UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRÍA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

FACULTAD DE CIENCIAS

Propuesta didáctica para desarrollar la capacidad de reconocer y reformular problemas matemáticos en alumnos del primer año de bachillerato

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR MATEMÁTICAS

P R E S E N T A :

MAURA PATRICIA MIRANDA MONROY

COMITÉ TUTORAL:

DIRECTOR DE TESIS: DR. ERNESTO ROSALES GONZÁLEZ. INSTITUTO DE MAT.

M. EN C. AGUSTÍN ONTIVEROS PINEDA. F. CIENCIAS

DRA. MÓNICA MORALES BARRERA. F. FILOSOFÍA Y LETRAS

MÉXICO, D. F., MARZO DE 2015

"... suplico vuestra indulgencia
en caso de que contenga algo no del todo
exacto o necesario, puesto que corresponde
a la divinidad, más que a la humanidad,
recordar todo y no equivocarse en nada
y nadie está libre de falta ni de descuido"
Leonardo de Pisa, 1952

“Las palabras jamás podrán decir todo lo que un corazón agradecido siente”

Dar el reconocimiento a quien lo merece y a quienes apoyaron en la elaboración de este trabajo es arriesgado. Es un riesgo por el hecho de olvidar mencionar a alguna persona. Tomaré el riesgo.

G R A C I A S

A mi amado CREADOR,

A la cabal UNAM,

A la generosa DGAPA,

A la magnánima MADEMS,

A la impactante Facultad de Ciencias,

Al CCH Sur por abrirle las puertas a mi propuesta,

A mi tutor principal, el Dr. Ernesto Rosales González por todo su apoyo, comprensión, paciencia y corrección,

A mi tutora de psicopedagogía, la Dra. Mónica Morales Barrera, que con su humano y simpático estilo me hizo vivir en carne propia la transferencia,

A mi tutor y maestro, M. en C. Agustín Ontiveros, por el impulso que le ha dado a mi crecimiento profesional y personal,

A mis sinodales, el Dr. José Alberto Monzoy Vásquez y el M. en C. Juan Bautista Recio Zubieta, por su revisión y consejos,

A la Dra. Ofelia Contreras por su incondicional apoyo,

Al enriquecedor seminario de titulación,

A los profesores que dirigieron el seminario de titulación, el Dr. Rafael de Jesús Hernández Rodríguez y el Mtro. Fernando Ávila Villanueva, por su invaluable apoyo,

A Laura Alanis por su amabilidad, disponibilidad y eficacia,

A todos mis profesores que durante este tiempo fueron mis motores,

Al profesor Luis Romilio Tambutti Retamales (que en paz descanse) por compartirnos su entrega y pasión a la docencia,

A la profesora Sara Pando que me prestó sus grupos,

A los alumnos y a las alumnas,

A la amable profesora Otelo que me proporcionó material para la etapa 2 de la propuesta,

A mis compañeros(as) de clase, por compartirme experiencias y conocimientos,

A mis pulcras, inigualables y originales amigas, Martha y Maty, que no sólo aportaron algo en este trabajo sino que también en mi vida; me acompañan en mi desarrollo personal,

A mi compañero y amigo Antonio García por su apoyo y por colaborar con material didáctico para la etapa 1 de esta propuesta,

A mi querida y alegre familia (sobre todo a mi mamá que no me dejaba de insistir y apoyar en esta tesis, ella me da un amor incondicional),

A Agustín, Joshua, Karol y Daniel por hacer de mi vida una experiencia maravillosa al ser tía de cerca,

A mis apreciables amigos(as) de Jornadas, de la Universidad y del CCH Oriente (Lety y Maricarmen), por hacer mi vida más divertida,

Al Pbro. Francisco Reyna Urbina por su apoyo espiritual

Y a ti, mi querida Paty.

A mi hermosa madre,

Alberta Monroy

Con amor

ÍNDICE

RESUMEN

No todos los alumnos del primer año de bachillerato logran exponer un problema relacionado con matemáticas en lenguaje común mediante una expresión algebraica. Un camino eficiente para que lo consigan es resolviendo y reformulando problemas.

En este trabajo se propone una secuencia didáctica. La propuesta se justifica en una interpretación de la teoría constructivista (Piaget[1] y García[2]) y en el método generalizado de Polya[3]. La idea consiste en involucrar a los estudiantes en la solución de problemas y más adelante que ellos planteen sus propios problemas. Este proceso se lleva a cabo en cuatro etapas: Familiarización, Guía, Experiencia e Invención.

La propuesta didáctica tiene como protagonistas a los alumnos, y sugiere que el docente se informe sobre la adolescencia, no sólo como una etapa de desarrollo individual sino como un proceso influenciado por el contexto en que se da.

Finalmente, ya que la secuencia se aplicó a un grupo de primer ingreso del bachillerato, se exponen los resultados, las conclusiones y algunas recomendaciones que pueden contribuir con la mejora de la misma.

[1] Jean William Fritz Piaget. Epistemólogo, psicólogo y biólogo suizo, creador de la epistemología genética, famoso por sus aportes al estudio de la infancia y por su teoría constructivista del desarrollo de la inteligencia.

[2] Rolando García. Científico argentino referente de la historia de la ciencia en la Argentina. Fue miembro del Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades (CEIICH) de la U.N.A.M. e Investigador del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México. Vicepresidente fundador del CONICET.

[3] George Polya. Fue un matemático que nació en Budapest, Hungría. En sus últimos años, intentó caracterizar los métodos generales que usa la gente para resolver problemas, y para describir cómo debería enseñarse y aprender la manera de resolver problemas.

ABSTRACT

Not all students in the first year of high school are able to expose a mathematical problem in everyday language by an algebraic expression. An efficient way to achieve this is to have them solve and formulate mathematical problems.

In this task a didactic sequence is proposed. The proposal is justified in a theorical constructivist interpretation (Piaget[1] and Garcia[2]), and in the generalized method of Polya[3].The idea is to involve the students in solving mathematical problems so they can set up their own problems. This process will take place in four phases: Familiarization, Guidance, Experience, and Invention.

The main subject in this didactic proposal is the students themselves, and suggests that the teacher gets information about adolescence, not only as an individual development process, but also as an influenced process by the given context.

Finally, since the sequence was applied to a first grade high school group, the results, conclusions, and some of the recommendations that can contribute to an improvement of it are included.

---

[1] Jean William Fritz Piaget. Swiss epistemologist, psychologist, biologist and philosopher and the creator of genetic epistemology. Also known for his epistemological studies with children and his theory of cognitive development.

[2] Rolando García. Argentinian Scientist that contributed to Argentinian science. He was a member of the Science and Humanities Interdisciplinary Investigation Center (SHIIC) at UNAM. And a National Congress of Science and Technology researcher in Mexico. He was also the vice-president founder of CONICET.

[3] George Polya was a Hungarian mathematician. He was born in Budapest. In his last years, he tried to characterize the general methods people use to solve a problem and to describe how problem solving should be taught and learned.

INTRODUCCIÓN

Este es un trabajo que propone una secuencia didáctica para la enseñanza de las matemáticas en el bachillerato, específicamente en los alumnos de primer ingreso. Se sugiere considerar entre otras cuestiones las siguientes:

¿Todos los planes de estudio del nivel medio superior incluyen la materia de matemáticas?
¿Por qué es muy importante su enseñanza y aprendizaje?
¿Cómo considera la sociedad a esta materia?
Y los alumnos que la cursan ¿qué opinan?
...

La Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas ha sido un desafío tanto para los docentes como para los estudiantes de nivel bachillerato que juegan el papel principal. Se busca que los alumnos sepan que son ellos uno de los principales actores de esta puesta en escena. ¿Qué hacer para lograrlo?
Antes que nadie, son los profesores de matemáticas quienes tienen que estar seguros de esta afirmación: "*El alumno es un protagonista de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*". Es imprescindible que sean los docentes a quienes les corresponda conocer, en general, las características o la realidad que distingue al grupo que dirigen.

Por otro lado, los temas de matemáticas son diversos y para facilitar su aprendizaje se pueden abordar, por ejemplo, de la siguiente manera:

a) Plantear la situación. Ubicar un fenómeno a estudiar y plantear el problema (entender el problema),
b) Analizarlo y sugerir las preguntas correctas relacionadas con el problema para así conseguir la información requerida que está vinculada con las interrogantes (crear un plan),

c) Crear y proponer soluciones y/o preguntas o problemas alternativos (ejecutar el plan) y por último
d) aprender de lo anterior (mirar hacia atrás).

Uno de los principales problemas en matemáticas, incluso a nivel licenciatura, consiste en la formulación en lenguaje matemático de un planteamiento en lenguaje “común”, por ejemplo:
La longitud del punto P al punto A es el doble de la longitud del punto P al punto B.
Que en lenguaje matemático se puede escribir: $PA = 2PB$.
Partiendo de este hecho se deseó comenzar por ahí y proponer una secuencia didáctica que colabore a disminuir el problema. Que los alumnos sean capaces de traducir una oración en lenguaje común o natural a una expresión matemática que modele dicha situación.

Para lograr el objetivo anterior, se plantea, como se mencionó arriba, recurrir a la estrategia de plantear, resolver y/o reformular problemas matemáticos. Donde los alumnos son asesorados por el profesor y material de apoyo. Así, en forma paralela, el estudiante desarrolla la habilidad de pasar del lenguaje común al algebraico. No dejando de lado que este proceso sea estimulante para los alumnos.

Este trabajo se compone de cuatro capítulos. El primero, basándose en los resultados que dan los datos estadísticos de la prueba PISA 2012, se ubica en la Educación Media Superior (EMS), la dificultad que tienen los alumnos para formular algebraicamente un problema planteado en lenguaje común. En el segundo capítulo se establece el marco teórico que sustenta la propuesta didáctica del trabajo. En el tercer capítulo se describe la propuesta didáctica junto con los materiales de cada etapa de la secuencia. En el cuarto capítulo se localizan los resultados de la aplicación de la propuesta en un grupo de bachillerato. Por último, se encuentran las conclusiones, consideraciones finales, anexos y fuentes documentales.

CAPÍTULO 1

RETOS DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR EN MÉXICO.

> ***"Comienza a manifestarse la madurez cuando sentimos que nuestra preocupación es mayor por los demás que por nosotros mismos."***
>
> **Albert Einstein**
> **1879 - 1955**

En este capítulo se aborda, de manera general, el contexto y los objetivos de la Educación Media Superior (EMS) y la importancia que en ésta tiene la enseñanza de las Matemáticas. Se describen también algunos de los problemas que se enfrentan entre los cuales está el considerado en los siguientes capítulos.

La Educación Media Superior (EMS)

En el sistema educativo, el bachillerato es posterior a la educación secundaria, se cursa en dos o tres años y es básico para quienes desean cursar estudios superiores y su objetivo es ampliar y consolidar los conocimientos adquiridos en secundaria y preparar al educando en todas las áreas del conocimiento y que pueda participar mediante actividades productivas en el desarrollo de la sociedad.
"…la importancia de la EMS como un espacio para la formación de personas cuyos conocimientos y habilidades deben permitirles desarrollarse de manera satisfactoria, ya sea en sus estudios superiores o en el trabajo y, de manera más general, en la vida." (RIEMS, 2008, p.4).

Retos de la EMS en México

Una de las responsabilidades del gobierno es asegurar que los jóvenes se formen de manera integral y encuentren oportunidades para insertarse a la sociedad en forma productiva. En el año 2010, México alcanzó el mayor número de jóvenes entre 16 y 18 años en toda su historia. Este grupo se encuentra en el momento de cursar la EMS. Este hecho obliga a tomar acciones para garantizar la cobertura de la EMS:

"*En la EMS en México existen considerables rezagos en cobertura, lo cual incide de manera negativa en la equidad que debe promover el sistema educativo. Adicionalmente, se observa que existen importantes obstáculos para garantizar la calidad de la educación que se imparte en este nivel.*" (RIEMS, 2008).

Cuadro I.1
Población 16-18 años

Año	Población	Año	Población
1980	4,658,034	2007	6,534,220
1990	5,866,083	2010	6,651,539
2000	6,332,260	2015	6,303,361
2005	6,476,584	2020	5,641,299

Fuente: Proyecciones de población CONAPO. Base 2006 para datos 2000-2020, y base 2002 para datos 1980 y 1990

Al revisar algunos datos históricos y las proyecciones de la tasa de graduación de la EMS que la Secretaria de Educación Pública (SEP) realizó, resulta alarmante que en el ciclo escolar 2012-13 la tasa de graduación fue de 49.1% por ciento. Muy por abajo del promedio en el que se encontraban los países de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OCDE) a finales de la década de los años sesenta[4]. Esto se debe, entre otras causas, por el bajo apoyo que se le da a la educación. Es decir, la EMS en México tiene un rezago de 50 años.

[4] *Education at a Glance*, Anexo 3. OCDE, 2006 (www.oecd.org/edu/eag2006).

Cuadro I.2
Tasa de terminación en la Educación Media Superior
Cifras nacionales

Ciclo escolar	Tasa de terminación	Ciclo escolar	Tasa de terminación
1990-1991	26.4%	2006-2007	42.1%
1995-1996	26.2%	2007-2008	44.4%
2000-2001	32.9%	2010-2011	47.1%
2005-2006e/	41.1%	2012-2013	49.1%

[e/] Datos estimados a partir del ciclo escolar 2005-2006. Fuente: Sistema para el análisis de la estadística educativa (SisteSep). Versión 5.0, Dirección de Análisis DGPP, SEP.

Estos datos sugieren que hay un cierto estancamiento en este rubro y lo cual impide el desarrollo social y económico del país.

La actual estructura de los servicios de la EMS: pluralidad y dispersión curricular

A lo largo de la historia de la EMS en México se ha creado una amplia gama de servicios que pretenden responder a las necesidades del país en este nivel de estudios. Como resultado de esta historia y de esta visión, existe un catálogo considerable de instituciones y planes de estudio en el país. Por un lado esto resulta bastante sano en cuestión de pluralidad pero, por el otro, ante la falta de sentido general de organización, una dispersión curricular que no expresa los objetivos comunes que debería tener la EMS[5].

"En cuanto al tipo de control de las escuelas, la ley General de Educación otorga facultades concurrentes al Gobierno Federal y a los gobiernos de los estados. Ambos tienen atribuciones para organizar y operar servicios de EMS. Las universidades públicas y las particulares con reconocimiento de validez oficial de estudios también tienen participación en este nivel. Las opciones asociadas a las universidades públicas se identifican como de control autónomo." (RIEMS, 2008).

[5] Se recomienda leer el artículo publicado en la gaceta de la UNAM emitida el lunes 31 de marzo de 2014, página 10. El artículo se titula *Prioritario, vincular educación con desarrollo nacional.* (Anexo 15).

El Gobierno Federal atiende directamente alrededor de un tercio de la matrícula pública de la EMS (una cuarta parte del total, incluyendo la privada). Lo lleva a cabo principalmente por medio de tres direcciones generales de la Subsecretaría de la Educación Media Superior: Educación Tecnológica Industrial (DGETI), Educación Tecnológica Agropecuaria (DGETA) y Educación en Ciencia y Tecnología de Mar (DGECyTM). A las opciones educativas que se ofrecen a través de estas direcciones se les conoce, de manera general, como bachillerato tecnológico.

Para la Zona Metropolitana de la Ciudad de México el Gobierno Federal desempeña competencias por medio del Instituto Politécnico Nacional (IPN) y del Colegio de Bachilleres, que ofrecen formación profesional técnica y bachillerato, respectivamente.

Los Estados, por su parte, son responsables de los bachilleratos estatales, de los llamados Colegios de Bachilleres, coordinados por la Dirección General de Bachillerato (DGB), y en el ámbito profesional técnico, de los Centros de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECyTES), mismos que siguen las directrices normativas del sistema tecnológico federal. Los bachilleratos estatales son de sostenimiento cien por ciento estatal; los colegios de bachilleres y los CECyTES son organismos públicos descentralizados de los gobiernos estatales que reciben la mitad de su financiamiento del Gobierno Federal.

Los Estados, con la excepción de Oaxaca, asimismo ejecutan los planteles del Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP).

Un segundo organismo público descentralizado federal es el Centro de Enseñanza Técnica Industrial (CETI), creado en la década de los sesenta con sede en Guadalajara, en donde operan sus dos planteles.

Por su parte, en adición a los Colegios de Bachilleres de control estatal, una serie de bachilleres de carácter propedéutico de control federal se agruparon bajo la Dirección General de Bachillerato (DGB), incluyendo los Centros de Estudios de Bachillerato y las Preparatorias Federales por Cooperación.

Como opciones autónomas se cuenta con las que ofrece la Universidad Autónoma de México (UNAM) a través del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) y la Escuela Nacional Preparatoria (ENP), así como las que brindan las universidades autónomas de los estados.

Para finalizar, varias de estas instituciones federales, estatales y autónomas ofrecen modalidades escolarizadas y otras conocidas como preparatoria abierta y a distancia, mediante las cuales es posible obtener certificados de bachillerato.

Con lo anterior se concluye que las opciones de la EMS en el país son variadas y tienen orígenes e historias diversas. A pesar de que los objetivos de las distintas instituciones son a menudo semejantes, los planes de estudio de cada una de las opciones son distintos, y la movilidad entre instituciones tiende ser complicada, si no es que imposible.

Matemáticas en la EMS

Todos los sistemas y servicios de la EMS que se mencionaron, a pesar de las diferencias que existen entre ellos, contemplan en sus planes de estudio, que se imparta la materia de Matemáticas. ¿Por qué? ¿Cuál es la importancia de las Matemáticas en la EMS?

Es lógico que algunas de esas mismas instituciones educativas contesten dicho planteamiento por medio de sus currículos educativos. Por ejemplo:

Colegio de Bachilleres

Las Matemáticas son una disciplina fundamental para lograr los propósitos del área de formación básica. A través de su estudio el alumno va desarrollando habilidades que va a poder aplicar y retroalimentar en el estudio y solución de problemas.

En materia se pretende que el estudiante tenga una participación activa en el estudio, comprensión y aplicación de los diferentes métodos y lenguajes matemáticos, enfocados al estudio y solución de fenómenos o problemas, así como el descubrimiento de la utilidad de las matemáticas para conocimiento de la realidad sirviéndose de los métodos propios de la disciplina y de sus procedimientos de formalización.

Escuela nacional Preparatoria (ENP)

Matemáticas I es una materia básica que contribuye a la formación integral del estudiante. Busca, además de incrementar su capacidad de raciocinio, reafirmar y enriquecer sus habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento para contribuir a su mejor comprensión y explicación de la realidad circundante, sobre la base de un pensamiento ordenado que mejore su disposición e incrementar su aptitud para resolver problemas.

Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH)

Matemáticas. Se enseña a los alumnos a percibir esta disciplina como ciencia en constante desarrollo, la cual les permitirá la resolución de problemas. Se origina en las necesidades de conocer y descubrir el entorno físico y social, así como desarrollar el rigor, la exactitud y la formalización para manejarlo.

Por lo anterior, las matemáticas en la sociedad es una asignatura indispensable en los planes de estudio. La mayoría de los programas de estudio se enfocan en el objetivo de resolver problemas.

Las matemáticas son más que una ciencia exacta que tiene por objeto de estudio la cantidad y sus propiedades, según Albert Einstein, son un producto del pensamiento humano independiente a la experiencia, que está bien adaptado a la realidad.

Las matemáticas son un lenguaje basado en símbolos que son comprendidos mundialmente, esta es una de las razones principales de la enseñanza de las matemáticas. Se debe tomar en cuenta que siendo este un conocimiento humano, debe no sólo ser transmitido, también ser entendido y bien utilizado. Para muchos pueblos ha sido la base de sus sociedades, ha sido plataforma en todas las civilizaciones a través de la historia, hoy forma parte de la cultura general del hombre y de la mujer.

Una vez que se tocó el tema de la historia; *"Ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas."* (Bell, E. T., 1985). La Historia de las Matemáticas revela la dimensión cultural de las Matemáticas y su notable impacto en la Historia del Pensamiento. Es un instrumento magistral para enriquecer culturalmente la Enseñanza de las Matemáticas e integrarla de forma interdisciplinar en el currículum académico (González, 2009).

Individualmente las matemáticas son parte de nuestra vida diaria. Son cotidianas y muy importantes para el buen progreso cognitivo del estudiante. La tarea más importante del maestro es darle al estudiante los conocimientos necesarios de acuerdo a sus posibilidades. Es indispensable que cada persona comprenda la importancia del uso de las matemáticas como una herramienta que le permite conocer y dominar la realidad que le rodea. Las destrezas en sí, así como los conceptos y técnicas sólo son fines válidos si se llevan a cabo con un objetivo claro (Díaz Barriga, 2005).

Las matemáticas describen, ilustran, interpretan, predicen y explican distintos fenómenos; en varias ocasiones son la única forma de entenderlos. Analizar, expresar ideas e información es mucho más importante que el manipular símbolos numéricos en sí, por esta razón se concibe también como un medio de comunicación.
"LAS MATEMÁTICAS, como una expresión de la mente humana, reflejan la voluntad activa, la razón contemplativa y el deseo de perfección estética. Sus elementos básicos son la lógica y la intuición, el análisis y la construcción, la generalidad y la individualidad. Aunque diferentes tradiciones realzan aspectos diferentes, es sólo la interacción de estas fuerzas antitéticas y la lucha por su síntesis lo que constituye la vida, la utilidad y el valor supremo de la ciencia matemática…Tanto para el docto como para el profano, no es la especulación filosófica sino la experiencia activa en las matemáticas lo único que puede responder la pregunta: ¿Qué son las matemáticas?" (Courant y Robbins, 2006, p.17).

La finalidad de la enseñanza de esta materia va más allá de resolver problemas, formular procedimientos y demostrar su validez. Se trata de darle al estudiante un instrumento que le permita desarrollar hábitos de trabajo y actitudes positivas hacia la vida, y con más razón en esta etapa de la vida en la que el alumno se encuentra en el auge de la fase para desarrollar el pensamiento con operaciones formales (Piaget) como se verá más adelante.

La enseñanza de las matemáticas, al igual que cualquier asignatura, implica tres cuestiones importantes a considerar: ¿Qué se va a enseñar?, ¿Cómo se va a enseñar y cómo lo va a aprender el estudiante? Y ¿cómo lo va a evaluar el docente? Para dar respuesta es necesario leer los programas, los objetivos y diseñar una estrategia que los cubra.

Identificación de una situación problemática concreta en la enseñanza-aprendizaje de bachillerato.

Desempeño en Matemáticas

PISA, por sus siglas en inglés, significa ***P****rogramme for* ***I****nternational* ***S****tudeint* ***A****ssessment*. En el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (**INEE**) se le ha traducido como Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Es un estudio comparativo de evaluación de los resultados de los sistemas educativos, coordinado por la **O**rganización para la **C**ooperación y el **D**esarrollo **E**conómicos (**OCDE**). PISA 2012[6] define la competencia matemática como:

> *La capacidad personal para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.*

Niveles de desempeño de las escalas de PISA

En los años 2003 y 2012 PISA se centró en el área de las matemáticas. He aquí algunos resultados claves:

- Entre PISA 2003 y PISA 2012, México aumentó su matrícula de jóvenes de 15 años en educación formal (del 58% a poco menos del 70%). El rendimiento de estos alumnos en matemáticas también mejoró (de 385 puntos en 2003 a 413 puntos en 2012).
- El 55% de los alumnos mexicanos no alcanzó el nivel de competencias básicas (nivel 2).

---

[6] Para más detalles acerca de PISA se puede consultar el informe PISA 2012 en la siguiente página electrónica
http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012lineavolumeni.pdf?documentId=0901e72b81786310

- Menos del 1% de los alumnos mexicanos de 15 años logran alcanzar los niveles de competencia más altos (niveles 5 y 6).
- El alumno promedio en México obtiene 413 puntos en matemáticas. El promedio en la OCDE es de 494, una diferencia con México que equivale a casi dos años de escolaridad.
- Los alumnos mexicanos de más alto rendimiento obtienen el mismo puntaje que un alumno promedio en Japón (539 puntos).

Cuadro I.3
Niveles estándar en la prueba PISA

Niveles	Descripción genérica
Nivel 6 **Nivel 5** **Nivel 4**	Situarse en uno de los niveles más altos significa que un alumno tiene potencial para realizar actividades de alta complejidad cognitiva, científica u otras.
Nivel 3	Arriba del mínimo necesario y, por ello, bastante bueno, aunque no del nivel deseable para la realización de las actividades cognitivas más complejas.
Nivel 2	Identifica el mínimo adecuado para desempeñarse en la sociedad contemporánea.
Nivel 1a **Nivel 1b** **Nivel 0**	Insuficientes (en especial el 0) para acceder a estudios superiores y desarrollar las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.

Los resultados que arrojó PISA manifiestan que la mayoría, más de la mitad, de los alumnos mexicanos de 15 años se encuentran en los niveles más bajos de habilidades matemáticas. Es decir, son capaces de identificar información y resuelven problemas simples mediante instrucciones explícitas, manejan algoritmos básicos, fórmulas o procedimientos elementales.

Esta realidad da lugar a un problema en la población mexicana:
Más de la mitad de los jóvenes de 15 años tienen dificultades para enfrentar los desafíos y demandas cognitivas de la sociedad del conocimiento.

Cuadro I.4

Descripciones resumidas de los seis niveles de competencia en matemáticas. PISA

Nivel	LO QUE POR LO GENERAL SABEN HACER LOS ALUMNOS
6	En el nivel 6, los alumnos saben formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en investigaciones y modelos de situaciones de problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información y representaciones y traducirlas entre ellas de una manera flexible. Los estudiantes de este nivel poseen un pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Estos alumnos pueden aplicar su entendimiento y comprensión, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales y desarrollar nuevos enfoques y estrategias para abordar situaciones nuevas. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden formular y comunicar con exactitud sus acciones y reflexiones relativas a sus descubrimientos, argumentos y su adecuación a las situaciones originales.
5	En el nivel 5, los alumnos saben desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando los condicionantes y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos relativos a estos modelos. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden trabajar estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, así como representaciones adecuadamente relacionadas, caracterizaciones simbólicas y formales, e intuiciones relativas a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.
4	En el nivel 4, los alumnos pueden trabajar con eficacia con modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden conllevar condicionantes o exigir la formulación de supuestos. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real. Los alumnos de este nivel saben utilizar habilidades bien desarrolladas y razonar con flexibilidad y con cierta perspicacia en estos contextos. Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, argumentos y acciones.
3	En el nivel 3, los alumnos saben ejecutar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas sencillos. Los alumnos de este nivel saben interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. Son también capaces de elaborar breves escritos exponiendo sus interpretaciones, resultados y razonamientos.
2	En el nivel 2, los alumnos saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa. Saben extraer información pertinente de una sola fuente y hacer uso de un único modelo representacional. Los alumnos de este nivel pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales. Son capaces de efectuar razonamientos directos e interpretaciones literales de los resultados.
1	En el nivel 1, los alumnos saben responder a preguntas relacionadas con contextos que les son conocidos, en los que está presente toda la información pertinente y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo unas instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

Un ejemplo en concreto se tiene en la materia de Matemáticas I del programa de CCH. En las unidades I y II de dicho programa de estudios, los estudiantes interactúan con temas que pretenden formar bases sólidas en su formación matemática; tanto de Álgebra como de Geometría. Posteriormente en las unidades III y IV se tiene la finalidad de incrementar la capacidad del adolescente para establecer y dar solución de ecuaciones lineales a partir de un problema dado en lenguaje común.

Pero lamentablemente no se logra cubrir totalmente este propósito, hasta el grado de llegar a la educación superior con problemas para modelar una situación simple, por diversos factores, entre ellos: i) carencia de dominio tanto en los procesos como en los contenidos matemáticos, ii) la falta de trabajo colectivo en el aula, iii) ausencia de lectura y búsqueda de problemas que le interesen al alumno, iv) a veces no se ofrecen espacios para leer libros de o relacionados con matemáticas, v) no se da espacio suficiente para exponer o comunicar ideas con lenguaje matemático, v) los alumnos no se sienten familiarizados con el tema, dando como resultado un problema bastante común en la comunidad estudiantil:

<u>Los alumnos no logran exponer un problema en lenguaje común mediante una expresión algebraica.</u>

A lo anterior se le aúna un elemento que pasa por desapercibido en varias ocasiones por los docentes, la ansiedad hacia las matemáticas.

Los alumnos que sienten ansiedad hacia las matemáticas tienden a evitarlas, privándose así de la posibilidad de emprender carreras profesionales relacionadas con esta materia. Los altos niveles de ansiedad en torno a las matemáticas tienen consecuencias negativas en el corto plazo, en términos de menor rendimiento en matemáticas, pero también en el largo plazo, en términos de potencial escasez de profesionales en áreas relacionadas con esta asignatura.

PISA 2012 igualmente asume este tema y hace una investigación de la cual se rescatan datos de interés.

En México, el nivel de ansiedad hacia las matemáticas es alto. Más del 75% de los alumnos mexicanos declara estar de acuerdo o muy de acuerdo con la afirmación “frecuentemente me preocupa que tendré dificultades en clases de matemáticas” y casi la mitad de los estudiantes sienten ansiedad al intentar resolver problemas de matemáticas. En efecto, el índice de ansiedad hacia las matemáticas es, en México, el más alto de entre todos los países de la OCDE.

El mismo estudio de PISA, asegura que los alumnos que asisten a escuelas con malas relaciones entre docentes y estudiantes y con mal clima disciplinario tienden a mostrar menores niveles de compromiso con la escuela. Los jóvenes en estos establecimientos tienen más posibilidades de llegar tarde, faltar sin autorización y tener actitudes negativas hacia la escuela.

En el siguiente capítulo se presentará el sustento teórico en el que se basa la propuesta didáctica. Dicha propuesta se centra en un aspecto muy específico del problema: Que los alumnos sean capaces de representar mediante una expresión algebraica una situación planteada en lenguaje natural.

CAPÍTULO 2

VALIDACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

> ***"No es el conocimiento, sino el acto de aprendizaje, y no la posesión, sino el acto de llegar allí, que concede el mayor disfrute."***
>
> **Carl Friederich Gauss**
>
> **1777 - 1855**

En este capítulo se menciona y explica el marco teórico que sustenta la propuesta didáctica del trabajo. Además se incluye el tema de la adolescencia como parte importante a considerar en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

A. ¿Qué es un Problema Matemático?

La raza humana siempre se ha enfrentado a diversos problemas. Ha tenido que confrontarse a situaciones complejas en las que debe tomar decisiones, organizar un plan y ejecutarlo para resolver la circunstancia que no le permitía o que le dificultaba avanzar. En el desarrollo de este proceso, la abstracción de los problemas ayudó en su resolución o reformulación para buscar posibles soluciones. Una de las alternativas es plantear estos en forma sintética con un lenguaje adecuado y universal. Dando lugar a las matemáticas como se entienden actualmente.

Con el tiempo, en matemáticas se han generado nuevos problemas, algunos de ellos adquirieron interés singular. Por ejemplo: desde la antigua Grecia, construcciones con regla y compás de 1. la cuadratura del círculo, 2. la duplicación del cubo y 3. la trisección del ángulo[7]…u otros posteriores: el problema de los cuatro colores, el problema del triángulo de Schwarz, el problema de Steiner, la conjetura de Golbach, el último teorema de Fermat, etcétera.

[7] Si se desea revisar la demostración de que no se pueden resolver estos problemas con regla y compás se recomienda consultar el libro *¿Qué son las Matemáticas?* De Richard Courant y Hebert Robbins.

En este trabajo se hace alusión a los problemas matemáticos para estudiantes de primer año de bachillerato.

¿Qué es un problema matemático en este contexto?

Blanco[8] y Cárdenas[9] (2013) comentan que al analizar diferentes trabajos sobre educación matemática se pueden encontrar diferentes significados al vocablo "problema" y a la expresión "resolución de problemas". Así, autores que ellos mencionan, como Blanco (1993), Gaulin (1986), Pino (2013), Puig (2008), Schroeder y Lester (1989) y Schoenfeld (1985) señalan diferentes perspectivas sobre la resolución de problemas de las que destacan tres de ellas: Enseñanza para la resolución de problemas; Enseñanza sobre la resolución de problemas y Enseñanza vía resolución de problemas. Mientras que Hugo Barrantes (2008) opina que el asunto definitivamente sigue siendo controversial.

En este estudio, se tomará como referencia la concepción de Alan Schoenfeld:

"La palabra "problema" se utiliza aquí en este sentido relativo, como una tarea que es difícil para la persona que está tratando de resolverlo. Por otra parte, esta dificultad debe ser reto intelectual en lugar de un cálculo. Dicho en otras palabras, si uno tiene un fácil acceso a un esquema de solución para una tarea matemática, esa tarea es un ejercicio y no un problema." (Schoenfeld, 1985, p.74).

Como se indica arriba, un problema no es lo mismo que un ejercicio. El ejercicio no implica un esfuerzo que lleve al alumno a descubrir algo que ya sabía. Mientras, un problema matemático será aquella situación de reto intelectual que involucre objetos matemáticos para ser resuelto; además, quienes lo vayan a resolver cuentan con las habilidades cognitivas para llegar al resultado y obtener un aprendizaje en el proceso de resolución.

[8] Dto. Didáctica de las CC. Experimentales y de las Matemáticas. Universidad de Extramadura.
[9] Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia.

En este trabajo no se abordará el tema de la clasificación de los problemas matemáticos (real, tradicional, ficticio, intramatemático, de reconocimiento, de investigación abiertos, de aplicación, etc.). Si se desea obtener más información, se recomienda revisar (Blanco, 1990).

Resolución de problemas y competencias matemáticas.

La denominada Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS), iniciada en México a partir del año 2008, plantea la existencia de un Marco Curricular Común (MCC) para los diversos subsistemas. Este marco está caracterizado por un perfil de egreso orientado al logro de diversas competencias genéricas, disciplinares, y profesionales. Es decir, las autoridades educativas nacionales plantean la realización de una Educación Basada en Competencias (EBC) como alternativa para mejorar la formación integral de los estudiantes de bachillerato.

La misma RIEMS expone un ejemplo de competencia general en la formación matemática. "*Resolver, razonar y argumentar, significa determinar los pasos y las operaciones que hay que efectuar para llegar a la solución justificando todas las etapas del proceso, oralmente y por escrito."* (RIEMS, 2008, p.61).

Por otro lado, en otros países miembros de la OCDE (en su Ley de Educación) también indican que la resolución de problemas es el mejor camino para desarrollar competencias ya que es capaz de activar las capacidades básicas del estudiante: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo, revisarlo, adaptarlo, generar hipótesis, verificar el ámbito de validez de las soluciones, etcétera. Con estas se posibilita experimentar, particularizar, conjeturar, elegir un lenguaje apropiado, probar una conjetura, generalizar distintas partes de las matemáticas, verificar una solución, entre muchos más.

También sostiene que centrar la actividad matemática en la resolución de problemas es una buena forma de convencer al alumno de la importancia de pensar en lo que hace y en cómo lo hace.

De lo anterior es natural que surjan, entre otras, las siguientes preguntas:
¿Cómo funciona todo esto en la resolución de un problema?
¿En qué momento el alumno lleva a cabo cada una de esas competencias en el proceso de resolución de un problema?
¿Qué debe hacer un profesor para garantizar que los alumnos las desarrollen?

A continuación un ejemplo que servirá para identificar cómo los alumnos pueden trabajar las competencias durante el proceso de resolución.

La estructura del ejemplo siguiente se inspiró en el método generalizado de Polya. Él en sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos. Polya hace énfasis en el proceso de descubrimiento más que en simplemente desarrollar ejercicios apropiados. Para involucrar a sus estudiantes en la resolución de problemas, resumió su método en cuatro pasos:

1. *Entender el problema*,
2. *Configurar un plan* (encontrar la conexión entre los datos y lo que se pregunta, considerar problemas auxiliares),
3. *Ejecutar el plan* y
4. *Mirar hacia atrás* (examinar la solución que se obtuvo) (Polya, 1988).

Para resolver un problema no necesariamente se procede de alguna manera en específico. Polya en su libro *How to solve it* sugiere que todo es válido en la resolución de problemas ya sea recordando problemas similares, recurriendo a ejemplos en concreto, imitando lo que otros hagan.

EJEMPLO

El problema se titula CENA DE GALA y se plantea de la siguiente manera:

El restaurante “Los manjares” debe preparar la sala para la Cena de Gala de los 122 participantes a un congreso. El restaurador tiene a su disposición 12 mesas de 8 personas y 12 mesas de 6 personas. Los organizadores del congreso han pedido prepararlas de manera que en las mesas utilizadas no queden puestos vacíos. ¿Cuántas mesas de cada tipo pueden ser preparadas para satisfacer la petición de los organizadores? ¿Cuáles son todas las posibles soluciones?

En la resolución se espera que se explique además cómo fueron obtenidas.

En primer lugar, es necesario tener un plan de trabajo para resolver el problema. Dicho plan se estructura en cuatro fases: comprender el problema, buscar una estrategia que ayude a resolverlo, ejecutar ese plan y responder a las preguntas del problema.

En ese plan se contempla **trabajar en equipo**, agrupando a los alumnos de diferentes maneras según la fase en la que se encuentren. En las fases de comprender el problema y responder a las preguntas se debe trabajar en gran grupo (grupo clase) para conseguir una mayor participación de los alumnos y favorecer así un **aprendizaje cooperativo**. En las fases de buscar una estrategia y de ejecutarla, es conveniente trabajar en pequeño grupo (cuatro o cinco por clase) para propiciar la posibilidad de que cada equipo elija estrategias diferentes y que en la ejecución se puedan poner en juego distintas herramientas lógicas y conocimientos que se correspondan con las diferentes formas de pensar.

Una vez establecido este procedimiento, el docente da inicio a la primera fase del plan:

Fase 1: COMPRENDER

En esta primera fase se debe buscar la información que pueda dar el problema, analizarla críticamente, clasificarla, completarla con las informaciones que el propio conocimiento y la experiencia manifiesten acerca del contexto de la situación.

Mediante la lectura se buscará la información, será cuantificada, se describirá y será clasificada en:

<u>Datos</u>

122 participantes; 12 mesas de 8 personas; 12 mesas de 6 personas.

<u>Objetivo</u>

a) Cuántas mesas de cada tipo deben ser preparadas.
b) Cuáles son las distintas posibilidades.

<u>Relación</u>

En las mesas utilizadas no pueden quedar puestos vacíos.

Con mesas de una sola clase es imposible cumplir la condición. Se puede utilizar el conocimiento de que 122 no es divisible ni por 8 ni por 6. Por lo tanto, es necesario utilizar ambos tipos de mesa.

El alumno no debe limitarse en ningún caso a dar los datos de manera escueta. Deberá justificar dónde lo ha encontrado, por qué sabe qué tipo de dato es y cómo ha profundizado en su conocimiento, argumentando de manera conveniente. El profesor ha de cuidar que todo ello se realice.

A veces es necesario **explorar** o **experimentar** con los datos del problema. Hacer pequeñas **investigaciones** o **particularizando** a partir de los datos, unas veces para encontrar la relación y, otras, para comprender mejor la situación.

Ahora se debe buscar una representación adecuada para convertir lo comprendido de la manera más matemática posible. Para ello se recomienda utilizar herramientas lógicas como: dibujos, diagramas, gráficas, modelos, ecuaciones etcétera.

Diagrama

Se podría utilizar 12 **diagramas** cerrados divididos en 8 partes iguales y otros 12 divididos en 6 partes, así como las etiquetas correspondientes 8, 6 y 122 para **representar** a los participantes de la cena.

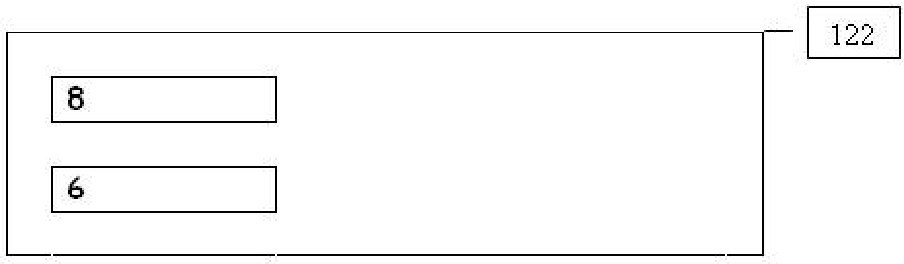


Figura II.1

Modelo

El diagrama puede convertirse en un modelo al utilizar cajas o tarjetas divididas en secciones más 122 objetos (piedras, frijol, garbanzos, entre otros) que representen a los participantes. Este modelo puede ayudar a comprender el problema y también contribuir a la resolución del mismo.

Fase 2: PENSAR

Hay varias maneras de pensar (estrategias o técnicas de pensamiento). Estas se pueden resumir en nueve; tres son de uso general: *modelización, ensayo y error, organización de la información*; otras cuatro de uso particular: *eliminar, ir hacia atrás, buscar patrones, generalización*; y otras dos auxiliares: *analogía, simplificación*.

Se trata de elegir las más convenientes para conseguir el objetivo a través de la comprensión que se ha obtenido en el paso anterior.

La modelización es una primera opción inmediata. Se ajusta al hecho de que es posible construir un modelo de la situación que será manipulable más tarde para resolverla.

También es posible realizar un *ensayo y error*. Ir probando diferentes posibilidades para combinar las mesas de los dos tipos hasta encontrar una distribución que se ajuste a las condiciones.

Parece evidente que cuando se utiliza la *modelización* habrá que hacer *ensayo y error* al ejecutar dicha estrategia.

Pero también se recomienda organizar la información utilizando lenguajes matemáticos como operaciones aritméticas o lenguaje algebraico (planteamiento de ecuaciones).

Fase 3: EJECUTAR

La ejecución va a depender de la estrategia elegida. Los conocimientos matemáticos puestos en juego irán en consonancia a las exigencias del modo de pensar seleccionado.

Si se ha elegido *modelización*, por ejemplo, se procede de la siguiente manera:

Primero tomará los 122 objetos y los irá distribuyendo de 8 en 8 o de 6 en 6 sobre las cajas o tarjetas según las etiquetas de las mismas. Después, cuando los haya repartido todos, comprobará si hay una caja o tarjeta que no esté totalmente llena. En seguida, tratará de jugar con los últimos objetos cambiándolos de caja o tarjeta hasta ajustar los objetos distribuidos en cajas o tarjetas totalmente llenas. Y por último, contará las cajas o tarjetas para tener una **solución** al problema.

Si se ha seleccionado *ensayo y error* se puede hacer de la siguiente manera:

Iniciará entonces por ensayos organizados (hipótesis); por ejemplo, considerar que $12 \times 8 = 96$ y que, por consiguiente, utilizando todas las mesas de 8 plazas, faltarían aún 26 plazas para las cuales 4 mesas de 6 lugares no serían suficientes y una quinta mesa de 6 plazas no sería utilizada completamente. Habría que disminuir entonces el número de mesas de 8 plazas y darse cuenta (**verificar**) que con 10 mesas de 8 plazas y 7 mesas de 6 lugares se consigue instalar la sala según la pregunta. Después de haber hallado una primera solución, es necesario pensar que podría haber otras. Este último paso no es fácil que se dé.

La búsqueda anterior agota y los alumnos se dan por satisfechos con una solución. Por último, si ha elegido ensayo y error procediendo de manera **sistemática** deberá añadir la organización mediante el lenguaje aritmético y proceder de la siguiente forma:

Como el alumno comprende que ha de realizar muchos cálculos de tipo múltiplos de 8 y múltiplos de 6 que den como suma 122, se da cuenta que debe ser sistemático y utiliza una **tabla de doble entrada** como **herramienta lógica** para organizar los distintos cálculos. Enseguida, diseñar la tabla con las columnas adecuadas para cada concepto y las filas necesarias para los distintos ensayos realizados. Posteriormente, construir y rellenar una tabla del tipo

Tabla II. 1 Prueba y error

Mesas de 8	Personas colocadas	Personas por colocar	Mesas de 6	Personas sobrantes
12	12 x 8 = 96	122 – 96 = 26	26 : 6 = 4	26 – 4 x 6 = 2 Error
11	11 x 8 = 88	122 – 88 = 34	34 : 6 = 5	34 – 5 x 6 = 4 Error
10	10 x 8 = 80	122 – 80 = 42	42 : 6 = 7	42 – 7 x 6 = 0 Correcto
9	9 x 8 = 72	122 – 72 = 50	50 : 6 = 8	50 – 8 x 6 = 2 Error
8	8 x 8 = 64	122 – 64 = 58	58 : 6 = 9	58 – 9 x 6 = 4 Error
7	7 x 8 = 56	122 – 56 = 66	66 : 6 = 11	66 – 11 x 6 = 0 Correcto
6	6 x 8 = 48	122 – 48 = 74	74 : 6 = 12	74 – 12 x 6 = 2 Error
5	5 x 8 = 40	122 – 40 = 82	82: 6 = 13	82 – 13 x 6 = 4 Error
4	4 x 8 = 32	122 – 32 = 90	90 : 6 = 15	90 – 15 x 6 = 0 Correcto

Y seguir la búsqueda, por ejemplo disminuyendo el número de mesas de 8 y aumentando el de mesas de 6. Se obtienen tres posibilidades 10 mesas de 8 plazas y 7 mesas de 6 plazas, 7 mesas de 8 plazas y 11 mesas de 6 plazas, o 4 mesas de 8 plazas y 15 mesas de 6 plazas.

Si ha elegido organización mediante el uso del lenguaje aritmético es posible proceder así:

a) Desarrollar todas las posibles soluciones. Se sabe que hay 12 mesas en total de cada tipo, por lo cual es factible auxiliarse de una tabla como la tabla siguiente:

Tabla II. 2 Las posibilidades

No de mesas de 6 / No. de mesas de 8	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
1	8	14	20	26	32	38	44	50	56	62	68	74	80
2	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	76	82	88
3	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96
4	32	38	44	50	56	62	68	74	80	86	92	98	104
5	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100	106	112
6	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	56	62	68	74	80	86	92	98	104	110	116	122	128
8	64	70	76	82	88	94	100	106	112	118	124	130	136
9	72	78	84	90	96	102	108	114	120	126	132	138	144
10	80	86	92	98	104	110	116	122	128	134	140	146	152
11	88	94	100	106	112	118	124	130	136	142	148	154	160
12	96	102	108	114	120	126	132	138	144	150	156	162	168

A partir de la Tabla II.2 es fácil determinar las dos soluciones que satisfacen a las condiciones.

b) Simplificar. Partir del caso extremo al usar todas las mesas.

Contar el número total de plazas disponibles ($(12 \times 8) + (12 \times 6) = 148$) y darse cuenta que es necesario eliminar 46 plazas $(148 - 122)$ por "mesas completas". Hacer esto eliminando 5 mesas de 8 lugares y 1 mesa de 6 plazas ($(8 \times 5) + (1 \times 6) = 46$) o 5 mesas de 6 plazas y 2 de 8 lugares.

Por último, concluir que en el primer caso hay 7 mesas $(12 - 5)$ de 8 plazas y 11 mesas $(12 - 1)$ de 6 plazas. En el segundo caso 10 mesas $(12 - 2)$ de 8 plazas y 7 mesas $(12 - 5)$ de 6 lugares.

Si se ha optado por la ruta mediante el uso del lenguaje algebraico, puede hacer lo que se dice a continuación:

Elegir las etiquetas x e y para representar, respectivamente, las cantidades desconocidas de mesas de 8 y 6 plazas. En seguida, escribir la relación que exige completar la etiqueta de 122 comensales al sumar las cantidades sentadas en los dos tipos de mesas; lo cual dará lugar a la ecuación diofántica $8x + 6y = 122$. Para resolverla y encontrar las soluciones, recurrirá a sus conocimientos de este tipo de ecuaciones.

Se verá cómo este paso debe acabar con la consecución de la solución o soluciones o, también, la imposibilidad de encontrar una solución.

Si no se encuentra solución pero se considera posible, habrá que considerar la **revisión del plan**, encontrar el origen del error y **adaptar el plan** buscando otras estrategias que propicien un nuevo camino de solución.

Fase 4: RESPONDER

Para transformar las soluciones en respuestas, los alumnos exponen ante sus compañeros, comunicando las conclusiones del trabajo. Queda por hacer dos aspectos fundamentales:

<u>Comprobar</u>

Hacer la verificación mediante las multiplicaciones y sumas adecuadas con los tipos de mesas de la solución y comprobar en cada caso que se obtiene 122 como total

10 mesas de 8 plazas + 7 mesas de 6 plazas = 80 + 42 = 122

7 mesas de 8 plazas + 11 mesas de 6 plazas = 56 + 66 = 122

4 mesas de 8 plazas + 15 mesas de 6 plazas = 32 + 90 = 122

1 mesa de 8 plazas + 19 mesas de 6 plazas = 8 + 114 = 122

Todas ellas verificadas y matemáticamente correctas.

<u>Analizar cada solución en su contexto</u>

Mediante la reflexión sobre las condiciones del problema, se ve que sólo las dos primeras de estas combinaciones son aceptables, porque no hay más que 12 mesas de 6 personas y en los otros dos casos se necesitarían 15 o 19, respectivamente.

Concluir, entonces, que hay dos maneras posibles de preparar las mesas

a) 10 mesas de 8 plazas y 7 mesas de 6 plazas, o

b) 7 mesas de 8 plazas y 11mesas de 6 plazas.

Lo anterior es la respuesta que se buscaba.

Proceder de esta manera ante la situación problemática que se presenta, el alumno adquiere soltura y seguridad para **enfrentarse** a cualquier problema real. El estudiante integra todos los conocimientos, procesos y actitudes (competencias) adquiridos en su quehacer diario.

El profesor es el guía del proceso. Interviene en los momentos justos para encauzar la solución cuando se ha producido un estancamiento, pero deja siempre que sea el alumno quien aporte las ideas y su concreción posterior. Incluso de las ideas erróneas puede salir un aprendizaje muy fructífero; esperar que los alumnos encuentren fallos, los analicen, busquen alternativas y reinicien el proceso de resolución.

Para finalizar esta sección se presentan las habilidades o competencias que el alumno desarrolla en cada una de las fases que se mencionaron anteriormente en el proceso de la resolución de problemas.

En la primera fase, COMPRENDER, incluye: Habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión datos y argumentaciones, el conocimiento y manejo de los conocimientos matemáticos básicos, y la puesta en práctica de procesos de razonamiento que llevan a la resolución de los problemas o a la obtención de información.
Aplicar esa información a una mayor variedad de situaciones y contextos, seguir cadenas de análisis identificando las ideas fundamentales, y estimar y enjuiciar la lógica y validez de razonamientos e informaciones. Habilidad para seguir determinados procesos de pensamiento (como la inducción y la deducción, entre otros) y aplicar algunos algoritmos de cálculo o elementos de la lógica. Disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones que contienen elementos o soportes matemáticos, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento.

La segunda fase, PENSAR, comprende: Utilizar los elementos y razonamientos matemáticos para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan. Por tanto, la identificación de tales situaciones, la aplicación de estrategias de resolución de problemas, y la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible.

La tercera fase, EJECUTAR, involucra: Saber aplicar las estrategias seguidas para resolver un problema a otras situaciones similares, adoptando las medidas necesarias y adecuadas para solventar las diferencias.

La última fase, RESPONDER, implica: Verificar las soluciones, situarlas en el contexto del problema, utilizar todos los medios de representación disponibles para comunicar las respuestas obtenidas y poder generalizarlas o particularizarlas para cualquier situación real relacionada con el problema resuelto.

Esto puede dar una idea de todo lo que hay que poner en marcha. Con el proceso que se ha explicado a lo largo del ejemplo se puede apreciar cómo todo esto influye en la manera natural de resolver problemas.

Es comprensible continuar con la enseñanza de conocimientos, usar ejemplos, ejercitar a los alumnos en los procesos y técnicas de trabajo, pero también es necesario dedicar tiempo suficiente a la resolución de problemas. La resolución de problemas es un camino recomendado por los mismos planes de estudio para que los alumnos desarrollen todas las competencias.
Entonces la matemática dejará de estar en la cola del aprecio de los estudiantes porque se sentirán protagonistas.

Formular, plantear o inventar problemas matemáticos

Este trabajo, así como los programas de matemáticas y la RIEMS, no sólo se enfoca en resolver problemas sino también en inventarlos. Se resalta la importancia, por un lado, de captar la información significativa de situaciones cotidianas y por otro de ser capaz de formularla en términos matemáticos. Más específicamente se señala la importancia de formular o plantear problemas a partir de diferentes situaciones que sugiere el entorno inmediato de los estudiantes pero sobre todo de sus gustos.

Entre los principios importantes que Schoenfeld menciona para el aprendizaje de las matemáticas, incluye que el estudiante reconozca que encontrar la solución de un problema no es el final de la empresa matemática, sino el punto inicial para encontrar otras soluciones, extensiones y generalizaciones del problema. Además, en el desarrollo de las matemáticas el proceso de formular o rediseñar problemas se identifica como un componente esencial en el quehacer matemático.

El reto de plantear (inventar, formular, diseñar) problemas es oportuno y provechoso. Obliga a los alumnos a trabajar sobre el significado de los conceptos y/o procedimientos matemáticos o sobre la utilidad de los mismos (Blanco; Cárdenas, 2013).

Así, si un estudiante se esfuerza por inventar un problema que se resuelva mediante una ecuación lineal, se verá en la necesidad de analizar los elementos de la ecuación para saber las variables independientes. De esta manera el alumno podrá plantearlo a partir de situaciones numéricas o geométricas, entre otras; logrando vincular o relacionar diversos temas, lo cual es un reflejo de la comprensión de conceptos y significados matemáticos que ha adquirido (Sierpinska, 1994).

La invención de problemas puede proponerse en diferentes situaciones de enseñanza. Así, se puede pedir a los alumnos que formulen o planteen problemas en diferentes momentos: cuando se están dando determinados procesos o conceptos matemáticos para trabajar la relación de estos conceptos en diferentes contextos, o cuando se deseen hacer problemas sobre algún contenido o en la fase de la resolución de problemas para permitir la transferencia del conocimiento aprendido en el problema a otras situaciones posibles (Blanco; Cárdenas, 2013).

Marco de referencia. Constructivismo

La propuesta didáctica se justifica en una interpretación de la teoría constructivista que se basa principalmente en el concepto de abstracción reflexiva, introducido por Piaget, para describir el desarrollo del pensamiento lógico en los niños, y extendiendo la idea a nociones matemáticas más avanzadas (Dubinski, 1991). Dubinsky usa la abstracción reflexiva para describir cómo una persona logra ciertas construcciones mentales sobre un concepto determinado, partiendo de la siguiente idea del conocimiento matemático:

“El conocimiento matemático de un individuo es su tendencia a responder a las situaciones matemáticas problemáticas en un contexto social, y construyendo acciones, procesos y objetos y organizándolos en esquemas con el fin de manejar las situaciones y resolver los problemas” (Dubinsky; McDonald, 2001, p.276).

En este comienzo se enfatiza en la necesidad de enfrentar a la persona con situaciones matemáticas que promuevan su reflexión. El razonamiento que logre hacer el estudiante sobre cierta situación depende del tipo de preguntas que se le planteen, orientándolas al objetivo de que generen un nuevo conocimiento que se integre al conjunto de construcciones previas. Piaget y García mencionan que *“el desarrollo del conocimiento no se realiza por la agregación continua de nuevos conocimientos (...), sino por etapas que representan niveles cognoscitivos característicos; y en cada etapa hay una reorganización de los conocimientos adquiridos en la etapa anterior”* (Piaget; García, 2004, p.134).

La construcción de un concepto matemático está asociada con las estructuras previas de una persona y las ideas que pueda hacerse del objeto durante su experiencia con éste. A esto Piaget y García (2004) llaman **asimilación**. La asimilación también se puede entender como un mecanismo que permite apreciar al conocimiento matemático como una relación indisoluble entre el sujeto y el objeto. El objeto es el contenido al cual el sujeto le impone una forma extraída de sus estructuras anteriores, pero ajustadas al contenido, y modifica el esquema asimilador por medio de acomodaciones o las diferenciaciones en función del objeto que acaba de asimilar (Piaget; García, 2004). De esta manera, asimilar es equivalente a estructurar la construcción de nuevos esquemas en función de los precedentes o acomodaciones anteriores.

También Ausubel, junto con otras personas, comparte ese punto de vista; *"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría éste: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia"* (Ausubel; Novak; Hanesian, 1978, p.1).

Una persona construye su conocimiento matemático por medio de un proceso de abstracción (Dubinsky, 1991). Así, cuando una persona enfrenta una situación matemática debe recurrir a sus ideas sobre los conceptos involucrados en ella, haciendo una reconstrucción de su conocimiento como resultado de la reflexión sobre las condiciones del problema planteado. De esta manera puede reestructurar su conocimiento mediante una reorganización de las estructuras en un nivel más elevado, donde el nuevo conocimiento es asimilado.

En este sentido, las estructuras que una persona posee de manera previa determinarán su construcción del nuevo concepto. Por tanto, una meta clara dentro de este marco teórico es ayudar a los estudiantes a que construyan las estructuras apropiadas para cada nuevo concepto, estableciendo las conexiones adecuadas con las estructuras previas.

La evaluación

La palabra evaluación se asocia comúnmente con exámenes pruebas y grados que sirven para otorgar una calificación a alguien que cursa una materia determinada (e. sumativa). Más allá de este significado, la evaluación juega un papel determinante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que proporciona información a los profesores para tomar decisiones, planear y dirigir la enseñanza de mejor manera.

La evaluación puede considerarse como un proceso complejo e integral que valora, tanto cuantitativa como cualitativamente, todos los elementos involucrados en el aprendizaje de los estudiantes, tales como: objetivos, contenidos (conceptos, habilidades, actitudes), estrategias, materiales, componentes sociales y psicológicos, con la finalidad de que el estudiante regule, con apoyo del docente, su propio aprendizaje (Zorrilla, 2007).

Con el apoyo de la evaluación, se debe detectar las fallas del aprendizaje (también de la enseñanza) en el momento en que éstas se producen y facilitar el desarrollo del proceso de aquél. Se debe considerar que la evaluación no es un recurso para sancionar o castigar.

El propósito de la evaluación consiste en asegurar que el alumno comprenda, asimile y explique los fenómenos, habilidades o procesos más significativos de cada una de las áreas del conocimiento (ciencias, matemáticas, humanidades y tecnologías) (Zorrilla, 2007).

La evaluación también proporciona a los propios alumnos una manera organizada y clara de dar seguimiento a su desenvolvimiento en los cursos y las materias.

La evaluación al inicio del curso (Prueba Diagnóstico)

Es necesario que el docente realice una prueba diagnóstico al iniciar el curso. La Prueba Diagnóstico tiene la finalidad de detectar el grado en que los estudiantes cuentan con las herramientas necesarias para comprender mejor los temas correspondientes al semestre en cuestión. De esta forma se sabrá el nivel general del grupo y se podrá graduar el ritmo de la clase. Este examen debe de anunciarse desde el inicio del curso, explicando a los alumnos su sentido formativo.

Del mismo modo, el profesor debe de especificar las actividades que serán evaluadas, así como los criterios que utilizará para la acreditación de cada una de ellas y del curso en general. Las actividades de evaluación tienen que estar acordes con las que se han realizado durante el desarrollo de las sesiones. Por último, el profesor debe de especificar el momento en que se solicitarán o aplicarán las actividades de evaluación.

B. Adolescencia en México

Toda estrategia didáctica debe de estar informada hacia quienes va dirigida para obtener resultados satisfactorios.

Los alumnos que se incorporan al bachillerato tienen entre 14 y 16 años aproximadamente. Para el Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (United Nations Childrent´s Found) o Unicef, la adolescencia es un período de transición entre la infancia y la edad adulta y, por motivos de análisis, puede segmentarse en tres etapas: adolescencia temprana (de 10 a 13 años de edad), mediana (14-16) y tardía (17-19). Es una época muy importante en la vida debido a que las experiencias, conocimientos y aptitudes que se adquieren en ella tienen implicaciones importantes para las oportunidades del individuo en la edad adulta.

Existe, como base de todo este periodo, una circunstancia especial, que es la característica propia del proceso adolescente en sí, es decir, una situación que obliga al individuo a reformularse los conceptos que tiene acerca de sí mismo y que lo lleva a abandonar su autoimagen infantil y a proyectarse en su futuro. La etapa de la adolescencia también debe ser considerada como un proceso universal de cambio y de desprendimiento.

Por otro lado la Organización Mundial de la Salud (OMS), considera que en general los adolescentes forman un grupo sano. Sin embargo, muchos mueren de forma prematura debido a accidentes, suicidios, violencia, complicaciones relacionadas con el embarazo no deseado y enfermedades previsibles o tratables. Además, muchas enfermedades graves de la edad adulta comienzan en la adolescencia. Por ejemplo, el consumo de tabaco, las infecciones de transmisión sexual, entre ellas el VIH, y los malos hábitos alimenticios y de ejercicio, son causas de enfermedad o muerte prematura en fases posteriores de la vida.

Más información sobre la realidad de este sector de la población le ayudará al docente para tener un mejor acercamiento entre él y sus alumnos.

En México solamente 53% de la población menor de 19 años de edad asiste a la escuela; de los jóvenes de 10 años acude 95%, pero de los mayores de 15 años de edad únicamente 17%. Cuando los adolescentes cumplen 19 años de edad, han abandonado la escuela cerca del 89% de ellos.[10, 11]

[10] Consejo Nacional de Población. Situación de las y los jóvenes en México. Diagnóstico socio-demográfico. México, D.F.: CONAPO, 2002.
[11] Encuesta Nacional de Juventud 2000. Resultados Generales. México, D.F.: Secretaría de Educación Pública, Instituto Mexicano de la Juventud, agosto 2002.

Los problemas de salud mental se han incrementado drásticamente en las últimas décadas. Los niños y los adolescentes, entre otros, constituyen un grupo que vive en condiciones o circunstancias difíciles que los ponen en riesgo de ser afectados por algún trastorno mental. Se reporta que la depresión, los intentos suicidas y la ansiedad, se encuentran entre los trastornos más frecuentes. Asimismo, la falta de escolaridad ha desencadenado factores precipitantes de conductas antisociales.[12]

Las causas más importantes de mortalidad en adolescentes de 10 a 14 años de edad son los accidentes y los tumores, así como las enfermedades congénitas. Entre adolescentes de 15 a 19 años de edad, la muerte es igualmente por accidentes y violencias, tumores en menor cantidad y epilepsia. Entre causas accidentales y violentas figuran como principales componentes los accidentes de tránsito y el suicidio; entre los tumores, el linfoma y la leucemia. Estas causas cuentan con pocos recursos asignados para su tratamiento y, sin embargo, constituyen más del 80% de los casos de muerte que se pueden evitar.[13]

Conforme a la ENSANUT 2012 (Encuesta Nacional de Salud y Nutrición), de los adolescentes de 12 a 19 años que han iniciado su vida sexual, 14.7% de los hombres y 33.4% de las mujeres no utilizaron ningún método anticonceptivos en su primera relación sexual.

Además, 12 de cada 100 jóvenes que tuvieron un accidente de tránsito en 2012, estaban bajo los efectos del alcohol.

De acuerdo con las estadísticas de mortalidad, en 2011 fallecieron aproximadamente 38 mil jóvenes, lo que en términos porcentuales representa 6.4% de las defunciones totales. Cuando esto realmente no debería suceder si se promovieran más recursos de prevención.

---

[12] Consejo Nacional contra las Adicciones. Encuesta Nacional de Adicciones. México, D.F.: Secretaría de Salud, 2000.
[13] Omram Ar. The epidemiologic transition theory a preliminary. J Trop Pedriatr 1983; 29:305-316

De acuerdo a los datos de la ENVIPE (Encuesta Nacional de Victimización y Percepción Pública) los temas que preocupan más a la población joven son la inseguridad y el desempleo (56.4% y 51.7%, respectivamente).

Los adolescentes y jóvenes constituyen una fuente de riqueza invaluable y representan el desafío de los adultos en la actualidad. Es necesario brindarles las oportunidades que requieren para el desarrollo pleno de sus potencialidades.

Es importante que los docentes no desechen la invitación a ser agentes de prevención. Su colaboración puede ser por medio de la transmisión de datos, recomendaciones, observaciones; que le sean de ayuda al joven adolescente. Es cuestión de ética profesional pues bien a ello se les compromete, al menos en la UNAM, en la toma de protesta:
"Deberá recordar que la ciencia sin ética forma tiranos, que la ética sola hace fanáticos y que por lo tanto, como universitario, es su deber y su derecho combatir la ignorancia, la propia y la ajena, con dignidad y grandeza, fomentando la unidad entre los individuos y la libre expresión de las ideas, sin que por esto dimita de su responsabilidad moral ni abdique de su humanidad". Toma de Protesta. Universidad Nacional Autónoma de México.

Los procesos del pensamiento durante los años adolescentes

Los individuos en sus años adolescentes desarrollan una ventaja que no tienen los niños más pequeños, incluso los adolescentes más jóvenes.

El pensamiento operacional formal

Jean Piaget fue el primero en observar y describir los adelantos del razonamiento en los adolescentes. Él reconoció que los procesos cognitivos, no sólo el contenido de los pensamientos, cambian en forma significativa. Él denominó a este **estadio pensamiento operacional formal**, cuando el pensamiento ya no está limitado a las experiencias personales (como las operaciones concretas). El adolescente puede considerar los conceptos lógicos y las posibilidades que no se pueden observar (Inhelder; Piaget, 1958).

Piaget desarrolló muchos experimentos para explorar las etapas del desarrollo cognitivo. Él descubrió un adelanto súbito en el poder de razonamiento poco después de la pubertad. Parece que los adolescentes mejoran en la memoria y la estrategia, especialmente cuando colocan su mente en ello (Luciana y cols., 2005).

Pensamiento hipotético-deductivo

Un rasgo destacado del pensamiento adolescente es la capacidad para pensar en términos de posibilidades, no sólo de realidad. Los adolescentes "parten de soluciones posibles y avanzan hasta determinar cuál es la solución real" (Lutz; Sternberg, 1999, p.283). Consideran con total consentimiento que casi todo es posible. Nada es inevitable, e incluso lo imposible puede ser considerado (Falk; Wilkening, 1998).

Por lo tanto, los adolescentes son estimulados a participar en el **pensamiento hipotético**, razonando sobre proposiciones de *qué pasaría sí* que pueden no reflejar la realidad.

A diferencia de los niños, los adolescentes no aceptan las condiciones actuales sólo porque "así son las cosas". Ellos critican cómo son las cosas, precisamente a causa de su pensamiento hipotético. Ellos pueden imaginar cómo podrían ser las cosas, cómo serían y cómo deberían ser.

Al desarrollar la capacidad para pensar hipotéticamente, alrededor de los 14 años, los adolescentes adquieren la capacidad de **razonamiento deductivo**, el cual comienza con una idea o una premisa y utiliza luego pasos lógicos para extraer conclusiones específicas (Galotti, 2002; Keating, 2004). Por el contrario, el **razonamiento inductivo** predomina durante los años escolares a medida que los niños acumulan hechos y experiencias personales para ayudar a su pensamiento.

Metacognición: Pensar acerca del pensamiento

Una de las abstracciones que adquieren los adolescentes con las operaciones formales es la capacidad para pensar acerca de sus propios pensamientos.

Toman conciencia de sus procesos de pensamiento de una manera que no tienen los niños, y esto les permite supervisar y razonar sobre esos procesos. Esta capacidad para "pensar acerca del pensamiento", conocida como metacognición, permite a los adolescentes aprender y resolver mejor los problemas (Chalmers; Lawrence, 1993; Kuhn, 1999; Roeschl-Heils; Schneider; Van Kraayenoord, 2003; Rozencwajg, 2003).

Matemática emocional

La mujer y el hombre son seres sociales por naturaleza. La primera sociedad a la que se integran y pertenecen es la familia. Desde que nacen hasta que mueren se encuentran inmersos en la sociedad. Gracias a la forma en que se desarrollan en sociedad, son diferentes que los animales; ya que no reaccionan solamente por impulsos sino con una consciencia y un razonamiento acerca de sus propios actos que los conducen hacia el trato con quienes les rodean.

"La educación es cosa eminentemente social" (Durkheim, 2006, p.13).

La educación es una función social, las matemáticas son parte de la educación y una buena autoestima en los adolescentes, ayuda a desarrollarse socialmente.

En la actualidad aún hay profesores que no se preocupan por la autoestima de sus estudiantes. No toman en cuenta que este factor influye de manera determinante en el aprendizaje, en particular, de las matemáticas.

Los factores motivacionales juegan un papel muy importante: si el estudiante no tiene interés en el contenido que está aprendiendo, resultará casi imposible que modifique sus ideas al respecto del tema o materia.

Se necesita reformular el concepto de inteligencia también a partir de la afectividad. En las investigaciones sobre el aprendizaje, las funciones cognitivas fueron independizándose de los afectos, buscando una mayor eficacia. Hoy se tienen la emergencia de volver a integrar ambos aspectos (Gómez, 1995, 1997).

Las emociones juegan un papel significativo facilitador o debilitador del aprendizaje. Parte de lo que los docentes necesitan saber y ser capaces de hacer, es tener conocimiento del aprendiz. Tener conocimiento del desarrollo del alumno y cómo apoyar al crecimiento en los dominios cognitivo, social, físico y **emocional**, para interpretar las afirmaciones y las acciones de los alumnos y darle forma a experiencias productivas de aprendizaje.

El desarrollo de estudios sobre cómo son los procesos de aprendizaje de los estudiantes y sus implicaciones en la práctica institucional cada vez son más relevantes. En esta última década se ha puesto énfasis especial en poner de manifiesto el papel de los factores afectivos en el aprendizaje de las matemáticas (Gómez, 1995, 1997).

Existe un enorme caudal de afectividad en torno al quehacer matemático y que la toma de posición inicial respecto de las matemáticas es capaz de generar actitudes que perduran toda la vida.

Establecer una comunidad escolar sólida puede ayudar a mejorar los niveles de compromiso de los alumnos con la escuela y el aprendizaje. Profesores y directivos deben ser capaces de identificar aquellos estudiantes que muestran un compromiso débil, apoyándolos individualmente antes que esa falta de compromiso se consolide (PISA, 2012).

Ya que los alumnos que tienen creencias rígidas y negativas acerca de la matemática y su aprendizaje, normalmente son aprendices pasivos y, a la hora del aprendizaje, por la ansiedad acumulada (como se mencionó en el capítulo anterior), ponen más énfasis en la memoria que en la comprensión, lo cual es un obstáculo para un aprendizaje eficaz.

CAPÍTULO 3

PROPUESTA METODOLÓGICA

"La matemática ha constituido, tradicionalmente, la tortura de los escolares del mundo entero, y la humanidad ha tolerado esta tortura para sus hijos como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario; pero la enseñanza no debe ser una tortura, y no seríamos buenos profesores si no procuráramos, por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce, lo cual no significa ausencia de esfuerzo, sino, por el contrario, alumbramiento de estímulos y de esfuerzos deseados y eficaces."

Puig Adam, 1958

Objetivos

Objetivo General del trabajo global:

El objetivo de este trabajo es ofrecer una propuesta didáctica para ayudar a remediar un problema en la población estudiantil de la educación media superior.

Objetivo General de la propuesta didáctica:

Desarrollar la capacidad de reconocer y reformular problemas matemáticos en alumnos del primer año de bachillerato.

En materia se pretende que el estudiante tenga una participación activa en el estudio, comprensión y aplicación de los diferentes métodos y lenguajes matemáticos, enfocados al estudio y solución de fenómenos o problemas, así como en el descubrimiento de la utilidad de las Matemáticas para conocimiento de la realidad sirviéndose de los métodos propios de la disciplina y de sus procedimientos de formalización.

Objetivos Específicos:

1. Apoyar y acompañar al alumno para que comprenda el idioma matemático que se pide a su nivel y alcance exponer problemas en lenguaje común mediante una expresión algebraica para que posteriormente busque, intente y consiga resolver dicho problema.
2. Que el estudiante sea capaz de analizar, razonar y comunicarse de manera satisfactoria al plantear, resolver e interpretar problemas en diversas situaciones del mundo real.
3. Lograr que el alumno vaya desarrollando habilidades que va a poder aplicar y retroalimentar en el estudio y solución de problemas.
4. Que el estudiante ejercite y acreciente su capacidad de razonamiento lógico y desarrolle sus habilidades de abstracción, análisis e integración, así como su capacidad para desglosar y sistematizar ideas hasta llegar a la comprensión y solución de un problema, aspectos fundamentales en el aprendizaje y aplicación de los métodos matemáticos.
5. Al final se espera que con la práctica de esta guía el alumno sea capaz de realizar esta transición, común-algebraico, él solo y con fluidez.
6. Aprovechar el trabajo colectivo del aula.
7. Que el adolescente se reconozca constructor de su conocimiento, teniendo como guía al profesor. Y de esta manera logre crear problemas matemáticos, expresar ideas y plantear preguntas que contribuyan a su propio aprendizaje.

Propuesta (Tesis)

En este trabajo se sostiene que la resolución y reformulación de problemas es un camino eficaz para desarrollar competencias matemáticas ya que es capaz de activar las capacidades básicas del individuo.

Metodología

Organización del trabajo

El método consiste en una propuesta transversal que se sugiere ocupar a lo largo del primer semestre de bachillerato, Matemáticas I.

EL trabajo está planteado por etapas:

I. Esta etapa comprende dos fases:

a) Las bases en matemáticas son muy importantes. Varios adolescentes que salen de la secundaria y comienzan sus estudios en el nivel medio superior carecen del dominio necesario de las matemáticas para este ciclo escolar que inicia. Por lo anterior, se recomienda empezar el semestre con un examen diagnóstico y, posteriormente, resolverlo en clase. Proporcionar, sin temor a retrasar las clases sino con seguridad de que esto ayudará a que se avance con más fluidez, un pequeño curso en el que se les ofrezca a los estudiantes un espacio para reforzar sus conocimientos y llenar las lagunas mentales que ocasiona la ausencia de ejercicios matemáticos en las vacaciones.

b) Se considera también que al principio de la primera unidad se trabaje con algún material didáctico, este material debe, de alguna manera, llamar la atención de los adolescentes (objetos que le son familiares como tarjetas, fichas, tazos, etc.) que ayude a la comprensión de traducir situaciones del lenguaje común al lenguaje algebraico. Y tener alguna cercanía con un libro de matemáticas.

II. Posteriormente se busca plantear y resolver algunos problemas guiados y que ayuden a los alumnos a distinguir los datos y frases claves que son esenciales para expresar un problema en lenguaje común por medio de lenguaje algebraico. Dichos problemas se plantean en orden creciente según su grado de dificultad; es decir, de lo fácil a lo difícil, de lo sencillo a lo complejo (Zarzar, 1996). Al final se espera que con la práctica de esta guía los estudiantes sean capaces (Gardner, 2000) de realizar esta transición, común-algebraico, ellos solos y con fluidez. Para lo anterior también se considera aprovechar el trabajo colectivo del aula. Esta etapa es esencial ya que en ella el docente acompaña y guía a los alumnos en el proceso de resolver problemas; se debe poner especial cuidado para contestar dudas y preguntas de los estudiantes; para ello el profesor debe propiciar la confianza para que ellos planteen sus dificultades durante este importante proceso y pasar a la siguiente etapa.

III. Otra parte del trabajo consiste además en agrupar un banco de problemas sencillos para mostrar a los estudiantes cómo de eventos casuales y cotidianos se pueden plantear problemas que les sean familiares e interesantes para resolver.

IV. Pero además, en esta etapa, los alumnos se enfrentarán con el reto de formular sus propios problemas a partir de personajes o elementos de sus películas o canciones favoritas.

V. Por último, a lo largo del semestre, se recomienda empezar con un problema cada tema del programa; dicho problema debe estar relacionado con la clase del día. Luego los alumnos buscarán más problemas que se dejen como ejercicios y tareas para el grupo, así se sentirán protagonistas de su aprendizaje. De esta manera los estudiantes seguirán ejercitando la capacidad de reconocer y reformular problemas matemáticos.

Evaluación del aprendizaje

En esta propuesta se evaluará la capacidad de los estudiantes: i) en cuanto a relacionarse con el lenguaje algebraico, ii) su audacia por modelar los problemas que se le presenten mediante una ecuación, iii) su compromiso en la clase al entregar el trabajo y las tareas que se les solicitan, iv) su disposición y habilidad de trabajar en equipo, v) su capacidad por expresar ideas y conceptos matemáticos, vi) su ingenio por resolver problemas así como el mismo para argumentar la forma en que procedieron para relacionar la respuesta con el problema.

"Desde luego el aspecto fundamental de la evaluación educativa lo constituyen sus resultados, en términos de los aprendizajes conseguidos. En ese sentido, las pruebas estandarizadas de logro escolar constituyen un elemento valioso a considerar. Esta evaluación de sistema no sustituye la de corte formativo y sumativo que cotidianamente realizan los profesores en el aula. La evaluación del aprendizaje, en su dimensión sistémica, permitirá identificar las debilidades y fortalezas en el Sistema Nacional de Bachillerato." (RIEMS, 2008, p.92).

Figura III.1 Seguimiento general de la evaluación en la propuesta.

PLANEACIÓN DE LA PROPUESTA DIDACTICA

Conocimientos previos con los que cuenta el estudiante
Generalmente el alumno sabe usar y dar significado a los diversos algoritmos de las operaciones básicas a través del planteamiento de problemas, maneja adecuadamente la prioridad de las operaciones y cuenta con un enriquecido pensamiento aritmético. Específicamente: *En relación a la resolución de problemas, el alumno:* • Se inicia en el manejo de algunas estrategias de resolución de problemas, como son: utilizar diagramas, ejemplificar con casos especiales, explorar valores extremos, reducir el problema a otro más simple. • Utiliza algunas estrategias personales para resolver problemas de cálculo mental. • Distingue en problemas numéricos, la información relevante de la irrelevante; así como también, los elementos conocidos de los que se desean conocer. • Expresa en forma verbal la solución de problemas con números enteros y racionales, los términos en los que ésta se plantea y explica el proceso de cálculo utilizado para resolverlos. • Decide sobre las operaciones adecuadas — y su secuencia de ejecución— en la resolución de problemas numéricos. • Formula conjeturas sobre situaciones y problemas numéricos, mismos que comprueba mediante el uso de ejemplos y contraejemplos, método de ensayo y error, etcétera.

En cuanto al manejo de los números, el alumno:

- Utiliza la recta numérica y las propiedades de los números para calcular expresiones aritméticas.
- Establece el significado de las operaciones aritméticas fundamentales, utilizando distintas representaciones: material concreto, diagramas, gráficos y explicaciones verbales.
- Utiliza los algoritmos tradicionales de suma, resta, multiplicación y división con números enteros y racionales.
- Representa a los números racionales de diversas formas: fracción común, porcentajes, decimales y viceversa.
- Reconoce que las fracciones equivalentes tienen la misma expresión decimal.
- Compara números enteros y racionales mediante la ordenación y la representación gráfica.
- Utiliza las formas de representación de un porcentaje — decimal y racional— para realizar cálculos.
- Encuentra un número racional entre otros dos números racionales dados.
- Utiliza diversas estrategias para contar, estimar o calcular cantidades, teniendo en cuenta la precisión requerida y el error máximo permitido.
- Utiliza fracciones o decimales según convenga, para simplificar cálculos. Elige el corte o redondeo adecuado en el caso de manejar decimales.
- Utiliza la jerarquía y propiedades de las operaciones, las reglas de uso de los paréntesis y leyes de los signos para el cálculo de expresiones aritméticas con más de una operación.

Generalmente: A partir de la revisión de aspectos de la aritmética y de la noción de proporcionalidad, el alumno maneja la representación algebraica en el estudio de la variación, la idea de relación funcional, la graficación de funciones lineales, su registro tabular y su relación con los parámetros de $y = ax + b$.

Asignatura: Matemáticas I **Unidad: III. ECUACIONES LINEALES** (15 HORAS) **Propósitos Generales:** interesa que el alumno perciba la necesidad de contar con un camino más eficiente para resolver o representar cierto tipo de problemas o ejercicios que él ya ha considerado como análogos. Además de la traducción de un problema que se resuelve con una ecuación, es importante que comprenda la riqueza de la estrategia algebraica que le permite establecer relaciones entre cantidades conocidas y desconocidas. Más que la repetición interminable de ejercicios que aparentan responder a un desglose exhaustivo de casos, se pretende que analice la estructura básica de ellos y vea cómo pasar de una situación nueva a otra que ya conoce. Incrementar la capacidad del alumno para plantear problemas que conducen a ecuaciones lineales y su resolución por métodos algebraicos. Estudiar la noción de ecuación desde diversas perspectivas. Manejar su relación con las funciones lineales. Avanzar en el manejo del lenguaje algebraico.
Observación: El programa del CCH marca 15 horas. Para aplicar la secuencia frente a grupo dieron 10 horas; por lo tanto la propuesta está planeada para 10 horas. Cada docente la puede ajustar según las necesidades y realidades que se viven en cada grupo, como en este caso.

<table>
<tr><td colspan="3" align="center">ETAPA 1 FAMILIARIZACIÓN CON EL LENGUAJE ALGEBRÁICO (BÁSICO) 3 horas</td></tr>
<tr><td colspan="3">Objetivo: Resaltar la importancia del Álgebra. Invitar al alumno a considerar al álgebra como una herramienta útil y poderosa para resolver problemas. Descubrir que hay un origen histórico que la hizo surgir por alguna necesidad humana.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Aprendizajes:
• Confrontación con los conocimientos previos.
• Autoconocimiento y reflexión acerca del gusto por las matemáticas.
• Importancia del álgebra, su necesidad y breve contexto histórico.
• Familiarización con el lenguaje algebraico.</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Apertura</td></tr>
<tr><td align="center">Estrategias</td><td align="center">Material</td><td align="center">Tiempos</td></tr>
<tr><td>Presentación
Prueba Diagnóstico: Aplicar la prueba diagnóstico que se sugiere en este material. Pero si el docente lo prefiere puede usar otra u otro recurso. (1hr)
Gafetes: Para llamar a cada quien por su nombre, se les proporciona un gafete.
Conocer al grupo: Contestar por escrito, para entregar, con su nombre: “¿Me gustan las matemáticas? ¿Por qué?”. Brevemente compartir sus respuestas, se les pide que se pongan de pie uno por uno, que digan su nombre y sus respuestas. Entregar la hoja al docente.
Reglas del juego: Se les reparte a los alumnos las tres primeras hojas del material. En la primera hoja vienen las aclaraciones y reglas del juego, es decir los criterios en los que se pide que se rija el comportamiento y la actitud en la clase así como algunas aclaraciones.</td><td>Copias de la prueba diagnóstico

Gafetes</td><td>1 hora con 35 min</td></tr>
</table>

Esa hoja la lee el profesor. Es recomendable advertir que se trabaja por tiempos para que los alumnos no se confíen y demoren demasiado en realizar las actividades. (25 min) El docente debe ser muy específico en explicar brevemente las etapas y lo que se desea lograr. **Álgebra:** Se pasa a las hojas 2 y 3 que dice *Sesión 1.* Invitar a los alumnos para que apoyen con la lectura en voz alta. Al terminar, proporcionar la hoja 4 que lleva por título *EL PADRE DEL ALGEBRA.* Esta hoja no se lee en clase, se deja de tarea para que la revisen con calma, sólo se da una breve cápsula histórica en referencia a esto para resaltar la importancia del álgebra. Es recomendable escribir en el pizarrón algunas ideas o palabras claves (como álgebra, herramienta, necesidad, facilitar, problemas, historia, etc.) para hacer énfasis. (10 min)	Juego de copias para cada alumno	
Desarrollo		
Estrategias	**Material**	**Tiempos**
Gatos y perros: Pasar a la actividad 1 *Contemos gatos y perros*, hoja 5 del día. Los alumnos la resuelven de manera individual. Cuando el profesor note que pronto terminará la mayoría, empieza a leer en voz alta para que vayan contestando los estudiantes. Si hay dudas o algún error, entre los alumnos se encargarán de aclarar el asunto, para ello el maestro permite que los estudiantes expliquen. Entregar hoja con nombre. (15 min). **Revisión básica en operaciones algebraicas:** Aplicar la prueba, la hoja 6, para evaluar las habilidades matemáticas de los alumnos. Hacer lo que se pide de manera individual, anotar el nombre y entregar (10 min). Una vez que todos entregan la hoja, el profesor lo resuelve en el pizarrón y presta atención en las reacciones de los alumnos (10min).	Copias	75 min

Juego con las tarjetas: Se sugiere dar una introducción más o menos así: "A lo largo de nuestra trayectoria estudiantil hemos conocido varias expresiones algebraicas como $p = 2\pi r$ y $\sqrt[3]{84x}$; pero ¿cómo se leen? Y ¿por qué es importante manejarlo?, lo descubriremos más adelante. Mientras, empecemos por aclarar la potencia de un número cualquiera. La potencia es una forma abreviada de escribir un producto formado por varios factores iguales. Ejemplo $x^2 = x * x$ (de donde x es la base, el 2 es el exponente y juntos forman la potencia) ó $x^5 = x * x * x * x * x$. Escribamos su lectura en el pizarrón x^2 =el cuadrado de un número cualquiera x^3 =el cubo de un número cualquiera x^4 = la cuarta potencia de un número cualquiera Ahora escribamos el numeral multiplicativo $2x$ =el doble de un número cualquiera $3x$ =el triple de un número cualquiera Cuádruple (ó cuatro veces...), quíntuple (ó cinco veces...), séxtuple (ó seis veces...) ¡¡Hagámoslo más divertido!!" (10 min) Presentar las tarjetas, repartir los paquetes a cada alumno (ya deben de estar cortadas las hojas, en orden y separadas en paquetes para cada estudiante) y dar las indicaciones. La dinámica debe ser ágil, bajo reloj (dar indicaciones en 5 min). Antes de iniciar la actividad, el docente deberá leer las tarjetas necesarias para acompañar a los alumnos y ayudarles. Indicaciones: 1. En parejas, empezar a familiarizarse con las tarjetas pero sobre todo con el lenguaje.	Juego de tarjetas para cada integrante del salón	

Un alumno de la pareja selecciona una tarjeta arbitrariamente (primero las más pequeñas) y debe leerla en voz alta a su otro compañero; deja la tarjeta y ahora es el turno del otro. Así sucesivamente hasta que el profesor indique “¡Tiempo!” (5 min) 2. El alumno, con su misma pareja, va a trabajar ahora con ambas clases de tarjetas, las largas y las pequeñas. Seleccionará una larga y le introducirá una o varias pequeñas en los espacios que indica la larga y le pondrá a su compañero el reto de decir en voz alta la lectura. La expresión algebraica se va complicando. Después es el turno del otro alumno, su oportunidad de asignarle un reto. Y así continúan hasta que se acabe el tiempo. Los estudiantes deben ir anotando solamente la expresión algebraica que les da su pareja para que se lleve su respectiva lista a casa, repase y lo entregue completo por escrito la próxima clase. (10 min) 3. Por equipos pequeños (se recomienda que con cuatro integrantes). Cada equipo le dará un reto a otro equipo. En esta ocasión podrán escoger más de una tarjeta larga y hacer la combinación que deseen con las tarjetas pequeñas. Mientras, el pizarrón está dividido en el número total de equipos para que pase algún integrante y escriba la lectura de la expresión algebraica que les darán. Los equipos seleccionan su reto, se cuenta hasta 3, un miembro va y lo entrega al equipo indicado, regresa a su lugar y apoya a su equipo para traducir a lenguaje común lo que les dejaron. Cuando el equipo termine, el mismo integrante que entregó el reto, escribe en el espacio de pizarrón correspondiente la expresión algebraica y su traducción. Por último, el docente revisa en grupo y el que esté correcto gana (10 min).		

<table>
<tr><th colspan="3">Cierre</th></tr>
<tr><th>Estrategias</th><th>Material</th><th>Tiempos</th></tr>
<tr><td>Resumen de lo que se hizo en clase.
Gafetes: Pedir que se los entreguen al profesor.
Tarea del libro Álgebra de Baldor:
Leer y hacer un resumen en su libreta de la página 5 a la 9 hasta el punto número 10 (como recordatorio de los signos de operación, de relación y de agrupación en Álgebra). De la página 32 extraer lo que es un axioma. De la página 37 a la 39 se les solicita un resumen (la finalidad de estas últimas hojas es que el alumno repase algunas propiedades de la potencia de un número).
Y lo del punto 2 de la actividad de las tarjetas en parejas.</td><td></td><td>10 min</td></tr>
<tr><td colspan="3">Evaluación: Asistencia, participación y ejercicios que se entreguen.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Comentarios, Observaciones, Sugerencias: Se puede usar la analogía de la balanza en el manejo de la idea de la ecuación. Utilizar tazos, fichas y tarjetas para ejemplificar el equilibrio que se debe mantener al quitar o colocar elementos. Si de un lado de la balanza se quita una ficha, entonces del otro lado asimismo porque de lo contrario se desequilibra la balanza.
Señalar los errores que tuvo el estudiante en los ejercicios hechos en clase. Solicitar que entregue las correcciones la próxima clase. Esto le ayudará a no cometer los mismos errores porque está advertido que cuantas veces se equivoque será el número de veces que lo tengan que corregir.</td></tr>
</table>

El docente tratará de asegurarse de que el libro, de donde se pide la tarea, se encuentre en la biblioteca de la escuela. Con esto se tiene otra intención: que el alumno entre en su biblioteca y revise otros libros de matemáticas que considere le puedan ayudar más. El alumno debe sentirse en confianza, en un ambiente que propicie su protagonismo. Que se sepa valioso para avanzar en el aprendizaje. Por tal motivo es de suma importancia que se le llame por su nombre, que se le mire a los ojos y que se estudien sus reacciones en cada una de las etapas. **Bibliografía:** *El padre del Álgebra* por Lolita Brain. *Algebra* del Dr. Aurelio Baldor.
Valores y actitudes que se promueven: Respeto e interés al llamar a cada quien por su nombre. Escuchar. Hablar en público. Lectura. Reflexionar un poco sobre la historia. Participación, colaboración. Ayudar a otros. Atención. Buscar en la biblioteca. Abrir y leer un libro de matemáticas.

Material de la Etapa 1

MATEMÁTICAS I

PRUEBA DE DIAGNÓSTICO

Instrucciones: Lee cuidadosamente cada una de las cuestiones. Después realiza lo que se te pide.

Nombre:

Grupo:

1. Resuelve las siguientes expresiones algebraicas

a) $\frac{24b^2}{-4b} + (\qquad\qquad) = -6b - 3$

b) $4a(7a - 2a) =$

c) $(\qquad\qquad) + \frac{-24a^2}{6a} = 3a^2 - 4a^2$

2. ¿Son iguales? Contesta sí o no,

$$xx = 2x$$

3. Considera el segmento AB en el plano, y P un punto cualquiera fuera del segmento.

a) Si la longitud de P a A es el doble de la longitud de P a B ¿Qué ecuación corresponde a lo anterior?

b) Si ahora consideramos que P está en el segmento AB entonces ¿Cuál será la ecuación?

4. Bruno tenía 97 canicas y María tenía 11. Bruno le dio algunas de sus canicas a María de tal manera que Bruno terminó con el doble de canicas que ella. ¿Cuántas canicas le dio Bruno a María?

5. La suma de tres números consecutivos es 156. Hallar los números.

6. Mi edad más cinco años es el doble de la tuya ¿Cuántos años tengo?

7. Contesta y justifica. En un salón de clases se les pregunta a los alumnos cuántas patas tienen en total una gallina y siete “papilgradis”. Luis dice 44, Iván dice 72, Ana 65 y Javier 82. ¿Quién está en lo correcto y cuántas patas tiene un “papilgradis”? Ojo: no importa qué es un “papilgradis”, usa razonamientos lógicos para resolverlo.

8. Y por último, esto a qué es igual

$$a + a =$$

ACLARACIONES Y REGLAS DEL JUEGO

- Presentación
- Estaré frente a grupo 10 horas aproximadamente. Trabajaremos parte de la unidad de Ecuaciones lineales, resolución de problemas con ecuaciones lineales. El último día se dará el cierre y habrá evaluación (prueba y cuestionario).
- Tod@s junt@s desarrollaremos el tema del día.
- Solicito el apoyo de tod@s.
- Disposición para participar y aprender.
- Cualquier duda es bienvenida y si no la contestamos en clase, la investigamos para la próxima sesión.
- Cualquier persona tiene derecho y cierta obligación para aclarar las dudas que surjan.
- Hacer las tareas para reforzar los conocimientos, éstas se entregan por escrito a mano en hojas blancas, otras serán en la libreta.
- Nos llamaremos por nuestro nombre. Seremos respetuos@s entre tod@s ("trataré al otro como quiero que me trate")
- No llegar tarde.
- No comer durante la clase.
- No hay salidas al baño, por favor ir antes.
- Se entregarán gafetes al principio de la clase para recordar los nombres. Si alguien llega depués del reparto (esperemos que no pase) entrará y en silencio buscará su gafete. Los gafetes deben ser devueltos al final de la clase.
- Contaremos con el libro *Algebra* del Dr. Aurelio Baldor, publicaciones Cultural, como una herramienta de trabajo.

Objetivo: Resolver problemas

a) Familiarizar con el lenguaje algebraico
b) Reconocer y reformular problemas matemáticos

SESIÓN 1

ÁLGEBRA

Así como la Aritmética surgió de la necesidad que tenían los pueblos primitivos de medir el tiempo y de contar sus posesiones, el origen del Álgebra es muy posterior puesto que debieron transcurrir muchos siglos para que el hombre llegara al concepto abstracto de número que es el fundamento del Álgebra. El gran desarrollo experimentado por el Álgebra se debió sobre todo a los matemáticos árabes y, muy en particular, a Al-Jwarizmi (siglo IX d.C.), que sentó las bases del álgebra tal como la conocemos hoy en día.

El lenguaje algebraico

El lenguaje algebraico consta principalmente de las letras del alfabeto y algunos vocablos griegos. La principal función de lenguaje algebraico es estructurar un idioma que ayude a generalizar las diferentes operaciones que se desarrollan dentro de la aritmética, por ejemplo: si queremos sumar dos números cualesquiera basta con decir $a+b$; donde la letra a indique que es un número cualquiera de la numeración que conocemos, b de la misma manera que a significa un número cualquiera de la numeración.

También el lenguaje algebraico ayuda a mantener relaciones generales para razonamiento de problemas a los que se puede enfrentar cualquier ser humano en la vida cotidiana.

Para poder manejar el lenguaje algebraico es necesario comprender lo siguiente:

- Se usan todas las letras del alfabeto.
- Las primeras letras del alfabeto se determinan por regla general como constantes
- Por lo regular las letras x, y, z se utilizan como las incógnitas o variables de la función o expresión algebraica.

Operaciones con lenguaje algebraico

Aquí se presentan los siguientes ejemplos, son algunas de las situaciones más comunes que involucran los problemas de matemáticas con lenguaje algebraico; cualquier razonamiento extra o formulación de operaciones con este lenguaje se basa estrictamente en estas definiciones:

- un número cualquiera se puede denominar con cualquier letra del alfabeto, por ejemplo:

a = un número cualquiera

b = un número cualquiera

c = un número cualquiera

... y así sucesivamente con todos los datos del alfabeto.

- la suma de dos números cualesquiera

a+b = la suma de dos números cualesquiera

x+y = la suma de dos números cualesquiera

- la resta de dos números cualesquiera

a-b = la resta de dos números cualesquiera

m-n = la resta de dos números cualesquiera

- la suma de dos números cualesquiera menos otro número cualquiera

(b+c)-a =la suma de dos números cualesquiera menos otro número cualquiera

- el producto de dos números cualesquiera

ab = el producto de dos números cualesquiera

- el cociente de dos números cualesquiera (la división de dos números cualesquiera)

a/b= el cociente de dos números cualesquiera

1. Consultor Matemático. Álgebra. Lic. L Galdós

2. http://web.educastur.princast.es/ies/pravia/carpetas/recursos/mates/recursos_2005/textos/laminas/Brain%20Brain/pdf/El%20padre.pdf

EL PADRE DEL ÁLGEBRA

Si por alguna razón la matemática es conocida, si existe algún concepto matemático que goce de general conocimiento y respeto, ése es el de ecuación. El término en sí recoge tantas y tan distintas acepciones que han cambiado a lo largo de la Historia que resulta imposible poder englobar todo lo que se dice y se ha dicho sobre las ecuaciones en una sóla definición. En el origen de su tratamiento sistemático se haya una palabra mágica: el álgebra. Símbolo de generalidad y abstracción y por ello, de utilidad.

por Lolita Brain

Abu Ja'far Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi (hacia 780 - 850)

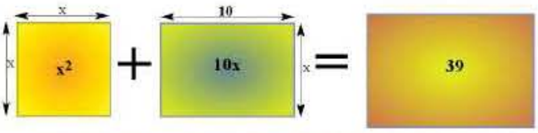
EL PADRE DEL ÁLGEBRA

El álgebra es el corazón de la matemática. Salpica todos sus rincones. En su origen, nace como respuesta a la necesidad de resolver ecuaciones sistematicamente. Es decir, cómo la búsqueda de mecanismos que permitan solucionar problemas que aparecen una y otra vez bajo la misma forma, y a los que se debe proporcionar idénticas procedimientos de resolución. Al-Khwarizmi fue un brillante astrónomo y bibliotecario de la Casa de la Sabiduria y del Observatorio Astronómico de Bagdad. Su brillantez reside en reconocer la similitud formal de múltiples fenómenos y dar solución común a ellos.

¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN?

La definición de ecuación puede ser tan simple como *una igualdad en la que algunos términos son desconocidos*. Resolver la ecuación significa por tanto, encontrar los valores de esos términos desconocidos. Sin embargo hay tantos tipos de ecuaciones que esta definición no basta, aunque es perfectamente válida para la época de Al-Khwarizmi. Desde tiempos de los babilonios, el hombre se planteó problemas cotidianos en los que debía encontrarse algún valor númerico . El álgebra aparece cuando esos problemas particulares se estudian con una visión generalista. Hasta bien entrado el siglo XVI, las ecuaciones tenían un significado geométrico heredado de los griegos.

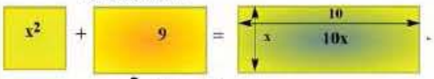
$$x^2 + 10\,x = 39$$



La ecuación anterior se interpreta geometricamete del siguiente modo: un cuadrado de lado desconocido, *x*, tiene una superficie que mide x^2. Un rectángulo que tuviera un lado como el del cuadrado, *x*, y el otro de 10 unidades tendría de área de 10x. Así pues las áreas de esas dos figuras debe resultar igual a 39. El problema es determinar el lado del cuadrado original.

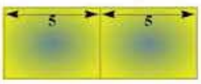
OTRO CASO

Al-Kwarizmi clasifica las ecuaciones de segundo grado en seis tipos distintos. Estudia cada caso de modo separado. Aunque nosotros no las catalogamos de igual forma, se hizo así hasta el siglo XVI.



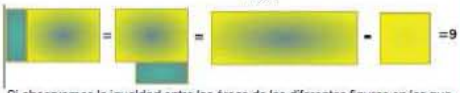
$$x^2 + 9 = 10\,x$$

Partimo de la versión geométrica de la ecuación, *distinta* de la anterior.



Dividimos el rectángulo *10x* en dos partes iguales.

Obtenemos de una mitad el cuadrado amarillo x^2. Formamos un cuadrado agregando el rectángulo azul y el cuadrado naranja a la otra mitad.

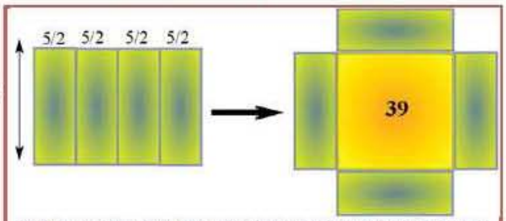


Si observamos la igualdad entre las áreas de las diferentes figuras en las que descompusimos el diagrama inicial, ya casi tenemos la solución.

Basta observar que el cuadrado naranja tiene de lado **5 -x** (5 menos el valor buscado). Es sencillo ver que x ha de valer 1.

LA SOLUCIÓN

Al-Kwarizmi utiliza hábiles métodos geometricos para encontrar la solución. Cada forma de ecuación requiere una técnica distinta para su solución. No se consideran las cantidades negativas. Recuerda que los negativos no llegarán hasta muy avanzado el siglo XVI



Dividimos el rectángulo en cuatro partes iguales manteniendo el lado de medida x. Se coloca alrededor del cuadrado cuyo lado desconocemos. La figura de la derecha debe tener por tanto un área de 39 unidades cuadradas (u^2).

PASO 2

Podemos completar la figura anterior con cuatro cuadrados de lado 5/2. Así podemos poner:

Cuadrado grande $= 39\,u^2 +$ 4 Cuadrados pequeños

Cuadrado pequeño $= (5/2) \times (5/2) = 25/4\,u^2$.

Cuadrado grande $= 39\,u^2 + 4 \times 25/4\,u^2 = 64\,u^2$

entonces ya hemos completado el cuadrado y

Lado cuadrado grande = 8 (8 x8 =64)

Lado cuadrado grande $= x + 5/2 + 5/2 = x + 5$.

Solución: $x = 3$

Al-jabr proviene de *jabr* que significa restaurar, insertar. Los médicos que reparaban los huesos se llamaban algebristas. En las ecuaciones se corresponde con lo que nostros denominamos *"pasar al otro miembro"*. Nuestra palabra algebra proviene de éste término.

$x^2 + 39 = 60$ **se convierte en** $x^2 = 60 - 39$ **aplicando al-jabr.**

Muqabala significa comparación y se relaciona con nuestra técnica de *"agrupar términos semejantes"*.

$x^2 + 7x + 2x = 60$ **se convierte en** $x^2 + 9x = 60$ **aplicando muqabala.**

AL-JABR Y AL-MUQABALA

في حساب الجبر والمقابلة

La principal obra de Al-Kwarizmi se titula **Al-Mujtasar fi hisab Al-jabr wa'l-Muqabala**. Ambos términos son de difícil traducción y corresponden a los dos mecanismos que utiliza el autor para resolver las ecuaciones, y que se corresponden con las técnicas que hoy utilizamos nosotros. En sus páginas se estudian las soluciones de los seis tipos distintos de ecuaciones de segundo grado que él consideró.

Página del texto de Al-Khwarizmi, ***Al-Mujtasar fi hisab Al-jabr wa'l-Muqabala***. Fue traducido al latín por Roberto de Chester en Toledo en 1145

ACTIVIDAD 1
“Contemos gatos y perros”

“Es frecuente que cuando estudiamos matemáticas nos deslicemos hacia otro mundo, un mundo de exquisita belleza y verdad. Esta incursión en otro plano de existencia mental puede ser tan adictiva que el viajante se olvida de los estímulos ordinarios y cotidianos”
Calvin C. Clawson
Misterios matemáticos

1. Dos gatos más cinco gatos menos tres gatos es igual a:

2. Diez perros menos cuatro perros es igual a:

Para los siguientes reacomoda de tal forma que te queden todos los gatos juntos y todos los perros juntos. Escribe todo, no sólo el resultado.

3. Veinte gatos más quince perros menos diez gatos menos dos perros más tres perros menos cinco gatos más dos perros menos tres gatos menos cuatro perros es igual a:

Es agotador escribir tanto ¿verdad? Qué te parece si simplificamos un poco de la siguiente manera: primero, cuando diga “gatos” o “gato” escribes “g” y en donde dice “perros” o “perro” anotas “p”. También usa los números y los signos de suma y resta. Después ordenas los términos y por último haces la cuenta.
4. Diez perros más dos gatos menos tres gatos menos siete perros más cuatro gatos más dos perros más un gato menos cinco perros menos cuatro gatos es igual a:

5. ¿Qué puedes concluir de éste ejercicio?

Ejercicio. Reducir lo siguiente:

1. $9a - 3a + 5a$

2. $-8x + 9x - x$

3. 12mn-23mn-5mn

4. $-5a^x + 9a^x - 35a^x$

5. $\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}y - y$

6. $7a - 9b + 6a - 4b$

7. $5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y$

8. $-a + b - c + 8 + 2a + 2b - 19 - 2c - 3a - 3 - 3b + 3c$

9. $\frac{3}{5}m^2 - 2mn + \frac{1}{10}m^2 - \frac{1}{3}mn + 2mn - 2m^2$

10. $0.3a + 0.4b + 0.5c - 0.6a - 0.7b - 0.9c + 3a - 3b - 3c$

Tarjetas

$\sqrt{x}$	$\sqrt[6]{x}$	$\dfrac{x}{7}$
$\dfrac{x}{3}$	$\dfrac{x}{5}$	$\dfrac{x}{y}$
$\dfrac{x}{4}$	$\dfrac{x}{2}$	$\dfrac{x}{6}$

$\sqrt[4]{x}$	$\sqrt[3]{x}$	$\sqrt[7]{x}$
$\sqrt[8]{x}$	$\sqrt[5]{x}$	x^2
x^3	x^4	x^5

x^6	x^7	x
$2x$	$3x$	$4x$
$5x$	$6x$	$x + y$

$x - y$	$(x)(y)$	xy

$(\quad) + (\quad)$
$(\quad) - (\quad)$
$(\quad)(\quad)$
$\dfrac{(\quad)}{(\quad)}$
$2(\quad)$

$3(\quad)$
$4(\quad)$
$5(\quad)$
$\frac{(\quad)}{2}$
$\frac{(\quad)}{3}$

$\frac{(\quad)}{4}$
$\frac{(\quad)}{5}$
$(\quad)^2$
$(\quad)^3$
$(\quad)^4$

$(\quad)^5$
$\sqrt{\quad}$
$\sqrt[3]{\quad}$
$\sqrt[4]{\quad}$
$\sqrt[5]{\quad}$

<table>
<tr><th colspan="3">ETAPA 2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GUIADOS 4 horas</th></tr>
<tr><td colspan="3">Objetivo: El alumno por medio de la técnica de observación, reflexión, guía e imitación aprenderá a organizar la información para llegar a la expresión algebraica que modela algún problema y resolverlo.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Aprendizajes:
• Se trabaja para expresar algebraicamente las situaciones problemáticas que se presentan usando el sentido analítico al relacionar las variables.
• Confrontar sus resultados con los otros y con la estimación previa.
• Expresarse en un lenguaje claro y preciso; citar el enunciado que se utiliza para argumentar; dominar el simbolismo matemático usual, el vocabulario y los aspectos necesarios para describir las etapas de un procedimiento o de la solución en general.
• Reforzar las estrategias y los conocimientos adquiridos.</td></tr>
<tr><th colspan="3">Apertura</th></tr>
<tr><th>Estrategias</th><th>Material</th><th>Tiempos</th></tr>
<tr><td>Pasar lista de asistencia
Gafetes: El maestro entregará personalmente los gafetes para que vaya nombrando a cada alumno por su nombre y como estrategia para ubicarlos.
Tareas: Solicitar la entrega
Entregar la hoja 6: El docente entregará la hoja 6 que los alumnos resolvieron de manera individual la clase pasada. Ellos anotarán en su libreta los reactivos en los que se equivocaron, los corregirán en casa y los entregarán la próxima clase. Devolver la hoja 6 al profesor. (15 min)</td><td>Gafetes</td><td>30 min</td></tr>
</table>

Como el profesor revisó y calificó estas hojas, pudo detectar el ejercicio en el que más alumnos se equivocaron. Si hubo algún estudiante que lo tuvo bien y está presente en la clase, se le pide que pase al pizarrón y les explique a sus compañeros cómo lo hizo. (5 min) **Recuerdo**: Recordar lo que se hizo la clase pasada en la etapa de "Familiarización con el lenguaje algebraico". Pedir que pasen dos alumnos al pizarrón y escriban uno de los retos que les dejó su compañero en la actividad por parejas de la clase pasada, el que más le haya gustado o el que más le haya causado dificultad (recordar que esto se les pidió que lo entregaran de tarea). Si no se atreven a pasar, que el maestro anote dos expresiones algebraicas y pase a dos alumnos a escribir cómo se leen. (10min)		
Desarrollo		
Estrategias	**Material**	**Tiempos**
Problemas guiados: El profesor debe recordarles e indicarles a los estudiantes en qué etapa están, de dónde vienen y hacia dónde se dirigen. Se entrega el nuevo material que consiste en un juego de 14 hojas (ver **Material de la Etapa 2**) Se les pide a los alumnos que empiecen a leer y resolver de manera individual la primera hoja (10min). Cuando el docente detecte que la mayoría está terminando o le falta poco, interviene para leer en voz alta y que los alumnos vayan contestando. Si hay dudas se les invita a expresarlas y si alguien del grupo gusta ayudar a resolverlas lo puede hacer (10 min). Pasar a la hoja 2. Resolver en parejas (10 min). Nuevamente el profesor interviene como se mencionó arriba (10 min). La hoja 3 (15 min).	Juego de copias para cada alumno	3hrs con 10min

Se recomienda que el trabajo de la hoja 4 lo dirija el profesor desde el principio (15 min). Para la hoja 5 se sugiere dar antes una observación de las características de los números pares consecutivos (5 min). Y luego todos juntos resolver la hoja (15min). Así sucesivamente se van resolviendo los problemas guiados. Si algún problema necesita información previa que ayude a su comprensión y solución, el docente se encarga de preverlo y atenderlo. Es válido, y muy recomendable, que algún alumno dirija un problema ante el grupo. Es posible que alguno(s) problema(s) se quede(n) de tarea. Procurar revisar los procedimientos y las respuestas de estas tareas en grupo. Terminar las hojas, hacer un repaso y aclarar todo tipo de duda.		
Cierre		
Estrategias	**Material**	**Tiempos**
Resumen y Reflexión: Preguntar al grupo ¿Qué se ha hecho? ¿Cuál es el objetivo? **Tarea** (Entregar la hoja 6): El docente entregará la hoja 6 de la Etapa 1 que resolvieron de manera individual la clase pasada. La finalidad es que los alumnos anoten los reactivos en los que se equivocaron, los corrijan y los entreguen la próxima clase. **Tarea de repaso:** seis ejercicios para escribir la expresión algebraica que describe la oración y encontrar lo que se pide. Cinco son del libro *Álgebra* de Baldor correspondientes a las páginas 26 y 27 (y son el 2, 3, 4, 13 y 15. El ejercicio 6 es el siguiente, no se encuentra en el libro: “En mi casa tengo dos archivadores en cada una de las dos habitaciones. Cada archivador tiene dos cajones y en cada cajón puedo guardar dos cajas. ¿Cuántas cajas puedo guardar en total?”) **Gafetes:** Solicitar que los devuelvan.		20 min

Evaluación: Asistencia, participación, trabajo en clase, tareas, realizar el trabajo en el material.
Comentarios, Observaciones, Sugerencias: Se sugiere insistir en la entrega de tareas. Se proponen estos quehaceres para reforzar y entrenar y, sobre todo, para que el profesor detecte qué es lo que se le dificulta al alumno. Monitorear las reacciones de los estudiantes. Si se perciben gestos de dudas o confusión acercarse y propiciar la confianza para que expongan las dificultades que existan.
Valores y actitudes que se promueven: Respeto e interés al llamar a cada quien por su nombre. Escuchar. Hablar en público. Participación, colaboración. Ayudar a otros. Atención. Buscar en la biblioteca. Abrir y leer un libro de matemáticas.

Material de la Etapa 2

EXPLORACIÓN NUMÉRICA.

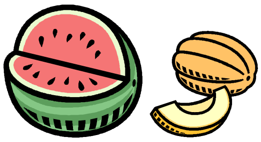
Luis compró sandías a $6 el kilo y melones a $4 el kilo, por un valor total de $100. ¿Cuántos kilos compró de cada fruta?

a) Una opción de compra puede ser

10 * 6	+ 10 * 4	= $60	+ $40	= $100
kilos de sandía	kilos de melón	costo de la sandía	costo del melón	pago total

b) Si sabemos que compró 21 kilos por un total de $100, ¿cuántos kilos de cada fruta compró?

Supongamos que compró



11 K. de sandía de $6 el kilo = $ 66
+
☐ K. de melón de $4 el kilo = $____
21 K. de fruta $

¿El pago, por esta opción de compra, es igual a los $100? ______
si / no

Probemos otras opciones de compra:

Sandía $6 el K.	Melón $4 el K	Total
7	**14**	6*7 + 4*14 =$ _____
12	**9**	
	8	
8		

¿Cuál de las opciones anteriores da respuesta a la pregunta?
_______ kilos de sandía y ______ kilos de melón

El procedimiento anterior puede resumirse en la siguiente expresión algebraica, donde la ***x*** representa uno de los valores desconocidos y ***21 – x*** el otro valor.

x	***21-x***	$6 * x + 4 * (21 - x) = 100$

Intenta resolver la ecuación.

Luis y Pedro entrenan para un maratón. Luis sale a 8:00 hrs. a una velocidad de 8 kph. Una hora después, Pedro sale en la misma dirección a una velocidad de 10 kph. ¿Cuánto tiempo tarda Pedro en alcanzar a Luis?

a) Probemos con 4 horas. (Recordemos que d = v * t)

Luis habrá recorrido 4 * 8 = ____ km

Pedro habrá recorrido 3 * 10 = ____ km

¿Han recorrido la misma distancia? _____
si / no

Completa la tabla y analiza las distancias recorridas por cada corredor a partir del momento de su salida.

Tiempo	Luis	Pedro
1	1 * 8 = 8	0 * 10 = 0
2	2 * 8 = ___	1 * 10 = ___
3		
4		
5		

¿En cuánto tiempo Pedro alcanza a Luis? ____horas. En este momento las distancias recorridas por ambos **son iguales**. ¿Cuál es la distancia? _____

Una expresión algebraica que permite simplificar el procedimiento anterior, es:

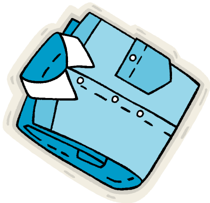
Recorrido de Luis ***igual*** recorrido de Pedro

$$8x = 10\,(x-1)$$

Resuelve la ecuación.

En la tienda “Vista Elegante” se ofrecen camisas con el 30% de descuento, Luis pagó por una $196. ¿Cuál es el precio original de la camisa?

Supongamos que la camisa costó $200:



El 30% de descuento es 0.30*200 = $60, $200 - $60 = $140

P. original descuento Pago de la camisa

¿El pago por esta opción corresponde a lo que pagó Luis? _____

si / no

Probemos otras opciones de precio:

Opción de precio	Descuento	Precio - descuento
$500	0.30*500 = $150	$500 - $150 = $350
$400		
$300		
$200		

¿De la tabla anterior se conoce el precio original de la camisa que compró Luis? ____

si / no

Si no es así, prueba con otros valores:

Opción de precio	Descuento	Precio – descuento
		= $196

El modelo que resume el procedimiento anterior es:

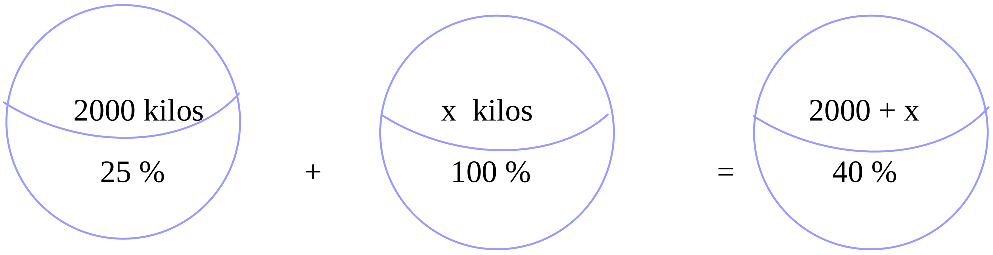
$$x - 0.30\,x = 196$$

donde x es el precio de la camisa.

Resuelve la ecuación:

Para la construcción de una casa se requiere una mezcla de concreto que tenga el 40% de arena. Se dispone de dos toneladas con un 25% de arena. ¿Qué cantidad de arena deben añadirse a las dos toneladas para obtener una mezcla con el 40% de arena?

1000 kilos = 1 tonelada



.25*2000=500 arena + x kilos de arena = .40 (2000 + x)

Kilos de arena que se agregan a la mezcla original	Arena en la nueva mezcla (0.25*2000 = 500) 500 + lo que se agrega	Arena en la mezcla final 0.40 (2000 + lo que se agrega)
100	500 + 100 = 600	0.40(2100) = 840
200		
300		
500		
x	$500 + x = 0.40(2000 + x)$	

¿Para qué cantidad de kilos de arena las dos últimas columnas tienen resultados iguales?

____

Si agregamos _______ kilos de arena a las dos toneladas originales la nueva mezcla tendrá el 40% de arena.

Intenta resolver la ecuación del último renglón de la tabla.

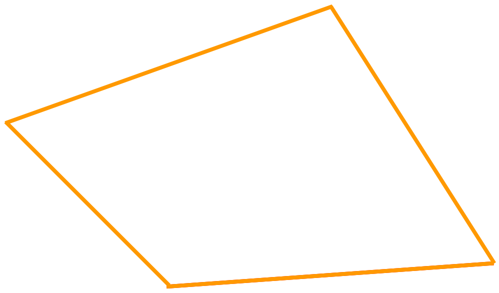
Al inicio

$$2000\begin{cases} .75*2000=1500 \text{ cemento} \\ .25*2000=500 \text{ arena} \end{cases}$$

Al final

$$2500\begin{cases} .60*2500=1500 \text{ cemento} \\ .40*2500=1000 \text{ arena} \end{cases}$$

Las longitudes de los lados de un cuadrilátero son pares consecutivos y su perímetro es de 340 m. Determina la longitud de los lados.



Entendiendo el problema. Lee con cuidado el texto para identificar la o las incógnitas y los datos que se dan.

a) *Identificando las incógnitas* Sea x la longitud del lado menor del cuadrilátero, los otros tres lados son:

________________ El siguiente par consecutivo

________________ El siguiente par consecutivo

________________ El siguiente par consecutivo

b) *Los datos* son: El perímetro del cuadrilátero mide ________________

El perímetro de un polígono se encuentra ________________ los lados.

c) *Modelando la situación* Escribe una ecuación que exprese la relación entre los datos.

d) *Resolviendo la ecuación*

e) *Interpreta la solución*

f) Verificando la respuesta

TRADUCIENDO DEL LENGUAJE COMÚN AL ALGEBRAICO

El siguiente de 17 ____________ El consecutivo de 99 es ____________

El siguiente de x es ____________ El consecutivo de y es ____________

Escribe los 3 números consecutivos de 56: ________ , ________ , ________

Escribe los 3 números siguientes de r: ________ , ________ , ________

Escribe un modelo algebraico para el siguiente texto:

La suma de dos números impares consecutivos es 20

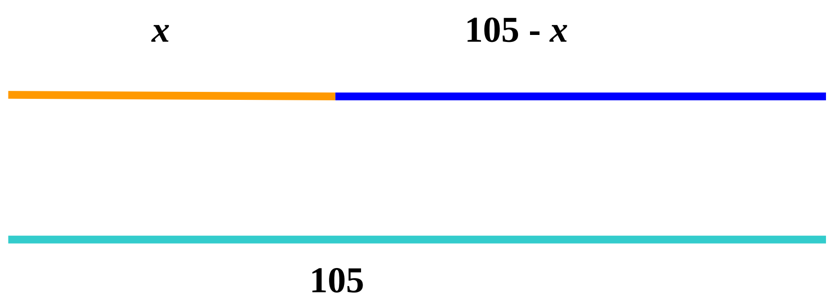
Primer impar ________

Segundo impar ________

La suma es ________

Modelo

Dividir el 105 en dos partes, tales que la mayor exceda a la menor en 25.



Analiza el problema dando opciones

104	103				x
1		20	100	45	$105 - x$
105	105	105	105	105	105

Alguna de las opciones que suman 105 tiene una diferencia de 25

si / no

El procedimiento anterior puede ser muy largo, para simplificar es conveniente simbolizar y tomar en cuenta el resto del problema.

El número mayor	$105 - x$
El número menor	x

La frase "El número mayor excede al menor en 25" la usaremos para construir el modelo.

$$\underbrace{105 - x}_{\text{el mayor}} \;-\; \underbrace{x}_{\text{el menor}} \;=\; 25$$

Resuelve la ecuación

Respuesta en español

Verificación

TRADUCE A LENGUAJE ALGEBRAICO:

Tenía $87 y gasté cierta cantidad x, ¿cuánto me quedó?

De cierta cantidad x gasté $87, ¿cuánto me quedó?

El ancho de un rectángulo es dos unidades menor que su largo. ¿Si la longitud del largo es r, cuánto mide el ancho?

De dos toneladas de una mezcla se tomó cierta cantidad r, ¿cuánto quedó?

Hay dos niños menos que cierta cantidad q de adultos, ¿cuántos niños hay?

Pablo hizo un viaje redondo a la cima de una montaña en cinco horas. ¿Si la subida la hizo en t horas, cuánto tardó de regreso?

Para una reunión de amigos, Rosita compra en la cafetería dos cafés más que refrescos, cuatro tortas menos que cafés y el doble de sándwiches que de refrescos. En total compró 30 cosas, ¿cuánto compró de casa cosa?

Identificando incógnitas y simbolizando

_______________ Número de cafés

_______________ Número de refrescos

_______________ Número de sándwiches

_______________ Número de tortas

Reconociendo datos

En total compró 30 cosas, dos cafés más que refrescos, cuatro tortas menos que cafés y el doble de sándwiches que de refrescos.

Modelando la ecuación

Resuelve la ecuación

Respuesta en español

Compró: __________ tortas, __________ cafés,

__________ sándwiches, __________ refrescos.

Verificando

SIMBOLIZANDO CON LENGUAJE ALGEBRAICO **(+, -, *, /)**

María compró limones, naranjas, aguacates y jitomates. Pidió 3 kilos más de limones que de jitomates, el triple de aguacates que de naranjas y dos kilos menos de naranjas que de jitomates. ¿Si en total compró 25 kilos, cuánto compró de cada uno?

__________ Limones

__________ Naranjas

__________ Aguacates

__________ Jitomates

Modelo

Traduce a lenguaje algebraico:

Uno más que el doble de un número ____________________

Tres menos que la mitad de un número ____________________

Un tercio de la suma de dos números consecutivos ____________________

EDADES

Eduardo tiene la tercera parte de la edad de su padre, dentro de 9 años su papá tendrá el doble que él. ¿Qué edad tienen Eduardo y su papá?

Opciones:

Edad de Eduardo	Edad de su papá	Edad de Eduardo dentro de 9 años	Edad de su papá dentro de 9 años
14	42	23	51
16			
	33		
		28	

Intenta con lenguaje algebraico.

Simboliza las incógnitas:

Sea _____ la edad de Eduardo
_____ la edad de su padre

	Edades actuales	Edades dentro de 9 años
Eduardo	x	$x + 9$
Papá	$3x$	$3x + 9$

Reconociendo datos:

Dentro de 9 años el papá tendrá el doble de la edad de su hijo

Modelo Algebraico:

$$\underbrace{3x + 9}_{\text{Edad del padre}} = 2\underbrace{(x + 9)}_{\text{Edad del hijo}}$$

Resuelve la ecuación:

Interpretación de la respuesta:

La edad actual de Eduardo es _____ años

La edad actual de su papá es _____ años

Comprobación:

Las edades actuales son ___ y ____, ___ es la tercera parte de ____.

Dentro de 9 años tendrán: ___ y ____, ____ es el doble de ____.

TRADUCIENDO AL LENGUAJE ALGEBRAICO

Cecilia tiene el triple de la edad de su sobrina Adriana, dentro de 12 años tendrá sólo el doble. ¿Cuáles son sus edades actuales?

Incógnitas:

_______ Edad de Adriana

_______ Edad de Cecilia

	Edades actuales	Edades dentro de 12 años
Adriana		
Cecilia		

Datos: Dentro de doce años Cecilia tendrá el doble de la edad que tenga Adriana en ese momento.

Modelo Algebraico:

Juan tiene 35 años y Luis tiene 11. ¿Dentro de cuántos años Juan tendrá el triple de la edad de Luis?

Incógnita:

Sea ____ los años que faltan para que Juan tenga el triple de la edad de Luis.

Reconociendo datos

La edad actual de Juan es ____ años
La edad actual de Luis es ____ años

	Edades actuales	Edades dentro de x años
Juan	***35***	***35*** + x
Luis	***11***	***11*** + x

Dentro de x años la edad de Juan será el triple de la edad de Luis:

Modelo Algebraico

Resuelve la ecuación

Interpretación de la respuesta:

Dentro de ____ años, la edad de Juan será el triple de la edad de Luis.

Comprobación:

Ahora tienen ___ y ___ , dentro de ___ años tendrán ____ y ____

____ es el triple de ____.

RESUELVE CON LENGUAJE ALGEBRAICO

- Dulce tiene 36 años y su hija 10 años. ¿Dentro de cuántos años Dulce tendrá el doble de su hija?

Incógnita:

Sea ____ el número de años requeridos

Datos:

Dulce tiene ___ años y
su hija ____ años

Modelo Algebraico

- Un padre tiene 41 años y su hijo 8. ¿Dentro de cuántos años el padre tendrá el cuádruplo de la edad de su hijo?

Escoge el modelo algebraico que representa el problema

4 (41 + x) = 8 + x

(41 + X) = ¼ (8 + x)

41 + x = 4 * 8

¼ (41 + x) = (8 + x)

Modelo Algebraico

<table>
<tr><th colspan="3">ETAPA 3 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS (SIN GUIA) 1 hora</th></tr>
<tr><td colspan="3">Objetivo: Ahora el alumno será capaz de modelar problemas en lenguaje común mediante una expresión algebraica y resolverla para encontrar la solución al problema. Lo anterior lo realizará sin seguir un patrón que le indique cómo reconocer y ordenar la información.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Aprendizajes:
Metacognición.
Utilizar esquemas, dibujos, tablas y gráficos cuando se requieran.
Estimar resultados y verificar su plausibilidad.
Disgregar un problema, convertir un enunciado en una expresión matemática.
Presentar estrategias que conducen a una solución.
Se trabaja para proponer soluciones a situaciones diversas donde se aplican ecuaciones lineales con coeficientes enteros o fraccionarios.</td></tr>
<tr><th colspan="3">Apertura</th></tr>
<tr><th>Estrategias</th><th>Material</th><th>Tiempos</th></tr>
<tr><td>Pasar lista de asistencia
Gafetes: El maestro entregará personalmente los gafetes para que vaya nombrando a cada alumno por su nombre. El gafete se ofrece diciendo el nombre y procurando mirar al estudiante que le corresponda.
Tareas: Solicitar la entrega.</td><td>Gafetes</td><td>10 min</td></tr>
</table>

Breve Repaso: Hacer un resumen, con el apoyo de los adolescentes, de lo que se ha hecho y replantear hacía dónde se pretende llegar. Hacer algún ejercicio de la etapa 1, si se considera oportuno.		
Desarrollo		
Estrategias	**Material**	**Tiempos**
Se proporciona un banco de problemas de diversos temas. Los alumnos escogen algunos y se dedicaran a resolverlos en parejas. Ambos argumentarán, ordenarán la información, llegarán a la expresión algebraica que modele el problema, pero sin guía, y darán la solución. El profesor se pasea por el salón velando el avance y amparando con pistas a los estudiantes, con mucho cuidado de no intervenir demasiado. Posteriormente, cada alumno escoge otros problemas y esta vez los resuelve solo. Quizás haya tiempo para que algunos estudiantes pasen al pizarrón a explicar lo que están haciendo. Entregarán lo que hicieron y en una de sus hojas se les pide que anoten su película y canción favoritas.	Copias con el banco de problemas de diferentes contextos (Anexo 16)	40 min
Cierre		
Estrategias	**Material**	**Tiempos**
Reflexión: Preguntar a los alumnos ¿Qué se ha hecho? ¿Cuál es el objetivo? **Tarea:** Elaborar un problema con los personajes, objetos o lo que sea pero que tenga que ver con su película favorita y otro con su canción favorita. Escribir esos dos problemas en una hoja resueltos y en otra sin resolver pero con las preguntas oportunas que consideren esenciales para		10 min

solucionar el problema. En caso de que no se les ocurra con los personajes, puede ser un problema que se les haya presentado en su vida cotidiana. **Tarea de repaso:** Ejercicios de las etapas anteriores y unos problemas de esta etapa.		
Evaluación: Asistencia, participación, trabajo en clase, tareas, exposición de uno de los problemas.		
Comentarios, Observaciones, Sugerencias: No dejar de insistir con la entrega, revisión y corrección de las tareas. Seguir monitoreando las reacciones de los alumnos al trabajar sin el material de guía. Por otro lado, ya que Santos Trigo comenta que seguir el método de Polya se puede volver metódico, de alguna manera, *"...Frecuentemente, el proceso de seguir el modelo de Polya se volvía rígido y rutinario para el estudiante. Muchas veces era obligatorio a seguir las fases aun cuando podía resolver el problema inmediatamente.*" (Santos Trigo, L., 1997, pág. 61) se propone que esta etapa sea abierta para la creatividad del alumno. Ya no hay guía por escrito que seguir sino que los estudiantes se enfrentan al problema y lo resuelven con lo que recuerdan o con lo que se les ocurra. El profesor debe invitar a obtener la expresión algebraica que describa la situación pero con cuidado de no interferir demasiado en la iniciativa, intento y esfuerzo de sus alumnos. Pedirles a los alumnos que siempre justifiquen su procedimiento y resultado. **Bibliografía:** *Calendario Matemático 2012. Un reto diario*.		
Valores y actitudes que se promueven: Respeto e interés al llamar a cada quien por su nombre. Escuchar. Hablar en público. Participación, colaboración. Ayudar a otros. Atención. Exponer. Argumentar. Justificar. Confianza. Amistad.		

<table>
<tr><td colspan="3" align="center">ETAPA 4 PROBLEMAS FAVORITOS. INVENCIÓN 2 horas</td></tr>
<tr><td colspan="3">Objetivo: Por medio de la formulación de problemas se desarrollan otras capacidades como la creatividad, el ingenio, la exploración además de la comprensión y manejo de conceptos matemáticos. En esta etapa el alumno explotará esas habilidades para elaborar sus propios problemas, plantear preguntas y dar solución a los que se le presenten durante la etapa, los cuales serán propuestos por sus propios compañeros.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Aprendizajes:
Comunicar ideas en un contexto matemático.
Plantear una situación en términos de conceptos matemáticos (tamaño, figura, medida, operaciones sobre números).
Exponer y comparar sus propios argumentos y métodos.</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Apertura</td></tr>
<tr><td align="center">Estrategias</td><td align="center">Material</td><td align="center">Tiempos</td></tr>
<tr><td>Pasar lista: El docente ya no maneja los gafetes. Se espera que ubique a cada alumno por su nombre. Tomará la asistencia con la vista y la anotará en su lista.
Tareas: No hay que desistir en la entrega de estas. En caso de haber tareas atrasadas y los alumnos tienen intención de entregar aún, se aconseja que se les acepte.</td><td></td><td>10 min</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Desarrollo</td></tr>
<tr><td align="center">Estrategias</td><td align="center">Material</td><td align="center">Tiempos</td></tr>
<tr><td>Experiencia: Solicitar a los estudiantes que presenten su tarea anterior, la cual consiste en que elaboraran un problema donde estuvieran involucrados algunos personajes u objetos que</td><td></td><td></td></tr>
</table>

pertenecen a sus películas y canciones favoritas. Invitar a los alumnos a que brevemente expresen su experiencia para elaborar dicha encomienda. **Consejo:** En caso de que gran parte del grupo no haya cumplido con esta importante tarea, se sugiere, que lo realicen en clase. **Trabajo en parejas:** Se pide que con su compañero compartan uno de sus problemas, la hoja en la que lo escribieron sin el desarrollo de la solución, para que lo resuelva. Será recíproco, al mismo tiempo estarán resolviendo el problema que les proporcionó su pareja. En caso de surgir dudas o dificultades, el autor del problema le dará pistas o ayudará a resolverlo pero sin darle la ecuación ni el resultado. Mientras, el profesor revisará algunos de los problemas que no estén ocupando y seleccionará uno o dos de los más interesantes. Al terminar la actividad en parejas, se hace un sondeo de la situación. Que los alumnos expongan su experiencia, se platican las dificultades, la manera en que superaron los obstáculos y que manifiesten su sentir ante la labor. Posteriormente, se pide que pase la persona que elaboró uno de los problemas interesantes para que platique cómo se le ocurrió y dirija al grupo por medio de preguntas para llegar a la solución. El otro problema de los seleccionados será para que lo resuelvan de manera individual pero se invita a que se manifiesten en voz alta las dudas que surjan y que las contesten en grupo.	Problemas elaborados por los mismos alumnos	35 min

<table>
<tr><th colspan="3">Cierre</th></tr>
<tr><th>Estrategias</th><th>Material</th><th>Tiempos</th></tr>
<tr><td>Se aplica la prueba final bajo la advertencia de que no se responderá a ninguna pregunta relacionada con la estrategia para resolver lo que se pide.</td><td>Copias de la prueba final</td><td>1 hora.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Evaluación: A parte de la participación en clase, entrega de tareas y colaboración en grupo, en esta etapa hay un peso muy significativo en la prueba final. No se recomienda castigar de sobremanera los errores de cálculo que puedan surgir; sí corregir pero no sancionar hasta tal grado que les afecte demasiado a los estudiantes en la calificación.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Comentarios, Observaciones, Sugerencias: Se considera una hora para desarrollar las actividades de los problemas favoritos y una hora para la prueba final.
Restan 15 minutos aproximadamente para dar indicaciones y aclaraciones.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Valores y actitudes que se promueven: Respeto e interés al llamar a cada quien por su nombre. Escuchar. Hablar en público. Participación, colaboración. Ayudar a otros. Atención. Exponer. Argumentar. Creatividad. Confianza. Amistad. Trabajo en grupo. Tolerancia.</td></tr>
</table>

Examen

Matemáticas I

Resolución de problemas con ecuaciones lineales

Nombre:

Grupo:

Fecha:

Lee con ATENCIÓN y resuelve lo que se te pide.

1. Esto ¿a qué es igual?

$$x \cdot x =$$

2. Traduce al lenguaje algebraico.

La suma del doble de un número cualquiera y la raíz cúbica de otro número cualquiera.

3. Traduce del lenguaje algebraico al lenguaje común.

$4(x/3)^5$

4. Resuelve los siguientes problemas (no olvides plantear bien tu modelo algebraico):

a) La suma de dos pares consecutivos es 194. Encontrar esos números.

b) La edad de mi tía es el cuádruple de la edad de su hija. Dentro de nueve años, la edad de mi tía será solamente el triple de la edad de su hija. ¿Cuáles son las edades actuales de mi tía y de su hija?

c) En una librería han vendido 20 libros a dos precios distintos: unos a $800 y otros a $1,200. Con esta venta han obtenido $19,200. ¿Cuántos libros han vendido de cada precio?

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

> ***"La educación es la acción ejercida por las generaciones adultas sobre las que todavía no están maduras para la vida social. Tiene por objeto suscitar y desarrollar, en el niño, un cierto número de estados físicos, intelectuales y morales, que le exigen la sociedad política en su conjunto y el medio especial al que está particularmente destinado."***
>
> **Durkheim, 2006.**

En este último capítulo se localizan los resultados de la aplicación de la propuesta en un grupo de primer año de bachillerato así como el informe y las conclusiones.

Informe de la intervención

Grupo Piloto

El grupo piloto también conocido como *grupo control*, *de prueba* o *de intervención.* Es el grupo al cual se le imparte y evalúa la propuesta didáctica en un curso teórico-práctico de algún tema de la asignatura del campo de conocimiento correspondiente, en un plantel de una Institución Pública de Educación Media Superior. (MADEMS)

Grupo Testigo

El grupo testigo o *grupo de comparación*. Es el grupo que se ocupa solamente para hacer comparaciones con el grupo piloto. Se caracteriza por encontrarse, de alguna manera, en las mismas condiciones del grupo piloto (escuela, turno, número de alumnos, semestre) a excepción de la propuesta, pues el testigo estaría llevando a cabo el mismo tema pero con alguna estrategia diferente.

La secuencia didáctica se llevó a cabo en dos grupos de una dependencia de la Universidad Autónoma de México (UNAM), el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH), plantel Sur. Uno de los grupos piloto se trataba de un curso para recursadores, es decir, alumnos que reprobaron Matemáticas I. El otro consistió de estudiantes de primer ingreso a bachillerato. A pesar de que hubo mejores resultados en el primer grupo, en este reporte sólo se tomó en cuenta el producto que arrojó el segundo grupo.

Descripción general del Grupo Piloto:

Grupo 154-A, asignado en el turno vespertino. Veintitrés adolescentes entre 14 y 16 años de edad. Muy alegres pero bastante inquietos y curiosos. Frecuentemente faltaban a clases y había poco compromiso por entregar tareas. Por lo tanto el grupo demandó desde el principió más dedicación, exigencia en la disciplina para el control de conducta, más paciencia y mayor flexibilidad de la que se consideró. Fue todo un reto para poner a prueba la propuesta. Mejores condiciones no se podían presentar; un grupo difícil del cual se tendrían que rescatar buenos resultados. Se trabajó con este grupo porque cumplía con el requisito primordial: ser alumnos del primer año de bachillerato.

Grupo Testigo:

Grupo 154-B. Se encontraba en las mismas circunstancias del grupo piloto a diferencia de la secuencia didáctica: nuevo ingreso, mismo número de alumnos (pues era el mismo grupo 154, sólo que dividido a la mitad para las clases de ciencias) y turno. Era el mejor candidato para llevar a cabo la comparación pues como decía el Dr. Zorrilla era efectivamente “el grupo de al lado”.

ETAPA 1

La primera reacción de los alumnos fue de sorpresa, perplejidad y cierto escepticismo ante su nueva y temporal docente pues no fue presentada por la maestra titular. Surgieron dudas como “¿esto por qué?, ¿ya no regresará el otro profesor?, ¿nos afectará en la calificación?, ¿esto es importante?” entre otras. Entonces lo primero que se tuvo que hacer fue aclarar y disipar las dudas de primer orden para demostrar que el asunto era en serio y muy importante para su propia formación académica.

Una vez que la cuestión se tornó disciplinada y formal para el grupo piloto, se procedió según lo planeado.

Gafetes

Resultó ser un elemento motivacional para la integración y participación del grupo. Además que promovió la importancia de cada alumno en el salón de clases.

Conocer al grupo

Cuadro IV.1
¿Me gustan las Matemáticas? ¿Por qué?
Contestaron: 13 alumnos

	Frecuencia	**¿Por qué?**
Si	**1**	• Son muy útiles en muchas cosas
No	**6**	• Complicado aprender tantas fórmulas, métodos, son muy elaborados los procedimientos. • Son importantes pero da flojera ver tantos números y números. A veces son confusas. • Son aburridas por lo tanto cuesta trabajo poner atención y no se les entiende aunque son útiles. • A veces es muy tedioso hacerlas y otras simplemente no se les entiende y no se recuerda. • Es difícil recordar las cosas por mucho tiempo. • Son complicadas y causan desesperación al no poder resolver lo que se pide.

Regular	**6**	• Toda la vida tiene que ver con matemáticas y a pesar de que a veces no se les entienda se hace lo posible por saberlo. • Son fáciles de resolver sólo que muy tardadas. • A veces son aburridas y difíciles. • Son útiles, no son desagradables pero sí complicadas. • Hacen pensar y hacer las cosas más lógicamente aunque son complicadas. • En algunos temas no entiendo y en otros sí.

Como indica el Cuadro IV.1, de los alumnos del grupo fue el 46.15% los que respondieron que no les gustan las matemáticas, mientras que al otro 46%.15 expresaron que regular y sólo el 7.69% mencionaron que sí les gustan. Por lo tanto se trabajó con un grupo que, más de la mitad, no estaba convencido de que las matemáticas fueran de su agrado.

Reglas del Juego y Álgebra

Los alumnos tomaron más seriedad y disposición con el reparto del primer material. Participaron en las lecturas y mostraron interés con la cápsula histórica que si dio sobre Álgebra.

Gatos y perros

La actitud de los alumnos fue bastante favorable ya que les agradó la actividad. Se les hizo fácil y les ayudó a comprender mejor algunos conceptos e ideas básicas de operaciones elementales en álgebra (transición común - algebraico).

Revisión básica en operaciones algebraicas

Por este tipo de actividades, fue evidente la necesidad de reforzar conocimientos previos en los alumnos, lo cual demandó más tiempo y atención en esta parte y se tuvieron que organizar más ejercicios que mitigaran estas deficiencias en el grupo.

Juego con las tarjetas

Esta actividad propició que los alumnos pronunciaran el lenguaje algebraico básico, que razonaran, que crearan y relacionaran ambos lenguajes, natural y algebraico. La actitud de los adolescentes fue de disposición y diversión sin desorden; lo cual facilitó las operaciones y habilidades buscadas.

ETAPA 2

Se había planeado que los alumnos procederían a responder la primera hoja del material de manera individual y posteriormente la docente intervendría para velar el avance con todos. Resulta que el grupo mostró tener complicaciones para seguir las actividades; por lo tanto, se decidió que desde el principio la docente interviniera para guiar. Para el resto de los problemas se recurrió a la exposición de algunos alumnos que voluntariamente aceptaron dirigir al grupo para hallar la solución. En varias ocasiones los alumnos ejecutaban por “prueba y error” (lo cual no fue sancionado, al contrario, se retomó para fortalecer su comprensión al problema y su proceso hacia las expresiones algebraicas que modelaran la situación) y cuando se les preguntaba que cómo habían obtenido su respuesta no sabían qué argumentar. Se procuró atender estas circunstancias acompañando a los alumnos para que descubrieran y expusieran su propio razonamiento. La labor fue lenta por las dificultades en operaciones algebraicas, incluso aritméticas, que exhibieron tener los alumnos, además que muy pocos realizaban tareas. La etapa se concluyó con paciencia, promoviendo el respeto y procurando atender las emociones de los alumnos.

ETAPA 3

Esta etapa se llevó a cabo de manera transversal, desde el inicio hasta el fin. En las tareas y trabajos de todas las etapas hubo algún problema que se tenía que resolver sin guía.

ETAPA 4

La etapa determinante para que el alumno explote su potencial a este nivel de estudios. Lamentablemente no se aprovechó de esta etapa como se esperaba. Al atender las carencias con las que empezó el grupo quedó menos tiempo. Otro factor que influyó fue la falta de compromiso por parte de los alumnos para hacer sus tareas.

Comparación de resultados por reactivos correspondientes a la prueba final Grupo piloto vs Grupo testigo

Del grupo testigo 20 estudiantes presentaron la prueba final. Se recuerda que el grupo piloto es aquel al que se le aplicó la propuesta didáctica y también presentaron la prueba final (18 estudiantes). Los resultados del examen final son los siguientes:

1. Esto ¿a qué es igual?

$$x \cdot x =$$

Cuadro IV.2 Frecuencia

	Piloto	Testigo
Correcto	18 de 18	15 de 20
Incorrecto	0	5
No contestó	0	0

Cuadro IV.3 Porcentaje

	Piloto	Testigo
Correcto	100%	75%
Incorrecto	0%	25%
No contestó	0%	0%

El 100% del grupo piloto contestó correctamente mientras que el grupo testigo fue el 75%. Aún hay dudas de este tipo en el grupo testigo.

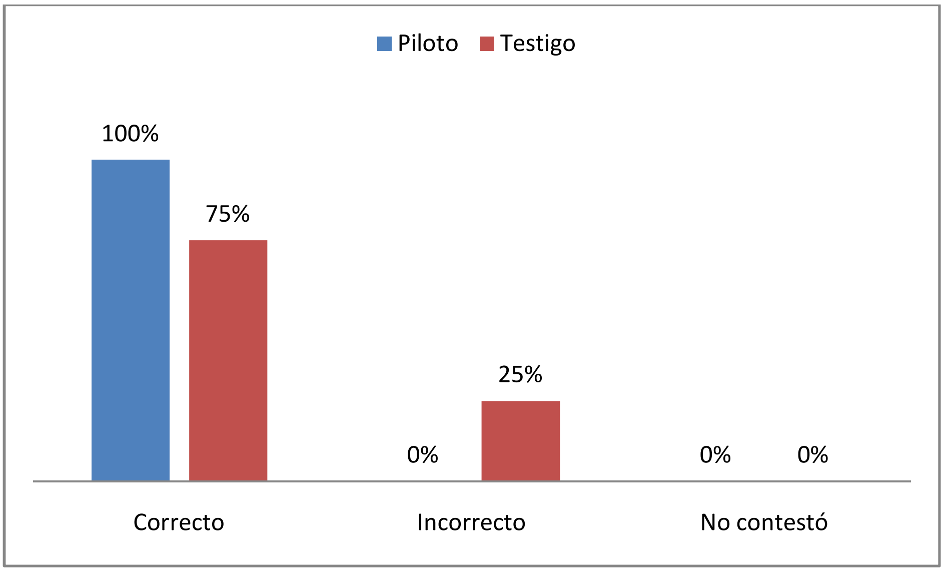


Figura 1. Grupo Piloto vs Grupo Testigo. Pregunta 1 de la Prueba Final.

2. Traduce al lenguaje algebraico. La suma del doble de un número cualquiera y la raíz cúbica de otro número cualquiera.

Descripción de los estándares que se ocuparon

Correcto: La expresión algebraica que describe a la oración es correcta. Identificó que se trataba de dos números y las operaciones que los relacionaban.

Error en un detalle: Se equivocó en algún detalle. No identificó que eran dos números que pueden ser distintos. O colocó mal la potencia o confundió algún número.

Lo intentó: Intentó escribir la expresión algebraica, está mal pero identificó algún (os) elemento(s).

No lo intentó: No lo intentó o no había sentido en lo que escribió, por ejemplo confusión con las operaciones elementales.

Cuadro IV.4 Frecuencia

	Piloto	Testigo
Correcto	14 de 18	3 de 20
Error en un detalle	2	3
Lo intentó	2	13
No lo intentó	0	1

Cuadro IV.5 Porcentaje

	Piloto	Testigo
Correcto	77.7%	15%
Error en un detalle	11.1%	15%
Lo intentó	11.1%	65%
No lo intentó	0%	5%

Se tiene que en el grupo piloto el 77.7% escribió la expresión algebraica correcta a diferencia del grupo piloto que fue el 15%. El 11.1% del grupo piloto sólo tuvo algún error y el 15% del grupo testigo también. El 11.1% del grupo piloto intentó escribir la expresión, asimismo el 65% del grupo testigo. Por último, el 5% restante del grupo testigo no lo intentó.

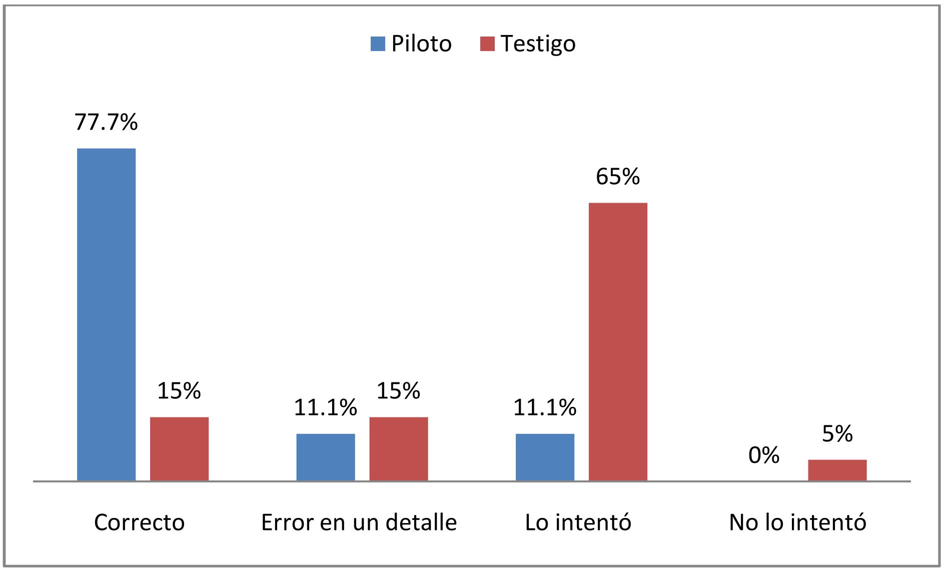


Figura 2. Grupo Piloto vs Grupo Testigo. Pregunta 2 de la Prueba Final.

3. Traduce del lenguaje algebraico al lenguaje común $4(x/3)^5$.

Descripción de los estándares que se ocuparon

<u>Correcto</u>: Describió bien a la expresión algebraica con lenguaje común.

<u>Falló en algo</u>: Hay ambigüedad en lo que escribió.

<u>No lo intentó</u>.

Cuadro IV.6 Frecuencia

	Piloto	Testigo
Correcto	8 de 18	0 de 20
Falló en algo	9	15
No lo intentó	1	5

Cuadro IV.7 Porcentaje

	Piloto	Testigo
Correcto	44.4%	0%
Falló en algo	50%	75%
No lo intentó	5.5%	25%

En este ítem se tiene que casi la mitad, el 44.4% de los alumnos del grupo piloto, describieron correctamente a la expresión algebraica mediante el lenguaje común, mientras que en el 50% del mismo grupo en su redacción hubo ambigüedad y sólo el 5.5% no apuntó algo. Por otro lado, en el grupo testigo resulta que el 75% falló y el resto, el 25%, no lo intentó.

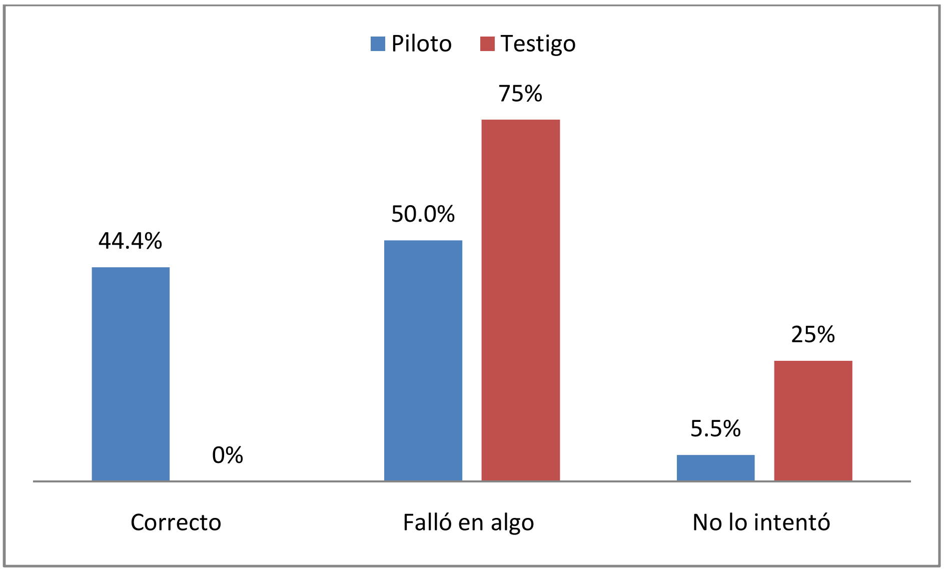


Figura 3. Grupo Piloto vs Grupo Testigo. Pregunta 2 de la Prueba Final.

4. Resuelve los siguientes problemas (no olvides plantear bien tu modelo algebraico)

Estándares que se estimaron en los tres problemas que vienen a continuación.

Modeló y obtuvo el resultado correcto: Perfecto. Planteó bien la ecuación que modela al problema y obtuvo el resultado correcto.

Bien el resultado, falló algo en el modelo: Obtuvo bien el resultado pero falló el modelo algebraico (o no lo planteó, o se equivocó en algo o sólo recurrió a la prueba y error).

Intentó modelar, no consiguió el resultado: Hizo un claro intento por plantear la ecuación (falló en algún detalle del planteamiento) y no consiguió el resultado correcto.

Intentó algo: Intentó algo como ordenar ideas, separar la información, dar alguna respuesta. O recurrió a ensayo y error sin lograr calcular la respuesta correcta. Todo esfuerzo del alumno se consideró.

No lo intento: Definitivamente no escribió algo o rotundamente dio la impresión de no comprender lo que se le solicita.

a) La suma de dos pares consecutivos es 194. Encontrar esos números.

Cuadro IV.8 Frecuencia

	Piloto	Testigo
Modeló y obtuvo el resultado correcto	12 de 18	O de 20
Bien el resultado, falló algo en el modelo	4	4
Intentó modelar, no consiguió el resultado	2	10
Intentó algo	0	6
No lo intentó	0	0

Cuadro IV.9 Porcentaje

	Piloto	Testigo
Modeló y obtuvo el resultado correcto	66.6%	0%
Bien el resultado, falló algo en el modelo	22.2%	20%
Intentó modelar, no consiguió el resultado	11.1%	50%
Intentó algo	0%	30%
No lo intentó	0%	0%

De los datos se tiene que el 66.6% del grupo piloto logró plantear correctamente la ecuación que modela al problema, la resolvió adecuadamente y obtuvo el resultado deseado. Por el contrario, el grupo testigo no alcanzó este estándar. El 22.2% del grupo piloto consiguió el resultado correcto sin plantear el modelo, y el 20% del grupo testigo se encontró en la misma situación. Mientras el 11.1% del grupo piloto hizo un esfuerzo por intentar modelar, la mitad del grupo testigo mostró hacer lo mismo, modelar pero no consiguieron la respuesta. Y el 30% del grupo testigo intentó algo.

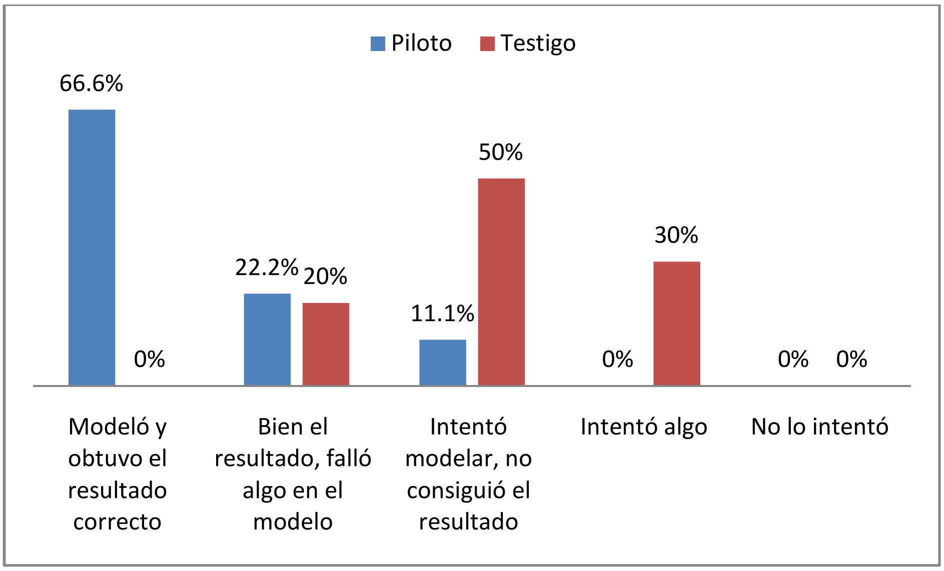


Figura 4. Grupo Piloto vs Grupo Testigo. Pregunta 4(a) de la Prueba Final.

b) La edad de mi tía es el cuádruple de la edad de su hija. Dentro de nueve años, la edad de mi tía será solamente el triple de la edad de su hija. ¿Cuáles son las edades de mi tía y de su hija?

Cuadro IV.10 Frecuencia

	Piloto	Testigo
Modeló y obtuvo el resultado correcto	2 de 18	O de 20
Bien el resultado, falló algo en el modelo	7	0
Intentó modelar, no consiguió el resultado	7	6
Intentó algo	1	11
No lo intentó	1	3

Cuadro IV.11 Porcentaje

	Piloto	Testigo
Modeló y obtuvo el resultado correcto	11.1%	0%
Bien el resultado, falló algo en el modelo	38.8%	0%
Intentó modelar, no consiguió el resultado	38.8%	30%
Intentó algo	5.5%	55%
No lo intentó	5.5%	15%

Ningún alumno del grupo testigo logró obtener ni los datos correctos ni el modelo algebraico, entretanto, el 11.1% del grupo piloto alcanzó modelar la situación mediante una ecuación y consiguió dar la respuesta correcta. El 38.8% del grupo piloto procedió para tener bien el resultado aunque en su modelo erró de alguna manera. El 38.8% del grupo piloto y el 30% del grupo testigo se esforzaron por modelar sin éxito porque se equivocaron en algún dato u operación. El 5.5% del grupo piloto y el 55% del grupo testigo procuraron identificar algún dato o realizar alguna operación. Para terminar, el 5.5% del grupo piloto y el 15% del grupo testigo decidieron no intentarlo.

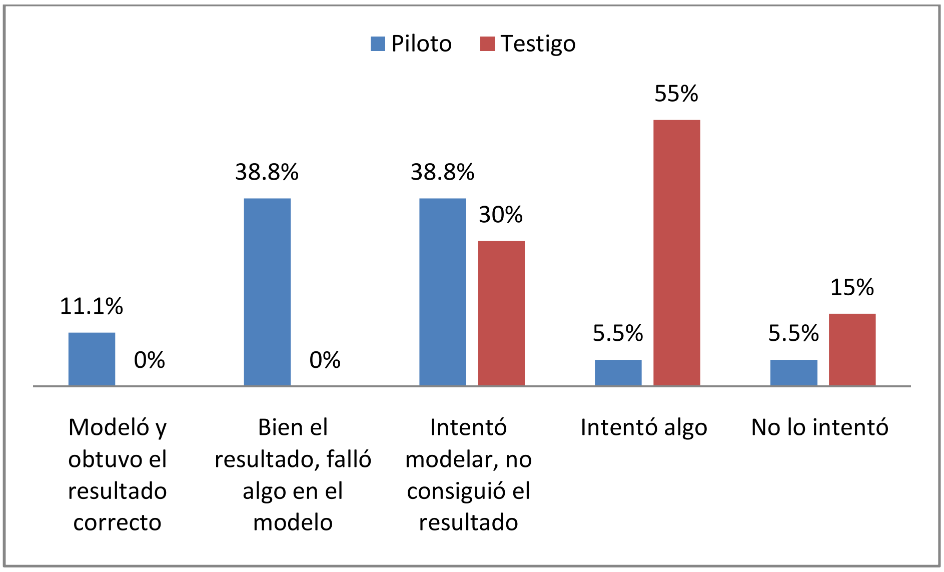


Figura 5. Grupo Piloto vs Grupo Testigo. Pregunta 4(b) de la Prueba Final.

c) En una librería han vendido 20 libros a dos precios distintos: unos a $800 y otros a $1,200. Con esta venta han obtenido $19,200. ¿Cuántos libros han vendido de cada precio?

Cuadro IV.12 Frecuencia

	Piloto	Testigo
Modeló y obtuvo el resultado correcto	0 de 18	O de 20
Bien el resultado, falló algo en el modelo	12	5
Intento modelar, no consiguió el resultado	4	2
Intentó algo	2	8
No lo intentó	0	5

Cuadro IV.13 Porcentaje

	Piloto	Testigo
Modeló y obtuvo el resultado correcto	0%	0%
Bien el resultado, falló algo en el modelo	66.6%	25%
Intento modelar, no consiguió el resultado	22.2%	10%
Intentó algo	11.1%	40%
No lo intentó	0%	25%

En este problema se tiene que ambos grupos no alcanzaron el nivel más alto. Sin embargo el 66.6% del grupo piloto y el 25% del grupo testigo consiguieron la respuesta correcta sin plantear el modelo indicado. El 22.2% del grupo piloto y el 10% del grupo testigo pretendieron escribir la ecuación pero fallaron en algún detalle además de no obtener el resultado. El 11.1% del grupo piloto y el 40% del grupo testigo trataron de identificar datos o hacer alguna(s) operación(es). Por último, el resto del grupo testigo, 25%, no lo intentó o no se le ocurrió algún plan a ejecutar.

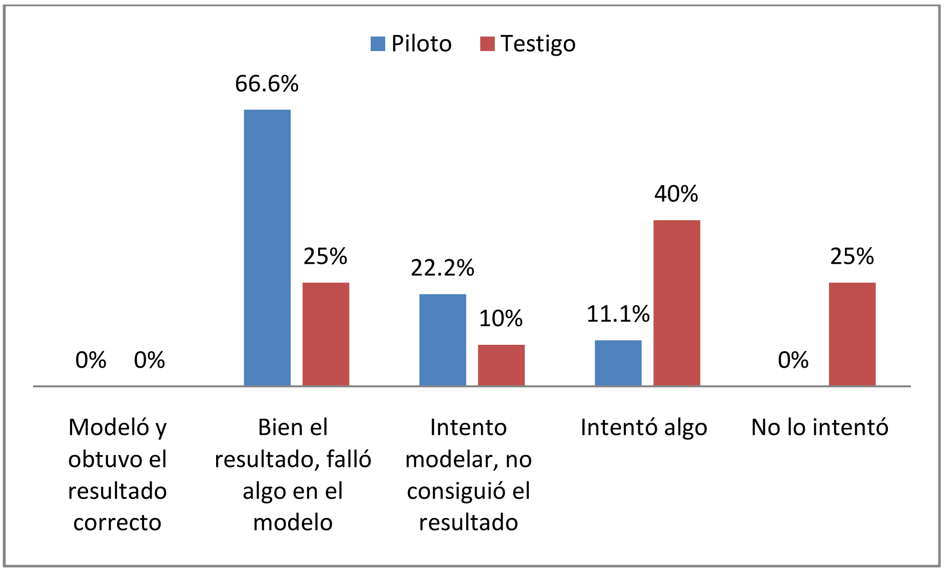


Figura 6. Grupo Piloto vs Grupo Testigo. Pregunta 4(c) de la Prueba Final.

Comparación de datos con algunos reactivos correspondientes a la prueba diagnóstico y a la prueba final en el grupo piloto

Final vs Diagnóstico

En esta parte se comparan los resultados de las prueba diagnóstico con los de la prueba final para monitorear las mejoras o dificultades que presentó el mismo grupo piloto.

I. La misma pregunta 1 de la prueba final comparada con la pregunta 2 de la prueba diagnóstico que dice

¿Son iguales? Contesta sí o no $xx = 2x$.

Cuadro IV.14 frecuencia

	Diagnóstico	Final
Correcto	8 de 12	18 de 18
Incorrecto	3	0
No contestó	1	0

Cuadro IV.15 Porcentaje

	Diagnóstico	Final
Correcto	66.6%	100%
Incorrecto	25%	0%
No contestó	8.3%	0%

El 100% del grupo contestó correctamente en la prueba final mientras que en la prueba diagnóstico fue el 66.6%; además que el 8.3% no contestó. Al principio había dudas de este tipo pero parece que se resolvieron.

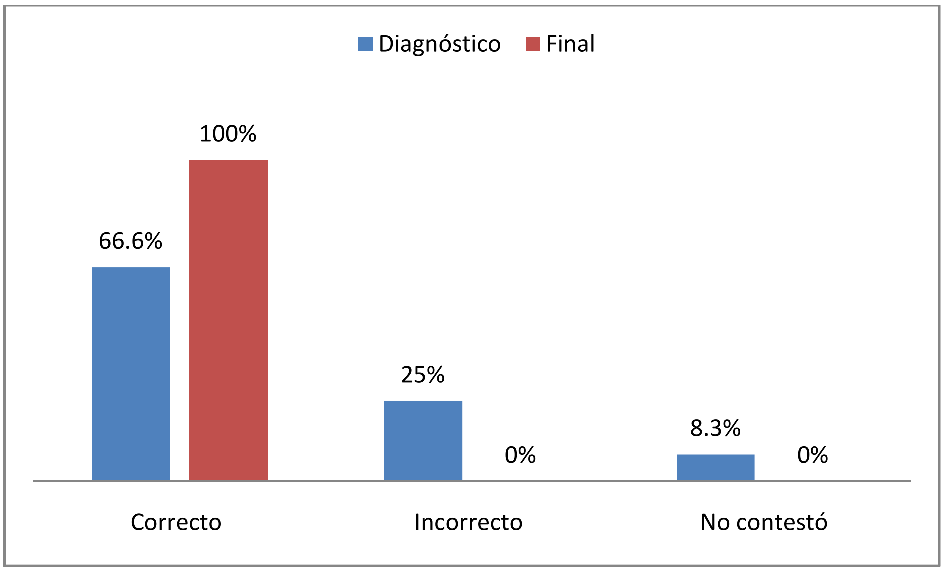


Figura 7. Prueba Diagnóstico vs Prueba Final. Pregunta 2 y 1 respectivamente.

II. Ítem 2 del final, con el 3 (a) del diagnóstico

Considera el segmento AB en el plano y P un punto cualquiera fuera del segmento. (a) Si la longitud de P a A es el doble de la longitud de P a B ¿Qué ecuación corresponde a lo anterior?

Cuadro IV.16 Frecuencia

	Diagnóstico	Final
Correcto	2 de 12	14 de 18
Error en un detalle	4	2
Lo intentó	1	2
No lo intentó	5	0

Cuadro IV. 17 Porcentaje

	Diagnóstico	Final
Correcto	16.6%	77.7%
Error en un detalle	33.3%	11.1%
Lo intentó	8.3%	11.1%
No lo intentó	41.6%	0%

Se tiene que en la prueba final el 77.7% escribió la expresión algebraica correcta a diferencia de la prueba diagnóstico que fue el 16.6% (se observa que se alcanzó casi el mismo resultado que obtuvo el grupo testigo en la prueba final). El 11.1% en el final sólo tuvo algún error y el 33% en el diagnóstico también. El 11.1% del final intentó escribir la expresión, asimismo el 8.3% del diagnóstico. Por último, el 41.6% restante en la prueba diagnóstico, el grupo no lo intentó.

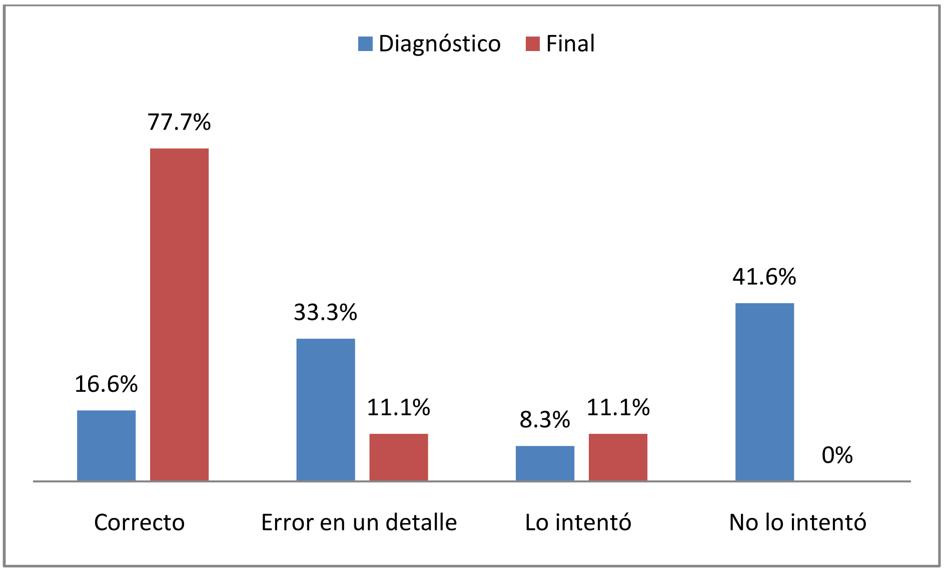


Figura 8. Prueba Diagnóstico vs Prueba Final. Pregunta 3(a) y 2 respectivamente.

III. Reactivo 4(a) del final comparado con el reactivo 5 del diagnóstico.

La suma de tres números consecutivos es 156. Hallar los números.

Cuadro IV.18 Frecuencia

	Diagnóstico	Final
Modeló y obtuvo el resultado correcto	1 de 12	12 de 18
Bien el resultado, falló algo en el modelo	7	4
Intentó modelar, no consiguió el resultado	1	2
Intentó algo	1	0
No lo intentó	2	0

Cuadro IV.19 Porcentaje

	Diagnóstico	Final
Modeló y obtuvo el resultado correcto	8.3%	66.6%
Bien el resultado, falló algo en el modelo	58.3%	22.2%
Intentó modelar, no consiguió el resultado	8.3%	11.1%
Intentó algo	8.3%	0%
No lo intentó	16.6%	0%

De los datos se tiene que el 66.6% del grupo piloto al final logró plantear correctamente la ecuación que modela al problema, la resolvió adecuadamente y obtuvo el resultado deseado. Por el contrario, el grupo en su prueba diagnóstico sólo el 8.3% alcanzó este estándar. El 22.2% en el final consiguió el resultado correcto sin plantear el modelo, y el 58.3% en del diagnóstico se encuentra en la misma situación. Mientras el 11.1% de la prueba final hizo un esfuerzo por intentar modelar, ni la mitad del resto del grupo en el diagnóstico, 8.3%, mostró el claro intento de hacer lo mismo, modelar pero no consiguieron la respuesta. El 8.3% en el diagnóstico intentó algo pero el resto, el 16.6%, no lo intentó.

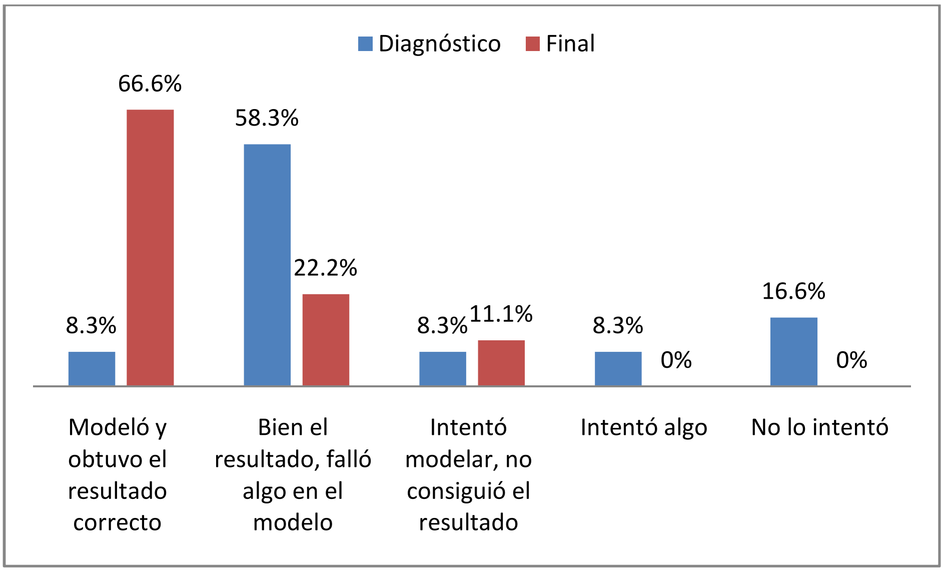


Figura 9. Prueba Diagnóstico vs Prueba Final. Pregunta 5 y 4(a) respectivamente.

IV. Problema 4(b) del final equiparado con problema 7 del diagnóstico.

Contesta y justifica. En un salón de clases se les pregunta a los alumnos cuántas patas tienen en total una gallina, seis perros y siete papilgradis. Luis dice 44, Iván dice 72, Ana 65 y Javier 82. ¿Quién está en lo correcto y cuántas patas tiene un papilgradis?

Cuadro IV.20 Frecuencia

	Diagnóstico	Final
Modeló y obtuvo el resultado correcto	0 de 12	2 de 18
Bien el resultado, falló algo en el modelo	9	7
Intentó modelar, no consiguió el resultado	0	7
Intentó algo	2	1
No lo intentó	1	1

Cuadro IV.21 Porcentaje

	Diagnóstico	Final
Modeló y obtuvo el resultado correcto	0%	11.1%
Bien el resultado, falló algo en el modelo	75%	38.8%
Intentó modelar, no consiguió el resultado	0%	38.8%
Intentó algo	16.6%	5.5%
No lo intentó	8.3%	5.5%

Ningún alumno del grupo piloto en la prueba diagnóstico logró obtener ni los datos correctos ni el modelo algebraico, entretanto, el 11.1% en su prueba final alcanzó modelar la situación mediante una ecuación y consiguió dar la respuesta correcta. El 38.8% en la final procedió para tener bien el resultado aunque en su modelo erró de alguna manera; pero en la prueba diagnóstico fue el 75% los que consiguieron esto. El 38.8% del grupo al final se esforzaron por modelar sin éxito porque se equivocaron en algún dato u operación. El 5.5% al final y el 16.6% en el diagnóstico intentaron hacer algo como identificar algún dato o realizar alguna operación, clasificar información. Para terminar, el 5.5% en el final y el 8.3% en diagnóstico decidieron no intentarlo.

En la prueba diagnóstico fue más de la mitad de los alumnos que consiguieron tener bien la respuesta sin modelo algebraico debido a que el problema se prestó a ser de razonamiento aritmético.

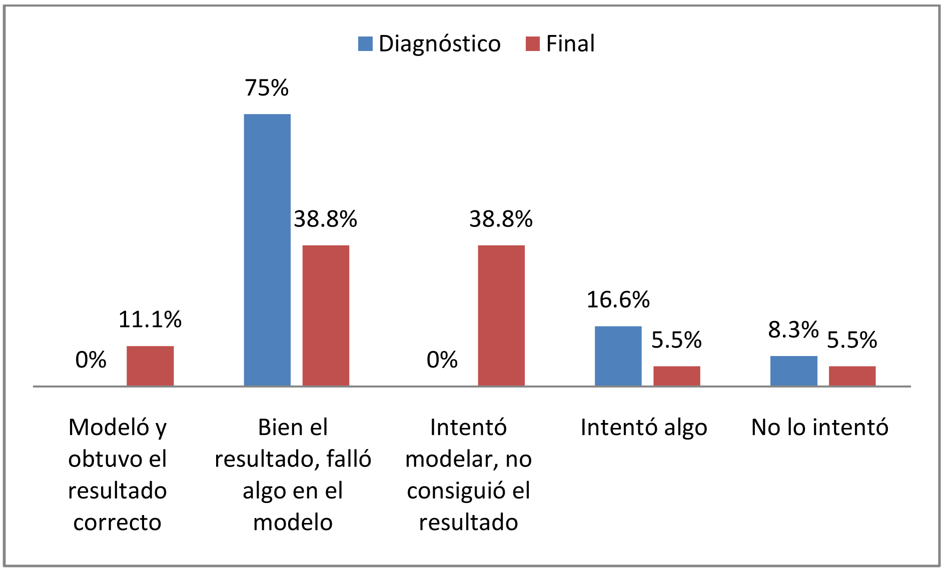


Figura 10. Prueba Diagnóstico vs Prueba Final. Pregunta 7 y 4(b) respectivamente.

V. Problema 4(c) de la prueba final confrontado con el problema 4 de la prueba diagnóstico.

Bruno tenía 97 canicas y María tenía 11. Bruno le dio algunas de sus canicas a María de tal manera que Bruno terminó con el doble de canicas que ella. ¿Cuántas canicas le dio Bruno a María?

Cuadro IV.22 Frecuencia

	Diagnóstico	Final
Modeló y obtuvo el resultado correcto	0 de 12	0 de 18
Bien el resultado, falló algo en el modelo	5	12
Intento modelar, no consiguió el resultado	1	4
Intentó algo	5	2
No lo intentó	1	0

Cuadro IV.23 Porcentaje

	Diagnóstico	Final
Modeló y obtuvo el resultado correcto	0%	0%
Bien el resultado, falló algo en el modelo	41.6%	66.6%
Intento modelar, no consiguió el resultado	8.3%	22.2%
Intentó algo	41.6%	11.1%
No lo intentó	8.3%	0%

En este problema se tiene que el grupo piloto en ambas pruebas no alcanzaron el nivel más alto. Sin embargo el 66.6% en el final y el 41.6% en el diagnóstico consiguieron la respuesta correcta sin plantear el modelo indicado. El 22.2% al final y el 8.3% del diagnóstico pretendieron escribir la ecuación pero fallaron en algún detalle además de no obtener el resultado. El 11.1% en la prueba final y el 41.6% en la prueba diagnóstico trataron de identificar datos o hacer alguna(s) operación(es). Por último, el resto del grupo en su prueba diagnóstico, 8.3%, no lo intentó o no se le ocurrió algún plan a ejecutar.

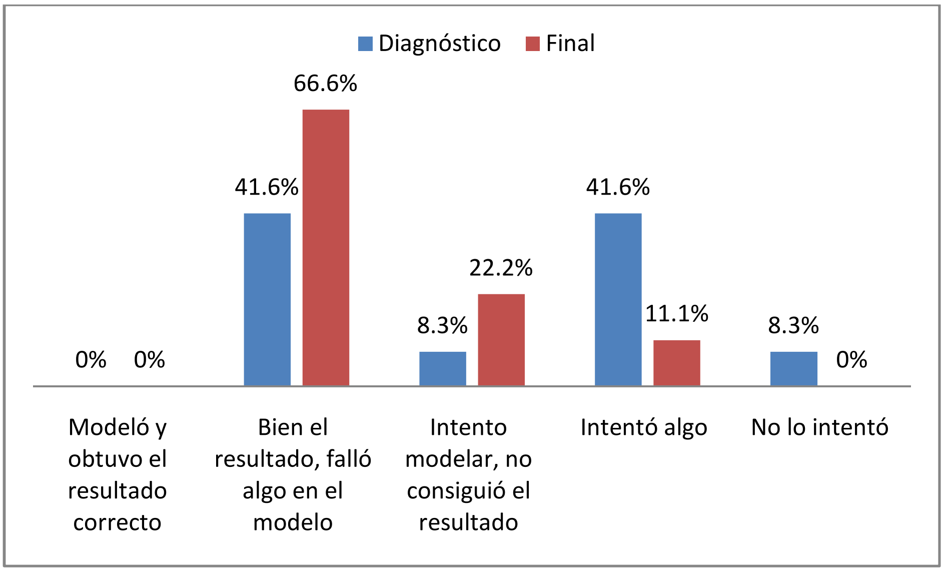


Figura 11. Prueba Diagnóstico vs Prueba Final. Pregunta 4 y 4(c) respectivamente.

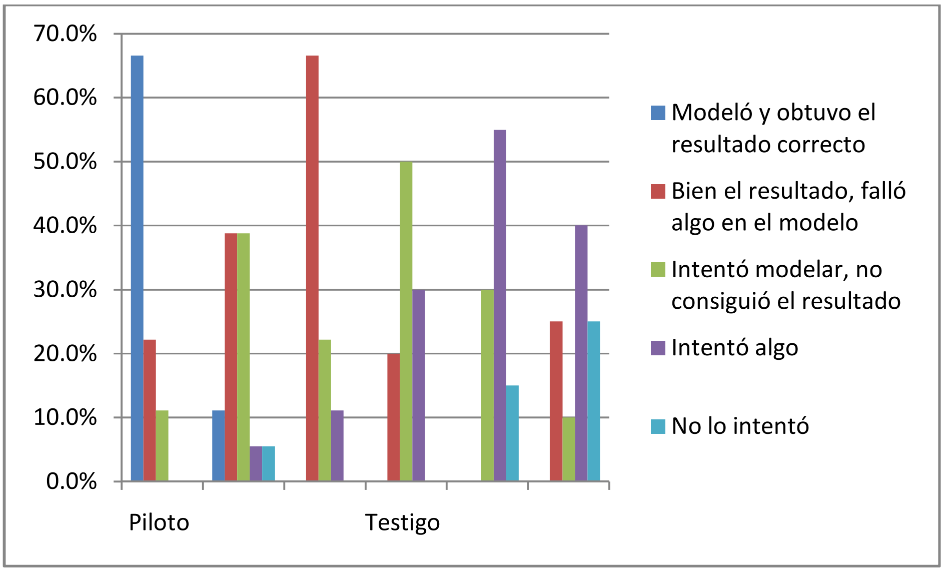


Figura 12. Resultados generales de la Prueba Final. Resolución de Problemas. Grupo Piloto vs Grupo Testigo.

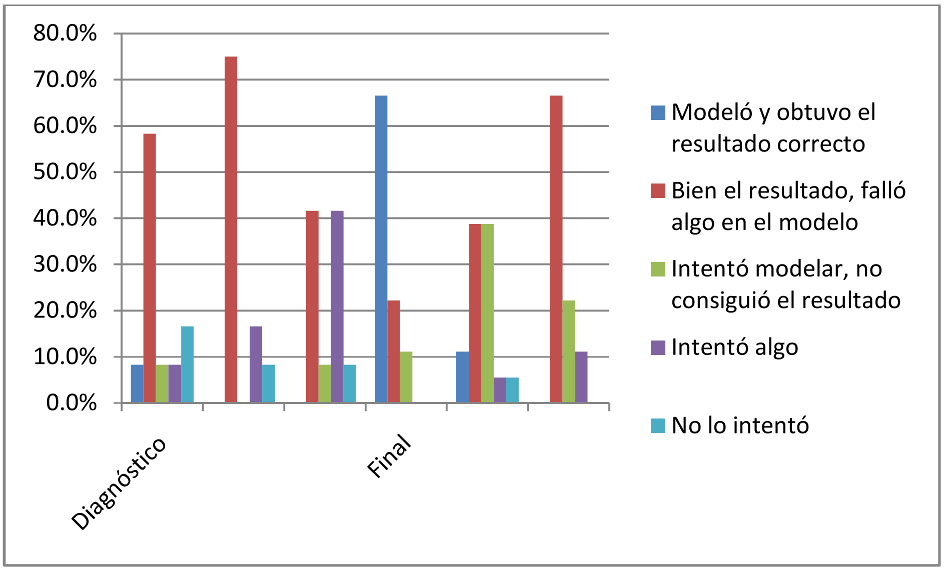


Figura 13. Resultados generales. Resolución de Problemas. Prueba Diagnóstico vs Prueba Final.

Discusión de los resultados

Al cotejar los datos que arrojaron los resultados de la prueba final aplicada en el grupo piloto y en el grupo testigo se puede decir lo siguiente:

Se observó que en el grupo testigo se dificultó comprender el problema desde el principio. Hubo confusión de datos o usaron datos de más. Los alumnos tuvieron obstáculos para organizar la información y establecer un plan de trabajo. Recurrieron al método de prueba y error pero no lo operaron adecuadamente porque plantearon mal la situación por el carecido manejo de los conocimientos matemáticos básicos.

Algunos alumnos del grupo testigo confesaron por escrito, en la prueba final (Anexo 13), que no sabían obtener la ecuación. Recurrieron a la regla de tres declarando que aún así no les era posible proceder y alcanzar la respuesta correcta. Las barras de este grupo (Figura 12) favorecieron más a los estándares de “Intentó modelar, no consiguió el resultado” (promedio de 30%), “intentó algo” (41.66%) y “No intentó” (13.33%). El porcentaje es muy bajo para los niveles más altos “Bien el resultado, falló algo en el modelo” (15%), incluso en algunos problemas fue cero “Modelo y obtuvo el resultado correcto”. Lo que señala que se tiene que trabajar más por activar las capacidades básicas del estudiante: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo, revisarlo, adaptarlo, generar hipótesis, verificar el ámbito de validez de las soluciones, etc.

Por otro lado, el grupo piloto, a pesar de algunas dificultades para plantear la ecuación que mejor modela a la situación, mostraron (Figura 12) mejores resultados que el grupo testigo. Los estudiantes aún recurrieron a ejecutar por prueba y error (no todos) pero hubo gran avance en expresar el modelo matemático y obtener bien la respuesta a partir de él. Lo anterior podría señalar que el adolescente está entendiendo el planteamiento del problema y a lo que tendría que llegar para dar respuesta.

Para el grupo piloto, los porcentajes favorecen más a los estándares “Modeló y obtuvo el resultado correcto” (25.9%), “Bien el resultado, falló algo en el modelo” (42.53%) e “Intentó modelar, no consiguió el resultado” (24.03%). La balanza de resultados no favoreció al ítem de “Intentó algo” (5.53%) y menos a “No lo intentó” (1.83%) lo que señala que este grupo adquirió seguridad para resolver los problemas.

Con respecto a la relación entre alumnos y el lenguaje algebraico; el grupo piloto sobresalió del grupo testigo. El grupo piloto mejoró en sus estrategias de resolución de problemas y en la argumentación. Los alumnos del grupo piloto utilizan diagramas, distinguen la información relevante, analizan la estructura básica de los problemas y buscan pasar de una situación nueva a una que ya conocen.

Pero sobre todo, el grupo piloto, al equiparar la prueba diagnóstico con la prueba final (Figura 13) manifestó un aumento considerable en la habilidad de los estudiantes para trabajar la transición de un lenguaje a otro, es decir, de lenguaje común o natural al algebraico y viceversa. Por otro lado, este mismo grupo mostró un avance en el manejo de las operaciones básicas en álgebra y aritmética.

Lo anterior se justifica al observar el aumento que hubo en la categorías “Modeló y obtuvo el resultado correcto” (de 2.76%, en la prueba diagnóstico, a 25.9%, en la prueba final) e “Intentó modelar, no consiguió el resultado” (de 5.53% a 24.03%). También se toma en cuenta la disminución que presentó en “No lo intentó” (de 11.06% a 1.83%). Lo que señala que los alumnos se hicieron de herramientas para disgregar un problema, crear un plan, ejecutarlo y proponer soluciones.

CONCLUSIONES

Cuando se considera lo que las matemáticas pueden significar para las personas, se debe plantear tanto el alcance de sus conocimientos y comprensión en matemáticas como hasta qué punto dichas personas pueden activar sus competencias matemáticas para resolver los problemas que se les presentan en la vida. Por ello, PISA presenta a los alumnos problemas que en su mayoría se refieren a situaciones de la vida real, diseñados de forma que los aspectos matemáticos sean de verdadera utilidad para resolver el problema. El objetivo de la evaluación de PISA es medir hasta qué punto los estudiantes a los que se les presentan estos problemas pueden activar sus conocimientos y competencias matemáticas para resolverlos con éxito (PISA, 2003, pp.37-38).

Los resultados alcanzados por México en PISA 2012 revelan que aún hay mucho por hacer para asegurar que los jóvenes sean capaces de analizar, razonar y comunicarse de manera satisfactoria al plantear, resolver e interpretar problemas en diversas situaciones del mundo real.

Las matemáticas tienen un papel relevante en la educación intelectual de la juventud. Las matemáticas son lógica, precisión, rigor, abstracción, formalización y belleza. Se espera que a través de esas cualidades se alcancen la capacidad de discernir lo esencial de lo accesorio. Todas las materias escolares deben contribuir al cultivo y desarrollo de la inteligencia, los sentimientos y la personalidad, pero a las matemáticas corresponde un lugar destacado en la formación de la inteligencia ya que, como señaló Aristóteles, los jóvenes pueden hacerse matemáticos muy hábiles.

En el quehacer docente, la planeación didáctica es la parte medular para llevar a cabo la propuesta de enseñanza del profesor y responder en el cómo implementar dicha propuesta. En las tendencias actuales de la enseñanza, los enfoques y modelos educativos diversifican y posibilitan una mayor planeación en las estructuras didácticas de una asignatura. Hoy las formas de interacción, la promoción de conocimientos, los recursos o medios didácticos, abren horizontes ventajosos para organizar ambientes de aprendizaje flexibles y eficaces en las acciones educadoras. Ahora bien, para planear un curso se tiene que tomar en cuenta aspectos como: las características de los estudiantes, los contenidos de aprendizaje, los conocimientos previos de la asignatura, los recursos y medios didácticos, los objetivos educativos que se pretenden lograr, la metodología de trabajo, los tiempos disponibles para desarrollar las actividades, las características, métodos y criterios de evaluación entre otros. El orden y los tiempos de las actividades de enseñanza y aprendizaje representan la estructura sistemática para controlar las acciones pedagógicas durante el proceso educativo y lograr los propósitos educativos.

Sin embargo, no hay que olvidar que la enseñanza es un proceso dinámico, en que influyen muchas variantes que a veces escapan de control y planificación. Por esto, no siempre hay que ver la planificación como una instancia rígida sin posibilidad de cambio. La planificación debe ser vista más que nada como una importante guía de apoyo, que a veces puede modificarse debido a circunstancias especiales.

Los resultados que arrojó la aplicación de la propuesta indican que los adolescentes mejoraron su relación y familiarización con el lenguaje algebraico. Aumentó su esfuerzo y habilidad por plantear una ecuación que modele el problema que se les presentó. Frecuentemente algunos alumnos continuaban recurriendo a ejecutar por ensayo y error lo cual no fue sancionado, sino que se les incitaba a dar sus argumentos y defender su procedimiento.

Durante el trabajo en clase se crearon y fortalecieron competencias y la motivación por el curso de matemáticas.

Para mejorar la propuesta y hacerla más integral se observa lo siguiente: en la secuencia por lo regular se recurrió a problemas meramente matemáticos o rutinarios o tradicionales en lugar de utilizar problemas más reales. Además, en la etapa 4 (reformulación de problemas), los pocos alumnos que inventaron problemas los redactaron muy parecidos a los que ya se habían resuelto anteriormente. Por lo tanto se seguirá trabajando en atender: i) el aspecto de la clasificación de problemas y ii) el tiempo de la invención de problemas para disfrutar de sus bondades.

Por la experiencia de las prácticas docentes se llegó a la conclusión de que es buena idea sugerir al sistema educativo que en los salones de matemáticas halla dos profesores frente a grupo. Esto estimula a los estudiantes para hacer preguntas, comentarios, conjeturas, etcétera. Es decir, que la clase de matemáticas salga del ambiente tradicional para convertirse en talleres creativos y recreativos.

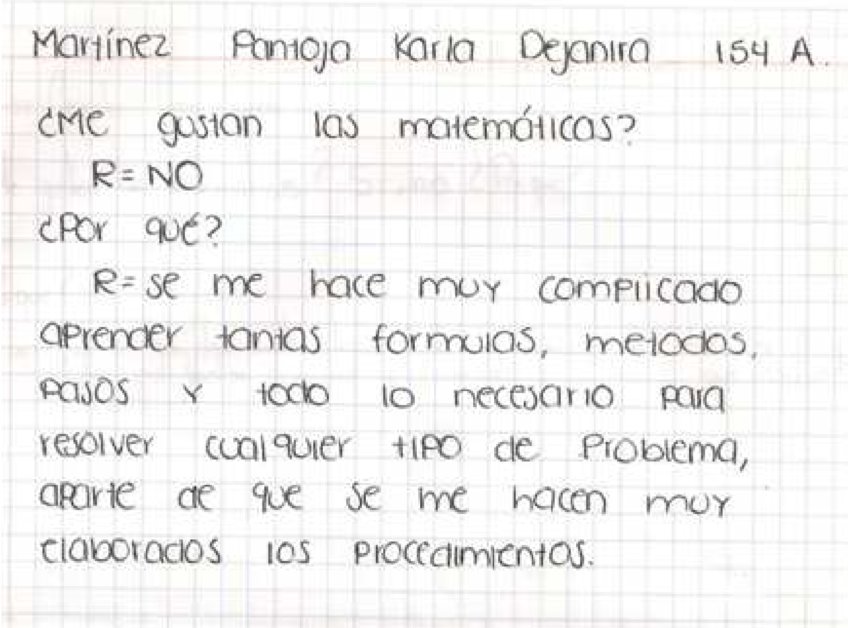
La importancia global de la estrategia consiste en que se tiene a los alumnos como protagonistas principales de su propio aprendizaje. La propuesta hace énfasis en que los estudiantes son personas con emociones y con una autoestima que deben ser cautelosamente cuidados para no perjudicar la iniciativa de parte de ellos por aprender. Los jóvenes son constructores de su conocimiento, teniendo como guía al profesor. Que los alumnos logren los objetivos que se mencionaron en este trabajo, será posible por medio de la realización del material flexible que se proporciona durante la clase y la tarea que se solicita (todo incluido en esta propuesta).

Anexos

EVIDENCIAS

Anexo 1. ***¿Me gustan las Matemáticas? ¿Por qué?***

Respuestas de dos alumnas.



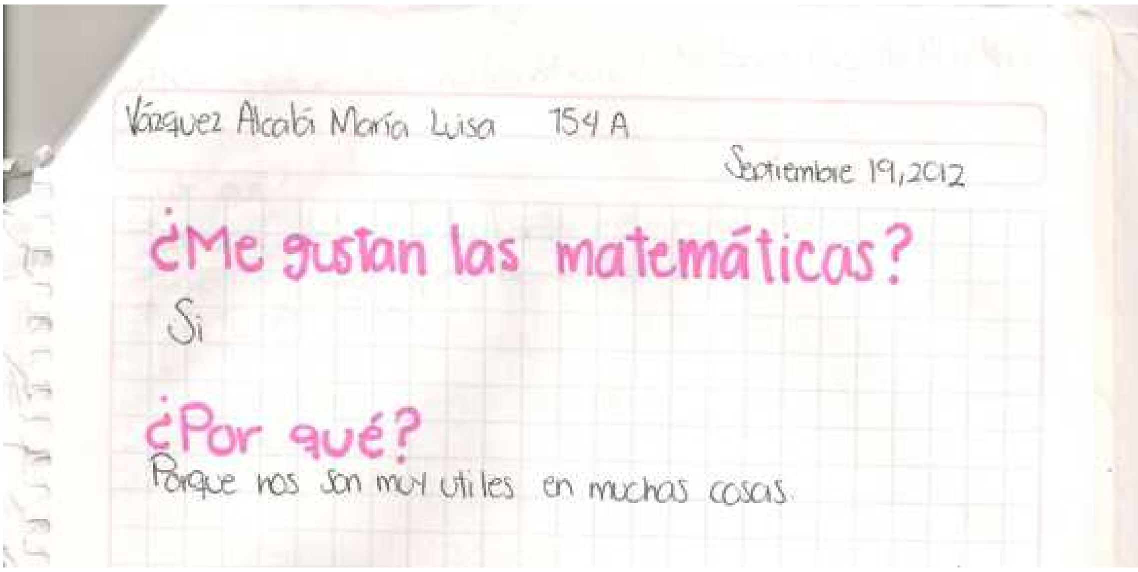
Martínez Pantoja Karla Dejanira 154 A.

¿Me gustan las matemáticas?

R= NO

¿Por qué?

R= se me hace muy complicado aprender tantas formulas, metodos, pasos y todo lo necesario para resolver cualquier tipo de Problema, aparte de que se me hacen muy elaborados los procedimientos.



Vázquez Alcalá María Luisa 154 A

Septiembre 19, 2012

¿Me gustan las matemáticas?

Si

¿Por qué?

Porque nos son muy utiles en muchas cosas.

Anexo 2. Actividad 1 *Contemos gatos y perros.*

MADEMS en Docencia para la Educación Media Superior

CCH SUR

ACTIVIDAD 1
"Contemos gatos y perros"

"Es frecuente que cuando estudiamos matemáticas nos deslicemos hacia otro mundo, un mundo de exquisita belleza y verdad. Esta incursión en otro plano de existencia mental puede ser tan adictiva que el viajante se olvida de los estímulos ordinarios y cotidianos"
Calvin C. Clawson
Misterios matemáticos

1. Dos gatos más cinco gatos menos tres gatos es igual a: Cuatro gatos

2. Diez perros menos cuatro perros es igual a: seis perros

Para los siguientes reacomoda de tal forma que te queden todos los gatos juntos y todos los perros juntos. Escribe todo, no sólo el resultado.

3. Veinte gatos más quince perros menos diez gatos menos dos perros más tres perros menos cinco gatos más dos perros menos tres gatos menos cuatro perros es igual a:

Veinte gatos menos diez gatos menos cinco gatos menos tres gatos igual a dos gatos

\+

quin ce perros menos dos perros más tres perros más dos perros menos. cuatro perros igual a calorce perros

Es agotador escribir tanto ¿verdad? Qué te parece si simplificamos un poco de la siguiente manera: primero, cuando diga "gatos" o "gato" escribes "g" y en donde dice "perros" o "perro" anotas "p". También usa los números y los signos de suma y resta. Después ordenas los términos y por último haces la cuenta.

4. Diez perros más dos gatos menos tres gatos menos siete perros más cuatro gatos más dos perros más un gato menos cinco perros metros cuatro gatos es igual a:

$$2g - 3g + 4g + g - 4g = 0g$$
$$10p - 7p + 2p - 5p = 0p$$

5. ¿Qué puedes concluir de éste ejercicio?

Qué las matemáticas simplican el escribir, y te confunde menos el escribir tanto

Página 4

1 de 1

ACTIVIDAD 1
"Contemos gatos y perros"

"Es frecuente que cuando estudiamos matemáticas nos deslicemos hacia otro mundo, un mundo de exquisita belleza y verdad. Esta incursión en otro plano de existencia mental puede ser tan adictiva que el viajante se olvida de los estímulos ordinarios y cotidianos"
Calvin C. Clawson
Misterios matemáticos

1. Dos gatos más cinco gatos menos tres gatos es igual a: 4

2. Diez perros menos cuatro perros es igual a: 6

Para los siguientes reacomoda de tal forma que te queden todos los gatos juntos y todos los perros juntos. Escribe todo, no sólo el resultado.

3. Veinte gatos más quince perros menos diez gatos menos dos perros más tres perros menos cinco gatos más dos perros menos tres gatos menos cuatro perros es igual a:

Veinte gatos, menos diez gatos, menos cinco gatos, menos tres gatos, más quince perros, menos dos perros, más tres perros más dos perros, menos cuatro perros.

12 gatos 14 perros

Es agotador escribir tanto ¿verdad? Qué te parece si simplificamos un poco de la siguiente manera: primero, cuando diga "gatos" o "gato" escribes "g" y en donde dice "perros" o "perro" anotas "p". También usa los números y los signos de suma y resta. Después ordenas los términos y por último haces la cuenta.

4. Diez perros más dos gatos menos tres gatos menos siete perros más cuatro gatos más dos perros más un gato menos cinco perros menos cuatro gatos es igual a:

$10p+2g-3g-7p+4g+2p+1g-5p-4g=$

$10p-7p+2p-5p+2g-3g+4g+1g-4g=$

5. ¿Qué puedes concluir de éste ejercicio?

Al agrupar terminos de manera algebraica, es más fácil llegar al resultado.

$p=0$ $g=0$

$0p+0g=0$

ACTIVIDAD 1
"Contemos gatos y perros"

"Es frecuente que cuando estudiamos matemáticas nos deslicemos hacia otro mundo, un mundo de exquisita belleza y verdad. Esta incursión en otro plano de existencia mental puede ser tan adictiva que el viajante se olvida de los estímulos ordinarios y cotidianos"

Calvin C. Clawson

Misterios matemáticos

1. Dos gatos más cinco gatos menos tres gatos es igual a: cuatro gatos

2. Diez perros menos cuatro perros es igual a: seis perros

Para los siguientes reacomoda de tal forma que te queden todos los gatos juntos y todos los perros juntos. Escribe todo, no sólo el resultado.

3. Veinte gatos más quince perros menos diez gatos menos dos perros más tres perros menos cinco gatos más dos perros menos tres gatos menos cuatro perros es igual a:

veinte gtos ? 16
diez gatos
cinco gatos ? 5
tres gatos 2

dos gatos

quince perros ? 13
dos perros ? 16
tres perros
dos perros 18
cuatro perros 14

catorce perros

veinte gatos menos diez gatos menos cinco gatos menos tres gatos y quince perros menos dos perros mas tres perros mas dos perros menos cuatro perros

Es agotador escribir tanto ¿verdad? Qué te parece si simplificamos un poco de la siguiente manera: primero, cuando diga "gatos" o "gato" escribes "g" y en donde dice "perros" o "perro" anotas "p". También usa los números y los signos de suma y resta. Después ordenas los términos y por último haces la cuenta.

4. Diez perros más dos gatos menos tres gatos menos siete perros más cuatro gatos más dos perros más un gato menos cinco perros metros cuatro gatos es igual a:

$10p + 2g - 3g - 7p + 4g + 2p + 1g - 5p - 4g =$

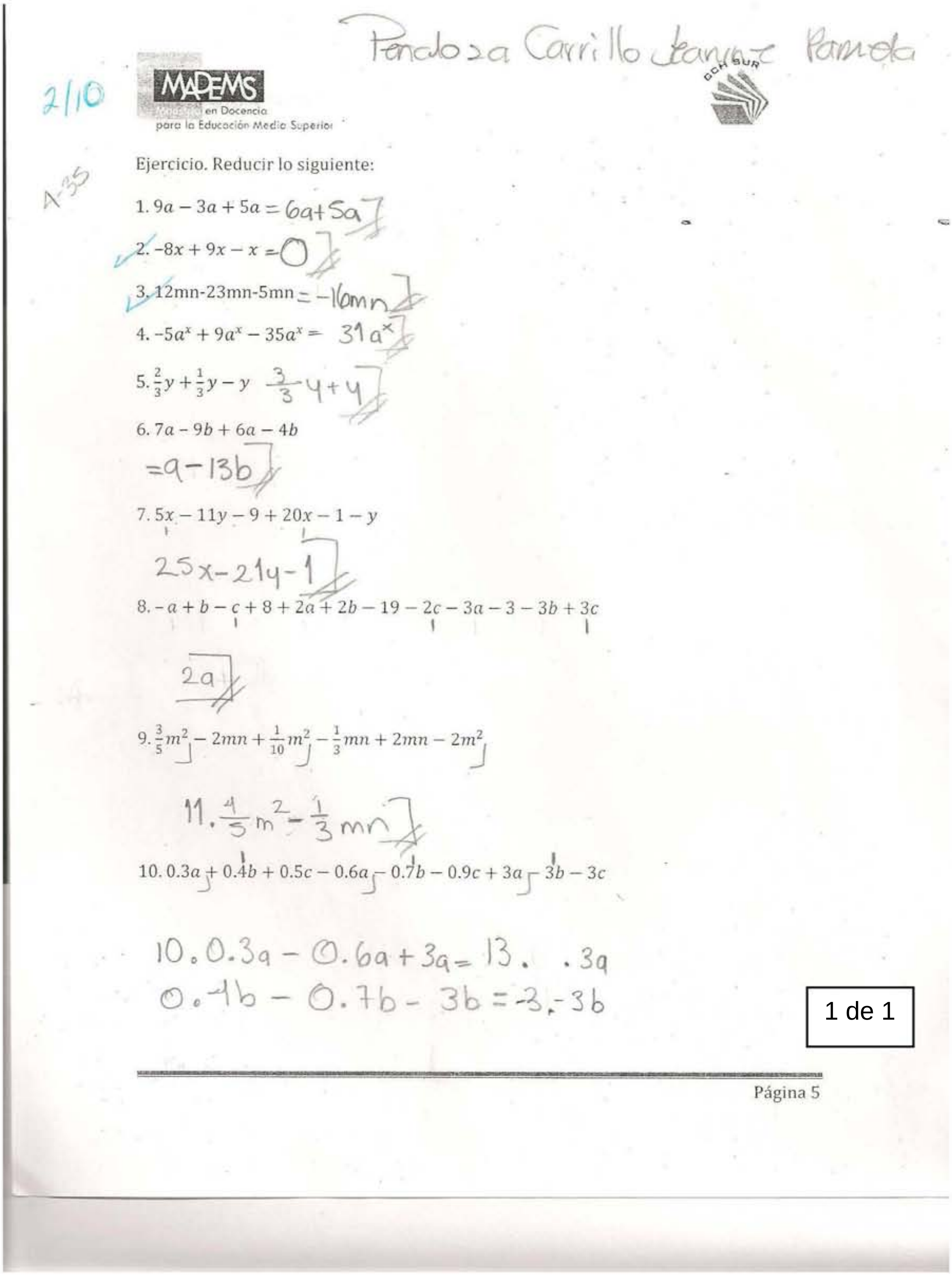
$10p - 7p + 2p - 5p = 0 \qquad 2g - 3g + 4g + 1g - 4g = 0$

5. ¿Qué puedes concluir de éste ejercicio?

Los símbolos y números son [illegible] porque facilita su entendimiento al ser simplificado, esto se hace más [illegible]

Anexo 3. Revisión básica en operaciones algebraicas.

Desde el inicio hay alumnos que muestran tener complicaciones.



Penaloza Carrillo [illegible] Pamela

2/10

MADEMS en Docencia para la Educación Media Superior

CCH SUR

A-35

Ejercicio. Reducir lo siguiente:

1. $9a - 3a + 5a =$ $6a+5a$
2. $-8x + 9x - x =$ 0
3. 12mn-23mn-5mn = $-16mn$
4. $-5a^x + 9a^x - 35a^x =$ $31a^x$
5. $\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}y - y$ $\frac{3}{3}y+y$
6. $7a - 9b + 6a - 4b$

$=9-13b$

7. $5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y$

$25x-21y-1$

8. $-a + b - c + 8 + 2a + 2b - 19 - 2c - 3a - 3 - 3b + 3c$

$2a$

9. $\frac{3}{5}m^2 - 2mn + \frac{1}{10}m^2 - \frac{1}{3}mn + 2mn - 2m^2$

11. $\frac{4}{5}m^2 - \frac{1}{3}mn$

10. $0.3a + 0.4b + 0.5c - 0.6a - 0.7b - 0.9c + 3a - 3b - 3c$

10. $0.3a - 0.6a + 3a = 13.\ \ .3a$

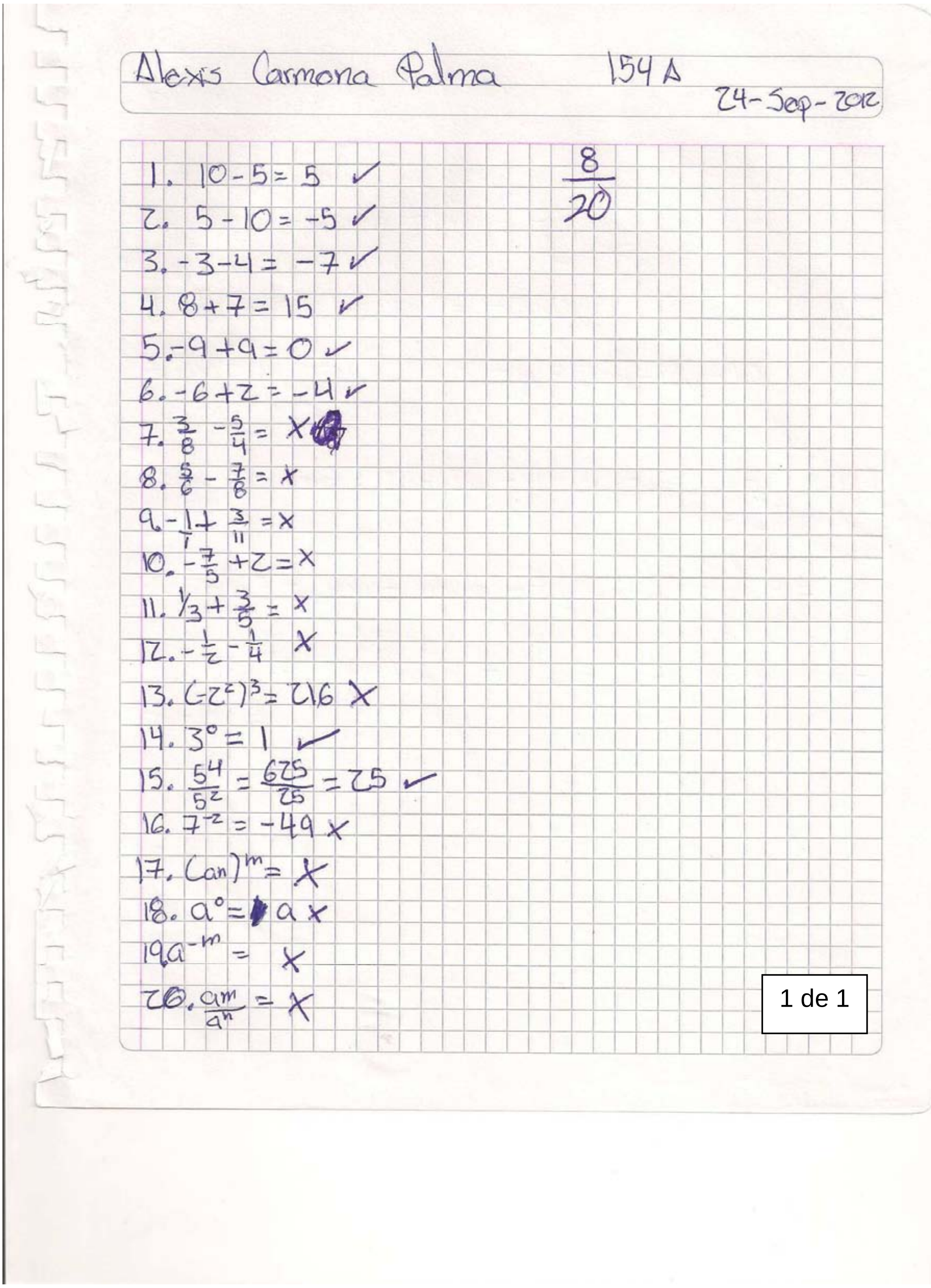
$0.4b - 0.7b - 3b = -3.-3b$

1 de 1

Página 5

Anexo 4. Operaciones aritméticas.

Los alumnos entran a bachillerato con dificultades en operaciones aritméticas.



Alexis Carmona Palma 154 A

24-Sep-2012

$\frac{8}{20}$

1. $10-5=5$ ✓
2. $5-10=-5$ ✓
3. $-3-4=-7$ ✓
4. $8+7=15$ ✓
5. $-9+9=0$ ✓
6. $-6+2=-4$ ✓
7. $\frac{3}{8}-\frac{5}{4}=$ X
8. $\frac{5}{6}-\frac{7}{8}=$ X
9. $-\frac{1}{7}+\frac{3}{11}=$ X
10. $-\frac{7}{5}+2=$ X
11. $\frac{1}{3}+\frac{3}{5}=$ X
12. $-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ X
13. $(-2^2)^3=216$ X
14. $3^0=1$ ✓
15. $\frac{5^4}{5^2}=\frac{625}{25}=25$ ✓
16. $7^{-2}=-49$ X
17. $(an)^m=$ X
18. $a^0=a$ X
19. $a^{-m}=$ X
20. $\frac{a^m}{a^n}=$ X

1 de 1

Padilla Correl Karla

154A

29 sept 2012

$\# \frac{4}{20} =$

1.- $10-5=5$ ✓

2.- $5-10=5$ x

3.- $-3-4=7$ x

4.- $8+7=15$ ✓

5.- $-9+9=0$ ✓

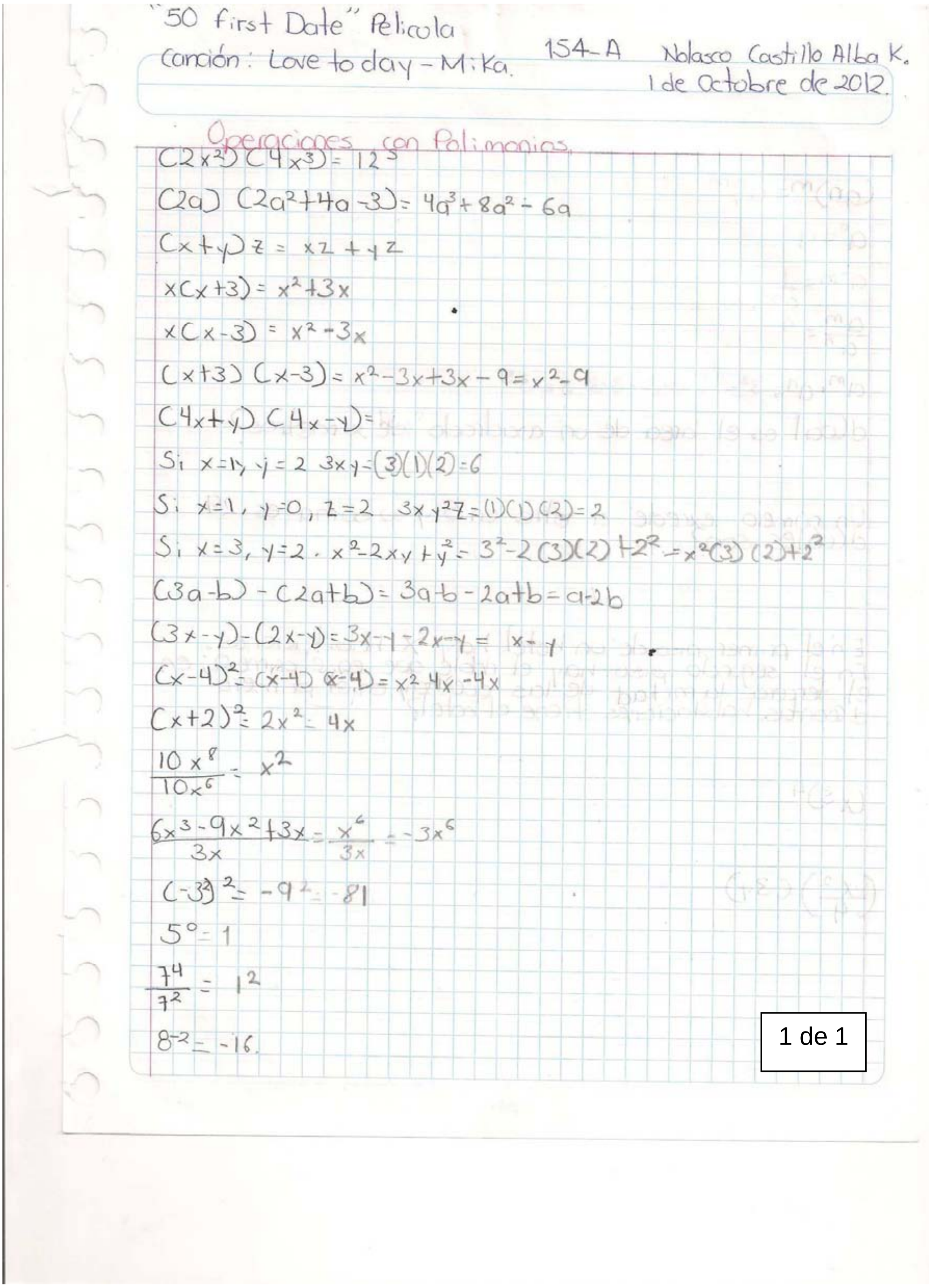
6.- $-6+2=4$ ✓

7.- $\frac{3}{8}-\frac{5}{4}=\frac{2}{4}$ x

8.- $\frac{5}{0}$ -

1 de 1

Anexo 5. Operaciones con polinomios. También en operaciones básicas con polinomios los estudiantes manifiestan sus carencias.



"50 first Date" Película
Canción: Love to day - Mika.
154-A
Nolasco Castillo Alba K.
1 de Octobre de 2012.

Operaciones con Polinomios.

$(2x^2)(4x^3) = 12^5$

$(2a)(2a^2+4a-3) = 4a^3+8a^2-6a$

$(x+y)z = xz+yz$

$x(x+3) = x^2+3x$

$x(x-3) = x^2-3x$

$(x+3)(x-3) = x^2-3x+3x-9 = x^2-9$

$(4x+y)(4x-y) =$

Si $x=1, y=2$ $3xy = (3)(1)(2) = 6$

Si $x=1, y=0, z=2$ $3xy^2z = (1)(1)(2) = 2$

Si $x=3, y=2$. $x^2-2xy+y^2 = 3^2-2(3)(2)+2^2 = x^2(3)(2)+2^2$

$(3a-b)-(2a+b) = 3a-b-2a+b = a-2b$

$(3x-y)-(2x-y) = 3x-y-2x-y = x-y$

$(x-4)^2 = (x-4)(x-4) = x^2\ 4x\ -4x$

$(x+2)^2 = 2x^2 - 4x$

$\frac{10x^8}{10x^6} = x^2$

$\frac{6x^3-9x^2+3x}{3x} = \frac{x^6}{3x} = -3x^6$

$(-3)^2 = -9^2 = -81$

$5^0 = 1$

$\frac{7^4}{7^2} = 1^2$

$8^{-2} = -16$

1 de 1

Anexo 6. Tarea inventada por los alumnos. Se les pidió que entregaran ejercicios para que se los dejaran de tarea a uno de sus compañeros.

OP.

Ejercicios

- potencias:

$a^3 =$

$8^4 =$

$3^0 =$

$(3a^2 + 5x^3)^2 =$

$(x - 5)^2 =$

- cocientes:

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a =$

$\frac{1}{3}xy + \frac{1}{6}xy =$

$\frac{3}{5}ab + \frac{1}{10}ab =$

$\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}a =$

$\frac{5}{6}a^{x+1} + \frac{3}{4}a^{x+1} =$

1 de 1

melissa Naomi Rendon Romero.

1534-k Hernandez Gonzalez Ulisen Queren DP.

a) $-3a-(-2a)=$

b) $-(3m^2-2m^2)=$

c) $4(3b-3)+3b=$

d) $8(n+1)-8(n-1)=$

e) $-4(a-2)-(-2a+8=$

f) $2a-(-2b)$

g) $5mn-2m-3m(n-1)+2n(m+1)+3m=$

h) $3(x+5)=24$

i) $4(z+6)=-16$

j) $-(3h+4)=-16$

k) $2(2x+4)=2(x+2)$

L) $-(-2x+5)=-2(x+4)+19$

M) $x+6=12$

N) $-3x-6=15$

O) $\frac{3^4}{3^2}$

P) $\frac{2^3}{2^5}$

Q) $\frac{5^2}{5^5}=$

R) $\frac{b^5}{b^4}=$

S) $\frac{3}{d^4}=$

T) $\frac{g^4\,g^2}{g^3}$

U) $\frac{x^2\,x^6}{x^3}=$

V $\frac{h^3\,h^2}{h^5}$

1 de 1

Anexo 7. Actividad con las tarjetas.

Relacionar lenguaje natural y lenguaje algebraico.

Ejercicio para entregar

Fichas

1.- $(x^2)+(x^4)$ = La suma del cuadrado de un número más la cuarta potencia de un número.

2.- $5(x^7)$ = El quíntuple ~~La quinta parte~~ de la séptima potencia de un número.

3.- $\frac{x^6}{5}$ = El ~~coeficiente~~ cinco entre la sexta potencia de un número. la quinta parte de la sexta potencia de un número.

4. $\frac{x}{5}$ = El ~~coeficiente~~ de cinco sobre un número cualquiera. la quinta parte de un número cualquiera.

5.- $(\frac{x}{4})^4$ = El coeficiente de cuatro sobre un número cualquiera a la cuarta potencia. la cuarta potencia de la cuarta parte de un número cualquiera

6.- $\sqrt{\frac{x}{5}}$ = La raíz del ~~coeficiente~~ cinco sobre un número cualquiera.

7.- $\sqrt[5]{\frac{x}{7}}$ = El quinto de la raíz del ~~coeficiente~~ siete sobre un número cualquiera. la raíz cuarta de la séptima parte de un número

8.- $\sqrt[4]{4x}$ = La raíz cuarta de cuatro veces un número cualquiera. la

9.- $\frac{3x}{2}$ = La segunda parte del triple de un número cualquiera

10.- $(\sqrt[4]{x})$ = La raíz cuarta de un número cualquiera

11.- $2(\sqrt[5]{x})$ = El doble de la quinta raíz de un número cualquiera

12.- $(6x)^2$ = El séxtuple de un número cualquiera elevado al cuadrado. El cuadrado del séxtuple de un número cualquiera

13.- $4(\sqrt[7]{x})$ = Cuatro veces la raíz séptima de un número

14.- $\sqrt[3]{xy}$ = La raíz cúbica de el producto de dos números cualquiera

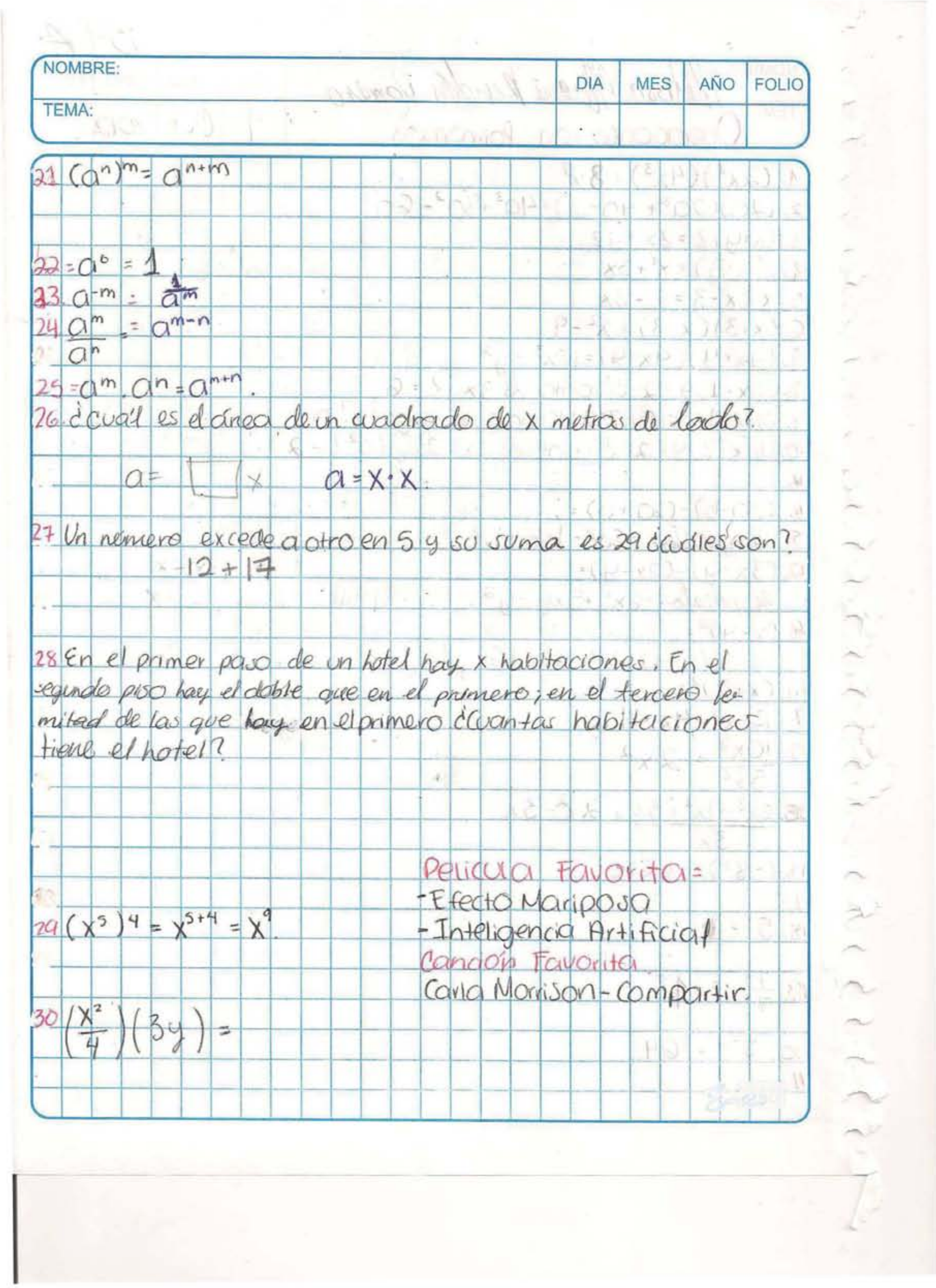
15.- $(x^5)(5x)$ = El producto de la quinta potencia de un número q cinco veces un número

16.- $\frac{2x}{3}$ = La tercera parte del doble de un número cualquiera

17.- $(x)*(y)$ = El producto de dos números cualquiera.

Anexo 8. Repaso de etapas 1 y 3.

Ejemplo de lo que los estudiantes intentaron repasar de las etapas 1 y 3.



NOMBRE:	DIA	MES	AÑO	FOLIO
TEMA:				

21 $(a^n)^m = a^{n+m}$

22 $= a^0 = 1$

23 $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

24 $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

25 $= a^m . a^n = a^{n+n}$

26 ¿cuál es el área de un cuadrado de x metros de lado?

a = $\boxed{}$ x $a = X \cdot X$

27 Un número excede a otro en 5 y su suma es 29 ¿cuáles son?

12 + 17

28 En el primer paso de un hotel hay x habitaciones. En el segundo piso hay el doble que en el primero; en el tercero la mitad de las que hay en el primero ¿Cuantas habitaciones tiene el hotel?

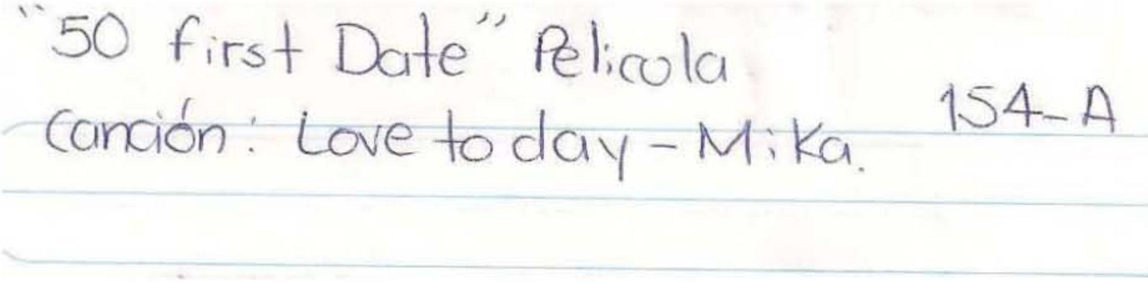
Película Favorita:
-Efecto Mariposa
-Inteligencia Artificial
Canción Favorita
Carla Morison - Compartir

29 $(x^5)^4 = x^{5+4} = x^9$

30 $\left(\frac{x^2}{4}\right)(3y) =$

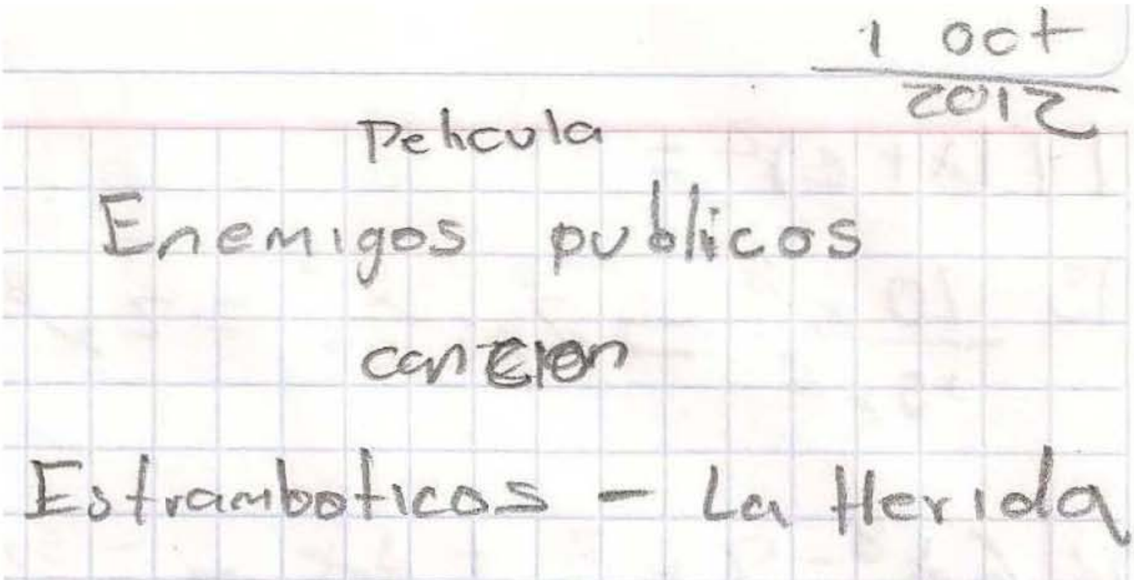
Anexo 9. Canciones y Películas Favoritas.

Canciones y películas que les gustan a los alumnos del grupo piloto con las cuales se les pidió que formularan problemas.



"50 first Date" Pelicula

Canción: Love to day - Mika. 154-A



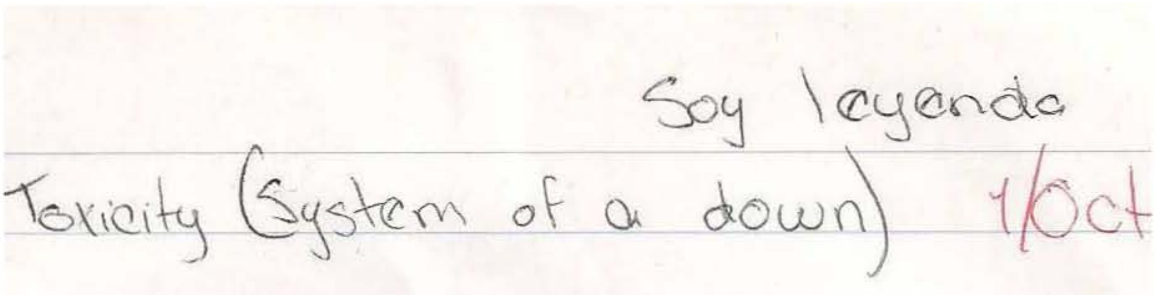
1 oct 2012

Pelicula

Enemigos publicos

cancion

Estramboticos - La Herida



Soy leyenda

Toxicity (System of a down) 1/Oct

pelicula : starwars

canción : lost - coldplay.

Pelicula Favorita =

- Efecto Mariposa
- Inteligencia Artificial

Canción Favorita

Carla Morrison - Compartir.

Mi pelicula favorita.

Siempre a tu lado

Mi canción favorita.

- Can't take my eyes off you (Muse)

Anexo 10. Problemas inventados.

Problemas que inventaron los alumnos con sus canciones o películas favoritas.

Tarea!

Paola García Martínez

Película: El Rey León!

Personajes: Simba & Pumba.

¡¡Muy Bien!!

Simba tiene la tercera parte de kilos que Pumba, dentro de 9 años Pumba tendrá el doble de kilos que Simba. ¿Qué pesos tienen Simba & Pumba?

	Pesos actuales	Pesos dentro de 9 años.
Simba	x	$x+9$
Pumba	$3x$	$3x+9$

- Reconociendo datos:

Dentro de 9 años Pumba tendrá el doble de Peso que Simba:

- Modelo Algebraico:

$$3x+9=2(x+9)$$

- Resuelve la ecuación:

$3x+9=2(x+9)$

$3x+9=2x+18$

$9=2x+18-3x$

$9=-x+18$

$x=-9+18$

$x=9$

$x=9.$

1 de 2

Tarea!

Película: El Rey León!

Personajes: Simba & Pumba.

¡¡muy Bien!!

Simba tiene la tercera parte de kilos que Pumba, dentro de 9 años Pumba tendrá el doble de kilos que Simba. ¿Qué pesos tienen Simba & Pumba?

	Pesos actuales	Pesos dentro de 9 años.
Simba	x	$x+9$
Pumba	$3x$	$3x+9$

- Reconociendo datos:

Dentro de 9 años Pumba tendrá el doble de peso que Simba:

- Modelo Algebraico:

$$3x+9=2(x+9)$$

- Resuelve la ecuación:

$3x+9=2(x+9)$

$3x+9=2x+18$

$9=2x+18-3x$ $\quad$ $x=9.$

$9=-x+18$

$x=-9+18$

$x=9$

2 de 2

La de la mala suerte y Agora saldrán de fiesta.
La de la mala suerte sale de su casa a las 8:00 hrs. y el coche lleba una velocidad de 8 kph. Y después de una hora Agora sale de su casa a la misma Fiesta en el coche a una velocidad de 10 kph. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar a la fiesta Agora y la de la mala suerte en alcanzarla?

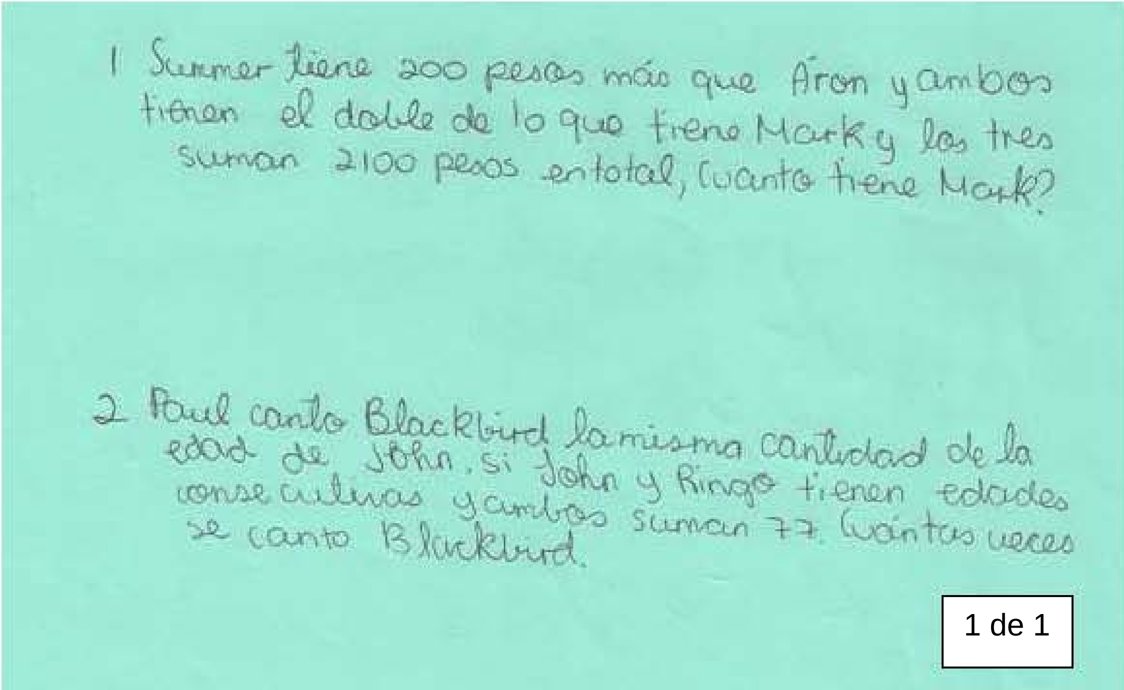
Tiempo	La de la mala suerte	Agora
1	1 x 8 = 8	0 x 10 = 0
2	2 x 8 = 16	1 x 10 = 10
3	3 x 8 = 24	2 x 10 = 20
4	4 x 8 = 32	3 x 10 = 30
5	5 x 8 = 40	4 x 10 = 40

¿En cuanto tiempo Agora alcanza a la de la mala suerte?
R= 5 horas tarda Agora en alcanzar a la de la mala suerte.

Ecuación:

$$8x = 10(x-1)$$
$$8x = 10x - 10$$
$$10 = 10x - 8x$$
$$10 = 2x$$
$$\frac{10}{2} = x$$
$$\boxed{x = 5 \text{ horas}}$$

1 de 1



1 Summer tiene 200 pesos más que Áron y ambos tienen el doble de lo que tiene Mark y los tres suman 2100 pesos entotal, Cuanto tiene Mark?

2 Paul canto Blackbird la misma cantidad de la edad de John, si John y Ringo tienen edades consecutivas y ambos suman 77. Cuántas veces se canto Blackbird.

1 de 1

Anexo 11. Prueba Diagnóstico de Omar.

Al igual que varios de sus compañeros del grupo Piloto, Omar presentó dificultades para resolver problemas con procedimientos algebraicos. Recurrió a ensayo y error e incluso no intentó dar solución a algunos incisos. Comparar con su prueba final (Anexo 12).

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
PLANTEL SUR
Matemáticas I
Prueba

Instrucciones: Lee cuidadosamente cada una de las cuestiones. Después realiza lo que se te pide.

Nombre: Gonzalez Quiroz Angel Omar

Grupo: 154-A

1. Resuelve las siguientes expresiones algebraicas

No a) $\frac{24b^2}{-4b} + (\ ) = -6b - 3$

b) $4a(7b - 2a) = 28ab - 8a^2$

No c) $(\ ) + \frac{-24a^2}{6a} = 3a^2 - 4a^2$

2. ¿Son iguales? Contesta sí o no,

No

$$xx = 2x$$

3. Considera el segmento AB en el plano y P un punto cualquiera fuera del segmento.

(a) Si la longitud de P a A es el doble de la longiud de P a B ¿Qué ecuación corresponde a lo anterior?

(b) Si ahora consideramos que P está en el segmento AB entonces ¿Cuál será la ecuación?

1/4 4. Bruno tenía 97 canicas y María tenía 11. Bruno le dio algunas de sus canicas a María de tal manera que Bruno terminó con el doble de canicas que ella. ¿Cuántas canicas le dio Bruno a María?

Le dio 28 canicas

97 + 11 = 108; 108 ÷ 3 = 36; 39 − 11 = 28

5. La suma de tres números consecutivos es 156. Hallar los números.

1/4 6. Mi edad más cinco años es el doble de la tuya ¿Cuántos años tengo?

33 años

19 × 2 = 38; 38 − 5 = 33

7. Contesta y justifica.

← Creo que eran 3/4.

1/4 En un salón de clases se les pregunta a los alumnos cuantas patas tienen en total una gallina, seis perros y siete " papilgradis" ~~Luis dice~~ 44, Iván dice 72, Ana 65 y Javier 82. ¿Quién está en lo correcto y cuántas patas tiene un "papilgradis¿ Ojo: no importa qué es un "papilgradis", usa razonamientos lógicos para resolverlo.

24 P 2 6 = 26 44 − 26 = 18 72 − 26 = 46 65 − 26 = 39 82 − 26 = 66

8. Y por último, esto a qué es igual

$$a + a = 2a$$

1 de 1

Anexo 12. Prueba Final de Omar.

Omar mejoró en el manejo de resolución de problemas y en su familiarización con el lenguaje algebraico.

7.25

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES PLANTEL SUR
Matemáticas I
Resolución de problemas con ecuaciones lineales

Nombre: Gonzalez Quiroz Angel Omar
Grupo: 154-A
Fecha: 12/10/12

Lee con ATENCIÓN y resuelve lo que se te pide.

1. Esto ¿a qué es igual?

1 $x \cdot x = x^2$

2. Traduce al lenguaje algebraico.
La suma del doble de un número cualquiera y la raíz cúbica de otro número cualquiera.

1.5 $2x + \sqrt[3]{y}$

3. Traduce del lenguaje algebraico al lenguaje común.

0.75 $4(x/3)^5$

1/2 El cuadruple de la tercera parte de un numero elevado a la quinta potencia.

4. Resuelve los siguientes problemas (no olvides plantear bien tu modelo algebraico):
a) La suma de dos pares consecutivos es 194. Encontrar esos números.

2

$x + 2 + x + 4 = 194$
$2x + 6 = 194$
$2x = 188$
$x = \frac{188}{2}$
$x = 94$

$2 \overline{)188}$ = 94, 08

$94 + 2 = 96$
$94 + 4 = 98$
194

Los numeros son 96 y 98

1 de 2

1 b) La edad de mi tía es el cuádruple de la edad de su hija. Dentro de nueve años, la edad de mi tía será solamente el triple de la edad de su hija. ¿Cuáles son las edades actuales de mi tía y de su hija?

1/2

Tía = $4x$

Hija = x

$4x + 9 = 3x$

$4x - 3x = 9$

$x = 9$

Tía = $4(9) = 36$

hija = 9

Casi lo planteaste bien,

el modelo era

$4x+9 = 3(x+9)$

18 y 72

1 c) En una librería han vendido 20 libros a dos precios distintos: unos a $800 y otros a $1,200. Con esta venta han obtenido $19,200. ¿Cuántos libros han vendido de cada precio?

1/2

lo planteaste bien (casi)

que bueno que se ve aunque lo borraste

2 de 2

Anexo 13. Grupo Testigo en la Prueba Final.

Comentarios que anotaron algunos alumnos. Ninguna confesión de este tipo se presentó en el grupo Piloto. También se muestran unos errores aritméticos y algebraicos que deben ser atendidos en un curso de Matemáticas I.

b) La edad de mi tía es el cuádruple de la edad de su hija. Dentro de nueve años, la edad de mi tía será solamente el triple de la edad de su hija. ¿Cuáles son las edades actuales de mi tía y de su hija?

$y=4x$

$y+9=3x+9$

No lo puedo despejar

c) En una librería han vendido 20 libros a dos precios distintos: unos a $800 y otros a $1,200. Con esta venta han obtenido $19,200. ¿Cuántos libros han vendido de cada precio?

$20x = 19\ 200$ No puedo despejarlo no le entiendo

1/4

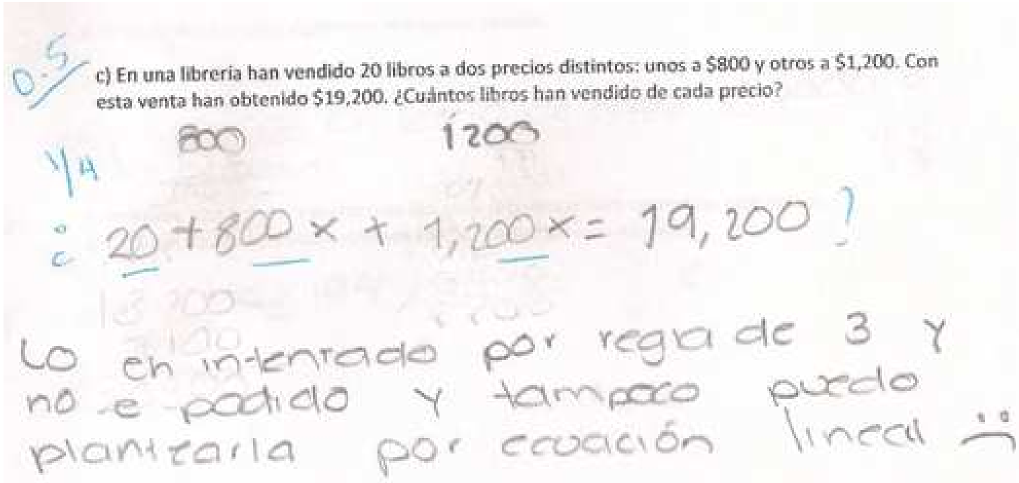
c) En una librería han vendido 20 libros a dos precios distintos: unos a $800 y otros a $1,200. Con esta venta han obtenido $19,200. ¿Cuántos libros han vendido de cada precio?

se me dificulta el planteamiento de la Ecuacion

c) En una librería han vendido 20 libros a dos precios distintos: unos a $800 y otros a $1,200. Con esta venta han obtenido $19,200. ¿Cuántos libros han vendido de cada precio?

$19,200=20$ ¿?

Lo intente por regla de 3 y no pude y tampoco la pude plantear como ecuacion



0.5

c) En una librería han vendido 20 libros a dos precios distintos: unos a $800 y otros a $1,200. Con esta venta han obtenido $19,200. ¿Cuántos libros han vendido de cada precio?

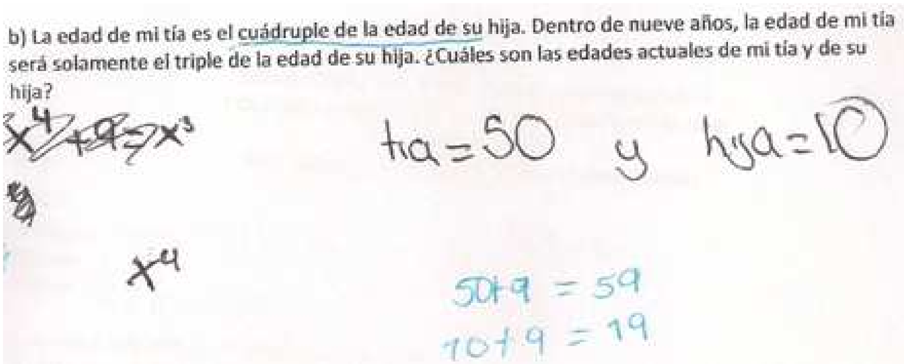
1/4

800 1200

¿ $20 + 800x + 1{,}200x = 19{,}200$?

Lo eh intentado por regla de 3 y no e podido y tampoco puedo plantearla por ecuación lineal

En los siguientes los alumnos manejan sin cuidado coeficientes y exponentes.



b) La edad de mi tía es el cuádruple de la edad de su hija. Dentro de nueve años, la edad de mi tía será solamente el triple de la edad de su hija. ¿Cuáles son las edades actuales de mi tía y de su hija?

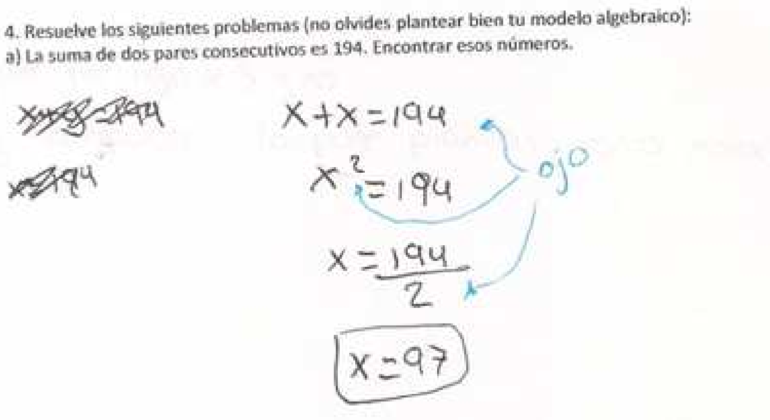
$\cancel{x^4+9=x^3}$

tia = 50 y hija = 10

x^4

50+9 = 59

10+9 = 19



4. Resuelve los siguientes problemas (no olvides plantear bien tu modelo algebraico):

a) La suma de dos pares consecutivos es 194. Encontrar esos números.

$\cancel{x+x=194}$

$\cancel{x^2=194}$

$x+x=194$

$x^2=194$

$x=\frac{194}{2}$

$\boxed{x=97}$

ojo

OTROS

Anexo 14. Cine y Literatura.

Algunas películas y textos que el docente podría trabajar con su grupo.

Películas:

El cubo. Dir. Vicenzo Natali. Actores: Nicole de Boer, Nicky Guadagni, Adrian Atian, Andrew Miller, Julian Richings, Wayne Robson y Maurice Dean Wint. Viacom Canada. Canadá. 1997.

Mente indomable. Dir. Gus Van Sant. Actores: Matt Damon, Robin Williams, Ben Affleck, Stellan Skarsgård y Minnie Driver. Miramax. Estados Unidos. 1997.

Pi, el orden del caos*.* Dir. Darren Aronosfky. Actores: Sean Gullette, Mark Margolis, Ben Shenkman y Pamela Hart. Estados Unidos. 1998.

Una mente brillante. Dir. Ron Howard. Actores: Russell Crowe, Ed Harris, Jennifer Connelly, Christopher Plummer, Paul Bettany, Adam Goldberg y Josh Lucas. Imagine Entertainment. Estados Unidos. 2001.

Proof (La verdad oculta). Dir. John Madden. Actores: Gwyneth Paltrow, Jake Gyllenhaal, Anthony Hopkins y Hope Davis. Miramax & Endogame Entertainment. Estados Unidos. 2005.

Ágora. Dir. Alejandro Amenábar. Actores: Rachel Weisz, Max Minghella, Oscar Isaac, Ashraf Barhom, Michael Lonsdale, Rupert Evans y Richard Durden. Telecinco Cinema, 20th Century Fox & Focus Features. España y Malta. 2009.

Literatura:

Farrington, Benjamín. (1986). ***Ciencia griega***. Editorial: Icaria.

Granados Salinas, Tomas.(1996). ***El dibujante de triángulos. Euclides***. Editorial Pangea.

Guedj, Denis. (2002). ***El teorema del loro***. Editorial Anagrama.

Hans Magnus Enzensberger. (1997). ***El diablo de los números***. Editorial Siruela.

Josep Pla i Carrera. (2009). ***Liu Hui. Nueve capítulos de la matemática china***. Editorial Nivola. Colección La matemática en sus personajes.

Kline, Morris. (1985). ***Matemáticas. La pérdida de la certidumbre***. Editorial Siglo XXI de España.

Martín Casalderrey, Francisco. (2000). ***Las matemáticas en el Renacimiento italiano: Cardano y Tartaglia***. Editorial Nivola. Colección La matemática en sus personajes.

Moreno Castillo, Ricardo. (2011). ***Aryabhata, Brahmagupta y Bhaskara. Tres matemáticos de la India***. Editorial Nivola. Colección La matemática en sus personajes.

Moreno Castillo, Ricardo. Vegas Montaner, José Manuel. (2006). ***Una historia de las matemáticas para jóvenes***. Editorial Nivola.

Osserman, Robert. (1997). ***La poesía del universo***. Editorial Crítica.

Platón. (360 A.C.). ***Timeo***.

Tahan, Malba. (2008). ***El hombre que calculaba***. Editorial RBA Libros.

Anexo 15. Nota de la Gaceta UNAM.

Se hace alusión a este artículo en un pie de página en el capítulo 1.

EFEMÉRIDE — DÍA INTERNACIONAL DE LA EDUCACIÓN

Prioritario, vincular educación con desarrollo nacional

Egresan miles de jóvenes sin capacidades suficientes para insertarse al mercado laboral

Cristóbal López

México requiere una mayor vinculación entre los programas académicos que imparten las instituciones de educación superior y los requerimientos de la sociedad para formar los recursos humanos que el país demanda y que impulsan el desarrollo nacional, sostuvo Lina Escalona Ríos, del Instituto de Investigaciones Bibliotecológicas y de la Información.

"Cada año egresan miles de jóvenes sin las capacidades y herramientas suficientes para insertarse en un mercado laboral cada vez más exigente. Es urgente una planeación educativa de largo aliento para elevar la productividad de la nación", estableció con motivo del Día Internacional de la Educación, jornada que se conmemora cada 1 de abril.

Transformar los esquemas formativos tradicionales con el propósito de integrar el desarrollo de habilidades en contenidos académicos en beneficio de las necesidades sociales es el gran reto de la educación superior, dijo.

Asimismo, enfatizó que al mismo tiempo que se abren espacios para garantizar instrucción superior a más jóvenes, es indispensable una política pública para impulsar y promover las profesiones que se requieren.

Las cifras

México ocupa la cuarta posición internacional en desempleo juvenil, con más de siete millones de personas de entre 15 y 29 años sin acceso a un trabajo de calidad bien remunerado y con prestaciones.

En el Índice Global de Habilidades 2013, que evalúa el mercado laboral y el talento local en 30 economías del mundo, la mexicana mantuvo la calificación de 5.9 puntos, en una escala de 0 a 10, obtenida en 2012, lo que indica la carencia de profesionales calificados para distintos puestos, en industrias especializadas, relacionadas con tecnologías de la información y la comunicación e ingenierías.

Los altos índices de desempleo no impiden que haya vacantes sin cubrir por la falta de recursos humanos con la formación que se demanda, señala el documento elaborado por Hays, empresa internacional de reclutamiento para puestos de mando medio y alta gerencia, así como por el Departamento de Economía de la Universidad de Oxford, Estados Unidos.

De acuerdo con la Comisión Económica para América Latina y el Caribe, entre más elevado es el grado de estudios, se reducen las probabilidades de encontrar trabajo acorde con la preparación. Así, de cada cien vacantes especializadas que se ofertan en las ferias de empleo sólo se cubren 11.

Al respecto, la investigadora subrayó que se requieren programas académicos que consideren la formación de profesionales con los conocimientos y las habilidades suficientes para crear empresas propias que oferten plazas laborales. "Frente a un contexto de cambio constante y de creciente desempleo, subocupación e informalidad, debemos ofrecer a los jóvenes las herramientas adecuadas para que ellos mismos generen sus recursos", recomendó.

Transformar los esquemas formativos tradicionales. Fotos: Juan Antonio López.

11 vacantes especializadas se cubren de cada cien que se ofertan en ferias del empleo

5.9 puntos obtuvo México en evaluación sobre el mercado laboral y talento local

4 lugar internacional en desempleo juvenil ocupa la nación

7 millones de mexicanos entre 15 y 29 años sin acceso a un empleo de calidad bien remunerado

Anexo 16. Una lista de problemas y ejercicios para la etapa 3.

1. ¿Cuál es el área de un cuadrado de x metros de lado?

2. Un número excede a otro en 5 unidades y al sumar ambos números se obtiene 29. ¿Cuáles son?

3. En el primer piso de un hotel hay x habitaciones. En el segundo piso hay el doble número de habitaciones que en el primero y en el tercero la mitad de las que hay en el primero. ¿Cuántas habitaciones tiene el hotel?

4. Escribir la suma del cuadrado de m, el cubo de b y la cuarta potencia de x.

5. Siendo a un número entero, escribir los dos números enteros consecutivos posteriores a a.

6. Siendo x un número entero, escribir los dos números enteros consecutivos anteriores a x.

7. Escribir la suma del doble de a con el triple de b y la mitad de c.

8. En mi casa tengo 2 archivadores en cada una de las 2 habitaciones. Cada archivador tiene 2 cajones y en cada cajón puedo guardar 2 cajas. ¿Cuántas cajas puedo guardar en total?

9. El número de hombres en un salón de clases es 10 más que la mitad del número de mujeres. Si hay 30 hombres ¿cuántas personas, entre hombres y mujeres, hay en el grupo?

10. El largo de un terreno rectangular es 2 metros menos que el triple de su ancho. Si el perímetro es de 76 metros ¿cuáles son las dimensiones de los lados del terreno?

11. Una computadora con un 20% de descuento se vendió en $12,600. ¿Cuál era su precio original?

12. Compré en total 13 tamales y gasté $146. Hay de dulce y de verde. Los tamales de dulce cuestan $10 y los de verde $12. ¿Cuánto cuesta el tamal de dulce y el de verde?

13. En una venta de 200 calendarios recaudamos $2450. Al entregar el dinero nos preguntaron que cuántos calendarios vendimos de cada precio. Sólo sabemos que hay calendarios de $10 y de $15. ¿Nos puedes ayudar?

14. Julieta quiere adivinar el número que está pensando Melissa. Para hacer esto, Julieta le pregunta a Melissa: “Piensa en un número, multiplícalo por dos y súmale tres veces el número que pensaste. ¿Qué número te quedó?” a lo cual Melissa contesta: 55. ¿Puedes ayudarle a Julieta a adivinar en qué número pensó Melissa?

15. A las tres de la tarde sale de la ciudad un coche con una velocidad de 80 Km/hr. Dos horas más tarde sale una moto en su persecución a una velocidad de 120 Km/hr. ¿A qué hora lo alcanzará? ¿A qué distancia de la ciudad?

16. En un rancho Juan le dice a Pedro: “Hay que trasquilar 30 ovejas en 15 días, trasquilando al menos una por día y siempre un número impar de ovejas”. ¿Puede Pedro cumplir la orden de Juan?

17. Pablo tiene menos de $21. Si sólo compra paletas de $2, le sobra $1 y si compra chocolates de $3, le sobran $2. ¿Cuál es la mayor cantidad de dinero que puede tener Pablo?

18. Un equipo de pasteleros está compuesto por el viejo panadero y 9 estudiantes. Un día el viejo panadero horneó 9 pasteles más que el promedio de todo el equipo (incluyéndolo a él). Si se sabe que ese día cada estudiante horneó 15 pasteles, ¿cuántos pasteles fueron horneados por todo el equipo?

19. Un edificio mide $60m$ de altura y a cierta hora del día proyecta una sombra de $40m$. Se construye una antena de $2m$ sobre el techo del edificio, ¿cuál es la longitud de la sombra de la antena a esa misma hora del día?

20. En una cena de navidad, cada persona consumió la mitad de un plato de ensalada, un tercio de un plato de romeritos y un cuarto de un plato de pavo. Si en total se sirvieron 65 platos de comida, ¿cuál es el número de personas en la cena?

FUENTES DOCUMENTALES

Barrantes, Hugo. (2008). *Creencias sobre las Matemáticas en estudiantes de la enseñanza media costarricense.* Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, año 3, nº 4, pp. 45-69.

Blanco Nieto, Lorenzo J. (1990). Tesis doctoral *Conocimiento y Acción en la Enseñanza de Conceptos Matemáticos y la Resolución de Problemas, de Profesores de E.G.B., Especialistas en Matemáticas, con experiencia y Estudiantes para Profesores*. Universidad de Sevilla.

Blanco Nieto, Lorenzo J. Cárdenas Lizarazo, Janeth A. (2013). *La Resolución de Problemas como contenido en el Currículum de Matemáticas de Primaria y Secundaria*. Campo Abierto, vol. 32 nº 1, pp. 137-156.

Collete, Jean-Paul. (1986). *Historia de las Matemáticas I*. Siglo Veintiuno editores.

Consejo Nacional contra las Adicciones. Encuesta Nacional de Adicciones. México, D.F.: Secretaría de Salud, 2000.

Consejo Nacional de Población. *Situación de las y los jóvenes en México. Diagnóstico socio-demográfico*. México, D.F.: CONAPO, 2002.

Courant, R. Robbins, Herbert. (2006) *¿Qué son las Matemáticas?* Fondo de Cultura Económica.

Díaz Barriga, Frida. (2005). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida real*. McGraw-Hill Interamericana.

Dubinsky, E. (1994). *A Theory and Practice of Learning College Mathematics. In A. Schoenfeld.* Mathematical Thinking and Problem Solving (pp. 22–247). Hillsdale, NJ: Erslbaum.

Dubinsky, E. (1991). *Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In D. Tall.* Advanced Mathematical.

Durkheim, Emile. (2006) *Educación y Sociología*. México. Colofón. Cap. 1.

Encuesta Nacional de Juventud 2000. Resultados Generales. México, D.F.: Secretaría de Educación Pública, Instituto Mexicano de la Juventud, agosto 2002.

Gómez Chacón, Inés Ma. (2000) *Matemática Emocional*. Madrid. Narcea Mc Leod.

González Urbaneja, Pedro M. (2009) *Historia de la Matemática y dimensión cultural de las Matemáticas*. Actes D'História de la Ciéncia i de la Técnica. Nova Época/Volum 2 (1)/ 2009, p.337-346.

Hativa, Nira , *What Makes Mathematics Lessons Easy to Follow Understand and Remember*, en Two-year College Mathematics Journal, vol.14, 1983, pp. 398-406. Traducción Alberto Díaz Cadena, CELE, UNAM. Copyright by, The Mathematical Association of America, and Dr. Nira Hatavi, Tel Aviv University, Israel.

Informe PISA 2012. Disponible en http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012lineavolumeni.pdf?documentId=0901e72b81786310

Jensen Arnett, J. (2008) *Adolescencia y Adultez emergente. Un enfoque cultural*. México. Pearson.

Maza Gómez, Carlos. (2000). *Las Matemáticas de la antigüedad y su contexto histórico*. Universidad de Sevilla.

Meel, D. (2003). *Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la teoría APOE*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 6 (3), 221–271.

OCDE, Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2003). *Informe PISA* (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) 2003. Aprender para el mundo del mañana. España.

Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology.* New York & London: Columbia University Press.

Piaget, J. y García, R. (2004). *Psicogénesis e historia de la ciencia.* México: Siglo XXI Editores.

Polya, G. (1988). *How to solve it*. Princeton: Princeton Science Library.

Programa del plan de estudios del Colegio de Bachilleres. Disponible en http://www.cbachilleres.edu.mx/cb/comunidad/docentes/pdf/Reforma_curricular/Documentos/primersemestre2012/Matematicas_I.pdf

Programa del plan de estudios del Colegio de Ciencias y Humanidades. UNAM. Disponible en http://www.cch.unam.mx/sites/default/files/plan_estudio/mapa_mateiaiv.pdf

Programa del plan de estudios de la Escuela Nacional Preparatoria. UNAM. Disponible en http://dgenp.unam.mx/planesdeestudio/index.html

RIEMS 2008. Disponible en
http://idbdocs.iadb.org/wsdocs/getdocument.aspx?docnum=38043188

Santos Trigo, L.M. (1997). *Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas.* Capítulo 6. Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del INP. Grupo Editorial Iberoamérica. Segunda Edición. México.

Schoenfeld, Alan H. (1985). *Mathematical Problem Solving.* Academic Press, Inc.

Sierpinska, Anna. (1994). *Understanding in Mathematics*. Studies in Mathematics Education Series: 2. The Falmer Press.

Zorrilla Alcalá, Juan F. (2007). *Desarrollo de Habilidades Verbales y Matemáticas I*. Editorial AGO.