UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

EL MÉTODO HISTÓRICO CULTURAL DE VIGOTSKY Y LA TEORÍA DE LA ACTIVIDAD DE LEONTIEV EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA PROBABILIDAD Y LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL EN EL CCH

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

A C T U A R Í A

P R E S E N T A:

XOCHITL CASTILLEJOS RODRÍGUEZ

TUTOR:
M. EN C. JORGE GÓMEZ ARIAS

2015

Ciudad Universitaria, D. F.

1. Datos del alumno
Castillejos
Rodríguez
Xochitl
53 09 09 08
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Actuaría
098135053

2. Datos del tutor
M en C
Jorge
Gómez
Arias

3. Datos del sinodal 1
Dra
Ruth Selene
Fuentes
García

4. Datos del sinodal 2
Act
Francisco
Sánchez
Villarreal

5. Datos del sinodal 3
Act
Erick
Mier
Moreno

6. Datos del sinodal 4
Mat
Martha Alicia
Reyes
Martínez

7. Datos del trabajo escrito
El Método Histórico Cultural de Vigotsky y la Teoría de la Actividad de Leontiev en el aprendizaje significativo de la probabilidad y la estadística inferencial en el CCH
140 p
2015

“DIME Y LO OLVIDO,
ENSÉÑAME Y LO RECUERDO,
INVOLÚCRAME Y LO APRENDO”

Benjamín Franklin

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Autónoma de México por darme cabida durante el bachillerato y la licenciatura aportándome los conocimientos indispensables para llevar una vida personal y profesional satisfactoria.

A mi tutor, el Dr. Jorge Gómez Arias por todo el apoyo, aportaciones, orientaciones y observaciones para la realización del presente trabajo y por ser parte de mi crecimiento académico.

A mis sinodales: Dra. Ruth Selene Fuentes García, Act. Francisco Sánchez Villarreal, Act. Erick Mier Moreno y Mat. Martha Alicia Reyes Martínez por su colaboración y observaciones en el presente proyecto.

DEDICATORIAS

A mi padre Javier Castillejos y a mi madre Eduviges Rodríguez, por el apoyo incondicional y constante a lo largo de mi camino y en la realización de mi vida académica y profesional.

A mis hermanos Francisco y Edgar por hacerme aportaciones que me han servido en el transcurso del camino.

A mis amigas y amigos que me han ayudado a creer en mis capacidades y me han empujado a satisfacer quehaceres personales, académicos y profesionales y en general por hacerme crecer como ser humano.

A mis profesores y compañeros que compartí las aulas en diversos niveles educativos y que fueron parte de mi desarrollo intelectual, académico y social.

A mis alumnos que me han hecho la vida mucho más llevadera, me han enseñado a desarrollar muchas cosas: paciencia, tolerancia, disciplina, responsabilidad, creatividad, etc. En fin, gracias por toda esa motivación que me ha hecho continuar con la docencia y que ahora tiene como resultado el presente trabajo.

A mí misma como prueba y recordatorio de que con esfuerzo y constancia las cosas se pueden lograr y que aunque se demoren nunca es tarde para completar las tareas con las que nos enfrentamos en el camino.

Xochitl Castillejos Rodríguez

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Para que el aprendizaje de las matemáticas sea completo, debe ser significativo para el alumno, entendiendo que no se quedará al nivel de la aplicación de algoritmos o la memorización de fórmulas, tampoco será partiendo de los significados abstractos de los conceptos ya formalizados en la disciplina; por el contrario, el aprendizaje debe ser un proceso metodológico, lógico, didáctico, que comience con los sentidos personales, empíricos, que ellos ya traen de los conceptos u objetos matemáticos que van a aprender, con lo que se incrementará y se logrará madurar sus capacidades psíquicas como son la atención voluntaria, el razonamiento, la memoria lógica, entre otras.

El profesor debe conocer y desenvolverse en principio a través del lenguaje de los alumnos para desarrollar el pensamiento en el nivel justo que ellos requieren y uno de los primeros objetivos del profesor debe ser el de crear motivos para el aprendizaje significativo de los estudiantes, que en nuestro caso es para el aprendizaje de la estadística y la probabilidad.

Para lograrlo es importante partir de problemas o cuestiones que estén dentro del contexto del alumno y con ello estimular sus sentidos personales, su intuición, así como su imaginación crítica, en síntesis su actividad creadora.

De forma auxiliar es recomendable utilizar esquemas o alguna otra herramienta visual, ya que su uso será una ventaja en el camino por obtener los significados. Otro aspecto importante es el constante control del profesor hacia sus alumnos de la actividad que se realiza, prestando mucha atención a sus dudas, inquietudes y aportarles sugerencias u orientaciones oportunas.

Así, con el diseño y planificación eficaz de la actividad, con la adecuada orientación que dé el profesor(a) a sus alumnos, ellos deben realizar con éxito la actividad, dar soluciones correctas a los problemas o a las acciones que se les demandan en la actividad, con lo cual ellos estarán generando motivos para su aprendizaje, serán capaces de incrementar sus capacidades de abstracción, generalización, con lo cual irán desarrollando su conciencia del potencial de su propio aprendizaje; todo esto tiene como condición necesaria que el *aprendizaje sea significativo* y no sólo una mera mecanización de los procedimientos.

Para que los alumnos en las materias de Estadística y Probabilidad I y II puedan alcanzar dicho aprendizaje significativo, se ha diseñado la actividad “El Juego de Chicos y Grandes”, con el objetivo de que desarrollen los *sentidos personales* de los conceptos básicos de ambas materias, es decir de la estadística descriptiva, la probabilidad y la estadística inferencial, esto les allanará el camino para adquirirlos como *significados teóricos objetivos* en el momento de su desarrollo en el salón de clases. Para lo cual se comienza con la vía metodológica empírica-subjetiva, después se pasa en forma mezclada a la empírica-teórica y subjetiva-objetiva y así concluir con la teórica-objetiva.

Es decir, se comienza la primera acción de esta actividad con elementos propios de la experiencia del alumno obteniendo, directamente de la fuente de información, datos que dependen totalmente del azar y se pide que ellos analicen la información en relación con los objetos utilizado en el experimento y sin darles ninguna pista u observación.

En la segunda acción se les pide que realicen el análisis, pero ahora con base en el planteamiento de una *hipótesis* a la que se le denomina *teórica*: se desarrolla un modelo que no es posible en la realidad por lo que se tipifica como modelo teórico de la información y se construye una situación real que esté lo más próximo al modelo teórico, y así con elementos de estadística descriptiva se pide que realicen el mismo análisis de los datos, con lo cual ellos estarán trabajando con elementos empírico-teóricos y subjetivo-objetivos mezclados.

En la tercera y última acción, enfocada a la estadística inferencial, se tipifican a los datos como muestras aleatorias y al modelo teórico como población y diferenciando las medidas descriptivas entre estadísticos y parámetros se llegan a conclusiones totalmente objetivas y teóricas.

Esta organización de los significados que son objeto del aprendizaje, los llevará a los conceptos básicos para la Unidad I: Estadística Descriptiva, que servirán también para la Teoría de la Probabilidad y la Estadística Inferencial, temas posteriores dentro de los dos Programas de Estudios.

Esta concepción teórica del aprendizaje significativo ha sido producto de un programa investigación emprendido por el asesor de mi tesis, el M. en C., Jorge Gómez Arias en el grupo de investigación en Matemática Educativa Hipatia de Alejandría en el Colegio de Ciencias y Humanidades.

Dicho aprendizaje está sustentado en la Psicología Evolutiva y en la Psicología Pedagógica (Petrovski, 1998) y con base en el principio dialéctico de la unidad y diferencias entre el pensamiento y el lenguaje (Vygotsky, 1968), se desarrollan los conceptos fundamentales de la ley genética general del desarrollo, las Funciones Psíquicas de Orden Superior, la Zona de Desarrollo Próximo, las Mediaciones o Herramientas Semióticas y la Teoría de la Actividad en el marco del Método Histórico–Cultural de Vygotsky y la Teoría de la Actividad de Leontiev. (Vygotsky, A. S., Leontiev, A. N. 1989).

En el capítulo I, se presenta una aproximación al problema del aprendizaje de las matemáticas, en el contexto del origen, misión, filosofía y modelo educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades, siendo las matemáticas uno de los lenguajes fundamentales desde su creación.

En el capítulo II se expone el marco teórico que sustenta el presente trabajo abarcando desde la relación entre pensamiento y lenguaje que aunque son conceptos distintos llevan consigo la misma unidad (significado de la palabra).

Se busca el desarrollo de las funciones psíquicas de orden superior, la mediación semiótica o herramientas semióticas, la Zona de Desarrollo Próximo que nos ayuda a identificar y trabajar dentro de los niveles actual y potencial de los alumnos, la teoría de la actividad de Leontiev que le dará estructura y organización a la actividad, entre otros.

En el capítulo III se desarrolla la metodología del presente trabajo y de la actividad aplicada dentro y fuera del aula, así como la didáctica concreta para llevar a cabo la actividad de forma adecuada para fomentar el aprendizaje significativo de los alumnos siguiendo la ruta de sus sentidos personales partiendo su nivel actual e ir interactuando con en el nivel potencial dentro de la Zona de Desarrollo Próximo.

En el capítulo IV se desarrollarán los resultados obtenidos en el examen diagnóstico, en el desarrollo de la actividad, en el examen parcial y en el cuestionario de autoevaluación y se dan las conclusiones.

CAPÍTULO I. ACERCAMIENTO AL PROBLEMA

El tema específico de la presente tesis es la problemática en el aprendizaje de la probabilidad y la estadística que se imparten en el quinto y sexto semestres en el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH). Debe puntualizarse que esta problemática no es propia de dichas disciplinas ya que se presenta en el aprendizaje de las matemáticas en general y no sólo en el CCH sino que ha sido detectada en todos los niveles del sistema educativo nacional desde la primaria hasta el bachillerato e incluso en los estudios profesionales tanto en escuelas públicas como privadas.

Este fenómeno social se explica como producto de una profunda crisis en el sistema educativo nacional, con mayor grado en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En nuestra investigación centraremos nuestra atención en un aspecto muy particular que se está presentando en el quehacer educativo cotidiano del CCH.

En el transcurso de la vida académica del CCH se han buscado e implementado nuevas didácticas para enfrentar la problemática de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, ha sido manifiesta la falta de un sólido marco conceptual que incorpore una metodología respaldada por una pedagogía y una didáctica general bien fundadas para un *aprendizaje significativo* de tal forma que la enseñanza quede supeditada al aprendizaje estipulado en los principios fundamentales del Colegio: aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser.

Esta carencia esencial revela que es urgente el establecimiento de didácticas menos generales que puedan ser aplicadas de forma adecuada con base en el perfil de los estudiantes y con las características que tiene la filosofía y el modelo educativo del CCH.

No se trata de una cuestión puramente teórica o metodológica. La situación actual del rendimiento escolar del bachillerato del CCH está demandando soluciones rápidas y efectivas para bajar la alta reprobación y deserción que se tienen semestre a semestre en estas materias.

De acuerdo a las cifras de la Secretaría de Informática de la Dirección General del CCH el 95.7% de la generación 2009 terminó la secundaria en tres años con una calificación de 8.53, mientras que se obtuvo un promedio de 6.84 y 5.61 en el examen de ingreso y examen diagnóstico respectivamente y sólo el 57% de esta población egresó en junio del 2011. Se tuvo un 15% y 14% de reprobación y deserción respectivamente en Estadística y Probabilidad I y un 12% y 21% de reprobación y deserción respectivamente en Estadística y Probabilidad II, con un promedio de 7.49 en Estadística y Probabilidad I y 7.63 en Estadística y Probabilidad II.[1]

Estos resultados por demás adversos nos obligan a reflexionar sobre la génesis y el desarrollo del CCH.

---

[1] DGCCH-UNAM. Población estudiantil del CCH: ingreso, tránsito y egreso, pp.32-72

Recordemos que el proyecto político que dio origen al CCH tenía dos grandes vertientes, una de ellas obedeció a la gran demanda estudiantil del movimiento de 1968, la de una *educación crítica, científica y popular,* surgida de las necesidades que la nueva sociedad de aquella época requería ante los avances en las ciencias, la tecnología, la economía.

La segunda vertiente fue producto del desgaste educativo en que se encontraba por un lado el bachillerato universitario con su concepción enciclopedista de la cultura requerida para los estudios previos a la elección profesional, y por otro lado, contrariamente (y más contundente) la muy marcada especialización en la educación profesional que se llevaba a cabo en todas las facultades y escuelas de la UNAM, mientras que en el Instituto Politécnico Nacional y en los tecnológicos regionales el excesivo especialismo en el nivel superior repercutió en el bachillerato de las escuelas vocacionales.

Con este marco sociopolítico un amplio grupo de intelectuales e investigadores encabezados por el Rector de la UNAM, Dr. Pablo González Casanova, crearon el proyecto del CCH concebido como la *nueva universidad* que formara a sus estudiantes mediante una *educación profesional de tipo integral y activa* el nuevo tipo de profesionistas con una cultura más amplia.

Hoy, a 42 años de su creación, el CCH sigue vigente ante la problemática de los nuevos tiempos, como se aprecia en la siguiente cita de su Modelo Educativo del CCH:

> *"Una de las características que distinguen al CCH de otros bachilleratos, que lo hacen innovador y de los más adecuados pedagógicamente en México y América Latina, es su modelo educativo, el cual es de cultura básica, propedéutico (esto es, preparará al estudiante para ingresar a la licenciatura con los conocimientos necesarios para su vida profesional) y está orientado a la formación intelectual ética y social de sus alumnos, considerados sujetos de la cultura y de su propia educación".*[2]

También requería de un nuevo perfil propedéutico y es así que el nuevo bachillerato universitario vio la luz con sus principios filosóficos establecidos en el proyecto original, es decir, *con una educación integral y activa poseedor de una cultura básica (para abolir el enciclopedismo) y así surgió la novedosa concepción del aprendizaje que brinda al educando la posibilidad de generar la capacidad de ser sujeto de su propio aprendizaje*, es decir, de ser capaz de Aprender a aprender.

En los inicios del Colegio se enseñaba la matemática considerándola como uno de los dos lenguajes fundamentales de la cultura básica del Bachillerato: el primer semestre se desarrollaba bajo esta concepción, el primer tema, *Modelos*, buscaba generar cierta confianza de los alumnos ante los lenguajes simbólicos, con los cuales descubrían que se puede representar, comprender y buscar las vías de solución de problemas que generalmente no eran matemáticos (el prototipo de este tipo de problemas era el del viejo y el río).

[2] Modelo educativo del CCH. Para referencia ver fuentes electrónicas.

Luego se daba el tema de *Lógica simbólica* construyendo las tablas de verdad de proposiciones concretas no necesariamente matemáticas; después se desarrollaba el tema *Método Inductivo,* verificando o construyendo empíricamente procesos inductivos; se continuaba con el tema de *Conjuntos* poniendo el énfasis en la conversión entre notación por extensión a notación por comprensión y viceversa; así se pasaba al tema de la *Aritmética* y se concluía el semestre con el estudio de los números racionales. Con el transcurso del tiempo esto fue cambiando hasta dedicar todo el semestre en Matemáticas I a la aritmética.

Después y ante resultados no suficientemente satisfactorios, en el documento *Orientación y sentido del Área de Matemáticas* se retomó el espíritu del aprendizaje de las matemáticas pero con un enfoque distinto al que hasta entonces había prevalecido en el Colegio, tal y como se aprecia en la siguiente cita de dicho documento:

> “Esta concepción de la Matemática y la pretensión del Colegio de brindar una formación básica, que incluye el desarrollo de habilidades y estrategias para que el alumno pueda obtener y apropiarse por si mismo de nuevos conocimientos, conducen a orientar la enseñanza de la matemática hacia la formación de estructuras de pensamiento que permitan al estudiante comprender, utilizar e incluso construir, relaciones de cantidad y de formas espaciales, manejar diversos recursos para resolver problemas, así como percibir la necesidad de argumentar sus afirmaciones; en síntesis, se considera importante dotar al alumno de un pensamiento matemático”.[3]

> “En el Colegio de Ciencias y Humanidades la concepción de la Matemática, como ya se dijo, conlleva una intención del para qué se quiere enseñar y cómo contribuye a la formación de su egresado. Para esto, un aspecto fundamental es la búsqueda del desarrollo de habilidades de pensamiento que permitan al estudiante adquirir por su cuenta nuevos conocimientos”.[4]

Es decir que se pasó de enfatizar el aprendizaje en el aspecto de las matemáticas como lenguaje a enfocarse sobre todo a la formación y desarrollo de “habilidades de pensamiento”; paralelamente, se buscó en el constructivismo la formación de un pensamiento matemático básico, entendido como la capacidad de sistematizar y contextualizar el conocimiento de las matemáticas, es decir, la capacidad de comprender las relaciones del mundo circundante para poder cuantificarlas y formalizarlas.

Este enfoque (Piaget, Ausubel y Novak, entre sus más significativos representantes) tuvo, en su aspecto más puro, una importante presencia en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el CCH *porque sí se centraba en trabajar sobre los procesos mentales del aprendizaje y en la construcción de significados conceptuales pero lo hacía con importantes limitaciones teóricas*.

[3] Orientación y sentido del área de matemáticas, p.18. Para referencia ver fuentes electrónicas.
[4] Ibid. p.19.

Por ejemplo la de buscar la construcción y enriquecimiento de estructuras conceptuales *sin atender demasiado a los razonamientos que habían servido para llegar a los nuevos conceptos (presuponiendo que los alumnos podrían llegar por sí mismos o con sugerencias muy generales de los profesores a construir su significado y a integrarlos a sus esquemas mentales individuales)* y trabajando con actividades minuciosamente diseñadas para que los educandos siguieran las rutas correctas de construcción conceptual (*pero diseñándolas con base en la lógica de la disciplina con muy poca atención a la lógica del aprendizaje*), minimizando muchas veces los aspectos sociales fundamentales del aprendizaje y *trabajando por separado el pensamiento y los lenguajes de la disciplina* (vistos estos últimos como simples herramientas de la estructuración conceptual).

Con la propuesta de "Resolución de problemas" se procuró superar los mecanismos habituales de la enseñanza que hasta entonces trataban de explicar los resultados y los objetos matemáticos para que el alumno los almacenara y reprodujera en situaciones muy similares, lo cual indicaba un regreso al simple aprendizaje memorístico y mecánico y mostraba fuertes rezagos en las capacidades reales de modelar correctamente situaciones para resolver los problemas.

Se buscaba desarrollar el pensamiento matemático al ir aprendiendo a resolver los problemas, en este proceso los estudiantes irían formando y ampliando un amplio repertorio de estrategias y nociones matemáticas surgidas de las necesidades prácticas del aprendizaje, más que del desarrollo curricular tradicional, concepción sin duda interesante pero que no mostró viabilidad en el CCH, entre otras cosas por suponer en los alumnos conocimientos previos y capacidades aritméticas y geométricas inexistentes en la realidad, debido a las muy serias deficiencias de su formación escolar anterior.

Tampoco resultó viable la presunción de poder hacer a un lado las exigencias curriculares para enfocarse en la búsqueda sistemática de soluciones a problemas específicos, sobre todo por las limitaciones de tiempo y por las exigencias de conformar la cultura básica suficiente demandada por el bachillerato universitario. Una vez más se separó al pensamiento matemático del lenguaje, al considerar al primero como la meta del aprendizaje y al lenguaje como un medio empleado en la mayoría de los casos en búsquedas de estrategias en forma heurística más que inductiva o deductiva.

En conclusión, el gran error de estas teorías consistió en que ignoraron el complejo desarrollo psíquico consistente en irse aproximando al nivel de maduración de las capacidades de descubrir los significados de los métodos, conceptos y operaciones de las diversas ramas de las matemáticas, comenzando por las de carácter numérico (aritméticas), debido a que no conectan la dinámica unitaria entre pensamiento y lenguaje al darle toda su importancia al desarrollo del pensamiento algebraico sin contemplar la estructura psíquica requerida para entender los aspectos semánticos para desarrollar dicho pensamiento algebraico, a sabiendas (porque es evidente) la inexistencia de un pensamiento aritmético en los alumnos de nuevo ingreso o bien de semestres más avanzados.

Por otra parte, existe una mala comprensión del Modelo Educativo, la Filosofía y Misión del Colegio. No hay una homogeneidad en el conocimiento que tienen los profesores sobre el mismo y por tanto sobre su aplicación dentro del salón de clase. Se pueden encontrar desde profesores que piden a sus alumnos investigar y exponer o resolver problemas sin ninguna orientación ni mostrándoles alguna metodología a seguir, hasta profesores que aún siguen al pie de la letra la enseñanza tradicional con explicaciones en el pizarrón y un sinfín de ejercicios o problemas para que resuelvan los alumnos sin ninguna otra orientación.

Más aún, en el documento *Orientación y sentido del Área de Matemáticas* se percibe que subsiste un enfoque erróneo de la matemática y de su aprendizaje. En ese documento se lee:

> "Las matemáticas, como método sistematizador del conocimiento y herramienta de valor funcional y como ciencia y expresión cuantitativa o formal del universo, son también elementos indispensables de la cultura, como interpretación de una dimensión de lo real, como actitud y como desarrollo ordenado de la capacidad de razonamiento del hombre. Las matemáticas tienen además en nuestro tiempo el carácter de "lenguaje culto". El acceso a su dominio es condición de promoción a ciertos niveles culturales y de comprensión y comunicación de determinados conocimientos".[5]

Obsérvese cómo las matemáticas son conceptualizadas idealistamente en función de su pertenencia al sistema denominado "cultura" que, en sí misma, no puede ser explicada más que por su génesis, es decir, por ser el producto más acabado de las diversas modalidades y etapas de la práctica social, histórica de la humanidad; y es precisamente en dicha práctica social donde está la base de la capacidad revolucionaria, transformadora de la realidad, siendo las matemáticas una vía fundamental para el desarrollo extraordinario de esa capacidad.

Hay que recordar que todas las enormes revoluciones tecnológicas que estamos viviendo en la actualidad –la cibernética, la electrónica, la ingeniería genética, la astrofísica, por sólo mencionar algunas de ellas tienen su base en las teorías, los métodos y los modelos aportados por la matemática más avanzada.

Esa misma visión abstracta de la cultura conduce a ver a las matemáticas como un producto del desarrollo de la capacidad de razonamiento (naturalmente que del hombre) pero como algo *separado de su carácter de lenguaje*, separación que se marca intensamente con la palabra "además", como si el ser lenguaje fuera un simple agregado del pensamiento matemático y no, como lo es, un elemento esencial de su metodología, discurra ésta por vías formalistas, conjuntistas o intuicionistas.

[5] Ibid. p.8.

Y lo que es peor, se presenta a la matemática en términos propios de un pensamiento neoliberal, como “una condición de promoción a ciertos niveles culturales” y no como uno de los mayores logros de la práctica social en la cual, por cierto, tienen papel protagónico las grandes masas de personas por lo común excluidas de la oportunidad de alcanzar una formación matemática básica.

Esto quiere decir que se ha abandonado en la práctica docente cotidiana del Colegio el espíritu y la letra del proyecto que dio origen al Colegio:

> *“El CCH busca que sus estudiantes, al egresar, respondan al perfil de su Plan de Estudios. Que sean sujetos, actores de su propia formación, de la cultura de su medio, capaces de obtener, jerarquizar y validar información, utilizando instrumentos clásicos y tecnológicos para resolver con ello problemas nuevos. Sujetos poseedores de conocimientos sistemáticos en las principales áreas del saber, de una conciencia creciente de cómo aprender, de relaciones interdisciplinarias en el abordaje de sus estudios, de una capacitación general para aplicar sus conocimientos, formas de pensar y de proceder, en la solución de problemas prácticos. Con todo ello, tendrán las bases para cursar con éxito sus estudios superiores y ejercer una actitud permanente de formación autónoma”.*[6]

Actualmente, la gran mayoría de la planta docente de la institución no contamos con una formación profesional con bases didácticas bien fundadas para, por una parte, supeditar la enseñanza al aprendizaje, pero sobre todo con elementos teóricos pedagógicos que nos permitan orientar el proceso educativo hacia la conformación y transformación de una estructura psíquica de los estudiantes –el desarrollo de sus funciones psíquicas superiores– que como condición necesaria deben tener para poder hacer realidad los grandes principios con que nació el CCH.

Pero hay que comenzar por el principio: con programas de formación y actualización docente eficaces, con cursos, diplomados, videoconferencias, etc., que desarrollen a fondo el plan y los programas de estudios del CCH, que intensifiquen y profundicen el intercambio de experiencias entre los profesores, principalmente las de aquellos que tienen más años en la labor docente y que podrían ser de gran utilidad para los profesores, no sólo los de tan reciente ingreso.

¿De qué han servido tantos años formando profesores que no se ven sus efectos en el salón de clase? Si vemos los resultados actuales, entonces surge la interrogante: ¿cuáles son las causas más profundas de este desgaste institucional?

En mi opinión muy personal, producto de mis vivencias en este proceso, creo que el principal y determinante problema está en que casi *todo lo que se hace* (no sólo en los programas de formación y actualización docente del CCH) *en el dominio de la matemática educativa está desvinculado del salón de clase*.

[6] Misión del CCH. Para referencia ver fuentes electrónicas.

Como un ejemplo en particular, pero no por eso menos importante, porque los profesores tienen que asistir a cursos como requisito para diversos tipos de estimulación, pero esto no debe verse como algo adverso, más bien es la falta de un verdadero proceso de formación docente que le dé motivos al profesor, que sienta que no malgasta el tiempo en el salón de clase como alumno o el tiempo dedicado al diplomado en línea. *Lo que el CCH necesita, lo que nuestros profesores y alumnos requieren con urgencia, son alternativas educativas concretas.*

A los profesores también nos afecta la gran crisis educativa, económica y en fin política por la que atraviesa nuestro país, por eso es imperante que desde las más altas esferas de la UNAM se atienda atinadamente esta problemática, para que en lo concreto los profesores efectivamente adquiramos el compromiso de asistir a todas nuestras clases, así como el de dedicarle tiempo al diseño, planificación, organización, control y evaluación de las actividades.

El profesor no se debe prestar a la improvisación de sus clases, debe tenerlas diseñadas, planificadas y organizadas de acuerdo al programa y las horas establecidas; deberá ser paciente y no sólo corregir al alumno sino atender sus dudas e inquietudes; debe de tener un control de las actividades realizadas dentro y fuera del salón de clase, sabiendo así quién trabaja, participa o está más comprometido con la materia, así tendrá una evaluación cualitativa y cuantitativa de cada uno de los alumnos y poder darles una calificación justa sobre su desempeño.

> *"El trabajo del docente del Colegio consiste en dotar al alumno de los instrumentos metodológicos necesarios para poseer los principios de una cultura científica-humanística. El concepto de aprendizaje cobra mayor importancia que el de enseñanza en el proceso de la educación, por ello, la metodología aplicada persigue que aprenda a aprender, que la actividad receptiva y creadora no se malgaste y que adquiera capacidad auto informativa".*[7]

Es de vital importancia que los alumnos obtengan un aprendizaje significativo, de modo que el profesor no deberá prestarse únicamente a la explicación de cómo se resuelve un problema y a plantear problemas diversos, es decir, no se inclinará hacia la mecanización ni algoritmia de las matemáticas (que es la forma más comúnmente trabajada en matemáticas y tiene un efecto fugaz), sino que buscará el modo de implementar la intuición, conocimiento previo y creatividad de los alumnos para darle contexto a los problemas y usar otras herramientas como las tablas, esquemas o gráficas.

Con ello se generarán aptitudes para la resolución de problemas del más diverso tipo, ocasionando enormemente el desarrollo de las capacidades de aprendizaje y razonamiento matemático de los estudiantes.

---

[7] Filosofía del CCH. Para referencia ver fuentes electrónicas.

Las raíces más profundas de la problemática del aprendizaje de las matemáticas están en la falta de una metodología que parta de las actividades diseñadas como sistemas de aproximación de los sentidos personales, intuitivos y empíricos, que los alumnos tienen de los conceptos, las operaciones y los métodos de las disciplinas que están estudiando a los significados teóricos, objetivos, de esos mismos conceptos, operaciones y métodos propios de la matemática hasta llegar a un nivel teórico accesible a los niveles potenciales del alumno.

Para la teoría y el método histórico-cultural de Vygotski y Leontiev (que la desarrolló con su modelo psicopedagógico de la actividad y su teoría de los motivos del aprendizaje) el significado es el espacio en el cual se intersectan o conectan el pensamiento y el lenguaje. Trabajar con el desarrollo de los significados para su aprendizaje es la vía metodológica esencial de esta propuesta psicopedagógica.

Al trabajar con los significados, el aprendizaje se vuelve significativo para los estudiantes, no sólo porque están trabajando en el nivel en que se relacionan el pensamiento (la lógica de la disciplina) y el lenguaje (pasando del lenguaje normal a los lenguajes propios de la matemática) sino porque se está ejerciendo acción sobre otra totalidad importante, la de la relación entre la *inteligencia y la afectividad*, lo cual a su vez genera una constante transformación de los motivos de los alumnos acerca de su propio aprendizaje.

Y en un nivel todavía más profundo, con el aprendizaje significativo se está trabajando en la unidad dialéctica entre aprendizaje y desarrollo psíquico, algo que comúnmente es dejado de lado en las prácticas educativas concentradas casi exclusivamente en cómo aprender y no en el *cómo aprender a aprender*, es decir, en el desarrollo y transformación de las funciones psíquicas de orden superior (generalmente mal consideradas como constantes e inmutables o dependientes del desarrollo biológico) mediante el uso adecuado de las mediaciones o herramientas semióticas creadas por los avances sociales del conocimiento, algo que es crucial en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, cuya naturaleza especialmente general y abstracta permite el desarrollo de capacidades de aprendizaje sumamente importantes.

Si logramos ese aprendizaje significativo, eliminaremos el desinterés, apatía o temor que los alumnos tienen hacia las materias del Área de Matemáticas. Así que el profesor pretenderá darle motivos a los alumnos para que encuentren interés en la materia aterrizándole lo mayor posible los problemas, comenzando a digerir los más sencillos hasta los más complejos, utilizando herramientas tales como la intuición, creatividad y contexto que ayudarán al alumno a apropiarse de los conocimientos y les ayudará a aprender mejor y de manera más sencilla buscando la seguridad en ellos al darse cuenta que pueden resolverlos y finalmente estando abiertos a sus dudas y observaciones.

Se trabaja entonces en concordancia con lo postulado en el proyecto original del Colegio:

> *"Para lograr el conocimiento auténtico y la formación de actitudes, el CCH trabaja con una metodología en la que participa el escolar activamente en el proceso educativo bajo la guía del profesor, quien intercambia experiencias con sus colegas en diferentes espacios académicos en su beneficio. De esta manera, el profesor no sólo es el transmisor de conocimientos, sino un compañero responsable del alumno al que propone experiencias de aprendizaje para permitir adquirir nuevos conocimientos y tomar conciencia creciente de cómo proceder para que por su propia cuenta y mediante la información, reflexión rigurosa y sistemática lo logre. El escolar desarrollará una participación activa tanto en el salón de clases como en la realización de trabajos de investigación y prácticas de laboratorios".*[8]

Hemos afirmado que las experiencias de 42 años muestran claramente la vigencia del modelo educativo, los principios y la filosofía del Colegio, sin que ello signifique ignorar un importante deterioro de las condiciones en que se desarrollan las prácticas docentes en la actualidad, deterioro que corresponde al notable descenso de las condiciones de aprendizaje de los estudiantes del CCH.

Siendo el aprendizaje el objetivo fundamental de la enseñanza y del sistema escolar en su conjunto, hay que partir de que cada alumno cuando comience el aprendizaje de un nuevo tema lo realice con actividades que él pueda resolver por cuenta propia, en forma autónoma, con aquello que ya está en lo que se denomina *el nivel actual de conocimientos* e irlos posicionando paulatinamente con situaciones o problemas que todavía no es capaz de hacerlas en forma autónoma pero que con las orientaciones pertinentes del profesor o de sus compañeros podrá resolverlas, es decir, irlos posicionando con tareas que correspondan a lo que se conoce como *el nivel potencial de conocimientos* del estudiante.

En general, todas las personas en el momento actual tenemos bien delimitados estos dos niveles: el actual y el potencial, aunque en muchos aspectos no estemos conscientes de ellos. *La diferencia entre estos dos niveles de conocimiento se denomina* ***Zona de Desarrollo Próximo*** (ZDP)*.* Así, en este momento todas y cada una de las personas tenemos nuestra propia ZDP que en particular resulta ser la gran herramienta didáctica para el profesor si la trabaja en el proceso educativo de sus alumnos, siendo notoriamente más poderosa en el aprendizaje de las matemáticas debido al carácter abstracto y general de los objetos de estudio en estas disciplinas.

En síntesis, tenemos que al ser las matemáticas uno de los lenguajes fundamentales de la cultura básica del bachillerato, el CCH en sus inicios siguió las teorías de personajes como Piaget o Stern**,** quienes en sus trabajos iniciales separaban el pensamiento y el lenguaje como dos partes sin relación entre sí**,** perdiendo de vista la unidad y las diferencias entre ambas.

---
[8] Ibid.

Mientras Piaget se centró en el desarrollo psíquico del niño (pasando del pensamiento autista al pensamiento dirigido), Stern se centró en el desarrollo del lenguaje (construido con tres raíces: expresiva, social e intencional) como veremos más adelante. Sin embargo, como postura opuesta a estas teorías, la postura de Vigotsky es trabajar la relación pensamiento-lenguaje como una unidad sistémica –pensamiento verbal– a través de una subunidad llamada *significado de la palabra* que es donde se desarrolla la relación entre inteligencia y palabra.

El pensamiento y lenguaje de los alumnos de nuevo ingreso es aritmético en un nivel muy bajo y muy escaso**,** –posiblemente como resultado de un aprendizaje algorítmico (lo atestiguan los resultados aceptables en el examen único para el ingreso al bachillerato y dos o tres meses después los alumnos ya no recuerdan)– que, a lo largo de su estancia en el CCH ha mejorado pero sigue anclado en lo aritmético, como los diagnósticos de las facultades así lo registran.

Por otro lado, un factor decisivo en el aprovechamiento escolar, que los profesores de matemáticas vivimos en el salón de clases**,** es que nuestro pensamiento y lenguaje que es en mayor medida algebraico usando escasamente el geométrico (por supuesto**,** cuando la temática no es en geometría).

Consideremos estas dos situaciones problemáticas que se presentan en el aula como una cuestión dialéctica para así superar los obstáculos que tendemos los profesores a los alumnos para que ellos lleguen al nivel del pensamiento y lenguaje algebraico, en síntesis, *se trata de elevar en el estudiantado sus capacidades de razonamiento: de análisis, generalización y abstracción en matemáticas*.

> *"Las matemáticas es un lenguaje imprescindible para la educación de los alumnos, ya que éste condiciona la comprensión precisa y económica de numerosos problemas de las ciencias naturales y sociales, así como la comunicación eficaz de resultados y conocimientos".*[9]

> *"Matemáticas: Se enseña como ciencia en constante desarrollo, la cual les permitirá la resolución de problemas. Se origina en las necesidades de conocer y descubrir el entorno físico y social, así como desarrollar el rigor, la exactitud y la formalización [propia del nivel] para manejarlo".*[10]

Al atender la necesidad que tiene el alumno para aprender de manera significativa, podremos deshacernos de la problemática que se tiene con la aplicación de algoritmos, la mecanización de procedimientos, entre otros, transformando e incrementando sus capacidades intelectuales como la memoria lógica, su forma de razonar y de prestar atención voluntariamente.

[9] Modelo educativo del CCH. Para referencia ver fuentes electrónicas.
[10] Plan de estudios del CCH. Para referencia ver fuentes electrónicas.

Todo ello a través de dirigir nuestra atención a los sentidos personales que tienen los alumnos como producto de experiencias anteriores y encaminarlos poco a poco hacia los conceptos abstractos de la Probabilidad y la Estadística Inferencial.

Una vez realizado esto el alumno estará satisfecho porque estará aprendiendo y sabrá que lo está haciendo, es decir, estará conciente de su propio aprendizaje con lo que incrementará su interés en la materia y los resultados serán más satisfactorios, disminuyendo los niveles de reprobación y de deserción.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

2.1. El método Histórico – Cultural de L. S. Vigotsky

El marco teórico de la presente investigación se fundamenta en el *Método Histórico Cultural* de Vygotski (la relación entre pensamiento y lenguaje, el desarrollo de las funciones psíquicas de orden superior, la mediación semiótica o herramientas semióticas, la zona de desarrollo próximo, entre otros) junto con la *Teoría de la Actividad de Leontiev*.

El método histórico-cultural tiene su origen a partir de la escuela de L. S. Vygotski (1896-1934) y sus seguidores. Debido a su carácter epistemológico y su fundamento psicológico, centra su interés en el desarrollo de la conciencia y la personalidad del educando, partiendo de un determinado referencial teórico sobre la personalidad y su formación –cimentando así la psicología evolutiva y la psicología pedagógica–, tomando como marco teórico referencial y metodológico el materialismo dialéctico e histórico.

Este método promueve el desarrollo (ontogenético) individual del ser humano a través de su inserción social como sujeto de la historia, teniendo como objetivo principal el desarrollo integral de su personalidad y partiendo de la definición marxista de ella, que identifica dialécticamente como el conjunto dinámico de seres humanos vinculados por lazos mutuos que tienen siempre y donde quiera su carácter sociohistórico.

2.1.1. Filogénesis

El origen de la evolución humana comenzó hace unos cuatro millones de años. Un salto cualitativo se desarrolló en el continente africano con la evolución de una población de monos antropomorfos surgiendo con ello los conocidos Australopitecus, que aprendieron a controlar el fuego, fabricar herramientas muy sencillas y con un tipo de comunicación más avanzado que el de otros primates.

> "Durante las primeras fases del periodo de hominización, ciertos elementos de la cultura fueron puestos en evidencia por los *Australopitecus*: construcción de herramientas sencillas, caza esporádica y quizás algún tipo de comunicación más avanzado que el de los simios contemporáneos y menos que nuestro lenguaje humano".[11]

Luego vinieron los Homo erectus unos 750 mil años atrás y luego los Homo neandertales hace unos 400 mil años evolucionando poco a poco en un cerebro más grande, creando herramientas mejores para la caza y su cocina así como nuevas formas de comunicarse.

[11] Wersch, Vygotsky y la formación social de la mente, p.47.

Hasta hace unos 150 mil años es que apareció el conocido Homo sapiens ya con un cerebro de mayor tamaño, con gran evolución en las capacidades psíquicas y lingüísticas, utilizando herramientas de piedra más elaboradas, comenzando a trabajar con metales y generando un lenguaje articulado. De modo que es el mayor salto en la cultura del hombre actual, pues como resultado ya tenemos distintos lenguajes de comunicación, capacidades de producción a distintas escalas, uso de herramientas de distintos tipos y con distintas funciones y toda una serie de elementos que se han generado desde entonces a nivel psíquico, lingüístico, creativo, entre otros.

> "La evolución de la especie homo sapiens se ha levado a cabo en una esfera diferente a la esfera biológica. Se trata de la esfera de la vida social humana, una forma de fijación de los logros de las actividades humanas en la experiencia histórica y social de la humanidad".[12]

2.1.2. Ontogénesis

Así como con la evolución humana se ha creado un desarrollo cultural, este desarrollo es a su vez la pauta para la evolución en el desarrollo individual del ser humano, pues la mayor parte de lo que aprendemos desde que nacemos está en la sociedad como parte de la cultura que se ha ido desarrollando con el transcurrir de los años y los avances en las distintas disciplinas científicas o humanísticas que siguen creciendo e innovándose.

> "El desarrollo cultural del niño se caracteriza, en primer lugar, por el hecho de que transcurre bajo condiciones de cambios dinámicos en el organismo. El desarrollo cultural se halla sobrepuesto a los procesos de crecimiento, maduración y desarrollo orgánico del niño. Forma una unidad con estos procesos… El desarrollo natural se explica fundamentalmente basándose de forma casi exclusiva en principios biológicos, mientras que el desarrollo cultural se atribuye a principios que se refieren a los instrumentos de mediación, incluyendo el principio de descontextualización".[13]

Entonces somos el resultado de la cultura que se ha creado en la sociedad donde poco a poco y en distintos grados vamos aprendiendo, tomando conciencia de nosotros mismos y de lo que somos capaces de hacer; incrementándose nuestra capacidad de entender signos, utilizar herramientas, mediatizar nuestras actividades y desarrollando así nuestras funciones psíquicas de orden superior, donde la unidad principal para el desarrollo son el pensamiento verbal, es decir, la unidad que existe entre pensamiento y lenguaje.

---

[12] Ibid. p.48.
[13] Ibid. pp.58-59.

2.1.3. Pensamiento y lenguaje

Según Vigotsky al estudiar las funciones del pensamiento y el lenguaje, lo más importante es ver la relación que existe entre ambas. Anteriormente se daba por hecho que pensamiento y lenguaje tenían funciones que trabajaban de manera conjunta, pero que su relación no variaba y se estudiaban de manera individual. Sin embargo, Vigotsky toma como base el *"significado"*, donde se encuentra la relación entre pensamiento y lenguaje, ya que es la unidad que toma cada uno de sus elementos y mantendrá sus propiedades.

> "La naturaleza del significado como tal no está clara, aunque es en él que el pensamiento y el habla se unen para constituir el pensamiento verbal. Es entonces, en el significado donde puede hallarse la relación entre inteligencia y palabra… Una palabra no se refiere a un solo objeto, sino a un grupo o a una clase de objetos, y cada una de ellas es, por lo tanto también una generalización. Esta última constituye un acto verbal del pensamiento y refleja la realidad en un sentido bastante distinto del que reflejan la sensación y la percepción".[14]

Así, el *"significado"* es la médula del pensamiento y el lenguaje. No es el resultado del reflejo de la sensación y la percepción del sujeto, más bien es la capacidad de crear una generalización. Una vez que se ha entendido una palabra (su significado), es decir, cuando ya forma parte del pensamiento, entonces puede expresarse sin titubeos a través del lenguaje.

Por ejemplo, si un niño es sus primeros años observa un gato negro de cuerpo delgado y después observa otro gato blanco y melenudo, no podría por sí mismo saber que ambos son gatos, es decir, aún no ha generalizado el concepto *"gato"*. Conforme su pensamiento evoluciona, hará una generalización e incluso no necesitará el objeto para darle un nombre, porque ya tendrá el significado y lo utilizará tanto en contexto, como fuera de éste. Así ya no necesitará físicamente de un gato o un dibujo del mismo, pues ya habrá creado una imagen mental del objeto, es decir, ya será parte de su pensamiento.

Sin duda alguna, la función primaria del lenguaje es la comunicación, el intercambio social. Una expresión puede transmitir una sensación o una emoción y es el más limitado tipo de comunicación que puede observarse, incluso los animales lo utilizan. Una comunicación más evolucionada requiere forzosamente de signos y generalización.

Por ejemplo, los gatos maúllan y ronronean; los perros ladran, aúllan e incluso hacen uso de sus orejas o su cola para comunicar su estado de ánimo; los bebés al principio lloran para comunicar que tienen hambre, sueño o que desean que los cambien, después balbucean y usan sus brazos para señalar algún objeto que desean alcanzar y cuando empiezan a hablar aún no entienden las palabras, sólo son la repetición de las palabras emitidas por los adultos, entienden más bien las situaciones en las cuales se utilizan.

[14] Vygotsky, Pensamiento y lenguaje, p.21.

Con este tipo de comunicación los bebés expresan una necesidad, una sensación o una emoción.

El niño al principio necesita el contexto, el objeto para darle un nombre y después de crear la relación entre nombre y objeto es cuando es capaz de darle significado, llegar a una generalización y sólo después es que podrá usarlo correctamente al hablar.

La dificultad con que se encuentra un niño al aprender una nueva palabra no es la pronunciación, sino al concepto al cual se refiere, es decir, la relación que existe entre la palabra y el objeto. La comunicación evolucionada es la explicación que hace el ser humano de la realidad a través de conceptos.

Por otra parte, el estudio de Piaget se basa únicamente en los hechos, carece de la relación que hay entre pensamiento – lenguaje y en sus primeros trabajos evita hacer generalizaciones sobre sus observaciones.

> "Piaget evita deliberadamente la generalización incluso en su propio campo y tiene especial cuidado en no traspasar los dominios relacionados con la lógica, la teoría del conocimiento o la historia de la filosofía. El empirismo puro le parece el único terreno seguro".[15]

La hipótesis de Piaget es que el pensamiento del niño es egocéntrico, siendo para él, el punto intermedio entre el pensamiento socializado y el pensamiento autista.

El pensamiento socializado es consciente, inteligente y social. El sujeto es capaz de pensar, adaptarse a la realidad, transformarla y después puede comunicarla a través del lenguaje.

El pensamiento autista es subconsciente e individualista. El sujeto no se adapta a la realidad, sino que crea una realidad paralela de imaginación y sueños buscando satisfacer sus deseos. Su comunicación es a través de imágenes y símbolos, más no a través del leguaje.

En el lenguaje egocéntrico, el niño habla únicamente de sí mismo sin ninguna clase de interacción con los demás, es decir, sin darle la mayor importancia a su interlocutor, mientras que en el lenguaje socializado el niño es capaz de interactuar con los demás, por ejemplo plantear y responder preguntas. Según Piaget, la mayor parte de las conversaciones preescolares son egocéntricas, a los 7 años cerca del 50% aún lo siguen siendo y entre los 7 y 8 años comienza a configurarse el pensamiento socializado.[16]

Piaget tiene dos premisas. La primera: ley de conocimiento, dice que un impedimento en una actividad, provoca que el sujeto tome conciencia de dicha actividad. La segunda: el lenguaje, dice que el lenguaje es una expresión de ese proceso de toma de conciencia.[17]

---

[15] Ibid. p.24.
[16] Ibid. pp.27-30.
[17] Ibid. p33.

Por ejemplo, cuando un niño realiza un dibujo únicamente con la ayuda de una hoja de papel y un lápiz y la punta de éste se rompe, el niño se enfrenta a un problema. Si fuese un niño con pensamiento egocéntrico, intentaría seguir dibujando aunque no quede más que la marca del esfuerzo realizado con el lápiz, mientras si fuese un niño con pensamiento socializado, pediría quizá un sacapuntas.

Por su parte el psicólogo Stern dice que Piaget no toma en cuenta la situación social en la cual se encuentra el niño. La conversación egocéntrica no sólo depende de la edad del niño sino de las condiciones en que vive.

Stern distingue tres raíces en el lenguaje: la tendencia expresiva, la tendencia social y la tendencia intencional. Mientras las tendencias expresiva y social se ven incluso en su forma más básica en animales (como un estado de alerta, instinto e interacción), la intencional es algo puramente humano (en algún momento al articular sonidos ya se refiere algo: un objeto, cierta función, etc.)[18]

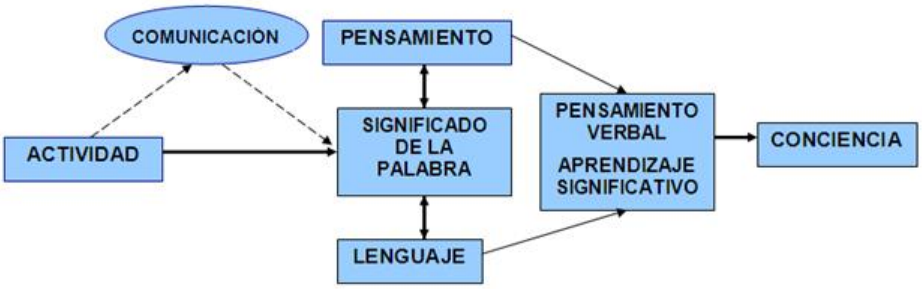
Para Stern un niño de dos años se da cuenta que cada objeto tiene un nombre, un sonido que lo identifica y que puede hacer asociaciones y generalizaciones. Sin embargo, Vigotsky dice que es mucho más tarde cuando el niño aprende la relación entre signo y significado y no es por tanto un descubrimiento instantáneo.[19]

Para Stern las primeras palabras del niño ya distinguen los objetos. Sin embargo, según Vigotsky éstas deben considerarse como gestos indicadores. La palabra es en principio un sustituto convencional del gesto y aparece mucho antes del descubrimiento del lenguaje y antes de que sea capaz de realizar operaciones lógicas.[20]

Es decir, las primeras palabras son únicamente la imitación que hacen de los adultos, sin embargo, aún no han creado la relación entre las palabras y los objetos. De este modo, el ambiente social y los adultos son los que proveen las herramientas necesarias para que ésta relación sea firme y se pueda llegar al significado y así evolucionar en el desarrollo del pensamiento y del lenguaje.

Sin embargo, aunque la comunicación es un factor muy importante en la relación que existe entre pensamiento y lenguaje lo más sustancial es la actividad que se realiza para la comprensión e interiorización de cualquier concepto, o bien para tener el significado de la palabra. Así tendremos un pensamiento que se puede expresar en palabras y *un aprendizaje significativo que nos creará conciencia de lo que sabemos y cómo es que llegamos a saberlo*, es decir, nos hará entender nuestra propia función de aprendizaje.

[18] Ibid. p.41.
[19] Ibid. pp.42-43.
[20] Ibid. p.43.



Esquema dinámico general del aprendizaje significativo

Vigotsky dice que a través del significado de las palabras, la atención, la imaginación y la inferencia son algunas de las funciones que nos ayudarán a hacer operaciones mentales para darle solución a un problema. Aprender a dirigir dichas operaciones en el curso de una actividad será la médula del proceso en la formación del concepto, lo que se realiza a través de tres fases.[21]

Dentro de la primera fase se realizarán *agrupamientos sincréticos* a través de un montón de objetos desorganizados se realiza una agrupación completamente sin significados.

En la segunda fase habrá un *pensamiento en complejos* en el cual se comienza con un pensamiento objetivo formándose a través de vínculos reales entre los objetos. Sin embargo, sólo es posible a través de la experiencia con la presencia del objeto. Este pensamiento en complejos tiene varios tipos: el asociativo, colección, cadena, difuso y pseudoconcepto.

El pensamiento *asociativo* busca el vínculo por color, forma, tamaño u otro atributo, se da a través de similitudes.

El pensamiento apoyado en la *colección* se basa en el rasgo con el cual se diferencian o complementan los objetos, es decir, es a través de relaciones entre los objetos.

En pensamiento en los *complejos en cadenas* hay una reunión dinámica y consecutiva de eslabones en cadena sin tener una forma jerárquica, es decir, hay una relación entre elementos aislados.

Posteriormente se avanza en los *complejos difusos* en donde hay un vínculo indefinido entre los objetos o imágenes y finalmente en esta segunda fase se desarrolla el *pensamiento en pseudoconcepto,* aquí se llega a la primera generalización de un concepto pero aún con una base perceptiva, es decir, se necesita aún la presencia del objeto.

En la tercera fase para formar un concepto es necesario abstraer, separar elementos de la experiencia concreta, agrupando los objetos con un máximo de similitud. Es la fase del *pensamiento en conceptos.*

[21] Ibid. pp.78-101.

El adolescente es capaz de usar un concepto en una situación concreta, sin embargo, tiene la dificultad de exponerlo a través de palabras y si lo hace ésta será muy pobre en comparación en cómo está utilizando el concepto.

Cuando un individuo es capaz de utilizar tanto el concepto como la palabra es porque ya el sujeto los ha encontrado el significado y lo ha interiorizado.

Cuanto más fácilmente usamos una relación en la actividad, menos consciente somos de ella; tomamos conciencia de lo que estamos haciendo en proporción a la dificultad que experimentamos para adaptarnos a una situación, es decir, somos conscientes de haber realizado una operación mental cuando somos capaces de expresarla en palabras.

El desarrollo de un concepto necesita del desarrollo de las funciones psíquicas como la atención, memoria lógica, abstracción y el poder realizar comparaciones, sin embargo, es más fácil tomar conciencia de las diferencias que de las semejanzas porque en este último caso se necesita el manejo de generalizaciones o conceptos.

Las funciones psíquicas superiores se desarrollan a través de un proceso de reflexión y control, de modo que la atención involuntaria se convierte en voluntaria y crece dependiendo del pensamiento del niño, la memoria se transforma en memoria lógica guiada por el significado.

La conciencia y el control aparecen solamente en la última etapa del desarrollo de una función, después de haber sido utilizada y puesta en práctica inconsciente y espontáneamente.

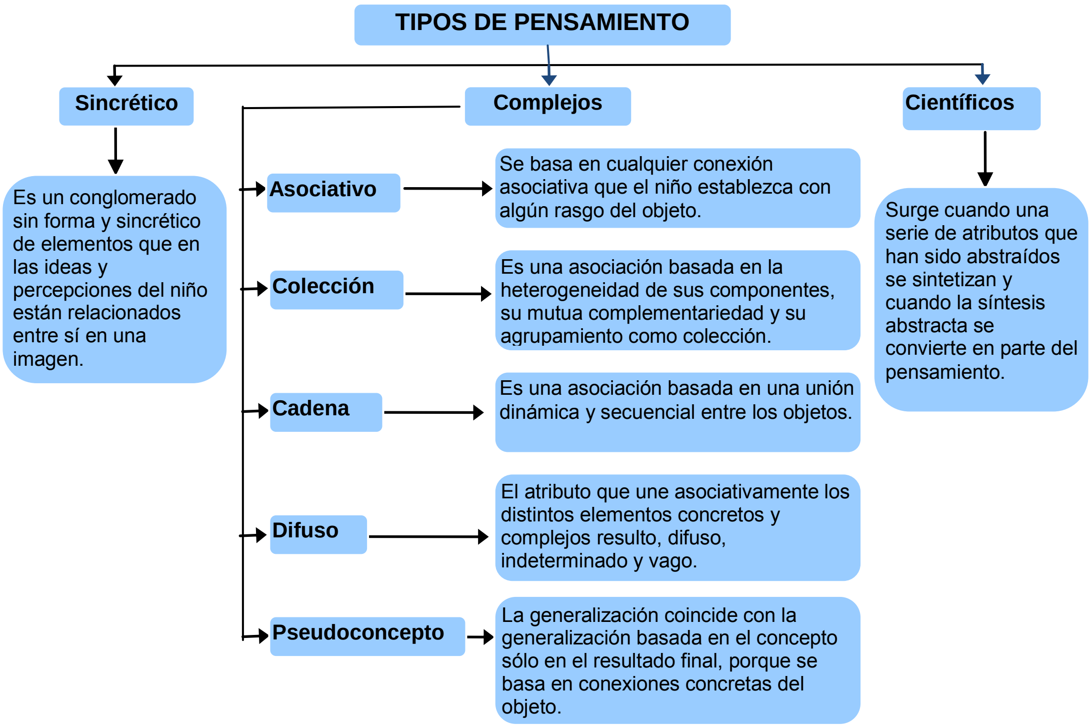
Los alumnos tienen pocos motivos para aprender matemáticas, no creen que deban hacerlo o no tienen clara cual es su utilidad. Es gracias a la enseñanza que el alumno sabrá lo que está haciendo y le orientará para crear ciertos hábitos y destrezas antes de aplicarlos de forma conciente.

No se debe enseñar directamente a través de los conceptos sino a través de imágenes o problemas que tengan un significado para los alumnos y luego puedan crear el concepto. Así la buena enseñanza está por delante del desarrollo y la forma en la cual se realice influirá en las funciones psíquicas de los alumnos.

El alumno siempre puede realizar más tareas con la ayuda del profesor sin pasar los límites establecidos por su estado de desarrollo y en el futuro será capaz de realizarlo solo.

El profesor explica, da información, hace preguntas y correcciones y así el proceso de enseñanza es que los alumnos van formando los conceptos. Mientras los conceptos espontáneos surgen de la realidad, de lo cotidiano o de lo que se trabaja día a día, los científicos ya trabajan con los conceptos y en sus inicios surgen a través de conceptos espontáneos.

En el siguiente cuadro sinóptico se sintetizan las tres fases:



Formación del concepto según Vigotsky

2.1.4. Funciones psíquicas de orden superior

Para adquirir su aprendizaje tanto el ser humano como los animales tienen facultades completamente naturales con las cuales acumulan reflejos o asociaciones a través del mecanismo estímulo-respuesta, percepción, excitación, pensamiento y lenguaje básico, así como memoria fotográfica, éstas son las llamadas *funciones psíquicas naturales o elementales*. Sin embargo, hay atributos que son exclusivamente humanos, llamados *funciones psíquicas superiores*, tales como el pensamiento y lenguaje lógico, atención voluntaria y memoria lógica, así como la conciencia, entre otras, que van mucho más allá de dicho mecanismo y se caracterizan por el uso de instrumentos o herramientas de mediación en una actividad.

> “El mecanismo fundamental de desarrollo de la psiquis en los animales es la transmisión de una experiencia hereditaria biológicamente consolidada… Lo específico de las funciones psíquicas del hombre reside en que éstas se desarrollan en el proceso durante el cual el niño asimila la experiencia histórico-social”.[22]

El conocimiento para Vigotsky no sólo se pasa de un individuo a otro, sino que surge a través de la interacción entre los individuos con el uso de operaciones y habilidades cognitivas.

[22] Petrovski, Psicología evolutiva y pedagógica, p.23.

Es decir, el conocimiento dependerá del medio social en el cual está el individuo y será posible cuando la interacción (plano cultural) pase a la internalización (plano individual), este proceso de formación es la *Ley genética del desarrollo de Vigotsky.*

Existen cuatro criterios principales para distinguir entre las funciones psicológicas elementales y superiores.[23]

Primer criterio: La característica fundamental de las funciones elementales es que se encuentran total y directamente determinadas por la estimulación ambiental. La característica central de las funciones superiores es la estimulación autogenerada, es decir, la creación y uso de estímulos artificiales que se convierten en las causas inmediatas del comportamiento.

Segundo criterio: La diferencia entre las funciones psicológicas superiores de las elementales es su intelectualización o realización consciente.

Tercer criterio: caracteriza a las funciones psicológicas superiores su origen y naturaleza social.

Cuarto criterio: El control voluntario, la realización consciente y la naturaleza social de los procesos psicológicos superiores presupone la existencia de herramientas psicológicas o signos, que pueden ser utilizados para controlar la actividad propia y la de los demás.

La función que desempeñan las funciones psíquicas superiores dentro del desarrollo psíquico es muy importante ya que ellas contribuyen a la formación de entidades psicológicas como aptitudes y conceptos dentro del plano interno del sujeto.

2.1.5. Ley genética general del desarrollo

Como ya se ha comentado, el conocimiento se ha desarrollado a través de los tiempos, ha sido con base en la cultura histórica del ser humano. Las funciones psíquicas superiores se transmiten entre los seres humanos de modo que todo lo que aprendemos tiene una base social y después cada individuo se apropia de ese conocimiento de forma individual.

> “Cada función aparece en escena dos veces, en dos planos, primero en el social, después en el psicológico, primero entre los hombres, como categoría interpsíquica y luego dentro del niño como categoría intrapsíquica”.[24]

Entonces esto puede aplicarse también a la atención voluntaria, a la memoria lógica y a la formación de conceptos. Todas las funciones psíquicas se originan como relaciones entre seres humanos.

---

[23] Wertsch, Vygotsky y la formación social de a mente, pp.42-44.
[24] Petrovski, Psicología evolutiva y pedagógica, p.14.

> "Toda función psíquica superior pasa forzosamente en su desarrollo por un estadio externo, por eso es inicialmente una función social".[25]

Cabe mencionar que esta Ley genética general del desarrollo no sólo explica el proceso de formación de las funciones psíquicas superiores sino también el proceso de internalización de la cultura, los signos y las relaciones sociales.

La transformación de un proceso interpersonal en un proceso intrapersonal es el resultado de una prolongada serie de cambios evolutivos. El proceso, aún siendo transformado, continúa existiendo y cambia como una forma externa de actividad durante cierto tiempo antes de internalizarse definitivamente.

2.1.6. Proceso de internalización

La constitución de las Funciones Psíquicas Superiores (FPS) requiere la existencia de mecanismos y procesos psicológicos que permitan el dominio progresivo de los instrumentos culturales y la regulación del propio comportamiento. Vigotsky llama *internalización o interiorización* a la reconstrucción interna de una operación externa a través del uso de herramientas y signos, es decir, cuando la persona logra convertir en suyos "el saber" y "el hacer" de la humanidad.[26]

La internalización o interiorización de las formas culturales de conducta implica la reconstrucción de la actividad psíquica con base en las operaciones con herramientas y signos (la palabra, el número, etc.) Los procesos psicológicos, tal como aparecen en los animales, dejan de existir, se incorporan al sistema de conducta, se desarrollan y reconstruyen culturalmente para formar una nueva entidad psicológica.

El fenómeno de internalización, es un proceso totalmente distinto a la reproducción o copia psíquica de la realidad externa, los procesos de internalización no consisten en la transferencia de una actividad externa a un plano interno preexistente, sino que son procesos mediante los cuales este plano es transformado. El lenguaje es el ejemplo paradigmático, puesto que cumple el doble papel de ejemplificar las funciones psíquicas superiores y es el instrumento central de mediación para la interiorización de estas funciones.

2.1.7. Mediación semiótica

Vigotsky hace una equivalencia entre las herramientas semióticas y las herramientas usadas en el proceso de producción a través de la distribución del trabajo realizado en la transformación de la naturaleza. El trabajo se convierte en una actividad mediatizada, es decir, el proceso que existe entre la necesidad y el lograr satisfacerla lo construirá con la ayuda de herramientas.

---

[25] Ibid. p.14.
[26] García, La obra de Vygotsky y sus impactos en la educación, p.13.

Por su parte, para lograr el aprendizaje o el desarrollo de la psiquis, el ser humano utiliza herramientas internas llamadas signos, los cuales pueden ser palabras, símbolos, esquemas y todo aquello que tiene un significado para el que las utiliza. Así, mientras que en la producción las herramientas son utilizadas para transformar algo externo (la naturaleza), las herramientas semióticas son utilizadas para hacer una transformación interna (la psiquis) y así la persona transforma su conciencia y con ello van evolucionando sus propias capacidades humanas.

> "El trabajo y la actividad instrumental conducen a modificar el tipo de conducta del hombre, a diferenciar al hombre de los animales. Esta diferencia del hombre consiste en el carácter mediatizado de su actividad. La mediatización se hace posibe gracias a que el hombre, en su actividad psíquica interior, emplea signos, así como en la actividad práctica, exterior, utiliza el instrumento".[27]

La *mediación semiótica (MS)* puede ser vista en dos sentidos. Por una parte, es la transformación del lenguaje intuitivo - perceptivo del alumno al lenguaje matemático a través de *herramientas semióticas (HS)*, es decir, son el *medio* para lograr la evolución del pensamiento y lenguaje del alumno. Por otra parte, es una forma de medir si se han cumplido los objetivos y si el aprendizaje ha sido significativo, es decir, durante el proceso el alumno creará conciencia y con ello controlará voluntariamente las actividades realizadas.

Las *funciones psíquicas superiores (FPS)* (razonamiento, concentración, memoria y percepción lógicas) se desarrollan en una actividad mediatizada a través de herramientas semióticas, donde el lenguaje creativo del alumno tiene un papel muy importante al auxiliarse de tablas, gráficas, o algún tipo de esquema, facilitándole alcanzar el significado durante los procedimientos y transformando con ello las FPS.

2.1.8. Zona de desarrollo próximo

Para Vigotsky el aprendizaje surge como un proceso que empieza en lo social y concluye en lo individual, es decir, es a través de otros y de la cultura histórica, social y cultural que éste se puede llevar a cabo, siendo por medio de la experiencia de otros lo que somos actualmente.

El aprendizaje depende de la propia capacidad para analizar y entender un problema, simplificar la información, darle un contexto, exponer la intuición y creatividad propia y escuchar la ajena, apoyarse en herramientas visuales y con ello encaminarse a resolverlo. De esta manera es importante que el profesor esté al tanto del conocimiento presente en el alumno, así como el tipo de pensamiento y lenguaje del que goza y a partir de esto orientarse hacia los conocimientos futuros. Es en este contexto donde entra un concepto importantísimo, a saber: *zona de desarrollo próximo*.

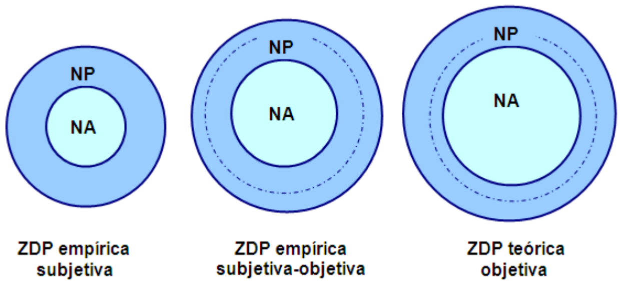
[27] Petrovski, Psicología evolutiva y pedagógica, p.13.

"La *zona de desarrollo próximo (ZDP)* es la divergencia entre el nivel de solución de las tareas que son accesibles al pequeño con ayuda de los adultos y el nivel de solución de las tareas que le son accesibles en la actividad autónoma. Hay al menos dos niveles que se deben definir; el primero, *nivel de desarrollo actual del niño*, es el nivel de desarrollo de las funciones psíquicas que el pequeño ha alcanzado como resultados de los ciclos ya cumplidos de su desarrollo; el segundo, *nivel de desarrollo potencial del niño*, donde el niño con ayuda de la imitación de la actividad colectiva, bajo la dirección de los adultos, está en condiciones de hacer mucho más y de hacerlo con comprensión de manera autónoma".[28]

De este modo las personas tenemos dos niveles: *el nivel actual (NA)* y el *nivel potencial (NP).* Así, dentro del NA el alumno puede por sí mismo realizar la actividad de forma autónoma, mientras que dentro del NP el alumno sólo puede realizarla con el apoyo de sus compañeros o del profesor.

Bajo estas condiciones es de suma importancia trabajar dentro de esos dos niveles, ya que de otro modo el alumno será incapaz de realizar la actividad por más ayuda que el profesor esté dispuesto a otorgarle y estaría trabajando en un *nivel fuera de su ZDP*.

El desarrollo que el alumno va adquiriendo no es necesariamente lineal, puede incluir saltos cualitativos en los que los avances en el aprendizaje y en la FPOS conducen en algunos casos a una transformación radical de la conciencia, cambiando con ello la actitud que tienen ante la disciplina o antes sus propias capacidades o cuando modifica sus hábitos de estudio o cuando empieza a *aprender a aprender*.



Evolución de la zona de desarrollo próximo

2.2. Teoría de la actividad de Leontiev

A. N. Leontiev (1981) desarrolló una Teoría de la Actividad cuyo fundamento es considerar que la actividad del individuo humano constituye un sistema comprendido dentro del sistema de relaciones en la sociedad y que fuera de éstas, la actividad humana no existe en general.

[28] Vigotski, El proceso de formación de a psicología marxista, pp.216-217.

Asumir dicha posición nos lleva a considerar la dialéctica e historicidad del proceso de desarrollo del hombre y por tanto, del proceso de enseñanza-aprendizaje como parte del mismo. Leontiev crea su *modelo psicológico de la actividad*, con el cual es posible estructurar con un criterio sistémico las actividades escolares en el momento de diseñarlas, para que los fundamentos vigotskyanos (ZDP, HS) se puedan llevar a la práctica. De acuerdo a este enfoque el profesor juega un papel de suma importancia como diseñador y orientador de las actividades.

> "La actividad es la unidad de a vida mediatizada por el reflejo psíquico, cuya función rea consiste en que orienta al sujeto en el mundo objetal. La actividad no es una reacción ni un conjunto de reacciones, sino un sistema que tiene estructura, tránsitos y transformaciones internas, desarrollo".[29]

Leontiev utilizó su modelo para ir construyendo sistemas de motivos más complejos y elevados.

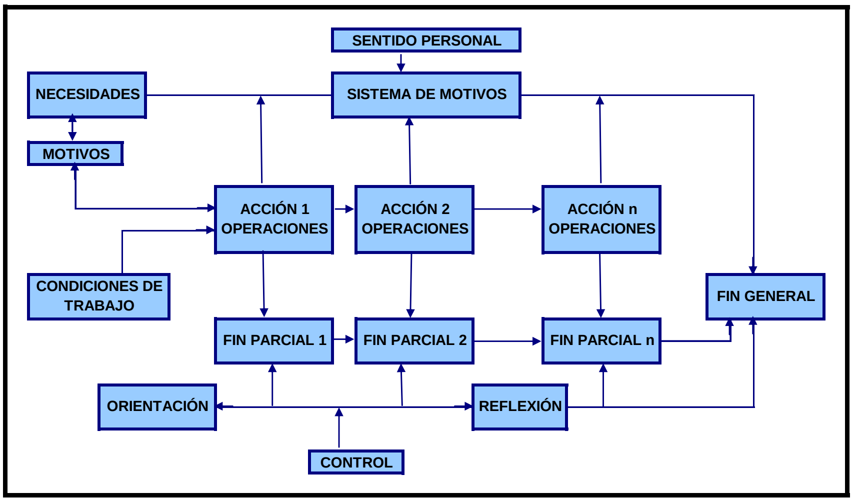
En este trabajo y sin dejar de reconocer la importancia fundamental de los motivos nos centraremos en la estructura psicológica de la actividad de Leontiev como fundamento para el diseño del material didáctico, que servirá como instrumento para abordar el tema. Dentro de la estructura psicológica de la actividad, son las interacciones de los alumnos con el profesor, con sus compañeros, consigo mismos, siempre usando las herramientas semióticas, el factor principal en esta concepción.

2.2.1. Estructura psicológica de la Actividad

La actividad, en cuanto estructura psicológica basada en la evolución de las capacidades cognoscitivas de los alumnos, es un proceso que parte de una *necesidad* (por ejemplo, los alumnos que inician el curso de Estadística y Probabilidad I su necesidad puede ser el de aprobar el curso o concluir su bachillerato para continuar con una licenciatura), compuesto por una serie de *acciones*, cada una con sus propios motivos, operaciones y fines parciales, proceso unificado en torno a una o varias finalidades generales compartidas por el conjunto de acciones.

> "En la sociedad el hombre no encuentra simplemente las condiciones externas a las que debe acomodar su actividad, sino que estas mismas condiciones sociales conllevan los motivos y las finalidades de su actividad, sus medios y procedimientos; en una palabra, que la sociedad produce la actividad de los individuos que la forman".[30]

[29] Ibid. p.265.
[30] Ibid. p.266.



Estructura psicológica de la Actividad de Leontiev

Leontiev dice que no hay actividad [interna] si no hay una necesidad en el sujeto cognoscente. El querer satisfacer dicha necesidad generará motivos necesarios para realizar la actividad, aún cuando estos motivos no tengan relación alguna con el fin general de la actividad.

La actividad consta de n acciones (partiendo de las más simples a las más complejas y trabajando siempre dentro de la ZDP del alumno), ya que cada una de ellas persigue un fin parcial y todas están enlazadas de tal forma que si se termina una acción, se tienen los elementos necesarios y crearán nuevos motivos para comenzar con la siguiente, se va generando con esto un sistema de motivos que nos ayudarán a lograr el fin general de la actividad.

Para cumplir un fin parcial, la acción debe estar elaborada de manera que siga un proceso lógico y contextualizado, para que el alumno pueda por cuenta propia o con orientación oportuna ser capaz de realizarla –proceso que Leontiev llama *operaciones,* concebidas como condición de necesidad para alcanzar el fin parcial de la acción y para que sean utilizadas conscientemente en el desarrollo de subsecuentes acciones–. La planeación del tiempo que se le dedicará a la actividad tanto en el salón de clase como fuera de éste será un factor previsto.

2.3. Relación entre la enseñanza y el aprendizaje

El desarrollo psíquico en el ser humano se realiza con la asimilación de la experiencia social a través del aprendizaje. De modo que los procesos psíquicos superiores tienen un origen social, es decir, el aprendizaje depende del contexto y las condiciones sociales en que se desenvuelve el individuo, así como la interacción realizada con los otros, sin embargo, será individual y se verá reflejado en los cambios psíquicos del individuo.

La tarea del profesor será dirigir el proceso de la actividad mental de los alumnos, controlando así no sólo los resultados sino el curso de su formación a través de tres etapas.

La primera es la etapa de la actividad material (actividad externa) en la cual tanto el alumno como el profesor controlarán cada una de las operaciones que componen una acción haciendo uso de dibujos, esquemas o cualquier objeto tangible para el alumno.

La segunda es la etapa de la verbalización (actividad que pasa de la externa a la interna) en la cual el alumno es capaz de expresar con palabras las operaciones aplicadas en la acción.

Y la tercera etapa es la de la operación con los conocimientos en los actos de pensar (actividad completamente a nivel interior e individual) en la que el alumno va tomando conciencia de su propio aprendizaje.

Entonces para la asimilación de los conocimientos será necesario que el profesor tenga el control de estas etapas y en caso de haber errores será necesario regresar a alguna de ellas.[31]

El aprendizaje en el hombre transcurre en dos niveles: *Nivel Reflejo* y *Nivel Cognitivo*. El primero de ellos tiene un carácter inconsciente y automático, participa en la formación de percepciones, representaciones y diversos programas motores y el segundo se caracteriza por el descubrimiento consciente, el análisis, la selección, la generalización y fijación de las propiedades y vínculos esenciales de la realidad, así como los modos de acción y utilización convenientes de estas propiedades y vínculos, lo dirigen los fines y tareas conscientemente planteados.

Cada uno de estos niveles se encuentra presente a lo largo de la vida del sujeto en mayor o menor intensidad dependiendo de su edad, ya que ninguno de ellos desaparece, sólo se subordinan a los recientemente alcanzados. El nivel reflejo del aprendizaje incluye dos tipos de aprendizajes: el sensorial y el motor.[32]

En el nivel *sensorial* se forman la diferenciación de las señales y percepciones sensoriales, así como los procesos de observación, reconocimiento e identificación. En el nivel *motor*: se realizan la elección y unión de los modos de cumplir los movimientos, la asimilación de los programas motrices, su diferenciación, generalización y sistematización.

La síntesis de ambos aprendizajes -el *sensomotor*- es la formación de modos automatizados de cumplir las acciones convenientes bajo el control de las percepciones y representaciones.

En el nivel cognitivo el aprendizaje se expresa como la asimilación de determinados conocimientos, acciones y comportamientos. Y éste a su vez se subdivide en dos categorías, según el tipo de relaciones reales que es asimilado, las formas de reflejo de estas relaciones, los fines del aprendizaje, los tipos de acciones que son asimilados y el carácter de las tareas que se resuelven por medio de las mismas:

---

[31] Petrovsky, Psicología evolutiva y pedagógica, pp.17-18.
[32] Ibid. p.208.

Aprendizaje práctico: se forma sobre la base de la experiencia sensorial. Este subnivel incluye el aprendizaje de los conocimientos fácticos y el aprendizaje de las operaciones y acciones prácticas necesarias para resolver determinadas clases de tareas; también se forman las representaciones y aptitudes prácticas.

Aprendizaje intelectual: se da cuando el alumno asimila conocimientos teóricos generalizados sobre las propiedades objetivas de la realidad y los sistemas de operaciones ideales. Se reflejan los vínculos objetivos más generales, las estructuras y relaciones de la realidad o la actividad. Este subnivel incluye el *aprendizaje de conceptos* (asimilación de conocimientos teóricos), el aprendizaje del pensar (formación de interconexiones entre conceptos y relaciones) y el aprendizaje de aptitudes teóricas (aplicar los conocimientos para resolver determinadas tareas).

> "La enseñanza constituye un procedimiento orientado y especialmente organizado de transmitir la experiencia social. La enseñanza desempeña por consiguiente, un papel determinante en el proceso del desarrollo psíquico del niño".[33]

Vigotsky dice que la enseñanza del niño comienza mucho antes de la enseñanza escolar; antes de ir a la escuela tiene ya experiencia con el lenguaje, es capaz de responder y hacer preguntas, ya tiene algunos conocimientos y maneja cierta información. Es decir, la educación escolar nunca comienza de ceros.

Para él hay dos cuestiones en las que debemos enfocarnos. La primera es la relación que hay entre enseñanza y el aprendizaje y cuáles son sus particularidades de dicha relación. La segunda es que la enseñanza debe estar coordinada con el aprendizaje, es decir, trabajar dentro de la *zona de desarrollo próximo*.

[33] Ibid. p.24.

CAPÍTULO III. METODOLOGÍA E INSTRUMENTACIÓN DIDÁCTICA DE LA PROBABILIDAD Y LA ESTADÍSTICA INFERENCIAL

3.1. Metodología de la tesis

La metodología del presente trabajo tiene bases en el aprendizaje significativo como la transformación de la conciencia a través de la unidad que existe entre pensamiento y lenguaje (pensamiento verbal) y que buscará generarse a través de principios pedagógicos y didácticos como son la actividad, la zona de desarrollo próximo, las mediaciones o herramientas semióticas, las funciones psíquicas de orden superior y haciendo uso de la lógica imprecisa[34].

A continuación se muestran las etapas consideradas en la metodología, los distintos instrumentos de recopilación que se diseñaron y aplicaron durante el proceso de investigación, así como una exploración del material didáctico diseñado para lograr el aprendizaje de los alumnos.

Etapa 1. Investigación documental: el tema a desarrollar y la teoría en la que se sustenta el trabajo, principalmente el Método Histórico-Cultural de Vygotski y la Teoría de la Actividad de Leontiev **(Capítulo II)**.

Etapa 2. El diseño y elaboración de lo siguiente:

- La actividad Chicos y Grandes dedicada a desarrollar el sentido personal en los alumnos de conceptos y métodos de la estadística descriptiva, la probabilidad y la estadística inferencial muy distorsionados o inexistentes en el medio común, es decir, el fin general de la actividad es: desarrollar en los alumnos el nivel actual de su Zona de Desarrollo Próximo con elementos significativos conceptuales que serán objetos de aprendizaje en el transcurso del año escolar. **(Anexo 2)**
- Instrumentos de medición del proceso educativo:
    - Examen diagnóstico para identificar el nivel actual de los alumnos referente a estadística descriptiva, probabilidad y estadística inferencial. **(Anexo 3)**
    - Examen parcial **(Anexo 4)**.
    - Cuestionario de autoevaluación **(Anexo 5)**.
    - Conceptos básicos tipo vocabulario sobre la materia **(Anexo1)**
- La Didáctica Concreta (DC) adecuada para el buen desarrollo de la Actividad Chicos y Grandes con el fin de potenciar el aprendizaje de los alumnos al integrar la lógica de la disciplina (con la que se construyen los programas de estudio) en la lógica de la actividad (Leontiev) para transformarla (a la primera de ellas) en la lógica del aprendizaje de los alumnos, partiendo del Nivel Actual (sentidos personales) e ir avanzando hasta los niveles más altos de la ZDP siempre dentro de los límites del Nivel Potencial de ellos (esto es un factor detonante de las FPOS) **(Capítulo III, sección 3.3)**.

[34] Revista Eutopía, num.11, p.49.

Etapa 3. Análisis de las acciones de la etapa 2 **(Capítulo IV)**.

Con base en el marco teórico, las actividades desarrolladas en el salón de clases y los instrumentos de recopilación y evaluación, se realizó el análisis de los resultados teniendo presente el planteamiento del problema que se bosquejó en la introducción de esta investigación.

El estudio se realizó con varios instrumentos que se aplicaron a los grupos 532[35] y 580[36] en el CCH plantel Vallejo. Este trabajo se llevó a cabo a través de cinco acciones y siete sesiones (dos sesiones de dos horas por semana).

3.2. Metodología de la actividad

Se propone la Actividad "El Juego de Chicos y Grandes", que aunque incluye principalmente temas de la Unidad I: Estadística Descriptiva correspondiente a la asignatura de Estadística y Probabilidad I del CCH, también se retomará en temas posteriores a la asignatura y tendrá alcances para temas de Estadística y Probabilidad II.

Se plantea para ser realizada dentro y fuera del salón de clase para facilitar el aprendizaje de los alumnos de forma individual y colectiva. Ayudará a incrementar los motivos de los alumnos en el aprendizaje de la estadística descriptiva, probabilidad y estadística inferencial, así como elevar sus grados de atención y actitud hacia la asignatura.

El aprendizaje de los alumnos no sólo depende de factores *subjetivos* (relación del alumno con el objeto), sino también por factores *objetivos* (propiedades de la propia Actividad que se debe asimilar). Por lo tanto, es importante analizar si dicha Actividad facilita su asimilación.

El fin general de la actividad es: Que los alumnos desarrollen los sentidos personales de los conceptos básicos de la estadística descriptiva, la probabilidad y la estadística inferencial.

La lógica de la actividad estará integrada con la lógica del aprendizaje, de modo que el alumno pueda posteriormente exponer tanto el fin general como los fines parciales, es decir, cuando pueda darle significado a los conceptos y a las operaciones realizadas para llegar a cada fin parcial. El trabajo de la profesora será de suma importancia al escuchar las inquietudes y dudas de sus alumnos, así como prestarles las orientaciones necesarias para que completen cada uno de los fines parciales, enfocándose en aquellos que tienen errores en la aplicación de las operaciones.

---

[35] Grupo de quinto semestre del turno matutino con 53 alumnos inscritos, de los cuales 10 nunca se presentaron.
[36] Grupo de quinto semestre del turno vespertino con 47 alumnos inscritos, de los cuales 11 nunca se presentaron.

Su estructura consta de cinco acciones, cada una con un fin parcial específico:

3.2.1. ACCIÓN 1. Examen diagnóstico

Se les aplicará un examen diagnóstico a los alumnos para observar sus conocimientos previos y qué tan desarrollados tienen sus sentidos personales en la materia de estadística y probabilidad y así conocer su nivel actual.

3.2.2. ACCIÓN 2. Organización de la información

El fin parcial de esta acción es *que los alumnos realicen un análisis empírico-subjetivo con base en información obtenida directamente de una fuente que depende única y exclusivamente del azar,* como lo es, un juego de apuestas que he titulado Chicos y Grandes y que consiste en jugarlo 50 veces lanzando dos dados diferenciados por el color y así en una tabla van registrando los datos de cuatro series: tres que corresponden a variables aleatorias discretas (los datos de cada dado y los datos de la suma de ambas caras) y una serie que corresponde a una variable categórica (el resultado del juego con tres categorías: *chicos* si la suma está entre 2 y 6, *medianos* para la suma igual a 7 y *grandes* que corresponde a la suma entre 8 y 12).

Las operaciones (acciones intelectuales) para alcanzar el fin parcial están en correspondencia con el nivel actual de la ZDP de los alumnos, mediante sus sentidos personales, intuitivos y creativos en un primer acercamiento a la metodología de la Estadística Descriptiva, organizado la información mediante tablas de frecuencias y frecuencias relativas y dibujando sus histogramas para las dos series de datos que se obtuvieron con cada dado.

Con base en esta descripción se les pide que analicen los datos para que tomen una decisión contestando *¿cuál serie datos tiene mejor comportamiento?* Sin darles ninguna pista u orientación para que sea un *análisis empírico–subjetivo*. Se concluye la acción con una plenaria con el colectivo.

3.2.3. ACCIÓN 3. Medidas descriptivas

Esta acción está dedicada a introducir elementos teóricos desarrollando significados conceptuales con base en el objeto de estudio (un dado), así el fin parcial de la acción consiste en que el alumno realice un análisis combinado con elementos empíricos y teóricos que tiene una buena dosis de subjetividad en sus decisiones pero con la incorporación de lo teórico hay más bases objetivas.

Las operaciones para alcanzar el fin parcial se llevan a cabo a través de la hipótesis teórica: *todas las caras de un dado tienen la misma posibilidad de caer hacia arriba*, con ella se deduce el modelo correspondiente a 50 lanzamientos de un dado.

Como *herramienta semiótica*, se utilizará una tabla de *frecuencias y frecuencias relativas teóricas* en la cual observarán que no es un modelo real debido a que las frecuencias teóricas de cada cara no son enteras (50/6), pero sirve para construir una serie de posibles datos en la que afirmamos, con base en el análisis de la acción anterior, que tiene el mejor comportamiento (esta posible serie tiene cuatro caras con frecuencias de 8 cada una y dos caras, que con frecuencia 9 que la profesora las determina en cada equipo para que queden cubiertas las seis combinaciones posibles de dos caras con 9 y cuatro con 8).

Ahora tenemos cuatro tablas de frecuencias y frecuencias relativas y sus respectivas gráficas (la teórica, un mejor comportamiento y dos empíricas). Entonces pasamos a desarrollar el tema de *medidas descriptivas*: comenzamos con el significado de *medida* (en nuestra actividad cotidiana realizamos muchas medidas), así los datos se obtienen mediante un proceso de medición, entonces, también podemos medir los datos y a cada tipo o proceso de medición que se lleve a cabo con los datos se llama *medida descriptiva.*

De esta manera se pasa al aprendizaje significativo de las medidas de tendencia central las cuales también hay que tipificarlas como *medidas de localización,* y a las medidas de dispersión como *medidas de escala,* lo que nos permite concebirlas (y aplicarlas) como una unidad dialéctica a través de la regla empírica con la media y la desviación estándar.

Luego con las medidas descriptivas, media, mediana, moda, desviación media, varianza y desviación estándar, calculadas usando la calculadora para ir llenando tablas en las que se reproducen las primeras dos columnas de cada una de las cuatro tablas de frecuencias y frecuencias relativas (diferenciando los valores obtenidos con los códigos del lenguaje de los estadísticos correspondiente a los datos y los códigos de los parámetros relativos al modelo teórico) se pide que lleven a cabo un análisis comparando las medidas descriptivas de los estadísticos con los parámetros (es decir comparando lo empírico con lo teórico) para decidir cuál de las tres series tiene mejor comportamiento.

Se concluye la acción con una plenaria con el colectivo, que debe ser más rica en el debate dado que has más elementos para las similitudes y contrastes con lo sucedido entre los equipos.

Esta acción es muy importante para potenciar el aprendizaje de los alumnos, dado que está cargada de conceptos y procedimientos estructurados, que si se llevan en la práctica con un buen desarrollo del aprendizaje significativo mediante el principio de la orientación oportuno por parte del profesor(a), de tal manera que provoque un apropiado manejo de herramientas semióticas, el alumno experimentará una transformación en su desarrollo psíquico (FSOS), es decir sufrirá un cambio notorio en su desplazamiento de la ZDP.

3.2.4. ACCIÓN 4. Decisión estadística

El fin parcial de esta acción consiste en que el alumno realice un análisis totalmente teórico y objetivo para lo cual hay que construir un proceso que proporcione una medida de la discrepancia que guarda lo empírico con lo teórico. Dos conceptos son la base de dicho proceso: *valor observado y valor esperado,* para desarrollarlos significativamente vemos que el primero se ubica en el nivel actual de la mayoría de los alumnos, mientras que el segundo al ser teórico, abstracto y general corresponde al nivel potencial de ellos. Por eso, didácticamente se introduce con la siguiente situación:

Supongamos que tres personas jugaron volados, la primera jugó 10 volados, de los cuales sólo ganó uno, la segunda persona jugó 100 volados de los cuales ganó únicamente 46 y la tercera persona jugó 1000 volados de los cuales ganó únicamente 496. Esta información se describe así

	Situación A	Situación C	Situación C
Volados jugados	10	100	1000
Volados ganados	1	46	496
Volados perdidos	9	54	504

Entonces se interroga ¿cuál de las tres situaciones te parece que ocurrió completamente anormal?, y ¿cuál crees que se puede ver como normal? Explica.

En plenaria con el colectivo el profesor debe orientar el debate: la tabla muestra los valores observados y ¿para 10 volados jugados ocurrieron estos valores en forma anormal?, ¿para 100 volados jugados? y ¿para 1000 volados jugados? Al argumentar las respuestas surge el significado de valor esperado.

Después analógicamente con base en los significados de la varianza se construye la medida de la discrepancia de lo empírico con lo teórico como se muestra en la siguiente secuencia lógica:

	Situación A		**Situación B**		**Situación C**	
	Ganados	**Perdidos**	**Ganados**	**Perdidos**	**Ganados**	**Perdidos**
Valor observado	1	9	46	54	496	504
Valor esperado	5	5	50	50	500	500
V.O. – V.E.	1-5 = -4	9-5= 4	- 4	4	- 4	4
(V.O. – V.E.)^2	$(-4)^2$=16	$(4)^2$=16	16	16	16	16
(V.O. – V.E.)^2/V.E	16/5=3.2	16/5=3.2	0.32	0.32	0.032	0.032
TOTAL	6.4		0.64		0.064	

Con base en esta construcción de la medida de la discrepancia entre lo empírico y lo teórico se pasa ahora a que los estudiantes la calculen con los datos del dado azul, del dado blanco y del mejor comportamiento, con lo cual llegarán a una decisión estadística totalmente teórica y objetiva. Así, el fin parcial de esta acción quedará alanzado.

3.2.5. ACCIÓN 5. Síntesis conceptual y metodológica de la probabilidad y la estadística inferencial

El fin parcial de esta acción consiste en generar en el alumno sentidos personales de conceptos básicos que forman el puente entre la probabilidad y estadística inferencial, dichos conceptos se tratan en la literatura en la unidad de estudio denominada *Distribuciones Muestrales* o *Teoría de la Distribución Normal,* y tienen un carácter tan abstractos y generales que causan grandes dificultades para su aprendizaje. Ahora bien, el nivel semiótico que alcanza la actividad *Chicos y Grandes* genera un momento empírico muy oportuno para dejarlos desarrollados en el nivel actual de su ZDP, de hecho el diseño y contenido de esta actividad permite ubicar estos conceptos completamente en el nivel potencial de la ZDP de los alumnos y por lo tanto se puede lograr el fin parcial de la acción y con ello la consecución del fin general de la actividad.

El desarrollo conceptual y metodológico de la acción (sus operaciones) es así: en plenaria con el colectivo se inquiere ¿las series de datos obtenidas con el dado azul y con el dado blanco son cada una de ellas una población o una muestra?, para que con el debate se llegue a la conclusión de que no son poblaciones dado que todavía se pueden obtener más datos, con lo cual se continua cuestionando en relación a la población hasta llegar a la conclusión de que son dos muestras de una población que es infinita.

X	$f_{rel\ teo}$
1	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{6}$
3	$\frac{1}{6}$
4	$\frac{1}{6}$
5	$\frac{1}{6}$
6	$\frac{1}{6}$

Se pasa ahora a identificar a la población viendo que si se hubiera jugado el juego de chicos y grandes 80 veces en vez de 50, las frecuencias en el modelo teórico serían cada una iguales a 80/6 pero las frecuencias relativas teóricas no cambian porque al dividirlas entre 80 sus valores son iguales a 1/6. Se sigue analizando para otros tamaños de muestra y así concluir que el modelo teórico es invariante en la columna de las frecuencias relativas teóricas. O sea que el modelo teórico que aquí se muestra es el mismo para cualquier muestra, su media y su varianza siempre son $\mu = 3.5$ y $\sigma^2 = 2.92$. Con base en esta invariante podemos inducir que el modelo teórico mostrado aquí es la población de las muestras correspondiente al dado azul, al dado blanco y al mejor comportamiento y a cualquier otra muestra que se obtenga lanzando un dado las veces que sea y registrar la cara que queda hacia arriba. Se pasa entonces a identificar a las medidas descriptivas calculadas en una muestra como *estadísticos* y a las medidas calculadas en la población como *parámetros*

En cuanto a la estadística descriptiva se ha dado un avance significativo para el caso de datos discretos, dejando el paso a la descripción de datos continuos.

El fin parcial de esta acción es desarrollar los significados de muestra y población a través de distintos tamaños de muestra en el lanzamiento de un dado.

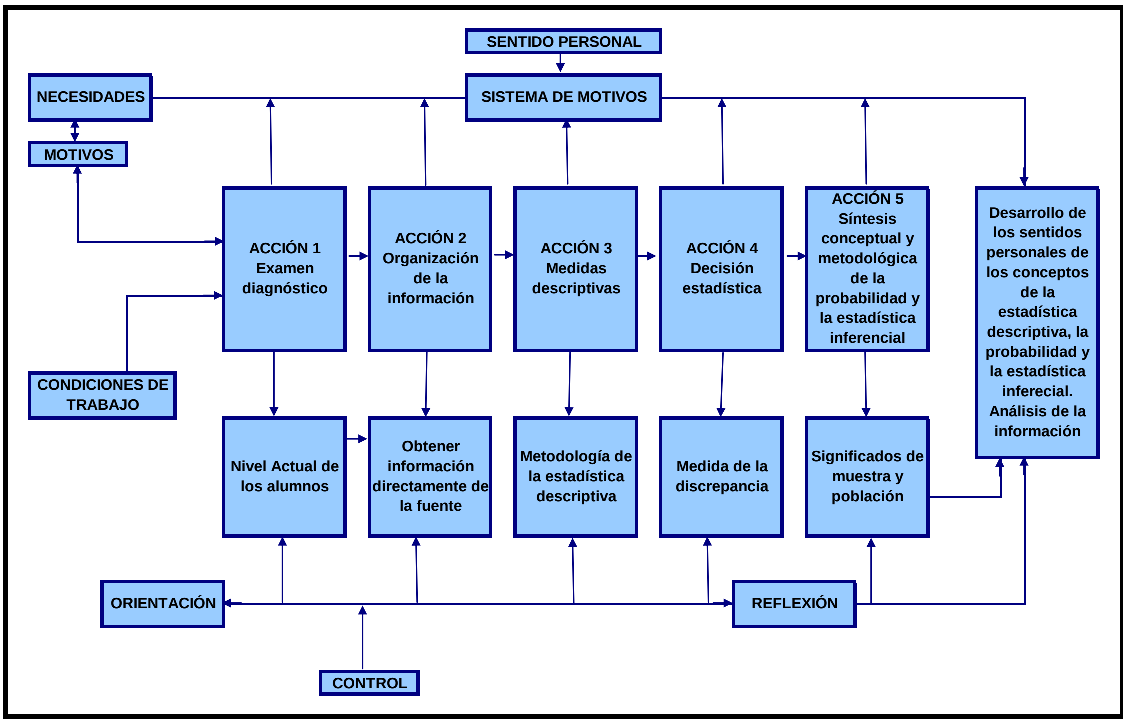
Así que recordaremos que mediante el juego de los dados los alumnos obtuvieron una muestra de tamaño 50 para la cuál se obtuvo su modelo teórico y posteriormente sus medidas descriptivas y finalmente la medida de la discrepancia. Después estimularemos los sentidos personales que tienen sobre lo que es una muestra y una población mediante los interrogantes ¿los datos que obtuvieron al realizar el juego fueron una muestra o una población y por qué?, ¿cuántas veces necesitamos lanzar un dado para obtener una muestra?

Después de obtener varias respuestas y dirigirlas a nuestro fin parcial y como no se puede lanzar un dado una infinidad de veces, en conjunto se reconstruirá el modelo teórico para esos 50 lanzamientos del dado (con frecuencias y frecuencias relativas) y del mismo modo se construirá el modelo teórico para distintos tamaños de muestra (60, 80 y 120 lanzamientos del dado) para que el alumno observe y compare estos modelos, analice cuáles de estos casos pueden ocurrir en la realidad y cuáles se quedan sólo en lo teórico y pueda concluir que no importa el número de veces que se tire un dado la frecuencia relativa de cada una de las caras siempre es 1/6. Asimismo se podrá concluir a través del diálogo dirigido que el modelo teórico es la población (que nos arroja la misma frecuencia relativa en todos los casos expuestos y pudiendo generalizar esta característica en cualquier otro caso) y que el experimento (lanzar el dado cierto número de veces) es la muestra.

Por su parte, el significado de la medida de la discrepancia nos ayudará a orientar a los alumnos que entre más veces se lance un dado las frecuencias que se obtengan de una muestra con estas características estará más cercana a lo teórico, es decir, su frecuencia relativa será muy cercana a 1/6.

En síntesis esta actividad esta estructurada para lograr una transformación interna en los alumnos con respecto a los conceptos de la estadística descriptiva, la probabilidad y la estadística inferencial. Partimos del nivel actual dentro de su ZDP y en el transcurso de esta actividad se desarrollarán sus sentidos personales que los alumnos tienen de dichos conceptos a través de las cinco acciones expuestas anteriormente con sus respectivos fines parciales y operaciones realizadas para cumplirlos.

A continuación se muestra un esquema de toda la estructura psicológica de la actividad aplicada:



Estructura psicológica de la actividad Chicos y Grandes

Hasta el momento se han desarrollado significados teóricos de la disciplina teniendo como base lo empírico, por ello aún seguimos con el sentido personal de los alumnos que posteriormente se recurrirá a ellos al introducirse en los aspectos abstractos y teóricos de la probabilidad y la estadística inferencial y que de esa manera el alumno pueda comprenderlos.

Es importante mencionar que los alcances que se pueden tener con esta Actividad son enormes, ya que se puede retomar en los siguientes temas del programa de estudios vigente: en datos bivariados y probabilidad que son las unidades II y III de Estadística y Probabilidad I e incluso se tendrán alcances en el curso de Estadística y Probabilidad II: desde variables aleatorias, distribuciones de probabilidad y distribuciones muestrales, hasta intervalos de confianza y pruebas de hipótesis.

3.3. Didáctica concreta

De acuerdo a las características que tiene el Modelo Educativo del CCH, creado con la idea de una educación activa, es importante que el material de apoyo didáctico que se emplea debe ser elaborado siguiendo la ruta del aprendizaje significativo que hemos perfilado, es decir, se debe iniciar un curso o un nuevo tema desarrollando cuidadosamente el material didáctico con un lenguaje que corresponda por completo al NA de la ZDP de los alumnos para que ellos inicien por cuenta propia la segunda acción del presente trabajo.

Tarea que debe ser realizada dentro y fuera del salón de clases, de tal manera que las acciones de pensamiento que se requieren en su actividad interna las pueda llevar a cabo sin obstáculos y así alcanzar el primer fin parcial, el cual debe estar dirigido a generar motivo para el aprendizaje del tema de estudio.

Es importante dar a conocer los propósitos parciales de cada una de las acciones para que los alumnos sepan qué es lo que se espera realizar al concluir dichas acciones.

El profesor debe tener un control sobre la comprensión del trabajo que se va a realizar en cada una de las sesiones, dirigiendo a través de sus orientaciones y tratando de nivelar a los alumnos rezagados.

3.3.1. SESIÓN 1 – Aplicación del examen diagnóstico

ACCIÓN 1. Examen diagnóstico

En primer lugar se da una breve presentación de la profesora y los alumnos así como del curso: se da a conocer el temario correspondiente al programa de estudios para la materia de Estadística y Probabilidad I, la bibliografía, el modo en el que se va a trabajar y las formas de evaluación. **(30 minutos)**

Posteriormente y por el tiempo restante, se aplica el examen diagnóstico diseñado para conocer el nivel actual de los alumnos. **(90 minutos)**

3.3.2. SESIÓN 2 – Desarrollo del juego

ACCIÓN 2. Organización de la información

A través de una lluvia de ideas entre todo el grupo se genera una definición al concepto de estadística, así como una diversidad de ejemplos. **(10 minutos)**

Para la ejecución del juego “Chicos y Grandes”, a los alumnos se les proporcionan las reglas del juego y los alumnos contestan si el juego es justo, si el apostador es quien tiene más peso a su favor o si la banca tiene más posibilidades de ganar. **(10 minutos)**

Posteriormente se organiza a los alumnos por parejas para realizar el juego y que vayan capturando la información en una la tabla con cinco columnas (la primera es para el número de juego que se lleva a cabo, la segunda es para registrar la cara que muestra el dado blanco, en la siguiente se registra la cara del dado azul, después se registra la suma de las caras y finalmente el resultado del juego). **(40 minutos)**

Lanzamiento núm.	Dado blanco	Dado azul	Suma de las caras	Resultado del juego
1	6	2	8	Grandes
2	1	5	6	Chicos
3	4	3	7	Medianos
⋮				
49				
50				

Ya que tienen la tabla llena con los datos tomados directamente de la fuente, se procede a dar una descripción del comportamiento de los resultados. Como el fin parcial de esta segunda acción consiste en que el alumno lleve a cabo un análisis empírico-subjetivo, se les pide que empiecen a organizar la información con base en su experiencia usando tablas y gráficas, es decir, que organicen los datos de la tabla con todo lo que conozcan o se les ocurra de la metodología de la estadística descriptiva. **(10 minutos)**

Una forma de orientación para los alumnos es darles a conocer que la metodología de la Estadística Descriptiva consta de dos grandes partes, la organización y el resumen de los datos.

Hay cuatro series de datos: los 50 datos que corresponden al dado blanco, otra serie de datos del dado azul; con ambas series se obtienen los datos que llamamos “la suma de las caras”, la serie final corresponde al resultado del juego. Se les hace la pregunta ¿cómo organizarían los datos de la tabla para trabajar mejor con ellos? **(10 minutos)**

Ya que reflexionaron sobre la organización de los datos, se procede a hacer dicha organización de la primera serie y lograr trabajar mejor con ellos, es decir, la del dado blanco a través de una tabla y generando con ella un histograma y un polígono de frecuencias orientándolos cómo es que deben hacerlo. Una vez realizado este trabajo, se les pregunta ¿de qué les servirá la organización de las series? **(40 minutos)**

La última pregunta es fundamental para el curso. Bastará que sus respuestas iniciales tengan cierta lógica para que comiencen un largo proceso de reflexión sobre el significado de los conceptos esenciales de la Estadística. A lo largo de los temas que verán en Estadística Descriptiva irán afinando su respuesta. Donde descubrirán la gran utilidad de estas sencillas operaciones y conceptos será cuando lleguemos al nivel teórico de la Estadística Inferencial.

De tarea se les pide que organicen la serie del dado azul en una tabla, realicen su histograma y polígono de frecuencias y además se les pide que respondan ¿cuál de los dos dados tienen mejor comportamiento?, argumentando lo más claro posible el por qué de su respuesta (la cual será del tipo empírico-subjetivo)

3.3.3. SESIÓN 3 – Construcción de tablas y gráficas de frecuencias, modelo teórico y mejor comportamiento para un dado

Nuevamente se organizan a los alumnos por equipos para dialogar, tomar notas sobre el trabajo realizado y al final uno de ellos va a exponer sus aportaciones al resto del grupo. Se les propone que elijan a un secretario para ello.

Ya divididos en equipos, cada uno de los integrantes debe dar su descripción sobre las tareas realizadas, mostrando lo que ha entendido en relación a los pasos a seguir para la organización de la información. Redactan su descripción colectiva; luego ante la plenaria, cada secretario resume las acciones metodológicas efectuadas por su equipo. **(20 minutos)**

Se pasa ahora a generar una lluvia de ideas con el fin de aportar nuevos elementos para la descripción de la información y la profesora los va anotando en el pizarrón. En este proceso la profesora va orientando la dinámica de cada equipo hacia la necesidad de que los alumnos organicen la información mediante tablas de frecuencias y frecuencias relativas, con sus respectivas gráficas y puede orientarlos en la construcción de estos elementos metodológicos, procediendo a la acción tres de esta actividad. Por su parte, se concluye que las barras que se comportaron más homogéneamente son la que tuvieron un mejor comportamiento. **(20 minutos)**

Se construye una tabla de frecuencias para los datos del dado blanco, orientando a los alumnos para que puedan construirla a través de cinco columnas: frecuencia, frecuencia relativa, frecuencia acumulada y frecuencia acumulada relativa. Se construyen también sus gráficos para la FA y FRA comentando que los polígonos de frecuencias en estos dos casos se les llama ojivas. **(50 minutos)**

ACCIÓN 3. Medidas descriptivas

A través del diálogo dirigido y con base en las tres primeras sesiones, en plenaria se busca contestar ¿qué significa tener un mejor comportamiento entre los dos dados?, lo que nos lleva a las observaciones realizadas con la organización de la información, tanto tablas como gráficas y luego nos ubicamos hacia el aspecto de un dado, ¿cómo es un dado?, ¿cuántas caras tiene?, ¿alguno de las caras tiene más posibilidad de caer hacia arriba? y con ello generamos la hipótesis teórica: *Todas las caras de un dado tienen la misma posibilidad de ocurrencia o de caer hacia arriba*.

Entonces se les pregunta a los alumnos ¿cuántas veces debió haber caído cada una de las caras en los 50 lanzamientos realizados?, mientras ellos lo piensan y lo relacionan con una división, se les pide que obtengan el resultado de esa división.

Al obtener que es un número con expansión decimal periódica (8.33…), se les pregunta ¿es posible que cada cara caiga ese número de veces?, la respuesta inmediata será que no, pero entonces ¿cuántas veces debe caer cada una de las caras?, a través de orientaciones se llega a la conclusión de que cuatro de ellas deben caer ocho veces y en dos de ellas debe caer nueve veces, o bien que cinco de ellas deben caer ocho veces y una de ellas debe caer diez veces, pero si una de ella cayera diez veces, ¿no le estaríamos dando más crédito?, ¿acaso no sería mejor que dos de ellas cayeran nueve veces? **(30 minutos)**

Así se observará que el modelo teórico es ideal, ya que al lanzar un dado una de las caras no podría caer 8.33… veces, al lanzar 50 veces un dado.

Dato	Frecuencia	Frecuencia relativa
1	50/6 = 8.33…	50/6 ÷ 50 = 50/300 = 1/6
2	50/6	1/6
3	50/6	1/6
4	50/6	1/6
5	50/6	1/6
6	50/6	1/6
Total	300/6 = 50	6/6=1

Uno de los mejores comportamientos quedaría como:

Cara	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	9	8	8	8	8	9

De tarea se pide que realicen la tabla de frecuencias para dado azul y realicen los mismos gráficos, se les deja que escriban todas las posibilidades en que la frecuencia puede ser 8 en cuatro de las caras y 9 en las dos restantes y finalmente se pide que contesten nuevamente ¿cuál de los dos dados tuvo mejor comportamiento?, la respuesta también será del tipo empírico-subjetivo, sin embargo, van surgiendo elementos teóricos y objetivos.

3.3.4. SESIÓN 4 – Medidas de tendencia central para un dado

En plenaria la profesora hace la pregunta ¿qué es una medida o qué entienden por medida?, ¿qué es una medida descriptiva?, ¿alguna vez haz medido algo, qué ha sido?, ¿qué otros ejemplos se les ocurren?, una vez que se ha escuchado a los chicos que desean participar, se realizan tres ejercicios para introducirlos en el tema. La profesora concluirá que los datos se obtuvieron mediante un proceso de medición y cuando ya se tienen los datos estos también los podemos medir. Así una medida que se obtenga con los datos se llama *medida descriptiva* y es un número que nos da información general sobre toda la colección de datos. **(15 minutos)**

Para desarrollar los significados de las medidas descriptivas se considera el problema: *Al final de un curso el profesor va a establecer la calificación definitiva de sus alumnos con el promedio de cinco calificaciones parciales.*

Tres de sus alumnos tuvieron las siguientes calificaciones parciales:

Alumno A	*10*	*10*	*4*	*6*	*10*
Alumno B	*8*	*8*	*8*	*8*	*8*
Alumno C	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*

¿Cuál de los tres alumnos te gustaría ser y por qué?
¿Qué similitudes y contrastes, cualidades y desventajas observas entre ellos?

Este problema es una herramienta semiótica para que los alumnos adquieran los significados de las medidas de tendencia central o localización y las medidas de dispersión o de escala. **(45 minutos)**

Posteriormente la profesora podrá hacer un resumen de este ejercicio y profundizar un poco en el tema haciendo observaciones sobre similitudes y contrastes entre las medidas obtenidas en las calificaciones. Haciendo notar que las calificaciones de los alumnos podrían variar si se usa como criterio de calificación la media, la moda o la mediana o bien qué tan dispersos están las calificaciones en cada uno de los tres alumnos. **(10 minutos)**

Cuando la cantidad de datos es pequeña, como en las calificaciones de los alumnos A, B y C, el cálculo de las medidas descriptivas se hace operando directamente los datos. No es necesario organizarlos en tablas de frecuencias y frecuencias relativas. Si los datos están organizados en una tabla de frecuencias, la cantidad de operaciones aritméticas para calcular las medidas descriptivas se reduce considerablemente.

A través de orientaciones se calculan las medidas de tendencia central para el dado blanco. **(50 minutos)**

De tarea se deja este trabajo para los datos del dado azul y para los dos “mejores comportamientos” que escribieron en la tarea de la sesión 3.

3.3.5. SESIÓN 5 – Medidas de dispersión para un dado

Posteriormente, la profesora empieza a introducir a los alumnos en los significados de medidas de dispersión o de escala comenzando por algunas observaciones con el concepto “dispersión” que se aplica a un dato y es relativo a un objeto o una cosa que sirve como punto de referencia. Por ejemplo, para las calificaciones parciales del alumno A {10, 10, 4, 6 10} tomamos a la media $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{8}$ y entonces medimos cuánto se aleja cada dato de este punto de referencia. Este alejamiento lo calculamos con la diferencia entre el dato menos la media. **(10 minutos)**

La profesora dice como resultado de este ejemplo que la suma de todas las dispersiones siempre es igual a cero independiente del conjunto de datos que se tenga.

Al ser la suma de todas las dispersiones igual a cero, el promedio de las dispersiones sería cero también, así que el promedio de las dispersiones no es una medida descriptiva. Sin embargo, si tomamos a las dispersiones en valor absoluto, entonces sí tiene sentido calcular la media con puras dispersiones positivas.

Para realizar el cálculo de las medidas de dispersión o de escala, se les sugiere a los alumnos que realicen una tabla para las calificaciones de los alumnos A, B y C, como se muestra a continuación el ejemplo para las calificaciones del alumno A: **(40 minutos)**

Calificación (dato)	Dispersión (dato-media)	Valor absoluto de la dispersión	Cuadrado de la dispersión
10	10 – 8 = 2	2	4
10			
4	4 – 8 = - 4	4	16
6			
10			
Total (suma)	0		

Se les orienta para calcular la desviación media, el rango, la varianza y la desviación estándar.

Con orientaciones, el alumno también realizará el cálculo de las medidas de dispersión para los datos del dado blanco. Se les dice a los alumnos que se realizará un factor de corrección en el cálculo de la varianza: en vez de dividir entre el total de datos vamos a dividir entre el total de datos menos uno. Por ejemplo, para calcular la varianza del dado blanco se elevan al cuadrado las cinco dispersiones y se suman, el resultado se divide entre cuarenta y nueve (no entre cincuenta). **(40 minutos)**

Para llegar al modelo teórico del comportamiento de un dado nos regresamos a la hipótesis y modelo teórico, es decir cuando cada cara del dado ha caído hacia arriba 8.33… **(30 minutos)**

La profesora con la ayuda de los alumnos calcula las medidas descriptivas del modelo teórico.

Dato	Frec	Dato x Frec	Disp	|Disp|	|Disp| x Frec	$(Disp)^2$	$(Disp)^2$ x Frec
1							
2							
3							
4							
5							
6							
Total							

De tarea se les pide a los alumnos que calculen las medidas de dispersión para los datos del dado azul y para los un “mejor comportamiento” que escogieron en la tarea de la sesión 3. Nuevamente se les pide que respondan ¿con base en las medidas descriptivas, cuál de los dos dados tiene un mejor comportamiento? En este tercer análisis el análisis empírico ya casi se convierte en teórico y el subjetivo en objetivo.

3.3.6. SESIÓN 6 – Medida de la discrepancia para un dado

ACCIÓN 4. Decisión estadística

Se les pide a los alumnos que lancen una moneda 10 y 100 veces y que de acuerdo a los resultados realicen una gráfica para representarlos y que expliquen con sus palabras cómo fue el comportamiento de la moneda en cada caso. **(20 minutos)**

Posteriormente se les presenta a los alumnos tres juegos de monedas hipotéticos.

Juego 1. Se realizan 10 volados de los cuales ganas uno y pierdes nueve.
Juego 2. Se realizan 100 volados de los cuales ganas 46 y pierdes 54.
Juego 3. Se realizan 1000 volados de los cuales ganas 496 y pierdes 504.

Analizamos la tercia de juegos a través de la medida de la discrepancia. Por ejemplo, en el juego 1 comenzamos preguntando, ¿qué es lo que esperarías que ocurriera si se está lanzando una moneda 10 veces?, ¿cuántas veces esperarías ganar?, ¿qué sería lo justo que ocurriera? Después se procede a realizar la resta del valor observado menos el valor esperado, esta diferencia se eleva al cuadrado y se hace relativa al valor esperado y finalmente se realiza la suma de ambos resultados, es decir, cuando se pierde y cuando se gana, quedando como a continuación:

$$\frac{(1-5)^2}{5}+\frac{(9-5)^2}{5}=\frac{32}{5}=6.4$$

De esta manera se obtiene 6.4, 0.64 y 0.064 en los juegos 1, 2 y 3 respectivamente. Entonces se les pregunta, ¿cuál resultado del juego tuvo un mejor comportamiento? **(30 minutos)**

Se realiza lo mismo pero con los datos del modelo teórico y el mejor comportamiento, así como de los resultados obtenidos en dado blanco y azul realizar para posteriormente preguntarles ¿ahora podrías decir cuál de tus dos dados tuvo mejor comportamiento y por qué? y finalmente realizar una conclusión que englobe todas las acciones realizadas durante esta actividad. **(70 minutos)**

Así los cálculos de la medida de la discrepancia serían los siguientes:

	1	2	3	4	5	6
Modelo teórico	8.33…	8.33…	8.33…	8.33…	8.33…	8.33…
Mejor comportamiento	9	8	8	8	8	9

Para el modelo teórico:

$$\frac{(8.\bar{3}-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}+\frac{(8.\bar{3}-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}+\frac{(8.\bar{3}-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}+\frac{(8.\bar{3}-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}+\frac{(8.\bar{3}-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}+\frac{(8.\bar{3}-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}=0 \text{ y}$$

para el mejor comportamiento:

$$\frac{(9-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}+\frac{(8-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}+\frac{(8-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}+\frac{(8-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}+\frac{(8-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}+\frac{(9-8.\bar{3})^2}{8.\bar{3}}=0.16$$

De modo que la medida de la discrepancia para cada una de las caras puede estar determinada por la fórmula:

$$\sum_{i=1}^{6}\frac{VO_i-VE_i}{VE_i}$$

3.3.7. SESIÓN 7 – Muestra y población

ACCIÓN 5. Síntesis conceptual y metodológica de la probabilidad y la estadística inferencial.

Al querer introducirnos en los conceptos de muestra y población, generamos en los alumnos ambas interrogantes, ¿qué es una muestra y qué es una población?, ¿qué diferencias tienen?, ¿los datos que se obtuvieron con el juego de chicos y grandes es una muestra o es una población, por qué?

A su vez recordaremos que el modelo teórico para los 50 lanzamientos del dado es ideal, ya que al lanzar un dado una de las caras no podría caer 8.33… veces. De la misma manera tendríamos un modelo ideal si lo hubiésemos lanzado 80 veces. Sin embargo, si el dado lo hubiésemos lanzado 60 o 120 veces lo teórico podría ser real.

Escribiremos el modelo teórico que se había construido anteriormente para los 50 lanzamientos del dado, de igual manera construiremos el modelo teórico para 60, 80 y 120 lanzamientos del dado. Se compararán los modelos con el fin de observar que la frecuencia relativa de cada uno de los modelos teóricos es siempre 1/6 en cada una de las caras y haremos hincapié en comentar que lo mismo ocurriría sin importar cuantas veces se lanzara el dado. Pues aunque un dado no puede ser lanzado una infinidad de veces, observaremos que el modelo teórico es la población y con ello se va generando una idea intuitiva sobre lo que es una muestra y una población. **(30 minutos)**

Dato	Frecuencia	Frecuencia relativa
1	50/6 = 8.33…	50/6 ÷ 50 = 50/300 = 1/6
2	50/6	1/6
3	50/6	1/6
4	50/6	1/6
5	50/6	1/6
6	50/6	1/6
Total	300/6 = 50	6/6=1

Dato	Frecuencia	Frecuencia relativa
1	80/6 = 13.33…	80/6 ÷ 80 = 80/480 = 1/6
2	80/6	1/6
3	80/6	1/6
4	80/6	1/6
5	80/6	1/6
6	80/6	1/6
Total	480/6 = 80	6/6=1

Dato	Frecuencia	Frecuencia relativa
1	120/6 = 20	20 ÷ 120 = 120/720 = 1/6
2	20	1/6
3	20	1/6
4	20	1/6
5	20	1/6
6	20	1/6
Total	20x6=120	6/6=1

Para la aplicación de la metodología de la estadística descriptiva se lleva a los alumnos al centro de cómputo y se utiliza el software de Excel. En términos generales, los alumnos se auxilian del manual o guía para esta acción, sin embargo, la profesora los estará orientando en el aula con el uso de este software, ya que aunque han llevado la materia Taller de Cómputo, muchos de ellos tienen problemas para utilizarlo. **(90 minutos)**

3.3.8. SESIÓN 8 – Análisis estadístico para la suma de las caras

Como reafirmación de los significados se trabaja con la columna “suma”, es decir, con la suma de los dos dados, organizando y haciendo resumen de la información a través de tablas, histograma, polígono de frecuencias y medidas descriptivas. **(90 minutos)**

Se trabaja con la hipótesis y el modelo teórico para la suma de las caras con el fin de que posteriormente realicen correctamente las tablas, gráficas y medidas descriptivas. **(20 minutos)**

En primer lugar se genera el conjunto de las 36 posibilidades que se tienen al lanzar un par de dados:

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

Se genera la hipótesis teórica: Cada una de las parejas tiene la misma posibilidad de ocurrir.

Posteriormente se observa cuáles son los valores mínimo y máximo que puede tomar la suma de las dos caras, es decir, 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 y con ello se generan sus frecuencias y frecuencias relativas.

Dato	Frecuencia	Frecuencia relativa
2	(50)(1/36)=50/36	50/36÷50=50/1800=1/36
3	(50)(2/36)=100/36	100/36÷50=100/1800=2/36
4	(50)(3/36)=150/36	150/36÷50=150/1800=3/36
5	(50)(4/36)=200/36	200/36÷50=200/1800=4/36
6	(50)(5/36)=250/36	250/36÷50=250/1800=5/36
7	(50)(6/36)=300/36	300/36÷50=300/1800=6/36
8	(50)(5/36)=250/36	5/36
9	(50)(4/36)=200/36	4/36
10	(50)(3/36)=150/36	3/36
11	(50)(2/36)=100/36	2/36
12	(50)(1/36)=50/36	1/36
Total	1800/36=50	36/36=1

Generar el mejor comportamiento para cada una de las sumas:

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	3	4	6	7	8	7	6	4	3	1

Se trabaja la última columna: “resultado del juego” que tiene cuyas posibles opciones son: chicos, medianos o grandes. La profesora comienza preguntando si se tienen el mismo tipo de datos que se han estado manejando hasta el momento y si se deben manejar de la misma manera que se ha realizado hasta el momento. **(10 minutos)**

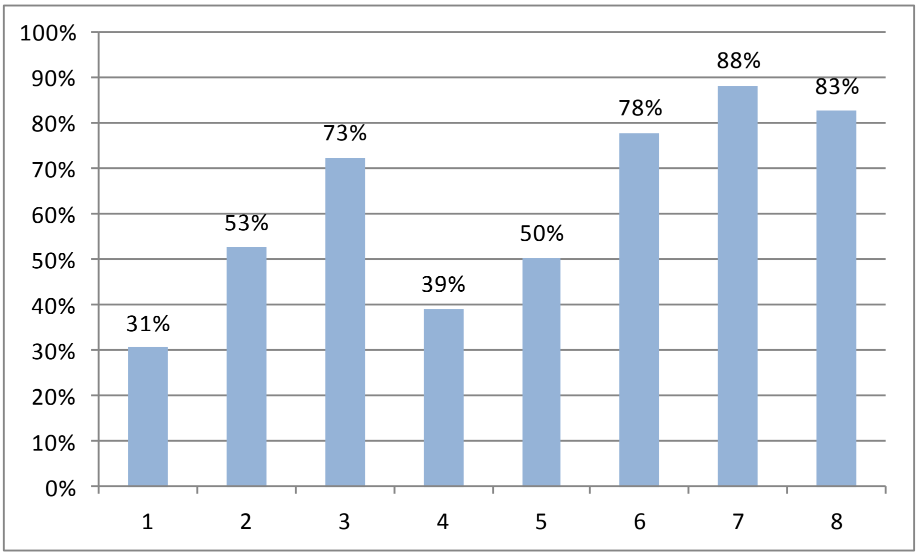
Ahora al trabajar con datos de “resultado del juego se pueden organizar de la misma manera que el resto de las columnas, es decir, sacando la frecuencia y la frecuencia relativa y manejando ésta última de forma porcentual, para posteriormente realizar ya sea una gráfica de barras o bien una gráfica circular o de pastel.

CAPÍTULO IV. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA PUESTA EN EL TRABAJO DE CAMPO

4.1. Examen diagnóstico

Los resultados obtenidos con la aplicación del examen diagnóstico fueron ilustrativos sobre el nivel actual y los sentidos personales que los alumnos tenían desarrollados hasta el momento de la aplicación. Se obtuvo una calificación mínima de 2.83, una máxima de 9.1 y un promedio de 5.82, la razón principal es que no se contestaron varios reactivos. Sin embargo, con las respuestas de los estudiantes se observó que en general se tienen conocimientos intuitivos y bastante aproximados a lo que es la probabilidad y la estadística lo que nos indica el *nivel actual* de ellos y nos da pauta de donde debemos partir para lograr el *fin general* de la *actividad* diseñada.

La siguiente gráfica muestra el porcentaje promedio de alumnos que contestaron correctamente a cada uno de los ocho reactivos.



Para el primer reactivo fueron contestados entre el 50% y el 78% de los conceptos relacionados con la estadística y la probabilidad. A continuación se analizarán las respuestas de los alumnos a cada uno de dichos conceptos.

Se observó que del 78% de los alumnos que respondieron al concepto *estadística*, el 93% lo relacionó sólo con la *estadística descriptiva* y el 7% restante lo relacionó con ambas partes constitutivas del concepto: la descriptiva y la inferencial. Es decir, la mayor parte de los alumnos que contestaron tienen una concepción de la estadística más apegada a la organización, representación y resumen a través de medidas descriptivas de un conjunto de datos.

ALUMNO 1
1.- a) Estudia, agrupa y ordena datos a partir de una población o muestra para interpretarlos y dar un pronóstico (por así decirlo).
ALUMNO 2
a) es la representación de datos mediante graficas

Por su parte, del 56% que respondieron al concepto *estadística descriptiva*, el 80% lo relacionó con dicho concepto y el resto muy disperso sin relación al significado de la estadística.

ALUMNO1
Estadística descriptiva: Es la representación de los resultados estadísticos, ya sea en tablas, gráficas y/o concluciones.
ALUMNO 2
estadística descriptiva la cantidad que elegimos y que creemos que es un valor muy próximo, pero tratando de demostrar porque dimos esa aproximación.

Estos dos incisos del primer reactivo nos dejan ver el sentido personal que el alumno tiene en su nivel actual del concepto *estadística.*

El 56% respondió el concepto *variable*, del cual el 80% lo relacionó como una característica que no es constante o como dato que tiende a cambiar, mientras que el 20% lo relaciona con incógnita o parte de una ecuación. Es decir, la mayor parte relaciona el concepto con variación, mientras que el resto lo relaciona con cuestiones algebraicas. Podemos afirmar que los alumnos tienen el significado de lo que es la variación, pero más de la mitad de ellos no tiene claro el significado de *variable.* Esto nos dice que debemos comenzar el aprendizaje de variable con los sentidos personales que los alumnos traen del concepto de variación para transformarlos en el significado de variable.

ALUMNO 1
Un dato que no tiene una constancia numerica
ALUMNO 2
2- Una variable es la formulacion de un concepto o pensamiento que se obtiene c) puede ser dependiente o independiente. (como una hipotesis).

Del 72% de los alumnos que contestaron al concepto *población*, el 54% lo relacionó con el total de datos y el 46% con el registro de habitantes de una ciudad.

ALUMNO 1 población lo que conforma una cosa o un todo.
ALUMNO 2 d) Personas, objetos, o cosas a las que se aplicara un conteo o cenzo.

El 50% que contestaron al concepto *muestra* todos lo conciben como una parte o porción de la población.

Muestra => es solo una pequeña parte de la población

Para el último concepto, azar, el 78% lo respondió en proporciones iguales como términos de probabilidad, de casualidad o de suerte.

ALUMNO 1 Es algo que se describe como "suerte" que no se sabe con claridad lo que saldrá de algún ejercicio realizado.
ALUMNO 2 Azar no se sabe lo que va a caer.

Para el segundo reactivo, el 72% dio solución a la media de los datos, de los cuales, el 92% lo concluyó de forma adecuada, mientras que del 56% que ordenó y encontró la mediana y la moda el 70% lo hizo correctamente.

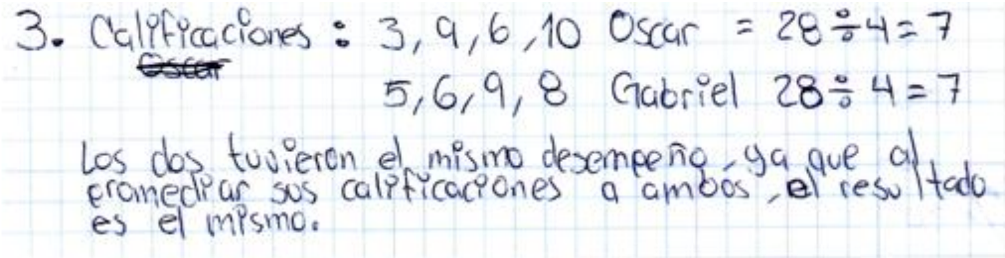
2. Grupo A: 24+3+1+9+16 = 53 ÷ 5 = 10.6
Grupo B: 23+23+13+3+3+3+3+3 = 74 ÷ 8 = 9.25

a) Promedio: Grupo A = 10.6
Grupo B = 9.25

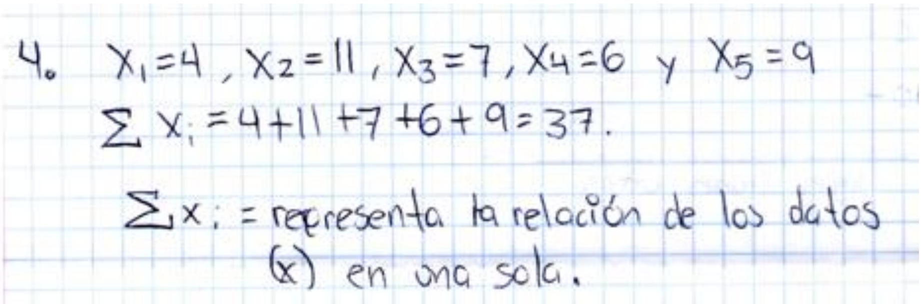
b) Grupo A: 9 queda a la mitad del grupo
Grupo B: 3 queda a la mitad del grupo

Grupo A: ningun numero se repite.
Grupo B: el 3 se repite en más ocasiones.

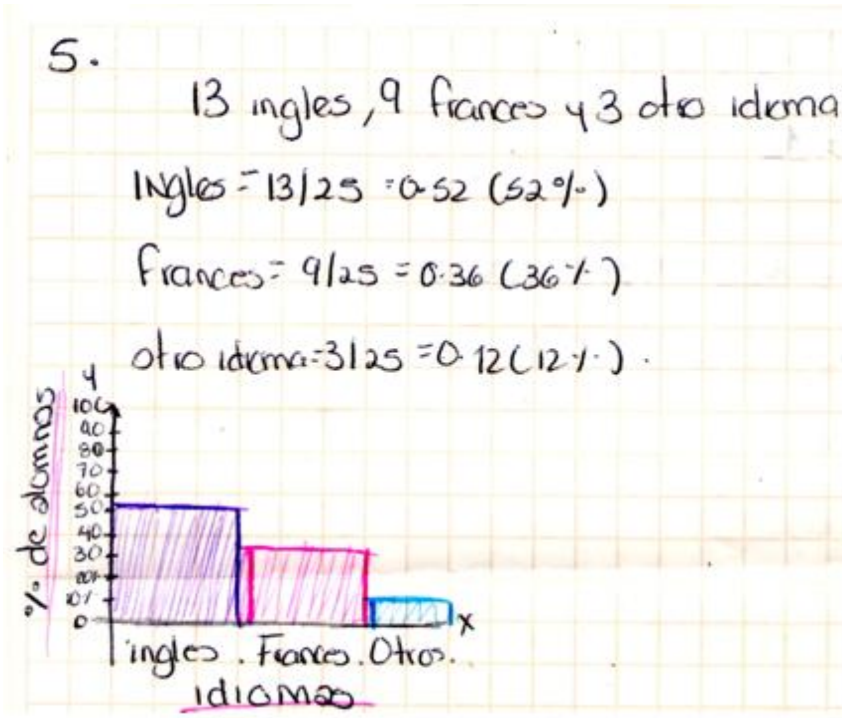
En el tercer reactivo, se observó que del 78% que intentó responder a la pregunta de cuál de los dos alumnos tenía mejor desempeño, el 93% calculó la suma o el promedio de sus calificaciones para justificar adecuadamente que ambos alumnos habían tenido el mismo desempeño.



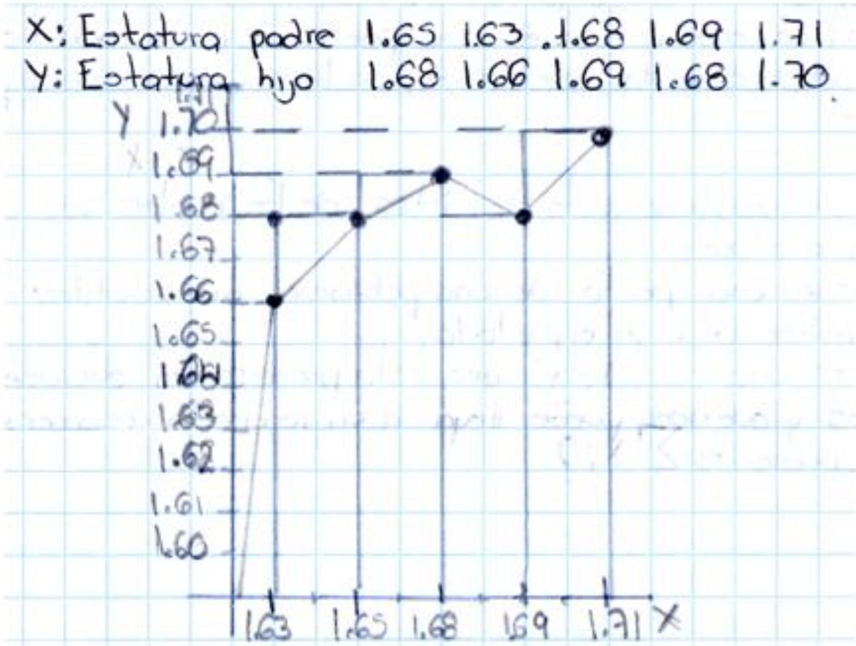
En el cuarto reactivo referente a la notación de suma, el 56% contesto y el 70% lo hizo de forma adecuada.



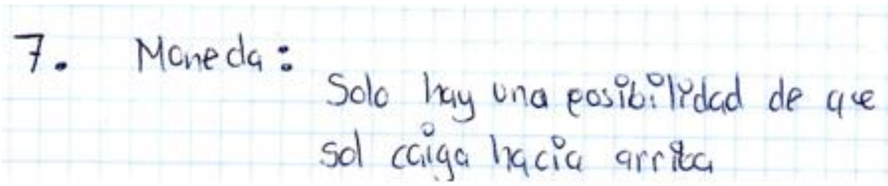
En el quinto reactivo, relacionado con cálculo de porcentajes y gráfica de los mismos, del 56% que lo solucionó 90% lo hizo adecuadamente. El proceso general fue hacerlo por regla de tres y realizaron o una gráfica de barras o bien una de pastel.

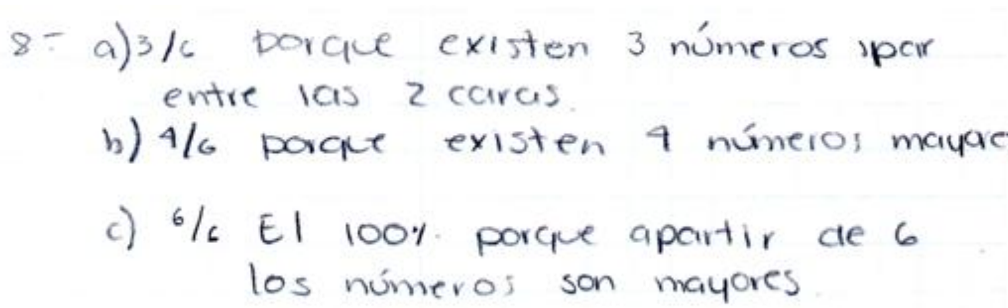


Del 78% que solucionó el sexto reactivo, todos los alumnos graficaron correctamente los datos a través de un histograma o un polígono de frecuencias.



Para los últimos dos reactivos, relacionados con probabilidad el 94% dio solución a ambos, 94% apropiada en el caso de las monedas y 88% en el caso de los dados.


7. Moneda: Solo hay una posibilidad de que sol caiga hacia arriba


8- a) 3/6 porque existen 3 números par entre las 2 caras.
b) 4/6 porque existen 4 números mayores
c) 6/6 El 100% porque apartir de 6 los números son mayores

4.2. Organización de la información

Previo a la realización del juego se les dieron las reglas y se les pidió que analizaran si el juego es justo, es decir, si el jugador y la banca tienen la misma posibilidad de ganar, o bien si el jugador tiene más posibilidades de ganar o es la banca la que tiene el juego a su favor. A continuación incluyo algunas de las respuestas dadas por los alumnos:

Opción A: El juego es justo debido a que la banca y el apostador tienen las mismas posibilidades de ganar.

"Yo creo que ambos tienen la misma posibilidad tanto de ganar como de perder, ya que, cuando uno gana el otro pierde y obviamente si uno pierde el otro gana, eso seria si las ganancias son sencillas, pero si las ganancias son al doble la banca perdería, pero si de igual manera la banca ganara ganaría el doble. Es por eso que ambos tienen la misma posibilidad de ganar, no es a favor de ninguno."

"Para mi el juego es justo porque hay suficientes oportunidades como para que gane el apostador y hay las mismas de que la banca gane, son las mismas para ambos."

"El juego en mi opinión se me hace justo porque no se sabe lo que en realidad va a suceder. Los dos (la banca y el apostador) tienen las mismas posibilidades de ganar."

"Mi argumento es que es un juego en el que aparentemente podría ganar más el apostador que la banca, sin embargo, los resultados se pueden tornar un poco más parejos a la hora de ver quien recibe más, pues al ser un juego de dados podemos calcular cual es la posibilidad de que caiga alguna de sus 6 caras y tratar de predecir el resultado. Entonces creo que es un juego justo."

"Es un juego equitativo porque los dos siempre ganarán, aunque la banca le pague el doble al salir 7, es muy probable que salga escasas veces, entonces se irá *recuperando* al no pagar tantas veces el doble."

Opción B: En un juego a favor del que apuesta porque él tiene más posibilidades de ganar semillas de girasol.

"Escogí esa opción debido a que el que apuesta según las reglas del juego gana una cantidad sencilla si queda chicos y grandes pero si queda medianos la banca paga el doble, desde mi punto de vista es algo injusto que la banca duplica la cantidad si que medianos por que ella perdería mas que el apostador y consecuentemente el apostador tendría mas oportunidades de ganar apostando menos semillas de girasol en cualquiera de chicos, medianos y grandes, si el perdería no pagaría la misma cantidad que si la banca perdería en medianos."

“Que el juego es a favor del apostador ya que el apostador tiene mas posibilidades porque puede llenar todas las casillas y si sale un numero *Chico* un *Mediano* o un *Grande* de todas maneras gana y la banca no tiene las oportunidades ya que gana si cae un numero *grande* y el apostador le aposto a un numero *mediano*.”

Opción C: La banca tiene más posibilidades de ganar.

“Considero que la banca tiene más posibilidades de ganar, puesto que al sumar las caras de los dados solo hay un resultado ganador. El apostador solo tiene una oportunidad de ganar, esto siempre que tenga la suerte de obtener un resultado favorecedor para él. La banca por su lado tiene dos ocasiones para quedarse las semillas de girasol del jugador, sea el resultado que sea. Es cierto que hay una infinidad de casos, de los cuales algunos pueden favorecer al jugador, no obstante estoy seguro de que los más benefician a la banca o por lo menos no la hacen perder. Pongamos algunos ejemplos: Si yo apuesto la misma cantidad de semillas de girasol a las porciones *Chicos*, *Medianos* y *Grandes* con el propósito de no errar y en el mejor de los casos obtener un siete al sumar las caras de los dados, la banca se quedara con las semillas de girasol de *Chicos* y *Grandes* y yo me llevare el doble de *Medianos*. A pesar de esto la banca no perderá. Si yo apuesto a *Chicos* una cantidad cualquiera de semillas y a *Medianos* un poco más de lo invertido en el anterior con el fin de llevarme más semillas del que ponga en juego (suponiendo que los dados arrojen un siete) y como resultado consigo un cuatro habré ganado con *Chicos*, pero la banca se podrá quedar con las semillas restante que aposte. De esta forma vera ingresar más semillas del que tuvo que pagarme. Por otro lado si apuesto solamente a *Grandes* y tengo la mala fortuna de tener como resultado un dos, habré perdido el semillas que arriesgue.”

“Que conforme las reglas me di cuenta de que la banca siempre tiene la probabilidad de 2/3 y yo sólo de 1/3.”

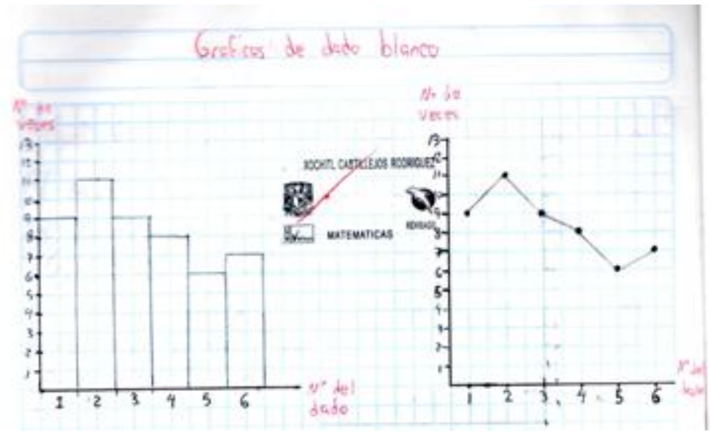
“El apostador tiene 5 números con posibilidades de ganar, mientras que la banca tiene 6 números para ganar.”

“La banca tiene más posibilidades de ganar y el jugador solo tiene una posibilidad.”

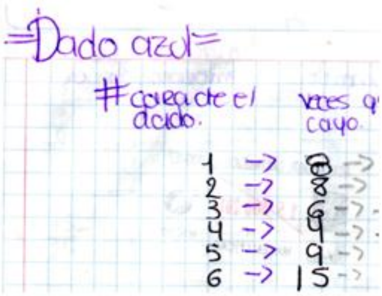
Con base a estas respuestas, observamos que los sentidos personales de los alumnos son buenos y enfocados hacia la probabilidad. En algunos casos la respuesta fue bastante objetiva, tratando de analizar la distintas posibilidades que se tienen al realizar el juego.

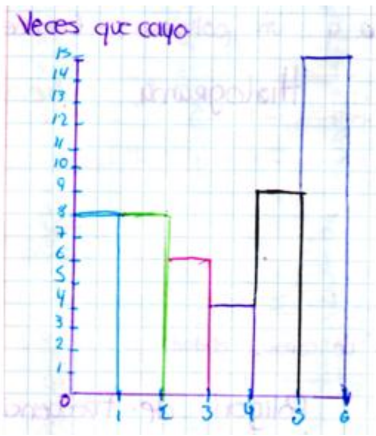
Entre las principales dudas que surgieron al jugar fueron: si se podía apostar a dos rubros a la vez, si podían apostar al mismo rubro varias veces, si podían apostar tantas semillas de girasol como quisieran y si se terminaba el juego una vez que perdían las semillas de girasol.

En el momento que terminaron de llenar sus tablas, se les pidió que organizaran los datos del dado blanco de la forma que se les ocurriera. Mientras caminaba entre los pasillos, observé que la mayoría comenzó a ordenarlos de forma ascendente, entonces les pregunté de qué manera habrían de organizarlos para que la información estuviese más simplificada, así fue como uno de los alumnos contestó que podían contarlos por la aparición que tuvo cada cara y esa idea se generalizó en el aula, es decir, se introdujo el concepto y significado de frecuencia para cada uno de las caras. De esta manera les pedí que realizaran una tabla en la cual apareciera cada una de las caras del dado blanco y sus respectivas apariciones o frecuencias durante sus 50 lanzamientos, para que posteriormente realizaran un histograma y un polígono de frecuencias con la orientación adecuada.



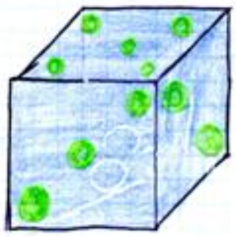
De tarea se les dejó este mismo trabajo pero para el dado azul y que con sus propias palabras escribieran cuál de los dos dados había tenido mejor comportamiento.

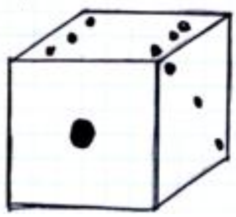




¿Cual dado tiene el mejor comportamiento?

Creo que tienen el mismo comportamiento ya que el resultado que de el dado siempre es al azar, porque no puedes determinar la cara en la que va a caer.





¿Cual dado tiene mejor comportamiento?

En mi opinión, los dos tienen igual comportamiento, ni uno es mas ni menos pues es cosa del azar, así que no sabemos decir a ciencia acierta que va a caer tal número, pues es, probable que caiga un 6 como un 1, ademas de que los resultados varían en cada persona, así que no podemos afirmar cual tiene mejor comportamiento.

¿Cuál de los 2 dados tiene mejor comportamiento?

desde mi punto de vista los 2 dados tienen el mismo comportamiento ya que al tirar los dados en el blanco podría caer 1 número mayor y en el azúl un número menor; pero al tirar de nuevo ésta vez podrían voltearse los papeles y se promedian.

¿Cuál dado tiene mejor comportamiento?

Ambos dados tienen un buen comportamiento ya que no hay una gran diferencia entre las veces que salio cierto numero en ambos dados.

Comentario 1

El dado con mejor comportamiento es el dado negro ya que es el mas estable, no hay mucha diferencia entre cada unidad.

Análisis del dado con mejor comportamiento

1. En mi caso me fue mejor con los números grandes y la mayor parte de los números grandes que me hicieron ganar, fueron con el dado azul, incluyendo los casos en los que aposte por los medianos. Pero creo que no se trata de que algún dado tenga mejor comportamiento o no; pero de alguna manera es un juego de azar y ya es por destino y suerte, y a mí me fue mejor con el azul.

¿Cuál dado tuvo mejor comportamiento?

El dado blanco tuvo mejor comportamiento porque tuvo mas variedad en el número de caras que salió que el dado azul ya que en este en su mayoria (fueron) salieron en las caras 1, 2, 3 y 4.

¿Cual dado tiene mejor compor-tamiento?

En micaso el dado azul me parece que tiene mejor comportamiento. ya que los números son más constantes.

¿Que dado tiene mejor comportamiento?

Pues yo creo y en mi caso el dado que tuvo mejor comportamiento es el dado azul, ya que en los tirados los resultados fueron muy iguales y no ton dispersos como en los del dado blanco

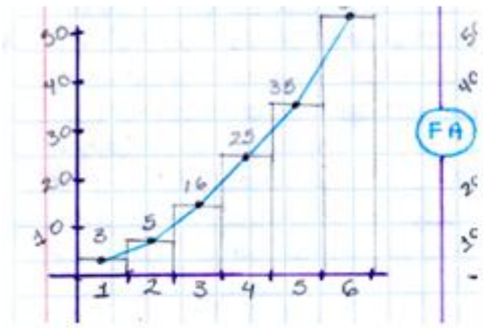
1er análisis

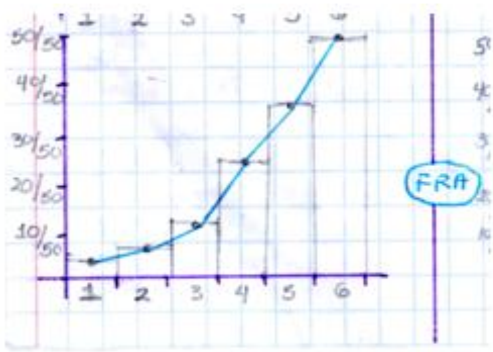
El dado blanco tiene un mejor comportamiento porque no habia mucha diferencia del N° de veces que salio cada cara del dado (1,2,3,4,5,6). En cambio en el dado azul si habia una gran diferencia entre los resultados del N° de veces que salio cada cara del dado.

De acuerdo al análisis que realizaron los estudiantes, se puede observar que lo más común fue que al ser un juego de azar ninguno de los dos tenía mejor comportamiento, pues los resultados podían variar en cualquiera de los dos dados o bien se inclinaron por alguno de los dados al tener éste más constancia en la frecuencia de todas sus caras. Las nociones y el nivel empírico de los alumnos es bueno y esa intuición latente en ellos los ayudará a desarrollar su nivel actual y crecerá al mismo tiempo su nivel potencial.

Se les orientó a los alumnos para que construyeran la tabla con cinco columnas, donde X: la cara, F: frecuencia, FA: frecuencia acumulada, FR: frecuencia relativa y FAR: frecuencia acumulada relativa. Para posteriormente trazaran las gráficas de FA y FAR.

x	f	fa	[illegible]	fra
1	3	3	3/50	3/50
2	2	5	2/00	5/50
3	11	16	11/50	16/50
4	9	25	9/50	25/00
5	10	35	10/50	35/50
6	15	50	10/00	50/50





De tarea también se les pidió que realizaran la tabla de frecuencias para el dado azul con sus gráficos.

4.3. Medidas descriptivas

En plenaria se comentaron los análisis que habían realizado por equipos y se retomaron los comentarios más significativos. En primer lugar, al hablar de mejor comportamiento podemos pensar que al ser dos dados los que se está lanzando 50 veces, el dado con mejor comportamiento sería aquel que tuviese más constancia en la frecuencia de sus caras. En segundo lugar, al ser un juego de azar, no sabemos qué cara caerá en un primer lanzamiento, pero al lanzarlo 50 veces observamos que en la mayoría de los casos, cada una de las caras apareció sin gran diferencia con respecto al resto de las caras, es decir, una vez más la frecuencia más constante nos indicaría cuál de los dos dados tuvo mejor comportamiento. Entonces nos introducimos a analizar el objeto (dado) empezando por su forma y buscando encontrar teóricamente cómo se debe de comportar.

Profesora: ¿Qué forma tiene un dado?
Alumno 1: Pues es un cubo.
Alumno 2: Mmmm, sí y tiene 6 caras.
Profesora: Cuando lanzamos el dado una vez, ¿alguna de las caras tiene más posibilidad de caer hacia arriba que el resto de caras?
Varios alumnos: ¡Noooo!
Profesora: Entonces, ¿cuál es la posibilidad de que caiga hacia arriba la cara 3?
Alumno 1: Una
Alumno 2: Sólo una
Otros alumnos: Siiiiii, una vez.
Profesora: Ok, una vez, ¿de cuántas posibles?
Varios alumnos: De seis.

Profesora: Teóricamente ¿cuántas posibilidades hay de que caiga hacia arriba la cara 3?
Varios alumnos: Un tercio.
Profesora: ¿Y para el resto de las caras?
Alumno 1: También un tercio.
Alumno 2: Sí, sería la misma.
Profesora: Así es, de este modo nuestra hipótesis teórica es: *Todas las caras tienen la misma posibilidad de caer hacia arriba.* Entonces en el juego de chicos y grandes, ¿cuántas posibilidades hay de que caiga cada una de las caras?
Alumno 1: Pues es que hay que hacer la división, ¿no?
Alumno 2: No se puede, porque sale 8.33…
Profesora: Bueno, teóricamente para que el dado tuviera un excelente comportamiento cada cara debería salir 8.33… veces, sin embargo, experimentalmente eso no es posible, ¿por qué?
Alumno 1: Porque con el juego nos salieron diferentes números.
Alumno 2: A mí me salieron 9, 5, 10, 9, 10 y 7 en el dado blanco y 7, 9,7, 7, 13 y 7 en el dado azul.
Alumno 3: Deben ser enteros.
Profesora: Entonces y de acuerdo a la hipótesis teórica ¿cuántas veces debería aparecer cada una de las caras para que se tuviera el mejor comportamiento en este juego?
Alumno 1: Pues ocho veces.
Profesora: ¿Por qué no nueve veces?
Alumno 1: Porque la división por los decimales está más cerca de ocho que de nueve.

De esta manera se procedió a escribir en el pizarrón una tabla con la frecuencia de cada una de las caras:

Cara	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	8	8	8	8	8	8

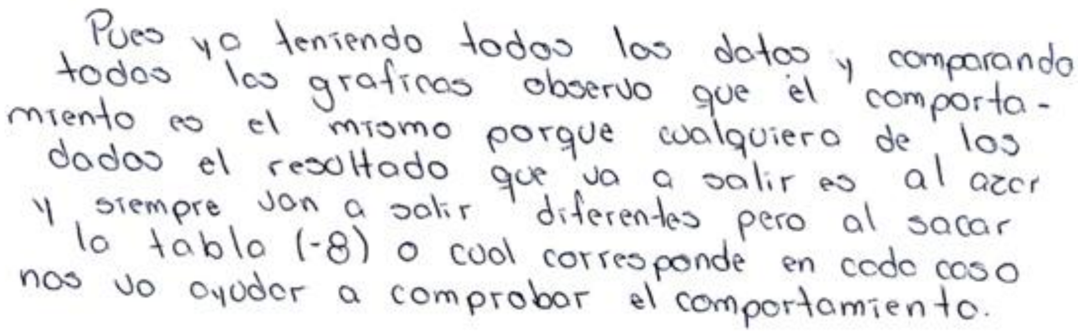
Profesora: ¿Cuál es la suma de las frecuencias?
Alumno 1: Seis por ocho.
Alumno 2: Cuarenta y ocho.
Profesora: Entonces, ¿cuánto falta para el lanzamiento de los dados?
Alumno 1: ¡Dossss!
Profesora: ¿Cómo los incluimos?
Alumno 1: Metiéndolos en uno de los dados.
Profesora: ¿Y ello no sería darle ventaja a esa cara?
Alumno 1: Ahh, pues sí, ¿y cómo?
Alumno 3: Tonsss a dos caras distintas.
Profesora: ¿A cuáles en particular?
Alumno 1: A la 5 y a la 9.
Alumno 2: A la 1 y a la 2.
Alumno 3: A las que sean.
Profesora: ¿Cuántas formas distintas hay de acomodar 2 nueves en la tabla?
Alumno 1: Seis.
Alumno 2: ¡Nooooo!, son doce.

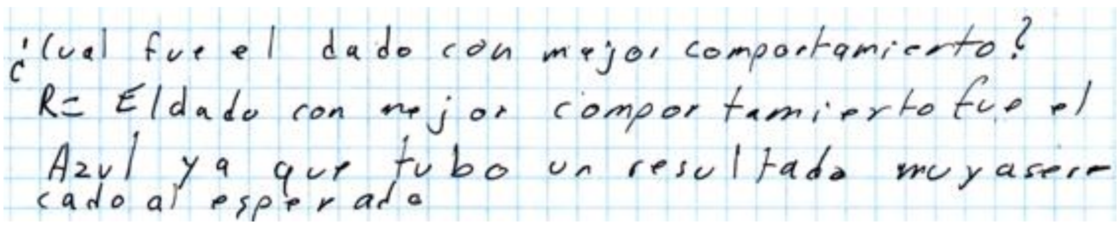
Profesora: No, pero de tarea van a escribir todas las formas distintas que hay.

Los alumnos encontraron que hay 15 formas distintas en las que pueden aparecer cuatro caras con una frecuencia de 8 y las dos caras restantes con una frecuencia de 9.

1	2	3	4	5	6
8	8	8	8	9	9
8	8	8	9	9	8
8	8	9	9	8	8
8	9	9	8	8	8
9	9	8	8	8	8
9	8	8	8	8	9
9	8	8	8	9	8
9	8	8	9	8	8
9	8	9	8	8	8
8	9	8	8	8	9
8	8	9	8	8	9
8	8	8	9	8	9
8	9	8	8	9	8
8	9	8	9	8	8
8	8	9	8	9	8

Y con respecto al mejor comportamiento, aunque algunos contestaron con base al acercamiento de sus datos al número 8 (por la hipótesis teórica), algunos todavía se enfocaron en las gráficas de frecuencias. Los análisis más comunes fueron los siguientes:


Pues yo teniendo todos los datos y comparando todas las graficas observo que el comporta-miento es el mismo porque cualquiera de los dados el resultado que va a salir es al azar y siempre van a salir diferentes pero al sacar la tabla (-8) a cual corresponde en cada caso nos va ayudar a comprobar el comportamiento.


¿Cual fue el dado con mejor comportamiento?
R= Eldado con mejor comportamiento fue el Azul ya que tubo un resultado muy asercado al esperado

Las tablas de frecuencias y los graficos nos dejan ver que los resultados obtenidos mediante el dado blanco tendieron a ser valores altos, mientras que los del dado blanco arrojaron valores bajos, al sumarse aparentemente debieron hacer que el juego tuviera estabilidad. Sin embargo al no mantenerse constantes los numeros eso fue imposible.

No se obtuvo el comportamiento que se esperaba pues las frecuencias son desiguales.

Ya haciendo los procedimientos y graficas queda comprobado que los dos dados tienen el mismo compoetamiento, ya que cuando los sometemos a operaciónes y más comprobaciónes los dados varean en los resultados, asi que se puede decir que los dados tienen el mismo compoetamiento.

Se puede afirmar que los dados tuvieron un comportamiento malo el ideal que se buscaba estubo lejos de ser cumplido.

Es claro que entre mayor sea el número de posibilidades menor sera la costancia de los resultados obtenidos.

Ningun dado tuvo un mejor comportamiento, pues a pesar de que algunos numeros tuvieron mayor frecuencia no fueron favorables para ganar el juego.

Ya con las graficas de FA, FR y FRA me di cuenta que lo que yo decia acerca de que el dado blanco tenia un mejor comportamiento estaba bien porque aparte que sus datos no estan muy alejados entre si, puede que en un menor tiempo posible a comparación del dado azul, este alcance un comportamiento ideal.

De acuerdo a la hipótesis teórica entre más cercanos estén los resultados obtenidos en cada una de las caras, mejor será el comportamiento del dado, es decir, entre más cercanos estén las frecuencias a 8 los resultados serían mejores. Con base a las respuestas de los alumnos pudimos observar que su segundo análisis empírico está mejor argumentado y se está acercando más al significado de mejor comportamiento, sin embargo, aún no es propiamente objetivo.

Para las calificaciones de los alumnos A (10, 10, 4, 6 y 10), B (8, 8, 8, 8 y 8) y C (6, 7, 8, 9 y 10), los comentarios de los alumnos fueron los siguientes:

¿Cuál de los tres alumnos te gustaría ser y por qué?

- El alumno B, ya que siempre tuvo la misma calificación, aunque el promedio es el mismo para los tres.
- Todos los alumnos van a tener el mismo promedio de 8, pero me gustaría ser el B porque sus calificaciones son más regulares que los otros dos.
- Cualquiera de los tres pues todos tienen promedio de 8, pero si se trata de valorar constancia seria el B.

¿Qué similitudes y contrastes, cualidades y desventajas observas entre ellos?

- Tienen el mismo promedio, el A ya reprobó una materia, el B se mantiene constante y el C va subiendo desde 6 hasta 10.
- Que A tiene 3 calificaciones muy buenas, 1 reprobada y 1 mala. El B es muy regular y el C no es tan bueno.

Para encontrar las medidas de tendencia central de estos alumnos, el procedimiento escrito por uno de los estudiantes fue el siguiente: La media se obtiene sumando todos los valores y finalmente dividirlos entre el número de valores existentes. La mediana la obtuve encontrando la posición central o media de los valores, esto ordenando de menor a mayor todos los valores y encontrando el que se encuentra en medio. La moda es el valor que más se repite en la sucesión.

	A	B	C
Media	8	8	8
Mediana	10	8	8
Moda	10	8	No hay moda

Para calcular las medidas de dispersión, otro alumno realizó lo siguiente:

• Alumno A

Calificación	10	10	4	6	10	suma
Dispersión $x - \bar{x}$	2	2	-4	-2	2	0
V. Absoluta de la disp. $\lvert x - \bar{x} \rvert$	2	2	4	2	2	12
Cuadrado de las disp. $(x - \bar{x})^2$	4	4	16	4	4	32

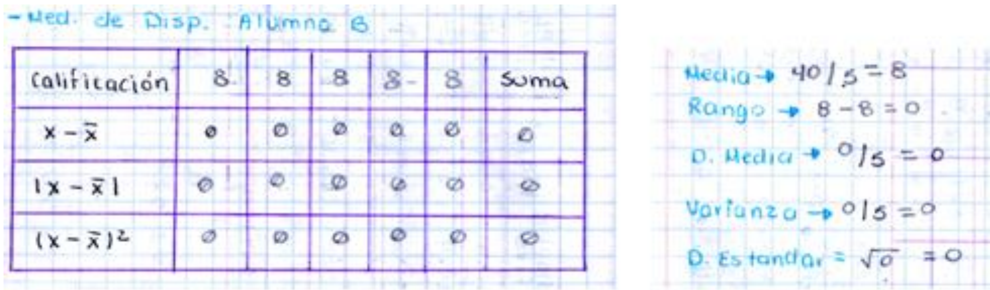
Media $\bar{x} = 8$

Rango $= 10 - 4 = 6 \rightarrow$ Al valor maximo se le resta el valor minimo.

Desviación media $= 12/5 = 2.4 \rightarrow$ Promediar V. Absoluta de las disp.

Varianza $= 32/5 = 6.4 \rightarrow$ Promediar cuadrado de las dispersiones.

Desviación estandar $= \sqrt{6.4} \rightarrow$ R. cuadrada de la Varianza



- Med. de Disp. : Alumna B

Calificación	8	8	8	8	8	Suma
$x-\bar{x}$	0	0	0	0	0	0
$\|x-\bar{x}\|$	0	0	0	0	0	0
$(x-\bar{x})^2$	0	0	0	0	0	0

Media → $40/5=8$
Rango → $8-8=0$
D. Media → $0/5=0$
Varianza → $0/5=0$
D. Estandar $=\sqrt{0}=0$

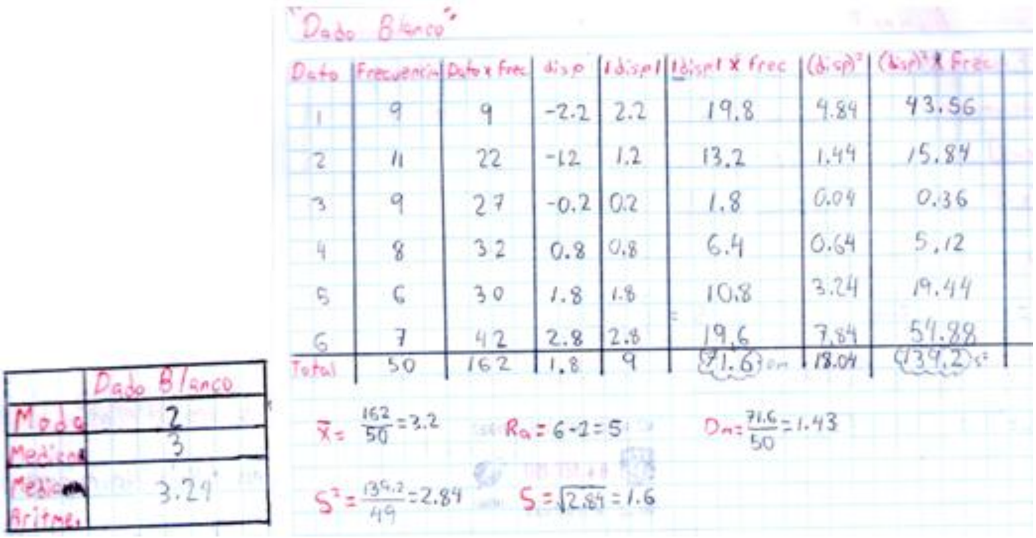
- Medidas de dispersión Alumno C

Calificación	6	7	8	9	10	Suma
$x-\bar{x}$	-2	-1	0	1	2	0
$\|x-\bar{x}\|$	2	1	0	1	2	6
$(x-x)^2$	4	1	0	1	4	10

Media = 8
Rango = $10-6=4$
D. Media = $6/5=1.2$
Varianza = $10/5=2$
D. Estandar = $\sqrt{2}=1.4$

Los estudiantes calcularon las medidas de tendencia central y de dispersión para los alumnos A, B y C de forma fortuita y sin ningún problema.

Tarea que también se realizó para dado blanco, dado azul y uno de los mejores comportamientos como se muestra a continuación:



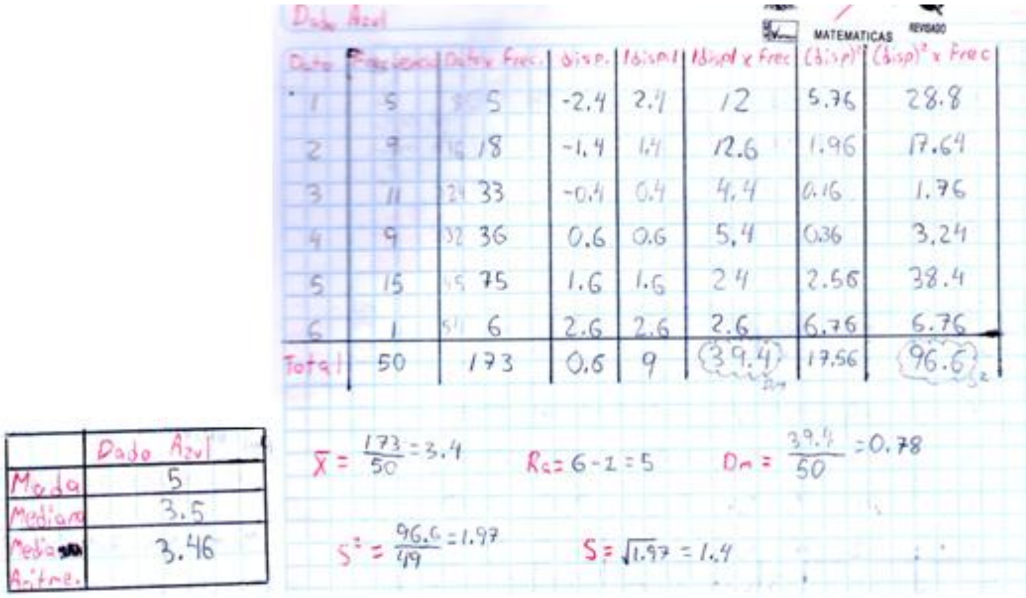
"Dado Blanco"

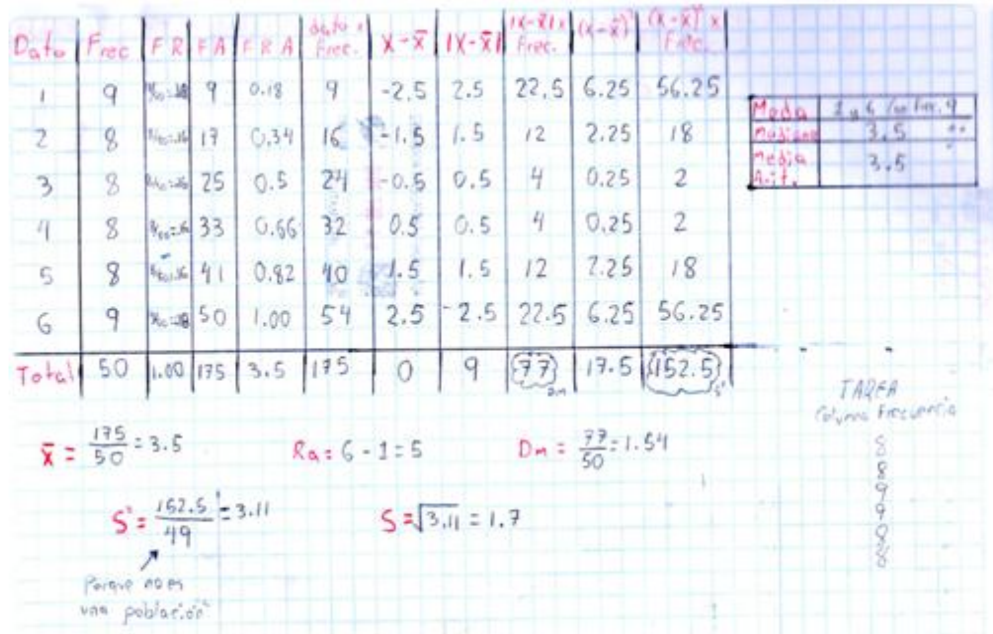
Dato	Frecuencia	Dato x Frec	disp	|disp|	|disp| x frec	$(disp)^2$	$(disp)^2$ x Frec
1	9	9	-2.2	2.2	19.8	4.84	43.56
2	11	22	-1.2	1.2	13.2	1.44	15.84
3	9	27	-0.2	0.2	1.8	0.04	0.36
4	8	32	0.8	0.8	6.4	0.64	5.12
5	6	30	1.8	1.8	10.8	3.24	19.44
6	7	42	2.8	2.8	19.6	7.84	54.88
Total	50	162	1.8	9	71.6	18.04	139.2

	Dado Blanco
Moda	2
Mediana	3
Media Aritmetica	3.24

$\bar{x}=\frac{162}{50}=3.2$ $R_a=6-1=5$ $D_m=\frac{71.6}{50}=1.43$

$S^2=\frac{139.2}{49}=2.84$ $S=\sqrt{2.84}=1.6$





Medidas de Tendencia Central para Modelo Teórico

	Media	Moda	Mediana
Modelo Teórico	3.5	No Hay	3.5

a) Calculo de Medidas de Dispersión para Modelo Teórico.

xi	fi	$xi * fi$	$xi - \mu$	$\lvert xi - \mu \rvert$	$\lvert xi - \mu \rvert * fi$	$(xi - \mu)^2$	$(xi - \mu)^2 * fi$
1	8.3	8.3	-2.486	2.486	20.6338	6.180196	51.2956268
2	8.3	16.6	-1.486	1.486	12.3338	2.208196	18.3280268
3	8.3	24.9	-0.486	0.486	4.0338	0.236196	1.9604268
4	8.3	33.2	0.514	0.514	4.2662	0.264196	2.1928268
5	8.3	41.5	1.514	1.514	12.5662	2.292196	19.0252268
6	8.3	49.8	2.514	2.514	20.8662	6.320196	52.4576268
Σ	50	175	0	9	75	17.50	145.83

Por la forma en la que se construyó la tabla, los alumnos no tuvieron grandes obstáculos en calcular las medidas de tendencia central y de dispersión para los dados, para los mejores comportamientos escogidos y para el modelo teórico.

Para el tercer análisis sobre cuál de los dos dados tuvo el mejor comportamiento después de realizar medidas descriptivas, escribimos algunos a continuación:

> En cuanto a este modelo teórico (**Medidas de tendencia central:** Media aritmética 3.5, Mediana 3.5, y Moda no hay. **Las Medidas de dispersión:** Rango 5, Desviación media 1.50, Varianza 2.92 y Desviación estándar 1.71) podríamos decir que "el mejor comportamiento" es el que más se asemeja al modelo, excepto en la moda porque no la hay. Después cabe destacar al "dado azul" porque también tiene valores más cercanos al modelo, en cambio las medidas estadísticas del "dado blanco" no son tan cercanas, pero en mi opinión esto no quiere decir que el dado blanco tenga el peor comportamiento.

> Abordemos primeramente las medidas de localización para el modelo teórico y los dos mejores comportamientos que tomamos para analizar. Notemos que el valor que mayormente aparece es cercano o igual a tres, mismo que habla del excelente comportamiento que deben tener los dados, un comportamiento que no dé a algún dato una frecuencia mayor ni menor que la de los demás. Sin embargo, en la realidad ni la moda, ni la mediana, ni la media se acercan a lo anterior, en los dos dados dichas medidas distan aproximadamente un valor de lo esperado.
> Si ahora analizamos las medidas de escala encontraremos entre lo teóricamente propuesto que hay una cercanía considerable entre sus números. En el experimento obtenemos cifras menores de las deseadas. Es evidente que como antes lo habíamos dicho, el comportamiento de los dados no fue bueno.

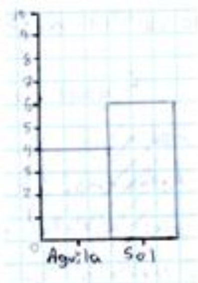
> Según los datos obtenidos de las medidas de dispersión podemos ver que el comportamiento obtenido de los dados es muy cercano a los dos casos del mejor comportamiento con medidas parecidas entre sí en varianza y en las desviaciones, y estas tres están muy relacionadas con las del modelo teórico, no se alejan mucho.

Se observó que los análisis se enfocaron a la similitud que hay entre las medidas descriptivas, es decir, entre más cercanos estuvieran las medidas de los resultados de los dados con respecto a las medidas del modelo teórico, el comportamiento era mejor.

4.4. Decisión estadística

Al lanzar una moneda 10 y 100 veces, uno de los estudiantes obtuvo los siguientes resultados:

Veces que Salio	
Aguila	Sol
4	6



El comportamiento fue bueno porque para el caso de "Aguila" cayo 4 veces y en el caso de "Sol" cayo 6 veces, es decir, si hubieran caido 5 y 5 veces habria sido un comportamiento ideal, osea que a mi punto de vista el comportamiento fue bueno.

N° de Veces que Salio	
Aguila	Sol
44	56

Conclusion

En conclusion el Comportamiento fue bueno dado que solo hubo una diferencia de 6 tiros a favor de la cara "Sol", es decir que los datos obtenidos son muy parejos. Incluso podria caer en la categoria de "muy bueno"

Posteriormente uno de los alumnos escribió que la hipótesis teórica al lanzar una moneda es: "Es bien sabido que al lanzar una moneda obtendremos uno de los posibles resultados, es decir, una de las dos caras que hay en ella: {águila, sol} Ambas caras tienen la misma posibilidad de aparecer, esto lo podemos expresar con la fracción 1/2. Considerando lo anterior esperamos el siguiente comportamiento: Si hemos de lanzar una moneda x número de veces, las frecuencias deberán ser equitativas para cada una de las caras."

Y a continuación se muestra lo que realizó un estudiante en los resultados hipotéticos para el lanzamiento de una moneda 10, 100 y 1000 veces, así como los comentarios al respecto.

a) Cálculos para 10 lanzamientos de una Moneda:

	VO	$VO-VE$	$(VO-VE)^2$	$(VO-VE)^2/VE$
Gané	1	-4	16	3.2
Perdí	9	4	16	3.2
Σ	10	0	32	6.4

b) Cálculos para 100 lanzamientos de una Moneda:

	VO	$VO-VE$	$(VO-VE)^2$	$(VO-VE)^2/VE$
Gané	46	-4	16	0.32
Perdí	54	4	16	0.32
Σ	100	0	32	0.64

c) Cálculos para 1000 lanzamientos de una Moneda:

	VO	$VO-VE$	$(VO-VE)^2$	$(VO-VE)^2/VE$
Gané	496	-4	16	0.032
Perdí	504	4	16	0.032
Σ	100	0	32	0.064

De forma intuitiva podemos decir que los resultados para el primer caso (10 lanzamientos) no fue para nada favorable para el apostador, el comportamiento de la moneda arrojó resultados muy alejados de lo teórico. Para el segundo caso (100 lanzamientos) el comportamiento fue más bien bueno, y para el tercero (1000 lanzamientos) prácticamente perfecto.

Ahora, si el análisis es basado en los números de las tablas anteriores, específicamente en los de la quinta columna ($(VO-VE)^2/VE$) tendremos que el peor caso es aquel con los valores más grandes, y el mejor con los más pequeños. Estas medidas nos llevan prácticamente a concluir como lo habíamos hecho en el principio. Organicemos esto en una especie de pódium, en el tercer lugar encontramos al primer experimento puesto que sus cifras son bastante mayores al cero, en segundo lugar al segundo al sus valores ser poco más grandes que cero y en primer lugar al tercero al sus números ser prácticamente cero.

Dicha tarea se realizó de igual manera con los datos de ambos dados, como se muestra a continuación:

DADO BLANCO

Cara	VO	VO - VE	$(VO-VE)^2$	$(VO-VE)^2/VE$
1	9	0.67	0.44	0.05
2	10	1.67	2.78	0.33
3	9	0.67	0.44	0.05
4	6	-2.33	5.44	0.65
5	7	1.33	1.78	0.21
6	9	0.67	0.44	0.05
Σ	50	0	11.33	1.36

DADO AZUL

Cara	VO	VO - VE	$(VO-VE)^2$	$(VO-VE)^2/VE$
1	8	-0.33	0.11	0.01
2	6	-2.33	5.44	0.65
3	12	3.67	13.44	1.61
4	10	1.67	2.78	0.33
5	9	0.67	0.44	0.05
6	5	-3.33	11.11	1.33
Σ	50	0	33.33	4

En este caso y de forma intuitiva podemos decir que el comportamiento para el primer caso (dado blanco) fue mejor que para el segundo (dado azul) pues los resultados son más constantes o más estables. Osea que los resultados del dado blanco están más cercanos a los resultados del modelo teórico y de los casos que se sacaron de "mejor comportamiento"

Si el análisis lo basamos en los números de la tablas anteriores, específicamente en los de la quinta columna ($(VO-VE)^2/VE$) tendremos que el peor caso es el del dado azul que tiene los valores más grandes, y el mejor el dado blanco con los valores más pequeños, lo que nos indica que el dado blanco tiene menos variación que el dado azul y como resultado el dado blanco tiene mejor comportamiento que el dado azul.

4.5. Síntesis conceptual y metodológica de la probabilidad y la estadística inferencial

En esta acción nos introducimos en los conceptos de población y muestra, observando cuál es el sentido personal de los alumnos ante ellos y orientándolos hacia el fin de esta acción. A continuación se muestra parte del diálogo:

Profesora: Al lanzar el dado 50 veces, ¿los datos obtenidos son una población o una muestra?, ¿por qué?
Alumno 1: Una población porque son todos los datos a los que les vamos a hacer el análisis.
Profesora: Entonces ¿cada uno de ustedes tiene una población diferente?
Alumno 1: Pues sí.
Profesora: ¿Qué es una población y cuál es la diferencia con una muestra?
Alumno 2: Pues la población es el total de los datos que se van a analizar y la muestra sólo es una parte de esos datos.
Profesora: Así es, pero si los resultados de cada uno de ustedes forman una población y la población es el conjunto de todos los datos, ¿cómo es eso posible?, es decir, ¿puede haber varias poblaciones?
Alumno 2: Pues no.
Profesora: ¿Por qué?
Alumno 3: Porque en la población ya deben estar todos los datos y aquí tuvimos distintos datos, cada quien tiene una muestra.
Alumno 2: Ahhhhh sí, ya entendí, pero ¿cuál es la población?
Profesora: ¿Qué opinan los demás?
(Segundos de silencio)
Profesora: Bueno, cada uno de ustedes tiene una muestra, ¿qué tal si hubiesen lanzado el dado 60 veces?
Alumnos: Sería otra muestra.
Profesora: ¿Y 100, 120 o 300 veces?
Alumnos: Pues más muestras.
Profesora: ¿Cuántas veces deben de lanzar el dado para obtener la población?
Alumnos: Muchas.
Profesora: ¿Cuánto es muchas?, ¿un millón de veces?
Alumno 2: Muchas veces más.
Profesora: ¿Qué tanto más?, si alguno de ustedes me dijera un número de veces, yo les podría decir otro que es todavía más grande. Por ejemplo, si alguien dice 900 veces yo diría 901 veces; si alguien dice dos millones yo les diría dos millones un veces.
Alumno 4: ¡Una infinidad de veces!
Profesora: Así es y como no puedo lanzar el dado una infinidad de veces, estamos tomando una muestra de 50 lanzamientos, analizando cuál es su comportamiento real y comparándolo con el comportamiento teórico que debería tener de acuerdo a la hipótesis teórica. A ver, construyamos las tablas de frecuencia para el modelo teórico con 50, 60, 80 y 120 de lanzamientos de un dado. (Con la intervención de los alumnos es que se construyeron las siguientes tablas)

50 lanzamientos

Cara	Frec.	Frec. Rel.
1	8.3333	1/6
2	8.3333	1/6
3	8.3333	1/6
4	8.3333	1/6
5	8.3333	1/6
6	8.3333	1/6

60 lanzamientos

Cara	Frec.	Frec. Rel.
1	10	1/6
2	10	1/6
3	10	1/6
4	10	1/6
5	10	1/6
6	10	1/6

80 lanzamientos

Cara	Frec.	Frec. Rel.
1	13.3333	1/6
2	13.333	1/6
3	13.333	1/6
4	13.333	1/6
5	13.333	1/6
6	13.333	1/6

120 lanzamientos

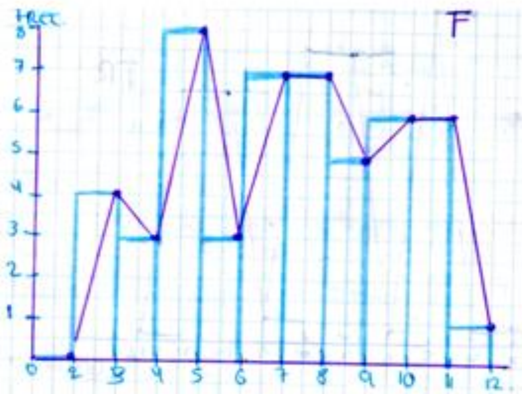
Cara	Frec.	Frec. Rel.
1	20	1/6
2	20	1/6
3	20	1/6
4	20	1/6
5	20	1/6
6	20	1/6

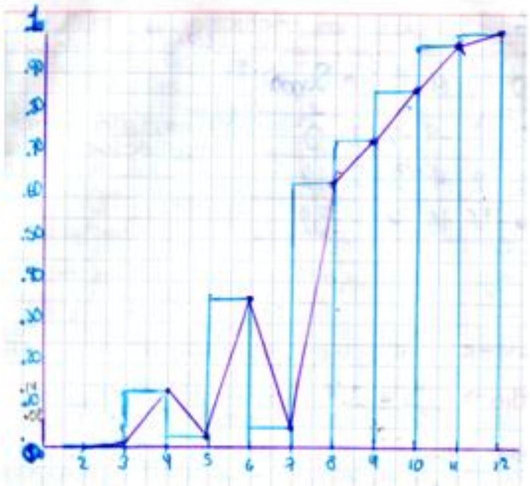
Profesora: ¿Cuáles de estos podrían ocurrir de forma experimental?
Alumnos: El segundo y el cuarto si podrían ocurrir en la realidad.
Profesora: ¿Cómo son las frecuencias relativas?
Alumnos: Las mismas.
Profesora: Así es, sin importar el número de lanzamientos del dado, se está observando una frecuencia relativa constante en cada uno de los datos, es decir, el tamaño de la muestra no está influyendo en la frecuencia relativa… entonces, ¿qué podemos concluir de eso?
Alumno 2: La población porque ya no está habiendo cambios en cada dato.
Profesora: Entonces cuando lanzamos un dado la frecuencia que debe tener cada una de las caras es 1/6 y entre más veces lancemos el dado, nos acercaremos más a este resultado, ¿están de acuerdo?
Alumnos: ¡Siii!

La hipótesis teórica y la construcción de las tablas anteriores se retomarán en probabilidad (Unidad III de Estadística y Probabilidad I), así como en distribuciones de probabilidad (Unidad I de Estadística y Probabilidad II)

Posteriormente y de manera similar, se realizó la organización (tablas y gráficas) y el resumen (medidas descriptivas) de los datos para la serie “suma de las caras”, tanto en su cuaderno como en archivo usando el software de Excel.

Las siguientes tablas corresponden a la frecuencia (F) y frecuencia acumulada relativa (FAR) Posteriormente se realizaron las medidas de tendencia central:





Media aritmetica

$$\frac{2(0)+3(4)+4(3)+5(8)+6(3)+7(7)+8(7)+9(5)+10(6)+11(6)+12(1)}{50}$$

$$\frac{0+12+12+40+18+49+56+45+60+66+12}{50} = 7.4$$

Mediano => 5

Modo => 5 con frecuencia de 8

Y luego las medidas de dispersión:

Dato	frec	dato x frec	disp	|disp|	dis x frec	|disp|²	(disp)² x frec
2	0	0	-5.4	5.4	0	29.16	0
3	4	12	-4.4	4.4	17.6	19.36	77.44
4	3	12	-3.4	3.4	10.2	11.56	34.68
5	8	40	-2.4	2.4	19.2	5.76	46.08
6	3	18	-1.4	1.4	4.2	1.96	5.88
7	7	49	-0.4	.4	2.8	.16	1.12
8	7	56	0.6	.6	4.2	.36	2.52
9	5	45	1.6	1.6	8	2.56	12.8
10	6	60	2.6	2.6	15.6	6.76	40.56
11	6	66	3.6	3.6	21.6	12.96	77.76
12	1	12	4.6	4.6	4.6	21.16	21.16
	50				108	111.76	320

Media => 7.4

Rango => 12 - 2 => 10

Desviacion Medio => $\frac{108}{50}$ = 2.16

Varianza => $\frac{320}{50}$ => 6.4

D. Estandar => 2.52

Se escribieron todas las posibilidades distintas así como la hipótesis teórica para la suma de las caras:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Existen 36 posibilidades y ninguna de ellas tiene mayor o menor probabilidad de ocurrir.

Posteriormente se encontró el modelo teórico:

Dato	Frecuencia
2	$f2 = \left(\frac{1}{36}\right)(50)$
3	$f3 = \left(\frac{2}{36}\right)(50)$
4	$f4 = \left(\frac{3}{36}\right)(50)$
5	$f5 = \left(\frac{4}{36}\right)(50)$
6	$f6 = \left(\frac{5}{36}\right)(50)$
7	$f7 = \left(\frac{6}{36}\right)(50)$
8	$f8 = \left(\frac{5}{36}\right)(50)$
9	$f9 = \left(\frac{4}{36}\right)(50)$
10	$f10 = \left(\frac{3}{36}\right)(50)$
11	$f11 = \left(\frac{2}{36}\right)(50)$
12	$f12 = \left(\frac{1}{36}\right)(50)$

Se calcularon las medidas descriptivas:

Modelo teórico

Dato	Frecuencia	FA	$x_i * f_i$	$x_i - \mu$	$\lvert x_i - \mu \rvert$	$\lvert x_i - \mu \rvert * f_i$	$(x_i - \mu)^2$	$(x_i - \mu)^2 * f_i$
2	1.39	1.39	2.78	-5	5	6.94	25	34.72
3	2.78	4.17	8.33	-4	4	11.11	16	44.44
4	4.17	8.33	16.67	-3	3	12.50	9	37.50
5	5.56	13.89	27.78	-2	2	11.11	4	22.22
6	6.94	20.83	41.67	-1	1	6.94	1	6.94
7	8.33	29.17	58.33	0	0	0	0	0
8	6.94	36.11	55.56	1	1	6.94	1	6.94
9	5.56	41.67	50.00	2	2	11.11	4	22.22
10	4.17	45.83	41.67	3	3	12.50	9	37.50
11	2.78	48.61	30.56	4	4	11.11	16	44.44
12	1.39	50.00	16.67	5	5	6.94	25	34.72
Total	50	300.00	350.00	0	30	97.22	110	291.67

Medidas de tendencia central	
Media aritmética	7
Mediana	7
Moda	7 con frec. 8.3

Medidas de dispersión	
Rango	10
Desviación media	1.94
Varianza	5.83
Desviación estándar	2.42

A partir de ello, se encontró el mejor comportamiento:

X_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F_i	1	3	4	6	7	8	7	6	4	3	1

Y de igual manera se le calcularon sus medidas descriptivas:

	Media	Moda	Mediana
Mejor Comportamiento	7	7	7

xi	fi	$xi * fi$	$xi - \bar{x}$	$\lvert xi - \bar{x} \rvert$	$\lvert xi - \bar{x} \rvert * fi$	$(xi - \bar{x})^2$	$(xi - \bar{x})^2 * fi$
2	1	2	-5	5	5	25	25
3	3	9	-4	4	12	16	48
4	4	16	-3	3	12	9	36
5	6	30	-2	2	12	4	24
6	7	42	-1	1	7	1	7
7	8	56	0	0	0	0	0
8	7	56	1	1	7	1	7
9	6	54	2	2	12	4	24
10	4	40	3	3	12	9	36
11	3	33	4	4	12	16	48
12	1	12	5	5	5	25	25
Σ	50	350	0	30	96	110	280

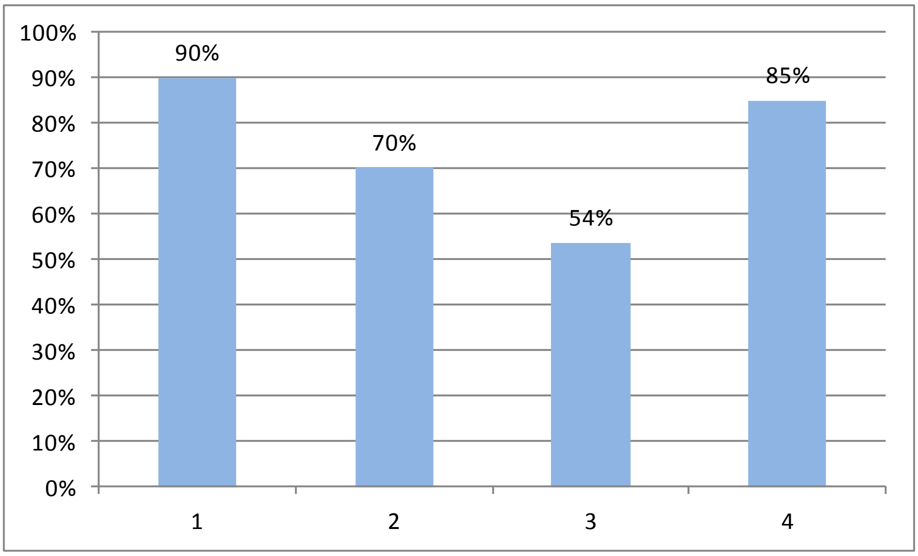
	Suma de los Dados
Rango	10
Desviación Media	1.92
Varianza	5.7142
Desviación Estándar	2.3904

Para la serie "Resultado del juego" también se realizaron tablas y gráficas:

4.6. Examen parcial

Los resultados obtenidos con la aplicación del examen parcial fueron buenos, lo acreditó el 84% de los alumnos, se obtuvo una calificación mínima de 3, una máxima de 9.9 y un promedio de 7.93.

La siguiente gráfica muestra el porcentaje promedio de alumnos que contestaron correctamente a cada uno de los cuatro reactivos.



En el primer reactivo el 94% respondió correctamente al concepto de media, 90% al de moda y 86% al de mediana.

ALUMNO 1

1.-la media representa el promedio general de todo el grupo, diciendonos que los alumnos tienen calificaciones entorno al 7.5.
la moda nos refiere que las calificaciones 7 y 9. son las que más se repiten. en los 20 estudiantes
la mediana representa la calificación central de entre todas las calificaciones de menor a mayor.

ALUMNO 2

Media = 7.5 → Es la suma de las calificaciones de los 20 estudiantes, y esta la dividimos entre los 20 estudiantes y esto nos da como resultado 7.5
Moda = 7 y 9 → Son las calificaciones que se repiten mas ocasiones, tienen mayor frecuencia.
Mediana = 7 → es la calificacion que se situa en medio, si ordenamos las 20 calificaciones de menor a mayor.

En el segundo reactivo, el 93% llenó correctamente la tabla, 54% hizo correctamente la gráfica, el 60% calculó correctamente la media, 84% la moda y 60% la mediana.

Llenado de la tabla:

EXAMEN TIPO A

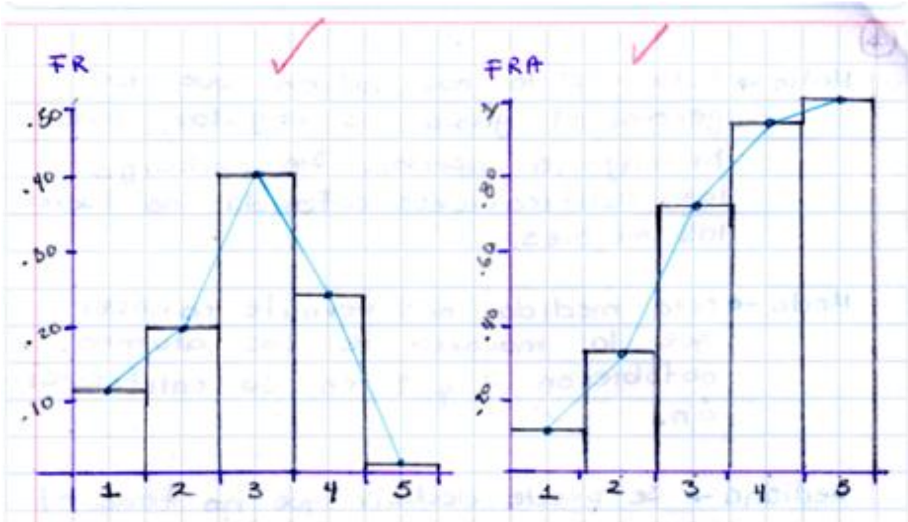
Num. personas	Frec	FR	FA	FRA	$x_i * f_i$
1	3	0.12	3	0.12	3
2	5	0.2	8	0.32	10
3	10	0.4	18	0.72	30
4	6	0.24	24	0.96	24
5	1	0.04	25	1	5
Total	25	1	78	3.12	72

EXAMEN TIPO B

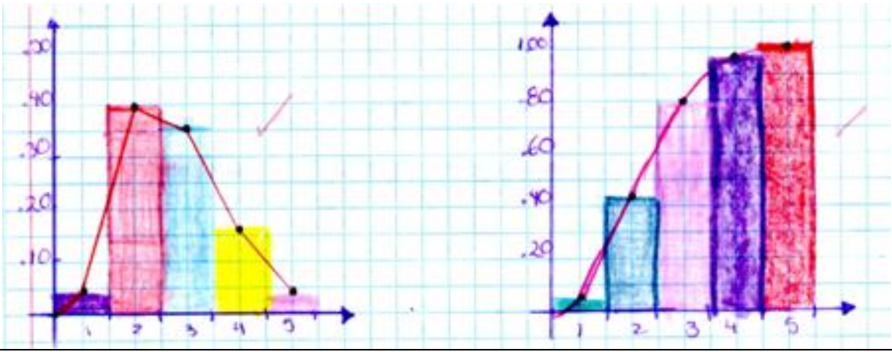
Num. personas	Frec	FR	FA	FRA	$x_i * f_i$
1	1	0.04	1	0.04	1
2	10	0.40	11	0.44	20
3	9	0.36	20	0.80	27
4	4	0.16	24	0.96	16
5	1	0.04	25	1	5
Total	25	1	81	3.24	69

Gráfica:

EXAMEN TIPO A

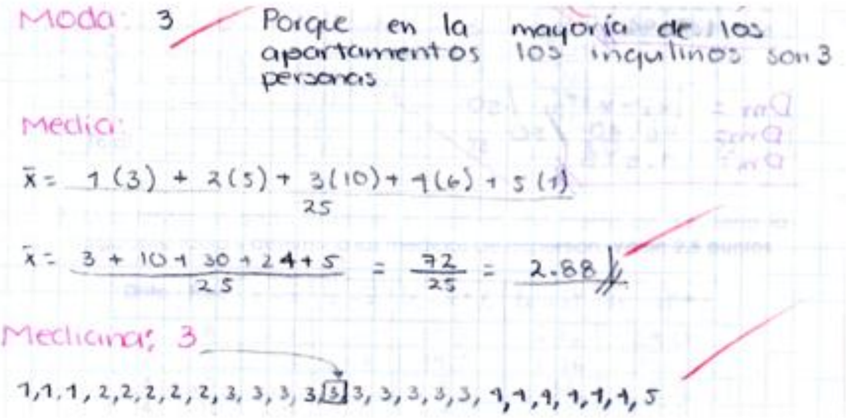


EXAMEN TIPO B



Cálculo de medidas de tendencia central:

EXAMEN TIPO A



Moda: 3 Porque en la mayoría de los apartamentos los inquilinos son 3 personas

Media:

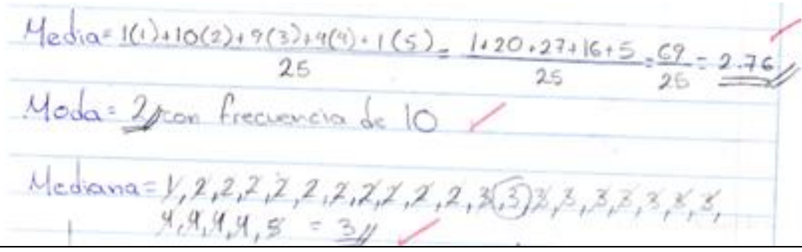
$\bar{x} = \frac{1(3) + 2(5) + 3(10) + 4(6) + 5(1)}{25}$

$\bar{x} = \frac{3 + 10 + 30 + 24 + 5}{25} = \frac{72}{25} = 2.88$

Mediana: 3

1,1,1,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,$\boxed{3}$3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4,5

EXAMEN TIPO B



Media= $\frac{1(1)+10(2)+9(3)+4(4)+1(5)}{25} = \frac{1+20+27+16+5}{25} = \frac{69}{25} = 2.76$

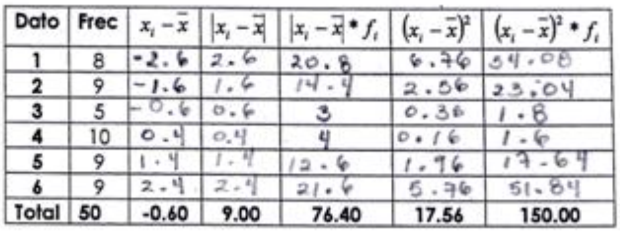
Moda= 2 con frecuencia de 10

Mediana= 1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,3,3,3, 4,4,4,4,5 = 3

En el tercer reactivo 85% completaron correctamente la tabla, 52% calcularon correctamente el rango, 62% la desviación media, 38% la varianza y 32% la desviación estándar.

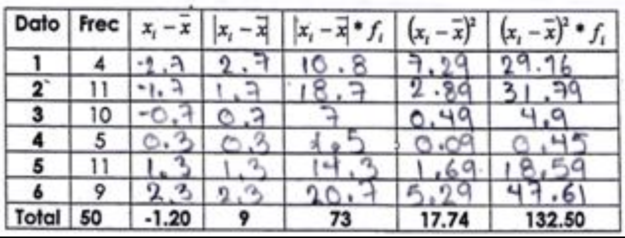
Rellenado de la tabla:

EXAMEN TIPO A



Dato	Frec	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
1	8	-2.6	2.6	20.8	6.76	54.08
2	9	-1.6	1.6	14.4	2.56	23.04
3	5	-0.6	0.6	3	0.36	1.8
4	10	0.4	0.4	4	0.16	1.6
5	9	1.4	1.4	12.6	1.96	17.64
6	9	2.4	2.4	21.6	5.76	51.84
Total	50	-0.60	9.00	76.40	17.56	150.00

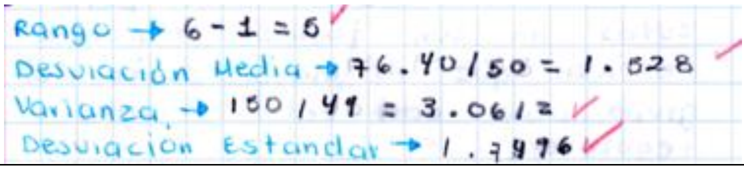
EXAMEN TIPO B



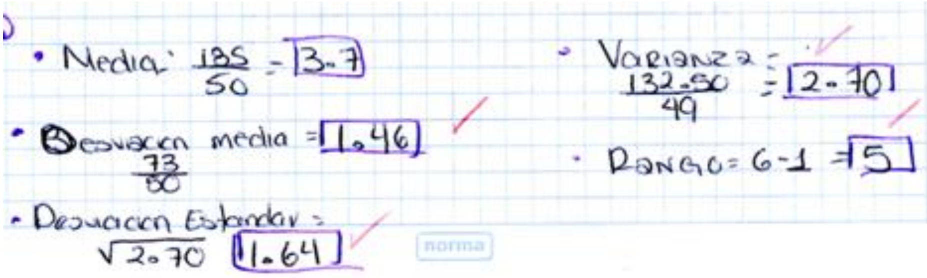
Dato	Frec	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
1	4	-2.7	2.7	10.8	7.29	29.16
2	11	-1.7	1.7	18.7	2.89	31.79
3	10	-0.7	0.7	7	0.49	4.9
4	5	0.3	0.3	1.5	0.09	0.45
5	11	1.3	1.3	14.3	1.69	18.59
6	9	2.3	2.3	20.7	5.29	47.61
Total	50	-1.20	9	73	17.74	132.50

Cálculo de medidas de dispersión:

EXAMEN TIPO A

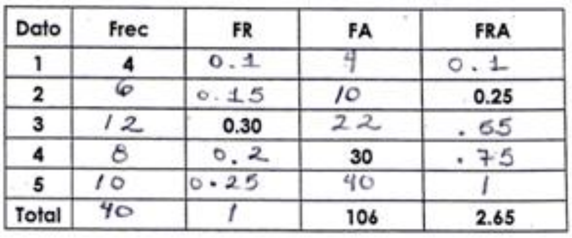

Rango → 6 - 1 = 5
Desviación Media → 76.40 / 50 = 1.528
Varianza → 150 / 49 = 3.061 =
Desviación Estandar → 1.7496

EXAMEN TIPO B


• Media: $\frac{185}{50}$ = 3.7
• Desviacion media $\frac{73}{50}$ = 1.46
• Desviacion Estandar = $\sqrt{2.70}$ 1.64
• Varianza = $\frac{132.50}{49}$ = 2.70
• Rango = 6-1 = 5

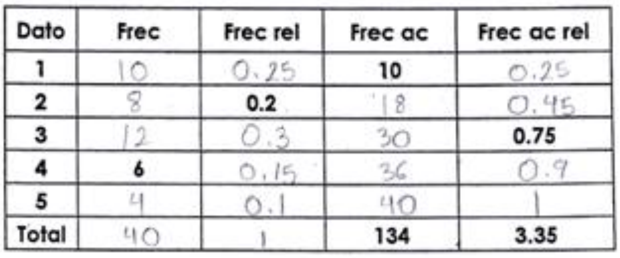
En el cuarto reactivo el 85% completó correctamente la tabla.

EXAMEN TIPO 1



Dato	Frec	FR	FA	FRA
1	4	0.1	4	0.1
2	6	0.15	10	0.25
3	12	0.30	22	.55
4	8	0.2	30	.75
5	10	0.25	40	1
Total	40	1	106	2.65

EXAMEN TIPO 2



Dato	Frec	Frec rel	Frec ac	Frec ac rel
1	10	0.25	10	0.25
2	8	0.2	18	0.45
3	12	0.3	30	0.75
4	6	0.15	36	0.9
5	4	0.1	40	1
Total	40	1	134	3.35

4.7. Cuestionario de autoevaluación

Para la primera pregunta, el 70% de los alumnos dice haber comprendido sin problema las tareas por realizar, mientras que el 30% lo hizo la mayor parte de las veces.

- Sí comprendí todo a la perfección y creo que se reflejo en los exámenes.
- Sí, en lo absoluto ya que la maestra siempre dio las especificaciones claras y contestaba las dudas respecto a cada tarea.

- En general sí comprendí los conceptos que la estadística tiene, mas debo decir que todos los ejercicios que se realizan requieren de mucha atención en todos y cada uno de los pasos, pues fallando uno altera completamente el resultado.
- La mayoría de las veces. Algunas instrucciones eran un poco confusas, pero se entendía la idea principal. Cuando encontraba algo que no entendía preguntaba y con eso quedaban aclaradas mis dudas.

Para la segunda pregunta, 29% dice que tuvo dificultades con las operaciones realizadas con los volados, 21% con los análisis de mejor comportamiento, 18% tanto en la construcción de los modelos teóricos como en el cálculo de las medidas de dispersión y el 14% restante dice no haber tenido grandes dificultades.

- Con los juegos de volados, esa parte en particular me dio algo de trabajo.
- Cuando teníamos que explicar el mejor comportamiento porque me confundía.
- Posiblemente los modelos teóricos.
- Dentro de los pocos ejercicios que se me dificultaron, fue sin duda el recordar al tomar las medidas de dispersión el reconocer si los datos eran una población o una muestra.
- Creo que ninguno, ya que comprendía cada cosa que se nos pedía, ya que más o menos tenia noción de cómo se hacían los ejercicios.

En la tercera, el 54% dice que se le dificultó por distracción o su falta de atención, el 14% por la falta de familiaridad hacia los conceptos, 11% por inasistencia y 7% por no poder expresar sus ideas claramente.

- A la distracción que frecuentemente soy objeto de, tiendo a distraerme muy fácilmente con lo que pasa a mi alrededor, definitivamente un error que debo erradicar.
- A que en el momento en que se vio el tema, no tome la debida atención o bien no me acerque a la maestra a preguntar.
- La atribuyo a que no estaba familiarizado con ese tipo de ejercicios. Aunque cuando comprendí lo que debía realizar fue que me pareció más simple.
- A que no asistía a las clases cuando se daba la explicación.
- Argumentar las ideas que tenía porque podía explicarlas pero al momento de redactar en hoja de papel se me dificultaba mucho.

En la cuarta, el 46% dice que el problema que más trabajo les costó fue el de los volados, el 18% el cálculo de las medidas de dispersión, el 4% el análisis del mejor comportamiento y el 28% restante dice que ninguno le costó más trabajo.

- El juego de los volados por que no sabía como hacer las tablas que se pedían correctamente.
- Las medidas de dispersión. Solía confundir los datos.

- Expresar los análisis con palabras y se me dificulta expresar números con palabras.
- Ninguno, después de que me explicaban bien pude resolverlo satisfactoriamente.

En la quinta, el 89% respondió que sí se sintió más interesado en la materia.

- Sí, definitivamente esta actividad me pareció laboriosa pero buena. Pude dejar de ver a la estadística como algo lejano, ahora creo que es muy funcional. La determinación de las hipótesis teóricas fue muy interesante y aprendí de manera intuitiva.
- Sí, ya que cada tema visto y comprendido me sentía capaz de entender otras cosas y me hacía sentir mucho mas interés de cómo se resolvía cada ejercicio.
- La verdad no, se me dificulta muchísimo todo lo referente con números.
- No, porque no me gusta tratar con matemáticas.

En la sexta, el 96% respondió que sí logró identificar sus aciertos y en caso de los errores lograron corregirlos.

- Sí, porque al realizar las tareas y compararlas con las de mis compañeros me daba cuenta en qué había fallado o en dónde lo había realizado correctamente.
- Sí, cada que me equivocaba lo asimilaba, pero me proponía hacerlo mejor la siguiente vez y ya no cometer más el mismo error, en cuanto a mis aciertos, la dicha de tenerlos alimentaba mis ganas de aprender más.
- Sí, porque hubo ocasiones en las que no me salían los resultados pero ya revisaba bien todo y corregía mi error.
- No puedo decir que todos, pero si me di cuenta de algunas cosas que debo cambiar, como son mi distracción y a veces la falta de atención en las clases, mis aciertos creo que son el que cuando decido ser constante puedo serlo sin ningún problema, son cosas con las que debo ir trabajando.
- Gracias a las explicaciones de la maestra logre corregir mis errores, que por mi propia cuenta no los hubiera podido encontrar o corregirlos tan fácilmente.

En la séptima, el 89% dice que sí son capaces de resolver nuevos problemas o ejercicios, mientras que el resto dice que no podrían hacerlos sin ayuda o alguna clase de orientación.

- Sí ya que aumento más la seguridad de mis conocimientos básicos.
- Sí, tan solo por el hecho de agilizar mis habilidades matemáticas y volverme más conocedora y analizadora respecto a lo que es la estadística.
- Pues sin capacidad o no sería una buena lección, ya que no le puedo asegurar si los resolveré o no, peri sí la seguridad de intentarlo.
- Quizás, con paciencia y ayuda creo poder.

En el octavo, el 39% dice que su trabajo fue suficiente, mientras que el resto dice que le faltó para ser suficiente.

- Considero que sí porque asistí y pregunté a la profesora y aparte también compartía información con mis compañeros.
- Por supuesto, siempre entregué tareas y trabajé muy duro en clase.
- Creo que no, ya que muchas veces dejaba todo para la última hora y no hacia mis tareas o llegaba a hacer al salón y cuando me quedaba con alguna duda no acudía a asesorías y preferiría aclararlas con mis compañeros descuidando mis tareas.
- Siendo honesto creo que no, siempre se puede ser mejor de lo que uno es y francamente no le dediqué mucho tiempo al estudio en casa y es algo que también debo cambiar pues la constancia en el estudio da muchísimos frutos en el fututo.

En la novena, todos los alumnos coinciden que las orientaciones de la profesora fueron realizadas de forma adecuada.

- Por supuesto, fue de gran ayuda en muchas de mis limitaciones, siempre estuvo al pendiente del desempeño del grupo. Resolvía cuantas dudas se me presentaban.
- Por supuesto, la profesora tiene una paciencia con todos y cada uno de los compañeros, a cada quien le dedicó el tiempo necesario para entender el ejercicio, factor fundamental en las calificaciones de todos los compañeros.
- Sí, daba explicaciones que te hacían ver los problemas más fáciles o que todo era cuestión de analizar todo detalladamente sin irnos muy lejos. Y siempre nos explicaba el resultado y todo el procedimiento.
- Si, la verdad sí ya que cada que yo tenía una duda, la profesora me la resolvía y me decía en donde tenía errores y que tenía que hacer para solucionarlo.

En la décima, el 68% dice que no debe realizarse ninguna modificación en la actividad o la labor de la profesora, el 21% dice que se deben profundizar las explicaciones y 11% dice que la actividad debería de ser más corta.

- Pues creo que todo está bien como para poder dar una sugerencia, al menos a mi parecer todo sobre esta actividad está bien planteado y estructurado yo no le cambiaría nada. Continúe con ese sistema que es benéfico y apropiado para todos sus alumnos.
- Esta muy bien el desarrollo de este curso porque aprendí y me divertí ya que la profesora tiene una manera única de enseñar.
- La verdad es que poco puedo aportar en ese aspecto, a mí en lo personal me agrada mucho la manera en que la maestra imparte las clases, no son nada tediosas, son dinámicas y precisas.
- Que en los temas nuevos en general puede ampliar un poco la explicación del tema.

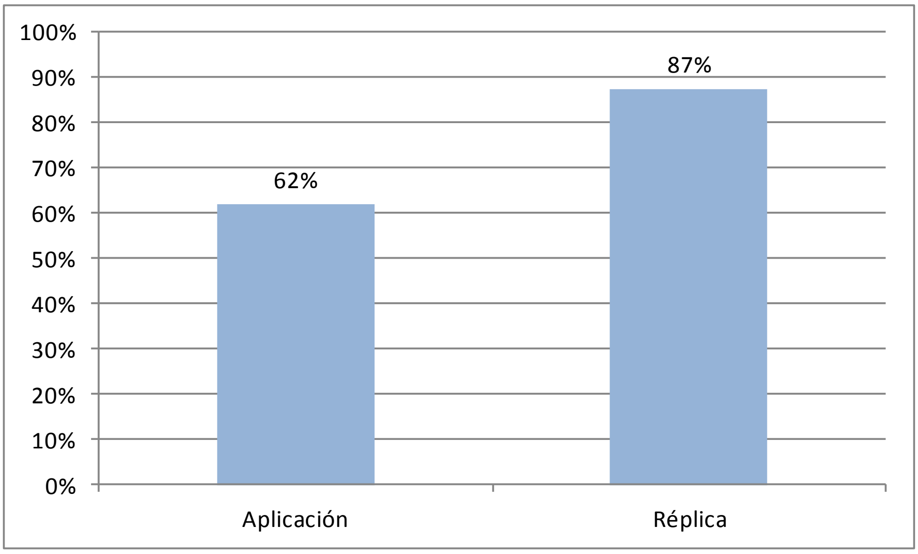
- Me gustaría que no fuera tan largo, que no hubieran tantos ejercicios. Toma algo de tiempo hacerlo y considerando que en otras materias también debemos entregar tareas y que las matemáticas no se me facilitan, a veces era estresante.

4.8. Comparaciones generales entre la aplicación del examen diagnóstico y su réplica.

De la aplicación del examen diagnóstico a la réplica del mismo pudimos observar que al inicio del semestre los alumnos tenían un nivel ligeramente intuitivo hacia los conceptos de estadística y probabilidad y después de haber desarrollado la actividad reforzaron ese nivel intuitivo desarrollando un poco más sus sentidos personales y mejorando la noción de los significados objetivos hacia dichos conceptos.

Disminuyó la abstinencia de contestar a los reactivos y aumentó la proporción de soluciones realizadas correctamente, en algunos casos de forma sutil y en otros de forma sustancial como veremos a continuación.

La siguiente tabla muestra el porcentaje promedio de alumnos que contestaron correctamente el examen diagnóstico y se comparan con el que se obtuvo en la réplica del mismo.



En cuanto al primer reactivo correspondiente a las nociones generales que describen el objeto de estudio, se observó que los alumnos contestaron en mayor medida en la réplica que en la aplicación.

Estos resultados se muestran en la siguiente tabla:

Concepto	**Aplicación**	**Réplica**	**Incremento**
Estadística	78%	90%	12%
Estadística descriptiva	**56%**	**61%**	**6%**
Variable	56%	90%	34%
Población	72%	97%	25%
Muestra	50%	87%	37%
Azar	78%	97%	19%

Con ello podemos decir que la noción intuitiva de los conceptos (disciplinarios) más generales –estadística y estadística descriptiva– proporcionalmente mejoraron en menor medida que los conceptos que desarrollan estas disciplinas. Es decir, los alumnos mejoraron significativamente sus nociones de variable población, muestra y azar que son muy propios de la disciplina (estadística) y es sorprendente el poco mejoramiento de la estadística descriptiva, ya que es los que directamente se desarrolla en la actividad, lo que merece puntualizar en la autoevaluación.

Ahora veamos la calidad de las respuestas –antes y después– en cada noción de este primer reactivo:

Para el concepto de estadística una parte de los estudiantes lo relacionaron de forma correcta con recopilación, organización, representación, análisis, conclusión y predicción o estimación. Otra parte lo relacionaron con el concepto de estadística descriptiva, es decir, con recolección, organización, representación (a través de tablas o gráficas), medición y análisis de datos.

Estadística	**Aplicación**	**Réplica**
Estadística	7%	46%
Estadística descriptiva	93%	54%

ALUMNO 1

Es la Ciencia que se encarga de la recolección, organización, alálisis e interpretación de datos Ayuda a hacer inferencias, explicar fenomenos o tomar decisiónes.

ALUMNO 2

estadística: es la ciencia que se encarga de recopilar agrupar los datos de alguna muestra

Podemos observar que incrementó su concepción de la estadística, sin embargo, como ya mencionamos, aún no tienen completamente claro la diferencia entre *estadística descriptiva* y *estadística inferencial*.

Para el concepto de estadística descriptiva los estudiantes dieron una mejor respuesta en la réplica que en la aplicación e incrementó la proporción de respuestas mejor relacionadas con dicho concepto.

Estadística descriptiva	Aplicación	Réplica
Recolección, representación, análisis y/o medidas de los datos.	80%	100%
Otro	20%	0%

ALUMNO 1
Es aquella que nos permite a traves de graficas o medidas como las de dispersión o tendecia central, resumir, visualizar o describir datos.
ALUMNO 2
Estadística descriptiva: se encarga de "resumir" los dat

Por otra parte el sentido de los alumnos sobre variable está poco relacionado con la variación de cierta característica o propiedad que tiene un objeto, lo relacionan en mayor medida con los datos que tienden a modificarse y en menor medida lo relacionan con cuestiones algebraicas, como se muestra en la siguiente tabla.

Variable	Aplicación	Réplica
Característica que tiene variación	10%	11%
Dato que tiende a cambiar	70%	68%
En álgebra o en el contexto del cálculo	20%	21%

ALUMNO 1
Variable = Es una ~~medida~~ caracteristica que al ser medida es susceptible de adoptar diferentes valores
ALUMNO 2
c) Variable: Es la unidad que en determinada función cambiara de valor, las hay dependientes las cuales dependen de otro número, e independientes que tienen un valor que no depende de otro.

En cuanto al concepto población lo relacionan con dos formas diferentes, por una parte como el total de datos o elementos que se van a estudiar o como el objeto de estudio de la estadística y por otra parte como el registro de habitantes o cosas que se obtienen a través de un censo.

Población	Aplicación	Réplica
Total de datos	54%	87%
Registro de habitantes	46%	13%

ALUMNO 1

Es el conjunto total de elementos sobre el cual se hace un estudio estadístico.

ALUMNO 2

Población: Es el nombre que se la da a un grupo de habitantes en una región.

Mientras que muestra lo conectan con un subconjunto, parte o proporción de la población.

Muestra	Aplicación	Réplica
Parte de la población	100%	100%

ALUMNO 1

e) Es una porción o una parte de la población.

ALUMNO 2

e) Muestra: Se obtiene de la población y es un porcentaje de ésta, con la muestra se pueden hacer analisis estadisticos al igual que con la población.

Finalmente el concepto de azar lo relacionan por una parte con una posibilidad, probabilidad o algo impredecible y por otra parte con la suerte, casualidad o tanteo.

Azar	Aplicación	Réplica
Probabilidad	50%	83%
Suerte	50%	17%

ALUMNO 1

f) Es algo que pasa pero tiene dos o más posibles re-sultados, de los cuales no sabemos que saldrá.

ALUMNO 2

Pues es una casualidad, algo de lo que no estamos completamentes seguros de que es lo que va a pasar como cuando lanzas una moneda, no sabes bien a ciencia cierta que cara saldrá.

Para el segundo reactivo disminuyó la abstinencia de contestarlo de la aplicación a la réplica, teniendo en ambos casos mayor problemática en calcular la mediana y la moda a diferencia de la media que tuvieron una mayor facilidad.

	Contestó		Contestó correctamente	
	Aplicación	**Réplica**	**Aplicación**	**Réplica**
Media de los grupos A y B	72%	100%	92%	100%
Moda y mediana del los grupos A y B	56%	100%	70%	84%

Grupo A

a) Media $= \frac{27+3+1+16+9}{5} = \frac{53}{5} = 10.6$

b) 1, 3, 9, 16, 27.

Mediana = 9

Moda = Ninguno

Grupo B

a) Media $= \frac{2(23)+13+5(3)}{8} = \frac{74}{8} = 9.25$

b) 3, 3, 3, 3, 3, 13, 23, 23.

Mediana = 3

Moda = 3

En el tercer reactivo, la mayor parte de los estudiantes que lo resolvieron, asumieron que el desempeño de las calificaciones era el mismo y lo justificaron a través de la suma de éstas o bien a través de sus promedios.

	Contestó		Contestó correctamente	
	Aplicación	**Réplica**	**Aplicación**	**Réplica**
Mismo desempeño por media	78%	100%	93%	94%

segun la media de ambos el desempeño fue el mismo. A pesar de que tovien califica-ciones distintas, 7 sera su calificación final. veamos:

$$Oscar = \frac{3+9+6+10}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

$$Gabriel = 5+6+9+8/4 = \frac{28}{4} = 7$$

Para el cuarto reactivo la relación entre la notación de sigma y su significado incrementó de la aplicación a la réplica y disminuyó la proporción de alumnos a no contestar.

	Contestó		**Contestó correctamente**	
	Aplicación	**Réplica**	**Aplicación**	**Réplica**
Suma de todas las x	56%	94%	70%	93%

$\sum x_i$ representa la suma de todos los datos $(x_1, x_2, \ldots x_5)$.

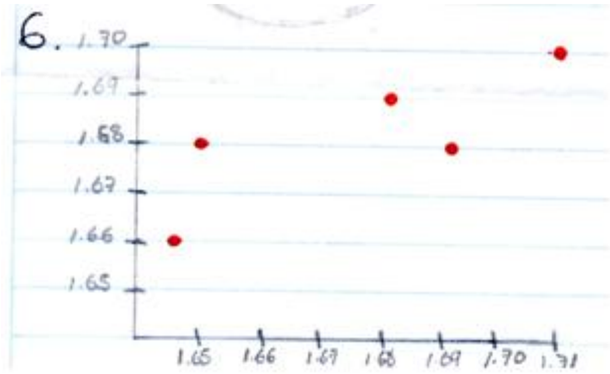
En el quinto reactivo los alumnos que lo respondieron tuvieron menor problema en calcular los porcentajes y realizar un gráfico correspondiente.

	Contestó		**Contestó correctamente**	
	Aplicación	**Réplica**	**Aplicación**	**Réplica**
Cálculo porcentaje y realización de gráfica	56%	90%	90%	100%
Gráfica de barras			60%	54%
Gráfica de pastel			30%	46%

5.- $13 \div 25 = 0.52$ $9 \div 25 = 0.36$ $3 \div 25 = 0.12$

Para el sexto reactivo menos de la cuarta parte se abstuvo de contestar en la aplicación mientras que en la réplica se abstuvo la décima parte y realizaron tres tipos de gráficas diferentes.

	Contestó		**Contestó correctamente**	
	Aplicación	**Réplica**	**Aplicación**	**Réplica**
Trazo de gráfica	78%	90%	100%	100%



En el séptimo reactivo ya relacionado con probabilidad a través del lanzamiento de una moneda, los alumnos relacionaron el término posibilidad con el de porcentaje, fracción o como una parte con respecto a un todo.

	Contestó		**Contestó correctamente**	
	Aplicación	**Réplica**	**Aplicación**	**Réplica**
Moneda	94%	97%	94%	97%
Porcentaje			53%	0%
Fracción			41%	64%
Posibilidad o la parte con respecto al todo			0%	33%

Solo una, recordemos que nuestro espacio muestral es {aguila, sol}.

Finalmente en el último reactivo correspondiente al lanzamiento de un dado, lo relacionaron de igual manera que en el reactivo anterior.

	Contestó		**Contestó correctamente**	
	Aplicación	**Réplica**	**Aplicación**	**Réplica**
Dado	94%	97%	88%	93%

a) 3 posibilidades, existen 3 números pares dentro del espacio muestral {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

b) 4, los numeros pueden ser el 3, 4, 5 y 6.

c) 6, pueden ser todos los numeros antes e incluido el 6.

ANEXO 1: CONCEPTOS BÁSICOS DE LA PROBABILIDAD Y LA ESTADÍTICA INFERENCIAL

PARA EL PROFESOR:

A lo largo de la actividad que se aplicará en el salón de clases y que se desarrolla en el Anexo 2, se incluyen conceptos de probabilidad y estadística inferencial, así que a continuación se realizará un glosario que incluirá dichos conceptos. Se han extraído de libro *Estadística Inferencial Básica* escrito por los profesores Jorge Gómez y Juana Castillo, sin embargo, el profesor o la profesora puede utilizar de apoyo cualquiera de los libros que también se incluyen en la bibliografía del presente trabajo.

Azar: Es aquella situación o experimento en el cual no sabemos qué resultado va a salir o se va a obtener pero sí sabemos los posibles resultados.

Desviación media: Es la media aritmética aplicada a las dispersiones en valores absolutos.

Las fórmulas que se utilizan para obtener la desviación media son:

	Para una población	Para una muestra
Si los datos están desorganizados	$DM = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\lvert x_i - \mu\rvert$	$dm = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\lvert x_i - \bar{x}\rvert$
Si se tiene una tabla de frecuencias	$DM = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}\lvert x_i - \mu\rvert f_i$	$dm = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\lvert x_i - \bar{x}\rvert f_i$

Cuyas representaciones son: N el número de datos de la población, n el número de datos de la muestra, x_i cada uno de los datos, μ la media aritmética de la muestra, $\bar{x}$ la media aritmética de la muestra y f_i la frecuencia.

Desviación estándar: Es la raíz cuadrada de la varianza.

Para obtener la desviación estándar, las fórmulas que se utiliza en la actividad son:

	Para una población	Para una muestra
Si los datos están desorganizados	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}}$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$
Si se tiene una tabla de frecuencias	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \mu)^2 f_i}{N}}$	$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2 f_i}{n-1}}$

Cuyas representaciones son: N el número de datos de la población, n el número de datos de la muestra, x_i cada uno de los datos, μ la media aritmética de la muestra, $\bar{x}$ la media aritmética de la muestra y f_i la frecuencia.

Sin embargo, para calcularla también se pueden usar las siguientes fórmulas:

	Para una población	Para una muestra
Si los datos están desorganizados	$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - N\mu^2}{N}}$	$s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$
Si se tiene una tabla de frecuencias	$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 f_i - N\mu^2}{N}}$	$s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 f_i - n\bar{x}^2}{n-1}}$

Dispersión: Es la diferencia que hay entre cierto dato y la media del conjunto total de datos.

Estadística: Es la ciencia que trata de la recopilación, organización, presentación, análisis e interpretación de datos con el fin de realizar una toma de decisión más efectiva. La estadística se divide en dos partes: La estadística descriptiva y la estadística inferencial.

Estadística descriptiva: Su objetivo es organizar y resumir la información disponible.

Estadística inferencial: Su objetivo es obtener, analizar e interpretar la información para sacar conclusiones acerca de un conjunto grande de personas u objetos, por medio de la información obtenida de sólo una pequeña parte o muestra del conjunto total.

Evento: Es el conjunto compuesto por uno o más resultados de un experimento.

Experimento: Es aquel proceso que produce un resultado.

Experimento determinístico: Es aquel experimento que sin importar el número de veces que se realice bajo las mismas condiciones, el resultado siempre es el mismo.

Experimento aleatorio: Es aquel experimento que al ser realizado en distintas ocasiones e idénticas condiciones, el resultado puede ser distinto.

Frecuencia: Al organizar los datos de cierta variable, es la cantidad que indica cuantas veces se repite cada uno de ellos.

Frecuencia acumulada: Es el grado de acumulación ordenada de los datos en un nivel determinado.

Frecuencia relativa: Es el cociente formado por la frecuencia del dato dividida entre el total de elementos.

Frecuencia relativa acumulada: Porción del total de datos que representa la frecuencia acumulada en un nivel dado.

Gráfica de barras: Es la gráfica que se realiza a través de barras separadas. En el eje horizontal se representa las categorías de los datos y en eje vertical se representa las frecuencias, frecuencias relativas o porcentajes que cumplen cada una de las categorías. Ésta gráfica correspondiente a una variable categórica y no numérica.

Gráfica de pastel (o circular): Es aquella gráfica que consisten en dividir en un círculo secciones, en forma de rebanadas de pastel, para cada uno de los datos de diferente valor y que mantengan la proporción o frecuencia relativa en el círculo. Ésta gráfica correspondiente a una variable categórica y no numérica.

Histograma: Es la gráfica elaborada con barras o rectángulos: se trazan dos ejes, uno horizontal y otro vertical, en ambos se hacen divisiones con marcas igualmente separadas para que debajo de las marcas del eje horizontal se escriban los valores de los datos y en las marcas del eje vertical se escriben las frecuencias o las frecuencias relativas, después se construyen rectángulos centrados en cada dato con una altura correspondiente a la frecuencia o a la frecuencia relativa de tal manera que queden juntos estos rectángulos. Ésta gráfica correspondiente a una variable numérica.

Media aritmética: Es el cociente obtenido al sumar todos los datos y dividir el resultado entre el número total de datos.

Las fórmulas que se utilizan para obtener la desviación media son:

	Para una población	Para una muestra
Si los datos están desorganizados	$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$
Si se tiene una tabla de frecuencias	$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{N}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{n}$

Cuyas representaciones son: N el número de datos de la población, n el número de datos de la muestra, x_i cada uno de los datos y f_i la frecuencia.

Mediana: Es el punto intermedio entre todos los datos previamente ordenados.

Medida de la discrepancia: Es la medida que determina la diferencia entre dos valores medidos de la misma magnitud.

Medidas descriptivas: Son el resultado de cálculos efectuados a partir de la medición de los datos obtenidos de una población o muestra para localizar sus valores más representativos.

Medidas de tendencia central: Aquellas medidas descriptivas que indican dónde se localizan los valores promedio de los datos.

Medidas de dispersión: Aquellas medidas descriptivas que miden qué tan dispersos están los datos, especificando cuál es la escala de su variabilidad.

Moda: Es el dato que aparece con mayor frecuencia entre un determinado conjunto de datos.

Muestra: Es cualquier subcolección de la colección de valores que constituye a la población.

Población: Es la colección de todos los valores que asume la variable en cada uno de los elementos del conjunto o universo que se ha determinado para dicha variable.

Polígono de frecuencias: Es la gráfica correspondiente a una variable numérica. Se realiza a través de la unión de puntos.

Probabilidad: Es el valor entre 0 y 1 que indica la posibilidad de que un suceso o evento ocurra, es decir, describe la posibilidad de ocurrencia de un evento.

Probabilidad clásica: Es el cociente que existe entre el número de resultados favorables y el número de resultados posibles. Se utiliza en un experimento en el que todos los resultados son equiprobables o tienen la misma posibilidad de ocurrir.

Probabilidad frecuencial: Es el cociente que existe entre el número de veces que cierto evento ha ocurrido en el pasado y el número de observaciones realizadas. Se utiliza cuando los resultados del experimento no tienen la misma probabilidad de ocurrir.

Probabilidad subjetiva: Es aquella probabilidad que se estima sin tener datos para realizar ningún tipo de cálculos o no se tiene la posibilidad de efectuar repetidamente un experimento.

Rango: Es la diferencia que resulta de el mayor valor menos el menor valor.

Variable: Es una característica que tienen en común todos los elementos de un conjunto de personas o cosas de tal manera que, al medirla en los elementos de ese conjunto, se obtienen valores diferentes e impredecibles con exactitud. Algunos ejemplos de variables son el tipo de sangre, la calificación en un examen, el nivel socioeconómico de una familia, la estatura de una persona o su edad en años cumplidos.

Variable categórica: Aquella variable cuyos valores son únicamente categorías.

Variable categórica nominal: Aquellas variable categóricas que no establecen ninguna relación de orden entre sus categorías.

Variable categórica ordinal: Aquella variable categórica que establece alguna relación de orden entre sus categorías.

Variable numérica: Aquella variable cuyos posibles valores que puede asumir son números y si, además, tienen sentido práctico las propiedades intrínsecas de éstos (cuantificar la diferencia entre dos posibles valores, sumarlos, etc.)

Variable numérica discreta: Aquella variable numérica que se caracteriza por a propiedad de que para dos posibles valores de ella solamente hay un número finito de posibles valores intermedios.

Variable numérica continua: Aquella variable numérica que tiene la propiedad de que entre dos posibles valores de ella cualquier vaor intermedio es también un valor posible de la variable.

Varianza: Es la media del cuadrado de las dispersiones de los datos respecto a su media aritmética.

Para obtener la desviación estándar, las fórmulas que se utiliza en la actividad son:

	Para una población	Para una muestra
Si los datos están desorganizados	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}$	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$
Si se tiene una tabla de frecuencias	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i-\mu)^2 f_i}{N}$	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i-\bar{x})^2 f_i}{n-1}$

Cuyas representaciones son: N el número de datos de la población, n el número de datos de la muestra, x_i cada uno de los datos, μ la media aritmética de la muestra, $\bar{x}$ la media aritmética de la muestra y f_i la frecuencia.

Sin embargo, para calcularla también se pueden usar las siguientes fórmulas:

	Para una población	Para una muestra
Si los datos están desorganizados	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2 - N\mu^2}{N}$	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$
Si se tiene una tabla de frecuencias	$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}x_i^2 f_i - N\mu^2}{N}$	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}x_i^2 f_i - n\bar{x}^2}{n-1}$

ANEXO 2: ACTIVIDAD EL JUEGO DE CHICOS Y GRANDES

Esta actividad fue llevada al salón de clases a través de 5 Acciones.
Fine general:

- Que el alumno desarrolle los sentidos personales de los conceptos básicos de la estadística descriptiva, la probabilidad y la estadística inferencial.

ACCIÓN 1. Examen diagnóstico

Fin parcial:

- Identificar los conocimientos y el nivel actual que el alumno tiene respecto a la estadística y la probabilidad.

Se aplicará el examen diagnóstico de estadística y probabilidad.

ACCIÓN 2. Desarrollo del juego.

Fines parciales:

- Obtener información directamente de la fuente y aplicar el sentido personal de los alumnos para desarrollar la metodología de la estadística descriptiva y las acciones restantes de esta actividad y de otras a lo largo de todo el curso.

Reglas del juego:

1. Se requiere de una mesa con la cubierta dividida en tres partes, rotuladas así: “Chicos”, “Medianos” y “Grandes”, y además dos dados.
2. El juego consiste en apuestas entre la banca (dueño del juego) y uno o varios jugadores, los que depositan sus apuestas en la superficie de la mesa, pudiendo colocar sus semillas de girasol en una o más de las divisiones con la cantidad que deseen.
3. Se lanzan simultáneamente dos dados y se suman las caras que caen hacia arriba. Si la suma es un número entre dos y seis, gana “Chicos”, si es siete, gana “Medianos” y si el resultado es un número entre ocho y doce, gana “Grandes”.
4. Si el apostador gana con “Chicos” o “Grandes”, su ganancia es sencilla. Si es con “Medianos”, la banca le paga doble.

Antes de iniciar el juego, se le pide al alumno que analice sus reglas con gran cuidado para que pueda tener un mejor desempeño y después seleccione una de las siguientes tres situaciones hipotéticas, argumentando suficientemente porqué la seleccionó. Además de escribir en el espacio lo que se pide.

Hipótesis A: El juego es justo debido a que la banca y el apostador tienen las mismas posibilidades de ganar.

Hipótesis B: Es un juego a favor del que apuesta porque él tiene más posibilidades de ganar semillas de girasol.

Hipótesis C: La banca tiene más posibilidades de ganar.

¿Qué opción escogiste? ________________
¿Cuál es tu argumentación? ____

Descripción del juego:
En el salón los alumnos se agrupan alrededor de la mesa en la que se va a llevar a cabo el juego.

El juego se va a repetir 50 veces, pero antes de empezar a cada alumno se le reparten diez semillas de girasol con los que realizará sus apuestas. Antes de cada lanzamiento, debe apostar con el número de semillas que desee y tendrá que apostar en cada juego mientras tenga semillas.

El profesor debe tener diferenciado cada dado para que todos los jugadores los reconozcan como "Dado blanco" y "Dado azul".

La siguiente tabla tiene seis columnas, la primera de ellas es para registrar el número del lanzamiento respectivo, la segunda es para registrar el resultado del dado blanco, la tercera es para registrar el resultado del dado azul, la cuarta es para anotar la suma resultante de ambos dados y la quinta es para registrar el resultado del juego (chicos, medianos o grandes).

Lanzamiento núm.	**Dado blanco**	**Dado azul**	**Suma de las caras**	**Resultado del juego**
1	6	2	8	Grandes
2	1	5	6	Chicos
3	4	3	7	Medianos
⋮				
49				
50				

Ahora hay que organizar los datos de la tabla, ¿cómo la organizarías? y ¿de qué te servirá eso?

Se organizan los datos de la segunda columna, es decir, los datos del dado blanco. Se realiza un histograma y un polígono de frecuencias. Posteriormente se realiza esta actividad para los datos del dado azul y se pide realizar un primer análisis empírico – subjetivo sobre el comportamiento de ambos dados, ¿alguno de ellos se comporta de mejor manera que el otro? o bien ¿cuál de los dos dados tiene un mejor comportamiento?

Ahora vas a trabajar en el salón de clase organizado en equipos. A continuación se da la dinámica del trabajo, deben terminar cada paso antes de pasar al siguiente:

1. En principio nombren a un integrante del equipo el cual fungirá como secretario, debe ir tomando notas del trabajo que se va realizando y al final expondrá las aportaciones del equipo.

2. Se inicia el trabajo procediendo cada alumno (organizados en equipo) a dar su descripción personal, esto debe ser en forma ordenada: cada uno debe explicar lo que entendió y luego mostrar lo que hizo primero en relación a la organización de los datos. El secretario del equipo va tomando nota de las aportaciones individuales.

3. El secretario del equipo hace una síntesis de lo que el equipo aporta, sin hacer distinciones personales.

4. Se pasa ahora a generar una lluvia de ideas con el fin de aportar nuevos elementos para la descripción (organización y resumen) de la información. En este proceso el profesor va orientando la dinámica de cada equipo hacia la necesidad de que los alumnos organicen la información mediante tablas de frecuencias y frecuencias relativas, con sus respectivas gráficas.

5. Ahora cada equipo, apoyado en un secretario, redacta su descripción colectiva; luego ante la plenaria, cada secretario resume las acciones metodológicas efectuadas por su equipo.

6. El profesor sintetiza las aportaciones de la plenaria.

Construye la tabla de frecuencias como la que se muestra a continuación para los datos del dado blanco y dado azul, construye además un histograma y un polígono de frecuencias para la FA y FRA.

Dato	**Frecuencia (F)**	**Frecuencia relativa (FR)**	**Frecuencia Acumulada (FA)**	**Frecuencia Acumulada Relativa (FAR)**
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Posteriormente el profesor realizará una serie de preguntas para generar la hipótesis teórica, es decir, que todas las caras tienen la misma posibilidad de caer hacia arriba. Se realizarán su respectiva tablas de frecuencias y de forma intuitiva se generará una idea intuitiva de muestra y población.

Dato	Frecuencia	Frecuencia relativa
1	50/6 = 8.33…	50/6 ÷ 50 = 50/300 = 1/6
2		
3		
4		
5		
6		
Total		

Después se generarán los 15 mejores comportamientos que puede tener un dado y cada alumno escogerá dos de ellas para trabajarlas haciendo un histograma y polígono de frecuencias, además de contestar con un argumento mejor sobre cuál de los dos dados tuvo mejor comportamiento, si el blanco o el azul.

ACCIÓN 3. Medidas descriptivas.

Fines parciales:

- Desarrollar los significados de los elementos y conceptos de la metodología de la estadística descriptiva a través de las medidas de posición central o de localización y de las medidas de dispersión o de escala.

El resumen de la información se hace a través del concepto **medidas descriptivas** –una ***medida descriptiva es una medida de los datos*-,** concepto que a su vez se divide en dos: **medidas de tendencia o posición central o de localización y medidas de dispersión o de escala.**

Orientación para los alumnos: La comprensión y el dominio del significado de las medidas de posición central o de localización como el de las medidas de dispersión o de escala son de gran importancia, Con dichos significados podrás entender muchas aplicaciones prácticas pero lo más importante es aprender y comprender las dimensiones teóricas que se alcanzan con estos conceptos.

Ejemplo: Al final de un curso el profesor va a establecer la calificación definitiva de sus alumnos con el promedio de cinco calificaciones parciales. Tres de sus alumnos tuvieron las siguientes calificaciones parciales:

Alumno A	10	10	4	6	10
Alumno B	8	8	8	8	8
Alumno C	6	7	8	9	10

¿Cuál de estos tres alumnos te gustaría ser? Explica claramente porqué.

¿Qué similitudes y contrastes observas entre estos tres alumnos?

Similitudes:

Contrastes:

¿Qué cualidades y qué desventajas observas en cada uno de ellos?

Cualidades alumno A:
Desventajas alumno A:

Cualidades alumno B:
Desventajas alumno B:

Cualidades alumno C:
Desventajas alumno C:

Medidas de tendencia o posición central o localización:

La ***moda*** *es el dato o los datos que corresponden a la mayor frecuencia.* Vamos por el momento a denotar con **Mo** a la moda.

Si el profesor del ejemplo uno utiliza la moda como criterio para establecer la calificación final de sus alumnos, obtén la calificación de los alumnos A, B y C y di qué tipo de moda hay en ellos.

Calificación del alumno A: ____ Característica de los datos ______________

Calificación del alumno B: ____ Característica de los datos ______________

Calificación del alumno C: ____ Característica de los datos ______________

El alumno C no tiene una calificación parcial que se repita, es decir no hay moda y entonces el profesor tiene que aplicar una medida de posición central alternativa para determinar la calificación final (que puede ser la mediana o la media, entre otras medidas de localización).

La ***mediana*** *de un conjunto de datos previamente ordenados es el dato que queda en medio de ellos.*

Así, si el profesor adopta a la mediana de las calificaciones parciales para asentar la calificación final de cada alumno, primero tiene que ordenar las calificaciones y luego seleccionar la calificación que queda en medio de ellas y esa será la calificación final. Bajo este criterio para promediar las calificaciones parciales, anota el promedio final para cada uno de los tres alumnos.

Calificación del alumno A ________

Calificación del alumno B ________

Calificación del alumno C ________

La medida de posición central o de localización más usada en la práctica empírica y la más importante en las aplicaciones y en la teoría de la probabilidad y de la estadística es:

La ***media aritmética*** *o simplemente* ***media****, se obtiene al sumar todos los datos y dividir el resultado entre el número total de éstos*.

Si el criterio para promediar las calificaciones parciales es con la media, asígnale la calificación final a los tres alumnos.

Calificación del alumno A ________

Calificación del alumno B ________

Calificación del alumno C ________

Ejercicio: Calcula las medidas de tendencia central para el dado blanco y el dado azul y para los dos mejores comportamientos que escogiste en la acción anterior.

Ahora el objeto de estudio es la construcción de medidas descriptivas que cuantifiquen la dispersión de un conjunto de datos.

Medidas de dispersión o de escala:

*La **dispersión** de un dato es la medida del alejamiento que tiene dicho dato con la media y se calcula con la diferencia (o resta) de dicho dato menos la media, es decir: **Dispersión = dato - media***

*La **desviación media** es la media aritmética del conjunto de dispersiones tomadas en valor absoluto.*

Calcula la desviación media de las calificaciones del alumno A, del alumno B y del alumno C y escríbela a continuación.

Alumno A. Dm = ______________

Alumno B. Dm = ______________

Alumno C. Dm = ______________

Otra medida de dispersión o escala se construye elevando al cuadrado las dispersiones y así tenemos:

*La **varianza** es la media aritmética de las dispersiones elevadas al cuadrado. Es decir, la suma de todas las dispersiones de los datos elevadas al cuadrado y el resultado dividido entre el total de datos es la **varianza**.*

Calcula la varianza de las calificaciones del alumno A, del alumno B y del alumno C y escribe los resultados a continuación.

Alumno A. s^2 = ______________

Alumno B. s^2 = ______________

Alumno C. s^2 = ______________

*La **desviación estándar** es la raíz cuadrada de la varianza. La representaremos con la letra **s.***

Calcula la desviación estándar de las calificaciones parciales de cada uno de los alumnos A, B y C.

Para el alumno A. s = ____________

Para el alumno B. s = ____________

Para el alumno C. s = ____________

*El **rango** (simbolizado con las siglas con las siglas **Ra**) de un conjunto de datos es la diferencia del dato mayor menos el dato menor, es decir: **Ra = Dato mayor – Dato menor***

Calcula el rango de las calificaciones parciales de los alumnos A, B y C.

Para el alumno A. Ra = ____________

Para el alumno B. Ra = ____________

Para el alumno C. Ra = ____________

Realiza ahora las medidas de dispersión para el dado blanco y el dado azul y para los dos mejores comportamientos que escogiste en la acción 3.

El profesor ayuda en la construcción del modelo teórico y las medidas descriptivas para el lanzamiento de un dado, a través de la siguiente tabla:

Dato	Frec	Dato x Frec	Disp	|Disp|	|Disp| x Frec	$(\text{Disp})^2$	$(\text{Disp})^2$ x Frec
1							
2							
3							
4							
5							
6							
Total							

Con los resultados de las medidas, realiza un tercer análisis sobre cuál de los dos dados tuvo mejor comportamiento.

ACCIÓN 4. Decisión estadística.

Fin parcial:

- Que el alumno construya la medida de la discrepancia para la toma de decisión.

A través de orientaciones del profesor, los alumnos analizarán los siguientes lanzamientos de una moneda:

Juego 1. Se realizan 10 volados de los cuales ganas uno y pierdes nueve.
Juego 2. Se realizan 100 volados de los cuales ganas 46 y pierdes 54.
Juego 3. Se realizan 1000 volados de los cuales ganas 496 y pierdes 504.

Se realizará el cálculo de la resta del valor observado del juego (VO) menos valor esperado del mismo (VE), para después elevar al cuadrado esta diferencia y finalmente dividirla entre el valor esperado del juego, es decir, se realizará el cálculo de $\frac{(VO_1 - VE_1)^2}{VE_1} + \frac{(VO_1 - VE_1)^2}{VE_1}$ para cada uno de los tres juegos.

Se analizan los resultados obtenidos en cada uno de los juegos, observando en cuál de éstos se tuvo un mejor comportamiento.

Posteriormente se realiza la misma actividad para los resultados que obtuvieron en el lanzamiento de los dados.

ACCIÓN 5. Síntesis conceptual y metodológica de la probabilidad y la estadística inferencial.

Fin parcial:

- Que el alumno desarrolle el significado de muestra y población.
- Utilizar el recurso de la computadora para la descripción de la información.

Para desarrollar los conceptos de población y muestra, se comenzará preguntándoles a los alumnos sobre cada uno de estos conceptos e ir dirigiendo el diálogo hacia las diferencias entre ambos.

Así se considerará el modelo teórico para los 50 lanzamientos de un dado y también para 80 y 120 lanzamientos con objeto de compararlos y poder concluir que cualquier juego que se realice sin importar el número de tiradas será siempre una muestra y el modelo teórico será la población.

Una vez concluido los distintos análisis para el dado blanco y el dado azul, se llevará a los alumnos al centro de cómputo para realizar las tablas y gráficos elaborados hasta el momento y que ello les sirva para posteriormente trabajen con la cuarta columna, es decir, para la suma de las caras, realizando la organización y resumen de la información a través de tablas de frecuencias, histogramas, polígonos de frecuencias y medidas descriptivas y para la última columna (resultado del juego), realizando la organización de la información con tablas y gráficas correspondientes.

La computadora como recurso para la descripción de la información:

INDICACIONES PARA EL ALUMNO:

- En esta acción vas a utilizar la computadora con el *software* de Excel para que apliques la metodología descriptiva vista anteriormente.
- Se desarrollará el uso de Excel con una guía muy pormenorizada con base en unos datos que previamente hemos obtenido, para que tú vayas haciendo lo propio.
- Siguiendo paso a paso la guía vas a hacer la descripción de la información con los datos del dado número uno que obtuviste en tu salón de clase cuando jugaste el juego de chicos y grandes.
- En la guía vas a encontrar únicamente la descripción de los datos correspondientes al dado número uno y en forma equivalente tienes que hacer de tarea lo propio para lo obtenido con el dado número dos, la suma de las caras y el resultado del juego.

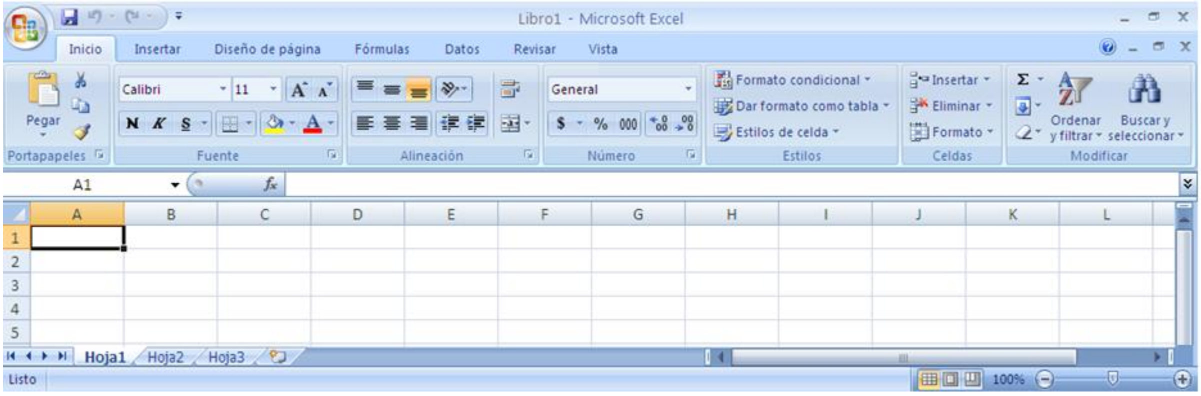
Se jugó 50 veces el juego de Chicos y Grandes y se obtuvieron los siguientes resultados:

Juego núm.	Dado blanco	Dado azul	Suma de las caras	Resultado del juego
1	3	4	7	Medianos
2	1	6	7	Medianos
3	2	3	5	Chicos
4	5	2	7	Medianos
5	2	4	6	Chicos
6	6	6	12	Grandes
7	3	2	5	Chicos
8	4	3	7	Medianos
9	6	5	11	Grandes
10	1	4	5	Chicos
11	1	6	7	Medianos
12	3	2	5	Chicos
13	2	3	5	Chicos
14	4	1	5	Chicos
15	4	6	10	Grandes
16	1	1	2	Chicos
17	1	5	6	Chicos
18	6	5	11	Grandes
19	6	3	9	Grandes
20	4	6	10	Grandes
21	6	2	8	Grandes
22	6	5	11	Grandes
23	5	1	6	Chicos
24	5	6	11	Grandes
25	2	1	3	Chicos

Juego núm.	Dado blanco	Dado azul	Suma de las caras	Resultado del juego
26	5	2	7	Medianos
27	6	1	7	Medianos
28	6	3	9	Grandes
29	4	3	7	Medianos
30	5	5	10	Grandes
31	2	4	6	Chicos
32	2	3	5	Chicos
33	1	5	6	Chicos
34	5	3	8	Grandes
35	1	3	4	Chicos
36	4	1	5	Chicos
37	2	6	8	Grandes
38	5	2	7	Medianos
39	2	1	3	Chicos
40	3	2	5	Chicos
41	5	5	10	Grandes
42	3	6	9	Grandes
43	4	3	7	Medianos
44	6	5	11	Grandes
45	2	6	8	Grandes
46	4	2	6	Chicos
47	4	2	6	Chicos
48	4	4	8	Grandes
49	1	5	6	Chicos
50	5	4	9	Grandes

CREACIÓN DE UN ARCHIVO PARA GUARDAR EL PROGRAMA.

Inicia abriendo Excel en la computadora, el cual tiene el aspecto siguiente:

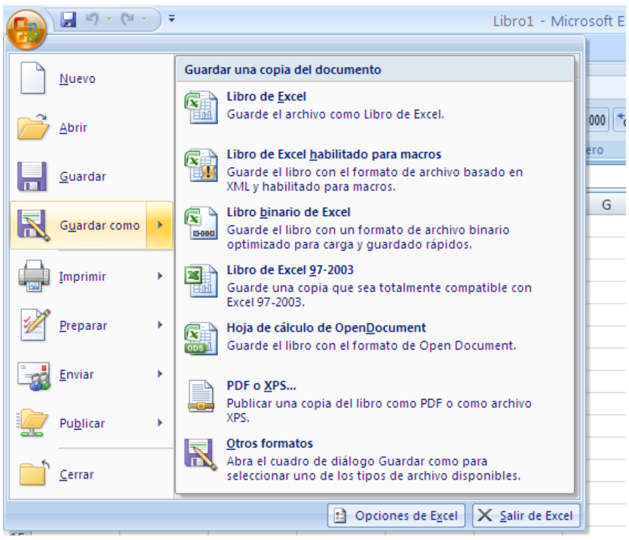


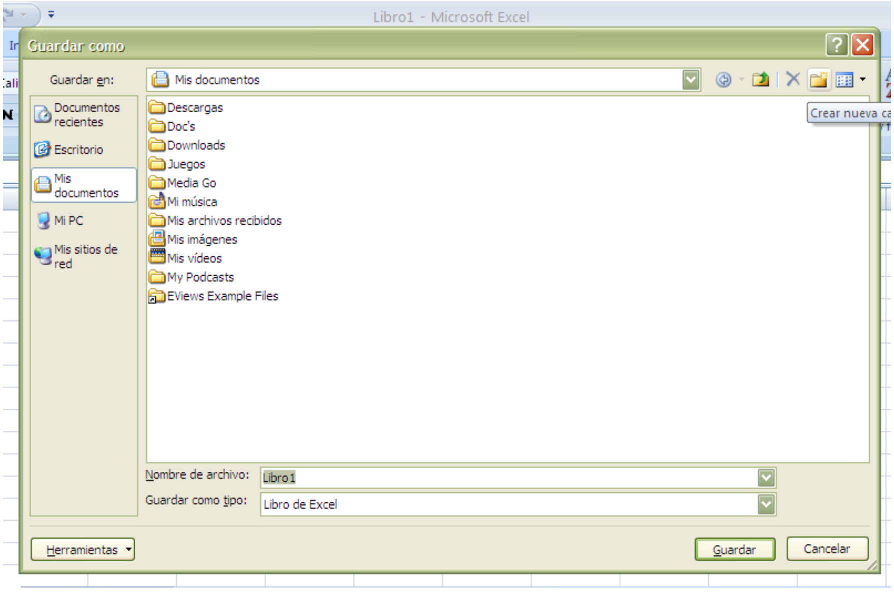
Hay que crear una carpeta para que dentro de ella guardes los archivos con los programas que vas a elaborar en el curso. Lo puedes hacer con la siguiente secuencia:

- En la esquina superior izquierda de la barra de menú principal da clic con el ratón da clic en *Guardar como…* (esto se ilustra en la ventana de abajo).

- Se activa la ventana *Guardar como.* Las últimas tres ventanas de abajo muestran la secuencia para crear la carpeta dentro de la carpeta *Mis Documentos* (que aparece por defaul), si deseas otra dirección da clic donde se indica abajo a la derecha y allí ubicas la dirección en donde vas a crear la carpeta.

- Ubicada la dirección donde vas a crear la carpeta, das clic en el icono  el cual se indica con la flecha abajo a la derecha, (aquí la vamos a crear dentro de la carpeta *Mis documentos)*.



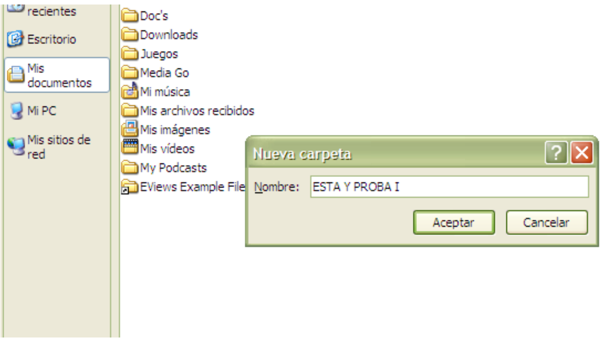


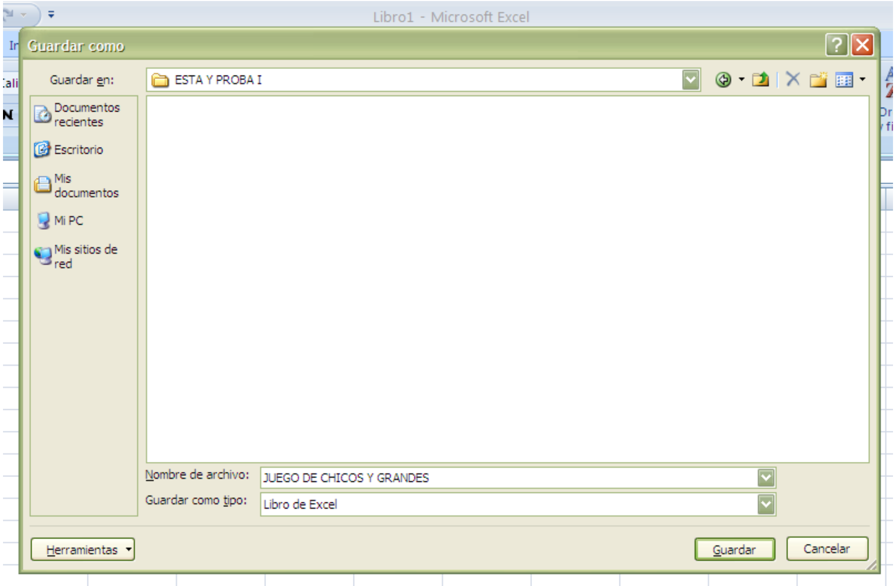
- En la ventana que se activa escribe el nombre de la carpeta, por ejemplo, ESTA Y PROBA I (ver abajo a la izquierda), das *Aceptar.*

- En la ventana *Guardar como* das el nombre del archivo, por ejemplo, ACTIVIDAD CHICOS Y GRANDES y das clic en *Guardar*.

- Se recomienda que guardes el archivo en el disco duro y en la memoria USB (que lo hagas en los dos lugares)

- Algo MUY IMPORTANTE: Debes guardar (salvar) tu archivo con el programa que vas realizando periódicamente en intervalos de tiempo pequeños.



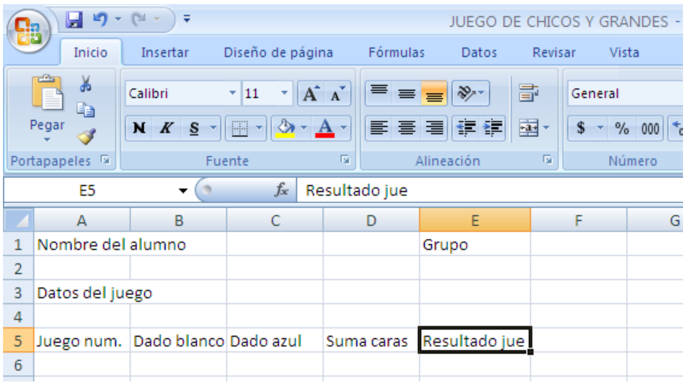


La descripción de la información de los datos del dado número uno la vamos a llevar a cabo en tres partes:

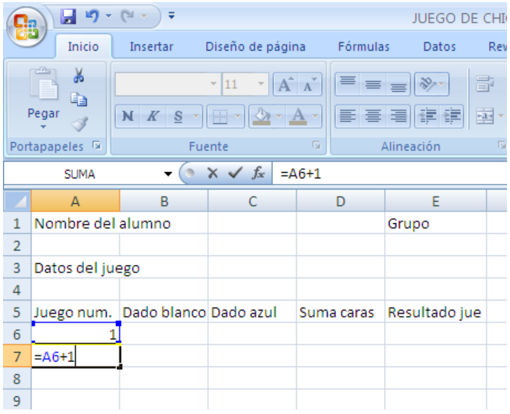
- Primero se tiene que capturar la información.
- La segunda fase es para la organización de la información.
- Y la tercera es para el resumen de la información.

CAPTURA DE LOS DATOS DEL JUGO DE CHICOS Y GRANDES.

- En la celda A1 escribe tu nombre, en la celda E1 el grupo, en A3 escribes "Datos del juego" y de A5 a E5 escribe lo que se muestra en la ventana siguiente.

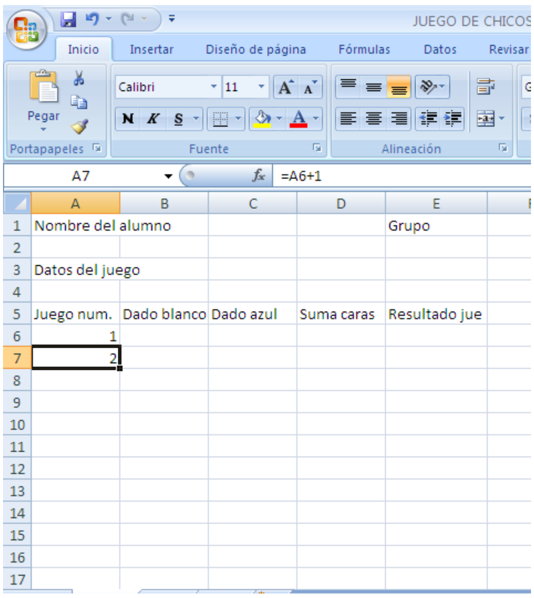


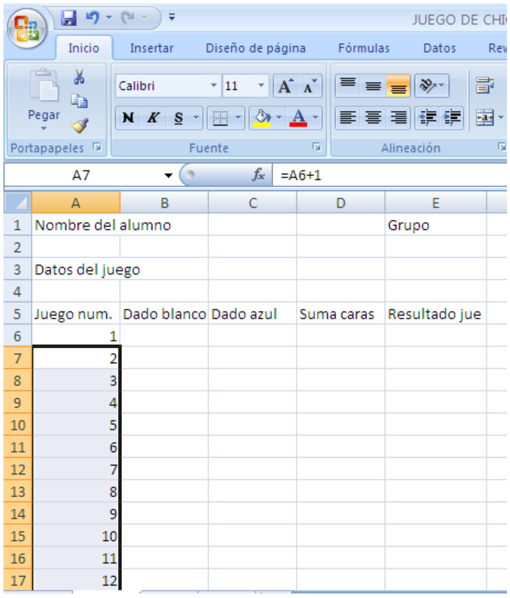
- En la columna de A6 hasta la A55 tienes que escribir los números del 1 al 50; para que no los teclees uno por uno sigue las siguientes instrucciones:
- Escribe en A6 el número 1 y en A7 escribe "=A6+1".



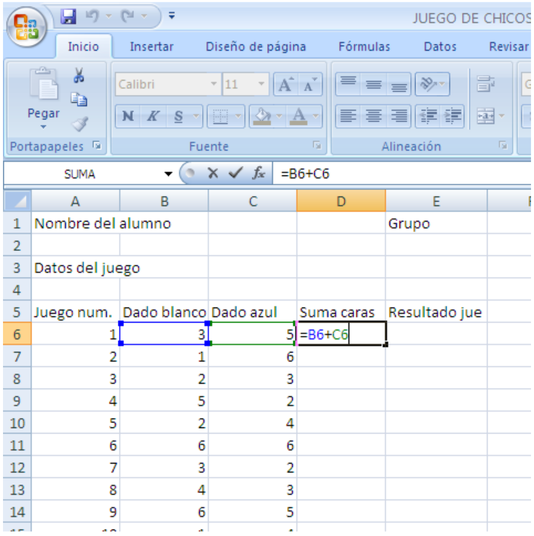
❖ Marca la celda A7 (como se muestra abajo en la imagen de la izquierda), colocando el puntero del ratón (en el cuadrito que se señala con la flecha) con el botón izquierdo sin soltarlo arrástralo hasta que tengas los 50 números, es decir, hasta la celda A55.

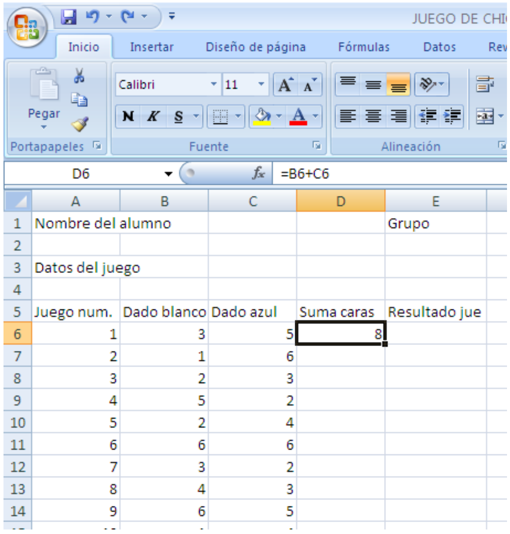
❖ Luego en la columna B6 ve escribiendo los datos del dado número uno y en C6 los datos del dado número 2 y la hoja de cálculo de Excel debe estar con la información de los 50 datos correspondiente a ambos dados como se ilustra en la imagen de la derecha.



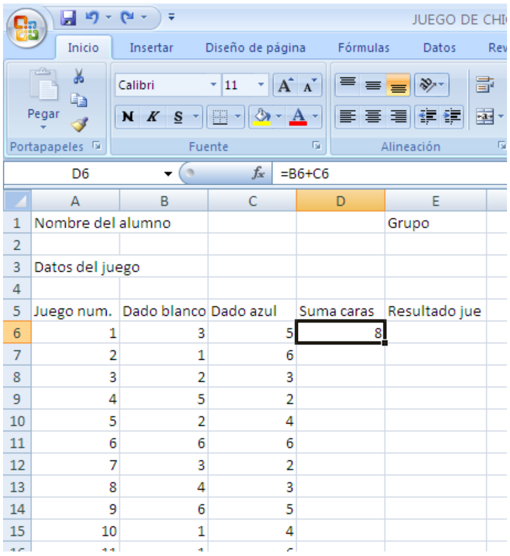


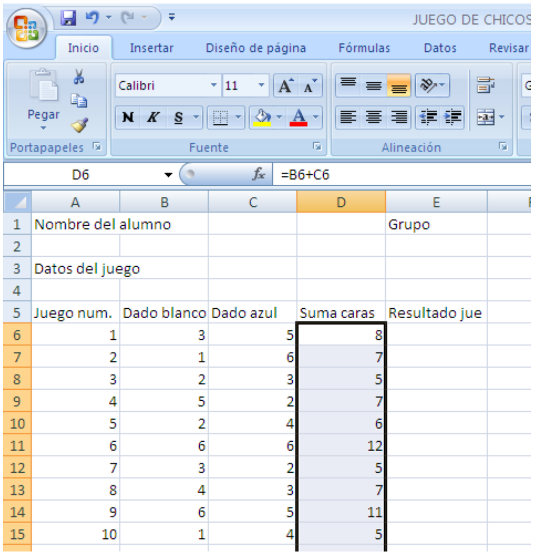
❖ Ahora marca la celda D6, allí vamos a programar para que Excel nos calcule la suma de las caras de los dos dados: Escribe el signo de igualdad (=) y luego tecleas B6+C6, como se muestra abajo a la izquierda. Con esto le has indicado a la máquina que sume las caras que cayeron hacia arriba en el primer juego y si oprimes la tecla *intro* o *enter* la máquina calcula la suma, como se ilustra en la imagen de la derecha.





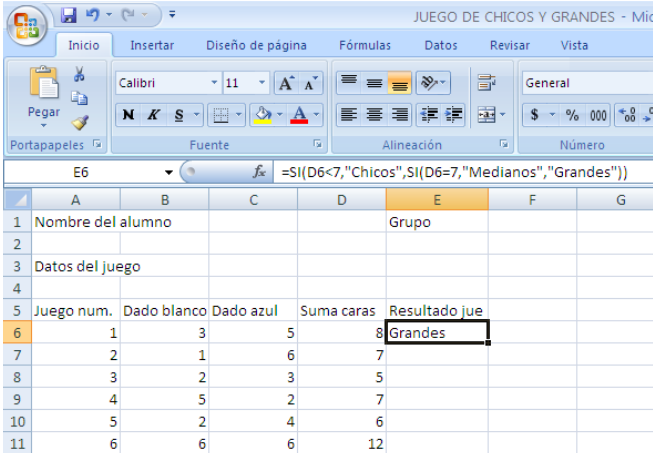
- ❖ Para sumar las caras de los 50 juegos marcas la celda D6 y la arrastras con el ratón hasta el juego 50 y allí en la figura de la derecha tienes las 50 sumas.





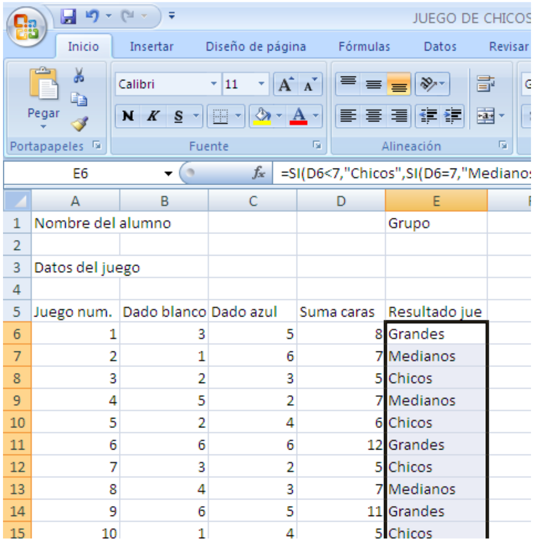
Para llenar la columna con el resultado del juego activas la celda E6 y allí vas a indicarle a la máquina que te escriba si el resultado del juego es “chicos”, “mediano” o “grandes”. Esto se hace con el condicional lógico “si” que en Excel es una función intrínseca, la cual la activas de la siguiente manera:

Escribes =SI(D6<7,"Chicos",SI(D6=7,"Medianos","Grandes"))



	A	B	C	D	E	F	G
1	Nombre del alumno				Grupo		
2							
3	Datos del juego						
4							
5	Juego num.	Dado blanco	Dado azul	Suma caras	Resultado jue		
6	1	3	5	8	Grandes		
7	2	1	6	7			
8	3	2	3	5			
9	4	5	2	7			
10	5	2	4	6			
11	6	6	6	12			

Arrastrando esta celda hasta el juego número cincuenta se tienen todos los resultados.



	A	B	C	D	E
1	Nombre del alumno				Grupo
2					
3	Datos del juego				
4					
5	Juego num.	Dado blanco	Dado azul	Suma caras	Resultado jue
6	1	3	5	8	Grandes
7	2	1	6	7	Medianos
8	3	2	3	5	Chicos
9	4	5	2	7	Medianos
10	5	2	4	6	Chicos
11	6	6	6	12	Grandes
12	7	3	2	5	Chicos
13	8	4	3	7	Medianos
14	9	6	5	11	Grandes
15	10	1	4	5	Chicos

Con esto hemos terminado la fase de captura de la información, en donde como puedes observar únicamente capturaste, dato por dato, la información producida por ambos dados. La información restante con Excel lo hiciste.

Recuerda, debes guardar (salvar) periódicamente el archivo con los avances de tu programa.

ORGANIZACIÓN DE LOS DATOS DEL DADO NÚMERO UNO EN JUGO DE CHICOS Y GRANDES.

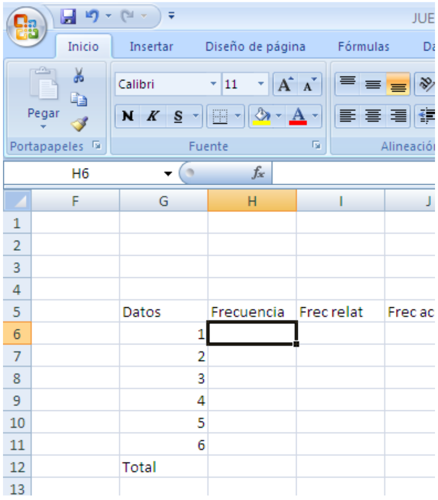
Iniciamos construyendo la tabla de frecuencias y frecuencias relativas.

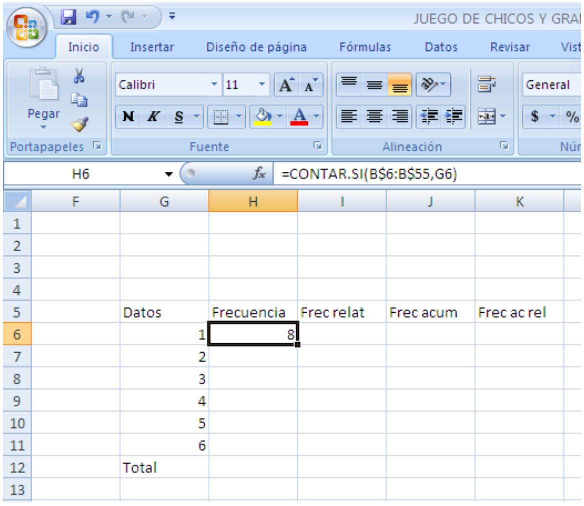
- Escribe en las celdas G5 hasta K5 los encabezados de las columnas de la tabla de frecuencias y frecuencias relativas.

En la columna de *datos* teclea los números del 1 al 6 y al final la palabra total, como se muestra abajo a la izquierda. Las partes que faltan las vas a programar para que Excel las calcule.

En la celda H6 escribes:

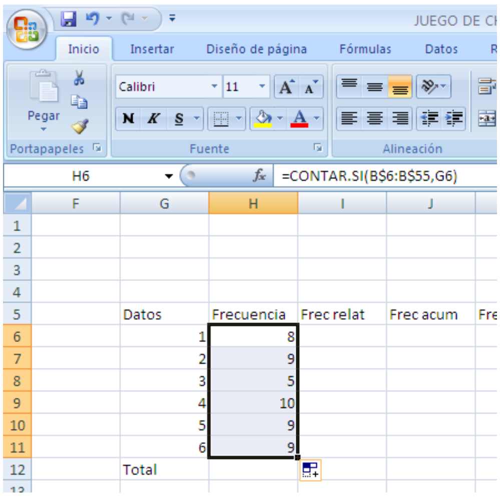
=SI(D6<7,"Chicos",SI(D6=7,"Medianos","Grandes"))

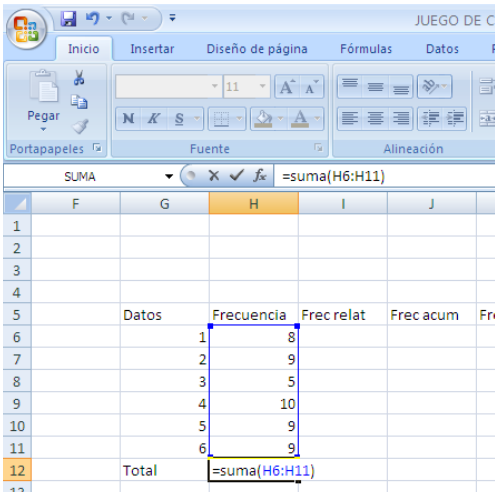




- Ahora para calcular las frecuencias restantes arrastras la celda H6 hasta la celda H11 (ver abajo a la izquierda).

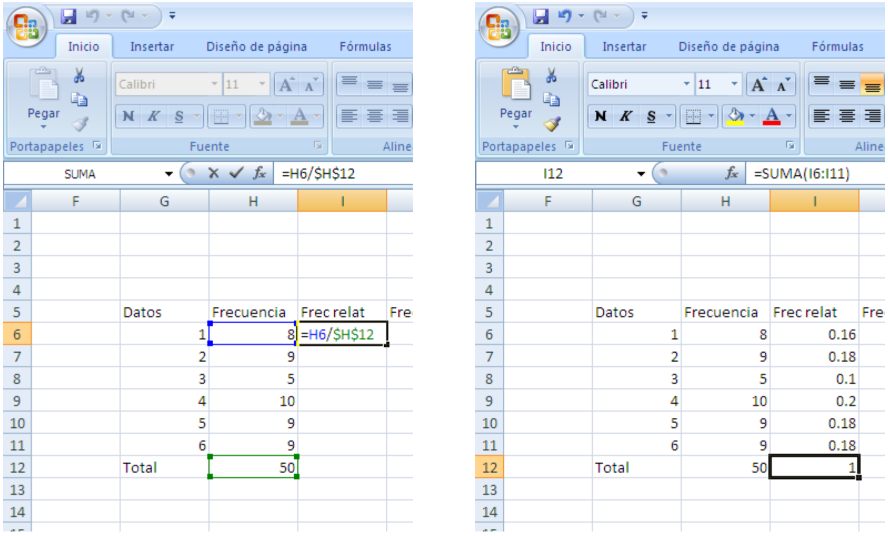
- Para sumar todas las frecuencias (que el resultado debe ser de 50) te paras en la celda H12 y activas la función *SUMA* y declaras el rango H6:H12, esto también se ilustra abajo a la derecha.





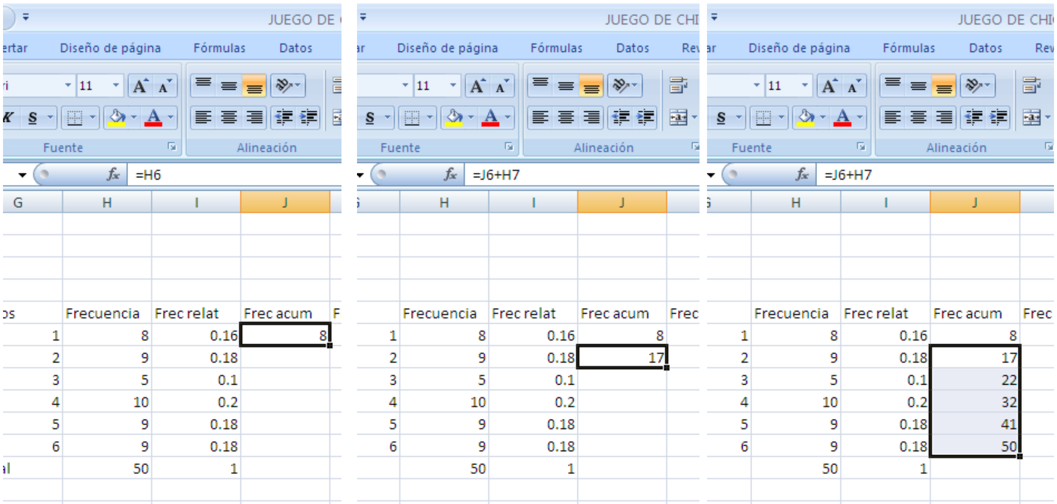
- Para la frecuencia relativa se activa la celda I6 y allí se escribe **=H6/$H$12** (ver abajo a la izquierda).

- Para calcular las frecuencias relativas restantes arrastra la celda I6 hasta la celda I11 y en la celda I12 sumas las frecuencias relativas con la función *SUMA*, declarando el rango I6:I11 como se muestra abajo a la derecha (el resultado de esta suma debe ser igual a uno)

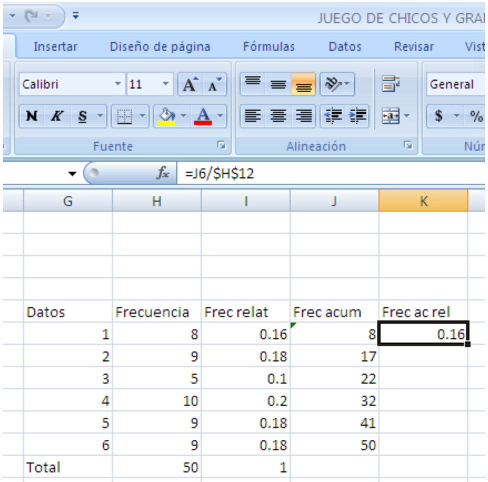


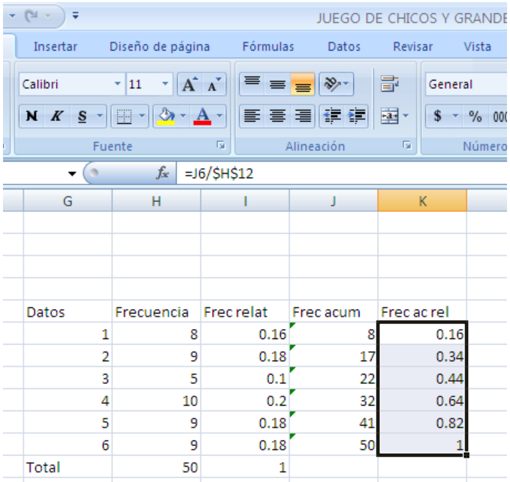
⌘ La columna de frecuencia acumulada se hace con la siguiente secuencia: en J6 se teclea **=H6** y en J7 se escribe **=J6+H7**.

⌘ Das *Intro* y arrastras la celda J7 hasta la celda J11, en la ventana de abajo a la derecha está calculada la columna de frecuencias acumuladas.



⌘ Para la frecuencia cumulada relativa, en K6 se teclea **=J6/$H$12** y se arrastra la celda hasta la celda K11, obteniendo finalmente la tabla de frecuencias y frecuencias relativas, la cual se muestra a continuación.

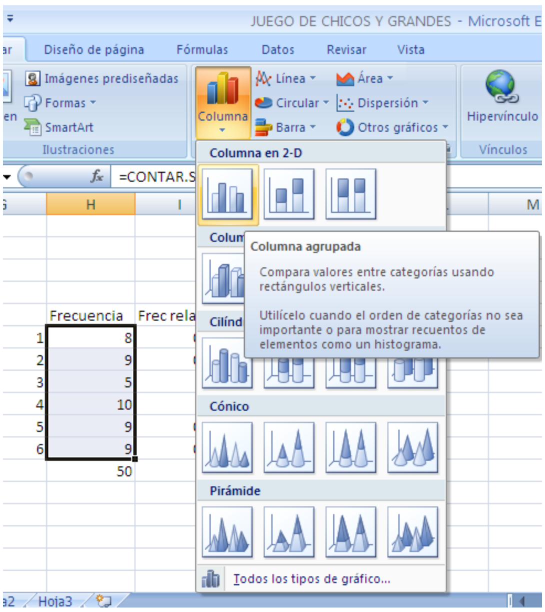




Construyamos ahora los histogramas y los polígonos para los datos del dado número uno.

- En la tabla de frecuencias y frecuencias relativas marca las frecuencias de los datos, es decir marca las celdas de H6 hasta H11 como se muestra abajo a la izquierda.

- En la barra de herramientas dirígete a insertar, luego a gráficos y selecciona la opción de columna en 2D y finalmente selecciona el primer tipo. Así te aparecerá el gráfico de las frecuencias.

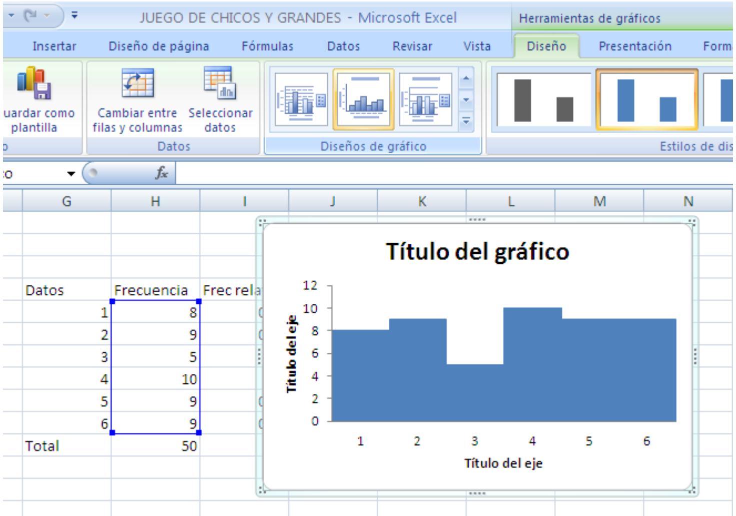


Esta gráfica no se llama histograma, se llama gráfica de barras y se utiliza para graficar datos categóricos que no son numéricos (como por ejemplo, los datos correspondientes al resultado del juego que toma los valores “chicos”, “medianos” o “grandes”).

Un histograma se caracteriza por el hecho de que las barras deben estar juntas (pegadas una con otra) y se usa cuando los datos son valores numéricos.

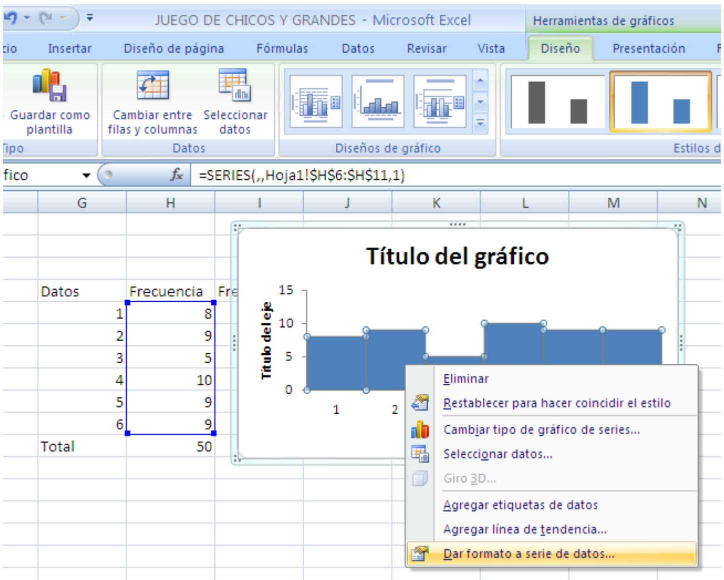
Para convertir la gráfica de barras en un histograma se procede de la siguiente manera:

- En diseño de gráfico das clic en diseño 8.



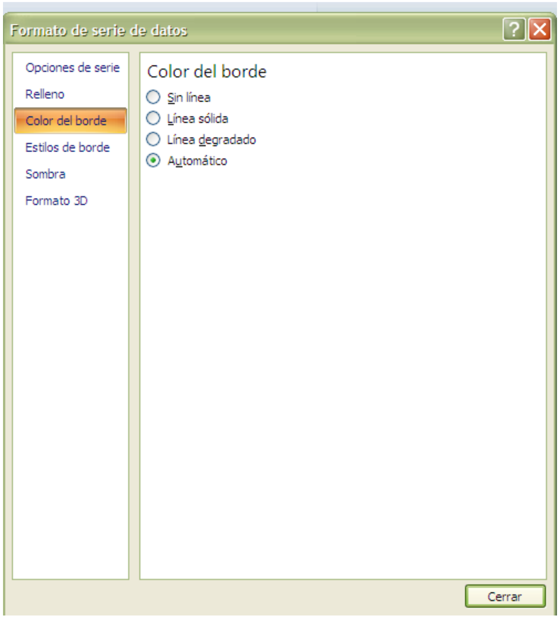
El histograma ya está construido, lo único que hace falta son detalles, por ejemplo que aparezcan los bordes de cada barra o hacer modificaciones con los encabezados, esto se hace de la siguiente manera:

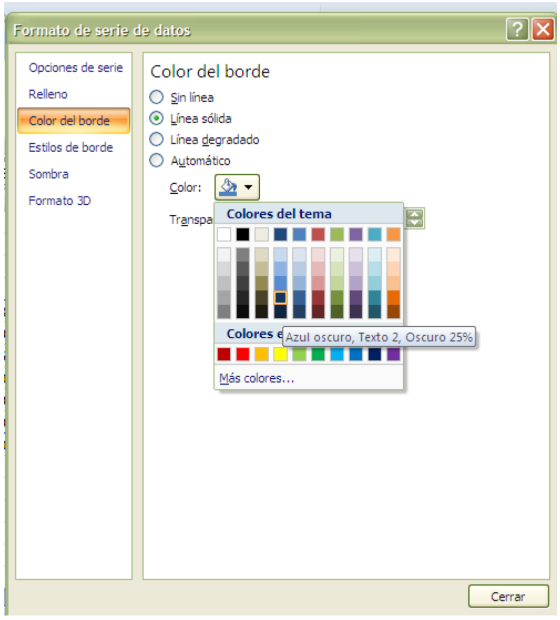
- Seleccionas la gráfica y haciendo clic con botón derecho del ratón seleccionas la opción de dar formato a serie de datos.

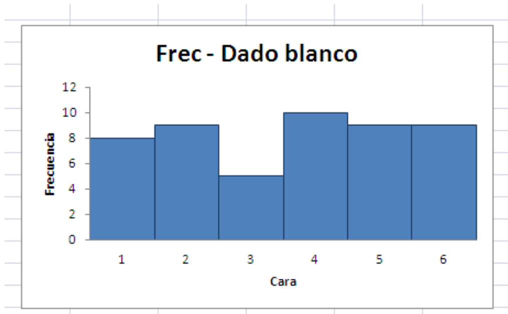


- Seleccionas la opción de color del borde y cambias la opción de Automático por la de línea sólida, escoges un color, por ejemplo Azul oscuro, das clic en cerrar y te aparecerá la gráfica con los cambios.
- Borras el encabezado Título de gráfico y escribes Frec - Dado blanco, borras sobre el eje vertical Título de eje y escribes Frecuencia, borras

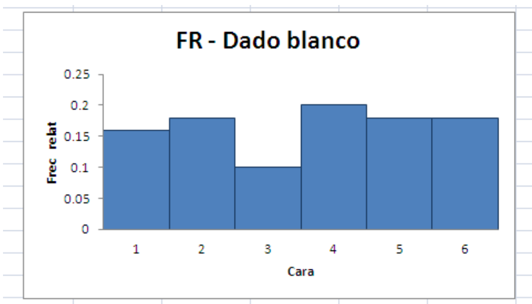
sobre el eje horizontal Título de eje y escribes Cara.



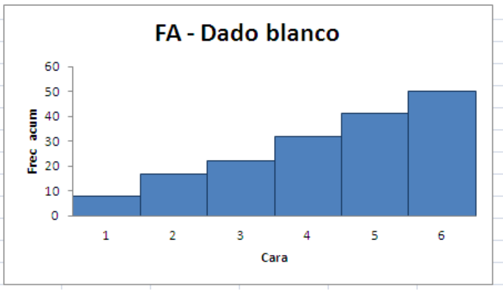




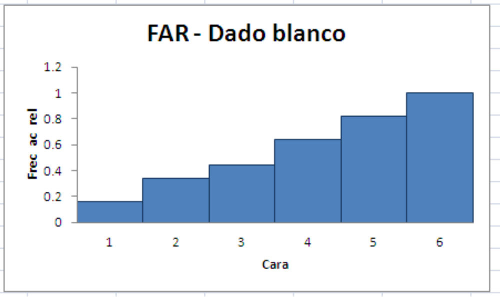
Para construir el histograma con las frecuencias relativas repetimos el mismo proceso marcando desde el inicio en la tabla de frecuencias y frecuencias relativas las celdas desde I6 hasta I11 (que corresponden a las frecuencias relativas de los datos) al final del proceso se obtiene el siguiente histograma.



Para el histograma de frecuencias acumuladas se procede de manera idéntica: marcas en la tabla de frecuencias y frecuencias relativas las celdas desde J6 hasta J11 y sigues exactamente el mismo proceso que hiciste en las dos gráficas anteriores. El histograma de frecuencias acumuladas queda sí:



Para el histograma de frecuencias acumuladas relativas marcamos las celdas desde K5 hasta K11, repetimos el proceso para construir la siguiente gráfica:

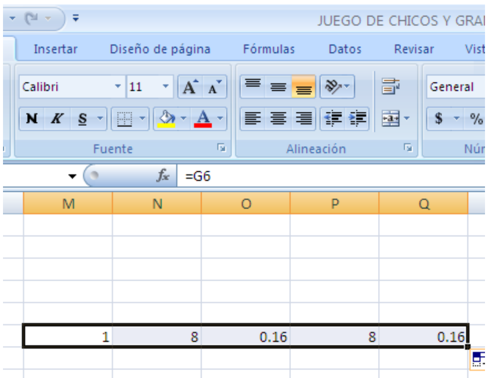


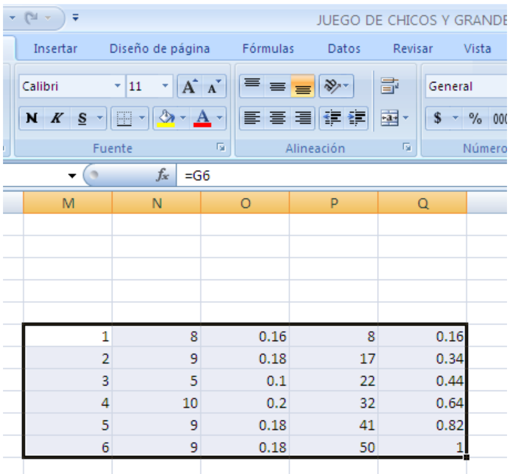
DE FORMA SIMILAR SE CONSTRUYEN LOS POLÍGONOS, PERO HAY QUE HACER UNA MODIFICACIÓN PARA ATERRIZAR LOS POLÍGONOS.

- Copiamos la tabla de frecuencias y frecuencias relativas en otras columnas, por ejemplo nos colocamos en la celda M6 y tecleamos =G6.

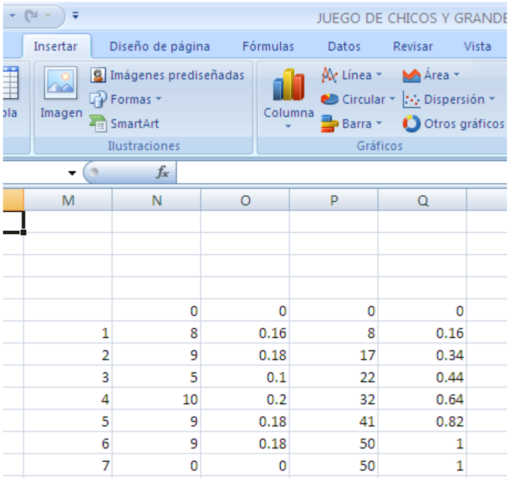
- Barremos la celda M6 horizontalmente hasta la celda Q6 como se ilustra abajo a la izquierda.

- Ahora barremos estas celdas marcadas, agarrándolas con el ratón donde se ilustra con la flecha, hasta la Q11 y queda copiada la tabla sin rótulo en las columnas, ver abajo a la derecha.



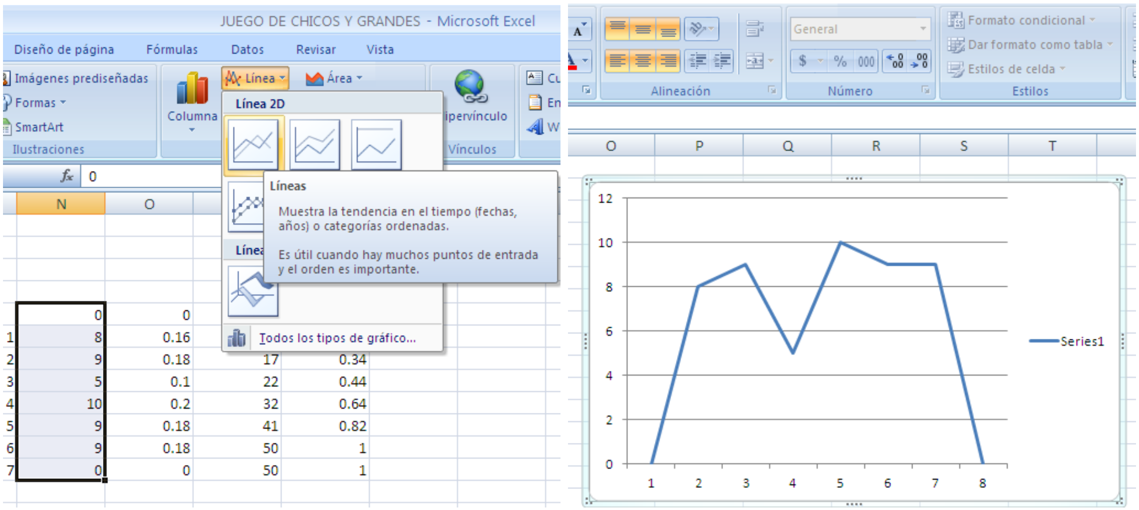


- Para aterrizar los polinomios escribimos de N5 hasta Q5 el número cero, también en N12 y O12; además escribimos es número uno en P12 y en Q12 y el número siete en M12, abajo vez como debe quedar.

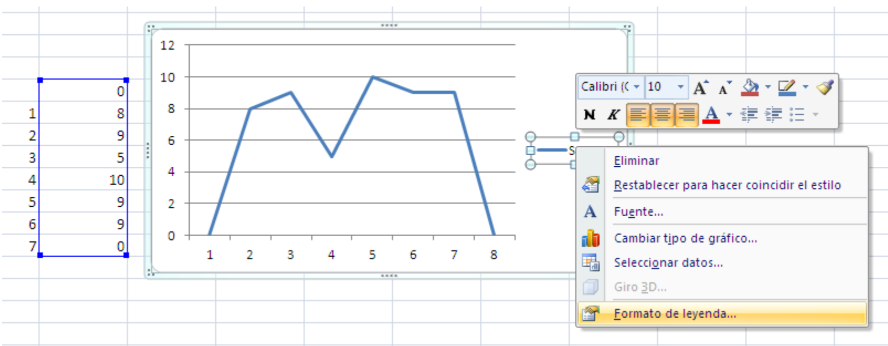


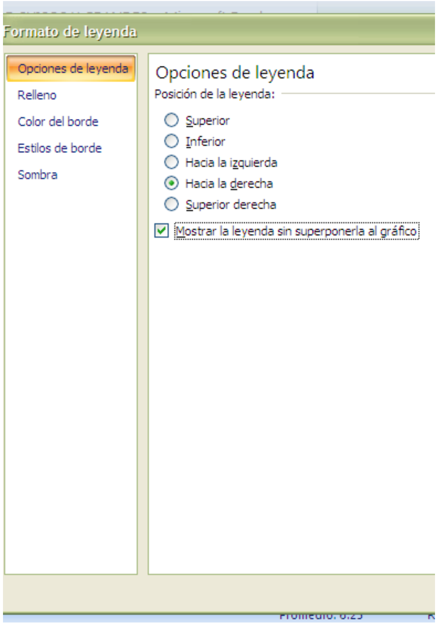
⌑ Para construir el polígono de frecuencias marcamos las celdas de N5 hasta N12.

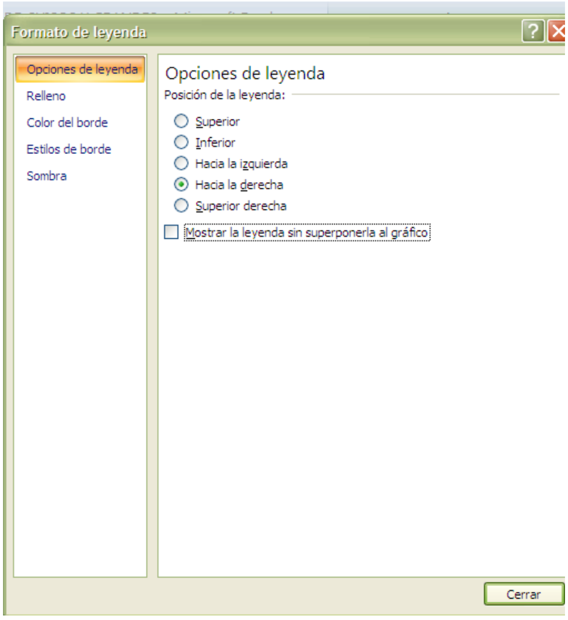
⌑ Damos clic en insertar, luego en gráficos y finalmente en líneas. Así nos genera la gráfica.



⌑ Para quitar la leyenda Serie 1 damos clic sobre la misma, haciendo clic en botón derecho seleccionamos Formato de leyenda y en Opciones de leyenda deseleccionamos el recuadro Mostrar la leyenda. Finalmente cerramos el cuadro de diálogo.

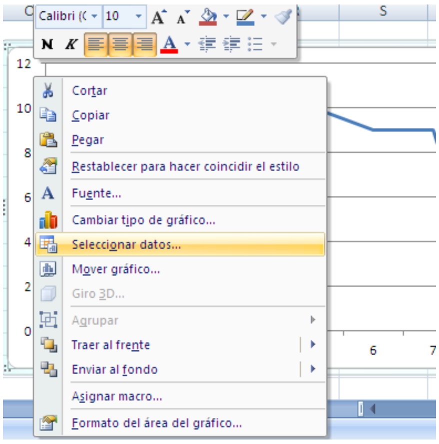


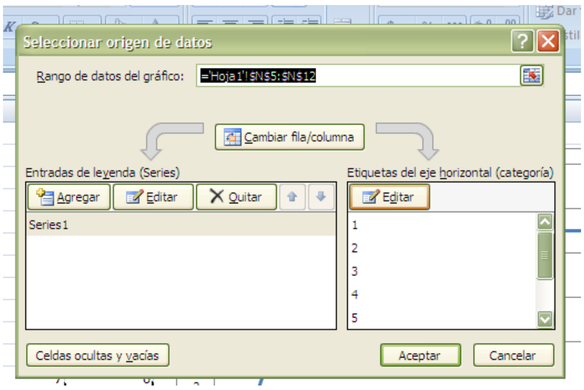


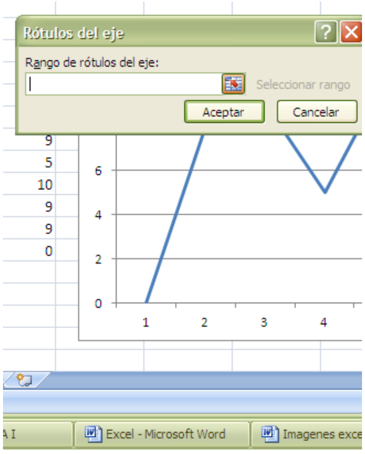


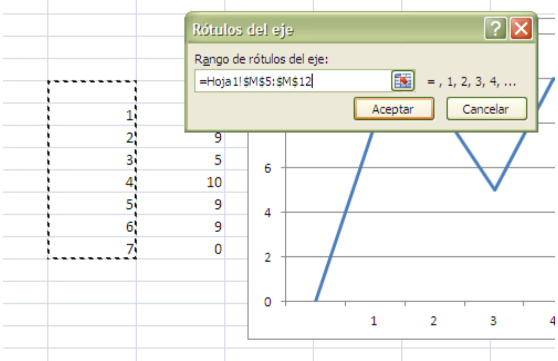
Corregiremos a continuación el rango de datos de la columna horizontal.

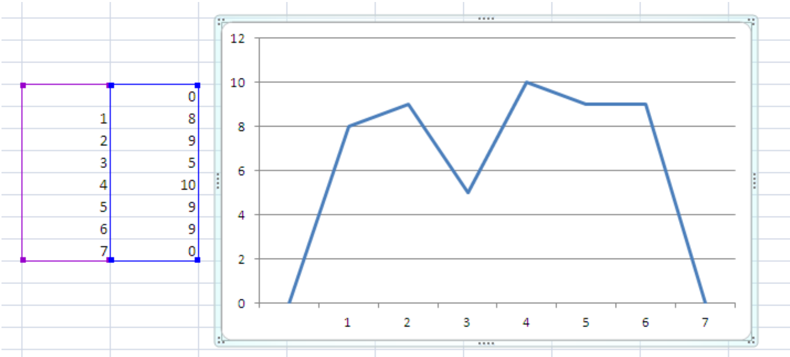
- Selecionada la gráfica, hacemos clic con botón derecho del ratón y damos clic en la opción Seleccionar datos. En Etiquetas del eje horizontal damos clic en editar, seleccionamos el nuevo rango (de M5 a M12) y damos clic en aceptar.



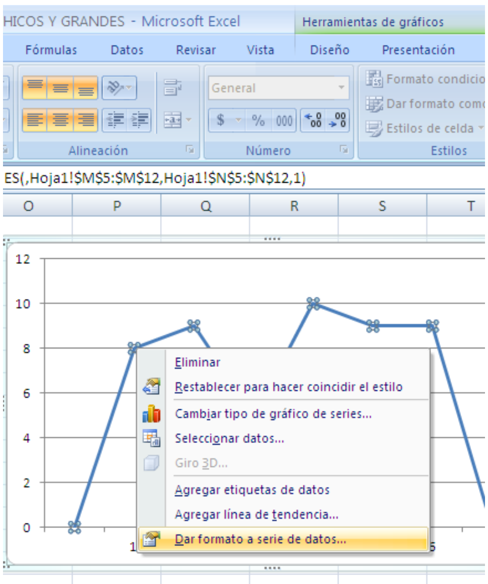


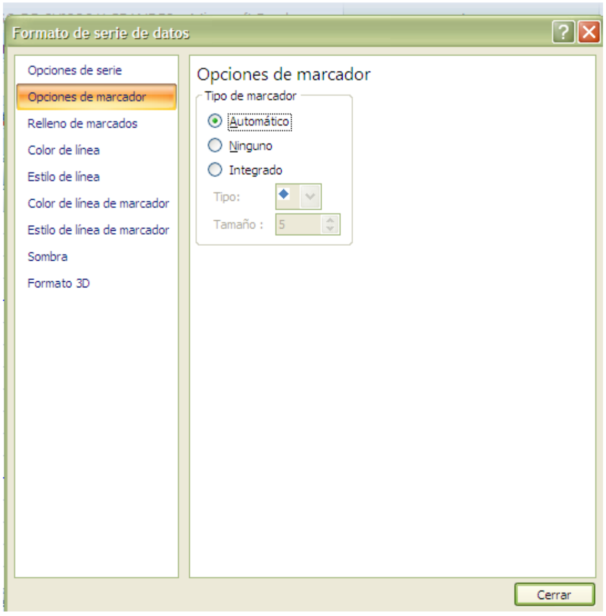


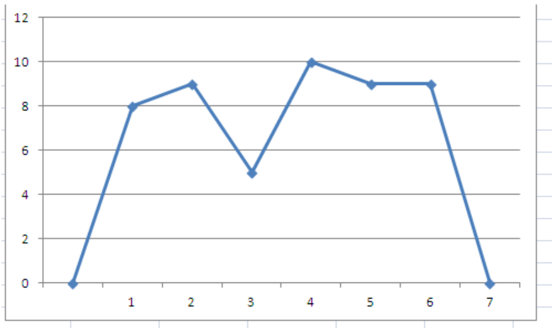




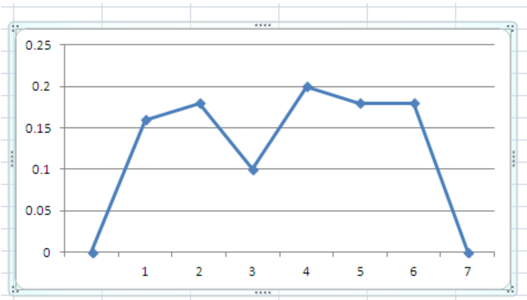
Si deseas darle el acabado final sigue los mismos pasos que hicimos en los histogramas y la gráfica es la siguiente.



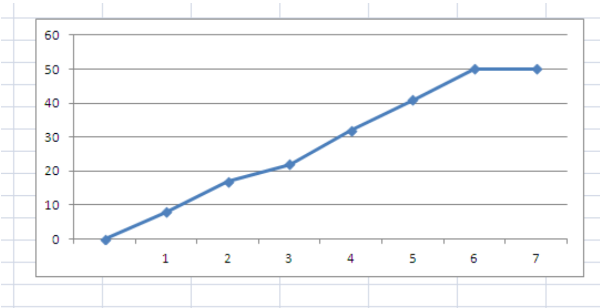




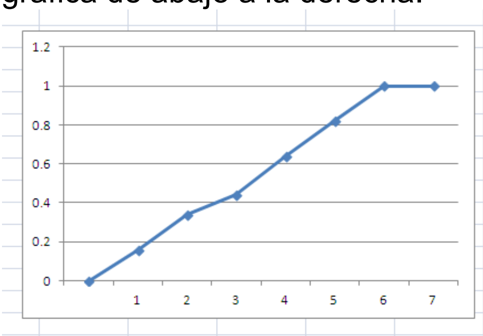
En forma equivalente se construye el polígono de frecuencias relativas, para lo cual hay que seleccionar de inicio de la celda O5 hasta la celda O12. Siguiendo todos los pasos que hicimos en la construcción del polígono de frecuencias se obtiene ahora el siguiente polígono de frecuencias relativas.



- Para construir el polígono de frecuencias acumuladas marcamos de P5 hasta P12 y seguimos todos los pasos con los que construimos el polígono de frecuencias. La gráfica es la de abajo a la izquierda.



- De igual manera se construye el polígono acumulativo de frecuencias relativas marcando ahora las celdas de Q5 hasta Q12 y este se encuentra en la gráfica de abajo a la derecha.



ASÍ HEMOS TERMINADO LA PARTE CORRESPONDIENTE A LA ORGANIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN.

AHORA PASEMOS AL **RESUMEN DE LA INFORMACIÓN**

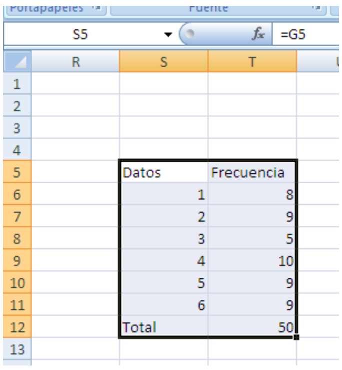
Desarrollaremos esta metodología con los datos del dado número uno del jugo de chicos y grandes que estamos utilizando aquí para efectos de esta práctica. Recuerda que esto es una guía para que tú, de forma paralela, realices lo mismo con los datos que obtuviste en el salón de clase.

Vimos que cuando la cantidad de datos no es pequeña, la base para el cálculo de todas las medidas descriptivas es una tabla de dispersiones.

- El primer paso para construir una tabla de dispersiones consiste en copiar las columnas de datos y frecuencias de la tabla de frecuencias y frecuencias relativas, en otras celdas.

- De igual manera como se copió la tabla de frecuencias y frecuencias relativas para la construcción de los polígonos, nos colocamos ahora en la celda S5 y tecleamos =G5

- Barremos esta celda hasta la siguiente celda T5 y barremos verticalmente estas dos celdas hasta la celda T12 y así hemos copiado estas dos columnas como se pude ver a continuación.



Para calcular la media necesitamos las sumas parciales de los datos que tienen el mismo valor y vimos que esto se hace en otra columna con las multiplicaciones dato por frecuencia.

- En U5 escribimos el rótulo de la columna con *dato x frec* y en U6 tecleamos =S6*T6, luego arrastramos esta celda hasta la celda U11 y así tenemos abajo en la izquierda las sumas parciales. Damos *Intro*.

- La suma total de los datos se obtiene sumando estas sumas parciales y esto se hace colocándose en la celda U12 y con la herramienta función  activamos la función suma.

- En la ventana *Argumento de la función* que se activa, el rango que aparece por defaul U6:U11 es el que se desea sumar, por lo que no es necesario teclearlo. Damos *Aceptar* y obtenemos en U12 la suma de todos los datos. como se muestra abajo a la derecha.

U6 =S6*T6

	R	S	T	U	V
1					
2					
3					
4					
5		Datos	Frecuencia	Dato x Frec	
6		1	8	8	
7		2	9	18	
8		3	5	15	
9		4	10	40	
10		5	9	45	
11		6	9	54	
12		Total	50		
13					

U12 =SUMA(U6:U11)

	R	S	T	U	V
1					
2					
3					
4					
5		Datos	Frecuencia	Dato x Frec	
6		1	8	8	
7		2	9	18	
8		3	5	15	
9		4	10	40	
10		5	9	45	
11		6	9	54	
12		Total	50	180	
13					

- Para calcular la media nos colocamos en otra celda, por ejemplo en T15 y escribimos la palabra *media*, en U15 tecleamos la instrucción =U12/T12, damos *Intro* y obtenemos así el valor 3.6 como se ilustra abajo.

- La moda se calcula a simple vista en la tabla de frecuencias, observando que la frecuencia mayor de 10 corresponde a la cara marcada con el número cuatro, por lo tanto la moda es la cara del dado marcada con el dato número 4.

- Para la mediana vemos en la tabla de frecuencias que la cara del dado marcada con el número 4 hay acumulados de 23 a 32 datos, es decir se acumulan del 46% al 64% del total de datos; así que el 50% (o sea el dato intermedio) corresponde a la cara marcada con el número cuatro. Estos resultados los consignamos en la tabla de abajo.

Media	3.6
Moda	4
Mediana	4

- Para calcular las medidas de dispersión o escala escribimos en la tabla de dispersiones el nombre de las columnas con las operaciones intermedias que hay que realizar: en AB5 rotulamos con *disp* para las dispersiones; en AC5 ponemos |disp| para calcular el valor absoluto de las dispersiones; escribimos |disp|*frec en AD5 para las sumas parciales en el cálculo de la desviación media; en la celda AE5 escribimos (disp)^2 para el cuadrado de las dispersiones y finalmente en AF5 con (disp)^2*frec indicamos que es para las sumas parciales en el cálculo de la varianza. Esto se muestra abajo.

S	T	U	V	W	X	Y	Z
Datos	Frecuencia	Dato x Frec	Disp	|Disp|	|Disp|*Frec	(Disp)^2	(Disp)^2*Frec
1	8	8					
2	9	18					
3	5	15					
4	10	40					
5	9	45					
6	9	54					
Total	50	180					
	Media	3.6					
	Moda	4					
	Mediana	4					

- En V6 calculamos la dispersión del dato 1 con la siguiente instrucción =S6-$U$15.

- En W6 hay que activar con el icono *fx* la función *ABS* para calcular el valor absoluto de la dispersión. En la ventana que se activa, nos pide un número, le escribimos *V6.*

- Escribimos =W6*T6 en la celda X6.

- En Y6 ponemos =V6^2.

- Finalmente en Z6 se escribe =Y6*T6.

- Así tenemos calculado el primer renglón de la tabla como se muestra a continuación.

Datos	Frecuencia	Dato x Frec	Disp	|Disp|	|Disp|*Frec	(Disp)^2	(Disp)^2*Frec
1	8	8	-2.6	2.6	20.8	6.76	54.08
2	9	18					
3	5	15					
4	10	40					
5	9	45					
6	9	54					
Total	50	180					

- Marcamos en esta tabla desde la celda V6 hasta la celda Z6.

- Marcadas estas celdas, las arrastramos, agarrándolas en la celda Z6 hasta la celda Z11 y obtenemos los cálculos de todos los renglones. Esto se ilustra abajo.

Datos	Frecuencia	Dato x Frec	Disp	|Disp|	|Disp|*Frec	(Disp)^2	(Disp)^2*Frec
1	8	8	-2.6	2.6	20.8	6.76	54.08
2	9	18	-1.6	1.6	14.4	2.56	23.04
3	5	15	-0.6	0.6	3	0.36	1.8
4	10	40	0.4	0.4	4	0.16	1.6
5	9	45	1.4	1.4	12.6	1.96	17.64
6	9	54	2.4	2.4	21.6	5.76	51.84
Total	50	180					

➢ Para calcular la desviación media, en X12 activamos la función suma con *fx* + SUMA o con el icono Σ en el rango de X6 hasta X11 (que lo da por defaul).

➢ Escribimos en W15 la palabra *des media* y en X15 se calcula la desviación media con la siguiente instrucción =X12/T12.

➢ Si deseamos calcular la varianza, nos paramos en la celda Z12 y activamos de nuevo la función suma con *fx* + SUMA o con Σ pero ahora en el rango de Z6 hasta Z11 que aparece por defaul.

➢ Escribimos en W16 la palabra varianza y en X16 con la instrucción =Z12/(T12-1) queda calculada la varianza de los datos correspondientes al dado núm. 1.

➢ Para la desviación estándar escribimos *des estándar* en la celda W17 y en X17 tecleamos la instrucción =raiz(X16) y con esto obtenemos es valor de la desviación estándar.

➢ El rango (dato mayor menos dato menor) viendo en la tabla la columna de los datos se tiene que es: *rango* = 6-1 =5 y dejamos evidencia de su valor en la celda X18.

Abajo se ilustran todos los cálculos que acabamos de indicar:

S	T	U	V	W	X	Y	Z
Datos	Frecuencia	Dato x Frec	Disp	|Disp|	|Disp|*Frec	(Disp)^2	(Disp)^2*Frec
1	8	8	-2.6	2.6	20.8	6.76	54.08
2	9	18	-1.6	1.6	14.4	2.56	23.04
3	5	15	-0.6	0.6	3	0.36	1.8
4	10	40	0.4	0.4	4	0.16	1.6
5	9	45	1.4	1.4	12.6	1.96	17.64
6	9	54	2.4	2.4	21.6	5.76	51.84
Total	50	180			76.4		150
	Media	3.6		Des media	1.528		
	Moda	4		Varianza	3.06122449		
	Mediana	4		Des estándar	1.74963553		
				Rango	5		

Recuerda que todo esto lo debes de llevar a cabo con los datos del dado número uno que obtuviste jugando en el salón de clase y guardar tu programa.

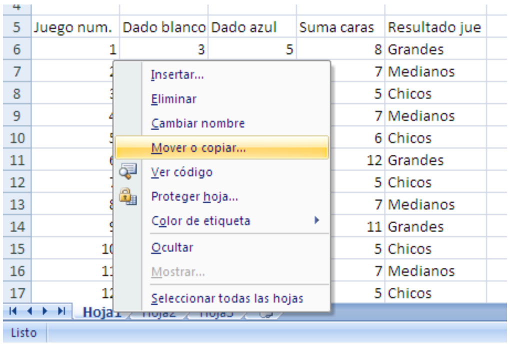
También tienes que hacer de tarea lo mismo con los datos del dado número dos, con los de la suma de las caras y con los datos que se obtienen con el resultado del juego. Aquí tenemos para ti una buena noticia y otra que es mejor.

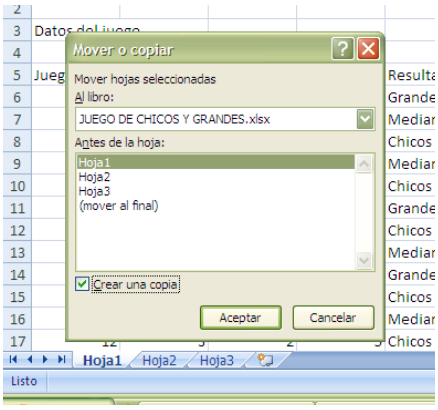
La noticia buena es la siguiente. Para describir los datos del dado número dos (organizar y resumir) no es necesario que repitas el programa que hiciste con los datos del dado número uno, basta con cambiar una sola instrucción.

A continuación describimos los pasos que debes hacer para describir los datos que obtuviste con el dado número dos.

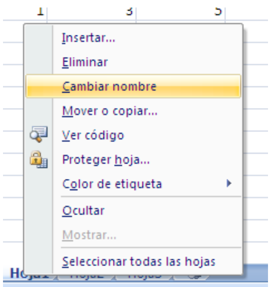
Primero hacemos una copia de la Hoja1 donde hemos construido el programa para describir los datos del dado uno. En la parte baja de la pantalla del monitor aparece iluminada la hoja que está activa, que en este caso es la *Hoja1* con el programa donde se describieron los datos del dado número 1 (ver abajo a la izquierda).

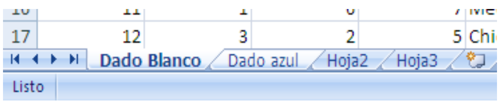
Con el botón derecho damos clic en *Hoja 1* y se despliega la ventana que está abajo en medio. Allí activamos *Mover o copiar…*y en la ventana que se activa (ver a la derecha) damos clic en *Crear una copia* y finalmente damos *Aceptar.*



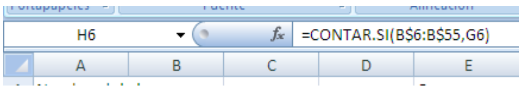


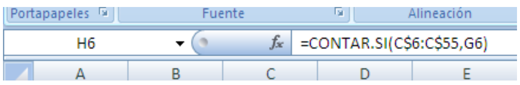
Como en la Hoja1 trabajamos el dado blanco, podemos llamarla Dado blanco y a la Hoja1 (2) la podemos llamar Dado azul. Esta tarea podemos realizar a través de un clic en el botón izquierdo del ratón y seleccionar la categoría Cambiar nombre o bien a través de un doble clic sobre la pestaña y posteriormente introduciendo el nuevo nombre.





Ahora hay que cambiar el rango que corresponde a los datos del dado blanco (de B6 a B55) por el rango donde están los datos del dado azul que son desde C6 hasta C55.





Nos paramos nuevamente en la celda H5 y la arrastramos hasta la celda H11 como se muestra abajo. Con esto tenemos de forma automática la descripción con tablas y gráficas de los datos del dado número 2.

A continuación se muestra como cambio automáticamente la tabla de frecuencias y frecuencias relativas, así como la tabla que para realizar al cálculo de medidas descriptivas. Sin embargo hay que tener cuidado en el cálculo de la mediana y la moda, en las cuales puede haber modificaciones dependiendo los datos que se tengan con la caída de los dados.

Datos	Frecuencia	Frec relat	Frec acum	Frec ac rel
1	7	0.14	7	0.14
2	9	0.18	16	0.32
3	10	0.2	26	0.52
4	6	0.12	32	0.64
5	9	0.18	41	0.82
6	9	0.18	50	1
Total	50	1		

Datos	Frecuencia	Dato x Frec	Disp	|Disp|	|Disp|*Frec	(Disp)^2	(Disp)^2*Frec
1	7	7	-2.56	2.56	17.92	6.5536	45.8752
2	9	18	-1.56	1.56	14.04	2.4336	21.9024
3	10	30	-0.56	0.56	5.6	0.3136	3.136
4	6	24	0.44	0.44	2.64	0.1936	1.1616
5	9	45	1.44	1.44	12.96	2.0736	18.6624
6	9	54	2.44	2.44	21.96	5.9536	53.5824
Total	50	178			75.12		144.32
	Media	3.56		Des media	1.5024		
	Moda	3		Varianza	2.94530612		
	Mediana	3		Des estándar	1.71618942		
				Rango	5		

ANEXO 3: EXAMEN DIAGNÓSTICO

Se diseñó y aplicó un diagnóstico con ocho reactivos para obtener información sobre conocimientos conceptuales, de representación gráfica y de operatoria sobre el tema de estadística descriptiva y probabilidad que los alumnos poseen antes de aplicar las actividades. El objetivo fue determinar el Nivel Actual de los alumnos, es decir, identificar los significados o sentidos personales tanto empíricos como teóricos y operacionales con que los alumnos contaban sobre el tema.

Reactivo 1. Significados.

1. Escribe lo que entiendes por:

a) Estadística b) Estadística Descriptiva
c) Variable d) Población
e) Muestra f) Azar

Con este reactivo se analizó el nivel actual del alumno con respecto a los significados básicos de la estadística y la probabilidad.

Reactivos 2, 3 y 4. Operatoria, orden y comparación.

2. Considera los siguientes dos grupos de números:

Grupo A: 24, 3, 1, 9 y 16
Grupo B: Si se tienen dos veces el 23, una vez el 13, y cinco veces el 3
a) Calcula el promedio de cada grupo.
b) Si ordenas los números de menor a mayor, ¿cuál quedaría a la mitad en cada grupo?, ¿cuál es el número que más se repite en cada grupo?

Con este reactivo se observó si en los alumnos había algún problema en sacar un promedio simple, ordenar números e indirectamente si manejaban los conceptos de mediana y moda.

3. Si las calificaciones de Oscar son 3, 9, 6 y 10 y las de Gabriel son 5, 6, 9, 8, ¿cuál de los dos tuvo un mejor desempeño?, ¿por qué?

Con este reactivo se observó si el análisis de los alumnos se dirigía a sacar un promedio simple y comparar los resultados para sacar una conclusión.

4. Si se tienen los datos: $X_1 = 4$, $X_2 = 11$, $X_3 = 7$, $X_4 = 6$ y $X_5 = 9$ y por otra parte $\sum X_i = 4 + 11 + 7 + 6 + 9 = 37$, ¿qué representa $\sum X_i$?

Con este reactivo se observó si los alumnos tenían algún problema para relacionar la suma de datos con la notación de la sumatoria sobre dichos datos.

Reactivos 5 y 6. Porcentaje y representación gráfica.

5. Si en un grupo de 25 estudiantes, 13 estudian inglés, 9 francés y 3 otro idioma. Calcula el porcentaje de alumnos que estudian cada uno de los idiomas y traza una gráfica con los resultados que obtengas.

Con este reactivo se observó si los alumnos lograban obtener el porcentaje que le corresponde a cierto número y cuál es el procedimiento realizado para ello: si usaban la regla de tres o bien lo veían desde la perspectiva de la parte de un todo, es decir, relacionándolo con el concepto de fracción. Por otra parte se observó con qué tipo de gráfica se relacionaban los datos: gráfica de barras o gráfica de pastel.

6. Traza la gráfica de las siguientes estaturas en metros de padres e hijos:

X: Estatura padre	1.65	1.63	1.68	1.69	1.71
Y: Estatura hijo	1.68	1.66	1.69	1.68	1.70

Con este reactivo se observó cómo los alumnos realizaban un gráfico y cuál es la escala que utilizaban al respecto.

Reactivo 7 y 8. Conocimiento de probabilidad.

7. Si lanzas una moneda una vez, ¿cuántas posibilidades hay de que el sol caiga hacia arriba?

8. Si lanzas una vez un dado,
a) ¿Cuántas posibilidades hay de que caiga hacia arriba un número par?
b) ¿Y un número mayor que dos?
c) ¿Y un número menor o igual que 6?

En ambos reactivos se observó el conocimiento previo que tienen los alumnos sobre la probabilidad clásica.

ANEXO 4: EXAMEN PARCIAL

El propósito del examen parcial fue valorar el nivel operatorio, así como la habilidad para resolver problemas de estadística descriptiva.

En el primer reactivo se observó si los alumnos tenían dentro de su nivel actual los conceptos de media, mediana y moda. En el segundo y tercer reactivo los alumnos aplicarán sus conocimientos para encontrar las medidas de tendencia central y de dispersión, así como la construcción de un histograma y polígono de frecuencias. En el cuarto reactivo se observó si los alumnos manejaban los conceptos de frecuencia, frecuencia relativa, frecuencia acumulada y frecuencia relativa acumulada, a través de una tabla incompleta.

PRIMER EXAMEN PARCIAL – ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA (Tipo A)

1. Si las calificaciones de 20 estudiantes de Matemáticas registraron una media de 7.5; una moda de 7 y 9; y una mediana de 7. Interpreta cada una de dichas medidas.
2. La siguiente tabla representa el número de apartamentos ocupados con cierto número de inquilinos. Determina la media, mediada y moda y traza un histograma y polígono de frecuencias para FR y FRA.

Num. de personas	**Frec**	**FR**	**FA**	**FRA**	$x_i * f_i$
1	3				
2	5				
3	10				
4	6				
5	1				
Total			**78**	**3.12**	**72**

3. Si al lanzar un dado 50 veces, se obtuvo una media de 3.6, llena la siguiente tabla y determina las medidas de dispersión.

Dato	**Frec**	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert * f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 * f_i$
1	8					
2	9					
3	5					
4	10					
5	9					
6	9					
Total	**50**	**-0.60**	**9.00**	**76.40**	**17.56**	**150.00**

4. Completa la siguiente tabla de frecuencias y frecuencias relativas de un conjunto que consta de 40 datos.

Dato	Frec	FR	FA	FRA
1	4			
2				0.25
3		0.30		
4			30	
5				
Total			106	2.65

PRIMER EXAMEN PARCIAL – ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA (Tipo B)

1. Si las calificaciones de 20 estudiantes de Matemáticas registraron una media de 7.5; una moda de 7 y 9; y una mediana de 7. Interpreta cada una de dichas medidas.
2. La siguiente tabla representa el número de apartamentos ocupados con cierto número de inquilinos. Determina la media, mediada y moda y traza un histograma y polígono de frecuencias para FR y FRA.

Num. de personas	Frec	FR	FA	FRA	$x_i * f_i$
1	1				
2	10				
3	9				
4	4				
5	1				
Total			81	3.24	69

3. Si al lanzar un dado 50 veces, se obtuvo una media de 3.6, llena la siguiente tabla y determina las medidas de dispersión.

Dato	Frec	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert * f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 * f_i$
1	4					
2	11					
3	10					
4	5					
5	11					
6	9					
Total	50	-1.20	9	73	17.74	132.50

4. Completa la siguiente tabla de frecuencias y frecuencias relativas de un conjunto que consta de 40 datos.

Dato	Frec	Frec rel	Frec ac	Frec ac rel
1			10	
2		0.2		
3				0.75
4	6			
5				
Total			134	3.35

ANEXO 5: CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACIÓN

El propósito del cuestionario de autoevaluación es determinar los problemas que surgieron al realizar las acciones, lo que les agradó o desagradó, su opinión sobre su propio desempeño y sobre las orientaciones de la profesora, así como sus sugerencias para mejorar la actividad. El cuestionario de autoevaluación realizado fue el siguiente:

Al alumno: Considerando todo lo realizado en la Actividad “El juego de chicos y grandes” tanto en el salón de clase, como fuera del mismo, contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Comprendiste bien lo que se te planteó en cada ejercicio o tarea?
2. ¿Cuál fue la mayor dificultad con la que te encontraste?
3. ¿A que causa atribuyes esa dificultad?
4. ¿Qué ejercicio te costó más trabajo resolver y por qué motivo?
5. ¿Sentiste que aumentó tu interés hacia el aprendizaje de la Estadística a medida que se desarrollaba un ejercicio nuevo?
6. ¿Descubriste tus aciertos y tus errores?
7. ¿Sientes ahora que tienes la capacidad para afrontar nuevos ejercicios o problemas, aunque no sean idénticos a los que viste en esta actividad?
8. ¿Piensas que tu trabajo fuera del salón de clase fue suficiente y bien ejecutado?
9. ¿Consideras que tu profesora orientó en forma adecuada tus racionamientos para que hallaras la solución correcta o para que entendieras el porqué de esa solución?
10. Da una sugerencia para mejorar esta actividad o la labor de la profesora.

CONCLUSIONES

Nuestro objetivo principal fue mejorar el aprendizaje de la probabilidad y la estadística inferencial para lo cual realizamos la actividad Chicos y Grandes con bases en el método histórico-social de Vigotsky y la teoría de la actividad de Leontiev cuyo fin general fue desarrollar el sentido personal en los alumnos de los conceptos tan abstractos con que se desarrollan ambas disciplinas trabajando siempre dentro de la zona de desarrollo próximo (tanto en el nivel actual como en el nivel potencial)

El aplicar la actividad nos sirvió al principio (acción 1) para conocer el nivel actual de los alumnos (con el examen diagnóstico y algunas preguntas durante las sesiones) y el tomar ese nivel actual junto con la estructura de la actividad, la didáctica concreta y el principio de la orientación nos sirvió para relacionar los conceptos que el alumno traía empíricamente (sentidos personales) para irlos transformando paulatinamente en significados más objetivos, es decir teóricos (en un nivel muy apropiado para el alumno), y por lo tanto es aquí donde hay que poner toda nuestra atención para que la enseñanza este encaminada al aprendizaje. Este es un *principio pedagógico* que deben asumir las instituciones educativas y perfilarlo en su modelo educativo, sobre todo del nivel medio superior.

En correspondencia con el principio pedagógico anterior y de acuerdo con la ley genética del desarrollo, se tiene que iniciar en el nivel intersicológico dado que, lo que los alumnos van a aprender está en el medio social (es externo para ellos), entonces una didáctica general adecuada para diseñar las acciones debe tener como base un lenguaje accesible que potencie su actividad interna, y así desarrollar el pensamiento que se da en unidad con el lenguaje mediante el significado de las palabras (en la unidad de pensamiento verbal) en el nivel intrasicológico.

Por eso los alumnos comenzaron el proceso de la metodología de la estadística descriptiva sin tener el significado de los conceptos sino a través de los sentidos personales que se van generando al ir capturando la información conforme se va desarrollando el juego de chicos y grandes, además de lo que ellos ya tienen producto de sus experiencias.

Se partió de una tabla con la agrupación de números (frecuencia de aparición de cada cara en los dados) y con ello la elaboración de gráficas que les permitieron realizar un primer esfuerzo en contestar cuál de los dados tenía mejor comportamiento, teniendo una serie de respuestas muy dispersas entre sí.

Con la construcción de la tabla de frecuencias y frecuencias relativas se le dio significado a “relativo al número de tiradas del dado”, así como a la “acumulación de frecuencias” y nos encontramos nuevamente con un análisis empírico y subjetivo más orientado.

Cuando se introdujo el objeto al análisis (el dado), la hipótesis teórica y el cálculo de las medidas descriptivas los alumnos enfocaron su atención al objeto realizando diferencias entre las que obtuvieron con el modelo teórico, los mejores comportamientos (con base al modelo teórico) y las que obtuvieron en cada uno de sus dados.

Las respuestas en relación al mejor comportamiento de sus dados mejoraron un poco siendo más similares entre ellas y pasando con ello a un análisis del tipo empírico y subjetivo-objetivo, es decir, aún no hubo una vinculación profunda entre las características del objeto y el análisis de los resultados, pero con una buena aproximación.

Con la construcción de la medida de la discrepancia, que fue la parte que más dificultad causó, se dio un mayor acercamiento al significado de mejor comportamiento y ya a un nivel tanto teórico como objetivo.

Al partir de los sentidos personales que los alumnos tuvieran sobre los conceptos fue muy útil en el transcurso de la actividad, pues de ese modo se trabajó dentro del lenguaje común que los alumnos traen y poco a poco se fue transformando en el lenguaje de la disciplina a la vez que se fue formando un pensamiento más lógico y se generaron con ello los conceptos de la estadística descriptiva sin la mera aplicación de las fórmulas.

Durante toda la actividad y a través del diálogo dirigido se lograron identificar los errores o las dificultades más comunes consiguiendo reencaminarse correctamente hacia los conceptos, se pudo incluso orientar a los alumnos más rezagados en la actividad logrando con su propio esfuerzo trabajar muy bien en el nivel potencial de su ZDP, llegando a tomar significados de hipótesis teórica, modelo teórico, mejor comportamiento y medida de la discrepancia.

Conforme se fue avanzando en la actividad se pudo notar el desarrollo de sus funciones psíquicas de orden superior, quitando en primer lugar la barrera que tienen con respecto a las matemáticas, ampliando su nivel de atención, razonamiento abstracto y memoria lógica, estimulando una serie de habilidades que nos fueron útiles en los próximos temas.

Algo muy importante para fomentar la seguridad de los alumnos fue el dejarlos trabajar de forma conjunta con sus compañeros, sobre todo al principio de la actividad etapa en la cual se sentían más confiados en preguntarse entre ellos mismos que preguntarle a la profesora. Sin embargo, conforme avanzó el semestre se dieron cuenta que cualquier duda, inquietud o sugerencia sería bienvenida de mi parte y obtendrían una respuesta o aproximación a la misma.

Con todo el proceso realizado podemos decir que la aplicación de la actividad junto con su didáctica concreta y el principio de la orientación nos arrojó resultados favorables logrando en los estudiantes el manejo del lenguaje de la disciplina.

Es decir, desde el comienzo tomamos el lenguaje de los alumnos para elevarlos a través del lenguaje en la disciplina a un pensamiento en complejos en el nivel de pseudoconceptos en la probabilidad y la estadística inferencial.

Sin embargo, también podemos afirmar que la tarea aún no está acabada, es necesario seguir aplicando la actividad y observar los resultados, insistir en el trabajo fuera del salón de clase, mejorar las orientaciones y el diálogo dirigido, darle mayor relevancia a los conceptos y estarlos manejando más constantemente pues aunque parezca una tarea demasiado repetitiva es necesaria para que los alumnos reflexionen sobre su importancia.

BIBLIOGRAFÍA

1. ÁNGELES R., CASTILLO J., GÓMEZ J., GÓMEZ M., LOPEZ E. y MACÍAS J. *Concepción teórica y metodológica de la enseñanza de las matemáticas*. México, Revista Eutopía, núm.11, 2009, 49-59.
2. ÁNGELES R., CASTILLO J., GÓMEZ J., GÓMEZ M. y LOPEZ E. *Enseñanza-aprendizaje de Matemáticas en el bachillerato*. México, Revista Eutopía, núm.16, 2012, 25-35.
3. CASTILLO, JUANA Y GÓMEZ, JORGE. *Estadística Inferencial Básica*. México, Grupo Editorial Iberoamérica, 1998.
4. CHRISTENSEN, H. *Estdística paso a paso*. Trillas 1997.
5. DGCCH-UNAM. *Población estudiantil del CCH: ingreso, tránsito y egreso*, 2011.
6. GARCÍA, I. *La obra de Vygotski y sus impactos en la educación.* Cuba, Centro de Investigaciones Psicológicas y Sociológicas, 2004.
7. JOHNSON, R. *Estadística elemental*. Iberoamérica. 1990.
8. LEONTIEV, A. N. *Actividad, conciencia y personalidad.* Buenos Aires, Ciencias del Hombre, 1978.
9. MENDENHALL, W., *Estadística Matemática con aplicaciones*. México, CENGAGE Learning, 2010.
10. MOOD, ALEXANDER et. all. *Introduction to the Theory of Statistics*. United States, McGraw-Hill, 1974.
11. PETROVSKI, A. *Psicología Evolutiva y Pedagógica*. México, Letras, S.A., 1998.
12. ROSS, SHELDON. *Introducción a la Estadística*. España, Editorial Reverté, 2008.
13. SPIEGEL, MURRAY. *Estadística*. España, McGraw-Hill, 1991.
14. VIGOTSKI, L. LEONTIEV, A. y LURIA, A. *El proceso de formación de la psicología marxista.* Moscú, Progreso, 1989.
15. VYGOTSKY, L. *Pensamiento y Lenguaje*. Ediciones Quinto Sol, México, 2009.
16. WAYNE W., Daniel, *Estadística con aplicaciones a las Ciencias Sociales y la Educación* . Colombia, Mc Graw Hill, 1981.
17. WERTSCH V., James. *Vygotsky y la formación social de la mente*. España; Paidós, 1988.

FUENTES ELECTRÓNICAS

1. Misión y filosofía. http://www.cch.unam.mx/misionyfilosofia
2. Orientación y sentido del área de matemáticas. http://www.cch.unam.mx/sites/default/files/planestudios/S_O_%20Area_Matematicas.pdf
3. Plan de estudios y modelo educativo. http://www.cch.unam.mx/plandeestudios