UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

COLEGIO DE GEOGRAFÍA

Herramientas para la mejor comprensión de conceptos cosmográficos

TESINA

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN GEOGRAFÍA

PRESENTA:

JOSÉ LUIS HERRERA JIMÉNEZ

ASESOR: MTRO. RAFAEL COSTERO Y GRACIA

CIUDAD DE MÉXICO 2015

Dedicado a:

María de Jesús Rosalía Jiménez Ángeles

Agradecimientos

al asesor de la tesina

M. en C. Rafael Costero Gracia

y a los sinodales

Lic. Macario Arredondo Romero

Mtro. Gilberto Núñez Rodríguez

Ing. Marcos Palemón Hernández Sánchez

Lic. Jaime Morales

Indice

Introducción

El profesional que se va a dedicar a impartir cursos de Geografía deberá tener un conocimiento amplio del mundo en que vivimos: estar al día en los cambios políticos; saber explicar el por qué de la intervención de los países fuertes sobre los débiles. Tener una concepción filosófica y geopolítica que le permita hacer un análisis imparcial de los problemas actuales pues, siendo ésta una ciencia eminente social, requiere del planteamiento de muchas situaciones problemáticas, de las cuales sólo podrá salir bien librado si las encausa hacia el análisis dialéctico; es decir, hacia una concepción científica.

La situación geográfica, el clima, los recursos naturales, son factores que grandemente han influido en la prosperidad de muchos pueblos. Así el geógrafo, además, deberá entender que la ubicación de los recursos naturales en unos países y la falta de ellos en otros, ha propiciado movimientos sociales, dando lugar al dominio de unos pueblos sobre los demás.

La Cosmografía ayuda, de manera importante, a alcanzar esta forma de pensar; a organizar nuestra mente, a identificar y analizar interrogantes, fenómenos y hechos, ya que el ejercicio del procedimiento deductivo permite a un ser humano investigar, razonar por si mismo y encontrar esa verdad científica tan necesaria.

La desviación de los cuerpos en su caída libre, el rumbo que siguen los vientos en cada hemisferio, son ejemplos de incógnitas que se le presentan al geógrafo en su trabajo diario. Se esperaría que todos los docentes de geografía lograran concatenar una clase con otra, y correlacionar la materia con todas las demás. Es sumamente sencillo hacerlo con la Historia y la Biología, pero casi nunca se le asocia con la Química, la Física y la Matemática. A un alumno del Nivel Básico le interesa la forma en que un avión va de un lugar a otro, sin carretera, sin vía férrea y ahí está la oportunidad que el docente de Geografía requiere para abordar temas como los rumbos, las distancias entre dos puntos sobre la superficie terrestre y la forma de resolver problemas cartográficos.

Es muy interesante para un adolescente “medir”, de manera sencilla e ilustrativa, un meridiano terrestre, calcular el tiempo que tarda un avión en recorrer el Trópico de Cáncer, etc. Sólo si el maestro comprende algunos conceptos básicos de la Cosmografía, comprenderá mejor la solución de éstas y otras muchas interrogantes de la Geografía.

El tema de las Coordenadas Geográficas es otro escollo para el maestro. No sabe o no puede explicar cómo, en la práctica, se puede localizar un punto sobre la superficie de la esfera terrestre. Deficiencias como ésta originan en los alumnos una apatía por la materia. En cambio, al ofrecer la oportunidad de medir las coordenadas geográficas de un lugar, aunque sea de manera muy rudimentaria, no sólo puede lograrse atraer la atención y el interés del alumno, sino que da la oportunidad de comprender los movimientos aparentes de los astros, que pueden emplearse para efectuar esa medida, de ilustrar el efecto que los cambios de la posición del Sol a lo largo del año tiene tiene sobre las estaciones terrestres, y de capacitar al alumno para determinar la dirección norte-sur de su localidad (la meridiana) con precisión más que suficiente para casi cualquier uso práctico de ese conocimiento.

El propósito de este trabajo es el de ilustrar a los docentes, de niveles elemental y medio, sobre algunos temas y métodos prácticos y sencillos que permiten medir, de manera muy elemental, las coordenadas geográficas de un lugar, capacitan al alumno para determinar la dirección del norte geográfico; que ayudan a comprender los movimientos aparentes del Sol (el diurno y el anual), que ilustran las causas y los efectos de las estaciones en la Tierra; y que proporcionan la posibilidad de orientar, con suficiente precisión, trazos y diseños de edificaciones.

En el capítulo 1 se explicaran los sistemas de coordenada celestes (horizontal y ecuatorial), en tanto que en capítulo 2 se describen los movimientos aparentes de los astros, en particular el del Sol. El capítulo 3 trata acerca del fundamento matemático para determinar las coordenadas geográficas y en el capítulo 4 se explica como derminar la meridiana (la dirección norte-sur) de un lugar.

El capítulo 5 se dedica a explicar cómo construir y aplicar dos sencillos instrumentos, cada uno de los cuales nos permiten hacer las mediciones requeridas para calcular las coordenadas geográficas del lugar dónde se realice la lectura. En el capítulo 6 se presentan sendos ejemplos de cómo emplear esos instrumentos. El último capítulo trata sobre los errores que involucrados al realizar las mediciones con los sencillos instrumentos sugeridos en este trabajo.

Capítulo 1

Conceptos fundamentales

A todos nos es familiar el concepto de coordenadas geográficas. Con éstas se ubica cualquier lugar en la superficie de la Tierra. Para ello se emplean dos ángulos: la latitud y la longitud. Algo similar se utiliza para ubicar a los astros en el cielo; más precisamente, se requiere un sistema de coordenadas en la *esfera celeste,* las llamadas coordenadas celestes, de las cuales hay varias. Ejemplos de coordenadas celestes son las Coordenadas Horizontales, las Ecuatoriales, las Eclípticas y las Galácticas. En esta Tesina emplearemos conceptos de las dos primeras, únicamente.

1.1 Coordenadas Horizontales

El sistema de coordenadas celestes más sencillo de visualizar es el de las *coordenadas horizontales* que, como su nombre sugiere, emplea como plano de referencia al del *horizonte celeste* para medir la posición de los astros en el cielo. Estas coordenadas cambian muy rápidamente debido al *movimiento diurno* de la esfera celeste: el movimiento aparente consecuencia del de rotación terrestre, como veremos en el Capítulo 3 de este trabajo. Es por esto mismo que éstas coordenadas nos son útiles para determinar las coordenadas geográficas de un lugar.

Las coordenadas horizontales consisten en dos ángulos:

1) La *Altura* (o su complemento, la *Distancia Cenital*)

2) El *Acimut*

Para definirlas, es adecuado entender los siguientes conceptos:

Esfera celeste geocéntrica: Es la esfera de radio infinito cuyo centro está en el centro de la Tierra. En ella se encuentran todos los astros (planetas, estrellas, galaxias, etc.). Como las distancias a los astros son mucho mayores que el radio de Tierra, ésta se representa como un punto en el centro geométrico de la esfera, y los astros se suponen situados en la superficie de la misma.

Visual al astro: Es la línea que une al observador con el al astro. Para todo fin práctico, el observador está situado en el centro de la esfera y así lo asumiremos en a lo largo de este trabajo.

Vertical del lugar: Es la dirección de la línea que une al *centro de masa* de la Tierra con el lugar en el que se encuentra el observador; esto es, dicho de manera más sencilla, la v*ertical del lugar es* la dirección del hilo de la plomada en ese lugar.

Cenit y Nadir: Son los puntos de intersección de la vertical con la esfera celeste. El cenit es aquel que está hacia arriba y el nadir el que está hacia abajo. Esto es, son respectivamente los puntos más alto y más bajo de la esfera celeste, de la cual sólo vemos el hemisferio de arriba.

Horizonte celeste: Es el *círculo máximo* de la esfera celeste perpendicular a la vertical del lugar. Éste no debe confundirse con el horizonte sensible o visual, que es la línea de separación entre la tierra y el cielo desde la perspectiva del
observador; si éste se encuentra en una roca en medio la mar, el horizonte celeste
prácticamente coincide con el sensible.

Las Coordenadas Horizontales de un astro son:

1. La **Altura (h)**, que es el ángulo que hace la *visual al astro* con el horizonte celeste. Se mide desde el horizonte hasta la visual de 0˚ a +90˚ hacia arriba y de 0 a -90˚ hacia abajo. Equivale a la latitud geográfica de un lugar. Su complemento, la **Distancia Cenital (ζ)**, es el ángulo que la visual al astro hace con la vertical del lugar, medido a partir del cenit, de 0˚ a 180˚.
2. El **Acimut (A)** de un astro, que es el ángulo diedro formado por los *círculos verticales* que pasan por el punto cardinal norte y por el del astro. Es equivalente a la longitud geográfica, pero en lugar de meridianos, el de Greenwich y el del lugar, se emplean el círculo vertical del punto cardinal norte y el del astro. Se puede medir de diversas maneras, pero normalmente se mide de 0˚ a 360˚, a partir del norte y hacia el este.

En la Fig. 1.1 se ilustran todos estos conceptos. En ella O es el centro de la esfera, que puede ser el de la Tierra o el observador mismo, N es el punto cardinal norte , ZZ' es la vertical del lugar, Z y Z' son el cenit y el nadir. Los círculos ZeZ' y ZNZ' son los círculos verticales del astro y del punto cardinal norte, respectivamente.

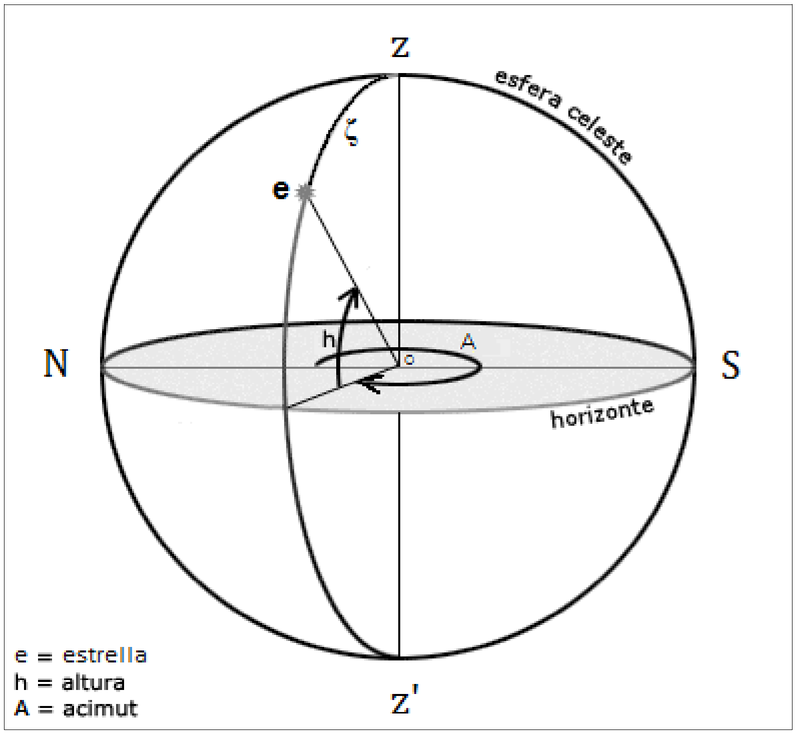


Fig. 1.1 Esfera celeste y coordenadas horizontales: los ángulos **A, h** y ζ son el acimut, la altura y la distancia cenital del astro, respectivamente.

1.2 Coordenadas Ecuatoriales

Otro tipo de coordenadas celestes son las *Coordenadas Ecuatoriales*. Éstas utilizan al *ecuador celeste* como círculo fundamental. Para definir las Coordenadas Ecuatoriales, se requiere explicar tres elementos adicionales de la esfera celeste, que son los siguientes:

Eje del mundo: Es el eje de rotación de la Tierra.

Ecuador celeste: Es el *círculo máximo* de la esfera celeste perpendicular al eje del mundo. Cabe aclarar que *círculo máximo* de una esfera es cualquier círculo sobre la superficie de la esfera cuyo plano pasa por el centro de la misma, esto es, que divide a la esfera en dos hemisferios iguales.

Punto Gamma (γ): En en el ecuador celeste se encuentra el origen de una de las coordenadas, el equivalente a Greenwich en la Tierra, llamado *Punto Vernal* o *Punto Gamma*, que es uno de los puntos donde el Ecuador Celeste cruza la *eclíptica.* La eclíptica, explicada con más detalle en el capítulo siguiente, es el camino aparente que el Sol sigue entre las estrellas durante el año. El punto de la esfera celeste donde el Sol, en ese movimiento anual, cruza del hemisferio celeste sur al norte, es el *Punto Gamma*. o *Punto Vernal.* Es, pues, el lugar que ocupa el centro del disco solar en el momento en que ocurre el Equinoccio de Primavera.

Las coordenadas ecuatoriales de las estrellas "fijas" cambian muy lentamente debido al movimiento de precesión de eje de rotación de la Tierra. Sin embargo, ese hecho es irrelevante para los propósitos de este trabajo. Las coordenadas ecuatoriales del Sol cambian diariamente, como se explica en el Capitulo 3.

Las coordenadas ecuatoriales son:

1. **Declinación de un astro (δ):** Es el ángulo comprendido entre la visual al astro y el plano del ecuador celeste. Es completamente equivalente a la latitud geográfica, pero en la esfera celeste.

2. **Ascensión recta de un astro (α):** Es el ángulo dado entre el plano de *círculo horario* del *Punto Gamma* y el del *círculo horario* del astro. Los círculos horarios son, literalmente, equivalentes a los meridianos terrestres, pero en la esfera celeste. La ascensión recta es similar a la longitud geográfica; su "meridiano" de origen, el equivalente al de Greenwich, es el *círculo horario* del *Punto Gamma*.

En la Fig. 1.2 se muestran esquemáticamente estos conceptos. En ella, O es el observador, γ es el Punto Gamma o Punto Vernal (que define el origen de una de las coordenadas), PP' es el eje del mundo o de rotación terrestre, P y P' son los polos norte y sur celestes, respectivamente.

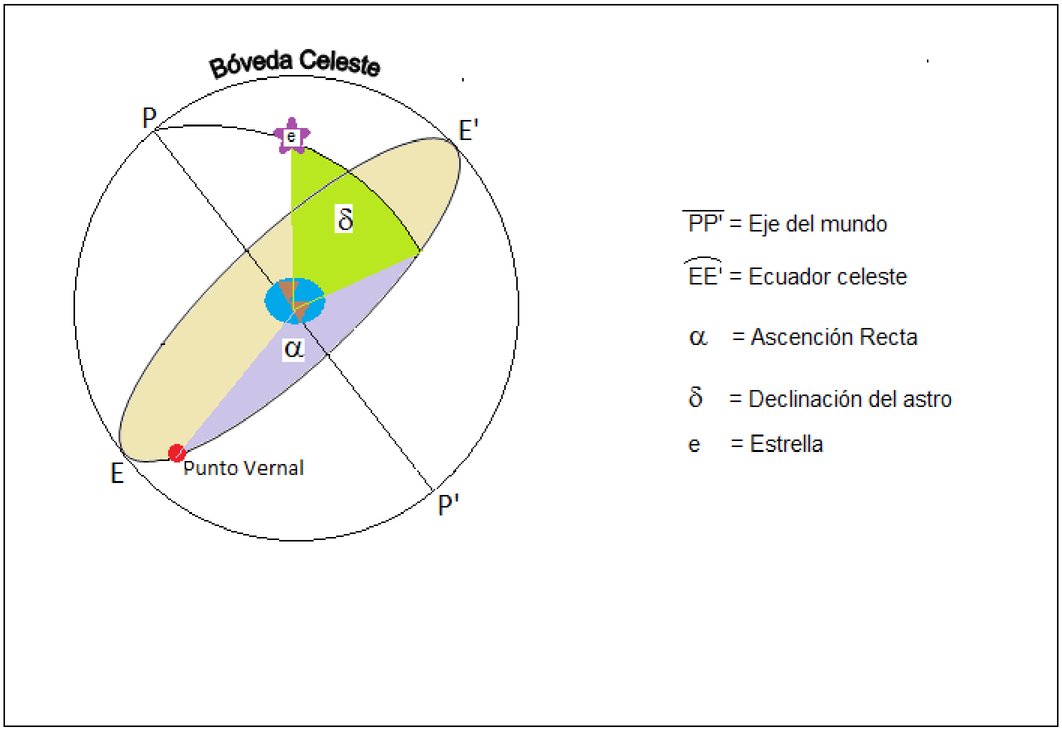


Fig. 1.2 Esfera Celeste y coordenadas ecuatoriales: los ángulos **α** y **δ** son la ascensión recta y la declinación del astro, respectivamente.

1.3 Esfera Celeste en un Lugar de Latitud Conocida

Recordemos que en el centro de la esfera celeste están la Tierra y el observador, éste situado sobre el horizonte del lugar en el que se encuentra, como se muestra en la Figura 2.3a. El plano del ecuador terrestre coincide con el del ecuador celeste, por lo que la vertical de ese lugar y el ecuador (terrestre o celeste) hacen un ángulo igual a la latitud del observador. Análogamente, el ángulo entre el horizonte celeste y el eje del mundo (el eje de rotación de la Tierra) es igual a la latitud del lugar. Ahora recordemos además que la Tierra es mucho, pero mucho más pequeña que la Esfera Celeste; así que al situar la Figura 1.3a dentro de la Esfera Celeste, disminuida hasta ser sólo un punto en el centro de ésta, se obtiene lo que puede verse en la Figura 1.3b: la Esfera Celeste en un lugar de latitud √ (que en este ejemplo mide aproximadamente 20°).

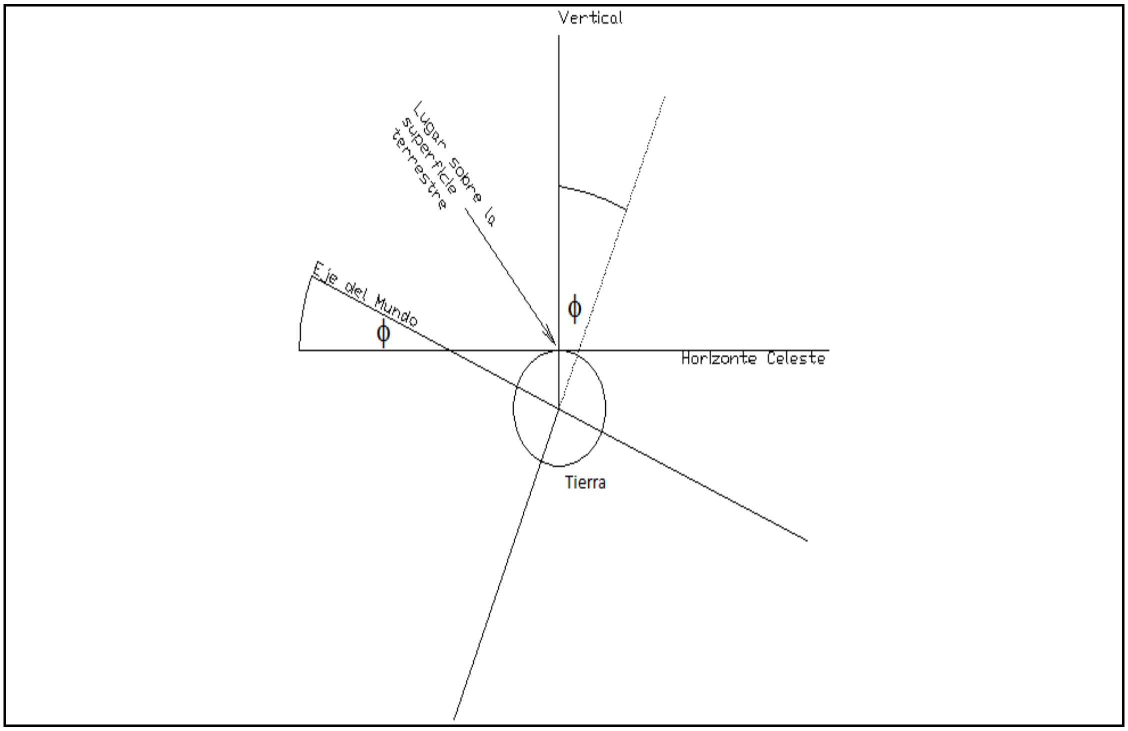


Fig. 1.3a La Tierra, centro de la Esfera Celeste, con el observador situado "arriba", justo sobre el plano del Horizonte Celeste, a distancia angular √ del ecuador terrestre; esto es, a latitud √.

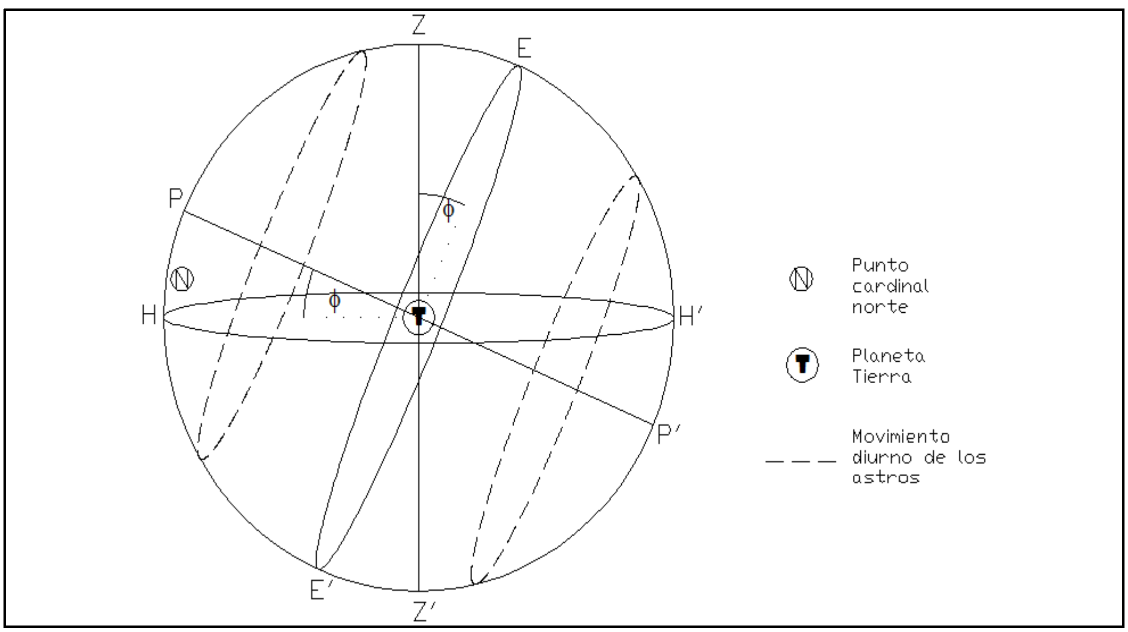


Fig. 1.3b La Esfera Celeste, con la Tierra al centro. El ángulo que hace el ecuador (EE') con la vertical del lugar (ZZ') es igual a la latitud del lugar, √, e igual al ángulo que hace el Eje del Mundo (PP') con el Horizonte Celeste (HH').

El gran círculo que pasa por el cenit (y nadir) y por los polos celestes es de mucha importancia para la astronomía; se llama ***Meridiano Celeste***. Es en este círculo donde los astros alcanzan su máxima (y su mínima) altura sobre el horizonte durante su movimiento diario, llamado *Movimiento Diurno* (véase el Capitulo 3). Desde luego, cuando un astro esté a su máxima altura, su distancia cenital será la mínima. Las dos intersecciones del Meridiano Celeste con el Horizonte Celeste son los puntos cardinales norte y sur, los cuales definen una línea sobre el plano del horizonte, llamada ***Meridiana:*** La meridiana de un lugar es la dirección norte-sur geográfica en ese lugar (véase el Capítulo 6).

El hecho de que, en cualquier sitio sobre la Tierra, el ecuador celeste haga un ángulo con la vertical del lugar igual a la latitud de ese lugar, nos permite medir la latitud geográfica de ese sitio. Por ejemplo, imaginemos que un astro fácilmente identificable se encuentra justo en el ecuador celeste (declinación 0º); entonces, al alcanzar su máxima altura, el ángulo entre la visual al astro y la vertical del lugar (su distancia cenital) es igual a la latitud del lugar. Alternativamente, la estrella polar, que se encuentra a menos de 1º del polo norte celeste, estará siempre a una altura sobre el horizonte muy parecida a la latitud del lugar desde la que se observe, si éste se localiza en el hemisferio norte terrestre.

En general, cuando un astro alcanza su altura máxima o, lo que es lo mismo, su distancia cenital mínima, se dice que el astro está en ***culminación***. En ese momento, la resta algebraica de la latitud del lugar menos la declinación del astro, es igual a la distancia cenital de éste, si el astro culmina al sur del cenit; si la culminación del astro ocurre al norte del cenit, esa resta es igual al negativo de la distancia cenital. Es esta relación la que emplearemos para medir la latitud geográfica de un lugar, como se deducirá en el Capítulo 4.

Capítulo 2

Movimiento aparente del sol

El Sol está dotado de dos movimientos aparentes, importantes para los objetivos de este trabajo. Ambos son consecuencia de sendos movimientos de la Tierra.

El primero consiste en la diaria rotación aparente de la esfera celeste, que involucra a todos los astros, incluidos los planetas, las estrellas, las galaxias, etc. Es consecuencia del movimiento de rotación terrestre, de oeste a este, por lo que la esfera celeste parece tener movimiento alrededor del eje de rotación de la Tierra de este a oeste. A este movimiento diario se le llama movimiento diurno***;*** sucede en círculos paralelos al ecuador celeste y, a causa de él, las coordenadas horizontales de todos los astros cambian continuamente. No así las coordenadas ecuatoriales de los astros, pues éstas están referidas al ecuador y al Punto Gamma, el cual también participa de este movimiento diurno.

El segundo movimiento aparente del Sol es consecuencia del movimiento de translación terrestre, que ocurre inclinado (23° 27') respecto al de rotación. Hace que el Sol parezca desplazarse sobre la esfera celeste, respecto a las estrellas, con un movimiento de casi un grado diario; o sea que, durante el año, describe un gran círculo inclinado 23° 27' respecto al ecuador celeste. A este círculo se le denomina ***eclíptica*** porque sobre él tienen lugar los eclipses de Sol y de Luna. La eclíptica es, simplemente, la intersección del plano de la órbita de la Tierra con la esfera celeste y, como sabemos, los planos de la órbita terrestre y el del ecuador de nuestro planeta hacen un ángulo de aproximadamente de 23° 27' . Las coordenadas ecuatoriales de los astros fuera del sistema solar no cambiarían si el eje de rotación terrestre no precesara. Sin embargo, las de los planetas sí cambian durante el año debido no sólo a sus movimientos alrededor del Sol, sino también al movimiento orbital de la Tierra. Más relevante al tema aquí tratado, la declinación y la ascensión recta del Sol cambian debido al movimiento orbital de translación terrestre, como a continuación se describe:

1. La declinación varía desde -23° 27' hasta +23° 27', evidentemente debido a que el ecuador y la órbita terrestres forman ese bien conocido ángulo. Si la rotación y la translación de la Tierra fueran paralelas, la declinación del Sol no cambiaría (sería siempre igual a 0ª); el movimiento diurno de éste sería siempre el mismo y, como consecuencia, todos los días el Sol aparecería y se pondría por los mismos dos puntos del horizonte (el este y el oeste) y, visto desde un mismo lugar, alcanzaría siempre la misma altura máxima sobre el horizonte.

2. La ascensión recta del sol varía de manera casi uniforme, aumentando cada día 3 minutos 56 segundos, aproximadamente. En consecuencia, las constelaciones que se ocultan diariamente con el Sol no son siempre las mismas, sino que van cambiando durante el curso del año. Las que están en la eclíptica, esto es, en el camino anual del Sol, se suceden mes con mes. A partir de marzo, lo hacen en el siguiente orden: Piscis, Aries, Tauro, Géminis, Cáncer, Leo, Virgo, Libra, Escorpio, Sagitario, Capricornio y Acuario. Puestas en este orden, la ascensión recta de cada una de estas constelaciones es mayor que la que le precede, por lo que se deduce que el Sol tiene movimiento aparente opuesto al *movimiento diurno*. Si la ascensión recta del Sol permaneciese constante, éste aparecería y se ocultaría todos los días junto con las mismas estrellas, aquellas que estuvieran situadas detrás del Sol.

Si el sol estuviese fijo sobre la esfera celeste describiría diariamente un mismo círculo, paralelo al ecuador, como ocurre con una estrella cualquiera, a consecuencia de la rotación aparente de la esfera celeste. Pero debido a su movimiento (aparente) sobre la eclíptica, en particular a causa de la variación de su declinación, resulta que va describiendo una helicoidal con sectores sumamente próximos entre sí, recorriendo en seis meses (a partir del solsticio de verano, en el mes de junio) una especie de hélice comprendida entre el Trópico de Cáncer y el de Capricornio, con tantos sectores como días hay en ese lapso. En los restantes seis meses del año, a partir del solsticio de invierno, el Sol parece describir otra hélice, análoga a la anterior, pero ahora de sur a norte, de modo que la declinación solar va aumentando desde el -23°27 (cuando el Sol pasará por el cenit de lugares situados sobre el Trópico de Capricornio), hasta +23°27' (cuando pasará justo por encima de lugares en el Trópico de Cáncer).

A lo largo de ese movimiento aparente, el Sol cruza dos veces el ecuador; una cuando pasa del hemisferio sur al norte, y otra cuando lo hace del norte al sur. Es entonces cuando ocurren los equinoccios de primavera y de otoño, respectivamente. En esos momentos, la declinación del Sol es 0º. Al alcanzar el Sol su máxima declinación positiva (+23°27') es cuando ocurre el solsticio de verano; el solsticio de invierno sucede cuando la declinación del Sol es mínima, o sea -23°27'. En la Figura 2.1 se ilustra esquemáticamente lo aquí descrito.

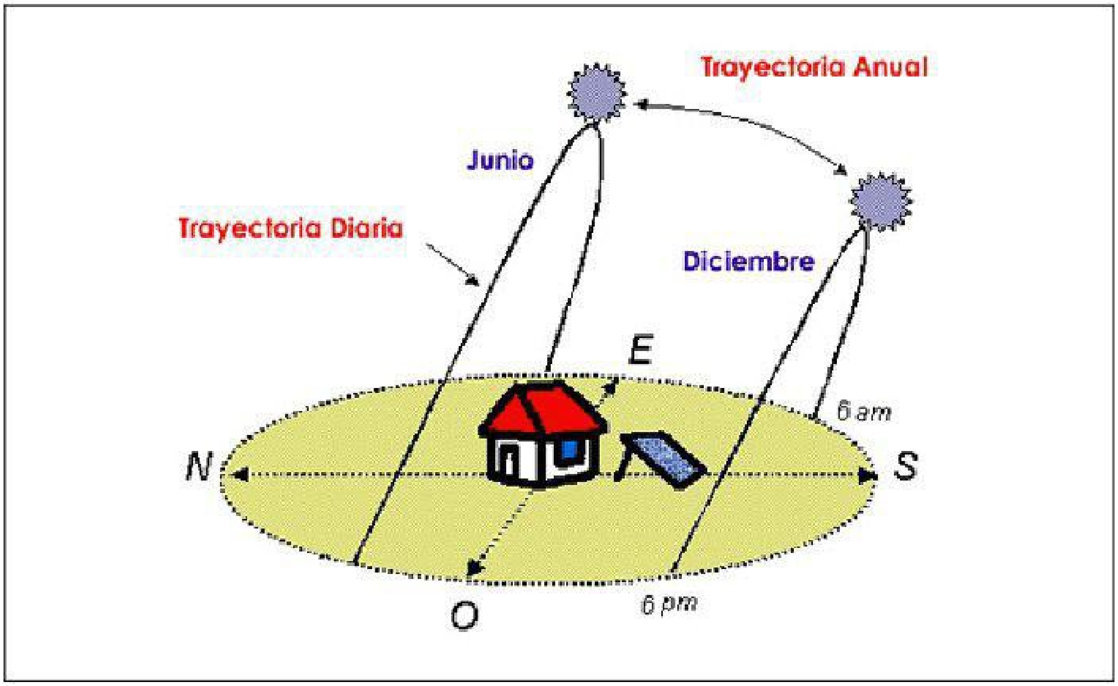


Fig.2.1 Movimiento diurno del Sol durante las estaciones en un lugar de latitud 25ª Norte. Imagen tomada del trabajo de C. Morisset, J. Garcia-Rojas, L. Jamet, A. Farah (2009).

Capítulo 3

Determinación de la Latitud y la Longitud Geográficas.

3.1 Medición de la Latitud Geográfica

Como se menciona el Capitulo 2 de este trabajo, cuando un astro está en culminación (esto es, cuando se encuentra a su máxima altura) su declinación y su distancia cenital están relacionadas con la latitud del lugar desde el que se observa. A continuación deduciremos esa relación, y la aplicaremos para la obtención de la latitud geográfica de un lugar, empleando al Sol, astro inconfundible, cuyo brillo permite medir su altura mediante el uso de instrumentos tan básicos como un estilete, un nivel o una plomada.

Las Figuras 3.1 y 3.2 ilustran los dos posibles casos para determinar la latitud de un lugar de latitud norte, cuando el astro empleado para ello (el Sol, en este caso) culmina **al sur del cenit,** esto es, entre el cenit y el punto cardinal sur. En ellas, Z representa al cenit; N y S son los puntos cardinales norte y sur, respectivamente; **e** representa al Sol en culminación, y el círculo NPZSP'Z' es el meridiano celeste, donde los astros culminan. En ambas figuras, los ángulos que vamos a utilizar son:

EOZ = φ = latitud del lugar
EOe = δ = declinación del Sol
eOZ = ζ = distancia cenital del Sol (= 90° - altura del Sol)

Como se ilustra en estas figuras, hay dos posibles casos: El primero, mostrado en la Fig. 3.1, la declinación es positiva, pero menor que la latitud del lugar. En este caso, es evidente que la latitud del lugar es la suma de la declinación más la distancia cenital. En el segundo caso, que ocupa la Fig. 3.2**,** la declinación del Sol, δ, es negativa; nótese que entonces la suma algebraica de la declinación del Sol más su distancia cenital ($\delta + \zeta$) es, en realidad, la resta de ζ menos el valor absoluto de la declinación. Así pues, se concluye que, **cuando el Sol culmina al sur del cenit:**

$$EOZ = EOe + eOZ \quad ;$$

o sea,

$$\varphi = \delta + \zeta \; ; \qquad (3.1\ a)$$

donde δ puede ser positiva o negativa y la suma debe hacerse algebraicamente.

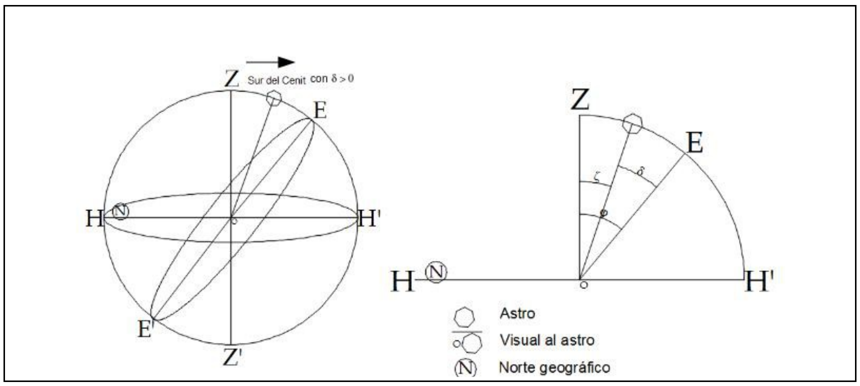


Fig. 3.1 Esquema en donde se ilustra la relación entre la latitud del lugar **(φ)**, la declinación **(δ)** positiva y la distancia cenital **(ζ)** del Sol, en culminación al Sur del cenit. N es el punto cardinal norte.

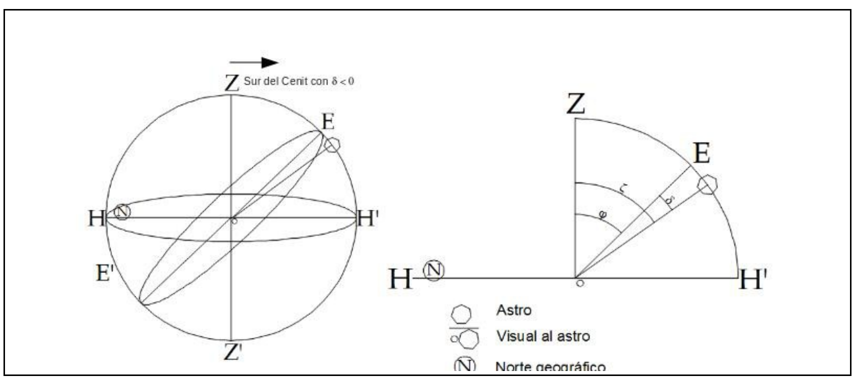


Fig. 3.2 Esquema en donde se ilustra la relación entre la latitud del lugar **(φ)**, la declinación **(δ)** negativa y la distancia cenital **(ζ)** del Sol, en culminación al Sur del cenit. N es el punto cardinal norte.

En la Figura 4.3 se ilustra el único posible caso de culminación de un astro **al norte del cenit** (esto es, cuando alcanza su máxima altura entre el cenit y el punto cardinal norte) si es **observado desde el hemisferio norte terrestre:** la declinación del astro es, forzosamente, positiva y mayor que la latitud geográfica del lugar. Como puede apreciarse en esta figura --en la que los símbolos representan los mismos puntos, círculos y ángulos que en las figuras 3.1 y 3.2-- la latitud del lugar es igual a la declinación del astro menos la distancia cenital del mismo. Esto es, el ángulo EOZ que hace el ecuador celeste con la vertical del lugar (la latitud φ) es igual al ángulo EOe (la declinación δ del astro, en este caso del Sol) menos el ángulo eOZ (su correspondiente distancia cenital, ζ). Así pues, **cuando el astro culmina al norte del cenit,**

$$EOZ = EOe - eOZ \quad ;$$

o sea,

$$\varphi = \delta - \zeta \; ; \qquad (3.1\ b)$$

donde δ es siempre positiva si el lugar se ubica en el hemisferio norte terrestre.

Fig. 3.3 Esquema en donde se ilustra la relación entre la latitud del lugar **(φ)**, la declinación **(δ)** positiva y la distancia cenital **(ζ)** del Sol, en culminación al Norte del cenit. N es el punto cardinal norte.

Las ecuaciones 3.1 a y b se pueden expresar en una sola:

$$\varphi = \delta \pm \zeta \; . \qquad (3.1\ c)$$

El signo + se usa si el astro (en nuestro caso, el Sol) culmina la sur del cenit y el signo menos cuando culmina al norte. Recordemos que la operación es algebraica y que la declinación, δ, puede ser negativa, en cuyo caso debe tomarse con el signo que le corresponda. Recuérdese que la distancia cenital , ζ , es siempre positiva.

En resumen, la latitud de un lugar desde el que se observa la culminación de un astro, es igual a la declinación de éste (con su signo) menos o más la distancia cenital del mismo. El signo de la operación depende del lado del cenit al que sucede la culminación del astro: si culmina al norte del cenit, la distancia cenital se resta a la declinación; si lo hace al sur del cenit, la distancia cenital y la declinación del astro (con su signo) se suman algebráicamente.

La relación arriba mencionada también se cumple para lugares del hemisferio sur terrestre, solo que entonces la latitud resultante será negativa.

La ecuación 3.1 c es la que emplearemos para determinar la latitud de un lugar. Para ello emplearemos al Sol, del que necesitaremos medir la distancia cenital (o su altura) en culminación. En el Capítulo 5 veremos cómo hacerlo de manera sencilla. También se requiere la declinación del Sol en la fecha en la que se efectúe la medición anterior. Ésta se obtiene de los datos en la Tabla que aparece en el Apéndice A de este trabajo. **En el Capítulo 7 se da un ejemplo del procedimiento a seguir.**

3.2 Medición de la Longitud Geográfica

La longitud geográfica de un lugar es el ángulo formado por el plano del meridiano del lugar con el del meridiano que pasa por el Observatorio de Greenwich.

Se mide de 0 a 180 grados, o bien de 0 a 12 horas, al Este o al Oeste del meridiano de Greenwich.

La determinación de la longitud geográfica de un lugar es calculable si se conoce la hora a la que el Sol culmina. Este cálculo se reduce al conocimiento de la hora de Greenwich (Tiempo Universal) a la que el Sol pasa por el meridiano de ese lugar. La resta de esta hora menos la del paso del Sol por el meridiano de Greenwich ese mismo día (empleando el mismo huso horario) es igual a la longitud del lugar, siendo negativa si la longitud es Este y positiva si es Oeste. Esto es, la longitud geográfica de un lugar, λ , está dada por

$$\lambda = \text{Hps(lugar)} - \text{Hps(Greenwich)} \qquad (3.2)$$

donde Hps es la hora a la que el Sol pasa por el meridiano (del lugar o de Greenwich), utilizando el mismo huso horario.

Naturalmente, el resultado estará en horas, minutos y segundos. Si se desea conocer la longitud en grados, el resultado debe transformarse consecuentemente: recordemos que 1 hora es igual a 15°, que cada hora tiene 60 minutos y que un minuto tiene 60 segundos. Por lo tanto, si la longitud es h (horas) m (minutos) s (segundos), su valor en grados (decimales) es:

$$\frac{\left(\frac{s}{60}+m\right)}{60}+h=longitud(en grados decimales)$$

También es posible utilizar al hora del paso del Sol por el meridiano del huso horario que se utilice en el lugar donde se realiza la medición. Para identificarlo, llamaremos *meridiano de referencia* al meridiano de ese huso horario (por ejemplo, al meridiano 90° W). En ese caso, la diferencia entre la longitud del lugar y la del meridiano de referencia (90°) es igual a la diferencia de las horas de paso del Sol por el meridiano del lugar menos la del paso del mismo por el meridiano de referencia. Si el Sol pasa antes por el meridiano del lugar y luego por el de referencia, el lugar se localiza al este del meridiano de referencia; si pasa primero por el de referencia y posteriormente por el meridiano del lugar, el sitio se encuentra al oeste del meridiano de referencia.

En el Apéndice A se lista la hora del paso del Sol por el meridiano de 90º W, cada cinco días, aproximadamente, utilizando el huso horario de este mismo meridiano. La longitud geográfica de un lugar se obtiene al comparar ésta hora con la hora a la que el Sol pasa por el meridiano del lugar, siempre empleando ej mismo huso horario. Este procedimiento es el que se empleará para determinar la longitud geográfica, **<u>como se describe en el ejemplo que se da en el Capítulo 6.</u>**

Capítulo 4

Implementos para determinar la distancia cenital y la hora de paso del Sol por el meridiano del lugar.

Uno de los propósitos de este trabajo es proporcionar maneras muy sencillas de medir los valores de los parámetros que se requieren para obtener la latitud y la longitud geográficas. En este capítulo se describen dos implementos que permitirán lograr ese objetivo. Otra forma, también muy sencilla, ha sido descrita por el Dr. Christophe Morisset, del Instituto de Astronomía de la UNAM, en su sitio de *Internet* (http://132.248.1.102/~morisset/index_new.html). Desde luego, éstos no son los únicos métodos y, mucho menos, los más precisos que pueden emplearse para alcanzar aquellos objetivos, pero seguramente sí son los más sencillos.

Cabe resaltar, que con los métodos descritos en este capítulo son, conceptualmente los que Eratóstenes de Cirene utilizó para calcular la circunferencia terrestre hace más de 4 000 años, como se explica en el **Apéndice C**. . En vez del Banco Solar descrito a continuación, Eratóstenes empleó un pozo de agua ubicado en Siena y como Gnomon (similar al presentado en la segunda sección de este capítulo) utilizó el obelisco situado frente a la Biblioteca de Alejandría.

4.1 El Banco Solar

El banco solar es un instrumento rústico, consistente en poner, sobre una **superficie horizontal**, otra fija, de menor tamaño (que puede no ser horizontal), en la que se hace un orificio a través del cual puedan pasar los rayos solares. Ambas superficies deben estar separadas entre sí por al menos 30 cm. El diámetro del orificio conviene que sea entre 20 y 40 veces menor que la altura del banco, pues de esta manera la imagen del Sol, que se forma en la superficie inferior, será más nítida (con suerte, hasta manchas grandes solares se podrán apreciar). El espesor de la superficie superior debe ser lo menor posible, sin que ésta se deforme; digamos, menor que un quinto del diámetro del orificio horadado en ella. Esto, con objeto de evitar que la parte superior del orificio obstruya de manera importante los rayos solares cuando el Sol se encuentre a poca altura sobre el horizonte. Es conveniente que la parte más larga de la superficie horizontal esté orientada aproximadamente hacia el norte. Un esquema ilustrativo del banco solar se muestra en la Figura 4.1.1 .

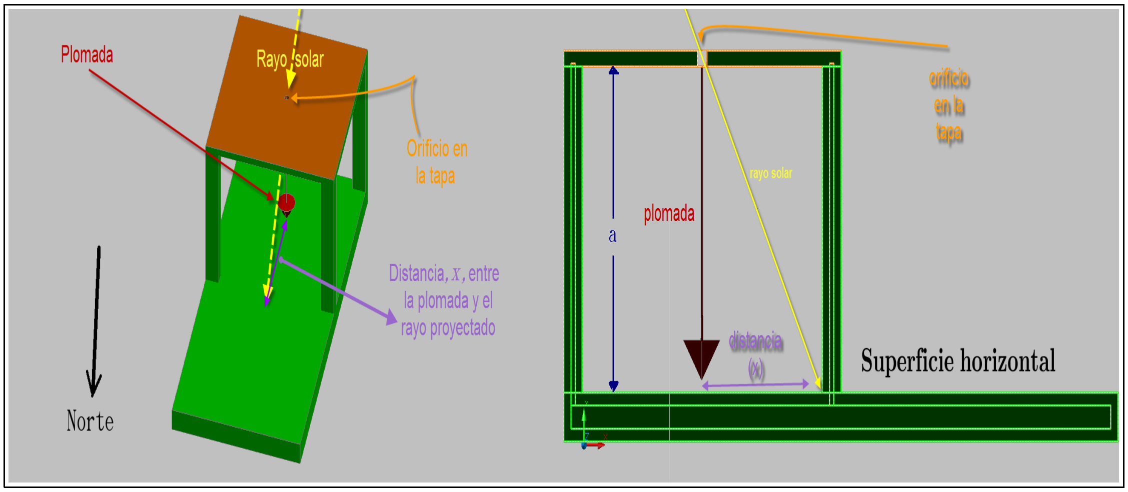


Fig. 4.1.1 Esquema del banco solar. El Sol se encuentra cerca de su culminación, al Sur del cenit. La figura de la parte derecha es una proyección del banco visto desde el este, aproximadamente.

El banco se utiliza para medir la distancia entre de la proyección del rayo solar sobre la superficie inferior (la horizontal) y el punto que se encuentra verticalmente debajo del orificio. Este último es muy importante ya que es el origen de nuestras mediciones; se determina mediante una plomada, cuyo hilo se haya ubicado lo más cerca posible del centro del orificio, y debe marcarse, de manera permanente, en la superficie inferior: la horizontal. La distancia cenital del Sol, ζ , en cualquier momento, es el ángulo cuya tangente es el cociente de la altura del orificio, ***a*** (la distancia entre la superficie horizontal y la parte baja del orificio; véase la Figura 4.1) y la distancia del punto verticalmente debajo del orificio al centro de la imagen solar proyectada, ***x***; esto es,

$$\zeta = \tan^{-1} (x/a) \qquad (4.1)\ .$$

El Sol llega a su altura máxima al cruzar el *meridiano celeste*; en ese momento su distancia cenital será mínima y puede aplicarse la ecuación 4.1c para determinar la latitud del lugar. El problema consiste en saber cuándo es que el Sol cruza el meridiano celeste. Asimismo, para determinar la longitud de ese mismo lugar, requerimos conocer la hora a la que el Sol cruza el meridiano (ecuación 3.2), misma a la que alcanza esa altura máxima. Esto es, requerimos el valor mínimo de x y la hora en la que esto sucede.

Para ello, se fija un papel sobre la superficie horizontal (la inferior) del banco, en el que se marca el punto verticalmente debajo del orificio (con ayuda de una plomada) y, durante un tiempo razonable —al menos desde media hora antes y hasta media hora después del medio día local[1], a intervalos de entre 4 y 6 minutos, aproximadamente— también se marcan las posiciones de la imagen solar proyectada sobre la superficie horizontal durante el lapso del experimento, anotando junto a cada marca la hora de medición correspondiente. Esta hora debe ser la del meridiano de referencia (véase la sección 3.2).

La serie de puntos así marcados quedarán casi alineados entre sí. Se traza una línea recta que se ajuste lo mejor posible a esos puntos. La distancia mínima de esa línea al punto marcado verticalmente debajo del orificio, es el valor que buscamos: el mínimo valor de x, que va a sustituirse en la Ecuación 4.1 . El resultado es la distancia cenital mínima que se requiere en la Ecuación 4.1c para obtener la latitud del lugar. En el Capítulo 7 se da un ejemplo del procedimiento descrito.

La hora a la que el Sol alcanza su máxima altura es la hora a la que x tiene su valor mínimo; se estima por interpolación de las dos horas anotadas (al trazar los puntos) más cercanas al valor mínimo de x. Esta es la hora del paso del Sol por el meridiano del lugar. Recordemos que esta hora va a estar dada en el del huso horario que rija en esa fecha en la localidad donde se haga el experimento. Como debemos emplear un horario uniforme, conviene transformar la hora así obtenida a Tiempo Universal, esto es, a la hora de Greenwich. Para ello, en la Figura 4.1.2 se muestran los husos horarios que rigen en México; cada huso está etiquetado con el número de horas que debe sumarse a la hora obtenida mediante este ejercicio (la del huso horario que le corresponda) y entre paréntesis está ese número a sumar en caso de que el horario de verano sea el que se esté usando.

[1]El medio día local se puede calcular, aproximadamente, restando a la hora que el Sol se ponga, la hora de salida del mismo, obtenidas en fecha cercana a la que se efectúe el experimento. Por ejemplo, si el Sol se pone a las 18:50 y sale a las 6:15, el medio día local sucede a las 18:50 - 06:15 = 12:35 .

Figura 4.1.2
Zonas Horarias de la República Mexicana, CENAM, 2014.

A la hora así calculada debe restársele la hora de paso del Sol por el meridiano de Greenwich en esa fecha, dada en la tabla del Apéndice A. Esta diferencia es la longitud geográfica del lugar, pero en horas y minutos que puede transformarse a grados y minutos. Para ello se dividen los minutos entre 60, al resultado se le agregan las horas y a éste se le multiplica por 15. La parte entera del producto son los grados y la fraccionaria, multiplicada por 60, los minutos de la longitud geográfica del lugar.

4.2 Método del Gnomon

Este método consiste en clavar una barra vertical, de cualquier material y longitud, sobre una superficie horizontal. De aquí en adelante, a esta barra le llamaremos gnomon. Evidentemente, el gnomon y la superficie son perpendiculares entre sí. Todo esto debe estar ubicado en un lugar donde le de el Sol durante todo el experimento; digamos, desde las 10 y hasta las 14 horas. La figura 4.2.1 ejemplifica el método aquí descrito.

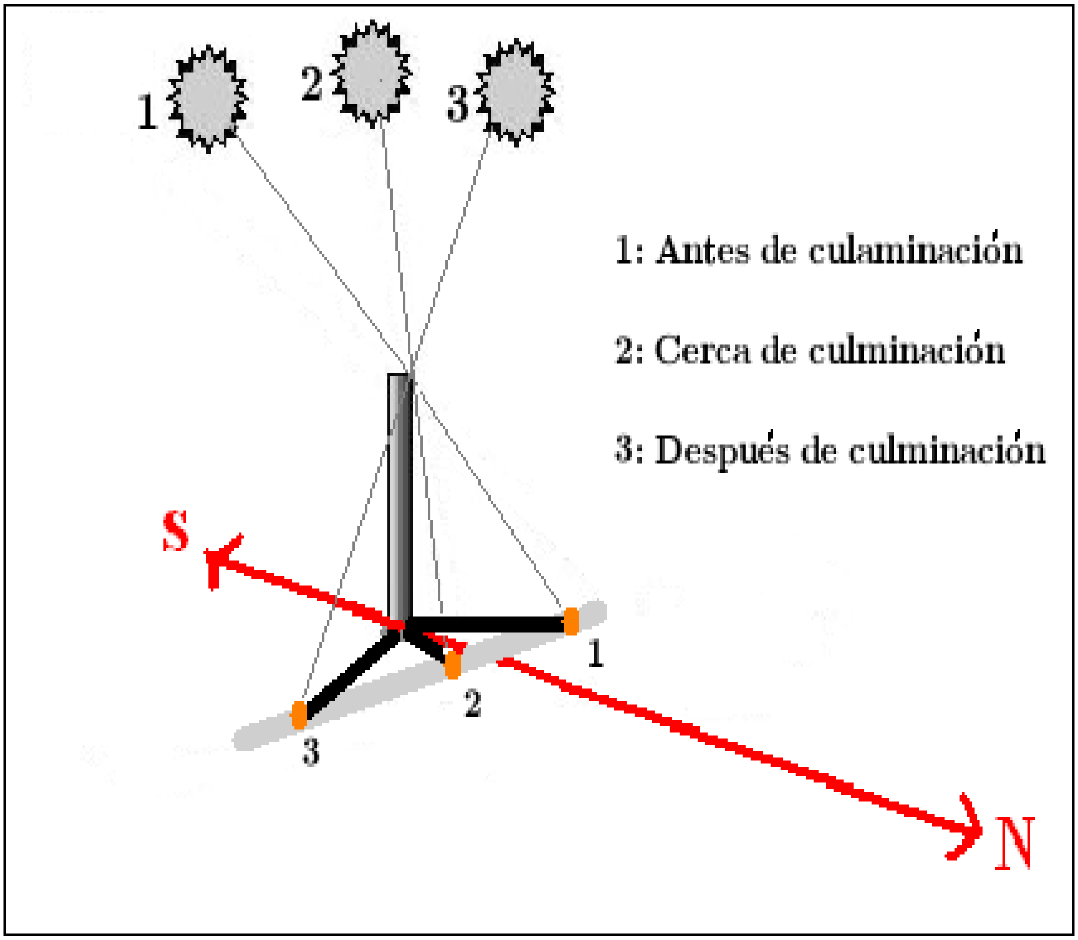


Figura 4.2.1 Ilustración de la sombra que proyecta el gnomon, a lo largo del experimento. En este ejemplo el Sol culmina al sur del cenit, como se deduce de la línea que define la orientación de la figura.

Lo que nos interesa es medir la longitud de la sombra que el gnomon proyecta sobre el piso horizontal (al estar expuesto a los rayos solares) y la hora a la que se hace cada medida, durante un lapso de al menos dos horas centradas alrededor del medio día local. Para alcanzar la mejor precisión, deben realizarse por lo menos 15 mediciones a lo largo de ese lapso. De esa manera, tendremos parejas de valores (longitud de la sombra y hora de medida) que se grafican, de preferencia en papel milimétrico de albanene, usando el eje de las abscisas para la hora de medida y el de las ordenadas para la longitud de la sombra.

Los puntos graficados nos servirán para trazar una curva, aproximadamente parabólica, que se ajuste a ellos. Esa curva tendrá un mínimo. La abscisa de este mínimo es la hora del paso del Sol por el meridiano del lugar que, transformada a Tiempo Universal (como se describe en la sección anterior), se sustituye en la ecuación 3.2 para obtener la longitud geográfica del lugar. La ordenada de punto en la curva (y no la del punto correspondiente a la medición mínima) es el valor mínimo de la longitud de la sombra. Con éste se calcula la distancia cenital mínima del Sol mediante la ecuación 4.1 y, sustituyéndola en la ecuación 3.1c, se obtiene la latitud geográfica del lugar.

Hay que puntualizar que cuantas más mediciones se realicen, tanto más preciso será el resultado. También es importante darse cuenta que, al trazar una curva suave, que se ajuste a los puntos graficados aunque no necesariamente pase por ellos, estamos promediando todas las medidas y, por lo tanto, disminuyendo el error de medición, inherente a cada punto, con el que se determinan la hora de paso del Sol por el meridiano y la longitud mínima de la sombra.

Capitulo 5

Determinación de la meridiana del Lugar

La meridiana del lugar, es aquella línea imaginaria que une el punto cardinal norte y el punto cardinal sur; esto es, la dirección norte-sur geográfica.

El procedimiento para determinarla de manera aproximada consiste en marcar con un punto el lugar donde termina la sombra proyectada por el estilete, al menos una hora antes antes del paso del Sol por el meridiano del lugar en su movimiento aparente, como se muestra en la Figura 5.1; después, con un trozo de cuerda o lazo, se dibuja un semicírculo utilizando el estilete como centro (véase la Figura 5.2) y la distancia de éste al punto como radio del círculo. El sentido en que se dibuja el semicírculo debe ser hacia el este.

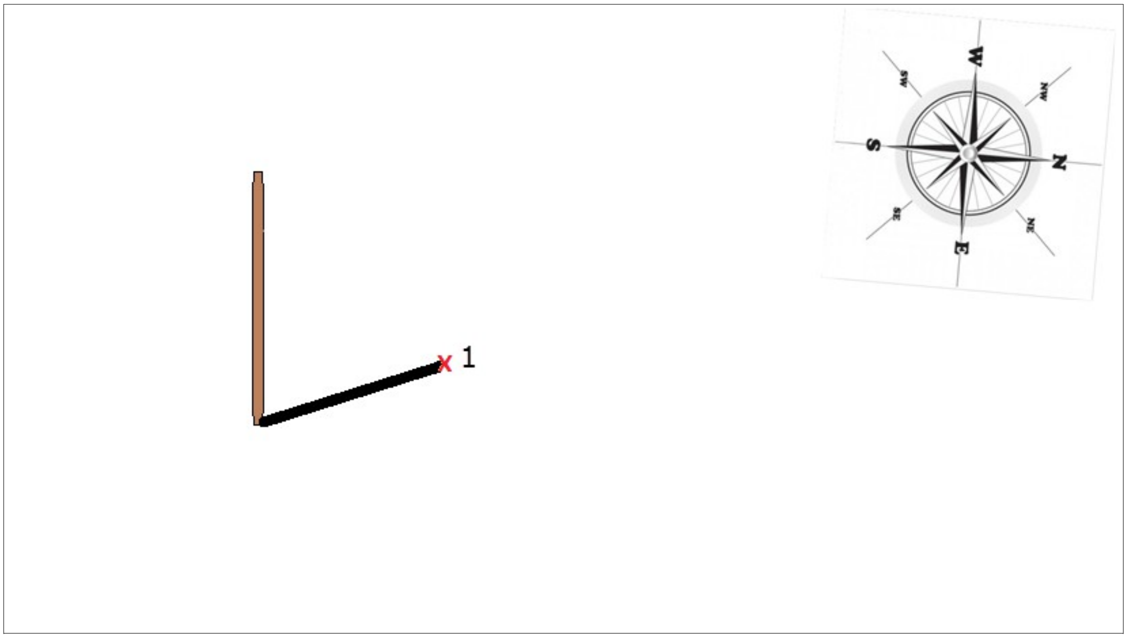


Figura 5.1. Sombra proyectada por el estilete antes de que el Sol en su movimiento aparente, cruce por el meridiano del lugar.

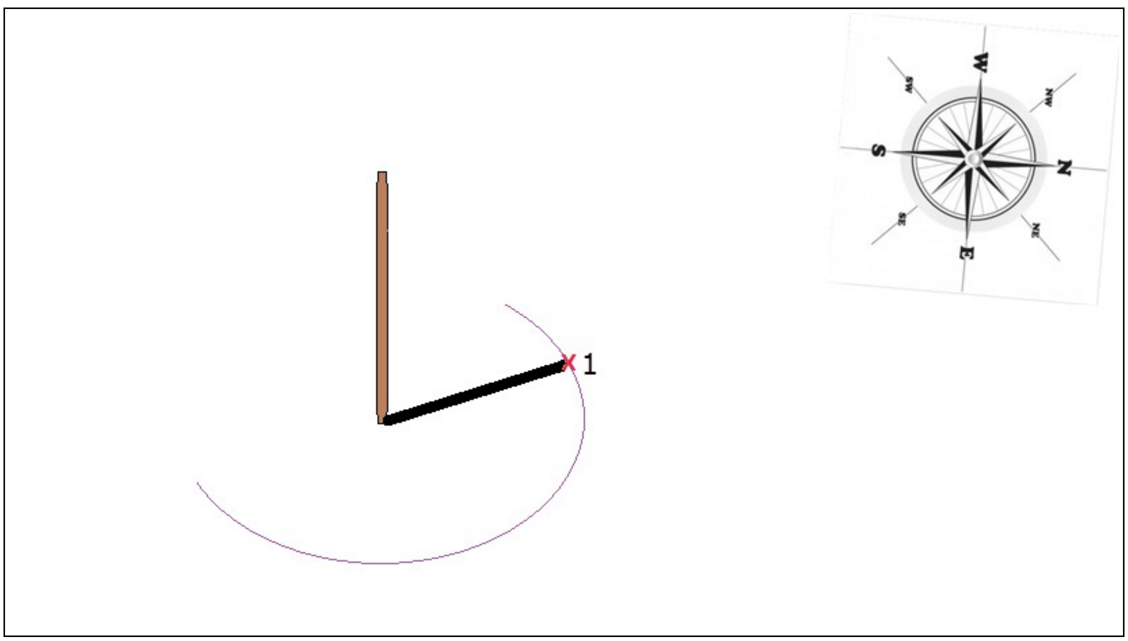


Figura 5.2. Sombra proyectada y el trazo de un semicírculo.

Hay que esperar que la sombra del estilete toque al semicírculo por segunda vez, cosa que sucederá al menos dos horas después. Se marca entonces ese segundo punto, como se ilustra en la Figura 5.3.

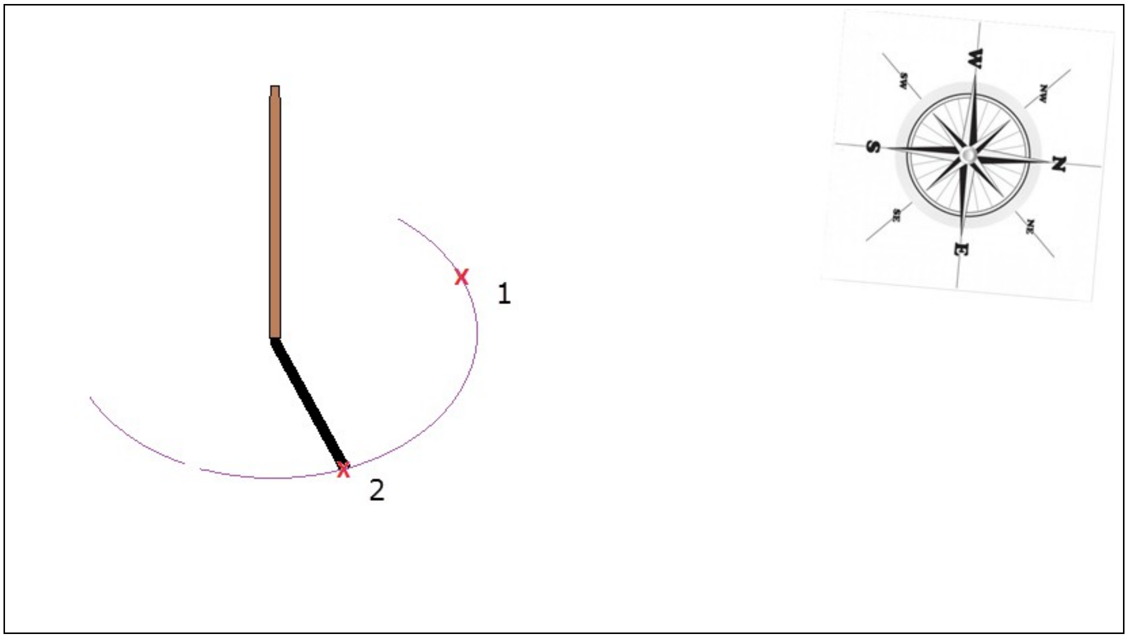


Figura 5.3. Sombra del estilete, después que el Sol, en su movimiento aparente, pasó por el meridiano del lugar.

La línea que une esos dos puntos es la dirección este-oeste (Figura 5.4), que evidentemente es perpendicular a la meridiana, esto es, a la dirección norte-sur que deseamos obtener. Para trazar esta perpendicular se dibujan sendos arcos de circunferencia **con radios iguales** y mayores al del semicírculo., tomando como centro los puntos marcados,

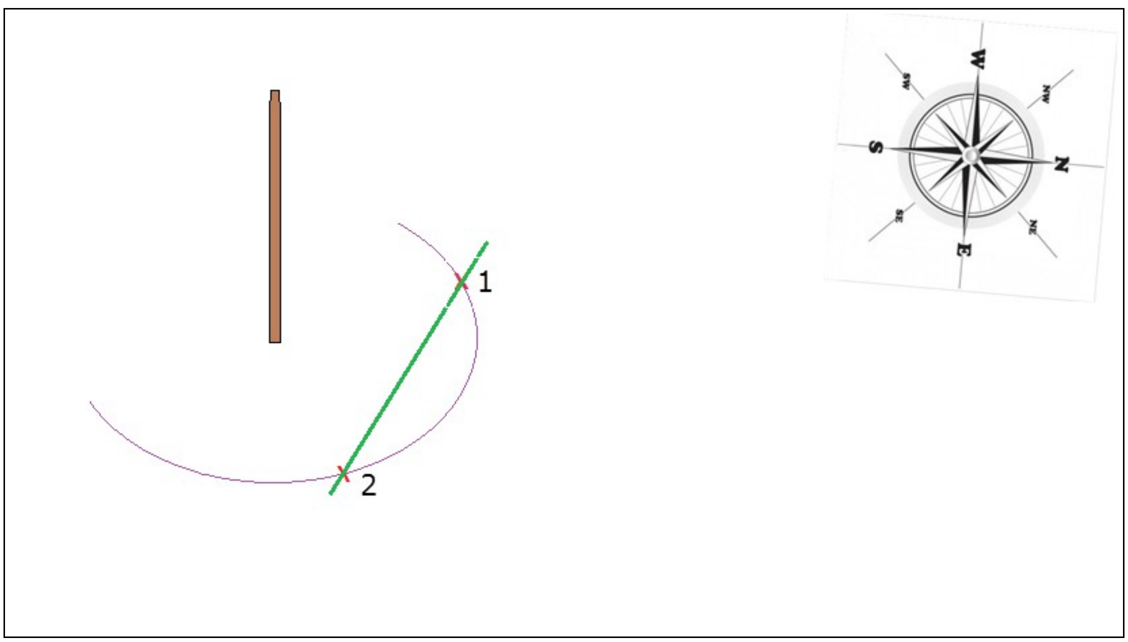


Figura 5.4. Unión de los dos puntos con una recta.

Estos arcos de circunferencias se intesectarán en dos puntos, uno cercano a la base del estilete y el otro más lejano. Se traza la línea que une la base del estilete con este segundo punto, que forzosamente será perpendicular a la dibujada anteriormente. De ésta forma, se ha conseguido trazar la meridiana, como se muestra en la Figura 5.5.

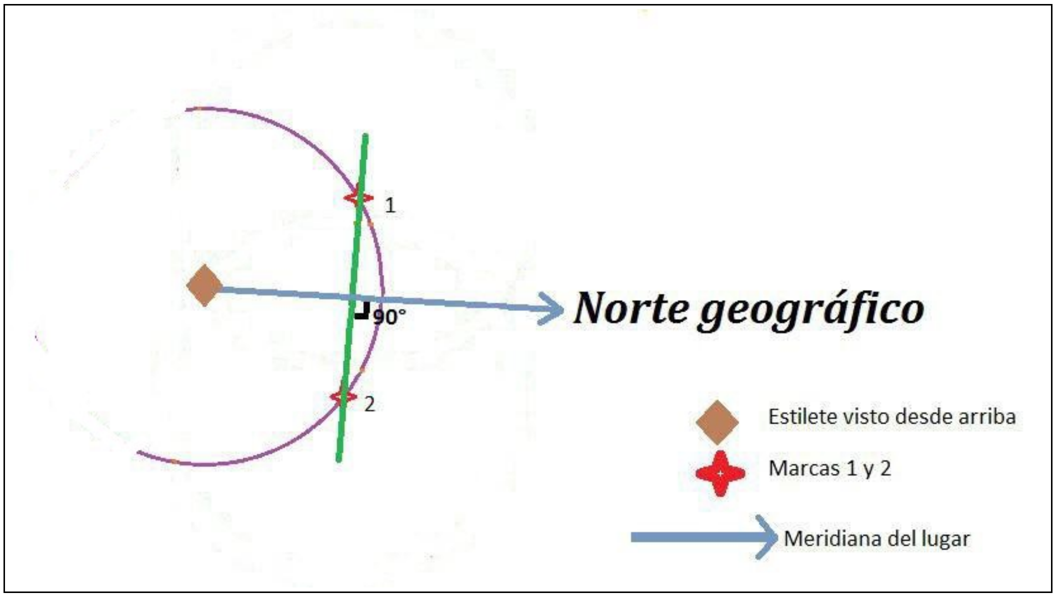


Figura 5.5. Determinación de la meridiana de lugar.

La meridiana no sólo nos indica la dirección norte sur, sino que también sirve para mostrar el movimiento aparente del Sol a lo largo del año y, por lo tanto, su influencia en las estaciones. Para ello basta con marcar cada semana, a lo largo del año, la posición de el extremo de la sombra a la hora que el Sol pasa por el meridiano local, esto es, cuando la sombra se proyecta sobre la traza de la meridiana.

Capitulo 6

Ejemplos de Mediciones

Hay muchas maneras de hacer las medidas que nos permiten estimar, aproximadamente, la latitud y la longitud geográficas de un lugar. En este capítulo damos dos ejemplos, ilustrados, de mediciones hechas con los dos métodos descritos en este trabajo, utilizando implementos extraordinariamente sencillos. Sin embargo, conminamos al lector a mejorar los procesos que aquí se describen, empleando su propia experiencia e ingenio, para lograr la mejor precisión posible mediante estos ejercicios, cuya simplicidad los hace factible aunque de poca exactitud. Buena parte de el placer de efectuar este tipo de experimentos radica en la aplicación del ingenio del que los efectúa.

En las figuras de este capítulo se ilustran los artefactos y el procedimiento que se emplearon un 23 de noviembre para medir la latitud y la longitud del vértice de un predio ubicado en la Colonia Las Águilas de la Delegación Álvaro Obregón, D.F. (19° 21' 41.0", -99° 12' 23.9", respectivamente, medidas con GPS en proyección Lat-Long en el datum WGS84, aquí dadas para su comparación con los resultados).

6.1.1 Método del Banco Solar

Para construir el banco, primero se consiguió una superficie completamente plana. Ésta consiste en una loza cuadrada de 40 cm por lado y 0.5 cm de espesor, aproximadamente. Para la superficie superior del banco solar se utilizó un disco compacto, una rondana metálica en su centro, cuyo orificio central mide 0.6 cm. Mediante cuatro plumones se soportó el disco sobre la loza, usándose plastilina para fijarlos a ésta. Se improvisó una plomada con un trozo de estambre y una pequeña llave para determinar el punto situado verticalmente debajo del orificio de la rondana. Para asegurar la horizontalidad del Banco Solar, se usó un pequeño nivel en dos posiciones ortogonales. Se midió la altura de la rondana sobre la loza, que resultó ser de 12.7 cm. Las figuras 6.1.1 a 6.1.6 ilustran el procedimiento seguido.

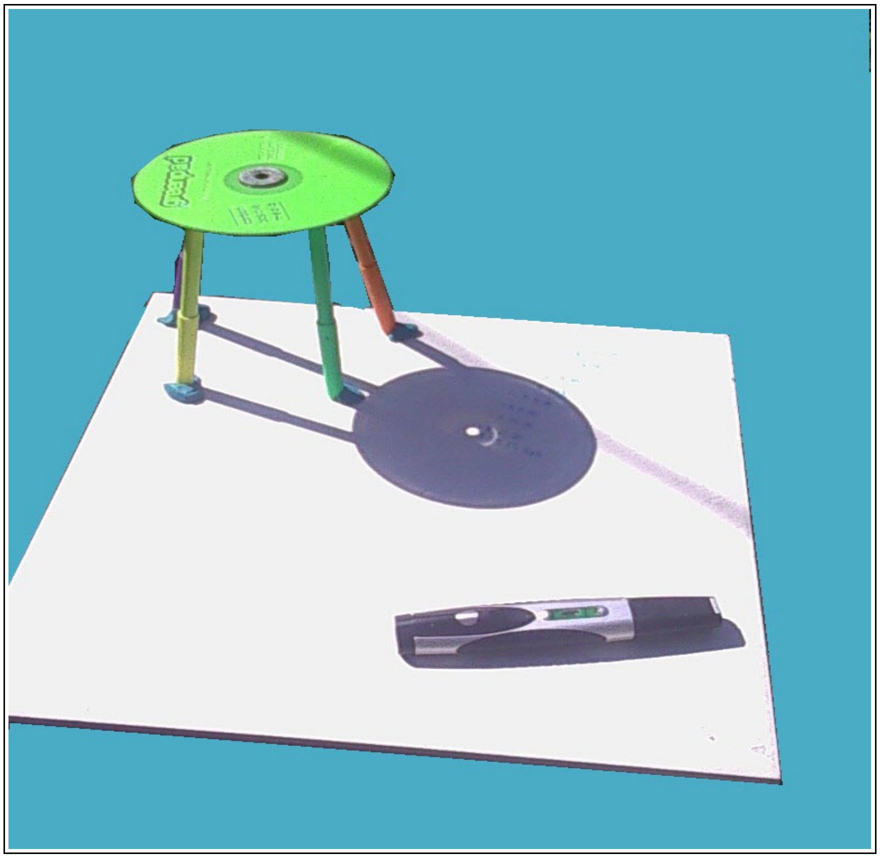


Figura 6.1.1 Foto del banco solar colocado sobre la loza horizontal. Las aristas superior e inferior de la loza están aproximadamente orientadas en la dirección Norte Sur.

Figura 6.1.2 Uso de la plomada para marcar el punto verticalmente debajo del centro del orificio.

Figuras 6.1.3 . Marca que se hizo con la “plomada”. Es el punto situado verticalmente debajo del centro de la rondana centrada en el disco superior del Banco.

Figura 6.1.4 La distancia entre el extremo de la llave y el centro de la rondana (la altura del Banco Solar), de midió marcando previamente la posición de ésta en el estambre del que se suspendió la llave.

Figura 6.1.5 Foto de la imagen del Sol proyectada por el orificio de la rondana, al iniciar el experimento. El norte está a la derecha de la foto.

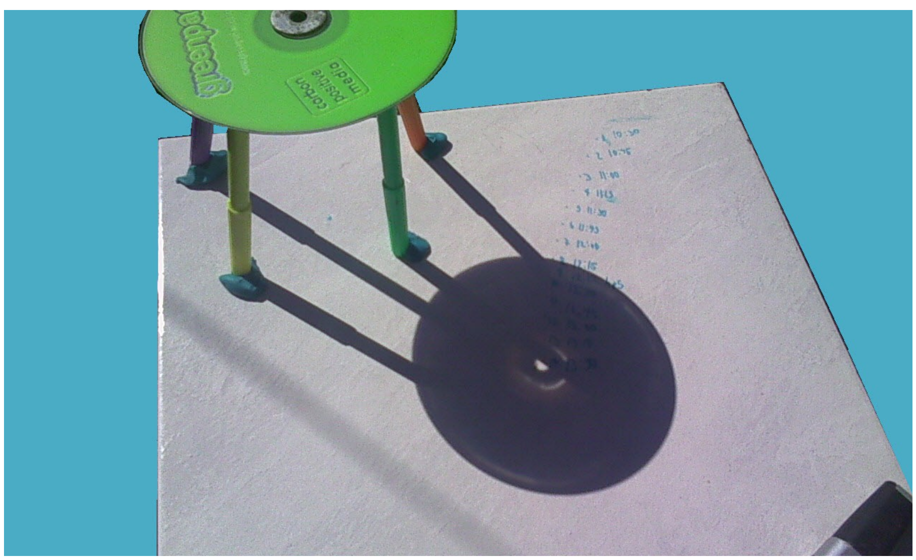


Figura 6.1.6 Mediante puntos, se marcó el centro de la imagen solar proyectada a largo de las 4 horas que duró el experimento, a intervalos de aproximadamente 15 minutos. La hora del día a la que se hizo cada marca está anotada al lado de cada una de ellas. La mediación de las distancias entre las marcas y el punto vertical bajo el orificio se hicieron posteriormente, para evitar mover el Banco.

Las lecturas efectuadas y las horas a las que se hicieron se lista en la Tabla 6.1 y se muestran en forma gráfica en la Figura 6.1.7. Esta figura es conveniente hacerla en papel albanene milimétrico con objeto de determinar mejor la hora del paso del Sol por el meridiano celeste, doblando la hoja de tal manera que las ramas descendente y ascendente de la curva se sobrepongan. La abscisa donde ocurra el doblez será la hora que se desea obtener.

Lecturas 23 de noviembre		
BANCO SOLAR: altura = 12.7 cm		
lectura	hora	dist.a la imagen
1	10:16	15.9
2	10:30	14.8
3	10:45	13.9
4	11:00	12.8
5	11:15	12.2
6	11:30	11.6
7	11:45	11.3
8	12:00	10.9
9	12:15	10.7
10	12:30	10.7
11	12:45	11.0
12	13:00	11.4
13	13:15	11.8
14	13:30	12.5
15	13:46	13.2
16	14:00	14.1

Tabla 6.1 Lecturas del Banco Solar, efectuadas un 23 de noviembre. La segunda columna contiene la hora a la que se hizo la marca del centro de la imagen solar, cuya distancia a la marca verticalmente debajo del orificio está dada, en centímetros, en la última columna.

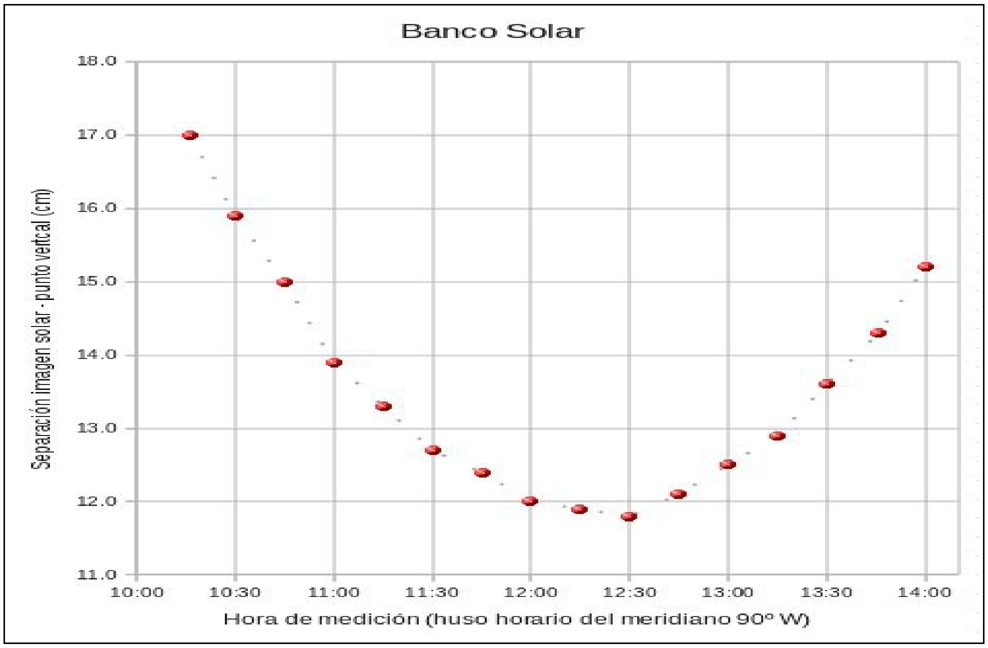


Figura 6.1.7 Gráfico de las lecturas obtenidas mediante el Banco Solar. El valor mínimo de la distancia entre la imagen del Sol y el punto vertical se estima en 10.65 cm y que ocurrió alrededor de las 12:23 del huso horario 90º W. Estos valores son más fáciles de obtener al graficar los puntos en papel milimétrico.

6.1.2 Cálculo de las coordenadas geográficas a partir de las mediciones con el Banco Solar

Las lecturas realizadas con el banco solar un 23 de noviembre nos permiten estimar que ese día el Sol alcanzó su máxima altura, o sea su mínima distancia cenital, a las las 12:23, cuando la distancia entre la imagen del Sol y el punto verticalmente debajo del orificio, era x = 10.65 cm, aproximadamente. Recordemos que la altura del Banco Solar, a, fue de a = 12.7 cm .

Para calcular esa mínima distancia cenital, **ζ**, sustituimos los valores anteriores en la ecuación 4.1:

$$\zeta = \tan^{-1} (x/a)$$
$$\zeta = \tan^{-1} (10.65/12.7)$$
$$\zeta = \tan^{-1} (0.8386)$$
$$\zeta = 39.983°$$

El valor de **δ**, la declinación del Sol el 23 de noviembre, debemos realizar una interpolación lineal entre los días 20 y 25 de noviembre en la columna correspondiente de la tabla del Apéndice A. El resultado es **δ =** -20° 24.8' = -20.413°.

Los valores de ζ y $\boldsymbol{\delta}$ así obtenidos se sustituyen en la ecuación 4.1 a, utilizando el signo de adición, puesto que sabemos que ése día el Sol culminó al sur del cenit:

$$\varphi = \boldsymbol{\delta} + \zeta$$
$$\varphi = -20.413° + 39.983°$$
$$\varphi = 19.570°$$

Este resultado en grados y minutos es **φ = 19° 34.2' ,** que compara razonablemente bien con la latitud del lugar obtenida mediante GPS .

Para realizar el cálculo de la longitud geográfica, λ, usaremos al ecuación 3.2, recordando que el valor mínimo de la distancia entre la imagen del Sol y el punto vertical ocurrió a las 12:23 del huso horario de 90º W; esto es, a las 18:23 de Greenwich, o sea Hps(L) = 18:23 . Para saber la hora a la que ese día el Sol pasó por el meridiano de Greenwich, , debemos interpolar entre los valores localizados en la tabla del Apendice A para los días 20 y 25 de noviembre. El resultado es Hps(G) = 11:46 . La diferencia entre esas dos horas, transformada a grados y minutos, es la longitud del lugar:

$$\lambda = Hps(L) - Hps(G)$$
$$\lambda = 18{:}23 - 11{:}46$$
$$\lambda = 6{:}37 = 6 + 37/60 \text{ horas}$$
$$\lambda = 6.617 \text{ horas}$$
$$\lambda = (6.611)\,(15) = 99.25º$$

El resultado, en grados y minutos, es **λ = 99° 15' W ;** o, usando la convención aceptada, **λ = -99° 15'**

Las coordenadas geográficas obtenidas para el lugar dónde se realizó la medición son:

φ = 19° 34.2' N ;   λ = 99° 15' W

que comparan muy favorablemente a las mucho más precisas, obtenidas por métodos satelitales.

Esta técnica del Banco Solar es particularmente precisa en las fechas cuando la declinación del Sol es muy similar a la latitud del lugar. Para ello, desde luego, se requiere que el lugar esté entre los trópicos de Cáncer y Capricornio, donde el Sol pasará dos veces al año por el cenit, o poco al norte del Trópico de Cáncer o sur del de Capricornio, en fechas cercanas a los solsticios de verano e invierno, respectivamente.

6.2.1 Método del Gnomon

Es una herramienta de construcción sencilla. Se uso otro cuadro de loza (similar al del ejemplo anterior), un lápiz que sirvió de estilete, y plastilina para fijar a éste al cuadro de loza. Se utilizó también un el pequeño nivel (véase ejemplo anterior) para poner horizontal la loza y un juego de escuadras colocadas en forma aproximadamente ortogonal, para que el estilete estuviese perpendicular a la superficie horizontal. El procedimiento se ilustra en las figuras 6.2.1 a 6.2.4, y es muy similar al método del Banco Solar, descrito en los apartados anteriores.

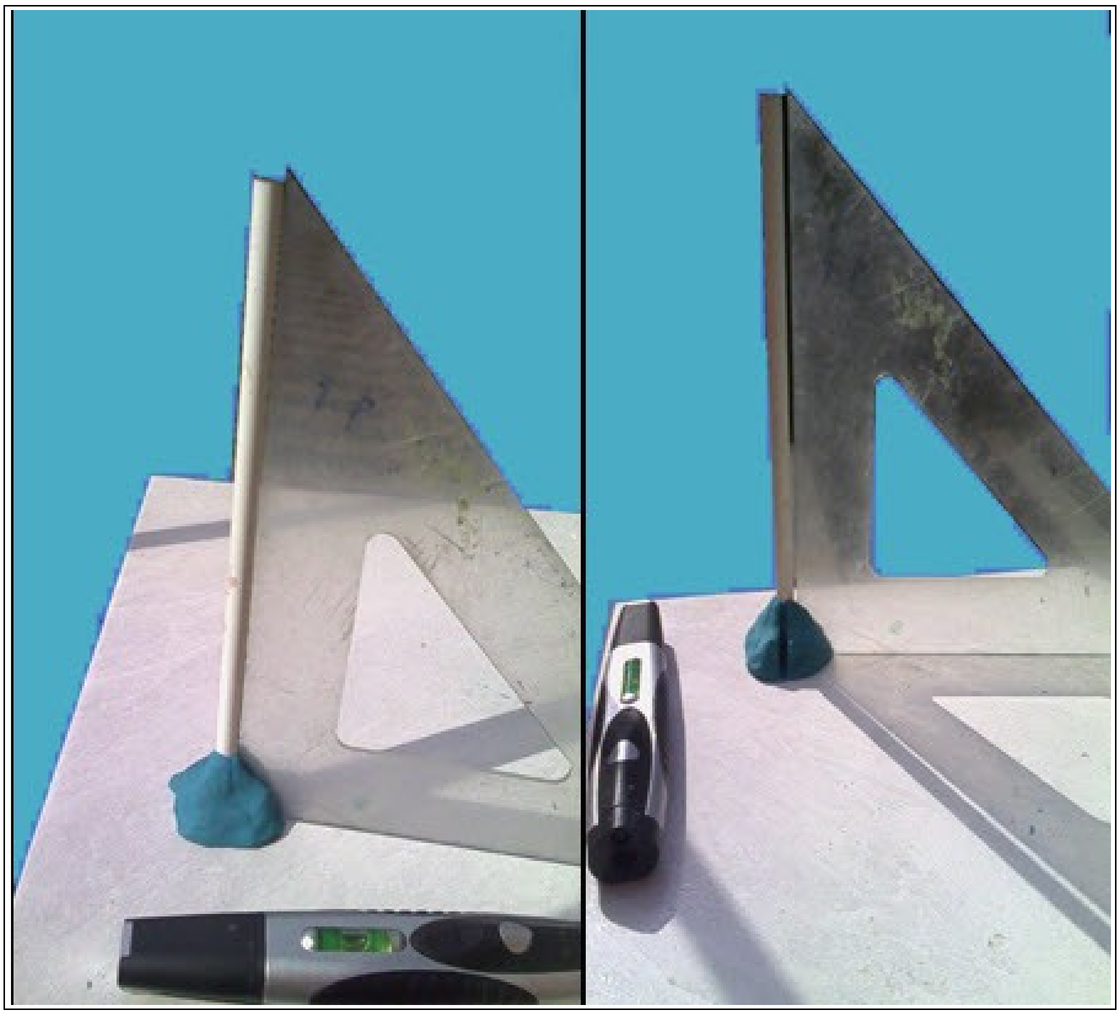


Figura 6.2.1 Ilustración del proceso de horizontalización de la loza y posicionamiento vertical del estilete. Tanto el nivel como la escuadra deben emplearse en dos posiciones ortogonales. El Sur se encuentra a la izquierda.

Figura 6.2.2 Foto de la superficie horizontal, ya nivelada.

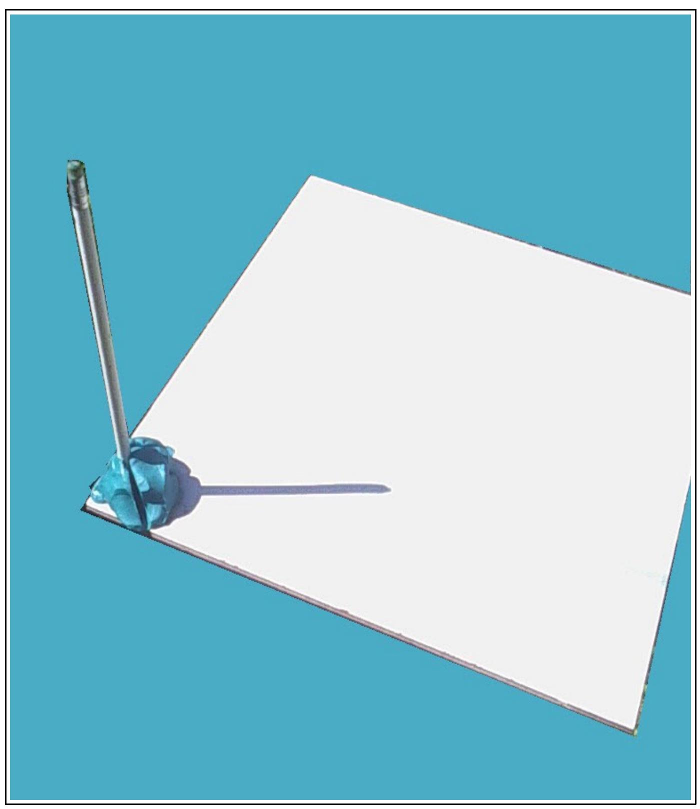


Figura 6.2.3 Finalmente, el estilete se encuentra perpendicular a la superficie horizontal.

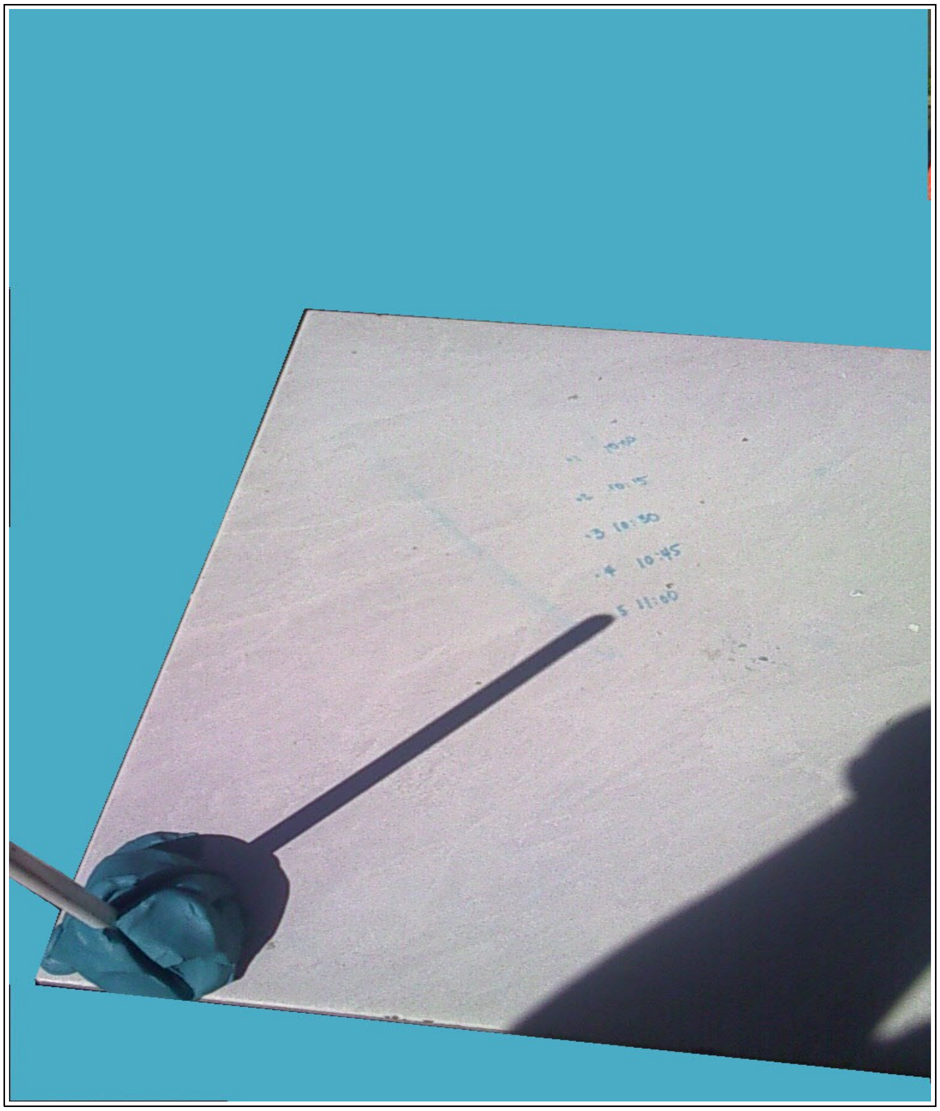


Figura 6.2.4 El Gnomon y las primeras lecturas, consistentes en marcar puntos al extremo de la sombra del estilete y las horas a las que ocurren cada una de ellas. Las medidas se tomaron durante 4 horas y cada 15 minutos, aproximadamente. La mediación de las distancias entre las marcas y el lugar donde se apoyó la base del estilete, se hicieron al termino del experimento..

Las lecturas y las horas a las que se hicieron se enlistan en la Tabla 6.2 y se grafican en la Figura 6.2.5. De nuevo recordamos que esta figura es conveniente hacerla en papel albanene milimétrico, con objeto de determinar mejor la hora del paso del Sol por el meridiano celeste, doblando la hoja de tal manera que las ramas descendente y ascendente de la curva se sobrepongan; la abscisa donde ocurre el doblez será la hora buscada.

.

Lecturas 23 de noviembre		
GNOMON longitud = 19.3 cm		
lectura	hora	long sombra cm
1	10:15	22.6
2	10:30	21.0
3	10:45	19.6
4	11:00	18.3
5	11:15	17.3
6	11:30	16.8
7	11:45	16.1
8	12:00	15.7
9	12:15	15.6
10	12:30	15.7
11	12:45	16.0
12	13:00	16.3
13	13:15	17.0
14	13:30	17.8
15	13:47	18.8
16	14:00	19.9

Tabla 6.2 Tabla de la lectura del Gnomon.

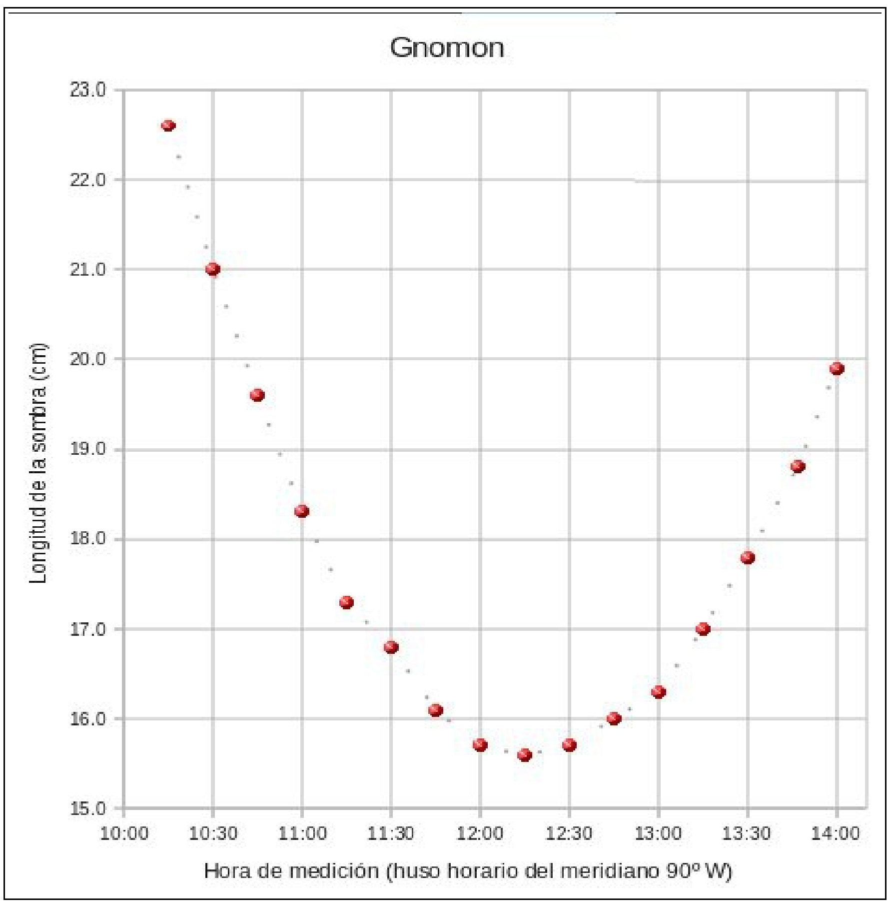


Figura 6.2.5 Gráfico de las lecturas obtenidas mediante el Gnomon. El valor mínimo de la longitud de la sombra del estilete y la base del mismo de aproximadamente de 15.7 cm. Esto ocurre alrededor de las 12:21. Estas medidas finales son más fáciles de obtener al hacer la gráfica en papel milimétrico albanene, y doblándola para encimar, por transparencia, ambos lados de la curva.

6.2.2 Cálculo de las coordenadas geográficas a partir de las mediciones con el Gnomon

Las lectura se hizo el mismo día, 23 de noviembre, que el del ejemplo anterior, cuando el valor de la declinación del Sol es $\boldsymbol{\delta}$ **=** -20° 24.8' = -20.41°, calculado por interpolación en los valores dados en la Tabla del Apéndice A.

Para calcular la $\boldsymbol{\zeta}$ obtenemos el valor mínimo de la longitud de la sombra del estilete, medida desde la base del mismo, que fue de 15.6 cm . Cabe resaltar que la altura del estilete es 19.3 cm. Sustituyendo estos valores en la ecuación 4.1:

$$\zeta = \tan^{-1} (x/a)$$
$$\zeta = \tan^{-1} (15.7/19.3)$$
$$\zeta = \tan^{-1} (0.8135)$$
$$\zeta = 39.13°$$

Desde luego, ése día el Sol culminó al sur del cenit, por lo que los valores de ζ y δ se sustituyen en la ecuación 3.1 a ; esto es,

$$\varphi = \boldsymbol{\delta} + \zeta$$
$$\varphi = -20.41° + 39.13°$$
$$\varphi = 18.72°$$

El resultado, al minuto de arco, es: **φ = 18° 43' N**

Para realizar el cálculo de λ usaremos la ecuación 3.2, considerando que el valor mínimo de la longitud de la sombra del estilete ocurrió a las 12:21, hora del huso horario 90° W; o se, a las 18:21 Tiempo Universal. Como en el ejemplo anterior, para calcular la hora de paso del Sol por el meridiano de Greenwich en la fecha cuando se efectuó el experimento (23 de noviembre), se debe interpolar, en la columna hps del Apéndice A, las horas correspondientes a los días 20 y 25 de noviembre. El resultado es hps(G) = 11:46 . La diferencia entre esas dos horas, transformada a grados y minutos, es la longitud del lugar:

$$\lambda = hps(L) - hps(G)$$
$$\lambda = (18{:}21) - (11{:}46)$$
$$\lambda = 6\text{horas } 35\text{min} = (6 + 35/60) \text{ horas}$$
$$\lambda = 6.583 \text{ horas}$$
$$\lambda = (6.583)\,(15)°$$
$$\lambda = 98.75°$$

Como el lugar de la medición se localiza al Oeste del Meridiano de Greenwich y no es mayor que 180°, se obtiene que **λ = 98° 45' W**

Así pues, las coordenadas geográficas del lugar son:

φ = 18° 43' N ; λ = 98° 45' W;

o, usando la convención aceptada, **λ = -98° 45'**. Estos valores son más alejados de los que corresponden al lugar donde se obtuvieron, probablemente debido a la dificultad de lograr que el estilete, de corta altura, estuviese vertical.

Capítulo 7

Fuentes de error

Los métodos para determinar la latitud y la longitud geográficas de un lugar, descritos en este documento, son, por decirlo de manera amable, poco precisos. La precisión, entendida como el efecto que tienen los errores de medición alrededor del valor buscado, es sólo parte del error y puede mejorarse al repetir el mismo experimento varias veces. Los errores más difíciles de evitar o disminuir son los sistemáticos, los cuales generalmente se producen de manera inadvertida. La exactitud con la que se puede estimar la longitud del estilete y de la sombra que proyecta sobre la superficie horizontal, o la altura del orificio y las distancias de la imagen del Sol producida por éste, son ejemplos de errores de medición.

Naturalmente, la precisión con las que se obtengan la medidas dependerá de los instrumentos que se usen para hacerlas y de su calibración. Sin embargo, es inevitable y generalmente más importante el hecho de que el Sol no es un punto luminoso, si no un disco de medio grado de diámetro aparente. Esto significa que la sombra del estilete no es nítida, si no que sus bordes, sobre todo en el extremo más alejado, cambian suavemente desde sombra marcada hasta penumbra tenue; o la imagen solar proyectada por el orificio no es un punto, si no un disco elíptico cuyos bordes son, también, poco nítidos. Sin embargo este factor no introduce los errores más grandes, ya que teniendo el suficiente cuidado puede estimarse el lugar donde ocurre el extremo de la sombra o donde se encuentra el centro de la elipse proyectada, reduciéndose así la incertidumbre de la medida y su efecto sobre la posición del lugar a menos de medio grado. (Vale la pena recordar que la longitud de la sombra debe medirse desde el CENTRO del estilete hasta el extremo de la sombra que proyecta.) Hay, pues, otras fuentes de error más importantes y mucho más difíciles de evitar si no se tienen los conocimientos y habilidades necesarias.

Así pues, normalmente las principales fuentes de error no son las mencionadas. El mayor problema consiste en colocar el estilete en posición vertical y la que superficie sobre la que se proyecta la sombra del estilete o la imagen del Sol sea realmente plana y horizontal. Si suponemos que el estilete está perpendicular a esa superficie (y, por lo tanto, supuestamente vertical), un error en la horizontalidad de ésta equivale a medir la posición geográfica sobre la "esfera" terrestre del lugar donde esa superficie sí esté horizontal. Por ejemplo, al estar la superficie inclinada un grado hacia abajo por su extremo norte, estaremos midiendo la posición de un lugar situado a un grado al norte de aquél en donde se realizó la medición. Análogamente, en el caso de la imagen del Sol producida por un orificio y proyectada sobre una superficie supuestamente horizontal: aún cuando el punto situado verticalmente debajo del orificio se haya determinado exactamente, el error que se comete al definir la superficie horizontal es el mismo con el que se determinará la posición geográfica del lugar. Como es de imaginarse, si la superficie no es plana, habrá errores que influenciarán en mayor o menor grado el resultado del experimento. Sin embargo, al gráfica las lecturas, éstos se verán como pequeñas oscilaciones las posiciones de los puntos.

Cuando el estilete no es perpendicular a la superficie horizontal, o cuando el punto verticalmente debajo del orificio no está bien determinado, el consecuente error en la posición geográfica del lugar dependerá de la magnitud y dirección en las que el error se cometa. Por ejemplo, si la inclinación del estilete o la posición del punto debajo del orificio (respecto a la vertical) ocurre en la dirección norte-sur, el error se traduce en el valor que se obtenga para la latitud del lugar; si el defecto es en la dirección este-oeste, será la longitud geográfica la que se verá afectada.

Un error de un minuto de tiempo en el reloj empleado, se traduce en uno de 15 minutos de arco en valor obtenido para la longitud del lugar. En nuestros tiempos, es relativamente fácil tener acceso a la hora de algún huso horario con exactitud mejor que un segundo, por lo que éste no es, generalmente, un problema de consideración.

La suma de todos estos factores hacen esperar que los valores de la latitud y la longitud geográficas, obtenidos mediante los sencillos métodos aquí propuestos, tengan errores de un grado o más. Por razones prácticas, es más sencillo lograr que el estilete esté perpendicular a la superficie, o determinar con mucha precisión el punto verticalmente debajo del orificio, que lograr una superficie plana y horizontal. Esta es, pues, la parte más delicada del experimento y la mayor fuente de error. Sin embargo, como a continuación se describe, hay casos en los que se puede lograr mucha mayor exactitud.

Si el lugar donde se hace el experimento se encuentra entre los trópicos de Cáncer y Capricornio, como es el caso de la mayor parte del territorio mexicano, hacer el experimento con el método del orificio da resultados mucho más exactos. En lugares intertropicales, el Sol pasa por el cenit, o muy cerca de éste, una o dos veces por año, en las fechas cuando la declinación del Astro Rey es muy parecida a la latitud geográfica del lugar. Cuando esto sucede, alrededor del medio día, las superficies y postes verticales proyectan sombras muy cortas o incluso nulas. Entonces el método del estilete es pésimo, ya que la longitud mínima de su sombra es inmedible, o casi, y el error fraccional introducido al medirla es enorme. Por otro lado, el método del Banco Solar es ideal, pues ya no se requiere exactitud en la horizontalidad de la superficie, pues la distancia al punto verticalmente debajo del orificio va a ser muy pequeña y, por lo tanto, casi insensible a la inclinación del plano sobre la que se está midiendo. Es más, si se ha determinado bien el punto verticalmente debajo y el centro del disco solar pasa justo por el cenit del lugar, el error en el valor de la latitud es nulo o, mejor dicho, es igual al error en el valor de la declinación del Sol en ese momento, ya que, en ese caso, la latitud es igual a la declinación solar, como se desprende de la ecuación 4.1 c, cuando $\zeta = 0$.

En resumen, no deben esperarse resultados muy precisos de los métodos aquí descritos. El propósito de proponerlos es ilustrativo. Su repetición a intervalos temporales amplios ayuda a comprender el movimiento aparente del Sol a lo largo del año y, por lo tanto, a entender las estaciones.

Análisis Final y Conclusión

Los instrumentos que se utilizaron en éste trabajo fueron muy pequeños por lo que no se esperaba alcanzar gran precisión. Los resultados del ejercicio efectuado con el Banco Solar (**φ = 19° 34.2' N ; λ = 99° 15' W**) fueron casualmente cercanos al valor de las coordenadas geográficas obtenidas mediante un GPS(**φ = 19° 21' 41.0" N ; λ = 99°** 12' **23.9" W).** En cambio, las hechas con el Gnomon (**φ = 18° 43' N ; λ = 98° 45' W**) resultaron considerablemente diferentes a los valores dados por el GPS. Lo anterior probablemente se haya debido a la falta de verticalidad del estilete y o de horizontalidad de la superficie sobre las que se tomaron las lecturas. Además, es concebible suponer que, como se ya se ha sugerido, si la altura del estilete hubiese sido mayor, se habría alcanzado mayor precisión en los valores de las coordenadas del lugar, porque hubiesen sido más notables los errores por falta de verticalidad y ortogonalidad.

Finalmente, en este trabajo se infiere, de manera implícita, que la tendencia actual de la disciplina geográfica en nuestra Facultad, eminentemente, social, favorece los métodos y líneas de investigación enfocados a este aspecto. La Cosmografía (como la herramienta original para determinar morfología y coordenadas terrestres) y la Matemática (cómo herramienta de análisis) pueden considerarse como basamentos de la Geografía y, como tales, su esencia no debería desaparecer de los *curricula* universitarios.

Apéndice A

Declinación y hora del paso del Sol (en Tiempo Universal) por el meridiano de Greenwich, a lo largo del año. Valores adoptados del Anuario del Observatorio Astronómico Nacional, 2014.

Efemérides Solares

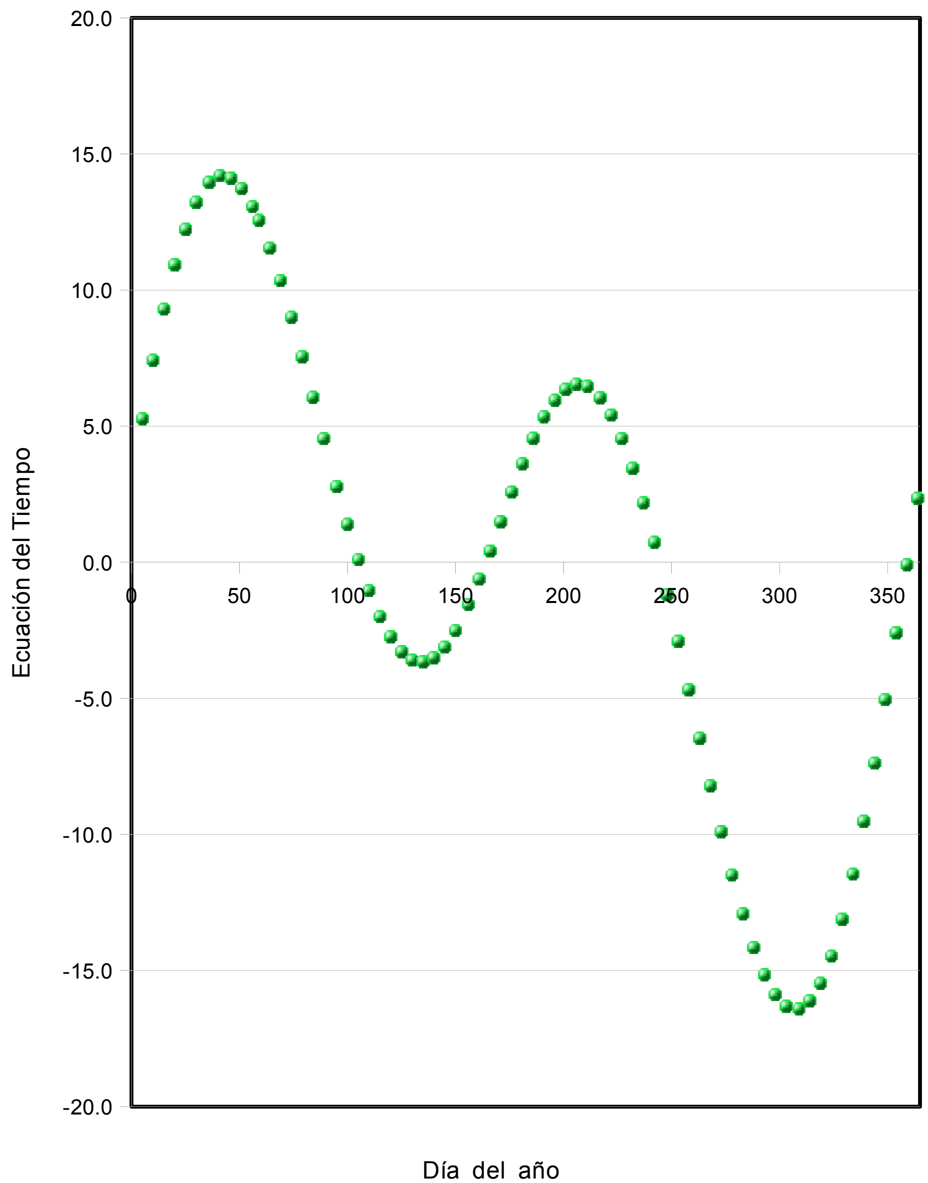
FECHA		δ		hps		FECHA		δ		hps	
mes	día	°	'	h	m	mes	día	°	'	h	m
Enero	5	5	-22	12	5.3	Julio	5	22	44	12	4.6
	10	10	-21	12	7.4		10	22	10	12	5.3
	15	15	-21	12	9.3		15	21	27	12	5.9
	20	20	-20	12	10.9		20	20	34	12	6.4
	25	25	-18	12	12.2		25	19	33	12	6.5
	30	30	-17	12	13.2		30	18	24	12	6.5
Febrero	5	5	-15	12	14.0	Agosto	5	16	50	12	6.0
	10	10	-14	12	14.2		10	15	25	12	5.4
	15	15	-12	12	14.1		15	13	54	12	4.5
	20	20	-10	12	13.7		20	12	17	12	3.5
	25	25	-8	12	13.1		25	10	36	12	2.2
	28	28	-7	12	12.6		30	8	50	12	0.7
Marzo	5	5	-5	12	11.5	septiembre	5	6	38	11	58.8
	10	10	-3	12	10.3		10	4	46	11	57.1
	15	15	-1	12	9.0		15	2	51	11	55.3
	20	20	0	12	7.5		20	0	55	11	53.5
	25	25	1	12	6.1		25	-1	2	11	51.8
	30	30	3	12	4.5		30	-2	59	11	50.1
Abril	5	5	6	12	2.8	Octubre	5	-4	54	11	48.5
	10	10	8	12	1.4		10	-6	49	11	47.1
	15	15	9	12	0.1		15	-8	41	11	45.8
	20	20	11	11	59.0		20	-10	30	11	44.8
	25	25	13	11	58.0		25	-12	15	11	44.1
	30	30	14	11	57.3		30	-13	55	11	43.7
Mayo	5	5	16	11	56.7	Noviembre	5	-15	49	11	43.6
	10	10	17	11	56.4		10	-17	16	11	43.9
	15	15	18	11	56.3		15	-18	35	11	44.5
	20	20	20	11	56.5		20	-19	47	11	45.5
	25	25	21	11	56.9		25	-20	50	11	46.9
	30	30	21	11	57.5		30	-21	43	11	48.5
Junio	5	5	22	11	58.4	Diciembre	5	-22	25	11	50.5
	10	10	23	11	59.4		10	-22	57	11	52.6
	15	15	23	12	0.4		15	-23	17	11	55.0
	20	20	23	12	1.5		20	-23	26	11	57.4
	25	25	23	12	2.6		25	-23	23	11	59.9
	30	30	23	12	3.6		30	-23	8	12	2.4

(Fuente: Anuario del Observatorio Astronómico Nacional, 2014)

Apéndice B

Ecuación del Tiempo

Al graficar la hora del paso del Sol por el meridiano de cualquier huso horario, a la que se le ha retado 12 horas, contra el día del año correspondiente, se obtiene la llamada Ecuación del Tiempo.



Apéndice C

Experimento de Eratóstenes de Cirene

La mejor medida de un segmento de meridiano terrestre en la antigüedad, data del año 235 a.C. y la llevó a cabo Eratóstenes, uno de los directores más ilustres de la Biblioteca de Alejandría.

Eratóstenes era de Cirene (en la actualidad, Shahhat, en Libia). Nació en el año 273 a.C. en una rica familia, gracias a lo cual pudo tener una educación exquisita en Atenas. Amigo y admirador de Arquímedes, fue el tercer director de la Biblioteca de Alejandría, cargo que ocupó por más de 40 años. Esta Biblioteca era el mayor centro científico y cultural del mundo, con casi 800 000 pergaminos.

Medición de la circunferencia terrestre

Eratóstenes tenía noticia del hecho de que, cada año, en el solsticio de verano, se producía en una ciudad de Egipto entonces llamada Siena (hoy Asuán) sucedía que los obeliscos no producían sombra alguna y que el agua de los pozos profundos reflejaba, como un espejo, la luz del sol cenital. Esto, naturalmente, es debido a que Asuán se encuentra en el Trópico de Cáncer.

Sin embargo, Eratóstenes observó que, en Alejandría, ese mismo día, los obeliscos sí producían sombra y dedujo que esto es posible debido a que la Tierra es redonda y a la distancia al Sol es mucho mayor que el tamaño de la Tierra, lo cual permite considerar que los rayos solares inciden paralelamente sobre ésta.

Eratóstenes dedujo que, conociendo la altura de un obelisco en Alejandría y midiendo, al medio día, la longitud de su sombra el día del solsticio de verano, cuando en Siena el Sol pasaba por el cenit, sabiendo la distancia entre Alejandría y Siena se podría calcular la circunferencia terrestre. Su razonamiento está basado en el hecho de que el triángulo CAS es similar al formado por el obelisco y su sombra (Figura 1).

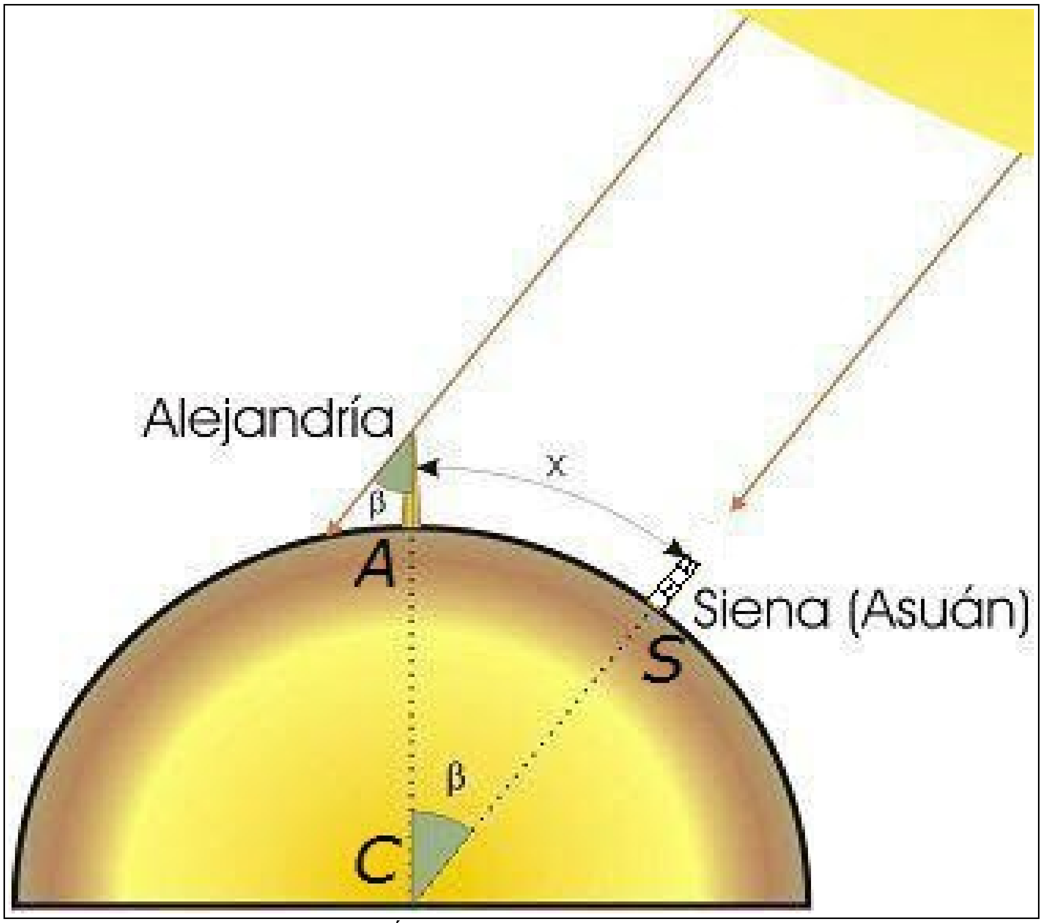


Figura 1. Ángulo dado entre las dos ciudades.

Paso 1: Distancia entre Siena y Alejandría

Eratóstenes ordenó (y pagó de su propio bolsillo) a los jefes de caravanas que midieran la distancia entre las dos ciudades. Para ello debían poner esclavos a contar las vueltas de rueda que daban los carros, a extender largas cuerdas a lo largo del camino, a contar pasos, etc (Proyecto Celesta, 2015)[2]. La dificultad radica en que estamos hablando de dos localidades separadas por más de 700 km. El resultado al que se llegó fue de 5 000 estadios. Como cada estadio equivalía a 157.5 metros, la distancia entre las ciudades la estimó en 787.5 km (Proyecto Celesta, 2015).

Paso 2: Medición de la sombra

Llegado el día, Eratostenes midió la sombra del obelisco ubicado en el patio horizontal frente a la biblioteca, justo al medio día, momento en que el Sol está en el meridiano del lugar (Figura 2).

2 Proyecto Celestia [en línea]. España, abril 2008. II Feria "Vive La Ciencia"Disponible: <http://celestia.albacete.org/celestia/taller/feria1.htm>

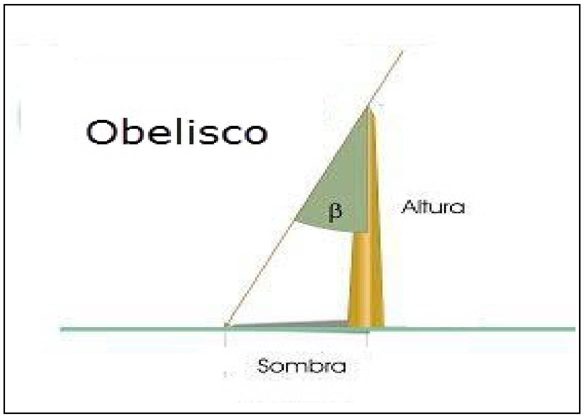


Figura 2 Cálculo trigonométrico.

Paso 3: Cálculo matemático

De la Figura 2 se deduce:

tan β = (longitud de la sombra) / (altura del obelisco)

Eratóstenes obtuvo β = 7.2º. Después, mediante una sencilla regla de tres, calculó que (787.5 km x 360º) /7,2º es la circunferencia terrestre, esto es, 39 375 km.

Si la medida real es de 39.942 km, el obtuvo una medida de 39.375 km. (sólo se equivocó en 567 km), teniendo en cuenta la tecnología con la que trabajó para medir distancias y ángulos.

Errores cometidos

Los errores de Eratóstenes fueron muy sutiles e inevitables:

1.- La distancia entre Asuán y Alejandría es 729 km. (4.628 estadios), no 787.5 km.
2.- La medida exacta del ángulo de la sombra en Alejandría debió ser 7.08º (no 7.20º).

Conclusión.

Estas inexactitudes, casualmente, casi se compensaran entre sí, pero sin duda la labor de medición y el resultado obtenido hace más de 2240 años son dignos de asombro.

Bibliografía

- Anuario del Observatorio Astronómico Nacional, Edición CXXXIV (2014), México: Instituto de Astronomía, UNAM. Compilador: J.D. Flores Gutiérrez.
- Arredondo Romero, Macario (1987) *Notas de apoyo al curso de cosmografía para geógrafos.* Tesis para obtener el título de Licenciado en Geografía. México, UNAM.
- CHAROLA, F. (1959). *Elementos de Cosmografía*. Séptima edición. Argentina: Kapelusz.
- FELGUERES PANI, G. (1965). *Cosmografía*. Cuarta edición. México: UNAM
- GALDÍ-ENRIQUEZ, D. y GUTIERREZ-CABELLO, J. (2001). *Astronomía General.* Barcelona: Ediciones Omega.
- GALLO, J. y ANFOSSI, A. (1983). *Curso de Cosmografía*. Octava edición. México: Progreso.
- GURROLA REYES, Jesús (1971). *La Cosmografía en la enseñanza de la Geografía*. Tercera edición. México: Trillas.
- Morisset, C.; Garcia-Rojas, J.; Jamet, L. y Farah , A.; *2009. ¿Dónde estoy? Pregúntale al Sol; http://132.248.1.102/~morisset/index_new.html*
- MOSQUEIRA S. (1978). *Cosmografía y Astrofísica*. Cuarta edición. México: Patria.
- RUIZ MORALES, J. y GÓMEZ ROLDÁN, A. (2008). *Astronomía contemporánea.* Madrid : Sirius.
- SMART, W. M. (1956). Spherical Astronomy. Reino Unido. Cambridge University Press.