UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta didáctica sobre el uso del error como instrumento para el aprendizaje de la ecuación cuadrática.

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (MATEMÁTICAS)

P R E S E N T A

MARTHA PATRICIA RODRÍGUEZ ROSAS

DIRECTORA DE TESIS: DRA. RITA ESTHER ZUAZUA VEGA

FACULTAD DE CIENCIAS

MÉXICO, D.F. ABRIL DEL 2015

Dedicatorias

Con todo mi amor y cariño dedico este trabajo

A mi madre, Martha Rosas Castillo por ser mi fuerza.

A mi padre Estanislao Rodríguez Gobea por sentir tu inmenso cariño aún sin estar presente.

A Dafne Mabel Astibia por ser el ejemplo de fortaleza y mi motivo para seguir adelante.

A Danahé Ramírez por sonreír cuando más lo necesito.

A Fátima Lozada mi inspiración para este trabajo.

A Diana Karen Aguilar por enseñarme a seguir mis sueños.

A Iván por creer en mí.

A mis hermanas: Yolanda, Lidia, Teresa, Araceli y Sonia por estar siempre conmigo y apoyarme en todo.

A Dios por su inmenso amor.

Agradecimientos

Este trabajo de investigación ha sido elaborado bajo la tutela de la doctora Rita Esther Zua Zua Vega a quien agradezco enormemente toda su atención durante este proceso.

A los profesores: Carlos Torres, Agustín Ontiveros, Ofelia Contreras y Beatriz Trueba, por su infinita paciencia, su apoyo y sus sabios consejos para mejorar este trabajo.

A mis amigos: Viky, Edgar, Carlos, Tanya, Sandra, Rodigo y Celia, por esta siempre conmigo.

Agradezco, además a la Dirección General de la ENP por el otorgamiento de mi permiso para realizar los estudios.

Tabla de contenidos

Resumen

Título: ***Propuesta didáctica sobre el uso del error como instrumento para el aprendizaje de la ecuación cuadrática.***

Los bajos resultados académicos en Matemáticas obtenidos por estudiantes del primer grado de bachillerato de la UNAM, en particular en la Escuela Nacional Preparatoria No. 4, son el motivo para la presente investigación.

A partir de las respuestas de un examen diagnóstico elaboramos una propuesta didáctica la cual fue diseñada teniendo como base los errores obtenidos en dicho examen, mismos que evidenciaron los errores y dificultades que tienen los estudiantes previos a abordar el tema de ecuación cuadrática. Con esta información realizamos actividades que incluyen estos errores, el uso de material manipulable y los temas referentes a la factorización de la ecuación cuadrática

En cada actividad pretendemos además, que los estudiantes participen en el análisis de sus propios errores y los expliciten procurando reconocer la importancia del error en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y desde luego conceda que es necesario suplir el conocimiento erróneo por el correcto en la resolución de ecuaciones cuadráticas.

La investigación se llevó a cabo primero como una prueba piloto en el Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Oriente y después en la Escuela Nacional Preparatoria No 4. Se determinó como universo de estudio al grupo 411 de matemáticas con 44 estudiantes de la Escuela Nacional Preparatoria No. 4 "Vidal Castañeda y Nájera", turno vespertino. En el caso del CCH, el grupo 105 de 27 estudiantes del turno matutino. El criterio de inclusión fue estar inscrito en el grupo respectivo, no se diferenció si eran repetidores o de primer ingreso.

Abstract

Didactic proposal for the Use of Error as a Learning tool for Quadratic Equations.

Poor Academic Performance in Mathematics among students on the first year of High School, in particular the National Preparatory School No. 4, is the purpose of this research.

Based on the answers taken from a Diagnostic Test, we prepared a Proposal taking into account the students´ errors. This information was used to prepare different activities using those errors and the use of manipulable material and topics related to factorization of Quadratic Equations.

In each activity we want students to analyze and explain their own errors, this way they will learn to recognize the importance of them in teaching and learning Mathematics. It is necessary to make them aware of their own errors when solving Quadratic Equations.

The research was carried out using a pilot test in the School of Sciences and Humanities, West Campus and then in the National Preparatory School No 4. 44 students who were tested belonging to group 411, afternoon shift, were the sample group, as well as 27 students from group 105 in the School of Science and Humanities morning shift. The only requirement to be part of this research was to be enrolled in their corresponding group.

Introducción

Este trabajo de tesis es una propuesta para enriquecer el aprendizaje del álgebra y en particular el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas en el bachillerato a partir de la identificación de los errores algebraicos más frecuentes cometidos por los estudiantes como una propuesta de intervención didáctica. El tema pertenece al programa de matemáticas del primer año en la Escuela Nacional Preparatoria y del primer semestre del Colegio de Ciencias y Humanidades.

Esta propuesta tiene como base la identificación de los errores matemáticos que cometen los estudiantes, errores que son un elemento estable en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática. Dichos errores forma parte de las ideas previas del estudiante y a su vez son la base que nos permitirá construir los nuevos conocimientos identificando las áreas que son más susceptibles de error.

Para esto, se tiene en cuenta un marco teórico que aborda elementos didácticos y que hace énfasis en la reflexión y en la importancia de los materiales manipulativos, para el diseño de la secuencia didáctica, como una alternativa estratégica que permite abordar los conceptos algebraicos relacionados con las ecuaciones cuadráticas.

De esta forma, se pretende que este trabajo sirva a los docentes para reconocer y asumir la necesidad de analizar los errores con la finalidad de organizar estrategias para un mejor aprendizaje insistiendo en aquellos aspectos que generan mayor dificultad y contribuyan a obtener mejores resultados de aprendizaje. Consideramos que no basta el conocer los errores, es necesario implementar acciones que ayuden a su erradicación y además, que en este proceso de detección y eliminación se aprenda de él.

La elección del tema viene motivada por distintas razones. Entre las primeras destacamos los resultados de la las estadísticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas al nivel medio superior que pone de manifiesto la problemática del fracaso escolar de los estudiantes de primer año de bachillerato. En particular en la Escuela Nacional Preparatoria No. 4, se presenta un alto índice de deserción y reprobación. Estos datos revelan que existe una necesidad real de mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje en nuestro entorno más próximo.

Los datos anteriores explican nuestra motivación por la educación matemática en el nivel medio, pero, ¿por qué el interés en los errores? Una de las razones principales nace de la interrogante de saber si los estudiantes se dan cuenta del proceso que los lleva a cometer un error en matemáticas. Al cuestionar a un estudiante sobre un error cometido al multiplicar dos términos algebraicos nos percatamos que entendía perfectamente el algoritmo a seguir, sin embargo confundía los nombres entre coeficiente y exponente, este mismo error se presentó en diferentes escenarios lo que propiciaba que los errores se multiplicaran. No se había percatado de lo que en realidad no había entendido.

Los profesores podemos intuir, y a veces, hasta predecir los errores que cometerán los estudiantes en determinados temas, de hecho la elaboración de los reactivos en los exámenes extraordinarios se diseña tomando en cuenta estos errores. Sin embargo, un error no es error hasta que no nos damos cuenta, en este sentido consideramos que son los propios estudiantes los que tiene que reflexionar al respecto, tratar de conocer las posibles causas que los llevan a cometer errores.

Son muchas las cuestiones en torno a los errores que cometen los estudiantes en matemáticas, por ejemplo: ¿Qué errores se presentan con mayor regularidad al abordar un tema?, ¿cuál es la actitud del estudiante cuando comete un error?, ¿la reflexión sobre nuestros errores nos ayuda a superarlos? etc.

La investigación que se presenta tiene un carácter exploratorio y trata de dar respuesta a algunas de estas cuestiones. Para esto nos enfocamos en un tema del programa de matemáticas del primer año de la escuela Nacional Preparatoria y del Colegio de Humanidades, elegimos Ecuación Cuadrática por ser un tema que nos permitiría (por el tiempo en que se realizó este trabajo) probar nuestra secuencia, sin embargo la metodología nos puede servir para cualquier tema que deseemos.

Las hipótesis de partida para nuestro trabajo son las siguientes:

− H1: Los errores que presentan los estudiantes en torno al tema de ecuación cuadrática son los mismos que señala la literatura.

− H2: El hecho de realizar en clase una reflexión sobre el error ayuda al estudiante a superar sus errores.

− H3: Las actividades que incluyen el conflicto cognitivo son pertinentes para involucrar de manera positiva al estudiante ante sus errores.

− H4: El uso de material manipulable permite una mejor comprensión de los errores referentes a la propiedad distributiva.

De acuerdo a estas hipótesis se determinaron los siguientes objetivos específicos:

1. Analizar por medio de un examen diagnóstico los errores que cometen los estudiantes en torno al tema de ecuación cuadrática.

2. Realizar actividades que involucren los errores encontrados en el examen diagnóstico con los temas de ecuación cuadrática tratando de generar en los estudiantes un conflicto cognitivo.

3. Analizar las posibles causas de los errores encontrados en el diagnóstico.

4. Determinar si la reflexión en torno a los errores propicia en los estudiantes un mayor análisis de sus propios errores.

Para lograr estos objetivos elaboramos una propuesta didáctica la cual fue diseñada teniendo como base los errores obtenidos en el examen diagnóstico, mismos que evidenciaron los errores y dificultades que tienen los estudiantes previos a abordar el tema de ecuación cuadrática. Con esta información realizamos actividades que incluyen estos errores, el uso de material manipulable y los temas referentes a la factorización de la ecuación cuadrática.

En cada actividad pretendemos además, que los estudiantes participen en el análisis de sus propios errores y los expliciten procurando reconocer la importancia del error en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y desde luego conceda que es necesario suplir el conocimiento erróneo por el correcto en la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Los errores cometidos por los estudiantes de matemáticas además de evidenciar las dificultades propias de la materia, dan información sobre la forma en que los alumnos interpretan y dan solución a diferentes problemas. Por lo anterior para realizar el proceso de construcción en el aula es importante que los docentes detectemos las carencias, dificultades y los errores que impiden que los nuevos conocimientos que les presentamos a los estudiantes sean significativos.

El uso del error y los materiales manipulativos como estrategias, permiten dar a los estudiantes la motivación necesaria para que su actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas se modifique considerablemente, debido a que el alumno se coloca en una posición de reflexión sobre sus ideas erróneas, de esta forma el error pierde su carácter punitivo transformándose en un medio de aprendizaje.

Para abordar el problema de la presente investigación de este trabajo de grado se desarrollan cuatro capítulos que se describen brevemente a continuación:

En el capítulo uno se da un breve panorama de la educación media superior en México, se describe el contexto en el que se desarrollará la intervención docente como lo es la Escuela Nacional Preparatoria No 4 (ENP), además se describe el problema que pretendemos combatir así como el contexto de la problemática de la reprobación en el caso de la ENP No 4.

En el segundo capítulo se presentan los referentes teóricos que se tienen en cuenta en este trabajo los cuales se fundamentan bajo una perspectiva didáctica además del estado del arte sobre los errores en matemáticas. Bajo este marco teórico se realiza el diseño y la implementación de la secuencia didáctica que se propone en este trabajo de grado, de tal manera que sirva como una herramienta que contribuya en la labor docente.

En el capítulo tres se presenta el diseño de la secuencia didáctica y los resultados obtenidos después de llevar a cabo dos pruebas piloto, una en el Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Oriente y la segunda en la Escuela Nacional Preparatoria No 4 Vidal Castañeda y Nájera.

Por último, en el capítulo cuatro se presentan los resultados y el análisis de éstos al implementar la secuencia didáctica, además de algunas reflexiones finales.

CAPÍTULO I

Aproximación al problema

"El cielo estrellado sobre mí y la ley moral dentro de mí"

J. Vialatoux

Introducción

En este capítulo se presenta la problemática sobre los errores cometidos por los estudiantes de primer año de bachillerato de la educación media que se evidencian en la reprobación de los exámenes extraordinarios. En particular abordamos estos errores en temas relacionados a la ecuación cuadrática.

Dividimos el capítulo en cuatro partes. En la primera damos un breve contexto del bachillerato en México, como un caso en particular nos referimos a la Escuela Nacional Preparatoria por ser la institución donde se lleva a cabo la implementación de la propuesta de secuencia didáctica de este trabajo.

En la segunda parte ubicamos la materia de matemáticas en el plan de estudios de la ENP y abordamos el problema de la reprobación en matemáticas, específicamente hablamos de la situación en la Escuela Nacional Preparatoria No.4, en la materia de Matemáticas IV. La tercera parte nos referimos a la importancia del error en matemáticas y su influencia en la motivación del estudiante. Finalmente en la última parte explicamos brevemente la propuesta didáctica.

1. La Educación Media Superior en México

En México, existen diferentes niveles de educación: educación básica, media-superior y superior. La educación básica la conforman preescolar, primaria y secundaria. La educación media superior (EMS), según la Ley General de Educación en el Artículo 37 "comprende el nivel de bachillerato, los demás niveles equivalentes a éste, así como la educación profesional que no requiere bachillerato o sus equivalentes."

Es decir, el bachillerato, es la fase que sigue a la educación básica y a partir del decreto publicado el 9 de febrero del 2012 con la reforma al Artículo 3ero de la Constitución, por ley, el Estado tiene la obligación de proporcionar servicios educativos desde preescolar hasta bachillerato.

En México, tres modelos ofertan el bachillerato: general, tecnológico y profesional técnico. El bachillerato general ofrece una preparación general o propedéutica para continuar al nivel de educación superior, según datos del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE, 2011), en el año 2011 este bachillerato brindó atención al 61 por ciento de la matrícula del nivel medio, razón que lo señala como el tipo de educación media más importante del país.

El bachillerato tecnológico es bivalente[10] y concentra aproximadamente el 30 por ciento de la matrícula total. Finalmente la educación profesional técnica propone formar a sus estudiantes para integrarse al mercado laboral, hasta 1997 era una opción terminal pero a partir de entonces tiene carácter de bivalente, brinda atención aproximadamente al 9 por ciento de la matrícula.

[10] Es bivalente porque prepara a los estudiantes para una educación superior al mismo tiempo que una carrera de técnica, las materias propedéuticas que se cursan son prácticamente las mismas que en el bachillerato general.

Existen diversas Instituciones a nivel nacional en las que se puede cursar la modalidad de bachillerato general, entre las más importantes se encuentran los bachilleratos de la Universidad Nacional Autónoma de México, con sus 14 planteles: cinco del Colegio de Ciencias y Humanidades y nueve de la Escuela Nacional Preparatoria, estos centros ofrecieron educación media a 111 982[11] alumnos en el ciclo escolar 2012-2013.

1.2 El Bachillerato en la UNAM: La Escuela Nacional Preparatoria

En este mismo ciclo escolar 2012-2013, la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) albergó en sus aulas a 52 626[12] alumnos, en su mayoría de entre 14 y 18 años de edad, de estos, 16 780[13] fueron de primer ingreso. La formación integral que brinda la ENP a sus estudiantes se define en torno a tres núcleos que conforman el Currículo, estos son: Núcleo Básico, Núcleo Formativo-Cultural y Núcleo Propedéutico.

El plan de estudios de la ENP está organizado por años, con un total de 33-34 asignaturas de las cuales 32 son obligatorias y de 1 a 2 son optativas. Dependiendo del área que se elija, de las 32 materias obligatorias entre 13 y 15 son materias seriadas, es decir son aquellas materias en las que el conocimiento o habilidad que debe dominar el alumno requiere de un conocimiento previo, razón por la cual se deben cursar en el orden establecido por el plan de estudios.

Como parte del bloque de las materias obligatorias y también seriadas de este bachillerato general se encuentran las asignaturas de Matemáticas, éstas forman parte del Núcleo Básico de su currículo, se contemplan como Matemáticas IV (Álgebra) en el primer año de bachillerato, Matemáticas V (Geometría Analítica) en el segundo año y Matemáticas VI (Calculo Diferencial e Integral) en el tercer año.

[11] Datos consultados en http://www.estadistica.unam.mx/
[12] Datos consultados en http://www.estadistica.unam.mx/
[13] Datos consultados en http://www.estadistica.unam.mx/

De acuerdo a los planes y programas de la Escuela Nacional Preparatoria, las asignaturas de Matemáticas están planeadas de tal manera que en los tres años los estudiantes adquieran los conocimientos indispensables para desarrollar las competencias matemáticas que le demanda el nivel superior cumpliendo con esto su papel de propedéutico. El eje conductor de los tres cursos de matemáticas en la ENP, desde el punto de vista operativo[14], es el Álgebra (matemáticas IV).

1.2.1 Identificación del problema. Matemáticas IV

El curso de Matemáticas *IV* (primer curso de matemáticas) se ubica en el mapa curricular de la ENP en el primer año del bachillerato, es una materia obligatoria y seriada del núcleo básico con carácter teórico y forma parte del área de formación. Está planeado para impartirse con cinco horas de clase a la semana, según el programa de estudios[15]. La estructura del curso de Matemáticas IV la conforman tres bloques: el primero define la simbología, el lenguaje algebraico, los sistemas de numeración y el campo de los números reales. El segundo bloque es el operativo y tiene el propósito de reafirmar las operaciones fundamentales con polinomios, en el tercer y último bloque se aplican los dos primeros en el planteamiento y solución de problemas.

Como se mencionó anteriormente, los planes y programas de la Escuela Nacional Preparatoria proponen el curso de Matemáticas IV (Álgebra) como el eje conductor de los cursos de Matemáticas V y VI, este punto de vista resulta claro si tenemos en cuenta que el conocimiento algebraico se relaciona con todo el conocimiento matemático, por lo que resulta de primordial importancia incorporar modelos de enseñanza que tengan en cuenta los aspectos cognitivos, motivacionales y actitudinales que promuevan estos conocimientos.

---

[14] Según el Programa de Estudios de la asignatura de Matemáticas IV el otro punto de vista es el metodológico cuyo eje conductor es la simulación y la aproximación progresiva a la sistematización y a la modelación.

[15] Programa de la asignatura de Matemáticas IV clave 1400, 1996.

Por ejemplo, sabemos que uno de los pasos más importantes para resolver problemas es a través de la formulación de modelos que permiten matematizar la situación; en este sentido el álgebra resulta fundamental ya que permite entender y representar relaciones cuantitativas, analizar situaciones y estructuras matemáticas mediante símbolos y gráficas apropiadas y además contribuye a desarrollar la capacidad de analizar el cambio en varios contextos, es decir, sirve como un método de aprender y explicar interrelaciones, ya que permite generalizar y descubrir modelos que se presentan en lo cotidiano.

Sin embargo, el alto índice de reprobación que se genera en esta asignatura se presenta como uno de los principales problemas en matemáticas que debe enfrentar el nivel medio superior y en particular la Nacional Preparatoria.

Se muestra en la siguiente tabla[16] algunas cifras proporcionadas por la dirección del plantel sobre los exámenes extraordinarios presentados en la Escuela Nacional Preparatoria No. 4 en el periodo EB10[17], correspondiente al primer periodo de cada ciclo escolar, mismos que reflejan el acontecer en materia de reprobación en Matemáticas IV.

Ciclo escolar	Exámenes		
	Presentados	Aprobados	Reprobados
2010-2011	600	39	561
2011-2012	728	54	674
2012-2013	532	24	508

Tabla 1. Exámenes extraordinarios de matemáticas IV presentados en la ENP No 4.

[16] Datos proporcionados por el director del Plantel No 4 Lic. Agustín Sánchez Orendain.
[17] Existen dos periodos de exámenes extraordinarios, uno en mayo (EB10) y otro en junio. Además un periodo de exámenes especiales para los alumnos que están por de egresar.

Los datos mostrados en la tabla 1 señalan:

a) La masividad (comparado con el número de alumnos en el plantel) de reprobados que tienen que presentar el examen extraordinario, tal vez como última opción debido a la seriación de esta materia.
b) El bajo índice de aprobación en los exámenes extraordinarios, en ningún periodo se alcanza el 10%.
c) La consistencia año tras año en el índice de reprobación.

A pesar de que los exámenes extraordinarios se diseñan de manera colegiada y están compuestos por reactivos relativos a los contenidos básicos de la asignatura, no han sido una opción para disminuir los índices de reprobación. Sin embargo, estos extraordinarios sí muestran la gran experiencia de los docentes encargados de su elaboración al preparar reactivos con excelentes distractores.

Estos distractores son opciones de respuesta que involucran errores que los alumnos comenten con regularidad en sus trabajos de matemáticas; es decir, los docentes sabemos en qué se equivocan los alumnos en sus producciones de matemáticas, sin embargo, al ver los resultados de los extraordinarios parece que guardamos celosamente esta información para nosotros.

Desde luego que los errores no sólo se evidencian en los extraordinarios, los encontramos también al revisar las pruebas de clase, ejercicios y demás documentos elaborados por los estudiantes en cualquier curso de matemáticas.

En muchos casos observamos que se trata de un mismo error que aparece en diferentes contextos, a este respecto ¿qué hacemos? Tal vez, indicamos con un tache que el alumno se equivocó, que ahí hay un error, o elaboramos más ejercicios que le sirvan para repasar lo que “no debe hacer”, pero ¿será suficiente?

La reflexión sobre estas preguntas y el conocer los resultados anteriores referentes al tema de reprobación de los exámenes extraordinarios, nos motivaron a investigar sobre los errores que cometen con frecuencia los estudiantes de matemáticas, como una de las variables que inciden en los altos índices de reprobación.

No se trata de evitar que los estudiantes cometan errores, ni de propiciarlos, sabemos que todo proceso de conocimiento conlleva inevitablemente el error (es de humanos equivocarse), se trata de aprender de estos errores, de que se revisen y reflexione sobre los procesos y los estudiantes logren entender el porqué de sus errores, que los profesores seamos capaces de averiguar cuál es la razón que impide disminuir esa masividad y persistencia que nos lleva al fracaso escolar.

Se intenta que este trabajo sirva a los docentes para reconocer y asumir la necesidad de analizar los errores con la finalidad de organizar estrategias para un mejor aprendizaje insistiendo en aquellos aspectos que generan mayor dificultad y contribuyan a obtener mejores resultados de aprendizaje.

1.3 Los errores en matemáticas y la motivación, ¿parte del problema?

Tradicionalmente en el proceso de aprendizaje, el error se ha caracterizado como algo negativo, se asocia muchas veces con el fracaso, con el desconocimiento, con la reprobación, el error es un acto punible incluso fuera del salón de clases. Este hecho genera un desinterés y falta de motivación para realizar una tarea donde la presencia del error es inevitable.

Por ejemplo, en el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos los errores aparecen sistemáticamente; nos encontramos desde errores de cálculo hasta errores de fundamento. Evidentemente, estos errores influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos, así como en la motivación de los estudiantes que muchas veces se refleja en la poca disponibilidad y compromiso para aprender.

La importancia de los errores en la adquisición del conocimiento matemático radica en poder cambiar esa percepción de los estudiantes ante el error y poder considerarlos positivamente, apreciando los errores como una parte del conocimiento humano. Gómez Chacón, (2000, p 204) señala que:

> "Los estudios sobre errores e ideas falsas en los estudiantes de matemáticas, que están de acuerdo con un punto de vista constructivista, ven los errores no solamente como una parte inevitable del aprendizaje, sino como una fuente valiosa de información acerca del proceso de aprendizaje, como una clave que los profesores tienen para descubrir lo que los estudiantes realmente saben y cómo han llegado a construir el conocimiento"

Es decir, el error es una equivocación que se produce de la combinación de los conocimientos previos que tienen los estudiantes. Por lo tanto, los errores que cometen los alumnos en sus trabajos de matemáticas son importantes para estudiar la forma como los alumnos relacionan los conceptos matemáticos previos y los nuevos conocimientos.

En consecuencia, una parte importante del trabajo docente es corregir y reflexionar sobre los errores, de manera tal que el error sea una fuente de aprendizaje.

De acuerdo con los autores Godino, Batanero y Font (2003, p.69) "hablamos de error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar". Es decir, errores que no son casuales o producto de la distracción, sino que están basados en conocimientos y experiencias previas, los cuales pudieran tener diferentes causas que los motivan.

Por ejemplo, uno de los errores que con frecuencia cometen nuestros estudiantes, se produce al elevar un binomio al cuadrado, escribiendo su desarrollo como:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2.$$

A menudo los profesores sólo señalamos el error o tratamos de convencer a los estudiantes mostrando la "regla" correcta a partir de contraejemplos. Sin embargo esto no basta, pues para la mayoría de ellos - y de nosotros-, un argumento de esta naturaleza no es suficiente. Socas (1997) señala que el error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no sólo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción.

Para indagar sobre esos esquemas inadecuados los docentes podríamos preguntarnos ¿cuáles son los conocimientos mal adquiridos?, ¿estará relacionado con los conocimientos de aritmética?, ¿el error se debe a una regla mal aplicada?, ¿en qué casos sí podría valer la regla?, ¿existen patrones involucrados?, ¿con que regularidad aparecen? Para este ejemplo en particular, podríamos considerar que su presencia se debe a que los alumnos:

- No entienden el concepto de potencia;
- Aplican la potencia a la suma como si fuera producto;
- Aplican una regla equivocada;
- Lo relacionan con el producto de binomios conjugados, es decir con la ecuación $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$;
- Pensamiento lineal, creen que si se trata de elevar un binomio, el resultado tendría que ser un binomio.

Al realizar este análisis, tanto docentes como estudiantes aprendemos del error, lo que constituye un ejercicio crítico constante, una reflexión de lo que realmente se aprende y una restructuración de las ideas que lo acompañan.

A este respecto Rico (1995, p.76) señala que a partir de sus errores, el estudiante puede aprender distintas propiedades de un concepto de las que no era previamente consciente, pues ese error expresa su pensamiento actual y el carácter incompleto de sus conocimientos.

El abordar y analizar los errores en clase ayudará a fortalecer la autoestima de los estudiantes de matemáticas ya que se pierde ese carácter punitivo que usualmente se le atribuye. Pozo (2008, p.333) señala que la motivación es un producto de la expectativa de éxito y que ésta se puede incrementar si proporcionamos información relevante sobre las causas de los errores cometidos.

Si el estudiante asume que enfrentarse a sus errores trae beneficios en su aprendizaje, adquirirá mayor confianza en sí mismo y en su gusto hacia las matemáticas, lo que repercutirá positivamente en la construcción del conocimiento matemático.

1.4 La propuesta didáctica

La propuesta didáctica, misma que se detalla en el capítulo 3, tiene como base la identificación de los errores cometidos con regularidad por los estudiantes. Se eligió enfocar dicha propuesta en la asignatura de Matemáticas IV (Álgebra) porque como se mencionó anteriormente, el conocimiento algebraico se relaciona con todo el conocimiento matemático. Por esta razón no es de extrañar que los errores que usualmente se cometen en Geometría o Cálculo se deban probablemente a las ideas previas mal elaboradas sobre conceptos algebraicos.

El tema del programa de Matemáticas IV de la ENP que se eligió para probar la metodología propuesta es la ecuación cuadrática, este tema pertenece al segundo bloque, el operativo, que tiene como propósito reafirmar las operaciones fundamentales con polinomios.

Con base en este propósito, desarrollamos la "*Propuesta didáctica sobre el uso del error como instrumento para el aprendizaje de la ecuación cuadrática"* a partir de la identificación de los errores algebraicos más frecuentes cometidos por los estudiantes en temas relacionados previos al estudio de la ecuación cuadrática, como una propuesta de intervención docente que permita contribuir a la disminución del alto índice de reprobación de la asignatura de Matemáticas IV en la Nacional Preparatoria.

La primera parte de la propuesta radica en identificar mediante un examen diagnóstico los errores que comenten los estudiantes de forma regular, de acuerdo con lo que Ausubel (1966) plantea: "Identifique el conocimiento previo del estudiante y enseñe en concordancia", los errores son un referente de los conocimientos previos que poseen los estudiantes, podemos tomar estos errores como base para la construcción de los nuevos conocimientos matemáticamente correctos.

Una vez que se identifican los errores, la segunda parte de la propuesta consiste en seleccionar los recursos y las técnicas que nos faciliten la adquisición de los aprendizajes esperados. En este trabajo se propone el uso de bloques lógicos, para la representación de expresiones polinómica, el uso de este material es una versión ajustada de los trabajos de Zoltan Dienes. Se trata de un material manipulable a partir del cual el estudiante puede extraer conocimientos matemáticos relacionados con la ecuación cuadrática, su factorización y soluciones.

Consideramos que el uso de los materiales físicos y manipulativos ayudan a entender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, dejando ver que éstas tienen sentido, que son lógicas, que promueven la capacidad de pensar y que son divertidas. Por estos mismos motivos se elaboraron dos juegos, uno como técnica de aprendizaje de la resolución de ecuaciones cuadráticas y el segundo para reconocer expresiones erróneas.

La tercera parte de la propuesta consiste en vincular los errores con los contenidos a desarrollar, en este caso los contenidos referentes a la ecuación cuadrática. Esto se logra mediante la elaboración de actividades y estrategias en las que se trate de generar un conflicto cognitivo, donde el conocimiento del alumno (si era erróneo) ya no le funcione. Si el estudiante toma conciencia del error puede producirse en él una desestabilización conceptual, lo cual permite crear un proceso inicial de confrontación de ideas dentro de la clase.

Finalmente la puesta en marcha, la implementación de la secuencia didáctica en el aula se lleva a cabo a través del trabajo cooperativo bajo el modelo de la instrucción directa. Consideramos que la mejor forma de trabajar las actividades es que los estudiantes interactúen cara a cara compartiendo sus dudas y expectativas, explicitando lo que cada uno va aprendiendo. Si bien es claro que a nadie le gusta equivocarse, el trabajar con los errores dentro de una construcción social ayuda a disminuir el carácter punible con el que tradicionalmente se les ha señalado.

En resumen; el contenido de esta propuesta enmarcada dentro de la tesis MADEMS se concentra en cuatro fases:

1) La implementación de la propuesta se inicia con la aplicación de una prueba diagnóstica aplicada con el fin de orientar la puesta en ejecución de dicho proyecto.

2) De acuerdo a los resultados del examen diagnóstico, se seleccionan los recursos y técnicas. En este trabajo la planeación se realizó con base al trabajo cooperativo y al uso de representaciones polinómicas a través de bloques lógicos (versión ajustada de los trabajos de Zoltan Dienes).

3) El diseño de las actividades se realiza con base a los errores encontrados en el examen diagnóstico, a las dificultades que señalan las investigaciones para abordar el tema de ecuación de segundo grado y al nuevo contenido a desarrollarse.

4) La puesta en marcha (intervención docente) se llevó acabo con el modelo de Instrucción Directa, bajo la teoría del aprendizaje constructivista.

CAPÍTULO 2

Marco Teórico

Todos los científicos cometen equivocaciones continuamente…Los errores pueden existir ocultos al conocimiento de todos, incluso a nuestras teorías mejor comprobadas. Por lo tanto, tenemos que cambiar nuestra actitud hacia nuestros errores. El nuevo principio básico es que para evitar equivocarnos debemos aprender de nuestros propios errores.

(Popper, 1991 citado en De la Torre, 1993 p42).

Introducción.

En este capítulo se presentan los referentes teóricos que fundamentan este trabajo de grado, el cual se aborda desde la perspectiva didáctica que resalta los elementos teóricos que se tendrán en cuenta para el desarrollo de las actividades propuestas en la secuencia didáctica así como su implementación en el aula.

2.1 El estado del arte sobre errores en matemáticas

Para la integración del presente estado del arte, se realizó la exploración de las investigaciones que abordan el tema del error en matemáticas. Se analizan documentos, que en su mayoría contienen trabajo empírico, por medio de investigación de campo y en un gran porcentaje aplicado en alumnos como sujetos de investigación.

La investigación en torno a los errores en el proceso de aprendizaje es un tema clave de la Educación Matemática. El aprendizaje de las matemáticas genera muchos errores y dificultades cuya naturaleza es variada.

El error puede tener diversas procedencias, sin embargo por lo general es considerado como la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el estudiante y no únicamente como una falta de conocimiento o motivo de distracciones. El error no aparece de forma casual tiene sustento en los conocimientos previos de los estudiantes es decir, todo proceso de instrucción puede generar errores, las causas son diversas y algunas se presentan inevitablemente.

En varios países como Estados Unidos, Alemania y España se han desarrollado diversas investigaciones en Educación Matemática en torno a los errores en matemáticas. Estas investigaciones tienen diversos enfoques según las corrientes pedagógicas y psicológicas que las sustentan, por ejemplo Rico (1995) (citado en García Suarez, 2010 p25) propone cuatro líneas de investigación:

- Estudios relativos al análisis de los errores, estos trabajos muestran alguna taxonomía o clasificación de los errores desde alguna teoría psicológica o psicopedagógica.
- Estudios dedicados al tratamiento curricular de los errores del aprendizaje en matemáticas. Se destaca en esta línea la enseñanza diagnóstica detectando el error y proponer medios para la corrección.
- Estudios relativos a la formación de profesores y al papel de la observación, análisis, interpretación y tratamiento de los errores.
- Estudios de carácter técnico en los que se presentan algunas técnicas estadísticas para el análisis de los errores.

Con base a estas líneas de investigación revisamos materiales que en su contenido clasificaran, trataran o mostraran un camino para la corrección de errores en álgebra, en específico los referentes a la ecuación cuadrática o temas relacionados a ésta.

Rico (1995) considera el error como un conocimiento incompleto y deficiente que está presente en la adquisición del conocimiento matemático, que los procesos de aprendizaje incluyen errores sistemáticos y que el error es un importante objeto de estudio, básicamente este es el punto de partida del presente trabajo.

En este mismo trabajo se recoge una revisión de los más destacados estudios de los errores en el aprendizaje de las matemáticas hasta principio de los años noventa.

Para Socas (2007) son dos las principales causas de los errores en el aprendizaje de las matemáticas: Errores que tiene su origen en un obstáculo y errores que tiene su origen en una ausencia de significado. Estos últimos, tendrían dos procedencias distintas, una, relacionada con las dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos y a los procesos de pensamiento matemático, y otra, relacionada con las dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

Al respecto, autores como Brausseau, Davis y Werner citados por Engler (2004) sugieren que los estudiantes construyen su conocimiento, en algunas circunstancias, de forma independiente a las explicaciones del profesor, razón por la cual dichas construcciones pueden ser equivocadas, Sin embargo, Zuya, (2010) señala que la mayoría de los profesores tienen dificultades en generar preguntas que permitan a sus estudiantes indagar sobre la fuente o causa de sus errores.

Pochulu (2004) coincide en que los errores de los estudiantes no son casuales, se basan en conocimientos y experiencias previas, y diversas causas didácticas, epistemológicas, cognitivas o actitudinales pueden ser el motivo de los mismos. Por su parte, De la Torre (2005) expresa que los errores forman parte del proceso de construcción del conocimiento y podrían ser el motor de cambio en el aprendizaje del alumno y transformarse en un elemento constructivo e innovador del proceso de enseñanza aprendizaje.

Los estudios muestran también diversas categorizaciones y clasificaciones de los errores de acuerdo a diversos enfoques, sin embargo todas coinciden en la importancia de identificar y clasificar los errores. Rico (1995) destaca que Radatz ofrece una taxonomía para clasificar los errores a partir del procesamiento de la información, estableciendo cinco categorías generales para este análisis:

1.- Errores debido a dificultades de lenguaje.

2.- Errores debido a dificultades para obtener información espacial.

3.- Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. En este tipo de errores se incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicas para la realización de una tarea matemática. Estas deficiencias incluyen la ignorancia de los algoritmos, conocimiento inadecuado de hechos básicos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios.

4.- Errores debidos a asociaciones incorrectas o rigidez del pensamiento.

5.- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.

Astolfi (1999) describe la siguiente tipología de los errores:

1. Errores debidos a la redacción y comprensión de las instrucciones.

2. Errores resultado de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas.

3. Errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos.

4. Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas.

5. Errores en los procesos adoptados.

6. Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad.

7. Errores que tienen su origen en otra disciplina.

8. Errores causados por la complejidad propia del contenido.

La clasificación centrada en la realización de operaciones propuesta por L. R. Booth (1984, citada en De la Torre, 1993, p163) es la siguiente:

- Errores debidos a confundir la incógnita con la inicial de una palabra;
- Errores de traslación directa de procedimientos aritméticos, como sumar términos con y sin incógnita;
- Errores relativos a los signos, tales como mala utilización de paréntesis y corchetes, olvido de alguno de los signos, cálculos con valores de diferente signo;
- Errores de cálculo al operar con fracciones;
- Errores al pasar términos de un miembro a otro en las ecuaciones.

En nuestra opinión, es importante reconocer y clasificar los errores pero además consideramos que se requiere ir más allá y adentrarse en la comprensión de los procesos de aprendizaje de los alumnos, reflexionar sobre los orígenes y repercusiones de sus errores con una intención positiva encaminada hacia la comprensión de lo que el alumno sabe a través de interpretar sus errores.

Rico (1995) señala que los trabajos sobre errores anteriores a 1960 sólo se limitaban a contabilizarlos y analizarlos, el objetivo de esas investigaciones se centraba en superar el error a través de su eliminación. Trabajos más recientes muestran un carácter constructivista, siendo su línea de análisis la exploración de las potencialidades del error como instrumento didáctico.

Por ejemplo, además de identificar y categorizar los errores de la Torre (2004) propone en su didáctica del error la rectificación de los mismos por medio de la reflexión que induce a tomar conciencia del por qué se cometió ese error y como evitarlo. Esta rectificación conlleva a la realización de actividades que involucren el análisis de dichos errores. Ante esto Borassi (1987) citado en Socas (2007) plantea la idea de que, la sola interpretación del error como instrumento de diagnóstico y corrección explota sólo parcialmente su valor, por lo que sugiere que éste debe servir como instrumento motivador y como punto de partida ya que éstos pueden proporcionar una comprensión más profunda y completa de los conceptos matemáticos.

D’ Amore (2014) proponen tres tipologías diferentes pero no independientes sobre el origen de la dificultad en matemáticas: la teoría de los obstáculos, misconcepciones y el contrato didáctico. Según el propio D`Amore (1999) “una misconcepción es un concepto erróneo y, por tanto constituye un acontecimiento que se debe evitar; pero no debe ser visto siempre como una situación del todo o ciertamente negativa: no se excluye que, para poder lograr la construcción de un concepto, sea necesario pasar a través de una misconcepción momentánea, en el transcurso de la sistematización”. Es decir, un error puede ser el resultado de una misconcepcion.

Spooner (2002, citado en De Castro Hernández (2012)) trata de diferenciar cuándo un error se produce por una misconception o por otra causa, “Una misconception es el producto de una falta de comprensión o en muchos casos la aplicación inadecuada de una ‘regla’ o una generalización matemática”, podemos considerar entonces una misconcepcion como una idea equívoca que tiene su sustento en una regla mal empleada que conduce a un error.

2.2 Errores referentes a la ecuación cuadrática

Como se mencionó anteriormente, en los procesos de enseñanza- aprendizaje del álgebra y en particular en la enseñanza aprendizaje de la ecuación cuadrática, se encuentran algunos errores y obstáculos[18] que presentan los estudiantes al momento de realizar los procesos de solución a una ecuación y a su uso en la resolución de problemas.

[18] Brousseau (1983) señala que un obstáculo es “aquel conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente este conocimiento resulta inadecuado”.

Estos errores y dificultades en el aprendizaje de la ecuación cuadrática tienen diferente naturaleza, tienen que ver con la forma en que son presentadas, la complejidad propia del tema, los procesos de desarrollo cognitivo de los estudiantes, los métodos de enseñanza y las mismas actitudes que se tiene hacia las matemáticas etc. Pese a tener diferentes procedencia, estas dificultades se presentan en lo cotidiano como obstáculos que se manifiestan en nuestros alumnos, o en nosotros mismos, mediante los errores.

Los errores más comunes que señalan la literatura (y nuestra experiencia) en torno al estudio de la ecuación cuadrática son los siguientes:

- Notación algebraica, en este caso la relación con aritmética propicia errores por ejemplo 62 es 60+2 mientras que en álgebra 6n representa 6 por n, no 6 + n lo que puede llevar a los estudiantes a cometer errores.
- El uso del signo de igualdad en algebra, también genera errores. Los estudiantes presentan dificultades al esperar, como en aritmética un resultado, un número. El signo igual en una ecuación no relaciona expresiones equivalentes, aunque sí condiciona a la incógnita.
- Carencia de un significado concreto al trabajar con expresiones algebraicas.
- Errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva. Estos desde el punto de vista de la linealidad por ejemplo $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2,\ (a+b)^2 = a^2 + b^2$; o bien en la aplicación de la regla por ejemplo $x^2 - 3(x-2) = x^2 - 3x - 2$.
- Errores de cancelación, suma y resta de términos.
- Asociaciones incorrectas, como ejemplo podemos citar la asociación que dan a letras sin signo, un valor positivo, o a las últimas letras del abecedario les asignan mayor valor.
- Errores al transponer términos.
- Errores al sustituir valores.
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente sobre los contenidos y temas referentes a la ecuación cuadrática.

En Abrate (2006), quienes trabajaron con alumnos de ingreso a la Universidad, manifiestan que la resolución de ecuaciones desencadena una gran cantidad de errores que se reflejan en las producciones escritas. Las dificultades que estos autores encuentran se insertan dentro de los problemas generales de enseñanza y aprendizaje del Álgebra, en la escuela secundaria, y también han sido reportadas por Pochulu (2005), Ruano (2008), Pérez (2008), Figueroa (2011), entre otros.

En Figueroa (2011) se muestran los resultados de un grupo conformado por 52 alumnos que fueron escogidos como “los de mejores desempeños matemáticos”, desafortunadamente sus resultados muestran que el 67.8% muestran dificultades para resolver una ecuación de tipo cuadrático. Los autores manifiestan su preocupación por tratarse “de los mejores” alumnos, quienes además tienen interés por las matemáticas.

Mata (2009) señala que en el desarrollo del cuadrado de un binomio, se observó la incorrecta distribución de la potencia respecto de la resta, además mencionan errores que surgen al agrupar términos no semejantes, distribuir la potencia respecto del producto, y que al operar con expresiones algebraicas no consideran la parte literal de la expresión.

Al respecto Abrate (2007) expresa que los estudiantes usan las expresiones como “términos” y “miembros” de una ecuación como equivalentes, además una gran cantidad de errores se debe a la aplicación equivoca de las reglas de transposición de términos.

2.3 Conflicto cognitivo y trabajo cooperativo

En este trabajo procuramos elaborar las actividades tratando de llevar al estudiante a un conflicto cognitivo como una manera de hacerle ver que los conceptos o métodos que maneja no son los adecuados para llegar a una conclusión satisfactoria en la resolución de algún problema o ejercicio.

Piaget (1978) denomina al proceso de cambio cognitivo como los cambios del estado de equilibrio (o de desarrollo cognitivo) caracterizados por el desequilibrio entre la asimilación y la acomodación que conducirán a un nuevo estado más equilibrado. El equilibrio en la teoría de Piaget se refiere al conflicto cognitivo, los estudiantes al tener su propio conocimiento previo como una estructura o un esquema existente, tienen que lidiar con un nuevo concepto que está parcial o totalmente diferente con su propio esquema. El enfrentar a un estudiante a una información desconocida traerá como consecuencia situaciones cognoscitivas de contradicción o "conflicto cognitivo" entre lo que sabe y la realidad, las cuales podrán construir cierto estímulo para la acción mental.

Al respecto Aguilar (2004) señala que la noción de conflicto cognitivo se relaciona con un estado de desequilibrio que surge cuando una concepción que tiene un individuo entra en conflicto con alguna otra concepción. Una manera de provocar el conflicto utilizando alguna actividad es que el estudiante se enfrente con distintas soluciones de un mismo problema y empiece a cuestionarlas.

Es decir, las actividades enfrentan al estudiante con algo que no puede comprender o explicar recurriendo únicamente a sus conocimientos previos, lo que genera la necesidad de aprender nuevos conocimientos, de preguntar e interactuar con sus compañeros. Por esta razón cada actividad se realiza en grupos de trabajo cooperativo que proporcionan la interacción con sus compañeros y el intercambio de ideas y reflexiones. Al respecto de la Torre (2004) señala que al entrar en conflicto los propios puntos de vista con los ofrecidos por otros, se produce un desequilibrio conceptual, estimulándose con ello los esquemas de asimilación y mecanismos de adaptación.

Se han dado diversas definiciones sobre el trabajo cooperativo y, aunque todas aportan elementos a tener en cuenta, se parte de la que proponen Artzt y Newman (1990): Una actividad que involucra a un pequeño grupo de estudiantes que trabajan juntos como un equipo para resolver un problema, completar una tarea, o realizar un objetivo común.

El trabajo cooperativo permite la construcción social de los aprendizajes, no sólo es un método o técnica de enseñanza aprendizaje; es una concepción que propicia en los alumnos un mayor nivel de razonamiento al tener que explicitar sus puntos de vista ante sus compañeros. Las investigaciones señalan que la cooperación produce sus mejores efectos cuando se trata de tareas no rutinarias y en tareas en las que se provoque algún tipo de conflicto cognitivo.

2.4 Las representaciones

Para el profesor el conocer los errores y su naturaleza, le permite elaborar las actividades y crear las estrategias que inviten a los estudiantes a aprender de sus errores. Para elaborar dichas actividades en esta propuesta se pretende hacer uso de diferentes representaciones. Según las teorías de Raymond Duval (Duval, 1993), para cada objeto es posible definir distintos sistemas de signos y reglas que lo simbolizan y facilitan su comprensión y aprendizaje.

En esta propuesta, cada actividad plantea el uso de material didáctico con el que se aborda una forma diferente de representación y preguntas que orientan a los estudiantes a la reflexión, como señala Duval (1993) las representaciones son fundamentales en la comprensión de la matemática, pues sus objetos de estudio son construcciones de la mente y requerimos de representaciones para interactuar con nuestros estudiantes:

> *Una escritura, una notación, un símbolo, representan un objeto matemático: un número, una función, un vector [...] Así mismo, los trazos y las figuras representan objetos matemáticos: un segmento, un punto, un círculo [...] Ello quiere decir que los objetos matemáticos no deben ser confundidos jamás con su representación [...] La distinción entre un objeto y su representación es un punto estratégico para la comprensión de las matemáticas.*

El dar diferentes representaciones de un mismo objeto permite a los estudiantes obtener información importante del mismo y evitar confusiones. Rico (1995) destaca la importancia de las representaciones como un organizador del currículo, considerándolas como: “… el modo en que los sujetos expresan sus conocimientos con notaciones simbólicas o mediante algún tipo de gráfico”, es decir, las representaciones nos ayudan a organizar la información sobre un concepto, esto nos permite utilizarlos en otras situaciones o problemas.

Con base en lo anterior en este trabajo se propone el uso de la representación de expresiones polinómicas por medio de bloques lógicos, una versión ajustada de los trabajos de Zoltan Dienes quien se basó en los planteamientos teóricos de Piaget y Bruner. De Piaget tomó de los planteamientos sobre el desarrollo del pensamiento del niño, básicamente lo que se refiere a que el pensamiento concreto necesita realizar acciones sobre los objetos para lograr aprendizajes significativos; de Brunner tomó lo que se refiere a las reacciones de los sujetos a las diferentes combinaciones lógicas de conceptos ya formados.

Duval señaló que los errores de los alumnos, por lo general, se pueden interpretar como la falta de coordinación de los sistemas de representación, de ahí la importancia de proporcionar a los estudiantes diversas representaciones de los objetos matemáticos. El uso de representaciones con el material didáctico (bloques lógicos) es la base junto con la detección de los errores para elaborar las actividades.

Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a entender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas.

2.5 Modelo de Instrucción Directa

Los maestros, al diseñar nuestro plan de clase, seleccionamos diversas actividades que esperamos garanticen el logro de los propósitos de aprendizaje en los alumnos, asimismo que favorezcan el desarrollo y la utilización de estrategias de aprendizaje que les permita avanzar en su proceso. Díaz Barriga (2006) cita a Mayer, 1984, Schuell, 1988 y señala que las estrategias de enseñanza "son procedimientos que el agente enseñante utiliza de forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos. Es decir, son todos los medios, recursos y acciones que usa el docente para enriquecer el proceso de enseñanza.

Considero que para mejorar la práctica docente todo profesor debe preguntarse cuál será la forma más eficiente de presentar los contenidos, desde luego teniendo en mente que su rol debe ser el de guiar, orientar, facilitar y mediar los aprendizajes significativos, en este sentido el docente deberá usar diferentes estrategias de enseñanza de acuerdo a las respuesta a sus interrogantes ya que esto repercute en la mejora de su práctica docente.

Una vez diseñada las actividades, la planeación y puesta en marcha se realizó bajo el modelo de instrucción directa que según Eggen (2008) "es un modelo que utiliza las explicaciones y el modelo del maestro, combinados con la práctica del alumno y una retroalimentación para enseñar conceptos y habilidades" (p387).

La planeación teniendo como base el modelo de instrucción directa admite cuatro pasos:

1. Identificación del tema o habilidad.
2. Especificar los objetivos de aprendizaje.
3. Identificación del conocimiento previo.
4. Seleccionar problemas y ejercicios.

Cada uno de estos cuatro pasos se adapta a la metodología propuesta en el presente trabajo. La impartición de las clases bajo este modelo supone cuatro fases:

Fase 1: Introducción y revisión.

Fase 2: Presentación.

Fase 3: Práctica guiada.

Fase 4: Práctica independiente.

Cada una de las fases se lleva a cabo dentro del salón de clase, retomando y revisando lo aprendido, haciendo pequeños resúmenes para que el estudiante tenga oportunidad de verificar lo aprendido. La concepción constructivista del aprendizaje escolar se apoya en la idea de que la intención de la educación que se imparte en la escuela es promover los procesos de crecimiento personal del estudiante en el marco social al que pertenece.

Estos aprendizajes no se producirán de manera satisfactoria a no ser que se suministre una ayuda específica a través de la participación del alumno en actividades intencionales, planificadas y sistemáticas, que logren propiciar en éste una actividad mental constructiva (Coll, 1988). La fase 3 es propicia para los estudiantes que "necesitan" más ayuda del profesor, quien los apoya dando los andamiajes pertinentes que le permitan en su práctica independiente asumir su propio proceso.

En la fase 4, práctica independiente, se favorece el trabajo en grupo. Consideramos que a nadie le gusta equivocarse y menos que se señale públicamente sus errores, sin embargo, en la clase el aprendizaje es un proceso social y personal que cada individuo construye al relacionarse activamente con las personas y la cultura en que vive, en este sentido debemos insistir en que la enseñanza debe ayudar a que los alumnos reflexionen sobre las estrategias utilizadas en las actividades, en cómo aprendieron y cómo lograron superar sus errores.

Es necesario educar en cooperación para que los alumnos acepten la diversidad social, también crear situaciones que favorezcan el trabajo cara a cara, que obliguen al estudiante a ejercitar intercambios de información, de dar explicaciones y propiciar, por tanto, el desarrollo de habilidades sociales, obligándolos a organizar la información y presentarla de forma clara, así como a escuchar a los demás miembros del grupo, aprendiendo de sus propios errores y de los errores de sus compañeros.

Como eje medular de la propuesta se pretende que tanto el profesor como los estudiantes en un trabajo cooperativo continuo detecten los errores, reflexionen sobre los orígenes de éste indicando cuál es el conocimiento mal adquirido, que expliciten sus conclusiones y finalmente que corrijan los errores y realicen ejemplos o contraejemplos donde se evidencie de manera clara que han superado los errores.

CAPÍTULO 3

Secuencia Didáctica

Defiende tu derecho a pensar,
porque incluso, pensar de manera errónea es mejor que no pensar.
Hipatia

Introducción

En este capítulo se presentan los aspectos relacionados con el diseño de la propuesta didáctica sobre la ecuación cuadrática en estudiantes de primer año de bachillerato de la UNAM, tales como la descripción general de su diseño, la estructura de las situaciones, así como también los contenidos. Posteriormente se exponen los resultados y respectivos análisis de implementación y proceso de aplicación de cada una de las actividades.

3.1 La Secuencia didáctica

Esta propuesta está conformada por situaciones que a través de las actividades pretenden acercar al estudiante a la conceptualización de la ecuación cuadrática a partir de la resolución de problemas, y la integración de materiales manipulativos, con los cuales se busca dar al estudiante la posibilidad de observar algunas regularidades asociadas al concepto de ecuación cuadrática y sus características generales.

Esta secuencia didáctica se dirige a estudiantes de primer año de bachillerato, en particular al primer en la ENP y primer semestre del CCH. En ella se articulan los referentes enunciados en el capítulo 2 en un plan de trabajo organizado en actividades en torno al concepto y solución por factorización de ecuaciones cuadráticas, partiendo de los errores encontrados en el examen diagnóstico.

Para su diseño, se integra el uso de material manipulable, el cual actúa como sistema de representación, que permite al estudiante observar diferentes formas de representación del concepto de ecuación cuadrática.

3.2 Diseño y descripción de la secuencia didáctica

A continuación se presentan las actividades y propósitos de cada situación:

Secuencia	**Enfocada a…**	**Mediante…**
Situación 1 Propósito: Identificar los errores		
Examen diagnóstico	Facilitar la asimilación del conocimiento nuevo.	Exploración de conocimiento previo
Situación 2 Propósito: descubrir actitudes de los estudiantes ante el error		
Actividad 1 el “examen de Laura”	Descubrir las actitudes de los alumnos ante el error.	Cambio de roles.
Actividad 2 Presentación Power Point	Reflexionar sobre el error	Imágenes, preguntas intercaladas, discusión y análisis de situaciones.
Actividad 3 Tabla de errores	Reunir en un cuadro los errores	Preguntas, ejercicios, reflexión y análisis
Situación 3 Propósito: Que el estudiante logre identificar otros sistemas de representación asociados a las expresiones y ecuaciones cuadráticas.		
Actividad 4 Bloques lógicos y ecuación cuadrática	Relacionar los elementos de una ecuación cuadrática con su representación con bloques	Manipulación de material concreto. Preguntas guiadas. Conflicto cognitivo.

Situación 4 Propósito: Que el estudiante logre resolver ecuaciones cuadráticas haciendo uso de su representación con bloques		
Actividad 5 Factorización con bloques	Resolver ecuaciones cuadráticas por el método de factorización.	Representación con los bloques lógicos.
Actividad 6 Binomio al cuadrado	Construir la regla para elevar un binomio al cuadrado.	Representación con los bloques lógicos. Organizar la información, explicitar lo aprendido.
Actividad 7 Completar cuadrados	Resolver ecuaciones cuadráticas por el método de completar cuadrados.	Representación con los bloques lógicos. Organizar la información, explicitar lo aprendido.
Actividad 8 Examen Final	Poner en práctica los nuevos conocimientos	Representación con los bloques lógicos. Organizar la información, explicitar lo aprendido

3.2 Materiales y Recursos

La segunda parte de la propuesta es elegir los recursos y técnicas que nos permitan alcanzar los objetivos. Elegimos el uso de bloques lógicos, conocidos también como Materiales Didácticos Sensoriales (MDS) para trabajar los contenidos que compete a la ecuación cuadrática porque consideramos que además de ser una manera divertida de aprender, podíamos tratar los errores relacionados con los conceptos de área y perímetro.

Para lo anterior elaboramos el material manipulable que se constituye por bloques cuadrados y rectangulares de fommy en dos colores. El material nos permite trabajar la propiedad distributiva, operaciones con polinomios, factorización de polinomios y resolución de ecuaciones y ecuaciones cuadráticas. Además permite la modelización de la multiplicación como área, pero sólo manejando piezas con signo positivo.

Foto 1. Material de fommy en dos colores.

El material es una colección de figuras geométricas planas, formada por cuadrados y rectángulo con las siguientes características:

- El cuadrado morado de dimensiones $1(1)$
- El rectángulo morado de dimensiones $1x$
- El cuadrado morado de dimensiones xx

Para representar cualquier expresión cuadrática, con términos positivos y/o negativos se completa la colección con las versiones negativas de las piezas representadas en color gris. Para este contexto se entienden las expresiones algebraicas negativas como la resta o la suma de lo opuesto.

Para trabajar con este material es necesario tener en cuenta las siguientes reglas:

- 1ª Regla: Los cuadrados unidad positivos o negativos tienen que estar agrupados formando un rectángulo o un cuadrado.

- 2ª Regla: La placa X^2 y el grupo de cuadrados unidad tienen que estar situados en diagonal. No pueden coincidir en la misma columna ni en la misma fila.
- 3ª Regla: Los rectángulos X y –X, no pueden estar “mezclados” entre sí en la misma fila o columna.

Elaboramos una presentación power point (anexo 2) con la finalidad de mostrar el material y ejemplificar las reglas de uso.

La tercera fase de la propuesta consistió en realizar las actividades que conformaron las situaciones de aprendizaje llevadas a cabo en la práctica docente que se ejecutó en la ENP y en el CCH como una prueba piloto. Se tomó como base, además de los contenidos a desarrollar y de los errores del examen diagnóstico, los errores que marca la literatura y los que en nuestra experiencia aparecen en las producciones de los alumnos.

Consideramos que la práctica docente continuada en determinados niveles proporciona a cada docente indicadores bastante fiables sobre cuáles son las dificultades más habituales de los alumnos respecto al aprendizaje de un determinado contenido, qué errores sistemáticos suelen cometer y qué contenidos representan un mayor reto para la enseñanza.

3.3 Detalle de las Actividades

Evaluación diagnóstica:

La primera parte de la propuesta consiste en detectar los errores que comúnmente cometen los estudiantes en relación con los conocimientos previos al tema de Ecuación Cuadrática. Esta información se obtuvo mediante la aplicación de un examen diagnóstico.

Para la elaboración de dicho examen se consideraron los conocimientos previos relacionados con el tema de ecuación de segundo grado. El diseño de este examen supone dos tipos de pregunta:

a) Preguntas a desarrollar, en las que se pidió a los estudiantes realizar el proceso y anotar todas sus operaciones y resultados. Cabe mencionar que no se permitió el uso de la calculadora.

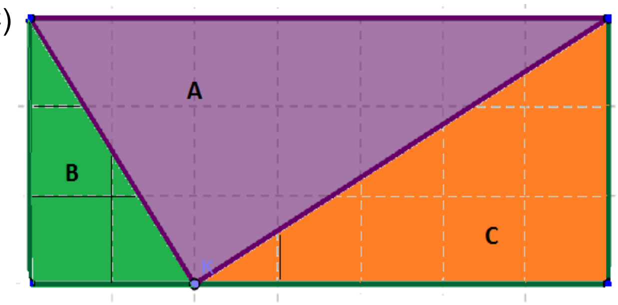
b) Preguntas cerradas, en las que sólo se les pidió decidir sobre su veracidad o falsedad en identidades. En algunos casos, estas preguntas fueron enriquecidas con justificaciones por parte de los estudiantes.

Las preguntas tipo a) nos permitieron hacer un análisis sobre los errores "reales" que cometen los estudiantes ya que nos facilita el inferir las posibles causas de estos errores.

Las preguntas tipo b) nos dieron información sobre errores que consideramos son "usuales". Este tipo de preguntas no nos permite extraer información de las posibles causas de error, sin embargo, nos señaló que a pesar de que los estudiantes pueden reconocer expresiones erróneas y los señalan como tales, en algunas ocasiones cuando tienen que realizar un proceso donde están implicados estos conocimientos, cometen estos mismos errores con regularidad.

El examen diagnóstico que se aplicó consta de 6 reactivos en el que se incluyen conocimientos básicos de operaciones aritméticas tales como la suma y multiplicación de fracciones, la jerarquía de las operaciones, leyes de los signos y de los exponentes, traducción de información geométrica a lenguaje algebraico, producto de monomios y polinomios, cálculo de áreas y perímetros, solución de ecuaciones lineal y cuadrática, identificación de errores y argumentación de situaciones.

I) Calcula el área de cada región (A, B y C)



Región A____________________

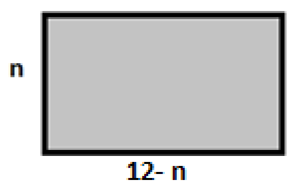
Región B ____________________

Región C ____________________

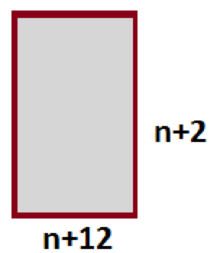
Operaciones:

II) Calcula el área y el perímetro de los siguientes rectángulos

A)



B)



Área____________ Área_______

Perímetro___________ Perímetro_______

III) Realiza las siguientes operaciones y escribe el resultado simplificado

a) 3+4(2-5)= b) $\frac{16}{64}=$ c) $\frac{2}{5}+\frac{5}{2}=$

IV) Escribe tres soluciones distintas para la siguiente igualdad

5+___+ ____-_____= 25

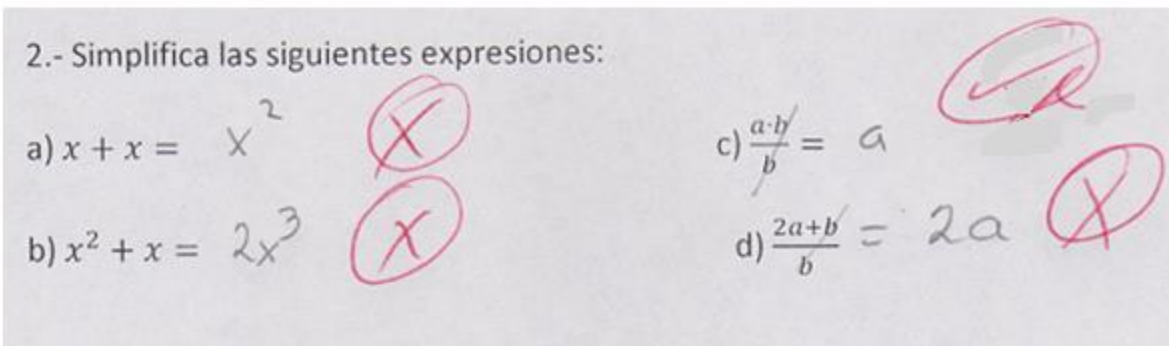
5+___+ ____-_____= 25

5+___+ ____-_____= 25

V) En las siguientes casillas se encuentran expresiones que son erróneas y otras que son correctas. Con algún color o con tu lápiz rellena las casillas que contienen **errores**.

$xx = x^2$	$2^3 = 6$	$(2m)^5 = 10m^5$	$\frac{0}{5} = 0$
$(-1)^{14} = 1$	$2(x+y) = 2x + y$	$\frac{5}{7} < \frac{2}{0.5}$	$2a + a^2 = 2a^3$
$x + y = y + x$	$\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3x}{5}$	$(a+b)^2 = a^2 + b^2$	$2x - 3x = -x$

VI) Laura realizó su examen de matemáticas y el profesor le señaló cuáles eran sus errores, pero ella sigue sin saberlo, ¡ayúdale!, identifica e indica porqué está equivocado su resultado, y escribe el proceso sin errores, o indica si el profesor se equivocó al calificar y está bien el resultado de Laura.


2.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $x + x =$ x^2

b) $x^2 + x =$ $2x^3$

c) $\frac{a \cdot \cancel{b}}{\cancel{b}} =$ a

d) $\frac{2a+\cancel{b}}{\cancel{b}} =$ $2a$

Resultado correcto Justificación

a) ____________ ____

____

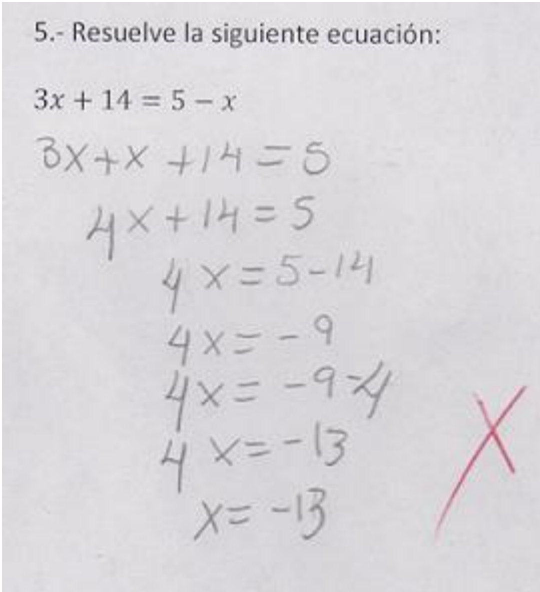
b) ______________ ____

____

c) ______________ ____

____

d) _______________ ____


5.- Resuelve la siguiente ecuación:

$3x + 14 = 5 - x$

$3x + x + 14 = 5$

$4x + 14 = 5$

$4x = 5 - 14$

$4x = -9$

$4x = -9 - 4$

$4x = -13$

$x = -13$

Justificación y resultado

Con la aplicación del examen diagnóstico se dio paso a la identificación de los errores, con esto, la primera fase de la propuesta.

Actividad 1

La primera actividad tiene como propósito descubrir las actitudes de los estudiantes ante el error, organizar el trabajo cooperativo y crear un ambiente cordial donde los estudiantes se sientan en confianza de externar sus comentarios.

El “examen de Laura” es una actividad donde los alumnos en grupos de trabajo tienen que calificar el examen de la alumna Laura Fátima de la preparatoria No 1, además de descubrir los errores deben justificar porqué consideran que son un error, corregirlos anotando el proceso correcto y finalmente asignar una calificación al examen.

Continuamente los estudiantes relacionan el error con el fracaso, generando actitudes y emociones negativas hacia las matemáticas, consideramos que si logramos propiciar un cambio del papel que juega el error en la matemática, propiciaremos un cambio en las actitudes de los estudiantes hacia la misma.

Se espera que la propuesta de las actividades de las situaciones permitan a los estudiantes explicitar y exteriorizar sus ideas previas sobre los contenidos que se van a tratar; se predispongan favorablemente para afrontar el desarrollo de la secuencia didáctica con una actitud positiva.

VNIVERSIDAD NACIONAL AVTONOMA DE MEXICO

Examen de matemáticas I.

Escuela_______Preparatoria No 1_______________

Nombre: _____________Laura Fátima Lozada___________________

Grado:_____4to________Grupo:____402____ Fecha_24/01/12___

1.- Realiza la siguiente operación:

a) $3^2 - 4 + 2(5) =$ 6-4+2(5)

= 2+2(5)

= 4(5)=20

2.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $x + 2x =$ ___3x____

b) $x^2 - x =$ __x_____

c) $\frac{4xy}{bx} =$ __4yb___

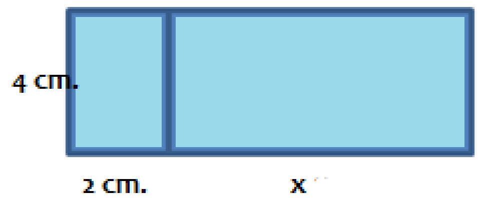
d) $\frac{2a+b}{b} =$ __2a__

3.- Escribe una expresión equivalente a:

$-2(3x + y)$ = -6x-2y

4.-Escribe una expresión para calcular el área y el perímetro de la siguiente figura

Área: ________*2x(4)=8x*_____________



Perímetro: _______*4+4+4+2+2+x+x=16+2x*__

Si $x = 10$ cm, su área es ______*80cm²*________

y su perímetro________*16+2(10)=16+20=36 cm*

5.- Resuelve la siguiente ecuación:

$3x + 14 = 5 - x$ *3x+x = 5-14*

4x = -9

x = -9-4 *x = -13*

Actividad 2

Para tratar de quitar el carácter punitivo que usualmente acompaña al error, se creó la actividad 2 que consiste en una “presentación power point” (anexo 1). La presentación inicia con un video[19] el cual nos permite reflexionar que un error no es error hasta que tomamos conciencia del mismo. La presentación muestra a algunos personajes en la historia, quienes a pesar de sus errores y fracasos se sobrepusieron aprendiendo de estos, además algunas escenas y frases con el objeto de guiar la reflexión.

Actividad 3

Una vez que dejamos de ver el error simplemente como el efecto de la ignorancia, el siguiente paso será trabajar con él. Cada error que surja en el trabajo escrito de los estudiantes será corregido y analizado y se escribirá en una tabla que los mismos estudiantes irán desarrollando. La tabla de errores es una técnica de aprendizaje que permite reunir en un cuadro los errores y sus correcciones para tenerlos “a la vista”.

[19] http://youtu.be/U_-Svwip9cE

Error	¿Por qué es un error?	corrección	ejemplo
Observaciones			
Error	¿Por qué es un error?	corrección	Ejemplo
Observaciones			

Actividad 4

Para trabajar el tema de ecuación de segundo grado es necesario basarse primero en los contenidos y después en los errores que se detectaron previamente de acuerdo a su examen diagnóstico y los errores que marca la literatura, además en estas actividades se hace uso del material manipulable (bloques lógicos) con la finalidad de tener una representación diferente[20] que permita a los alumnos construir los conceptos.

Se eligieron los siguientes temas por ser temas que comparten la ENP y el CCH.

Los contenidos a trabajar son:

- Elementos de una ecuación de segundo grado.
- Solución de ecuaciones de segundo grado por factorización.
- Solución de una ecuación de segundo grado por el método de completar cuadrados.

[20] Diferente porque en las siguientes unidades se desarrolla la representación gráfica de la ecuación cuadrática.

Los errores involucrados con estos contenidos:

- Errores que surgen al momento de aplicar la propiedad distributiva.
- Errores relacionados con la potencia.
- Error al elevar un binomio al cuadrado.
- Errores que involucran el concepto de área y perímetro.
- Errores al transponer términos.

Un aspecto importante que consideramos en la elaboración de las actividades es que los errores no aparezcan sólo como un simple ejercicio que pueda solventarse con una serie de contraejemplos, se trató de que los estudiantes construyan el conocimiento sin error.

De acuerdo a lo anterior la actividad 4 se desarrolló con el propósito de que los estudiantes representen una ecuación cuadrática con bloques lógicos, donde identifiquen los elementos de una ecuación de segundo grado y los relacionen con su representación de áreas de rectángulos y cuadrados.

En esta actividad se pretende involucrar los errores que los estudiantes presentan al aplicar la propiedad distributiva, así como los que se revelan al estudiar los conceptos de área y perímetro.

Actividad 4

Para cada expresión algebraica realiza la representación con bloques lógicos, después sobre la línea dibuja esta representación, anota la longitud de cada lado y contesta cada pregunta.

1) $x^2 + 5x$

a) ¿qué figura es la que se forma?____

b) ¿cuál es la longitud de los lados de esa figura ?_______________________________

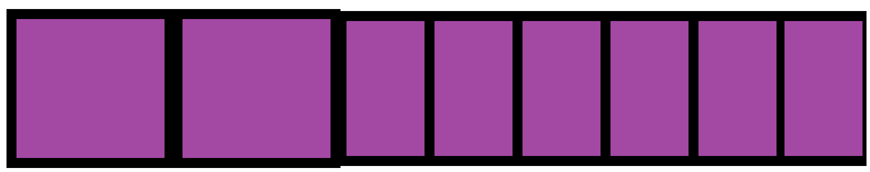
c) ¿La expresión $x^2 + 5x$ representa el área de la figura que formaste? Si/No ¿por qué?____

d) Escribe la expresión que representa el producto de la base por la altura de tu figura y desarrolla el producto ____

e) El perímetro de un rectángulo se calcula como la suma de dos veces la base más dos veces la altura (o si se prefiere dos veces el largo más dos veces el ancho). Con base a esta información, calcula el perímetro de la figura anterior.

____

2) La representación con bloques lógicos de la expresión $2x^2 + 6x$ es la siguiente



f) La longitud de los lados de esa figura son: $x \;\; y \;\; (x + 6)$. Escribe una expresión que represente el área como producto de la base por la altura

____

g) Escribe una expresión que represente el área de la figura como la suma del área de cada figura que la forman (simplifica tu resultado)

____

h) Calcular el perímetro de la figura anterior.____________________________________

3) La expresión $(x + 2)x$ representa el área de un rectángulo, representa este rectángulo con bloques lógicos y dibuja esta representación sobre la línea

i) Escribe una expresión algebraica que represente el área de la figura como la suma del área de cada figura que la forman

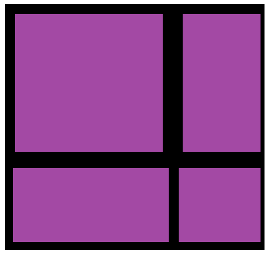
____

j) Escribe una expresión algebraica que represente el área de la figura como producto de su base por su altura.

____

k) Compara las expresiones algebraicas que obtuviste en los incisos i y j, ¿son iguales las expresiones? Si/No ¿por qué? ____

4)



l) Escribe la longitud de sus lados____

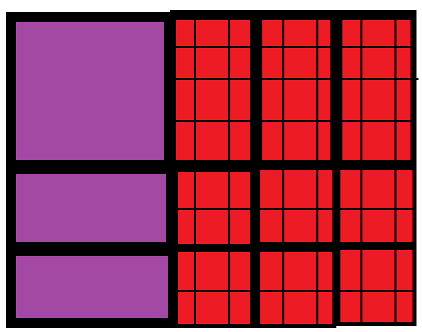
m) Calcula *su área como producto de la base por la altura*_________________________

n) Escribe una expresión de su área como suma de las expresiones de las figuras que forman. ____

ñ) Compara las expresiones algebraicas que obtuviste en los incisos m y n, ¿son iguales las expresiones? Si/No ¿por qué? ____

En el siguiente ejercicio las figuras en color rojo y cuadriculado representan expresiones negativas

5)



o) Escribe la longitud de sus lados____

p) Calcula *su área como producto de la base por la altura*_________________________

q) Escribe una expresión de su área como suma de las expresiones de las figuras que forman. ____

r) Compara las expresiones algebraicas que obtuviste en los incisos p y q, ¿son iguales las expresiones? Si/No ¿por qué? ____

Actividad 5

La actividad 5 tiene como propósito que los estudiantes resuelvan ecuaciones de segundo grado por el método de factorización, esto se logra mediante la representación con los bloques lógicos de la ecuación de segundo grado como un rectángulo o un cuadrado. Esta representación les permite a los estudiantes obtener las longitudes de los lados, con estos datos pueden dar la representación algebraica del área que es la factorización del polinomio de segundo grado. Esta actividad pretende ejercitar la parte algorítmica de la factorización.

Actividad 5

Con los bloques forma el rectángulo que representa cada polinomio y contesta lo que se pide.

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

¿Cuál es la longitud de los lados del rectángulo que formaste?

____

Escribe la factorización de la expresión izquierda de la igualdad

____

¿Cuál es el área del rectángulo?

____

Calcula los valores de x que satisfacen la ecuación________________________

El error involucrado en esta actividad que algunos investigadores señalan como el de mayor frecuencia, o que los alumnos no saben de donde proviene, se refiere al hecho de igualar a cero los factores de la expresión factorizada para calcular las raíces. Para esto es importante hacer la observación y verificar que quede claramente entendido el siguiente teorema de los números reales: Si a, b son números reales, y $ab = 0$ entonces $a = 0$ ó $b = 0$.

Sin embargo, también es importante que las actividades y estrategias de enseñanza vayan dirigidas a fomentar la capacidad de tomar decisiones propias por parte del estudiante, así como saber interpretar correctamente el significado de las soluciones. Para lograr esto se sugiere llevar a cabo la técnica de preguntas dirigidas a indagar sobre las concepciones erróneas. Por ejemplo ¿qué significa que la expresión que representa el área del rectángulo esté igualada a cero? ¿Qué sucede si sustituyo uno de los valores solución en la expresión original?

Actividad 6

La actividad 6 fue diseñada con el propósito de apoyar a los estudiantes en el estudio del binomio ya que las investigaciones señalan que en este tema, uno de los errores que con frecuencia y de forma persistente cometen nuestros estudiantes se produce al elevar un binomio al cuadrado, por lo regular escriben su desarrollo como $(\mathrm{a}+\mathrm{b})^2 = \mathrm{a}^2+\mathrm{b}^2$. Debido a esta persistencia se elaboró la actividad en la que se espera que el alumno construya la fórmula para elevar el binomio al cuadrado y no sólo la memorice como una regla.

Contesta las siguientes preguntas:

a) Hasta aquí has representado ecuaciones de segundo grado con los bloques lógicos formando rectángulos. ¿consideras que es la única representación para una ecuación de segundo grado? Si/no ___________Justifica tu respuesta
____
____
____

b) ¿el producto de dos binomios siempre es un trinomio? Si/no______ porque
____
____
____

c) Escribe algebraicamente “el cuadrado de un binomio”
____

d) Escribe V en caso de que la identidad sea verdadera o F si es falsa
   a) $(-3)^2 = -(3)^2$ _______ c) $(2+3)^2 = 2^2+3^2$ __________
   b) $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$__________ d) $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$ _______

e) Forma un cuadrado usando 5 bloques, describe las características de los bloques que usaste
____

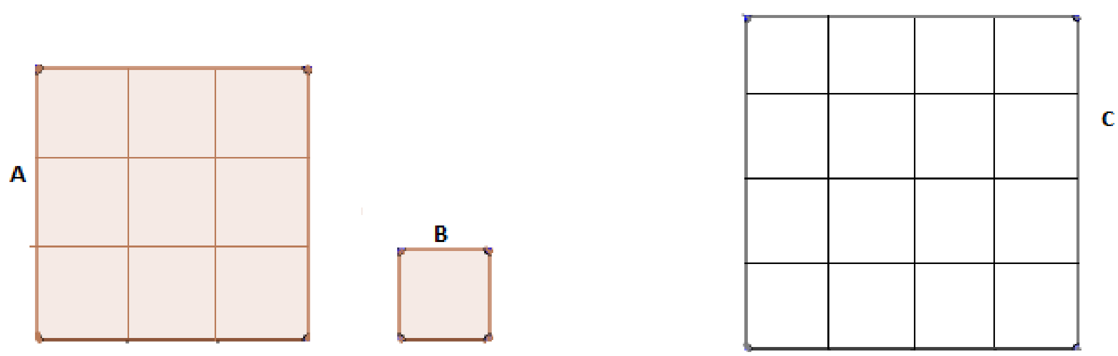
¿Cuál es la expresión que representa su área? ____

¿Y su perímetro? ____

Dibuja tu representación

Observa lo siguiente:

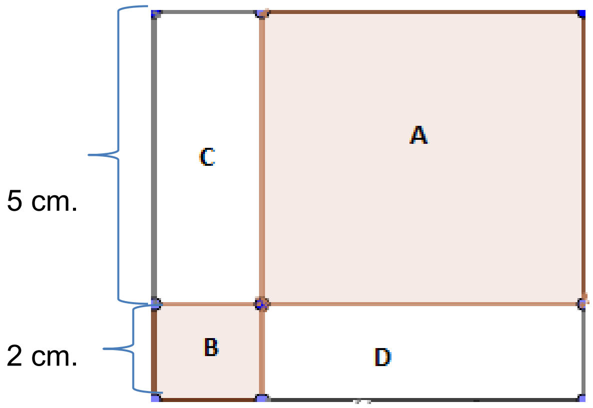
Se tienen dos cuadrados el A y el B que miden por lado 3 cm y 1 cm respectivamente y se desean acomodar en un cuadrado C de lado 4 cm. ¿cómo lo harías? Colorea tu solución en el cuadrado C



¿Cuál es la superficie del cuadrado grande (C) que falta por cubrir?.____

Observa que la parte que queda sin cubrir es dos veces el producto de las longitudes de los lados de los cuadrados A y B, es decir 2(3)(1)=_____

Escribe el área de cada una de las cuatro regiones (A, B (cuadrados), C y D rectángulos) que forman el cuadrado **H**



Región A: ________________

Región B: ________________

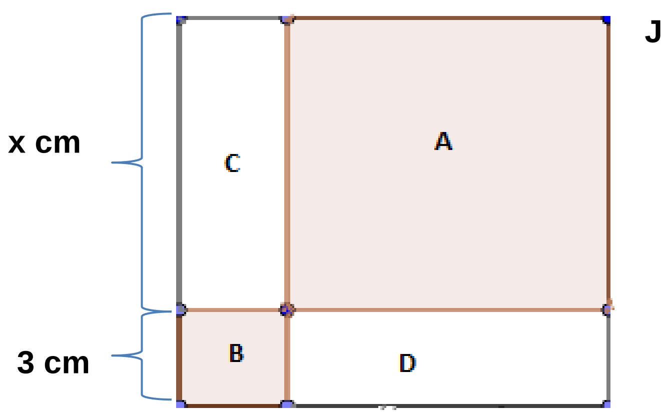
Región C: ________________

Región D: ________________

¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado H?______________________________

El área de este cuadrado es: $7^2 = (5+2)^2 = 25 + 4 + 2(\quad) =$ ________________

Escribe el área de cada una de las cuatro regiones (A, B (cuadrados), C y D rectángulos) que forman el cuadrado **J**



¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado J?______________________________

Escribe una expresión que represente el área del cuadrado J ________________

¿Cuál es la longitud de los lados del cuadrado J?___________________________

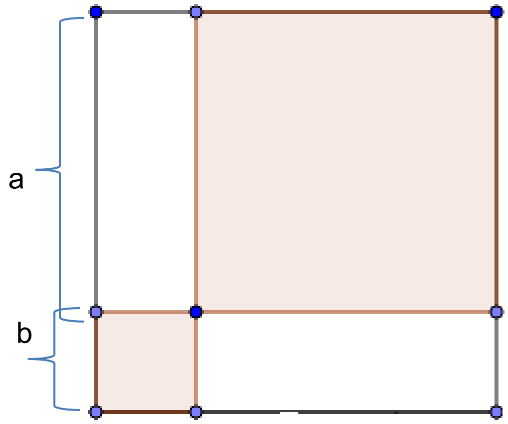
Construye con los bloques el cuadrado que tenga por lado la misma longitud que el cuadrado J.

¿Cuál es el polinomio que representa a este cuadrado?

____

Iguala a cero el polinomio anterior y obtén la(s) solución(es) de la ecuación.

Escribe el área de cada una de las cuatro regiones que conforman el cuadrado **G** (las regiones sombreadas son cuadrados)



G

¿Cuál es el área total del cuadrado **G**?

____

Escribe la longitud del lado del   cuadrado G

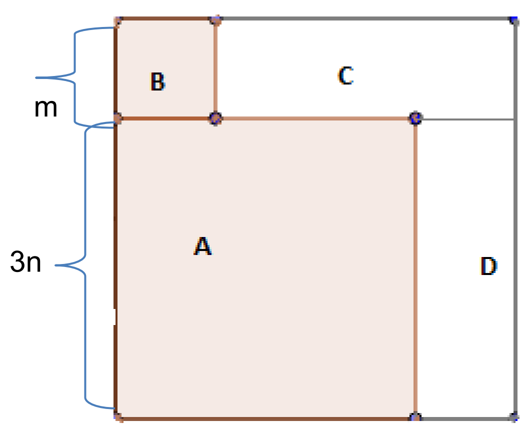
____

Completa $(a+b)^2 = a^2 + \_\_\_\_\_\_\_\_ + 2(\_\_\_\_\_\_\_)$ ¿Esta expresión representa el área del cuadrado G? Si/no. Justifica tu respuesta

____

____

Escribe el área de cada una de las regiones del cuadrado F (A y B son cuadrados)



F

Cuál es el área total del cuadrado **F**?_

____

Completa:

$(\_\_\_ + 3n \quad)^2 = \_\_\_\_\_\_\_ + (3n)^2 + \_\_\_\_\_\_\_$

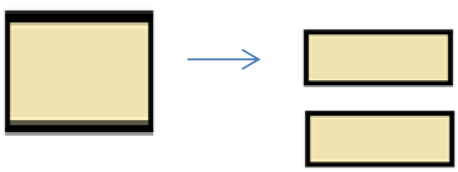
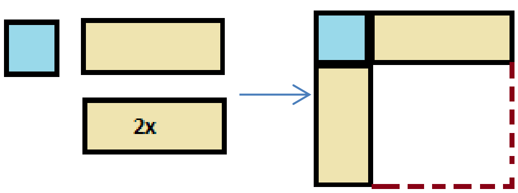
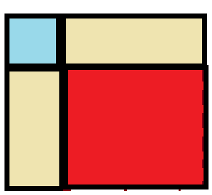
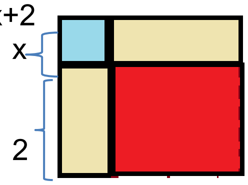
Actividad 7

La actividad 7 tiene como propósito abordar el método de completar cuadrados por medio de bloques lógicos como una adaptación del método usado por Alwarismi[21] para resolver ecuaciones cuadráticas.

Tenemos la siguiente ecuación:

$$x^2 + \mathbf{4x} - 21 = 0$$

El proceso para resolver una ecuación por el método de completar cuadrados es el siguiente:

Proceso geométrico	Proceso algebraico
Dividimos en dos bloques el bloque **4x** 	Dividimos entre dos el término lineal $\frac{4x}{2} = 2x$
Acomodemos los bloques para tratar de formar un cuadrado 	Reagrupamos la ecuación: $x^2 + 4x = 21$
Completamos con un cuadrado 	Completamos el TCP, sumando de <u>ambos</u> lados de la ecuación $(\frac{2x}{x})^2 = 4$ (dividimos el resultado del primer paso entre la raíz del término cuadrático y el resultado lo elevamos al cuadrado) $x^2 + 4x + \mathbf{4} = 21 + \mathbf{4}$
Obtenemos la longitud del lado del cuadrado: x+2 	Factorizamos el TCP del miembro izquierdo de la igualdad $(x + 2)^2 = 25$

21 Matemático Árabe

Obtenemos el valor de x Si el área total es 25 u^2, el valor de x es 3 (3+2=5 y 5^2=25)	Resolvemos la ecuación por despeje $(x+2)^2 = 25$ $x+2 = \sqrt{25}$ $x = \pm 5 - 2$ $x_1 = 5 - 2 = 3 \quad x_2 = -5 - 2 = -7$

Observa que:

- La suma de los bloque es la expresión desarrollada de la ecuación
- Los lados son los factores (el binomio al cuadrado)
- Del lado derecho del igual queda el área de todo el cuadrado, con lo que es fácilmente deducir el valor de "x"

De acuerdo a la información anterior obtén las raíces de la siguiente ecuación de segundo grado por el método de completar cuadrados:

$I)\ x^2 + 6x - 3 = 13$

¿Qué bloques tienes y cuáles necesitas para completar el cuadrado?, dibújalos dentro del cuadrado.

____

¿Cuál es el área total del cuadrado?

____

¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

____

¿Cuál es el valor de x? ____________________

Realiza el procedimiento algebraico

$II)\ x^2 - 8x = 20$

¿Qué bloques tienes y cuáles necesitas para completar el cuadrado?, dibújalos dentro del cuadrado.

____

¿Cuál es el área total del cuadrado?

____

¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

____

¿Cuál es el valor de x ? ___________________

Realiza el procedimiento algebraico

$III)\ 2x^2 + 6x = -4$

¿Qué bloques tienes y cuáles necesitas para completar el cuadrado?, dibújalos dentro del cuadrado.

____

¿Cuál es el área total del cuadrado?

____

¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

____

¿Cuál es el valor de x ___________________

Juegos

Finalmente se hace uso de dos juegos (anexo 3 y 4) uno en la apertura para propiciar un ambiente y un acercamiento entre el profesor y los estudiantes. El segundo juego pretende de una forma divertida ejercitar la parte operativa de la solución de ecuaciones cuadráticas.

Cada actividad realizada por equipos será evaluada con una pequeña tabla que pretende una autoevaluación del alumno donde se privilegien las actitudes mostradas en la realización de las tareas y trabajo.

VNIVERSIDAD NACIONAL AVTONOMA DE MEXICO

Escuela____

Nombre:____

Grado:_____________Grupo:________ Fecha_____________________

Instrucciones: Responde verazmente y de manera espontánea a las siguientes preguntas, marcando con una palomita la respuesta que TU consideres.

Criterio	siempre	Casi siempre	A veces	nunca	Puntos
Tuve claro que hacer con la actividad					
Aporté ideas constructivas para la realización de la actividad.					
Manifesté mis diferencias de forma respetuosa y clara					
Respeté las ideas y los puntos de vista de los miembros del equipo					
Ayude a elaborar las conclusiones, justificaciones o resúmenes de la actividad					
Mi participación fue entendida por el grupo					
Reconocí y corregí mis errores					
Cumplí en tiempo y forma con la realización de la actividad					
Total (suma de los puntos por diez, entre 24)					

Tabla 1 Ponderación: 3 siempre, 2 casi siempre, 1 a veces, 0 nunca

Una segunda evaluación se refiere a los procesos relacionados con los contenidos del tema de ecuación de segundo grado, además de una nota del profesor donde se evidencia el trabajo del estudiante. Cada sesión los estudiantes trabajan de forma independiente en sus bitácoras de errores, la entrega de esta constituye parte de la evaluación.

La evaluación final (actividad 8) contempla tanto la auto-evaluación, la evaluación de las actividades, la bitácora de errores y un pequeño examen final que implique la adquisición de los procesos y conceptos vistos en las sesiones así como la superación de los errores analizados en clase.

VNIVERSIDAD NACIONAL AVTONOMA DE MEXICO

Examen

Escuela____

Nombre: ____

Grado:_____________Grupo:________ Fecha________________________

Instrucciones. Calificación_____________________

- Lee cuidadosamente cada pregunta antes de contestar
- Anota ***todas*** tus operaciones, dibujos, diagramas y cálculos siempre que sea posible.
- El uso de la calculadora ***NO*** está permitido.
- De ser necesario, los resultados y los datos se deben hacer con dos cifras significativas (redondeando).

1.- Usa la representación por bloques para encontrar las soluciones de la siguiente ecuación de segundo grado. Dibuja el rectángulo solución y los bloques que lo conforman. (Sombrea los bloques que indican un valor negativo)

$\boldsymbol{x^2 - 3x - 4 = 0}$

a) ¿Cuál es la longitud de los lados del rectángulo?

____

b) ¿Cuál es el área del rectángulo?

____

c) Escribe la factorización de la ecuación y obtén las raíces de la ecuación

____

____

2.- Obtén las raíces de la siguiente ecuación de segundo grado por el método de completar cuadrados $\mathbf{x^2 - 2x = 3}$

Dibuja dentro del cuadrado los bloques que tienes de acuerdo a esta última ecuación.

a) ¿Qué área necesitas agregar para completar el cuadrado?_______________________________

b) ¿Cuál es el área total del cuadrado?__________

c) ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?__________

d) ¿Cuál es el (los) valores de x que satisfacen la ecuación? __________________

Realiza el procedimiento algebraico

$x^2 - 2x = 3$

3.- Desarrolla el siguiente binomio:

$(2x + 3)^2 =$ ____

3.4 Metodología de la Intervención

La metodología que a continuación se detalla se llevó a cabo primero como una prueba piloto en el Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Oriente y después en la Escuela Nacional Preparatoria No 4.

Para la realización de esta secuencia se contó con 5 sesiones, cada una con una duración de 1 y/o 2 horas, las situaciones se realizaron en la jornada del turno vespertino en el caso de la ENP y matutino para el CCH.

Las actividades planeadas integraron el material manipulativo y fotocopias de las actividades, las cuales fueron desarrolladas por los estudiantes en equipos de tres y cuatro personas.

Los autores de este trabajo dirigimos las actividades bajo el marco de la instrucción directa. Se llevó un registro de cada sesión por medio de un video de clase y se recopilaron las actividades como evidencia del trabajo.

Características de la población

Se determinó como universo de estudio al grupo 411 de matemáticas con 44 estudiantes de la Escuela Nacional Preparatoria No. 4 “Vidal Castañeda y Nájera”, turno vespertino. En el caso del CCH, el grupo 105 de 27 estudiantes del turno matutino. El criterio de inclusión fue estar inscrito en el grupo respectivo, no se diferenció si eran repetidores o de primer ingreso.

El grupo 411 tiene asignada el aula 113 del edificio B en el primer piso, dicha aula tiene capacidad para albergar a 55 estudiantes y aunque las sillas son movibles el pequeño espacio entre cada una, dificulta mucho la movilidad dentro del aula. El grupo de 44 estudiantes es muy heterogéneo, algunos muestran una actitud positiva ante el estudio de las matemáticas, pero la gran mayoría muestra una terrible apatía. Es un grupo de alumnos participativos, respetuoso y muy pendiente de la aprobación de su profesor titular.

En el caso del grupo 105 del CCH, en el salón se cuenta con mesas y sillas movibles, es un espacio pequeño pero permite acomodar las bancas de diferente manera de manera que se trabaje cómodamente por equipos. Los alumnos forman un grupo participativo, existe un ambiente cordial y no suelen faltar a clases. La mayoría de los estudiantes manifiesta tener dificultades para el aprendizaje de las matemáticas.

En ambos casos el profesor titular estuvo presente durante la intervención y realización de las actividades, aunque su participación se limitó a observar.

Durante la intervención los materiales que se usaron fueron:

- Pizarrón, gises (plumones), borrador.
- Cañón, computadora, presentación Power Point.
- Fotocopias de actividades.
- Juego 1 (Un tablero con expresiones aritméticas y algebraicas) 14 fichas: 8 rojas y 6 amarillas ,14 fichas: 8 negras y 6 blancas).
- Juego 2
- Bloques algebraicos (bloques lógicos).

La prueba diagnóstica se aplicó en una sesión de su curso de Matemáticas, con una duración de 1 hora. Sólo se le permitió al alumno utilizar lápiz y borrador para contestarlo.

CAPÍTULO 4

Resultados

4.1 Resultados

Análisis de resultados del examen diagnóstico.

El examen diagnóstico fue aplicado a 26 estudiantes del grupo 105 de matemáticas del CCH Oriente, turno matutino, además en una segunda prueba se aplicó a 44 estudiantes del grupo 411 de matemáticas de la Escuela Nacional Preparatoria No. 4 “Vidal Castañeda y Nájera”, turno vespertino.

A continuación se muestran los resultados de ambos grupos en el examen diagnóstico. En general el promedio de calificación en el caso del CCH fue de 6.4 mientras que en la Nacional Preparatoria fue de 4.2.

Pregunta 1)

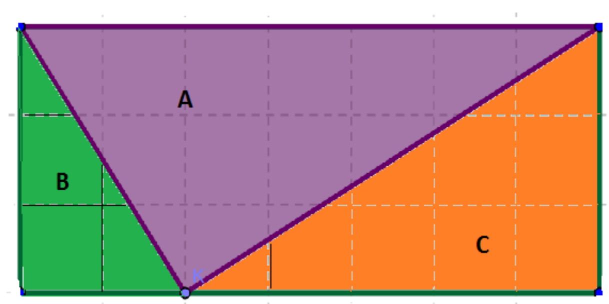
Objetivo: Que los estudiantes visualicen los triángulos, distingan la base y la altura en cada uno de ellos y apliquen la fórmula para calcular su área ($A = \frac{bh}{2}$)

Calcula el área de cada región (A, B y C)

Región A_______10.5 u^2__________

Región B _______3 u^2____________

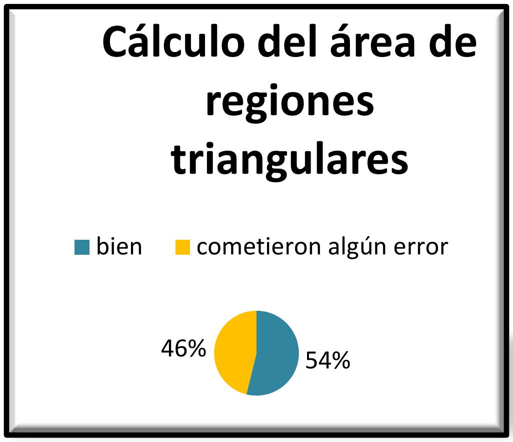
Región C ______7.5 u^2____________

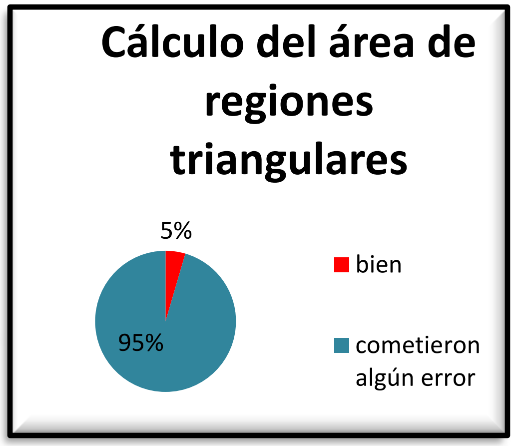


Resultados:

Para el grupo del CCH

Para el grupo de la ENP





Datos correspondientes a la pregunta 1 del examen diagnóstico

14 de 26 estudiantes realizaron de forma correcta el ejercicio. 11 de estos 14 aplicaron la fórmula $A = \frac{bh}{2}$, 2 “contaron cuadritos” y 1 no realizó operación alguna 12 cometieron algún tipo de error 12 realizaron de forma incorrecta el cálculo del área de la región A. 7 obtuvieron de forma correcta el área de las regiones B y C, para lo que aplicaron la fórmula $A = \frac{bh}{2}$ 3 calcularon bien sólo el área de la región B y esto lo realizaron contando cuadritos. 2 obtuvieron ningún acierto, de éstos uno asignó valores arbitrarios a la base y altura de las regiones B y C.	3 de 44 estudiantes realizaron de forma correcta el ejercicio. Sólo 1 calculó bien dos regiones la A y B 2 tuvieron un solo acierto En todos los casos anteriores aplicaron la fórmula $A = \frac{bh}{2}$ 24 dejaron en blanco el ejercicio 14 contestaron todo el ejercicio de forma errónea. De éstos, 8 aplicaron mal la formula pues no dividieron entre dos. 3 “midieron” los segmentos 3 escribieron “expresiones”

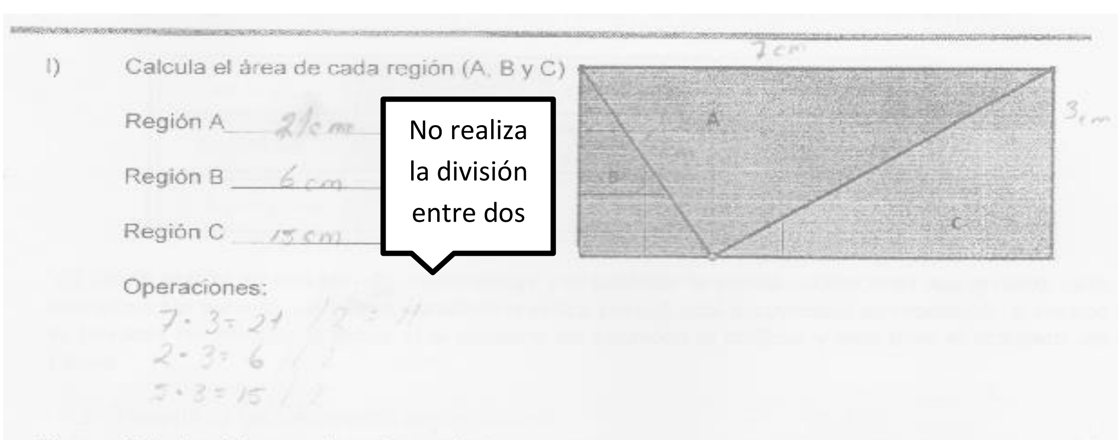
- En el caso del CCH, observamos que los estudiantes conocen la fórmula para calcular el área de un triángulo sin embargo, la forma y posición en que se encuentren dichos triángulos influye considerablemente para que logren distinguir la base y la altura.

- Los errores con mayor recurrencia en este reactivo se refieren al algoritmo de la división, a pesar de que las divisiones requerían un proceso sencillo, algunos estudiantes se equivocan al “colocar” el punto decimal, y otros “redondean” resultados y no consideran los números irracionales como un resultado posible.

- En el caso de la ENP, consideramos que la mayoría de los estudiantes no se han enfrentado a ejercicios similares, no pueden distinguir la figura de triángulo o no conocen la fórmula para calcular su área.

- A pesar de tener como una nota que cada cuadrito mide una unidad por lado, varios estudiantes no lo tomaron en cuenta y “trataron” de medir los segmentos con una regla.

- Los errores con mayor recurrencia en este reactivo se refieren a una mala aplicación de la fórmula para calcular el área de un triángulo, multiplican la base y la altura pero no dividen entre dos.



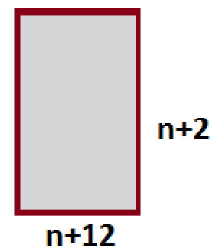
Pregunta 2)

Objetivo: Que los estudiantes calculen el área y perímetro de los rectángulos. Realicen operaciones con monomios y polinomios. Apliquen de forma correcta la propiedad distributiva.

Calcula el área y el perímetro de los siguientes rectángulos

A)

B)



Solución:

A) Área: $12n - n^2$

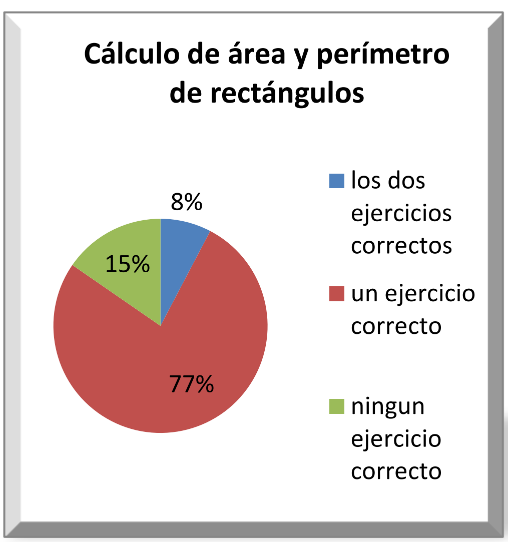
Perímetro: 24 unidades

B) Área: $n^2 + 14n + 24$

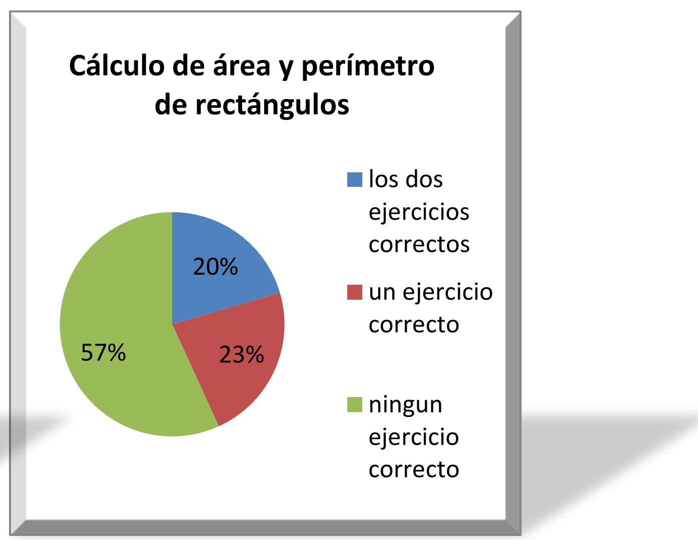
Perímetro: $4n + 28$

Resultados:

CCH



ENP



Datos correspondientes a la pregunta dos del examen diagnóstico

En términos generales, el mayor porcentaje de respuestas correctas fue para el cálculo del área y perímetro del inciso a. 20 alumnos realizaron sólo uno de los dos incisos de forma correcta. 14 el inciso a y 6 el inciso b 4 hicieron mal los dos incisos de éstos, 2 no contestaron el reactivo. 2 estudiantes realizaron los dos incisos que conforman la pregunta dos de manera correcta.	En este caso el mayor porcentaje de respuestas correctas fue para el cálculo del área y perímetro del inciso b pues 6 estudiantes lo realizaron de forma correcta. Sólo 4 de los 44 alumnos realizaron el inciso a de forma correcta. 9 realizaron bien todo el ejercicio. 25 alumnos no dieron respuesta satisfactoria en ambos ejercicios, de éstos 8 no contestaron nada y 5 sólo calcularon bien el área en el inciso a y lo demás de forma incorrecta.

CCH

- Este ejercicio nos permite corroborar algunos de los errores sistemáticos que cometen los estudiantes. El primero se refiere a la propiedad distributiva, en este caso, 8 estudiantes no multiplicaron polinomios de forma correcta, por ejemplo, al realizar el producto de dos binomios “esperan” que el resultado sea un binomio, o bien cuando multiplican un término por un binomio, sólo multiplican el término que se encuentra al lado del monomio (si está multiplicando por la izquierda sólo se realiza el producto con el término del binomio que está a la izquierda o al revés).

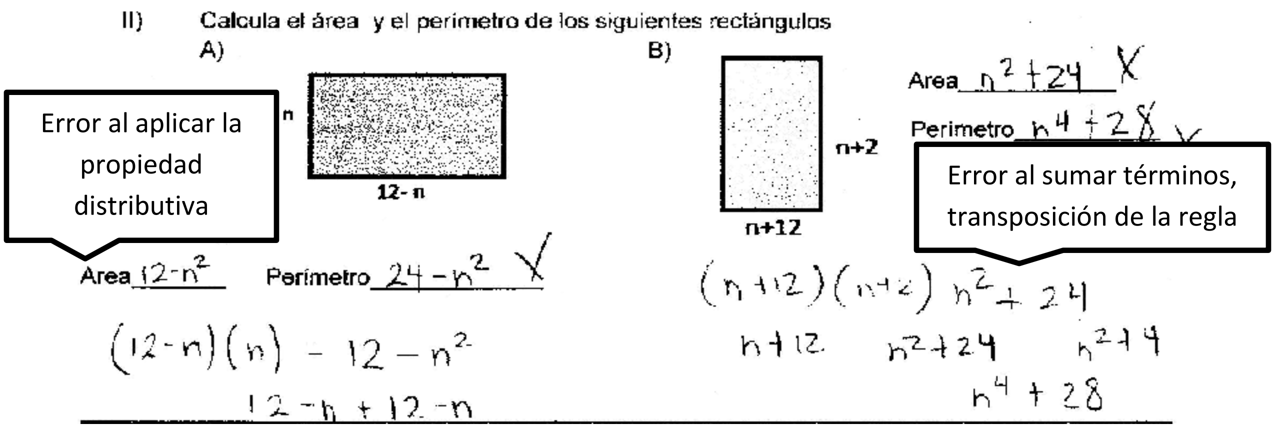
- Un segundo error que presentaron varios estudiantes al tener expresiones algebraicas es el de tratar de igualar siempre a “algo”, es decir, intentaron “transformarlas” a ecuaciones igualando a cero o cualquier otro número, realizaron operaciones y obtuvieron un resultado numérico para el valor del área y del perímetro. Consideramos que este tipo de error proviene de los significados que el alumno ha construido a través de su experiencia y relaciona los conceptos de área y perímetro con experiencias reales en las que es necesario el valor numérico.

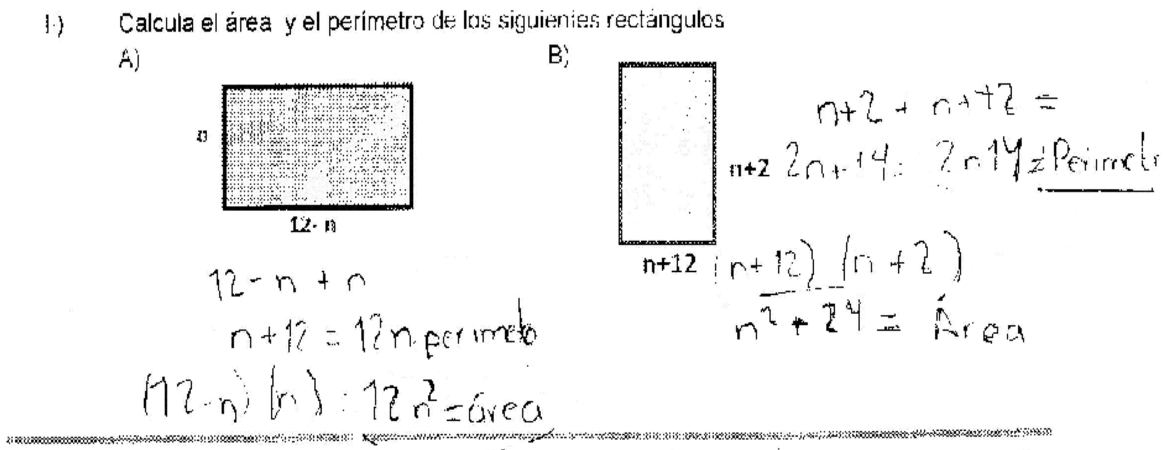
ENP

- Al igual que en el caso del grupo del CCH, se presentó el error referente a la propiedad distributiva, en este caso, 18 estudiantes no multiplicaron polinomios de forma correcta, al multiplicar un monomio por un binomio, no realizan el producto con los dos términos del binomio, lo mismo sucede al multiplicar binomios. Si bien tienen claro que para calcular el área deben multiplicar la base y la altura, su procedimiento es incorrecto.

- Un segundo error que presentaron varios estudiantes se refiere al concepto y cálculo del perímetro, en algunos casos se equivocan pues sólo suman dos de los lados del rectángulo. Otros multiplicaron los lados.

- 11 estudiantes sabían calcular el perímetro, sin embargo, mostraron otro tipo de error referente al concepto de potencia, no tienen claro cómo expresarlo, escriben n^4 cuando tienen que escribir 4n.





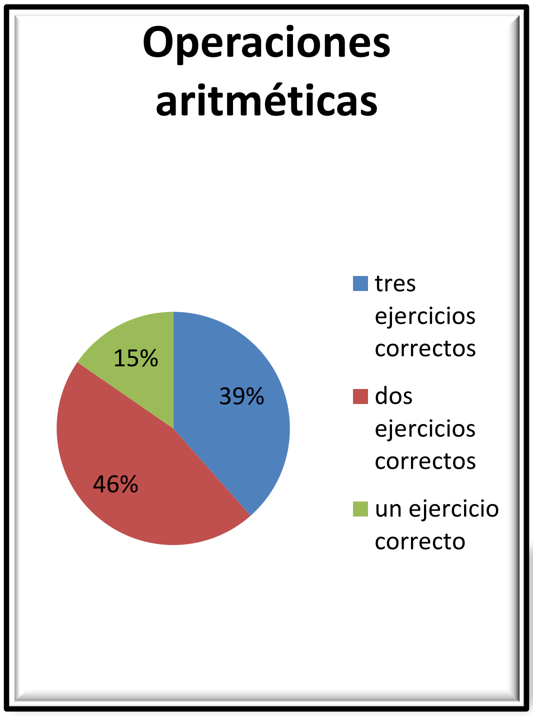
Pregunta 3)

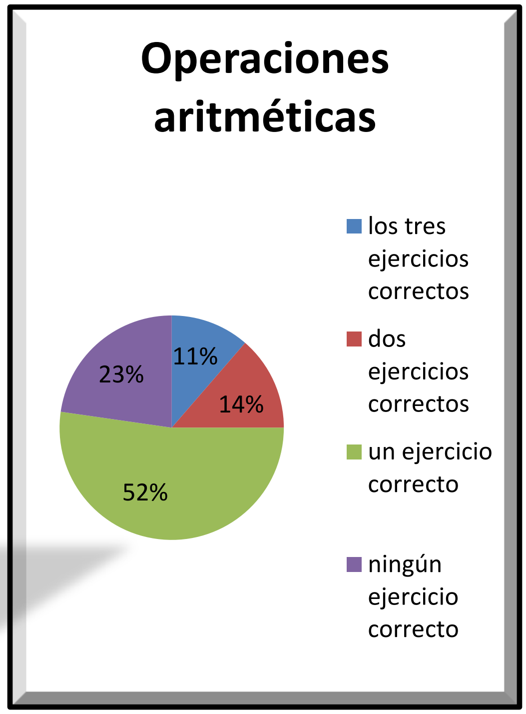
Objetivo: Que los estudiantes realicen operaciones aritméticas básicas con fracciones y apliquen la jerarquía de operaciones al trabajar con números con signo. Realiza las siguientes operaciones y escribe el resultado simplificado

b) 3+4(2-5)= b) $\frac{16}{64} =$ c) $\frac{2}{5} + \frac{5}{2}$=

La pregunta tres del examen diagnóstico consta de tres ejercicios (cada inciso se tomó como un ejercicio), en la siguiente gráfica se muestran los porcentajes de asertividad con respecto al número de ejercicios resueltos de forma correcta.

CCH ENP





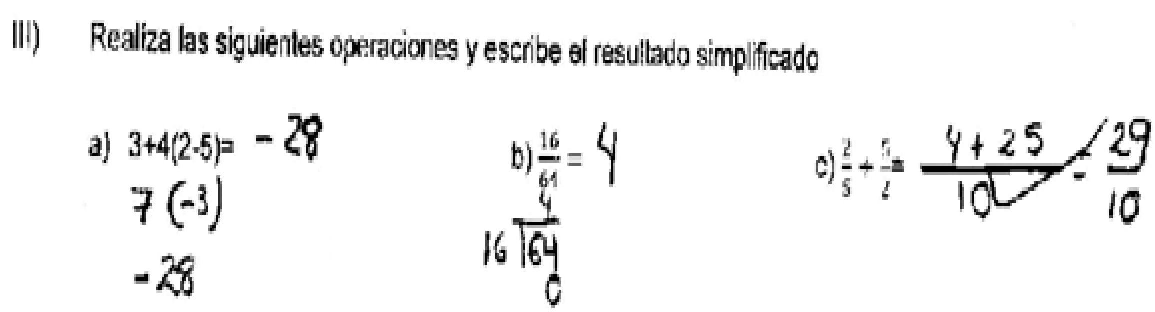
Los resultados del análisis de las respuestas de los 26 estudiantes al examen diagnóstico en la pregunta tres son las siguientes: 10 resolvieron de forma correcta los tres ejercicios 12 resolvieron bien dos incisos 9 dieron respuesta correcta a los incisos b y c. Sólo tres a los incisos a y b 4 dieron solución correcta a un solo inciso (2 al b) y 2 al c)).	Los resultados del análisis de las respuestas de los 44 estudiantes al examen diagnóstico en la pregunta tres son las siguientes: Sólo 5 dieron respuestas correctas a los tres incisos. 6 obtuvieron dos aciertos 23 acertaron en una ocasión, en la mayoría fue correcto el inciso b 10 resolvieron de forma incorrecta los tres ejercicios

CCH:

- El error que apareció con mayor sistematicidad fue para el inciso a, el 50% de los estudiantes lo hicieron de forma equivoca, la gran mayoría no aplicó la jerarquía de operaciones y operó de izquierda a derecha. Este tipo de error se presenta con regularidad en muchos estudiantes quienes, considero, no son conscientes que la situación es diferente a otras, en este caso la lectura, por lo que realizan las operaciones de la misma forma que leen es decir, de izquierda a derecha.

ENP:

- El error que apareció con mayor frecuencia fue en el inciso a, la mayoría realiza las operaciones de izquierda a derecha olvidándose de la jerarquía de operaciones, algunos otros no consideran el signo al operar la multiplicación aunque hacen de forma correcta la resta.
- Otro error corresponde al inciso c, en la suma de fracciones, dan como resultado 1, esto sucede porque realizan la suma como la multiplicación, de forma directa, suman numerador con numerador y denominador con denominador.
- Al realizar la división de fracciones, confunden el divisor y el dividendo.


III) Realiza las siguientes operaciones y escribe el resultado simplificado

a) $3+4(2-5)= -28$

$7(-3)$

-28

b) $\frac{16}{64} = 4$

c) $\frac{2}{5}+\frac{5}{2}= \frac{4+25}{10} = \frac{29}{10}$

III) Realiza las siguientes operaciones y escribe el resultado simplificado

a) $3+4(2-5)= +4$

$4 \quad -3$

b) $\frac{16}{64} = \frac{2}{8}$

$4 \quad 9 \quad 2$

$32 \quad 16 \quad 8$

c) $\frac{2}{5} + \frac{5}{2} = 6\frac{1}{4}$

$\frac{5}{2} + \frac{5}{2} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$

Pregunta 4)

Objetivo: Se espera que los estudiantes sumen y resten números enteros.

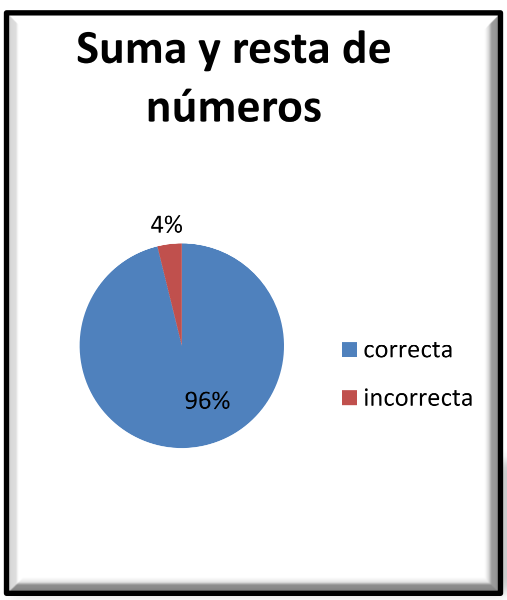
Escribe tres soluciones distintas para la siguiente igualdad

5+___+ ____-_____=25

5+___+ ____-_____=25

5+___+ ____-_____=25

CCH



ENP

25 de 26 estudiantes resolvieron de forma correcta este ejercicio. 1 respondió un inciso de forma incorrecta.	34 de los 44 estudiantes resolvieron de forma correcta este ejercicio. 10 cometieron algún error, de éstos, 7 sólo se equivocaron en una ocasión.

CCH:

Este ejercicio nos mostró que los estudiantes saben operar sumas y restas de números con signo. Cabe señalar que nadie usó la conmutatividad para la suma, sin embargo 15 de los 25 estudiantes que hicieron de forma correcta el ejercicio sumaron y restaron la misma cantidad.

ENP:

Este ejercicio nos mostró que la mayoría de los estudiantes saben operar sumas y restas de números con signo. El grado de complejidad que cada estudiante puede dar a sus respuestas fue muy diverso.

Preguntas del examen diagnóstico tipo b)

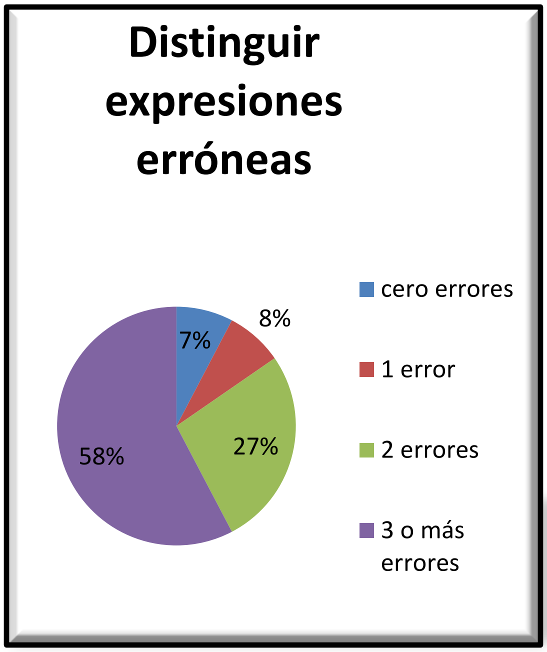
Pregunta 5)

Objetivo: Que los estudiantes distingan entre expresiones erróneas y las que son correctas.

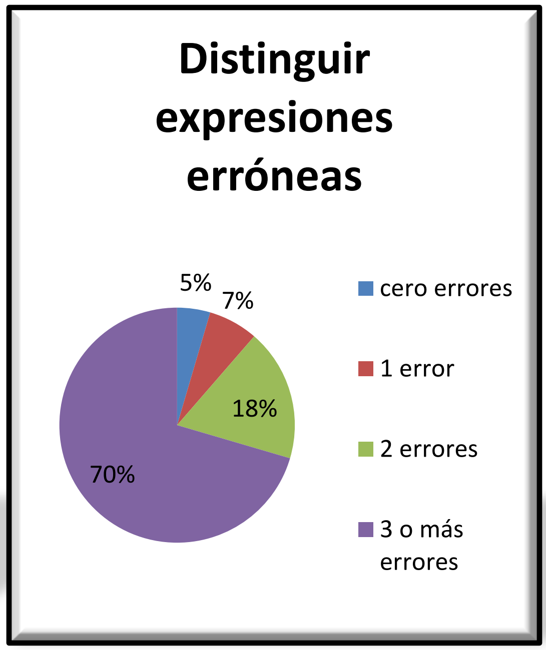
En las siguientes casillas se encuentran expresiones que son erróneas y otras que son correctas. Con algún color o con tu lápiz rellena las casillas que contienen algún error.

$xx = x^2$	$2^3 = 6$	$(2m)^5 = 10m^5$	$\frac{0}{5} = 0$
$(-1)^{14} = 1$	$2(x+y) = 2x+y$	$\frac{5}{7} < \frac{2}{0.5}$	$2a + a^2 = 2a^3$
$x + y = y + x$	$\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3x}{5}$	$(a+b)^2 = a^2 + b^2$	$2x - 3x = -x$

CCH



ENP



De las doce opciones que tenían los estudiantes para elegir las expresiones que contienen algún error son 6. La siguiente gráfica muestra la distribución por porcentajes del número de errores que obtuvieron los estudiantes al resolver el ejercicio.

Se muestra a continuación el número de estudiantes que reconocieron las siguientes expresiones erróneas

Expresión	CCH 26 alumnos	ENP 44 alumnos
$2^3 = 6$	Todos los estudiantes la señalaron como una expresión incorrecta.	37 de los 44 estudiantes la señalaron como una expresión incorrecta
$2(x+y) = 2x + y$	25 la señalaron como errónea	11 la señalaron como errónea
$\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3x}{5}$	Para 24 es una expresión equivoca	Para 20 es una expresión equivoca
$(2m)^5 = 10m^5$	12 señalaron que esta expresión era correcta, es decir no detectan el error.	17 señalaron que esta expresión era correcta
$(a+b)^2 = a^2 + b^2$	Sólo 7 de los 26 alumnos identificaron la igualdad como falsa	Sólo 5 identificaron la igualdad como falsa
$2a + a^2 = 2a^3$	El 50% de los alumnos indican que es una expresión correcta	Más del 60% de los alumnos(28) indican que es una expresión correcta
$xx = x^2$	24 estudiantes la marcaron como correcta	31 estudiantes la marcaron como correcta
$(-1)^{14} = 1$	9 indicaron que es incorrecta	11 indicaron que es incorrecta
$x + y = y + x$	19 como correcta	37 como correcta
$\frac{5}{7} < \frac{2}{0.5}$	23 como correcta	26 como correcta
$\frac{0}{5} = 0$	23 correcta	39 correcta

$2x - 3x = -x$	26 señalaron que la expresión es correcta.	39 señalaron que la expresión es correcta.

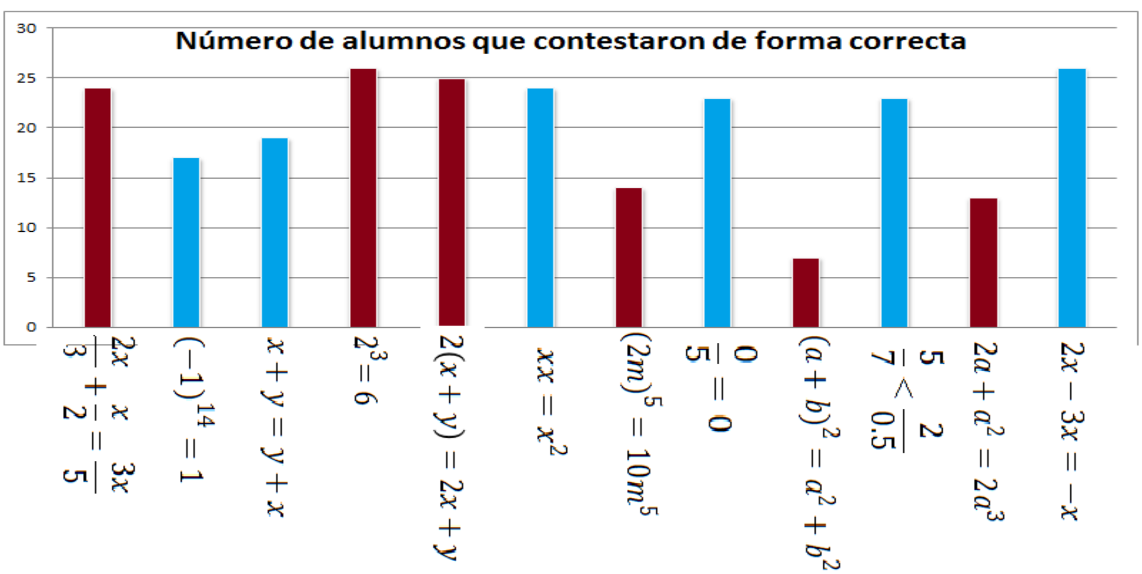
CCH:

La totalidad de alumnos reconocieron como incorrecta la expresión $2^3 = 6$, pareciera que no tienen problemas al elevar un número a un exponente, sin embargo, en la expresión $(2m)^5 = 10m^5$ en la que queda implícito elevar un número a la quinta potencia, 12 estudiantes la señalaron como correcta.

Los 26 estudiantes señalaron como correcta a $2x - 3x = -x$.

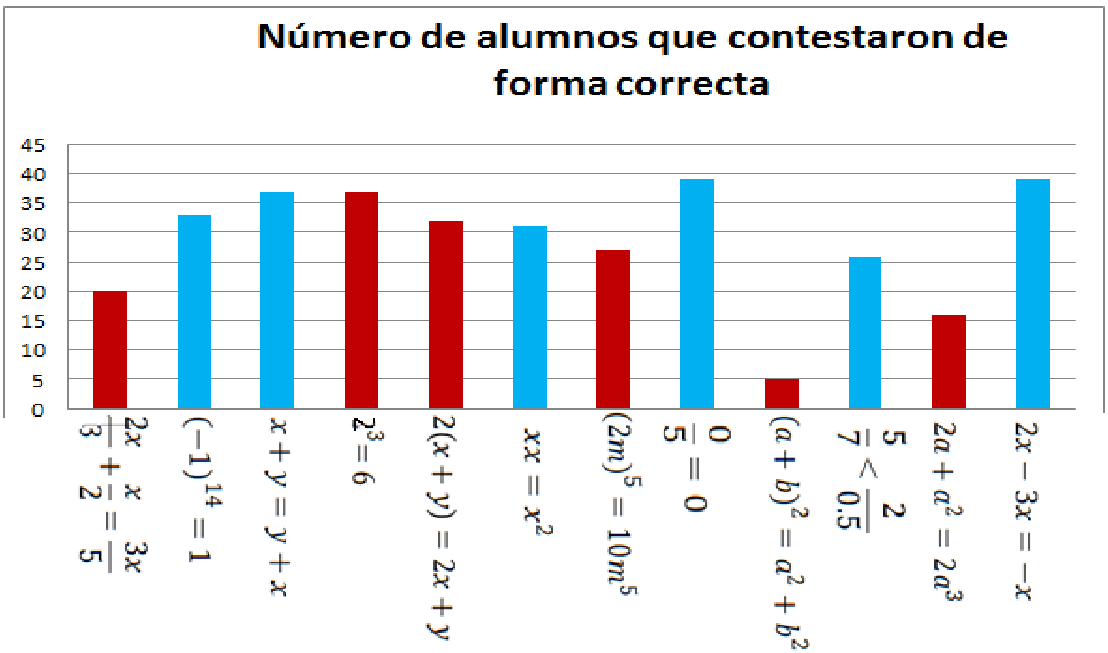
19 de los 26 estudiantes señalaron que $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ es una igualdad correcta, siendo éste el error con mayor frecuencia.

La siguiente gráfica muestra el número de alumnos del CCH que contestaron de forma correcta al señalar cada expresión como errónea o no.



Conclusiones ENP:

Solo dos de los 44 estudiantes realizaron el ejercicio de forma correcta, señalando tanto las expresiones erróneas como las correctas. El mayor número de errores fue el del binomio al cuadrado ya que 39 estudiantes señalaron la expresión como correcta. Otro error masivo fue para la expresión $2a + a^2 = 2a^3$ ya que sólo 16 alumnos la marcaron como erronea.



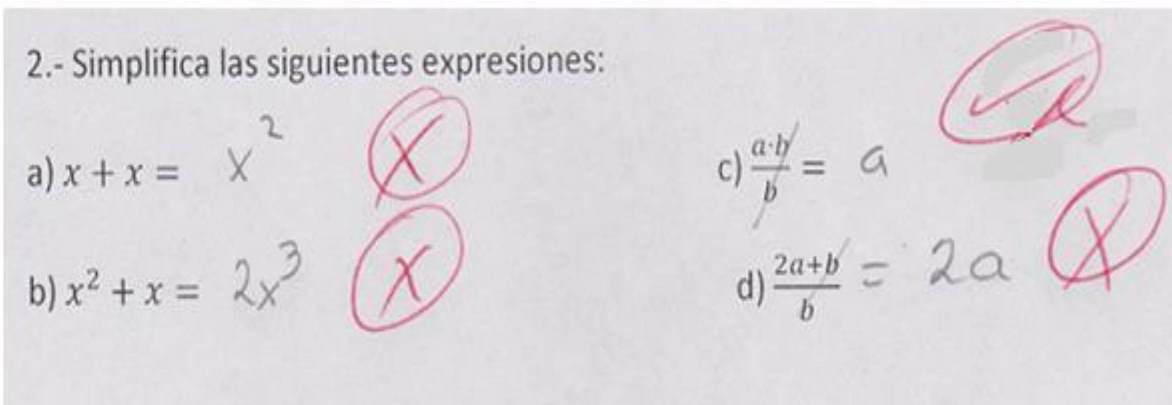
V) En las siguientes casillas se encuentran expresiones que son erróneas y otras que son correctas. Con algún color o con tu **lápiz** rellena las casillas que contienen **errores**.

$xx = x^2$	$2^3 = 6$	$(2m)^5 = 10m^5$	$\frac{0}{5} = 0$
$(-1)^{14} = 1$	$2(x + y) = 2x + y$	$\frac{5}{7} < \frac{2}{0.5}$	$2a + a^2 = 2a^3$
$x + y = y + x$	$\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3x}{5}$	$(a + b)^2 = a^2 + b^2$	$2x - 3x = -x$

Pregunta 6)

Objetivo: Que los estudiantes justifiquen sus respuestas al distinguir entre expresiones erróneas y correctas.

Laura realizó su examen de matemáticas y el profesor le señaló cuáles eran sus errores, pero ella sigue sin saberlo, ¡ayúdale!, identifica el error e indica por qué está equivocado su resultado, escribe el proceso sin errores, o indica si el profesor se equivocó al calificar y está bien el resultado de Laura.



2.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $x + x =$ x^2

b) $x^2 + x =$ $2x^3$

c) $\frac{a \cdot \cancel{b}}{\cancel{b}} =$ a

d) $\frac{2a+b}{b} =$ $2a$

Resultado correcto	Justificación
a) $x + x = 2x$	Al sumar términos semejantes se suman los Coeficientes de cada término
b) $x^2 + x = x(x + 1)$	No son términos semejantes
c) $\frac{ab}{b} = a$	Realizamos la división de ab$\div$ b y el resultado es a.
d) $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + 1$	Aplicamos el algoritmo de la suma de fracciones

En la siguiente gráfica se observa el porcentaje de alumnos que contestaron de manera correcta a la pregunta 6, dado que ésta tiene 4 incisos la contabilidad se realizó con base al número de incisos que contestaron de forma incorrecta.

CCH

ENP

Ningún alumno contestó todo el ejercicio de forma incorrecta. Para el inciso a) $x+x=x^2$, 25 estudiantes indicaron que el resultado correcto era $2x$, la principal justificación era porque la operación es una suma no un producto. Sin embargo algunos de estos 25 estudiantes no dieron una justificación correcta, a pesar de señalar el resultado correcto por ejemplo sus argumentos fueron de la siguiente forma: “es igual que 1+1=2” “es 2 porque x vale 1” “en la suma no se pone potencia”	Ningún alumno contestó todo el ejercicio de forma correcta. Para el inciso a) $x+x=x^2$, 22 estudiantes indicaron que el resultado era incorrecto y que el correcto era $2x$, la principal justificación era porque la operación es una suma no un producto. Algunos alumnos a pesar de haber señalado como incorrecta la expresión y dar el resultado correcto no proporcionaron una justificación correcta, a continuación unas de estas justificaciones:

"sumo dos números iguales" Podemos observar que en los casos anteriores tratan de hacer una analogía con números enteros. En el inciso b) $x^2 + x = 2x^3$ se obtuvieron las siguientes respuestas: 8 estudiantes respondieron que el resultado correcto era dejar la misma expresión $x^2 + x$ ya que no son términos semejantes. Para 6 alumnos el resultado era correcto, es decir $x^2 + x = 2x^3$dando como principal justificación que "se suman las x y se pasa el exponente 2 ya que la otra x no tiene exponente" 3 alumnos indicaron que el resultado correcto era x^3 porque a su parecer "no existe ningún coeficiente y sólo se suman los exponentes" Finalmente 2 estudiantes dieron como respuesta correcta a $3x$ justificándose porque "se suman las variables". El inciso d $\frac{ab}{b} = a$ todos los estudiantes señalaron que el resultado era correcto, en general la justificación fue que a" al hacer la división se cancela la b".	"porque en suma no interactúan los exponentes" "se suma el valor entero" "no aplica la ley de los exponentes" "el dos de arriba debe ir abajo" "es lo mismo pero se escribe 2x" Para16 alumnos el resultado era correcto algunas de sus justificaciones fueron las siguientes: "porque $x + x$ es lo mismo que decir x^2 porque son dos" "se suman las literales dando al exponente el resultado o sea el 2" "$x + x$ siempre va a ser x^2 " 6 estudiantes más señalaron que el resultado correcto era $2x^2$ las justificación principal en esa última era que "como es una suma se debe sumar tanto coeficientes como exponentes" En el inciso b $x^2 + x = 2x^3$ se obtuvieron los siguientes resultados: 32 estudiantes señalaron que el resultado era incorrecto, sin embargo: Sólo 8 de los 44 estudiantes respondieron que el resultado correcto era dejar la misma expresión $x^2 + x$ "ya que no son términos semejantes". 24 estudiantes señalaron que la expresión era errónea, de estos 24

El inciso d $\frac{2a+b}{b} = 2a$ fue el único inciso en el que 5 estudiantes no contestaron nada, dejando en blanco tanto la respuesta como la justificación. Además, 10 alumnos indicaron que el resultado correcto era $\frac{2a+b}{b}$ porque "no se cancela en la suma". Y 8 estudiantes señalaron que "las b se cancelan" por lo anterior dieron como resultado correcto a $2a$.	alumnos 8 señalaron que el resultado correcto era x^3 siendo su principal justificación: "sólo se expresión $2x^2$ porque "los exponentes no se suman al menos que sea multiplicación", "son dos equis y se deja el exponente más grande", "dos equis y el exponente se pasa" etc. El inciso d $\frac{ab}{b} = a$ 42 de los 44 estudiantes señalaron que el resultado era correcto, en general la justificación fue que" al hacer la división se cancela la b", dos estudiantes no contestaron el inciso. El inciso d $\frac{2a+b}{b} = 2a$. 3 estudiantes dejaron sin respuesta este inciso, el resto, 41 señalaron que el resultado era correcto, señalando principalmente que "se procede igual que en la multiplicación, porque es igual, una división", "se cancela igual que en el inciso anterior"

CCH y ENP

Se puede advertir que si bien algunos estudiantes logran discernir entre una expresión errónea y una que no lo es y además dar el resultado correcto, la justificación no siempre es el reflejo de que el conocimiento esté bien consolidado, muchas veces la justificación mostró la mera casualidad al dar una respuesta correcta dejando ver sus verdaderos errores. La mayoría de los alumnos hacen la “transferencia” entre una regla y otra, creen que lo que les sirve para el producto, les servirá para la suma.

2.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $x + x =$ x^2 X

b) $x^2 + x =$ $2x^3$ X

c) $\frac{a \cdot b}{b} =$ a

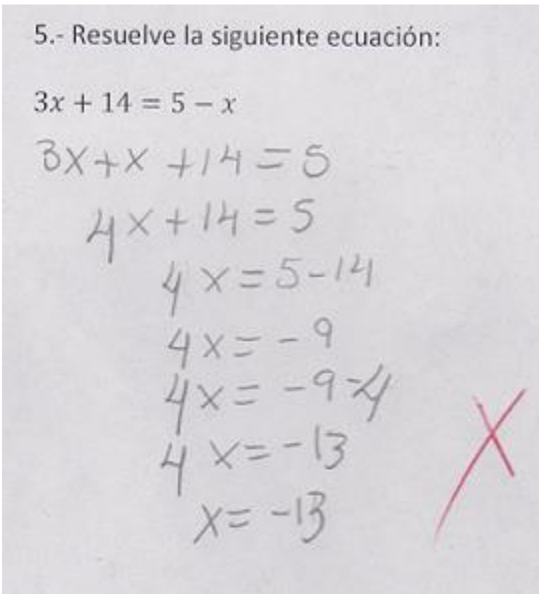
d) $\frac{2a+b}{b} =$ $2a$ X

Resultado correcto	Justificación
a) El resultado es correcto.	El maestra fue quien califico mal.
b) x^3	*Laura escrito incorrectamente el resultado.
c) El resultado es correcto.	*Es esta respuesta no hay problemas.
d) El resutado es correcto.	*El profesor se equivo al calificar.

Pregunta 7)

El objetivo de este ejercicio es que los estudiantes descubran el error y resuelvan correctamente la ecuación, además de justificar el porqué del error encontrado.

Inciso b



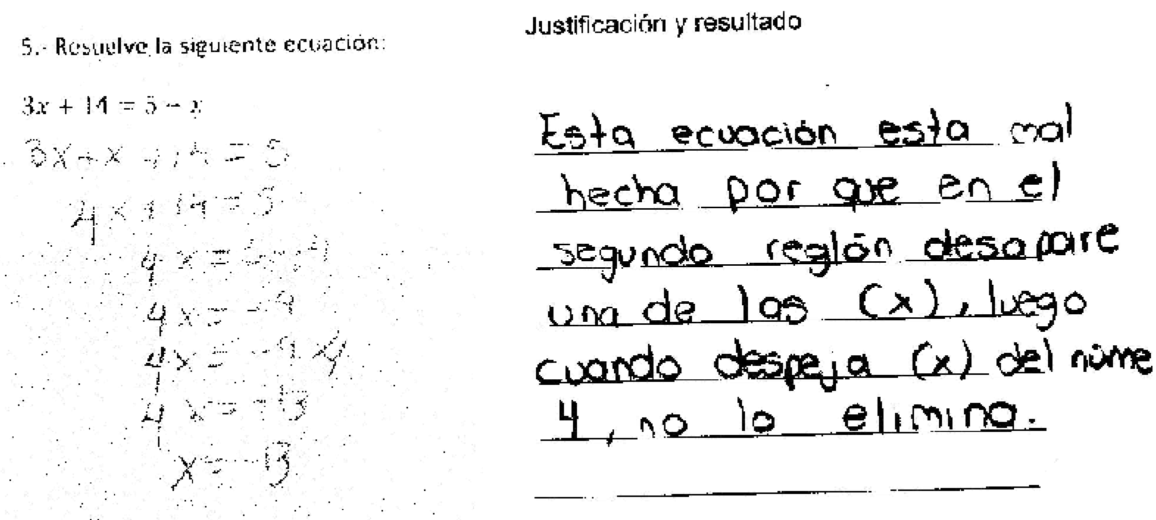
Justificación y resultado

Resultados

Los 26 alumnos detectaron el error, pero sólo 18 resolvieron de manera correcta la ecuación. 8 detectaron el error bajo el mismo argumento, sin embargo, su proceso de corrección no fue satisfactorio. La principal argumentación fue que "el 4 estaba multiplicando y debería pasar dividiendo".	6 estudiantes no contestaron el ejercicio. 16 señalaron que el resultado era correcto, como justificación realizaron nuevamente el procedimiento, sin embargo los 16 se equivocaron, 10 por signo, 4 al sumar la variable equis, sumaron sus exponentes y obtuvieron como resultado una raíz cuadrada. Los dos restantes no sumaron correctamente. 22 de los 44 dieron el resultado

	correcto e indicaron el paso donde" Laura se equivocó". La principal argumentación fue que "el 4 estaba multiplicando y debería pasar dividiendo".

En ambos casos prevalece el lenguaje de "pasar" términos a un lado y otro de la igualdad. El saber detectar el error no es garantía de que los estudiantes realizarán bien el procedimiento.



En la siguiente tabla se muestran los errores con mayor recurrencia que se presentaron en los exámenes diagnóstico tanto de la ENP como del CCH. En la columna encabezada como causa tratamos de dar una frase que describa la causa del error en su proceso.

Comparación de los errores de mayor recurrencia en el examen diagnóstico

CCH		NACIONAL PREPARATORIA	
Error	Posible Causa	Error	Posible Causa
Pregunta 1			
$\begin{array}{r} 1.5 \\ 2\overline{)21} \\ 01 \end{array}$	No hacen paso a paso el algoritmo de la división lo que lleva al alumno a cometer un error de cálculo.	Dejar en blanco	Desconocen la formula o las instrucciones están mal redactadas
Pregunta 2*			
$(12-n)n = 12n - n$ $(12-n)n = 12 - n^2$ $(n+12)(n+2) = n^2 + 24$	No aplican la propiedad distributiva de manera correcta, realizan la multiplicación a un término.	$(12-n)n = 12 - n^2$ $n(12-n) = 12n - n$ $(n+12)(n+2) = n^2 + 24$	No aplican la propiedad distributiva. En algunos casos se observó mayor frecuencia de error si multiplican por la derecha.
Perímetro			
$4n + 28 = P \qquad n = \frac{28}{4} = 7$	Intentar dar como resultado un valor numérico. Se asocian reglas de transposición de términos olvidándose de la igualdad. No identifican la semántica de la expresión.	$P = n^4 + 28$	Confunden exponente con coeficiente. Es un error debido a la recuperación de un esquema previo inadecuado.
$24 - 2n + 2n \qquad n = \frac{24}{0} = 0$	Al sumar términos semejantes $-2n + 2n$ el resultado es $0n$, después intentan dar un valor numérico e igualan a cero, asocian la expresión a una ecuación.	$(12-n)^2 + (n)^2 = 144 - n^2 + n^2$ $= 144$	No elevan el binomio al cuadrado. Aplican la potencia a la suma como si fuera producto : $(ab)^2 = a^2b^2$, o bien se le asocia con

	La división entre cero es un tipo de error que asocia la recuperación de un esquema previo “ 24 por cero es cero”		$a^2 - b^2$
Pregunta 3 Operaciones básicas*			
$3 + 4(2 - 5) = 7(-3) = -21$	Realizan las operaciones de izquierda a derecha, este tipo de error que se presenta con mucha frecuencia es propio del lenguaje matemático ya que los alumnos tienden a realizar los ejercicios de izquierda a derecha, de la misma forma en que leemos.	$3 + 4(2 - 5) = 7(-3) = -21$	Realizan las operaciones de izquierda a derecha
		$\frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{7}{7} = 1,$	Aplican el algoritmo del producto a la suma, olvidad que son fracciones y operan linealmente.
Pregunta 4 Encontrar errores*			
$(a + b)^2 = a^2 + b^2$	Aplican la potencia a la suma como si fuera producto: $(ab)^2 = a^2b^2$	$(a + b)^2 = a^2 + b^2$	Aplican la potencia a la suma como si fuera producto, o bien se le asocia con $a^2 - b^2$.
$2a + a^2 = 2a^3$	No diferencian términos semejantes, asocian la regla de los exponentes para el producto en la suma.	$2a + a^2 = 2a^3$	No diferencian términos semejantes
$(2m)^5 = 10m^5$	No aplican la misma regla	$(2m)^5 = 10m^5$	No aplican la misma regla

	para el coeficiente y la parte literal		
		$\frac{2x}{3}+\frac{x}{2}=\frac{3x}{5}$	Aplican el algoritmo del producto a la suma.
Pregunta 5 *Encontrar y corregir errores			
$\frac{2a+b}{b}=2a$	Aplican la cancelación como en el producto, se infiere la validez de la regla $\frac{ab}{b}=a$	$\frac{2a+b}{b}=2a$	Aplican la cancelación como en el producto, se infiere la validez de la regla $\frac{ab}{b}=a$
		$x^2+x=2x^3$	No diferencian términos semejantes, se infiere la validez de la regla: $a^m a^n=a^{m+n}$

* Se obtuvieron los mismos errores

4.2 Conclusiones del Examen Diagnóstico

- En general, podemos concluir que los errores con mayor recurrencia en el examen diagnóstico son también los errores que la literatura señala y los que esperábamos obtener, es decir errores que involucran la propiedad distributiva, potencia, binomio al cuadrado y los conceptos de área y perímetro. Es importante mencionar que algunos errores algebraicos que observamos, en los procesos desarrollados en el examen diagnóstico, tienen su origen en conceptos y procesos aritméticos como por ejemplo la potencia, la jerarquía de operaciones, el algoritmo de la división etc.

- Otro tipo de error bastante recurrente es el de la transferencia ya que muchos estudiantes aplicaron reglas que no corresponden a expresiones u operaciones sin verificar su asertividad.

- En la resolución de ecuaciones encontramos un error bastante frecuente que se presenta cuando los estudiantes realizan operaciones en el primer miembro de la igualdad sin modificar el segundo miembro, tal vez este error es debido a que pierden el sentido de igualdad (de equilibrio) entre ambos miembros de la ecuación, ya que sólo toman en cuenta sólo el lado en el que están operando.

- En el caso de los errores que involucran la propiedad distributiva observamos que su frecuencia es mayor si se les pide que distribuyan por la derecha. Tal vez esto se deba a la recurrencia en que los profesores redactamos los ejercicios.

4.3 Resultados y conclusiones de las actividades y examen final.

La actividad 1 llamada el “examen de Laura” tuvo mucha aceptación en el grupo, considero que la actividad cumplió con el objetivo marcado porque favoreció en los alumnos la inquietud de verse reflejados calificando su propio examen. La discusión que originó en ambos grupos al tratar de encontrar el error de cada reactivo fue enriquecedora, escuchar sus justificaciones nos permitió replantear algunas estrategias, por ejemplo el tratar de propiciar que usaran un lenguaje donde todos nos entendiéramos como el evitar “pasar del otro lado”.

La segunda actividad tanto el video como la presentación de power point propiciaron la reflexión y discusión en torno a los errores, se pudo constatar que tanto para los estudiantes del CCH como para la ENP:

- Los alumnos rara vez verifican sus resultados
- Muchas veces consideran que los errores son un reflejo de que no entendieron nada.
- Es difícil no equivocarse en matemáticas.
- Están de acuerdo que reflexionar sobre las causas de sus errores puede ayudar en su proceso de aprendizaje.
- Equivocarse continuamente los desmotiva para seguir adelante.
- En la mayoría de sus exámenes no saben por qué estuvieron mal sus respuestas y la mayoría de ellos no pregunta.
- A la mayoría sólo le interesa pasar, no aprender, pero están dispuestos a aprender si es algo interesante.
- Los alumnos del CCH indicaron que su profesora hacía hincapié en que revisaran sus respuestas y sus errores; en el caso de la ENP se sorprendieron al iniciar el tema, la mayoría dijo no haber reflexionado al respecto.

Los resultados de la actividad 3 la "tabla de errores" no fueron los esperados, si bien al inicio los alumnos trataban de encontrar el porqué de su error, después algunos se limitaron a copiar lo que alguien más decía. Lo más importante fue que al revisar las tablas estas mostraban otros errores, lo que nos permitió una breve entrevista dentro del salón de clase con los alumnos, por ejemplo:

Universidad Nacional Autónoma de México

Escuela: Colegio de Ciencias y Humanidades Oriente
Nombre: Marlon Noel Medina Aguilera
Grado: 1 Grupo: 105-A Fecha: 22/10/12 10 **

Tabla de "errores"

Error	porqué	corrección	ejemplo
Problema 3: Equivalente a $-2(3x+y)=-6x+y$	Porque nadamas multiplico el -2 de afuera con el 3X de adentro	Debio multiplicar todo lo que esta dentro del parentesis	$-2(3x+y)=$ $-6x-2y$
Observaciones: Practica mas ejercicios sobre esto y recuerda ~~que~~ todo lo que esta afuera del parentesis afecta a todo lo de adentro de el			
Error	**porqué**	**corrección**	**ejemplo**
Problema 2 b) $x^2-x=x$	Porque la "X" sola se la resto a la "x^2" pensando que esta era el doble	Como no son coeficientes iguales? no se puede realizar la resta y se pasa igual	$x^2-x=x^2-x$
Observaciones: Igual practica mas ejercicios sobre esto y recuerda que todos los coeficientes diferentes? no se suman ni restan.			
Error	**porqué**	**corrección**	**ejemplo**
~~Falta~~ d) $2x^2+11x+5=0$ $x_2=-1$	Porque la 2da x anteriormente es $2x+1$	Pasar del otro lado el 1 con signo dif. y el 2 dividiendo	$2x+1=0$ $2x=-1$ $x=-\frac{1}{2}$
Observaciones:			

Se puede observar que el alumno tiene una confusión entre coeficiente y término, al preguntarle él argumentó que sabía diferenciar términos semejantes, sin embargo no sabía nombrarlos y tampoco pudo dar un ejemplo diferente y correcto.

La actividad 4 causó mucha expectativa porque a los alumnos les intrigaba manejar el material y hacer algo diferente. Se obtuvieron los siguientes resultados:

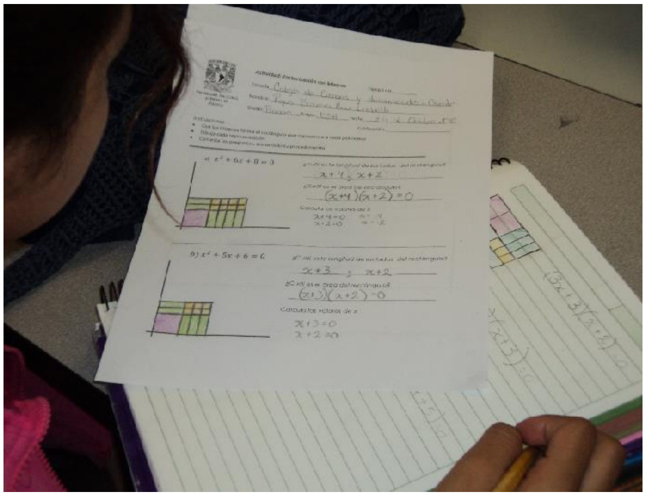
- Los estudiantes del Colegio de ciencias y humanidades lograron relacionar la suma de las áreas de los rectángulos y cuadrados con las expresiones que representan ecuaciones cuadráticas completas e incompletas de manera más rápida que en el caso del grupo de la ENP.

- Ambos grupos tardaron en relacionar el perímetro de las figuras con la factorización de los polinomios.

- El introducir términos negativos causó desconcierto por lo que consideramos que el uso de este material puede no ser conveniente. Como señala Duval (1999) es necesario diferenciar el objeto matemático de sus representaciones semióticas, debido a que el objeto representado nunca se puede reducir a su representación.

- La mayoría de los estudiantes superó en esta actividad los errores causados al realizar la propiedad distributiva, sin embargo volvieron a cometer los mismos errores en el examen final.

En la actividad 5 se pretendió ejercitar la parte operativa de la factorización y los procesos para representar estas factorizaciones.



Concluimos que una vez que los estudiantes lograron representar con los bloques las representaciones polinomicas, dedujeron veraz y asertivamente la forma de factorización.

La actividad relacionada con binomio al cuadrado tuvo gran aceptación en el CCH, no así en la ENP, en este caso algunos alumnos argumentaron que no entendieron el propósito de la actividad, a la mayoría les "resultó fácil pero no entendieron para que servía". El error apareció nuevamente en la mayoría de los ejercicios posteriores.

La tarea final (7), tuvo como propósito mostrar la forma de resolver ecuaciones cuadráticas por el método de completar cuadrados. La actividad estuvo acompañada de una nota histórica lo que motivo mucho a los estudiantes. El proceso de resolución fue acogido muy bien por la mayoría y se obtuvieron resultados favorables en su solución.

Errores en el examen Final

Como se mencionó en el capítulo 3 las actividades que realizaron los estudiantes en el desarrollo de la propuesta involucraron los siguientes tipos de errores:

- Errores que surgen al momento de aplicar la propiedad distributiva
- Errores relacionados con la potencia
- Errores al elevar un binomio al cuadrado
- Errores que involucran el concepto de área y perímetro

Al finalizar la intervención se aplicó un examen final con el objetivo de observar si los errores mantenían su persistencia y los conceptos estudiados habían sido asimilados. Los resultados que se obtuvieron fueron los siguientes:

- El promedio de los estudiantes del CCH en el examen final fue de 7.8
- En la Escuela Nacional Preparatoria fue de 5.8
- En la ENP 28 de los 44 alumnos elevaron el binomio $(2x+3)^2$ como $4x^2+9$ realizando el mismo error que se abordó en las actividades. En cambio en el CCH sólo un estudiante realizó de manera equivoca este ejercicio.
- En el reactivo dos referente a obtener las raíces de una ecuación de segundo grado por el método de completar cuadrados, 20 de los estudiantes del CCH realizaron bien el algoritmo, aunque algunos se equivocaron en las preguntas referentes a obtener el área y perímetro de la figura que representa este cuadrado. En el caso de la ENP sólo 12 estudiantes contestaron bien este reactivo, 16 contestaron la parte algebraica pero no lograron representarlo con los bloques y no contestaron las preguntas.

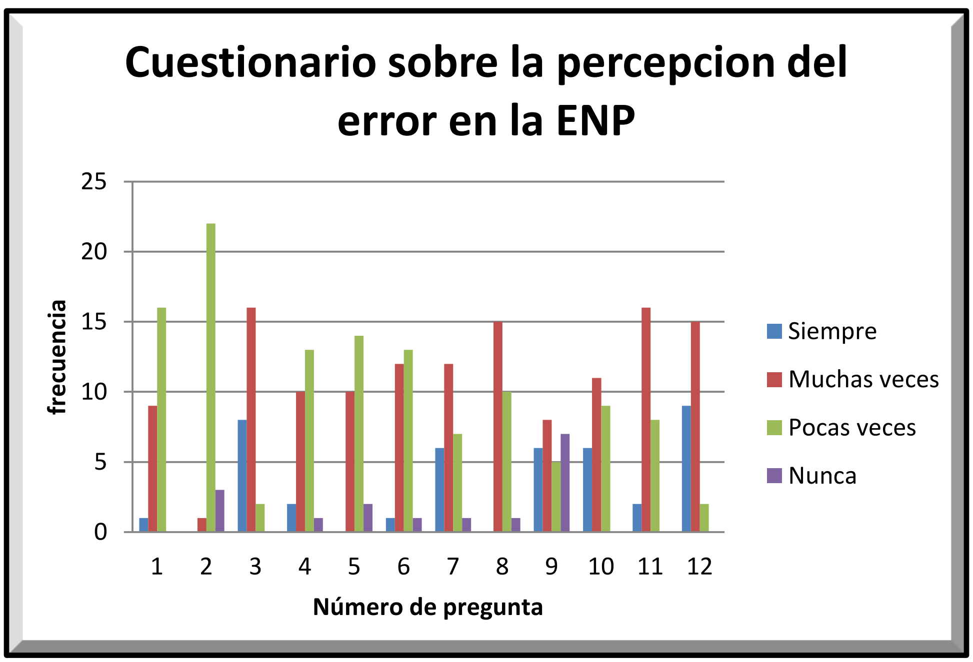
Junto con el examen diagnóstico los alumnos tanto de la ENP como del CCH contestaron el siguiente cuestionario de 12 preguntas con el objetivo de indagar sobre su percepción ante el error.

Te presento a continuación una lista de afirmaciones. Indica con qué frecuencia te identificas con dichas afirmaciones. Especifica tu respuesta subrayando la(s) palabras que corresponda con la opción que más te identifique. No hay respuestas correctas ni incorrectas.

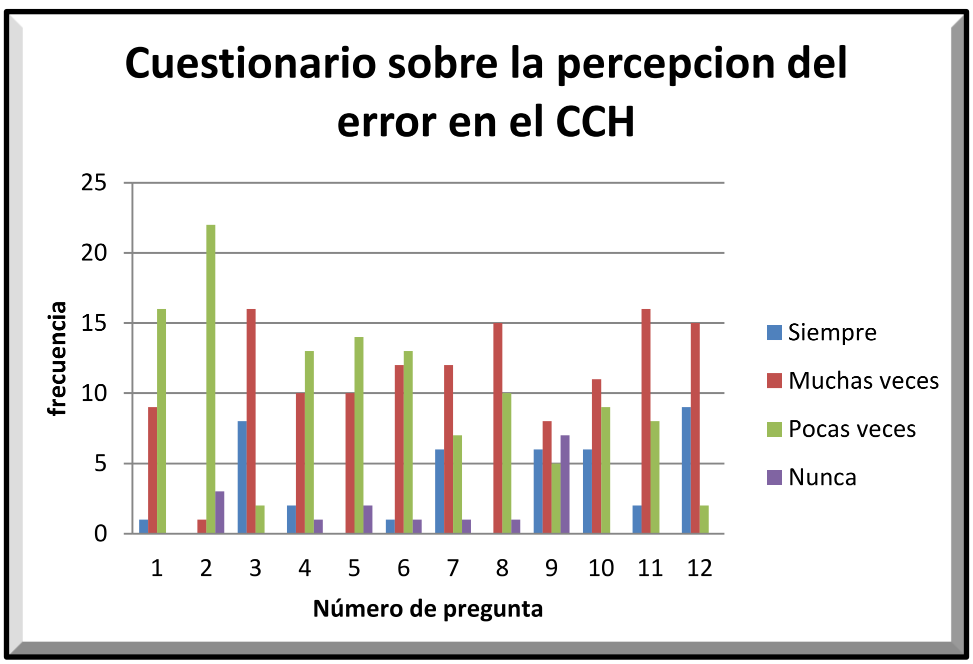
1) Al trabajar con problemas y ejercicios en matemáticas me equivoco:
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
2) Después que el profesor me señala un error, cometo ese mismo error:
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
3) Estoy consciente de mis errores
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
4) Al terminar mi examen de matemáticas y entregárselo al profesor(a), sé en qué me equivoque
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
5) Mi mayor número de errores los hago en los exámenes
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
6) Considero que mi desempeño en la clase de matemáticas es bueno
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
7) La clase de matemáticas me gusta
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
8) El que yo aprenda matemáticas depende de mi profesor(a)
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
9) Cuando me equivoco me siento triste
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
10) Cuando el profesor me señala un error en matemáticas, pregunto por qué hasta quedar convencido(a)
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
11) Realizo mis tareas y ejercicios de matemáticas seguro(a) de lo que hago
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca
12) Considero que a partir de los errores que cometo puedo aprender
   a) Siempre b) Muchas veces c) pocas veces d) Nunca

Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

Cuestionario sobre la percepción del “error” **ENP**				
Pregunta	Opción de respuesta			
	Siempre	Muchas veces	Pocas veces	nunca
	Frecuencia			
1	7	20	16	1
2	5	13	18	8
3	12	10	20	2
4	4	19	11	10
5	17	21	5	1
6	1	9	23	11
7	2	7	27	8
8	2	19	22	1
9	3	18	20	3
10	6	15	19	4
11	2	25	14	3
12	19	23	2	0



Cuestionario sobre la percepción del “error” **CCH**				
Pregunta	Opciones de respuesta			
	Siempre	Muchas veces	Pocas veces	Nunca
	Frecuencia			
1	1	9	16	0
2	0	1	22	3
3	8	16	2	0
4	2	10	13	1
5	0	10	14	2
6	1	12	13	1
7	6	12	7	1
8	0	15	10	1
9	6	8	5	7
10	6	11	9	0
11	2	16	8	0
12	9	15	2	0



4.4 Conclusiones Generales

- Como respuesta a la primera pregunta que nos planteamos al inicio de este trabajo, consideramos que los estudiantes no se dan cuenta del proceso que los lleva a cometer un error.

- Las actitudes y percepción de los estudiantes ante los errores son diferentes, en el caso del CCH los alumnos se mostraron receptivos y entusiastas al realizar las actividades y trabajos, si bien fueron inquietos siempre participaron de una manera educada. Mientras que en la ENP los estudiantes se mostraron poco entusiastas.

- Los estudiantes del grupo participante en la intervención de la Nacional Preparatoria, no están acostumbrados al trabajo cooperativo por lo que no intercambian información con naturalidad. Pude observar que están abiertos a probar diferentes estrategias de enseñanza y aprendizaje, sin embargo están muy acostumbrados a la forma tradicional de desarrollar una clase. Todo lo contrario en el caso del CCH donde los alumnos tienden a organizar su trabajo en cooperación de los integrantes de sus equipos de forma casi autómata.

- Un problema con la percepción de algunos estudiantes del CCH respecto que pocas veces se equivocan es que es más difícil que revisen sus producciones.

- La actitud del profesor dentro del aula repercute directamente en el ánimo y comportamiento de los estudiantes lo que se ve reflejado en el aprovechamiento y las evaluaciones al docente.

- Al realizar la práctica docente en los dos subsistemas de la UNAM pude percatarme de la gran influencia que ejerce la metodología en la forma de proceder de los estudiantes ante los problemas matemáticos, en mi opinión los alumnos del CCH adquieren mayor habilidad para resolver problemas, mientras los de la Nacional tienen mayor destreza para resolver ejercicios y seguir algoritmos.

- El componente afectivo tiene un papel relevante en el aprendizaje, algunos sentimientos como ansiedad, inseguridad, desconfianza etc., inducen al error. El trabajo en equipo permitió observar que la actitud de cada estudiante dentro de un grupo es mayor, se desenvuelven con mayor naturalidad.

- No todos los errores se deben a la falta de conocimiento, y muchos de estos errores tienen un origen muy diferente al que pudiera pensarse, esto sólo se logra entender si permitimos a los estudiantes que expliciten sus ideas, o su razonamiento al realizar un ejercicio.

- Al señalar los errores a los alumnos y dar oportunidad de rehacer su trabajo ayuda a que no se cometan esos errores.

- Algunos alumnos pueden reconocer errores en trabajos ajenos, pero les cuesta visualizar sus propios errores. Este es un aspecto importante que podría aprovecharse para investigaciones futuras.

- Con el conflicto cognitivo es posible descubrir las causas que llevan al error en algunos casos, sin embargo se vuelve necesario explicitar las reflexiones y dudas de los alumnos.

- Si bien no partimos de una categorización de errores previamente establecida (por ejemplo las mencionadas en el marco teórico), si tomamos como base las señaladas en las investigaciones consultadas.

- Encontramos muchos errores debidos al lenguaje matemático, observamos que la mayoría de los alumnos carece tanto de un lenguaje simbólico como verbal y como consecuencia no expresan sus reflexiones.

- Observamos que los alumnos no leen las actividades, instrucciones, etc., la mayoría va directo al ejercicio y regresan a leer sólo cuando no entienden en un primer paso lo que deben hacer, pocos reflexionan sobre su trabajo a menos que se les pida hacerlo. Rico (1995) señala al respecto que los alumnos no toman conciencia del error, porque no cuestionan su trabajo.

- Muchos alumnos esperan el algoritmo de solución, consideramos que esto se debe a que en su historia con esta materia sólo han "practicado" los algoritmos dictados por el profesor.

- Al aplicar el cuestionario sobre el tema de este trabajo, la mayoría de los estudiantes reconocieron no darle importancia a los errores, sin embargo saben la importancia de éstos.

- Un segundo cuestionario sobre el trabajo docente nos permitió observar la importancia que los estudiantes dan a la comunicación del profesor y a la importancia de una buena relación entre alumnos- docente.

- Concluimos que el trabajar con los errores es una actividad enriquecedora que requiere de mucho esfuerzo y constancia. Si bien los resultados no fueron los esperados, debido a que los errores continuaron apareciendo en los trabajos de los alumnos, creemos que es de suma importancia y de gran validez intentar revertir las actitudes que propician al error. Logramos que los alumnos reflexionaran sobre la importancia de revisar sus producciones, analizar sus errores y corregirlos.

Conclusiones

La elaboración de esta tesis me ha permitido conocer y aplicar herramientas útiles para analizar mi propia práctica docente y poner mayor atención en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes. Tomar el tiempo necesario para analizar la información que me presentan para tratar de identificar errores y buscarlos en mi propio razonamiento para evitar en lo posible la transferencia de éstos.

Consideramos que la incidencia de nuestros estudiantes a cometer errores sistemáticos se encuentra estrechamente relacionada con el proceso de enseñanza que han recibido, por esta razón los docentes debemos ser capacitados de manera permanente para tener los fundamentos teóricos que nos permita mejorar nuestros métodos de enseñanza.

En particular, la enseñanza de la ecuación cuadrática en el bachillerato de la UNAM impone condicionamientos muy diferentes en sus dos subsistemas. En el caso de la ENP el excesivo número de alumnos limita al docente sobre el uso de diferentes técnicas de trabajo grupal lo que conduce a una enseñanza centrada en el profesor. En el CCH los grupos pequeños permiten una mayor interacción entre los alumnos, el docente tiene mayor libertad de crear las condiciones para una enseñanza centrada en los estudiantes. Sin embargo, ningún factor mencionado anteriormente condiciona que los estudiantes cometan los mismos errores.

Los errores que cometen los estudiantes es un punto de partida común para ambos subsistemas. Este punto debe, en nuestra opinión, tomarse en cuenta al elaborar los nuevos planes de estudio, las actividades, guías etc.

Debemos señalar que no encontramos suficiente literatura que permita el aprovechamiento de los errores para la enseñanza de las matemáticas, la mayoría de los artículos centra su atención en buscar los errores, analizar y clasificarlos. Pocas proponen actividades tomando en cuenta estos errores.

Bajo este marco consideramos pertinente que en futuros trabajos de investigación se profundice en:

- Diseño e implementación de actividades que involucren los errores.
- Conocer los errores matemáticos que cometen los estudiantes en otras asignaturas como química, física o biología.
- Revisar los exámenes extraordinarios para extraer los errores de los que hacen uso.
- Propuestas de evaluación que no se centren en los errores.
- Formación de los profesores, los errores que estamos transfiriendo

Después de analizar los resultados obtenidos en la práctica docente con la puesta en marcha de la secuencia didáctica propuesta en este trabajo, además de la reflexión hecha en el capítulo 2 con la revisión de la literatura podemos dar respuesta a nuestras hipótesis iniciales:

− H1: Los errores que presentan los estudiantes en torno al tema de ecuación cuadrática son los mismos que señala la literatura.

Sí, todos los errores que encontramos en los exámenes y demás trabajos elaborados por nuestros estudiantes arrojan errores que ya se encuentran en algún trabajo de investigación, es decir, son errores comunes.

Sin embargo, consideramos que el conocer los errores no basta, debemos insistir en que los estudiantes expliciten sus dudas y traten de expresar sus errores porque la procedencia de esos errores es muy diversa. Muchas veces los errores que pensamos eran de simple operación o de proceso resultaron errores de concepto, insistiremos por ello en la explicitación y en la reflexión como pilares de nuevas investigaciones.

− ***H2: El hecho de realizar en clase una reflexión sobre el error ayuda al estudiante a superar sus errores***.

Encontramos que proponer la reflexión continua como medio para tratar de superar los errores cometidos es la mejor ayuda que podemos proporcionar a nuestros estudiantes. Durante el trabajo de la práctica docente observamos que al invitarlos a la reflexión del porqué de sus errores, al inicio fue un trabajo duro ya que los estudiantes no están acostumbrados a revisar lo que hacen (ni bien, ni mal), sin embargo a medida que las clases continuaron bajo este esquema, el proceso fue mejorando.

En uno de los videos de la clase se observa a dos estudiantes discutir sobre uno de los errores que cometieron, constatamos que la ayuda entre pares incita a la reflexión de los propios errores.

Sin embargo, no siempre resulta eficaz que los estudiantes ayuden a otros; en las mismas clases pudimos constatar cómo algunos alumnos siguen las recomendaciones de sus compañeros que imponen sus puntos de vista sin estar seguros de las respuestas. Esto puede generar, que los errores se transfieran entre los mismos compañeros, si bien esta transposición es inevitable, es preciso entonces que los estudiantes sean capaces de reflexionar al respecto.

Consideramos que la reflexión al inicio, debe estar acompañada del método socrático para que el alumno a partir de cuestiones vaya tomando conciencia de sus errores.

− ***H3: Las actividades que incluyen el conflicto cognitivo son pertinentes para involucrar de manera positiva al estudiante ante sus errores.***

Sí, siempre y cuando el docente sea capaz de generar las actividades pertinentes para que el estudiante realmente entre en un conflicto cognitivo. En nuestro trabajo, por ejemplo las actividades referentes a binomio al cuadrado no generaron conflicto alguno, muchos de los estudiantes realizaron la actividad sin saber lo que realmente estaban haciendo.

− H4: El uso de material manipulable permite una mejor comprensión de los errores referentes a la propiedad distributiva.

Definitivamente creemos que el uso de material es un motivante para trabajar cualquier actividad, en el caso de los errores de la propiedad distributiva, todos los estudiantes parecieron haber comprendido el porqué de este error. Sin embargo consideramos que la representación con bloques lógicos no es suficiente, se deben procurar más representaciones, gráficas, usando tics, etc.

Nuestra propuesta constituye solo un estudio inicial de los muchos aspectos que inciden en el índice de reprobación que son posibles de analizar. Si bien logramos aspectos importantes en nuestros estudiantes como aumentar su autoestima, una mayor participación en clase, una mejor relación alumno-profesor, mayor reflexión al momento de contestar etc., no logramos erradicar todos los errores que nos propusimos al inicio.

Consideramos que debemos mejorar las actividades. Los estudiantes no aprenderán ningún concepto que no tenga sentido para ellos por lo que es necesario la representación diversa de un mismo concepto. En concreto creemos que es de especial interés el tratamiento de los errores cometidos por los alumnos como algo normal e inherente al proceso de aprendizaje, y que los docentes debemos estar preparados para ayudarlos en esta labor.

BIBLIOGRAFÍA

Abrate, R., Font, V., & Pochulu, M. (2008). Obstáculos y dificultades que ocasionan algunos modelos y métodos de resolución de ecuaciones. *Proyecciones*, 49.

Aguilar, P (2004) Generación del conflicto cognitivo a través de una actividad de criptografía que involucra operaciones binarias. Relime, Vol. 7, Núm. 2, julio, pp 117-144.

Astolfi, J P (1999), *El "error" un medio para enseñar*: Gastón Bachelard, Jean Piaget/ Jean Pierre. Sevilla: Diada

Aznar, M. A., Distéfano, M. L., Prieto, G., & Moler, E. (2010). Análisis de errores en la conversión de representaciones de números complejos del registro gráfico al algebraico. *Revista Premisa 12 (47)*, 13-22.

Brousseau, G. (1994). Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas. Disponible en Internet: http://fractus.mat.uson.mx/Papers/

Cadenas, R. (2007). Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticos en alumnos del primer semestre de la escuela de educación de la Universidad de los Andes. *Orbis: revista de Ciencias Humanas*, *2*(6), 68-84.

Caronía, E. P. S., Zoppi, A. M., del Carmen Polasek, M., Rivero, M., Operuk, R., & de Misiones, P. (2009). Un análisis desde la didáctica de la matemática sobre algunos errores en el álgebra. *ACTAS DE LA VII*, 206.

Caserio, M., Guzmán, M., & Vozzi, A. M. (2008). ¿ Sobre qué nos enseñan los errores de nuestros alumnos?. 25 años después….

Castellanos, M., & Obando, J. (2009). Errores y dificultades en procesos de representación: el caos de la generalización y el razonamiento algebraico.

Cofré, A., Tapia A. *Matemática recreativa en el Aula. Propuestas para hacer más gratas las clases*. 3ª edición Ediciones Universidad Católica de Chile Editorial Alfaomega.

D´Amore Bruno (2014) La didáctica y la dificultad en matemática. Análisis de situaciones con falta de aprendizaje, Colecciones didácticas, Nueva editorial Iztaccihuatl, Neisa, México, D.F.

De Castro Hernández (2012) Estimación en cálculo con números decimales: dificultad de las tareas y análisis de estrategias y errores con maestros de formación, tesis doctoral, Departamento de didáctica de la matemática, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada recuperado de http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/21631/1/20762537.pdf marzo del 2015

De la Rosa, F. M. (2012). Errores en el producto, evaluación y gráficas de polinomios. *Números*, (81), 25-32.

De la Torre S. (2004), *Aprender de los errores*. *El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Madrid, España: Editorial Escuela Española.

Del Puerto Silvia, Minnaard Claudia, (2004) Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas, Argentina Universidad de Buenos Aires, Argentina, Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653) Buenos Aires, Argentina, octubre de 2004. P 1-13.

Díaz-Barriga F (2006), Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. México. McGraw-Hill Interamericana.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9(1), 143-168.

Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., Hecklein, M., Cadoche, L.; Brillada, A.(2003).*Los Errores en el aprendizaje de Matemática*. Facultad de Ciencias Agrarias Universidad Nacional del Litoral Santa Fe, Argentina, recuperado el 12 de mayo del 2012 de http://soarem.org.ar/Documentos/23%20Engler.pdf

Escudero, R. (2011). Uso de los errores matemáticos como dispositivo didáctico para generar aprendizaje de la racionalización de radicales de tercer orden. Zona Próxima, (8).

Figueroa, J., & Díaz, D. S. (2011). Dificultades y errores que presentan los estudiantes de los grados décimo y undécimo de los colegios de Cali al resolver un problema de olimpiadas. *Scientia et Technica*, *3*(49), 174-179.

Godino, J., Botanero C.,Font V., (2004) *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Recuperado el 21 de mayo del 2012 de http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/

Gómez-Chacón I (2000), *Matemática Emocional, Los afectos en el aprendizaje matemático* .Madrid: Narcea, S.A. de Ediciones Madrid.

González, F. M.; Morón, C. y Novak, J.D. (2001). *Errores conceptuales. Diagnosis, tratamiento y reflexiones.* Pamplona: Ediciones Eunate.

Mata, L. E., Ramírez Arballo, M. G., Porcel, E., & Siwert, P. (2009). Deficiencias en la transición de la aritmética al álgebra. In *II Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales*.

Macnab D, Cummine (1986). *La enseñanza de las matemáticas de 11 a 16. Un enfoque centrado en la dificultad.* Madrid, España: Visor Distribuciones.

Miranda, V. C. (2007). Análisis de errores de estudiantes y profesores en expresiones combinadas con números naturales. *Elecciones en la FISEM*, 19.

Pérez, F. C. (2008). Las igualdades incorrectas producidas en el proceso de traducción algebraico: un catálogo de errores. In *Investigación en educación matemática XII* (p. 13). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Pochulu, M. (2005). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. Revista Iberoamericana de Educación, 35(4), 1-14.

Pozo, J. (2008). *Aprendices y Maestros. La psicología cognitiva del aprendizaje.* Madrid: Alianza Editorial. Segunda Edición.

Popoca, V (2009). Cambios en figuras de área igual, conservación y relaciones figurales, tesis de maestría, departamento de matemática educativa, CINVESTAV, IPN, México.

Ramírez, G., Chavarría, J., Barahona, C., & Mora, M. (2014). Análisis de las conceptualizaciones erróneas en conceptos de geometría y sistemas de ecuaciones: un estudio con estudiantes universitarios de primer ingreso.*Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, *10*(1).

Rico, L. (1993). *Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas, Evaluación.* Historia. En J.Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico. (Comps), Educación Matemática. (60-108). México: Grupo Editorial Iberoamericano.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. p, 4(1), 1-14.

Rodríguez-Domingo, S., Cañadas, M. C., Molina, M., & Castro, E. (2012). Errores en la traducción de enunciados algebraicos en la construcción de un dominó algebraico.

Ruano, R. M., Socas, M. M., & Palarea, M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. PNA 2(2), 61-74

Saucedo, G. (2007). Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la Universidad. *Itinerarios Educativos*, *1*(2), 22-43.

Socas, M. (1997*). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria*. En Rico y otros (1997): La Educación matemática en la Enseñanza Secundaria. Cuadernos de Formación del profesorado. Educación Secundaria. (pp125-154) ICE Universidad de Barcelona: Editorial HORSORI.

Socas, Martín (2007). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico.* En Camacho, Matías; Flores, Pablo; Bolea, María Pilar (Eds.), Investigación en educación matemática (pp. 19-52). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Sosa, L., Huitrado, J. L., Hernández, J., Borjón, E., & Ribeiro, M. (2013). Uma oportunidade para o profesor aprender analizando os erros dos alunos–Un exemplo de Álgebra. *atas XIX Encontro Nacional de Professores de Matemática (ProfMat 2013), Lisboa: APM*.

Valencia, L. P. U. (2009). El análisis de errores como herramienta para el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Revista Inventum*, (7).

Zuya, Habila Elisha, (2010), MATHEMATICS TEACHERS' RESPONSES TO STUDENTS' MISCONCEPTIONS IN ALGEBRA Ph. D. Science Education Department, Modibbo Adama University of Technology, Yola, Nigeria. ISSN 2278-7690

La educación Media Superior en México, informe 2010-2011, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación INEE, primera edición 2011. Recuperado dehttp://www.inee.edu.mx/sitioinee10/Publicaciones/InformesTematicos/P1D236INFOANU2010-2011.pdf el 8 de octubre del 2013

Sistema Educativo de los Estados Unidos Mexicanos: Principales cifras ciclo escolar 2010-2011 Recuperado el 8 de octubre del 2013 de http://www.dgpp.sep.gob.mx/Estadi/principales_cifras_2010_2011.pdf

Anexos

J

Juego: ***descubriendo errores***

Objetivo: El estudiante practicará reconocer expresiones aritmética y/o algebraica erróneas.

Material:

- Un tablero con expresiones aritméticas y algebraicas (como el modelo)
- 30 fichas: 15 rojas y 15 amarillas
- 30 fichas: 15 negras y 15 blancas.

Reglas del juego:

- Se juega con dos personas y un juez (de preferencia el maestro)
- Se reparten sus 30 fichas a cada jugador y se acuerda que el color rojo y negro serán para señalar las afirmaciones erróneas. Las amarillas y blancas para las afirmaciones correctas.
- El juez indica el momento en que inicia el juego. A partir de ese momento los jugadores ician observando el tablero y tratando de reconocer si la expresión es cierta o no colocando una ficha sobre estaexpresión
- colocar sus fichas en el tablero identificar las expresiones, cubriendo una expresión con una ficha en el tablero , solo tiene 5 segundos para colocarla de lo contrario pierde turno.
- Cuando el tablero este lleno el juez realiza la contabilidad, levanta una ficha del primer jugador. El jugador debe justificar su respuesta, si el contrincante esta de acuerdo con el argumento se le da un punto por cada ficha bien colocada, si se equivoca se le descuentan dos puntos.
- Gana el que tenga un mayor número de puntos.

$\frac{2}{2} = 1$	$x + x = x^2$	$\frac{2a}{a} = 2$ si $a = 0$	$m^0 = 0$	$2h - h = h$	$2(a + b) = 2a + 2b$
$2^3 = 8$	$4^{-1} = -4$	$b \cdot b = b^2$	$a(x + y) = ax + y$	$\frac{1}{2} = 2^{-1}$	$\frac{0}{5} = 0$
$a \cdot a = 2a$	$8^2 = 16$	$\frac{0}{2} = 2$	$(ab)^5 = a^5 b$	$x^2 - x = x$	$(mn)^4 = 4mn$
$(a + b)^2 = a^2 + b^2$	$\frac{a}{a} = a$ [illegible]	$a + a = 2a$	$x^2 + x^2 = 2x^2$	$5^0 = 1$	$\frac{3}{0} = 3$
$2(ab) = 2a2b$	$3^2 = 6$	$4 + 3(2) = 14$	$(x^2)^3 = x^6$	$(xy)^3 = x^3 y^3$	$(2a)^3 = 8a^3$
$\frac{1}{a} = a^{-1}$	$\frac{m}{m} = 1$ $m = 0$	$x^2(x^3) = x^5$	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$2(ab) = 2ab$	$(2a)^3 = 6a^3$
$(-3)^2 = -6$	$(2a)^3 = 8a$	$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{2x}{5}$	$(\frac{1}{4})^{-1} = 4$	$2(m + n) = 2mn$	$4 + 3(2) = 10$

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
MAESTRÍA EN DOCENCIAPARALA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

MATEMÁTICAS
PRÁCTICADOCENTE III
SEMESTRE 2013 -2

EVALUACIÓN DEL ALUMNO AL PROFESOR MADEMS

Como parte de nuestra formación docente, los profesores MADEMS hemos diseñado algunas preguntas que te pedimos contestar con absoluta honestidad ya que los resultados nos servirán como retroalimentación para mejorar la enseñanza de las matemáticas en las aulas del bachillerato.

*Esta evaluación no afectará tu calificación del curso.

Antes de empezar, completa los datos que pide el siguiente cuadro.

INSTITUCIÓN: Escuela Nacional Preparatoria No 4 FECHA: ________________

MATERIA: Matemáticas I ______________________ GRUPO:_______________

ALUMNO(A): ____

PROFESOR (A) MADEMS: _____Martha Patricia Rodríguez Rosas______________________

PROFESOR (A) SUPERVISOR:______Martín Fermoso_Díaz_________________________________

Lee cada pregunta con mucho cuidado, selecciona el número que indique la respuesta más adecuada según tu opinión y marca en el cuadro con un tache o con una paloma.

INDICADOR	APRECIACIÓN
6	SIEMPRE
5	FRECUENTEMENTE ALGUNAS VECES
4	ALGUNAS VECES
3	NUNCA
2	RARA VEZ
1	NO SÉ

CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN DEL ALUMNO AL PROFESOR MADEMS

PREGUNTA	APRECIACIÓN					
ORGANIZACIÓN Y PLANEACIÓN	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.¿El docente indicó los objetivos a lograr en clase?						
2.¿El profesor explica de manera clara y ordenada?						
3.¿Los ejemplos proporcionados por el docente te permitieron comprender mejor el tema?						
4.¿Las actividades que te proporcionó el docente fueron adecuadas?						
5.¿El docente resaltó los conceptos más importantes del tema?						
6.¿El profesor dejó tareas acordes al tema visto en clase que te permitieron practicar o reforzar?						
MOTIVACIÓN.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.¿Las explicaciones del profesor fueron elocuentes?						
2.¿El profesor despertó tu interés por el tema						
3.¿La actitud y estrategias del docente motivaron tu compromiso en clase?						
4.¿El profesor te involucró para resolver los ejercicios?						
5.¿El docente mostró entusiasmo durante la clase?						
6.¿Consideras que el profesor te transmitió su pasión por el tema durante las exposiciones docentes?						
7.¿Las actividades que te proporcionó el docente te ayudaron a reafirmar el tema?						
RELACIONES HUMANAS	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.¿El trato del docente fue amable y cordial?						
2.¿El docente mostró interés por sus alumnos?						
3.¿Existió respeto entre los alumnos y el profesor?						
4.¿Existió diálogo entre los alumnos y el profesor?						
5.¿Existió empatía entre los alumnos y el profesor?						
ACUERDOS EN CLASE	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.¿El profesor exigió puntualidad en la clase?						
2.¿El profesor exhortó tu asistencia en clase?						

3.¿El docente te exigió calidad y contenido en los trabajos y tareas?						
4.¿El profesor mantuvo orden y disciplina en el aula?						
5.¿El profesor te pidió puntualidad en la entrega de tareas?						
6.¿El profesor fue justo al calificar tareas, ejercicios y/o exámenes?						
RESPONSABILIDAD DOCENTE	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.¿El docente llegó puntual a clase?						
2.¿El profesor asistió a clase?						
3.¿El profesor revisó con prontitud las tareas, actividades y exámenes?						
4.¿El docente te proporcionó retroalimentación de tus tareas, actividades y exámenes?						
COMUNICACIÓN EN EL AULA	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1.¿El docente se mostró seguro al exponer el tema?						
2.¿El profesor usó adecuadamente su lenguaje corporal y gestual?						
3.¿Utiliza el pizarrón de manera clara y ordenada?						
4.¿El docente aclaró tus dudas durante la clase?						
5.¿Crees que el volumen de voz es adecuado?						
6.¿La velocidad del profesor al hablar es adecuada?						
7.¿El ritmo de la clase te permitió seguir, entender y recordar la clase?						
8.¿El lenguaje que usó el docente fue adecuado?						
EN GENERAL	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1. ¿Las estrategias usadas por el docente fueron adecuadas?						
2. ¿Consideras que el profesor es buen docente?						

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
MAESTRÍA EN DOCENCIAPARALA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

MATEMÁTICAS
PRÁCTICADOCENTE III
SEMESTRE 2013 -2

EVALUACIÓN SOBRE EL TEMA DE TESIS MADEMS

Como parte de nuestra formación docente, los profesores MADEMS hemos diseñado algunas preguntas que te pedimos contestar con absoluta honestidad ya que los resultados nos servirán como retroalimentación para mejorar nuestra propuesta de tesis madems.

***Esta evaluación no afectará tu calificación del curso**

- Antes de empezar, completa los datos que pide el siguiente cuadro.

INSTITUCIÓN: Escuela Nacional Preparatoria No 4 “Vidal Castañeda Y Nájera”____________________________________	FECHA: _______________
MATERIA:_____ Matemáticas I ____________________	GRUPO:_______________
ALUMNO(A):____	
PROFESOR (A) MADEMS:___ Martha Patricia Rodríguez Rosas __________________________	
PROFESOR (A) SUPERVISOR: ___Martín Fermoso Díaz__________________________	

- ❖ De preferencia utiliza pluma azul o negra para contestar pero también puedes hacerlo con lápiz.
- ❖ **Lee cada pregunta con mucho cuidado, selecciona el número que indique la respuesta más adecuada según tu opinión y marca en el cuadro con un tache o con una paloma.**

INDICADOR	APRECIACIÓN
6	SIEMPRE
5	FRECUENTEMENTE ALGUNAS VECES
4	ALGUNAS VECES
3	RARA VEZ
2	NUNCA
1	NO SÉ

CUESTIONARIO DE EVALUACIÓN SOBRE EL TEMA LOS ERRORES Y LA ECUACIÓN CUADRÁTICA: UNA FORMA DIFERENTE DE APRENDER PARA ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

PREGUNTA **APRECIACIÓN**

ERRORES Y ECUACIONES CUADRATICAS	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1. ¿Habías reflexionado antes sobre tus errores en matemáticas?						
2. ¿Consideras que los errores nos ayudan a aprender?						
3. ¿El tema de ecuaciones de segundo grado te pareció fácil de seguir?						
4. ¿El contenido del tema visto te pareció fácil de entender?						
5. ¿Te será fácil de recordar lo que ahora sabes sobre el tema de ecuación de segundo grado?						
RESOLUCIÓN DE ECUACUACIONES CUADRÁTICAS						
1. ¿Ya tenías conocimientos previos que te permitieron entender mejor el tema?						
2. ¿Consideras que conocer tus errores te permiten aprender mejor el tema de las ecuaciones cuadráticas?						
3. ¿Tus conocimientos en geometría te permitieron comprender mejor el tema?						
4. ¿Tus conocimientos en álgebra te permitieron comprender mejor el tema?						
5.¿Es importante saber aritmética para entender cómo se resuelven las ecuaciones de segundo grado?						
MATERIAL DE APOYO PARA APRENDER A RESOLVER ECUACIONES CUADRÁTICAS						
1.¿Te pareció apropiado el uso de presentaciones power point para dar a conocer algunos ejemplos de la resolución de ecuaciones cuadráticas?						
2. ¿Crees que las actividades realizadas en clase te permitieron entender mejor el tema de resolución de ecuación cuadrática?						
3. ¿Consideras que las actividades escritas fueron pertinentes para comprender el tema?						
4. ¿Los materiales de bloques te permitieron entender mejor el tema de ecuación cuadrática?						
5. ¿Crees que el trabajo en equipo favorece tu aprendizaje?						
6.¿Los ejercicios planteados te parecieron accesibles?						
7.¿Las tareas propiciaron consolidar los conceptos importantes?						

1.- ¿Qué opinas sobre el tema de usar los errores como un medio para aprender?
2.- ¿Qué opinas del desempeño docente de la profesora que presentó su tema de tesis? ¿Qué consejos y recomendaciones le harías para mejorar como docente de matemáticas en bachillerato?
3.- Finalmente, con base en tu experiencia y conocimientos como estudiante, contesta cada una de las siguientes preguntas. a) ¿cuáles son las características que debe tener un buen profesor de matemáticas?
b) ¿cuáles son las condiciones que deben prevalecer en un salón de clases de matemáticas para que las consideres buenas clases de matemáticas?
GRACIAS POR TODAS TUS RESPUESTAS Y COMENTARIOS!!!!