



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

UN DISPOSITIVO PARA ESTUDIAR LA INESTABILIDAD
DE RAYLEIGH-BÉNARD

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
FÍSICO

PRESENTA
VALENTÍN VALDÉS GONZÁLEZ

TUTOR
M. EN C. SERGIO HERNÁNDEZ ZAPATA



2015



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno.

Valdés

González

Valentín

5537892405

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

405043787

2. Datos del tutor.

M. en C.

Hernández

Zapata

Sergio

3. Datos del sinodal 1

Dr

Gerardo

Ruiz

Chavarría

4. Datos del sinodal 2

Dr

Abraham

Medina

Ovando

5. Datos del sinodal 3

Dr

Sergio

Cuevas

García

6. Datos del sinodal 4

Dr

Eduardo

Ramos

Mora

7. Datos de la tesis

Un dispositivo para estudiar la inestabilidad de Rayleigh-Bénard

65 p.

2015

**A mi madre, principio de todo.
A Sonia por incondicional.**

Agradecimientos

Al pueblo mexicano que financió mis estudios. A la estructura de la UNAM. A profesores y compañeros. A mis sinodales por sus contribuciones al mejoramiento de la versión final de mi tesis. Al proyecto PAPIME PE103914 "USO DE NUEVAS TECNOLOGIAS EN EL LABORATORIO DE FENOMENOS COLECTIVOS",

Índice

1. Introducción	1
2. Estabilidad e inestabilidad	3
3. Inestabilidad de Rayleigh-Bénard y Bénard-Marangoni	5
3.1. Número de Rayleigh	5
3.2. Inestabilidad de Rayleigh-Bénard	8
3.2.1. Placas verticales	8
3.2.2. Placas horizontales	13
3.3. Número de Marangoni.....	18
3.4. Inestabilidad de Bénard-Marangoni.....	19
3.5. Comparación entre Rayleigh-Bénard y Bénard-Marangoni.....	24
4. Medición de variables termofísicas	27
4.1. Medición del coeficiente de expansión térmica.....	27
4.2. Medición del coeficiente de difusividad térmica	29
4.3. Medición de la viscosidad cinemática.....	33
5. Dispositivo experimental	37
5.1. Antecedentes experimentales.....	38
5.2. Variación de la separación entre las placas.....	39
5.3. Variación de la temperatura	44
6. Procedimiento experimental y resultados.	47
6.1. Experimentos con marco de aluminio fijo.	48
6.2. Experimentos con placas deslizables	48
7. Lineamientos para una práctica de laboratorio de la materia de “Fenómenos Colectivos” de la carrera de Física.	55
7.1. Objetivos:	55
7.2. Material y sustancias.	56
7.3. Procedimiento	57
8. Conclusiones	59
9. Apéndice A: Ley de Raoult y enfriamiento por evaporación.	61
10. Bibliografía	63

1. Introducción

Para entender cómo funciona la convección natural -el flujo resultante de una diferencia de temperatura en un fluido, en presencia de la fuerza de gravedad- suele ser útil recurrir al experimento descrito por Lord Rayleigh (1916) que consiste en encerrar una capa líquida entre dos paredes rígidas horizontales, de manera que se establece la condición de adherencia en las dos paredes como condición de frontera. Al someter esta capa de líquido a un gradiente de temperatura vertical el flujo base en reposo puede hacerse inestable iniciando de esta manera un comportamiento convectivo. Este comportamiento está determinado por el número de Rayleigh, un parámetro que involucra propiedades del fluido y características como el gradiente de temperatura. Existe un valor umbral del número de Rayleigh tal que al ser superado se inicia la convección.

El objetivo del presente trabajo es mostrar el diseño, construcción y experimentos realizados con un dispositivo para obtener inestabilidades de Rayleigh-Bénard. El trabajo comienza dando un panorama general del concepto de estabilidad e inestabilidad, a continuación se discuten los tipos particulares de inestabilidad conocidas como Rayleigh-Bénard y Bénard-Marangoni, con la deducción del parámetro adimensional que caracteriza cada tipo de inestabilidad. A continuación se analizan las propiedades del líquido involucradas en el número de Rayleigh y se muestran técnicas experimentales para obtener dichas propiedades. Como parte central de este trabajo se detalla la construcción y el uso de diferentes dispositivos utilizados durante el desarrollo del trabajo y se explican las diferentes técnicas utilizadas para variar la diferencia de temperaturas entre las placas así como para obtener diferentes grosores de la capa de líquido. Finalmente se

dan los lineamientos para realizar una práctica de laboratorio donde se condensan los resultados del presente escrito.

2. Estabilidad e inestabilidad

El concepto de estabilidad data del siglo XVIII y Clerk Maxwell lo expresa en el siglo XIX pensando lo que una perturbación provoca en un sistema en el futuro. En sus palabras: *Cuando una variación infinitesimal de un estado actual altera en una forma infinitesimal el estado futuro, se dice que el estado del sistema es estable, ya sea que estuviera en reposo o en movimiento. Si la variación infinitesimal del estado actual provoca un cambio finito en el estado del sistema en un tiempo finito, la condición del sistema se dice que es inestable* [6].

En palabras coloquiales, si pasado el tiempo una perturbación se amortigua en un sistema, este es estable, si la perturbación crece, entonces es inestable.

La inestabilidad incluso puede devenir en movimientos de diversos tipos, uno de los cuales es la turbulencia, de ahí su importancia para la mecánica de fluidos.

Un problema particular de inestabilidad es cuando un fluido es calentado por debajo. La inestabilidad en este caso se manifiesta como convección térmica. Este es un problema clásico importante pues además de utilizarse para estudiar la convección natural, sirve para entender la transición hacia la turbulencia.

Recién comenzado el siglo XX Henri Bénard dió a conocer su trabajo “Les tourbillons cellulaires dans unne nappe liquide” [5]. En dicho trabajo Bénard estudió la estabilidad de una capa delgada de fluido calentada por debajo, con superficie libre. El fenómeno ya había sido notado

por James Thomson [15], quien en su descripción mencionaba la relación con el enfriamiento del líquido en la superficie expuesta al aire y plantea una diferencia cuando se calienta el líquido por debajo.

Los experimentos cuantitativos de Bénard sobre convección térmica consistieron en fundir una capa de cera de 1 mm de espesor en un disco metálico calentando la base. Cuando se funde la cera, en un principio no hay movimiento, pero cuando se sobrepasa cierto valor crítico de la diferencia de temperatura entre el fondo y la superficie, se observan patrones celulares en la superficie y se deduce la presencia de celdas convectivas en el cuerpo del líquido. La modelación de un experimento en el que una capa de fluido se calienta por debajo la realizó Rayleigh en 1916 [7], aunque a diferencia del experimento de Bénard en el que la superficie es libre, el desarrollo teórico de Rayleigh considera al fluido acotado por arriba por una pared rígida. Las paredes rígidas traen como consecuencia condiciones de adherencia sobre las superficies que delimitan al fluido arriba y abajo.

Las diferentes condiciones de frontera de los dos experimentos planteados resultan en patrones característicos de cada fenómeno. Posteriormente se mostrará que el experimento de Bénard con superficie libre da como resultado patrones celulares con geometría hexagonal y el desarrollo de Rayleigh muestra formas denominadas rollos, los cuales son predichos por la teoría.

3. Inestabilidad de Rayleigh-Bénard y Bénard-Marangoni

Durante mucho tiempo al experimento original de Bénard se le llamó Rayleigh-Bénard, aunque el experimento de Bénard fue con superficie libre y en el descrito por Rayleigh la frontera superior es una pared rígida. Actualmente al trabajo de Bénard se le conoce como Bénard-Marangoni. A continuación se detallan ambos casos.

3.1. Número de Rayleigh

Considérese una capa de fluido sujeta a un gradiente de temperatura como se muestra en la figura

3.1

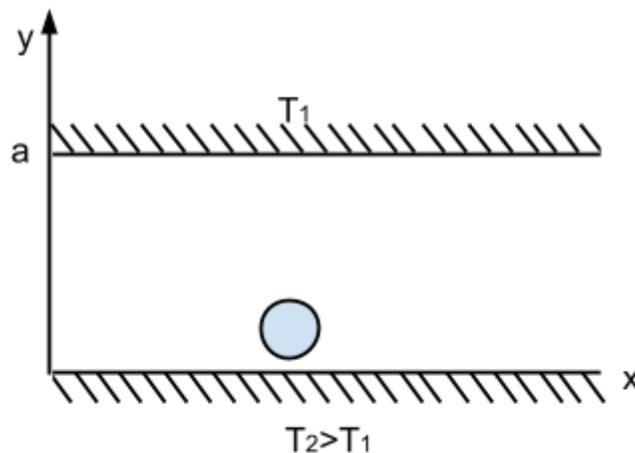


Figura 3.1 Elemento de fluido esférico dentro de una capa líquida sujeta a un gradiente de temperatura

Si como resultado de alguna fluctuación un elemento esférico de radio R adquiere una velocidad v , habrá una diferencia de densidad $\delta\rho$ y de temperatura δT entre el elemento y su nuevo entorno. La fuerza de empuje (positiva ya que $\delta\rho$ es negativa si el movimiento es hacia arriba) que actúa sobre la esfera es

$$F_{empuje} = -\delta\rho V g \quad (3.1)$$

Donde V es el volumen de la esfera de fluido y g es la aceleración de la gravedad.

Para determinar $\delta\rho$ se parte de la definición del coeficiente de expansión térmica en términos de la densidad

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \rho \left(\frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial T} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \quad (3.2)$$

de aquí

$$-\alpha\rho\delta T = \delta\rho \quad (3.3)$$

pero

$$\delta T = \delta y \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.4)$$

y

$$\delta y = v\tau_Q \quad (3.5)$$

Donde v es la velocidad y τ_Q es el tiempo que tarda en difundirse la perturbación. Ya que en un proceso difusivo, la distancia de difusión media es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo[8], es decir, en un tiempo τ_Q , el efecto de una perturbación de temperatura se propaga una distancia del orden de $\sqrt{\kappa\tau_Q}$, donde κ es el coeficiente de difusividad térmica. Entonces despejando τ_Q

$$\tau_Q = A \frac{R^2}{\kappa} \quad (3.6)$$

con A una constante geométrica.

Con esto la variación de temperatura (3.4) se puede deducir de la ecuación (3.5) que resulta

$$\delta y = v\tau_Q = \frac{vAR^2}{\kappa} \quad (3.7)$$

Entonces la fuerza sobre el elemento esférico será

$$F_{empuje} = -\delta\rho V g = \alpha\rho V g \delta T = \alpha\rho\delta y \frac{\partial T}{\partial y} V g = \alpha\rho \frac{\nu AR^2 \Delta T}{\kappa a} \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)g$$

Donde a es el grosor de la capa de fluido.

La fuerza de fricción experimentada por un objeto esférico moviéndose en un fluido viscoso en un régimen laminar a bajos números de Reynolds, obedece a la ley de Stokes

$$F_{stokes} = 6\pi\eta v R \quad (3.8)$$

Donde η es la viscosidad dinámica y v es la velocidad del objeto de radio R .

La comparación de las dos fuerza da un parámetro para determinar si hay o no movimiento [8]

$$F_{empuje} > F_{stokes} \quad (3.9a)$$

$$\frac{\alpha\rho\nu AR^5 \Delta T 4\pi g}{\kappa a^3} > 6\pi\eta v R \quad (3.9b)$$

Como se observa en la figura 3.1, a es el grosor de la a capa de fluido, considerando el mayor radio posible del elemento esférico $R = a/2$, se obtiene el llamado número de Rayleigh Ra , un parámetro que determina que se debe superar un valor crítico para que haya movimiento [8].

$$Ra = \frac{\alpha\Delta T g a^3}{\nu\kappa} > \frac{72}{A} \quad (3.10a)$$

De acuerdo a este desarrollo para que haya movimiento se debe superar el valor umbral o número de Rayleigh crítico

$$Ra > 72 / A = Ra_c \quad (3.10b)$$

Tanto experimentalmente como en simulaciones [14] se encuentra que el valor crítico es $Ra_c = 1708$. El desarrollo expuesto solo da una idea intuitiva para mostrar que existe movimiento sólo después de un valor umbral. Para este caso se puede considerar que la constante geométrica A debe ser igual a 0.04 para acercarse a este valor.

3.2. Inestabilidad de Rayleigh-Bénard

Se describirán a continuación dos ejemplos de inestabilidad entre dos placas paralelas, en el primer caso verticales y en el segundo horizontales, para ver cómo funciona el mecanismo que da origen a las inestabilidades. El caso de las placas paralelas verticales no es el que se conoce como Rayleigh-Bénard pero se analiza para contrastarlo con el caso de las placas horizontales que sí corresponde al fenómeno de Rayleigh-Bénard.

3.2.1. Placas verticales

Considérese primero el caso de un fluido contenido entre dos placas paralelas verticales infinitas, una de las cuales se encuentra a una temperatura mayor que la otra, como se muestra en el la figura 3.2.

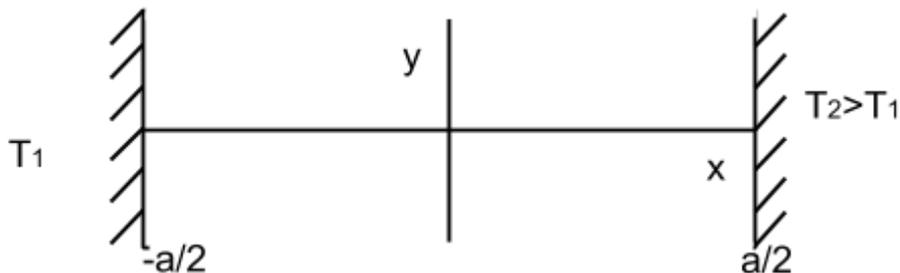


Figura 3.2 Fluido de espesor a , acotado por dos placas paralelas a diferentes temperaturas.

Para realizar el análisis se considerarán las ecuaciones de continuidad, de transferencia de calor y de movimiento..

Primero se toma una solución base en la que no hay movimiento, aquí la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.11a)$$

Se simplifica pues la densidad es constante al asumir al fluido incompresible y queda

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (3.11b)$$

En este caso es trivial pues al resolver la ecuación la velocidad v constante en realidad es cero.

A diferencia de un sólido en un fluido puede haber movimiento de materia, por esta razón, la ecuación de transporte de calor que en un sólido es

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T \quad (3.12a)$$

para un fluido se hace explícita la posibilidad de que exista movimiento de materia por lo que se debe considerar el transporte convectivo de calor. En tal caso la ecuación de transporte convectivo de calor toma la forma

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)T = \kappa \nabla^2 T \quad (3.12)$$

donde \vec{v} es el campo de velocidades del fluido. Para este caso en particular, la temperatura es función sólo de la coordenada perpendicular a las placas, x , debido a que las placas son infinitas. Al considerar la distribución de temperatura estacionaria y además que no hay flujo, la ecuación se reduce a

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (3.13)$$

(derivada total pues T sólo depende de x), cuya solución es

$$T(x) = c_1 x + c_2 \quad (3.14)$$

Las constantes de integración se obtienen al considerar que $T(\frac{-a}{2}) = T_1$ y $T(\frac{a}{2}) = T_2$, esto conduce a

$$T(x) = \left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right) + (T_2 - T_1)\frac{x}{a} \quad (3.15)$$

Para el caso de la densidad ρ , suponiendo un fluido incompresible, la aproximación lineal de primer orden es

$$\rho(x) = \rho_0 + \delta\rho(x) \quad (3.16)$$

Con ρ_0 la densidad de la solución base.

$\delta\rho$ se puede expresar a partir del coeficiente de expansión térmica

$$\alpha = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad (3.17)$$

en términos de densidad

$$\alpha\rho = \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_P \quad (3.18)$$

de aquí

$$\delta\rho = \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_P \delta T = \alpha\rho_0\delta T \quad (3.19)$$

Entonces

$$\rho(x) = \rho_0[1 - \alpha(T - T_0)] = \rho_0\left[1 - \alpha\Delta T\frac{x}{a}\right] \quad (3.20)$$

Por otro lado partiendo de un fluido en reposo, su velocidad es cero. La ecuación de movimiento

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{v} + \vec{g} \quad (3.21)$$

se reduce pues la velocidad es cero y solo queda la presión hidrostática

$$\nabla p = \rho\vec{g} \quad (3.22)$$

Esta ecuación no puede ser cumplida pues en el lado derecho la presión depende de y y en la parte izquierda la densidad depende de x . Por esto el fluido no puede permanecer en reposo.

Para determinar como es el movimiento del fluido, se utiliza la ecuación de Navier-Stokes (3.21) que en su componente vertical

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) - g \quad (3.23a)$$

se simplifica al considerar el fenómeno estacionario y porque no hay movimiento fuera de $v_y(x)$, ya que las placas son infinitas. Dicho de otra forma es traslacionalmente invariante en las direcciones y y z . Entonces

$$v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} \right) - g \quad (3.23b)$$

De la ecuación de continuidad (3.11b), como v_x, v_y y v_z , sólo dependen de x , la ecuación se

simplifica a $\frac{dv_x}{dx} = 0$, cuya solución es $v_x = cte$, y por condiciones de frontera el campo de velocidades es cero en la frontera, entonces $v_x \equiv 0$ y por esto (3.23b) queda:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} \right) - g \quad (3.23c)$$

Sustituyendo a la densidad por la aproximación lineal de primer orden la ecuación se transforma en

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\delta \rho}{\rho_0^2} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} \right) - g, \quad (3.23d)$$

pero

$$\frac{\partial p}{\partial y} \approx -\rho_0 g \quad (3.24)$$

entonces

$$0 = \frac{\delta \rho}{\rho_0^2} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} \right) \quad (3.25a)$$

usando la expresión $\delta\rho = -\rho_0\alpha\delta T = -\rho_0\alpha\Delta T\frac{x}{a}$ y 3.24, se llega a la ecuación

$$0 = \nu\left(\frac{d^2v_y}{dx^2}\right) + g\alpha\frac{\Delta T}{a}x \quad (3.25b)$$

cuya solución es

$$v_y(x) = -\frac{g\alpha\Delta T x^3}{6\nu a} + c_1x + c_2 \quad (3.26)$$

con las condiciones de frontera $v_y(\pm\frac{a}{2}) = 0$, la solución final queda

$$v_y(x) = -\frac{g\alpha\Delta T x}{6\nu a}\left(x^2 - \frac{a^2}{4}\right) \quad (3.27)$$

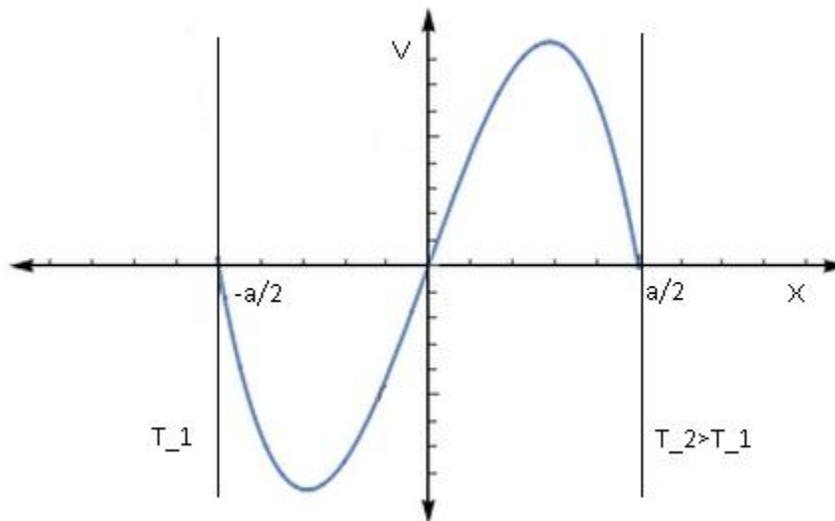


Figura 3.3 Perfil de velocidades correspondiente a la ecuación 3.27

La figura 3.3. muestra el comportamiento del fluido sometido a un gradiente térmico producido por dos placas verticales infinitas. Entre mayor sea la diferencia de temperaturas mayor será la velocidad del flujo. En este caso no hay un umbral para que empiece el movimiento ya que siempre existe movimiento en presencia de un gradiente horizontal, por pequeño que este sea (sólo si $\Delta T = 0$ no habrá movimiento).

3.2.2. Placas horizontales

Ahora se verá el caso, central en este trabajo de tesis, de un fluido entre dos placas horizontales paralelas con gradiente de temperatura vertical (figura 3.4). Este caso, a diferencia de las placas verticales, es estable cuando la temperatura inferior es menor o igual que la temperatura superior (Aunque existen situaciones como el comportamiento anómalo del agua en el que la densidad es mayor a 4°C que a 1°C , por mencionar un caso conocido).

La inestabilidad de acuerdo a lo mencionado en la sección 2.1 requiere un valor crítico en la diferencia de temperatura entre las placas por lo que incluso si la temperatura inferior es mayor que la superior, no implica inestabilidad. Antes de alcanzar el número de Rayleigh crítico, la transferencia de energía es únicamente por conducción y después aparece la convección como mecanismo principal de transferencia de energía.

A continuación se describen las ecuaciones que definen el comportamiento del fluido.

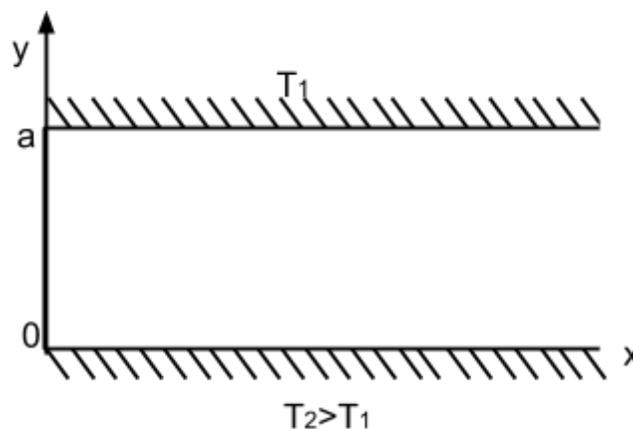


Figura 3.4. Fluido acotado por dos placas horizontales infinitas sujeto a un gradiente de temperatura vertical.

Para describir el comportamiento de las inestabilidades, se utilizará un análisis de estabilidad¹.

¹ En un análisis de estabilidad lineal se perturba una solución base para determinar su evolución temporal, entonces a) Se determina el estado base. b) Se perturba el estado base. c) Se linealizan las ecuaciones despreciando los productos de las perturbaciones y d) Se

La ecuación de Navier-Stokes (3.21), en este caso únicamente la componente vertical (3.21), se reduce, ya que las placas se consideran infinitas a

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) - g \quad (3.28)$$

por su parte la ecuación de continuidad es

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3.29)$$

y la ecuación de transporte de calor (3.12) al considerar sólo la velocidad en la componente y se simplifica a

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (3.30)$$

Solución base.

Se propone una solución inicial que se pueda perturbar llamada solución base que será cuando no haya convección y por tanto no haya movimiento.

Las ecuaciones con $v_y = 0$, implican que

$$0 = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial y} - g \quad (3.31)$$

la ec. de continuidad se satisface trivialmente y para la ecuación de transporte T sólo depende de y

$$0 = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.32)$$

entonces las soluciones base son

$$v_y = 0 \quad (3.33a)$$

resuelve el problema , en este caso con el método de modos normales (detallado un poco más adelante) [6].

$$p_0 = c_1 - \rho_{f_0} g y \quad (3.33b)$$

$$T_0 = T_2 + \frac{(T_1 - T_2)y}{a} \quad (3.33c)$$

Perturbación de primer orden

Las soluciones base ahora se perturban con una velocidad, temperatura, presión y densidad infinitesimales [8]

$$v(x, y, z) = 0 + v_y(x, t) \quad (3.34)$$

$$T(x, y, t) = T_0(y) + \theta(x, t) \quad (3.35)$$

$$p(x, y, t) = p_0(y) + \delta p(x, t) \quad (3.36)$$

$$\rho(x, y, t) = \rho_0(y) + \delta \rho(x, t) \quad (3.37)$$

sustituyendo estos valores en (3.29) se obtiene

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = \nu \nabla^2 v_y + \frac{\delta \rho}{\rho^2} \frac{\partial p_0}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\delta p)}{\partial y} \quad (3.38)$$

Donde se eliminó el término convectivo pues v_y solo depende de x

Por otro lado del coeficiente de expansión volumétrica dado en términos de densidad (3.18) se tiene

$$\alpha \delta T = -\frac{1}{\rho} \delta \rho \quad (3.39)$$

o bien

$$\alpha g \theta = -\frac{1}{\rho} \delta \rho g \quad (3.40)$$

por tanto (3.38) se transforma en

$$\frac{\delta\rho}{\rho_0} \frac{\partial p_0}{\partial y} = -\alpha g \theta \quad (3.41)$$

sustituyendo en la ecuación de transporte (3.38) queda finalmente

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = \nu \nabla^2 v_y - \alpha \theta g \quad (3.42)$$

y de forma parecida para la ecuación de energía queda.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = v_y \frac{\Delta T}{a} + \kappa \nabla^2 \theta \quad (3.43)$$

Para obtener estas ecuaciones se utilizó la aproximación de Boussinesq, que parte de reconocer que cuando las variaciones de temperatura son pequeñas, las variaciones de las propiedades termodinámicas (la viscosidad, la difusividad térmica, la densidad y el calor específico) son también pequeñas y el fluido es aproximadamente incompresible y la única afectación se da como expansión térmica o fuerza de empuje, ya que la aceleración del fluido es mucho menor que la aceleración de la gravedad.

Para resolver las ecuaciones se hace uso del método de modos normales². Primero se propone una solución como una función periódica [8]

$$v_y(x,t) = v_{y_0}(t) \cos(kx) \quad (3.44)$$

donde k es el número de onda de la oscilación en x . La amplitud de la oscilación es

$$v_{y_0}(t) = v_0 e^{\sigma t} \quad (3.45)$$

² En el método de modos normales, con ecuaciones ya linealizadas, se asume que las perturbaciones de cada cantidad pueden ser resueltas en componentes independientes o modos que varían con el tiempo t como $\exp(\sigma t)$ para alguna σ constante (la cual generalmente es compleja). Los valores de σ para los modos son calculadas de las ecuaciones linealizadas. Si la parte real de σ es positiva para algún modo el sistema se considera inestable ya que una pequeña perturbación del sistema puede crecer exponencialmente [6].

Donde σ es la tasa de crecimiento del modo normal (es decir, si $\sigma > 0$, el modo normal crece exponencialmente, mientras que si $\sigma < 0$, el modo normal se amortigua).

Para el caso de la temperatura

$$T(x,y,t) = T_0(y) + \theta(x,t) = T_0(y) + \theta_0 \cos(kx) e^{\sigma t} \quad (3.46)$$

es solución a la ecuación de transporte.

Sustituyendo dichas soluciones en (3.42) y (3.43) se tiene

$$(\sigma + \nu k^2)v_0 - \alpha g \theta_0 = 0 \quad (3.47)$$

$$-\frac{\Delta T}{a}v_0 + (\sigma + \kappa k^2)\theta_0 = 0 \quad (3.48)$$

Que es un sistema de ecuaciones lineales cuyas soluciones no triviales ocurren cuando el determinante es cero, es decir

$$(\sigma + \nu k^2)(\sigma + \kappa k^2) - \frac{\alpha g \Delta T}{a} = 0 \quad (3.49)$$

Antes de alcanzar la diferencia de temperaturas umbral todos los modos normales se amortiguan.

Cuando se alcanza la diferencia de temperaturas crítica, un solo modo normal con número de onda k_* no se amortigua y la tasa de crecimiento σ es igual a cero para este modo. Es decir de (3.49) se sigue que

$$\nu \kappa k_*^4 = \frac{\alpha g \Delta T_c}{a} \quad (3.50)$$

Una hipótesis razonable es suponer que las estructuras que se forman al alcanzar el valor umbral son del orden de la separación entre las placas, es decir $k_* = \pi / a$, sustituyendo en (3.50) y reagrupando obtenemos

$$Ra_c = \frac{a^3 \alpha g \Delta T_c}{\nu \kappa} = \pi^4 \quad (3.51)$$

Analizando la ecuación (3.49) en la vecindad k_* y de σ muy cercana a cero. Desarrollando el producto de los binomios en la expresión (3.49), despreciando σ^2 y despejando σ se tiene

$$\sigma = \left(\frac{\nu\kappa}{\kappa + \nu}\right) \left(\frac{\alpha g \Delta T}{a k^4 \nu \kappa} - 1\right) k^2 \quad (3.52a)$$

como se está trabajando en la vecindad de k_* , se sustituye este valor en el segundo paréntesis de la ecuación (3.52a), entonces una expresión aproximada para la tasa de crecimiento en la vecindad de k_* es

$$\sigma \approx \left(\frac{a^3 \alpha g \Delta T}{\kappa \nu \pi^4} - 1\right) \left(\frac{\kappa \nu}{\nu + \kappa}\right) k^2 = \left(\frac{Ra}{Ra_c} - 1\right) \left(\frac{\kappa \nu}{\nu + \kappa}\right) k^2 \quad (3.52b)$$

Esto muestra en forma más precisa que si $Ra < Ra_c$, la tasa de crecimiento es negativa para todos los modos normales y por lo tanto el flujo base es estable. Si $Ra > Ra_c$, la tasa de crecimiento es positiva y por lo tanto el flujo base se vuelve inestable.

Como se ha mencionado el valor de Ra_c es de 1708, el valor obtenido aquí es resultado de las suposiciones realizadas para simplificar el problema pero cualitativamente se muestra que existe un valor umbral a partir del cual se inicia el movimiento.

3.3. Número de Marangoni

De forma análoga al desarrollo para el experimento de Rayleigh-Bénard, para el experimento de Bénard-Marangoni las fuerzas que compiten en este caso son la provocada por la tensión superficial (desestabilizante) F_γ y una fuerza viscosa (estabilizante) F_η

$$F_\gamma = \frac{a}{2} \frac{d\gamma}{dT} \delta T \quad (3.53)$$

Donde a es el grosor de la capa líquida y γ es la tensión superficial.

$$F_{\eta} = \eta v a \quad (3.54)$$

Donde η es la viscosidad dinámica, v es la velocidad del elemento de fluido y δT como en el caso del número de Rayleigh es

$$\delta T = \delta_x \frac{\partial T}{\partial x} = A v \frac{a^2 \Delta T}{\kappa a} \quad (3.55)$$

(se usó el hecho de que $\tau v = \delta_x$, $\tau = \frac{A a^2}{\kappa}$ es el tiempo característico de relajación térmica)

entonces para que haya movimiento la fuerza debida a la tensión superficial debe superar a la provocada por la viscosidad del fluido, es decir,

$$F_{\gamma} > F_{\eta} \quad (3.56)$$

Lo que representa un criterio de estabilidad, si la fuerza desestabilizante es mayor entonces ocurre la inestabilidad. Sustituyendo los valores de las ecuaciones 3.53 y 3.54 en la ecuación 3.56.

$$A v \frac{a^3 \Delta T}{\kappa a} \frac{d\gamma}{dT} > \eta v a \Rightarrow Ma = \frac{a \Delta T}{\kappa \eta} \frac{d\gamma}{dT} > \frac{1}{A} = Ma_c \quad (3.57)$$

Ma es el número de Marangoni, un parámetro adimensional que caracteriza al fluido con superficie libre, el número de Marangoni crítico se sitúa experimentalmente en 80 y marca el inicio de movimiento, característico y diferente al provocado por el descrito para el caso de Rayleigh-Bénard.

3.4. Inestabilidad de Bénard-Marangoni

El experimento de Henri Bénard se conoce ahora como Bénard-Marangoni por Carlo Marangoni (1840-1925) quien fue pionero en el entendimiento de los gradientes de tensión superficial como responsables de la dinámica del fluido en este caso [17].

Se puede representar a la tensión superficial γ como una función que depende de la temperatura T

$$\gamma(T) = \gamma(T_0)(1 - bT + bT_0) \quad (3.58)$$

Donde T_0 es la temperatura inicial y b es un coeficiente positivo que indica que la energía superficial decrece cuando la cohesión del líquido también lo hace, es decir, cuando la temperatura aumenta la tensión superficial disminuye provocando que el fluido se aleje hacia la parte más fría, obsérvese la figura 3.5.

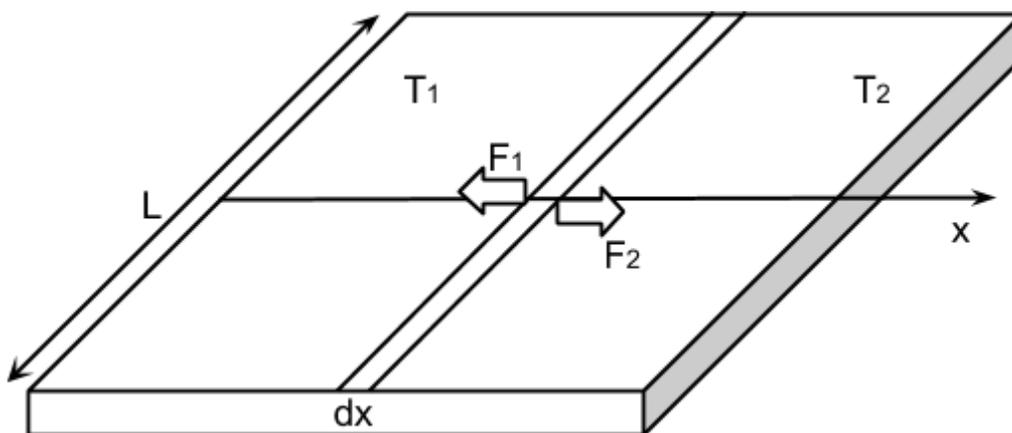


Figura 3.5 Superficie libre de un líquido con un gradiente de temperatura horizontal, donde $T_1 > T_2$.

Ya que la tensión superficial depende de la temperatura, si un punto dado de la superficie libre tiene una temperatura ligeramente mayor que su vecindad el fluido será empujado radialmente desde esta región hacia afuera. Por conservación de masa se requiere que este flujo sea compensado por flujo proveniente del cuerpo del líquido produciéndose un conjunto de celdas. De esta forma la inestabilidad es provocada por las diferencias en la tensión superficial entre regiones de la superficie del líquido con ligeras diferencias de temperatura.

El gradiente de tensión superficial y el gradiente de temperatura están relacionados con la siguiente expresión, resultado de derivar la ecuación 3.58:

$$\frac{d\gamma}{dx} = \frac{d\gamma}{dT} \frac{dT}{dx} = -b\gamma(T_0) \frac{dT}{dx} \quad (3.59)$$

Además de estas ecuaciones, se debe considerar la ecuación de Navier-Stokes

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + (\bar{v} \cdot \nabla) v \right) = -\nabla p + \eta \nabla^2 v + \rho \bar{g} \quad (3.60)$$

en su componente horizontal no involucra a la gravedad y queda

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \quad (3.61)$$

estas son las relaciones necesarias para caracterizar a una capa horizontal de fluido acotada por debajo y con superficie libre. Las consideraciones son: un fluido extendido infinitamente, el fenómeno es estacionario y sólo hay movimiento en la dirección horizontal x . Las variaciones de la velocidad solo existen en la dirección y y no hay variación de la presión horizontalmente. La ecuación de movimiento queda

$$\eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = 0 \quad (3.62)$$

Cuya solución es

$$v_x(y) = c_1 y + c_2 \quad (3.63)$$

Para determinar las constantes de integración se usa la condición de que la velocidad en el borde inferior es cero al estar el fluido en contacto con una pared sólida, entonces

$v_x(y=0) = c_2 = 0$. La otra condición, $v_x(y=a)$ se determina a través de la tensión superficial y la viscosidad. En la superficie el cambio de la tensión superficial a lo largo de la componente horizontal se compensa con el gradiente de velocidad en la superficie

$$-b\gamma(T_0)\frac{dT}{dx} - \eta \frac{\partial v_x(y=a)}{\partial y} = 0 \quad (3.64)$$

Despejando $\frac{\partial v_x}{\partial y}$, integrando y evaluando en a resulta

$$v_x(y=a) = -a \frac{b\gamma(T_0)dT}{\eta dx} \quad (3.65)$$

entonces la primera constante de integración de la ecuación (3.63) es

$$c_1 = -\frac{b\gamma(T_0)dT}{\eta dx} \quad (3.66)$$

Por tanto la solución a la ecuación de movimiento (3.63) queda

$$v_x(y) = -\frac{b\gamma(T_0)dT}{\eta dx} y \quad (3.67)$$

La distribución horizontal infinita implica que no hay variación en la presión respecto a la

variable x . Al acotar al líquido $\frac{\partial p}{\partial x} \neq 0$, pues el fluido desplazado por la fuerza de tensión superficial no se compensa y se acumula en la nueva pared provocando un déficit en el lugar donde provino originalmente el fluido. Ahora la presión si depende de x y la ecuación de Navier Stokes queda

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) \quad (3.69)$$

El valor de la presión hidrostática es

$$p = p_o + \rho(a-y) \quad (3.70)$$

y no depende de x , pero si considerando una pequeña variación en la altura que depende de x , la presión varía (figura 3.6), entonces

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g \frac{dh}{dx} \quad (3.71)$$

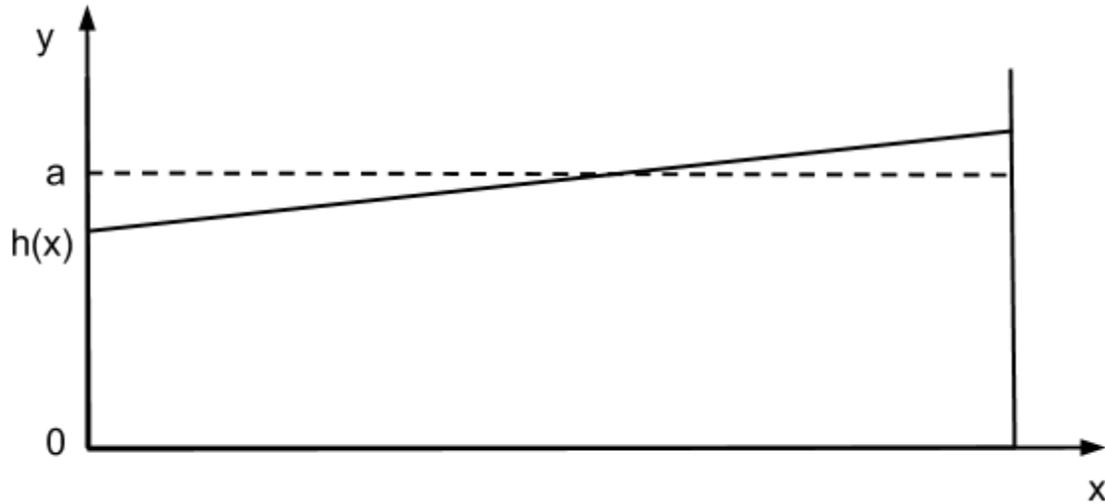


Figura 3.6 Acumulación de líquido en una parte que provoca déficit en otra con una variación de fluido.

La ecuación de movimiento queda

$$\rho g \frac{dh}{dx} = \eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) \quad (3.72)$$

La solución de la ecuación de movimiento queda

$$v_x = \frac{1}{\eta} \left(\rho g \frac{dh}{dx} y^2 + c_1 y + c_2 \right) \quad (3.73)$$

Aplicando la condición de frontera $v(0) = 0$ y considerando la conservación de la masa (es decir,

el flujo de masa a través de una superficie transversal arbitraria debe ser cero, $\int_0^a v_x dy = 0$).

Así se obtienen las constantes de integración

$$c_1 = \frac{-b\gamma(T_0) \frac{dT}{dx}}{3\eta} \quad (3.74)$$

y

$$c_2 = 0 \quad (3.75)$$

Finalmente la solución es

$$v_x = \frac{-3b\gamma(T_0)\frac{dT}{dx}}{2a\eta} \left(\frac{y^2}{2} - \frac{ay}{3} \right) \quad (3.76)$$

Esta solución es un perfil de velocidades parabólico que causa una deformación en la parte superior, libre del fluido.

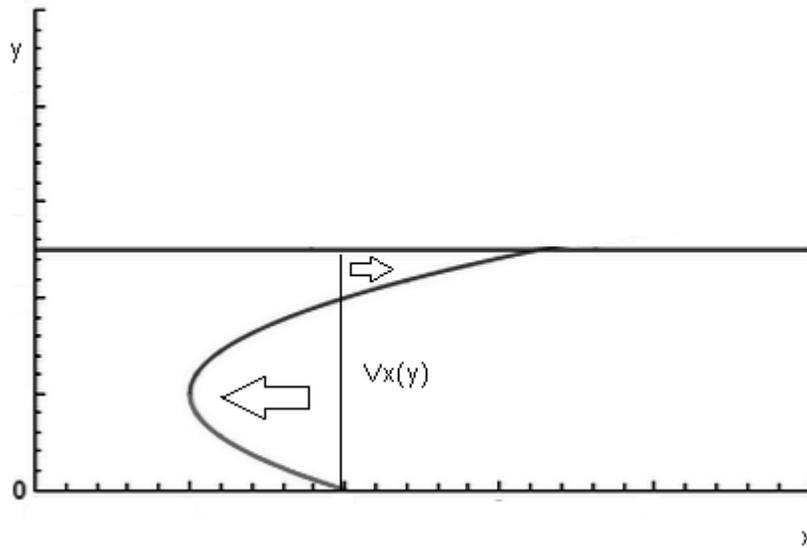


Figura 3.7 Perfil de velocidades resultado de un gradiente de tensión superficial.

3.5. Comparación entre Rayleigh-Bénard y Bénard-Marangoni

Es claro que las inestabilidades de Bénard-Marangoni y Rayleigh-Bénard se encuentran cercanamente relacionadas, en el primer caso, en un líquido con superficie libre conviven los efectos de la tensión superficial y la convección térmica, y en el otro los efectos de las paredes paralelas horizontales nulifican los efectos de la tensión superficial. Para ponderar el papel de cada mecanismo se toma el cociente entre el número de Marangoni y el número de Rayleigh

$$\frac{Ra}{Ma} = \alpha\rho g a^2 = \frac{\delta\rho g a^2}{\delta\gamma} \quad (3.77)$$

Esto indica que la tensión superficial domina para grosores pequeños de la capa de fluido y a medida que se ensancha la capa de fluido se vuelven importantes los efectos convectivos.

Otro punto a tomar en cuenta entre los dos fenómenos es la simetría. En el caso de Rayleigh-Bénard un desplazamiento horizontal de un periodo no cambia el patrón convectivo pero un desplazamiento de medio periodo cambia el signo del campo de velocidades.

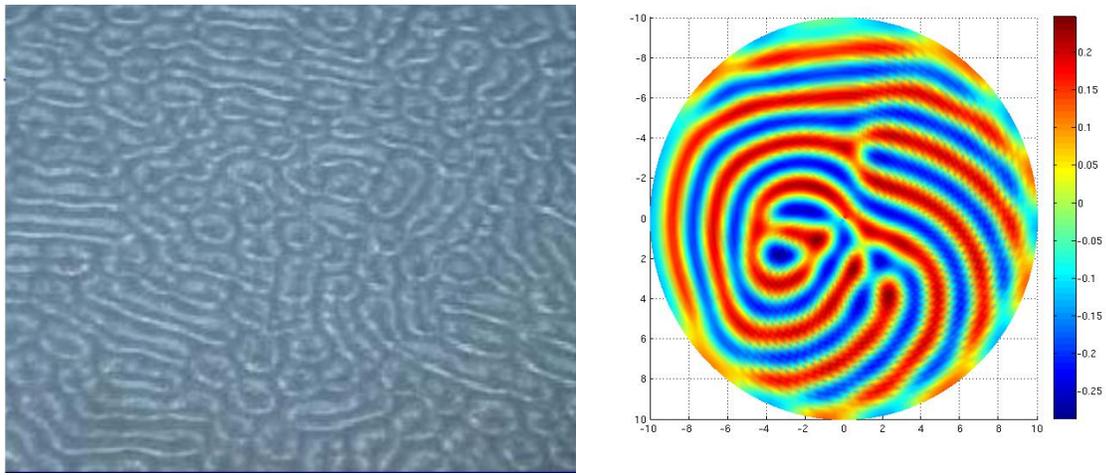


Figura 3.8 Izquierda. Patrones de inestabilidad de Bénard-Marangoni. Derecha. Simulación de una inestabilidad de Rayleigh-Bénard. Nótese en el caso de Bénard-Marangoni la presencia de estructuras celulares y en el caso de Rayleigh Bénard la formación de patrones en forma de rollos. Imagen y simulación obtenidas en el Taller de Fluidos, Facultad de Ciencias, UNAM.

4. Medición de variables termofísicas

La determinación experimental del número de Rayleigh está sujeta al conocimiento de algunas propiedades termofísicas de los fluidos. Las variables involucradas son el coeficiente de expansión térmica α , la viscosidad cinemática ν y el coeficiente de difusividad térmica κ , además de la diferencia de temperatura entre placas, la separación entre las mismas y también es importante conocer la temperatura del fluido ya que, por ejemplo, la viscosidad depende de la temperatura.

A continuación se exponen algunos métodos para determinar el coeficiente de expansión térmica y el coeficiente de difusividad térmica de manera que puedan medirse en un laboratorio provisto de algunos instrumentos básicos.

4.1. Medición del coeficiente de expansión térmica

El coeficiente de expansión o dilatación térmica α a presión constante P está definido como

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad (4.1)$$

Se observa que la relación sólo involucra a la temperatura T y al volumen V . Aunque los métodos para medir la expansión térmica en líquidos no son tan amplios como los usados en la expansión lineal térmica -útiles generalmente en sólidos- existe una forma relativamente sencilla de obtener la variación del volumen como función de la temperatura. Se muestra en la figura 3.1 un esquema del aparato experimental y el procedimiento que se debe seguir.

El experimento consiste en colocar un fluido en el recipiente de volumen conocido a presión ambiental. El fluido se calienta y se dilata, el nuevo volumen se mide, así como la temperatura inicial y la temperatura final y con este sencillo procedimiento se puede determinar el coeficiente de expansión térmica de forma rápida. Se puede refinar el experimento colocando la sustancia de trabajo en un baño térmico de agua.

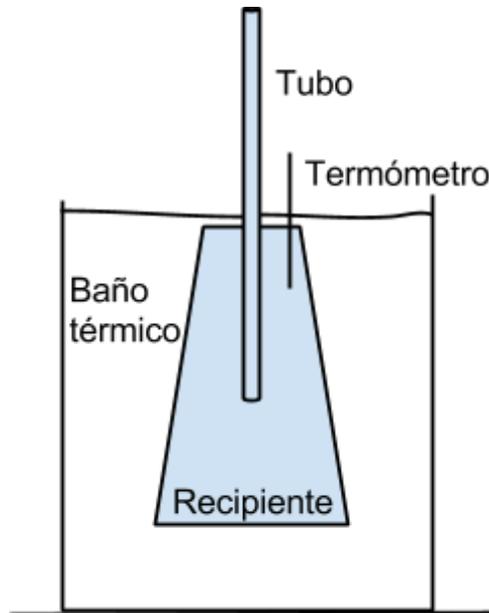


Figura 4.1 Esquema de un dispositivo para medir la expansión volumétrica.

El arreglo con baño térmico tiene la ventaja de distribuir mejor la temperatura, ya que no solo se calienta por debajo sino en toda la superficie, evitando variaciones de temperatura en función de la altura. Para optimizar aún más el proceso se debe mover constantemente el fluido del baño térmico. Otro punto a ser tomado en cuenta es no calentar demasiado para evitar la evaporación en la medida de lo posible.

El experimento debe hacerse con sumo cuidado y en el caso del agua la dilatación respecto al cambio de temperatura es mínima, por lo que habrá que utilizarse un tubo delgado para apreciar y medir el efecto además de controlar la aparición de burbujas y la cantidad de materia debe ser

la misma al repetir el experimento, lo cual no es sencillo de lograr al utilizar un tapón para sellar el dispositivo pues se puede derramar el líquido. Esto plantea una desventaja al tener que ser meticulosos a la hora de montar el experimento pues cualquier variación puede afectar de manera significativa los resultados. Aunque es una práctica llevada a cabo en un laboratorio escolar, las observaciones mencionadas deben ser tomadas en cuenta para tener un resultado satisfactorio y reproducible.

Existe un método desarrollado en el laboratorio de fenómenos colectivos (Fac. de Ciencias, UNAM) cuya idea central es medir el desplazamiento de un imán de neodimio que flote sobre el líquido haciendo uso de un sensor de efecto Hall. Existe una razón desde un punto de vista pedagógico para optar por este tipo de técnicas: La difícil reproducibilidad de resultados del método estándar al tener que hacerse con un dispositivo graduado incompatible con el pequeño aumento de volumen de líquidos. En cambio un pequeño desplazamiento del imán puede ser detectado por medio de la punta Hall y de esta manera se esperaría tener un experimento reproducible y preciso.

4.2. Medición del coeficiente de difusividad térmica

La relación que define a la difusividad térmica es la siguiente

$$\kappa = \frac{k}{\rho C} \quad (4.2)$$

donde k es la conductividad térmica, ρ es la densidad y C es el capacidad calorífica específica (calor específico), es decir, la cantidad de calor requerida para aumentar en un grado la temperatura de un gramo de sustancia.

Existen una gran variedad de métodos para determinar de forma directa la difusividad térmica, a grandes rasgos se dividen en métodos estáticos y métodos dinámicos y en la literatura existe una gran variedad de ejemplos y aplicaciones, aunque muchos de ellos no son fácilmente realizables y escapan al alcance de este trabajo, [3][4][9][10][11] y consisten en sistemas basados en reflexión fototérmica, detección fotopiroeléctrica inversa, dispersión de Rayleigh forzada, calorimetría transitoria de lentes térmicos y desmodulación de señales, por mencionar algunas de las técnicas que se han empleado.

Se abordará un método basado en la técnica de “hilo caliente”, por no ser difícil de realizar y el cual permite medir simultáneamente la conductividad y la difusividad térmica. Los métodos dinámicos para caracterizar fluidos a su vez se dividen en periódicos y transitorios. La técnica de hilo caliente es un método dinámico transitorio (los métodos dinámicos periódicos emplean una fuente de calentamiento periódica). El método de hilo caliente consiste en una muestra mantenida inicialmente a una temperatura uniforme y en equilibrio con el medio que la rodea y entonces se le somete a un flujo de calor continuo, la difusividad o la conductividad es obtenida al medir el cambio en la temperatura durante el tiempo que dura el calentamiento. La característica que hace sencillo el método es que el hilo funciona a la vez como fuente de calor y como sensor.

El cambio en la temperatura está dado a partir de la ley de Fourier [12]

$$\Delta T = \frac{q}{4\pi k} \ln\left(\frac{4\kappa t}{a^2 e^{\gamma}}\right) \quad (4.3)$$

donde q es la generación de calor por unidad de longitud del hilo, a es el radio del hilo, κ es la difusividad térmica, k es la conductividad térmica, $e^\gamma \approx 1.781$ con γ la constante de Euler y t es el tiempo después del inicio del calentamiento del hilo.

Tomando la diferencial de la expresión 4.3

$$d\left(\frac{\Delta T(t)4\pi k}{q}\right) = d(\ln t) - d\left(\frac{4\kappa}{a^2 e^\gamma}\right) \quad (4.4)$$

$$k = \frac{q}{4\pi} \frac{d(\ln t)}{d(\Delta T(t))} \quad (4.5)$$

se tiene la expresión para la conductividad, si se sustituye en la ecuación (4.3) resulta una expresión para la difusividad

$$\kappa = \frac{a^2 e^\gamma}{4t} \exp\left(\frac{d(\ln t)}{d(\Delta T)} \Delta T\right) \quad (4.6)$$

Además la temperatura se puede expresar en términos de voltaje, ya que $R = R_0(1 + \sigma \Delta T)$, donde σ es el coeficiente térmico resistivo del material con que se fabrique el hilo, entonces

$$V(t) = R(t)I = R_0 I + R_0 \sigma \Delta T(t) I \quad (4.7)$$

sustituyendo en 4.6 se tiene

$$\kappa = \frac{a^2 e^\gamma}{4t} \exp\left\{\frac{d(\ln t)}{d\left(\frac{V(t) - R_0 I}{R_0 \sigma I}\right)} \frac{V(t) - R_0 I}{R_0 \sigma I}\right\} \quad (4.8)$$

simplificando esta expresión se obtiene

$$\kappa = \frac{a^2}{4t} \exp(\gamma \Delta V) \exp\left(\frac{d(\Delta V)}{d(\ln t)}\right)^{-1} \quad (4.9)$$

el término $\frac{d(\Delta V)}{d(\ln t)}$ es la pendiente obtenida al graficar $\ln t$ contra ΔV (ver figura 4.3).

Se puede construir un dispositivo cuyo diseño se muestra en la figura 4.2.

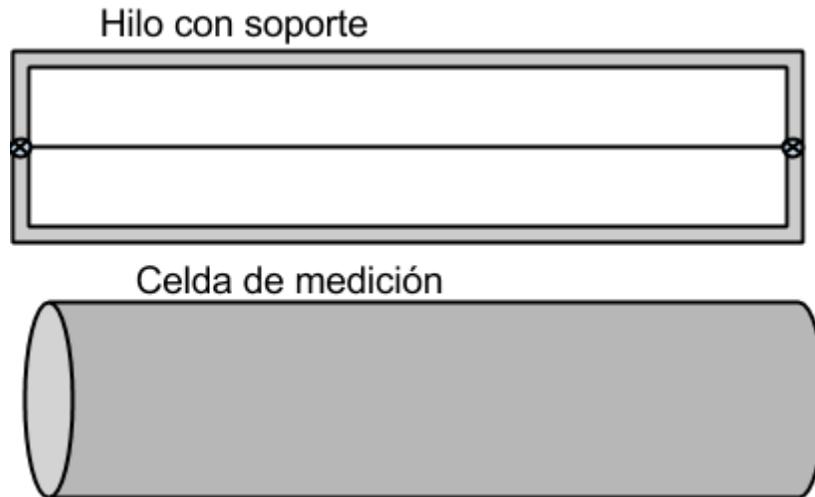


Figura 4.2 Esquema de los componentes de un dispositivo para medir la difusividad térmica.

El hilo metálico está unido a un soporte que posteriormente se inserta en un contenedor cilíndrico junto con el líquido a ser caracterizado, conformándose la celda de medición que debe ser hermética y colocada en un baño térmico al que se le aumentará o disminuirá gradualmente la temperatura. Para tomar los datos de la variación de voltaje suele hacerse la electrónica con un puente de Wheatstone, aunque se puede omitir [1] si se cuenta con voltímetros que puedan medir al menos décimas de mili volt.

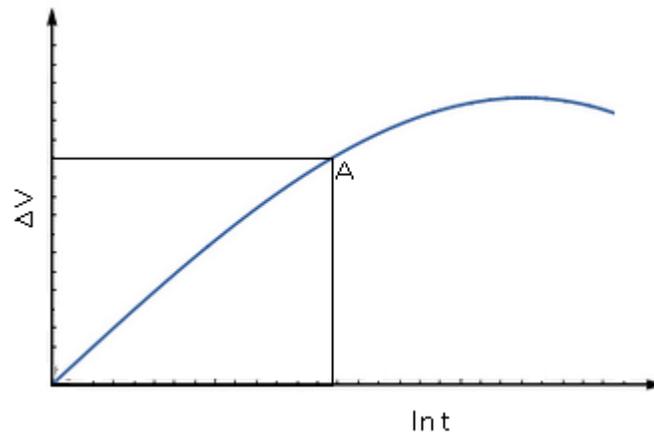


Figura 4.3 Comportamiento típico de $\ln t$ y ΔV en un fluido al elevar la temperatura. El punto A marca el fin de un comportamiento lineal debido a la transferencia de energía exclusivamente conductiva y el inicio de la convección.

Finalmente los datos obtenidos se evalúan en la ecuación 4.9 y de esta manera se obtiene la difusividad térmica. Este método también puede ser utilizado para determinar la conductividad térmica.

4.3. Medición de la viscosidad cinemática.

La viscosidad cinemática es una medida de la oposición de un fluido a la deformación tangencial. Generalmente los laboratorios cuentan con viscosímetros ya sea para medir viscosidad dinámica o viscosidad cinemática. Si se cuenta únicamente con viscosímetros dinámicos basta con determinar la densidad del fluido para obtener la viscosidad cinemática.

Aunque los métodos existentes para medir la viscosidad son numerosos [16], en este trabajo se presentan sólo dos de estos métodos para su implementación por la forma directa de medir la viscosidad cinemática o por la relativa facilidad para implementarse.

a) Viscosímetro de brazos cruzados

También conocido como viscosímetro en U o viscosímetro Ostwald, consiste en un tubo de vidrio mantenido verticalmente en un baño de temperatura controlado, en uno de los brazos de la U hay un capilar y sobre éste hay un bulbo. Hay otro bulbo en el otro brazo por debajo del primer bulbo. Dos marcas (puntos A y B en la figura 4.4) indican el volumen.

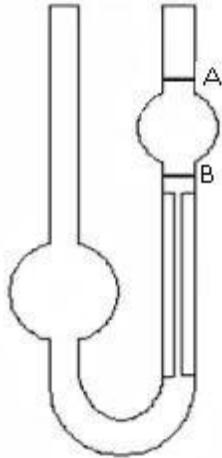


Figura 4.4 Esquema de un viscosímetro de brazos cruzados

El tiempo requerido para que el líquido de prueba fluya a través del capilar de diámetro conocido es medido y multiplicado por un factor característico en cada viscosímetro, que da como resultado la viscosidad cinemática.

Aunque la lectura de la viscosidad es directa, las especificaciones dependen del fabricante y hay que usar diferentes viscosímetros dependiendo del fluido y de la viscosidad, es decir, no son universales y solo sirven en un rango determinado.

b) Viscosímetro de burbuja

Uno de los métodos más simples para determinar la viscosidad cinemática es un viscosímetro de burbuja, basado en la ley de Stokes, dada por la ecuación 4.10.

$$F_s = 6\pi R\eta u \quad (4.10)$$

Donde F_s es la fuerza de fricción experimentada por una burbuja de aire de radio R moviéndose a una velocidad terminal u y η es la viscosidad dinámica del fluido en el que está inmersa.

Al flotar una burbuja en un fluido, se ve sometido además a la fuerza de empuje F_e y a la fuerza de gravedad F_g

$$F_e = \rho_f V g = \rho_f \frac{4}{3} \pi R^3 g \quad (4.11)$$

$$F_g = \rho_b V g = \rho_b \frac{4}{3} \pi R^3 g \quad (4.12)$$

Donde ρ_f es la densidad del fluido, V el volumen de la burbuja, g el valor de la gravedad y ρ_b es la densidad del aire.

Entonces para determinar el valor de la viscosidad se valoran las fuerzas que intervienen con la relación

$$F_s = F_e - F_g \quad (4.13)$$

es decir

$$6\pi R\eta u = (\rho_f - \rho_b) \frac{4}{3} \pi R^3 g \quad (4.14)$$

y finalmente, el valor de la viscosidad es

$$\eta = \frac{2}{9u} (\rho_f - \rho_b) R^2 g \quad (4.15)$$

Entonces conociendo la densidad del aire, del fluido y la velocidad terminal y radio de la burbuja, es posible determinar la viscosidad dinámica del fluido que al dividirla entre su densidad resulta la viscosidad cinemática.

Para realizar este método se utiliza un tubo estrecho de vidrio, donde se deposita el líquido cuya viscosidad se quiere determinar, se sella con un tapón dejando un espacio de aire de volumen

conocido, a continuación se voltea el tubo rápidamente y se mide el tiempo que tarda en desplazarse la burbuja de aire hasta la parte superior, con esto se conoce la velocidad u , el radio de la burbuja es el radio del tubo. (Figura 4.5.), [2]

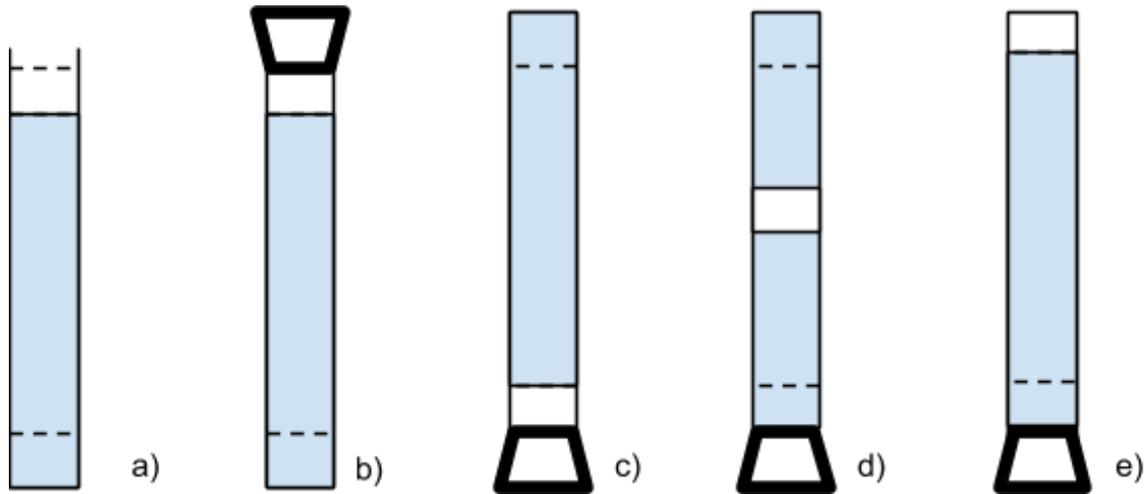


Figura 4.5 Procedimiento para determinar la viscosidad cinemática. a) Llenado de un tubo con líquido. b) Sellado con un tapón. c) Volteado del tubo. e) Configuración final.

5. Dispositivo experimental

Se realizaron diversos métodos para aproximarse a un método práctico y estandarizado que permitiera obtener inestabilidades de Rayleigh Bénard en un entorno controlado y reproducible.

Derivado de una investigación bibliográfica [7] llevada a cabo para ver cómo se ha realizado el experimento se encontró que generalmente se calienta por medio de una resistencia la parte inferior que descansa en una pared diatérmica (Cobre generalmente) y la parte superior puede ser visible o no dependiendo de la técnica utilizada. En el caso de ser visible suele usarse zafiro pues es un buen conductor y además es transparente. La parte superior se encuentra usualmente sujeta a un baño térmico cíclico que trata de mantener controlada la diferencia de temperaturas entre la placa inferior y la placa superior, este método no ha presentado grandes variaciones desde el dispositivo original de Bénard (Figura 5.1)

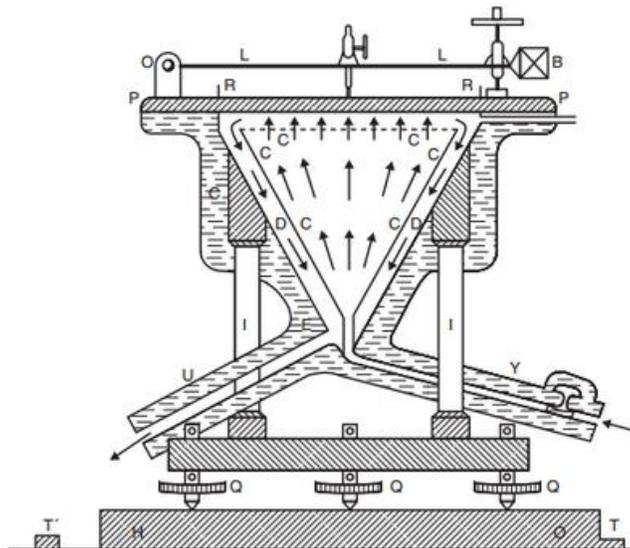


Figura 5.1 Dispositivo de Henri Bénard presentado en 1901 con el título “Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide propageant de la chaleur par convection en régime permanent”

En este trabajo se ha intentado construir un dispositivo para reproducir los resultados desde un punto de vista didáctico y fácil de llevar a cabo por lo que no fué la intención hacer instrumentación elaborada. Con ideas que no se encontraron en la literatura consultada se hicieron varios intentos para construir el dispositivo final, aunque el proceso no fue corto y requirió varios ensayos y superar errores antes de obtener resultados.

5.1. Antecedentes experimentales

En un principio se diseñó una placa de aluminio circular perforada para sostener un vidrio y con dos orificios para llenar y drenar el fluido como se muestra en la figura 5.2. La idea consiste en llenar el hueco con el fluido de trabajo y que el vidrio funcione como interfaz para observar los patrones que se formarían al calentar por debajo el recipiente.

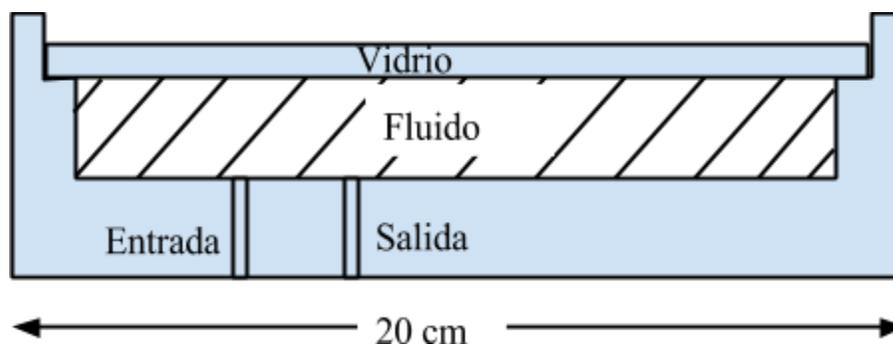


Figura 5.2. Esquema de un dispositivo circular construido de aluminio para contener a un fluido de trabajo acotado en la parte superior por una placa de vidrio.

La falta de control de la temperatura al utilizar una parrilla para calentar, ocasionó en alguna ocasión la ruptura de la cubierta de vidrio por la presión. Otro problema consistió en la aparición de burbujas en el interior del recipiente, además el asentamiento del visualizador utilizado provocó que se ensuciara el dispositivo cuyo efecto fue no poder utilizar más de una sustancia de trabajo. Varios de los inconvenientes descritos fueron producto del diseño hermético que

inicialmente se propuso. La utilización de la parrilla derivó en dificultad de mantener una diferencia de temperatura entre placas constante.

El dispositivo hermético se abandonó por estas razones y se reinició el proceso de construcción de un dispositivo para llevar a cabo el experimento de Rayleigh-Bénard. Se parte de la definición del número de Rayleigh, que involucra a propiedades del fluido y características del entorno. Particularmente el dispositivo es responsable de dos parámetros:

- Grosor de la capa líquida. Este parámetro es la separación entre placas.
- Diferencia de temperatura entre la placa inferior y la placa superior

5.2. Variación de la separación entre las placas.

De acuerdo a la definición del número de Rayleigh la distancia entre las placas es una variable que varía cúbicamente, los experimentos por tanto son muy sensibles cuando se disminuye o aumenta verticalmente la capa de líquido. A pequeños grosores se requiere mayor diferencia de temperatura.

Separación con marco sellado.

La primera aproximación para controlar la separación entre placas es un dispositivo mostrado en la figura 5.3. Consistió de dos placas de vidrio unidas a un perfil de aluminio y selladas. Se construyeron marcos cuadrados con cancel de aluminio de 20 cm y de 40 cm de lado. Al marco se le hicieron dos orificios en lados opuestos. Un orificio en particular se puso en una esquina a fin de poder desalojar las posibles burbujas que pudieran formarse. En los orificios se colocaron tubos de aluminio, aunque posteriormente se cambiaron por mangueras debido a que, por la poca

superficie de contacto, y a que solo se pudieron pegar con silicón, el dispositivo presentaba fugas al poco tiempo de uso. El marco y el vidrio se fijaron con silicón.

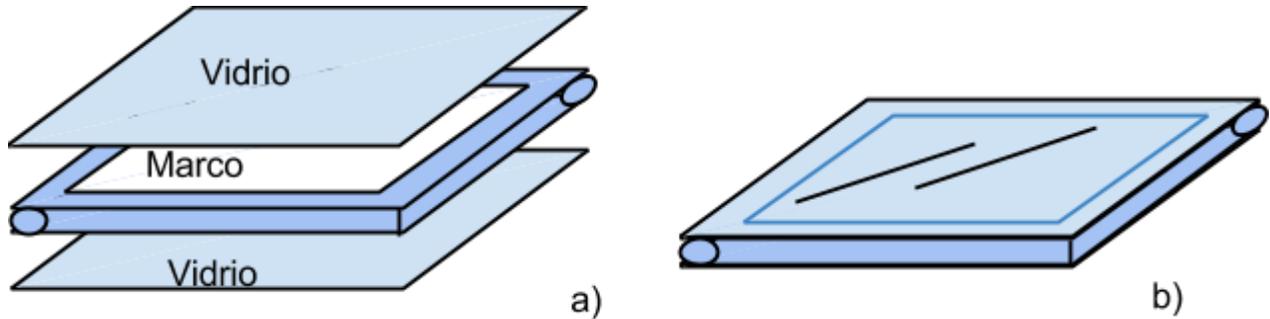


Figura 5.3. a) Esquema del montaje con un marco de aluminio y dos vidrios. El fluido se alimenta y drena por los orificios. b) Dispositivo ensamblado.



Figura 5.4. Fotografía del Aparato construido con dos placas de vidrio unidas por un soporte de aluminio, alimentadas y drenadas por medio de mangueras.

Otro aparato construido con perfiles de aluminio usado para ventanas se muestra en la figura 5.5. Se construyó con tres lados fijos y uno móvil para que pudiera limpiarse o utilizar diferentes líquidos, aunque para hacerlo se dejó un vidrio libre, sellado con un empaque plástico que no fue hermético.



Figura 5.5. Construcción de recipiente con cancelería de aluminio.

A pesar de los avances obtenidos persistieron los inconvenientes derivados de un recipiente hermético en cuanto a la sedimentación del visualizador que paulatinamente ensució el dispositivo, además no es posible utilizar más sustancias pues se contaminan con los residuos del experimento previo. La aparición de burbujas tampoco se controló por lo que se pensó en una manera de remediar estas incidencias.

Separación con marco fijo y placa deslizable

Para resolver los inconvenientes recién descritos la solución fue dejar fija la parte inferior y móvil la parte superior, según se muestra en la figura 5.6.y 5.7, de esta manera se evitan las burbujas y se puede limpiar y reutilizar el dispositivo..

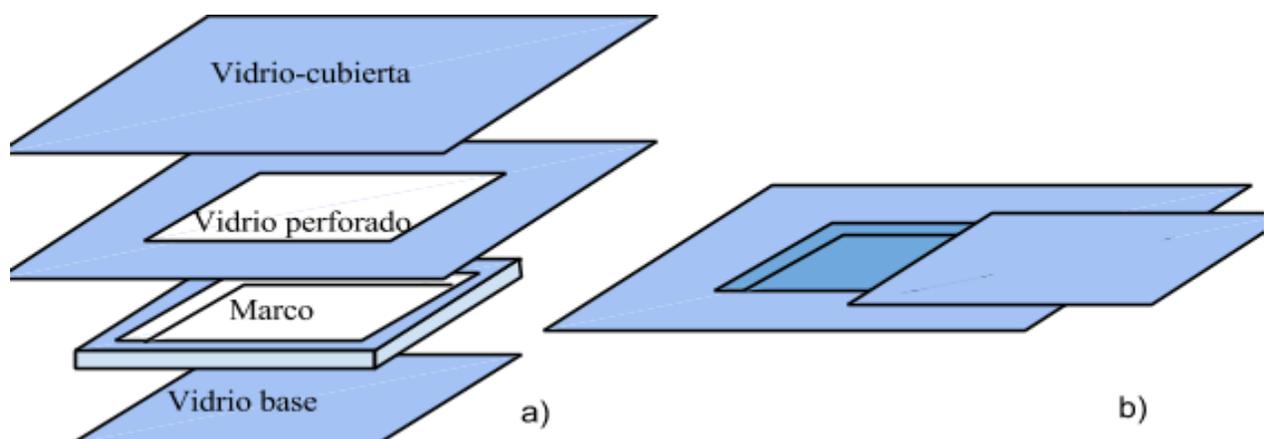


Figura 5.6 a)Esquema de la construcción de un contenedor con una cubierta separada que puede deslizarse. b) Dispositivo ensamblado.

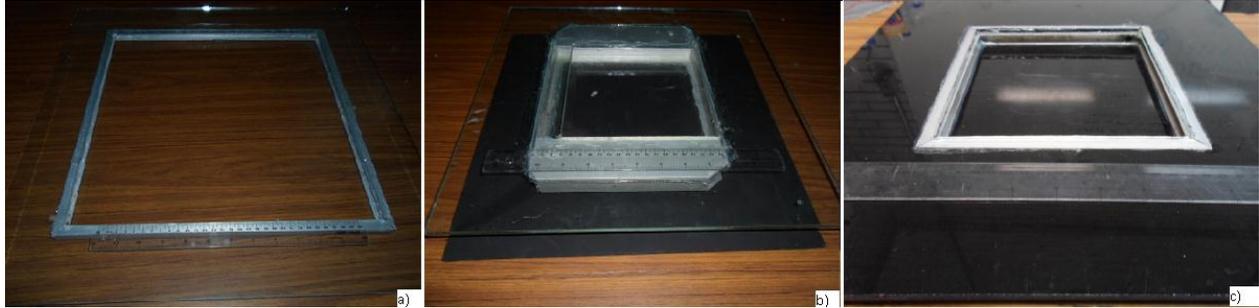


Figura 5.7 Fotografías de dispositivos construidos con separación dada por un perfil de aluminio.. De izquierda a derecha 40 cm de lado y 1cm de profundidad, 20 cm de lado y 2 cm de profundidad y 20 cm de lado y 1 cm de profundidad.

Para tener diferentes distancias entre los vidrios se usaron diferentes canceles de aluminio disponibles comercialmente. También se probó poner vidrios apilados de diversos grosores en la placa inferior para variar la separación entre placas con la desventaja de que el fluido se intercala entre los vidrios apilados y estos deben ser del tamaño justo para garantizar un contenedor paralelepípedo y evitar un efecto de escalón que provoque sumideros en los extremos. En la figura 5.7 se muestran algunos de los dispositivos que se construyeron en cuadrados de 20 cm y de 40 cm de lado y con profundidades de 1 cm y de 2 cm respectivamente.

Separación en función del grosor del vidrio y placa deslizable

La separación entre placas dada por los canceles de aluminio descritos anteriormente está limitada dado que las medidas comerciales están estandarizadas y sólo se pueden hacer formas cuadriláteras con alturas iguales o mayores a un centímetro. Una idea para refinar la construcción fué suprimir el cancel de aluminio y dar el grosor de la capa directamente por el vidrio perforándolo. Comercialmente el vidrio tiene ancho desde 2 mm, aunque existen menores, por ejemplo el vidrio utilizado para los cubreobjetos ronda los 0.5 mm de espesor.

Con esta idea se diseñaron nuevos dispositivos circulares dada la relativa facilidad de obtenerlas en vidrio eliminando definitivamente la interfaz de aluminio que unía a los vidrios, pegando directamente dos vidrios como se muestra en la figura 5.8.

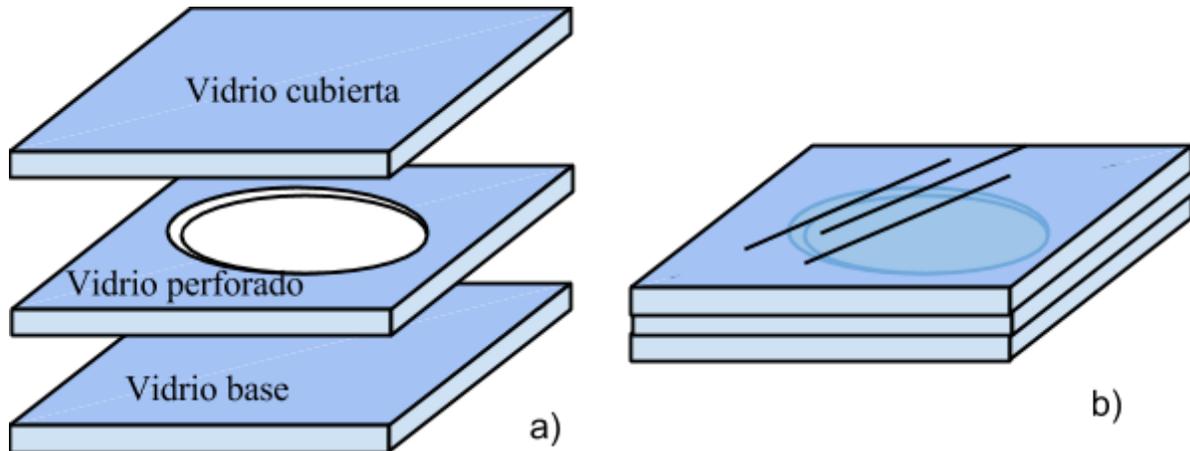


Figura 5.8 a) Diseño con vidrio perforado unido a otro vidrio como base. El grosor de la capa líquida está dado por el grosor del vidrio, b) Dispositivo ensamblado. Se utilizaron espesores de 2, 3, 4, 5, 6, 8, y 10 milímetros para realizar los experimentos.



Figura 5.9. Diversos dispositivos construidos de forma circular con diámetros 18 cm, 15 cm, 7.5cm y 3.8cm. Los grosores disponibles son 2,3,4,5,6,8 y 10 milímetros (sólo se muestran algunos representativamente)

Como se observa en la figura 5.9, incluso una tira de vidrio puede tener múltiples contenedores. En el caso mencionado se cortaron tiras rectangulares de vidrio de 10cm de ancho y 100 cm

largo, seis en total con grosores de 3, 4, 5, 6, 8, y 10 milímetros, cada una de las cuales fue perforada con 2.3 milímetros de diámetro. Posteriormente se unieron con silicón a otra tira de vidrio de 8 cm de ancho y 98 centímetros de largo que sirvió como base, siguiendo la idea de la figura 5.8.

5.3. Variación de la temperatura

Una vez elegida una separación entre placas adecuada, el experimento de Rayleigh-Bénard se refina variando la diferencia de temperatura entre las placas. La dependencia del número de Rayleigh respecto de la diferencia de temperatura es lineal y al cambiar la temperatura no presenta gran variación el comportamiento del fluido. Lo importante en esta etapa es una forma de mantener y controlar la diferencia de temperatura entre las placas.

En los experimentos realizados se emplearon los principios de la ley de Raoult y del enfriamiento por evaporación detallados en el apéndice A. Al usar el enfriamiento por evaporación se usaron sustancias como agua, alcohol o acetona. Cuando se usó la ley de Raoult se usó hielo con sal para disminuir el punto de fusión del agua.

Técnicas para lograr un gradiente de temperatura.

La separación entre las placas influye en los resultados del experimento, además, controlar la temperatura es también importante. Al principio, para obtener la diferencia de temperaturas se calentó por debajo con una parrilla, aunque no se pudo controlar y se tuvo que pensar en otro método. La idea fue usar el principio de enfriamiento por evaporación. Entonces, en lugar de calentar por debajo se enfrió por arriba consiguiendo el mismo efecto.

Esta técnica tiene variaciones dependiendo de la sustancia que se evapore. Tres sustancias fueron empleadas para evaporar: Agua, alcohol y acetona. La diferencia de temperatura lograda fue del

orden de 1°C para el caso del agua, 2°C para el alcohol y 8°C para la acetona. La parte inferior se mantuvo a temperatura ambiente o en agua a temperatura ambiente.

Otra técnica fue poner hielos sobre la capa superior y dejar la parte inferior a temperatura ambiente. Esto crea una diferencia de alrededor de 20°C y es estable, ya que mientras la evaporación depende de la humedad relativa del ambiente, la temperatura del hielo perdura al menos hasta que se consuma el cambio de fase.

Una variación de esta técnica fue poner hielos en la parte de debajo con lo que se garantiza estabilidad a 0°C y subenfriar por arriba con hielo con sal, que reduce su punto de fusión medido desde algunas décimas de grado hasta -20°C, según la cantidad de sal añadida al hielo (Ley de Raoult). En esta variación del método no es sencillo eliminar los gradientes horizontales de temperatura pues aunque se congele la mezcla de hielo con sal homogéneamente, la descongelación no lo es. Se utilizó alcohol como sustancia de trabajo pues no se congela a estas temperaturas, podrían utilizar otras sustancias cuyo cambio de fase se encuentre cerca de la temperatura ambiente, por ejemplo el benceno o la parafina.

Las técnicas detalladas no ofrecen un rango amplio de gradientes de temperatura. Una técnica para producir un gradiente de temperatura pequeño es hacer uso de la capacidad calorífica del agua. El agua tiene una gran capacidad calorífica. Para igualar la temperatura ambiente se requiere un tiempo considerable y basándose en esta idea, al tener agua a temperatura ambiente y agua ligeramente por debajo o por arriba de ésta temperatura, se puede construir un gradiente de temperatura tan pequeño como una décima de grado centígrado, aunque para esto es necesario un mayor control del sistema mediante paredes adiabáticas, como se muestra en la figura 5.10



Figura 5.10 Construcción y montaje de paredes adiabáticas para refinar los experimentos, aislando la parte inferior y superior con agua a diferente temperatura o hielo.

6. Procedimiento experimental y resultados.

En este capítulo se muestra el uso del dispositivo creado y los resultados experimentales obtenidos.

En general la forma de utilizar los dispositivos con placa deslizante es verter el fluido de trabajo en el contenedor hasta rebasar ligeramente el volumen del recipiente (por efecto de la tensión superficial) y deslizar la cubierta de vidrio lentamente. El excedente se limpia y el arreglo queda sellado por la presión atmosférica evitando las burbujas (figura 6.1).

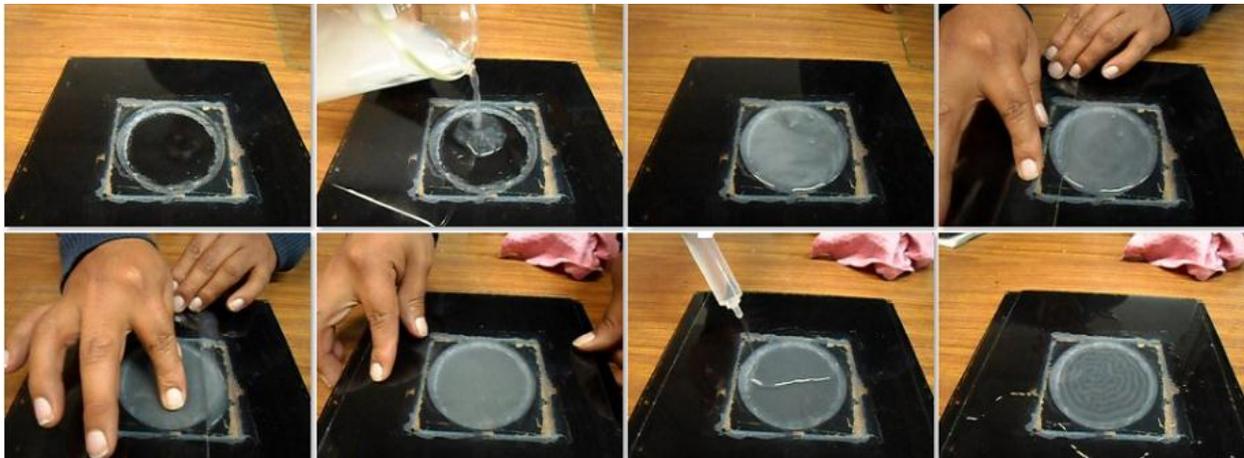


Figura 6.1 Ensamble del experimento. Se coloca el fluido, se desliza un vidrio y en este caso se moja la superficie superior para crear un gradiente de temperatura.

Con el dispositivo sellado se provoca una diferencia de temperatura de acuerdo a alguna de la técnicas que se han descrito en el capítulo precedente. En el caso de la figura 6.1 se ha utilizado el enfriamiento por evaporación con alcohol con Kalliroscope (visualizador) como sustancia de trabajo y alcohol como sustancia a evaporarse. Una vez concluido el experimento se retira la parte superior, se recupera el fluido de trabajo y se limpian los vidrios. Este procedimiento es

general para todos los dispositivos con placa deslizable, tanto en los que la separación entre placas está dada por un cancel como para los que la separación se da directamente por el grosor del vidrio. Para llevar a cabo los experimentos motivo de este trabajo, se utilizaron como fluidos de trabajo agua, alcohol etílico y mezclas de glicerol con agua. Para medir la temperatura se usó un multicanal (16 canales) de *Stanford Research Systems* modelo SR630.

6.1. Experimentos con marco de aluminio fijo.

Se lograron visualizar los patrones característicos de la convección de Rayleigh-Bénard, que se muestran en la figura 6.2 y 6.3 en una placa cuadrada de 20 cm de lado, para esto se utilizó alcohol en una mezcla al 5% con visualizador Kalliroscope como sustancia de trabajo a temperatura ambiente y para lograr la diferencia de temperatura requerida se mojó la superficie superior con alcohol y se dejó evaporar, la evolución temporal se muestra en la serie de fotografías de la figura 6.2.

6.2. Experimentos con placas deslizables

La configuración de placa deslizable permitió una gran variedad de experimentos debido a la disponibilidad para la separación entre placas, la diferencia de temperaturas y los fluidos de trabajo (figuras 6.4, 6.5, 6.6, 6.7, 6.8, 6.9 y 6.10). Se variaron las técnicas utilizadas para provocar una diferencia de temperaturas. En la figura 6.4 se utilizó enfriamiento por evaporación por medio de alcohol y agua. Con esta técnica es posible mantener un gradiente de temperatura constante, si se requiere aumentarlo se tiene que acelerar la evaporación ventilando, aunque ya no es fácil mantener una diferencia constante..

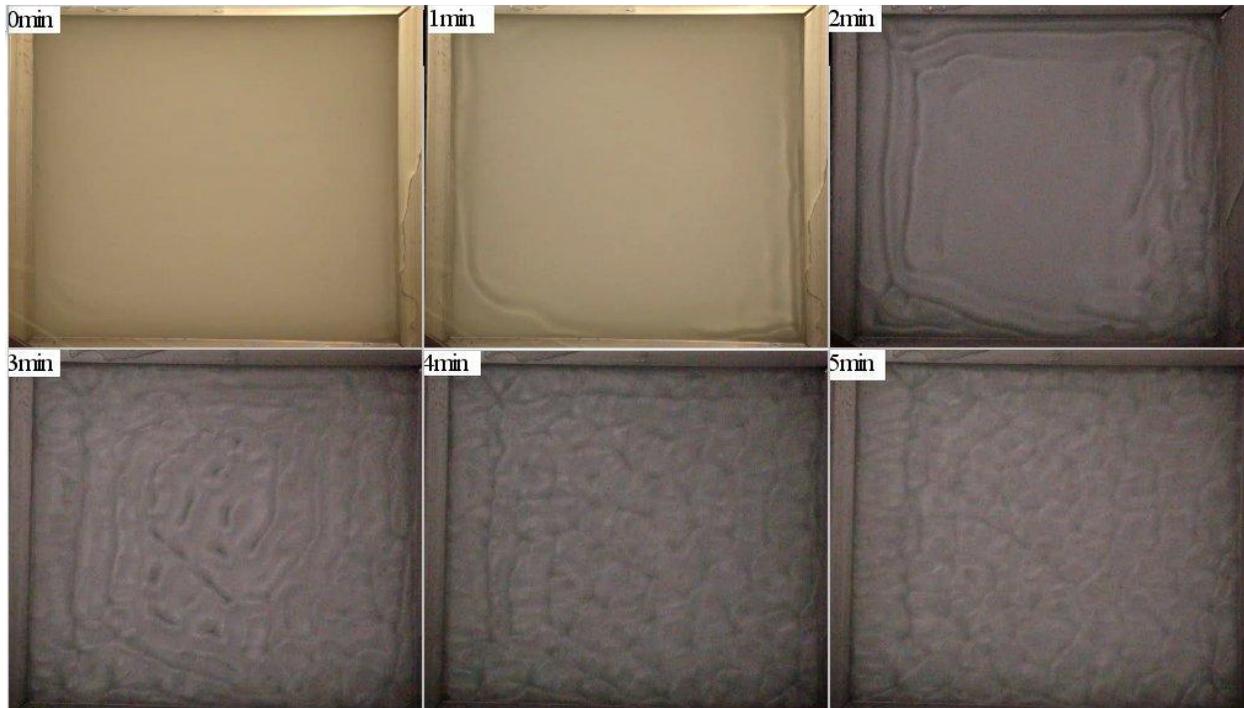


Figura 6.2. Evolución temporal de celdas convectivas. Dentro del recipiente se encuentra alcohol con kalliroscope® como visualizador en una solución al 5% (sustancia de trabajo), en la parte superior se colocó una capa de alcohol para evaporar. La parte inferior se colocó sobre una superficie en contacto con el aire. Número de Rayleigh estimado: 233 000



Figura 6.3 Experimento sobre agua a temperatura ambiente. Arriba se vierte alcohol para provocar el gradiente de temperatura. La sustancia de trabajo es alcohol, $Ra \approx 244000$



Figura 6.4 Experimentos con variación del gradiente de temperatura debido a la evaporación de distintas sustancias (agua y alcohol). De izquierda a derecha: $d=6\text{mm}$ $\Delta T=1.3\text{ }^\circ\text{C}$, $Ra\approx 23000$; $d=4\text{mm}$ $\Delta T=1.3\text{ }^\circ\text{C}$, $Ra\approx 6700$; $d=6\text{mm}$ $\Delta T=2.6\text{ }^\circ\text{C}$, $Ra\approx 45700$; $d=4\text{mm}$ $\Delta T=2.6\text{ }^\circ\text{C}$, $Ra\approx 13500$. El diámetro del círculo es de 77mm. Sustancia de trabajo: alcohol.

Otra variación de la técnica se muestra en la figura 6.5, la parte inferior se mantuvo a temperatura ambiente y la parte superior con hielo, se tiene así un gradiente de temperatura constante, además se construyeron tiras con varios orificios por lo que se pudieron hacer experimentos simultáneos (figura 6.6).

Los experimentos que se muestran en la figura 6.7, 6.8 y 6.9 corresponden a técnicas donde se enfría la parte inferior a 0°C y la parte superior se subenfrió al agregar sal al hielo (Ley de Raoult), usando como fluido de trabajo alcohol.

Aunque las técnicas permiten gran variedad de experimentos, obtener una diferencia de temperatura específica (y por tanto un número de Rayleigh dado) es difícil. La figura 6.10 muestra uno de los intentos para obtener un número de Rayleigh crítico con una separación entre placas pequeña (2 mm) para poder manipular un rango de temperatura amplio. A menos de 10°C no se observan inestabilidades. No se pudo obtener un valor exacto de temperatura que permitiera mantener el inicio de la inestabilidad, aunque este método parece prometedor y se pretende seguir desarrollándolo.

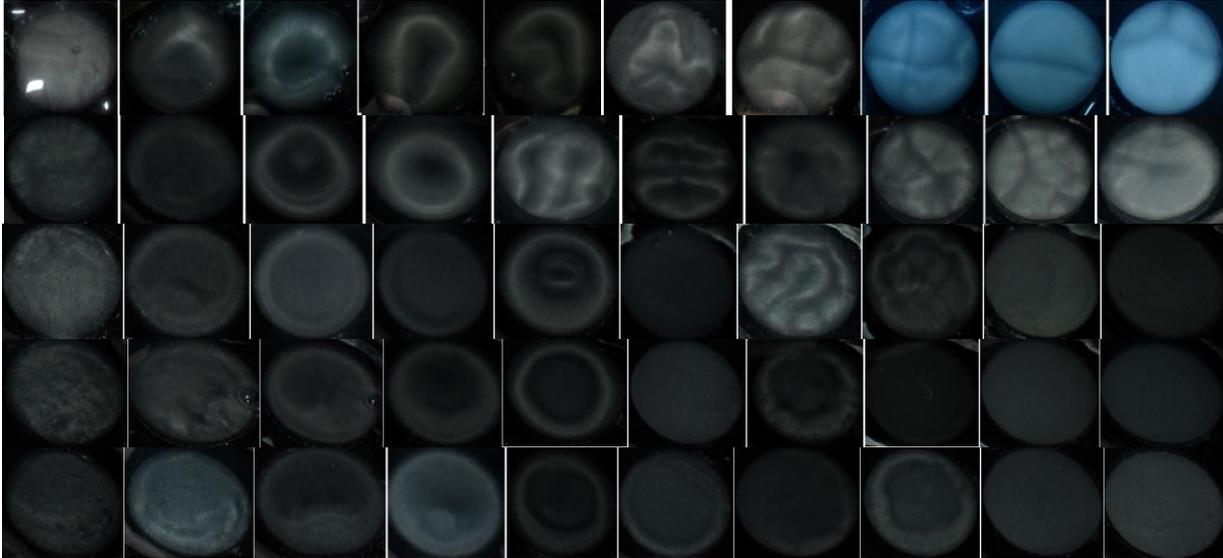


Figura 6.5 Experimentos realizados con mezclas de glicerol con agua como sustancia de trabajo en concentraciones de izquierda a derecha de 100% glicerol - 0% agua, 90% glicerol-10% agua, ..., 10% glicerol-90% agua. La distancia de separación entre las placas de arriba hacia abajo es 10 mm, 8 mm, 6 mm, 5 mm y 4 mm. El diámetro del círculo que contiene al fluido es de 27 mm. La forma de enfriamiento fue con hielo por arriba y temperatura ambiente por abajo. Los números de Rayleigh estimados para la franja superior (y de izquierda a derecha) varían hacia abajo de 480 a 108200; 230 a 55400; 100 a 23400; 55 a 13500; 30 a 6900 y 10 a 2900.



Figura 6.6 Imagen de un experimento simultáneo con tiras de diferentes espesores. Esta configuración permite hacer varios experimentos al mismo tiempo con las mismas condiciones. Se puede usar una o más sustancias, para observar la reproducibilidad del experimento.

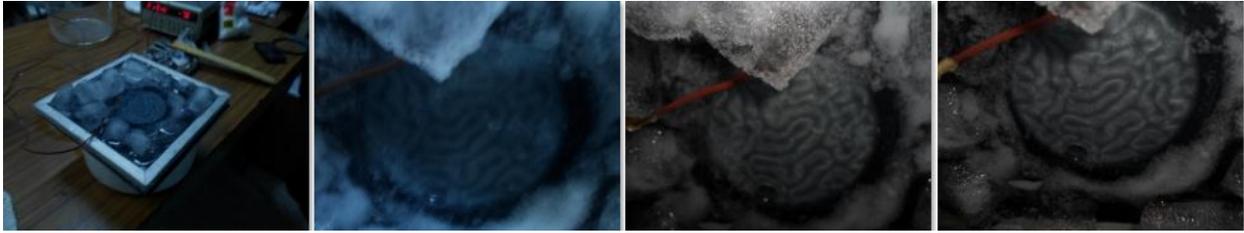


Figura 6.7 Experimento con hielo por debajo y hielo con sal por arriba. Sustancia de trabajo: alcohol, $\Delta T = 4.5^\circ\text{C}$, $d=6\text{mm}$, $Ra \approx 49900$



figura 6.8 Experimento con hielo por debajo y hielo con sal por arriba. Sustancia de trabajo: alcohol, $\Delta T = 6.5^\circ\text{C}$, $d=6\text{mm}$, $Ra \approx 72100$. Las dos imágenes de la izquierda tienen un desfase temporal de 10 minutos de las dos imágenes de la derecha.



Figura 6.9 Experimento con hielo por debajo y hielo con sal por arriba. Sustancia de trabajo: alcohol, $\Delta T = 4.5^\circ\text{C}$ $d=6\text{mm}$, $Ra \approx 49900$.. Evolución temporal de la inestabilidad a lo largo de una hora, Fotografías tomadas cada 5 minutos.



Figura 6.10 Inestabilidades en una separación de 2mm, con alcohol como fluido de trabajo. en un contenedor circular de 15 cm de diámetro. $\Delta T = 10^{\circ}\text{C}$, $Ra \approx 4100$.

7. Lineamientos para una práctica de laboratorio de la materia de “Fenómenos Colectivos” de la carrera de Física.

Derivado de los resultados presentados en el presente trabajo, es posible preparar una práctica didáctica para un laboratorio de fluidos en donde se puedan reproducir las inestabilidades, así como determinar el número de Rayleigh y medir las propiedades termofísicas del fluido de trabajo. A continuación se detalla la estructura de la práctica. El título propuesto es “Inestabilidad de Rayleigh-Bénard”.

7.1. Objetivos:

Esta práctica se plantea como introductoria al tema de fluidos en la materia de Fenómenos Colectivos. El número de Rayleigh puede obtenerse sin recurrir a cálculos elaborados y sólo como resultado de aplicar la ley de Stokes y el principio de Arquímedes (capítulo 3), aunque si se tienen los elementos podría plantearse de forma integral y resolver las ecuaciones de Navier-Stokes para obtener perfiles de velocidades o compararse con simulaciones.

Los objetivos mínimos son:

- a) Calcular u obtener las propiedades del fluido de trabajo, tales como viscosidad cinemática, coeficiente de expansión térmica y coeficiente de difusividad térmica.
- b) Obtener una visualización de las celdas de Rayleigh-Bénard.
- c) Calcular el número de Rayleigh para las celdas obtenidas.

Para cumplir los objetivos se puede seguir el desarrollo del capítulo 4 “Medición de variables termofísicas” y el capítulo 6, “Procedimiento experimental y resultados”

7.2. Material y sustancias.

Los requerimientos para elaborar una práctica están contenidos en el presente trabajo, la construcción del dispositivo experimental es sencilla y se muestra en el capítulo 5, en general se necesitan 3 vidrios, uno de ellos perforado y silicón para unirlos, el material restante es el siguiente:

- Agua o alcohol como fluido de trabajo y/o para evaporar.
- Visualizador (Kalliroscope para el caso de alcohol o agua)
- Cámara para tomar fotografías o video
- Tripié para la cámara
- Vasos de precipitado.
- Ventilador o secadora de pelo.
- Multímetro con termopares.

Además para la práctica son necesarios los datos de viscosidad, expansión y difusividad térmica, los cuales se pueden obtener de acuerdo a los procedimientos del capítulo 4, de prácticas anteriores o bien obtenerse de la literatura o de un software construido durante este trabajo de tesis, el cual se encuentra en <http://champagn.fciencias.unam.mx/calculadora/>

Debe tenerse en cuenta que el visualizador afecta las propiedades de una sustancia pura por lo que para obtener resultados más acertados se debería medir directamente las propiedades termofísicas relevantes del fluido empleado.

7.3. Procedimiento

La forma de realizar el experimento es según alguna de las técnicas detalladas en el capítulo 6. Se recomienda usar una separación entre placas igual o mayor a 6 milímetros para asegurar una visualización y por simplicidad evaporar agua o alcohol con lo que se obtienen diferencias de temperatura de 1 o 2 grados centígrados. En caso de requerir una mayor diferencia de temperatura se puede ventilar el agua o el alcohol con lo que se puede obtener un gradiente de unos 10°C.

Primero se debe preparar la mezcla del fluido de trabajo (agua o alcohol) con el visualizador (Kalliroscope), considerando una mezcla máxima del 5%. Los contenedores deben estar limpios y secos. Una que vez preparada la sustancia de trabajo se vierte hasta superar un poco el borde que no se derramará por la tensión superficial del líquido. El dispositivo debe de estar nivelado horizontalmente.

A continuación se desliza el vidrio que cubrirá el líquido como se muestra en la figura 7.1

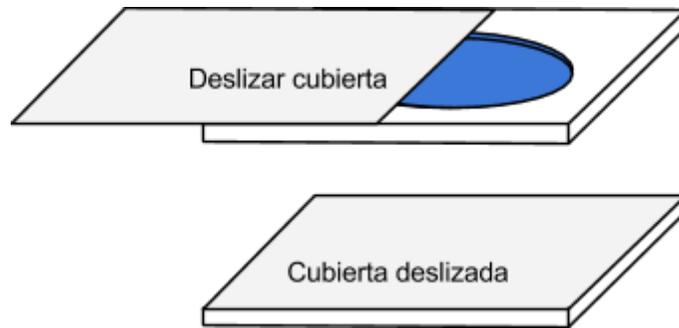


Figura 7.1 Deslizamiento de la cubierta de vidrio superior para tener el dispositivo sellado.

Finalmente se crea una diferencia de temperatura entre la parte inferior y la parte superior del líquido, siguiendo alguna de las técnicas que se han mencionado en esta tesis. Se recomienda por simplicidad que una vez sellado se derrame sobre la cubierta líquido para que se evapore y se obtenga una diferencia de temperatura. Puede usarse agua, alcohol o mezclas de ambas sustancias, con esto se puede lograr diferencias de 1 a 3 grados centígrados respecto a la temperatura ambiente, se puede incrementar la diferencia si se ventila la parte superior.

Los resultados se acompañan de fotografías videos o simulaciones y de la determinación del número de Rayleigh, obtenido directamente de la relación (7.1).

$$Ra = \frac{\alpha \Delta T g a^3}{\nu \kappa} \quad (7.1)$$

Los objetivos o el procedimiento se pueden modificar en cualquier momento para ajustarse a los requerimientos del curso.

8. Conclusiones

En el presente trabajo se realizó una revisión general del problema de estabilidad en los fluidos, particularmente los líquidos. Se comparó la inestabilidad de Rayleigh-Bénard y la de Bénard Marangoni y se mostraron las diferencias entre ambos fenómenos, además se resolvieron algunos ejemplos que involucran a estos dos tipos de inestabilidades. Se comprendió cómo funciona la convección cuyo comportamiento está caracterizado por el número de Rayleigh, un parámetro que involucra propiedades del fluido y características del entorno, como el gradiente de temperatura.

Se estudiaron las variables involucradas en el número de Rayleigh y que caracterizan a un fluido (coeficiente de expansión volumétrica, coeficiente de difusividad térmica y viscosidad cinemática). Se presentaron formas accesibles para realizar experimentos y así determinar integralmente el número de Rayleigh.

Se mostró el diseño, construcción y experimentos realizados con un dispositivo para obtener inestabilidades de Rayleigh-Bénard. Se mencionan las incidencias que se tuvieron para ilustrar mejor el proceso. Una vez construido el aparato experimental se mostraron algunas técnicas para obtener las propiedades relevantes del fluido para este experimento.

Como resultado principal se obtuvieron consistentemente en los diferentes experimentos rollos de acuerdo a la teoría de Rayleigh-Bénard a diferencia de los patrones característicos de la inestabilidad de Bénard-Marangoni que consisten en celdas.

Se dieron los lineamientos para realizar una práctica de laboratorio donde se muestra como montar un experimento usando el dispositivo que se ha detallado, se indica el procedimiento a seguir y posibles objetivos a desarrollar aunque se dejan abiertas las modificaciones para adaptarse a los criterios del profesor y sus estudiantes.

Las ideas del presente trabajo se pueden refinar en muchos aspectos. Un tema en particular a considerarse para futuras aproximaciones es acompañar los experimentos con simulaciones para tener un panorama más amplio del fenómeno, y aunque la intención no es la investigación de frontera en el campo de inestabilidades, si es posible hacer aproximaciones rápidas en algunas configuraciones, como materiales aún sin caracterizar o enfocarse en alguna técnica de visualización. Por lo que un trabajo posterior se encaminará hacia este tipo de generalizaciones también con fines didácticos.

Como trabajo posterior inmediato se pretende caracterizar a los fluidos que se utilizaron a lo largo de los experimentos, con la instrumentación adecuada.

9. Apéndice A: Ley de Raoult y enfriamiento por evaporación.

Ley de Raoult.

En 1887 Francois Raoult publicó un artículo anunciando la ley que hoy lleva su nombre. Esta ley establece que la reducción relativa en la presión de vapor es igual a la razón entre el número de moléculas del soluto y el número total de moléculas de la solución.

La disolución de cualquier cosa en agua (particularmente) implica una disminución de la concentración de moléculas de agua y por tanto, un número menor de moléculas de agua podrán atravesar una unidad de superficie por unidad de tiempo, en consecuencia la presión de vapor de saturación disminuye. Una consecuencia de esto es la disminución de la temperatura de fusión del agua.

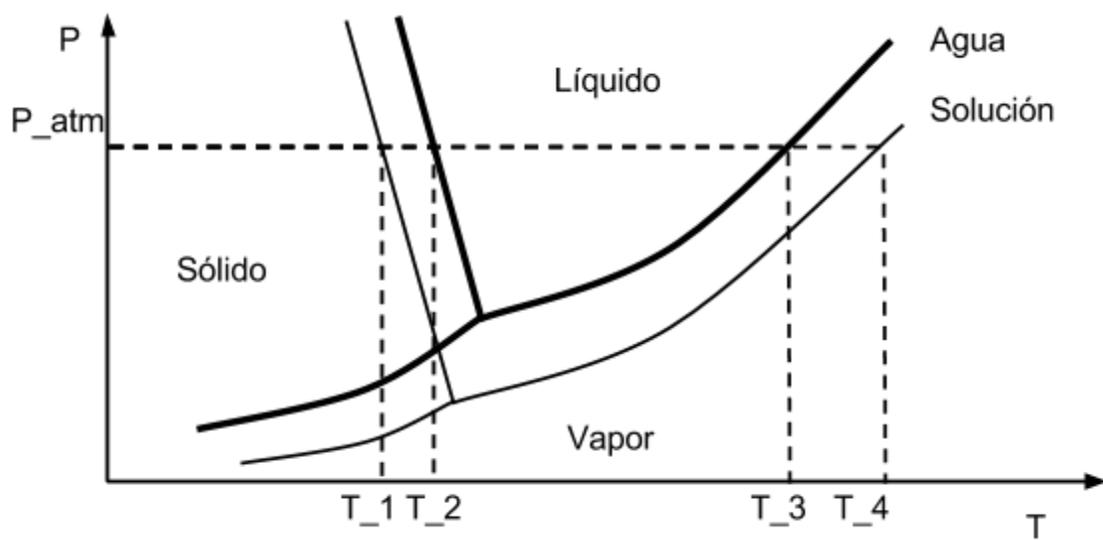


Figura 9.10. Representación de la ley de Raoult, la temperatura a la que ocurre el cambio de fase se desplaza, en el caso de la fusión ocurre a una temperatura menor a la de la sustancia pura.

Enfriamiento por evaporación.

La transición de fase de líquido a vapor requiere un consumo de energía. Además de la ebullición, la evaporación es un proceso físico donde se presenta el cambio de fase, donde tras adquirir energía suficiente para vencer la tensión superficial, moléculas escapan de la superficie provocando pérdida de energía que se traduce en una disminución de la temperatura .

10. Bibliografía

- [1] Alvarado Ramírez, Salvador. Técnica del hilo caliente para la caracterización de fluidos. Tesis (Maestría en Tecnología). México D.F. Instituto Politécnico Nacional CICATA. 2011
- [2] ASTM Standard D1545, 2013, "Standard Test Method for Viscosity of transparent Liquids by bubble Time Method" ASTM International, West Conshohocken, PA, 2013, www.astm.org.
- [3] Balderas-López, J. A., and Andreas Mandelis. "Thermal Diffusivity Measurements in Liquids Using Signal Common-mode-rejection Demodulation in a Thermal-wave Cavity." *Journal of Applied Physics* 90.7 (2001): 3296. Print.
- [4] Bindhu, C. V. "Thermal Diffusivity Measurements in Organic Liquids Using Transient Thermal Lens Calorimetry." *Optical Engineering* 37.10 (1998): 2791. Print.
- [5] Bénard, Henri. "Les Tourbillons Cellulaires Dans Une Nappe Liquide. - Méthodes Optiques D'observation Et D'enregistrement." *Journal De Physique Théorique Et Appliquée* 10.1 (1901): 254-66. Print.
- [6] Drazin, P. G. *Introduction to Hydrodynamic Stability*. Cambridge, UK: Cambridge UP, 2002. Print.
- [7] Guyon, Etienne, Innocent Mutabazi, and Jose Eduardo. Wesfreid. *Dynamics of Spatio-temporal Cellular Structures: Henri Bernard Centenary Review*. Rayleigh-Bénard Convection: Thirty Years of Experimental, Theoretical, and Modeling Work. New York: Springer, 2006. Print
- [8] Guyon, Etienne. *Physical Hydrodynamics*. Oxford: Oxford UP, 2001. Print.

- [9] Jaimes, Blanca, Dervin Pulgar, María Antonieta Ranaudo, José Chirinos, and Manuel Caetano. "A Dual-beam Photothermal Reflection Based System for Thermal Diffusivity Measurement of Optically Dense Liquids." *Review of Scientific Instruments* 81.2 (2010): 024902. Print.
- [10] Morioka, Naoki, Atsushi Yarai, and Takuji Nakanishi. "Thermal Diffusivity Measurement of Liquid Samples by Inverse Photopyroelectric Detection." *Japanese Journal of Applied Physics* 34.Part 1, No. 5B (1995): 2579-583. Print.
- [11] Nagasaka, Y., T. Hatakeyama, M. Okuda, and A. Nagashima. "Measurement of the Thermal Diffusivity of Liquids by the Forced Rayleigh Scattering Method: Theory and Experiment." *Review of Scientific Instruments* 59.7 (1988): 1156. Print.
- [12] Nagasaka, Y. "Simultaneous Measurement of the Thermal Conductivity and the Thermal Diffusivity of Liquids by the Transient Hot-wire Method." *Review of Scientific Instruments* 52.2 (1981): 229. Print.
- [13] Rayleigh-Bénard Convection (s.f) Recuperado el 16 de septiembre de 2014, de http://www.scholarpedia.org/article/Rayleigh-B%C3%A9nard_convection
- [14] Terrade, Stephanie. Overview of hydrodynamic instabilities.[En línea][Consultado el 10 de octubre de 2014] disponible en <http://hmf.enseeiht.fr/travaux/CD0001/travaux/optmfn/hi/01pa/hyb72/>
- [15] Thompson. "On a changing tessellated structure in certain liquids" Proc. Phil. Glasgow, 13 464-8 (1882)
- [16] Viscometer (s.f.) Recuperado el 3 de septiembre de 2014, de <http://en.wikipedia.org/wiki/Viscometer>
- [17] Zeytounian, R. Kh. *Convection in Fluids: A Rational Analysis and Asymptotic Modelling*.

Dordrecht: Springer, 2009. Print.