



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
POSGRADO EN CIENCIAS DEL MAR Y LIMNOLOGÍA

ANÁLISIS NO LINEAL DE LA TENDENCIA DE OCURRENCIA DE HURACANES
EN EL GOLFO DE MÉXICO Y MAR CARIBE Y SU POSIBLE EFECTO EN LA
DISTRIBUCIÓN Y ABUNDANCIA DE FITOPLANCTON

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRA EN CIENCIAS
(OCEANOGRAFÍA FÍSICA)

PRESENTA:
BERENICE ROJO GARIBALDI

TUTOR PRINCIPAL
DR. DAVID ALBERTO SALAS DE LEÓN
(INSTITUTO DE CIENCIAS DEL MAR Y LIMNOLOGÍA)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR
DR. RAÚL AGUIRRE GÓMEZ (INSTITUTO DE GEOGRAFÍA)
DR. JAVIER ALDECO RAMÍREZ (POSGRADO EN CIENCIAS DEL MAR Y
LIMNOLOGÍA)
DRA. CECILIA ELIZABETH ENRÍQUEZ ORTIZ (POSGRADO EN CIENCIAS DEL
MAR Y LIMNOLOGÍA)
DRA. ROSARIO DE LOURDES ROMERO CENTENO (CENTRO DE CIENCIAS
DE LA ATMÓSFERA)

MÉXICO, D. F. ENERO 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**ANÁLISIS NO LINEAL DE LA TENDENCIA DE OCURRENCIA DE
HURACANES EN EL GOLFO DE MÉXICO Y MAR CARIBE Y SU
POSIBLE EFECTO EN LA DISTRIBUCIÓN Y ABUNDANCIA DE
FITOPLANCTON**

BERENICE ROJO GARIBALDI

POSGRADO EN CIENCIAS DEL MAR Y LIMNOLOGÍA



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

2015

A MI MADRE, ABUELITA Y HERMANOS:
YOLANDA, JULIA, SARAHÍ Y HAZAEL

*Por tratar de apoyarme en cada lucha constante
y brindarme siempre el mejor consejo con la única
finalidad de hacer más enriquecedor mi paso por la
vida.*

AGRADECIMIENTOS

La realización de este proyecto no habría sido posible sin el asesoramiento y apoyo incondicional del Dr. David Alberto Salas de León a quien agradezco enormemente por haberme guiado en el transcurso de la maestría.

A la Dra. Adela Monreal Gómez por sus oportunos comentarios a este trabajo.

De igual manera quiero darles las gracias a los Doctores: Raúl Aguirre Gómez, Javier Aldeco Ramírez, Cecilia Elizabeth Enríquez Ortiz, Rosario de Lourdes Romero Centeno, Cesar Fuentes Yaco y Norma Sánchez Santillán por sus comentarios para la mejora de este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada para la realización de mis estudios de maestría.

Al Posgrado de Ciencias del Mar y Limnología así como a todo el personal de éste: Diana, Gabriela, Lupita y Chantal por el apoyo brindado.

Al Biól. Jorge Castro y mi amiga Azucena Shade por su ayuda en la mejora de las imágenes presentadas en este escrito.

A mis colegas y amigos: Luis Hernández Rosas, Erick Romero, Victor Alvarado, Marlene Ramírez, Jorge Merida, Miguel Díaz, Yacciry y todas aquellas personas cuyos nombres no menciono pero que con su grata compañía y consejos hicieron más llevadera mi estancia en el posgrado.

RESUMEN

Se realizó un análisis espectral mediante diferentes métodos, tanto paramétricos como no paramétricos, a dos series de tiempo correspondientes al número de manchas solares y a la ocurrencia de huracanes en el Golfo de México y Mar Caribe desde 1749 a 2012. Para ello se utilizó la base de datos de huracanes de la cuenca del Atlántico norte (North Atlantic-basin Hurricane Database, HURDAT por sus siglas en inglés); así como, otros registros históricos de ocurrencia de huracanes y, la base de datos del Centro de Análisis de Datos de Influencia Solar (Solar Influences Data Analysis Center, SIDC por sus siglas en inglés). Se obtuvo una relación entre el número de huracanes y diversos ciclos de manchas solares como el ciclo de 4 años (que es un ciclo débil que pocas veces se presenta), y los de 11, 22, 60 y 80 años; así como, un periodo de 30 años que tiene relación con el ciclo de los rayos cósmicos. El análisis de Wavelets (ondículas) indicó que la relación es tanto directa como inversamente proporcional entre ambos fenómenos, existiendo de igual manera una relación de tipo no-lineal. El desfase obtenido mediante el método de ondícula cruzada entre ambas señales indicó un comportamiento oscilatorio en el que los periodos más representativos estuvieron en la banda de 6 a 9 años, dentro de esta franja se encontró un periodo de 8 años correspondiente al traslape entre máximos y máximos por hasta 3 años. Se llevó a cabo un análisis no lineal utilizando entre otros, el método del exponente de Lyapunov, donde se obtuvo que el sistema estudiado presentó una dinámica caótica; sin embargo, la periodicidad que se aprecia con los métodos espectrales nos hace suponer que puede haber un borde caótico en la ocurrencia de huracanes. Una posible explicación para este borde, es que tal vez los huracanes se comporten de forma caótica individualmente, ya sea por categorías o solos sin importar la categoría y, que se comporten de manera periódica al agruparlos de manera global, es decir considerando todas las categorías

ABSTRACT

A spectral analysis was carried out using different methods, both parametric and non-parametric, two time series corresponding to the number of sunspots and the occurrence of hurricanes in the Gulf of Mexico and the Caribbean Sea from 1749 to 2012, using data bases of hurricanes in the North Atlantic -basin Hurricane Database (HURDAT) and the Solar Influences Data Analysis Center (SIDC), also historical records were used in the case of the occurrence of hurricanes. A relationship between the number of hurricanes, and different cycles of sunspots as the 4 year cycle that is a weak cycle that rarely is detected, 11, 22, 60, and 80 years; as well as, a period of 30 years who has relationship with the cosmic rays cycle. Wavelet analysis indicated that the relationship is both directly and inversely between both phenomena, and exist in the same way a non-linear relationship. The offset obtained applying wavelet method to both signals gives an oscillatory behavior where the most representative periods are in the 6 to 9 years, within this spectral band is an 8-year period corresponding to the overlap between the maximum's for up to 3 years. A non-linear analysis using Lyapunov exponent, among others, was conducted; obtaining that our system presents a chaotic dynamics. However the frequency that can be resolved with spectral methods makes us to suppose that the system is in a chaotic edge on the occurrence of hurricanes. One possible explanation for this edge is that perhaps the hurricanes behave chaotically individually, either by category or alone regardless of the category. On the other hand they behave a regular basis by grouping them in a comprehensive manner, i.e. considering all categories.

ÍNDICE DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS.....	4
RESUMEN.....	5
ABSTRACT.....	6
CAPÍTULO I.- ANTECEDENTES.....	9
CAPÍTULO II.- OBJETIVOS.....	15
II.1 Objetivo General.....	15
II.2 Objetivos Específicos.....	15
CAPÍTULO III.- INTRODUCCIÓN.....	16
III.1 Formación de huracanes.....	16
III.2 Manchas Solares.....	27
CAPÍTULO IV.- ÁREA DE ESTUDIO.....	33
CAPÍTULO V.- MÉTODOS.....	38
Marco Teórico.....	38
V.1 Series de Tiempo.....	38
V.2 Análisis Espectral.....	40
V.3 Análisis de Fourier.....	42
V.4 Periodograma.....	43
V.4.1 Transformada de Fourier Discreta.....	44
V.5 Función de Autocorrelación.....	47
V.6 Autocovarianza y Autocorrelación.....	48
V.7 Método de Blackman-Tuckey.....	50
V.8 Método de Máxima Entropía.....	52
V.9 Método Multi-Taper.....	54
V.10 Análisis de Wavelets (Ondículas).....	55
V.11 Exponente de Hurst.....	58
V.12 Diagramas de Fase y Caos.....	61
V.13 Superficie de Poincaré.....	62
V.14 Exponente de Lyapunov.....	63
V.15 Construcción de la Base de Datos.....	77

V.16 Procesamiento de Datos.....	77
CAPÍTULO VI.- RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	83
VI.1 Análisis de la ocurrencia e intensidad de los huracanes.....	83
VI.2 Análisis de Series de Tiempo.....	95
VI.3 Análisis Espectral.....	98
VI.4 Análisis no Lineal de las Series de Tiempo.....	115
CONCLUSIONES.....	134
REFERENCIAS.....	136

CAPITULO I

ANTECEDENTES

En épocas recientes se han realizado estudios relacionados con el fenómeno de los huracanes, abarcando su formación, estructura y cómo afectan a los ecosistemas terrestres y acuáticos; así como, el impacto que tienen en las actividades que lleva a cabo el ser humano [Corral, 2011; Fuentes Yaco et al., 2007; Elsner, 2007; Chenoweth, 2006; Emanuel, 2005; Aguado y James, 2004; Babin et al., 2004]. El estudio de los huracanes se ha tornado interesante y muy importante en los últimos años debido a los daños que ocasionan a su paso, incluyendo pérdidas humanas y materiales; así como, por su gran complejidad, lo que ha llevado a estudiarlos desde distintos campos del conocimiento, que abarcan entre otros, la meteorología, la climatología, la física, las matemáticas, la paleotempestología y la biología, por mencionar sólo algunos.

Liu y Richard [2004] realizaron una investigación minuciosa sobre los huracanes que han ocurrido a lo largo de la historia sobre el océano Atlántico norte oriental y occidental, incluyendo también los huracanes ocurridos en China, en la parte oeste del océano Pacífico, llevando a cabo estudios históricos, de sedimentología y analizando los anillos de crecimiento formados en los troncos de los árboles, ya que éstos pueden ser un buen indicio de la ocurrencia de un huracán.

Debido a la combinación de la marejada del huracán y la energía de las olas al impactar las playas o dunas costeras, los huracanes pueden dejar una huella distintiva en los ecosistemas. Esta huella sedimentaria usualmente ocurre en forma de una capa de arena embebida en medio de sedimentos con mayor contenido en materia orgánica (lodo de lago, o turba). En el método que se lleva a cabo para este tipo de investigación se utiliza la estratigrafía de alta resolución, análisis paleoecológicos de sedimentos para la identificación de los depósitos arrastrados por los huracanes y el fechado de sedimentos usando técnicas de Carbono 14, Plomo 201 y Cesio 137 para estimar las fechas de ocurrencia de los huracanes [*Liu y Richard*, 2004].

Con el análisis de los anillos en los árboles es posible conocer la frecuencia de los huracanes en el Atlántico norte, de acuerdo al grosor de éstos podemos saber si fue un año lluvioso (anillos gruesos) o de sequía (anillos estrechos). Durante las grandes tormentas tropicales el vapor de agua contiene varios isótopos de oxígeno, pero cuando se condensa y precipita sobre el suelo está más enriquecido en ^{18}O (por ser más pesado). Esta agua enriquecida permanece en el terreno durante un tiempo. Los árboles al absorber el agua lo incorporan en sus tejidos, incluidos los anillos de la madera, formando parte de la celulosa, cuando hay un huracán, éste absorbe el ^{18}O de la atmósfera, por lo que en el agua de las lluvias provocadas por huracanes habrá concentraciones bajas de este isótopo. Por tanto la cantidad de ^{18}O varía de un año a otro y, con ello, de un anillo a otro, dependiendo de la cantidad de huracanes. Contando los anillos y midiendo su tamaño se obtiene el año de crecimiento de cada uno de ellos y al final se tiene un registro que relaciona el año y la cantidad de huracanes [Liu y Richard, 2004].

No se puede distinguir a las tormentas tropicales individualmente o sus intensidades, sino un promedio anual de todas ellas. Esta técnica no proporciona mucha información sobre la estimación de la intensidad de las tormentas, sólo de su frecuencia [Liu y Richard, 2004]. Al campo de la ciencia que estudia la actividad de ciclones tropicales pasados a través del uso de técnicas geológicas de este proxy se le llama paleotempestología [Liu y Fearn, 2000b; Liu y Richard, 2004] y es de suma importancia pues ayuda a los investigadores de otras áreas a completar sus bases de datos y con ello tener un seguimiento más detallado sobre los huracanes a través del tiempo.

En el presente estudio algunos datos fueron recolectados a partir de investigadores que usaron registros históricos de bitácoras obtenidas de los buques y de la paleotempestología, como: Liu y Richard [2004], Ludlum [1963], Roth [1997a; 1997b], Dunn y Miller [1960], Chenoweth [2006], Millás [1968], Murnane et al. [2000], Poey [1862, 1855], Emanuel [2005], por mencionar algunos. HURDAT también ocupó los trabajos de la mayoría de estos investigadores. Ludlum [1963] realizó un análisis exhaustivo de trabajos realizados por varios investigadores entre ellos Poey [1855], quien publica un artículo con una tabla conformada por 400 huracanes ocurridos en la parte oeste de la India y en el Atlántico norte desde 1493 hasta 1855, con una lista bibliográfica de 450 autores, libros, registros y publicaciones periódicas. En 1938 Ray Tannehill llevó a cabo

una primera edición de su trabajo “Huracanes”, el cual contiene una lista de tormentas tropicales del atlántico Norte, incluyendo el Golfo de México y Mar Caribe, desde 1494 hasta 1900. En la siguiente edición *Addenda* agrega nuevos registros a la lista, llegando hasta el año 1955. Más adelante, en 1960 *Dunn y Miller* eliminan una serie de tormentas cuestionables en los listados de *Poey y Tannehill* y, adecuadamente y con cautela, incluyen varios registros con signos de interrogación, lo que indica que no se hace referencia a la fuente histórica pues son el resultado de sus investigaciones.

Para este trabajo todos los registros reportados por diferentes autores en años consecutivos fueron analizados con cautela a manera de hacer el registro de huracanes históricos lo más completo y fiable posible.

Puesto que el tema principal de este trabajo es analizar la posible relación entre la ocurrencia de huracanes en el Golfo de México y Mar Caribe y el número de manchas solares, se presenta a continuación una breve reseña de los trabajos que se han realizado sobre este tema.

Diversos autores postulan que en promedio los ciclones tropicales en el Atlántico se están fortaleciendo con una tendencia que está relacionada con el incremento del contenido de calor en el océano [*Emanuel, 2005; Webster et al., 2005; Trenberth, 2005; Elsner, 2007*]. Sin embargo, de acuerdo a la teoría de la máquina de calor, la energía potencial máxima de un huracán esta inversamente relacionada con la temperatura en la superficie de la nubes convectivas en el núcleo central [*Emanuel, 1991; Holland, 1997; Elsner et al., 2008; Hodges y Elsner, 2011*]. Un calentamiento de la estratósfera inferior, cercano a la tropopausa (~16 km de altitud), resultado del incremento de la radiación ultravioleta (UV) absorbida por el ozono, disminuirá la energía potencial disponible, limitando la intensidad del ciclón [*Elsner et al., 2008*], esto se debe a que hay una disminución en la diferencia de temperaturas entre las regiones altas y bajas de la atmósfera. El incremento de actividad solar también contribuye a calentar el océano y a la alteración de la circulación atmosférica, complicando así el papel que juega la variabilidad solar en la modulación de la actividad de huracanes. En definitiva, el incremento de la actividad solar asociada a un mayor número de manchas solares significa más radiación UV que llega a la atmósfera superior de la Tierra [*Hodges y Elsner, 2011*].

Se han realizado varios estudios concernientes a los diferentes fenómenos solares y cósmicos (número de manchas solares, rayos cósmicos, influencia del campo magnético interplanetario con el campo geomagnético y sus respectivos índices principales) y su relación con la ocurrencia y las trayectorias de los huracanes. *Mendoza* (2011) hizo una recopilación de algunos estudios realizados entre los fenómenos solares y los huracanes, resumiendo los trabajos de *Pérez-Peraza et al.* (2008b), *Elsner y Jagger* (2008) y *Mendoza y Pazos* [2009] los cuales relacionaron la ocurrencia de huracanes con los rayos cósmicos. *Pérez-Peraza et al.* [2008b] y *Mendoza y Pazos* [2009] realizaron análisis espectral con las series de tiempo pertenecientes a huracanes ocurridos, tanto en el Atlántico como en el Pacífico y encontraron periodicidades que coinciden con el número de manchas y los ciclos solares magnéticos. Otros trabajos indican que la actividad de huracanes en el Atlántico muestra coincidencia con varios ciclos solares.

Elsner y Jagger [2008] realizaron un estudio sobre la actividad ciclónica tropical en el Mar Caribe y las costas de Estados Unidos y su relación con el ciclo solar, encontrando que hay una disminución del número de huracanes con el incremento en la actividad solar. Estos autores especulan que sobre la parte oeste del Atlántico incluidos el Mar Caribe y el Golfo de México, donde el contenido de calor oceánico es grande, el factor termodinámico limitante para que un ciclón tropical alcance su intensidad potencial máxima (Maximum Potential Intensity, MPI por sus siglas en inglés), es la temperatura cerca de la tropopausa. Esta variable está inversamente relacionada con la MPI y notaron que una mayor actividad solar (número alto de manchas solares) calienta la estratósfera inferior y la tropósfera superior disminuyendo así, la intensidad potencial del ciclón. Estudios previos han mostrado una conexión entre el ciclo solar y las temperaturas en la tropósfera superior, que es particularmente intensa durante el verano del hemisferio norte [*Van Loo y Labitzke*, 2000; *Van Loo y Shea*, 2000; *Zerefos et al.*, 2001].

Los estudios anteriores se han hecho con datos de la ocurrencia de huracanes a partir del año 1851, utilizando HURDAT como la fuente base para los datos de huracanes de la cuenca del Atlántico norte. Para nuestro estudio también se utilizó HURDAT como fuente de datos, pero se agregaron más años gracias a los registros históricos recolectados por los autores antes mencionados, aportando con ello, argumentos más sólidos sobre la influencia de la actividad solar en la ocurrencia de huracanes, pues aunque los trabajos anteriores son

muy enriquecedores no contaron con datos suficientes al momento de hacer sus análisis de series de tiempo.

Puesto que los huracanes ocurren en el ecosistema marino, es importante analizar el impacto que tienen en él, se sabe que tras el paso de un huracán se presenta florecimiento de fitoplancton y con ello aumenta la abundancia del zooplancton [*Fuentes Yaco et al.*, 2007]. El paso de cualquier huracán se caracteriza por un fuerte bombeo de Ekman y mezcla vertical; así como, lluvias y re-suspensión de sedimentos. La combinación de estos procesos causan el enriquecimiento de nutrientes en la zona eufótica y un aumento en la biomasa de fitoplancton, la cual lleva a un incremento en la biomasa del zooplancton, donde éste puede responder a una mayor presa disponible en una escala de tiempo corto (< 10 días) [*Cowles et al.*, 1987; *Gierach et al.*, 2009].

Se han llevado a cabo varios estudios sobre los efectos del paso de un huracán en el crecimiento de fitoplancton. *Malone et al.* [1993] estudian una situación en el océano abierto; *Fogel et al.* [1999] estudiaron el efecto del huracán Gordon en aguas costeras, mientras *Babin et al.* [2004] reportaron que la relación huracán-fuerza del radio de vientos, explica el 66% de la variación en la concentración de clorofila *a* en la estela reciente de huracanes y que en promedio la Chl *a* volvió a los niveles de pre-tormenta 2-3 semanas después del paso del huracán.

Tsuchiya et al. [2014] estudiaron la respuesta de la comunidad de fitoplancton ante al paso de un tifón en la Bahía de Sagami, Japón. Encontraron un aumento de macronutrientes que infieren, puede ser atribuible a la surgencia y lluvia terrestre. Grandes proporciones de dinoflagelados se produjeron durante y después del paso del tifón. El dominio de dinoflagelados, concentraciones de clorofila *a* y el incremento en la biomasa de fitoplancton alcanzan su máximo 4 a 6 días después del paso del tifón y durante ese tiempo las diatomeas fueron las comunidades más abundantes.

En lo que respecta a México, *Fuentes Yaco et al.* [2007] realizaron un análisis de imágenes de satélite y datos *in situ* para determinar el impacto que tuvo el huracán Ignacio (2003) en el Pacífico tropical oriental. Estos autores obtuvieron una fluctuación en la temperatura del agua entre 28 y 30 °C antes del paso del huracán, descendiendo hasta 18 °C después de la tormenta. Las concentraciones de Chl *a* oscilaron entre 0.2 y 0.5 mg m⁻³,

aumentando hasta en más de 2 mg m^{-3} después del paso del huracán. Los resultados obtenidos para la $\text{Chl } a_{sat} = 0.92$ (en el satélite) y $\text{Chl } a_{in situ} = 0.96$ fueron muy parecidos.

En esta tesis se usaron varias herramientas estadísticas para llevar a cabo un análisis espectral y con éste poder visualizar la relación entre el número de manchas solares y la ocurrencia de huracanes, ocupando varias técnicas de análisis espectral. Como un aporte final se llevó a cabo un análisis no lineal para poder ver si la ocurrencia de huracanes tiene un comportamiento caótico determinista o pertenece a un sistema dinámico estocástico, este resultado sería muy útil para realizar modelos predictivos relacionados a la tendencia de ocurrencia de huracanes tanto en el Golfo de México como en el Mar Caribe. De igual manera coadyuvaría a la parte biológica, ya que al haber una relación entre el número de manchas solares y la ocurrencia de huracanes, podría ser posible realizar modelos que nos ayuden a predecir los florecimientos de fitoplancton, contribuyendo con ello a las actividades de pesca.

CAPITULO II

OBJETIVOS

II.1 Objetivo General

El objetivo general de este trabajo es realizar un análisis espectral entre las series de tiempo correspondientes al número de manchas solares y a la ocurrencia de huracanes en el Golfo de México y Mar Caribe; así como, llevar a cabo un análisis no lineal de la tendencia de ocurrencia de huracanes en el Golfo de México y Mar Caribe.

II.2 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos son:

- a. Buscar la tendencia en el número e intensidad de los huracanes que ocurren en el Golfo de México y Mar Caribe.
- b. Determinar si hay periodicidad en la intensidad de estos huracanes.
- c. Examinar si hay una relación entre el número de manchas solares y huracanes que ocurren en el Golfo de México y Mar Caribe.
- d. Examinar si el número de huracanes que ocurren en el Golfo de México y Mar Caribe tienen un comportamiento caótico.

CAPÍTULO III

INTRODUCCIÓN

III.1 Formación de Huracanes

Los huracanes son ciclones tropicales de gran intensidad; de acuerdo con la escala de Saffir-Simpson, cualquier viento que alcanza una velocidad de 120 km h^{-1} es considerado como tal, y aquéllos que tienen velocidades menores a éstas son llamados tormentas tropicales o depresiones tropicales (ver Tabla 1). Los huracanes aparecen como un gran remolino casi circular, con vientos que se desplazan en espiral hacia el centro de baja presión. De acuerdo a la Figura III.1.1, el punto 1 esquematiza cómo el viento es más húmedo y cálido conforme se eleva en el centro del huracán; en el punto 2, se enfría, lo que provoca una disminución en la presión barométrica, tendiendo a succionar más aire que proviene del punto 1; en el punto 3 se enfría aún más y se difunde otra vez hacia la periferia, creando fuertes lluvias por la condensación de la humedad del aire que puede variar de 250 a 500 mm de precipitación cerca del cambio de movimiento del huracán. En el punto 3, debido a la difusión de las masas de aire hacia la periferia, se sigue manteniendo el centro de baja presión. En el hemisferio norte, el giro de los vientos en el remolino es en sentido contrario al de las manecillas del reloj. Conforme se acerca al centro, el viento adquiere más fuerza y la presión barométrica disminuye poco a poco. El radio de la corriente ciclónica es, por lo general, menor de 500 km y la fuerza verdaderamente ciclónica, de más de 120 km h^{-1} , está confinada en un radio de 50 a 150 km. En el centro del huracán, cuyo diámetro suele ser de aproximadamente 25 km, prácticamente no hay viento [Chávez-Salcedo, 1983].

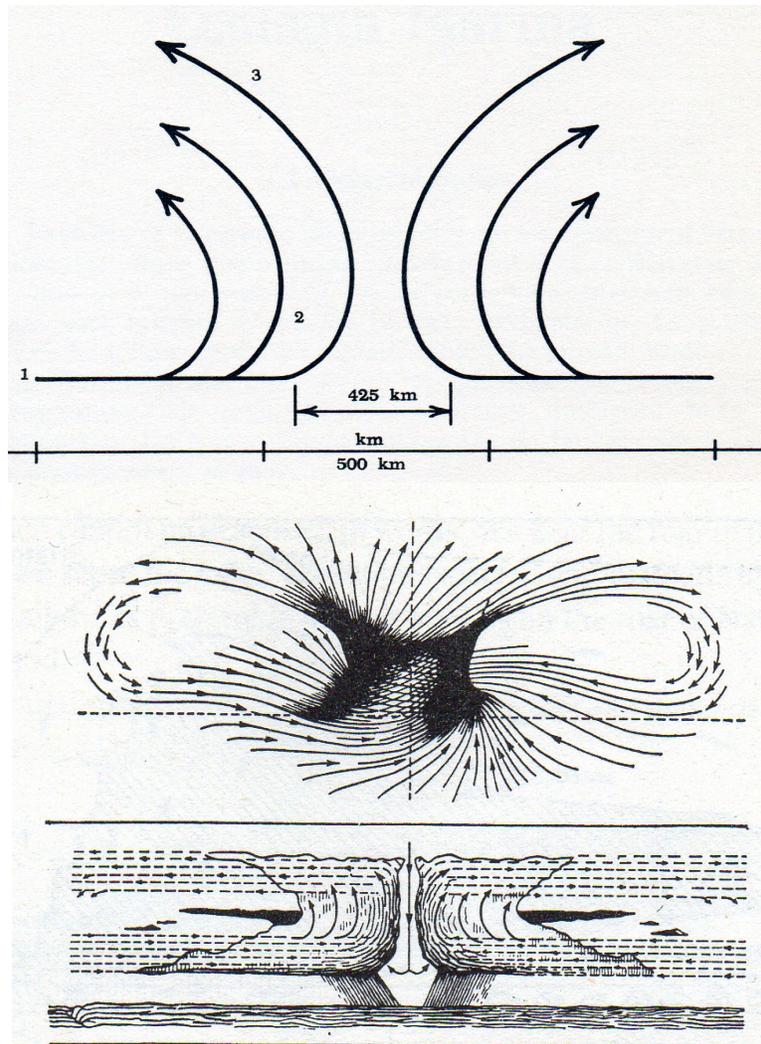


Figura III.1.1. (Parte superior) Representación esquemática del movimiento del aire en un huracán [Chávez-Salcedo, 1983]. (Parte intermedia) Representación del campo vectorial del flujo de aire que se forma dentro de un huracán. (Parte inferior) Esquema que muestra el embudo central que tiene un huracán, en éste el movimiento del aire es directamente hacia abajo mientras que en los lados se mueve hacia arriba [Nalivkin, 1986].

Tabla 1. Clasificación de Ciclones Tropicales.

Tormenta	Descripción	Velocidad máxima sostenida del viento	Oleaje de tormenta	Daño
Depresión Tropical	Un sistema organizado de nubes y tormentas con circulación superficial definida, pero ningún ojo. Carece de la forma en espiral de las tormentas más poderosas. Se convierte en un sistema de baja presión, una “depresión”.	Menores a 62 km/h (38 mph)	Ninguna	Ninguno
Tormenta Tropical	Un sistema organizado de fuertes tormentas con una circulación superficial definida y forma ciclónica, aunque por lo general carecen de un ojo. Al tipo de sistemas que alcanzan esta intensidad se las llama tormentas.	62-117 km/h (39-73 mph)	Poca a ninguna	Poca a ninguna
Ciclón Tropical	Vientos ciclónicos intensos que exceden la velocidad de 119 km/h (74 mph). Los ciclones tropicales consisten de una banda estrechamente organizada de tormentas que rodean el ojo central	119-153 km/h (74-95 mph) <i>Categoría 1 (menor o minimal, minor)</i>	1.2-1.5 m (4-5 ft)	Daños a los árboles, arbustos y casas móviles no ancladas.
		154-177 km/h (96-110 mph) <i>Categoría 2 (moderado o moderate)</i>	1.8-2.4 m (6-8 ft)	Algunos árboles derribados, daños importantes a casas rodantes expuestas, daño a las estructuras permanentes.
		178-209 km/h (111-130 mph) <i>Categoría 3 (mayor o major)</i>	2.7-3.7 m (9-12 ft)	Follaje removido a los árboles de gran tamaño, árboles caídos, destrucción de casas móviles y algunos daños estructurales en construcciones permanentes.
		210-249 km/h (131-155 mph) <i>Categoría 4 (severo o Extensive)</i>	4.0-5.5 m (13-18 ft)	Mayor erosión de las playas. Inundación de terrenos tierra adentro. Mayor destrucción en las estructuras.
		250 km/h (156 mph) <i>Categoría 5 (catastrófico o catastrophic)</i>	5.5 m (19 ft)	Las inundaciones causan grandes daños a los pisos bajos de todas las estructuras cercanas a la costa. Se requiere la evacuación de las áreas.

En la Tabla 1 se muestran las categorías para los ciclones de acuerdo a la velocidad de los vientos. Las categorías para los Ciclones son basadas en las escala de Saffir-Simpson [Garrison, 2010].

La escala de Saffir-Simpson es usada por el Centro Nacional de Huracanes (National Hurricane Center, NHC por sus siglas en inglés) y el Servicio Meteorológico Nacional de los E.U.A (National Weather Service, NWS por sus siglas en inglés) para dar información oficial pública sobre el potencial destructivo de huracanes que tocan tierra. La escala está basada en el promedio de vientos máximos sostenidos en un minuto cerca de la superficie y pueden ser considerados como una extensión de la clasificación de los estados

de desarrollo del ciclón tropical hasta alcanzar la fuerza de un huracán (ver Tabla 1.1) [*James y Kara, 1999*].

Tabla 1.1. Escala de Saffir-Simpson con valores característicos de presión barométrica, velocidad de vientos máximos sostenidos, ráfagas máximas de viento y oleaje.

Categoría	P (mb)	V (m/s)	G (m/s)	Oleaje (m)
1	>980	33-42	41-53	1
2	980-965	42-50	53-62	2
3	964-945	50-58	62-72	3
4	944-920	58-69	72-86	4-5
5	<920	>69	>86	>5

P es la presión barométrica central. V es la velocidad de vientos máximos sostenidos en promedio por un minuto. G son las ráfagas máximas de viento. La presión barométrica a nivel del mar es de 1013.25 mb. 1 m/s=1.94 nudos=2.24 mph.

La intensidad de un huracán se mide por medio del valor extremo de la presión mínima a nivel del mar o por la velocidad máxima de vientos sostenidos cerca de la superficie (10 m). Los vientos de un huracán se incrementan desde sus velocidades bajas dentro del ojo a sus velocidades altas más allá del borde del ojo, en la pared del ojo. Los vientos decrecen gradualmente hacia fuera de la pared del ojo [*James y Kara, 1999*].

La profundidad de un huracán se ve limitada por el rango en el cual la atmósfera exhibe una disminución significativa de la temperatura (un gradiente). Los gradientes de temperatura son suficientemente grandes a través de la tropósfera; la tropósfera es el primer estrato en el que se divide la atmósfera, en ella ocurren la mayoría de los eventos y es marcada por un patrón general en el que la temperatura disminuye con la altura. A pesar de ser el menos ancho de los estratos de la atmósfera, la tropósfera contiene el 80% de su masa. Su espesor varía de 8 a 16 km, con un promedio de 11 km. La altitud a la cual termina depende de su temperatura promedio, siendo mayor cuando la temperatura es alta y más baja en las regiones frías [*Aguado y James, 2004*], las temperaturas se vuelven constantes por encima de ésta, en lo que se conoce como tropopausa. En latitudes tropicales, la tropopausa se extiende alrededor de 16 km por encima del suelo. Consecuentemente, los huracanes no se extienden mucho por encima de este nivel (Figura

III.1.2). La tropopausa se inclina hacia la superficie lejos de los trópicos, reduciendo la profundidad de las tormentas que se mueven u originan en latitudes altas [James y Kara, 1999].

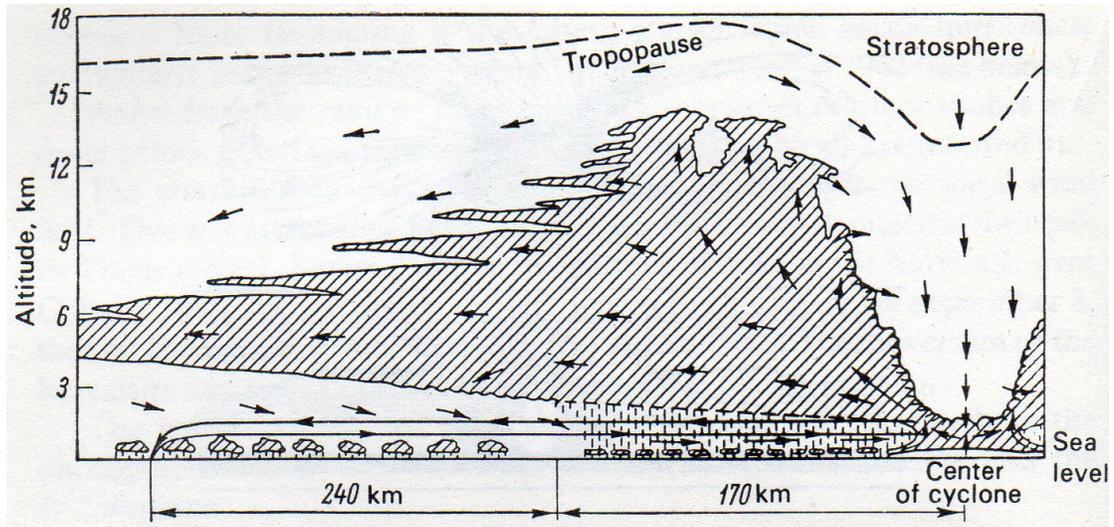


Figura III.1.2. Sección de la mitad de un ciclón tropical [Khromov, 1964]. Los vectores muestran el movimiento del aire, éste descenden en la parte central del embudo y ascienden en espiral a lo largo de la pared; las líneas verticales cercanas a la superficie, representan lluvia y la región sombreada representa nubes [Nalivkin, 1986].

La energía térmica necesaria para mantener un huracán es proporcionada por la evaporación de aguas cálidas desde la superficie del océano sobre la cual se originan y desarrollan. La energía térmica de evaporación es almacenada en forma de vapor de agua. El vapor de agua es llevado hacia arriba dentro las nubes cumulonimbus que rodean el ojo del huracán. El aire que se eleva se enfría por expansión lo que conduce a la condensación del vapor de agua para mantener las nubes y precipitación. La condensación libera una parte importante de la energía térmica almacenada (calor latente), lo que a su vez ayuda a mantener la circulación de la tormenta a través de un proceso de convección [James y Kara, 1999].

Aunque este estudio no se centra en la física involucrada en la formación y desarrollo de un huracán, es importante conocer cuáles son los factores que favorecen su

desarrollo y por qué. Por tal motivo en la Tabla 1.2 se presentan las condiciones que favorecen la formación de un huracán y su desarrollo.

Tabla 1.2 Condiciones ambientales que favorecen el desarrollo de un huracán.

Condición	Criterio
Superficie cálida del océano	$> 26.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$
Atmósfera inestable	$> 7^{\circ}\text{C}/\text{km}$
Latitud mínima	$> 8^{\circ}\text{n}$
Cizalladura vertical del viento débil	$< 10 \text{ m/s}$

Una temperatura superficial del mar mayor a $26.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ favorece una atmósfera húmeda (cargada de vapor de agua). También se necesita un ambiente donde las temperaturas disminuyan lo suficiente con la altura. Cizalladura vertical del viento es un término usado para referirse a los cambios de los vientos horizontales entre dos niveles en la atmósfera. Los cambios en el viento pueden surgir de cambios en la velocidad y en la dirección. Si los vientos del este tienen una velocidad de 5 m s^{-1} en la superficie y de 15 m s^{-1} a una altura de 2 km, entonces hay una cizalladura del este entre los dos niveles, cuanto mayor es el esfuerzo de corte menor es la probabilidad de que se desarrolle un huracán [James y Kara, 1999].

Los ciclones tropicales se desarrollan y pasan la mayor parte de su vida en un aire tropical homogéneo y en su recorrido siguen una trayectoria parabólica. Al principio y al final de la temporada de huracanes, éstos se mueven directamente hacia el noroeste antes de adquirir una componente de movimiento hacia el este [Simpson y Riehl, 1980] (ver Figura III.1.3). Fuertes depresiones de la tropósfera superior que se extienden a latitudes bajas pueden dirigir el huracán hacia el norte fuera de los trópicos [James y Kara, 1999].

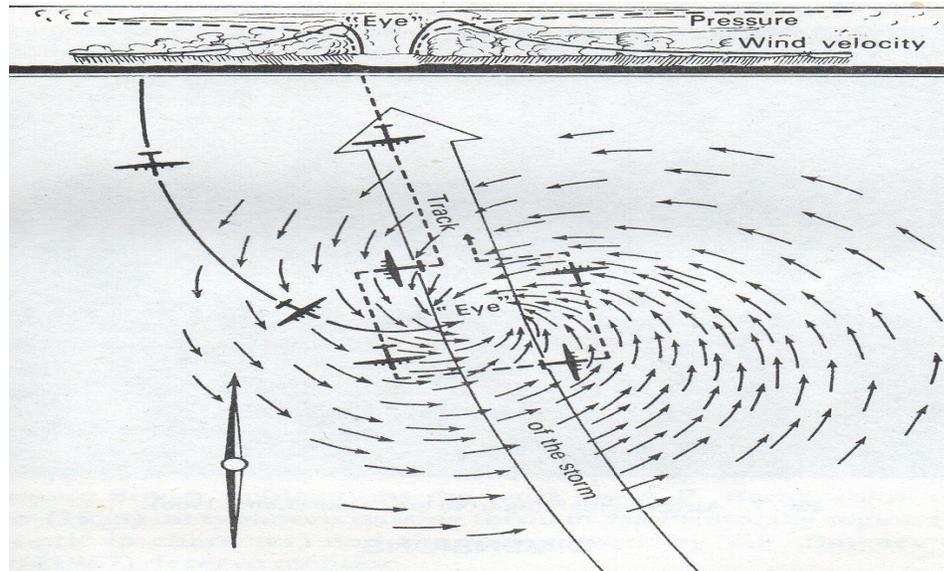


Figura III.1.3. Esquema del movimiento de un huracán. El campo de vectores muestra como el movimiento se da en el sentido contrario a las manecillas del reloj, a la vez que se mueve hacia el noroeste [Lane, 1966].

En la Tabla 1.3 se presentan las características generales para los huracanes que ocurren en el Atlántico norte, que es donde se encuentra nuestra zona de estudio. La mayoría de los huracanes en el Atlántico norte se desarrollan a partir de ondas tropicales convectivamente activas que emergen desde la parte oeste de África. Los huracanes también pueden formarse en las Islas Cabo Verde [Nalivkin, 1986].

Las ondas tropicales se mueven hacia el oeste en intervalos más o menos regulares entre los 10 y 20° N, principalmente durante agosto y septiembre [James y Kara, 1999], esto concuerda con el pico de ocurrencia de huracanes tanto en el Golfo de México como en el Mar Caribe. Un promedio de 60 ondas tropicales son generadas cada año sobre el norte de África. Sin embargo, el número de ondas generadas no parece estar relacionado con el número de ciclones tropicales que ocurre anualmente en el Atlántico (http://www.aoml.noaa.gov/hrd/tcfaq/A4_esp.html). Las ondas son relativamente frías en la parte baja de la atmósfera pero cálidas en la parte de arriba. El desarrollo de una onda tropical está indicado por la aparición de vientos del oeste de nivel bajo contra los vientos del este predominantes [James y Kara, 1999].

Tabla 1.3 Características Generales de Huracanes en el Atlántico norte.

Características	Rango
Diámetro de la tormenta	200-1300 km
Vientos superficiales	≥ 33 m/s
Duración de vida	1-30 días
Diámetro del ojo	16-70 km
Dirección de movimiento	Hacia el oeste y posteriormente hacia el norte
Fuente de energía	Liberación del calor latente

La zona más vulnerable en México al impacto de los huracanes es la periferia del Golfo de México. El desplazamiento de los ciclones es lento, de 15 a 30 km h⁻¹, transportando el calor de los trópicos a latitudes más templadas, lo que hace que sea un importante mecanismo de la circulación atmosférica global, manteniendo en equilibrio la tropósfera y relativamente estable la temperatura terrestre. La circulación oceánica domina el transporte de calor en los trópicos del hemisferio norte y representa alrededor de la mitad del transporte en los trópicos del hemisferio sur. Hacia los polos, alrededor de 26° N el transporte de calor es dominado por la atmósfera [Wunsch, 2007]. El transporte de calor en el océano es principalmente impulsado por las celdas subtropicales, las cuales son impulsadas por el viento, con una pequeña contribución por inversiones en los movimientos convectivos [Boccaletti et al., 2005; Jansen y Ferrari, 2009]. Sriver y Huber [2007] y Sriver et al. [2008] encontraron que para los huracanes ocurridos en los años de 1998 a 2005, el calor almacenado en el océano tuvo un valor promedio de 0.48 PW. El transporte total de calor en el océano es de 3 PW [Wunsch, 2007]. El destino del calor bombeado dentro del océano es crucial para evaluar el impacto de un ciclón tropical sobre el clima de la tierra, especialmente en los trópicos donde el transporte de calor del océano domina sobre el transporte atmosférico [Jansen y Ferrari, 2009].

MacDonald y Wunsch [1996] estiman que el transporte de calor de los océanos es de aproximadamente la mitad del calor que se mueve desde los trópicos hacia los polos, mientras que la atmósfera lleva la otra mitad. Sin embargo, el océano es considerado el contribuyente primario en los trópicos [Held, 2001]. El transporte de calor del océano

(Ocean Heat Transport, OHT por sus siglas en inglés) desde los trópicos a los polos consiste de tres componentes principales [*Jih-Wang et al.*, 2012]:

- a) La transferencia diapirica de calor hacia abajo (i.e., en la vertical), dentro del océano en los trópicos.
- b) Transporte de calor oceánico OHT hacia los polos en latitudes altas.
- c) Liberación del calor hacia la atmósfera.

Teniendo en cuenta las condiciones necesarias para que la atmósfera sea inestable desde la superficie del mar hasta los niveles de la tropósfera, *Palmen* [1984] demostró que las tormentas ciclónicas tropicales sólo pueden desarrollarse sobre regiones oceánicas donde la temperatura de la superficie del mar excede los 26 °C; diversos autores también concuerdan con este número [*Fisher*, 1957; *Gray*, 1979, 1993; *Shuleikyn*, 1978; *Khain y Sutyrin*, 1983; *WMO*, 1995, *Mitrani-Arenal y Díaz-Rodríguez*, 2004]. *Perlotch* [1967] señaló que si en los primeros 60 m de profundidad de las aguas oceánicas la variación de la temperatura es de más de 8.5 °C, la probabilidad de que el ciclón tropical alcance la fase de huracán es de apenas un 4%. Por otra parte, se tiene el criterio de *Holliday y Thompson* [1979], de que 75% de los huracanes con presiones atmosféricas inferiores a 920 hPa, pueden intensificarse muy rápido (más de 42 hPa en menos de 24 h) cuando la temperatura superficial oceánica (TSO) es mayor de 28 °C y el espesor de la capa isotérmica es de más de 30 m [*Mitrani-Arenal y Díaz-Rodríguez*, 2004].

Puesto que el Atlántico sur y el este del Océano Pacífico sur son regiones muy frías, no deberían formarse huracanes. No obstante el 28 de marzo del 2004 ocurrió un huracán en el Atlántico sur que tocó tierra cerca de la ciudad de Torres, justo al sur de la ciudad turística de Laguna, en el sureño estado Brasileño de Santa Catarina, a unas 500 millas al sur de Río de Janeiro (https://courseware.e-education.psu.edu/public/meteo/upperlevel_lows.html). El Centro Nacional de Huracanes en Miami estimó que el Huracán fue de categoría 1, con vientos centrales entre 75 mph y 80 mph convirtiéndolo en el primer huracán en el Atlántico sur registrado históricamente (<http://earthobservatory.nasa.gov/NaturalHazards/event.php?id=12934>).

Shuleikyn [1978] señala que en las costas africanas tropicales jamás se desarrollan ciclones tropicales aunque la TSO sea muy alta, dado que la capa isotérmica superficial no alcanza más de 30 m de profundidad. Hay cierta discusión en cuanto a cuáles pueden ser los factores térmicos más importantes para la formación de un huracán. En este trabajo nos basamos en el hecho de que la temperatura será el factor principal y ésta deberá ser mayor o igual a 26 °C, ya que para el área del Océano Atlántico norte, *Wendland* [1977] encontró que temperaturas superficiales del mar que exceden los 26.8 °C están directamente y, casi de manera exponencial, relacionados con la frecuencia de ciclones tropicales. Las temperaturas en la parte oeste del Océano Atlántico norte son lo suficientemente cálidas para soportar el desarrollo de ciclones tropicales hacia el norte hasta la latitud de 35° N [*James y Kara*, 1999].

Una vez que se forma un huracán, éste no desaparece inmediatamente, por lo que puede existir en aguas cuya temperatura es menor al valor crítico de 26 °C, las tormentas tropicales adquieren la mayor parte de su energía a partir de la liberación de calor latente de condensación [*Perry y Walker*, 1977]. *Shuleikyn* [1978] plantea que las trayectorias de los ciclones tropicales siguen en gran medida a la distribución y al movimiento de las aguas con mayor TSO (ver Figura III.1.4).

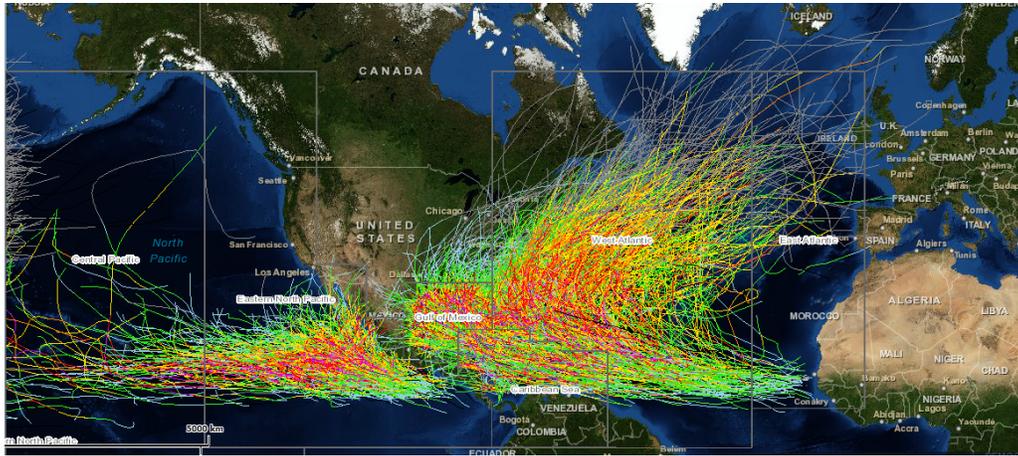


Figura III.4. Trayectorias de huracanes históricos a partir de 1842, tomados de National Oceanic and Atmospheric Administration (<http://maps.csc.noaa.gov/hurricanes/#app=50a0&81d2-selectedIndex=2>).

Los ciclones son importantes en los procesos de movimiento de agua porque llegan a provocar oleaje intenso, entre otros factores. Los vientos inducidos por las fuerzas de los huracanes causan un decremento en la temperatura superficial del mar al incrementar la mezcla vertical [Price, 1981; Shay y Elsberry, 1987]. La mezcla vertical disminuye la temperatura superficial del mar, produce afloramiento de agua rica en nutrientes dentro del estrato superficial y, así, puede estimular la producción biológica, incrementa la biomasa del fitoplancton, observándose también, un incremento en la producción primaria bacteriana en el océano después del paso de un huracán [Fogel et al., 1999]. Chen et al. [2003] reportaron un incremento en nutrientes, clorofila *a* y producción primaria después del paso de un tifón en el estrecho de Taiwán. Son et al. [2006] estimaron el cambio en la concentración de nutrientes asociado con un tifón mediante datos de satélite, la relación local entre la concentración de nutrientes y la temperatura. Se han hecho varios estudios con datos de satélite sobre la variabilidad biológica inducida por tormentas tropicales en el mar de Japón [Son et al., 2006], en el mar de Arabia [Subrahmanyam et al., 2002], en el mar del Sur de China [Lin et al., 2003], en el Atlántico Noroeste [Babin et al., 2004; Davis y Yan, 2004; Platt et al., 2005] y en el Golfo de California [Fuentes-Yaco et al., 2007]. Se han reportado incrementos locales en la concentración de clorofila que perduran por periodos de 2 a 4 semanas [Lin et al., 2003; Babin et al., 2004]. Un posible mecanismo del incremento de clorofila en la superficie después del paso del huracán, es la resuspensión de

clorofila desde el máximo de clorofila subsuperficial, el cual es usualmente encontrado cerca de la nutriclina [Herbland y Voituriez, 1979]. Hay muy pocos estudios sobre los cambios en la concentración de nutrientes inducidos por huracanes [Fogel et al., 1999; Chen et al., 2003]. En el océano las concentraciones de nitrato están por lo regular inversamente correlacionadas con la temperatura, aunque la pendiente de la relación varía con el lugar y la temporada [Horne et al., 1989; Chavez et al., 1996].

El tamaño del fitoplancton, estructura y composición taxonómica son influenciados por fuerzas físicas y por la disponibilidad de nutrientes. Generalmente, las células grandes dominan en áreas enriquecidas con NO_3^- [Margalef, 1978; Yentsch y Phinney, 1989; Chisholm, 1992; Bouman et al., 2003]. Se ha mostrado que la proporción relativa de células grandes se incrementa con la magnitud del movimiento vertical a mesoescala [Rodríguez et al., 2001].

III.2. Manchas Solares

A lo largo de la historia se construyeron diversos monumentos prehistóricos con la finalidad de estudiar las alineaciones del Sol. Uno de los monumentos más famosos es el de Stonehenge en Wiltshire, Inglaterra, el cual fue construido entre los años 2800 y 1500 A.C. En el centro de este monumento yace una piedra en posición horizontal que fue bautizada como “la Piedra del Altar” o “Piedra de la Matanza”, la cual marca el punto de salida del sol en el solsticio de verano (21 de junio) [Phillips, 1992].

Los primeros intentos significativos por tratar de entender el sol y de hecho el Universo, incluyendo la Tierra fueron llevados a cabo por los griegos en el siglo VI A.C. [Phillips, 1992] y de ahí en adelante se ha seguido estudiando el comportamiento solar. Aristóteles había mantenido que el sol era perfecto, pero las personas que también lo observaron antes de la invención del telescopio, en 1608, habían distinguido algunas pequeñas características oscuras en la superficie solar. Muchos de sus registros ahora se consideran como genuinas cuentas exactas “a simple vista” de las manchas solares, algunas observaciones fueron descritas como objetos familiares para los de la época, por ejemplo, se interpretaban como la presencia de pájaros o nubes terrestres.

Las primeras referencias certeras que se tuvieron sobre las manchas solares fueron proporcionadas por las observaciones de Aristóteles a mediados del cuarto siglo A.C. Ha habido mucho interés en un gran número de registros orientales de lo que parecen ser manchas solares. Un catálogo de 1988 (por *K.K.C. Yau y F.R. Stephenson*) tiene registrado 157 de estos eventos antes de la invención del telescopio. La mayoría de los registros provienen de China, Corea, Vietnam y Japón, no obstante, también existen registros cronológicos originarios de Rusia, tomados cuando el sol se oscureció debido a un incendio forestal ocurrido en 1371. Sin embargo, el primer avistamiento de manchas solares fue reportado en China, en el año 165 A.C. [*Phillips, 1992*]. Las descripciones de estos registros sugieren que cuando éste se atenuaba por la niebla o polvo en la atmósfera, el sol era observado. Existen periodos largos en los cuales no se registran manchas solares, pero es incierto si fue debido a que en realidad hubo escasez de ellas o si fue por una falta de interés científico [*Phillips, 1992; Thomas y Weiss, 1991*].

Fue en 1610 que Galileo, con la invención del telescopio, descubrió que la superficie solar mostraba manchas oscuras que aparecían y desaparecían con tiempos de vida que eran variables, pero en promedio eran pocos días. Una serie más extensa de observaciones fue hecha por su contemporáneo Christoph Scheiner, cuyas observaciones abarcan un periodo de 1611 a 1627 y fueron publicadas en un volumen llamado *Rosa Ursina sive Sol* en 1630. Scheiner y su asistente registraban las manchas solares a partir de una imagen proyectada por un telescopio a una pantalla (Figura III.2.1). Tanto Galileo como Scheiner mostraron que las manchas solares no se distribuyen en toda la superficie solar, sino que están limitadas a una banda que se extiende a latitudes de aproximadamente 50° norte y sur. Así mismo, observaron que cerca del borde del disco solar, las manchas solares a menudo se asociaban con pequeñas manchas brillantes a las cuales llamaron “fáculas” [*Phillips, 1992*].

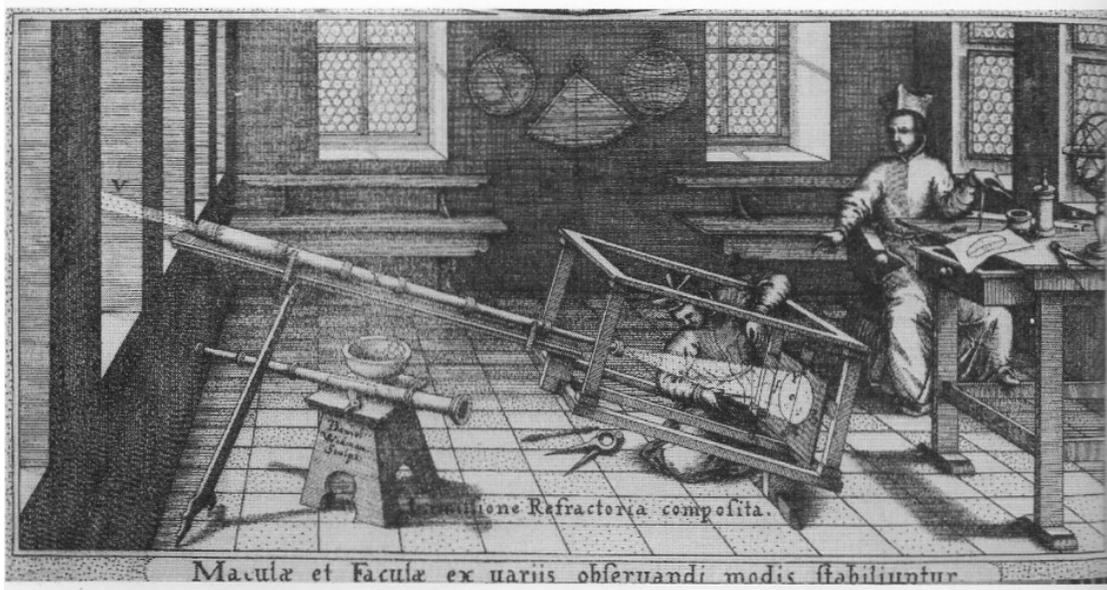


Figura III.2.1. Una página del libro de Scheiner mostrando el método de proyección usado por él para registrar las manchas solares [Phillips, 1992].

Tanto los bosquejos de Galileo como los de Scheiner muestran que las manchas solares están compuestas por una pequeña región oscura llamada umbra, la cual está rodeada de una más brillante llamada penumbra [Phillips, 1992; Thomas y Weiss, 1991], sin embargo fue hasta 1801 que William Herschel descubre los filamentos de ésta y es hasta la mitad del siglo XIX, en el año 1870, que Secchi fue capaz de encontrar la estructura filamentaria y reproducirla en un dibujo (Figura III.2.2) [Thomas y Weiss, 1991].

La penumbra está constituida por una estructura de filamentos claros y oscuros que se extienden más o menos radialmente desde la umbra. Ambas (umbra y penumbra) parecen oscuras por contraste con la fotosfera, simplemente porque están más frías que la temperatura media de ésta; así, la umbra tiene una temperatura de 4000 K, mientras que la penumbra alcanza los 5600 K, evidentemente inferiores a los aproximados 6000 K que tienen los gránulos de la fotosfera (<http://www.swpc.noaa.gov/SolarCycle/>).

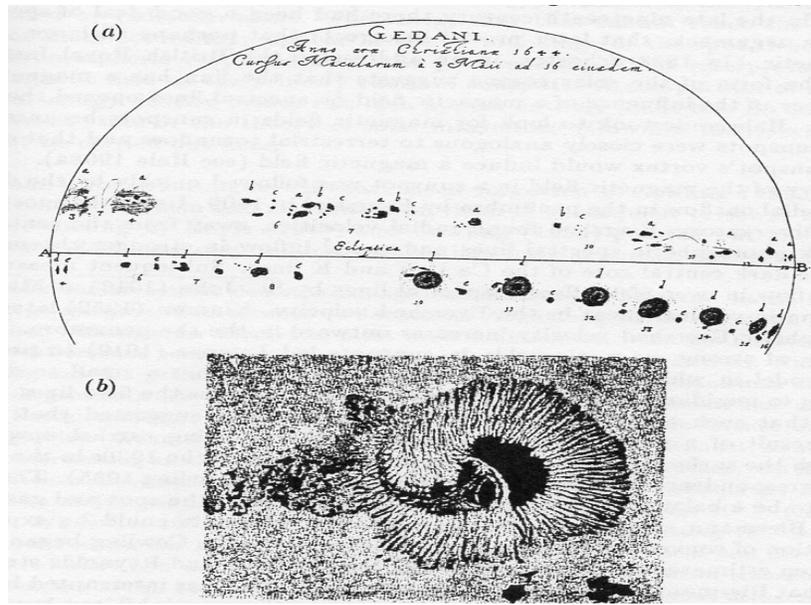


Figura III.2.2. Primeras observaciones de manchas solares. (a) Gravado de Hevelius (1647) mostrando las manchas observadas durante varios días, a medida que rotan con el sol. La umbra y la penumbra pueden distinguirse fácilmente. (b) Dibujo de Secchi (1870) mostrando la estructura filamentaria de la penumbra, un borde luminoso, poros y granulación alrededor [Thomas y Weiss, 1991].

Los principales avances en los estudios solares se dieron hasta el año 1769, cuando un profesor de la Universidad de Glasgow llamado Alexander Wilson descubre que las manchas eran depresiones en forma de embudo en la superficie solar y que la umbra se desplazaba a menudo cerca del borde, en este sentido, Galileo también observó que las manchas solares rotaban junto con la superficie solar. En 1908 Hale descubre por medio del efecto Zeeman que las manchas contienen fuertes campos magnéticos [Thomas y Weiss, 1991] los cuales son más fuertes dentro de las manchas que en los alrededores.

En cuanto a la estructura general de las manchas solares, se sabe que la umbra emite energía a aproximadamente 20% de la velocidad a la que se irradia desde la fotosfera, mientras que la tasa promedio de intensidad en la penumbra es del 75%, variando de 60% a 95% entre filamentos oscuros y brillantes [Muller 1973b; Thomas y Weiss, 1991]. Las manchas solares son observadas con distancias que van desde 1800 km hasta 25000 km, incluso abarcan hasta los 65000 km [Thomas y Weiss, 1991].

A principio del siglo XIX empieza un avance en las observaciones sobre la actividad solar y, es Heinrich Schwabe quien comienza el registro de manchas solares en

1826, siendo en 1843 cuando concluye que el número de manchas tiene una periodicidad de alrededor de 10 años. Sus hallazgos fueron publicados en una revista astronómica alemana, pero no atrajo mucho la atención hasta que fue mencionada en una publicación por el explorador Alexander von Humboldt pocos años después. En 1848 Rudolf Wolf al enterarse del descubrimiento de Schwabe propuso investigar en principio, la periodicidad de las manchas para estandarizar las observaciones que ya se habían realizado y posteriormente hacer una reconstrucción histórica sobre el número de manchas solares desde principios de la invención del telescopio. Junto con sus observaciones y las de sus colaboradores trataron de aportar la información faltante debida a las malas condiciones meteorológicas que se habían presentado en el lugar de observación. Wolf definió el número de manchas (conocido como el *número relativo de manchas solares*) tanto en términos del número de grupos de manchas solares y el número total de manchas, con un factor de corrección que representa la eficiencia estimada del observador y el telescopio usado, por lo que el número relativo de manchas solares podría ser comparado para cualquier época independientemente del observador [Phillips, 1992].

Con la realización de mapas que muestran las distribuciones de las manchas solares en varias épocas, es posible tener en cuenta la tasa de crecimiento y decaimiento de grandes manchas individuales o grupos de manchas. Éstas siempre se forman en pares y necesitan aproximadamente 10 días para alcanzar su máxima complejidad. Durante y poco después de la formación de manchas dominantes, se forman muchas que son más pequeñas y de vida corta en la región grande, estas pequeñas manchas se originan en medio de las manchas dominantes. Las grandes manchas solares crecen con velocidades típicas de 0.25 km s^{-1} hasta 1.0 km s^{-1} [Thomas y Weiss, 1991].

Entre 1853 y 1861 Carrington comienza a hacer observaciones sobre las latitudes y longitudes en las cuales aparecen las manchas solares, encontrando que los periodos de rotación de las manchas solares dependían de la latitud norte y sur: las manchas cercanas al ecuador tienen un periodo de rotación de aproximadamente 25 días, las que se encuentran en latitudes mayores tiene un periodo de alrededor de 27 días. Ahora, la Tierra gira alrededor del Sol en la misma dirección que el sol gira sobre su eje, y así como se ve desde la tierra, las manchas solares parecen tener más tiempo para completar una rotación [Phillips, 1992].

En casi todas las regiones activas del sol, ya sea grandes o de tamaño medio, se forma una mancha solar dominante, la cual lleva una polaridad principal (es decir, la polaridad anterior en la rotación solar). Generalmente esta mancha sobresaliente se encuentra bastante cercana al borde (occidental) principal de la región. A menudo aparece una segunda mancha visible en la polaridad siguiente, la posición de esta mancha tiende a estar cerca del borde de salida (oriental) de la región [*Thomas y Weiss, 1991*].

CAPÍTULO IV

ÁREA DE ESTUDIO

El Golfo de México es una cuenca oceánica localizada entre los 98° y 80° W y entre los 30° y 18° N con aproximadamente 3600 m en la zona más profunda. Junto con el Mar Caribe forma el llamado Mediterráneo Americano (Figura IV.1) [Chávez-Salcedo, 1983].

La entrada principal de agua hacia el Golfo de México es por el Canal de Yucatán que tiene de 1500 a 1900 m de profundidad; la salida del agua del golfo es por el Estrecho de Florida hacia el Atlántico norte, con una profundidad de 800 m. Las principales masas de agua reportadas en el Golfo de México son: el Agua Subtropical Subsuperficial del Caribe (AstSsC), el Agua Subtropical Subsuperficial del Golfo de México (AstsSsGM), el Agua Común del Golfo de México (ACGM), el Agua Intermedia Antártica (AIA) y el Agua Profunda Noratlántica (APNA) [Monreal-Gómez y Salas-de-León, 1997]. En las costas de Yucatán *Enriquez et al.* [2013] encontraron dos tipos de masas de agua de acuerdo a sus propiedades termohalinas: el Agua Subsuperficial del Caribe Subtropical (Caribbean Subtropical Underwater, CSUW por sus siglas en inglés), que es un agua fría que viene del Caribe y surge cerca de Cabo Catoche y, el Agua del Mar de Yucatán (Yucatan Sea Water, YSW por sus siglas en inglés), ésta es una masa de agua calida hipersalina que se origina en el Canal de Yucatán debido a las altas tasas de temperatura y evaporación. Tiene una salinidad entre 36.2 y 36.4 desde la parte central hasta la plataforma continental. A una profundidad de 100 a 200 m, el agua que fluye a través del Canal de Yucatán tienen una salinidad entre 36.6 y 36.8, la cual casi no se mezcla con el resto de la masa de agua [Chávez-Salcedo, 1983].

En la capa superficial donde hay mezcla, de variable profundidad, la temperatura del agua es relativamente uniforme y varía bastante según las influencias locales; en la parte central esta capa es de más o menos 90 m, en los meses de enero y febrero, que son los más fríos en el Golfo de México [Chávez-Salcedo, 1983].

Sobre la cuenca central del golfo, en las capas superficiales, la salinidad es mayor a 36 y varía generalmente entre 36 y 36.3, aunque en la superficie llega hasta los 36, éste es un valor encontrado en la parte central del este del golfo frente a Yucatán; la salinidad

costera es muy variable debido a la evaporación, la descarga de los ríos, la afluencia de agua del Mar Caribe, la zona de Yucatán y posiblemente a afloramientos o surgencias. En la parte del río Mississippi se han determinado salinidades menores de 35.5 a 150 km de la costa y 50 m de profundidad, para lugares cerca de la costa los valores son de 25. Para el Canal de Yucatán, entre 850 y 1000 m se han encontrado salinidades de 34.86 y temperaturas de 6.2 °C [Chávez-Salcedo, 1983].

Sus principales características de la circulación son: la corriente de Lazo, el gran giro anticiclónico en el oeste y giros ciclónicos en la plataforma continental de Texas-Luisiana, en la plataforma oeste de Florida, en la Bahía de Campeche y en la periferia de la Corriente de Lazo [Monreal-Gómez y Salas-de-León, 1997]. La corriente de Lazo se establece en sentido de las manecillas del reloj a través del Canal de Yucatán para salir por el Estrecho de Florida. Se han medido velocidades entre 0.5 y 2 m s⁻¹ (1.8 km h⁻¹ y 7.2 km h⁻¹, respectivamente) obteniéndose el máximo de velocidad en el comienzo del verano; el centro de la corriente se establece en la costa oeste del Canal de Yucatán, la velocidad disminuye más rápidamente en el oeste del canal que en el este; la anchura total de la corriente está entre 60 y 80 millas (96.56 km y 128.75 km, respectivamente). La corriente superficial alcanza un mínimo en otoño, de octubre a noviembre. En la Corriente de Florida se ha estimado un flujo de 25 Sv [Chávez-Salcedo, 1983].

Regiones del océano abierto, como ciertas partes del Golfo de México se caracterizan por concentraciones bajas de nutrientes en las aguas superficiales y una red trófica basada en la producción regenerada. Este entorno oligotrófico está dominado por nanofitoplancton, los cuales pueden crecer a bajas concentraciones de nutrientes debido al espesor de la zona superficial. Variaciones en el ecosistema, tales como actividad frontal y el paso de un huracán, pueden perturbar la composición de la comunidad del fitoplancton y resultar en un dominio temporal de especies oportunistas sobre el equilibrio de especies [Platt et al., 2005].

Las condiciones atmosféricas sobre el Golfo de México son tales que el intercambio entre las masas de aire frío y seco continental que provienen de los de E.U.A y Canadá y las masas de aire propias del golfo de origen marítimo y tropical provocan una fuerte frontogénesis, principalmente entre los meses de octubre a abril [Tápanes y González-Coya, 1980; Monreal-Gómez y Salas-de-León, 1997]. Durante el verano, esta región es afectada

por tormentas tropicales, de las cuales el 60% tiene intensidades de huracán. El 80% de los huracanes se forma fuera del golfo, su centro se desplaza hacia la costa noroeste de América o hacia la Península de Florida con velocidades de aproximadamente 20 km h^{-1} [Gentry *et al.*, 1950; Monreal-Gómez y Salas-de-León, 1997].

Los procesos oceánicos pueden tener una influencia adicional sobre la distribución de plancton y la composición de la comunidad durante el paso de un huracán. En el Golfo de México estos procesos incluyen la Corriente de Lazo (Loop Current, LC), giros anticiclónicos (Warm-Core Eddies, WCEs) y giros ciclónicos (Cold-Core Eddies, CCEs). Los CCEs contienen una biomasa elevada de plancton y concentración de nutrientes cerca de la superficie del océano, mientras los WCEs tienen concentraciones máximas desplazadas a mayor profundidad en la columna de agua. La biomasa de fitoplancton es generalmente mayor en el centro del giro de mesoescala, mientras la elevada biomasa de zooplancton ocurre en los centros de los giros de mesoescala y periferias [Goldthwait y Steinberg, 2008; Yebra *et al.*, 2005; Gierach *et al.*, 2009].

Los resultados obtenidos por Gierach *et al.* [2009] en el Golfo de México indican que las concentraciones promedio de nitrato cerca de la superficie durante el huracán Katrina revelan altos valores en un CCE y en las periferias del giro. Adicionalmente la biomasa de plancton que residía a lo largo de la parte oeste del arrecife de Florida (West Florida Shelf, WFS) antes del paso del huracán fue desplazada al oeste durante el huracán Katrina. El desplazamiento fue causado por la rotación antihoraria del CCE y la acumulación de agua en la superficial del océano provocada por los vientos del huracán. Principalmente el nanofitoplancton y la biomasa de microzooplancton cambian e incrementan su extensión espacial en asociación con el paso del huracán. En contraste, el microfitoplancton se incrementa por la mezcla del huracán y la inyección de nitrato.

Los resultados de Gierach *et al.* [2009], revelaron que el fitoplancton y el microzooplancton respondieron al paso del huracán en una escala de tiempo relativamente corta. El fitoplancton grande mostró un incremento en la biomasa a lo largo de la trayectoria del huracán, mientras el nanofitoplancton y la biomasa del microzooplancton principalmente, cambiaron y se incrementaron en extensión espacial. El paso del huracán modificó la distribución de biomasa de plancton asociada con los giros de mesoescala. La

biomasa de plancton fue mínima en el centro de WCEs, máxima en la periferia del WCE y máxima en el centro del CCEs antes del paso del huracán.

Por su parte, el Mar Caribe también conocido como Mar de las Antillas, es el mayor de los mares marginales del Océano Atlántico, abarcando una extensión superficial de $2.52 \times 10^6 \text{ km}^2$ (i.e. 30% más extenso que el GM). Se localiza entre las latitudes de 8 y 22° N y las longitudes de 60 y 89° W, con 3,500 km de longitud zonal y 2,500 km de longitud meridional [Andrade y Barton, 2000]. Aunque la profundidad promedio es de 2,200 m [Spalding, 2001], muchas zonas interiores del Mar Caribe superan los 3,500 m de profundidad. El relieve submarino se compone de 5 cuencas de diferente profundidad, separadas por algunas cordilleras submarinas. La máxima profundidad registrada es de 7,686 m, que corresponde a la fosa de las islas Caimán (Trinchera del Caiman). Los límites costeros son compartidos por 27 países y 8 territorios, de Centro América al oeste, Sudamérica al sur, las Antillas Mayores al norte y las Antillas menores al este.

En el Caribe Mexicano las estimaciones de la tasa de retorno de huracanes varían de uno cada 7.5 años a uno cada 18.5 años [Jordán-Dahlgren y Rodríguez-Martínez, 2003]. Para la zona de Cozumel, la tasa de retorno se ha estimado en un evento cada 7.5 años [Fenner, 1998].

En la isla de Cozumel la temporada de huracanes comienza en junio y dura hasta finales de noviembre, con mayor actividad en agosto y septiembre [Lugo-Fernández y Gravois, 2010].

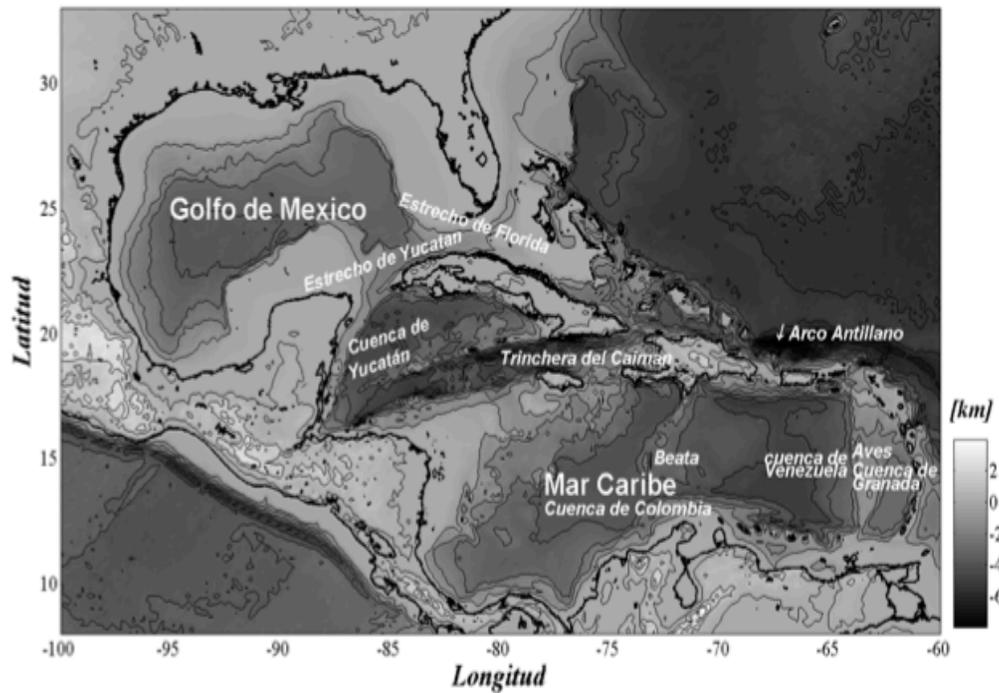


Figura IV.1. Mapa representativo del Golfo de México y Mar Caribe. Los valores positivos representan la topografía continental y los negativos la batimetría oceánica. Las líneas de contorno representan la altitud respecto al nivel medio del mar [Hernández, 2008].

CAPITULO V

MÉTODOS

Marco Teórico

En este capítulo se describe primero el marco teórico en el cual se fundamentan los cálculos efectuados y posteriormente la forma en que se estructuró la base de datos sobre la cual se trabajó.

V.1. Series de Tiempo

Una serie de tiempo se puede pensar como una colección de observaciones hechas secuencialmente en el tiempo. De hecho, una serie de tiempo es un tipo especial de proceso estocástico [Wayne *et al.*, 2012]. A su vez, un proceso estocástico $\{X(t); t \in T\}$ es una colección de variables al azar, donde T es un conjunto de índices para los cuales todas las variables al azar, $X(t)$, $t \in T$, están definidas sobre el mismo espacio muestral. Cuando T representa tiempo, nos referimos al proceso estocástico como una serie de tiempo [Wayne *et al.*, 2012]. Una realización de las series de tiempo $\{X(t); t \in T\}$ es el conjunto de resultados con valores reales, $\{X(t,w); t \in T\}$ para un valor fijo de $w \in \Omega$, donde Ω es el espacio muestreado. Es decir, una realización de una serie de tiempo es simplemente un conjunto de valores de $\{X(t)\}$ que resulta de la ocurrencia de algunos eventos observados, la colección de todas las realizaciones posibles se le llama ensamble [Wayne *et al.*, 2012]. Las series de tiempo pueden ser estacionarias o no estacionarias, por lo que hay diversas técnicas que se pueden aplicar tomando en cuenta esta característica. A continuación veremos los requisitos que debe cubrir una serie para ser estacionaria.

Una serie de tiempo es estrictamente estacionaria si el comportamiento probabilístico de cada colección de valores:

$$\{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_k}\}$$

es idéntico al conjunto que se obtiene desplazando la serie:

$$\{X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_k+h}\}$$

que es:

$$P\{X_{t_1} \leq C_1, \dots, X_{t_k} \leq C_k\} = P\{X_{t_1+h} \leq C_1, \dots, X_{t_k+h} \leq C_k\} \quad (1)$$

para todas las $k = 1, 2, \dots$, todos los puntos de tiempo t_1, t_2, \dots, t_k , todos los números C_1, C_2, \dots, C_k y todos los cambios $h = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

Si una serie de tiempo es estrictamente estacionaria, entonces todas las funciones de distribución multivariada para subconjuntos de variables deben coincidir con sus homólogos en el conjunto cambiado para todos los valores del parámetro de cambio h .

Si la función de varianza del proceso existe, implica que la función de autocovarianza de la serie X_t satisface:

$$\gamma(s, t) = \gamma(s + h, t + h) \quad (2)$$

para todo s, t y h . La interpretación de este resultado es que la función de autocovarianza del proceso sólo depende de la diferencia del tiempo entre s y t y no de los tiempos reales. Es difícil evaluar estacionariedad estricta en un sólo conjunto de datos, por lo que en lugar de imponer condiciones a todas las posibles distribuciones de una serie de tiempo, se utiliza una versión más suave que impone condiciones sólo en los dos primeros momentos de la serie, a esta versión se le llama “serie de tiempo débilmente estacionaria”. Una serie de tiempo débilmente estacionaria, X_t , es un proceso de varianza finita tal que:

1. El valor de la función media, μ_t , es constante y no depende del tiempo.
2. La función de autocovarianza $\gamma(s, t)$ depende de s y t sólo a través de su diferencia $|s - t|$.

V.2. Análisis espectral

Para estudiar las series de tiempo se llevan a cabo una serie de procesos que nos ayudan a obtener el espectro de una señal dada usando las herramientas matemáticas básicas, estos procesos son conocidos como análisis espectral. En contraste, los procesos para determinar el espectro de una señal basado en las mediciones actuales de ésta son llamados estimación del espectro [*Proakis y Manolakis, 1996*].

El análisis espectral es un análisis de técnica de varianza. Está basado en la habilidad que se tiene para representar de alguna manera una serie de tiempo como la suma de senos y cosenos de diferentes frecuencias y amplitudes. La varianza de una serie de tiempo se divide en un número de componentes y a la totalidad de los componentes se les llama espectro. Cada componente está asociado con una frecuencia particular y representa la contribución de dicha frecuencia a la variabilidad total de la serie [*Percival y Walden, 1993*].

La estimación espectral se clasifica de dos formas:

1. *Métodos paramétricos*: En este método se supone que el proceso estocástico del que se pretende estimar su densidad espectral puede ser caracterizado por una serie de parámetros, basta con estimarlos para caracterizar el proceso. En este tipo de modelos se especifica la forma de las leyes de probabilidad a excepción de algunos parámetros que definen la dimensión finita [*Fan y Yao, 2002*].
2. *Métodos no paramétricos*: Se tiene al espectro de un proceso estocástico sin asumir que tiene una estructura en particular. Este tipo de modelos se presenta cuando los parámetros se encuentran en un subconjunto de un espacio dimensional infinito o la forma de las leyes de probabilidad no se especifican por completo. Un ejemplo clásico de este tipo es el periodograma y el método multi-taper, que es un estimador más actual [*Fan y Yao, 2002*].

Los límites entre los modelos paramétricos y no paramétricos no siempre son claros. Sin embargo, tal distinción nos ayuda a elegir un método apropiado [Fan y Yao, 2002].

Las técnicas de análisis de series de tiempo son a menudo clasificadas en dos categorías:

- a. *Técnicas en el dominio del tiempo*: Estas incluyen el análisis de la estructura de correlación, ayudan al desarrollo de los modelos que describen la manera en la que los datos evolucionan en el tiempo (modelos $AR(p)$, $MA(q)$, $ARMA(p,q)$, etc.) y pronósticos de comportamiento futuro [Wayne et al., 2012].
- b. *Técnicas en el dominio de la frecuencia*: Están diseñadas para desarrollar un entendimiento de los datos de las series de tiempo, examinando los datos desde la perspectiva de su contenido cíclico subyacente (o frecuencia) (periodograma, Wavelets, etc.). La herramienta básica del análisis del dominio de la frecuencia es el espectro de potencia.

La realización de un análisis espectral es importante en el ámbito científico pues proporciona información necesaria para analizar el comportamiento pasado de una variable, ayuda a hacer pronósticos y a realizar estudios comparativos.

Los cambios en los valores de una variable pueden ser el resultado de la interacción con una gran variedad de factores. Por lo tanto, para estudiar el cambio en estos factores y la magnitud de tales cambios, se deben estudiar las variaciones en los valores de las variables relacionadas en orden cronológico. Mediante el estudio de los cambios en las series de tiempo, se puede tener una idea acerca de los cambios en los efectos de los diversos factores que interactúan simultáneamente. Los efectos de estos factores pueden ser clasificados en categorías que son llamadas componentes de las series de tiempo [Cooray, 2008]:

1. *Tendencia o movimientos a largo plazo (T)*: es un patrón que existe cuando hay un decremento o incremento a largo plazo en los datos.

2. *Variaciones estacionales (S)*: existe cuando una serie es influenciada por factores estacionales (por ejemplo, el trimestre del año, el mes o los días de la semana).
3. *Variaciones cíclicas (C)*: existe cuando los datos exhiben subidas y bajadas que no son de un periodo fijo. La diferencia principal entre un patrón estacional y uno cíclico, es que el primero es de longitud constante y se repite sobre una base regular y periódica mientras que el segundo varía en longitud. Sin embargo, la longitud promedio de un cíclico es usualmente más grande que el de un estacional y la magnitud de un cíclico es más variable que la de un estacional.
4. *Variaciones irregulares (I)*. Todas aquellas que no cae en los casos anteriores

Las observaciones de series de tiempo usualmente están compuestas de muchas oscilaciones de diferentes longitudes de onda. De acuerdo al teorema de Fourier, cualquier serie de tiempo, sin importar su forma, si tiene alguna oscilación y no presenta valores infinitos, puede ser recreada sumando ondas seno y coseno regulares, con las longitudes de onda y amplitudes correctas. Los procesos alternativos para extraer la variedad de frecuencias y amplitudes que están presentes en la señal original, es llamado análisis de Fourier.

V.3. Análisis de Fourier

Las series de Fourier descomponen una señal periódica en una suma de términos sinusoidales (o usando una exponencial compleja). Con esta descomposición se dice que la señal se encuentra representada en el dominio de la frecuencia. Para el caso de una señal de energía finita la descomposición es llamada Transformada de Fourier.

Existen cuatro representaciones distintas de series de Fourier, cada una aplicable a diferentes tipos de señales. Estas cuatro clases están definidas por las propiedades de periodicidad de una señal y si el tiempo es continuo o discreto. Las series de Fourier se

aplican a señales periódicas de tiempo continuo (Fourier Series, FS por sus siglas en Inglés), mientras que la Serie Discreta de Fourier (Discrete Fourier Series, DTFS por sus siglas en Inglés) es para señales periódicas de tiempo discreto. Las señales no periódicas tienen su representación en forma de transformada. Si la señal es continua en el tiempo y no periódica se aplica la Transformada de Fourier (Fourier Transformation, FT por sus siglas en Inglés), pero si la señal es discreta en el tiempo y no periódica, entonces se utiliza la Transformada de Fourier en tiempo Discreto (Fourier Transform Discrete Time, DTFT por sus siglas en Inglés). La Tabla 2 ilustra la presente información.

Tabla 2. Representaciones de series de Fourier.

Tiempo	Periódicas	No Periódicas
Continuas	Series de Fourier (FS)	Transformada de Fourier (FT)
Discretas	Series Discretas de Fourier (DTFS)	Transformada Discreta de Fourier (DTFT)

La transformada discreta de Fourier ha sido muy utilizada para hacer análisis espectral, pues con ésta se han podido obtener los periodogramas, debido a que su cálculo es muy largo, lo que más se usa es la Transformada Rápida de Fourier, que como su nombre lo dice es la forma más rápida de obtener la transformada discreta de Fourier y calcular el periodograma que es un método no paramétrico de análisis espectral.

Puesto que uno de los métodos que se utiliza en esta tesis es el periodograma, se dedicará un espacio para hablar de ello.

V.4. Periodograma

El periodograma fue introducido como un método utilizado específicamente para estimar la línea espectral [Schuster, 1898; Priestley, 1981; Weedon, 2003], es decir, es un estimador

del espectro, que es simplemente el espectro de la muestra evaluado en los armónicos de la frecuencia fundamental $f_1 = 1/n$, específicamente, los armónicos f_j que están dados por $f_j = j/n$ con $j = 1, \dots, n/2$ (para n pares) y $j=1, \dots, m$ (para n impar y $n=2m+1$). Es un rendimiento pobre con series de tiempo que poseen un espectro continuo, a menos que el fondo corresponda a ruido blanco [Percival y Walden, 1993; Weedon, 2003]. Los periodogramas son obtenidos mediante el uso de la transformada discreta de Fourier que manipula la serie de tiempo de una manera que no depende de la naturaleza de los datos [Ifeachor y Jervis, 1993, Weedon, 2003]. El periodograma mide aportaciones a la varianza total de la serie, de componentes periódicos de una frecuencia determinada. Si el periodograma presenta un máximo o “pico” en una frecuencia, indica que dicha frecuencia tiene mayor importancia en la serie que el resto [Percival y Walden, 1993].

Los estimadores no paramétricos más importantes son los basados en el periodograma, éste tiene como ventaja la sencillez del cálculo, pero su precisión en la estimación del espectro es muy limitada, especialmente para conjuntos de datos reducidos. El periodograma es definido en términos de la Transformada de Fourier Discreta de los datos observados.

V.4.1. Transformada de Fourier Discreta

Sea $\{X_1, X_2, \dots, X_T\}$ T observaciones sucesivas de una serie de tiempo. Pensando en procesos subyacentes como periódicos con periodo T , se pueden expresar los X_t como una combinación lineal de senosoidales. Con este fin se define la frecuencia de Fourier como:

$$w_k = \frac{2\pi k}{T}, \quad k = -\left[\frac{T-1}{2}\right], \dots, -1, 0, 1, \dots, \left[\frac{T}{2}\right] \quad (3)$$

donde $[y]$ denota la parte entera de y (i.e., el entero grande no mayor a y). Sea:

$$e_k = \frac{1}{\sqrt{T}} \begin{pmatrix} e^{iw_k} \\ \vdots \\ e^{Tiw_k} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Entonces los T componentes de e_k pueden ser vistos como valores observados en T puntos de tiempo discreto de una onda periódica en la frecuencia w_k . Donde los $\{e_k\}$ son una base del espacio complejo. Por lo tanto, existen T números (complejos) tales que:

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_T \end{pmatrix} = \sum_{k=-\lfloor \frac{T-1}{2} \rfloor}^{\lfloor \frac{T}{2} \rfloor} \alpha_k e_k \quad (5)$$

donde α_k es:

$$\alpha_k = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=1}^T X_t e^{-itw_k} \quad (6)$$

Esto descompone la serie $\{X_t\}$ en combinaciones lineales de ondas periódicas e_k con frecuencias w_k . La magnitud de $|\alpha_k|$ representa la energía de $\{X_t\}$ a la frecuencia w_k y $\{\alpha_k\}$ es la Transformada discreta de Fourier de $\{X_t\}$. Puesto que sólo nos interesan las X_t reales, entonces:

$$X_t = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k=-\lfloor \frac{T-1}{2} \rfloor}^{\lfloor \frac{T}{2} \rfloor} \alpha_k e^{itw_k} \quad (7)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{T}} \alpha_0 + \frac{2}{\sqrt{T}} \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{T-1}{2} \rfloor} \{ \alpha_{k,1} \cos(w_k t) + \alpha_{k,2} \sin(w_k t) \} + (-1)^{T/2} \frac{1}{\sqrt{T}} \alpha_{T/2}$$

Para $t=1, \dots, T$. En la expresión anterior el último término del lado derecho se define como 0 si T es impar, y:

$$\alpha_{k,1} = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=1}^T X_t \cos(w_k t), \quad \alpha_{k,2} = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{t=1}^T X_t \sin(w_k t) \quad (8)$$

Entonces el periodograma de un conjunto de números reales esta definido como:

$$I_T(W_k) = \alpha_{k,1}^2 + \alpha_{k,2}^2 \quad (9)$$

por lo que la energía de X_t queda como:

$$\sum_{t=1}^T X_t^2 = \sum_{k=-\lfloor \frac{T-1}{2} \rfloor}^{\lfloor \frac{T}{2} \rfloor} I_T(w_k) \quad (10)$$

La representación periódica de la ecuación (7) distribuye la energía total $\sum_{t=1}^T X_t^2$ de los datos originales $\{X_1, X_2, \dots, X_T\}$ sobre T ondas periódicas e_k con diferentes frecuencias w_k y energía $I_T(W_k)$. Cuando $I_T(W_k)$ es grande, las onda en, o alrededor de, de la frecuencia w_k tienen gran energía.

El propósito de la estimación espectral es estimar la densidad espectral de un proceso estocástico a partir de las muestras de una realización. De este modo es posible caracterizar el contenido espectral de una señal determinada. Las propiedades más importantes asociadas a un estimador son:

1. *Sesgo*: El sesgo de un estimador se define como la diferencia entre su valor esperado y el verdadero del parámetro a estimar. Se dice que el estimador es insesgado si $E[F]=f$, donde F es un estimador del parámetro f .
2. *Consistencia*: un estimador es consistente cuando converge en probabilidad a f si el tamaño de la muestra aumenta. Se dice entonces que F es consistente si $\lim_{n \rightarrow \infty} Var[F] = 0$, n =número de muestras empleadas en la estimación. En este caso también se tiene que un estimador es más eficiente que otro cuando su varianza es menor. El teorema de Cramer-Rao impone un valor mínimo para la varianza de un estimador.

3. *Asintóticamente insesgado*. Se dice que el estimador es asintóticamente insesgado si $E[F] \neq f$, pero $\lim_{n \rightarrow \infty} E[F] = f$.
4. *Robustez*: Un estimador es robusto si su salida no varía significativamente cuando las suposiciones sobre las que se basa no se cumplen.

En el caso del periodograma se tiene:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Var}[I_T(w_k)] = S_x^2(w)$$

Por lo tanto el periodograma es inconsistente, la varianza no tiende a cero al aumentar el tamaño de la ventana de observación, sino que oscila alrededor del propio valor espectral $S_x^2(w)$. La inconsistencia del periodograma lo convierte en un estimador poco adecuado, por lo que hay otros métodos que tratan de resolver el compromiso sesgo-varianza (resolución-varianza), de los que se hablará más adelante.

Cuando se hace un análisis espectral, como ya se había mencionado anteriormente, se puede hacer en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia. Para el caso del dominio del tiempo una de las técnicas más utilizadas y que se realizan siempre antes de hacer cualquier otro análisis es graficar la función de autocorrelación.

V.5. Función de autocorrelación

El valor que puede tomar una serie en un tiempo t es la variable aleatoria X_t y, el que puede tomar en otro tiempo $t - \tau$ es la variable aleatoria $X_{t-\tau}$. A la correlación estadística entre estas dos variables aleatorias se le llama función de autocorrelación, es una función de intervalo o rezago τ . La función de autocorrelación responde a la pregunta de qué similitud hay entre el comportamiento de una serie de tiempo discreta hoy y su comportamiento en cualquier otra fecha. La función de autocorrelación también ayuda a seleccionar los modelos adecuados para la interpretación de las series. Algunos modelos estocásticos muy

conocidos son: el auto-regresivo (AR), promedio móvil (MA) y la mezcla de los llamados ARMA de Box y Jenkins, todos ellos tienen función de autocorrelación con ciertas características particulares. Entonces, si podemos estimar la función de autocorrelación a partir de una serie, podemos usar esta información para escoger o identificar el modelo que mejor se ajuste a los datos.

Como ya se ha mencionado antes en el análisis espectral lo que se hace es descomponer la serie de tiempo en subseries de diferentes frecuencias, el espectro no es más que la transformada de Fourier de la función de autocorrelación; de manera que ésta tiene la misma información que tienen el espectro, sólo que en el dominio del tiempo.

V.6. Autocovarianza y Autocorrelación

Definimos la función de autocovarianza $R(\tau)$ ó $\gamma_{t,s}$ para una serie de tiempo $[X_t]$ con media cero, es decir, cuando el valor esperado $E[X_t]$ es igual a cero, por medio de la siguiente expresión:

$$R(\tau) = E[X_t X_{t-\tau}] \quad \text{para } |\tau| = 0,1,2, \dots, \quad (11)$$

La estructura matemática es similar a la covarianza entre dos variables aleatorias, en este caso se calcula la covarianza entre dos copias de la misma serie de tiempo desplazando una respecto a la otra por un intervalo de rezago τ . $R(\tau)$ alcanza su mayor valor cuando $\tau=0$, entonces $R(0)$ es la varianza $[X_t]$. Definimos la función de autocorrelación $\rho(\tau)$ como se expresa en la ecuación (12) de manera que simplemente sea la normalización de la función de auto-covarianza $R(\tau)$.

$$\rho(\tau) = R(\tau)/R(0) \quad \text{para } |\tau| = 0,1,2, \dots, \quad (12)$$

otra forma de escribir esta ecuación es

$$\rho_{t,s} = \text{Corr}(X_t, X_s) \quad (12.1)$$

donde

$$\text{Corr}(X_t, X_s) = \frac{\text{Cov}(X_t, X_s)}{\sqrt{\text{Var}(X_t)\text{Var}(X_s)}} = \frac{\gamma_{t,s}}{\sqrt{\gamma_{t,t}\gamma_{s,s}}} \quad (12.2)$$

Ambas definiciones se utilizan con frecuencia. Es usual trabajar con la autocovarianza en teoría y con la función de autocorrelación en paquetes estadísticos. Para la ecuación (12) se tiene que el máximo de $\rho(\tau)$ es 1 y corresponde al valor $\rho(0)$. Para τ grande, el proceso tiende a olvidar lo que paso τ unidades de tiempo antes. En general $R(\tau)$ y $\rho(\tau)$ tienden a cero cuando τ aumenta y la rapidez con que lo hacen ayuda a visualizar el grado de memoria del proceso.

La propiedad de simetría de estas funciones es: $R(\tau) = R(-\tau)$ y $\rho(\tau) = \rho(-\tau)$ para $\tau = 0, 1, 2, \dots$, ya que la estructura de $X_t X_{t+\tau}$ y $X_t X_{t-\tau}$ son estadísticamente idénticas, es decir, adelantar una serie con respecto a si misma, puede interpretarse también como atrasarla con respecto a si misma.

Para estimar la función de autocovarianza se utiliza la ecuación (13).

$$\hat{R}(\tau) = N^{-1} \sum X_t X_{t-\tau} \quad \text{para } |\tau| = 0, 1, 2, \dots, \quad (13)$$

Donde N es el número de observaciones. De manera similar la estimación para la función de autocorrelación se expresa por medio de la ecuación (14).

$$\hat{\rho}(\tau) = \hat{R}(\tau)/R(0) \quad \text{para } |\tau| = 0, 1, 2, \dots, \quad (14)$$

Para ayudar a interpretar un correlograma (gráfica de la autocorrelación) es común agregar líneas horizontales que muestran la magnitud de los coeficientes ($\rho(\tau)$) que pueden ser considerados significativamente diferentes de cero. Una práctica estándar para graficar las líneas es usar los niveles $\pm 1.96/\sqrt{T}$, donde T es la longitud de la serie, estas líneas definen aproximadamente el 95% de los límites de confianza para coeficientes individuales, bajo la suposición de que las observaciones son una secuencia no correlacionada de valores

extraídos de las distribuciones de probabilidad con varianza y media comunes [Chatfield, 2003; Chandler y Scott, 2011]. Si esta suposición es cierta, los rezagos mayores a cero de los coeficientes alrededor del 95% deben estar entre las líneas [Chandler y Scott, 2011].

V.7. Método de Blackman-Tukey

Uno de los problemas genéricos del análisis espectral de series de tiempo es la duración del intervalo de tiempo en el cual se conoce la señal. Cuando el espectro es estimado mediante la transformada de Fourier discreta, esto corresponde a la convolución del espectro verdadero con el espectro de una función de paso, lo cual induce a una fuga de potencia, debido a los lóbulos de la transformada de Fourier de la función de paso. Esto se suma al problema de la varianza en el espectro estimado. El método de Blackman-Tukey, también conocido como el estimador espectral indirecto de las transformadas rápidas de Fourier o método de correlograma, da una estimación de la potencia espectral, el cual reduce la varianza de la estimación espectral de una señal real dada X y atenúa los efectos de fuga del periodograma [Chatfield, 1984]. El punto de partida de este método es el llamado teorema Wiener-Kintchine o Bochner-Khinchin-Wiener, el cual establece que la potencia espectral S_x es igual a la transformada de Fourier de la función de autocorrelación ϕ_x [Jenkins y Watts, 1968, Yiou et al., 1996].

$$\phi_x(k) = \varepsilon\{x(t+k)X(t)\} \quad (15)$$

donde ε es el operador del valor esperado. Por lo tanto, el espectro de potencia $S_x(f)$ de $X(t)$ puede ser estimado por la transformada de Fourier \tilde{S}_x de una estimación $\hat{\phi}_x$ de ϕ_x , llamado correlograma:

$$\tilde{S}_x(f) = \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} \hat{\phi}_x(k) e^{-2\pi i f k} \quad (16)$$

Esta estimación tal y como está, es parcial e inconsistente. Muchos métodos han sido ideados para reducir el sesgo, la varianza y la fuga en la estimación directa o la indirecta (ec. 16).

Una forma simple de reducir la varianza y el sesgo, es calcular un promedio de la estimación sobre espacios que se traslapan en el dominio de la frecuencia con el fin de suavizar el periodograma, lo que dá:

$$\bar{S}_x(f) = \sum_{j=-M}^M g_j \tilde{S}_x(f_{k-j}) \quad (17)$$

donde $\{f_k: k=1, \dots, N_f\}$ es un conjunto discreto de frecuencias, con $N_f \leq N$, y $\{g_j\}$ es un conjunto de $2M+1$ pesos suavizados; con $M < N/2$. Con un peso bien elegido, la estimación de \tilde{S}_x se vuelve consistente, es decir, su promedio converge a 0 cuando M y N tienden a infinito [Chatfield, 1984; Percival y Walden, 1993; Ghil et al., 2002]. En la ecuación (17) la elección de M es establecida por la compensación entre la resolución de frecuencia (una M grande es mejor) y la varianza estimada, la cual es proporcional a M/N (por lo que una M pequeña es mejor) [Kay, 1988]. Por lo tanto una regla general es tomar una M que no sea mayor a $N/5$ o $N/10$, para evitar resultados espurios de las estimaciones de varianza alta [Ghil et al., 2002].

La contraparte de esta aproximación en la estimación indirecta es usar una ventana de retardo $\{W_\mu(k): k = -(N-1), \dots, N-1\}$, donde μ es un parámetro de suavizado. La estimación del espectro de potencia es entonces:

$$\bar{\bar{S}}_x(f) = \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} W_\mu(k) \hat{\phi}_x(k) e^{-2\pi i f k} \quad (18)$$

Con una elección cuidadosa de la forma de la ventana $\{W_\mu(k)\}$ para fijar μ y el valor del parámetro μ , la estimación de $\bar{\bar{S}}_x$ cuenta con las mismas propiedades estadísticas que \bar{S}_x , es decir, consistencia y poco sesgo. Los dos procesos son formalmente equivalentes y la ventana de retardo $\{W_\mu(k)\}$ puede ser reducida desde los pesos $\{g_j\}$ en la ecuación (17) y viceversa [Percival y Walden, 1993]. Computacionalmente es más fácil calcular la

ecuación (18) que la (17). Por lo tanto el método del correlograma es el algoritmo más usado.

La ventana tiene tradicionalmente, un soporte compacto de longitud $m < N$, por lo que la ecuación (17) se convierte, con $\mu = m$ en:

$$\tilde{S}_x(f) = \sum_{k=-(m-1)}^{m-1} W_m(k) \hat{\phi}_x(k) e^{-2\pi i f k} \quad (19)$$

Donde m es llamado el punto de truncamiento o ancho de la ventana.

Los niveles de confianza, relativos a ruido rojo, los cuales tienen una pendiente espectral que se comporta como $(1 + (2\pi f)^2)^{-1}$ pueden ser calculados para cada forma de ventana [Jenkins y Watts, 1968], pero la resolución espectral es generalmente pobre si el número de datos y por tanto de m , son bajos. El método de Blackman-Tukey es bastante eficiente para estimar la parte continua del espectro, pero es menos útil para detectar las componentes de la señal que son únicamente o casi sinusoidales. Las razones para esto son dos: tiene una resolución baja y las barras de error estimadas aún son proporcionales a la media estimada $\tilde{S}_x(f)$ en cada frecuencia f [Ghil et al., 2002]. Las periodicidades que se obtengan con este método deben ser confirmadas y refinadas usando el método de Máxima Entropía y el método Multi-Taper.

Cuando la serie tiene pocos datos, la mejor opción es utilizar el método de Máxima Entropía el cual se describe a continuación.

V.8. Método de Máxima Entropía

Este es un método paramétrico (hace suposiciones de la naturaleza de los datos) que se basa en la aproximación de las series de tiempo mediante un proceso AR de orden M , $AR(M)$, el orden es determinado por un número de retardos usados para calcular la secuencia de auto-covarianza a partir de los datos [Weedon, 2003]. En resumen se empieza con una serie de tiempo $\{X(t): t = 1, \dots, N\}$ que es generada por un proceso estacionario de media 0 y varianza σ^2 , con $M' + 1$ coeficientes de auto-covarianza $\{\hat{\phi}_x(j): j = 0, \dots, M'\}$ dados por:

$$\hat{\phi}_x(j) = \frac{1}{N+1-j} \sum_{t=1}^{N-j} X(t)X(t+j) \quad (20)$$

En ausencia de conocimiento previo a cerca del proceso que generan las series de tiempo $X(t)$, M' es arbitrario y tiene que ser optimizado. El propósito de evaluar la ecuación 20 es determinar la densidad espectral que está asociada con la aleatoriedad o menor previsibilidad, procesos que tienen los mismos coeficientes de auto-covarianza. En términos de la teoría de información [Shannon, 1949] esto corresponde al concepto de máxima entropía, por ello recibe ese nombre.

Este método asume que la serie de tiempo viene de un proceso AR(M), donde M es el orden. Los coeficientes de auto-correlación calculados de acuerdo a la ecuación 20 y se usan para formar una matriz que recibe el nombre de matriz de Toeplitz (es una matriz cuadrada en donde los elementos de sus diagonales son constantes) [Vautard y Ghil, 1989; Penland et al., 1991; Vatuard et al., 1992]. Esta matriz es entonces invertida usando esquemas numéricos estándar para obtener la estimación de $\{\hat{a}_j\}$. La densidad espectral de S_x del proceso AR verdadero con coeficientes $\{a_j: j = 0, \dots, M\}$ está dado por:

$$S_x(f) = \frac{a_0}{|1 - \sum_{j=1}^M a_j e^{2\pi i j f}|^2} \quad (21)$$

donde $a_0 = \sigma^2$ es la varianza del ruido residual. Por lo tanto el conocimiento de los coeficientes $\{\hat{a}_j: j = 0, \dots, M'\}$, determinados desde la serie de tiempo, también proporciona una estimación \hat{S}_x del espectro de potencia [Ghil et al., 2002].

Este método es más usado en el caso en el que se tienen pocos datos, define los picos con mayor resolución dependiendo de la razón señal-ruido, también es capaz de reconocer dos picos máximos próximos a igualdad de longitud en el periodograma [Vatuard et al., 1992]. No requiere de ventanear los datos y no hay fuga espectral.

V.9. Método Multi-Taper

Este método proporciona una herramienta útil para la estimación espectral [Thomson, 1982; Percival y Walden, 1993] y la reconstrucción de la señal [Park, 1992] de una serie de tiempo cuyo espectro puede contener tanto componentes de banda ancha como componentes lineales. Así como, los métodos del periodograma clásico y el correlograma, el método multi-taper (Multitaper Method, MTM por sus siglas en inglés) es no-paramétrico ya que no usa un modelo paramétrico a priori del proceso que genera la serie de tiempo bajo análisis. El MTM reduce la varianza de la estimación espectral mediante un conjunto pequeño de tapers (ventanas) [Thomson, 1982; Percival y Walden, 1993; Ghil et al., 2002], más que un único taper de datos o ventana espectral usado por los métodos clásicos. Los datos son pre-multiplicados por tapers ortogonales construidos para minimizar la fuga espectral debido a la longitud de las series de tiempo y se calcula un conjunto de estimaciones independientes del espectro de potencia [Ghil et al., 2002, Percival y Walden, 1993].

Los tapers óptimos o “eigentapers” pertenecen a la familia de funciones conocidas como secuencias esferoidales prolate discretas (Discrete Prolate Spheroidal Sequences, DPSS por sus siglas en Inglés). Los tapers son conjuntos discretos de eigen-funciones que resuelven el problema variacional afuera de una banda de frecuencia con la mitad del ancho de banda igual a pf_R , donde $f_R = 1/(N\Delta t)$ es la frecuencia de Rayleigh, Δt es el intervalo de muestreo, p es un número entero elegido adecuadamente. Debido a que las funciones de ventanas o eigen-tapers son la solución específica a un problema variacional, este método es menos heurístico que las técnicas no-paramétricas tradicionales [Box y Jenkins, 1970; Jenkins y Watts, 1968; Ghil et al., 2002]. El promedio sobre el conjunto pequeño de espectros obtenidos por este procedimiento brinda una estimación mejor y más estable, es decir, uno con varianza baja, que lo hacen los métodos con un sólo taper [Thomson, 1990a].

Sólo los primeros $2p - 1$ tapers proporcionan una fuga espectral que es pequeña [Spleian, 1978; Thomson, 1982; Percival y Walden, 1993]. Así, el número de K tapers usados debe ser menor a $2p - 1$ en cualquier aplicación de MTM.

La elección del ancho de banda $2pf_R$ y el número de K tapers representan el desplazamiento clásico entre resolución espectral y la estabilidad o propiedades de

reducción de la varianza de la estimación espectral [Thomson, 1982, Ghil et al., 2002]. El caso $K = 1$ y $p = 1$ es simplemente la transformada de Fourier discreta de un sólo taper (Single-tapered discrete Fourier Transform, por sus siglas en inglés DFT) de Blackman-Tukey. Para registros climáticos instrumentales, con una longitud típica de unos pocos cientos de puntos, la opción $K = 3$ y $p = 2$ ofrece un buen compromiso entre la resolución de frecuencia requerida para resolver distintas señales climáticas y beneficiarse de múltiples grados de libertad espectrales, es decir, de la reducción de la varianza. La elección óptima de K y p depende, en general, de la longitud y otras propiedades de las series de tiempo bajo estudio [Ghil et al., 2002].

V.10. Análisis de Ondículas

El problema principal con las series de Fourier es que toman un número infinito de términos para representar una función y en la práctica sólo se puede usar un número finito de términos. Esta serie puede ser truncada y este truncamiento introducirá un error debido a que no se esté usando toda la suma. Por lo tanto se debe tratar de encontrar un balance entre el número de términos que se usan y el error que estamos dispuestos a aceptar. Con el fin de lograr una mayor precisión, se necesita un mayor número de términos y esto necesitará más tiempo de cálculo y espacio de almacenamiento [Roland, 2000].

En el análisis de Fourier, las funciones seno y coseno usadas por la transformada se extienden a lo largo de toda la longitud de las series de tiempo. El resultado es que el espectro presenta una potencia promedio. La evolución del espectro puede ser usada para estudiar los cambios graduales. Sin embargo, para datos no estacionarios, cambios abruptos en la distribución de la variación presentan un problema, por lo que una aproximación para estos datos es el uso del análisis de ondículas [Hubbard, 1996; Mallat, 1998; Torrence y Compo, 1998; Weedon, 2003]. Las ondículas son funciones ortogonales donde las oscilaciones se extinguen lejos del cero después de un breve intervalo en lugar de seguir de forma indefinida. Una ondícula puede ser usada para la multiplicación con las series de tiempo con el propósito de producir una transformada de ondículas, análoga al uso de las ondas seno y coseno para la ventana de la transformada de Fourier en la evolución del

espectro. Aunque hay restricciones en las características permitidas de las ondículas, los diferentes tipos exhiben una enorme variación en la forma [Mallat, 1998; Weedon, 2003]. Para cada aplicación se elige una forma particular, u “ondícula madre”. Para analizar el carácter no estacionario de una serie de tiempo la ondícula madre tiene una variación en la longitud de onda, estiramiento o compresión, llamada dilatación; así como, variaciones en diferentes periodos de tiempo (traslación).

Para un cálculo rápido, la transformada rápida de ondículas está disponible para un conjunto de tipos de ondícula de tiempo discreto. En la transformada rápida de ondículas, primero se divide la serie de tiempo, filtrando, dentro de las componentes de baja frecuencia y las componentes de frecuencia alta. Las series de componentes de alta frecuencia son entonces multiplicadas por la versión más pequeña de la ondícula madre después de cambios sucesivos en la posición de la ondícula a lo largo de la longitud de los datos. La serie de baja frecuencia restante es entonces dividida otra vez dentro de las frecuencias altas y bajas y la transformada de ondículas se vuelve a aplicar para las componentes de frecuencia alta, pero con una longitud de onda de la ondícula que sea el doble de la escala anterior. Esto se repite hasta que las componentes de frecuencia más baja de la serie de tiempo original, han sido transformadas [Mallat, 1998; Weedon, 2003]. Este procedimiento puede entenderse como un análisis de las partes de una gráfica tiempo-frecuencia cubierta por ondículas con diferentes escalas. En el espectro de Fourier, o espectro evolutivo, la misma longitud de datos es considerada independientemente de la frecuencia y la resolución de frecuencia es constante a través del espectro. Sin embargo, en el mosaico de ondículas, las que tienen longitud de onda larga cubren una gran proporción de los datos. Consecuentemente la resolución de frecuencia es buena, pero el tiempo, es decir “la capacidad de monitorear el comportamiento no estacionario”, es pobre. Por otro lado, las ondículas de longitud de onda corta requieren pocos datos por lo que el tiempo es bueno, pero la resolución de frecuencia es pobre. Este equilibrio entre el tiempo de resolución y la resolución de la frecuencia es descrito como un principio de incertidumbre [Mallat, 1998; Weedon, 2003].

El análisis de ondículas se usa en diferentes campos: por ejemplo, en oceanografía, las versiones de ondículas del espectro de coherencia evolutivo y la fase del espectro han

sido usadas para examinar el inicio de las olas bajo la influencia de vientos variables [Liu, 1994; Weedon, 2003].

Matemáticamente, la transformada de ondículas es una descomposición de señales en funciones dilatadas y trasladadas llamadas “ondículas madres” $\phi(t)$, que pueden ser expresadas como la función de dos parámetros, uno para la posición en el tiempo τ y el otro para la escala de las ondículas (a). Más explícitamente las ondículas son definidas como

$$\phi_{a,\tau} = \frac{1}{\sqrt{a}} \phi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) \quad (22)$$

La transformada de ondículas de una serie de tiempo $x(t)$ con respecto a una ondícula madre elegida es desarrollada como sigue:

$$W_x(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \phi^*\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \phi_{a,\tau}^*(t) dt \quad (23)$$

Los coeficientes de ondículas $W_x(a, \tau)$ representan la contribución de las escalas (los valores de a) a la señal en diferentes posiciones del tiempo (los valores de τ). La transformada de ondículas puede ser pensada como una correlación cruzada de una señal $x(t)$ con un conjunto de ondículas de varias “anchuras” o “escalas”, en diferentes posiciones de tiempo. Mediante el movimiento de la ondícula a lo largo de la señal (incrementando τ), las estructuras relacionadas a una escala específica a pueden ser identificadas. Este procedimiento es repetido sobre rangos continuos de a y τ para identificar todas las estructuras coherentes dentro de la señal [Cazelles et al., 2008].

La ondícula madre más usada, es la llamada ondícula de Morlet la cual consiste de una exponencial compleja modulada por una Gaussiana, dada por:

$$\phi(t) = \pi^{-1/4} e^{-i2\pi f_0 t} e^{-t^2/2} \quad (24)$$

Para una ondícula madre particular, la relación entre la frecuencia y la escala de ondícula puede ser derivada analíticamente [Meyers et al., 1993]. Para la ondícula de Morlet la equivalencia es realizada mediante:

$$\frac{1}{f} = \frac{4\pi a}{w_0 + \sqrt{2 + w_0^2}} \quad (25)$$

con w_0 la frecuencia angular central de la ondícula ($w_0 = 2\pi f_0$). Entonces con w_0 al rededor de 2π , la escala de ondícula a es por lo tanto inversamente proporcional a la frecuencia de la ondícula $f \approx 1/a$. Esto simplifica enormemente la interpretación del análisis de ondícula y se puede reemplazar en las ecuaciones la escala a por la frecuencia f o el periodo [Cazelles et al., 2008].

V.11. Exponente de Hurst

Una manera de saber si la serie de tiempo es de memoria larga o corta, es por medio de los correlogramas, pero la información algunas veces no es tan fácil de interpretar, por lo que se usa el exponente de Hurst [Chandler y Scott, 2011; Wayne et al., 2012, Weedon, 2003].

El coeficiente o exponente de Hurst es una medida de independencia de las series de tiempo que fueron estudiadas inicialmente por el científico británico Harold Edwin Hurst (1880-1978), como elemento para distinguir series fractales. Hurst descubrió que muchos fenómenos naturales exhiben un comportamiento que puede ser caracterizado por un proceso aleatorio sesgado, en el cual existe “memoria de largo plazo” entre las observaciones, es decir, que los eventos de un periodo influyen en todos los siguientes.

Posteriormente, las ideas de Hurst fueron retomadas por Benoit B. Mandelbrot quien generalizó su trabajo y lo llamó análisis de rango reescalado (R/S), definido como un método estadístico utilizado para evaluar la ocurrencia de eventos poco comunes, por lo que puede ser usado en cualquier serie de tiempo [Gutiérrez, 2008].

El análisis de rango reescalado (R/S) permite encontrar el parámetro o exponente de Hurst el cual es un valor numérico que hace posible determinar la autocorrelación en una serie de datos.

A continuación se describe la metodología desarrollada por Hurst:

1. Se inicia con una serie de tiempo de tamaño M , pero como estamos interesados en los rendimientos logarítmicos entonces la serie original se reduce a una nueva serie de tiempo de tamaño $N=M$ donde cada rendimiento está definido por:

$$N_i = \log\left(\frac{M_{i+1}}{M_i}\right), \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (26)$$

2. Este periodo de tiempo N se divide en A subperiodos contiguos de longitud n , tal que $A \times n = N$. Se nombra cada uno de los subperiodos o subgrupos I_a , con $a = 1, 2, 3, \dots, A$. Cada elemento en I_a , es etiquetado $N_{k,a}$, tal que $k = 1, 2, 3, \dots, n$. Para cada subperiodo I_a de longitud n , el valor promedio está definido por la siguiente expresión:

$$e_a = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n N_{k,a} \quad (27)$$

3. Las diferencias de cada elemento $N_{k,a}$ con respecto a la media e_a para cada subperiodo I_a se van sumando para obtener la serie de tiempo acumulada ($X_{k,a}$), definida como:

$$X_{k,a} = \sum_{i=1}^k (N_{i,a} - e_a), \quad k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (28)$$

4. El rango RI se define como la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de $X_{k,a}$ para cada subperiodo I_a :

$$RI_a = M_{ax}(X_{k,a}) - M_{in}(X_{k,a}), \quad \text{donde } 1 \leq k \leq n \quad (29)$$

5. Se calcula la desviación estándar muestral SI_a de la forma tradicional para cada periodo I_a .

$$SI_a = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (N_{k,a} - e_a)^2 \right)^{1/2} \quad (30)$$

6. Para cada periodo I_a , su rango RI_a se normaliza dividiendo por su desviación estándar muestral SI_a correspondiente. Por lo tanto, el rango reescalado para cada subperiodo I_a es igual a RI_a/SI_a . Como se tienen periodos continuos de longitud, entonces tomamos el valor promedio R/S para periodos de longitud a que está definido como:

$$\langle R/S \rangle = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^A (RI_a/SI_a) \quad (31)$$

7. La longitud n o el tamaño del sub-periodo se incrementa al siguiente valor posible de tal forma que $\frac{M-1}{n}$ sea un valor entero. Iniciamos con el valor más pequeño de acuerdo a la condición anterior y se repiten los pasos del 1 al 6 hasta $n = (M - 1)/2$ utilizando siempre la serie completa. Posteriormente se aplica una regresión de mínimos cuadrados de $\log(R/S)_n$ contra $\log(n)$. La ordenada al origen es el $\log(c)$ y la pendiente de la ecuación es la estimación del exponente de Hurst [Quintero y Ruiz, 2011].

Si $0.5 < H \leq 1$ implica series de tiempo que muestran procesos estadísticamente persistentes o correlacionados, es decir, cualquiera que sea la tendencia de la serie en el pasado, es probable que continúe en el futuro, implicando un fuerte grado de previsibilidad, estos también se caracterizan por ser procesos de memoria larga. El caso más extremo es cuando $H = 1$ el cual representa una línea recta con una pendiente distinta de cero. Aquí no hay cambios a lo largo del tiempo cuando van del pasado al futuro por lo que hay previsibilidad absoluta en el proceso, lo cual indicaría un comportamiento determinístico. Un valor de $0 \leq H < 0.5$ representa un comportamiento anti-persistente; se espera que sea cual sea la dirección actual del cambio es poco probable que continúe en el futuro y por tanto disminuya la previsibilidad, estos son procesos de memoria corta. Un incremento en los sucesos pasados, supone un descenso en los sucesos futuros y viceversa. Un sistema anti-persistente tiende a regresar constantemente al lugar de procedencia y tienen la particularidad de ser señales muy irregulares. A este tipo de comportamientos se les conoce también como Ruido Rosa y se caracterizan por que abundan en la naturaleza y se

encuentran relacionados con procesos turbulentos [Quintero y Ruíz, 2011]. En el límite de $H = 0$ los cambios sucesivos en las series de tiempo son totalmente no-correlacionados y la predicción no es posible. En resumen, el ruido blanco está caracterizado por $H = 0$ y un valor de $H = 0.5$ indica movimiento Browniano [Miramontes y Rohani, 1998].

En 1975 Mandelbrot demostró que el valor del exponente de Hurst se encuentra acotado entre 0 y 1, explicando que este fenómeno ocurría debido a un síntoma de invarianza al cambio de escala, que es la característica clave de las series de tiempo fractales [Quintero y Ruiz, 2011].

V.12. Diagramas de fase y caos

Un procedimiento que se utiliza con frecuencia para estudiar las series de tiempo en el contexto de sistemas no lineales es la reconstrucción del diagrama de fase. El diagrama de fase revela cómo evolucionan geoméricamente las series de tiempo en el espacio fase y describen el comportamiento de los sistemas caóticos.

Se puede producir una gráfica con dos ejes que sería de dos dimensiones. El número de ejes usados es llamado “dimensión incorporada”. Todos los registros caóticos requieren normalmente de tres ejes para poder visualizar la forma de la trayectoria [Williams, 1997, Weedon, 2003].

Una razón por la cual se hace un análisis no lineal es porque el ruido continuo en un espectro de potencia puede surgir en parte, de los procesos que exhiben caos determinístico, un término usado en el campo de la dinámica no lineal. Si el caos está presente entonces el diagrama de fase puede exhibir una clara, aunque compleja, estructura la cual se describe como un atractor extraño [Weedon, 2003]. Un atractor extraño tiene una geometría muy especial llamada fractal, lo que significa que tiene una dimensión no entera. Sin embargo, aunque característico, una dimensión no entera no es diagnóstico de caos debido a que hay sistemas con dimensiones no enteras que no muestran dependencia sensible sobre las condiciones iniciales [Medio, 1992; Weedon, 2003].

La Teoría del Caos ha establecido, que en las condiciones adecuadas, ciertas

ecuaciones no lineales relativamente simples pueden generar series de tiempo que tienen un espectro continuo. La salida es indistinguible del ruido usando métodos estándar de series de tiempo, ya que es imposible predecir valores sucesivos a menos que las condiciones iniciales sean conocidas. La dependencia sensible de las condiciones iniciales es característica del caos. Una diferencia infinitesimal en valores iniciales resultará en una salida divergente. Como una consecuencia, sin saber la ecuación y las condiciones iniciales exactas es imposible predecir los valores futuros después de unos pocos pasos de tiempo [Weedon, 2003; Stewart, 1990].

Una forma de demostrar la presencia de caos cuantitativamente es cuando se calcula el exponente máximo de Lyapunov.

V.13. Superficie de Poincaré

Una sección de superficie de Poincaré, también conocido como mapa estroboscópico, puede interpretarse como un sistema dinámico discreto en un espacio de estado con menor dimensión que el sistema continuo original. Es decir, una vez que se toma un hiperplano ($m-1$) dimensional en el espacio (embebido) m dimensional, se crea una serie de tiempo comprimida de sólo las intersecciones de la trayectoria de tiempo continuo con este hiperplano en una orientación predefinida [Kantz y Schreiber, 2004; Hegger et al., 1999].

Para este método primero se genera una superficie adecuada orientada en el espacio fase. Se puede construir un mapa invertible en esta superficie siguiendo la trayectoria del flujo, datos altamente muestreados representan el tiempo continuo de una ecuación diferencial y son llamados datos de flujo. Las iteraciones del mapa están dadas por los puntos donde la trayectoria interseca la superficie en una dirección específica. El tiempo discreto n de este mapa es el conteo de la intersección y usualmente no es simplemente proporcional al tiempo t original del flujo. El tiempo transcurrido para que una trayectoria pase entre dos puntos de intersección sucesivos variará, dependiendo tanto de la ruta real en el espacio de estado reconstruido como de la superficie de sección elegida.

La elección de este método va precedida de un análisis de la estabilidad lineal del

sistema, para asegurar que la sección intersecte a todas las órbitas de interés. La correspondencia entre una y otra visión es:

1. Una órbita periódica simple del sistema dinámico original se convierte en un único punto fijo en la sección de Poincaré.
2. Una trayectoria cuasi-periódica se convierte en la imagen de una curva cerrada.
3. Un movimiento caótico se convierte en una zona de puntos distribuidos de modo errático.

V.14. Exponentes de Lyapunov

El hecho de que las trayectorias diverjan sobre el curso del tiempo no es en si mismo muy significativo si esto fuera un proceso lento, como es típico de sistemas predominantemente periódicos, por lo que se habla de caos sólo si esta separación es exponencialmente rápida. El exponente correctamente promediado es característico para el sistema subyacente de los datos y cuantifica la fuerza del caos, a esto se le llama exponente de Lyapunov.

El exponente de Lyapunov no depende de las modificaciones hechas a los datos, es decir, son independientes de la métrica usada para determinar la distancia entre perturbaciones y la elección de las variables. Son invariantes bajo transformaciones suaves, la razón básica es porque los exponentes de Lyapunov describen el comportamiento a largo plazo proporcionando una caracterización objetiva de la dinámica correspondiente. Cualquier re-parametrización invertible suave del espacio fase puede modificar las proporciones de distancia únicamente por factores finitos. Tales factores se alejan en el límite como $\Delta n \rightarrow \infty$. Esto justifica el interés en este número, ya que todo el mundo va a encontrar exactamente los mismos resultados de su propia observación, siempre y cuando el sistema físico subyacente sea realmente el mismo.

Detectar la presencia de caos en sistemas dinámicos es un problema importante que

se resuelve por medio del máximo exponente de Lyapunov, éste cuantifica la convergencia o divergencia exponencial de trayectorias inicialmente cercanas en el espacio estado y estima la cantidad de caos en un sistema [Rosenstein et al., 1993; Haken, 1981; Wolf, 1986]. Este exponente no sólo proporciona una caracterización cualitativa del comportamiento dinámico sino que también proporciona la medición de previsibilidad [Ataei et al., 2003].

Se pueden definir diferentes exponentes de Lyapunov para un sistema dinámico como dimensiones de espacio fase se hallen. El máximo exponente de Lyapunov puede ser determinado sin la construcción explícita de un modelo para las series de tiempo. Una caracterización fiable requiere que la independencia de parámetros embebidos y la ley exponencial para el crecimiento de distancias sean comprobadas explícitamente [Rigney et al., 1993; Rosenstein, 1993]. Consideremos la representación de los datos de la serie de tiempo como una trayectoria en el espacio embebido y asumamos que hemos observado de cerca el retorno de un punto S_{n_2} a un punto visitado previamente S_{n_1} entonces podemos considerar la distancia $\|S_{n_1} - S_{n_2}\| = \delta_0 \ll 1$ como una pequeña perturbación, el cual podría crecer exponencialmente en el tiempo. Denotamos por $\delta_{\Delta n}$ la distancia en algún tiempo Δn por delante entre las dos trayectorias que emergen de estos puntos, $\delta_{\Delta n} = \|S_{n_1+\Delta n} - S_{n_2+\Delta n}\|$. Entonces λ es determinado por:

$$\delta_{\Delta n} \simeq \delta_0 e^{\lambda \Delta n}, \quad \delta_{\Delta n} \ll 1, \quad \Delta n \gg 1 \quad (32)$$

Si λ es positiva significa que hay divergencia exponencial de trayectorias cercanas, es decir, caos. Naturalmente, dos trayectorias no pueden separarse más allá del tamaño del atractor, de tal manera que la ley de la ecuación (32) sólo es válida durante los tiempos Δn para los cuales $\delta_{\Delta n}$ sigue siendo pequeño. De otra manera se observa una violación en la ecuación (32) en la forma de una saturación en la distancia [Kantz y Schreiber, 2004]. Debido a ese hecho, una definición matemáticamente más rigurosa deberá involucrar un primer límite $\delta_0 \rightarrow 0$ tal que un segundo límite $\Delta n \rightarrow \infty$ puede ser desarrollado sin involucrar efectos de saturación. Sólo en el segundo límite el exponente λ se vuelve una

cantidad bien definida e invariante. Los exponentes de Lyapunov llevan unidades de $1/t$ y dan una escala de tiempo típica para divergencia y convergencia de trayectorias cercanas.

En sistemas disipativos también podemos encontrar un exponente máximo de Lyapunov negativo, el cual refleja la existencia de un punto fijo estable. Dos trayectorias que se aproximan a un punto fijo también se aproximan la una a la otra exponencialmente rápido. Si el movimiento se establece en un ciclo límite, dos trayectorias sólo pueden separarse o aproximarse la una a la otra lentamente más que exponencialmente. En este caso el máximo exponente de Lyapunov es cero y el movimiento es llamado marginalmente estable. Si un sistema predominantemente determinístico es perturbado por ruido aleatorio sobre escalas pequeñas, éste puede ser caracterizado por un proceso de difusión, con $\delta_{\Delta n}$ creciendo como \sqrt{n} . Así, el máximo exponente de Lyapunov es infinito. Algunas veces, el exponente de movimiento difusivo se dice que es cero, debido a que las distancias entre dos caminos que empiezan en el mismo punto crecen como \sqrt{t} . Sin embargo, la naturaleza afín de caminos Brownianos sugiere ver el comportamiento en el límite de tiempos cortos, donde la derivada de \sqrt{t} con respecto a t diverge. También $\lambda = \infty$ para movimiento Browniano concuerda con el hecho de que la entropía de un proceso estocástico es infinita. De acuerdo a la definición matemática, esto es cierto sin importar que tan pequeña sea la componente de ruido. Si suponemos que sólo hay error aditivo de medición, podemos, sin embargo, intentar estimar el exponente de Lyapunov asumiendo un sistema determinístico subyacente (ver la Tabla 3) [Kantz y Schreiber, 2004].

Tabla 3. Tipos posibles de movimiento y el exponente de Lyapunov correspondiente.

<i>TIPO DE MOVIMIENTO</i>	<i>EXPONENTE MÁXIMO DE LYAPUNOV</i>
Punto Fijo Estable	$\lambda < 0$
Ciclo Límite Estable	$\lambda = 0$
Caos	$0 < \lambda < \infty$
Ruido	$\lambda = \infty$

Tomada de Kantz y Schreiber [2004].

Se han desarrollado diferentes métodos para estimar los exponentes de Lyapunov a partir de sistemas cuyas ecuaciones diferenciales son bien conocidas; sin embargo, también

ha sido deseable desarrollar métodos en casos donde no se cuente con esta información pero si se tenga un registro de una serie de tiempo, ya que ésta se ve afectada por diferentes variables dinámicas y contiene un registro histórico relativamente completo de la dinámica del sistema [Yang, 2010]. Los algoritmos más usados para obtener el exponente de Lyapunov son los propuestos por *Wolf* [1986], *Eckman-Ruelle* [1992], *Kantz* [1994] y *Rosenstein et al.* [1993]; aunque el método de *Wolf* no es el más recomendado como se verá enseguida.

Los métodos de *Wolf* [1986] y *Eckmann-Ruelle* [1992] para los exponentes de Lyapunov asumen que la fuente de datos es de hecho un sistema dinámico determinístico y que las fluctuaciones irregulares de los datos de las series de tiempo son debidas al caos determinístico. Una aplicación ciega de este algoritmo a un conjunto de datos arbitrarios siempre producirá números, es decir, estos métodos no ofrecen una prueba fuerte de si el número calculado puede realmente ser interpretado como exponentes de Lyapunov de un sistema determinístico [Kantz et al., 2013].

El método de *Rosenstein* sigue directamente de la definición del exponente máximo de Lyapunov y es preciso ya que toma ventaja de todos los datos disponibles. El algoritmo es rápido, fácil de implementar y robusto para cambios en las siguientes cantidades: dimensiones embebidas, tamaño del conjunto de datos, reconstrucción del retardo y nivel de ruido [Rosenstein et al., 1993].

Un gran número de investigaciones han desarrollado métodos que se dividen en dos aproximaciones diferentes [McCue y Troesch, 2011]:

1. Método directo
2. Método del espacio tangente

El método directo consiste en buscar vecinos en las series de tiempo en cualquier punto dado y calcular la tasa de expansión a través de la comparación de estos puntos vecinos. El primero de estos métodos fue el de *Wolf et al.* [1985], quienes desarrollaron una metodología en la que se puede calcular el exponente máximo positivo de Lyapunov desde

un conjunto de datos siguiendo la evolución a largo plazo de uno de los ejes principales, una “trayectoria de referencia” re-ortonormalizada progresivamente mantiene la orientación del espacio fase [Wolf et al., 1985; McCue y Troesch, 2011]: El método de Wolf y colaboradores es altamente sensible a las entradas y pueden conducir fácilmente a un resultado erróneo. A principios de 1990 surgieron dos nuevos grupos de investigación que produjeron un nuevo método [Rosenstein et al., 1993; Kantz, 1994; McCue y Troesch, 2011]. El nuevo enfoque eliminó el requisito impuesto por Wolf y mantuvo la orientación del espacio fase, indicando que esto no es necesario para calcular el máximo exponente de Lyapunov [Rosenstein et al., 1993]. Adicionalmente, más que seguir una trayectoria, se usa el conjunto completo de datos y en esencia se calcula una trayectoria para cada par de vecinos cercanos. Tanto el método de Rosenstein como el de Kantz son substancialmente similares. Los algoritmo de Kantz y Rosenstein calculan el máximo exponente de Lyapunov mediante la búsqueda de todos los vecinos dentro de una vecindad de la trayectoria de referencia y calculan la distancia media entre los vecinos y la trayectoria de referencia como una función del tiempo o escala de tiempo relativo por la tasa de muestreo de los datos [Rosenstein et al., 1993; Kantz, 1994; McCue y Troesch, 2011].

El algoritmo calcula los valores de la ecuación (33), cómo:

$$S(\Delta n) = \frac{1}{N} \sum_{n_0=1}^N \left(\frac{1}{|\mathcal{U}(S_{n_0})|} \sum_{S_n \in \mathcal{U}(S_{n_0})} |S_{n_0+\Delta n} - S_{n+\Delta n}| \right) \quad (33)$$

Con los parámetros definidos de la siguiente manera:

- S_{n_0} , punto arbitrario de referencia en la serie de tiempo, son vectores embebidos.
- $\mathcal{U}(S_{n_0})$ es la vecindad de S_{n_0} con diámetro ε .
- S_n es vecino de S_{n_0} .
- Δn , escala de tiempo relativa para la tasa de muestreo.
- N , longitud de la serie de tiempo.

- $S(\Delta n)$ es el factor de estiramiento con la región de incremento lineal robusto, mostrando una pendiente igual al exponente de Lyapunov $iee^{\lambda\tau} \propto e^{S(\tau)}$ [Kantz, 1994; Kantz y Schreiber, 2004; McCue y Troesch, 2011].

Nótese que el último elemento de S_{n_0} es S_{n_0} , donde $S_{n_0+\Delta n}$ está fuera del periodo de tiempo cubierto por el vector de retardo S_{n_0} . Puesto que a priori uno podría no saber ni la dimensión de embebimiento m ni la distancia óptima ε , se puede calcular $S(\Delta n)$ para una variedad de ambos valores. El tamaño de la vecindad debe ser lo más pequeño posible, pero suficientemente grande para que en promedio cada punto de referencia tenga al menos un par de vecinos [Kantz y Schreiber, 2004].

El método de espacio tangente fue desarrollado por los equipos de investigación independientes de Sano y Sawada [1985] y Eckmann et al. [1985; 1986]. Este método permite calcular el espectro completo de los exponentes de Lyapunov a través de predicciones locales del jacobiano, que es el determinante de una matriz jacobiana, la cual está compuesta de derivadas parciales de primer orden de una función, a lo largo de la trayectoria de la serie de tiempo [McCue y Troesch, 2011].

Para poder encontrar el exponente de Lyapunov es necesario hacer una reconstrucción del espacio fase ya que es importante para el estudio de sistemas con propiedades determinísticas. Lo que observamos en un experimento no es un objeto del espacio de fase, sino una serie de tiempo, lo más probable es que sólo sea una secuencia de mediciones escalares, por lo que las observaciones se convierten a vectores de estado. Este es un problema importante en la reconstrucción del espacio fase, el cual se resuelve técnicamente por el método de retardos.

Las series de tiempo son una secuencia de mediciones escalares de alguna cantidad que depende del estado actual del sistema, tomado en múltiplos de un tiempo de muestreo fijo, dado por:

$$S_n = S(X(n\Delta t)) + \eta_n \quad (34)$$

Es decir, se observa el sistema a través de alguna función de medición S y se hacen observaciones sólo hasta algunas fluctuaciones aleatorias η_n , de la medición de ruido.

Una reconstrucción del retardo en m dimensiones es formada por S_n vectores, dados como:

$$S_n = (S_{n-(m-1)\tau}, S_{n-(m-2)\tau}, \dots, S_{n-\tau}, S_n) \quad (35)$$

La diferencia de tiempo en número de muestreo τ (o en unidades de tiempo, $\tau\Delta t$) entre componentes adyacentes de los vectores de retardo es referida como el lag o tiempo de retardo. Para $\tau > 1$ sólo la ventana de tiempo cubierta por cada vector se incrementa, mientras el número de vectores construidos a partir de la serie de tiempo escalar sigue siendo más o menos la misma. Esto es por que se creó un vector para cada observación escalar, S_n , con $n > (m - 1)\tau$. Una serie de teoremas de integración se refieren a la cuestión de en qué circunstancias y en qué medida el objeto geométrico que forman los vectores S_n , son equivalentes a la trayectoria original X_n . De echo bajo circunstancias bastante generales, el atractor formado por S_n es equivalente al atractor en el espacio desconocido en el cual está viviendo el sistema original, si la dimensión m del espacio coordinado de retardos es suficientemente grande [Kantz y Schreiber, 2004]. Ya que es importante conocer estas dos variables para encontrar el exponente de Lyapunov, existen varias técnicas para poder obtenerlos, cabe mencionar que no son los únicos parámetros que se requieren para encontrar el exponente. A continuación se enumeran las variables necesarias para éste cálculo.

1. El tiempo de retardo o lag, τ
2. La dimensión de incrustación, m
3. El tamaño de la ventana de Theiler, w

Es un poco difícil obtener una buena estimación del tiempo de retardo (lag) τ . El τ no es tema de los teoremas de embebimiento, ya que se considera que los datos tienen

precisión infinita. Embebimientos con el mismo m pero diferente τ son equivalentes en el sentido matemático para datos libres de ruido, pero en realidad una buena elección de τ facilita el análisis. Si τ es pequeño comparada con la escala de tiempo interna del sistema, elementos sucesivos de los vectores de retardo estarán fuertemente correlacionados. Es decir no ha pasado suficiente tiempo para que el sistema evolucione en el espacio fase. Si τ es muy grande, los elementos sucesivos son casi independientes y los puntos llenan una gran nube en \mathbb{R}^m , el espacio fase es un vector de dimensión finita en el espacio \mathbb{R}^m , donde la estructura determinística está confinada a las escalas más pequeñas. Existen varios métodos para obtener el lag, dos de ellos son la función de autocorrelación y la información mutua. El método más apropiado para obtener el tiempo de retardo es por medio de la función de autocorrelación de la señal. Desde un punto de vista práctico es óptimo, ya que en primer lugar, está prueba debe calcularse para familiarizarse con los datos y nos proporciona pistas acerca de la estacionariedad y las escalas de tiempo típicas. En segundo lugar, está íntimamente relacionada con la forma del atractor en el estado reconstruido. El primer cero de la función de autocorrelación de la señal a menudo da lugar a una buena compensación entre estos extremos [Kantz y Schreiber, 2004]. Este método no funciona en todas las situaciones, debido a que los procesos de memoria larga tardan mucho tiempo en alcanzar el valor de cero en la función de autocorrelación [Luo, 2004; Valencia Gallego, 2010], por lo que se sugiere un método alternativo el cual consiste en elegir el tiempo de rezago τ donde la función de autocorrelación decae a $1/e$ [Valencia Gallego, 2010; Kantz y Schreiber, 2004]. Este método es más robusto para elegir un rezago adecuado; sin embargo, no existe evidencia para demostrar que $1/e$ es un factor universal del criterio de la función de autocorrelación para la elección del lag adecuado [Valencia Gallego, 2010].

Una objeción bastante razonable para este procedimiento es que está basado en estadística lineal, no toma en cuenta correlaciones dinámicas no lineales, por lo que se usa otro estadístico para medir la correlación no lineal llamado información mutua.

El tiempo de retardo de información mutua fue sugerido por *Fraser y Swinney* [1986] como una herramienta para determinar un retardo razonable, mide la dependencia general de dos variables, por lo tanto proporciona un mejor criterio para la elección del retardo más que la función de autocorrelación [Hegger et al., 1999; *Fraser y Swinney*, 1986]. Existen buenos argumentos de que si el tiempo de retardo de la información mutua

exhibe un marcado mínimo en cierta información de τ , entonces es un buen candidato para un tiempo de retardo razonable [Hegger *et al.*, 1999].

La información mutua es una medición de la cantidad de información que una variable aleatoria contiene acerca de otra variable aleatoria. Es la reducción en la incertidumbre de una variable aleatoria debido al conocimiento de la otra [Cover y Joy, 1991].

Un valor alto en la información mutua indica una reducción grande en la incertidumbre, un valor bajo indica una reducción pequeña y un valor de cero en la información mutua entre dos variables aleatorias significa que las variables son independientes [Peter y Yasser, 2009]. La información mutua es un caso más general de una cantidad llamada entropía relativa, la cual es una medición de la distancia entre dos mediciones de probabilidad [Cover y Joy, 1991].

Puesto que en nuestro caso sólo usaremos el método de información mutua para obtener un lag óptimo no profundizaremos sobre la entropía; sin embargo, es bastante interesante saber toda la información que se puede obtener con éste método y cómo se vincula con la entropía de los datos que se están analizando.

A continuación se verán los métodos que se utilizan para encontrar una dimensión de embebimiento más apropiada para los sistemas o conjuntos de datos que se están analizando.

Al obtener el tiempo de rezago, se busca determinar la dimensión global entera donde se tiene el número necesario de coordenadas para desplegar las órbitas observadas y eliminar los traslapes producidos por la proyección del atractor en un espacio de dimensión menor, para esto se analiza el conjunto de datos y se observa cuándo se presentan estos traslapes. Se podría pensar que la mejor decisión es asignar una dimensión alta; sin embargo, la elección de un valor demasiado grande de m para datos caóticos añadirá redundancia y por tanto, disminuirá el rendimiento de muchos algoritmos; entre ellos, el del exponente de Lyapunov [Kantz y Schreiber, 2004]; además, con cada unidad aumentada en la dimensión se aumenta la cantidad de ruido introducida [Sprott, 2003; Valencia Gallego, 2010].

Uno de los métodos más usados para encontrar la dimensión de embebimiento es el llamado método “de los vecinos cercanos falsos” que fue introducido por Kennel, Brown y

Abarbanel [1992]. Hegger *et al.* [1999] le hacen algunas modificaciones al método para evitar resultados espurios provocados por ruido.

La idea básica es la búsqueda de puntos en el conjunto de datos que son vecinos en el espacio embebido, pero que no deben ser vecinos, ya que su futura evolución temporal es muy diferente. Supongamos que la dimensión de embebimiento mínima para una serie de tiempo dada $\{S_i\}$ es m_0 . Esto significa que en un espacio de retardo m_0 -dimensional el atractor reconstruido es una imagen uno a uno del atractor en el espacio fase original. Especialmente las propiedades topológicas son preservadas. Así, los vecinos de un punto dado son mapeados sobre vecinos en el espacio de retardo. Si se estudian los mismos datos en una dimensión embebida menor $m < m_0$, la transición de m_0 a m es una proyección que ya no conserva la estructura topológica. Por lo tanto, los puntos cuyas coordenadas son eliminadas por proyecciones fuertemente diferentes, pueden convertirse en “vecinos falsos” en un espacio dimensional m . La estadística a estudiar es que por cada punto de la serie de tiempo, tomamos su vecino cercano en m dimensiones y calculamos la proporción de las distancias entre estos dos puntos en $m + 1$ dimensiones y en m dimensiones. Si esta tasa es mayor que un umbral r el vecino es falso. Este umbral tiene que ser lo suficientemente grande para permitir la divergencia exponencial debida al caos determinístico.

Para el cálculo de los vecinos cercanos falsos se utilizaron tres algoritmos diferentes, con la finalidad de poder reafirmar los resultados obtenidos en cada uno. Los cuales fueron:

1. TISEAN
2. R (tseriesChaos)
3. Dataplore

R (tseriesChaos) y TISEAN trabajan de la misma forma ya que R (tseriesChaos) toma los algoritmos básicos implementados por TISEAN. En el caso de Dataplore el algoritmo es casi el mismo, sólo hace unas pequeñas modificaciones.

La idea del algoritmo `false_nearest`, que es el programa que se corre prácticamente en las aplicaciones, es que a cada punto \bar{S}_i en la serie de tiempo se le debe buscar su vecino cercano \bar{S}_j en un espacio m dimensional. Se calcula la distancia $\|\bar{S}_i - \bar{S}_j\|$ iterando ambos

puntos, dado por:

$$R_i = \frac{|s_{i+1} - s_{j+1}|}{\|\bar{s}_i - \bar{s}_j\|} \quad (36)$$

Si R_i excede un umbral heurístico dado R_t , Dataplore le da un valor de 10 para poder identificar claramente los vecinos cercanos falsos, valores mayores pueden resultar en una subestimación de los vecinos falsos y valores menores identificarían muchos vecinos cercanos falsos, en particular cuando los puntos del atractor comienzan a esparcirse, este punto se marca como que tiene un vecino cercano falso. El criterio de que la dimensión de embebimiento es lo suficientemente alta es que la fracción de puntos para los que $R_i > R_t$ sea cero, o al menos suficientemente pequeña. Puede haber algunos vecinos cercanos falsos incluso cuando se trabaja con la dimensión de embebimiento correcta. El resultado de éste análisis puede depender del lag [*Kantz y Schreiber, 2004*].

Otra variable necesaria para calcular el exponente de Lyapunov es la ventana de Theiler, la cual puede obtenerse con ayuda de otro método llamado “gráfica de separación espacio-tiempo”. A continuación se explicará en que consiste la ventana y la gráfica de separación.

En el pasado se presentó un problema práctico importante que llevó a muchas estimaciones de dimensiones espurias, este es el problema de correlación temporal, en este caso se usa el número de vecinos de \mathbf{x} con una distancia menor a ε para estimar la dimensión de $\mu(B(\mathbf{x}, \varepsilon))$, ($B(\mathbf{x}, \varepsilon)$ denota una esfera de radio ε centrada en un punto \mathbf{x} , i.e. el conjunto de puntos \mathbf{y} con $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| < \varepsilon$), es decir, la probabilidad de encontrar un punto en la vecindad ε de \mathbf{x} . Si ahora los vecinos reales de estos puntos no son sólo vecinos en el espacio fase sino que también son vecinos en el tiempo, se tiene una estimación sesgada. Podría haber incluso contribuciones a este sesgo de los otros puntos de la vecindad y sus vecinos correlacionados temporales si ellos también son vecinos del primer punto. *Theiler* [1986] propuso excluir todos los puntos en una ventana temporal alrededor del punto de referencia del cálculo, a esto se le llama ventana de Theiler. Para determinar un buen valor para esta ventana *Provenzale et al.* [1992] introducen la llamada “gráfica de separación

espacio-tiempo”.

La gráfica de separación espacio-tiempo fue introducida por *Provenzale et al.* [1992] integrando a lo largo de las paralelas a la diagonal y por tanto sólo muestra tiempos relativos. Usualmente dibuja líneas de probabilidad constante por unidad de tiempo de un punto para un vecino ε , del punto actual, cuando su distancia en tiempo es δt . Esto ayuda a identificar correlaciones temporales dentro de las series de tiempo y es relevante para estimar un tiempo de retardo razonable y lo más importante, la ventana w de Theiler para el análisis de dimensión y el exponente de Lyapunov. Es decir, muestra qué tan grande debe ser la distancia temporal entre los puntos para que podamos asumir que forman muestras independientes de acuerdo a la medición invariante [*Hegger et al.*, 1999].

Este método grafica la probabilidad de que dos puntos en el espacio fase reconstruido tengan una distancia menor que ε en función de ε y del tiempo t entre los puntos, como iso-líneas en niveles de 10%, 20%,...,100%, que son líneas de probabilidad constante [*Di Narzo*, 2013].

Una vez que se ha construido exitosamente el espacio fase del sistema sería interesante conocer la dimensión del atractor. Los sistemas disipativos con comportamiento caótico evolucionan temporalmente en atractores extraños, los cuales pueden ser caracterizados con medidas como la dimensión fractal D , la cual es menor que el número de grados de libertad del sistema. Esta medida ha sido ampliamente usada para determinar que tan “extraño” es un atractor [*Grassberger y Procaccia*, 1983; *Eckmann y Ruelle*, 1985; *Valencia Gallego*, 2010]. Sin embargo, el cálculo de esta medida ha resultado complejo de implementar, sobre todo cuando $D > 2$ y cuando debe ser calculada a partir de una serie de tiempo finita, considerándose en algunos casos impráctica.

Las soluciones de sistemas dinámicos disipativos no pueden llenar un volumen del espacio fase, ya que la disipación es sinónimo de la contracción de un elemento de volumen bajo la acción de las ecuaciones de movimiento. En su lugar, las trayectorias son confinadas a subconjuntos de dimensión baja que tienen media cero en el espacio fase. Estos subconjuntos pueden ser muy complicados ya que frecuentemente poseen una estructura fractal. Las dimensiones generalizadas son una clase de cantidades para caracterizar esta fractalidad. La dimensión de Hausdorff es, desde el punto de vista matemático, el concepto más natural para caracterizar los conjuntos fractales, mientras que la dimensión de

información toma en cuenta la frecuencia relativa de visitas haciéndola más atractiva para los sistemas físicos. Para la caracterización de datos medidos se utiliza la dimensión de correlación [Hegger *et al.*, 1999].

La dimensión de correlación fue introducida por Grassberg y Procaccia [1983]. Para datos de dimensión baja este análisis puede ser una estimación confiable de un conjunto de datos relativamente cortos con un algoritmo relativamente simple.

Matemáticamente la dimensión de correlación de una medición μ es definida como sigue:

$$D_2 = -\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log \int_{\mathcal{X}} \mu(B(\mathbf{x}, \epsilon)) d\mu(\mathbf{x})}{\log \epsilon} \quad (37)$$

donde $B(\mathbf{x}, \epsilon)$ denota la esfera de radio ϵ centrada en un punto \mathbf{x} , es decir, que el conjunto de puntos \mathbf{y} con $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| < \epsilon$. Es estimado desde N puntos de datos vía la suma de correlación.

$$C(\epsilon) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \Theta(\epsilon - \|x_i - x_j\|) \quad (38)$$

Donde Θ es la función de paso de Heaviside, con $\Theta(x) = 0$ si $x \leq 0$ y $\Theta(x) = 1$ si $x > 0$. Esto significa que contamos la fracción de distancias entre los puntos de datos en el espacio fase, que es menor a ϵ . En el límite donde la cantidad de datos es $N \rightarrow \infty$ y para ϵ pequeños, esperando poder escalar C como una ley de potencia, $C(\epsilon) \propto \epsilon^D$ y así definir la dimensión de correlación como:

$$D_2(N, \epsilon) = \frac{\partial C(\epsilon, N)}{\partial \log \epsilon} \quad (39)$$

$$D_2 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} D_2(N, \epsilon) \quad (40)$$

Esta definición lleva a la dimensión correcta para objetos de geometría regular. Hay problemas con los dos límites que hay que tomar cada vez que se tiene una muestra finita en lugar de una distribución completa: N está limitada por el tamaño de la muestra y el

rango de elección significativa para ϵ es limitada desde abajo por la precisión finita de los datos y por la inevitable falta de vecinos cercanos en escalas de longitud pequeña. Para evitar sesgos en la medición se debe usar la ventana de Theiler, que excluye temporalmente los puntos correlacionados desde el conteo en pares. Es importante observar que mientras la dimensión de correlación es invariante, ya que las dimensiones son invariantes bajo transformaciones suaves, la suma de correlación en una escala dada ϵ_0 no lo es [Kantz y Schreiber, 2004].

La dimensión de correlación es una herramienta que se usa para cuantificar la autosimilitud cuando se sabe que está presente. Cuando se aplica para este propósito, proporciona un algoritmo estable y seguro [Kantz y Schreiber, 2004]. Con el fin de convertirse en un estimador consistente de la integral de correlación, de la que se deriva la dimensión, la suma de correlación debe cubrir una muestra aleatoria de puntos dibujada de forma independiente de acuerdo a la medición invariante del atractor. Elementos sucesivos de una serie de tiempo no son usualmente independientes [Hegger *et al.*, 1999]. La suma de correlación y la dimensión de correlación involucran vectores del espacio fase como la localización de puntos en un atractor.

V.15. Construcción de la Base de Datos

Para la realización de este estudio se elaboró una base de datos de huracanes del Golfo de México y Mar Caribe; así como, una base de datos para el número de manchas solares y se utilizaron programas de análisis espectral lineal y no lineal. Con esto, se analizó la relación entre el número de manchas solares y el número de huracanes. El número de manchas solares se obtuvo del Centro de Análisis de Datos de Influencia Solar (Solar Influences Data Analysis Center, SIDC por sus siglas en inglés), perteneciente al Departamento de Investigación en Física Solar del Observatorio Real de Bélgica (The Royal Observatory of Belgium). El SIDC incluye el Centro Mundial de Datos para el índice de manchas solares y el Centro Regional de Alertas ISES de Bruselas para la predicción del clima espacial. La base de datos proporciona el número de manchas solares a partir del año 1749, agrupados por año y también por día, tanto para el hemisferio solar norte como para el sur; así como, para los dos hemisferios juntos. En nuestro caso se tomaron los datos correspondientes a ambos hemisferios.

V.16. Procesamiento de Datos

Se realizó un análisis minucioso sobre los huracanes registrados en la historia. Es difícil recolectar datos sobre huracanes pasados, sobre todo porque las imágenes satelitales surgieron en los años 60. Es por ello que nos basamos en los registros que fueron proporcionados por los buques que pasaron muy cerca del huracán y en los reconocimientos aéreos que empezaron desde 1944. Todas estas fuentes, más las recolectadas por *Fernández-Partagás y Díaz* [1995a, 1995b, 1996a, 1996b, 1996c, 1997, 1999] fueron agregadas junto con la información del proyecto de re-análisis de la base de datos de huracanes del Atlántico norte (North Atlantic hurricanes data-base, HURDAT por sus siglas en Inglés, también conocido como “best track”) que proporciona la mejor estimación de la trayectoria y la intensidad en el análisis de post-temporada de los ciclones tropicales y proporciona una fuente invaluable de datos meteorológicos para huracanes a partir de 1851 [*Liu y Richard, 2004*].

HURDAT es el registro oficial de los E.U.A de las tormentas tropicales y huracanes ocurridos en el Océano Atlántico, Golfo de México y Mar Caribe. De las bases de datos construidas se observó que las tormentas tropicales y huracanes de 1851 a 1910 fueron muy similares a las reportadas por HURDAT. La base de datos de HURDAT es actualizada cada año al final de la temporada de huracanes después de que los especialistas en huracanes de NHC realizan un análisis post-temporada de las tormentas del año en cuestión [Liu y Richard, 2004].

La detección de tormentas tropicales y huracanes en la segunda mitad del siglo XIX estaba limitada a aquéllas tormentas tropicales y huracanes que afectaban a los barcos y aquéllas que impactaban en tierra. En general, los datos deben ser ligeramente más completos para los años de 1886 a 1910, que para las décadas precedentes debido a algunas mejoras en la red de trabajo de monitoreo durante este periodo [Fitzpatrick, 1999; Neumann et al., 1999].

En HURDAT la estimación de los ciclones tropicales fue determinada inicialmente por las observaciones de la dirección del viento a partir de reportes basados en estimaciones realizadas desde las costas y, segundo, por mediciones de presión a nivel del mar y reportes de los daños causados por los vientos, marea de tormenta o inundaciones.

Con estas observaciones y el conocimiento de que el flujo en un ciclón tropical es relativamente simétrico, i.e., que el flujo es circular con un ángulo afluyente de 20° [Jelesnianski, 1993], se tiene una estimación relativamente confiable del centro de la tormenta con unas pocas mediciones de la dirección del viento periférico [Liu y Richard, 2004].

Antes de comenzar a explicar la manera en la que se construyó la base de datos es importante mencionar que las trayectorias de los huracanes correspondientes a los años de 1944 a 1953 son preliminares y aún no han sido aprobados por el comité de cambios de HURDAT. Por ello, los resultados obtenidos a partir de los datos de las trayectorias que se presentan en los archivos de la base HURDAT deben ser usados con sumo cuidado [Hagen et al., 2011].

El primer problema que se tuvo fue el de saber cuánto tiempo dura en promedio un huracán, pues es un dato que no viene en los reportes recolectados por los diversos autores consultados. Después de averiguar el tiempo de vida de un huracán, debemos preguntarnos

cuál es su intervalo máximo de duración y qué posibles caminos pudo seguir. El hecho de reconstruir un huracán basándonos sólo en la idea de que coincidan las fechas y los lugares adyacentes de ocurrencia no es suficiente. HURDAT fue de gran utilidad para esta faceta de la investigación dado que pudieron corroborarse los caminos ya construidos y, con ayuda de los mapas, observar que los huracanes tienen una duración promedio de 9 días, alcanzando un máximo de hasta 19 días. Estos valores resultan concordantes con los que menciona Nalivkin [1986]: “La duración promedio de un huracán en el Atlántico es de alrededor de 9 días, aunque en agosto puede ser de 12 días”, un caso especial fue el que se encontró para el año 1899 donde un huracán duró un mes con un día (del 03 de agosto al 04 de septiembre) en la parte norte del Atlántico (ver Figura V.16.1).

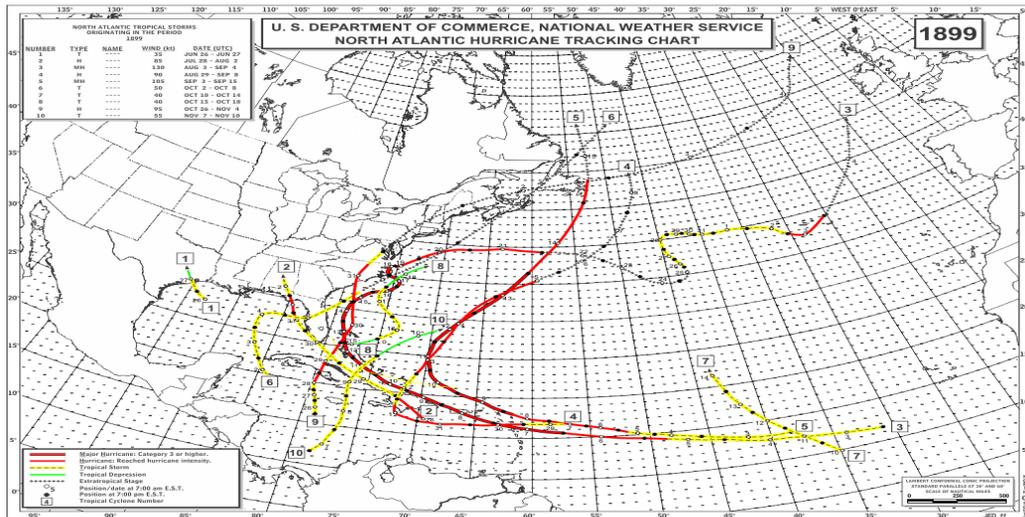


Figura V.16.1. Mapa de la parte del Atlántico norte que muestra las trayectorias de diversos huracanes que ocurrieron en el año de 1899, se incluye el huracán que tuvo una duración de un mes con un día. Tomado de (<http://www.aoml.noaa.gov/hrd/hurdat/1899.html>).

Con ayuda de esta información se pudo tener una idea más clara de cómo juntar los datos para tener un sólo huracán y no contarlos más de una vez. Los huracanes correspondientes a los años de 1851 a 2012 pudieron ser corroborados con base en las trayectorias publicadas por HURDAT, el mismo método fue aplicado para los años de 250 a 1850, aunque éstos no fueron corroborados debido a que no se cuenta con los caminos para estas fechas. Hasta el momento, para esas fechas, sólo se ha logrado reconstruir la

trayectoria para un huracán que resultó devastador en el estado de Florida, pero no se tienen más trayectorias [Kam-Biu Liu, Universidad del Estado de Luisiana, comunicación personal; 2013]. Hay algunos estados dentro de la República Mexicana; así como, países ubicados tanto en el Golfo de México como en el Mar Caribe que no están incluidos en las trayectorias de HURDAT pero diversos autores reportan el paso del huracán por esos lugares, lo que permitió tomarlos en cuenta para nuestra base como un evento más. También fueron analizadas las intensidades de acuerdo con la escala de Saffir-Simpson. En el caso de los huracanes que fueron reportados con una intensidad específica antes de la aparición de la escala de Saffir-Simpson, es importante mencionar cómo se obtuvo su categoría. Los huracanes que ya están reportados y registrados en HURDAT, gracias a su proyecto de re-análisis es que pudieron asignarles una categoría a los huracanes a partir del año 1851. Para los huracanes reportados desde 1850 hasta 250 los diversos autores antes mencionados los reportan con intensidad o algunos como Dunn y Miller reportan la intensidad como: menor, mínima, mayor y extrema agregando una tabla (ver Tablas 4 y 5) en donde reportan el valor de las velocidades del viento (refiriéndose al nivel de daños). Con base en esto sólo se tuvo que comparar la intensidad reportada con base al valor de la velocidad del viento, con el valor de la velocidad del viento reportado en la escala de Saffir-Simpson (ver Tabla 1.1).

Tabla 4. Intesidad reportada de acuerdo al nivel de daños y el valor de la velocidad de vientos máximos y la presión mínima central.

<i>Intensidad</i>	<i>Velocidad de vientos máximos (nudos)</i>
Menor	Menos de 74
Mínima	De 74 a 100
Mayor	De 101 a 135
Extrema	De 136 en adelante

Tabla tomada de Dunn y Miller [1960].

Tabla 5. Huracanes ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe de 1820 a 1822.

Año	Fecha	Lugar	Ubicación Final	Fuente	Intensidad
1820	Sep. 26-Oct. 1	Dominica to Haiti to South Carolina	Mar Caribe	Chenoweth	
1821	Sep 15-17	Alabama, Mississippi, Bay St. Louis, Masachusets, Lousiana, West Florida	Golfo de México	Ludlum, Barnes 1998, Roth, nhc.noaa	3
1821	Sep. 9-17	Antigua to U.S. Gulf Coast, St. Bartolomew	Golfo de México	Chenoweth, Poey, Andrés	
1821	Sin fecha	Cuba	Mar Caribe	Poey, Andrés	
1821	?	New Orleans	Golfo de México	Dunn, G & B. Miller	Huracán minor
1821	Sep. 1-4	It came out the Bahamas and passed west Ocracoke, east Norfolk from North Carolina to Long Island, Guadeloupe, Turks Island to Long Island, NE US Coast	Mar Caribe y Costa Este de E.U	Schomburgk, R. 1848, Poey, Andrés, Ludlum, Barnes, 1998	5
1822	Jul. 7-11	Central U.S. Gulf Coast, Alabama, West Florida, Mobile,	Golfo de México	Chenoweth, (Fuente compartida: Redfield), Dunn, G & B.	Huracán minimal

		Alabama		Miller, Ludlum
1822	Sep. 25-28	Bahamas to North Carolina	Mar Caribe	Chenoweth
1822	Dic. 13-22	Eastern Caribbean Sea to Martinique to Venezuela	Mar Caribe	Chenoweth

La Tabla 5 es sólo un ejemplo de la manera en la cual se acomodaron los datos utilizados para este proyecto de investigación. Puede observarse la clasificación que les dieron Dunn y Miller a los huracanes, así como los diversos investigadores que reportan un mismo huracán. Es importante recalcar que para la exploración de estos datos se analizaron los huracanes de acuerdo a sus diferentes intensidades, graficando únicamente aquellos que contaban con intensidad reportada (en la Tabla 5 se puede observar que no siempre se reportan las intensidades), incluyendo los que se reportaron como: menor, mínima, mayor y extrema. Por tal motivo los análisis posteriores a los exploratorios se realizan tomando en cuenta todos los huracanes en general, es decir, sin importar su intensidad.

CAPITULO VI

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

VI.1 Análisis de la ocurrencia e intensidad de los huracanes

Con base en los análisis anteriores, se obtuvieron las series de tiempo para los huracanes reportados a partir del año 250 hasta el 2012 en el Golfo de México y Mar Caribe (Figuras VI.1a y VI.1b). Así mismo, se construyeron las series de tiempo para las cinco intensidades en las mismas fechas (Figuras. VI.1.2 a VI.1.7).

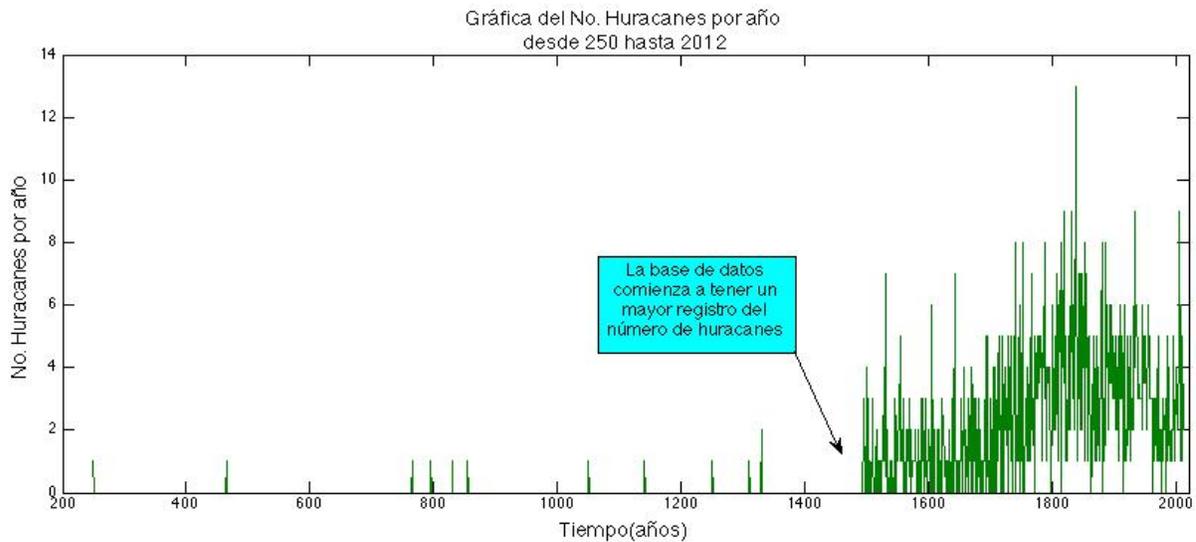


Figura VI.1a. Serie de tiempo del número de huracanes por año (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe para el periodo del año 250 al 2012. La flecha indica el año a partir del cual se cuenta con más huracanes en nuestra base de datos (1494).

Se puede observar que hay un año a partir del cual los registros de la ocurrencia de huracanes comienza a ser mayor (Figura VI.1a). Es importante mencionar que hay muchas fechas para las cuales no se tienen registros, por lo que el comportamiento mostrado en la

Figura VI.1a no es absoluto y debe tomarse con las limitaciones que esto implica; sin embargo, son los datos con los que se cuenta hasta el momento. Con base en lo anterior y con el fin de poder apreciar mejor el comportamiento de la ocurrencia de huracanes a partir de la fecha en la que se tiene un mayor número de registros sobre su ocurrencia, se realizó un acercamiento de la serie de tiempo a partir del año 1494 al 2012 (Figura VI.1b). Se tomó en cuenta que los registros de huracanes aparecieran en más de tres bases de datos.

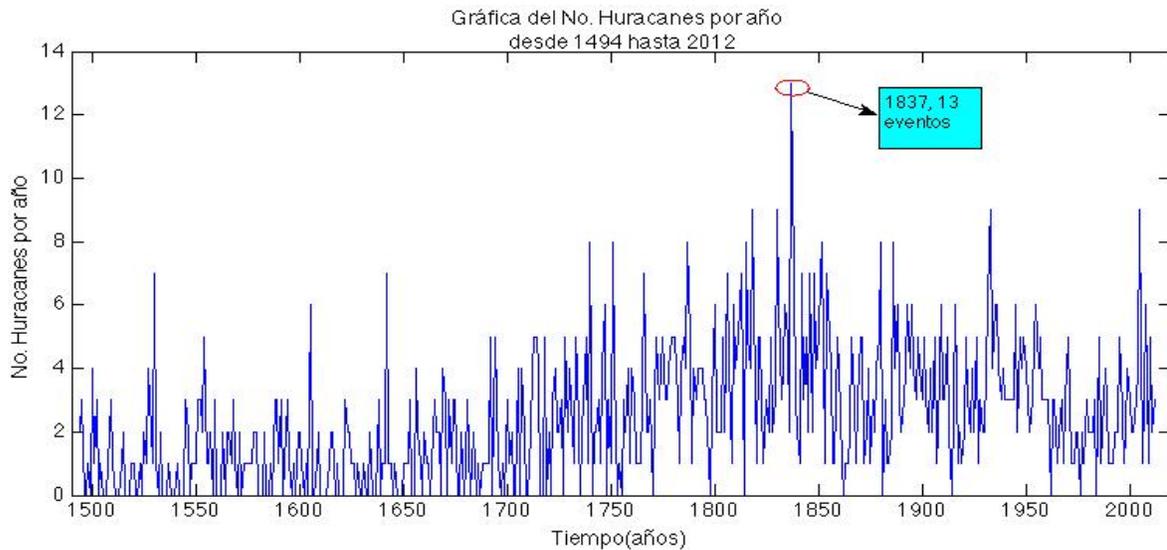


Figura VI.1b. Serie de tiempo del número de huracanes por año (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde el año 1494 hasta 2012.

A partir de la serie de tiempo mostrada en la Figura VI.1b, se puede observar un mayor número de ocurrencia de huracanes en el año 1837 con un total de 13 eventos. Este año también es reportado por *Hodges y Elsner* [2011] como uno de los dos años en los que se presentó mayor actividad de huracanes, siendo 1835 el primero y, que se puede considerar dentro de la envolvente de máximas ocurrencias, que va desde 1800 hasta 1860.

Por otro lado, los huracanes aparte de presentarse en un cierto periodo del año, también tienen distintas intensidades o categorías. Es importante mencionar la cantidad de registros que se lograrón reunir en las diferentes series de tiempo, tanto para el número de huracanes ocurridos anualmente, agrupando todas las intensidades, como para el número de huracanes ocurridos anualmente con diferentes intensidades, ya que está sería hasta ahora la

base de datos más grande que se tiene sobre huracanes del Golfo de México y Mar Caribe. Se construyó una serie de tiempo para cada una de las cinco intensidades. En la Figura VI.1.2a se observa la cantidad de datos que se lograron reunir para los huracanes de intensidad uno a partir del año 250 al 2012.

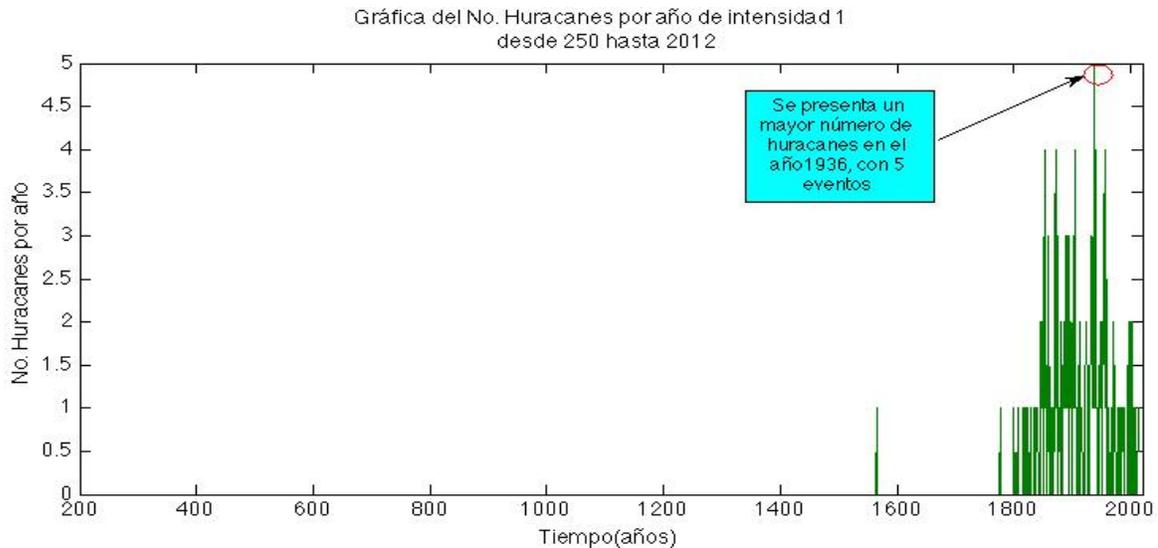


Figura VI.1.2a. Serie de tiempo para los huracanes de intensidad uno (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe en el periodo de 250 a 2012. El círculo indica la fecha cuando ocurrió el mayor número de huracanes con intensidad uno.

Se realizó un acercamiento con la finalidad de observar mejor el comportamiento de la serie a partir del año en el que se contó con una mayor cantidad de datos de la ocurrencia de huracanes con intensidad uno. En la Figura VI.1.2b se muestran los huracanes de intensidad uno a partir del año 1800 hasta 2012. A partir de la figura se puede observar que desde 1852 a 1955 (103 años) se presentó la mayor cantidad de huracanes con esta intensidad y que su número comienza a decrecer después de 1955. El rango de ocurrencia para los huracanes con esta intensidad abarca de uno a cuatro huracanes al año, permaneciendo con un promedio de un huracán por año.

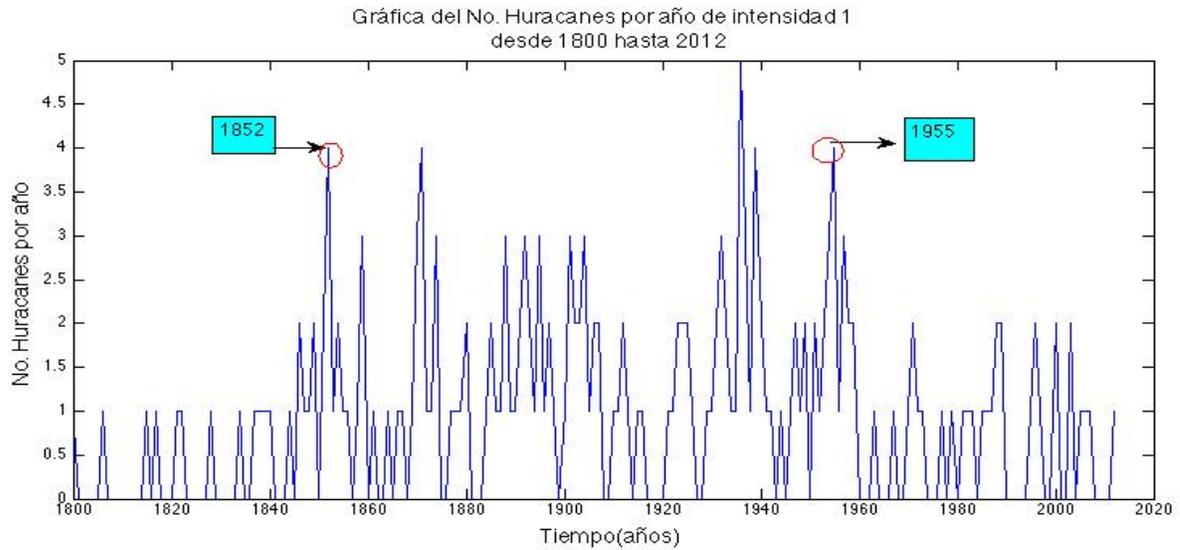


Figura VI.1.2b. Serie de tiempo del número de huracanes de intensidad uno por año (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde 1800 a 2012. Los rectángulos muestran el intervalo de tiempo donde se presentaron el mayor número de huracanes con esta intensidad.

En la Figura VI.1.3a se muestran los huracanes de intensidad dos a partir del año 250 al 2012. Es a partir de 1812 que se cuenta con una mayor cantidad de datos para la ocurrencia de huracanes con esta intensidad, por lo que se hizo un acercamiento a la serie de tiempo desde esta fecha (Figura VI.1.3b).

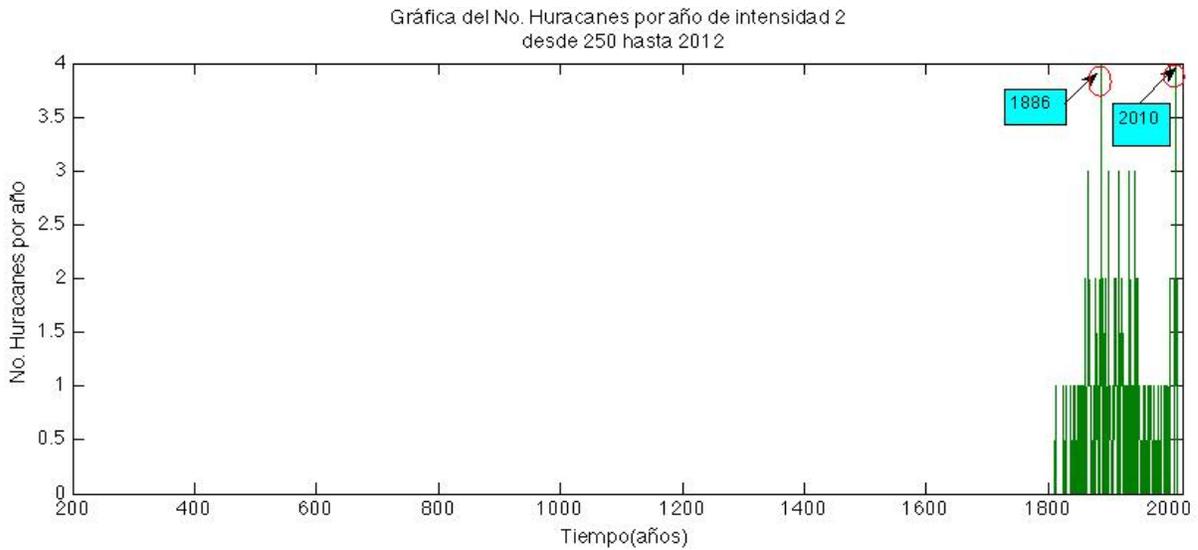


Figura VI.1.3a. Serie de tiempo del número de huracanes de intensidad dos por año (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde 250 a 2012. Los rectángulos muestran las dos fechas en donde se presentaron la mayor cantidad de huracanes con intensidad dos, que en este caso es de 4 eventos.

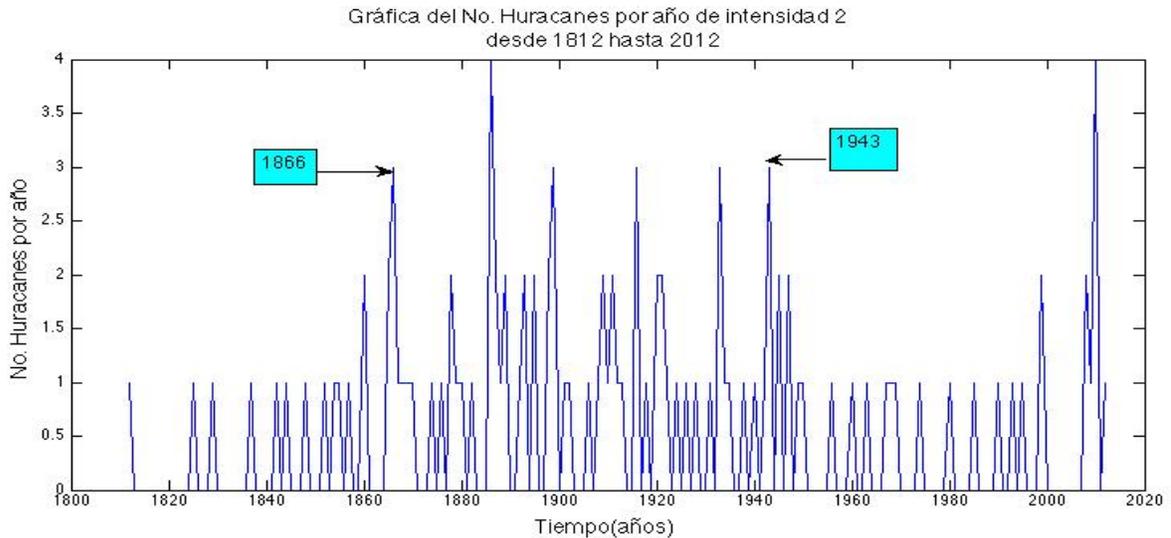


Figura VI.1.3b. Serie de tiempo del número de huracanes de intensidad dos por año (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde 1812 a 2012. Los rectángulos muestran las fechas en las que se presentó un ligero aumento en la cantidad de huracanes con intensidad dos.

Para los huracanes de intensidad dos se obtuvo un rango de ocurrencia que abarca de uno a tres huracanes por año, presentándose en promedio uno por año. Se presenta un

periodo de mayor actividad en la ocurrencia de huracanes con esta intensidad entre los años 1866 y 1943, el cual está dentro del periodo de mayor actividad para los huracanes de intensidad uno. También se pudo observar una disminución en el número de huracanes a partir del año 1950 finalizando hasta el año 2000.

A continuación se muestra en la figura 6.4a la cantidad total de datos recolectados para los huracanes de intensidad tres desde el año 250 a 2012 y en la Figura VI.1.4b se puede observar con mayor detalle que la ocurrencia de huracanes con esta intensidad oscila entre uno y tres huracanes al año. A diferencia de las gráficas mostradas para los huracanes de intensidad uno y dos, los huracanes de intensidad tres muestran un periodo de actividad alta a lo largo de todo el acercamiento realizado a la serie de tiempo.

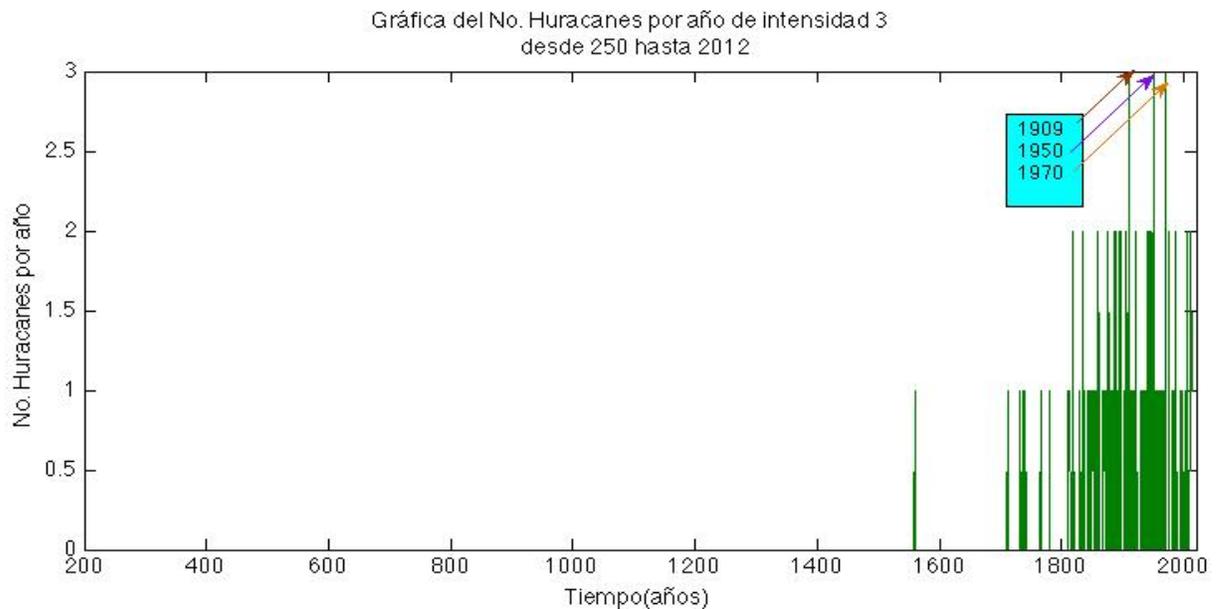


Figura VI.1.4a. Serie de tiempo del número de huracanes de intensidad tres por año (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde 250 a 2012. El rectángulo muestra las fechas en las que se presentó el mayor número de huracanes con intensidad tres, las flechas señalan los años respectivos.

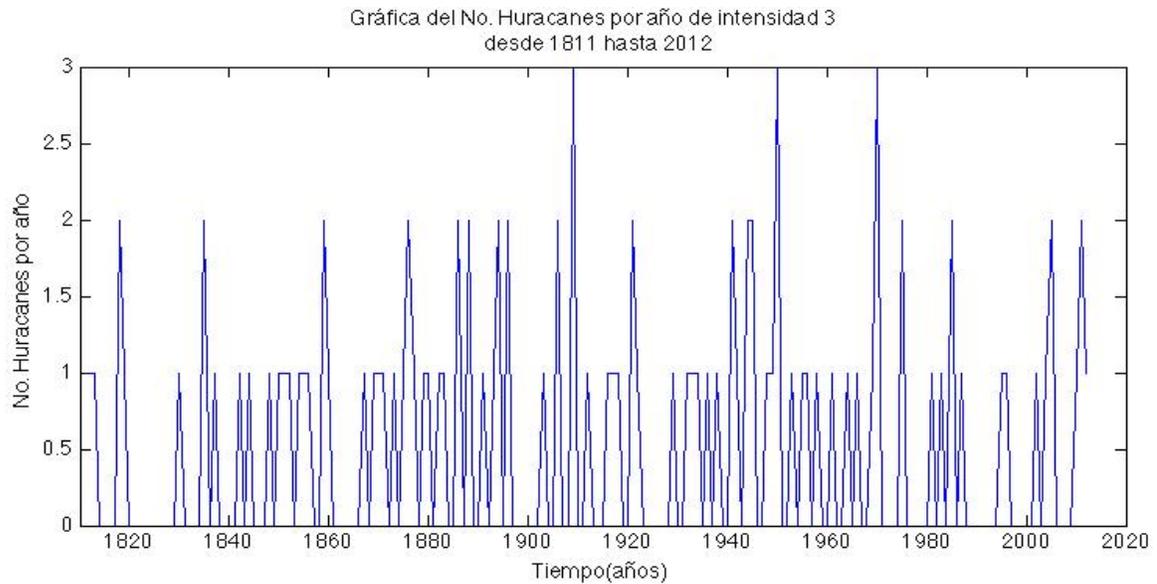


Figura VI.1.4b. Serie de tiempo del número de huracanes de intensidad tres (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde 1811 a 2012.

En la Figura VI.1.5a se muestra el número de huracanes con intensidad cuatro ocurridos desde al año 250 a 2012. En la Figura VI.1.5b se hizo un acercamiento a la serie de tiempo a partir del año 1819, que es cuando se empezó a tener un mayor número de la ocurrencia de huracanes con esta intensidad, finalizando el acercamiento hasta el año 2012.

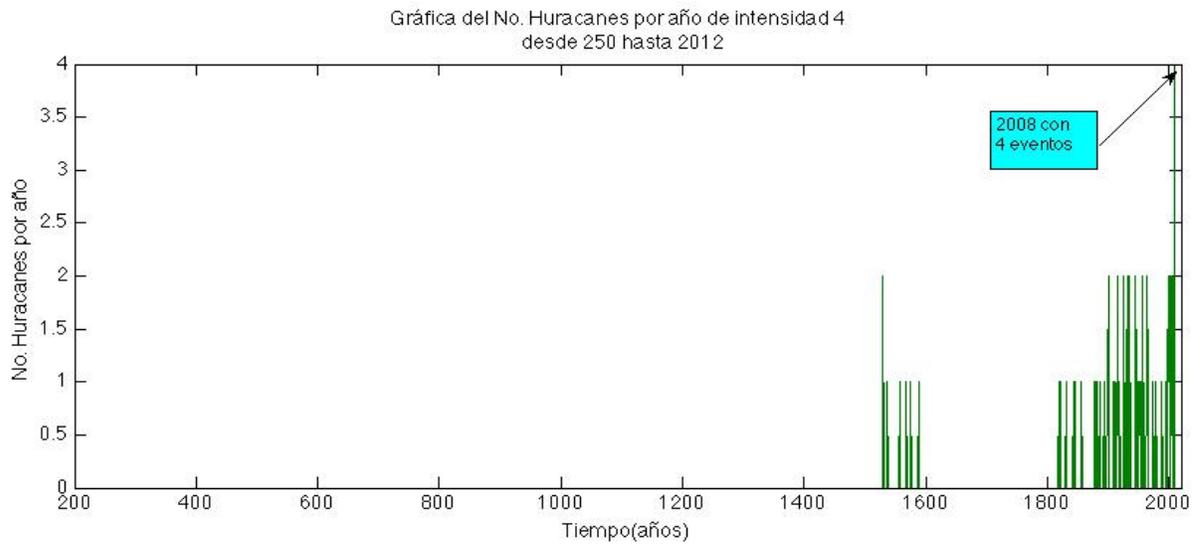


Figura VI.1.5a. Serie de tiempo del número de huracanes de intensidad cuatro por año (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde 250 a 2012. El rectángulo indica la fecha en la que se presentó el mayor número de huracanes con intensidad cuatro.

A diferencia de los huracanes con intensidad uno, dos y tres, para los huracanes de intensidad cuatro no se obtuvieron datos de la ocurrencia de éstos en varios periodos de tiempo, siendo el más largo el comprendido entre 1857 y 1877.

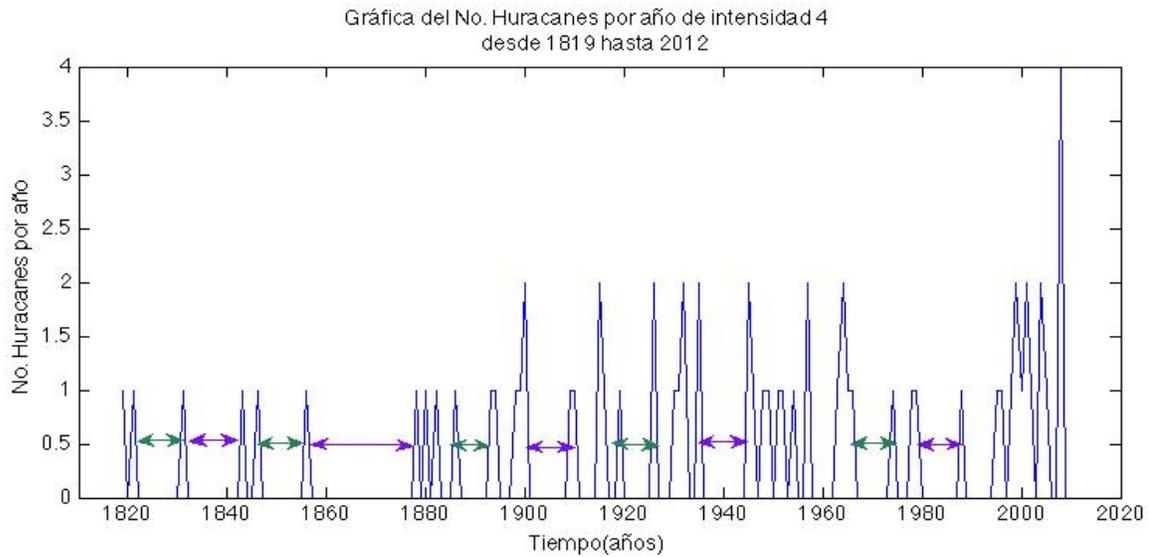


Figura VI.1.5b. Serie de tiempo del número de huracanes de intensidad cuatro (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde 1819 a 2012. Las flechas dobles indican el intervalo de tiempo donde no se presentó ningún huracán de intensidad cuatro.

Finalmente se presentan en las Figuras VI.1.6a y VI.1.6b las gráficas de huracanes con intensidad cinco ocurridos desde los años 250 a 2012. En la Figura VI.1.6b se muestran los huracanes ocurridos entre 1924 y 2012, ya que es en esta fecha cuando comienza a presentarse una mayor cantidad de datos sobre la ocurrencia de huracanes con esta intensidad.

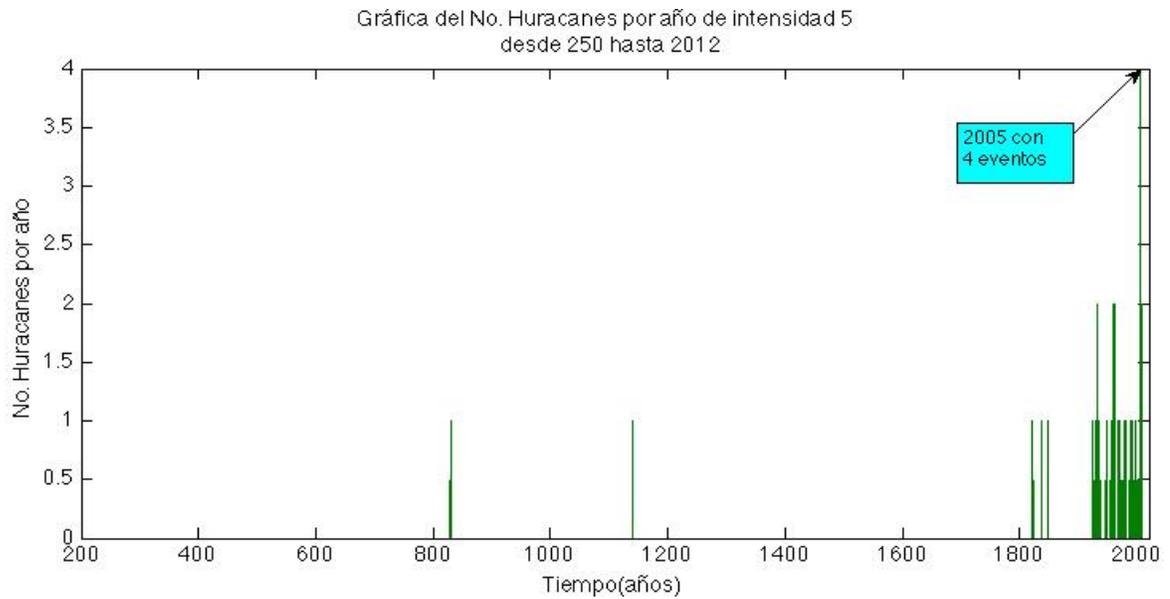


Figura VI.1.6a. Serie de tiempo del número de huracanes de intensidad cinco por año (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde 250 a 2012. El rectángulo indica la fecha en la se presentó el mayor número de huracanes con intensidad cinco.

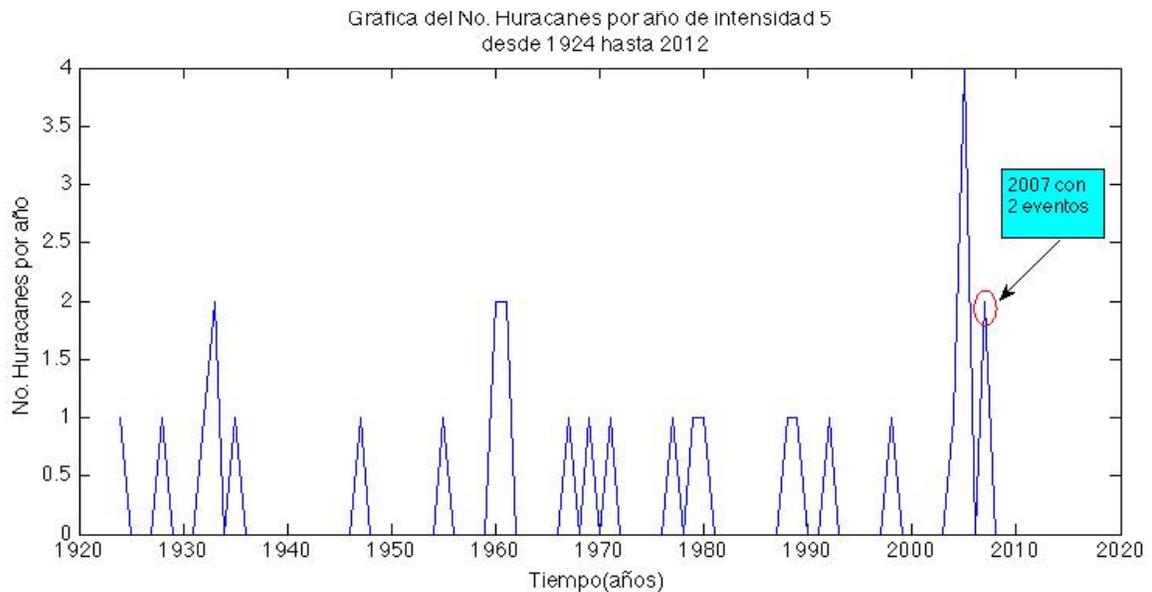


Figura VI.1.6b. Serie de tiempo para los huracanes de intensidad cinco (de los que se tiene información) ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde 1924 a 2012. El círculo muestra la fecha en la que se reportaron los últimos huracanes de intensidad cinco hasta la fecha, éstos fueron el huracán DEAN y el huracán FELIX.

Se puede notar una clara diferencia entre la frecuencia de ocurrencia de huracanes con intensidades uno, dos y tres, en comparación con los de intensidades cuatro y cinco. Para los huracanes de intensidad uno se presenta un intervalo de tiempo largo antes del primer huracán reportado, esto es en el año 1565, se registra un segundo huracán en el año de 1776 para continuar con la fecha donde se reporta un mayor número de eventos. La frecuencia de ocurrencia de huracanes con intensidad dos muestran un intervalo de tiempo más largo para la identificación del primer huracán, es hasta el año de 1812 que se obtuvo una mayor cantidad de datos disponibles para poder identificar otros eventos de esta magnitud. En el caso de los huracanes con intensidad tres, se observó que el primer evento se identificó en el año de 1559, para después pasar por un periodo de tiempo relativamente corto hasta la ocurrencia de un segundo huracán en el año 1711, aunque después de éste se presentan otros intervalos de tiempo entre huracanes, éstos son muy cortos. En los huracanes de intensidad cuatro, es hasta 1530 que se presenta el primer evento, a partir de esta fecha y hasta 1588 la cantidad de eventos con los que se cuenta, se presentaron con mayor frecuencia cada año, volviendo a interrumpirse hasta 1819, que es cuando se observa el comienzo del mayor número de huracanes. Finalmente, el comportamiento de los huracanes con intensidad cinco, muestra relativamente grandes intervalos de tiempo entre la ocurrencia del primer y segundo huracán, el primero ocurrió en Alabama en el año 830 y el segundo se presenta igualmente en Alabama en el año 1140. Este es un caso curioso ya que transcurren 310 años para que un huracán de esta intensidad pase nuevamente por el mismo lugar. Este valor es concordante con los estudios de *Liu y Richard* [2004] realizados con registros de proxys, los cuales fueron tomados de pantanos y lagos costeros estadounidenses, en el Golfo de México, algunos de los lagos que examinó están localizados en Shelby y Western, Alabama. El análisis de los proxys sugirió un periodo de retorno de alrededor de 300 años para huracanes catastróficos de categorías 4 ó 5. Los registros se vuelven, en este sentido, muy interesantes y nos remontan a la base de datos para verificar si ~310 años después de 1140 se registra la ocurrencia de otro huracán de esta categoría en Alabama o cerca de ahí, desafortunadamente no hubo ningún registro en nuestra base para el año 1450, aunque eso no quiere decir que no haya ocurrido, pues la base de datos no está del todo completa para estos años. Sin embargo, para 1760, 310 años más tarde, se reportó el paso de un huracán en Pensacola, que se encuentra muy cerca de Alabama, del cual no se

cuenta con el registro de su intensidad y tampoco se reportaron otras rutas seguidas por el fenómeno meteorológico, no obstante podría ser interesante investigar más sobre este huracán y así poder complementar los registros de proxys realizados por Liu. Por otro lado, se presentó un intervalo de tiempo más grande que el de 310 años para la ocurrencia del tercer huracán, el cual se reportó hasta el año 1821, transcurriendo 681 años, sólo que esta vez ocurrió en el Mar Caribe. Se puede notar un último intervalo de 76 años entre la ocurrencia de un huracán y otro, éste se presentó a partir del año 1848 y hasta 1924.

Los resultados arrojados al analizar todos los huracanes a partir del año 250 se tornan interesantes, pero los registros que se tienen no fueron tomados en intervalos de tiempos iguales, lo que hace difícil el poder trabajar con ellos, por lo que sólo fueron tomados como datos exploratorios. Debido a que los datos que se obtuvieron en tiempos iguales para cada año fueron los que empezaban en el año de 1749, fue a partir de éste que se llevó a cabo el análisis espectral para los huracanes y las manchas solares. En la Figura VI.1.7 se muestra un diagrama de pastel con el porcentaje que ocupan los huracanes de acuerdo a su intensidad, con un total de 517 huracanes registrados entre 1749 y 2012.

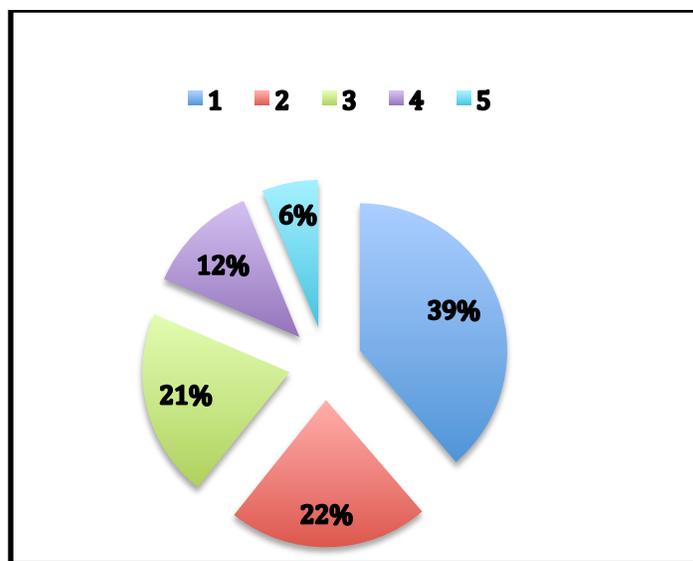


Figura VI.1.7. Porcentaje de huracanes de acuerdo a su intensidad registrados en el Golfo de México y Mar Caribe desde 1749 hasta el 2012. Los cuadrados de colores en la parte de arriba, enumerados del uno al cinco indican las intensidades de los huracanes de acuerdo a la escala de Saffir-Simpson.

Se obtuvo una muestra de 200 huracanes de intensidad uno (39%), 114 huracanes de intensidad dos (22%), 107 huracanes de intensidad tres (21%), 64 huracanes de intensidad cuatro (12%) y 32 huracanes de intensidad cinco (6%).

VI.2 Análisis de Series de Tiempo

Lo primero que se debe hacer antes de calcular el espectro de las series es analizar los datos, como primer paso se presentaron las series de tiempo para los huracanes y sus respectivas categorías. En la Figura VI.2.1 se muestra la tendencia de la serie, esto nos permite saber si el fenómeno estudiado ha aumentado o disminuido en el tiempo de forma general.

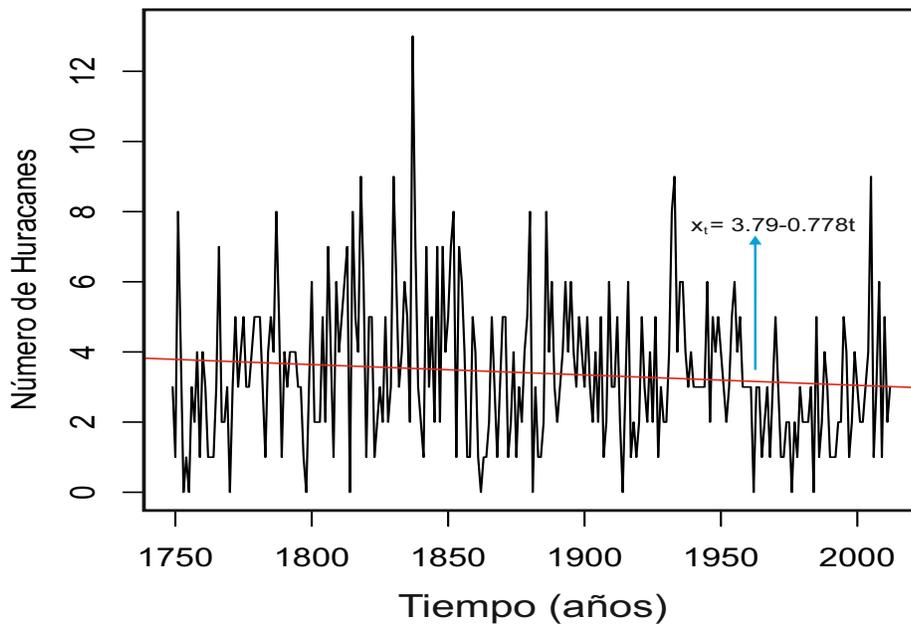


Figura VI.2.1. Número de huracanes por año. La línea recta indica la tendencia de la serie de tiempo y muestra una disminución en número de la ocurrencia del fenómeno, la flecha azul muestra la pendiente negativa y su respectiva ecuación.

Se puede apreciar por la gráfica que el número de huracanes ocurridos desde 1749 hasta el año 2012 ha disminuido, la manera de validar nuestros resultados fue mediante la aplicación de una prueba t y un análisis de residuos. Los resultados concernientes a la prueba t indicaron que la relación en este fenómeno no puede ser predecida por medio de una línea recta, pero en el análisis de residuos los datos se distribuyeron de manera equitativa en ambos lados del cero, indicando que la línea recta es un buen modelo ya que nos dice la estabilidad de la varianza. Puesto que nuestro interés no es predecir el comportamiento futuro por medio de una regresión lineal, sino más bien observar su comportamiento en el tiempo, el análisis de residuos es suficiente para asegurarnos de que el comportamiento efectivamente es decreciente en ese lapso de tiempo. Es importante mencionar que nuestros resultados concuerdan con lo que sugieren *Hodges y Elsner* [2011] y que ellos también trabajaron con la ocurrencia de huracanes en el Golfo de México y agregaron a su estudio registros históricos de huracanes ocurridos desde 1749 hasta 1850. Cabe mencionar que *Hodges y Elsner* sólo ocuparon como única fuente de datos la proporcionada por *Chenoweth* [2006]. Para su estudio hicieron falta más datos sobre la ocurrencia de huracanes; sin embargo, mencionan que debe haber al menos un huracán por año que toque tierra, dado que no todos los huracanes están registrados, al menos contando sólo con sus datos, es mayor la probabilidad de que se hayan recopilados más datos de la ocurrencia de huracanes al final del registro (es decir, en el año 1850) que al principio de éste (corresponde al año 1749), estando subestimado el número de huracanes en los primeros años, por lo que al menos parcialmente, la tendencia del registro debe aumentar con una pendiente menor que la mostrada en la Figura VI.2.2.

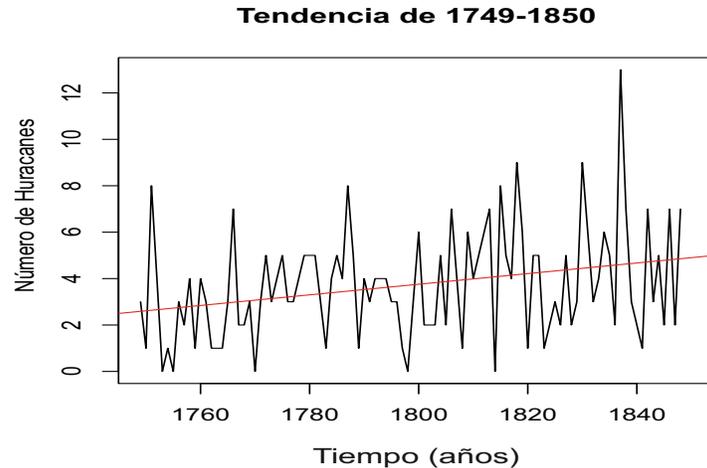


Figura VI.2.2. Tendencia de la ocurrencia del número de huracanes de 1749 a 1850.

A partir de la Figura VI.2.2 se puede corroborar el aumento sugerido por *Hodges y Elsner* [2011]; sin embargo, contando en nuestro estudio con más datos provenientes de varios autores y con una serie más larga, aseguramos una mayor fiabilidad de nuestros resultados.

Se tomaron los datos de la serie de tiempo del número de huracanes se calculó su función de autocorrelación y el exponente de Hurst, lo cual dio un valor de $H = 0.0319871$ y un valor esperado de $\epsilon\left(\frac{R}{S}\right) = 0.043158$, lo cual indica que la serie de tiempo es de memoria corta, es decir, hay un comportamiento anti-persistente: se espera que sea cual sea la dirección actual del cambio, es poco probable que continúe en el futuro y por lo tanto disminuye la previsibilidad de los resultados (Figuras VI.2.3. y VI.2.4).

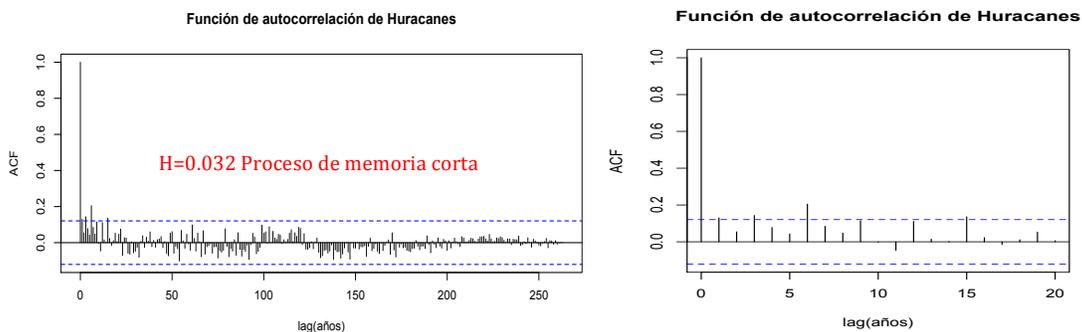


Figura VI.2.3. (Izquierda) Función de autocorrelación del número de huracanes por año a partir de 1749 hasta 2012 y su correspondiente exponente de Hurst en rojo. (Derecha) Acercamiento a la función de autocorrelación. Las líneas azules representan el intervalo de confianza al 95%.

Por las líneas que sobresalen de los intervalos de confianza se puede ver que sí hay una autocorrelación en la serie, a simple vista se pueden ver tres líneas que son significativas pero como no es tan fácil saber a que valores corresponden, se hizo un acercamiento, el cual es mostrado en la Figura VI.2.3 (derecha) y en donde se puede ver que los valores correspondientes son 3, 6 y 15 años. Esto significa que hay fenómenos que tienen lugar cada 3, 6 y 15 años, provocando que ocurran huracanes en nuestra zona de estudio. El periodo correspondiente a los 15 años puede estar relacionado con el ciclo solar de 11 años (ciclo de Schwabe), pero aun falta realizar más pruebas para poder decir si están relacionados y en caso de estarlo, saber si la relación es de tipo lineal o no lineal.

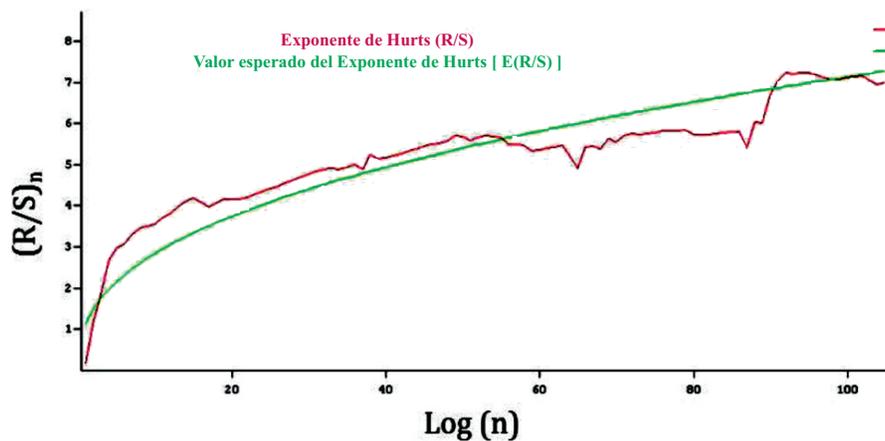


Figura VI.2.4. Exponente de Hurst (R/S) (color rojo) con su respectivo valor esperado E(R/S) (color verde). La gráfica indica que no hay un comportamiento caótico en el sistema ya que la línea roja no tiende a ir para arriba alejándose de la línea verde, de lo contrario indicaría un comportamiento caótico.

VI.3 Análisis Espectral

Una vez obtenida la función de autocorrelación se obtuvo el espectro. Para esto se utilizaron varias de las técnicas descritas en el capítulo V, como son: de Blackman-Tukey, Multi-taper y Máxima Entropía. A continuación se muestran los resultados obtenidos con el método de Blackman-Tukey (Figura VI.3.1).

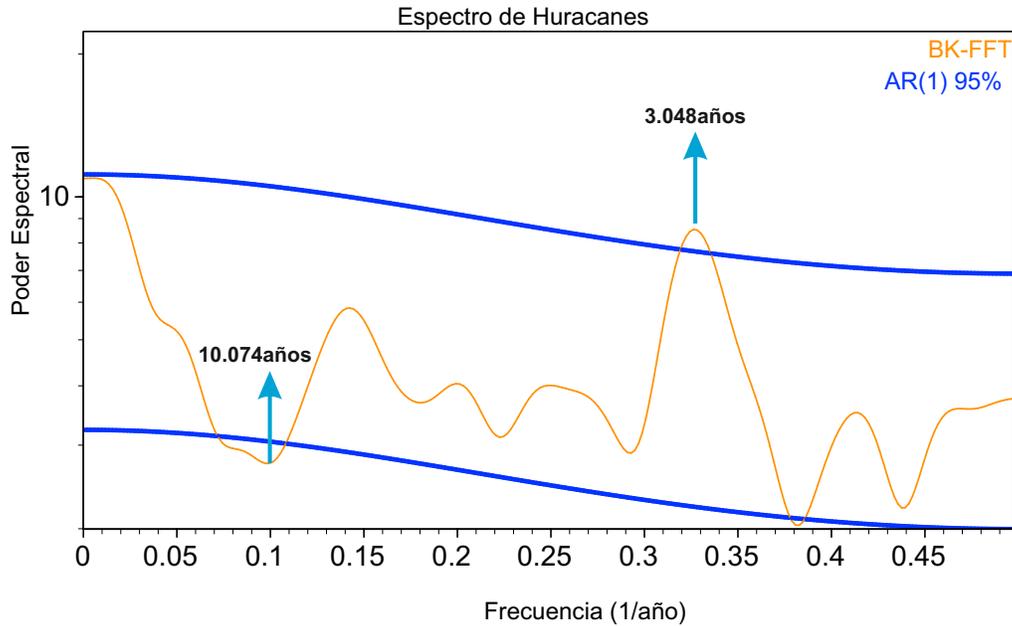


Figura VI.3.1. Espectro del número de huracanes para la serie que va desde 1749 hasta 2012. Se muestran dos picos representativos correspondientes a los periodos de 10.074 y 3.048 años. Las líneas azules indican los intervalos de confianza al 95%.

La Figura VI.3.1 muestra el espectro de los huracanes que ocurrieron desde el año 1749 a 2012, ocupando el método de Blackman-Tuckey. En método requiere que se elija un tipo de ventana y su tamaño, especificando que lo más importante es el tamaño y no tanto el tipo de ventana. La aplicación de una ventana sobre una señal es equivalente a una convolución. El ancho del lóbulo principal del espectro de una ventana es una característica relevante de ésta. La resolución en frecuencia de la señal a la que se le aplica la ventana está limitada por el ancho del lóbulo principal. La ventana espectral tiene más de su energía concentrada en su lóbulo central, esto implica que el lóbulo lateral de la ventana puede ser pequeño. Hay una compensación natural entre el ancho del lóbulo central y la energía en los lóbulos laterales, la cual decrece marcadamente cuando el ancho del lóbulo central se incrementa [Percival y Walden, 1993]. La elección de una ventana espectral es por lo tanto muy importante ya que el ancho del lóbulo principal tiene un papel importante en la resolución en frecuencia. Si el ancho del lóbulo principal se estrecha es posible diferenciar dos componentes de frecuencia cercanas. Cuando el lóbulo principal se estrecha, con lo cual se incrementa la resolución en frecuencia, la energía de la ventana es distribuida entre

los lóbulos laterales y las pérdidas espectrales son más grandes. Se puede decir que las pérdidas de supresión y la resolución en frecuencia tienen una relación inversa.

Se investigaron las cualidades de diferentes ventanas espectrales para saber cuál nos convenía tomar a fin de obtener los mejores resultados. Las ventanas a elegir fueron: Hanning, Hamming y Bartlett (triangular).

La ventana Hamming, es una ventana un poco obsoleta, no es muy utilizada actualmente; sin embargo, es buena cuando la señal está compuesta por ondas senoidales muy cercanas. La ventana Hanning es para una señal que esté formada por ondas senoidales o la combinación de ellas. Para una señal de banda angosta o para el caso en el que la señal es desconocida, esta ventana posee una muy buena resolución en frecuencia y pocas pérdidas espectrales. Por ello se decidió elegir esta ventana para el análisis espectral. En cuanto al tamaño, se utilizó la regla seguida por *Wayne et al.* [2012], en donde el tamaño de la ventana está dado por $M = 2\sqrt{n}$, donde n = longitud del muestreo y M = el tamaño de la ventana.

De la Figura VI.3.1 se pueden observar dos periodos significativos que corresponden a los 11 y 3 años. El pico correspondiente a los 11 años mostró menor energía, al contrario del pico de tres años que contiene la mayor energía en el espectro. Esto ilustra lo que puede estar pasando entre el ciclo solar y la ocurrencia de huracanes, ya que los periodos parecen coincidir en cierta forma. Para poder apreciar mejor la relación entre estos dos eventos se obtuvo el espectro del número de manchas solares para los mismos años con el método Blackman-Tukey y de igual manera se calculó el exponente de Hurst. El resultado fue que la serie de tiempo es de memoria corta, al igual que la frecuencia de ocurrencia de huracanes.

Ya que una parte importante de nuestro estudio es tratar de ver si hay alguna relación entre el número de manchas solares y la ocurrencia de huracanes en la parte oeste de la cuenca del Atlántico norte, el hecho de que los dos procesos sean de memoria corta, no caóticos, nos puede ayudar a vincular mejor el hecho de que un sistema no caótico sea capaz de coadyuvar a que se genere otro sistema con el mismo comportamiento, los resultados son mostrados en la Figura VI.3.2.

Mientras las manchas solares tienen su mayor energía cada 11 años, los huracanes parecen disminuir con el mismo periodo, esto se puede apreciar al momento de juntar ambos espectros en la Figura VI.3.3.

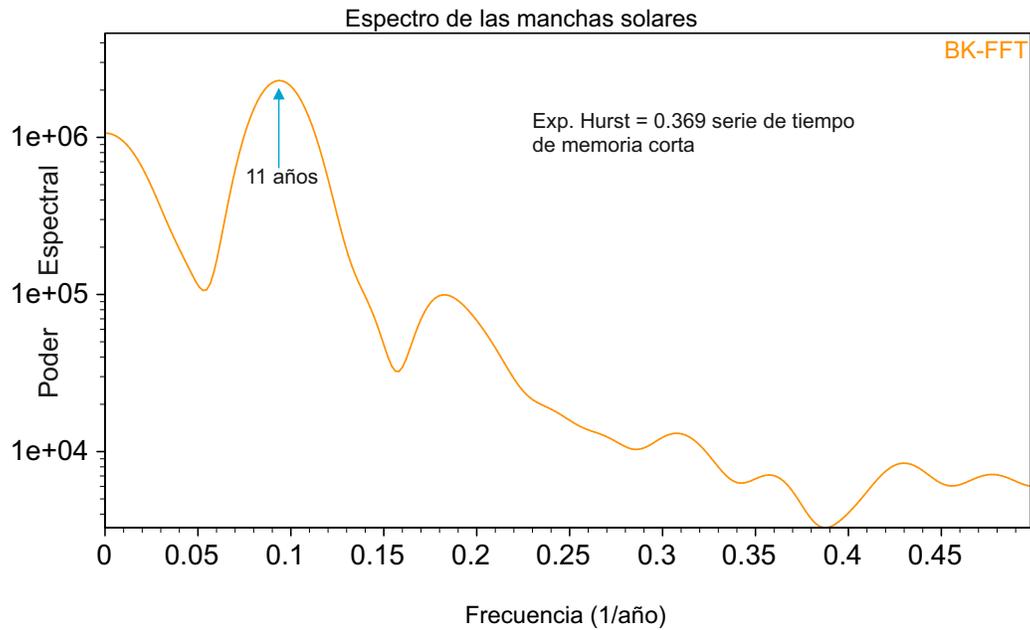


Figura VI.3.2. Espectro del número de manchas solares para los años 1749 a 2012. La flecha azul indica el pico con mayor energía correspondiente a un periodo de 11 años.

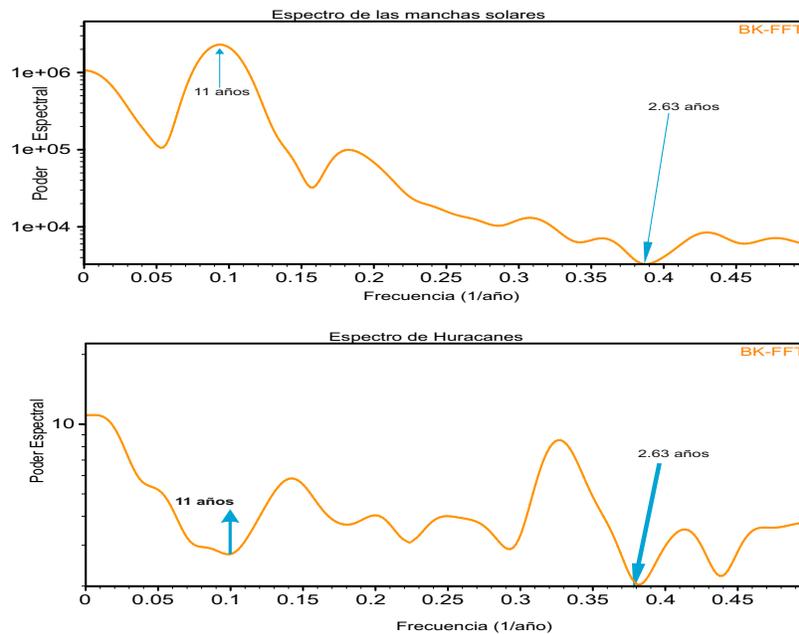


Figura VI.3.3. Espectro correspondiente a las manchas solares (arriba) y espectro correspondiente al número de huracanes (abajo). Las flechas azules indican el periodo en el cual parece coincidir la mínima energía del número de manchas solares con la mínima energía de la ocurrencia de huracanes.

Una observación que podría resultar muy interesante es ver la gráfica correspondiente a la tendencia del número de manchas solares para el mismo periodo (1749-2012). En esta gráfica podemos ver como mientras el número de huracanes presenta una tendencia a disminuir, el número de manchas solares presenta una tendencia creciente (ver Figura VI.3.4).

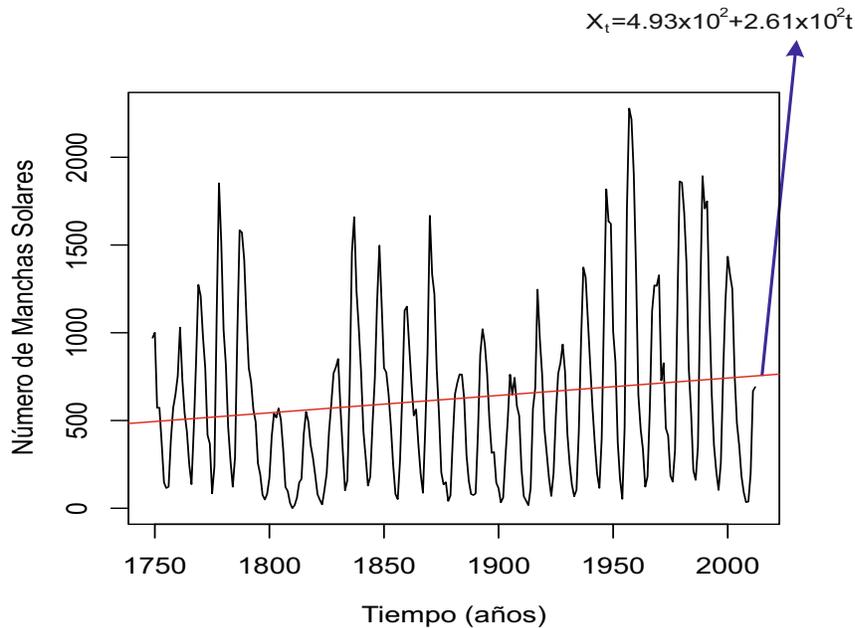


Figura VI.3.4. Tendencia del número de manchas solares para un periodo comprendido entre 1749-2012. La línea negra indica la tendencia creciente en el sistema. La flecha roja indica el valor de la pendiente.

La Figura VI.3.5 muestra el espectro del número de huracanes de 1749-2012 con el método Multi-taper ocupando una resolución de tres y un valor de cinco ventanas. En la figura se pueden apreciar tres picos que están muy juntos y corresponden a los periodos de 3.125, 3.06 y 2.97 años para la parte de frecuencias altas, en el lado de las frecuencias bajas se encontraron tres picos de 97.87, 70.14 y 53.47 años, es entre los periodos de 97.87 y 70.14 años que puede estar el ciclo solar de Gleissberg que es de 80 a 90 años. El ciclo de Gleissberg puede ser el principal causante del mínimo de Maunder (1645 a 1715) y el mínimo de Dalton (1790 a 1820) [Benestad, 2002], éste último puede observarse más adelante en los análisis de ondículas. Todos estos valores fueron tomados con un nivel de confianza al 95%, ya que aunque en la Figura VI.3.5 se presentan tres niveles de confianza diferentes, el nivel correspondiente al 95% es el más usado, agregando el hecho de que el porcentaje de error es el máximo aceptable. Parece haber consistencia con el valor obtenido en la parte de altas frecuencias con un pico de 3.048 años con el método de Blackman-Tukey y los valores obtenidos en la parte de frecuencia altas con el método Multi-taper.

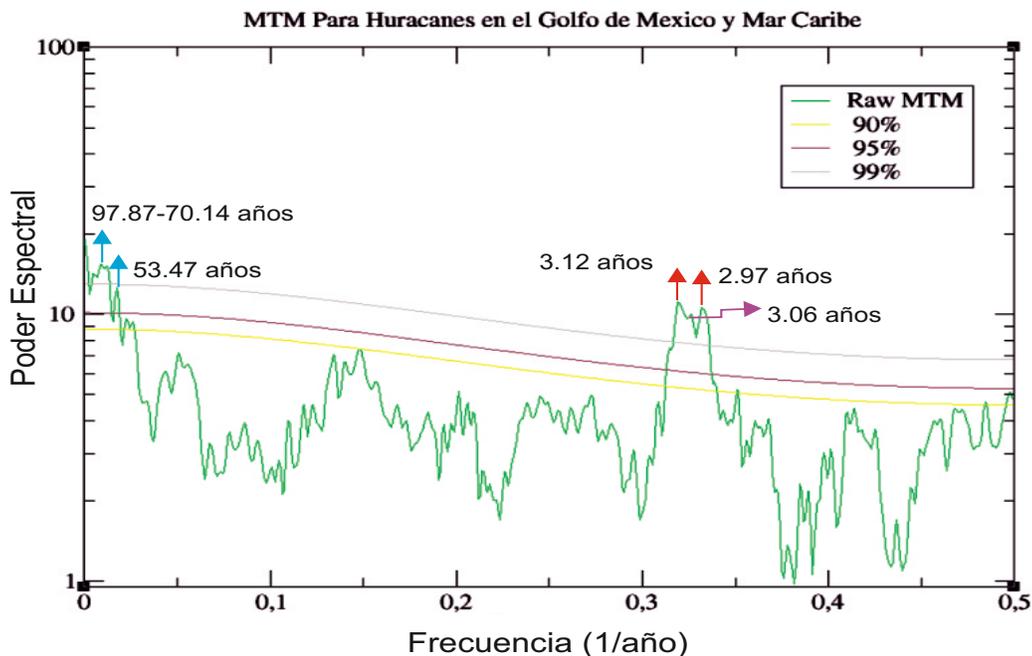


Figura VI.3.5. Espectro del número de huracanes desde 1749-2012 con el método multi-taper. Se pueden observar tres picos en la parte de frecuencias bajas correspondientes a los valores 97.87, 70.14 y 53.47 años (flecha azul). Para la parte de las frecuencias altas se obtuvieron tres picos, los cuales corresponden a los valores 3.12 y 2.97 años (flechas rojas) y un pico que se encuentra en medio con un valor de 3.06 años (flecha morada). Se presentan en diferentes colores tres niveles de confianza que son: 90 (verde), 95(café) y 99 % (amarillo).

El último método utilizado fue el de Máxima Entropía, en donde nuevamente se puede apreciar un pico de 3.09 años, un desplazamiento hacia los 15 años para el caso de la mínima energía y otro pico con valor de 58 años que parece estar cercano a los valores obtenidos con el método Multi-taper (Figura VI.3.6). Este periodo también es muy cercano al ciclo de actividad solar de 60 años (ciclo de Yoshimura) [Velasco et al., 2008]. Hasta el momento se obtuvo en todos los métodos un periodo de ~ 3 años, también se encontró un ciclo solar entre los 97.87 y 70.14 años y por medio del método multi-taper y con el de máxima entropía obtuvimos un periodo que oscila entre los 53 y los 58 años. Estos métodos resultan ser eficaces para analizar las series de tiempo; sin embargo, no nos proporcionan tanta información como el método de Ondículas, ya que este último está más enfocado a las series de tiempo no estacionarias, como es nuestro caso.

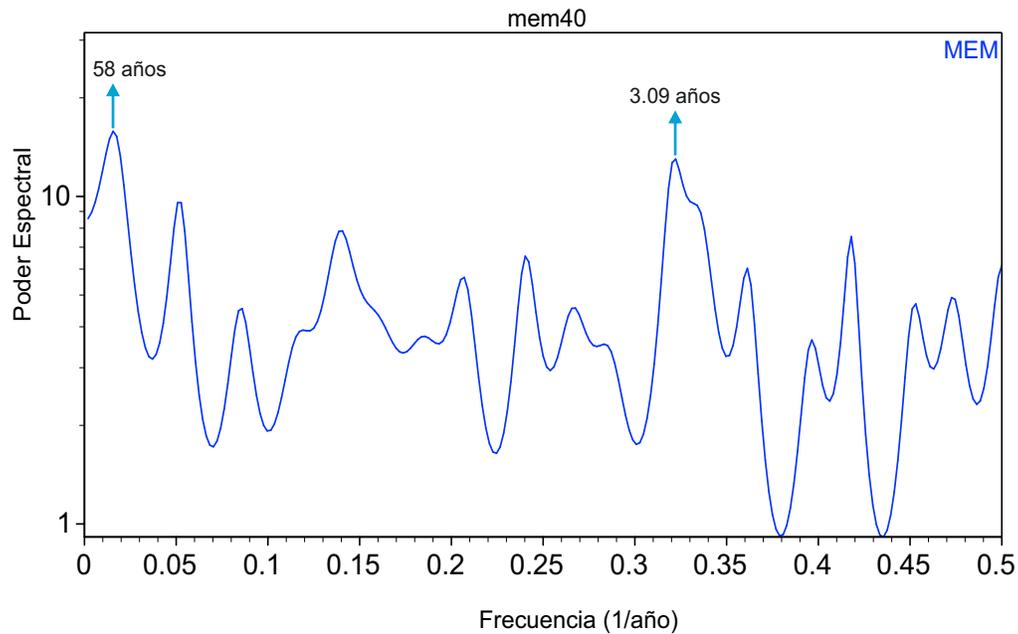


Figura VI.3.6. Espectro del número de huracanes desde 1749-2012 con el método de Máxima Entropía. Se puede ver el periodo de 3.09 años y el correspondiente a 58 años.

Finalmente se hicieron comparaciones entre los tres métodos empleados en este análisis. La primer comparación se llevó a cabo entre el método Multi-taper y el de Máxima Entropía. Dentro del Multi-taper se localizaron tres picos en la parte de bajas frecuencias y al momento de hacer la comparación de manera gráfica se pudo constatar la persistencia de este resultado; en el caso de la Máxima Entropía fue localizado un pico cuyo valor no está muy alejado de los dos anteriores, de igual manera se obtuvo por los dos métodos, picos representativos que oscilan entre los 2.97 y 3.12 años (Figura VI.3.7), era de esperarse que el espectro representado por MEM fuera más suave pues es un método paramétrico.

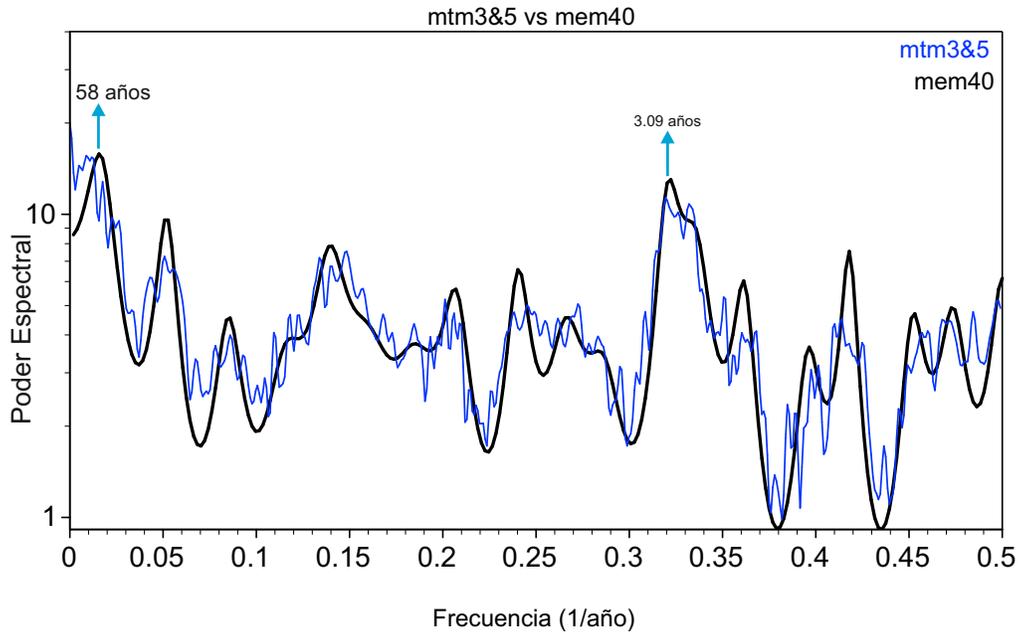


Figura VI.3.7. Comparación entre los métodos de Máxima Entropía y Multi-taper, en ambos se puede ver el periodo de 3.09 años por el lado de las altas frecuencias y otro pico en 58 años en el lado de las bajas frecuencias (flecha azul del pico de máxima energía).

A continuación se presentan los resultados obtenidos al analizar la ocurrencia de huracanes desde la intensidad uno a la cinco de manera individual y compararla con el número de manchas ocurridas en los meses y días específicos en los que se presentaban los huracanes de las diferentes intensidades. En primer lugar se obtuvo la fracción de año (año, mes, día) del momento en el que ocurrieron los huracanes, después se separaron de acuerdo a su intensidad. De igual manera se obtuvieron a través del SIDC las fracciones de año para el número de manchas solares ocurridas en las fechas de los huracanes. Se probó la normalidad de los datos mediante la prueba de Kolmogorov-Smirnov, en donde la muestra no presentó una distribución normal. Ya que no se obtuvo una distribución normal, la prueba estadística que se aplicó fue la de Spearman; dicha prueba nos dio una correlación negativa que resultó ser muy pobre $\rho = -0.092$ con un p-value = 0.036, el valor del p-value nos indica que la relación es significativa; sin embargo, no es totalmente lineal, lo que nos lleva a ocupar otros métodos, como la coherencia de la transformada de ondículas. Ésta es otra forma de ver si hay relación entre los dos eventos y si la relación es lineal o más compleja.

En la Figura VI.3.8 se muestra la transformada de ondículas para el número de manchas solares y el número de huracanes por año. La gráfica correspondiente al número de manchas muestra la máxima energía en el periodo de 11 años, como promedio, ya que en el análisis wavelet los periodos se manejan por intervalos; de manera que el intervalo del periodo correspondiente a las manchas solares es de 5 a 15 años. Se puede ver que hay una parte en donde la energía disminuye y después vuelve a subir, este tramo de la serie es conocido como el mínimo de Dalton. Una parte muy importante al momento de analizar la figura es que se puede visualizar durante cuánto tiempo se presenta el periodo de 11 años, el cual muestra un comportamiento constante.

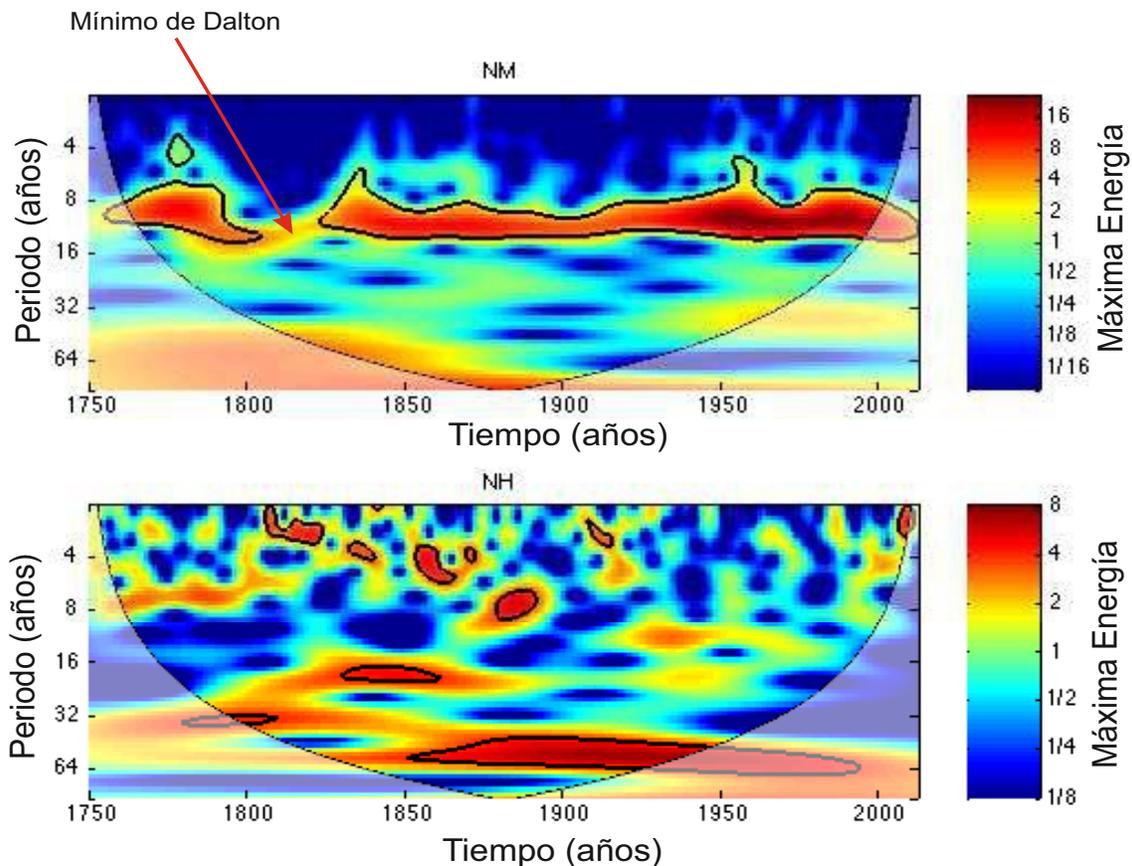


Figura VI.3.8. Transformada de ondículas de Morlet para el número de huracanes (parte inferior) y manchas solares (parte superior) anuales a partir del año 1749 hasta 2012. La escala de la derecha representa el valor de la energía, el eje horizontal representa el tiempo en años y el eje vertical el periodo.

En el espectro mostrado para el número de huracanes se tienen diez frecuencias representativas que corresponden a la banda de periodo de 2 a 3 años para un intervalo de

tiempo que abarca de 1805 a 1825, que corresponde a una duración de 25 años, hay una segunda banda de periodo de 31 a 37 años en un intervalo de tiempo de 1793 a 1811, correspondiente a una duración de 18 años, este resultado coincide con el reportado por *Pérez-Peraza et al.* [2008b], donde reporta una frecuencia que hay en común de 30 ± 2 años entre los rayos cósmicos y los huracanes del Atlántico; sin embargo, la relación entre las manchas solares y los rayos cósmicos se reporta como una anti-correlación [*Mendoza, 2011; Caprioli et al., 2010*]; la tercer banda tiene un periodo de 3 a 4 años en un intervalo de tiempo de 1832 a 1841, el cual tiene una duración de 9 años, para la cuarta banda el periodo es de 16 a 22 años en un intervalo de 1830 a 1861 y una duración de 31 años.

La quinta banda tiene un periodo de 3 a 6 años durante un intervalo de tiempo de 1854 a 1866, con una duración de 12 años, para la sexta banda el periodo va de 3 a 5 años durante un intervalo de tiempo de 1868 a 1872 (una duración de 4 años), la séptima banda de 6 a 10 años para un intervalo de tiempo de 1878 a 1891 (una duración de 13 años), las octava y novena banda tienen un periodo de 2 a 3 años, sólo que la primera abarca un intervalo de tiempo de 1907 a 1915 (una duración de 8 años) y la segunda va de 2005 a 2008 (una duración de 3 años), esta banda es la que se presenta al final de la gráfica con el mismo periodo que se tenía desde 1805 a 1825, 200 años después se vuelve a repetir, indicando que posiblemente hay una oscilación de 200 años en la que los periodos anteriores podrían repetirse.

Nuevamente encontramos en esta parte una relación con el ciclo de las manchas solares, ya que el ciclo Hale representa el cambio en el campo magnético en forma toroidal en su dirección en cada mínimo de manchas solares. Las manchas aparecen en ambos hemisferios, nunca cruzan el ecuador solar, al principio del ciclo hay un pequeño número de manchas solares que aparecen cerca de los 30° desde el ecuador; se van formando más manchas cada vez más cerca del ecuador y en el máximo de manchas solares, éstas se forman cerca de $\pm 50^\circ$ de latitud. Al final del ciclo, antes del mínimo, las manchas solares se forman cerca del ecuador ($\approx \pm 8^\circ$ de latitud). Cada 11 años tiene lugar una inversión de los polos magnéticos solares y 22 años es el tiempo que transcurre para que el Sol retorne a su condición original. *Thomas y Weiss* [1992] proponen que este ciclo esta modulado por un ciclo más grande que es de 200 años [*Benestad, 2002*].

Por último se obtuvo una décima banda que va de 41 a 64 años durante un intervalo de tiempo de 1850 a 1946, con una duración de 96 años; siendo así, la que tiene un período más largo.

De la Figura VI.3.8 se pueden observarse seis traslapes; el primero ocurre desde 1832 hasta 1841 y 1830 a 1861, donde el traslape es por 9 años, entre periodos de 3 a 4 y 16 a 22 años, el segundo está entre 1830 a 1861 y 1854 a 1866, el traslape es de 7 años, entre periodos de 16 a 22 y de 3 a 6 años. Hay ocasiones en las que se presenta un ciclo débil de 4 años en el registro de manchas solares alrededor de 1750, 1850 y 1960, este ciclo fue reportado por *Benestad* [2002], nuestros resultados concuerdan con el periodo de 4 años para 1850. El análisis de periodos y sus respectivos traslapes fueron muy importantes, ya que el análisis de ondículas para el número de huracanes anuales, arrojó un periodo de 22 años que concuerda con el ciclo solar del mismo valor (ciclo de Hale); así mismo, se hizo evidente en nuestros resultados la presencia constante del periodo de 3 años y se pudo observar que dicho periodo presentó un traslape con el ciclo solar de 22 años, debido probablemente a que esté relacionado con el ciclo solar débil que se mencionó con anterioridad. Los cuatro traslapes restantes se dieron entre 1850 y 1946, para el primero los años fueron de 1907 a 1915, aquí el traslape fue por 8 años, entre periodos de 41 a 64 y de 2 a 3 años, el siguiente se da desde 1854 a 1866, donde el traslape es por 12 años, entre periodos de 41 a 64 y 3 a 6 años, el quinto ocurre desde 1868 hasta 1872, donde el traslape es por 4 años, entre periodos de 41 a 64 y 3 a 5 años, el sexto y último se da desde 1878 a 1891, aquí el traslape dura 13 años, entre periodos de 41 a 64 y 6 a 10 años. En esta parte del análisis se observó que tres de los traslapes tuvieron una duración en números pares (8, 4 y 12 años), otro tuvo una duración con un valor de un múltiplo de tres y dos más presentaron una duración con valor de números primos.

Si comparamos los resultados obtenidos por medio del análisis de ondículas para el número de huracanes anuales y las series de tiempo graficadas al principio para el mismo fenómeno, se tiene que la banda que corresponde al periodo de 41 a 64 años es la que más concuerda con los eventos importantes encontrados para los huracanes de intensidad uno a tres. De 1852 a 1955 son los años en los que se presenta de manera continua la ocurrencia de huracanes con intensidad uno, siendo en 1936 el año en que hay una mayor cantidad de huracanes con esta intensidad; 1886 y 2010 fueron los años donde se presentó la mayor

cantidad de huracanes con intensidad dos; en el caso de los huracanes con intensidad tres se reportaron tres años en lo cuales la ocurrencia fue mayor, estos fueron: 1909, 1950 y 1970, sólo 1909 cae dentro de esta banda. Para el caso de los huracanes con intensidad cuatro observamos que de 1857 a 1877 no se presentó ningún huracán con esta intensidad. Sin embargo, para la banda de 2 a 3 años que se encuentra en el intervalo de tiempo de 2005 a 2008, es donde se observó el mayor número de huracanes con intensidad cuatro (2008) y con intensidad cinco (2005). Este periodo comienza a ser cada vez más interesante, pues no sólo se ha encontrado en todos los métodos sino que parece tener una mayor influencia sobre los huracanes de intensidad cuatro o cinco.

Para ver qué tipo de relación hay entre el ciclo solar y el número de huracanes se obtuvo la Coherencia de la Transformada de Ondículas (Figura VI.3.9).

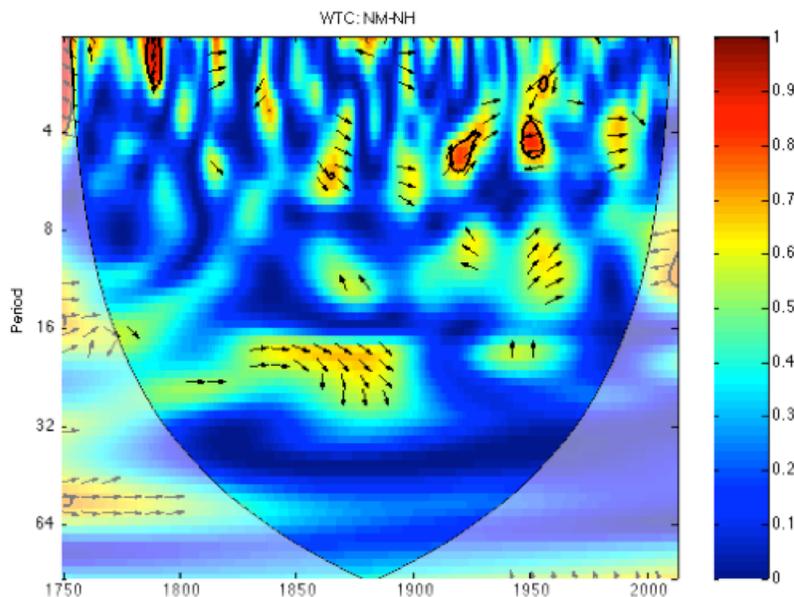


Figura VI.3.9. Coherencia de la Transformada de Ondículas entre las series de tiempo de las manchas solares y el número de huracanes. Las flechas indican si las series están en fase o no, o si tienen otro tipo de relación.

Si la coherencia entre dos series es alta, las flechas en el espectro de coherencia (Figura VI.3.9), mostrarán la fase entre los fenómenos. Las flechas en 0° , apuntando hacia el lado derecho, indican que ambos fenómenos están en fase, las flechas en 180° , apuntando

hacia el lado izquierdo en la gráfica, indican que las dos señales están en anti-fase. Es importante señalar que estos dos casos implican una relación lineal entre el fenómeno considerado. Las flechas que no son horizontales indican una situación que está fuera de fase; significa que dos fenómenos no tienen una relación lineal sino más bien una relación compleja. Basándonos en la explicación anterior podemos notar que se presenta una fuerte coherencia de 1786 hasta 1793, con una banda de periodo desde 2 a 3 años, abarcando 7 años de duración, la dirección de las flechas muestra que la relación a pesar de ser fuerte no es lineal. Se presentan otras dos coherencias fuertes, siendo la primera desde 1917 a 1929, con una banda de periodo de 4 a 6 años, abarcando una duración de 12 años y la segunda desde 1945 a 1957, con un periodo de 3 a 5 años, donde la duración es de 12 años. Con respecto a la coherencia correspondiente a las fechas entre 1917 y 1929, se puede observar que la relación no es lineal, en cambio para la coherencia presentada entre 1945-1957, por la dirección de las flechas se puede decir que se tiene una relación lineal de anti-fase. Extendiendo nuestro estudio a las coherencias presentadas con menor energía se puede observar que parece haber una especie de oscilación entre las fechas de 1786-1793 y 1917-1929 ya que, si bien en las primeras fechas la relación no era lineal, ésta comienza a serlo para años siguientes (1815 a 1907) mostrando en principio una relación de fase. Posteriormente parece inclinarse a una de anti-fase para más adelante mostrar un comportamiento que se inclina hacia la fase, este comportamiento oscilatorio se lleva a cabo durante 92 años, cubriendo periodos desde 2 a 7 años. Finalmente, entre los años de 1831 a 1888 se puede apreciar un comportamiento que empieza siendo de fase para después volverse una relación que no es lineal. Los resultados de este análisis nos dicen que la relación entre estos dos fenómenos en su mayoría es no lineal.

Por otro lado, los resultados también pueden ayudarnos a entender el por qué al momento de calcular la correlación de Spearman el resultado fue negativo pero la relación no se podía considerar del todo lineal ya que se presentan momentos en los que esto se cumple y otros en los que no. Por otra parte, también nos ayuda a comprender el por qué inicialmente había una relación lineal de tipo inversa y directa, pues la relación inversa tiene concordancia con la anti-fase que se presenta entre los años 1945-1957 que se muestra en el análisis de ondículas. En 1873 Poey encuentra una relación directa entre los huracanes ocurridos en el Mar Caribe y las manchas solares, este año está dentro de la franja

oscilatoria de los 92 años, en la que se presenta un comportamiento en fase. Sin embargo, después de 1910 Hoyt y Schatten [1997] encuentran una correlación indirecta para el mismo lugar [Mendoza, 2011]. En esta parte, para nuestros resultados, se observó que después de 1907 la relación que se encontró fue no lineal, es decir, se presentó un cambio en el tipo de relación que guardan el número de huracanes con el número de manchas solares, que es el cambio que reportan Hoyt y Schatten.

Benestad [2002] agrega una tabla en su libro sobre hipótesis/observaciones acerca de las manchas solares, dentro de esta tabla se encuentra el reporte de Schuster de 1905 sobre varios ciclos de manchas solares: 33.375, 13.57, 11.125, 8.38, 5.625, 4.81, 3.78 y 2.69 años [esta referencia puede ser encontrada en *Hellan-Hansen y Nansen*, 1920], estos valores nos ayudan a vincular la ocurrencia de huracanes con el ciclo de las manchas solares en más de un periodo, aunque no se han encontrado otros trabajos que reporten estos valores. Sin embargo, el método de coherencia de la transformada de ondículas indica que la relación entre los dos fenómenos es en su mayoría no lineal.

La interacción entre ambos eventos no es directa, es decir, debe pasar un tiempo desde que un Sol activo (mayor número de manchas solares) calienta la superficie del mar hasta que se den las condiciones propicias para que surja un huracán. Para saber cuánto tiempo pasa entre estos dos eventos podemos usar la transformada de ondícula cruzada, la cual nos ayudará a saber el desfaseamiento entre ambas señales y con ello el tiempo que debe transcurrir para que puedan acoplarse (Figura VI.3.10).

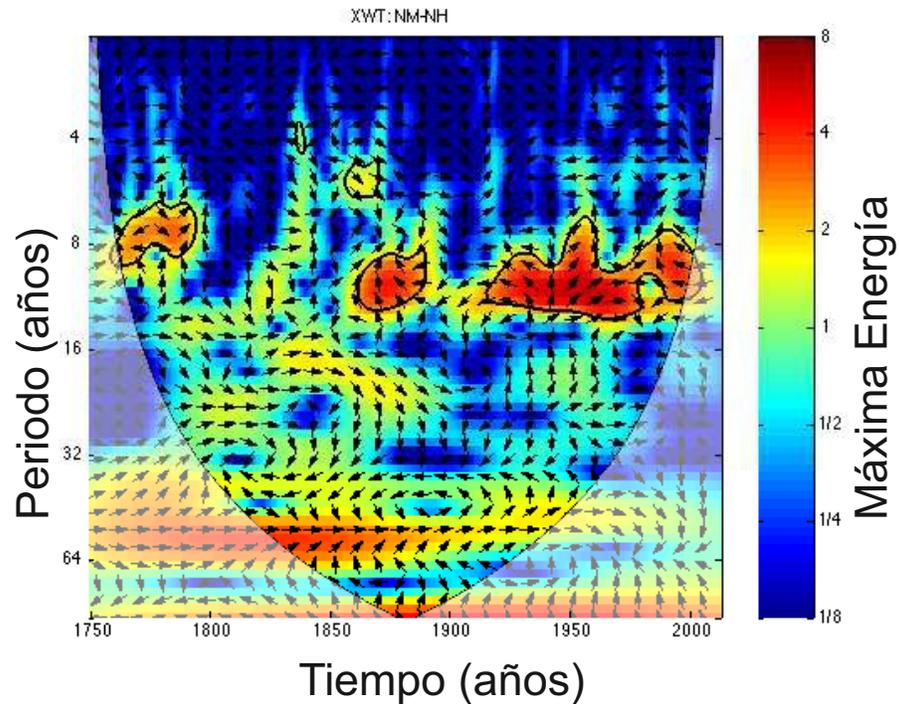


Figura VI.3.10. Análisis de Ondícula Cruzada entre la serie de tiempo del número de manchas solares y el número de huracanes ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe.

De la Figura VI.3.10 pueden observarse al menos tres ángulos similares, los cuales serán mencionados más adelante y un comportamiento rotatorio que se mueve en la dirección de las manecillas del reloj, éste puede apreciarse en la parte de abajo entre el periodo 16 y 32; igualmente se aprecia un movimiento contrario a las manecillas del reloj para periodos más abajo. Sin embargo, si nos enfocamos en aquellas fases que están dentro del intervalo de confianza al 95% podemos apreciar para el primer contorno un comportamiento muy errático, ya que parece no seguir una dirección en específico, para esta parte se encontraron tres fases diferentes desde 1760 a 1791, con una banda de periodo que va de 6 a 9 años, la primera fase empezando de izquierda a derecha fue de 213° , después una de 310° y finalmente una de 48° , que corresponden a un desfase de 215.96 días para el primero, 314.30 días para el segundo y 48.67 días para el tercero; el desfase entre ambos fenómenos aumenta de manera considerable para después bajar en forma abrupta. En el caso del segundo contorno puede apreciarse en un inicio un movimiento en sentido contrario a las manecillas del reloj, con dos fases diferentes que van desde 1858 a 1870, con una banda de periodo que abarca de 5 a 6 años, las fases son 315° y 337° , que corresponden a 319.37 y 341.68 días, el desfase está en aumento. Para el tercer contorno se encontraron

tres fases diferentes en donde el movimiento parece estar en sentido contrario a las manecillas del reloj, estas fases están en un intervalo de tiempo que va de 1861 a 1889, en una banda de periodo de 8 a 13 años, la primer fase es de 90° , la segunda es de 123° y la tercera es de 180° , que corresponden a 90.75, 124.71 y 182.5 días respectivamente, en este contorno se presenta el mismo aumento de desfase que en el contorno anterior. Finalmente el cuarto contorno contiene 9 fases diferentes que van desde 1915 a 2000, con una banda de periodo de 6 a 14 años, empezando de izquierda a derecha: 180° , 149° , 146° , 90° , 41° , 43° , 38° , 36° , 90° , 146° y 180° , podemos ver que en dos ocasiones está presente la fase de 90° sólo que al observar la gráfica se pueden apreciar dos movimientos diferentes en torno a esta fase; la primera vez que se presenta la fase de 90° las flechas tienen un comportamiento divergente, en cambio, la segunda vez, el comportamiento se vuelve convergente, las fases mencionadas con anterioridad corresponden a 182.5, 151.07, 148.03, 90.75, 41.57, 43.60, 38.53, 36.5, 90.75, 148.03 y 182.5 días, es interesante ver cómo es que el desfase disminuye en un principio para después volver a aumentar a partir de 90.75 días, que es donde las flechas convergen.

Si analizamos los cuatro contornos podemos observar que al principio el comportamiento aumenta para posteriormente disminuir, en los siguientes dos contornos (en medio) el comportamiento es el mismo para ambos (la fase aumenta) y finalmente el comportamiento parece invertirse de forma contraria a la que se tenía en un principio (disminuye y después aumenta). Las fases que hay en común entre los cuatro contornos son las de 90° , 180° y 146° . Nuevamente como en la gráfica de coherencia se presenta un comportamiento oscilatorio, que es más evidente en el análisis de ondícula cruzada. También podemos observar que los contornos: primero, tercero y cuarto, tienen periodos en común, que se ubican en la banda de 6 a 9 años, esto quiere decir, que hay algún fenómeno que se encuentra dentro de estas bandas que hace que exista algún desfase entre las dos series de tiempo.

El ciclo solar entre los dos hemisferios puede ser ligeramente diferente, por ejemplo, el máximo en el hemisferio norte ocurre antes que en el hemisferio sur y se ven más manchas solares en el hemisferio sur [Kuiper, 1953]. Si el comienzo de cada ciclo solar puede ser definido como el tiempo en que los principales puntos aparecen a la máxima latitud, los ciclos solares parecen solaparse por cerca de tres años (Benestad,

2002). Haciendo un recuento, el solapamiento de 3 años ocurre entonces, cada 8 años entre un máximo y otro, este valor se encuentra dentro de nuestra banda de periodo y podría ser uno de los eventos que ayuden a que se pueda presentar un desfase entre las dos señales y así pueda ocurrir un huracán.

Finalmente puede notarse que entre el primer y segundo contorno pasa un intervalo de tiempo más largo (67 años) para que vuelva a ocurrir un desfase entre el número de manchas solares y la ocurrencia de huracanes, después de este tiempo, el intervalo se acorta (45 años) y nuevamente se puede apreciar el desfase entre las dos señales.

En resumen, la actividad solar si está influenciando en el número de ocurrencia de huracanes en el Golfo de México y Mar Caribe, ya que se han encontrado al menos 5 periodos en común, el de 11, 22, 60 y 80 años, contando como una excepción el periodo de 4 años que muy rara vez se encuentra en el ciclo solar. De igual manera sabemos que algunas veces la relación es lineal, ya sea de manera directa o inversamente proporcional, y que finalmente si hay un desfase entre ambas señales, el cual no es constante a lo largo del tiempo, probablemente puede repetirse el comportamiento pero nuestra serie de tiempo no es lo suficientemente larga para permitirnos verlo.

VI.4 Análisis no lineal de la serie de tiempo

Esta parte del análisis se realizó con la finalidad de poder ver si había una posible dinámica no lineal en la ocurrencia de huracanes, la cual se asocia a un comportamiento caótico. No obstante de que por medio del exponente de Hurst el sistema no presentó un comportamiento caótico, es importante ver que hay más métodos, los cuales son más específicos para poder observar una dinámica caótica y siempre es bueno corroborar los resultados con más de un método. Es por ello que se llevó a cabo un análisis no lineal con algoritmos más aptos para identificar caos en el sistema. Para cada uno de los métodos que se presentan a continuación se usó la serie de tiempo sin tendencia de manera que se elimine parte del sesgo causado por las dependencias lineales, además de que para análisis

más significativos de caos los datos necesitan ser pre-procesados para eliminar la tendencia y componentes periódicos y cuasi-periódicos (Williams, 1997; Kantz y Schreiber, 2004).

El primer paso fue obtener el diagrama de fase de la serie de tiempo. Hay dos maneras de obtener el diagrama, una es graficando una variable x contra su derivada $\frac{dx}{dt}$ y la otra es usando el *método de retardos*. El primero es más usado cuando se cuenta con las correspondientes ecuaciones diferenciales que nos ayuden a entender cómo se comporta el sistema, en nuestro caso sólo contamos con registros en el tiempo y como es sugerido por *Weedon* [2003] es mejor usar el método de retardos.

La Figura VI.4.1 muestra las gráficas que representan diferentes diagramas de fase obtenidas con el método de retardo usando una elección diferente del lag. Elaborar estas gráficas no sólo ayuda a hacer una inspección visual de los datos, también sirve para visualizar una elección en el tiempo de retardo que sea más óptima para un embebimiento en el conjunto de datos [*Hegger et al.*, 1999].

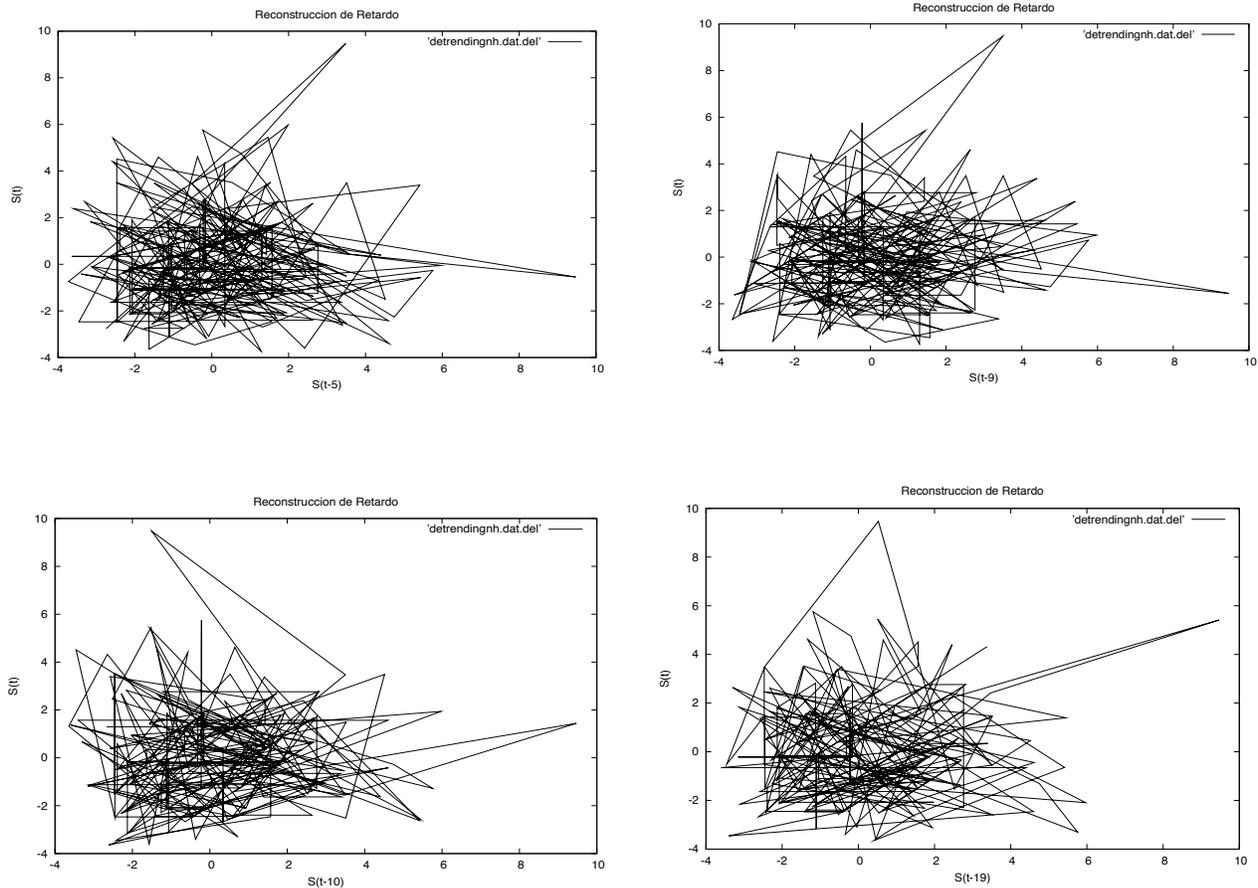


Figura VI.4.1. Diagramas de fase correspondientes a la serie de tiempo de huracanes ocurridos entre los años 1749-2012 en el Golfo de México y Mar Caribe. El eje x en las cuatro gráficas indica el lag o tiempo de retardo τ .

Se puede apreciar de la Figura VI.4.1, que el *lag* óptimo es el que tiene el valor de $\tau = 9$. En nuestro caso la dinámica no es fácil de distinguir a través del diagrama de fase; sin embargo, se puede apreciar como cualesquiera dos trayectorias empiezan en un punto cercano sobre este conjunto atractor que diverge exponencialmente, lo cual es una evidencia primaria de movimiento caótico [Thompson y Stewart, 1986].

Un segundo método para poder visualizar la dinámica del sistema es la Sección de Superficie de Poincaré la cual permite ver la forma del atractor (Figura VI.4.2).

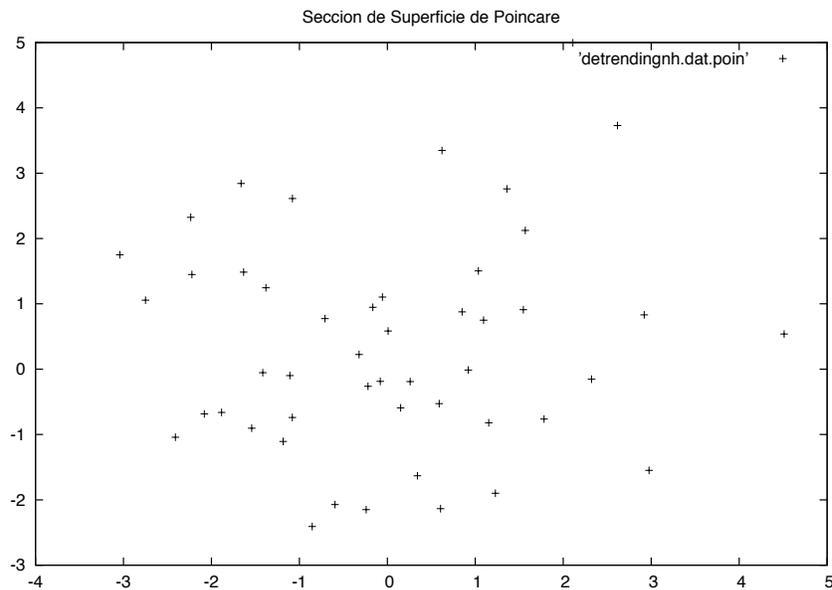


Figura VI.4.2. Sección de Superficie de Poincaré correspondiente a la serie de tiempo de huracanes ocurridos entre 1749-2012 en el Golfo de México y Mar Caribe.

Con base en la Figura VI.4.2 se puede observar que los puntos se encuentran dispersos en el plano construido, lo cual indica que hay un comportamiento caótico en el sistema. La Sección de Superficie de Poincaré nos ayudó a ver si hay caos involucrado en nuestros datos, pero el método más robusto para tratar de ver caos es el exponente de Lyapunov, antes de obtenerlo primero se calcularon: el lag, la ventana de Theiler y la dimensión de embebimiento. En el caso del lag pudimos darnos una idea de su valor por medio del método de reconstrucción de retardo, pero el método de información mutua arroja un resultado más fiable ya que trabaja con la parte no lineal del sistema, aunque también se trabajó con el valor obtenido por medio de la función de autocorrelación (Figura VI.4.3).

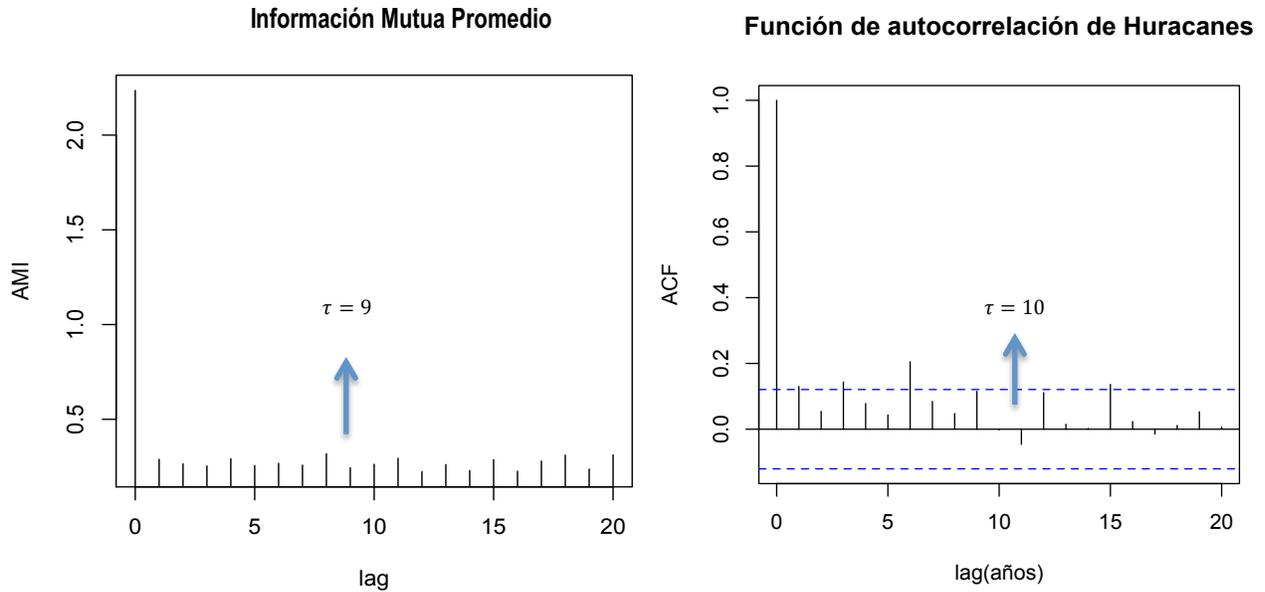


Figura VI.4.3. (Izquierda) método de Información Mutua, el eje x indica el tiempo de retardo o lag contra el índice de información mutua AMI, la flecha indica el primer mínimo más pronunciado con un valor de $\tau = 9$. (Derecha) Función de autocorrelación, el eje x indica el tiempo de retardo o lag contra el valor de la función de autocorrelación, la flecha muestra en donde se obtiene el primer cero de la función ($\tau = 10$).

Ambos métodos son muy usados para poder obtener un tiempo de retardo óptimo y en este caso la diferencia no es muy significativa; sin embargo, con el fin de poder hacer un mejor análisis usaremos los dos valores para los métodos que siguen a manera de comparar que tanto afecta esta pequeña diferencia a nuestros cálculos.

Para poder obtener una ventana de Theiler se usó la Gráfica de Separación Espacio-Tiempo que es mostrada en las Figuras VI.4.4a y VI.4.4b.

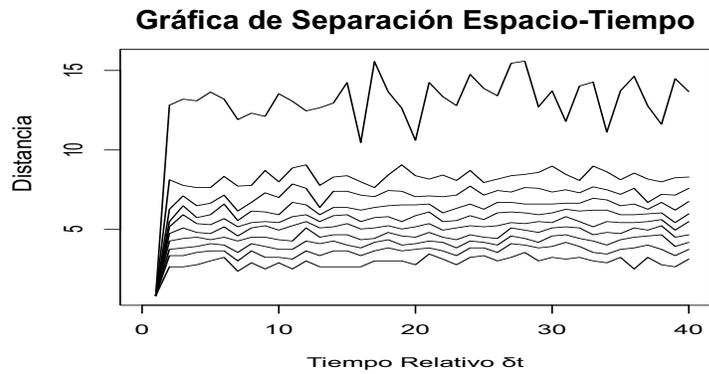


Figura VI.4.4a. Separación Espacio-Tiempo para un lag 9, cada curva muestra el porcentaje de probabilidad de encontrar dos puntos en un cierto tiempo (eje x) a una cierta distancia (eje y), los porcentajes van del 10-100% empezando por abajo.

De la Figura VI.4.4a se obtuvo un valor de la ventana de Theiler de $w=16$ usando un lag de 9, al observar la línea correspondiente al 100% de probabilidad, esto quiere decir que hay un 100% de probabilidad de que dos puntos que estén en la serie a un tiempo dado, con valor de 16 tengan la menor separación posible ≈ 10.75 . Para un lag de 10 la ventana de Theiler fue de $w=18$, la curva al 100% de probabilidad arrojó un valor de separación igual al que se obtuvo con el lag de 9 (ver Figura VI.4.4b). El valor de $w=18$ se acerca al sugerido por el método de TISEAN cuando se tiene un lag entre 8-9, en donde sugieren usar $w=20$.

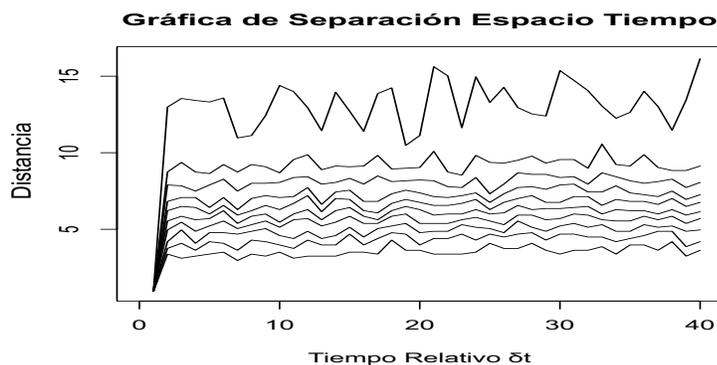


Figura VI.4.4b. Separación Espacio-Tiempo para un lag de 10, cada curva muestra el porcentaje de probabilidad de encontrar dos puntos en un cierto tiempo (eje x) a una cierta distancia (eje y), los porcentajes van del 10-100% empezando por abajo.

Un último método necesario para poder obtener el exponente de Lyapunov es el método de los Vecinos Cercanos Falsos (Figuras VI.4.5a y VI.4.5b).

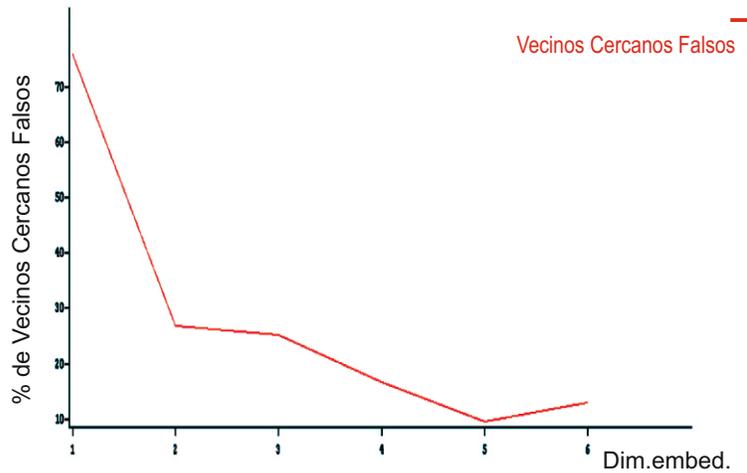


Figura VI.4.5a. Vecinos cercanos falsos con un lag de 10, donde la dimensión de embebimiento es de 5 con un 9.48% y la dimensión 4 con un 16.66% de vecinos cercanos falsos.

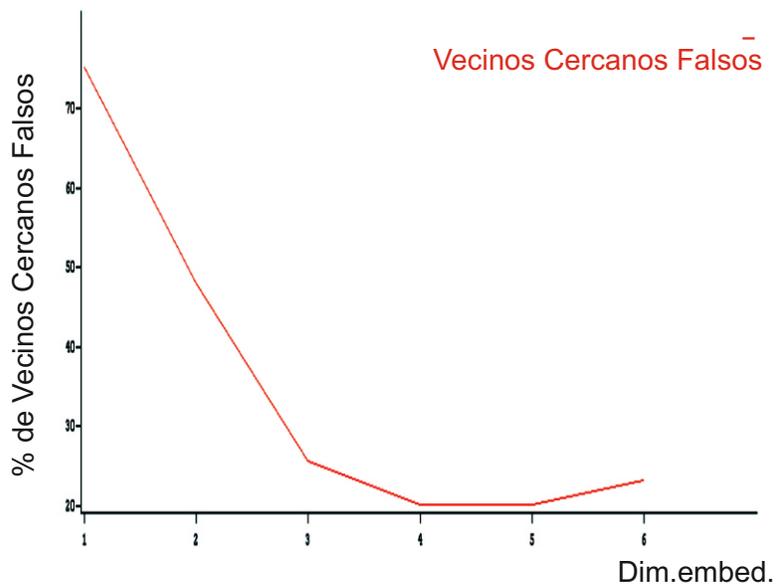


Figura VI.4.5b. Vecinos cercanos falsos con un lag de 9, donde la dimensión de embebimiento es de 4 con un 20.1219% y la dimensión 5 con un 20.155% de vecinos cercanos falsos.

La Figura VI.4.5a se obtuvo con un tiempo de retardo de 10 y la dimensión de embebimiento resultante fue de 5 ya que tenía el menor porcentaje de vecinos cercanos falsos como se puede apreciar en la gráfica; en el caso de la Figura VI.4.5b se obtuvo una dimensión de embebimiento de 4 con un retardo de 9, aunque es un poco más complicado distinguirlo desde la gráfica, los valores permiten apreciar de manera más sencilla cual es la dimensión de embebimiento.

Como podemos darnos cuenta, la elección entre un retardo y otro si genera diferencias apreciables en los resultados obtenidos con los diferentes métodos, se debe hacer una elección sobre el lag de manera que sea el más óptimo, en principio debemos pensar en quedarnos con el valor obtenido por el método de Información Mutua ya que es el más adecuado cuando se está realizando un análisis no lineal de la serie de tiempo. Un método más debe ser usado para saber si nuestros datos son caóticos, y ya que tenemos todas las variables necesarias calcularemos el exponente de Lyapunov con ambos valores del lag, esto nos ayudará a saber cuál valor es el óptimo.

Ya que el objetivo principal de esta parte del análisis es obtener el mayor exponente de Lyapunov se mostrarán las gráficas realizadas con dos métodos (Figura VI.4.6), el primero es el algoritmo de *Kantz* [1994] y el segundo es el de *Rosenstein et al.* [1993].

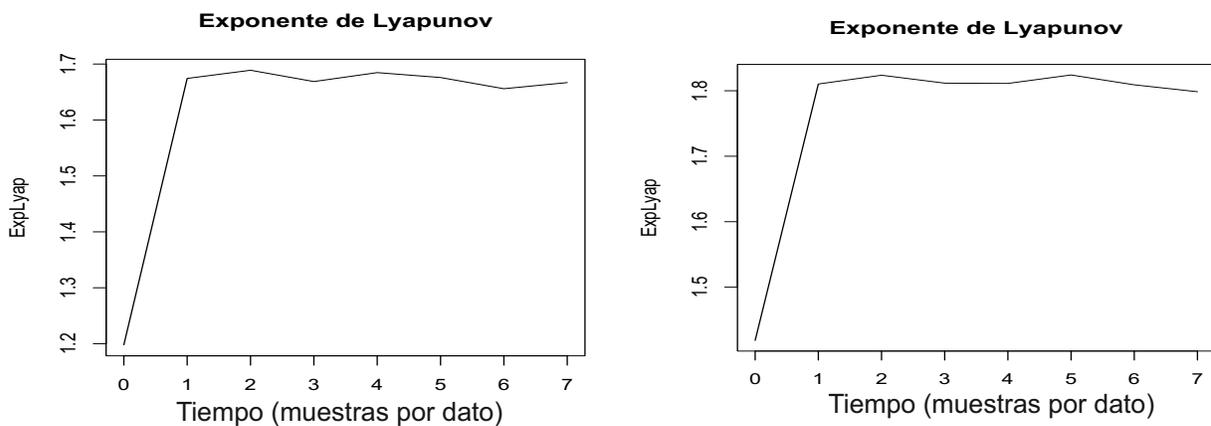


Figura VI.4.6. (Derecha) Exponente de Lyapunov obtenido con el algoritmo de Kantz, para un $\tau = 9$ y un $m = 4$. (Izquierda) Exponente de Lyapunov obtenido con el algoritmo de Kantz para un $\tau = 10$ y un $m = 5$.

La Figura VI.4.6 muestra el exponente de Lyapunov obtenido con un lag de 9 y 10 y un $m = 4$ y 5 (dimensión de embebimiento), se puede ver una curva suave que es indicio de que el atractor puede expandirse con libertad en una dimensión de embebimiento de 4. El exponente de Lyapunov que se obtuvo por medio de este algoritmo tuvo un valor de $\lambda = 0.48392$ por elemento de dato para una $m=4$ y $d=9$; y una $\lambda = 0.48392$ por elemento de dato para $m = 5$ y $d = 10$, al tener λ un valor positivo podemos decir que nuestro sistema es caótico, además el valor de λ es el mismo para ambas dimensiones de embebimiento, sugiriendo con este método que nuestro resultado es robusto; sin embargo, hacen falta más análisis para poder afirmar que nuestro sistema es caótico.

A continuación se presentan los gráficos obtenidos con el algoritmo de Rosenstein (Figura VI.4.7).

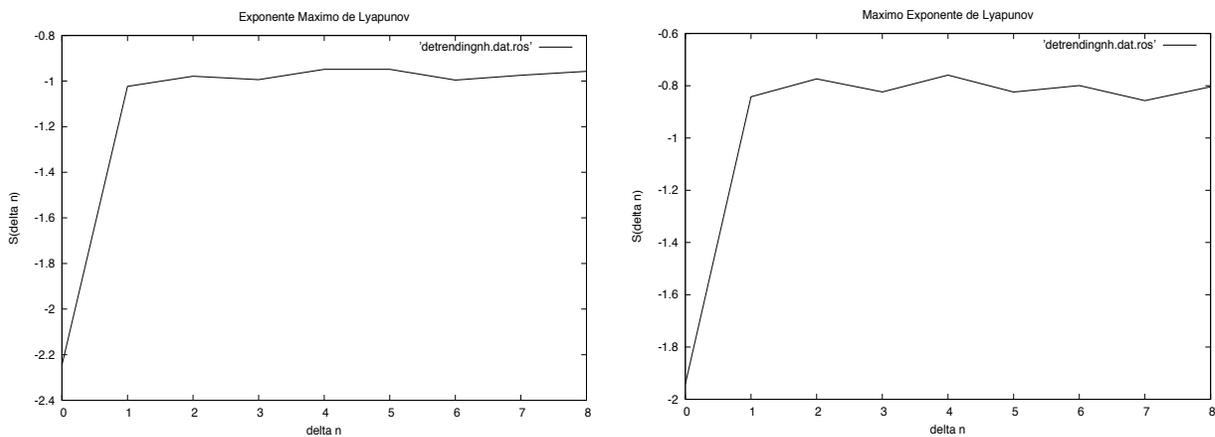


Figura VI.4.7. (Izquierda) Exponente de Lyapunov con $m=4$ y $d=9$. (Derecha) Exponente de Lyapunov con $m=5$ y $d=10$.

El valor que se obtuvo en el caso de $m=4$ y $d=9$ fue de $\lambda = 0.1056$ por intervalo de muestra y para $m=5$ y $d=10$ el valor fue de $\lambda = 0.1123$ por intervalo de muestra. Nuevamente se puede observar que el sistema, representado por una curva, puede expandirse muy bien en una dimensión de embebimiento de 4 y se obtienen de manera reiterada valores positivos de λ , indicando con esto un comportamiento caótico. Para poder apreciar mejor la diferencia entre estas dos dimensiones de embebimiento se realizó otra gráfica en donde se muestra ambas curvas al mismo tiempo (Figura VI.4.8).

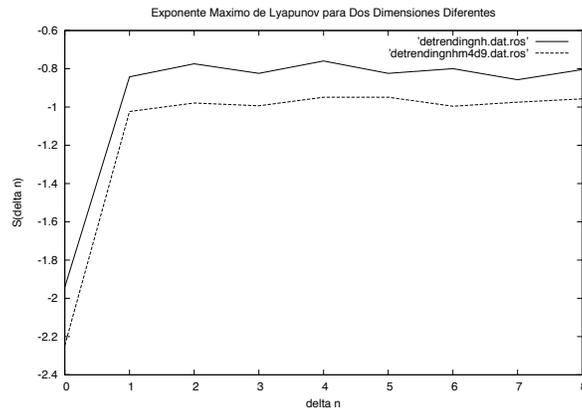


Figura VI.4.8. Exponente de Lyapunov para dos dimensiones de embebimiento diferentes (4 y 5) con sus respectivos tiempos de retardo (9 y 10).

En la Figura VI.4.8 se puede distinguir la diferencia entre situar nuestro atractor en una dimensión de embebimiento de 4 o una de 5, observándose un mejor desdoblamiento del atractor en la dimensión de embebimiento correspondiente a 4.

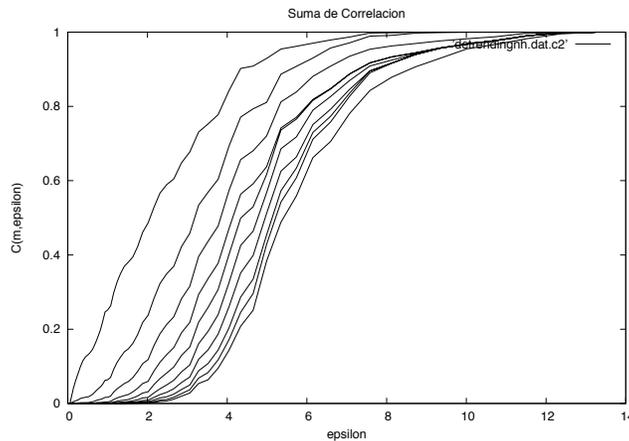


Figura VI.4.9. Integral de correlación para la ocurrencia de Huracanes entre los años 1749-2012 en el Golfo de México y Mar Caribe. Cada pendiente es un valor de m diferente, m toma valores de 1 a 10, empezando por arriba.

De la Figura VI.4.9 se observa que para incrementos de m la estructura eventualmente se vuelve invariante en dimensiones de embebimiento altas, esto es un indicador de que no se necesitan variables extras para la dinámica del sistema. La Figura

VI.4.9 se obtuvo para un total de 10 dimensiones de embebimiento diferentes, pero puede observarse cómo después de la línea correspondiente a la dimensión 4 el comportamiento se vuelve invariante, lo cual era algo que debía esperarse pues a partir del método de vecinos falsos y corroborando con los resultados obtenidos al sacar el exponente de Lyapunov, comprobamos que la mínima dimensión que necesitábamos para estudiar la dinámica del sistema fue la de 4. Para poder observar mejor el comportamiento fractal en esta dimensión se graficó nuevamente la integral de correlación de la dimensión uno a la cuatro (Figura VI.4.10).

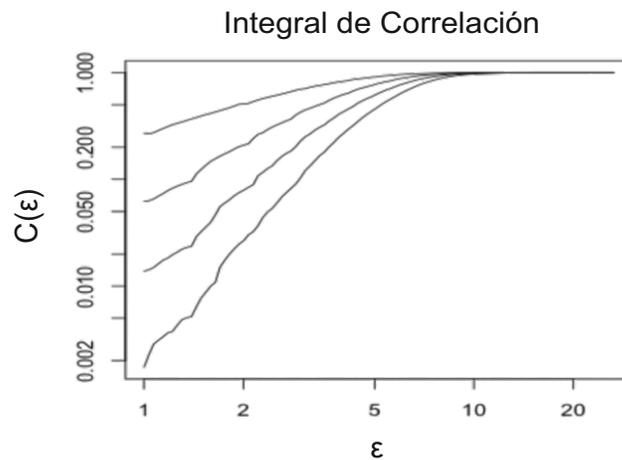


Figura VI.4.10. Integral de correlación para la ocurrencia de Huracanes entre los años 1749-2012 en el Golfo de México y Mar Caribe. Cada pendiente es un valor de m diferente, m toma valores de 1 a 4, empezando por arriba.

Las dos Figuras VI.4.9 y VI.4.10 nos permiten ver la integral de correlación para una escala de longitud específica, regresando una fracción de pares de puntos. A continuación se muestra otro gráfico en donde se presenta la dimensión de correlación D_2 pero para escalas de longitud múltiples (ver Figura VI.4.11).

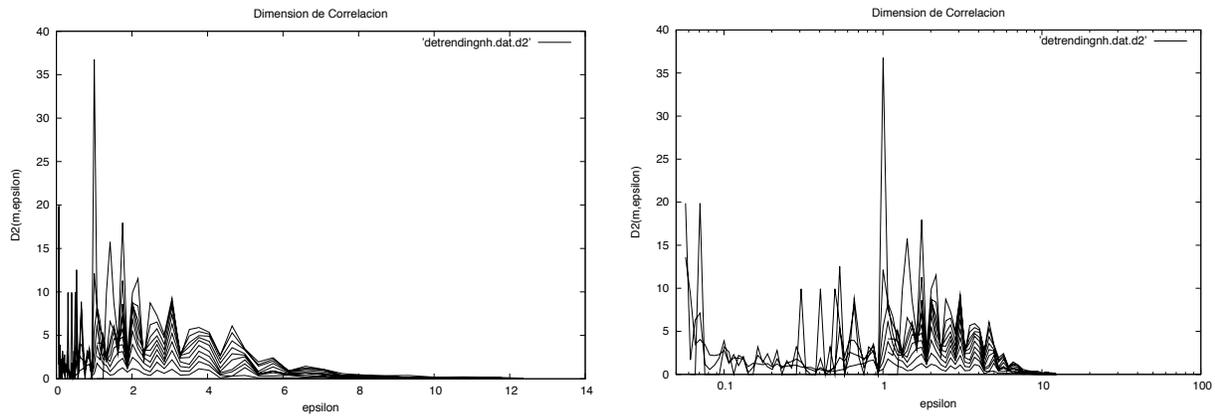


Figura VI.4.11. D_2 correspondiente a la ocurrencia de huracanes en los años 1749-2012 en el Golfo de México y Mar Caribe. (Izquierda) Curvas para diferentes dimensiones del atractor (eje y). (Derecha) D_2 con una escala logarítmica en el eje x .

En la Figura VI.4.11 pánel derecho, observamos las dimensiones 2.2, 2.4, 2.5 y 1.828. Para poder comprobar cuál de estos posibles valores se acerca más a la dimensión fractal, se realizó otra gráfica en donde están involucradas las pendientes de la integral de correlación y las pendientes de ajuste correspondientes a los valores obtenidos en la gráfica de D_2 (ver Figura VI.4.12). En la Figura VI.4.12 pánel derecho, se muestra la pendiente que abarca la mayoría de las pendientes de la integral de correlación. En el rango de $1 < \epsilon < 10$ se requiere encontrar líneas razonablemente rectas como un indicador de la geometría auto-similar, siendo este valor el correspondiente a $D_2 = 2.2 \pm 0.1$ que es el valor de la pendiente antes mencionada (Figura VI.4.12).

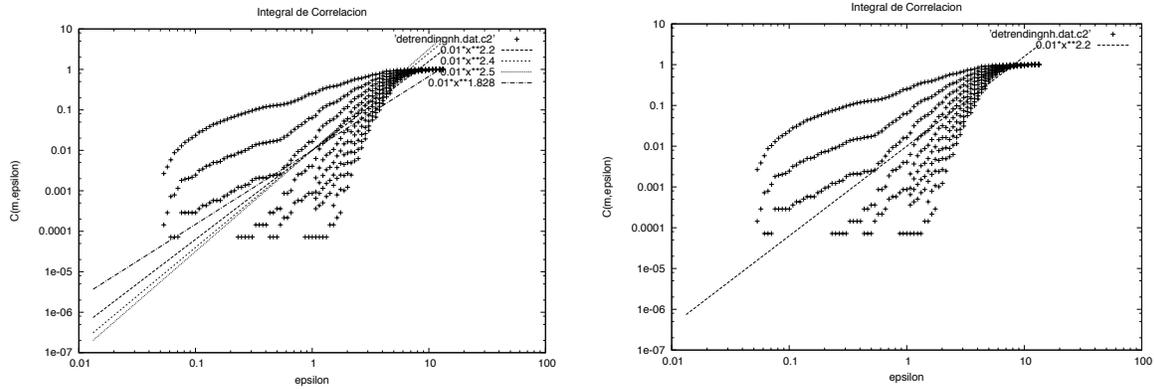


Figura VI.4.12. (Izquierda) pendientes que indican las posibles dimensiones fractales del atractor. (Derecha) la pendiente que abarca la mayoría de las pendientes de la integral de correlación.

Otro de los puntos importantes con respecto al cálculo de la dimensión fractal, es que también podemos usar otro método que nos permite ver la dimensión del atractor y que está asociado con el espectro de los exponentes de Lyapunov, éste es la Dimensión de Kaplan-Yorke, que está dada por:

$$D_{KY} = k + \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{|\lambda_{k+1}|} \quad (41)$$

Donde k es el entero máximo tal que la suma de los k exponentes mayores no es negativa, D_{KY} puede coincidir con la dimensión de información. Al obtener la dimensión fractal con este método se obtuvo un valor de $D_{KY} = 2.26654$, que es muy cercano al que se obtuvo con los otros métodos ($D_{KY} = 2.108585$) y de igual manera ambos son muy parecidos al que se calculó con la integral de correlación.

El método del espectro completo de los exponentes de Lyapunov es implementado en los programas TISEAN y Dataplore. TISEAN a diferencia de Dataplore, no recomienda mucho este método ya que no sólo genera exponentes espurios sino que también tiene varios problemas: asume que existen jacobianos bien definidos y no prueba su relevancia,

cuando los atractores son delgados en el espacio embebido algunos (o todos) los jacobianos locales pueden ser mal estimados. Por lo que todo el producto puede sufrir malas estimaciones y los exponentes son correspondientemente malos. Por tal motivo, aunque para nuestros resultados es muy alentador el haber obtenido valores similares por diferentes métodos es preferible tener ciertas reservas sobre el valor obtenido ocupando el espectro completo de los exponentes de Lyapunov; sin embargo, sirve para apoyar nuestro resultado de la dimensión fractal calculado con la integral de correlación.

Aunque hemos tomado en cuenta todas las advertencias y requisitos al momento de hacer un análisis no lineal a la serie de tiempo, debemos mencionar un último requerimiento que debe cumplirse para saber si podemos obtener una dimensión y los exponentes de Lyapunov a partir de nuestros datos. En un artículo reciente, *Eckmann y Ruelle* [1992] discuten sobre el tamaño del conjunto de datos que se requiere para estimar las dimensiones y los exponentes de Lyapunov. Cuando miden la tasa de divergencia con condiciones iniciales cercanas, requieren un número de vecinos para un punto de referencia dado. Estos vecinos pueden estar en una esfera de radio r , donde r es pequeño con respecto al diámetro (d) del atractor reconstruido. Así:

$$\frac{r}{d} = \rho \ll 1 \quad (42)$$

Eckmann y Ruelle sugieren que ρ debe ser máximo al rededor de 0.1. Además el número de candidatos a vecinos, $\Gamma(r)$, debe ser mucho mayor que uno, tal que:

$$\Gamma(r) \gg 1 \quad (43)$$

Seguido de

$$\Gamma(r) \approx \text{constante} \times r^D \quad (44)$$

Entonces:

$$\Gamma(d) \approx N \quad (45)$$

donde D es la dimensión del atractor y N es el número de puntos o datos. Ocupando las ecuaciones (43)-(45) se obtiene la siguiente relación:

$$\Gamma(r) \approx N \left(\frac{r}{d}\right)^D \gg 1 \quad (46)$$

Finalmente al combinar las ecuaciones (42) y (46) se obtiene el requisito de Eckmann y Ruelle para sacar los exponentes de Lyapunov:

$$\log N > D \log\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (47)$$

Para $\rho = 0.1$ de la ecuación (47) directamente podemos escoger N tal que

$$N > 10^D \quad (48)$$

Nuestra serie de tiempo cumplió con este requisito, proporcionándonos confianza y fiabilidad en los resultados obtenidos con todos los métodos ocupados en este análisis.

La razón fundamental por la que se obtuvo la dimensión del atractor es porque este valor nos dice el número de parámetros o grados de libertad que se necesitan para controlar

la evolución temporal de nuestro sistema en el espacio fase y nos ayuda a saber que tan caótico es nuestro sistema, ya que el exponente de Lyapunov no es un resultado tan concluyente como lo es la dimensión fractal. Los valores obtenidos fueron $m = 4$ para la dimensión de embebimiento y $D_f = 2.2$ para la dimensión fractal. En esta parte podemos corroborar que los resultados sean fiables ya que obedeciendo las leyes de embebimiento debe cumplirse que $m > 2D_f$, pero en el caso de la dimensión de correlación basta con que se cumpla que $m > D_f$ [Sauer y Yorke, 1993; Kantz y Schreiber, 2004].

Finalmente los resultados muestran que la dimensión del atractor está entre 2 y 3, por lo que el número mínimo de ecuaciones o de variables que se necesitan para caracterizar nuestro sistema es de 3, esto concuerda con las tres cosas que mínimo necesitamos para que ocurra un huracán:

1. Que la temperatura superficial del mar sea mayor a 26 °C.
2. Que el cizallamiento del viento sea mínimo.
3. Que exista la fuerza de Coriolis.

Este resultado indica que el sistema es caótico con dimensionalidad baja, el hecho de que sea caótico implica que su nivel de predicción será a muy corto plazo. También nos dice que necesitamos mínimo dos dimensiones para construir la superficie de sección de Poincaré, que es concordante con las dimensiones que se usaron para poder construirlo.

Los cuatro exponentes de Lyapunov calculados con los métodos mostrados en TISEAN y Dataplore dieron respectivamente: 0.09983, -0.07443, -0.23387 y -0.73958 y, 0.10999, -0.04636, -0.23873 y -0.7281; cuya suma tiene el valor de $\sum \lambda_i = -0.9480$ y $\sum \lambda_i = -0.9032$, respectivamente. Nuevamente en esta parte se comprueba que hay un comportamiento caótico puesto que la teoría dice que basta con encontrar al menos un exponente positivo para que nuestro sistema tenga un comportamiento caótico. No obstante de que los resultados obtenidos con ambos métodos son ligeramente diferentes, ambos dan al menos un exponente de Lyapunov positivo. Otra observación que debemos hacer con respecto al espectro de los exponentes de Lyapunov, es el resultado obtenido al sacar la suma, en nuestro caso con ambos métodos se obtuvo un valor negativo, lo cual indica que existe un atractor estable, esto como ya se había mencionado anteriormente, no es fácil de

distinguir en su estructura debido a que se cuenta con pocos datos; por tal motivo decidimos usar un último método que nos ayude a percibir si hay algún comportamiento dinámico complejo. Las series de tiempo cortas, que contienen cientos de observaciones, son típicamente adecuadas para identificar un comportamiento escalado específico que son característicos de sistemas complejos. Durante la última década se ha establecido firmemente que un gran número de sistemas naturales contienen varias componentes interactuando y que tienen propiedades dinámicas estadísticamente similares, independientes de los detalles particulares del sistema. Éste último método se llama análisis de función iterada (IFS), este método es una forma noble de visualizar la estructura fina de las series de tiempo, puede revelar correlaciones en los datos y ayudar a caracterizar su “color” (refiriéndonos al tipo de ruido). En la Figura VI.4.13 se muestran los resultados obtenidos con este método.

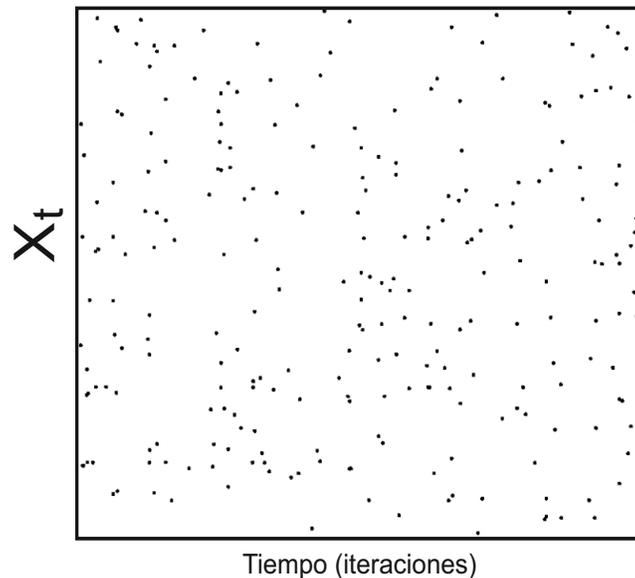


Figura VI.4.13. Prueba IFS aplicada a la serie de tiempo del número de huracanes ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde 1749 a 2012.

De la Figura VI.4.13 podemos observar que los puntos que representan a nuestro sistema ocupan todo el espacio, de acuerdo a esto dicha distribución es una señal de ruido blanco; sin embargo, el exponente de Hurst no fue igual a cero, si no más bien a 0.032, a

parte se descartó ruido blanco con la función de autocorrelación; hasta aquí, la prueba indica que nuestro sistema podría no ser caótico, pero la gráfica puede darnos una segunda interpretación. Por otro lado, el algoritmo de Rosenstein es capaz de diferenciar un comportamiento caótico de uno estocástico, por medio de la gráfica. De acuerdo a *Rosenstein et al.* [1993], si la gráfica es plana entonces el sistema corresponde a un proceso estocástico. Aun cuando se presenten gráficas planas a las que sea posible sacarles su exponente de Lyapunov hay resultados empíricos que pueden usarse para detectar si el sistema no es caótico, esto es, si:

1. La región de escalamiento anómala no es lineal ya que la divergencia de los vecinos falsos no es exponencial.
2. Para sistemas estocásticos, la región de escalamiento anómala se aplanan al incrementar la dimensión de embebimiento [*Rosenstein et al.*, 1993].

Sistemas de dimensión finita exhiben una convergencia una vez que la dimensión de embebimiento es lo suficientemente grande para acomodar la dinámica, en cambio los sistemas estocásticos parecen acomodarse mejor en dimensiones altas.

En nuestro caso la gráfica no resultó plana y tampoco parece aplanarse al aumentar la dimensión de embebimiento, además fue posible obtener una dimensión del atractor y un exponente de Lyapunov positivo en el espectro de los exponentes de Lyapunov. Por otro lado, en el análisis espectral que se hizo con ondículas, Blackman-Tukey, Máxima Entropía y Multi-taper, no presentó señales de ruido en las bandas de frecuencia alta (indicios de caos), de tal manera que no fuera posible detectar señales periódicas. Esta última prueba quizá pueda indicarnos que nuestro sistema no es caótico; o si lo es, debe ser caótico de alta dimensionalidad, aunque en muchas aplicaciones un sistema de alta dimensionalidad puede ser considerado como aleatorio, es decir, de dimensionalidad infinita. *Fraedrich y Leslie* [1989] hacen un estudio sobre las trayectorias de huracanes en la región de Australia y calculan que la dimensionalidad de este proceso parece estar entre 6 y 8, es decir se trata de un proceso caótico de alta dimensionalidad. La dimensionalidad infinita que ellos

encuentran en las trayectorias de los huracanes es muy parecida a la dimensionalidad que sugiere la prueba IFS para nuestro sistema.

Los resultados no son fáciles de interpretar, ya que por un lado podemos decir que nuestro sistema tiene ciertas periodicidades (gracias a los análisis espectrales) que se presentan de manera oscilatoria, pero por el otro tenemos que presentan un comportamiento caótico, ya que al haber realizado la prueba IFS obtuvimos que probablemente la ocurrencia de huracanes en el Golfo de México y Mar Caribe es caótica de alta dimensionalidad. Algo que posiblemente puede estar pasando es que nuestro sistema presentó una frontera en donde se separa el caos del orden, esta frontera es comúnmente conocida como “borde del caos” [Langton, 1990, Miramontes *et al.*, 2001]. Este comportamiento fue reportado por Miramontes *et al.* [2001] al estudiar un grupo de hormigas del género *Leptothorax*, encontrando que al estudiar el comportamiento de las hormigas de forma individual, éstas presentan un comportamiento caótico, pero al agruparlas su comportamiento se vuelve periódico. En nuestro caso el comportamiento caótico se debe probablemente, al aporte de los huracanes de manera individual, es decir por categorías, ya que en los análisis espectrales resulta un comportamiento periódico, el cual probablemente es debido al hecho de analizar los huracanes de manera global, es decir, se encuentran todas las categorías.

CONCLUSIONES

La serie de tiempo del número de huracanes ocurridos en el Golfo de México y Mar Caribe desde el año 1749 hasta el 2012 presentó una tendencia decreciente. Dado que se necesita una temperatura superficial del mar arriba de $26\text{ }^{\circ}\text{C}$ y la manera de obtener dicha temperatura es a través de la absorción de la radiación ultravioleta solar por medio de la capa de ozono, dándonos así las temperaturas adecuadas para la formación de huracanes. Esto nos induce a pensar que hay razones para creer que la ocurrencia de huracanes está relacionada con el ciclo solar. Dentro de nuestro análisis espectral se encontró que la ocurrencia de huracanes tiene relación con varios ciclos solares: el ciclo solar de 4, el de 11, el de 22, el de 30, el de 60 y el de 80 años; así como, parece haber una oscilación de alrededor de 200 años dentro de la cual los periodos podrían repetirse. Con respecto a la coherencia entre las dos series existe una relación tanto inversa como directamente proporcional entre ambos fenómenos, a la vez que también se encontró una relación más compleja de tipo no lineal. Finalmente se calculó el desfase que hay entre las dos series, observando de igual manera un comportamiento de tipo periódico, ya que entre los cuatro contornos se obtuvo al principio un aumento de fase seguido de un decremento, en los dos contornos siguientes se tiene un aumento prolongado y en el último contorno se observa una disminución en la fase seguida de un aumento. Con base a estos resultados fue posible observar un banda de traslape de 6 a 9 años que corresponde al periodo de 8 años que pasa entre el traslape de un ciclo solar a otro, indicando que probablemente sea este traslape entre los ciclos que se da cada 8 años con una duración de 3 años, el responsable en cuanto al ciclo solar se refiere, de que ocurran los huracanes en el Golfo de México y Mar Caribe.

Finalmente, tomando en cuenta los resultados obtenidos al hacer el análisis no lineal, podemos apreciar un comportamiento caótico en nuestro sistema, gracias al uso de los exponentes de Lyapunov y dimensión de correlación entre otros; sin embargo, recordando que el exponente de Hurst indicaba que nuestro fenómeno no seguía un comportamiento caótico y con la finalidad de poder asegurar nuestros resultados, se utilizó

el método IFS en donde se obtuvo un resultado que nos llevó a pensar que tal vez lo que esté pasando es que el sistema presenta un borde caótico.

Los huracanes cobran una gran importancia debido a los efectos que producen en el ecosistema marino, la revisión que se presentó en los antecedentes sobre los efectos que tiene el paso del huracán en el crecimiento de fitoplancton, concuerdan en que hay un aumento significativo en la biomasa fitoplanctónica después del paso del huracán, por lo que tratar de entender su dinámica podría ayudarnos a pronosticar los blooms de fitoplancton, lo cual podría ser de gran ayuda para las actividades pesqueras.

REFERENCIAS

- Aguado, E., y James, E. B. (2004), *Understanding Weather and Climate*, Third Edition, United States of America, Pearson Education, Prentice Hall, 560 p.
- Andrade, C. A. y E. D. Barton (2000). Eddy development and motion in the Caribbean Sea. *J. Geophys. Res.*, 105, 26,191-26,201.
- Ataei, M., A. Khaki-Sedigh, Lohmann, B., y Lucas, C. (2003), Determining embedding dimension from output time series of dynamical systems- Scalar and multiple output cases, *Proceedings of the 2nd International Conference on System Identification and Control Problems, Moscow, Russia*, pp. 1004-1013.
- Babin, S. M., Carton, J. A., Dickey, T. D. (2004), Satellite evidence of hurricane-induced phytoplankton blooms in an oceanic desert, *Geophys. Res.*, 109, C03043. doi: 10.1029/2003JC001938.
- Ballantine D. L. (1984), Hurricane induced mass mortalities to a tropical sutidal algal community and subsequent recoveries, *Mar. Ecol. Prog. Ser.* 20:75-83.
- Benestad, E. R. (2002), *Solar Activity and Earth's Climate*, Second Edition, Germany, Springer, 316 p.
- Briggs, K. (1990), An improved method for estimating Lyapunov exponents of chaotic time-series, *Phys. Lett, A*, 151, 27-32.
- Boccaletti, G., R. Ferrari, A. Adcroft, D. Ferreira, y J. Marshall (2005), The vertical structure of ocean heat transport, *Geophys. Res. Lett.*, 32, L10603. doi: 10.1029/2005GL022474.
- Bouman, H. A., Platt, T., y Sathyendranath, S. (2003), Temperature as indicator of optical properties and community structure of marine phytoplankton: implications for remote sensing *Mar. Ecol. Prog. Ser.*, 258, 19-30.
- Box, G. E. P., y Jenkins, G. M. (1970), *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, Boca Raton, Fla. pp. 81-90.
- Caprioli, D., Amato, E., y Blasi, P. (2010), The contribution of supernova remnants to the galactic cosmic ray spectrum, *Astropart. Phys.*, 33, 160-168.

- Cazelles, B., Chavez, M., Berteaux, D., Ménard, F., Vik, O. J., Jenouvrier, S., y Stenseth, C. N. (2008), Wavelet analysis of ecological timer series, *Oecologia* 156: 287-304.
- Chandler. E. R. & Scott. E. M. (2011), *Statistical Methods for Trend Detection and Analysis*, Wiley, Great Britian, 32 p.
- Chatfield, C. (2003), *The Analysis of Time Series-An Introduction*, Sexta Edición, Chapman y Hall/CRC Press, Boca Raton, Florida, pp. 100-105.
- Chatfield, C. (1984), *The Analysis of Time Series: An introduction*, Chapman and Hall, New York, 89 p.
- Chávez Salcedo, G. (1983), *Elementos de Oceanografía*, Ed. Continental S. A. de C. V.
- Chávez, F. P., Service, S. K., y Buttery, S. E. (1996), Temperature-nitrate relationships in the central and Eastern tropical Pacific, *Geophys. Res.*, 101, 20553-20563.
- Chen, Y. L., Chen, H., Jan, S. (2009), Phytoplankton productivity enhancement and assemblage change in the upstream Kuroshio after typhoons, *Mar. Ecol. Prog. Ser.*, 385, 111-126.
- Chen, C. T., Liu, C., Chuang, W. (2003), Enhanced buoyancy and hence upwelling of subsurface Kuroshio waters after a typhoon in the southern East China sea, *Marine Syst.*, 43, 65-79.
- Chenoweth, M. (2006), A reassessment of historical Atlantic basin tropical cyclones activity, 1700-1855, *Clim. Change*, 76, 169-240. doi:10.1007/s10584-005-9005-2.
- Chi-Sang Poon, y Barahona Mauricio (2001), Titration of chaos with added noise, *PNAS*, 98, 13, 7107-7112.
- Chisholm, S. W. (1992), Phytoplankton size. In Falkowski, P. G. y Woodhead, A. D (eds), *Primary Productivity and Biogeochemical Cycles in the Sea*, Plenum Press, New York, 213-237.
- Chung, C. C., Gong, G. C., y Hung, C. C. (2012), Effect to Typhoon Morakot on microphytoplankton population dynamics in the sub-tropical Northwest Pacific, *Mar. Ecol. Prog. Ser.*, 448, 39-49.
- Cione, J., Black, P., y Houston, S. (2000), Surface observations in the hurricane environment, *Mon. Weather Rev.*, 128, 1550-1561.

- Ciotti, A. M., Cullen, J. J., y Lewis, M. R. (1999), A semi-analytical model of the influence of phytoplankton community structure on the relationship between light attenuation and ocean color, *Geophys. Res.*, 104, 1559-578.
- Ciotti, A. M., Lewis, M. R., y Cullen, J. J. (2002), Assessment of the relationships between dominant cell size in natural phytoplankton communities and the spectral shape of the absorption coefficient, *Limnol. Oceanogr.*, 47, 404-417.
- Cohen, T. J., y Sweetser E. I. (1975), The “spectra” of the solar cycle and data for Atlantic tropical cyclones, *Nature* 256, 295-296.
- Cooray, T. M. J. A. (2008), Applied Time Series Analysis and Forecasting, Alpha Science International, Ltd., Oxford, U. K., 280 p.
- Corral A. (2011), Tropical Cyclones as a Critical Phenomenon, *Physics.ar-ph*, arXiv:1103.4654v1.
- Cover, M. T., y Joy, A. T. (1991), Elements of information Theory, Ed. John Wiley & Sons, Inc. New York, 542 p.
- Cowles, T. J., M. R. Roman, A. L. Gauzens, y N. J. Copley (1987), Short-term changes in the biology of a warm-core ring: Zooplankton biomass and grazing, *Limnol. Oceanogr.*, 32, 653-664.
- Cruz-Palacios, V., van Tussenbroek B.I. (2005), Simulation of hurricane-like disturbances on a Caribbean seagrass bed, *J. Exp. Mar. Biol. Ecol.* 324: 44-60.
- Cryer, D. J., y Kung-Sik. C. (2008), *Time Series Analysis With Applications in R*, Springer, Iowa, 11 p.
- Davis, A., y Yan, X. H. (2004), Hurricane forcing on chlorophyll-*a* concentration off the northeast coast of the U.S., *Geophys. Res. Lett.*, 31, L17304; doi: 10.1029/2004GL020668.
- Di Narzo, F. A. (2013), Analysis of nonlinear time series, *Package “tseriesChaos”*, versión 0.1-13.
- Drazin, P. G. (1992), Nonlinear System, *Cambridge Univ. Press, Cambridge*, U.K.
- Dunn, G. E., y Miller, B. I. (1960), Atlantic Hurricanes, Louisiana State University Press, Baton Rouge, La., 326 pp.
- Eckmann, J. P., y Ruelle, D. (1992), Fundamental limitations for estimating dimensions and Lyapunov exponents in dynamical systems, *Physica D*56, 185-187.

- Eckmann, J-P. Kamphorst, S. Oliffson, Ruelle, D., y Ciliberto, S. (1986), Liapunov exponents from time series, *Phys. Rev., A*, 34(6).
- Eckmann, J. P., y Ruelle, D. (1985), "Ergodic theory of chaos and strange attractors", *Rev. Mod. Phys.*, 53: 617-656.
- Elsner, J. B., y Jagger, T. H. (2008), United States and Caribbean tropical cyclone activity related to the solar cycle, *Geophys. Res. Lett.*, 35, L18705.
- Elsner, J. B., Jagger, T. H., Dickinson, M., y Rowe, D. (2008), Improving multiseason forecasts of North Atlantic hurricane activity, *J. Appl. Meteorol. Climatol.*, 21, 1209-1219.
- Elsner, J. B. (2007), Granger causality and Atlantic hurricanes, *Tellus, Ser., A*, 59, 476-485.
- Emanuel, K. A. (1991), The theory of hurricanes, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 23, 179-196.
- Emanuel, K. A. (2005), Increasing destructiveness of tropical cyclones over the past 30 years, *Nature* 436, 686-688.
- Enriquez, C., Mariño-Tapia, I., Jeronimo, G., y Capurro-Filigrasso, L. (2013), Thermohaline processes in a tropical coastal zone, *Cont. Shelf. Res.* 69, 101-109.
- Fenner D. P., y Elsner, J. B. (1988), Some leeward reefs and corals of Cozumel, México, *Bull. Mar. Sci.* 42: 133-144.
- Fernández-Partagás, J., y Díaz, H. F. (1995a), A reconstruction of historical tropical cyclone frequency in the Atlantic from documentary and other historical sources. Part I, 1851-1870. Boulder Co.: Climate Diagnostic Center, *Environmental Research Laboratories, National Oceanic and Atmospheric Administration*.
- Fernández-Partagás, J., y Díaz, H. F. (1995b), A reconstruction of historical tropical cyclone frequency in the Atlantic from documentary and other historical sources. Part II, 1871-1880. Boulder Co.: Climate Diagnostic Center, *Environmental Research Laboratories, National Oceanic and Atmospheric Administration*.
- Fernández-Partagás, J., y Díaz, H. F. (1996a), Atlantic hurricanes in the second half of the Nineteenth Century, *Bulletin of the American Meteorological Society*, 77:2899-906.
- Fernández-Partagás, J., y Díaz, H. F. (1996b), A reconstruction of historical tropical cyclone frequency in the Atlantic from documentary and other historical sources. Part III, 1881-1890. Boulder Co.: Climate Diagnostic Center, *Environmental Research Laboratories, National Oceanic and Atmospheric Administration*.

- Fernández-Partagás, J., y Díaz, H. F. (1996c), A reconstruction of historical tropical cyclone frequency in the Atlantic from documentary and other historical sources. Part IV, 1891-1900. Boulder Co.: Climate Diagnostic Center, *Environmental Research Laboratories, National Oceanic and Atmospheric Administration*.
- Fernández-Partagás, J., y Díaz, H. F. (1997), A reconstruction of historical tropical cyclone frequency in the Atlantic from documentary and other historical sources. Part V, 1901-1908. Boulder Co.: Climate Diagnostic Center, *Environmental Research Laboratories, National Oceanic and Atmospheric Administration*.
- Fernández-Partagás, J., y Díaz, H. F. (1999), A reconstruction of historical tropical cyclone frequency in the Atlantic from documentary and other historical sources. Part VI, 1909-1910. Boulder Co.: Climate Diagnostic Center, *Environmental Research Laboratories, National Oceanic and Atmospheric Administration*.
- Fisher, E. L. (1957), Hurricane and the sea surface temperature field. The Exchange of energy between the sea and the atmosphere in relation with hurricane behaviour, National Hurricane Research Program, Report No. 8, Parts I and II.
- Fitzpatrick, P. J. (1999), Natural Disasters: Hurricanes. ABC-CLIO, Santa Barbara, CA, 286 p.
- Fogel, M. L., Aguilar, C., Cuhel, R. (1999), Biological and isotopic changes in coastal waters induced by Hurricane Gordon, *Limnol. Oceanogr.*, 44, 1359-1369.
- Fraedrich, K., y Leslie. M. (1989), Estimates of cyclone track predictability I: Tropical cyclones in the Australian region, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 115, 79-92.
- Fraser, A, M., y Swinney, H, L. (1986), Independent coordinates for strange attractors from mutual information, *Phys. Rev.*, A 33, 1134.
- Fuentes-Yaco, C., J.E. Valdez-Holguín, E. Devred, T. Platt, S. Sathyendranath, J. Halfar, L. Godinez Orta, y J.M. Borges (2007). Teledección del impacto del Huracán Ignacio (2003) en el Pacífico Tropical Oriental. Cap. 19: 279-292, In: B. Hernández de la Torre y G. Gaxiola Castro (eds.), *Carbono en Ecosistemas Acuáticos de México*, Instituto Nacional de Ecología and CICESE, México.
- Garrison, T. (2010), *Oceanography an invitation to marine science*, Brooks/Cole Cengage Learning, Seventh Edition.

- Gentry, R. C., PI. L. Moore y Marshall, A. M. (1950), Hoist hurricane warnings. *Wather Vane Pub.*, Miami.
- Ghil, M., Allen, M. R., Dettinger, M. D., Ide, K., Kondrashov, D., Mann, M. E., Robertson, A. R., Saunders, A., Tian, Y., Varadi, F., y Yiou P. (2002), Advanced Spectral Methods for Climatic Time Series, *Rev. Geophys.*, 40, 1-16, doi: 10.1029/2000RG000092.
- Gierach, M. M., Subrahmanyam, S., Samuelsen, A., y Ueyoshi (2009), Hurricane-driven alteration in plankton community size structure in the Gulf of Mexico: A modeling study, *Geophys. Res. Lett.*, 36, L07604. doi: 10.1029/2009GL037414.
- Goldthwait, S. A., y D. K. Steinberg (2008), Elevated biomass of mesozooplankton and enhanced fecal pellet flux in cyclonic and mode-water eddies in the Sargasso Sea, *Deep Sea Res., Part II*, 55, 1360-1377.
- Grassberger, P., y Itamal P. (1983), "Characterization of strange attractors", *Phys. Rev. Lett.*, 50, 346 - 349.
- Gray, W. (1979), Hurricanes: Their formation, structure and likely role in the tropical circulation. Meteorology over the Tropical Ocean. D. B. Shaw (ed), *Roy Meteorol. Soc.*, 231 p.
- Gray, W. (1993), Regional meteorology and hurricanes. Climatic change in the Inter-American Sea. G. A. Maul (ed), UNEP, Edward Arnold, London, 87-99.
- Gutiérrez. H. E. (2008), Estudio de geometría fractal en roca fracturada y series de tiempo, (Tesis de maestría), Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería Civil, Santiago de Chile, Chile, pp. 29-37.
- Hagen, B, A., Strahan-Sakoskie, D., Luckett, C. (2011), A Reanalysis of the 1944-53 Atlantic Hurricane Seasons-The First Decade of Aircraft Reconnaissance, *J. climate*, 25, 4441-4460.
- Haken, H. (ed)., (1981), Chaos and Order in Nature, Springer-Verlag, Berlín Heidelberg, pp. 2-11.
- Havens, E. K., Beaver, R. J., Casamatta, A. D., East, L. T., James, T. R., McCormick, P., Philips, J. E., y Rodusky, J. A. (2011), Hurricane effects on the planktonic food web of a large subtropical lake, *J. Plankton Res.*, 33, 7, 1081-1094.

- Hegger, R. Kantz, H., y Schreiber, T. (1999), Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package, *Chaos: An Int. J. Nonlinear Sci.*, 9, 413 p.
- Held, I. M. (2001), The partitioning of the poleward energy transport between the tropical ocean and atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, 58, 943-948.
- Helland-Hansen, B., y Nansen, F. (1920), Temperature Variations in the North Atlantic Ocean and in the Atmosphere, Smithsonian Institute, *Smithsonian miscellaneous collections*, 70, 4, 408 p.
- Herbland, A., y Voituriez, B. (1979), Hydrological structure analysis for estimating the primary production in the tropical Atlantic Ocean, *J. Mar. Res.*, 37, 87-101.
- Hernández O. A. (2008), Condiciones Océánicas Superficiales Asociadas a la Intensificación de Ciclones Tropicales en los mares Intra-Americanos, M. Sc, Tesis, 101 pp, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Unidad Altamira, México.
- Hodges, R. E., y Elsner, J. B. (2011), Evidence linking solar variability with US hurricanes, *Int. J. Clim.*, 31, 1897-1907.
- Holland, G. J. (1997), The maximum potential intensity of tropical cyclones, *J. Atmos. Sci.*, 54, 2519-2541.
- Holliday, C. R., y Thompson, A. H. (1979), Climatological characteristics of rapidly intensifying typhoons. *Mon. Wea. Rev.*, 107, 1022-1034.
- Horne, E. P. W., Loder, J. W., Harrison, W. G. (1989), Nitrate supply and demand at the Georges Bank tidal front. In Ros, J. D. (ed), *Topics in Marine Biology. Sci. Marina*, 53, 145-158.
- Hoyt, D.V., Schatten, K. H. (1997), The role of the sun in climate change, Contribution of Working Group 1 to the Fourth Assessment Report, The Physical Science Basis, Oxford University Press, Oxford, pp. 1-279.
- Hubbard, B. B. (1996), The World According to Wavelets, The Story of a Mathematical Technique in the Making, A. K. Peters, Wellesley, Massachusetts, pp. 1-264.
- Ifeachor, E. C., y Jervis, B. W. (1993), Digital Signal Processing, A Practical Approach, Addison-Wesley, Harlow, pp. 1-760.
- James, B. E., y Kara, A. B. (1999), Hurricanes of the North Atlantic, Oxford University Press, New York, Oxford, 488 p.

- Jansen, M., Ferrari, R. (2009), Impact of the latitudinal distribution of tropical cyclones on ocean heat transport, *Geophys. Res. Lett.*, 36, 1-5.
- Jelesnianski, C. P. (1993), The habitation layer. In Global guide to tropical cyclone forecasting, edited by G. J., Holland. Technical Document WMO/TC-No. 560, Report No. TCP-31, Geneva: *World Meteorological Organization*.
- Jenkins, J. M., y Watts, D. G. (1968), Spectral Analysis and its Applications, Holden-Day, San Francisco.
- Fan, J., y Yao, Q. (2002), Nonlinear Time Series: Nonparametric and Parametric Methods, United States of America, Ed. Springer, 551 p.
- Jih-Wang, W., Han, W., y Srivier, R. L. (2012), Impact of tropical cyclones on the ocean heat budget in the Bay of Begenal during 1999: 1. Model configuration and evaluation, *J. Geophys. Res.*, 117, C09020. doi:10.1029/2012JC008372,2012.
- Jordán-Dahlgren, E., Rodríguez-Martínez, R. E. (2003), The Atlantic coral reefs of Mexico. In Cortés J., Ed. Latin American Coral Reefs. *Elsevier*, Amsterdam, pp. 131-158.
- Kantz, H. G. R., y Yang, H. (2013), The problem of spurious Lyapunov exponents in time series analysis and its solution by covariant Lyapunov vectors, *J. Phys. A: Mathematical and Theoretical*, 46, 254009(24 p).
- Kantz, H., y Schreiber, T. (2004), Nonlinear Time Series Analysis. Cambridge University Press, pp. 30-206.
- Kantz, H. (1994), A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series, *Phys. Lett., A*, 185, 77.
- Kay, S. M. (1988), Modern Spectral Analysis: Theory and Applications, Prentice-Hall, Old Tappan, N. J., 543 p.
- Kennel, M. B., Brown, R., y Abarbanel, H. D. I. (1992), Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction, *Phys. Rev., A*, 45, 6, 3403-3411.
- Khain, A. P. Y Sutyryn, G. G. (1983), Los Ciclones Tropicales y su Interacción con el Océano. *Guidrometeoizdat*, Leningrado, 271 p. (En ruso).
- Khromov, S. P. (1964), Meteorologiya i klimatologiya dlya geograficheskikh fakul'tetov (Meteorology and Climatology for Geography Faculties), Leningrad, 499 p.

- Koch, J., McKinley, A. G., Bennington, V., Ullman, D. (2009), Do hurricanes cause significant interannual variability in the air-sea CO₂ flux of the subtropical North Atlantic?, *Geophys. Res. Lett.*, 36, L07606. doi: 10.1029/2009GL037553.
- Kuiper, G. P. (1953), *The Sun*, Quarter Edition, University of Chicago Press, Chicago, 337 p.
- Lane, F. W. (1966), *The Elements Rage*, London, 279 p.
- Langton, C. G. (1990), Computation at the edge of chaos: Phase transitions and emergent computation, *Physica D*42, 12-37.
- Lin, I., Liu, W. T., Wu, C. C. (2003), New evidence for enhanced ocean primary production triggered by tropical cyclone, *Geophys Res. Lett.*, 30, 1718, doi: 10.1029/2003GL017141.
- Liu, K.-b., y Richard. J. M. (2004), *Hurricanes and Typhoons: past, present, and future*, Columbia University Press, New York, 462 p.
- Liu, K.-b., y M. L. Fearn (2000b), Reconstruction of prehistoric landfall frequencies of catastrophic hurricanes in northwestern Florida from lake sediment records, *Quatern. Res.*, 54: 238-45.
- Liu, P. C. (1994), Wavelet spectrum analysis and ocean wind waves. In: *Wavelets in Geophysics*. Academic Press, London, pp. 151-66.
- Ludlum, D. M. (1963), Early American Hurricanes 1492-1870, *Amer. Meter. Soc.*, Boston, 198 p.
- Lugo-Fernández, A., Gravois, M. (2010), Understanding impacts of tropical storms and hurricanes on submerged bank reefs and coral communities in the northwestern Gulf of Mexico, *Cont. Shelf Res.*, 30:1226-1240.
- Luo, X. (2004), *Characterising Nonlinear Determinism From Experimental Time Series Data*. The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, 96 p.
- Macdonald, A. M., y Wunsch, C. (1996), An estimate of global ocean circulation and heat fluxes, *Nature* 382, 436-39, doi:10.1038/364701a0.
- Mallat, S. (1998), *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press, London, pp. 1-577.

- Malone, T., Pike, S., y Conley, D. (1993), Transient variations in phytoplankton productivity at the JGOFS Bermuda time series station, *Deep Sea Res., Part I*, 40, 903-924.
- Margalef, R. (1978), Life-forms of phytoplankton as survival alternatives in an unstable environment, *Oceano. Acta*, 1, 493-509.
- McCue, L., y Troesch, A. (2011), Use of Lyapunov Exponents to Predict Chaotic Vessel Motions, *J. Fluid Mech.*, 96, doi: 10.1007/978-04-007-1482-3_23.
- Medio, A. (1992), Chaotic Dynamics. Theory and Applications to Economics. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 1-344.
- Mendoza, B. (2011), The Effects of Space Weather on Hurricane Activity, Recent Hurricane Research-Climate, Dynamics, and Societal Impacts, InTech, China, pp. 85-110.
- Mendoza, B., y Pazos, M. (2009), A 22-yrs Hurricane Cycle and its Relation to Geomagnetic Activity, *J. Atm. Solar-Terr. Phys.*
- Meyers. S. D., Kelly, B. G., O'Briell, J. J. (1993), An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology with application to the dispersion of Yanai waves, *Mon Weather Rev*, 121:2858-2866.
- Millás, J. C. (1968), Hurricanes of the Caribbean and adjacent regions, 1492-1800, Academy of the Arts and Sciences of the Americas, Miami, Florida, 328 p.
- Miramontes. O., Sole. V, R., y Goodwin. B. C. (2001), Neural networks as source of chaotic motor activity in ants and how complexity develops at the social scale, *IJBC*, 11, 6, 1655-1664.
- Miramontes, O., y Rohani. P. (1998), Intrinsically generated coloured noise in laboratory insect populations, *R. Soc.*, 265, 785-792.
- Mitrani-Arenal, I., Díaz-Rodríguez, O, O. (2004), Relationship between the thermal vertical structure of Cuban waters and tropical cyclone activity, *Cienc. Mar.*, 30(2), 335-341.
- Monreal-Gómez, M. A., y Salas-de-León, D. A. (1997), Contribuciones a la oceanografía física en México, *Monografía N0. 3, UGM*, 183-199.
- Mumby, P. J., Foster, N. L., Gynn Fahy, E. A. (2005), Patch dynamics of coral reef macroalgae under chronic and acute disturbance, *Coral Reefs* 24: 681-692.

- Murnane, R. J., C. Barton, E. Collins, J. Donnelly, J. B. Elsner, K. Emanuel, I. Ginis, S. Howard, C. Landsea, Liu, K-b., Malmquist, D., M. McKay, A. Michaels, N. Nelson, J. O'Brien, D. Scott, y T. Webb III (2000), Model estimates hurricane wind speed probabilities. *EOS, AGU*, 81: 433-38.
- Nalivkin, D. V. (1986), Hurricanes, Storms and Tornadoes, A. A. Balkema/Rotterdam, Russian Translations Series, Russia, pp. 1-115.
- Neumann, C. J., Jarvinen, B. R., McAdie, C. J., y Hammer, G. R. (1999), Tropical Cyclones of the North Atlantic Ocean, 1871-1999, NOAA/NWS/NESDIS, *Historical Climatology Series*, 6-2, 206 p.
- Paerl, W. H., Valdes, M. L., Joyner, R. A., Peierls, L. B., Piehler, F. M., Riggs, R. S., Christian, R. R., Eby, A. L., Crowder, B. L., Ramus, S. J., Clesceri, J. E., Buzzeli, P. C., y Luettich Jr. A. R. (2006), Ecological Response to Hurricane Events in the Pamlico Sound System, North Carolina, and Implications for Assessment and Management in a Regimen of Increased Frequency, *Est. Coast.*, 29, 6a, 1033-1045.
- Palmen, E. H. (1948), On the formation and structure of tropical cyclones, *Geophysica* 3, 26-38.
- Palus, M., y Novotna, D. (1999), *Phys. Rev. Lett. A*, 178, 385-394.
- Park, J. (1992), Envelope estimation for quasi-periodic geophysical signals in noise: A multitaper approach, In *Statistics in the Environmental and Earth Science*, edited by A. T. Walden and P. Guttorp, 189-219, Edward Arnold, London.
- Penland, C., Ghil, M., y Weickmann, K. (1991), Adaptive filtering and maximum entropy spectra, with application to changes in atmospheric angular momentum, *J. Geophys. Res.*, 96 22, 659-22, 671.
- Percival, D. B., y Walden, A. T. (1993), *Spectral Analysis for Physical Applications. Multitaper and Conventional Univariate Techniques*, Cambridge University Press, Cambridge, 583 p.
- Pérez-Peraza, J., Velasco, V., y Kavlakov, S. (2008), Wavelet coherence analysis of atlantic hurricanes and cosmic rays, *Geofis. Int.*, 47, 3, 231-244.
- Perlotch, I. (1967), Hurricane behaviour as related to oceanographic environmental conditions, *Tellus*, 14(4): 403-408.

- Perry, A. H., y Walker, J. M. (1977), The ocean-atmosphere system, London and New York, Longman, 160 p.
- Peter. E. L., y Yasser. R. (2009), Mutual Information, *Scholarpedia*, 4(1):1658.
- Phillips, J. H. (1992), Guide to the Sun, Cambridge University Press, Cambridge, 386 p.
- Platt, T, H. Bouman, E, Devred, Fuentes-Yaco, C., y Sathyendranath, S. (2005), Physical forcing and phytoplankton distributions, *Sci. Mar.*, 69(1), 55-73.
- Poey, A. (1873), Sur les rapports entre les taches solaires et les ourages des Antilles de l'Atlantique-nord et de l'Ocean Indien sud, *Comptes Rendus* 77: 1223-1226.
- Poey, A. (1862), Table chronologique de quatre cents cyclones, Paris: Dupont.
- Poey, A. (1855), A chronological table comprising 400 cyclonic hurricanes which have occurred in the West Indies and in the North Atlantic within 362 years, from 1493-1855, *J. R Geograph. Soc.*, 25: 291-328.
- Preen AR, Lee Long WT, Coles R. G. (1995), Flood and cyclone related loss, and partial recovery of more than 1000 km² of seagrass in Hervey Bay, Queensland, Australia, *Aquat. Bot.*, 52: 3-17.
- Price, J. F. (1981), Upper ocean response to a hurricane, *Phys, Oceanogr.*, 11, 153-175.
- Priestley, M. B. (1981), Spectral Analysis and Time Series, Academic Press, London, pp. 1-890.
- Proakis, J. G., Manolaquis, D. G. (1996), Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications, Prentice Hall.
- Provenzale, A. L. Smith, R. A., y Murante, G., (1992), Distiguishing between low-dimensional dynamics and randomness in measured time series, *Physica D* 58, 31p.
- Quintero. D. O., y Ruíz. D. J. (2011), Estimación del Exponente de Hurst y la Dimensión Fractal de una Superficie Topográfica a través de la Extracción de Perfiles, *Geomática*, 5, 84-91.
- Rigney, D. R, Goldberger, A. L, Ocasio, W, Ichimaru, Y, Moody, G. B., y Mark, R. (1993), Multi-channel physiological data: Description and analysis (Data set B), *Time Series Prediction: Forecasting the future and understanding the past SFI Studies in the Sciencies of Complexity, Proc, XV*, Addison-Wesley, Reading, MA.
- Rodríguez, J., Tintore, J., Allen, J. T. (2001), Mesoscale vertical motion and the size structure of phytoplankton in the ocean, *Nature* 410, 360-363.

- Roja Nieto, R., Chiapa Carrara, X., Sheppard D, C. (2012), Effects of hurricanes on the stability of reef-associated landscapes, *Cienc. Mar.*, 38 (1A), 47-55.
- Roland, K. (2000), *Wavelets in Geosciences*, Germany, Springer, 90, 251p.
- Rosenstein, M. T., Collins, J. J., y De Luca, C. J. (1993), A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets, *Physica D*65, 117-134.
- Roth, D. M. (1997a), Louisiana Hurricane History. National Weather Service, Lake Charles, Louisiana, hyperlink "<http://www.srh.noaa.gov/lch/research/lahur.htm>".
- Roth, D. M. (1997b), Texas Hurricane History. National Weather Service, Lake Charles, Louisiana, hyperlink "<http://www.srh.noaa.gov/lch/research/txhur.htm>".
- Sano, M., y Sawada, Y. (1985), Measurement of Lyapunov Spectrum from a Chaotic Time Series, *Phys. Rev. Lett.*, 55(10).
- Schuster, A. (1898), On the investigation of hidden periodicities with application to a supposed 26-day period of meteorological phenomenon, *Terr. Mag. Atmos. Elect.*, 3: 13-41
- Shay, L. K. y Elsberry, R. L. (1987), Near-inertial ocean current response to Hurricane Frederick, *J. Phys. Oceanogr.*, 17, 1249-1269.
- Shannon, C. E. (1949), Communication in the Presence of Noise, *Proceed. of the IRE*, 37,1, 10-21.
- Shuleikyn, V. V. (1978), Cálculo del desarrollo, movimiento y amortiguamiento de los ciclones tropicales y de las ondas principales que generan los huracanes. *Guidormeteoizdat*, Leningrado 95 p. (En ruso).
- Simpson, R. H., y Riehl, H. (1980), *The hurricane and its Impact*, 1st ed, Louisiana State University Press, pp. 45-96.
- Son, S., Platt, T., Bouman, H. (2006), Satellite observations of biomass and nutrients increase induced by Typhoon, Megi, *Geophys. Res. Lett.*, 33, L05607. doi: 10.1029/2005GL025065.
- Son, S., T. Platt, C. Fuentes-Yaco, H. Bouman, E. Devred, Y. Wu, y Sathyendranath, S. (2007), Possible biogeochemical response to the passage of Hurricane Fabian observed by satellites, *J. Plankton Res.*, 29, 687-697.
- Spalding, M. Ravilious, C., y Green, E. 2001. *World Atlas of Coral Reefs*. University of California Press, Berkeley, USA. 424 p.

- Spleian, S. (1978), Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty, The discrete case, *Bell. Am. Math. Soc.*, 73, 199-206.
- Sprott, J. C. (2003), *Chaos and Time-Series Analysis*, Oxford University Press, Oxford, pp. 123-145.
- Sriver, R. L., y Huber, M. (2007), Observational evidence for an ocean heat pump induced by tropical cyclones, *Nature* 447, 557-580, doi: 10.101038/nature05785.
- Sriver, R. L., M. Huber, y Nusbaumer, J. (2008), Investigating tropical cyclone-climate feedbacks using the TRMM Microwave Imager and the Quick Scatterometer, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 9, Q09V11. doi: 10.1029/2007GC001842.
- Stewart, I. (1990), *Does God Play Dice? The New Mathematics of Chaos*, Penguin, London, pp. 1-317.
- Subrahmanyam, B., Rao, K. H., Rao, N. S. (2002), Influence of a tropical cyclone on chlorophyll-*a* concentration in the Arabian Sea. *Geophys. Res. Lett.*, 29, 2065, doi: 10.1029/2002GL015892.
- Sugihara, G., y May, R. M. (1990), Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series, *Nature (London)*, 344, 734-741.
- Tápanes, J. J., y González-Coya, F. (1980), Hidrometeorología del Golfo de México y Banco de Campeche. *Geofis. Int.*, 19(4), 335-354.
- Theiler, J., Eubank, S., Longtin, A., Galdrikian, B., y Farmer, J. D. (1992), Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data, *Physica D* 58, 77. Reprinted in [Ott *et al.* (1994)].
- Theiler, J., Eubank, S., Longtin, A., Galdrikian, B., y Farmer, J. D. (1992a), Using surrogate data to detect nonlinearity in time series, In [Casdagli & Eubank (1992)].
- Theiler, J., (1986), Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time series data, *Phys. Rev.*, A, 34, 2427.
- Thomas, J. H., y Weiss, N. O. (1992), Sunspot: Theory and Observation (*Series C: Mathematical and Phys. Sci.*, 375, pp. 3-60) Kluwer, Dordrecht, The Netherlands.
- Thompson, J. M. T., y Stewart, H. B. (1986), *Nonlinear dynamics and chaos: geometrical methods for engineers and scientists*, John Wiley, New York, 225 p.
- Thomson, D. J. (1990), Quadratic-inverse spectrum estimates: Applications to palaeoclimatology, *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. B*, 332, 539-597.

- Thomson, D. J. (1982), Spectrum estimation and harmonic analysis, *Proc. IEEE*, 70, 1055-1096.
- Torrence, C., y Compo, G. P. (1998), A Practical Guide to Wavelet Analysis, Program in Atmospheric and Oceanic Sciences, University of Colorado, Colorado, *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79, 1, 61-78.
- Trenberth, K. (2005), Uncertainty in hurricanes and global warming, *Science* 308, 1753-1754.
- Tsuchiya, K., Kuwahara, S. V., Yoshiki, T., Nakajima, R., Miyaguchi, H., Kumekawa, N., Kikuchi, T., y Tatsuki, T. (2014), Phytoplankton community response and succession in relation to typhoon passages in the coastal waters of Japan, *J. Plankton Res.*, 36(2), 424-438.
- Valencia Gallego, J. P. (2010), Aplicación de la teoría de caos para el análisis y pronóstico de series de tiempo financieras en Colombia, tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Colombia, 67 p.
- Van Loo, H., y Labitzke, K. (2000), The influence of the 11-year solar cycle on the stratosphere below 30 Km: A review, *Space Sci. Rev.*, 94, 259-279.
- Van Loo, H., y Shea, D. J. (2000), The global 11-year solar signal in July-August, *Geophys. Res. Lett.*, 27, 2965-2968.
- Vautard, R., Yiou, P., y Ghil, M. (1992), Singular spectrum analysis: A toolkit for short noisy chaotic signals, *Physica D*58, 95-126.
- Vautard, R., y Ghil, M. (1989), Singular spectrum analysis in nonlinear dynamics, with applications to paleoclimatic time series, *Physica D*35, 395-424.
- Velasco, V. M., Mendoza, B., Valdes-Galicia, J. F. (2008), The 120-yr solar cycle of the cosmogenic isotopic, *Proceedings of the 30th International Cosmic Ray Conference*, 1, 553-556.
- Wayne, A. Woodward, Henry, L. Gray, y Alan, C. Elliott (2012), Applied Time Series Analysis, Ed. CRC Press Taylor & Francis Group, 538 p.
- Webster, P. J., G. J Holland, J. A. Curry, y Chang, H. R. (2005), Changes in tropical cyclone number, duration, and intensity in a warming environment, *Science* 309, 1844-1846.

- Weedon, G. P. (2003), *Time-Series Analysis and Cyclostratigraphy: examining stratigraphic records of environmental cycles*, Cambridge University, Cambridge, pp. 48-259.
- Wendland, W. M. (1997), Tropical storm frequencies related to sea surface temperatures, *J. Appl. Meteor.*, 16, 477-481.
- Williams, G.P. (1997), *Chaos Theory Tadem*, National Academy Press, Washington, pp. 1-499.
- WMO, World Meteorological Organization (1995), *Global perspective on tropical cyclones*. WMO/TD No. 693, Geneva, Switzerland, 289 p.
- Wolf, A. (1986), Quantifying Chaos with Lyapunov Exponents, In: Chap. 13, *Chaos*, Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., y Vastano, J. A. (1985), Determining Lyapunov exponents from a time series, *Physica D*16, 285.
- Wunsch, C. (2007), The past and future ocean circulation from a contemporary perspective, In *Ocean Circulation: Mechanisms and Impacts*, *Geophys. Monogr. Ser.*, 173, edited by A. Schmittner, J. Chiang, and S. Hemming, 53-74, AGU, Washington, D. C.
- Yebra, L., C. Almeida, y Hernández-León, S. (2005), Vertical distribution of zooplankton and active flux across an anticyclonic Eddy in the Canary Island waters, *Deep Sea Res., Part I*, 52, 69-83.
- Yentsch, C. S., y Phinney, D. A. (1989), A bridge between ocean optics and microbial ecology, *Limnol. Oceanogr.*, 34, 1694-1705.
- Yiou, P., Baert, E., and Loutre, F. M. (1996), Spectral Analysis of Climate Data, *Geophys.*, 17, 619-663.
- Zerefos, C. S., K. Tourpali, I. S. A. Isaksen, y C. J. E. Schuurmans (2001), Long term solar induced variations in total ozone, stratospheric temperatures and the tropopause, *Adv. Space Res.*, 27, 1943-1948.

Esta tesis sigue las normas editoriales de la revista *Geophysical Research Letters*.