



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
MAESTRÍA INGENIERÍA ELÉCTRICA-CONTROL

DERIVADOR DE GANANCIA VARIABLE EN UN MOTOR DE
CORRIENTE DIRECTA

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

P R E S E N T A:

ADRIAN CAMACHO RAMÍREZ

TUTOR PRINCIPAL:

DR. LEONID FRIDMAN
FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D.F., MARZO 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Gerardo René Espinosa Pérez

Secretario: Dra. Maria Cristina Verde Rodarte

Vocal: Dr. Leonid Fridman

1^{er}. Suplente: Dr. Jaime Alberto Moreno Pérez

2^{do}. Suplente: Dr. Jorge Ángel Dávila Montoya

La tesis se realizó en:

Posgrado de Ingeniería-UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Leonid Fridman

A mis padres:

Alejandro Camacho y Lilia Ramirez

por ser mi inspiración y modelo a seguir en la vida

A mis hermanos:

Jorge y Alberto

Por tantos momentos en familia

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México y al Consejo Mexiquense de Ciencia y Tecnología.

A los profesores del Colegio de Control Automático de la UNAM.

A mi asesor de tesis que me apoyó no solo en los aspectos académicos si no también en el ámbito personal.

A mis padres y hermanos.

A mis amigos y familiares.

Índice general

Índice de figuras	IV
Índice de cuadros	VI
1. Introducción	1
1.1. Motivación	2
1.2. Estado del Arte	2
1.3. Planteamiento del Problema	4
1.4. Objetivos	5
1.5. Metodología	5
1.6. Organización de la Tesis	5
2. Antecedentes - Tipo de Derivadores	7
2.1. Derivador Clásico de Aproximación Lineal	7
2.2. Derivador de Alta Ganancia	9
2.3. Derivador Super-Twisting de Ganancia Constante	10
2.4. Derivador Super-Twisting de Ganancia Variable	12
3. Estudio Comparativo de las Técnicas de Derivación	13
3.1. Derivadores Clásicos por Aproximación Lineal	13
3.2. Derivador de Alta Ganancia	14
3.3. Derivador Super Twisting de Ganancia Constante	16
3.4. Derivador Super-Twisting de Ganancia Variable	17
4. Derivador con Algoritmo Super-Twisting de Ganancia Variable Generalizado (VGSTA)	19
4.1. Convergencia Caso 1 $\ddot{x}(t) = 0$	21
4.2. Convergencia caso 2 $\ddot{x}(t) \neq 0$	24
5. Verificación de Eficiencia del Derivador VGSTA Aplicado a un Motor de Corriente Directa	28
5.1. Diseño para Sistemas de Control de Movimiento	29
5.2. Modelo Dinámico del Motor CD	30
5.2.1. Función de Transferencia	32

5.3.	Esquema de Control	32
5.3.1.	Controlador PI	32
5.4.	Ajuste de ganancias de Derivadores	36
5.5.	Simulaciones	37
5.5.1.	Derivador VGSTA vs Derivador de Levant	38
5.5.2.	Derivador VGSTA vs Derivador de Alta Ganancia	41
5.6.	Pruebas Experimentales	44
5.7.	Conclusiones	47
A.	Apéndice	48
A.1.	Tarjeta DS1104	48
A.1.1.	Estructura	49
A.2.	Inversor Trifásico	51
A.3.	Motor	53
A.4.	Torquimetro	53

Índice de figuras

2.1. Relación entre la entrada del derivador y su salida	7
2.2. Rendimiento del filtro en diferente orden del Derivador de Aproximación Lineal	9
3.1. Estimación 1 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador por aproximación lineal	14
3.2. Estimación 2 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador por aproximación lineal	14
3.3. Estimación 1 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador de alta ganancia	15
3.4. Estimación 2 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador de alta ganancia	15
3.5. Estimación con L_1 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador ST de ganancia constante	16
3.6. Estimación con L_2 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador ST de ganancia constante	16
3.7. Estimación con $L_1(t)$ de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador ST de ganancia variable	17
3.8. Estimación con $L_2(t)$ de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador ST de ganancia variable	18
5.1. Modelo del Motor DC con excitación constante	30
5.2. Esquema de control	33
5.3. Estimación ₁ y error de Velocidad del Motor CD VGSTA vs Derivador de Levant	39
5.4. Estimación ₂ y error de Velocidad del Motor CD VGSTA vs Derivador de Levant	40
5.5. Estimación ₃ y error de Velocidad del Motor CD VGSTA vs Derivador de Alta Ganancia	42
5.6. Estimación ₄ y error de Velocidad del Motor CD VGSTA vs Derivador de Alta Ganancia	43
5.7. Plataforma Experimental	44
5.8. Estimación y Error velocidad Motor CD Levant	46
5.9. Estimación y Error velocidad Motor CD VGSTA	46
A.1. Tarjeta DS1104	48
A.2. ControlDesk	50
A.3. Inversor Trifasico	52

A.4. Estructura de Operación	53
A.5. Motor DC con excitación constante	54
A.6. Torquimetro	54

Índice de cuadros

3.1. Parámetros para dos estimaciones de derivadores clásicos de segundo orden . . .	13
5.1. Variables del Motor CD	31
5.2. Parámetros del Motor CD	38
5.3. Ganancias del Controlador y Derivadores VGSTA y Levant	38
5.4. Ganancias del Controlador y Derivadores VGSTA y de Alta Ganancia	41
5.5. Ganancias del Controlador y Derivadores, pruebas experimentales	45
A.1. Especificaciones del Motor	53
A.2. Especificaciones de Torquimetro	54

Resumen

En control, los derivadores tienen diversas aplicaciones en la derivación de señales en el cual aparecen en varias áreas de la ciencia práctica, tales como sistemas mecánicos, eléctricos, hidráulicos, entre otros, son importantes en los controladores PID y PD clásicos, son parte esencial en el control por retroalimentación de salida de sistema no lineales o son utilizados como observadores.

Uno de los principales problemas en el diseño de un derivador es el de mantener tanto la exactitud como la robustez ante el ruido y los errores de medición.

Otro problema es encontrar una adecuada ganancia para obtener una derivación exacta. Pues la elección de esta dependerá la exactitud del derivador, una buena elección de estas ganancias se puede obtener mediante estimaciones de las mismas, en particular mediante EMO's, acelerómetros y torquímetros en los casos de sistemas mecánicos. Los cuales nos ayudarán a buscar un mejor desempeño del derivador y una reducción del chattering.

Mediante el uso del Algoritmo Super-Twisting de Ganancia Variable Generalizado (VGS-TA) y dado que mediante la medición de aceleración y fuerza utilizando sensores, la idea del trabajo es utilizar el sensor de fuerza y junto con la posición ajustar las ganancias del derivador. Los cuales nos ayudan podemos obtener una mejor estimación de la velocidad, la cual nos ayudara a obtener una velocidad deseada al aplicarla a un Motor de CD.

Capítulo 1

Introducción

Gracias a los avances en la teoría y práctica de la ingeniería de control, día a día se aportan nuevas formas para obtener mejores desempeños de los sistemas dinámicos, eficientar lo equipos de trabajo, mejorar la productividad, alargar la vida útil de la maquinaria, etc.

Un lazo típico de control se basa en la realimentación de la variable a controlar, comparando la medida de esta con una señal de referencia, que es el valor que se desea que tome la variable controlada. En esta aproximación solo se tiene en cuenta la relación entre la variable de salida y la referencia, en base a la función de transferencia, la cual será base para el diseño de un controlador apropiado, con los métodos disponibles en la literatura.

En ocasiones el esquema de control por retroalimentación simple debe de ser modificado para enfrentar condiciones especiales de perturbación en el sistema y las modificaciones que estas puedan producir. Mediante el uso de un sistema de control por modos deslizantes los cuales son utilizados para abordar problemas de control robusto, tienen la característica de cambiar la estructura por medio de alguna ley de manera de satisfacer las características deseadas. Lo que puede significar que cambie las ganancias del lazo de realimentación. Los sistemas de control por modos deslizantes tienen una elevada aceptación dentro de la comunidad científica e ingenieril.

En el caso de un sistema típico para el control de motores, el diseño de un esquema de control

convencional para el control de velocidad de un motor de corriente directa, consiste en una adecuada sintonización de los controladores PI's involucrados.

1.1. Motivación

Una de las desventajas de los derivadores es el problema de obtención de la ganancia adecuada, la cual puede producir un aumento en el fenómeno denominado *chattering*. El *chattering* es un fenómeno oscilatorio de alta frecuencia que sufren los estados del sistema cuando se encuentran en la superficie deslizante. causado por la naturaleza de la conmutación infinita del controlador, al reducir tal fenómeno se puede llegar sin menor obstáculo en la implementación en una amplia variedad de aplicaciones.

Ya que los controladores PID son una importante herramienta debido a que es usado en el mas del 90 % de aplicaciones de control industriales. Hay varias alternativas de técnicas de derivación e integración propuestas en la literatura o usadas por ingenieros prácticos. En particular, derivadores de aproximación lineal, derivadores de alta ganancia, el derivadores exactos y robustos de primer orden y los observadores basados en derivadores son estudiados para determinar cual nos da la mejor aproximación de derivación de señales bajo condiciones de ruido.

1.2. Estado del Arte

Derivación en tiempo real es un importante problema ya conocido, con diferentes aplicaciones: son parte importante en controladores clásicos como los PD y PID,mas generalmente pueden ser instrumento en el control por retroalimentación [1], [2], y también pueden ser utilizados como observadores [3], [4]. El principal reto en el diseño de derivadores es mantener tanto la exactitud como la robustez ante el ruido [2], [5]. En sistemas lineales, aproximando la funcion de transferencia de un derivador, y aplicando control de salida por retroalimentación, ha sido extensamente usado, [6].

Los observadores de alta ganancia también han sido muy utilizados como derivadores, y aplicados

al control por retroalimentación de salida, dando algunos resultados de separación en esquemas de control no lineal [1], [7]. No obstante, la sensibilidad al ruido es fuertemente amplificada al utilizar ganancias no adecuadas, en este caso grandes y la presencia del efecto pico deteriora aun mas su desempeño. Existen derivadores de alta ganancia, que dan derivadas exactas cuando sus ganancias tienden a infinito. Desafortunadamente, al mismo tiempo su sensibilidad a pequeños ruidos de alta frecuencia también crecen infinitamente.

En contraste, derivadores discontinuos puede ser teóricamente mejores para una mas amplia clase de señales [4], [5], [9], [10]. En particular, se ha mostrado que el algoritmo del Super-Twisting se adapta muy bien como [2], [5], ya que ofrece la mejor convergencia posible en presencia de ruido determinístico acotado medible en el sentido de Lebesgue, y de la discretización de la señal cuando la segunda derivada de la señal base es acotada [5]. Esta clase de derivadores ha sido utilizada para construir observadores exactos y robustos con convergencia en tiempo finito [3], [4]. Recientemente, funciones de Lyapunov han sido desarrolladas para el Algoritmo Super Twisting [11]-[13], permitiendo analizar la robustez del algoritmo para una clase mas amplia de incertidumbres y perturbaciones. [12], [13], asegurando la convergencia en tiempo finito.

Un inconveniente del Algoritmo Super Twisting es que no permite compensar incertidumbres/perturbaciones crecientes en el tiempo o junto a las variables de estado. Esto significa que el Super Twisting no puede asegurar la convergencia incluso para los sistemas para los que la parte lineal no se conoce exactamente. Incluyendo un termino de corrección lineal el Algoritmo Super Twisting permitirá compensar una mas amplia clase de perturbaciones. Sin embargo al tener constantes ganancias solo es posible compensar incertidumbre/perturbaciones si y solo si su cota es conocida *a priori*.

Una *Ganancia Variable* para modos deslizantes de primer orden, para la cual la ganancia es ajustada de acuerdo a la actual cota de la perturbaciones ha sido introducida [14], [15] para reducir la magnitud del efecto del chattering, y/o compensar perturbaciones cuya cota solo puede ser calculada en linea o que depende del estado. Una selección apropiada de la cota de la perturbación depende de las ganancias del algoritmo. En [16] una ganancia variable es propuesta,

logrando la atenuación del chattering, la ganancia propuesta sera utilizada mas adelante en este trabajo, con algunas modificaciones para lograr una mejor estimación de la derivada, en donde la ganancia variable $L(t)$ es diseñada usando como señal en tiempo real un sensor de fuerza.

Para los algoritmos de segundo orden en [4] se presenta un estudio para la observación y análisis de convergencia en tiempo finito para sistemas mecánicos. En [11] se presenta una función de Lyapunov para modos deslizantes de segundo orden, la cual es muy útil para estudiar las condiciones y propiedades de convergencia de estos sistemas. Además si se considera a la posición como salida medida, el derivador por modos deslizantes, podemos obtener una señal de velocidad continua. En [19] los modos deslizantes son empleados como control de drives de corriente continua. Mientras que en [20] se logra controlar un Motor de CD via modos deslizantes utilizando posición angular y velocidad para controlarlo.

De la literatura de modos deslizantes, para fines de revisión bibliografica se tienen trabajos como [15], [18].

1.3. Planteamiento del Problema

Sea una señal de entrada $x(t)$ una función definida de $[0, \infty)$ La función $x(t)$ se asume que es una función Lebesgue-medible y $x(t) = x_0(t) + v(t)$. El primer termino es la señal de base $x_0(t)$ (desconocida) que tiene una derivada con constante Lipschitz conocida $L > 0$. El segundo termino corresponde al ruido $v(t)$ que aparece en la señal $x_0(t)$, el cual es desconocido pero se asume acotado. La medición discreta de la señal $x(t)$ puede ser interpretada como un ruido que afecta a la señal de entrada. En ausencia de ruido el objetivo es estimar robustamente $\dot{x}(t)$ usando solamente la medición de $x(t)$.

Para poder obtener \dot{x} , se pueden usar diferentes algoritmos de los cuales el principal problema es diseñar o encontrar la ganancia la cual sea directamente proporcional a la variación de la perturbación. Entonces adecuando la ganancia del derivador se logra una reducción en la cantidad de energía demandada ya sea por un actuador, previniendo que el exceso de energía pueda

dañar la planta y/o al actuador.

En un motor de corriente directa, el objetivo sera poder estimar derivada de la posición, para así poder tener un menor error en el control de una velocidad de referencia.

1.4. Objetivos

Los algoritmos que se mencionaron en la sección anterior no lograron establecer algún método para estimar una ganancia adecuada $L(t)$, por tal motivo en este trabajo de tesis se tienen los siguientes objetivos:

- Diseñar derivador de ganancia variable, en base a EMO's, acelerómetros sensores de fuerza.
- Probar el derivador en un Motor de CD, tomando la posición del rotor.

1.5. Metodología

Los pasos utilizados para este trabajo fueron hechos de la siguiente manera:

- Análisis, comparación y simulación numerica de Derivadores
- Modelo matemático del Motor CD y controlador PI.
- Análisis del conjunto sistema-controlador mediante la función de Lyapunov
- Ajuste de ganancias de controlador
- Simulación numérica (Matlab)
- Pruebas experimentales
- Análisis de resultados

1.6. Organización de la Tesis

La presente tesis se divide en 5 capítulos y un apartado de anexos. En el capítulo 2 se describen los antecedentes de 4 derivadores en específico, los cuales son el derivador clásico de aproximación

lineal, el derivador del alta ganancia, el derivador super-twisting de ganancia constante y por ultimo el derivador super-twisting de ganancia variable. En el capitulo 3 se realiza un estudio comparativo de estos derivadores, mediante simulaciones y describimos la relevancia y defectos de cada uno. El capitulo 4 mostramos en forma detallada el Derivador con Algoritmo Super-Twisting de Ganancia Variable Generalizado así como su prueba de convergencia. El capitulo 5 mostramos la aplicación del VGSTA en un Motor de CD, se describe el modelo del motor de corriente directa controlado por su armadura, la función de transferencia del modelo para su análisis para fines de simulación y experimentación. Se mostraran los resultados obtenidos y por ultimo las conclusiones del trabajo. En la parte del anexo se muestra el equipo y las especificaciones del equipo de trabajo que se utilizo.

Capítulo 2

Antecedentes - Tipo de Derivadores

2.1. Derivador Clásico de Aproximación Lineal

Un derivador tiene una entrada $x(t)$ y una salida $u(t)$ descrito como en la figura (2.1). El



Figura 2.1: Relación entre la entrada del derivador y su salida

derivador esta definido como

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) = u(t) \quad (2.1)$$

Dado que el derivador puro es susceptible a ruidos, la mayoría de los derivadores hoy en día usan aproximaciones. Ellos satisfacen $\dot{x}(t) \approx u(t)$ en algún sentido. En general un derivador puro y su aproximación lineal puede ser descrita como

$$G(s) = \frac{s}{(\tau s + 1)^m} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.2)$$

Cuando $m = 0$, es un derivador puro del cual no es físicamente realizable. Para $m = 1$, es un derivador de aproximación lineal de primer orden. La salida $u(s)$ puede ser derivada como

$$U(s) = \frac{s}{\tau s + 1} X(s) \quad (2.3)$$

esta salida $U(s)$ puede ser de reescrita como

$$U(s) = \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{1}{\tau s + 1} \right) X(s) = \frac{1}{\tau} \left(X(s) - \frac{X(s)}{\tau s + 1} \right) \quad (2.4)$$

En el dominio del tiempo, la relación de $u(t)$ y $x(t)$ es

$$u(t) = \frac{1}{\tau} (x(t) - \tilde{x}(t)), \quad \dot{\tilde{x}}(t) = -\frac{1}{\tau} (\tilde{x}(t) - x(t)) \quad (2.5)$$

Cuando la constante de tiempo τ es muy pequeña, $\tilde{x}(t)$ sigue la señal de entrada $x(t)$ muy lentamente. Pero tiene un tiempo de retraso y este tiempo de retraso es igual a τ porque $\frac{1}{\tau s + 1} \approx e^{-\tau s}$. Por lo tanto $\tilde{x}(t) \approx x(t - \tau)$, y

$$u(t) = \frac{1}{\tau} (x(t) - \tilde{x}(t)) \approx \frac{1}{\tau} (x(t) - x(t - \tau)) \approx \dot{x}(t) \quad (2.6)$$

Entre mas pequeña es la constante de tiempo τ , la señal de salida $u(t)$ se aproxima mas a la derivada de la señal $\dot{x}(t)$.

Si ruido $n(t)$ se le añade a la señal de entrada $x(t)$, la ecuación (2.5) cambiara a

$$u(t) = \frac{1}{\tau} (x(t) + n(t) - \tilde{x}(t)), \quad \dot{\tilde{x}}(t) = -\frac{1}{\tau} (\tilde{x}(t) - x(t) + n(t)) \quad (2.7)$$

Si la constante de tiempo τ no es muy pequeña, la segunda ecuación es un buen filtro pasa bajas. Esta puede filtrar el efecto del ruido $n(t)$ y $\tilde{x}(t)$ todavía satisface $\tilde{x}(t) \approx x(t - \tau)$, por lo tanto la salida sera

$$u(t) = \frac{1}{\tau} (x(t) - x(t - \tau)) + \frac{n(t)}{\tau} \approx \dot{x}(t) + \frac{1}{\tau} n(t) \quad (2.8)$$

Esto significa que la señal de salida $u(t)$ sera igual a la derivada de la señal de entrada $x(t)$

además del ruido de la señal que es amplificado $\frac{1}{\tau}$ veces, entonces cuando τ sea más pequeño el ruido se amplificará. Para atenuar el efecto del ruido, una aproximación lineal de alto orden es requerida, i.e., $m = 2, 3, \dots$. Los efectos de la atenuación del ruido pueden ser observados mediante un diagrama de Bode de $G(s)$, mostrado en la figura (2.2).

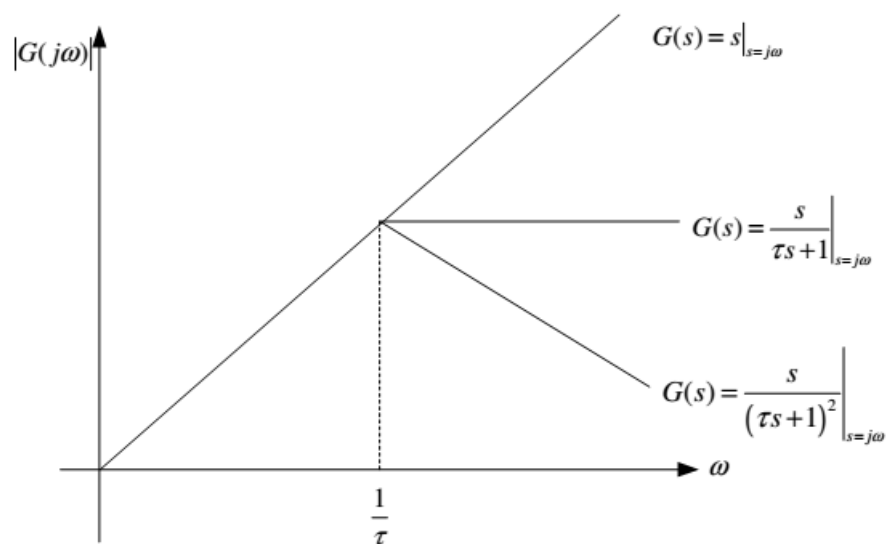


Figura 2.2: Rendimiento del filtro en diferentes órdenes del Derivador de Aproximación Lineal

Entre más grande sea m , mejor será la atenuación del ruido.

2.2. Derivador de Alta Ganancia

Esta técnica de derivación garantiza que la entrada se derive cuando la ganancia del derivador es suficientemente grande. Al igual que la sección anterior, este consiste en estimar la primera derivada de la señal $x(t)$, en el cual se hacen dos suposiciones:

- La segunda derivada de la señal base $x(t)$ está uniformemente acotada por una constante L .
- El ruido medible $n(t)$ es uniformemente acotada por ε .

Estableciendo que $x_1(t) = x(t)$ y $x_2 = \dot{x}(t)$, el problema se transforma en el diseño de un observador para el sistema

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \quad \dot{x}_2(t) = -\ddot{x}(t), \quad u = x_1 \quad (2.9)$$

Se considera el Derivador de alta ganancia, en la siguiente forma

$$\dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - \frac{k_1}{\varepsilon}(\hat{x}_1 - x_1) \quad (2.10)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = -\frac{k_2}{\varepsilon^2}(\hat{x}_1 - x_1) \quad (2.11)$$

Donde k_1, k_2, ε son constantes mayores a cero.

Introduciendo el error de derivación $\tilde{x} = \hat{x}_1 - x_1$ la dinámica del error de derivación esta dado por

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= -\frac{k_1}{\varepsilon}(\tilde{x}_1) + \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= -\frac{k_2}{\varepsilon^2}(\tilde{x}_1) + \ddot{x} \end{aligned} \quad (2.12)$$

El problema consiste en obtener una estimación de la cota final para el error de derivación \tilde{x}_2 en términos de los parámetros del derivador y de los límites de las perturbaciones. En otras palabras, el error máximo asintótico que el derivador tomara debido a las perturbaciones acotadas. Una vez que se deriva esta expresión, la ganancia del derivador se puede seleccionar para mejorar su desempeño.

2.3. Derivador Super-Twisting de Ganancia Constante

El algoritmo Super-Twisting (ST) ha sido usado exitosamente en numerosas aplicaciones. En particular ha sido utilizado ampliamente como derivador en varios contextos y en casos especiales.

El derivador ST tiene dos principales propiedades: la exactitud y la robustez. En la ausencia de ruido, el derivador ST es exacto en la clase de señales con cota en su segunda derivada. La pro-

riedad de robustez es con respecto a incertidumbres y perturbaciones. En la presencia de ruidos medibles uniformemente acotadas por ε , su precisión puede ser proporcional a $\sqrt{L\varepsilon}$, donde L es la cota uniforme de la segunda derivada de la señal. Además este algoritmo muestra que esta es la mejor forma de precisión para cualquier derivador que es exacto ante esta clase de señales.

Como sea, el análisis del efecto del ruido medible en el derivador ST ha sido solo hecho cualitativamente en términos del orden de magnitud. Esto significa que la proporcionalidad en su precisión podría ser grande o pequeña en la ganancia seleccionada. Mas aún, no hay método en la selección de la ganancia del derivador ST para mejorar la precisión para minimizar la constante de proporcionalidad. El algoritmo ST, con ganancias constantes esta de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= -k_1|\hat{x}_1 - x(t)|^{1/2} \text{sign}(\hat{x}_1 - x(t)) + \hat{x}_2 \\ \dot{\hat{x}}_2 &= -k_2 \text{sign}(\hat{x}_1 - x(t))\end{aligned}\tag{2.13}$$

donde k_1 y k_2 son constantes positivas a diseñar, y $x(t)$ es la medición de la posición, tal que $|\ddot{x}| < L$. En donde L es una constante conocida. Definiendo los errores $e_1 = \hat{x}_1 - x(t)$ y $e_2 = \hat{x}_2 - \dot{x}(t)$, obtenemos la dinámica del error

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= e_2 - k_1|e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_2 &= -k_2 \text{sign}(e_1) - \ddot{x}(t)\end{aligned}\tag{2.14}$$

Las soluciones (2.13) y (2.14) son soluciones en el sentido de Filippov. Una condición necesaria de convergencia es que $k_2 > L$, ahora si elegimos la ganancia k_1 suficientemente grande, la aparición del SOSM esta garantizado después de un tiempo finito transitorio, i.e. $e_1 = e_2 = 0$ en (2.14). Otra condición importante es que $\frac{2(k_2 + L)^2}{k_1^2(k_2 - L)} < 1$.

Sin embargo, si la máxima aceleración \ddot{x} es excesivamente grande, implicara la selección de grandes parámetros de ganancia k_1 y k_2 , resultando en la amplificación en los errores de derivación. Esto se podrá solucionar con una ganancia variable, que sera explicada en las siguientes

secciones.

2.4. Derivador Super-Twisting de Ganancia Variable

Este caso se presento en Levant [2012]. Otra vez se considera la medición de la posición $x(t)$, la estimación de su velocidad sera obtenida mediante el siguiente derivador

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= -k_1 L^{1/2}(t) |\hat{x}_1 - x(t)|^{1/2} \text{sign}(\hat{x}_1 - x(t)) + \hat{x}_2 \\ \dot{\hat{x}}_2 &= -k_2 L(t) \text{sign}(\hat{x}_1 - x(t))\end{aligned}\tag{2.15}$$

donde k_1 y k_2 son constantes positivas y $L(t)$ es una función positiva definida variante en el tiempo. La recomendación dadas por Levant [1998] es que $k_1 = 1.5$ y $k_2 = 1.1$. Definiendo los errores como $e_1 = \hat{x}_1 - x(t)$ y $e_2 = \hat{x}_2 - \dot{x}$, la dinámica del error de derivación

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= e_2 - k_1 L^{1/2}(t) |e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) \\ \dot{e}_2 &= -k_2 L(t) \text{sign}(e_1) - \ddot{x}(t)\end{aligned}\tag{2.16}$$

Con $k_1 > 1$, las igualdades $e_1 = 0$ y $e_2 = 0$ definen una solución formal de Filippov. Siguiendo de Levant [2012], se asumen las siguientes proposiciones

- $|e_1(0)| \leq \delta_0 L(t)$ para alguna constante δ_0 .
- $|\dot{L}/L| \leq \delta_1$, para alguna constante δ_1 .

Entonces el derivador (2.15) nos da la derivada exacta para cualquier $t \geq t_0 + T(t_0)$. Considerando cualquier tiempo arbitrario $t_0 > 0$, y definiendo alguna $L(t)$ en el intervalo $L_0(1 - \gamma) \leq L(t) \leq L_0(1 + \gamma)$, donde γ y L_0 son constantes positivas. Dado que la derivada logarítmica de $L(t)$, \dot{L}/L esta acotada, se deduce que $T(t_0) \leq T_0 = \ln(1 + \gamma)/\delta_1$. Eligiendo una $L(t)$ lo suficientemente grande, el tiempo de convergencia de (2.16) esta asegurado.

Capítulo 3

Estudio Comparativo de las Técnicas de Derivación

En este capítulo, cada derivador es explorado para establecer su relación entre el diseño de parámetros y su desempeño, esto nos ayuda a ver como estos derivadores funcionan.

3.1. Derivadores Clásicos por Aproximación Lineal

La ecuación (2.2) puede ser reescrita como

$$\begin{aligned}
 G(s) &= \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \left(\frac{1}{\tau_1 s + 1} - \frac{1}{\tau_2 s + 1} \right) \\
 &= \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \frac{(\tau_2 - \tau_1)s}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} = \frac{s}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Este es un sistema de segundo orden. Comparando la ecuación (2.2) y la ecuación (3.1) cuando $m = 2$, la elección de parámetros τ, τ_1, τ_2 están en la siguiente tabla con $\tau = \tau_1 \times \tau_2$.

	Estimación 1	Estimación 2
τ	10^{-3} , Polos=-1000	10^{-3} , Polos=-1000
τ_1	10^{-5} , Polos=- 10^5	5×10^{-4} , Polos=-2000
τ_2	0.1, Polos=-10	2×10^{-3} , Polos=-500

Cuadro 3.1: Parámetros para dos estimaciones de derivadores clásicos de segundo orden

La señal de entrada es $x(t) = 4t + \cos(t) + 0.02 \sin(6t)$, por lo tanto su derivada $\dot{x} = 4 - \sin(t) + 0.12 \cos(6t)$, mostrando los resultados en la figura (3.1).

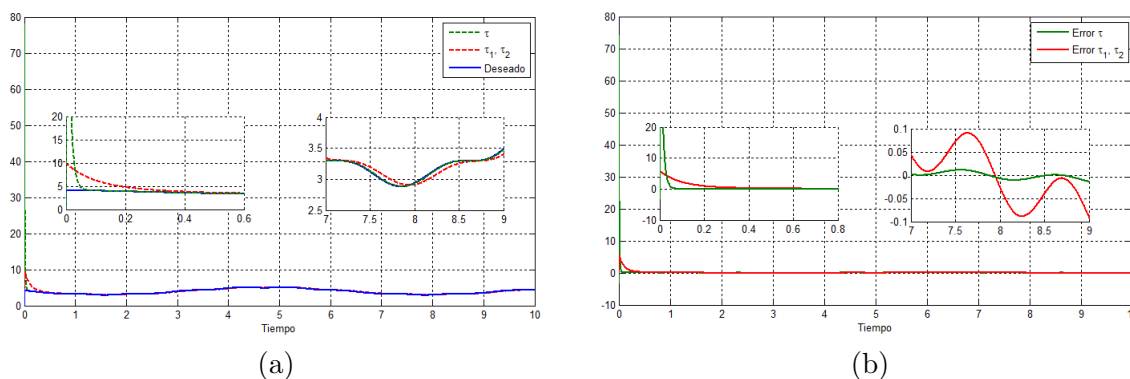


Figura 3.1: Estimación 1 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador por aproximación lineal

Y para la segunda estimación tenemos:

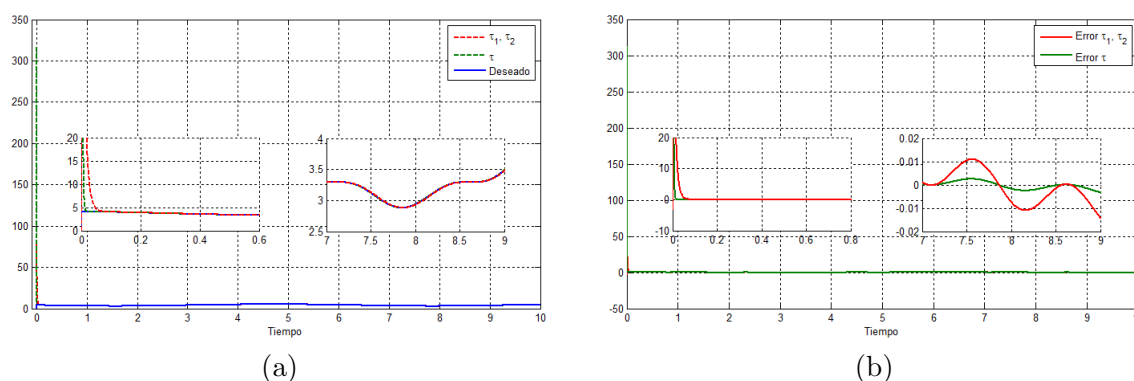


Figura 3.2: Estimación 2 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador por aproximación lineal

De las estimaciones del Derivador Clásico por Aproximación Lineal podemos ver que la precisión y la sensibilidad al ruido es proporcional a la selección de m . Se nota que la estimación depende de esta selección pero en general este derivador presenta dificultad de convergencia.

3.2. Derivador de Alta Ganancia

El Derivador de Alta Ganancia dado por (2.9), en donde se considera un Derivador ST Generalizado, se quiere estimar la derivada de $x(t) = 4t + \cos(t) + 0.02 \sin(6t)$, en donde $\dot{x} =$

$4 - \sin(t) + 0.12 \cos(6t)$, en donde una elección para k_1 y k_2 , serán tomados igual que el anterior, donde $k_1 = 1.5$ y $k_2 = 1.1$. Para que haya una convergencia mas rápida se eligen los valores de, y $\epsilon = 0.01$ para asegurar una buena convergencia. Los resultados obtenidos fueron

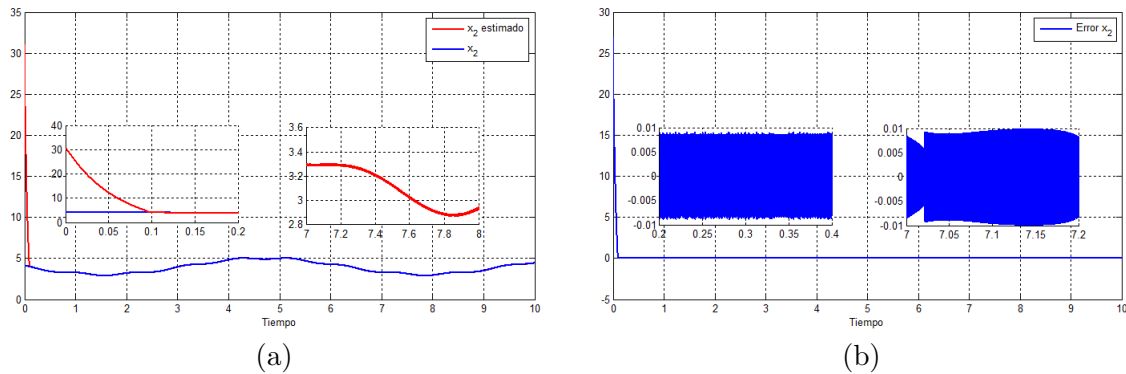


Figura 3.3: Estimación 1 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador de alta ganancia

Ahora si cambiamos los parámetros por $\mu_1 = \mu_2 = 2$ y $\epsilon = 0.5$, obtenemos

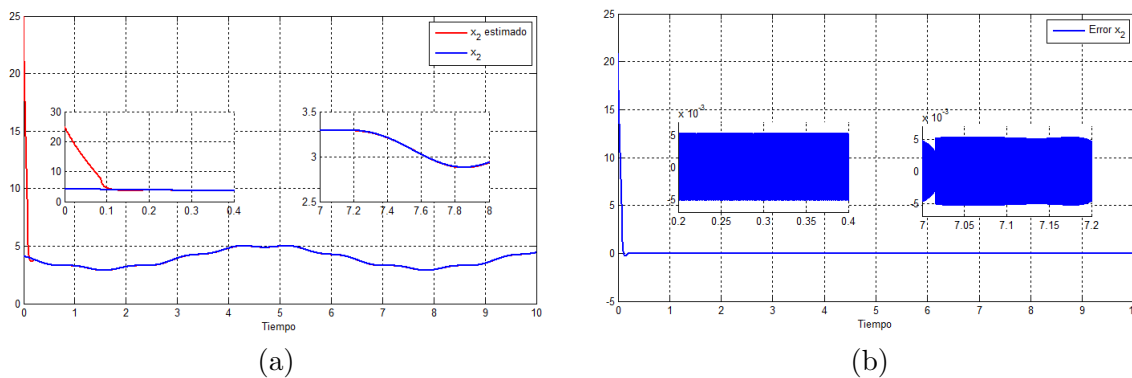


Figura 3.4: Estimación 2 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador de alta ganancia

Se nota que con esta elección de parámetros hubo una mejoría en el error, lo cual es importante de la elección de los mismos. Mediante el uso de este algoritmo el error de estimación se reduce considerablemente, el problema es que la velocidad de convergencia del derivador se puede manipular a partir de un solo termino de corrección, y la elección de esta es importante.

3.3. Derivador Super Twisting de Ganancia Constante

Ahora se presentara la respuesta con el algoritmo Super-Twisting [Levant, 1998], el cual esta descrito en (2.13), y su estimación de la derivada de $x(t) = 4t + \cos(t) + 0.02\sin(6t)$, por lo tanto $\dot{x} = 4 - \sin(t) + 0.12\cos(6t)$, en donde las ganancias recomendables por Levant [1998], están dadas por $k_1 = 1.5\sqrt{L}$ y $k_2 = 1.1L$, en donde la constante L , debe de cumplir con $|\ddot{x}| \leq L$, tomando en consideración esta condición, tenemos que $L_1 = 25$ y $L_2 = 4$. Para la primera estimación tenemos que $k_1 = 7.5$ y $k_2 = 27.5$, obteniendo

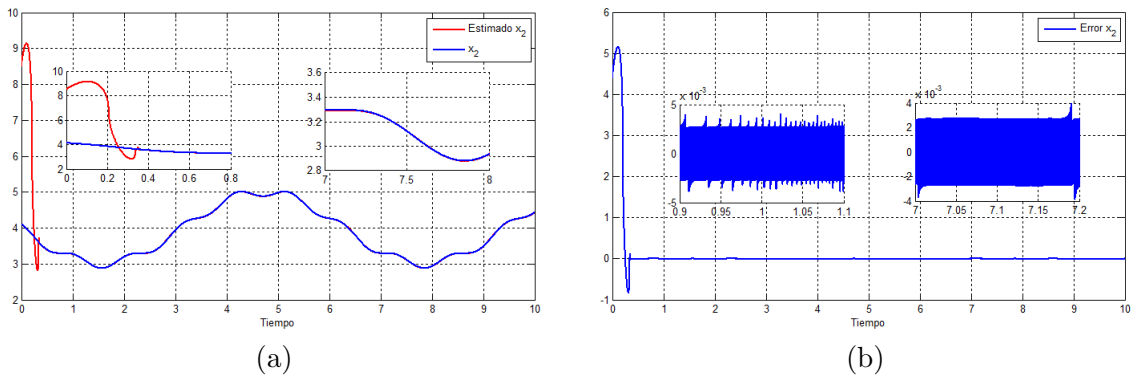


Figura 3.5: Estimación con L_1 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador ST de ganancia constante

Ahora con $L_2 = 4$, las constantes $k_1 = 2.2$ y $k_2 = 6$, obteniendo los siguientes resultados

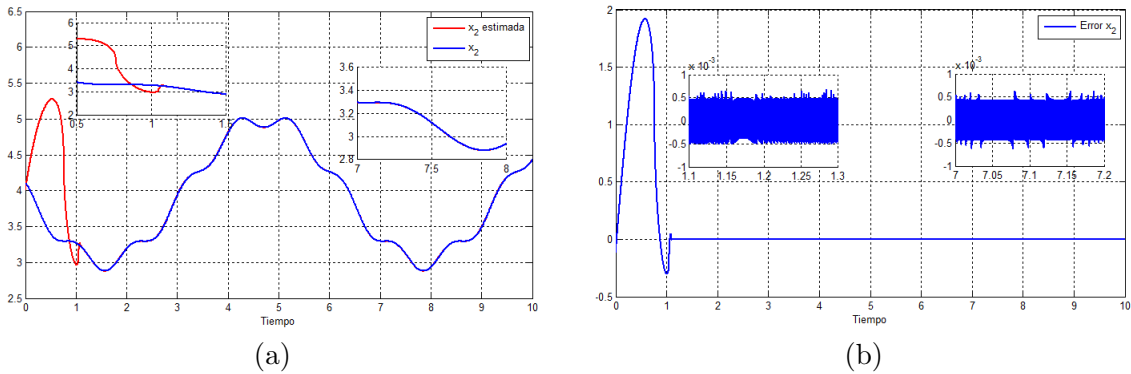


Figura 3.6: Estimación con L_2 de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador ST de ganancia constante

Como se puede apreciar en las figuras anteriores el derivador STA con una ganancia constante, muestra que converge en tiempo finito, es exacto y robusto ante el ruido y el muestreo de la

señal, desafortunadamente hace que esta ganancia sea global y en los casos que se requiera menor aporte de energía en los sistemas mecánicos esta permanecerá globalmente, el cual hará que el chattering aumente.

3.4. Derivador Super-Twisting de Ganancia Variable

En este caso por Levant [2012], se considera a (2.15), en donde las constantes recomendadas k_1 y k_2 están dadas por $k_1 = 1.5$ y $k_2 = 1.1$, y la función positiva definida se debe de elegir en base a las proposiciones mencionadas. Entonces si se requiere estimar la derivada de $x(t) = 4t + \cos(t) + 0.02 \sin(6t)$, en donde $\dot{x} = 4 - \sin(t) + 0.12 \cos(6t)$, y $L(t)$ se elige de tal manera que $L_1(t) = 0.3 \cos(t) + 0.3 \sin(5t) + 2$, por lo cual cumple con las proposiciones antes mencionadas, entonces los resultados que se obtuvieron fueron

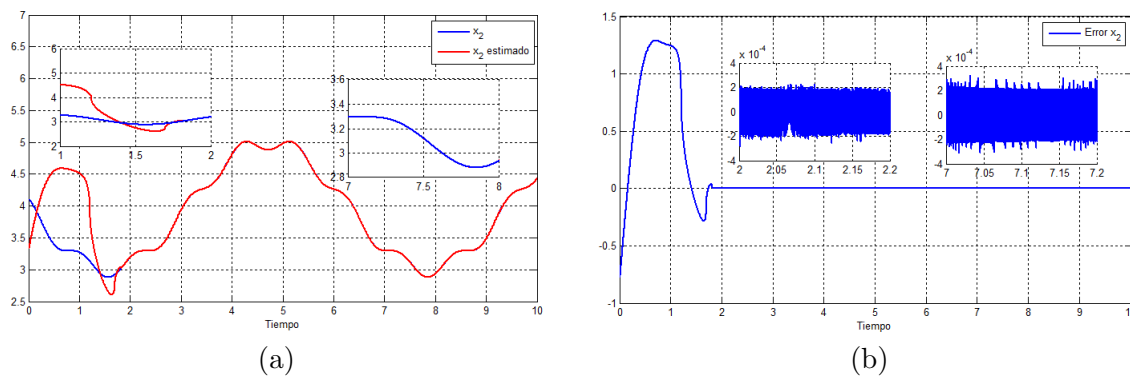


Figura 3.7: Estimación con $L_1(t)$ de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador ST de ganancia variable

Ahora si cambiamos $L_2(t) = \cos(2t) + 3\sin(5t) + 5$, entonces los resultados que obtenemos son Se concluye que con una buena elección de $L(t)$ podemos obtener mejor precisión en el derivador, en lo que conlleva a una reducción en el error de estimación. Pero su desventaja es la obtención de esta función $L(t)$, puede ser cualquiera, solo cumpliendo que sea positiva definida y que cumpla con las proposiciones antes mencionadas. Es por ello que se requiere de una estimación de esa $L(t)$.

Para sistemas mecánicos podemos utilizar ciertos sensores que podemos utilizar para estimar esta

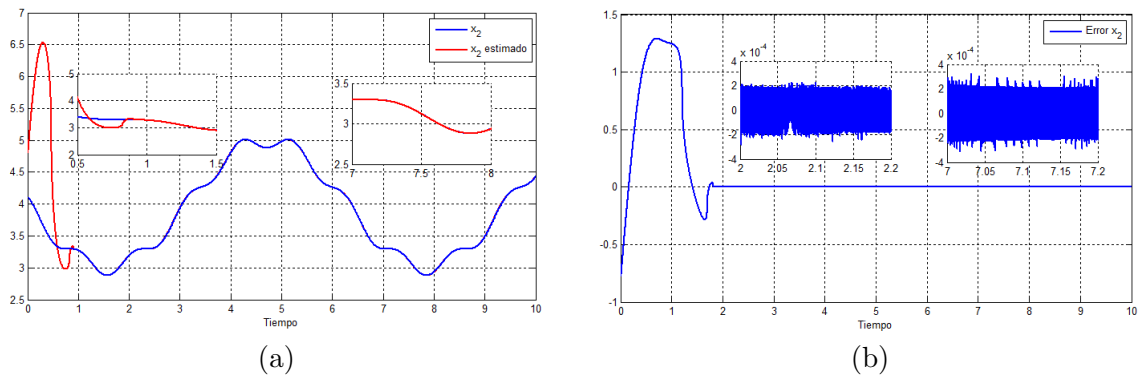


Figura 3.8: Estimación con $L_2(t)$ de $\dot{x}(t)$ (a) y error de estimación (b) de derivador ST de ganancia variable

$L(t)$, obteniendo así un mejor desempeño en el derivador. En el siguiente capítulo se explicará la metodología y la obtención de esta $L(t)$.

Capítulo 4

Derivador con Algoritmo

Super-Twisting de Ganancia

Variable Generalizado (VGSTA)

Una extensión del estandar ST que nos da una exacta compensación a perturbaciones e incertidumbres suaves acotadas, junto con sus derivadas con funciones conocidas, es el Algoritmo Super-Twisting de Ganancia Variable (VGSTA), que esta dado por

$$v = -k_1(t)\phi_1(x_1) - \int_0^t k_2(t)\phi_2(x_1)dt \quad (4.1)$$

donde

$$\begin{aligned} \phi_1(x_1) &= |x_1|^{1/2} \text{sign}(x_1) + k_3 x_1 \\ \phi_2(x_1) &= \frac{1}{2} \text{sign}(x_1) + \frac{3}{2} k_3 |x_1|^{1/2} \text{sign}(x_1) + k_3^2 x_1, \quad k_3 > 0 \end{aligned}$$

Cuando $k_3 = 0$ y las ganancias k_1 y k_2 son constantes, recobramos el ST estándar. El termino adicional $k_3 > 0$ nos permite lidiar con perturbaciones que crecen linealmente.

En muchas ocasiones, es necesario conocer la derivada de alguna señal, sobre todo en sistemas

mecánicos, en donde por requerimientos del sistema o de control, requerimos una estimación de velocidad o aceleración. En estos sistemas mecánicos, comúnmente podemos medir posición por medio de sensores que nos ayudan en esta estimación, pero en el caso de velocidad, los sensores existentes son no exactos o muy caros para nuestros propósitos de control.

Entonces un derivador robusto y exacto es requerido con convergencia en tiempo finito, mediante el algoritmo del ST o del VGSTA, podemos realizar la implementación con éxito. Entonces si una señal de entrada $x(t)$, que esta definida en el intervalo $[0, \infty)$ por ruido de medición acotado con características desconocidas y una señal base $x_0(t)$ con primera derivada que tiene una constante global Lipschitz $L > 0$. El problema es encontrar una estimación en tiempo real de $\dot{x}(t)$.

El objetivo de esta algoritmo es proponer una ganancia variable del STA que proporciona la compensación ante incertidumbres o perturbaciones suaves, junto con sus derivados, por funciones conocidas.

Entonces tenemos

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= -k_1(t)\phi_1(\hat{x}_1) + \hat{x}_2 \\ \dot{\hat{x}}_2 &= -k_2(t)\phi_2(\hat{x}_1)\end{aligned}\tag{4.2}$$

donde $k_1(t), k_2(t) > 0$ y $\phi_{1,2}$ es

$$\begin{aligned}\phi_1(\hat{x}_1) &= |\hat{x}_1|^{1/2} \text{sign}(\hat{x}_1) + k_3\hat{x}_1 \\ \phi_2(\hat{x}_1) = \phi_1'(\hat{x}_1)\phi_1(\hat{x}_1) &= \frac{1}{2} \text{sign}(\hat{x}_1) + \frac{3}{2}k_3|\hat{x}_1|^{1/2} \text{sign}(\hat{x}_1) + k_3^2\hat{x}_1\end{aligned}\tag{4.3}$$

con $k_3 \geq 0$ constante. Cuando $k_3 = 0$ el derivador estándar (2.13) es recuperado. Las ganancias $k_1(t)$ y $k_2(t)$ estan dadas por

$$\begin{aligned}k_1(t) &= \delta + \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{L(t)^2}{4\epsilon} + 2\epsilon L(t) + \epsilon + 2\epsilon(\beta + 4\epsilon) \right\} \\ k_2(t) &= \beta + 4\epsilon^2 + 2\epsilon k_1(t)\end{aligned}\tag{4.4}$$

donde $\beta > 0, \epsilon > 0, \delta > 0$ son constantes arbitrarias positivas y $L(t)$ es una función continua conocida.

Ahora considerando $e_1 = \hat{x}_1 - x(t), e_2 = \hat{x}_2 - \dot{x}(t)$ y derivando las mismas obtenemos

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= \dot{\hat{x}}_1 - \dot{x}(t) \\ \dot{e}_2 &= \dot{\hat{x}}_2 - \ddot{x}(t)\end{aligned}$$

obtenemos la dinamica del error el

$$\begin{aligned}\dot{e}_1 &= e_2 - k_1(t)\phi(e_1) \\ \dot{e}_2 &= -k_2(t)\phi_2(e_1) - \ddot{x}(t)\end{aligned}\tag{4.5}$$

donde $|\ddot{f}(t)|$ satisface $|\ddot{x}(t)| \leq L(t)$, siempre que $L(t) > 0$ y sea una función continua en tiempo real $t \in [0, \tau), \tau > 0$.

4.1. Convergencia Caso 1 $\ddot{x}(t) = 0$

Se propone la función de Lyapunov (Moreno, 2009)

$$V(x) = \zeta^T P \zeta\tag{4.6}$$

donde

$$\zeta^T = [\phi_1(\hat{x}_1), \hat{x}_2]\tag{4.7}$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_3 \\ p_3 & p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta + 4\epsilon^2 & -2\epsilon \\ -2\epsilon & 1 \end{bmatrix}\tag{4.8}$$

con constantes arbitrarias positivas $\beta > 0, \epsilon > 0$.

Derivando ζ y sabiendo que $\phi'_1(\hat{x}_1) = \frac{1}{2}|\hat{x}_1|^{-1/2} + k_3$. Tenemos que

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} \phi'_1(x_1)\dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi'_1(x_1)(-k_1(t)\phi_1(x_1) + x_2) \\ -k_2(t)\phi_2(x_1) - \ddot{f}(t) \end{bmatrix}$$

Sabiendo que $\phi_2(\hat{x}_1) = \phi_1'(\hat{x}_1)\phi_1(\hat{x}_1)$ y si $\ddot{x}(t) = 0$, entonces

$$\begin{aligned}\dot{\zeta} &= \phi_1'(\hat{x}_1) \begin{bmatrix} -k_1(t)\phi_1(\hat{x}_1) + \hat{x}_2 \\ -k_2(t)\phi_1(\hat{x}_1) \end{bmatrix} \\ &= \phi_1'(\hat{x}_1) \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1(t) & 1 \\ -k_2(t) & 0 \end{bmatrix}}_{A(t)} \underbrace{\begin{bmatrix} \phi_1(\hat{x}_1) \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}}_{\zeta} \\ &= \phi_1'(x_1)A(t)\zeta\end{aligned}$$

Entonces la derivada temporal de V esta dada

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{\zeta}^T P \zeta + \zeta^T P \dot{\zeta} \\ &= [\phi_1'(\hat{x}_1)A(t)\zeta]^T P \zeta + \zeta^T P [\phi_1'(\hat{x}_1)A(t)\zeta] \\ &= \phi_1'(\hat{x}_1)\zeta^T [A^T(t)P + PA(t)]\zeta\end{aligned}$$

con $k_1(t) > 0$ y $k_2(t) > 0$ la matriz A es Hurwitz y dado que elegimos a $P = P^T > 0$ podemos resolver la ecuación algebraica de Lyapunov; $A^T(t)P + PA(t) = -Q(t)$. Por lo tanto la derivada de V se puede escribir como:

$$\dot{V} = -\phi_1'(\hat{x}_1)\zeta^T Q(t)\zeta \quad (4.9)$$

donde

$$Q(t) = \begin{bmatrix} \frac{4\delta\epsilon\beta + L(t)^2 + 8\epsilon^2L(t) + 4\epsilon^2}{2\epsilon} & 0 \\ 0 & 4\epsilon \end{bmatrix}$$

Donde $Q(t)$ es simétrica y positiva definida para cada valor de (t) .

Se muestra que

$$\dot{V} = -\phi_1'(x_1)\zeta^T Q(t)\zeta \leq -\lambda_{\min}\{Q\}\phi_1'(x_1)\|\zeta\|_2^2$$

Los valores propios de Q son:

$$\begin{aligned}\lambda_{min} &= 4\epsilon \\ \lambda_{max} &= \frac{4\delta\epsilon\beta + L^2 + 8\epsilon^2L + 4\epsilon^2}{2\epsilon}\end{aligned}$$

entonces podemos obtener que \dot{V}

$$\dot{V} = -\phi'_1(x_1)\zeta^T Q(t)\zeta \leq -4\phi'_1(x_1)\epsilon\|\zeta\|_2^2$$

sabiendo que $\phi'_1(\hat{x}_1) = \frac{1}{2}|\hat{x}_1|^{-1/2} + k_3$ y que

$$\lambda_{min}\{P\}\|\zeta\|_2^2 \leq \zeta^T P \zeta \leq \lambda_{max}\{P\}\|\zeta\|_2^2 \quad (4.10)$$

sustituyendo $\phi'_1(x_1)$ en \dot{V} obtenemos

$$\dot{V}(x) \leq \frac{4\epsilon}{2|x_1|^{1/2}}\|\zeta\|_2^2 - 4k_3\epsilon\|\zeta\|_2^2$$

si $|\hat{x}_1|^{1/2} \leq \|\zeta\|_2 \leq \frac{V^{1/2}(x)}{\lambda_{min}^{1/2}\{P\}}$ y $\|\zeta\|_2^2 \leq \frac{V(x)}{\lambda_{max}\{P\}}$. Entonces la derivada de $V(x)$

$$\dot{V}(x) \leq -\frac{2\epsilon\lambda_{min}^{1/2}\{P\}}{\lambda_{max}\{P\}}V^{1/2}(x) - \frac{4k_3\epsilon}{\lambda_{max}\{P\}}V(x) \quad (4.11)$$

muestra que $\dot{V}(x)$ es negativa definida y que las trayectorias convergen en tiempo finito.

Si definimos

$$\gamma_1 = \frac{2\epsilon\lambda_{min}^{1/2}\{P\}}{\lambda_{max}\{P\}} \quad \gamma_2 = \frac{4k_3\epsilon}{\lambda_{max}\{P\}} \quad (4.12)$$

entonces

$$\dot{V}(x) \leq -\gamma_1 V^{1/2}(x) - \gamma_2 V(x) \quad (4.13)$$

La solución de la ecuación diferencial esta dada por

$$\dot{v} = -\gamma_1 v^{1/2} - \gamma_2 v, \quad v(0) = v_0 \geq 0$$

esta dada por

$$v(t) = \exp(-\gamma_2 t) \left[v_0^{1/2} + \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \left(1 - \exp\left(\frac{\gamma_2 t}{2}\right) \right) \right]^2$$

Entonces (\hat{x}_1, \hat{x}_2) convergen a cero en tiempo finito.

4.2. Convergencia caso 2 $\ddot{x}(t) \neq 0$

Se propone la función de Lyapunov (Moreno, 2009)

$$V(x) = \zeta^T P \zeta \tag{4.14}$$

donde

$$\zeta^T = [\phi_1(\hat{x}_1), \hat{x}_2] \tag{4.15}$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_3 \\ p_3 & p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta + 4\epsilon^2 & -2\epsilon \\ -2\epsilon & 1 \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

con constantes arbitrarias positivas $\beta > 0, \epsilon > 0$.

Derivando ζ y sabiendo que $\phi_1'(\hat{x}_1) = \frac{1}{2}|\hat{x}_1|^{-1/2} + k_3$

Ahora con $\ddot{x}(t) \neq 0$ tenemos

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} \phi_1'(\hat{x}_1)\dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1'(\hat{x}_1)(-k_1(t)\phi_1(\hat{x}_1) + \hat{x}_2) \\ -k_2(t)\phi_2(\hat{x}_1) - \ddot{x}(t) \end{bmatrix}$$

Sabiendo que $\phi_2(\hat{x}_1) = \phi_1'(x_1)\phi_1(\hat{x}_1)$, entonces

$$\begin{aligned}\dot{\zeta} &= \phi_1'(\hat{x}_1) \begin{bmatrix} -k_1(t)\phi_1(\hat{x}_1) + \hat{x}_2 \\ -k_2(t)\phi_1(\hat{x}_1) \end{bmatrix} - \ddot{x}(t) \\ &= \phi_1'(\hat{x}_1) \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1(t) & 1 \\ -k_2(t) & 0 \end{bmatrix}}_{A(t)} \underbrace{\begin{bmatrix} \phi_1(\hat{x}_1) \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}}_{\zeta} - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \ddot{f}(t) \end{bmatrix}}_{B(t)} \\ &= \phi_1'(x_1)A(t)\zeta + B(t)\end{aligned}$$

Tomando la derivada de V obtenemos

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= \dot{\zeta}^T P \zeta + \zeta^T P \dot{\zeta} \\ &= (\phi_1'(\hat{x}_1)A(t)\zeta - B(t))^T P \zeta + \zeta^T P (\phi_1'(\hat{x}_1)A(t)\zeta - B(t)) \\ &= \phi_1'(\hat{x}_1)\zeta^T (A^T(t)P + PA(t))\zeta - \zeta^T P B(t) - B^T(t)P \zeta\end{aligned}$$

Dado la construcción de la matriz constante $P = P^T > 0$, encontramos una $Q(t)$ tal que satisfaga la ecuación algebraica de Lyapunov dada por $A^T(t)P + PA(t) = -Q(t)$, tal que

$$\dot{V} = -\phi_1'(\hat{x}_1)\zeta^T Q(t)\zeta - 2\zeta^T P B(t)$$

Donde

$$Q(t) = \begin{bmatrix} \frac{4\delta\epsilon\beta + L^2 + 8\epsilon^2L + 4\epsilon^2}{2\epsilon} & 0 \\ 0 & 4\epsilon \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Considerando $\underline{L} \leq L(t) \leq \bar{L}$, tenemos

$$Q(t) > Q_0 = \begin{bmatrix} \frac{4\delta\epsilon\beta + \underline{L}^2 + 8\epsilon^2\underline{L} + 4\epsilon^2}{2\epsilon} & 0 \\ 0 & 4\epsilon \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Por lo tanto la derivada de V

$$\dot{V} \leq -\phi'_1(\hat{x}_1)\zeta^T Q_0 \zeta - 2\zeta^T P B(t)$$

Sabiendo que $\phi'_1(\hat{x}_1) = \frac{1}{2}|x_1|^{-1/2} + k_3$ y que

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}\{P\}\|\zeta\|_2^2 &\leq \zeta^T P \zeta \leq \lambda_{\max}\{P\}\|\zeta\|_2^2 \\ \lambda_{\min}\{Q_0\}\|\zeta\|_2^2 &\leq \zeta^T Q(t)\zeta \leq \lambda_{\max}\{Q_1\}\|\zeta\|_2^2 \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &\leq -\phi'_1(\hat{x}_1)\lambda_{\min}\{Q_0\}\|\zeta\|_2^2 + 2\zeta^T P B(t) \\ &= \left(\frac{1}{2}|\hat{x}_1|^{-1/2} + k_3\right)\lambda_{\min}\{Q_0\}\|\zeta\|_2^2 + 2\zeta^T P B(t) \end{aligned}$$

$$\text{si } |\hat{x}_1|^{1/2} \leq \|\zeta\|_2 \leq \frac{V^{1/2}(x)}{\lambda_{\min}^{1/2}\{P\}} \text{ y } \|\zeta\|_2^2 \geq \frac{V(x)}{\lambda_{\max}\{P\}}.$$

Entonces la derivada de $V(x)$

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &\leq -\frac{\lambda_{\min}\{Q_0\}\lambda_{\min}^{1/2}\{P\}}{2\lambda_{\max}\{P\}}V^{1/2} - \frac{k_3\lambda_{\min}\{Q_0\}}{\lambda_{\max}\{P\}}V - \frac{2L\lambda_{\max}\{P\}}{\lambda_{\min}^{1/2}\{P\}}V^{1/2} \\ &= -\left(\frac{\lambda_{\min}\{Q_0\}\lambda_{\min}^{1/2}\{P\}}{2\lambda_{\max}\{P\}} + \frac{2L\lambda_{\max}\{P\}}{\lambda_{\min}^{1/2}\{P\}}\right)V^{1/2} - \frac{k_3\lambda_{\min}\{Q_0\}}{\lambda_{\max}\{P\}}V \end{aligned}$$

Si definimos

$$\gamma_1 = \frac{\lambda_{\min}\{Q_0\}\lambda_{\min}^{1/2}\{P\}}{2\lambda_{\max}\{P\}} + \frac{2L\lambda_{\max}\{P\}}{\lambda_{\min}^{1/2}\{P\}} \quad \gamma_2 = \frac{k_3\lambda_{\min}\{Q_0\}}{\lambda_{\max}\{P\}} \quad (4.19)$$

entonces

$$\dot{V}(x) \leq -\gamma_1 V^{1/2}(x) - \gamma_2 V(x) \quad (4.20)$$

La solución de la ecuación diferencial esta dada por

$$\dot{v} = -\gamma_1 v^{1/2} - \gamma_2 v, \quad v(0) = v_0 \geq 0$$

esta dada por

$$v(t) = \exp(-\gamma_2 t) \left[v_0^{1/2} + \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \left(1 - \exp\left(\frac{\gamma_2}{2} t\right) \right) \right]^2$$

Entonces (\hat{x}_1, \hat{x}_2) convergen a cero en tiempo finito.

Capítulo 5

Verificación de Eficiencia del Derivador VGSTA Aplicado a un Motor de Corriente Directa

Las aplicaciones en control de movimiento puede ser encontrados casi en cada sector industrial, desde una fabrica de automatización y robótica hasta en discos duros de alta tecnología. En donde se utiliza para regular los movimientos mecánicos en términos de posición, velocidad, aceleración y/o para coordinar los movimientos de múltiples ejes o partes de máquinas. Un buen derivador es muy útil para convertir la posición a velocidad o entre la velocidad a la aceleración.

En este capítulo, se implementara la metodología del VGSTA aplicado en un Motor de Corriente Directa (CD), el cual se comparara con el derivador de Levant, primeramente se realizaran las simulaciones y posteriormente los experimentos en el motor dado.

La tarea del controlador es lograr que el error de velocidad definido por la diferencia entre la velocidad de referencia y la velocidad estimada por el derivadaor $w_r - \hat{w}$ alcance el valor de cero, frente a condiciones de perturbación e incertidumbre en los parámetros del motor

$$\lim_{t \rightarrow \Delta t} (w_r - \hat{w}) = 0 \quad (5.1)$$

5.1. Diseño para Sistemas de Control de Movimiento

Un modelo conveniente en sistemas de movimiento puede ser descrito en tres pasos:

- Usando leyes básicas de física o sus principios como, la Ley de Newton, las Leyes de Kirchhoff, conservación de materia y energía, etc. Para así desarrollar el modelo matemático que gobernara el comportamiento de los dispositivos e interconexiones.
- Realización de pruebas en el mecanismo para determinar los valores de los parámetros en el modelo, y luego
- Hacer los ajustes finales a los parámetros del modelo de manera que su respuesta (observado utilizando la simulación) coincida lo más posible a la respuesta del mecanismo real.

Los motores CD han ocupado un amplio espectro de aplicaciones de velocidades variables, dado a su simplicidad y versatilidad de control. En las pasadas décadas el control no lineal y adaptable han sido usados en el control de motores CD. En estos métodos, la estimación de estados y la identificación de parámetros son basados y limitados en modelos lineales. Dado que el modelo se desvía del sistema físico, el rendimiento del control se degrada. El control por Modos Deslizantes es una de las formas mas efectivas y robustas de control de sistemas no lineales. La teoría de control por Modo Deslizantes se ha desarrollado durante mucho tiempo y se ha aplicado recientemente para el control de una amplia gama de procesos.

Hay muchas propiedades excelentes en control por Modo Deslizantes, como por ejemplo, la insensibilidad a las variaciones de parámetros y perturbaciones, no se requiere un modelo preciso del sistema de control, y sencilla realización del algoritmo de control. Cuando una vez se logra un Modo Deslizante, la trayectoria de los estados se desliza a lo largo de una superficie deslizante al origen del espacio de fase.

5.2. Modelo Dinámico del Motor CD

La Figura (5.1) muestra el modelo del motor DC, se supone en este caso que el flujo del motor generado por la excitación es constante, ya que es producido por un imán permanente

$$\phi(i_f) \equiv cte \quad (5.2)$$

Aplicando las leyes de Kirchoff obtenemos la ecuación del circuito eléctrico quedando escrito como

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \lambda_0 w \quad (5.3)$$

La dinámica del sistema mecánico se obtiene mediante la segunda ley de Newton dada por la siguiente ecuación

$$\tau_1 = -ki + J \frac{dw}{dt} + Bw \quad (5.4)$$

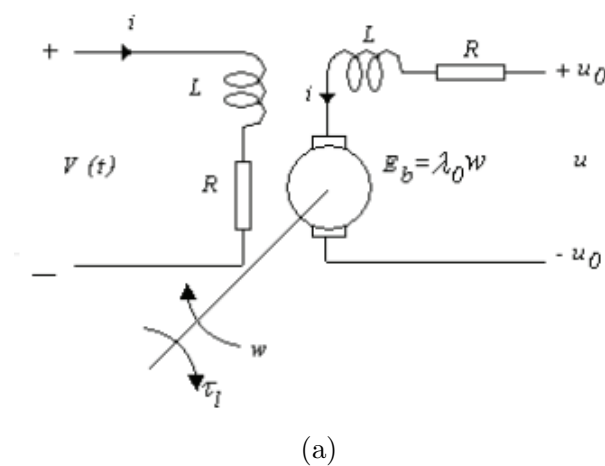


Figura 5.1: Modelo del Motor DC con excitación constante

Entonces las ecuaciones (5.3) y (5.4) quedan reacomodadas como

$$\begin{aligned}\frac{di}{dt} &= \frac{u}{L} - \frac{R}{L}i - \frac{\lambda_0}{L}w \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{k}{J}i - \frac{1}{J}\tau_l - \frac{B}{J}w\end{aligned}\tag{5.5}$$

Variable	Descripción
i	corriente de armadura
w	velocidad del eje
R	resistencia de armadura
λ_0	constante fem
τ_l	torque
u	voltaje terminal
J	inercia de motor
L	inductancia de armadura
k	constante de torque
B	constante de amortiguamiento

Cuadro 5.1: Variables del Motor CD

Su movimiento esta gobernado por las ecuaciones de segundo orden (5.5) con respecto a la corriente de armadura i y la velocidad w con el voltaje u y el torque τ_l . Un dispositivo de baja potencia de salida puede utilizar un control continuo. Un sistema de potencia alta necesita un control discontinuo. La tensión continua controlada es difícil generar mientras que proporciona corriente grande.

Definiendo el estado del sistema como

$$x = \begin{bmatrix} w \\ i \end{bmatrix}\tag{5.6}$$

Obtenemos la representación

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & \frac{k}{J} \\ \frac{\lambda_0}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}}_A x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{L} \end{bmatrix}}_B u \\ y &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_C x \end{aligned} \quad (5.7)$$

5.2.1. Función de Transferencia

Para el diseño del controlador se requiere de la función de transferencia del sistema, la cual se obtiene mediante

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (5.8)$$

Quedando de la siguiente función de transferencia que relaciona la velocidad con el voltaje de entrada

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{k}{s^2 JL + sJR + BsL + BR + k\lambda_0} \\ G(s) &= \frac{\frac{k}{JL}}{s^2 + \left(\frac{B}{J} + \frac{R}{L}\right)s + \left(\frac{BR}{JL} + \frac{k\lambda_0}{JL}\right)} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Se puede observar que un aumento o reducción del voltaje de entrada u , traerá como consecuencia un aumento o reducción de w .

5.3. Esquema de Control

Para poder controlar el motor se requiere de ciertos análisis que se presentan en las siguientes secciones.

5.3.1. Controlador PI

Continuando con el planteamiento, se consideran disponibles para su medición: la posición del eje θ , así como la corriente i del motor, mientras que la velocidad del eje w se asume desconocida

y esta se estimara a través de la información entregada por el sensor de posición. Debido a que se requiere que la velocidad angular del rotor tienda a una referencia, se aplica un control en función del error $e = w_r - \hat{w}$, el cual busca un mejor desempeño en la respuesta del sistema, primeramente se aplicara un controlador Proporcional Integral, el cual nos asegura disminuir el error.

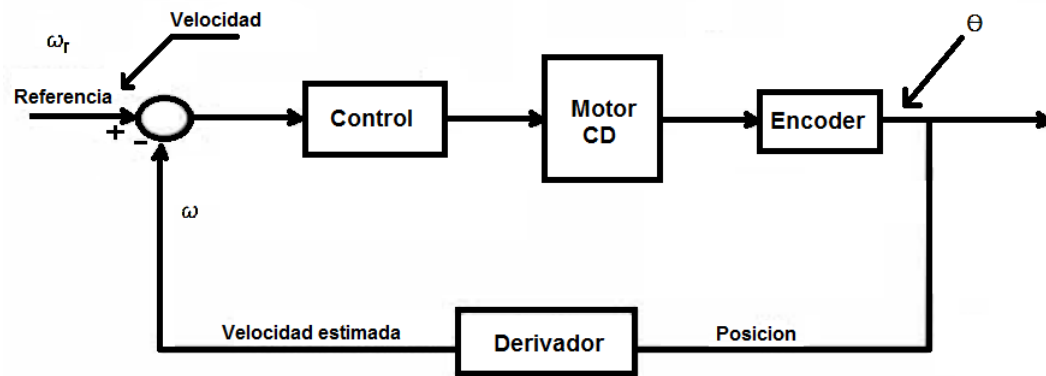


Figura 5.2: Esquema de control

Del diagrama de bloques presentado en la figura (5.3.1) se obtiene la función de transferencia del controlador

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)G_c(s)}{1 + G(s)G_c(s)} \quad (5.10)$$

La cual nos servirá para realizar el análisis de estabilidad de nuestro sistema.

Normalmente controladores con PI son empleados para control de velocidad en motores de CD, el diseño del controlador PI es generalmente llevado a cabo usando un análisis en el dominio del tiempo/frecuencia. La velocidad de respuesta de los controladores PI diseñado con las técnicas anteriores puede ser satisfactoria, pero no es necesariamente la mejor, ya que no suponen ningún obstáculo para la solución de tiempo, sobre paso, etc..

La función de transferencia del controlador PI se muestra como sigue

$$\frac{K_p s + K_I}{s} = K_p + \frac{K_I}{s} = \frac{K_I(1 + K_p/K_I)s}{s} \quad (5.11)$$

en donde K_p y K_I son las ganancias proporcional e integral respectivamente.

Ahora la variable e que representa el error, la diferencia entre la entrada y la salida. Esta señal de error sera enviada al control PI y el control calcula la integral de esta señal de error. La señal u justo después del controlador es ahora igual a la ganancia proporcional K_p veces la magnitud del error más la ganancia integral K_I veces el error.

$$u = K_p e + K_I \int_0^t e d\tau \quad (5.12)$$

Esta señal u se enviara a la planta y la nueva señal de salida Y sera obtenida. Esta nueva señal de salida Y se enviara de regreso al sensor para encontrar un nuevo error e .

Para realizar el diseño se sustituye (5.11) en (5.10), el cual no da la función de transferencia en lazo cerrado de la forma

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{k \left(K_p + \frac{K_I}{s} \right)}{JL \left(s^2 + \left(\frac{B}{J} + \frac{R}{L} \right) s + \frac{BR}{JL} + \frac{k\lambda_0}{JL} \right) \left(1 + \frac{k \left(K_p + \frac{K_I}{s} \right)}{JL \left(s^2 + \left(\frac{B}{J} + \frac{R}{L} \right) s + \frac{BR}{JL} + \frac{k\lambda_0}{JL} \right)} \right)} \\ \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{(K_p s + K_I) k}{s^3 JL + s^2 LB + s^2 JR + sBR + s k \lambda_0 + k K_p s + k K_I} \end{aligned} \quad (5.13)$$

Normalmente, el valor de L es de una magnitud muy pequeña, de modo que para valores pequeños de $L : L \rightarrow 0$, la constante de tiempo eléctrica es despreciable con respecto a la constante de tiempo mecánica, reduciendo la Función de Transferencia (5.13) a un sistema de segundo orden

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{(K_p s + K_I) k}{s^2 JR + (BR + k\lambda_0 + kK_P) s + kK_I} \\ &= \frac{\frac{(K_p s + K_I) k}{JR}}{s^2 + \frac{BR + k\lambda_0 + kK_P}{JR} s + \frac{kK_I}{JR}} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Esta es una manera relativamente simple de eliminar polos insignificantes de la Función de Transferencia.

De donde los valores de los polos en lazo cerrado serán en función de las ganancias del controlador, sin embargo existe un polo cuyo valor es más dependiente de la parte eléctrica del motor que de las ganancias del controlador, siendo esta muy grande en magnitud, es estable y varía poco respecto a las ganancias del controlador, por lo que este no nos interesa sintonizar, es por ellos que se toma en cuenta (5.14) para sintonizar. Ahora considerando lo anterior las ganancias del controlador basada en el criterio de desempeño ITAE por [Dorf 1995] para una entrada escalón y considerando que

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5.15)$$

donde $Y(s)$ y $R(s)$ son las señales de salida y referencia respectivamente, ξ es la razón adimensional de amortiguamiento y ω_n la frecuencia natural del sistema.

$$s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2 \quad (5.16)$$

Relacionando las ecuaciones (5.14), (5.15) y (5.16) tenemos

$$\omega_n^2 = \frac{K_I}{T_m} \quad (5.17)$$

$$2\xi\omega_n = 1.4\omega_n = \frac{K_P + 1}{T_m} \quad (5.18)$$

en donde $T_m = \frac{RJ}{RB + JK}$, con esto, lo que resta encontrar es ω_n para hacer uso de las relaciones anteriores, determinar los valores de K_P y K_I para los que el sistema mantendrá una respuesta óptima a entradas del tipo escalón. De acuerdo con [Kuo 1996], el tiempo de establecimiento después de aplicar una entrada escalón a un sistema de segundo orden está dado por

$$t_{ss} = \frac{4}{\xi\omega_n} \quad (5.19)$$

por lo tanto, al proponer el tiempo de establecimiento deseado, es posible determinar el valor de ω_n , si se requiere que el sistema tenga un tiempo de establecimiento de 2seg, entonces de (5.19),

el valor numerico de ω_n es

$$\omega_n = \frac{4}{t_{ss}\xi} \approx 2.86 \quad (5.20)$$

Entonces para poder obtener K_I y K_P tenemos que

$$K_I = T_m \omega_n^2 \quad (5.21)$$

$$K_P = 1.4 T_m \omega_n - 1 \quad (5.22)$$

Una vez determinadas K_P y K_I el proceso de sintonización ha concluido. Conforme a los indices de desempeño utilizados, la razón de amortiguamiento es $\xi = 0.7$, es lo que corresponde a un máximo sobre-impulso de aproximadamente 5% en la respuesta a una entrada escalón y conforme al tiempo de establecimiento que se fijo, el sistema debe de entrar en la banda del 2% de su valor final en un tiempo de 2seg.

Es por ello que es importante elegir bien los valores de las ganancias K_P y K_I , puesto al momento de calcular los polos de (5.14), se observa que para valores grandes de K_P un polo tiende a cero, por lo que conviene ubicar los polos de forma que este polo tenga su parte real lo mas negativa posible.

5.4. Ajuste de ganancias de Derivadores

Para poder obtener los ajustes en las ganancias para los derivadores se tiene tomar en cuenta la Funcion de Lyapunov mostrada en el capitulo 4 y (4.17), tal que para que la matriz sea positiva definida se debe de cumplir que

$$0 < \frac{1}{2} \Re \left(\frac{4 \delta \epsilon \beta + L(t)^2 + 8 \epsilon^2 L(t) + 4 \epsilon^2}{\epsilon} \right) \quad (5.23)$$

$$0 < \Re \left(4 \delta \epsilon \beta + L(t)^2 + 8 \epsilon^2 L(t) + 4 \epsilon^2 \right) \quad (5.24)$$

en donde $\delta, \epsilon, \beta > 0$ y $L(t)$ sera tomada del torquimetro.

La cota de la perturbacion esta dada por

$$\ddot{x} \leq L(t) \quad (5.25)$$

Al momento de sintonizar tanto los derivadores como el controlador, al momento de implementarlos sobre la plataforma de trabajo, se utilizan primeramente las ganancias obtenidas en las simulaciones siguientes. En el caso de la ganancias $L(t)$ que fue obtenida mediante la señal del torquimetro, utilizando la segunda ley de Newton, podemos estimar la cota de la segunda derivada de la posición angular que se estima mediante la expresión:

$$L(t) = \frac{2|T|}{\tau_l J} \quad (5.26)$$

Otra cuestión a considerar es que la dinámica del sistema de segundo orden es que $|\hat{x}_2| \leq 2\sup|x_2|$.

Y en el caso para las ganancias del derivador de Levant, por el cual vamos a comparar el VGSTA.

$$\begin{aligned} k_1 &= 1.5\sqrt{L} \\ k_2 &= 1.1L \end{aligned}$$

en donde $\ddot{x} \leq L$

5.5. Simulaciones

Bajo los derivadores antes mostrados se hará una comparación del derivador ST de ganancia constante contra el derivador VGSTA. Así también se hará una comparación del derivador de alta ganancia contra el derivador VGSTA.

Para poder mostrar la efectividad del VGSTA vs el Derivador de Ganancia Constante se hará una comparación en el cual se se toman los siguientes valores de los parámetros del motor

Parámetro	Valor
R	3.565Ω
L	$37 \times 10^{-5}H$
B	$5 \times 10^{-3}Nms$
J	$0.11Nms^2$
k	0.37
λ_0	0.37

Cuadro 5.2: Parámetros del Motor CD

5.5.1. Derivador VGSTA vs Derivador de Levant

Se mostrara el desempeño del derivador VGSTA contra el derivador de Levant, mediante dos señales, para la primera simulación se tiene una velocidad deseada de $2 \cos(0.5t)$ y en la segunda simulación la referencia de la velocidad sera una señal sinusoidal que en cierto tiempo tendera a cero, en donde las ganancias se tomaron de la siguiente manera:

Ganancia	Simulación 1	Simulación 2
K_p	15	15
K_I	100	100
L	5	35
δ	3	8
β	4	32
ϵ	0.5	0.5
k_3	2	2

Cuadro 5.3: Ganancias del Controlador y Derivadores VGSTA y Levant

Los resultados de la simulaciones con esta ganancias son los siguientes:

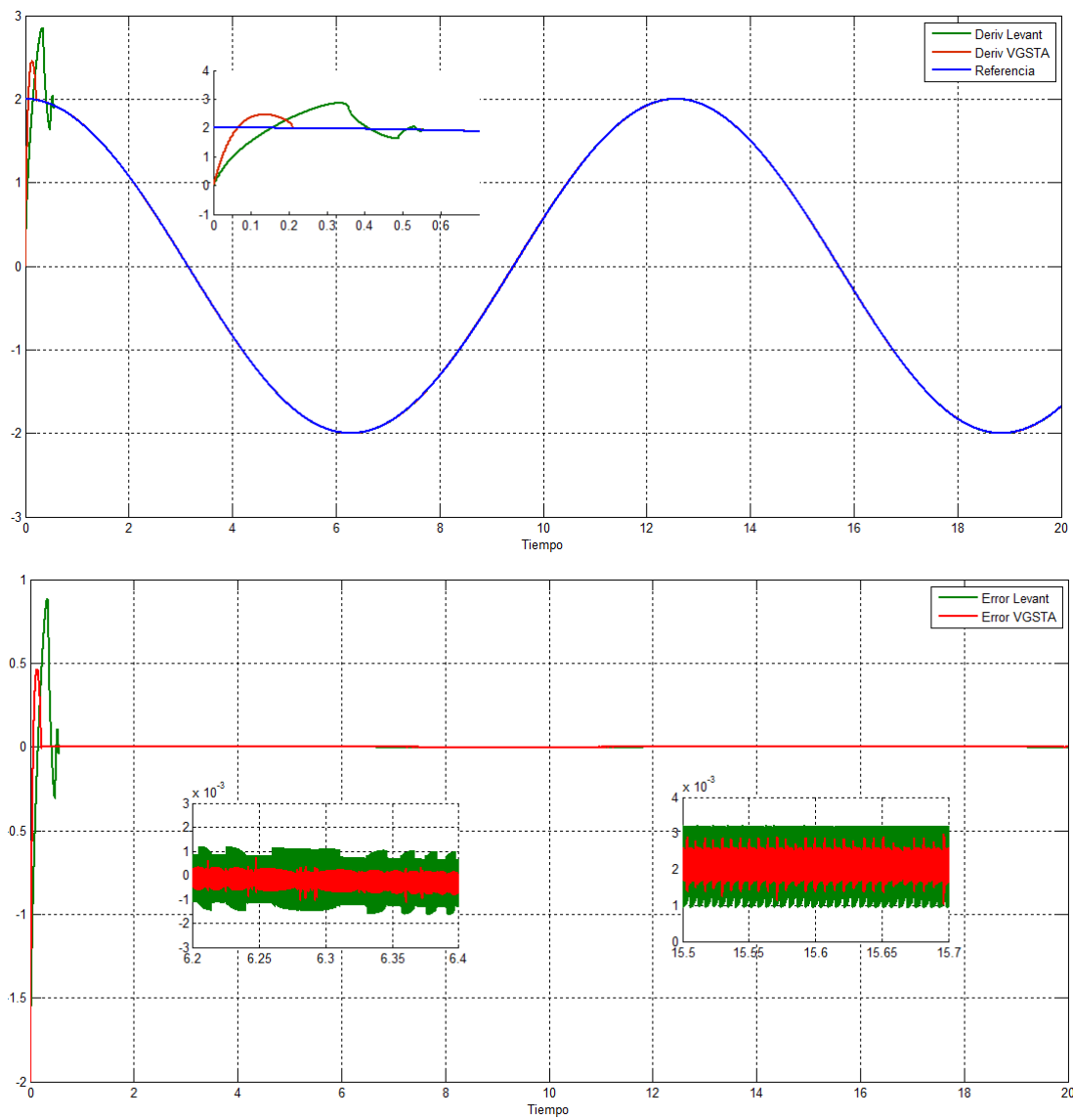


Figura 5.3: Estimación₁ y error de Velocidad del Motor CD VGSTA vs Derivador de Levant

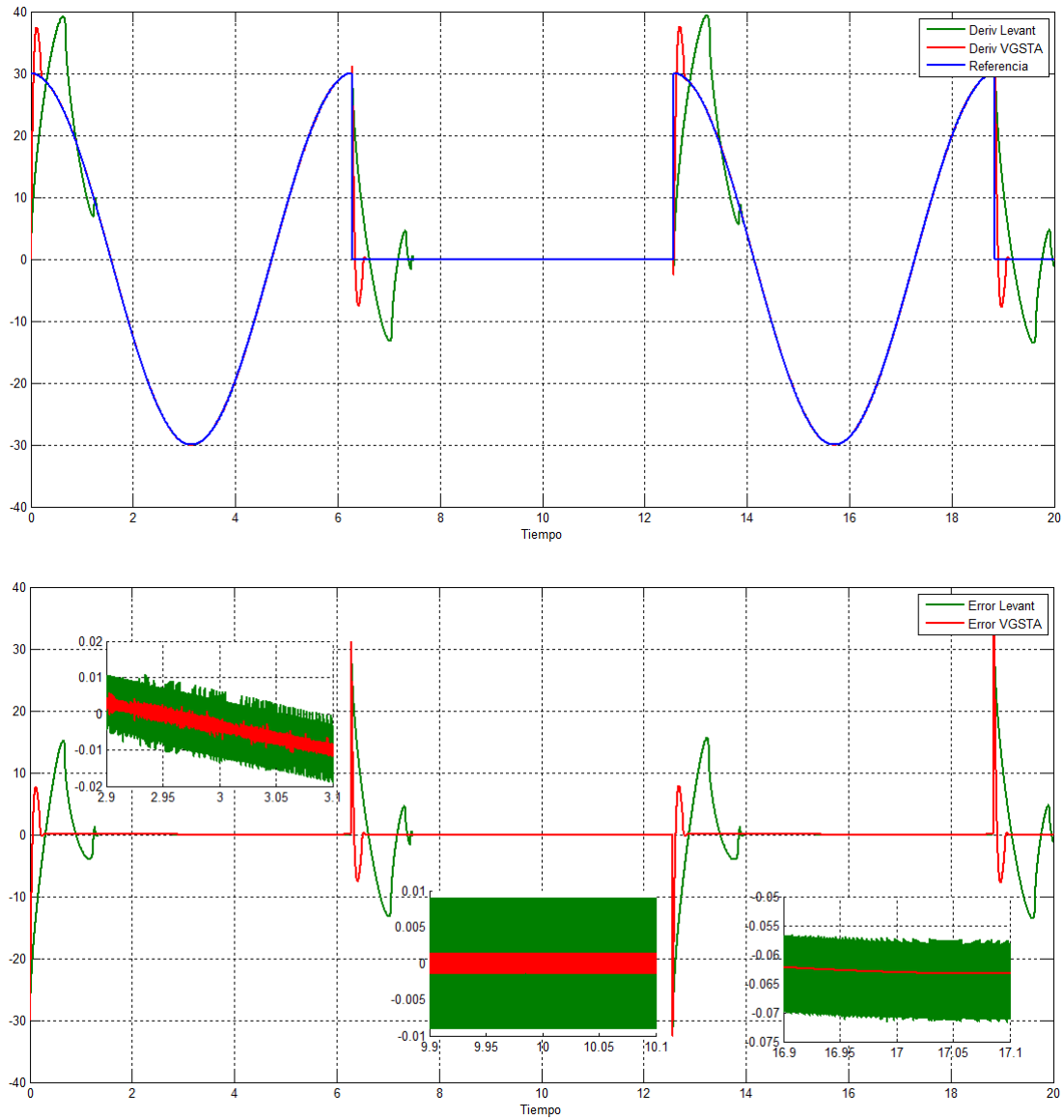


Figura 5.4: Estimación₂ y error de Velocidad del Motor CD VGSTA vs Derivador de Levant

5.5.2. Derivador VGSTA vs Derivador de Alta Ganancia

Para mostrar la efectividad del VGSTA vs el Derivador de Alta Ganancia se hará una comparación mediante dos simulaciones, en el cual la primera simulación se tiene una velocidad deseada de $2 \cos(0.5t)$ y en la segunda simulación la referencia de la velocidad sera una señal sinusoidal que en cierto tiempo tendera a cero, en donde las ganancias se tomaron de la siguiente manera:

Ganancia	Simulación 3	Simulación 4
K_p	15	15
K_I	100	100
k_1	35	45
k_2	100	120
ε	0.01	0.0001
δ	3	8
β	4	32
ϵ	0.5	0.5
k_3	2	2

Cuadro 5.4: Ganancias del Controlador y Derivadores VGSTA y de Alta Ganancia

Los resultados de las simulaciones con estas ganancias son los siguientes:

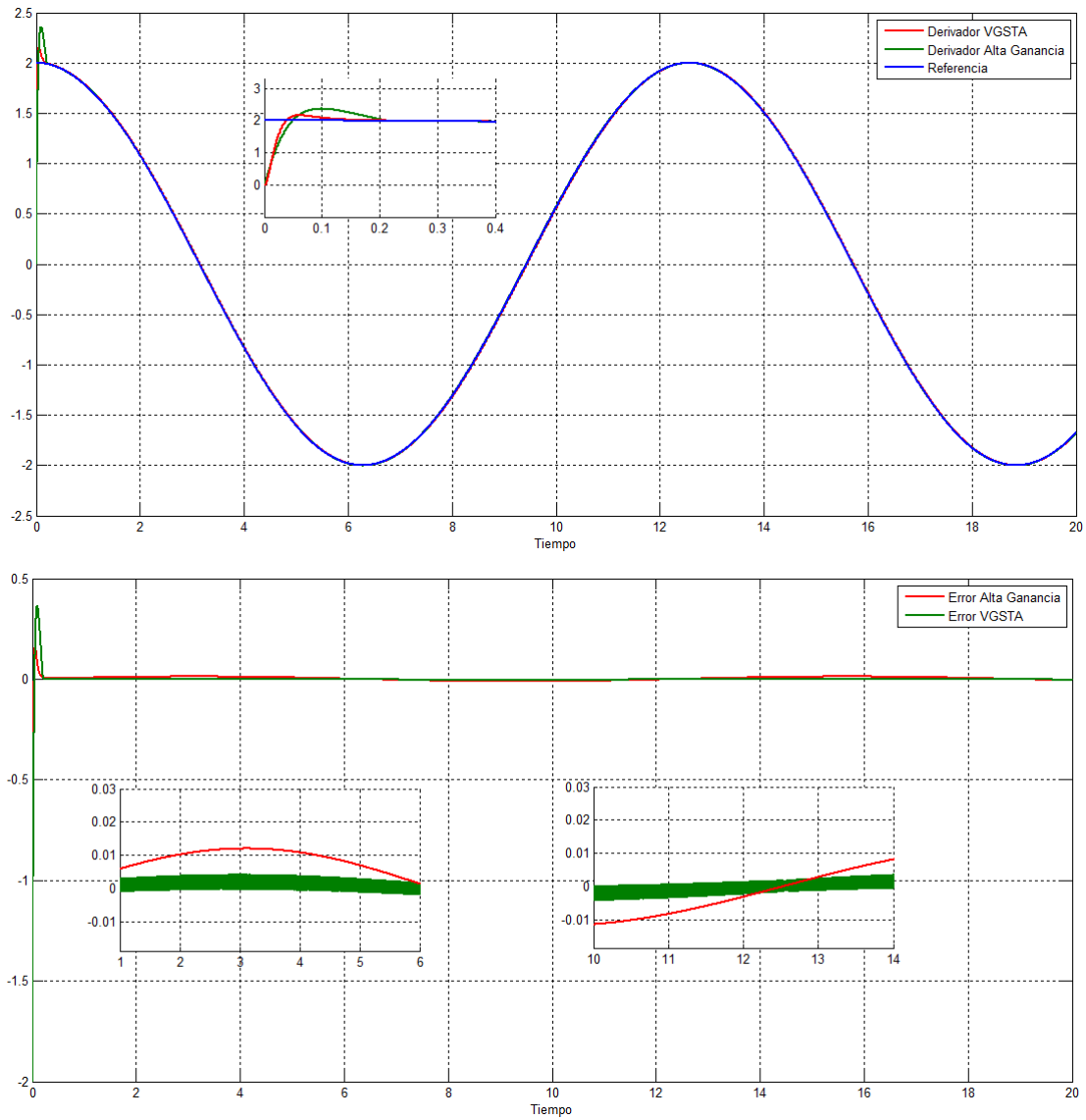


Figura 5.5: Estimación y error de Velocidad del Motor CD VGSTA vs Derivador de Alta Ganancia

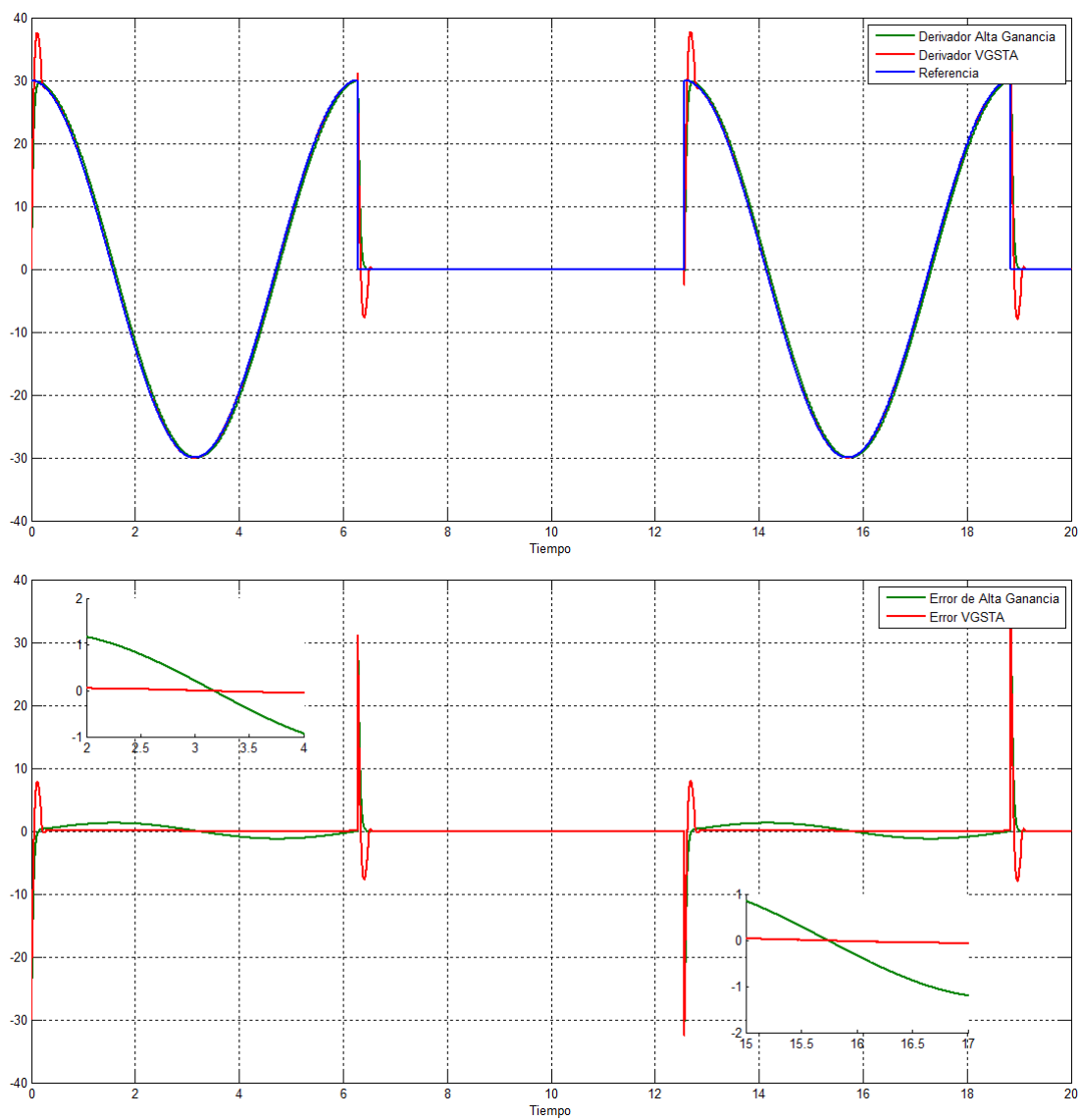
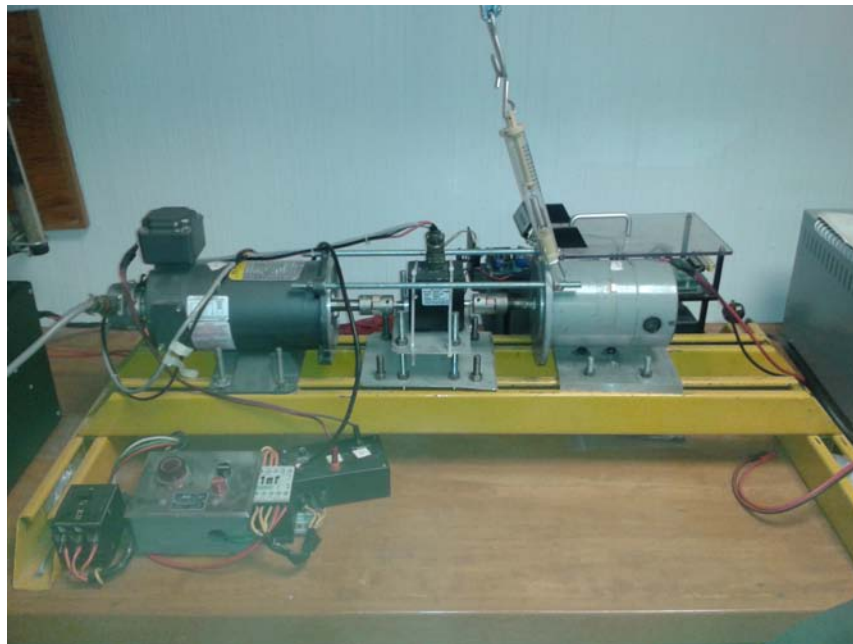


Figura 5.6: Estimación₄ y error de Velocidad del Motor CD VGSTA vs Derivador de Alta Ganancia

5.6. Pruebas Experimentales

El control para el motor de corriente directa se implemento a través de la tarjeta dSPACE 1104. Para poder realizar los experimentos sobre el sistema físico, se tienen que tener ciertas consideraciones las cuales son, que el la salida del sistema es la posición angular de la flecha del motor, la cual se mide por medio de un encoder de cuadratura, la cual esta posición sera derivada, del cual obtengamos la velocidad de la flecha, la cual se realizara el control. También tenemos el torquimetro el cual como señal analógica sera utilizada para tener una estimación de la cota de la aceleración del motor, la cual nos ayudara a calcular las ganancias del derivador $L(t)$.

La plataforma experimental en donde se llevan a cabo los experimentos, se muestra en la figura (5.6) Realizadas las simulaciones puede iniciarse a adecuar la plataforma para su funcionamien-



(a)

Figura 5.7: Plataforma Experimental

to en tiempo real, para poder lograr esto satisfactoriamente se requiere una correcta selección de los bloques del motor en Simulink y algunas protecciones como los saturadores son de gran importancia al llevar a cabo la tarea de la implementación, debido a que se tiene que proteger

en todo momento la tarjeta y demás equipo.

Se mostrara el desempeño del derivador VGSTA contra el derivador de Levant, mediante varias señales, para la primera se tiene una velocidad deseada de $2 \cos(0.5t)$, en donde las ganancias se tomaron de la siguiente manera:

Ganancia	Valor
k_p	3.5
K_I	15
L	58
δ	1
β	5
ϵ	2
k_3	1

Cuadro 5.5: Ganancias del Controlador y Derivadores, pruebas experimentales

Resultados

Ahora en la siguiente figura se nota que con la implementación de la $L(t)$ producida por el torquimetro, uno de los problemas como es el chattering disminuye en magnitud, ya vista en las simulaciones.

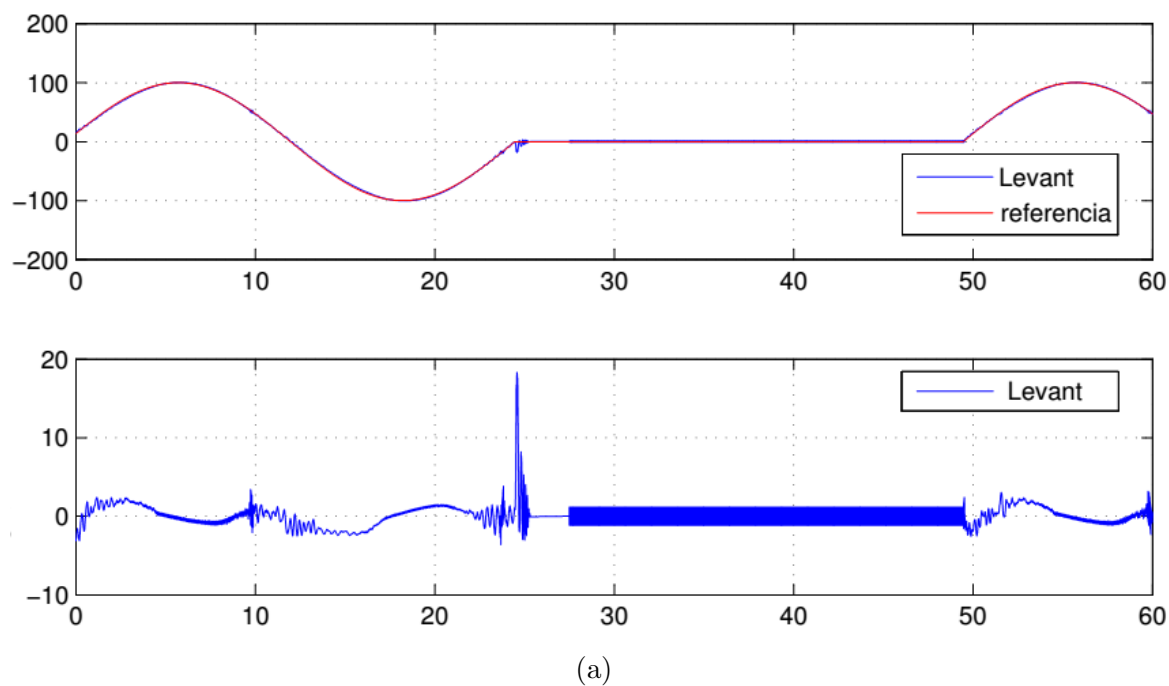


Figura 5.8: Estimación y Error velocidad Motor CD Levant

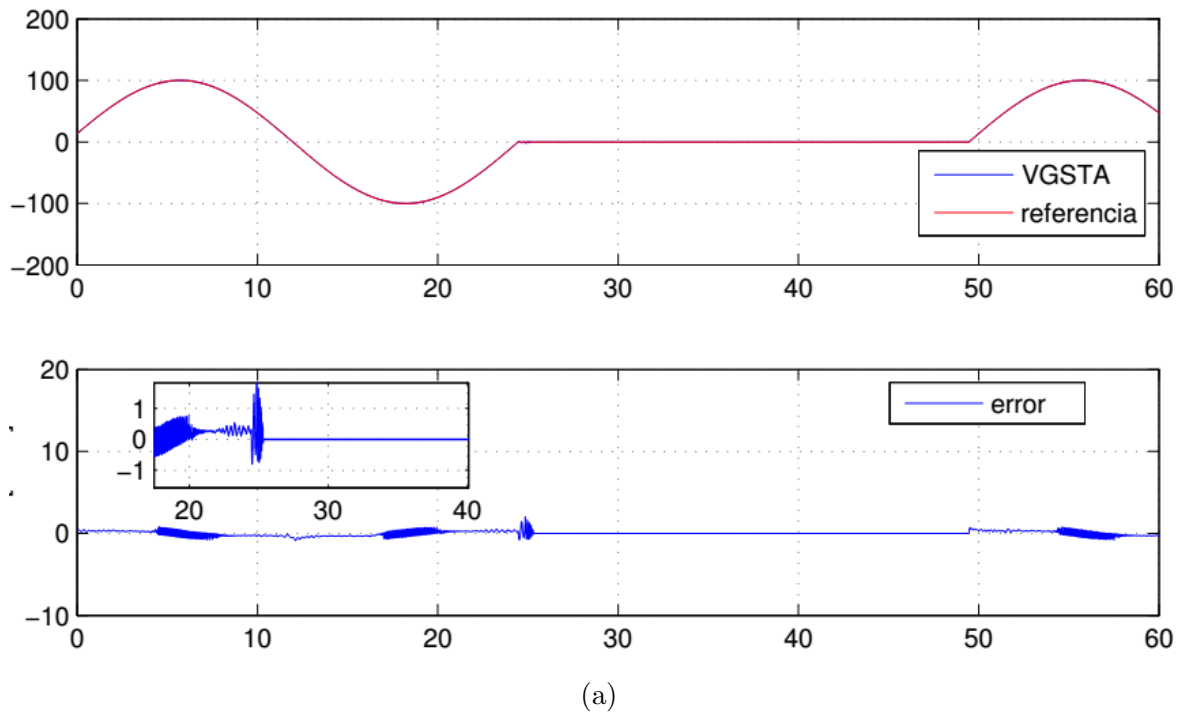


Figura 5.9: Estimación y Error velocidad Motor CD VGSTA

5.7. Conclusiones

Se presento el algoritmo super-twisting de ganancia variable, el cual fue comparado con varios derivadores ya utilizados en la practica y en la literatura, viéndose una mejora en la estimación de la derivada, tanto en tiempo de convergencia como en atenuación del chattering.

Al ser probado el algoritmo experimentalmente en un motor CD, en un lazo de control de velocidad mediante un controlador PI, el error de estimación fue menor en comparación del derivador de Levant, al darnos una estimación de la velocidad mejor.

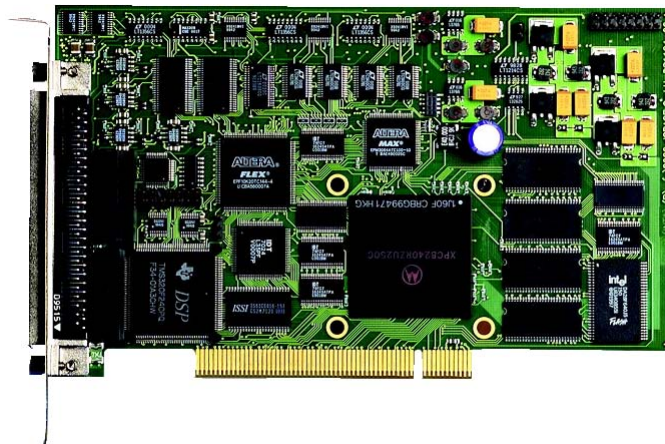
Un problema importante que es la obtención de la cota de segunda derivada de la señal de entrada, fue resuelta en sistemas mecánicos mediante un sensor de torque, apoyándonos de la segunda ley de Newton pudimos estimar la aceleración del motor, dándonos así dicha cota y ganancia en linea para nuestro algoritmo, comprobando otra vez la utilidad y mejora del algoritmo en este caso en sistemas mecánicos, lo cual puede ser indispensable ya en la practica.

Apéndice A

Apéndice

A.1. Tarjeta DS1104

Para la implementación de los algoritmos de control, desde el entorno de Windows se utilizó la tarjeta DS1104 de la empresa dSPACE, la cual es un sistema de adquisición y generación de datos útiles para el desarrollo de esquemas de control que consta de un procesador Power PC MPC8240 de 64 bits a 250MHz, un DSP esclavo TMS320F240 de 16 bits y una memoria RAM de 32 MB. Las características principales de la tarjeta son:



(a)

Figura A.1: Tarjeta DS1104

- 4 canales de conversión analógico-digital (ADC) para la entrada de señales, con rango de

$\pm 10[V]$, con un tiempo de conversión de $800[ns]$.

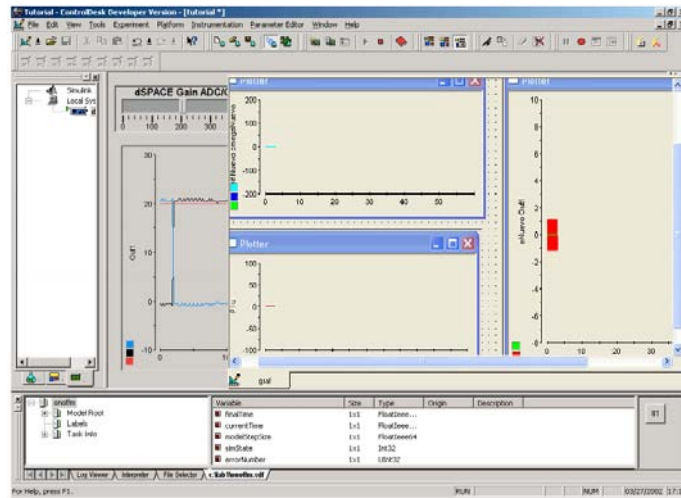
- 8 canales de conversión digital-analógico (DAC) para la salida de señales, con rango de $\pm 10[V]$ y corriente de salida máxima de $\pm 5[A]$, con un tiempo de conversión de $10[\mu s]$.
- Puerto digital de 20 bits en paralelo con la posibilidad de configurar cada bit para ser usado bidireccionalmente, con una corriente de salida máxima de $\pm 5[A]$.
- Salidas de señales con modulación de ancho de pulso (PWM) que pueden ser moduladas en un intervalo de frecuencias de $20[Hz]$ a $100[KHz]$.
- Configuración gráfica y programación en Simulink.
- Entradas/Salidas 20 bits.
- Suministro de energía $+5[V]$, $2.5[A]$ y $\pm 12[V]$, $0.2[A]$.
- Manejo de múltiples usuarios para una misma tarjeta por medio de una red de área local (LAN).

El software utilizado en el experimento de laboratorio se basa en programas de MATLAB / Simulink. La ley de control está diseñado en Simulink y ejecutado en tiempo real utilizando en la tarjeta dSPACE DS1104. Una vez que el controlador ha sido construido en el bloque de Simulink, los códigos de máquina se consiguen, los cuales se ejecutan en el procesador DS1104 TMS320F240. Mientras que el experimento se está ejecutando, el dSPACE DS1104 proporciona un mecanismo que permite al usuario cambiar los parámetros de regulación en línea. Por lo tanto, es posible para el usuario ver el proceso real, mientras que el experimento está en curso.

Para poder medir el valor de las variables, al correr en tiempo real la aplicación, el ControlDesk es la interface en donde la simulación corre, en el cual podemos mostrar los layouts de las diferentes variables que tenemos:

A.1.1. Estructura

En el esquema de control utilizado, se generaron bloques de Simulink, los cuales tienen las siguientes características:



(a)

Figura A.2: ControlDesk

Bloque PWM

Es capaz de generar tres señales independientes, cada una de ellas toma la forma denominada por el ciclo de trabajo que se le indica, por un rango de valores posibles [0,1], aquí es donde se pueden configurar los parámetros de la señales PWM, como son sus valores en alto y bajo, así como la frecuencia a la que se genera el PWM.

Bloque ADC

Este bloque toma un voltaje de entrada analógico y después de cierto tiempo produce un código de salida digital que representa la entrada analógica.

Bloque Encoder

El encoder es un transductor rotativo que transforma un movimiento angular en una serie de impulsos digitales. Estos impulsos generados son utilizados para controlar los desplazamientos de tipo angular. El valor de estos, al ser acondicionado a radianes se consigue mediante

$$ang = \frac{2\pi}{1024} \quad (\text{A.1})$$

donde 1024 es la resolución del encoder utilizado.

Bloques de Control:

A partir del modelo lineal del motor y estableciendo una configuración de realimentación, añadiendo las ganancias ajustadas del PI. Los bloques de control permiten obtener la estimación de la velocidad en tiempo real, este dependerá de las ganancias del derivador en donde la posición se representara por señales continuas, las cuales serán derivadas.

A.2. Inversor Trifásico

El inversor basa su operación en un puente rectificador operado por SCR con disparo por cruce, que sirve como fuente para que en base a dispositivos semiconductores de tecnología IGBT se pueda generar una señal PWM.

El inversor tiene las siguientes características:

- Tensión de alimentación trifasica 220V a 30Hz.
- Corriente de pico máxima de 50A.
- Corriente nominal $11A_{rms}$ y $16A_{pico}$.
- Tensión de Bus de corriente directa controlable de 35 a $300V_{cd}$.
- Potencia nominal de salida 3KW / 4KVA.
- Frecuencia máxima de conmutación 15KHz.
- Tiempo muerto de $1\mu s$, generado de manera interna por el sistema de instrumentación del equipo.
- Medición de corriente de salida para las tres fases de $\pm 50A$, con 200mA/V con rango completo de medición de $\pm 10V$.

La estructura consta de dos etapas: un convertidor controlado CA/CD basado en dispositivos SCR como primer módulo, y un convertidor CD/CA de dispositivos IGBT como inversor de



(a)

Figura A.3: Inversor Trifasico

salida. El control está basado en un modulador de anchura de pulso (PWM), con una frecuencia de conmutación determinada por la señal de control externas.

Junto con la etapa de potencia existen cinco bloques operativos del sistema:

- Control SCR, que es el circuito donde se realiza el ajuste del ángulo de disparo para los SCR.
- Frenado regenerativo, que es el bloque que activa la operación del IGBT de frenado regenerativo, para limitar la tensión máxima del bus de CD cuando existe retorno de energía desde la carga.
- Control PWM y tiempo muerto, para generar los seis pulsos de encendido del inversor, a partir de las tres señales de control suministradas por el usuario.
- Medición, para realizar el acondicionamiento las tres señales de corriente de salida y de la tensión del bus de CD.
- Supervisorio, que es el sistema general de operación para interactuar con la tarjeta de control.

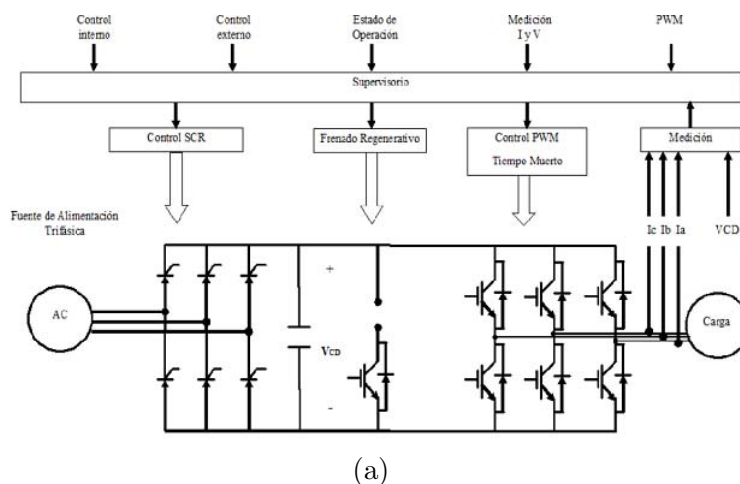


Figura A.4: Estructura de Operación

A.3. Motor

El motor que se utilizó fue un motor de corriente directa con las siguientes especificaciones

Marca-Modelo	Baldor CDP3310
Caballos de Fuerza	0.25
Voltaje de Armadura	90
Voltaje de Campo	90
RPM	1750
Peso	24Lb
Numero de especificación eléctrica	33WGZ118
Numero de especificación mecánica	33LY2024
Cerrado de Motor	Totalmente cerrado sin ventilación
Clases NEMA de aislamiento	F

Cuadro A.1: Especificaciones del Motor

A.4. Torquimetro

Para poder obtener la estimación de $L(t)$ se utilizó un torquimetro, el cual es un sensor digital de torque, el cual la señal es convertida y amplificada a una señal analógica ± 5 Vdc. Este sensor reduce el ruido y permite velocidades de operación más altas. El sensor tiene las siguientes especificaciones



(a)

Figura A.5: Motor DC con excitación constante

Marca-Modelo	Omega-TQ514
Voltaje de Excitación	12 a 15 Vdc
Corriente	350mA
Rango de muestra	20,000 muestras por segundo
Ancho de Banda	dc a 1KHz
Temperatura de Operación	-40 a 85°C
Máxima velocidad	10,000 RPM
Linealidad	%0.10 FS
Histeresis	%0.10 FS
Capacidad de Sobrecarga	%150 FS

Cuadro A.2: Especificaciones de Torquimetro



(a)

Figura A.6: Torquimetro

Referencias

- [1] A. N. Atassi and H. K. Khalil. Separation results for the stabilization of nonlinear system using different high gain observer designs, *Systems Control Lett.*, vol.39, no. 3, pp. 183-191, 2000.
- [2] Arie Levant. Robust exact differentiation via sliding mode technique, *Automatica*, vol. 34, pp. 379-384, 1998.
- [3] Jorge Davila, Leonid Fridman and Arie Levant. Second order sliding mode observer for mechanical systems. *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 50, no. 11, pp 1785-1789, 2005.
- [4] Jorge Davila, Leonid Fridman and Alexander Posniak. Observation and Identification of mechanical systems via second order sliding modes. *International Journal of Control*, vol. 79, no. 10, pp 1251-1262, 2006.
- [5] Arie Levant. Higher order sliding modes, differentiation and output feedback control. *Int.J. Control*, vol. 76, no.9. pp 924-941, 2003.
- [6] B. Kumar and S. C. Roy. Design of digital differentiator for low frequencies. *Proc.IEEE*, vol. 76, no. 3, pp. 287-289. 1988.
- [7] Hassan Khalil. *Nonlinear Systems*, 3rded. Upper Saddle River, NJ, Prentice-Hall, 2002.
- [8] Jaime A. Moreno. A linear framework for the robust stability analysis of a generalized super-twisting algorithm. In *electrical Engineering Computing Science and Automatic Control*, CCE, 2009.
- [9] Alessandro Pisano and Giorgio Bartolini. First and second derivative estimation by sliding mode technique. *J. Signal Process*, vol. 4, no.2, pp. 167-176, 2000.

- [10] Arie Levant. Exact differentiation of signals with unbounded higher derivatives. *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 57, no. 4, pp 1076-1080, 2012.
- [11] Jaime A. Moreno and Marisol Osorio. A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers. In *Decision and Control*, 2008.
- [12] Jaime A. Moreno. Lyapunov function for Levant's second order differentiator. *IEEE conference on Decision and Control*, pp 6448-6453.
- [13] Jaime Moreno. A linear framework for the robust stability analysis of a generalized super twisting algorithm. *Int. Conf. Elect. Eng. Comp. Sci. Autom. Control (CCE 2009)*, pp 12-17, 2009.
- [14] Vadim Utkin. *Sliding modes in control and optimization*. Berlin, Germany, Springer-Verlag, 1991.
- [15] Vadim Utkin, Juegen Guldner and Jingxin Shi. *Sliding mode control in electromechanical systems*. Boca Raton, Fl: CRC, 2009.
- [16] Tenoch Gonzalez, Jaime A Moreno and Leonid Fridman. Variable gain super-twisting sliding mode control. *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 57, no. 8, pp 2100-2105, 2012.
- [17] Vadim Utkin. *Sliding Modes in Control Optimization*. Springer, Heidelberg, 1992.
- [18] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman and A. Levant. *Sliding mode control and Observation*. Springer, 2013.
- [19] Alfonso Damiano, Gianluca L Gatto and Alessandro Pisano. Second order sliding mode control of DC drives. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 51, no. 2, pp 364-373, 2004.
- [20] A. Cavallo and F. Vasca. DC motor control with sliding mode switching modulator. *International Conference on Industrial Electronics*, vol. 2, pp 1455-1459, 1994.
- [21] Real Time Interface (RTI and RTI-MP), *Implementation guide*, sSPACE, 2004.
- [22] J. Vittek, S Dodds, J. Altus and R. Perryman. Sliding mode based outer control loop for induction motor drive with forced dynamics. In *IASTED conference on Control and Application*, Mexico, 2000.