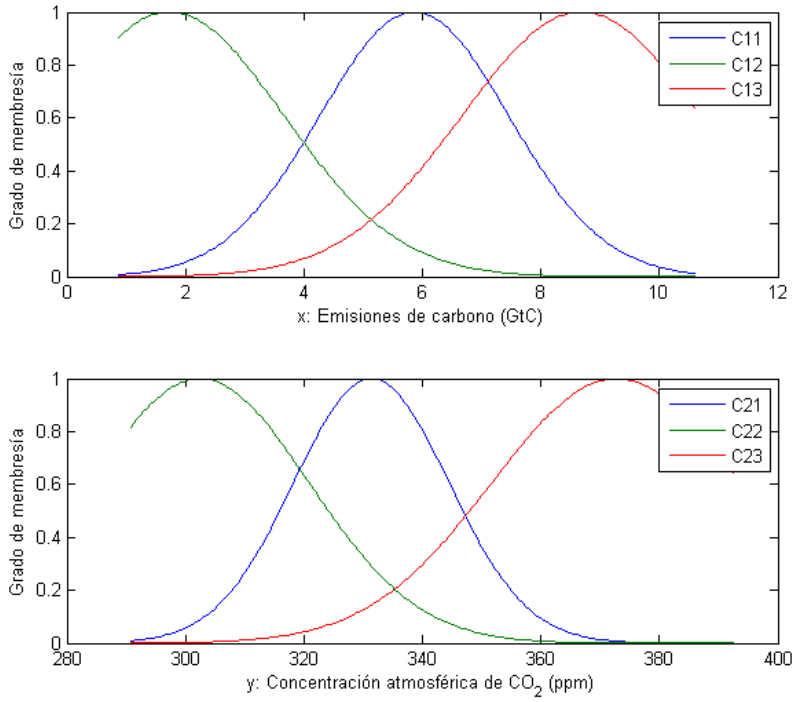

Figura 4.2: Funciones de membresía de variables de entrada, SIF1

conjuntos difusos naturales. Con fines ilustrativos, en la Figura 4.1 graficamos los datos del cambio de temperatura, que se asocian a cada uno de los tres clusters marcados, sin embargo, cambia el grado de pertenencia hacia cada uno de ellos. Se identifican simbólicamente los elementos con el cluster cuyo grado de pertenencia sea mayor.

4.2.2. Sistema de inferencia difuso tipo sugeno

Se generaron dos SIFs tipo sugeno utilizando la función de MATLAB `genfis3` que utiliza FCM-clustering para hacer los conjuntos difusos en el espacio de entrada.

El primer SIF fue construido usando la matriz para el espacio de entrada: 133 datos de las emisiones y la concentración de dióxido de carbono atmosférico de 1880 a 2012 y la matriz de salida: el cambio en la concentración atmosférica un año después. Se propuso dividir el espacio de entrada en tres conjuntos difusos como se manejó con los clusters en la sección anterior. `genfis3` generó las funciones de membresía para las variables de entrada como se muestra en la

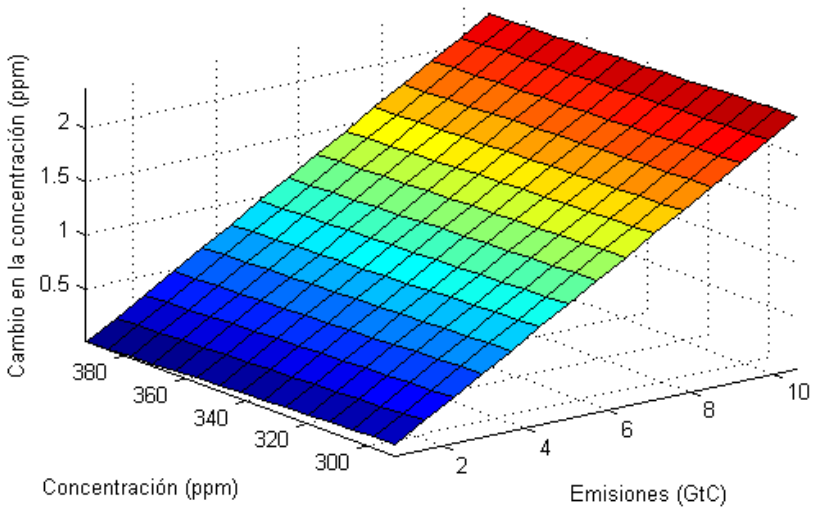

Figura 4.3: Superficie de reglas, SIF 1

Figura 4.2.

Las reglas generadas por la función son las siguientes

Si x está en C11 y y está en C21, Entonces $z = 0.228x \quad 0.001y + 0.273$
Si x está en C12 y y está en C22, Entonces $z = 0.228x \quad 0.001y + 0.273$
Si x está en C13 y y está en C23, Entonces $z = 0.228x \quad 0.001y + 0.273$

Las reglas de inferencia muestran que el sistema completo tiene un comportamiento igual (Figura 4.3) sin importar el conjunto al cual pertenezcan los parámetros de entrada. Esto es normal, ya que `genfis3` genera ecuaciones iniciales para que sean optimizadas. En la siguiente sección emplearemos redes neuronales para mejorar los parámetros en las reglas de inferencia, con lo cual tendremos una superficie más heterogénea.

Se realizó una evaluación del SIF1 alimentándolo con los mismos datos de entrada con los que fue construido (Figura 4.4) se observa que el resultado del Sistema se asemeja mucho a los datos reales aunque tiene rangos en los cuales podría mejorar, como lo es partir de 1980; la siguiente sección trata de la optimización que se logró.

Posteriormente se realizó el mismo proceso para el segundo SIF, el cual está asociado con la ecuación (3.8) y relaciona la matriz de cambio en la concentración de CO2 y temperatura media global, con la matriz de cambio en la

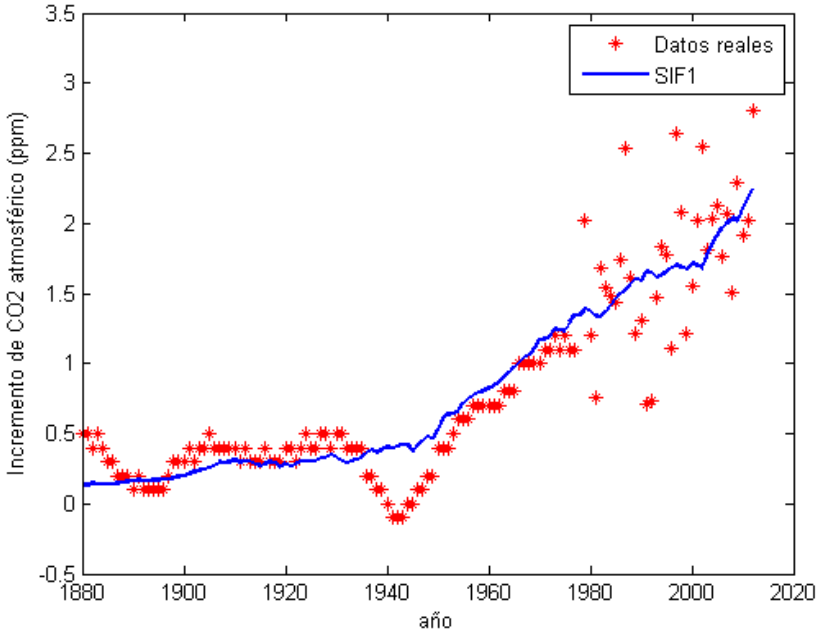

Figura 4.4: Evaluación del SIF 1

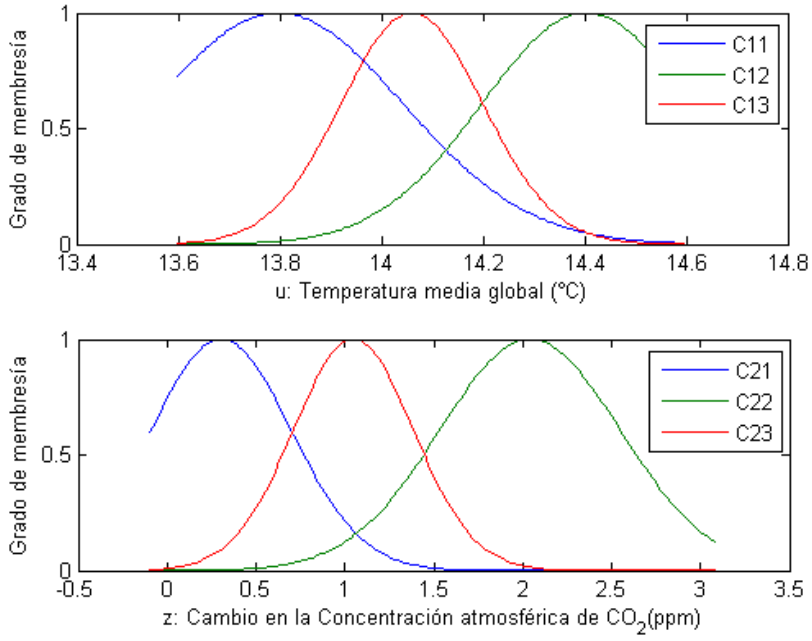

Figura 4.5: Funciones de membresía de variables de entrada, SIF2

temperatura un año después. Los datos utilizados para la construcción de este SIF pueden ser encontrados en la tabla 2.2.

Al aplicar la función generadora de SIFs tipo sugeno a las matrices, especificando un clustering FCM con tres clusters, se obtienen los conjuntos difusos en los espacios de entrada mostrados en la Figura 4.5.

Las reglas generadas por la función son las siguientes

Si u está en C11 y z está en C21, Entonces $w = 0.064u + 0.0059z$ 0.0874
Si u está en C12 y z está en C22, Entonces $w = 0.064u + 0.0059z$ 0.0874
Si u está en C13 y z está en C23, Entonces $w = 0.064u + 0.0059z$ 0.0874

La superficie generada por las reglas y conjuntos difusos anteriores se muestra en la Figura 4.6.

Por último se realizó una evaluación utilizando los mismos datos con los que fue construido para observar que tan bien pudo captar el SIF la complejidad del sistema. Como se observa en la Figura 4.7, los resultados del SIF2 difieren mucho de los datos reales, se espera que el resultado cambie al aplicar autoaprendizaje con redes neuronales.

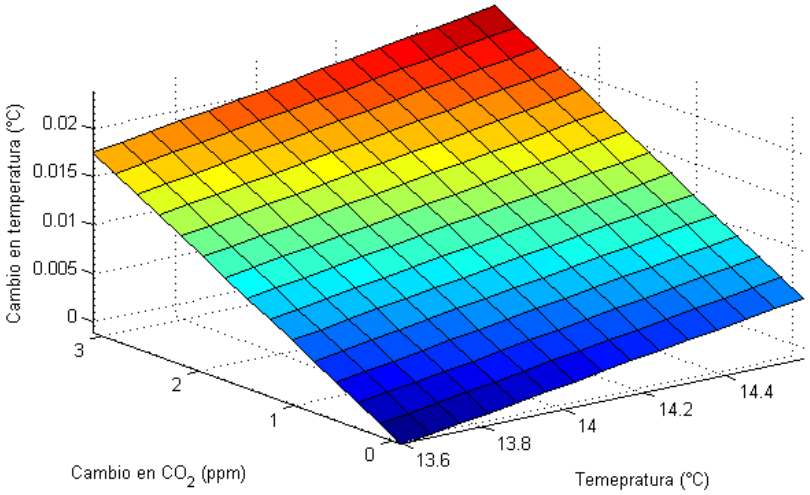

Figura 4.6: Superficie de reglas, SIF 2

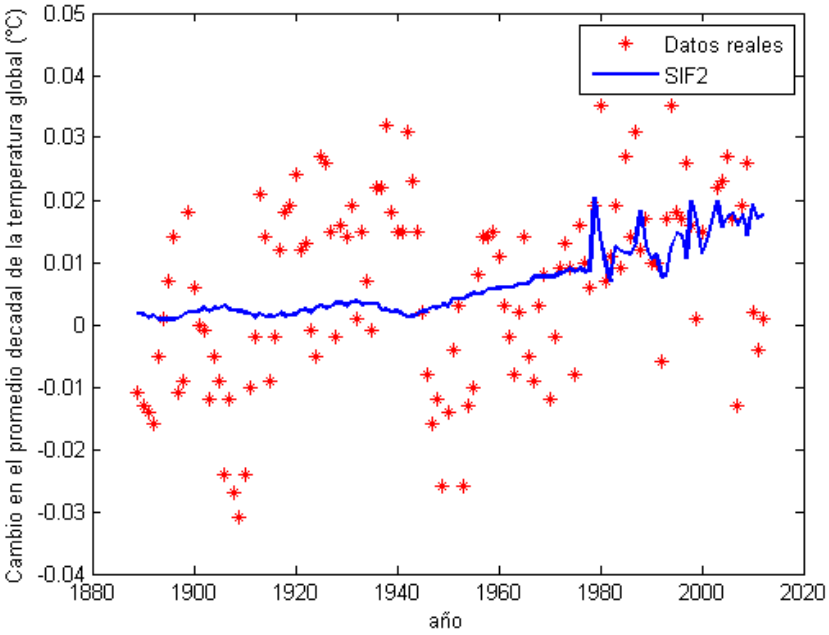

Figura 4.7: Evaluación del SIF 2

4.2.3. Optimización del modelo utilizando redes neuronales

En la sección anterior se obtuvieron dos Sistemas de inferencia difusos tipo sugeno que de alguna forma funcionaron para modelar los datos con los que los construimos. En esta sección optimizaremos los parámetros obtenidos para mejorar los SIFs y modelar mejor las variables que se pretende obtener y de esta manera también se podrá encontrar la información oculta en los datos.

Se utilizó la interface de adaptive neuro-fuzzy inference system (anfis) de MATLAB la cual utiliza redes neuronales para optimizar los parámetros de sistemas de inferencia difusos, a través de matrices de entrenamiento y de control.

Primero se optimizó el SIF1 usando como datos de entrenamiento los mismos con los que se construyó el modelo y se utilizaron como datos de control aquellos presentados en la tabla 4.1. De esta manera `anfis` empieza una rutina de entrenamiento en que la red neuronal aprende a través de backpropagation y de esa manera disminuye el error absoluto entre los datos de entrenamiento y la evaluación del SIF. Al terminar una pasada completa de los datos (época) arrojará el valor del error entre los datos de entrenamiento y los del SIF, así como el error entre los datos de control con los cuales prevenimos un sobre-ajuste.

En la Figura 4.8 se muestran los datos que se usan como entrenamiento y control para optimizar el SIF1.

Después de entrenarlo 10 épocas con un método híbrido no se encontró ningún cambio significativo en el error, como se observa en la Figura 4.9, sin embargo los parámetros cambiaron, ajustandose mejor a las tendencias y por lo tanto la superficie de reglas cambió (Figura 4.10). Los parámetros que se ajustan son las constantes de las ecuaciones de salida y las funciones de membresía de los conjuntos, por un lado las ecuaciones (como se menciona en el capítulo 6) sufren grandes cambios, sin embargo las funciones de membresía, como se muestra en la Figura 4.12, son muy parecidas antes y después de ser optimizadas.

Con los resultados anteriores podríamos pensar que debido a que no hubo una disminución del error, el entrenamiento no fue eficiente; sin embargo al observar la Figura 4.11 en la que se grafican los resultados del SIF1 antes y después de entrenarlo, se nota que el SIF entrenado muestra un comportamiento más similar a los datos reales, por lo que las reglas del SIF entrenado (Figura 4.10) nos dan la información oculta en los datos que puede ser utilizada para un mayor entendimiento del sistema.

Se realizó la optimización del Segundo SIF siguiendo la misma metodología que se usó en el primer Sistema. En esta ocasión la matriz de control fue un subconjunto de los últimos años de la matriz de entrenamiento. Esto se realizó con el fin de enfocarnos a la mejora de los parámetros específicamente para los últimos años, ya que como se mencionó la finalidad principal del modelo es proyectar temperatura a futuro. Las figuras 4.14, 4.15 y 4.16 muestran respectivamente el decaimiento del error, la superficie de reglas y la comparación del SIF antes y después de ser optimizado. Además, en esta ocasión se observa

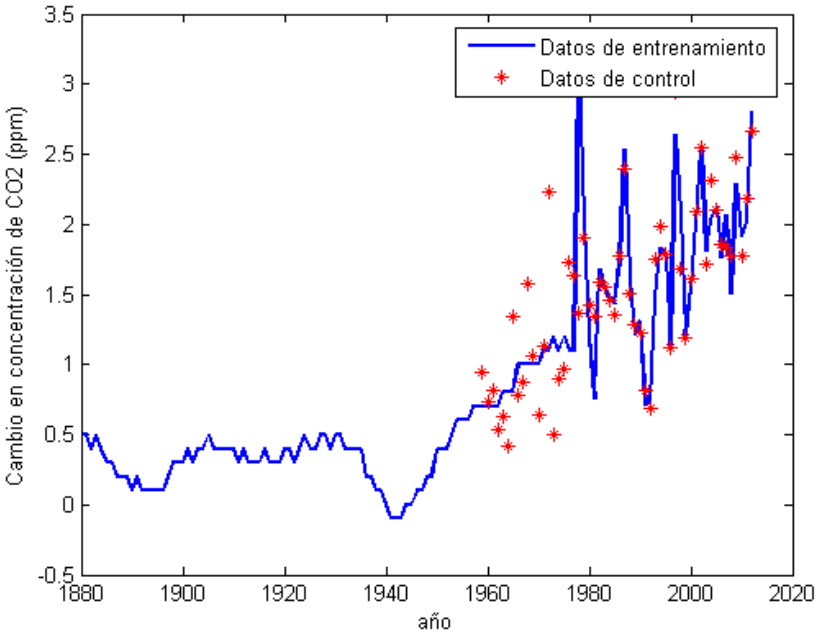

Figura 4.8: Matrices de entrenamiento y control para SIF 1

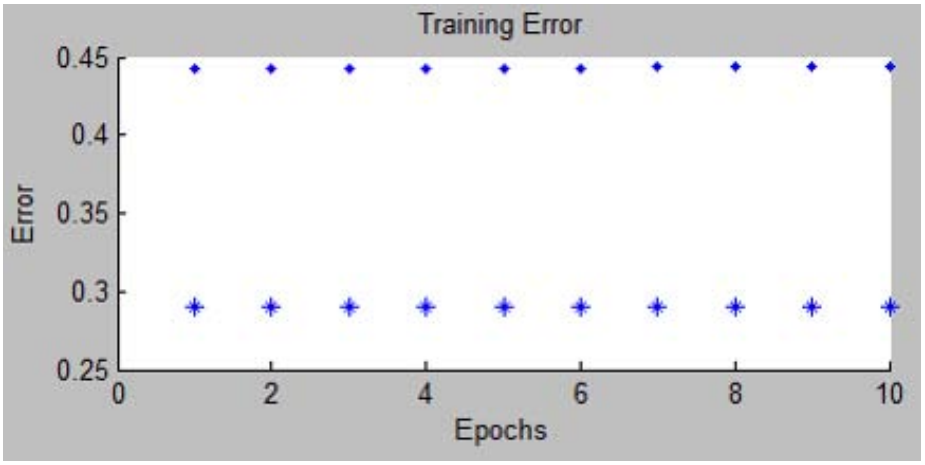

Figura 4.9: Error de entrenamiento SIF 1. Asterisco: Datos de entrenamiento. Rombo: Datos de control

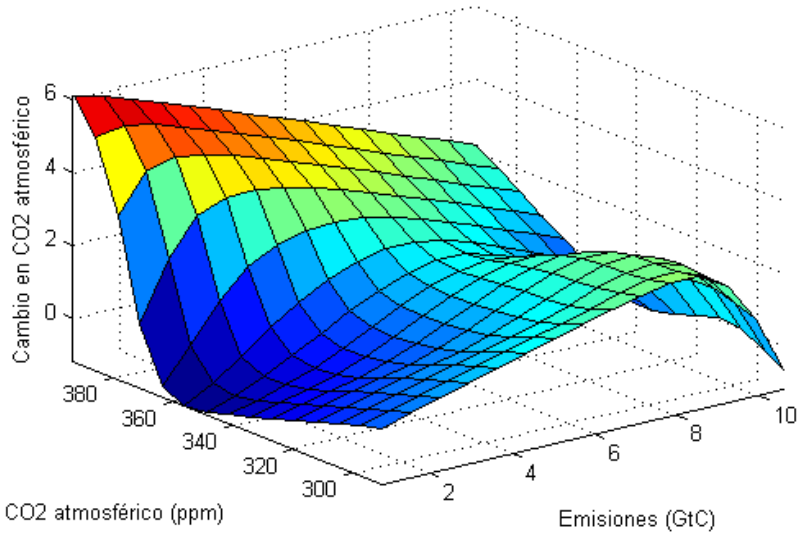

Figura 4.10: Superficie de reglas del SIF 1, entrenado

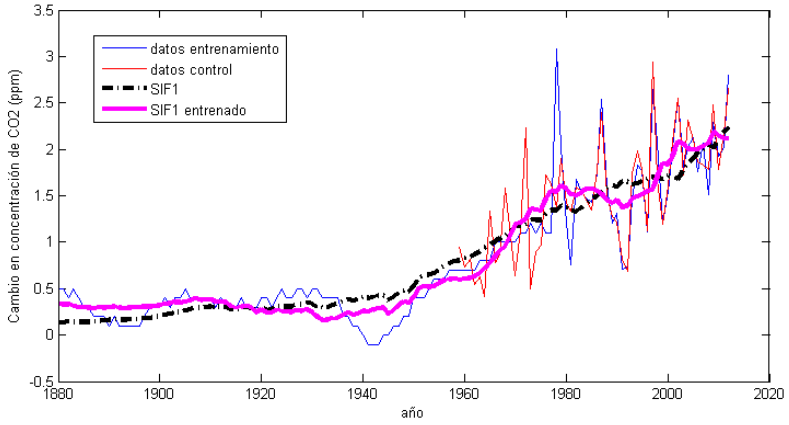

Figura 4.11: Optimización del SIF 1. Los datos de entrenamiento, con los que fueron optimizados los parámetros van de 1880 a 2012, los datos de control que previnieron un sobreajuste del modelo van de 1959 a 2012. Se corrieron dos modelos, el preliminar y el optimizado. Se observa que el optimizado o entrenado sigue mejor la tendencia de los datos históricos

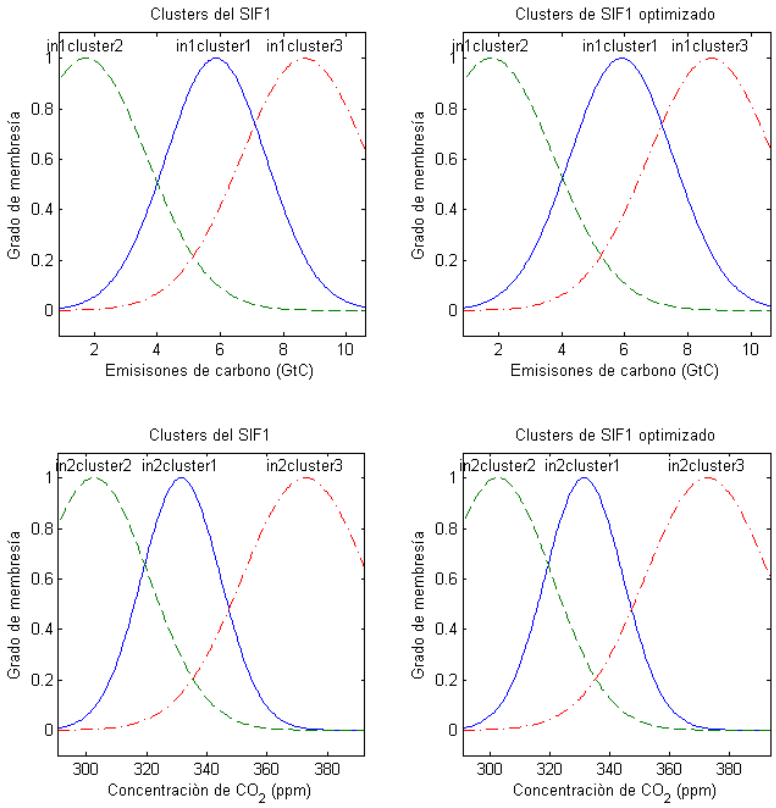

Figura 4.12: Optimización de funciones de membresía, SIF 1

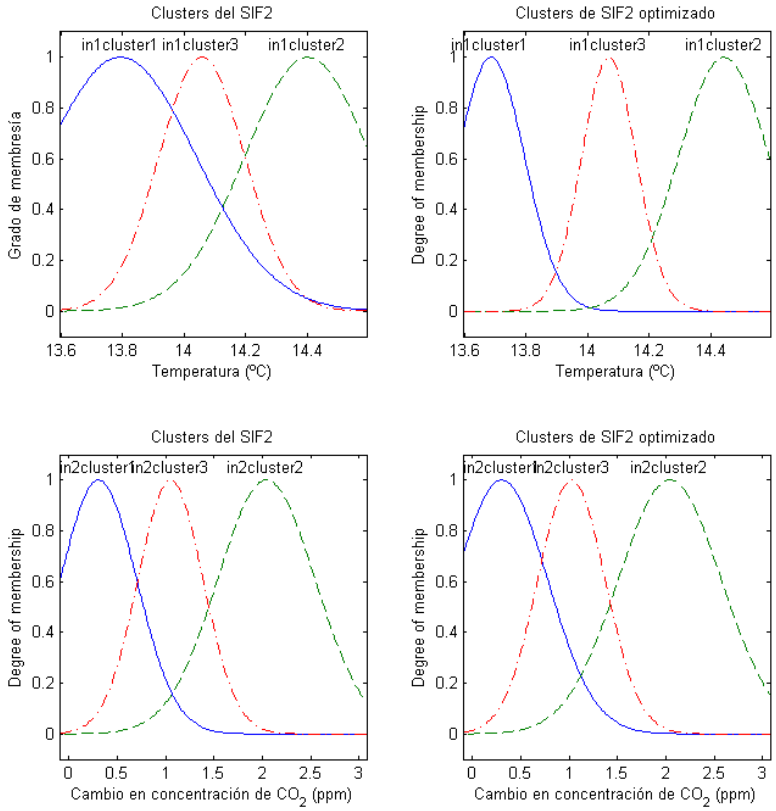

Figura 4.13: Optimización de funciones de membresía, SIF 2

en la Figura 4.13, que las funciones de membresía de los conjuntos difusos del universo de la temperatura han cambiado mucho, lo que quiere decir que los datos del registro histórico tienen un comportamiento muy diferente en función de la temperatura, lo que nos podría estar hablando que pequeños cambios en la temperatura dn origen a procesos muy diferentes.

Podemos notar que ambos SIFs han sido mejorados y modelan al sistema de una mejor manera.

4.3. Acoplamiento del modelo

Hasta el momento se cuenta con dos Sistemas de Inferencia Difusos que modelan por separado el cambio en el CO_2 atmosférico y el cambio en la temperatura media global. Como se observa en la Figura 2.1, el modelo propuesto

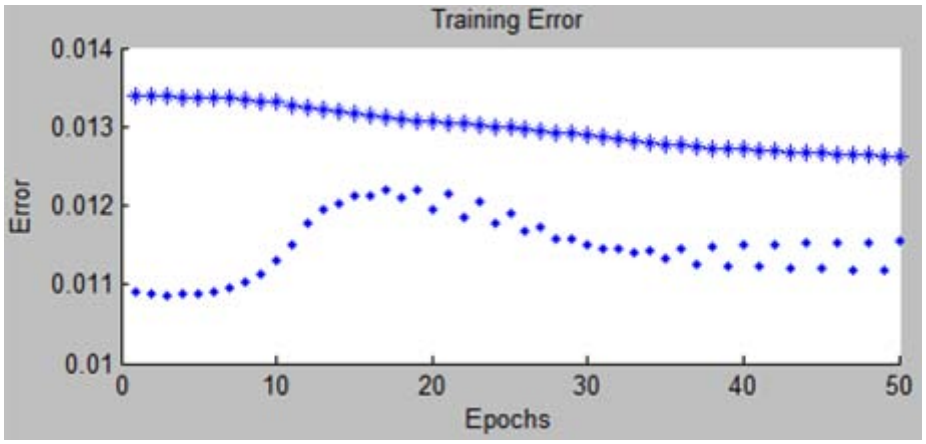

Figura 4.14: Error de entrenamiento SIF 2. Asterisco: Datos de entrenamiento. Rombo: Datos de control

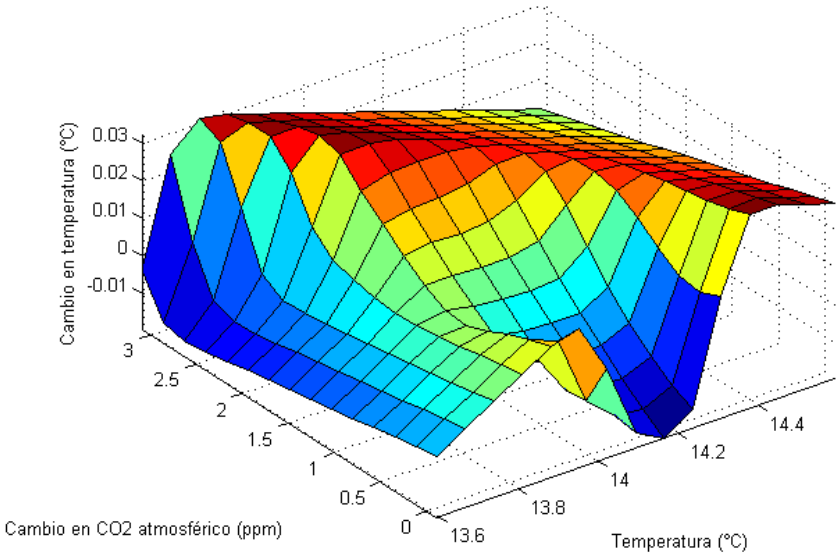

Figura 4.15: Superficie de reglas del SIF 2, entrenado

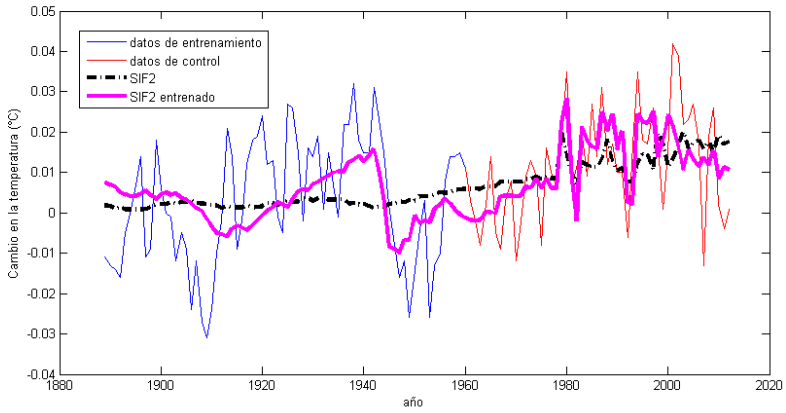

Figura 4.16: Optimización del SIF 2. Los datos de entrenamiento, con los que fueron optimizados los parámetros del modelo van de 1890 a 2013, los datos de control que previenen un sobreajuste del modelo son un subconjunto de los datos de entrenamiento (1959-2013). Se observa que la corrida con el modelo entrenado sigue mejor la tendencia de los datos históricos.

consta del acoplamiento de los dos SIFs al introducir como variable de entrada al SIF2 la salida del SIF1. Además el modelo se retroalimenta al sumar el resultado de los SIFs con los parámetros de entrada para un tiempo anterior. La única entrada que siempre necesitará el sistema son las emisiones de Carbono. Se generó un código en MATLAB que realiza el acoplamiento y la retroalimentación antes mencionada.

El código de acoplamiento junto con los Sistemas de inferencia difusos representan el modelo que se construyó, cuyo objetivo final es modelar el promedio decadal de la temperatura media global. La Figura 4.17 muestra el resultado del modelo al correrlo con la concentración atmosférica de 1959, la temperatura de 1960 y el registro de emisiones de Carbono globales observadas de 1959 a 2012 (Tabla 4.1). Como se observa, el comportamiento y valores de la temperatura son muy parecidos a los registrados.

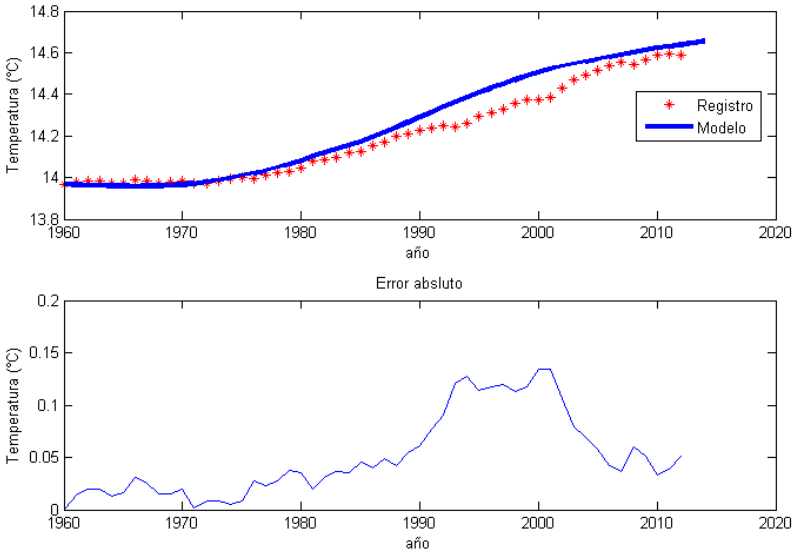

Figura 4.17: Modelo de la temperatura media global

Capítulo 5

Resultados

En este trabajo propusimos un modelo del promedio decadal de la temperatura media global cuyos parámetros fueron ajustados a partir del análisis de datos de 1880 a 2013. La columna vertebral de este modelo son dos Sistemas de Inferencia Difusa (SIF) tipo sugeno que construyen el espacio de salida con ecuaciones lineales, por lo que la extrapolación de resultados es posible.

En este capítulo validamos el modelo difuso al ingresarle los datos de las emisiones de carbono desde 1959 hasta 2012 agregándoles un ruido equivalente a la incertidumbre de las mediciones. Además se proyectará la temperatura media para los próximos años bajo los escenarios propuestos por el IPCC.

5.1. Validación

La validación del modelo la realizamos para determinar si la precisión de los resultados es la deseada, en este caso buscamos tener un error menor a la incertidumbre de los datos que utilizamos para ajustar los parámetos del sistema.

En el capítulo anterior corrimos el modelo con las emisiones registradas en la base de datos que utilizamos, para la validación corremos el modelo con los datos de emisiones agregándole un ruido con amplitud igual a la incertidumbre de los mismos, Figura 5.1

Corrimos el modelo utilizando como primeros parámetros de entrada el valor de la concentración de CO_2 atmosférico registrado en 1959 y un valor generado de emisiones para el mismo año. Al terminar la primera fase del modelo (primer SIF) se obtiene el cambio en la concentración de CO_2 y aunado al registro de la temperatura en 1960, estos parámetros entran a la segunda fase del modelo (segundo SIF). De esta manera se obtiene el aumento de temperatura para 1961. El siguiente paso de tiempo requiere de la concentración de CO_2 en 1960, la cual es obtenida a través del mismo modelo; además se requiere la emisión de carbono para el mismo año, el cuál es generado agregándole ruido al registro.

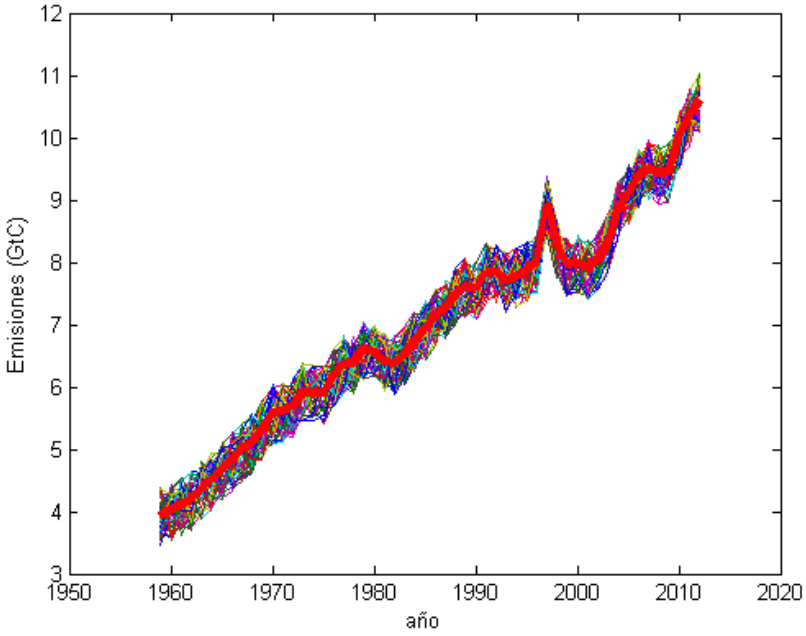

Figura 5.1: Emisiones con ruido

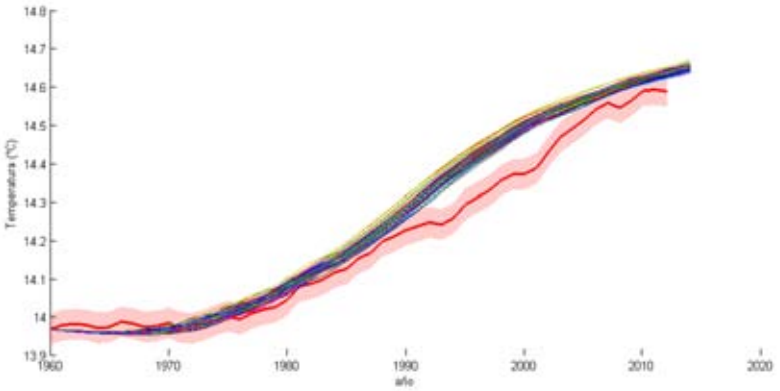

Figura 5.2: Validación del modelo difuso

Por último, se utiliza la temperatura generada un paso anterior, como variable de entrada para la segunda fase del modelo. Con lo anterior se muestra cómo el modelo necesita únicamente dos parámetros de inicialización y un valor de la emisión de carbono para cada año.

Los resultados, mostrados en la Figura 5.2, muestran que la temperatura generada por el modelo es muy cercana a la calculada (NASA, 2014). Cabe destacar que los primeros quince años de temperatura están dentro del área de incertidumbre de la temperatura global (± 0.04).

Debido a que el modelo reproduce bien los primeros quince años en la prueba anterior, se realizaron nuevamente 50 corridas con ruido en las emisiones (Figura 5.3), teniendo las condiciones iniciales de temperatura y concentración existentes en 1997.

El resultado del experimento anterior fueron temperaturas muy cercanas a las calculadas por la NASA, como se observa en la Figura 5.4 las cincuenta corridas del modelo con las emisiones generadas, proyectan una temperatura que está casi completamente dentro del área de incertidumbre, con lo cual se puede validar el modelo creado con un rango de confianza de 15 años.

Como último método de validación, se creó otro modelo idéntico, pero con datos anteriores al año 2000. De esta manera podremos proyectar la temperatura media los primeros quince años a partir del 2000 y observar si el modelo refleja los datos reales registrados. En la Figura 5.5 se observa, además de los datos con los que el modelo fue entrenado y controlado, la proyección utilizando las emisiones registradas del 2000 al 2014, la proyección del modelo, en su mayoría queda dentro de las bandas de confianza de la temperatura real registrada para esos años.

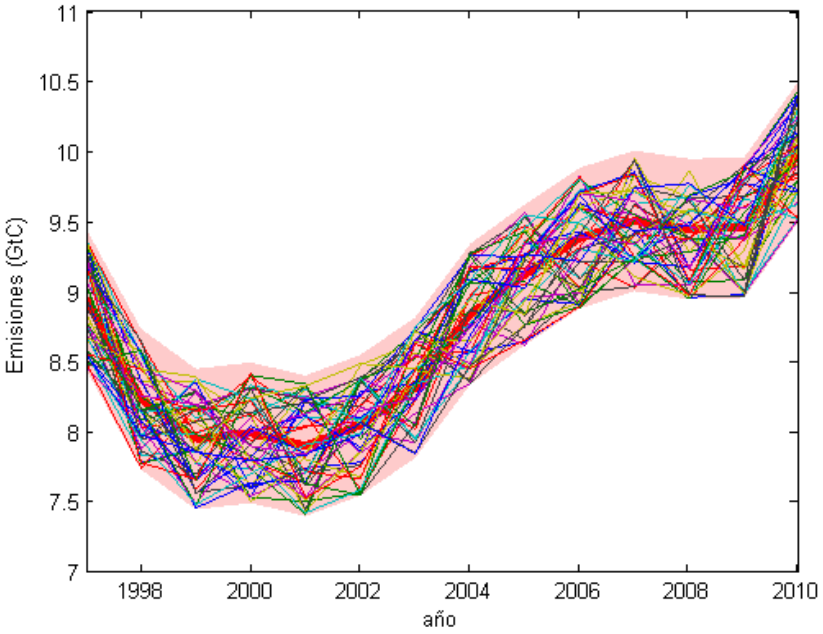

Figura 5.3: Emisiones generadas

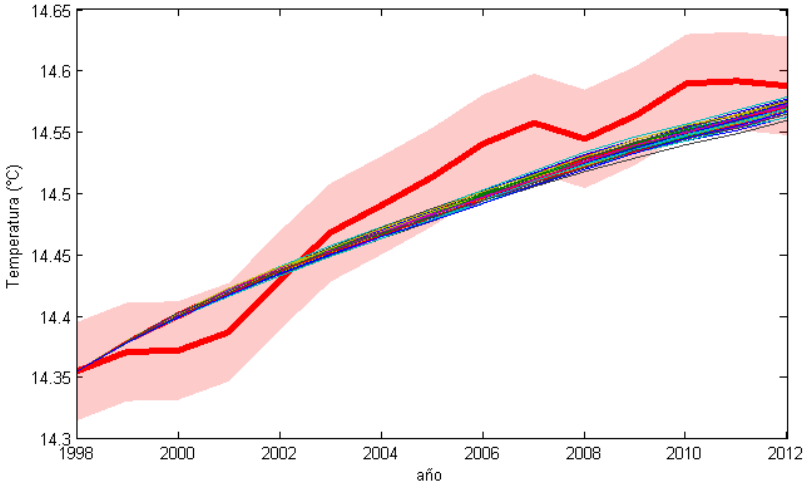

Figura 5.4: Validación del modelo a partir de 1997

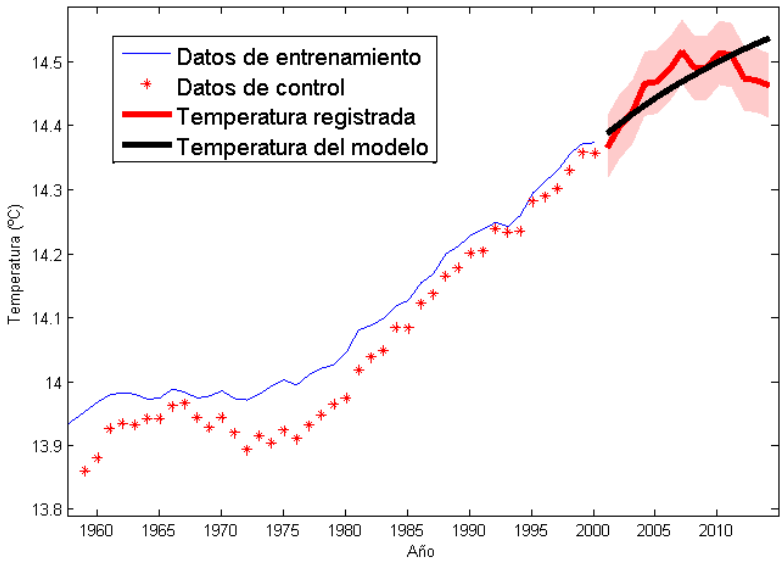

Figura 5.5: Proyección de la temperatura media, utilizando un modelo creado con datos anteriores al año 2000.

5.2. Proyecciones

La variable principal al proyectar el calentamiento global son las emisiones de gases de efecto invernadero, es por ello que han sido creados diferentes escenarios basados en suposiciones de la actividad económica futura, fuentes de energía, crecimiento de población, acciones políticas y otros factores socioeconómicos (Moss et al., 2007). Los escenarios están estandarizados para que los modelos de clima creados por grupos de investigación diferentes, puedan proyectar con base en ellos y se tenga un punto de comparación entre diferentes modelos.

El IPCC en su quinto reporte utiliza los Caminos Representativos de Concentración (RCPs), los cuales son proyecciones dependientes del tiempo de la concentración de GEI, así como las emisiones correspondientes (Figura 5.6). Se corrió el modelo con los datos de los cuatro escenarios y se obtuvieron los resultados mostrados en la Figura 5.7, los cuales muestran las proyecciones del promedio decadal de la temperatura global bajo cada uno de los escenarios. Debido a que los datos de emisiones fueron creados en 2009, la proyección que realizamos comienza en 2010.

El número que acompaña a las iniciales 'RCP' indica el valor que se proyecta para forzamiento radiativo en el 2100, el forzamiento radiativo es la diferencia

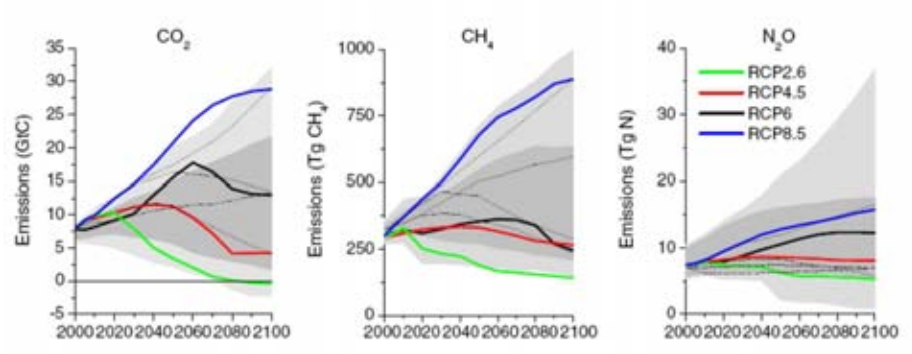

Figura 5.6: Emisiones de GEI a través de los RCPs, de Van Vuuren et al. (2011).

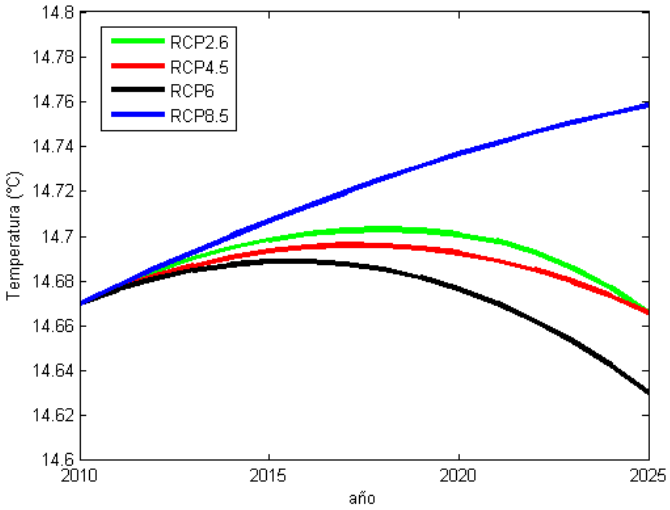

Figura 5.7: Proyecciones de Temperatura

entre la energía recibida por la tierra y la emitida por la misma sin ser reabsorbida por la atmósfera; en otras palabras, el forzamiento radiativo es la energía absorbida por los gases de efecto invernadero, el forzamiento actual oscila alrededor de $1.5\frac{W}{m^2}$.; 'RCP8.5' representa un escenario en el que el forzamiento (y por tanto los GEI) va en aumento durante todo el trayecto (Riahi and Nakicenovik, 2007). Posteriormente se proyectan dos escenarios que se estabilizan a finales del siglo en 6 y 4.5 W/m^2 (Fujino et al., 2006; Clarke et al., 2007). Por último, se proyecta un escenario de emisiones bajas en el que después de llegar a un máximo de $3W/m^2$ acaba en $2.6W/m^2$ en 2100 (van Vuuren et al., 2006).

Las proyecciones que realizamos sugieren que el único escenario en el que la temperatura va en constante aumento es el RCP8.5, aquel que iene un forzamiento radiativo mayor. Los dos escenarios de menor forzamiento radiativo tienen una tendencia a la disminución de temperatura después de cierto tiempo, sin embargo, la temperatura proyectada sobre el escenario de menor forzamiento tiene una tasa de disminución más pronunciada, comos ería intuitivo pensar. Por último, cabe destacar el resultado de la proyección sobre el escenario RCP6, el cual resenta una disminución casi inmedita de la temperatura; las superficies de reglas pueden ayudar en el entendimiento de esta proyección.

Capítulo 6

Aportaciones y futuro del modelo

Se pueden diferenciar dos resultados principales en este trabajo. El primero es que este trabajo aporta un modelo más a la comunidad de investigación en modelación climática y se puede proyectar el cambio de temperatura global promediada decadalmente, la cual es calculada en función de las emisiones de carbono; el segundo resultado principal, son los patrones ocultos que podemos obtener a partir de dicho modelo, debido a que pasó por un proceso de optimización de parámetros.

En la Figura 4.10 vemos la relación de las emisiones, la concentración y el crecimiento atmosférico del CO_2, recordando que los sistemas de inferencia difusos evalúan todas las posibles ecuaciones asociadas a los conjuntos y posteriormente hacen un promedio pesado tomando en cuenta la pertenencia de los parámetros a los mismos (ver sección 2.2.2), por lo tanto es difícil de entender el comportamiento de la superficie, para facilitar la tarea y clarificar los patrones ocultos, es posible descomponerla en tres superficies o ecuaciones, las cuales corresponden a tres reglas de inferencia difusa, como se explicó en la sección 4.2.2, la primera es para las emisiones de carbono y concentraciones de CO_2 consideradas *bajas*, la segunda ecuación es para los parámetros anteriormente descritas que pertenecen al conjunto difuso *medias*, y la última ecuación es para los parámetros *altas*; a continuación se muestran las ecuaciones,

Si *Emisiones* son *bajas* y *Concentración* es *baja*, Entonces
$CC = 0.333Emisiones - 0.025Concentracion + 7.225$

Si *Emisiones* son *medias* y *Concentración* es *media*, Entonces
$CC = 0.563Emisiones - 0.004Concentracion - 0.513$

Si *Emisiones* son *altas* y *Concentración* es *alta*, Entonces
$CC = -0.417Emisiones + 0.055Concentracion - 14.972$
CC:Cambio en la concentración de CO_2 atmosférico

Con lo anterior es más claro observar los patrones ocultos que la optimización de parámetros por redes neuronales han arrojado.
En las ecuaciones se puede observar que a medida que la concentración atmosférica de CO_2 aumenta, su tasa de crecimiento también aumenta. En las primeras dos ecuaciones, cuando ni las emisiones ni las concentraciones son altas, a mayor cantidad de emisiones, mayor aumento en la concentración de CO_2. Por otro lado, cuando se tienen emisiones y concentraciones altas, las emisiones ya no son un factor de incremento en la concentración de CO_2, lo cual puede hablar de una capacidad máxima de almacenamiento atmosférico; además, en este escenario de variables altas, la cocentración de CO_2 es un factor de incremento en sí misma, lo que podría indicar que existe algún fenomeno que reduce la capacidad de almacenamiento de carbono en otros sumideros y por lo tanto hace que aumente el carbono atmosférico, como lo plantea Hoegh-Guldberg et al. (2007) en términos de la acidificación de los océanos.

Por otro lado, en la Figura 4.15 se observan los patrones ocultos de la relación entre el cambio en el CO_2 atmosférico, la temperatura global y el cambio en la temperatura global. Los cuales corresponden a las siguientes ecuaciones,

Si *Temperatura* es *baja* y *CC* es *bajo*, Entonces
$Cambio\ en\ la\ Temperatura = 0.066Temperatura - 0.005CC - 0.9$

Si *Temperatura* es *media* y *CC* es *medio*, Entonces
$Cambio\ en\ la\ Temperatura = -0.006Temperatura + 0.022CC + 0.072$

Si *Temperatura* es *alta* y *CC* es *alto*, Entonces
$Cambio\ en\ la\ Temperatura = -0.035Temperatura - 0.008CC + 0.542$
CC:Cambio en la concentración de CO_2 atmosférico

Podemos observar que a medida que las variables pasan de bajas a altas, la temperatura se convierte en un factor que limita la tasa de crecimiento de la misma, sin embargo, en las primeras dos ecuaciones vemos que el crecimiento atmosférico de CO_2 se convierte en un factor de calentamiento. Si estudiamos aisladamente la tercer regla de inferencia, que indica que tanto temperatura

como crecimiento atmosférico de CO_2 generan una reducción de temperatura, podría parecernos contra-intuitivo. Pero al ver el panorama completo y observar la superficie entera (Figura 4.15), claramente se identifica una osilación (dos crestas y un valle) paralela al eje de la temperatura, en la que la ir incrementando la temperatura, la amplitud de la onda va en incrmento. La sección perteneciente a 'temperaturas altas' de la Figura 4.15 fue creada a partir de los registros más recientes de las bases de datos, lo cual coincide con que la onda va decreciendo, este periodo en particular se le conoce como la pausa en el calentamiento, sin embargo, como lo indica la superficie de patrones ocultos, esto es parte de una onda, la cual regresará eventualmente a una cresta con una amplitud mayor.

Estos sistemas generados con minería de datos siempre deben estar acompañados con un análisis de expertos, ya que si bien describen una relación certera entre los datos, no necesariamente describen un proceso físico real. Los patrones ocultos encontrados pueden ser de gran ayuda para sustentar las teorías de los expertos que estudian los sumideros de carbono globales y procesos a gran escala que afectan los reservorios, así como los estudios en forzamiento radiativo y sobre todo las discusiones de política global en torno a la pausa en el calentamiento.

Para afrontar el cambio climático, los humanos debemos tener en cuenta la complejidad del sistema y tener claros los factores y el papel que éstos juegan en este reto sin precedentes. Se han desarrollado una gran variedad de modelos climáticos y a partir de ellos se generan escenarios socio-económicos y decisiones de política global; sin duda, la mayor aportación del presente trabajo radica en la metodología de una modelación difusa del clima que permitirá unificar las distintas caras del cambio climático, en la que conceptos socio-económicos como *vulnerabilidad* o *pobreza* podrán conectarse directamente con variables físicas como *temperaturas altas*, y con ello se brindará una herramienta realmente funcional a los tomadores de decisiones, el modelo que se presenta en este escrito es la fase inicial de un parteaguas en la modelación de cambio climático.

6.1. Conclusiones

Se logró obtener un modelo difuso que refleja los datos históricos. Además, la mayoría de los resultados que dio el aprendizaje a través de redes neuronales pudieron ser relacionados y justificados con literatura científica, sin embargo aún existen ciertas tendencias que no pueden ser explicadas únicamente con las variables que se incluyeron en el modelo, lo cual no significa que las proyecciones sean de confianza baja, si no que existe una variable escondida en los datos que preferiblemente debe ser incluida en una versión más completa de este modelo, sin perder de vista la eficiencia que ofrece la sencillez de un modelo difuso.

A pesar de lo anterior, se puede asegurar que ya se cuenta con un modelo difuso preliminar al cual pueden ser incluidas variables de tipo social económico y político.

Bibliografía

Bezdek, J. C. (1981). Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms. *Kluwer Academic Publishers*.

Boden, T. A., Marland, G., and Andres, R. J. (2013). Global, regional, and national fossil-fuel co2 emissions.

Budyko, M. I. (1969). The effect of solar radiation variations on the climate of the earth. *Tellus XXI*, 5:611–619.

Clarke, L., J., E., Jacoby, H., Pitcher, H., Reilly, J., and Richels, R. (2007). Scenarios of greenhouse gas emissions and atmospheric concentrations. subreport 2.1a of synthesis and assessment product 2.1 by the u.s. climate change science program and the subcommittee on global change research. *Biological Environmental Research*.

Dlugokencky, E. and Tans, P. (2014). Trends in atmospheric carbon dioxide. *www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/trends*.

Etheridge, D. M., Steele, L. P., Langenfelds, R. L., Francey, R. J., Barnola, J. M., and Morgan, V. I. (1998). Historical co2 records from the law dome de08, de08-2, and dss ice cores. *Cdiac.ornl.gov*.

Flato, G. (2011). Earth system models: an overview. *Wiley interdiciplinary reviews, climate change*, 2:283–800.

Foster, P. (2013). *Climate Change 2013: The physical science basis. Contribution of working group I to the fifth assesment report of the intergovernmentalpanel of Climate Change*, chapter Changes in Atmospheric Constitutens and in radiative forcing, page 1535. In IPCC (2013).

Fujino, J., Nair, R., Masui, M., and Matsuoka, Y. (2006). Multi-gas mitigation analysis on stabilization scenarios using aim global model. multigas mitigation and climate policy. *The Energy Journal*.

Gay-García, C. and Martínez-López, B. (2011). An estimate of global temperature increase by means of a fuzzy logic model. *Proceedings: Eigth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*.

Gay-García, C. and Paz-Ortíz, I. (2014). Stability analysis of climate system using fuzzy cognitive maps. *Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and aplications, Advances in intelligent System Computing.* DOI:10.1007/978-3-319-03581-9$_1$5, .

Gay-García, C. and Sánchez-Meneses, O. (2015). Fuzzy climate scenarios for temperature indicate that things could be worse than previously thought. *Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications, Advances in Intelligent Systems and Computing.*

Gay-Garcia, C., Sánchez-Meneses, O., Martínez-López, B., Nebot, A., and Estrada, F. (2014). Fuzzy models: Easier to undestand and an easier way to handle uncertainties in climate change research. *Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and aplications, Advances in intelligent System Computing.*

Hoegh-Guldberg, O., Mumby, P. J., Hooten, A. J., Steneck, R. S., Greenfield, P., Gomez, E., Harvell, C. D., Sale, P. F., Edwards, A. J., Caldeira, K., Knowlton, N., Eakin, C. M., Iglesias-Prieto, R., Muthiga, N., Bradbury, R. H., Dubi, A., and Hatziolos, M. E. (2007). Coral reefs under rapid climate change and ocean acidification. 318(5857):1737–1742.

Houghton, R. A., van der Werf, G. R., Hanses, R. S., House, M. C., Le Quere, C., Pongratz, J., and N., R. (2012). Carbon emissions from land use and land-cover change. *Biogeosciences*, 9:5125 – 5142.

IPCC (2011). *IPCC Special Report on Renewable Energy Sources and Climate Change Mitigation.*

IPCC (2013). *Climate Change 2013: The physical science basis. Contribution of working group I to the fifth assesment report of the intergovernmentalpanel of Climate Change.* Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, USA.

Jang, J.-S. R., Sun, C.-T., and Mizutani, E. (1997). *Neuro-fuzzy and soft computing.* Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.

Le Quere, C., Moriarty, R., Andrew, R. M., Peters, G. P., Ciais, P., Friedlingstein, P., Jones, S. D., Sitch, S., Boden, P., Bopp, L., Bozec, Y., Canadell, J. G., Chevallier, F., Cosca, C. E., Harris, I., Hoppema, M., Houghton, R. a., I., H. J., Jain, A. K., Johanessen, T., Kato, E., Keeling, R. F., Kitidis, V., Klein, K., Koven, C., Landa, C. S., Landschutzer, P., Lenton, A., D., L. I., H., M. G., Mathis, J. T., Metzl, N., Nojiri, Y., Olsen, A., Ono, T., Peters, W., Pfeil, B., Poulter, B., Raupach, M. R., Reigner, P., Rodenbeck, C., Saito, S., Sailsbury, J. E., Schuster, U., Schwinger, J., Seferian, R., Segschneider, J., Steinhoff, T., Stocker, B. D., Sutton, A. J., Takahashi, T., Tilbrook, B., van der Werf, G. R., Viovy, N., Wang, Y.-P., Wanninkhof, R., Wiltshire, A., and Zeng, N. (2014). Global carbon budget 2014. *Earth System Science Data Discussions.*

Mamdani, E. H. and Assilian, S. (1975). An experiment in linguistic synthesis w ith a fuzzy logic con- troller. *International Journal of Man-Machine Studies*.

Martínez-López, B. and Gay-García, C. (2011). Fuzzy control of co2 emissions. *Proceedings: Eigth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*.

McGuffie, K. and Henderson-Sellers, A. (2005). *A Climate Modellin Primer*. John Wiley Sons, Ltd, 3rd edition.

Moss, R., Babiker, M., Brinkman, S., Calvo, E., Carter, T., Edmonds, J., Elgizouli, I., Emori, S., Erda, L., Hibbard, K., Roger, J., Kainuma, M., Kelleher, J., Lamarque, J. F., Manning, M., Matthews, B., Meehl, J., Meyer, L., Mitchell, J., Nakicenovik, N., O'Neill, B., Pichs, R., Riahi, K., Rose, S., Runc, P., Stouffer, R., van Vuuren, D., Weyant, J., Wilbanks, T., van Ypersele, J. P., and Zurek, M. (2007). Towards new scenarios for analysis of emissions, climate change, impacts, and response strategies. *IPCC Expert meeting report*.

NASA (2014). Giss surface temperature analysis (gistemp). *giss.nasa.gov*.

Neil, A., Nigel, A., and Tompkins, E. (2005). Successful adaptation to climate change accross scales. *Global Environmental Change*, 15(2):77–86.

Riahi, K. and Nakicenovik, N. (2007). Greenhouse gases - integrated assessment. *Integrated Assessment, Technological Forecasting and Social Change, Special Issue*, 74:234pp.

Shing, J. and Jang, R. (1993). Anfis: Adaptive network-based fuzzy inference system. *IEEE, Transactions on systems, man, and cybernetics*, 23.

Takagi, T. and Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of system and its application to modeling and control. *IEEE, SMC*, 15:199–249.

Tans, P. and Keeling, R. (2014). Noaa/esrl. *www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/trends*.

Taylor, K. E., Stouffer, R. J., and Meehl, G. A. (2012). An overview of cmip5 and the experiment design. *American Meteorology Society*.

van Vuuren, D. P., Eickhout, B., Lucas, L. P., and den Elzen, M. G. J. (2006). Long-term multi-gas scenarios to stabilise radiative forcing - exploring costs and benefits within an integrated assessment framework. multigas mitigation and climate policy. *The Energy Journal*.

Van Vuuren, D. P., Stehfest, E., Den Elzen, M. G. J., Deetman, S., A., H., Isaac, M., K., K. G., T., K., Mendoza-Beltran, A., and Oostenrijk, R. (2011). Exploring the possibility to keep global mean temperature change below 2c. *Climatic Change*.

Vermoden, A., Gay-García, C., and Paz-Ortíz, I. (2015). Adaptive neuro fuzzy inference system used to build models with uncertain data: Study case for rainfed maize in the state of puebla (mexico). *Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications, Advances in Intelligent Systems and Computing.* DOI 10.1007/978-3-319-11457-6$_1$0.

WMO (2015). Climate models. *http://www.wmo.int/pages/themes/climate/climate$_m$odels.php.*

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8:338–353.

Zadeh, L. A. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Inf. Sci*, 8:199–249.