

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO



FACULTAD DE CIENCIAS

ANÁLISIS DE DIFRACCIÓN DE CAMPOS ÓPTICOS
CON SPECKLE

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

FÍSICO

PRESENTA:

LAURA PÉREZ GARCÍA

DIRECTOR DE TESIS:

DRA. KAREN PATRICIA VOLKE SEPÚLVEDA



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO DF

ENERO, 2015



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno

Pérez

García

Laura

53730571

Universidad Nacional

Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

305081555

2. Datos del tutor

Dra.

Karen Patricia

Volke

Sepúlveda

3. Datos del sinodal 1

Dra

Marcela

Dolores

Grether

González

4. Datos del sinodal 2

Dr.

Víctor Manuel

Romero

Rochín

5. Datos del sinodal 3

Dr.

Francisco Manuel

Sánchez

Arévalo

6. Datos del sinodal 4

Dr.

Juan Arnaldo

Hernández

Cordero

7. Datos del trabajo escrito

Análisis de Difracción de campos ópticos con speckle

95 p

2015

A mi abue Luci.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi asesora Karen por todo su tiempo, consejos, por compartir conmigo su emoción por la física pero principalmente por su amistad.

A mis padres, Roberto y Luz, a mi pequeño hermano Roberto y a mi abuela Demetria por todo el apoyo y la confianza depositados.

A Pablito por la serenidad y las porras que siempre me ha echado.

A Jimena, Juan, Luigi, Chucho, Viridiana, Irene y a todos mis amigos por los momentos compartidos.

Índice general

| | |
|--|-----------|
| Introducción | 1 |
| 1. Conceptos Básicos | 5 |
| 1.1. Difracción | 5 |
| 1.1.1. Aproximación de Fresnel o de campo cercano | 8 |
| 1.1.2. Aproximación de Fraunhofer o de campo lejano | 11 |
| 1.2. Coherencia y óptica estadística | 14 |
| 1.3. Speckle, tratamientos matemáticos. | 16 |
| 2. Simulaciones: consideraciones generales | 18 |
| 2.1. ¿Cómo simular el speckle? | 18 |
| 2.1.1. Distribuciones estadísticas y tamaño de grano | 20 |
| 2.2. Parámetros de estudio y métodos de análisis. | 22 |
| 2.2.1. La correlación como medida de la similitud | 25 |
| 2.2.2. El análisis de la dispersión de energía | 28 |
| 2.3. Análisis Bidimensional, consideraciones generales | 29 |
| 3. Difracción en campo cercano con speckle: análisis unidimensional | 31 |
| 3.1. Estudio de correlación | 31 |
| 3.1.1. Desviación estándar | 32 |
| 3.1.2. Número de Fresnel | 36 |
| 3.2. Estudio de la distribución de energía | 45 |
| 3.3. Ejemplos en el caso bidimensional | 47 |
| 3.4. Discusión y Conclusiones | 51 |
| 4. Difracción en campo lejano con speckle: análisis unidimensional | 54 |
| 4.1. Estudio de correlación | 54 |

Índice general

| | |
|--|-----------|
| 4.1.1. Desviación estándar | 55 |
| 4.1.2. Número de Fresnel | 59 |
| 4.2. Estudio de la distribución de energía | 65 |
| 4.2.1. Extensión transversal del patrón de difracción | 65 |
| 4.2.2. Inversión de la proporción del patrón de difracción en campo lejano | 67 |
| 4.3. Ejemplos en el caso bidimensional | 70 |
| 4.4. Discusión y Conclusiones | 74 |
| 5. Conclusiones generales | 76 |
| A. Simulación numérica de propagación de campo cercano. | 82 |

Introducción

En este trabajo se estudia la difracción de campos ópticos con speckle a través de una abertura rectangular, por medio de simulaciones numéricas realizadas con matlab.

Un patrón de *speckle* puede ser considerado como la interferencia de múltiples ondas de luz coherentes con fases aleatorias. Un patrón de speckle se caracteriza por la aparición de manchas brillantes (donde hubo interferencia constructiva) y oscuras (donde la interferencia fue destructiva); por lo que también es conocido como *moteado*. Con la aparición del láser el speckle fue visto en un inicio como una desventaja, especialmente en holografía. Sin embargo, desde 1970 se reportan trabajos donde el speckle es usado como una herramienta de medición [1; 2]. Las aplicaciones del speckle han permitido avances en áreas como la medicina, la biología, astronomía, procesos químicos y microscopía.

La Tomografía de Coherencia Óptica (TCO); por ejemplo, permite obtener imágenes de cortes a distinta profundidad en objetos opacos tridimensionales por medio del uso de luz coherente y un interferómetro de Michelson [3]. En imágenes que provienen de objetos muy densos, como el tejido vivo, el speckle juega un papel doble; por un lado es una fuente de ruido y por el otro funge como un medio para obtener información acerca de la microestructura de la muestra [4]. Aunque generalmente es utilizada para obtener imágenes de la retina, la TCO es ampliamente usada en muchas otras ramas de la medicina como la gastroenterología, dermatología, cardiología y oncología [5].

Se ha logrado obtener imágenes de objetos microscópicos fluorescentes colocados detrás de superficies opacas. La muestra es iluminada por un láser, la fluorescencia generada por el objeto es recolectada y analizada, repitiendo varios experimentos para distintos ángulos de incidencia, de modo que por medio de algoritmos iterativos es posible obtener una imagen del objeto en cuestión [6].

En el ámbito de la observación astronómica el speckle ha permitido aumentar la potencia de los telescopios previamente diseñados. La interferometría de speckle es un método de observación que se basa en el interferómetro estelar de Michelson y que considera a la atmósfera como un medio inhomogéneo que genera fluctuaciones en la luz que proviene de las estrellas. Esta técnica ha permitido estudiar sistemas de estrellas, así como objetos poco brillantes [7; 8].

Cuando se obtiene un patrón de speckle de una muestra que está cambiando en el tiempo, se genera un patrón de speckle dinámico cuya descripción nos puede dar información acerca de traslaciones, rotaciones, cambios de fase, entre otras propiedades. Esta técnica ha mostrado arrojar información acerca del proceso de secado de pinturas, procesos biológicos y medición de frecuencias [1; 2; 9].

El fenómeno de speckle no sólo se observa en ondas electromagnéticas, sino en otros fenómenos que impliquen la propagación de ondas coherentes a través de medios turbios o difusores, por ejemplo ondas de materia u ondas acústicas.

La cardiografía por medio del rastreo de speckle es un técnica acústica que analiza patrones de speckle que son producto de reflexiones provenientes de la interacción entre un haz de ultrasonido y las fibras del miocardio, esto permite tener un mapa de las elongaciones del miocardio longitudinal, radial y circunferencialmente. Esta técnica ha permitido mejorar el diagnóstico de varias afecciones al corazón [10; 11].

Cuando a una nube térmica de átomos se le permite llevar a cabo una expansión libre, ésta se expande isotrópicamente. Por otro lado observaciones hechas durante la expansión libre de una nube de bosones han mostrado una inversión en las proporciones de la nube respecto de sus proporciones iniciales, es decir, la nube se expande mas rápidamente en aquellas direcciones en que se halla más confinada. En los experimentos reportados por Henn, Seman, Roati, Magalhães y Bagnato (2009) [12], se introduce un factor aleatorio al someter a la nube de bosones a la acción de un campo magnético; lo anterior con el fin de generar un régimen de turbulencia. Al permitir una expansión libre en este tipo de átomos se observa una conservación de las proporciones de la nube de bosones, se cree que este fenómeno es un indicio de lo que es conocido como turbulencia cuántica [12].

Estas observaciones referentes a la inversión de las proporciones de una nube de átomos, en un caso o el otro, nos recuerdan la difracción de campo lejano de un haz al pasar por una abertura rectangular; aquí la coordenada del tiempo en la expansión libre juega ahora el papel de la distancia de propagación en el caso de la difracción. En este sentido una motivación adicional, como trabajo a futuro, para estudiar la difracción de campos ópticos con speckle radica en la posibilidad de hallar analogías entre el speckle y la turbulencia en condensados de Bose-Einstein, esto bajo la premisa de que en un caso estamos hablando de ondas electromagnéticas con speckle y en el otro de ondas de materia con turbulencia.

Todo estos ejemplos sacan a relucir la importancia del estudio de procesos aleatorios en los sistemas físicos, en este caso del speckle. La introducción de un factor aleatorio, a fenómenos bien conocidos en su faceta determinista, puede llevar a la observación de comportamientos muy interesantes y que además pueden conducir al desarrollo de nuevas tecnologías útiles en una gran variedad de campos.

Como objetivo principal de esta tesis se planteó la caracterización de un patrón de difracción de un haz con speckle con base en los parámetros que lo caracterizan; es decir, por un lado el tamaño de la abertura y la distancia de propagación; por el otro, el tamaño de grano del speckle y la distribución estadística de fases utilizada para simular el speckle. Esto se realizó mediante un estudio estadístico con el fin de conocer su similitud con el patrón de difracción sin speckle.

Una vez estudiada la difracción de campos ópticos con speckle se planteó una técnica para poder medir rugosidades en superficies.

El contenido se organiza de la siguiente manera. En el capítulo 1 se presentan los conceptos básicos necesarios para comprender el problema abordado como lo son: teoría de la difracción, óptica estadística y su relación con la coherencia, condiciones necesarias para generar speckle y descripción matemática del speckle. Éste capítulo permite sentar las bases de la metodología seguida para tratar el problema, la cual se aborda en el siguiente capítulo.

En el capítulo 2 se estudia la manera en que se generó el speckle en el espacio de coordenadas que conformaba nuestra simulación. Se introdujeron los parámetros que entran en juego en la simulación y se describieron de manera detallada los métodos utilizados para analizar cada uno de los patrones de difracción generados.

El capítulo 3 y 4 conforman el cuerpo principal de la tesis y en ellos se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones y su análisis en las regiones conocidas como campo cercano y campo lejano respectivamente.

En el capítulo 5 se presentan conclusiones generales del trabajo, posibles aplicaciones y trabajo a futuro.

Se logró caracterizar la difracción de los patrones de speckle generados mediante una distribución aleatoria de fases, donde la desviación estándar de dicha distribución resultó ser el parámetro mas determinante. Los resultados hallados de la difracción en campo lejano de campos ópticos con speckle permiten discernir claramente el grado de aleatoriedad inducido en el haz por el speckle al variar la desviación estándar, conforme dicho parámetro disminuye el patrón de difracción conserva mayores propiedades del patrón de difracción sin speckle, detectándose incluso la inversión de proporciones.

El presente trabajo representa un estudio detallado de la difracción de campos ópticos con speckle, área en la que no hemos encontrado algún trabajo previo.

Capítulo 1

Conceptos Básicos

1.1. Difracción

La difracción es una característica general de los fenómenos ondulatorios la cual ocurre cuando una porción de un frente de onda (sonido, luz, onda de materia) es obstruida de alguna manera por un objeto cuyo orden de magnitud es parecido a la longitud de onda de la onda en cuestión [13; 14].

La difracción es responsable de que al observar la sombra de objetos sus bordes no se observen definidos y además, si la fuente de luz tiene un ancho de banda lo suficientemente corto, se logre advertir la aparición de franjas de máximos y mínimos de intensidad. Este efecto no puede explicarse si se trata a la luz por medio de una teoría corpuscular o de rayos, por lo tanto, es necesario tomar en cuenta su naturaleza ondulatoria. De acuerdo a Sommerfeld la difracción se define como “cualquier desviación de la luz de trayectorias rectilíneas que no pueda ser interpretada como reflexión o refracción” [14].

Para hacer un análisis del fenómeno de difracción partimos de las ecuaciones de Maxwell en el sistema MKS, en ausencia de fuentes y en el vacío [15]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1-1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (1-2)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \quad (1-3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (1-4)$$

1.1. Difracción

Donde \vec{E} es el campo eléctrico y \vec{B} el campo magnético, μ_0 y ϵ_0 son la permeabilidad y permitividad, respectivamente, del vacío. Al aplicar la operación $\nabla \times$ a ambos lados de las ecuaciones 1-1 y 1-2 y utilizar las ecuaciones 1-3 y 1-4, así como la propiedad $\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$, se obtiene:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (1-5)$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0, \quad (1-6)$$

En ambos casos corresponde a la ecuación de onda para \vec{E} y \vec{B} con velocidad de propagación $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ (velocidad de la luz en el vacío). En un medio dieléctrico lineal, isotrópico, homogéneo y no dispersivo es posible englobar el comportamiento de todas las 6 componentes cartesianas del campo eléctrico y magnético en una sola ecuación de onda escalar [14]:

$$\nabla^2 U(\vec{r}, t) - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 U(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (1-7)$$

donde $U(\vec{r}, t)$ puede ser cualquiera de las componentes E_x, E_y, E_z, B_x, B_y o B_z . A esto se le llama la aproximación escalar y a partir de este punto la tomaremos por válida.

Como siguiente paso debemos llegar a lo que es conocido como el principio de Huygens- Fresnel, sin embargo los detalles matemáticos para obtener dicho resultado serán omitidos¹.

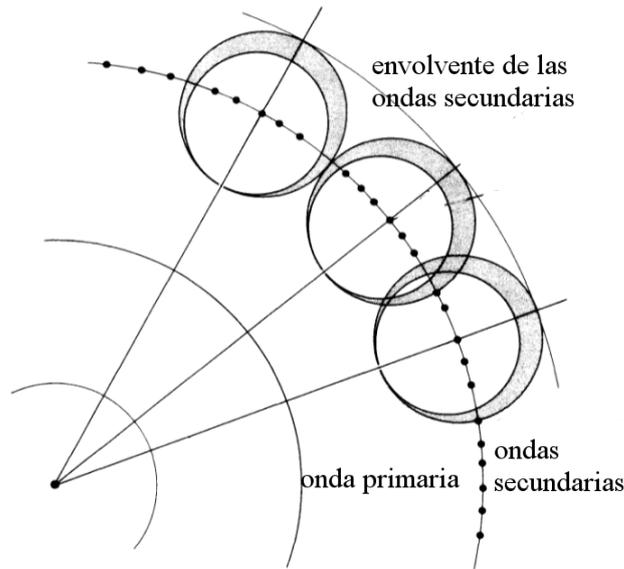


Figura 1-1: Principio de Huygens [13].

¹Para mayor información puede consultar: [14]

De forma intuitiva el principio de Huygens-Fresnel establece que cada uno de los puntos que no fueron obstruidos, en un instante dado, fungen como una fuente de ondas esféricas secundarias (con la misma frecuencia que la onda primaria incidente), de modo que el frente de onda en un instante posterior estará dado por la envolvente de los frentes de onda secundarios, como se ilustra en la figura 1-1. La amplitud del campo resultante corresponde a la superposición de todos estos frentes de onda (considerando sus amplitudes y fases relativas) [13].

Formalmente el principio de Huygens-Fresnel establece que el campo en el punto (x_0, y_0) está dado por [14]:

$$U(x_0, y_0) = \int \int_{\Sigma} h(x_0; y_0, x_1, y_1) U(x_1, y_1) dx_1 dy_1, \quad (1-8)$$

donde la letra Σ indica que la integral se realiza sobre toda la superficie que comprende la abertura y $h(x_0; y_0, x_1, y_1)$ está dada por:

$$h(x_0, y_0; x_1, y_1) = \frac{1}{i\lambda} \frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}} \cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}), \quad (1-9)$$

Cómo se ilustra en la figura 1-2 $P_0 = (x_0, y_0)$ corresponde con el punto de observación, $P_1 = (x_1, y_1)$ un punto en la abertura, \vec{r}_{01} el vector que va de (x_0, y_0) a (x_1, y_1) y \vec{n} la normal del plano que contiene a la abertura; z es la distancia de propagación, es decir, la distancia entre el plano de la abertura y el plano en que se realizará la observación, por último $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ corresponde al número de onda.

Si consideramos que el ángulo entre \vec{r}_{01} y \vec{n} está dado por [14]:

$$\cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) = \frac{z}{r_{01}},$$

entonces tenemos:

$$h(x_0, y_0; x_1, y_1) \approx \frac{z}{i\lambda} \frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}^2}. \quad (1-10)$$

Los resultados previos nos permiten continuar con lo que se conoce como la aproximación de Fresnel o de campo cercano.

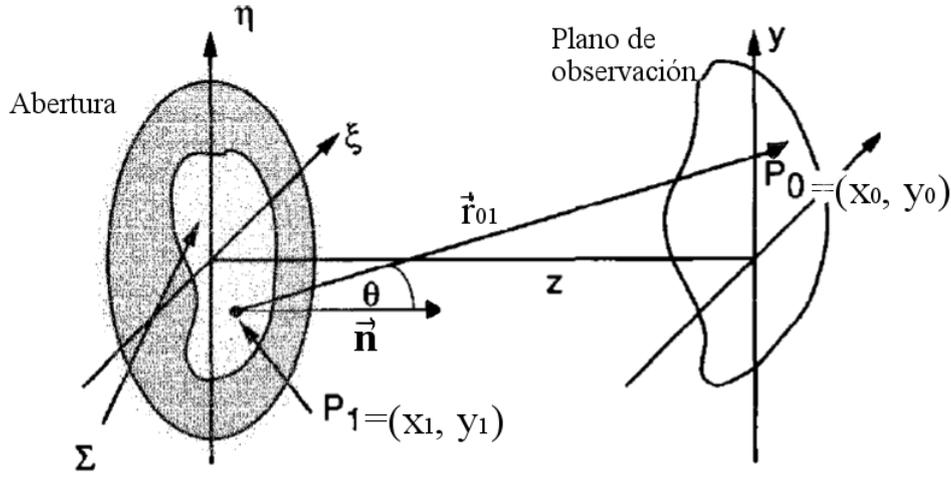


Figura 1-2: Geometría del patrón de difracción [14].

1.1.1. Aproximación de Fresnel o de campo cercano

La aproximación de Fresnel radica en considerar sólo los dos primeros términos de la expansión binomial de la cantidad r_{01} en el exponente de la ecuación 1-10 y únicamente el primer término en el denominador ²:

$$r_{01} = \sqrt{z^2 + (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} \approx z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_0 - x_1}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_0 - y_1}{z} \right)^2 \right]. \quad (1-11)$$

Lo cual nos permite reescribir la función $h(x_0, y_0; x_1, y_1)$ de la forma:

$$h(x_0, y_0; x_1, y_1) \approx \frac{e^{ikz}}{iz\lambda} \exp \left(i \frac{k}{2z} [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2] \right), \quad (1-12)$$

de modo que el campo óptico estará dado por:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{iz\lambda} \int \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) \exp \left[i \frac{k}{2z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] \right] d\xi d\eta, \quad (1-13)$$

²Usando que $\sqrt{1+b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2 + \dots$. La aproximación es válida cuando el máximo cambio inducido por deshacernos del término cuadrático sea menor que un radián, es decir:

$$z^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]_{max}$$

que puede verse como una convolución:

$$U(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta, \quad (1-14)$$

siendo la función $h(x, y) = \frac{e^{ikz}}{iz\lambda} \exp [i \frac{k}{2z} [x^2 + y^2]]$ el kernel de la convolución, también conocido en este contexto como el propagador de Fresnel.

Supongamos que se está iluminando de forma perpendicular una abertura rectangular unidimensional de ancho A por una onda monocromática de amplitud unitaria. La distribución del campo inmediatamente después de la abertura es [14]:

$$U(\xi)_{z=0} = \text{rect}\left(\frac{\xi}{A}\right). \quad (1-15)$$

Donde $\text{rect}(x)$ es la función rectángulo, dada por:

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{si } |x| = \frac{1}{2} \\ 0 & \text{si } |x| > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1-16)$$

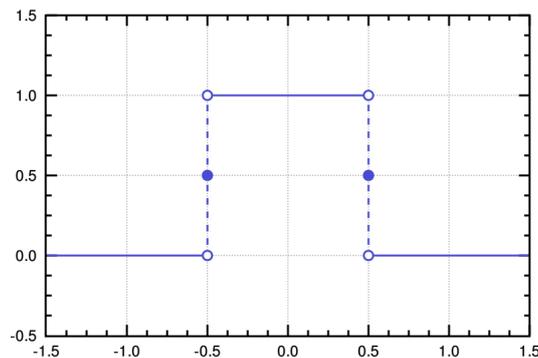


Figura 1-3: Función $\text{rect}(x)$ [16].

Usando la ecuación 1-13 que da la aproximación de Fresnel para la difracción de un campo óptico $U(x)$ en la forma de una convolución obtenemos³:

³En la ecuación 1-13 se muestra el caso bidimensional, para el análisis que aquí se presenta nos limitaremos al caso unidimensional

$$U(x) = \frac{e^{ikz}}{iz\lambda} \int_{-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}} \exp\left[i\frac{\pi}{z\lambda}(x - \xi)^2\right] dx, \quad (1-17)$$

Para poder realizar la integral y dejarla en términos de cantidades adimensionales realizamos el cambio de variable dado por:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2}{z\lambda}}(\xi - x), \quad (1-18)$$

$$U(x) = \frac{e^{ikz}}{i\sqrt{2z\lambda}} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \exp\left[\frac{i\pi}{2}\alpha^2\right] d\alpha, \quad (1-19)$$

donde

$$\alpha_1 = -\sqrt{\frac{2}{z\lambda}} \left(\frac{A}{2} + x\right) \quad \alpha_2 = \sqrt{\frac{2}{z\lambda}} \left(\frac{A}{2} - x\right). \quad (1-20)$$

Ahora introduciendo las variables adimensionales N_F , número de Fresnel, y la variable X dados por:

$$N_F = \frac{1}{\lambda} \frac{A^2}{z} \quad X = \frac{x}{\sqrt{z\lambda}}, \quad (1-21)$$

los límites de integración α_1 y α_2 respectivamente quedan de la forma:

$$\alpha_1 = -\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{N_F}}{2} + X\right) \quad \alpha_2 = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{N_F}}{2} - X\right). \quad (1-22)$$

Si consideramos las funciones $C(z)$ y $S(z)$ dadas por:

$$C(z) = \int_0^z \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt \quad S(z) = \int_0^z \sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt, \quad (1-23)$$

y que podemos operar sobre los límites de integración según:

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f(x) dx = \int_0^{\alpha_2} f(x) dx - \int_0^{\alpha_1} f(x) dx, \quad (1-24)$$

la distribución del campo queda de la forma:

$$U(x) = \frac{e^{ikz}}{\sqrt{2z\lambda}} [C(\lambda_2) - C(\lambda_1) + i(S(\lambda_2) - S(\lambda_1))]. \quad (1-25)$$

Finalmente la intensidad del campo es $I(x) = |U(x)|^2$, es decir,

$$I(x) = \frac{1}{2z\lambda} [(C(\lambda_2) - C(\lambda_1))^2 + (S(\lambda_2) - S(\lambda_1))^2]. \quad (1-26)$$

De modo que partiendo de un número conocido N_F es posible conocer la distribución de intensidad transversal, sin tener que considerar el comportamiento de A , z o λ por separado (exceptuando el factor multiplicativo $\frac{1}{2z\lambda}$).

A continuación se muestran algunas imágenes de los patrones de difracción observados para una abertura de $1000\mu\text{m} \times 2000\mu\text{m}$ para distintas distancias de propagación:

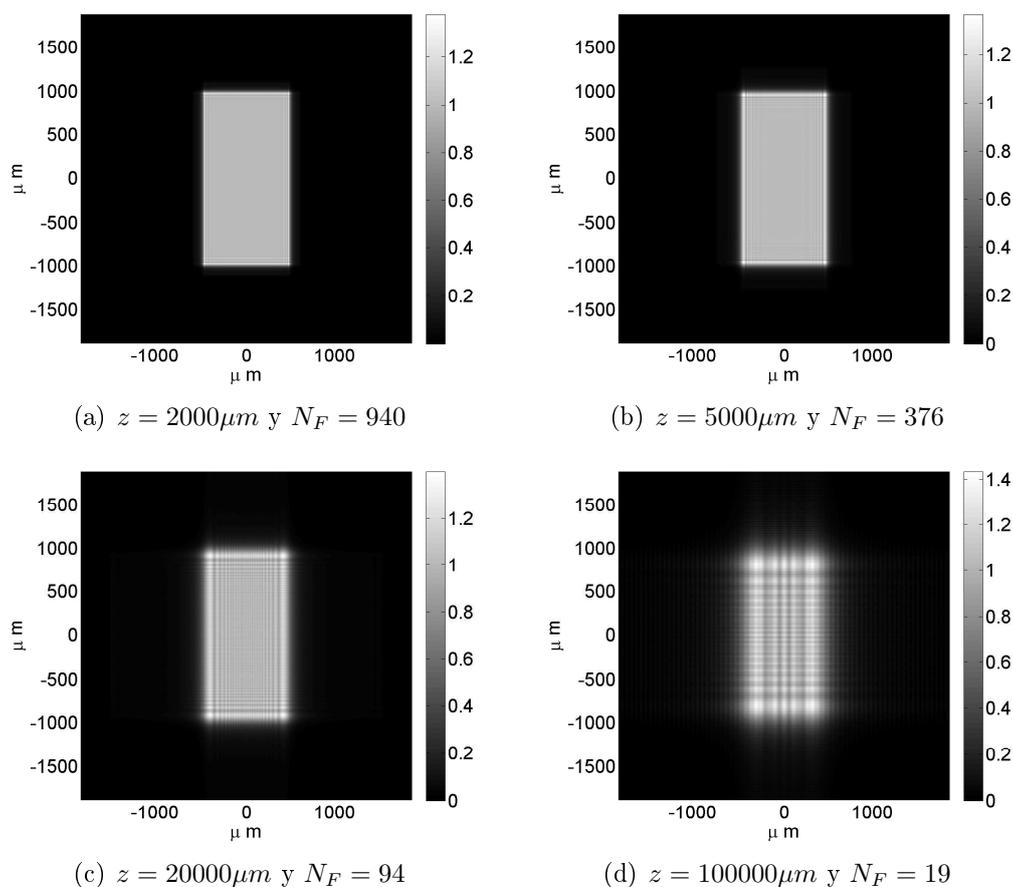


Figura 1-4: El patrón de difracción en campo cercano es similar a la sombra de la abertura conforme z aumenta comienzan a aparecer mínimos de intensidad bien definidos.

1.1.2. Aproximación de Fraunhofer o de campo lejano

Si además de cumplirse la aproximación de Fresnel se tiene la condición aún más estricta dada por ⁴:

⁴Esta aproximación puede ser interpretada como el hecho de que la abertura es muy pequeña en comparación con la distancia de propagación [17].

$$z \gg \frac{k(\xi^2 + \eta^2)_{max}}{2}, \quad (1-27)$$

es posible utilizar la aproximación de Fraunhofer, donde la integral para el campo está dada por [14]:

$$U(x) = \frac{e^{ikz}}{iz\lambda} e^{\frac{ik}{2z}x^2} \int_{-\infty}^{\infty} U(\xi) \exp\left[\frac{2\pi}{z\lambda}x\xi\right] d\xi. \quad (1-28)$$

Ahora bien, considerando una onda plana incidiendo sobre una abertura unidimensional de ancho A , el campo inmediatamente después de la abertura está dado por la ecuación siguiente [18]:

$$U(\xi)_{z=0} = \text{rect}\left(\frac{\xi}{A}\right). \quad (1-29)$$

Sustituyendo $U(\xi)$ dado por la ecuación 1-28 se obtiene:

$$U(x) = \frac{e^{ikz}}{iz\lambda} e^{\frac{ik}{2z}x^2} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{\xi}{A}\right) \exp\left[\frac{2\pi}{z\lambda}x\xi\right] d\xi, \quad (1-30)$$

y recordando que la transformada de Fourier está dada por:

$$F[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \exp[-i2\pi(f_x x)] dx, \quad (1-31)$$

el campo queda de la forma:

$$U(x) = \frac{e^{ikz}}{iz\lambda} e^{\frac{ik}{2z}x^2} F[U(x)]|_{f_x = \frac{x}{z\lambda}}. \quad (1-32)$$

Pero sabiendo que

$$F[\text{rect}(ax)] = \frac{1}{|a|} \frac{\sin(f_x/a)}{f_x/a} = \frac{1}{|a|} \text{sinc}\left(\frac{f_x}{a}\right), \quad (1-33)$$

finalmente se tiene:

$$U(x) = \frac{e^{ikz}}{iz\lambda} e^{\frac{ik}{2z}x^2} A \text{sinc}\left(\frac{xA}{z\lambda}\right). \quad (1-34)$$

De modo que la intensidad queda dada por:

$$I(x) = |U(x)|^2 = \frac{A^2}{z^2\lambda^2} \text{sinc}^2\left(\frac{xA}{z\lambda}\right). \quad (1-35)$$

El perfil de intensidad dado por la ecuación 1-35 se muestra en la figura 1-5.

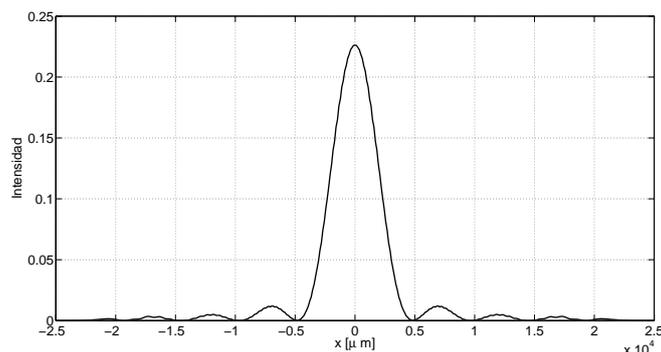


Figura 1-5: Patrón de difracción unidimensional de una abertura de $500\mu\text{m}$ a una distancia de propagación $z = 10\text{ m}$ con $\lambda=532\text{ nm}$, $N_F=0.047$, lo cual corresponde a campo lejano.

Si realizamos el mismo análisis pero para una abertura rectangular de ancho L_x y largo L_y . Obtendremos que la intensidad estará dada por [14]:

$$I(x_0, y_0) = \frac{L_x^2 L_y^2}{\lambda^2 z^2} \text{sinc}^2\left(\frac{L_x x_0}{z\lambda}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{L_y y_0}{z\lambda}\right). \quad (1-36)$$

Es de destacar que las dimensiones en x y y del patrón de difracción en el plano de observación varían inversamente con las dimensiones de la abertura. Es decir, una abertura rectangular, presentada de forma horizontal, generará un patrón de difracción con un rectángulo vertical en el centro [13], como se puede observar en la figura 1.6(b).

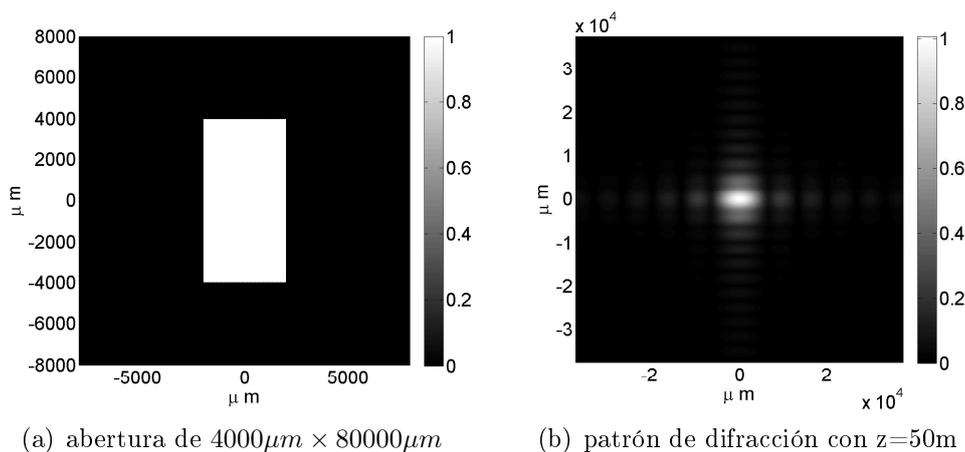


Figura 1-6: Abertura rectangular y patrón de difracción.

Cabe tener en mente que la aproximación de Fraunhofer es un caso mas estricto de la aproximación de Fresnel; de modo que la zona en que se resuelve la integral de difracción

mediante la aproximación de Fraunhofer está contenida dentro de la zona en la que se usa la aproximación de Fresnel. En nuestro estudio, al mencionar difracción de campo lejano no nos estamos refiriendo a la aplicación de la aproximación de Fraunhofer con el fin de resolver la integral del campo, sino a la de Fresnel aplicada a distancias de propagación grandes ⁵.

Frecuentemente el número de Fresnel $N_F = \frac{A^2}{z\lambda}$ es utilizado como un parámetro para discernir entre la validez de la aproximación de Fresnel o de Fraunhofer. Por un lado si $N_F \geq 1$ la aproximación de campo cercano o de Fresnel es válida; es de destacar que conforme la distancia de propagación disminuye N_F crece y en el límite $N_F \rightarrow \infty$, que es inmediatamente después de la abertura, el patrón de difracción corresponde a la sombra de la misma. Por otro lado cuando $N_F \ll 1$ se podrá resolver la integral de difracción usando la aproximación de Fraunhofer o de campo lejano [13; 14; 19].

Las zonas en las que podemos considerar la aproximación de Fresnel o Fraunhofer quedan de la manera en que indica la siguiente figura [18]:

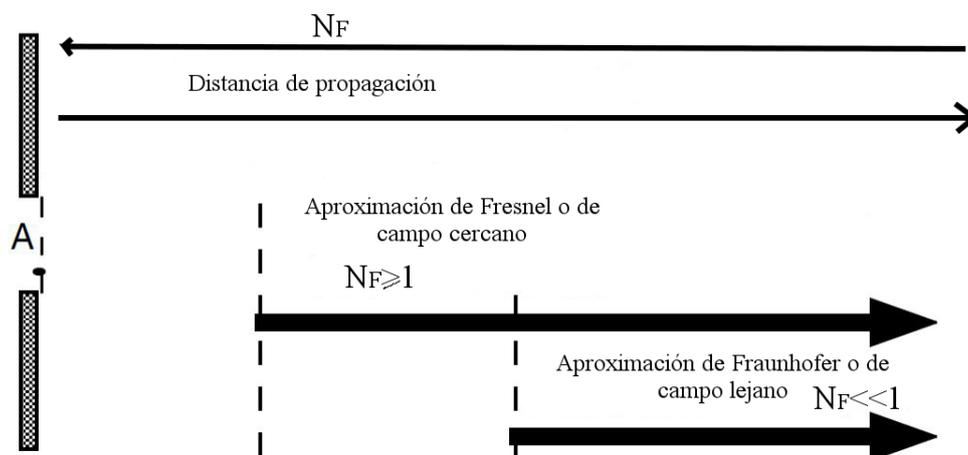


Figura 1-7: Zonas de Aproximación de Fresnel y Fraunhofer [18].

1.2. Coherencia y óptica estadística

La óptica estadística es el estudio de la propiedades de los fenómenos aleatorios en la luz. La aleatoriedad en la luz proviene de fluctuaciones impredecibles en la fuente de la luz o en el medio por el cual se propaga. La luz natural, por ejemplo, la que radía

⁵La razón de esto radica en que el programa de propagación con el que se realizaron las simulaciones está basado en la aproximación de Fresnel utilizando la FFT.

un objeto caliente, es aleatoria porque proviene de la superposición de emisiones de un número muy grande de átomos que radían independientemente, a diferentes frecuencias y fases. La aleatoriedad en la luz también puede ser producto del esparcimiento de la luz al reflejarse en una superficie rugosa como un vidrio opaco o transmitirse a través de fluidos turbios, lo cual provee variaciones aleatorias a los frentes de onda [20].

Condiciones para la interferencia

Con el fin de observar un patrón de interferencia formado por dos fuentes es necesario que en cada punto del espacio la diferencia entre sus fases se mantenga constante [21]. En ese caso se dice que dichas fuentes son coherentes [13; 21].

Como ya mencionamos debido a la naturaleza impredecible de los procesos de emisión, las fuentes convencionales cuasimonocromáticas producen luz producto de la mezcla de distintos frentes de onda. En cada punto del espacio existe un campo neto que oscila establemente por un intervalo, durante el cual la onda de luz se puede describir como una onda sinusoidal, este tiempo es una medida de su *coherencia temporal*. El tiempo promedio en el cual la onda de luz oscila en una forma predecible se designa como el *tiempo de coherencia* de la fuente de luz Δt . La distancia correspondiente en el que la luz oscila de una manera regular, se define como la *longitud de coherencia* Δl_c [13]:

$$\Delta l_c = \Delta t c.$$

La coherencia temporal es una medida de la pureza espectral de una fuente. Si la fuente fuera monocromática, podríamos representarla por una onda perfectamente sinusoidal con una longitud de coherencia infinita. Una lampara de descarga ordinaria tiene una longitud de coherencia de algunos milímetros, mientras que algunos tipos de láseres tienen longitudes de coherencia de decenas de kilómetros[13].

La idea de *coherencia espacial* proviene al considerar efectos debidos a la extensión espacial finita de las fuentes ordinarias de luz. Si consideramos dos puntos separados lateralmente y estos se hallan en el mismo frente de onda, los campos en dichos puntos se dice que son espacialmente coherentes [13].

1.3. Speckle, tratamientos matemáticos.

Cuando un haz de luz altamente coherente, como la luz que proviene de un láser, es reflejado por una superficie rugosa o bien atraviesa un medio con índice de refracción que varía de forma aleatoria para cada punto, se genera una distribución de intensidad que llamamos speckle. [9; 22].

En el caso particular de la reflexión por una superficie rugosa, se tiene que la altura de la rugosidad tiene una distribución aleatoria; esto genera que las ondas esparcidas también presenten una distribución aleatoria de fase. Al interferir se produce un patrón de puntos brillantes, donde la interferencia ha sido constructiva; y puntos oscuros, donde la interferencia ha sido destructiva [9], como se muestra en la figura 1-8.

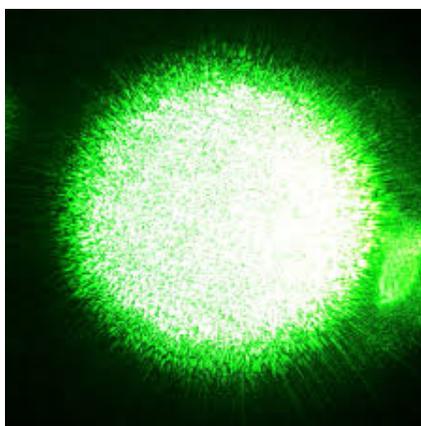


Figura 1-8: Speckle o moteado[23].

Actualmente el speckle es un tema de gran interés, así como objeto de estudio en seis principales áreas [22]:

- Estudio de sus propiedades estadísticas fundamentales.
- Reducción del speckle en sistemas ópticos y holográficos.
- Medición de la rugosidad de superficies.
- Aplicaciones al procesamiento de imágenes.
- Aplicaciones en metrología.
- Interferometría con speckle.
- Speckle dinámico.

Debido a que el speckle es un proceso en el que entran en juego muchas variables (en éste caso la altura en cada uno de los puntos de la superficie rugosa) y que por tanto

se debe modelar como un proceso aleatorio, su comportamiento sólo puede ser analizado por medio de un análisis estadístico [9]. Una descripción útil del fenómeno de speckle proviene de la analogía con el problema conocido como el caminante aleatorio.

El campo óptico observado en un punto $P(x, y, z)$ en un patrón de speckle puede considerarse como la suma de un número muy grande N de componentes que representan la contribución de todos los puntos en la superficie reflectora. Si iluminamos una muestra con luz monocromática y linealmente polarizada, la contribución al campo en $P(x, y, z)$ producido por un elemento de superficie j está dada por [1]:

$$u_j = |u_j|e^{i\phi_j} = |u_j|e^{ikr_j},$$

donde r_j es la distancia (que varía aleatoriamente con j) entre el elemento j -ésimo en la superficie y el punto de observación P . De modo que la amplitud compleja del campo en el punto P puede escribirse como [1]:

$$U(P) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^N u_j(P) = \sum_{j=1}^N |u_j|e^{i\phi_j} = \sum_{j=1}^N |u_j|e^{ikr_j}. \quad (1-37)$$

La cual puede verse también como un caminante aleatorio cuyo trayecto es realizado en el plano complejo debido a la fase aleatoria $\phi_j = kr_j$. Un ejemplo de la trayectoria seguida por un caminante aleatorio se ilustra en la figura 1-9 [1].

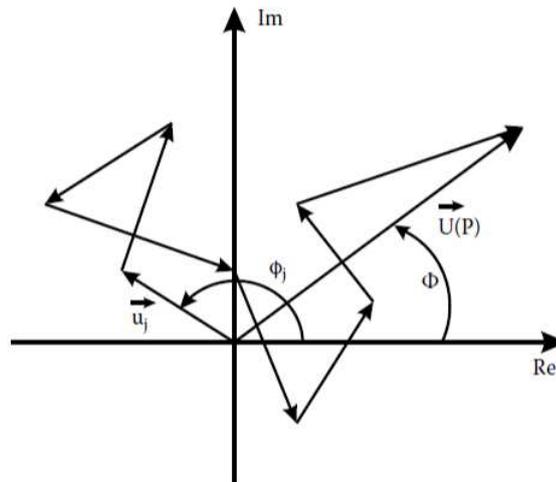


Figura 1-9: Caminante aleatorio en el plano complejo [1].

En el siguiente capítulo, trataremos la forma en que la variación aleatoria en la fase ϕ_j puede ser descrita por una distribución estadística.

Capítulo 2

Simulaciones: consideraciones generales

En la presente tesis se estudió por medio de simulaciones unidimensionales y bidimensionales la propagación de un campo óptico con speckle al difractarse por una rendija rectangular. Las simulaciones de difracción de un campo óptico con speckle se realizan por medio de un programa escrito en MATLAB y basado en la transformada rápida de Fourier (FFT), incluida dentro de las funciones de dicho software.

Con el fin de poder generar las simulaciones correctamente y extraer de ellas la mayor información posible, fue necesario traducir a lenguaje de programación el fenómeno del speckle, encontrar los parámetros mas importantes que entraban en juego dentro del problema e idear métodos para analizar los patrones de difracción obtenidos. Es en éste capítulo donde se detallan éstos y otros factores que fueron importantes al momento de realizar el análisis.

2.1. ¿Cómo simular el speckle?

El espacio sobre el que se generan las simulaciones unidimensionales está definido por un arreglo de largo $2x_0$ (ventana de observación) y con un número de puntos igual a una potencia de dos¹, cada uno de estos puntos representa un pixel en la imagen y para definir el campo eléctrico en todo el espacio es necesario determinar amplitud, frecuencia, fase y vector de onda.

Por simplicidad se considera una onda monocromática, $\lambda = 532nm$, con amplitud inicial unitaria. Los dos parámetros restantes, fase y vector de onda, son los que

¹Requerimiento necesario para poder realizar la FFT

generalmente son usados para visualizar la generación de speckle; es decir, podemos introducir la aleatoriedad al asignar valores con una distribución estadística determinada a la fase o bien al vector de onda sobre el espacio de coordenadas.

En congruencia con una de las motivaciones de esta tesis, que es el poder caracterizar superficies rugosas por medio de un estudio de la difracción de campos ópticos con speckle, pensamos que la manera más natural de generar speckle es mediante la introducción de fases aleatorias.

Consideremos una onda plana que se transmite a través de una superficie rugosa transparente, como la que se ilustra en la figura 2-1, con ancho $d = d(x, y)$ desde $z=0$ hasta $z = d_0$. La función de transmitancia, que nos da el campo después de la superficie en función del campo incidente:

$$t(x, y) = \frac{U(x, y, d_0)}{U(x, y, 0)}$$

será el producto de la función de transmitancia de una lámina de aire de ancho $d_0 - d(x, y)$ y la función de transmitancia de una lámina del material $d(x, y)$ [20]:

$$t(x, y) = \exp(-ink_0 d(x, y)) \exp(-ik_0 [d_0 - d(x, y)]). \quad (2-1)$$

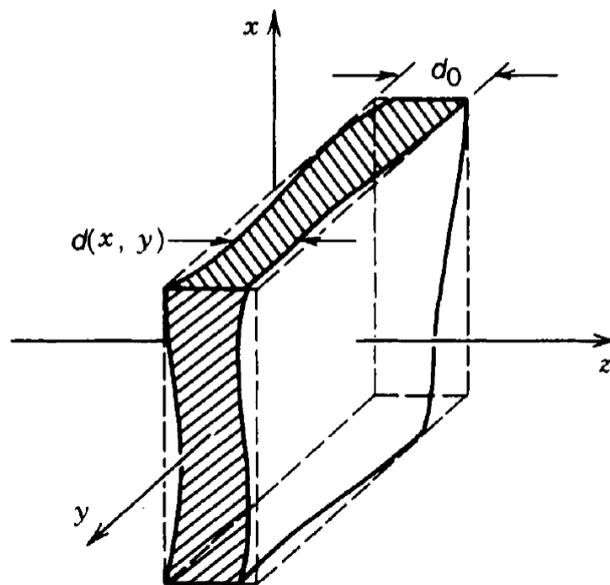


Figura 2-1: Ancho variable.

De modo que el campo al salir de la superficie estará dado por:

$$U(x, y, d_0) = U(x, y, 0) \times \exp(-ink_0 d(x, y)) \exp(-ik_0 [d_0 - d(x, y)])$$

es decir, la superficie rugosa introduce un desfase dado por

$$\Delta\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} [d_0 + (n - 1)d(x, y)]$$

Para simular el speckle se generó una condición inicial E_0 con una fase aleatoria definida en todo el espacio de coordenadas. Esta fase aleatoria se puede introducir por medio de la generación de números aleatorios entre 0 y 2π , para cada punto en la malla de nuestro sistema, este valor es entonces asociado a la fase del campo óptico en dicho punto. El modo en que dicha fase aleatoria fue generada es parte esencial de esta tesis y será tratada en la siguiente sección.

2.1.1. Distribuciones estadísticas y tamaño de grano

Los números aleatorios que se asignan a la fase de cada punto en el mallado, pueden en principio tener casi cualquier tipo de comportamiento. Con el fin de poder describir y controlar la manera en que varían fue necesario introducir una distribución estadística.

Consideremos una variable continua que puede tomar valores aleatoriamente en el intervalo $a_1 < \phi < a_2$; si se desea conocer la probabilidad de que ϕ se halle entre ϕ y $\phi + d\phi$ es de esperar que dicha probabilidad sea proporcional al tamaño del intervalo comprendido y que, si $d\phi$ es lo suficientemente pequeño, pueda estar dado por $P(\phi)d\phi$; donde $P(\phi)$ es conocida como la densidad de probabilidad²[24].

Existen diferentes tipos de distribuciones de probabilidad, sin embargo, para las fases aleatorias con las que se generará el speckle utilizaremos la distribución normal o Gaussiana [24]:

$$P(\phi)d\phi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\phi-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\phi. \quad (2-2)$$

²Cabe destacar en este punto la diferencia entre la densidad de probabilidad $P(\phi)$ y la distribución de probabilidad $P(\phi)d\phi$ la cual indica la probabilidad de que la variable tome un valor entre ϕ y $\phi + d\phi$.

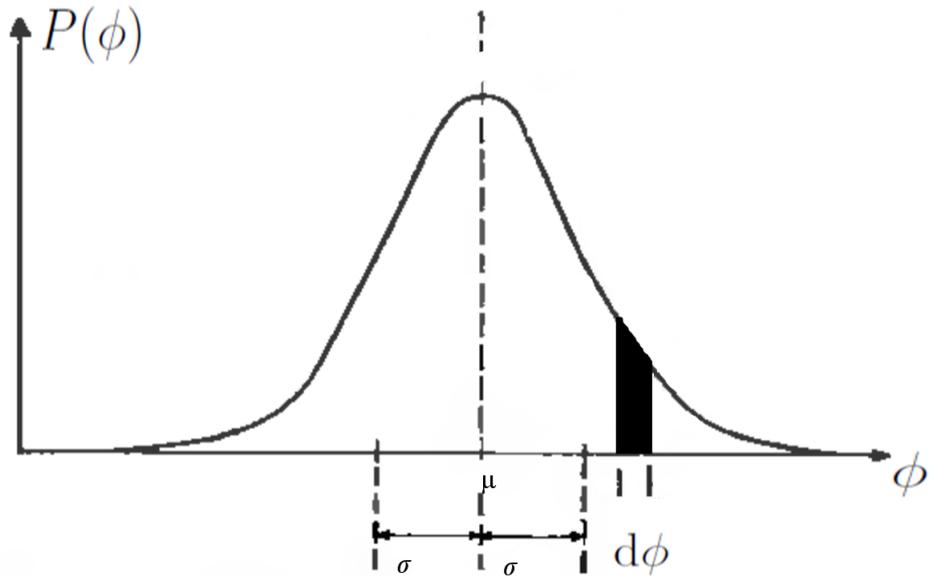


Figura 2-2: Distribución normal [24].

De la figura 2-2 observamos que la función de probabilidad Gaussiana es una función simétrica respecto a la línea $\phi = \mu$. La desviación estándar (σ) es una medida de la dispersión de los valores que puede tomar la fase.

En la figura 2-3 se muestran algunos histogramas que reflejan la distribución de fases generadas aleatoriamente por Matlab por medio de una distribución normal para un experimento numérico, en cada uno de estos histogramas $\mu = 0$ y σ toma distintos valores³. Nótese que como caso límite cuando la desviación estándar es muy grande (figuras [2.3(e), 2.3(f)]) se obtiene una distribución prácticamente uniforme, es decir:

$$P(\phi)d\phi = P_0d\phi,$$

donde P_0 es una constante.

³La elección de $\mu = 0$ responde al hecho de que un desplazamiento en este valor solamente implicaría la introducción de una fase constante para todos los puntos en la malla, o en términos de una superficie rugosa, un aumento igual en las alturas de cada uno de los puntos que la conforman.

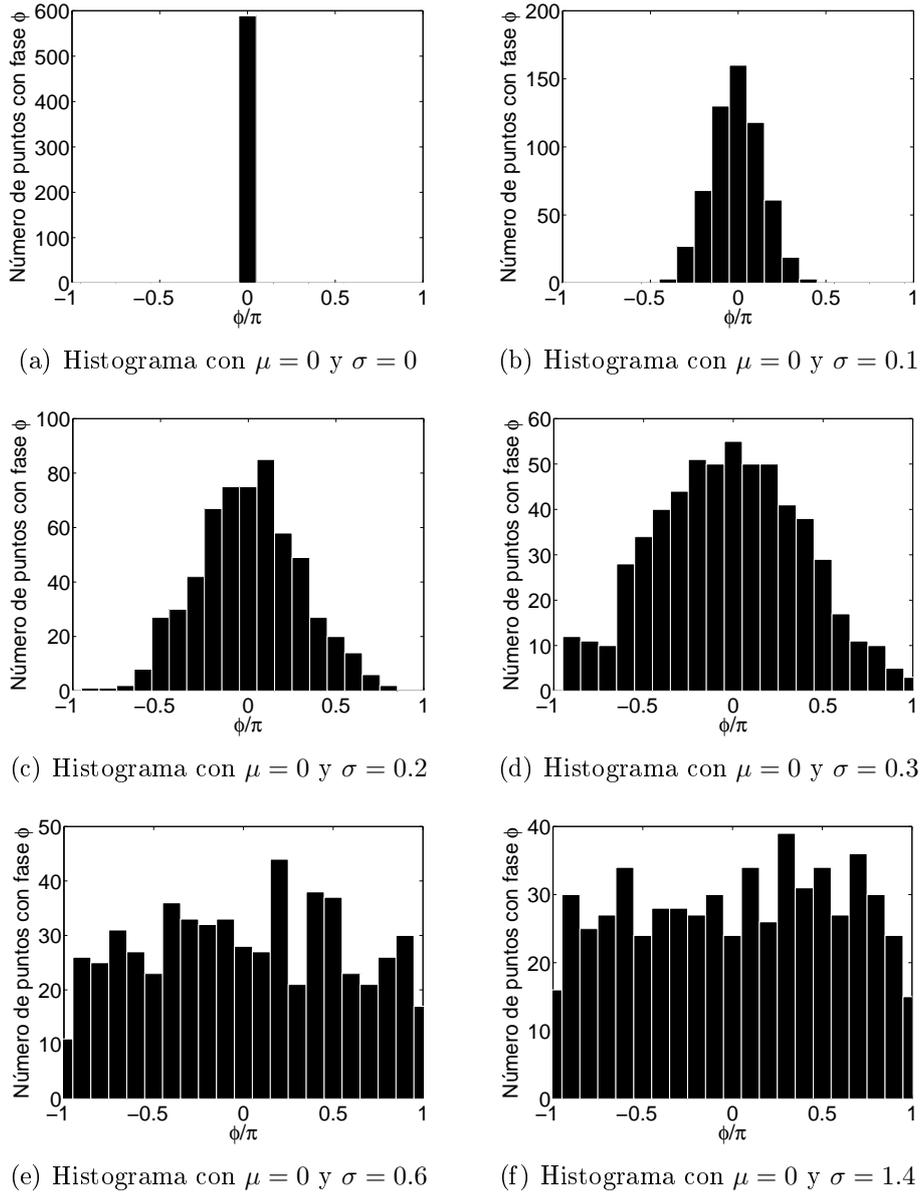


Figura 2-3: Distribuciones de fase.

2.2. Parámetros de estudio y métodos de análisis.

El comportamiento de la difracción está gobernado por los distintos parámetros que caracterizan la simulación, es decir, las condiciones iniciales con que es generado el haz incidente, las características de la abertura por la que habrá de pasar el haz, así como la distancia de propagación a la que observamos el patrón de difracción.

Como ya mencionamos previamente el haz incidente se caracteriza por tener una fase aleatoria para cada punto en el espacio, además posee una intensidad inicial E_0 unitaria e incide normalmente sobre la abertura. La fase aleatoria está totalmente definida por una

distribución normal o Gaussiana, donde el parámetro a variar será la desviación estándar (σ). Por otro lado es posible definir el tamaño de los dominios en los que se le permitirá a la fase tener el mismo valor; a este parámetro se le llamará tamaño de grano (ρ) y representa el tamaño de las rugosidades en la superficie a través de la cual pasa la luz.

Como el análisis llevado a cabo se limita al caso unidimensional, la abertura de ancho A se caracteriza por el producto del campo incidente por la función $R_A(x)$:

$$R_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } |x| < A/2 \\ 0 & \text{si } |x| > A/2, \end{cases} \quad (2-3)$$

De modo que la condición inicial estará dada por:

$$U_0(x) = R_A(x) \times e^{-i\phi(x)} \quad (2-4)$$

donde $\phi(x)$ es el valor de la fase en el punto x y cuyo comportamiento sigue la distribución normal con media $\mu = 0$ y un valor dado de la desviación estándar σ .

Una vez generadas estas condiciones iniciales se propaga el haz utilizando la integral de difracción de Fresnel unidimensional (ec. 1-13) que puede verse como una convolución:

$$U(x, z) = U_0 * h = \int_{-\infty}^{\infty} U_0(\eta)h(x - \eta)d\eta, \quad (2-5)$$

siendo la función $h(x) = \frac{e^{ikz}}{iz\lambda} \exp \left[i \frac{k}{2z} x^2 \right]$ el kernel de la convolución, también conocido como propagador.

El hecho de realizar la integral que corresponde a la convolución puede ser evitado si se trabaja en el espacio de Fourier. Dada la transformada de Fourier de una función:

$$\mathcal{F}\{g\}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(x)e^{-i(xu)}dx$$

La transformada de Fourier de una convolución entre dos funciones es igual al producto de las transformadas de Fourier individuales de las dos funciones $U(x)$ y $h(x)$, es decir [14]:

$$\mathcal{F}\{U_0 * h\} = \mathcal{F}\{U_0\} \times \mathcal{F}\{h\}$$

2.2. Parámetros de estudio y métodos de análisis.

Por lo que la convolución de estas dos funciones se puede obtener, de manera mas sencilla, si multiplicamos sus transformadas individuales y posteriormente aplicamos la transformada inversa.

Cabe destacar que Matlab tiene implementada la transformada rápida de Fourier (FFT) para la cual es recomendable que el número de puntos en la simulación sea una potencia de 2.

El programa de propagación para un haz que se difracta por una abertura unidimensionales en una distancia de propagación z_{final} se esquematiza en el diagrama de flujo de la figura 2-4.

Como ya mencionamos éste trabajo explora las zonas de campo cercano y lejano. Vamos a caracterizar el carácter de campo cercano o lejano por medio del número de Fresnel $N_F = \frac{1}{\lambda} \frac{A^2}{z}$. Si $N_F \geq 1$ se dice que estamos en campo cercano, si $N_F \ll 1$ se trata de campo lejano.

En la siguiente lista se resumen los parámetros que entrarán en juego en las simulaciones.

$\rho \rightarrow$ tamaño de grano

$\sigma \rightarrow$ desviación estándar

$A \rightarrow$ tamaño de abertura

$z \rightarrow$ distancia de propagación

Considerando todos los parámetros anteriores y habiendo explicado el proceso mediante el cual trabaja el programa de propagación es que se tienen todos los elementos necesarios para generar los patrones de difracción de haces con speckle después de pasar por una abertura. En la siguiente sección se abordará la manera en que estos patrones de difracción fueron estudiados con el fin de extraer de ellos la mayor información posible.

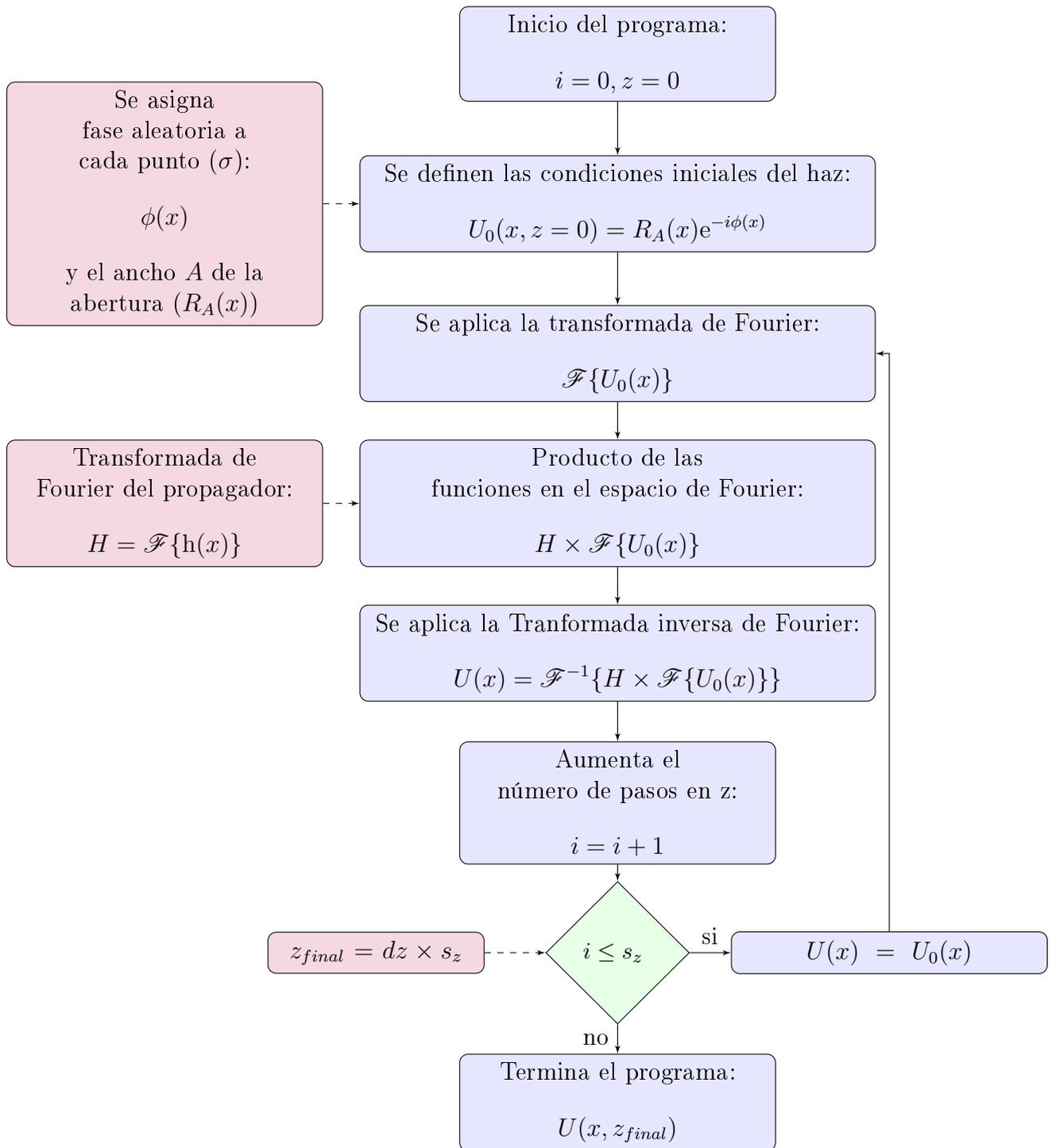


Figura 2-4: Diagrama de flujo para el programa de propagación.

2.2.1. La correlación como medida de la similitud

Una vez generados los patrones de difracción con speckle es necesario tener una manera de estudiar su comportamiento. Como referencia se utiliza el patrón de difracción de un haz sin speckle y se realizan comparaciones entre éste y el patrón de difracción con speckle

que queramos estudiar.

Cómo primer parámetro para conocer la similitud de un patrón de difracción con speckle con otro que no tiene, se utiliza la correlación cruzada. La correlación cruzada $xcorr(u, v)$ de dos vectores columna u y v (complejos), con N entradas cada uno, está dada por [25]:

$$xcorr_{uv}(m) = \sum_{n=0}^{N-m-1} u_{n+m}v_n^* \quad m \geq 0 \quad (2-6)$$

$$xcorr_{uv}(m) = xcorr_{uv}^*(-m) \quad m < 0.$$

El proceso mediante el que se calcula la correlación cruzada se ilustra en la figura 2-5. Las funciones se multiplicación y se obtiene su producto como función del desplazamiento que ha habido entre ellas.

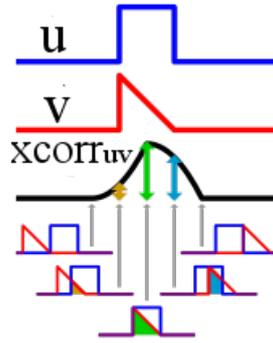


Figura 2-5: Correlación cruzada para dos señales u y v [26].

Esto nos devolverá un vector de $2N - 1$ entradas. En la práctica se calculan dos correlaciones cruzadas, la correlación cruzada entre la norma del campo eléctrico sin speckle y con speckle;

$$EvsE_S = xcorr(|E|, |E_S|), \quad (2-7)$$

y la correlación cruzada entre la norma del campo eléctrico sin speckle consigo misma (autocorrelación);

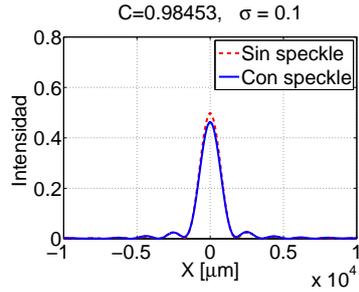
$$EvsE = xcorr(|E|, |E|). \quad (2-8)$$

Tanto $EvsE$ como $EvsE_S$ tienen $2P - 1$ entradas, donde P es el número de entradas que tienen E y E_S . Ahora bien, el índice de $EvsE_S$ y $EvsE$ se puede escoger de tal manera que estemos variando el desfase entre una función y la otra al realizar el producto

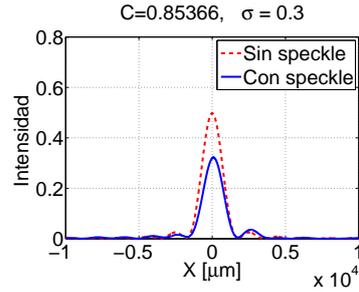
que conlleva la convolución, de modo que al escoger la componente P (la componente de en medio) tendremos retraso cero. Al tener ya sólo un componente escalar y no un vector tenemos permitido realizar el cociente dado por:

$$C = \frac{EvsE_S(P)}{EvsE(P)}, \quad (2-9)$$

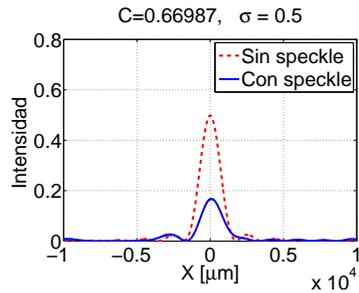
al que llamaré en el resto del trabajo como correlación.



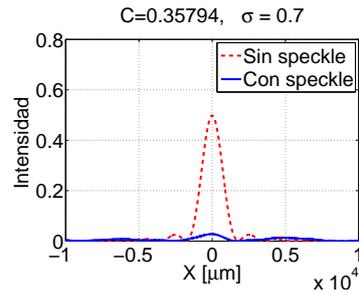
(a) Comparación entre los patrones de difracción con y sin speckle, para $\sigma = 0.1$.



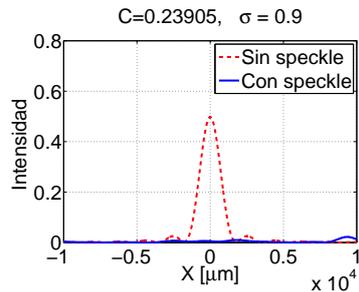
(b) Comparación entre los patrones de difracción con y sin speckle, para $\sigma = 0.3$.



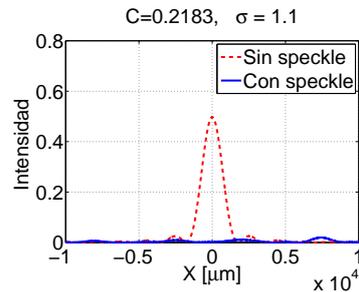
(c) Comparación entre los patrones de difracción con y sin speckle, para $\sigma = 0.5$.



(d) Comparación entre los patrones de difracción con y sin speckle, para $\sigma = 0.7$.



(e) Comparación entre los patrones de difracción con y sin speckle, para $\sigma = 0.9$.



(f) Comparación entre los patrones de difracción con y sin speckle, para $\sigma = 1.1$.

Figura 2-6: Ejemplos de intensidad de patrones de difracción con los valores de C asociados a cada caso, se encuentra que para los valores mayores de σ disminuye la correlación.

En las figuras 2.6(a) - 2.6(f) se presentan algunos ejemplos de patrones de difracción

obtenidos con $A = 900\mu m$ y $z = 3m$ (campo lejano), se muestra los casos sin speckle así como con speckle (en cuyo caso $\rho = 6.1035\mu m$). Los valores de σ van aumentando con el fin de ir teniendo una perspectiva de cómo afecta éste parámetro a la correlación.

2.2.2. El análisis de la dispersión de energía

Como otro enfoque para comprender el comportamiento de la difracción se hace un análisis basado en la distribución de la energía en los distintos patrones de difracción que se pretenden estudiar. La densidad de energía de una onda electromagnética está dada por [15]:

$$u = \epsilon_0 |E|^2, \quad (2-10)$$

de modo que la intensidad está dada por:

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} c \epsilon_0 |E|^2 \quad (2-11)$$

Cuando hablamos de difracción se está implicando una redistribución de la intensidad en un área determinada, sin embargo debido a que la energía se debe conservar es necesario que al integrar la densidad de energía a lo largo y ancho del patrón de difracción ésta sea la misma en sucesivos planos de propagación. Al realizar una integral sobre sólo una parte del patrón de difracción es posible inferir información de cómo está redistribuida la intensidad, es decir, si integramos en un área finita del patrón de difracción se pueden encontrar diferencias entre los valores de la integración dependiendo del tipo de distribución de speckle y del área de integración.

En la práctica cada uno de los experimentos numéricos es realizado como los correspondientes a la correlación, pero al final (en lugar de calcular la correlación) es multiplicado por una función cuadrada o “top hat” de ancho $2 \cdot L_{int}$ y centrada con respecto a la ventana de observación; la intensidad del patrón obtenido es integrado solamente en esta área. La integral se realiza transversalmente y obtenemos la potencia contenida entre $-L_{int}$ y L_{int} :

$$P_c = \int_{-L_{int}}^{L_{int}} I dx,$$

posteriormente se divide entre la potencia del patrón completo:

$$P_{total} = \int_{-x_0}^{x_0} I dx,$$

donde $2x_0$ es el tamaño de la ventana de observación. Finalmente se gráfica $\frac{P_c}{P_{total}}$ como función de L_{int} .

A continuación se ilustra el proceso mediante el cual se realiza el análisis de la energía. En la figura 2.7(a) se muestra la intensidad del campo después de haber realizado la propagación, posteriormente en la figura 2.7(b) se muestra la función escalón con $2L_{int} = 1000\mu m$. Al final en la figura 2.7(c) se muestra el resultado del producto $F * I$, calculando la norma de la resultante se estará obteniendo la integral de la intensidad en el intervalo $[-L_{int}, L_{int}]$ y un indicador de la cantidad de energía contenida en dicha región.

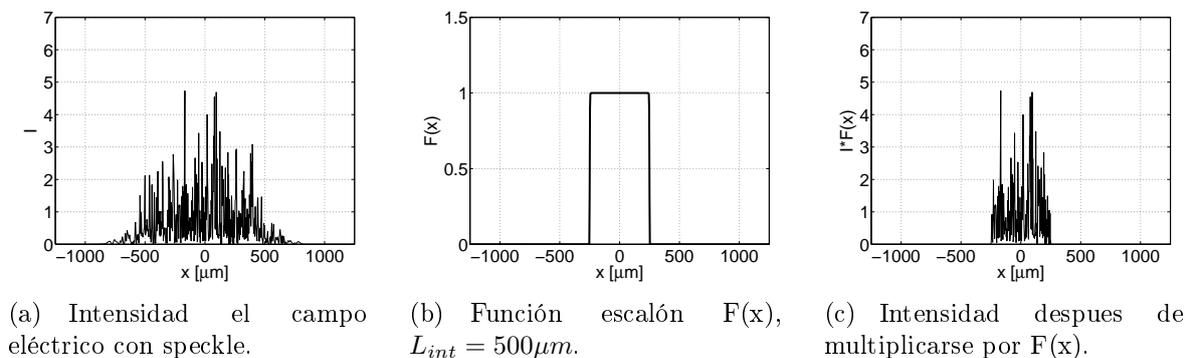


Figura 2-7: Una vez que la intensidad del patrón de difracción se multiplica por la función escalón, se obtiene la intensidad sólo dentro del intervalo $[-L_{int}, L_{int}]$, finalmente se calcula la norma y se obtiene la potencia en dicha zona.

Al realizar el análisis de correlación y de energía se está buscando poder saber como se comporta un patrón de difracción con valores específicos de A , z , σ y ρ , sin embargo al realizar la simulación de un patrón de difracción en particular éste será sólo un ejemplo y contendrá ruido debido a la misma aleatoriedad del speckle. Es por eso que para realizar el análisis es necesario calcular promedios de correlación y potencia contenida sobre ensambles de 100 experimentos.

2.3. Análisis Bidimensional, consideraciones generales

Como un complemento del análisis unidimensional que se realiza para campo lejano y cercano al final de cada capítulo se incluirá una serie de imágenes que corresponden a

una simulación en dos dimensiones. Los parámetros con los que se trabajó en éste caso no son los mismos que en una dimensión.

Al incluir una dimensión extra el número de puntos en la simulación naturalmente aumenta si se desea conservar el mismo nivel de detalle, sin embargo al hacer esto los tiempos de cómputo aumentan. De modo que el análisis no pudo ser llevado a cabo con el mismo detalle que en el caso unidimensional, principalmente debido a que éste implica realizar promedios sobre ensambles de al menos 100 experimentos.

Capítulo 3

Difracción en campo cercano con speckle: análisis unidimensional

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos de la difracción de un haz con speckle a través de una abertura unidimensional de ancho A en la región conocida como campo cercano ($N_F = \frac{1}{\lambda} \frac{A^2}{z} \geq 1$).

Como ya se mencionó en el capítulo previo, el estudio de la difracción de un haz con speckle a través de una abertura se estudia por medio de dos métodos; primero por medio de su correlación con un haz sin speckle y posteriormente analizando la forma en que se distribuye su energía integrando sobre distintas zonas del patrón de difracción.

3.1. Estudio de correlación

El análisis del comportamiento de la correlación se decidió separar en dos secciones. Por un lado, la simulación está regida por la desviación estándar de la distribución normal de las fases. Por el otro, el número de Fresnel juega un papel importante dentro de los fenómenos difractivos, por lo que no sólo se incluye como otro parámetro a variar en las simulaciones sino que junto con la desviación estándar nos servirá para separar las distintas secciones que componen este capítulo.

En la primera sección se varía discretamente la desviación estándar en un amplio rango de valores, mientras que en la segunda sección se escogen valores representativos $\sigma = 0.3$ (poca dispersión) y $\sigma = 1.4$ (alta dispersión) de modo que se permite al número de Fresnel variar en pasos discretos (ya sea variando A , z o ambos). Es de recalcar que

conforme σ aumenta se tiende al límite en que la distribución normal se asemeja a la uniforme.

Como una guía de las gráficas que se irán presentando, el título de cada subsección corresponde a los parámetros que se variaron.

3.1.1. Desviación estándar

Desviación estándar y tamaño de abertura

Se estudió el comportamiento de la correlación entre un patrón de difracción con speckle respecto del patrón sin speckle, al variar A y σ . Recordemos que éste último parámetro es el que modifica la dispersión de los valores entre los que se escoge la fase aleatoria del speckle.

En este caso la distancia de propagación es fija, pero, el tamaño de la abertura varía, lo cual a su vez conlleva una variación en el número de Fresnel; los valores N_{Fi} y N_{Fs} corresponden a los números de Fresnel menor y mayor que se incluyen en la gráfica, respectivamente.

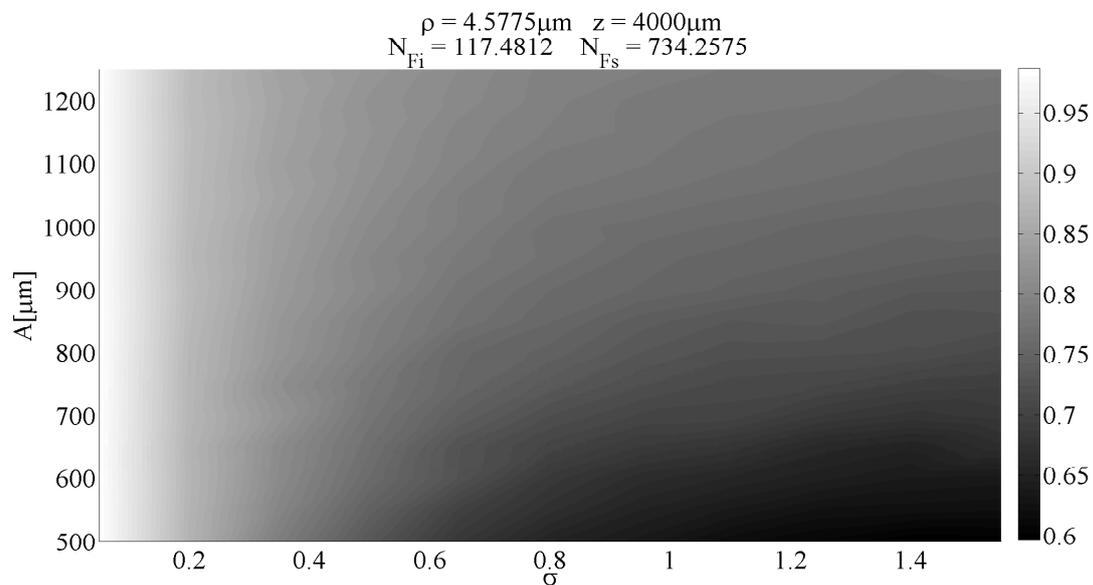


Figura 3-1: Correlación como función de la desviación estándar y el tamaño de abertura.

En las figuras 3-1 y 3-2 se observa que la correlación disminuye al aumentar la desviación estándar. Esto nos habla de que en aquellos patrones donde los valores de la fase se aglutinan alrededor de un valor central, aún se preservan algunas de las características de un patrón de difracción sin speckle, al que de ahora en adelante nos referiremos como

el haz coherente [27].

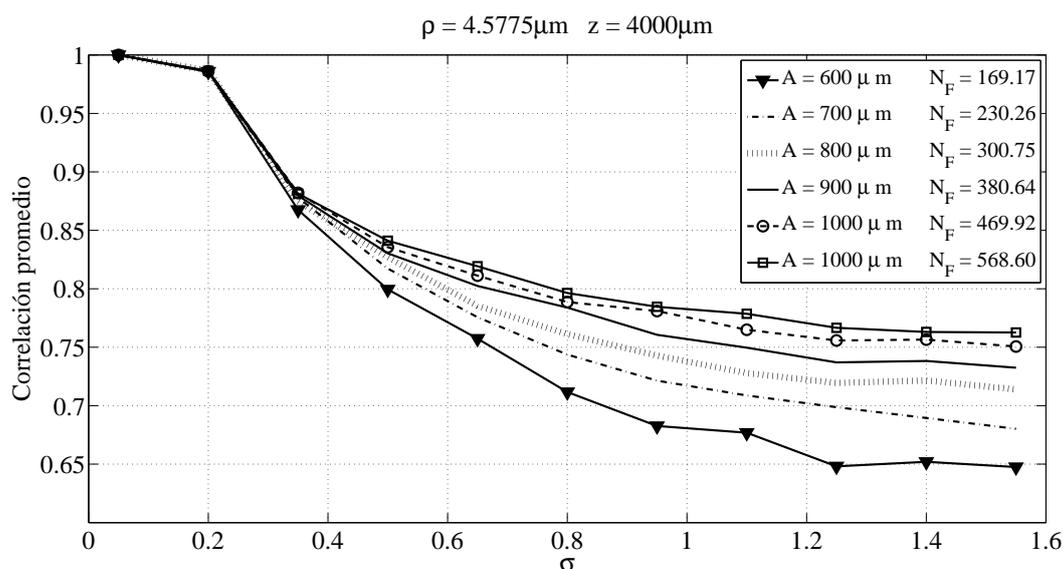


Figura 3-2: Correlación como función de la desviación estándar para distintos tamaños de abertura; se trata de cortes a $A = \text{constante}$ de la gráfica anterior.

De los cortes que se realizaron a $A = \text{constante}$, figura 3-2, se advierte que al aumentar el tamaño de abertura también aumenta la correlación. Podemos interpretar este resultado como si fuera más fácil conservar las propiedades del haz coherente al tener una abertura cuyas dimensiones sean grandes respecto a las rugosidades introducidas por el speckle, es decir que A sea mucho mayor que ρ .

Desviación estándar y tamaño de grano

Como ya fue señalado la desviación estándar modifica el tipo de distribución para las fases aleatorias con las que se está simulando el speckle, mientras que el tamaño de grano determina la extensión de los dominios en que se generan las fases aleatorias.

En las figuras 3-3 y 3-4 nuevamente se observa la fuerte dependencia de la correlación a la desviación estándar, mostrando mayor correlación cuando la desviación estándar es menor, éste es un comportamiento general.

De los cortes a $\rho = \text{constante}$ se advierte que conforme dicho parámetro aumenta la correlación también aumenta. Pensando en la transmisión de un campo óptico coherente a través de una superficie rugosa como el proceso que estamos simulando, podemos explicar este comportamiento observando que el tamaño de grano corresponde al tamaño de los dominios de las irregularidades en el objeto, cuando estos son muy grandes podemos

3.1. Estudio de correlación

pensarlo como una superficie en realidad no tan rugosa.

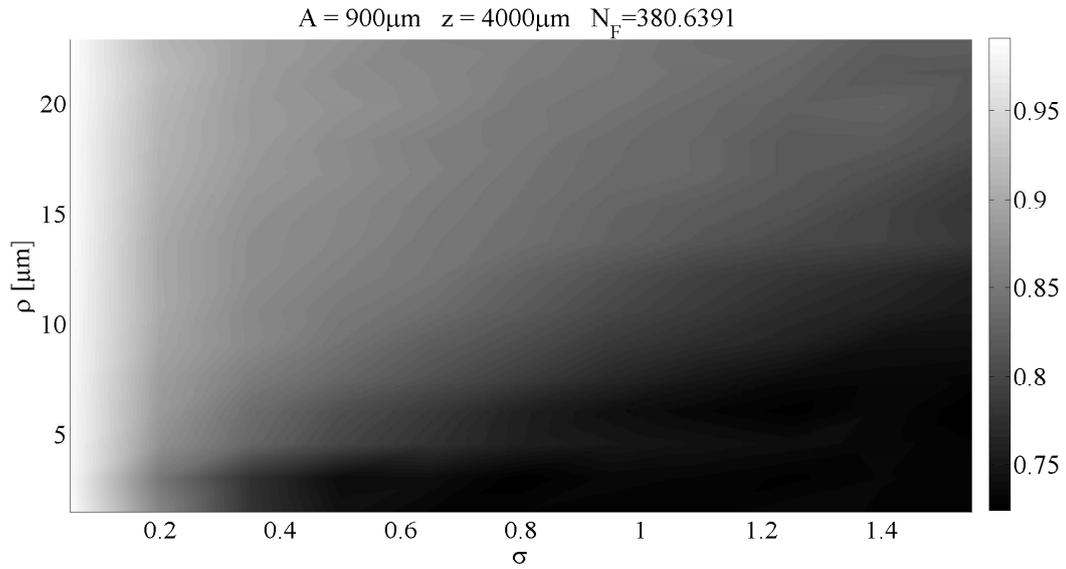


Figura 3-3: Correlación como función de la desviación estándar y el tamaño de grano.

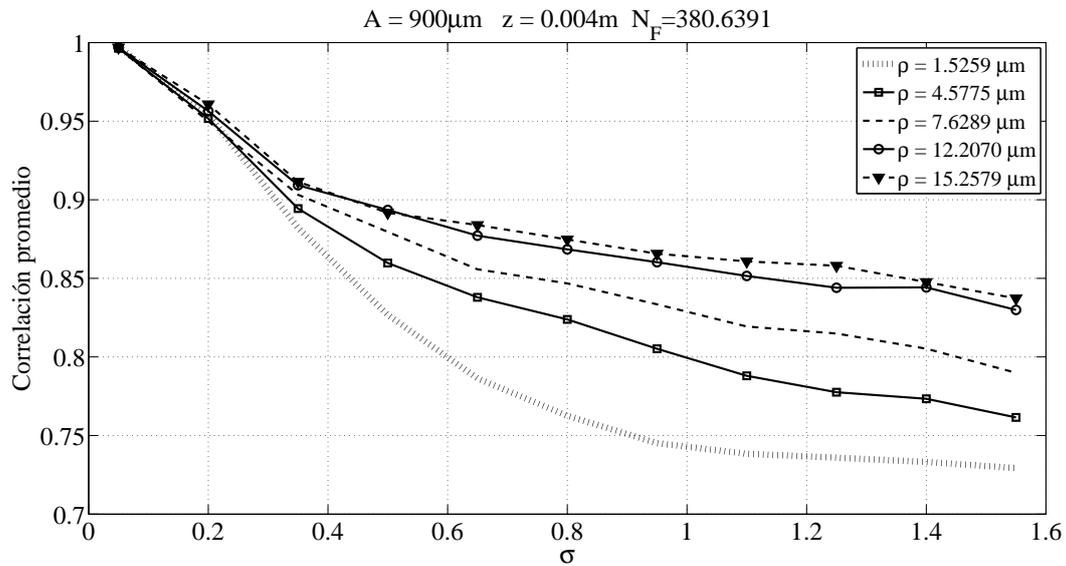


Figura 3-4: Correlación como función de la desviación estándar para distintos tamaños de grano; se trata de cortes a $\rho = \text{constante}$ de la gráfica anterior

Antes de continuar cabe destacar que en la figura 3-3, en la zona inferior izquierda correspondiente a $\sigma \in (0, 0.5)$, se puede observar la existencia de un mínimo local, caracterizado por una línea con coloración mas oscura, para un tamaño de grano de aproximadamente $3\mu\text{m} \approx 6\lambda$, más adelante volveremos a reportar dicho comportamiento.

Desviación estándar y distancia de propagación

En esta sección se variaron la distancia de propagación y la desviación estándar. En términos del número de Fresnel ($N_F = \frac{1}{\lambda} \frac{A^2}{z}$), es equivalente aumentar la distancia de propagación a disminuir el tamaño de la abertura para una longitud de onda constante, en ese sentido se busca saber si en campos con speckle se conserva esta relación en el comportamiento de la correlación al variar un parámetro o el otro.

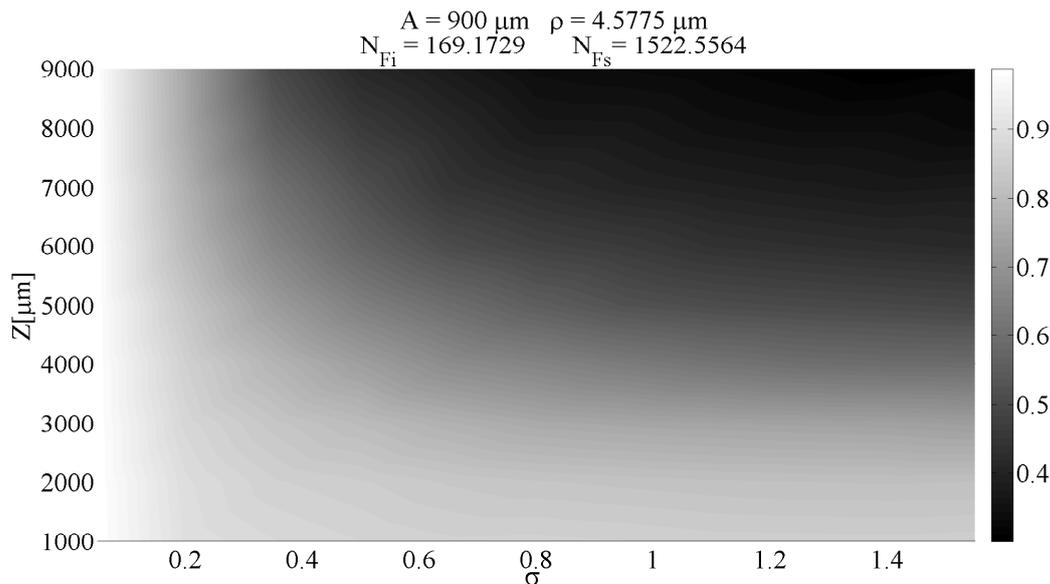


Figura 3-5: Correlación como función de la desviación estándar y la distancia de propagación.

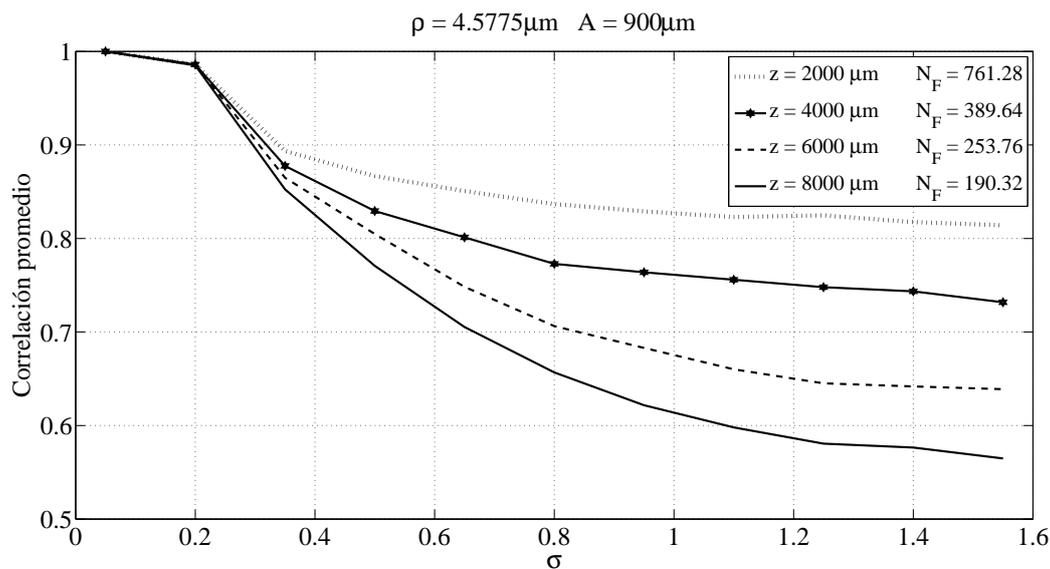


Figura 3-6: Correlación como función de la desviación estándar para distintas distancias de propagación; se trata de cortes a $z = \text{constante}$.

Efectivamente, de la figura 3-5 se observa que al aumentar la distancia de propagación la correlación disminuye, este comportamiento es mas evidente en la figura 3-6 donde para una z dada los valores en la correlación son menores y siempre están por debajo de aquellas con un valor de z mayor, esto muestra que al propagarse el haz va perdiendo su similitud con el haz coherente.

Al comparar las gráficas 3-1 con 3-5 podemos observar una reflexión horizontal al intercambiar el parámetro que se varía (además de σ), siendo en 3-1 A y en 3-5 z , es decir, que se obtienen las mismas condiciones al aumentar el tamaño de la abertura que al disminuir la distancia de propagación; éste fenómeno también se observa en los cortes a $A = \text{constante}$ figura 3-2 y $z = \text{constante}$ 3-6. Más adelante usaremos este hecho y algunas gráficas para comprender mejor la relación que tienen A y z con las líneas de correlación constante.

3.1.2. Número de Fresnel

Ahora se estudia la correlación poniendo especial atención en el papel que juegan z y A , tomaremos como referencia para variar dichos parámetros el número de Fresnel $N_F = \frac{1}{\lambda} \frac{A^2}{z}$.

En las gráficas que siguen la desviación estándar se fijó en valores representativos de los dos casos que queremos estudiar $\sigma = 0.3$, (poca dispersión) y $\sigma = 1.4$ (alta dispersión, prácticamente distribución uniforme), primero se presentarán las gráficas de $\sigma = 0.3$ y posteriormente las de $\sigma = 1.4$.

Tamaño de grano y tamaño de abertura

En esta parte del análisis se variaron el tamaño de grano y el tamaño de la abertura; sin embargo, existe un compromiso entre estas dos variables. El tamaño de grano corresponde a los dominios de una superficie rugosa, por otro lado el tamaño de la abertura es el área efectiva de dicha superficie, por lo tanto buscamos que en cada una de las condiciones iniciales el tamaño de abertura sea relativamente grande comparado con el tamaño de grano, de otro modo no se estaría simulando correctamente una superficie rugosa.

De las gráficas 3-7 y 3-8 se puede advertir un mínimo global de la correlación, en un tamaño de grano de aproximadamente $3\mu m \approx 6\lambda$ (mucho más pronunciado para tamaños de abertura pequeños) a partir de este punto la correlación aumenta con el tamaño de

grano. Esto último puede interpretarse considerando que al aumentar el tamaño de grano se suavizan las imperfecciones de la superficie, lo que permitiría al haz conservar más propiedades del haz coherente.

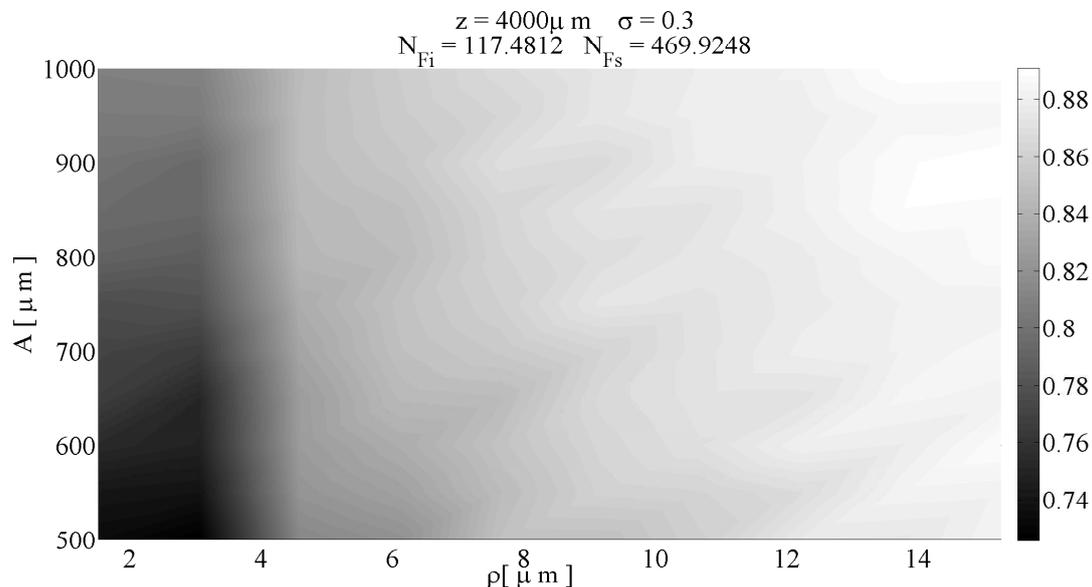


Figura 3-7: Correlación como función del tamaño de abertura y el tamaño de grano para $\sigma = 0.3$.

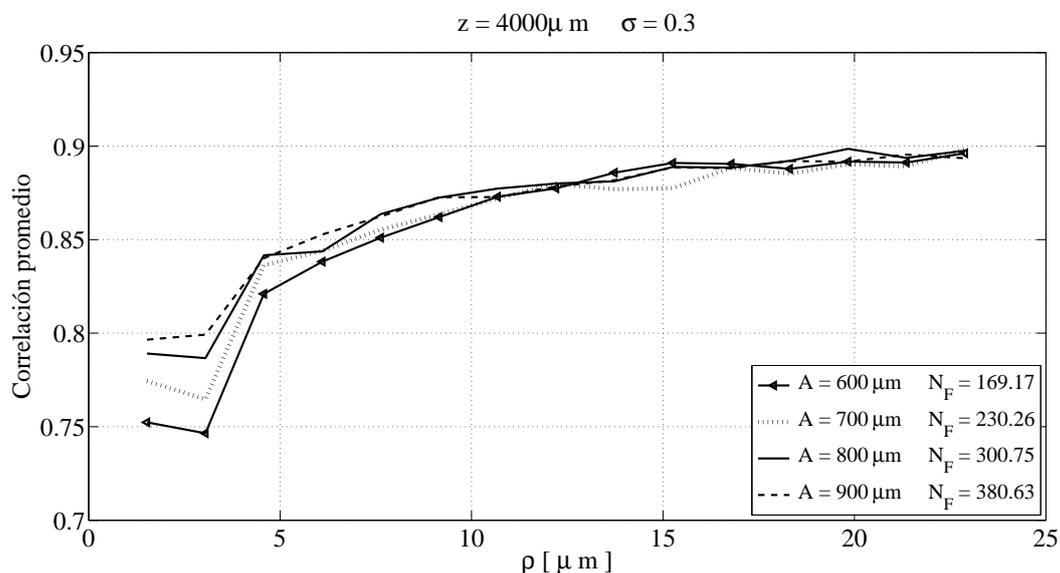


Figura 3-8: Correlación como función del tamaño de grano para distintos tamaños de abertura A , con $\sigma = 0.3$.

El mínimo es visto como una condición específica en el tamaño de grano para la que la correlación alcanza el menor valor posible. ¿Hasta que punto esto puede deberse a una condición propia de la difracción o bien a un efecto generado por los dominios finitos de

3.1. Estudio de correlación

la simulación? ¿Qué relación guarda el tamaño de grano en que aparece este mínimo con las demás magnitudes que entran en juego en el programa como A , z , la longitud de onda y/o el tamaño de la ventana de observación?. En este sentido es de recalcar que de la figura 3-7 observamos que el mínimo aparece en $\rho = 3\mu\text{m} \approx 6\lambda$ independientemente del tamaño de la abertura.

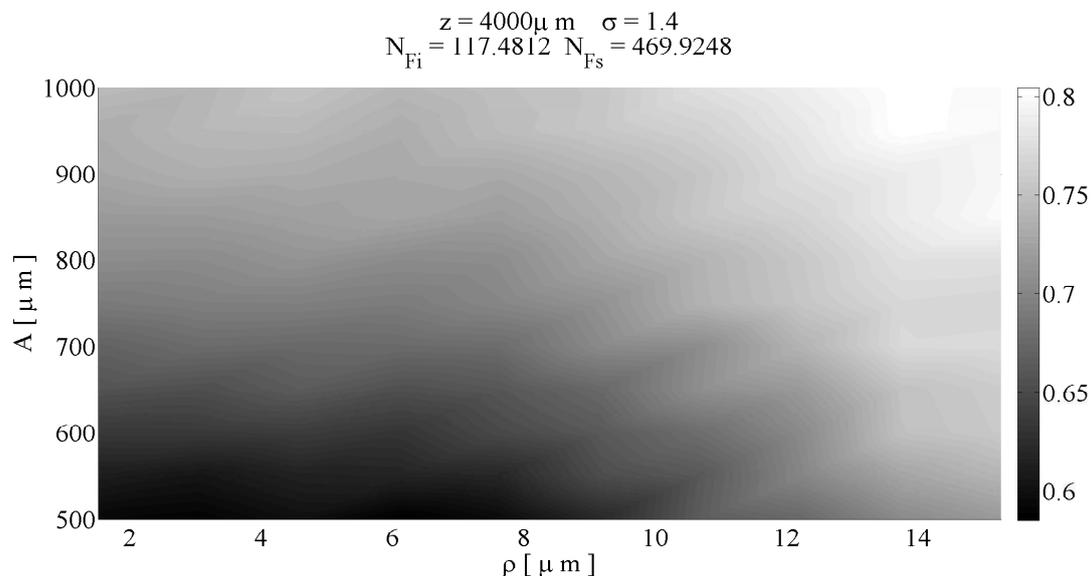


Figura 3-9: Correlación como función del tamaño de abertura y el tamaño de grano para $\sigma = 1.4$.

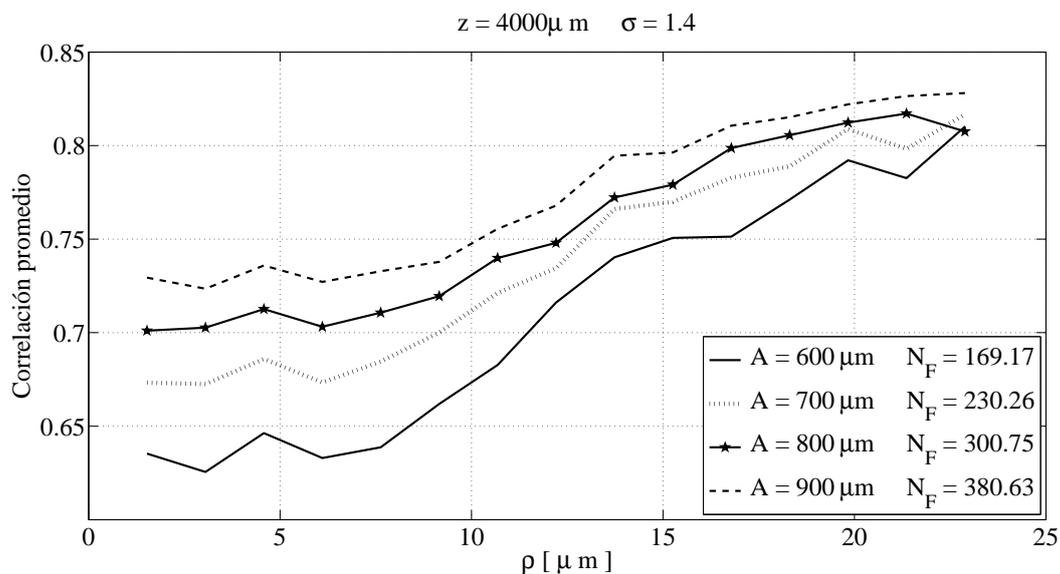


Figura 3-10: Correlación como función del tamaño de grano para distintos tamaños de abertura A , con $\sigma = 1.4$.

En las figuras 3-9 y 3-10, correspondientes a $\sigma = 1.4$, los valores de la correlación

que cubre la gráfica en escala de grises son ligeramente menores que la correspondiente a $\sigma = 0.3$. Sin embargo, la diferencia no es muy notoria, quizá por tratarse de campo cercano, en cuyo caso el patrón de difracción aún se parece mucho a la sombra de la abertura para ambas distribuciones.

El mínimo local que se observó para $\sigma = 0.3$ (figuras 3-7 y 3-8) no aparece en ninguna de las dos gráficas de $\sigma = 1.4$ (figuras 3-9 y 3-10).

Tamaño de grano y distancia de propagación

En lugar de variar el tamaño de la abertura ahora se varía la distancia de propagación. Como ya mencionamos en la sección anterior, hay cierta relación entre estos dos parámetros la cual suponemos podría radicar en la importancia del número de Fresnel en los fenómenos difractivos, de modo que esperamos observar un comportamiento inverso de la correlación al variar A y z .

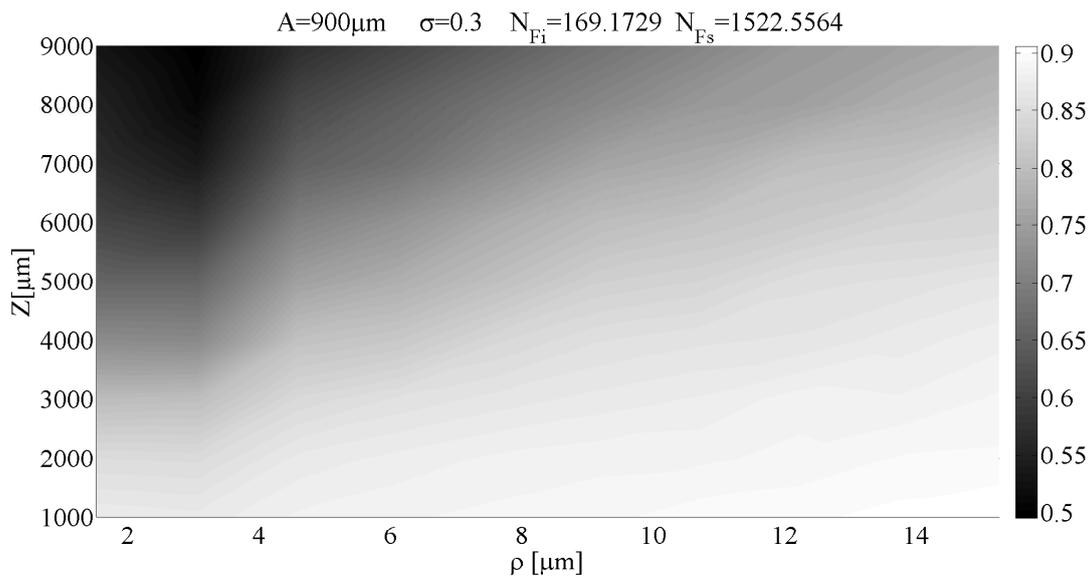


Figura 3-11: Correlación como función del tamaño de grano y la distancia de propagación para $\sigma = 0.3$.

En las figuras 3-11 y 3-12 se advierte nuevamente un mínimo en un tamaño de grano de aproximadamente $3\mu\text{m} \approx 6\lambda$. Como planteamos previamente, queremos encontrar la relación entre el tamaño de grano en que aparece este mínimo y el resto de las variables del programa. Al igual que en la sección anterior, observamos de la figura 3-12 que el mínimo se presenta en $\rho = 3\mu\text{m} \approx 6\lambda$ independientemente de la distancia de propagación. Comparando la gráfica 3-11 con la gráfica 3-7, es posible observar nuevamente una

3.1. Estudio de correlación

reflexión sobre el eje de la desviación estándar, es decir, es cualitativamente equivalente aumentar el tamaño de la abertura que el disminuir la distancia de propagación.

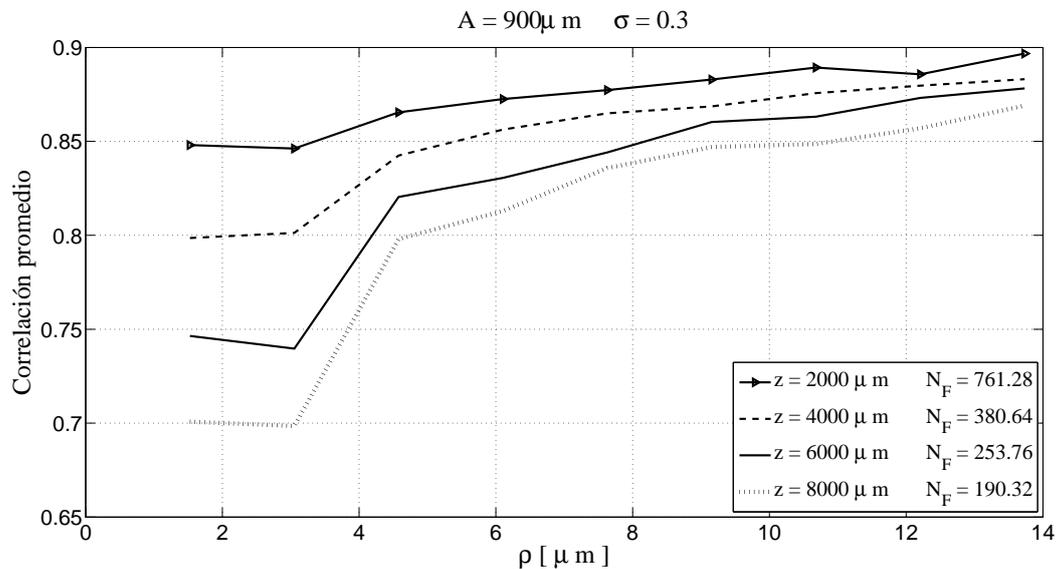


Figura 3-12: Correlación como función del tamaño de grano para distintas distancias de propagación; se trata cortes a $z = \text{constante}$ de la gráfica anterior, con $\sigma = 0.3$.

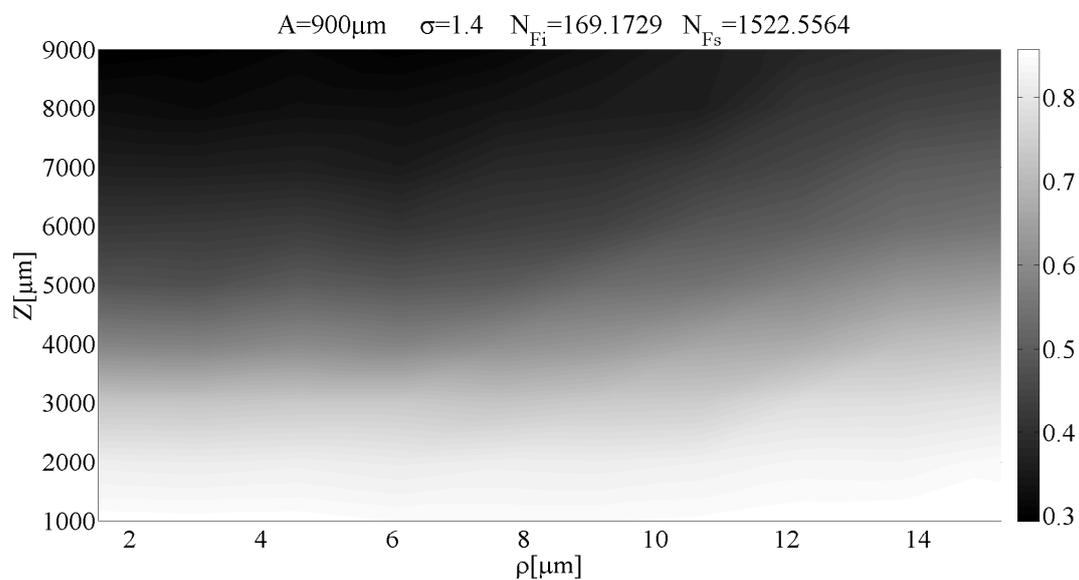


Figura 3-13: Correlación como función del tamaño de grano y la distancia de propagación para $\sigma = 1.4$.

Para ambos valores de la desviación estándar, la correlación disminuye al aumentar la distancia de propagación, sin embargo, para $\sigma = 0.3$ los valores que alcanza son ligeramente mayores que para $\sigma = 1.4$. Por otro lado, para $\sigma = 1.4$, se ve poca sensibilidad de la correlación al tamaño de grano.

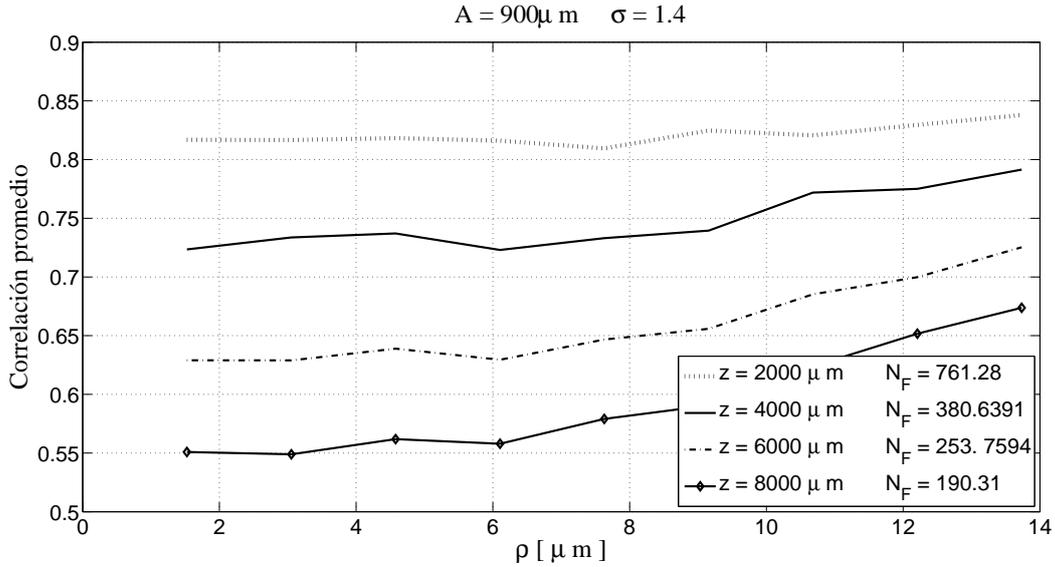


Figura 3-14: Correlación como función del tamaño de grano para distintas distancias de propagación; se trata de cortes a $z = \text{constante}$, con $\sigma = 1.4$.

Tamaño de abertura contra distancia de propagación

En esta sección finalmente incluimos sólo las variables z y A . Como ya mencionamos en secciones anteriores, existe una relación tal que en cuanto a los efectos en la correlación da lo mismo aumentar la distancia de propagación o disminuir el tamaño de abertura para $\sigma = 0.3$. Siguiendo la línea de pensamiento de estar trabajando sobre efectos difractivos, recurrimos al número de Fresnel y como hipótesis planteamos que las líneas con número de Fresnel constante, coincidirán con las de correlación constante. Es decir,

$$N_F = \frac{A^2}{z\lambda} = C_0, \quad C_0 \text{ constante}$$

$$\rightarrow z = \frac{A^2}{C}, \quad C = \lambda C_0, \quad (3-1)$$

de modo que las líneas de correlación constante deberían verse como parábolas cuyo eje de simetría sea el eje de la distancia de propagación en la figura 3-15.

Como se observa en la figura 3-15 las líneas de correlación constante no parecen seguir parábolas, incluso éstas parecieran seguir la tendencia de líneas rectas.

En la figura 3-16 se vuelve a mostrar las figura 3-15 pero esta vez se superpusieron algunas líneas punteadas que marcan la tendencia de la correlación constante.

Esto sugiere que en lugar del número de Fresnel las líneas de correlación constante

3.1. Estudio de correlación

deben seguir otro parámetro.

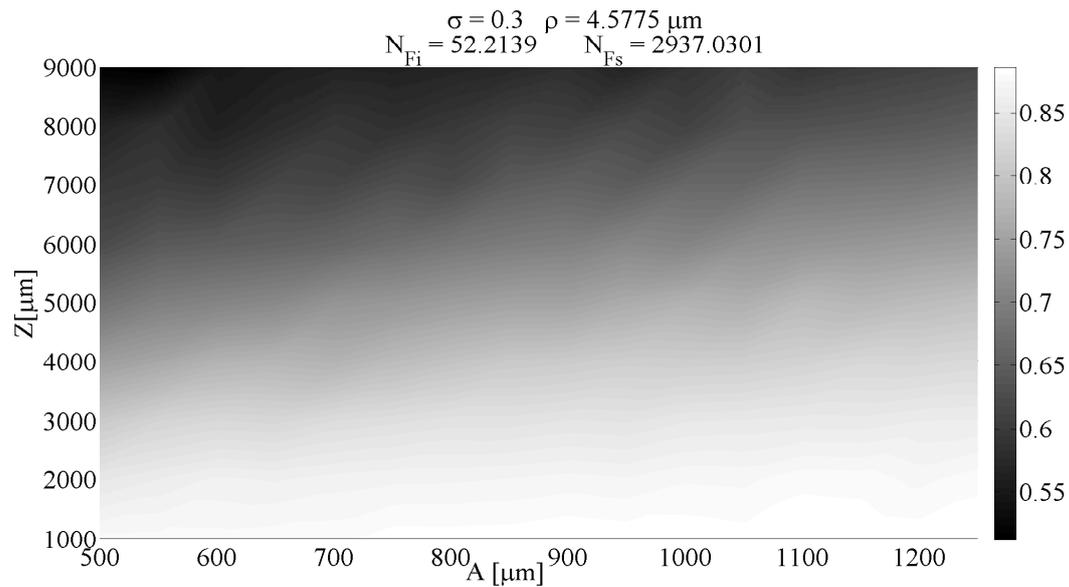


Figura 3-15: Correlación como función del tamaño de abertura y la distancia de propagación para $\sigma = 0.3$.

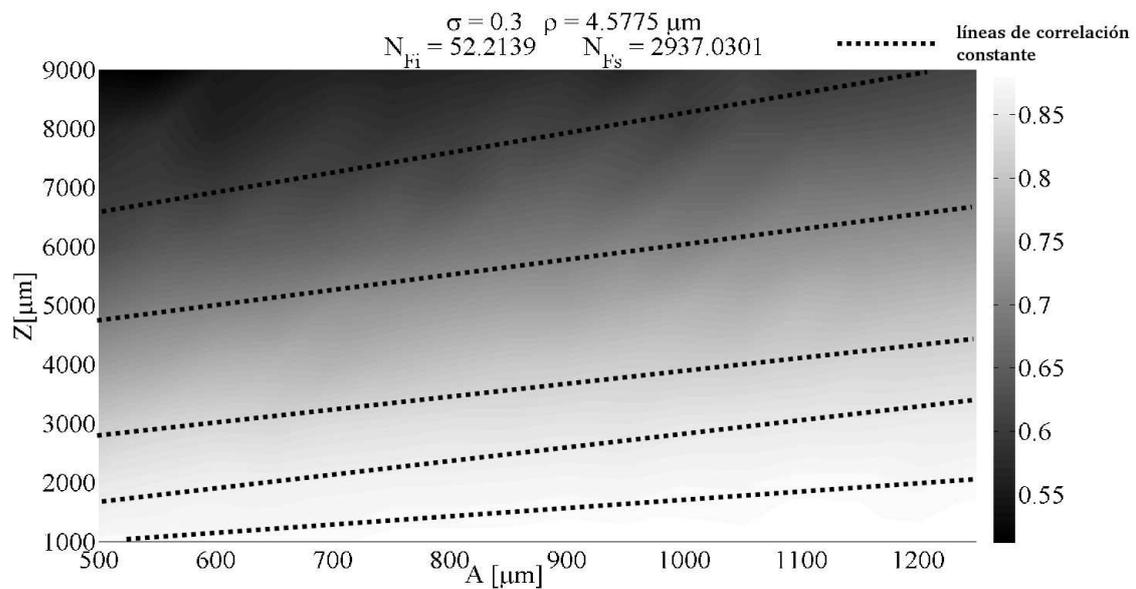


Figura 3-16: Correlación como función del tamaño de abertura y la distancia de propagación para $\sigma = 0.3$, con líneas punteadas se muestran algunos puntos con correlación constante.

Relación entre distancia de propagación y tamaño de la abertura

Ahora basándose en los resultados previamente mostrados acerca de la relación entre A y z , se realiza un análisis más minucioso. Se busca encontrar una proporcionalidad o relación entre alguna función de A y z y la correlación. Como ya se mostró, esta relación

no parece responder al número de Fresnel sino más bien a una cantidad adimensional dada por el cociente A/z o z/A .

Para verificar esto se realizaron cuatro gráficas, divididas en dos grupos; en las figuras 3-17 y 3-18 se muestra la correlación como función de la desviación estándar; y en las figuras 3-19 y 3-20 como función del tamaño de grano. En cada par de figuras se muestran primero conjuntos de gráficas con distintos valores de z y A pero escogidos de tal manera que su número de Fresnel coincida (figuras 3-17 y 3-19), posteriormente las figuras muestran pares de gráficas donde el cociente z/A coincide (figuras 3-18 y 3-20).

Claramente en las gráficas donde el parámetro z/A es el mismo, la correlación coincide punto a punto mucho más que aquellas donde el número de Fresnel es el que coincide. Lo cual finalmente viene a confirmar el hecho de que el valor de la correlación será parecido para simulaciones donde el parámetro z/A permanezca fijo a pesar de que se varíen A y z por separado.

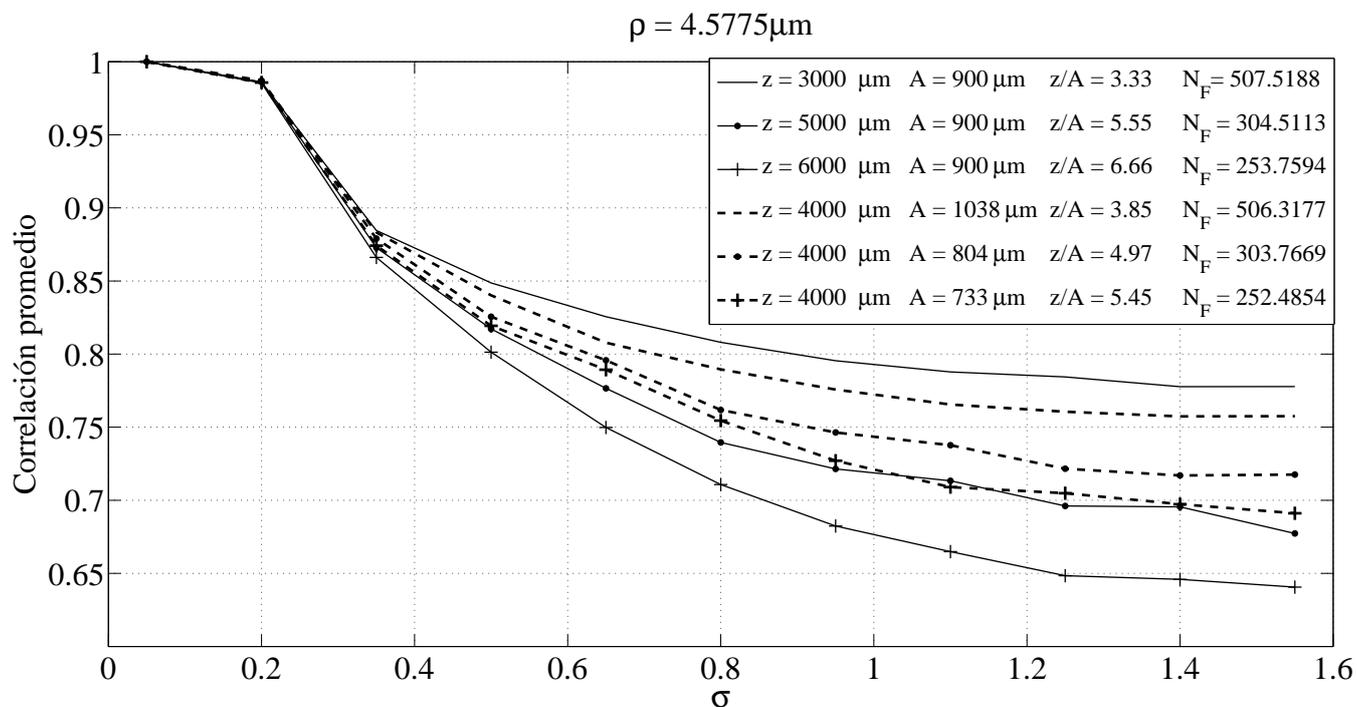


Figura 3-17: Coincidencias por pares de gráficas con respecto al número de Fresnel.

3.1. Estudio de correlación

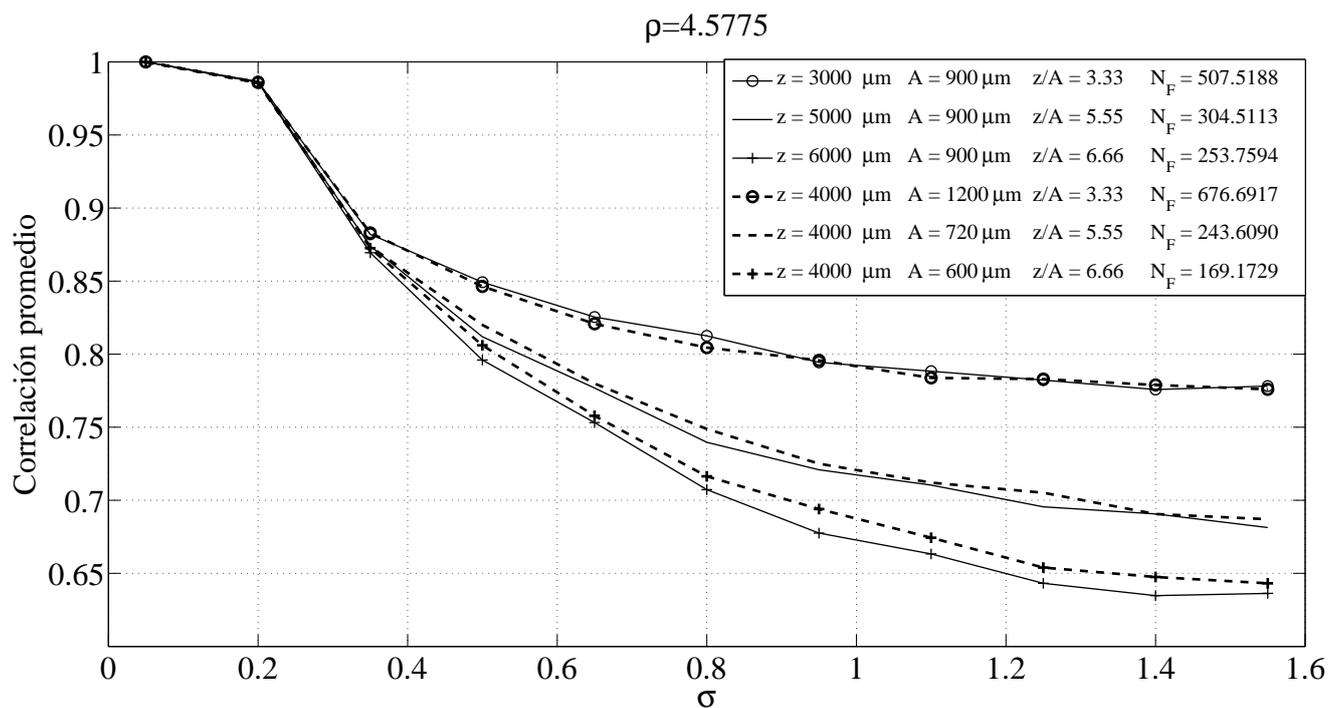


Figura 3-18: Coincidencias por pares de gráficas con respecto al parámetro z/A .

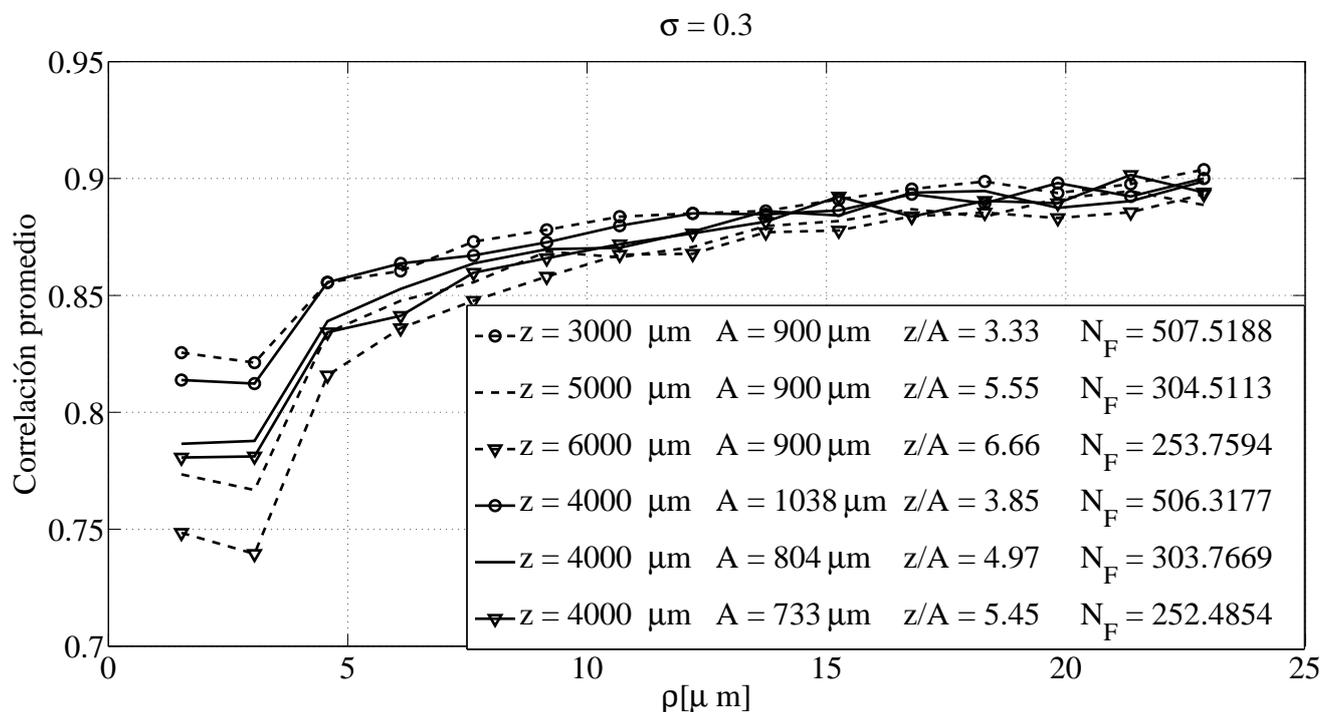


Figura 3-19: Coincidencias por pares de gráficas con respecto al número de Fresnel.

De este hecho podemos comentar que la difracción en campo cercano de un campo óptico con speckle no se apega a lo esperado por un fenómeno sin speckle y descrito por

la ecuación 1-25 donde podíamos describir el perfil transversal del patrón de difracción solo conociendo el número de Fresnel.

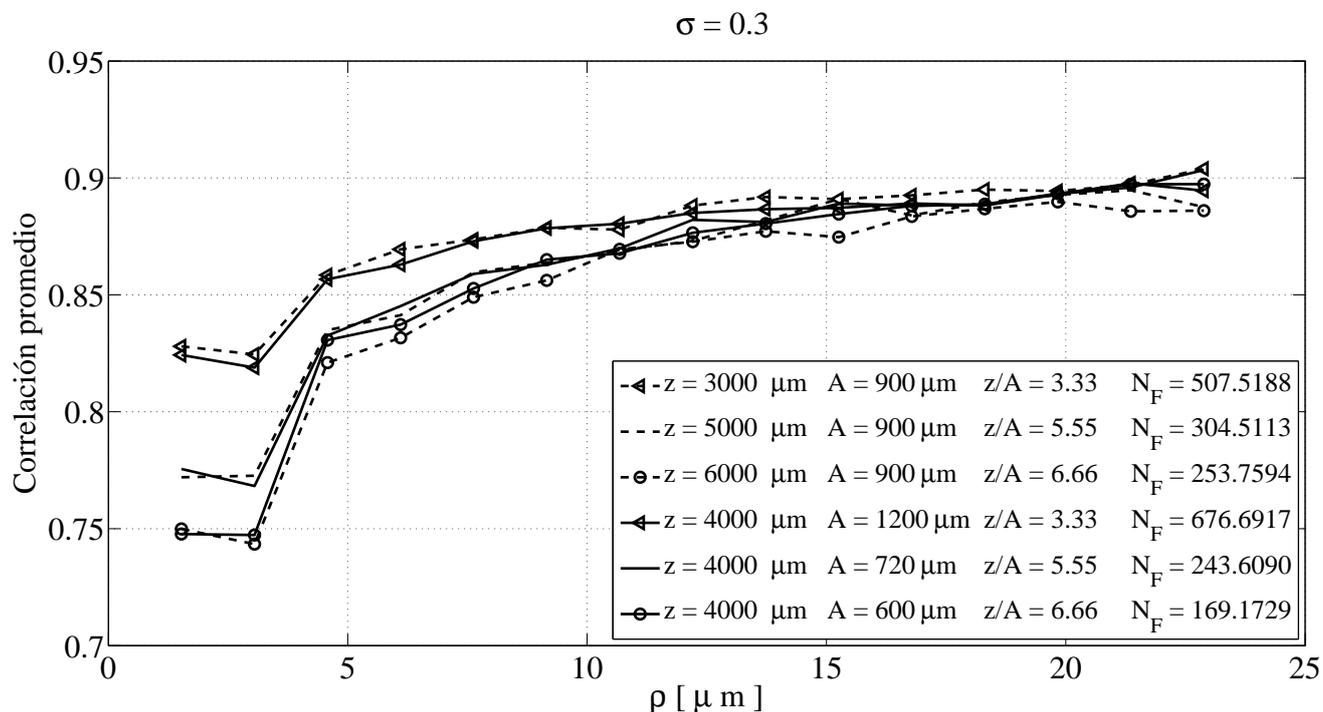


Figura 3-20: Coincidencias por pares de gráficas con respecto al parámetro z/A .

3.2. Estudio de la distribución de energía

En la sección anterior se estudió el grado de similitud entre el patrón de difracción con speckle y sin speckle a través del cálculo de la correlación promedio sobre ensambles.

En esta sección estudiaremos la distribución de energía por medio de la integración de la intensidad sobre un área determinada, como fue descrito en el capítulo 2 y se ilustra en la figura 2.2.2 (p. 29). En las gráficas que siguen se grafica la potencia contenida en un intervalo de largo $2L_{int}$ entre la potencia total del patrón de difracción, es decir $\frac{P_c}{P_{total}}$, como función de L_{int} ¹.

Por tratarse de un proceso aleatorio nuevamente se realiza este análisis sobre ensambles de 100 experimentos y se promedia.

En las figuras 3-21 y 3-22 se muestran simultáneamente 9 condiciones de difracción particulares con el fin de poder compararlas, se escogió un tamaño de abertura fijo

¹Recordemos que la densidad de energía promedio de una onda electromagnética está dada por $\langle u \rangle = 1/2\epsilon_0|E|^2$ y que la intensidad, es decir la potencia promedio por unidad de área está dada por $I = \langle S \rangle = \frac{1}{2}c\epsilon_0|E|^2$.

3.2. Estudio de la distribución de energía

y dos tamaños de grano ², uno para cada figura. En cada cuadro se muestran tres distintas distancias de propagación, de cada una de éstas se muestran a su vez los casos correspondientes a $\sigma = 0$, $\sigma = 0.3$ y $\sigma = 1.4$.

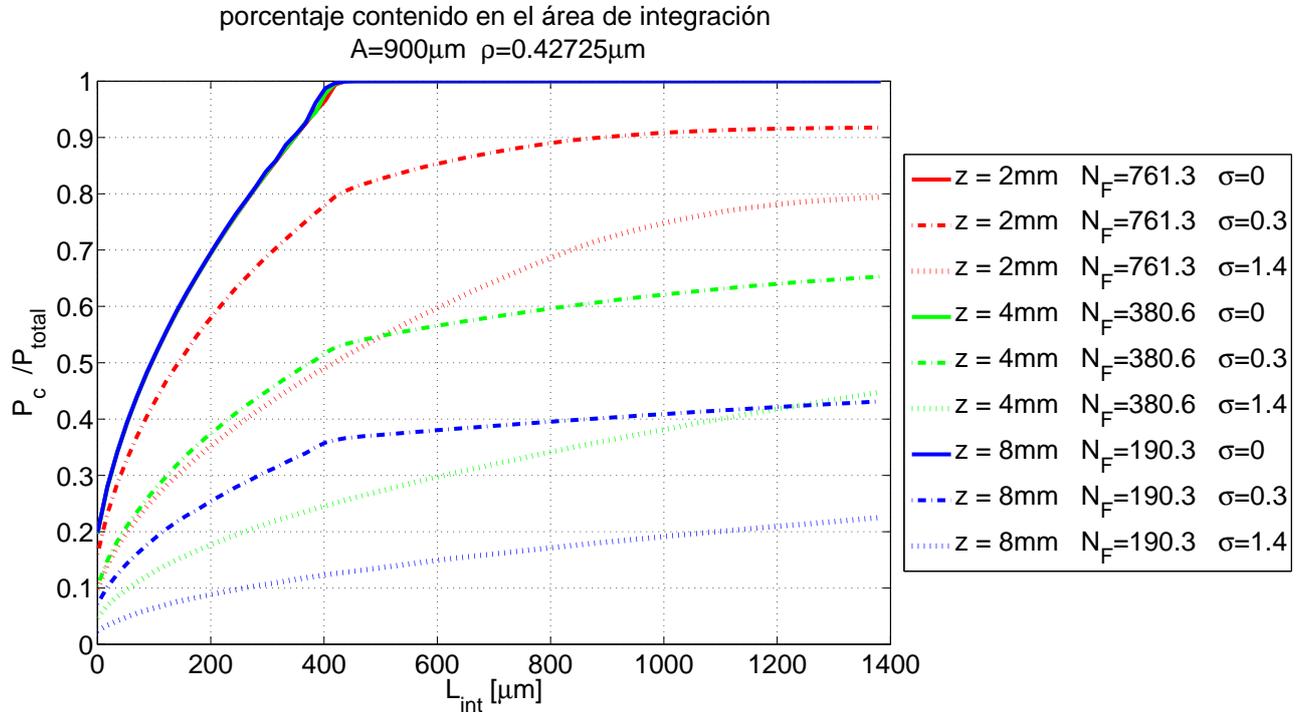


Figura 3-21: Porcentaje de Intensidad como función del rango de integración para $\rho = 0.42725\mu$ m.

Como era de esperarse, para patrones con speckle a mayor distancia de propagación el porcentaje de energía contenido en un rango determinado es menor, es decir el patrón de difracción se halla mucho más disperso. Sin embargo no se puede decir lo mismo del patrón sin speckle, en estos casos todas las líneas parecen ir juntas todo el tiempo.

De éstas gráficas se advierte que las líneas correspondientes a $\sigma = 0.3$ se asemejan más a las de $\sigma = 0$ (sin speckle) que las de $\sigma = 1.4$.

Otro punto importante de recalcar es que las gráficas correspondientes a un patrón sin speckle crecen de manera mas o menos abrupta al principio, posteriormente llegan al valor máximo, es decir la totalidad de la intensidad contenida dentro del área de integración, en aproximadamente 400 μ m, esto refleja el hecho de que en campo cercano el patrón de difracción se halla muy concentrado y es muy parecido a la sombra de la abertura. Al

²Los tamaños de grano considerados son mucho más pequeños que los tomados para el análisis de correlación, debido a una disminución en el tamaño de la ventana de observación, provocando que el pixel tuviera una extensión menor. El tamaño de la ventana de observación fue necesario disminuirlo ya que de esta manera se cumplía la condición de conservación de la energía.

comparar esto con las gráficas correspondientes a $\sigma = 1.4$ observamos que éstas crecen de manera mas o menos lineal y no exhiben el mismo comportamiento asintótico. También se puede hacer notar que para el caso de $\sigma = 1.4$ se observa, comparando las gráficas correspondientes al mismo tamaño de abertura y desviación estándar, que las gráficas son prácticamente insensibles al tamaño de grano.

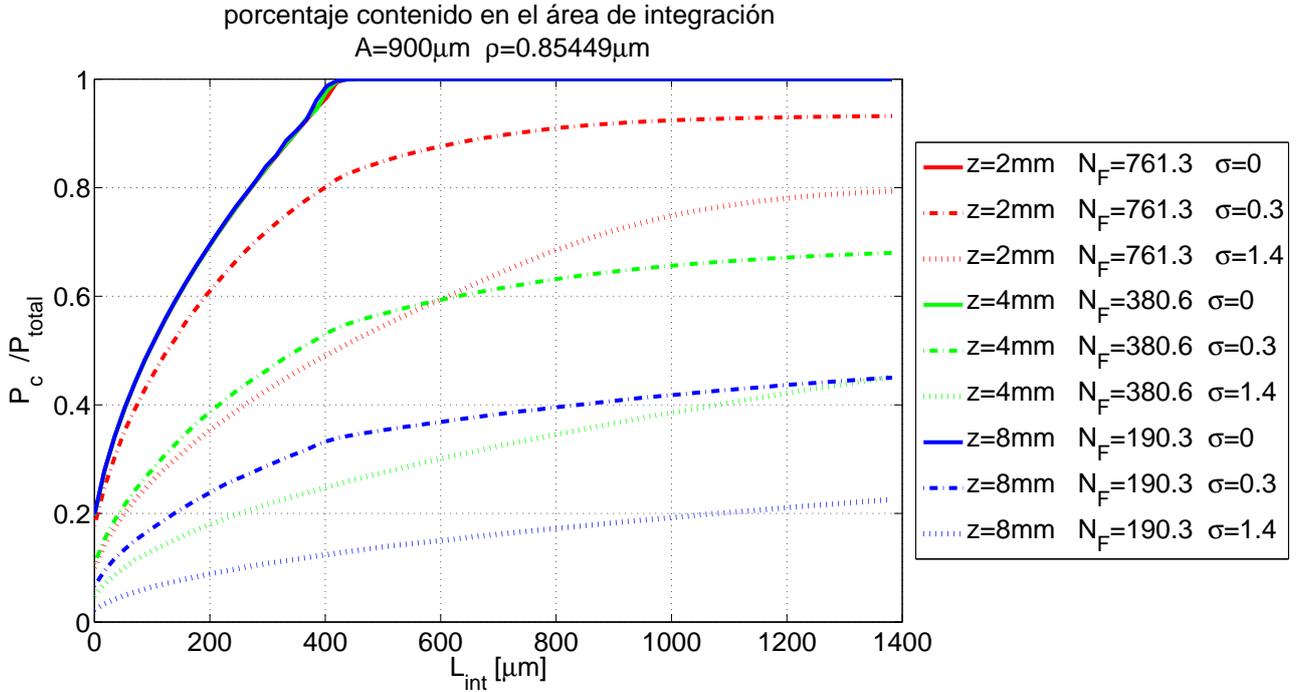


Figura 3-22: Porcentaje de Intensidad como función del rango de integración para $\rho = 0.85449\mu\text{m}$.

Para $\sigma = 0.3$ tenemos un punto intermedio entre los dos extremos; al principio las gráficas crecen abruptamente, sin embargo, no tanto como aquellas de $\sigma = 0$, posteriormente con una pendiente considerablemente menor siguen creciendo lo cual se parece más al comportamiento asintótico observado para $\sigma = 0$ aunque en este caso no parece que puedan alcanzar $\frac{P_c}{P_{total}} = 1$.

3.3. Ejemplos en el caso bidimensional

Como un estudio final de la sección y como la introducción a posible trabajo futuro se presentan algunos ejemplos de difracción en casos bidimensionales, en estos unicamente se muestran las fases aleatorias iniciales así como los patrones de difracción para una distancia de propagación fija.

3.3. Ejemplos en el caso bidimensional

La condición inicial consiste en una abertura rectangular de $1000\mu\text{m} \times 2000\mu\text{m}$, figura 3.23(a), siendo iluminada por una onda plana. Para el patrón con speckle simultáneamente se introduce una fase aleatoria. Como guía se presenta el patrón de difracción sin speckle, figura 3.23(b).

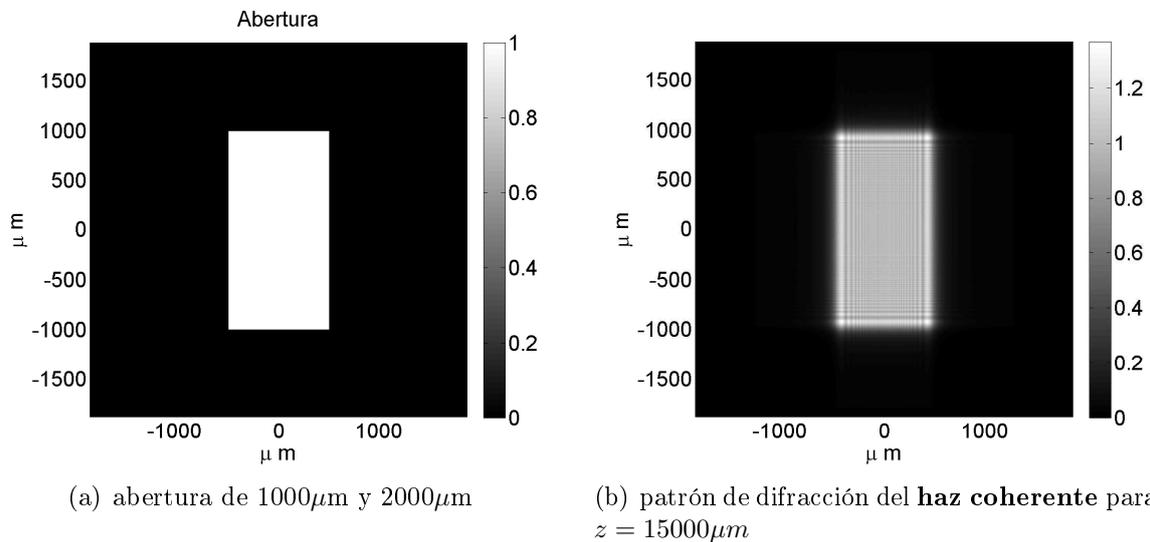


Figura 3-23: El patrón de difracción en campo cercano es similar a la sombra de la abertura para un campo sin speckle.

La siguiente serie de figuras, 3.24(a)-3.24(f), muestran las fases aleatorias, las cuales están caracterizadas por el tamaño de los dominios en los que es generada (tamaño de grano), así como por la distribución estadística que genera los números aleatorios entre 0 y 2π .

Posteriormente en las figuras 3.25(a)-3.25(f) se muestra la propagación del haz después de $15000\mu\text{m}$, correspondiente a $N_F = 125.3131$ para cada una de las condiciones iniciales de fase.

Es después de éstas observaciones de experimentos en dos dimensiones que los resultados desarrollados en una dimensión adquieren mayor sentido. Existe una diferencia importante en la distribución de la intensidad luminosa. Para $\sigma = 1.4$, figuras 3.25(b), 3.25(d) y 3.25(f) la intensidad se halla distribuida de forma aleatoria y uniforme por todo el área que ocupa el patrón de difracción, que además es mucho mayor que la que ocupa el haz coherente.

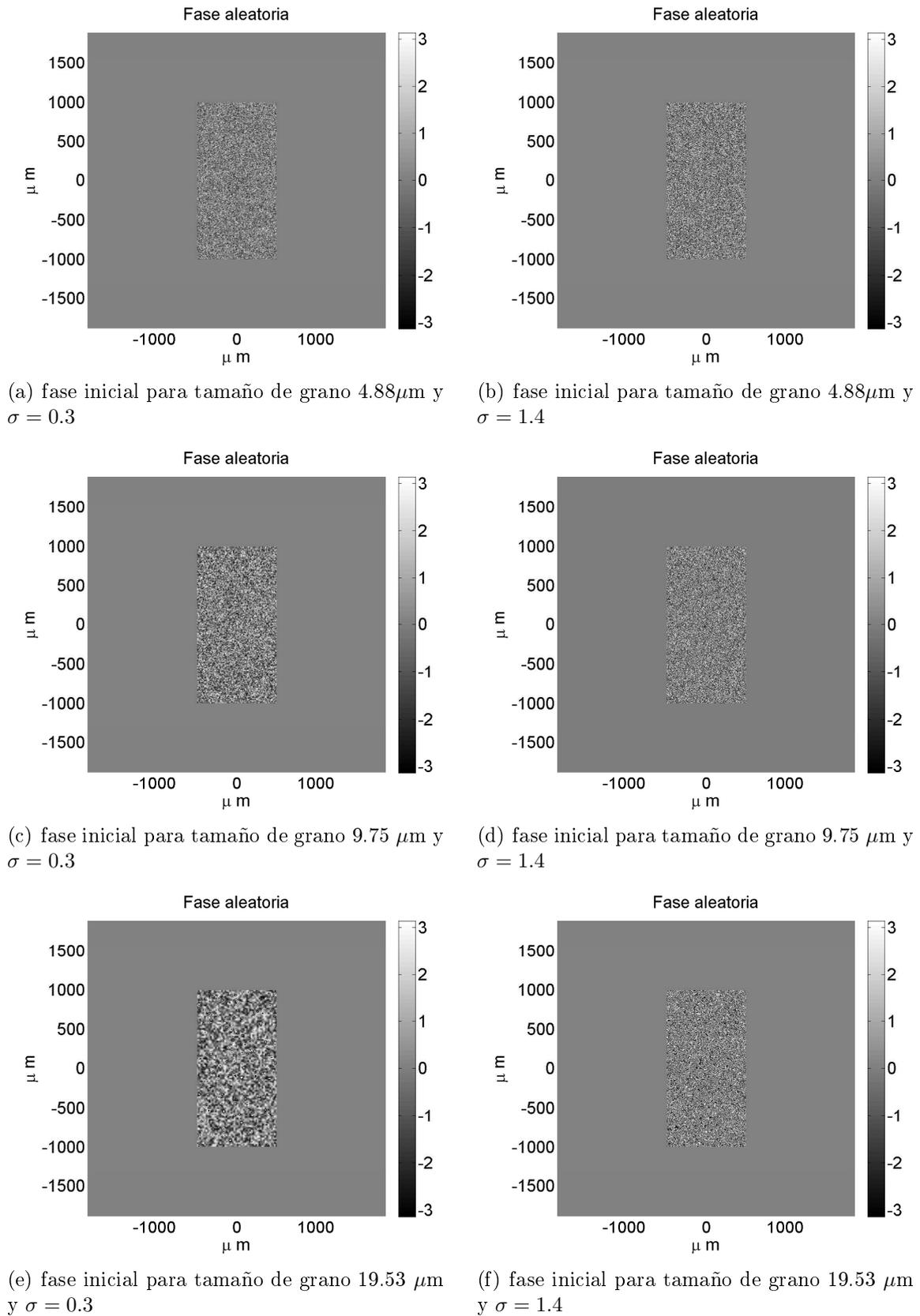


Figura 3-24: Condiciones iniciales en la distribución de fase.

3.3. Ejemplos en el caso bidimensional

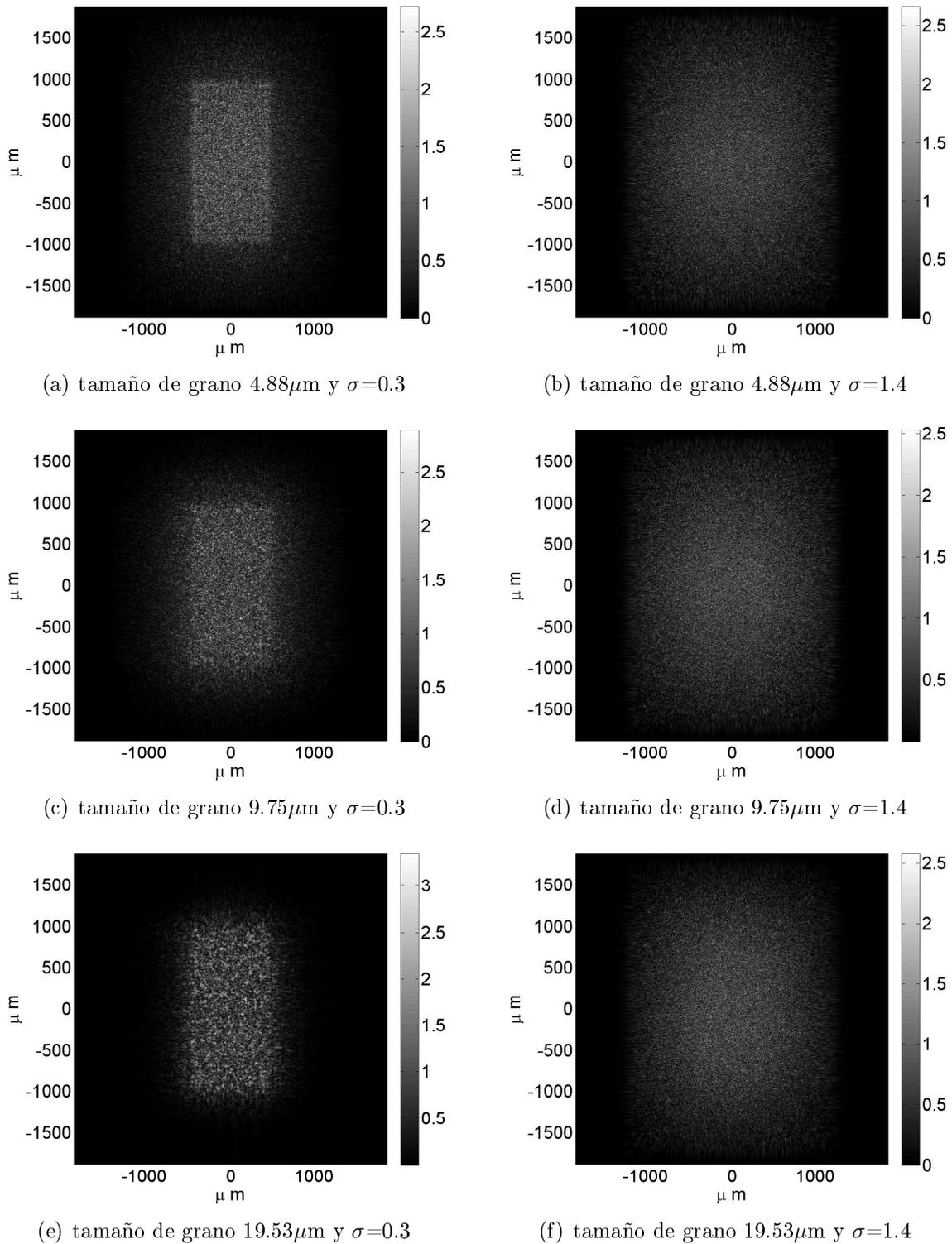


Figura 3-25: Patrones de difracción para $z=15000\mu\text{m}$, $N_F=125.3131$.

Por otro lado para $\sigma = 0.3$, figuras 3.25(a), 3.25(c) y 3.25(e), se puede observar en el centro un patrón de mayor intensidad con forma rectangular que parece conservar el mismo tamaño que el patrón de difracción del haz coherente, pero podemos destacar también la existencia de un halo externo, que pareciese ser del mismo tamaño que el

patrón de difracción para $\sigma = 1.4$. Resulta muy interesante observar que en el mismo patrón de difracción podemos observar comportamientos de dos casos distintos reflejados en distintas zonas; la parte central responde más a las propiedades que conserva del haz coherente ($\sigma = 0$) mientras que el halo externo corresponde a la parte aleatoria de la distribución de fases correspondiente a una distribución inicial uniforme de fases ($\sigma = 1.4$).

Comparando las figuras 3.25(a), 3.25(c) y 3.25(e) con $\rho = 4.88\mu m$, $\rho = 9.75\mu m$ y $\rho = 19.53\mu m$ respectivamente, observamos que al aumentar el tamaño de grano, por un lado la intensidad máxima fue mayor, y por el otro el halo externo desaparece, pareciéndose mas al patrón de difracción del haz coherente.

3.4. Discusión y Conclusiones

En este capítulo se estudió la difracción en campo cercano para una abertura rectangular. Se variaron los parámetros más característicos del problema, siendo éstos el tamaño de la abertura, la distancia de propagación, el tamaño de grano y la desviación estándar de la distribución normal con la que se generaron las fases aleatorias.

Respecto al papel del tamaño de la abertura podemos decir que la correlación aumenta con dicho parámetro siendo más marcado este efecto para valores de la desviación estándar mayores. Al ser mayor el tamaño de la abertura los detalles como los bordes y esquinas no resultan tan críticos, por lo que la introducción de fenómenos aleatorios afecta menos su correlación con el patrón sin speckle.

La distancia de propagación juega un papel también importante, además de que al propagarse el patrón de difracción se expande transversalmente, podemos observar que al aumentar z la correlación va decayendo como si cada vez fuera perdiendo las propiedades del haz coherente. Para poder explicar esto pensemos que al dejar propagar el haz éste va dejando de parecerse a la sombra de la abertura.

Por otro lado se encontró que existe una relación al variar A o z . En un principio se supuso que las líneas de correlación constante deberían seguir parábolas en la gráfica de correlación como función de z y A , figuras 3-15, (debido a la forma funcional del número de Fresnel N_F) sin embargo esto no fue observado. En su lugar las curvas de correlación constante parecían seguir líneas rectas lo cual se puede observar en la figura

3-16. Se pensó entonces en la introducción del parámetro adimensional z/A , observando que en efecto al variar z y A pero manteniendo constante z/A la correlación se mantiene aproximadamente constante.

El tamaño de grano determina la extensión de los dominios en los que se generan las fases aleatorias para la condición inicial, de modo que está asociado al tamaño de las irregularidades en la superficie rugosa que se pretende simular con este estudio. Se observó que conforme este parámetro aumenta la correlación aumenta, lo cual únicamente refleja el hecho de que en una superficie donde la extensión media de sus irregularidades es mayor permitirá al patrón de difracción con speckle conservar algunas de las propiedades del haz coherente en dominios mucho mas grandes, lo cual conlleva a una correlación más alta. Sin embargo para $\sigma = 0.3$ se observó la aparición de un mínimo global en aproximadamente $3\mu m$ (del orden de 6 longitudes de onda donde $\lambda = 0.532\mu m$), dicha localización no depende de la distancia de propagación o del tamaño de la abertura. Como trabajo a futuro se plantea averiguar si podría depender de la longitud de onda o bien a algún problema derivado del tamaño finito de la ventana de observación o los pixeles.

La desviación estándar resulta ser el parámetro más crítico para la correlación, siendo éste el que controla la dispersión de las fases aleatorias con las que se genera el speckle. La correlación disminuye al aumentar la desviación estándar, es decir al permitir que las fases se distribuyan sobre una cantidad mayor de valores, éste es un comportamiento general.

La distribución de energía arrojó también información importante Los patrones de difracción formados después de una abertura se pueden ver como una redistribución de energía ocasionada por la interferencia de la luz consigo misma al pasar por la abertura. Es de esperar entonces que al introducir un elemento aleatorio como lo es el speckle ésta redistribución de la energía se vea afectada.

Para $\sigma = 0.3$ se observó que la distribución de energía es más parecida a aquella de un patrón de difracción sin speckle que la de $\sigma = 1.4$, es decir el patrón se halla más confinado en la parte central. De la manera en que aumenta el porcentaje de intensidad contenido en el área de integración se puede decir que el patrón de difracción con $\sigma = 0.3$ presenta en su parte central un comportamiento parecido al patrón de difracción sin speckle, mientras que en la parte exterior es mas parecido al patrón de difracción con $\sigma = 1.4$.

Fue posible cotejar algunos resultados con imágenes de simulaciones bidimensionales, tanto en el comportamiento de la correlación respecto a A , z , σ y ρ , así como de la distribución de energía. Observando las figuras 3.25(a), 3.25(c) y 3.25(e), correspondientes a $\sigma = 0.3$, vemos reflejado el hecho de que existe una sección donde la intensidad se concentra y mantiene la forma de la sombra de la abertura y alrededor se halla un halo que asemeja el patrón de difracción para $\sigma = 1.4$. Finalmente comparando entre distintos tamaños de grano, con $\sigma = 0.3$, fue posible observar que conforme aumenta el tamaño de grano la intensidad máxima aumenta y el halo externo desaparece, hecho que es congruente con el aumento de la correlación al aumentar ρ .

Un análisis detallado de patrones de difracción bidimensionales queda fuera del objeto de esta tesis, principalmente por el aumento en los tiempos de cómputo que conllevaría, sin embargo se plantea como una posibilidad de trabajo a futuro.

Capítulo 4

Difracción en campo lejano con speckle: análisis unidimensional

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos de la difracción unidimensional de un haz con speckle a través de una abertura de ancho A en la región conocida como campo lejano. En campo lejano incluimos aquellos patrones de difracción para los que:

$$N_F \ll 1, \quad N_F = \frac{A^2}{z\lambda}. \quad (4-1)$$

Como ya vimos en el capítulo 1, ecuación 1-35, el patrón de difracción en campo lejano del haz coherente se caracteriza por tener máximos y mínimos dados por la función $\text{sinc}^2(x)$ mostrados en la figura 1-5.

4.1. Estudio de correlación

Con el fin de presentar las gráficas de una manera mas ordenada, se divide el estudio de la correlación en dos partes. En la primera se variará la desviación estándar de manera continua. En la segunda parte se escogen los valores representativos $\sigma = 0.3$ y $\sigma = 1.4$. Los títulos indican las variables que fueron objeto de estudio en cada sección.

4.1.1. Desviación estándar

Desviación estándar y tamaño de abertura

En esta sección se estudia el comportamiento de la correlación como función del tamaño de la abertura y de la desviación estándar. El tamaño de abertura elegido es el mismo con el que se trabajó en campo cercano $A = 900\mu m$. La condición necesaria para campo lejano indicada en la ecuación 4-1 se cumple al aumentar la distancia de propagación¹.

De las figuras 4-1 y 4-2 advertimos que la correlación aumenta para valores menores de σ , esto indica que aquellas distribuciones que tienen los valores de la fase más concentrados alrededor de un valor central, conservan mayores propiedades del haz coherente, al igual que en campo cercano éste es un comportamiento general.

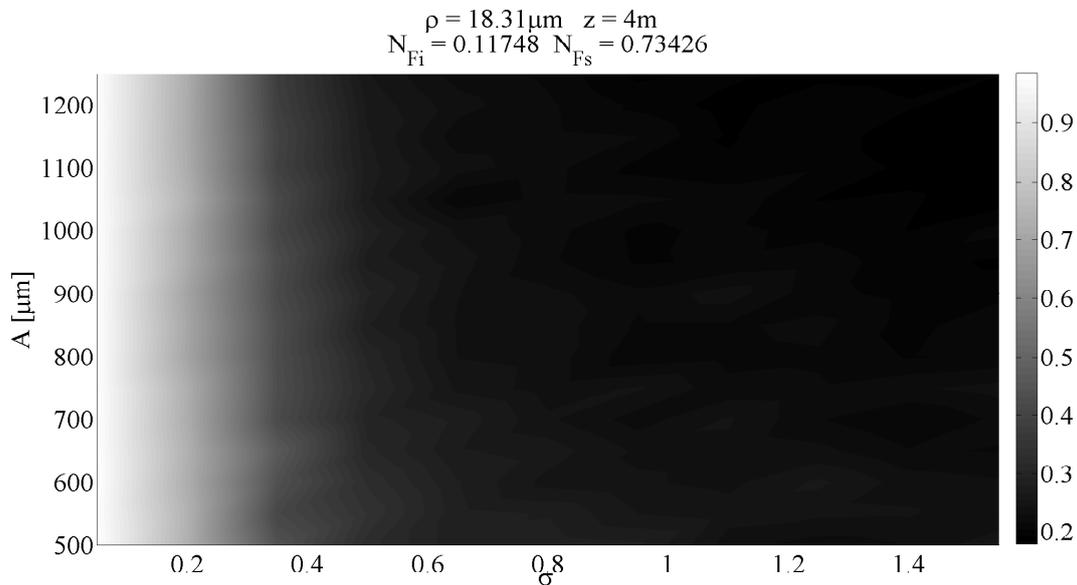


Figura 4-1: Correlación como función de la desviación estándar y el tamaño de la abertura.

Es de recalcar que en la figura 4-2 se observa una disminución en la correlación a partir de 0.2 y hasta 0.6 después de esto la correlación ya es muy baja y tiende asintóticamente a aproximadamente 0.2; los valores en la correlación no pueden bajar más allá de dicho valor, pensamos que este límite para disminuir la correlación es impuesto por el ruido remanente, de amplitud mas o menos constante, que existe en los patrones de difracción con valores altos de σ y que al realizar la suma que corresponde a la correlación con el haz coherente da un valor distinto de cero siempre.

¹En términos de la simulación el número de pasos permaneció constante, aumentando el tamaño de paso dz .

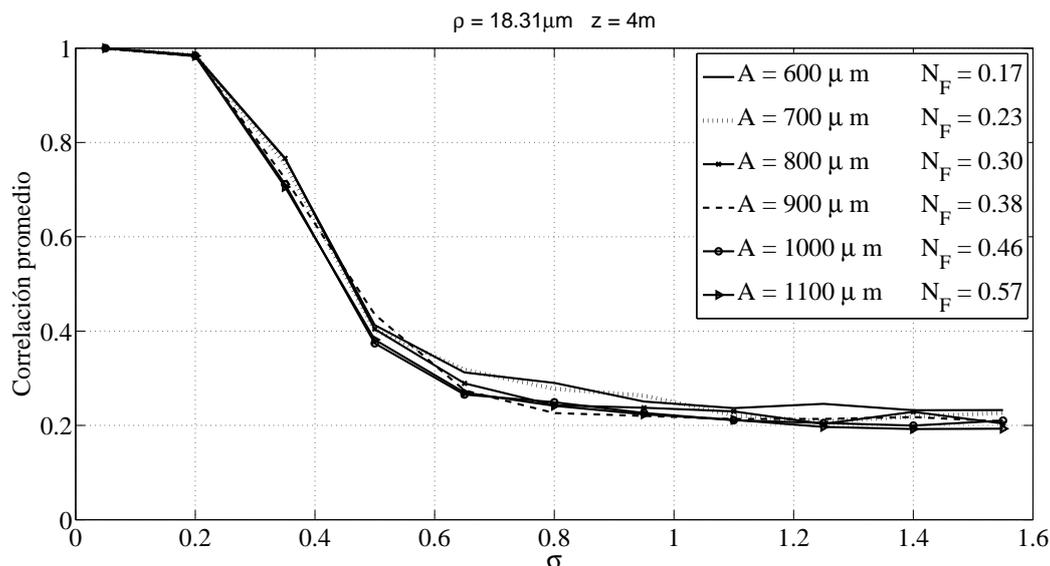


Figura 4-2: Correlación como función de la desviación estándar para distintos tamaños de apertura, se trata de cortes a $A = \text{constante}$ de la gráfica anterior.

De la figura 4-2, cortes de $A = \text{constante}$, observamos que la correlación no cambia al variar A , las gráficas correspondientes a distintos valores en el tamaño de la apertura prácticamente se traslapan y las únicas variaciones que se observan son atribuibles al proceso estocástico involucrado. En campo cercano había una dependencia entre la correlación y las variables z y A , tal que arrojaba resultados similares el aumentar A o bien disminuir z , o viceversa. Si propiedad se preserva esperamos observar que la correlación no tenga ninguna dependencia en la distancia de propagación en campo lejano.

Desviación estándar y tamaño de grano

Los tamaños de grano con los que se realizó el análisis no corresponden a los mismos de campo cercano, de hecho son mayores. En campo lejano la extensión transversal del patrón de difracción es mucho mayor que en campo cercano, por lo que se requiere una ventana de observación mucho mayor para realizar la simulación, el tamaño de grano es directamente proporcional al tamaño de la ventana, por lo que ρ es necesariamente mayor².

²El tamaño de grano en unidades de píxeles se conserva para cualquier condición, campo lejano o cercano, considerando el tamaño de grano mas chico como el correspondiente a 1 pixel, el siguiente a 2 píxeles y así sucesivamente. Sin embargo, las unidades correspondientes en micras son mayores al aumentar las dimensiones de la ventana de observación que es necesariamente mas grande en campo lejano.

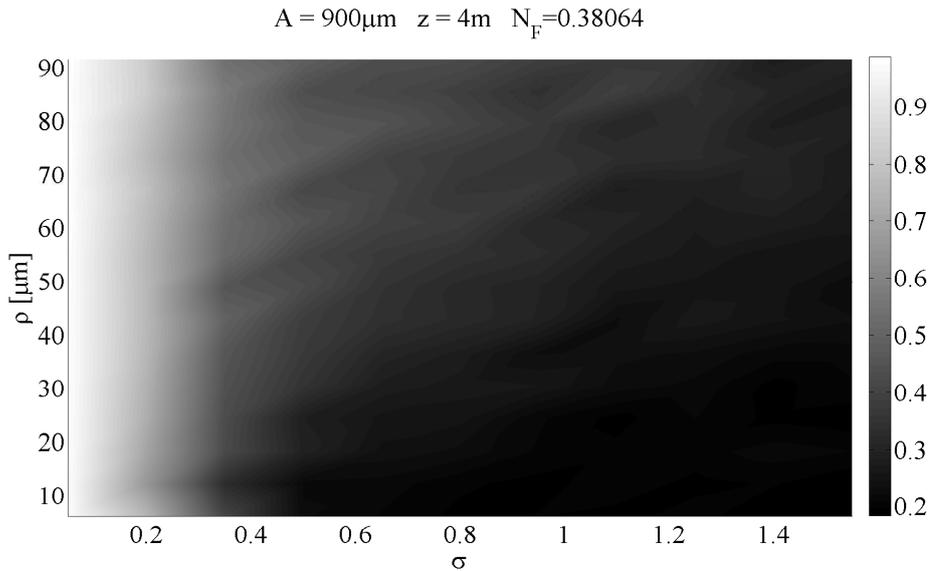


Figura 4-3: Correlación como función de la desviación estándar y el tamaño de grano.

De las figuras 4-3 y 4-4 la correlación aumenta ligeramente al aumentar el tamaño de grano, esto lo adjudicamos al efecto de estar generando dominios de fase aleatoria más grandes y por lo tanto permitiendo una variación en la fase punto a punto mucho menor. Cabe destacar de la gráfica 4-4 que dicha diferencia es más pronunciada para valores de σ mayores, de tal manera que para $\sigma = 0$ todos los cortes a $\rho = \text{constante}$ toman el valor de 1, esto era de esperarse dado que corresponde al caso en el que la fase sólo toma un valor y por lo tanto no hay speckle.

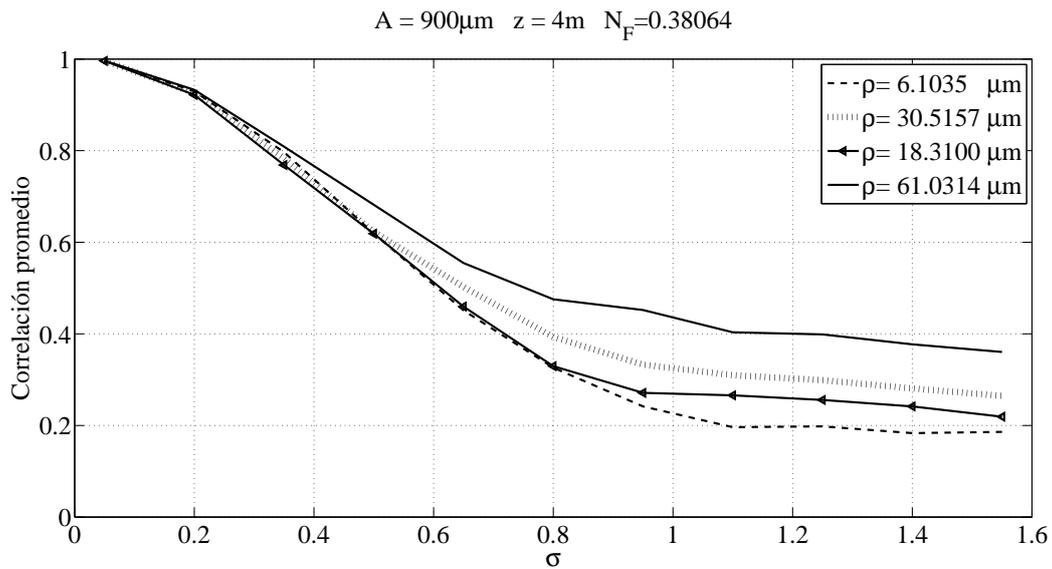


Figura 4-4: Correlación como función de la desviación estándar para distintos tamaños de grano; se trata de cortes a $\rho = \text{constante}$ de la gráfica anterior.

Desviación estándar y distancia de propagación

Al estar tratando con difracción en campo lejano las distancias de propagación son mayores que las de campo cercano. Como ya se mencionó, en términos del programa esto necesariamente se ve reflejado como un aumento en el tamaño de paso, por lo que se ha sacrificado un poco de la resolución en el comportamiento de la correlación respecto a la distancia de propagación.

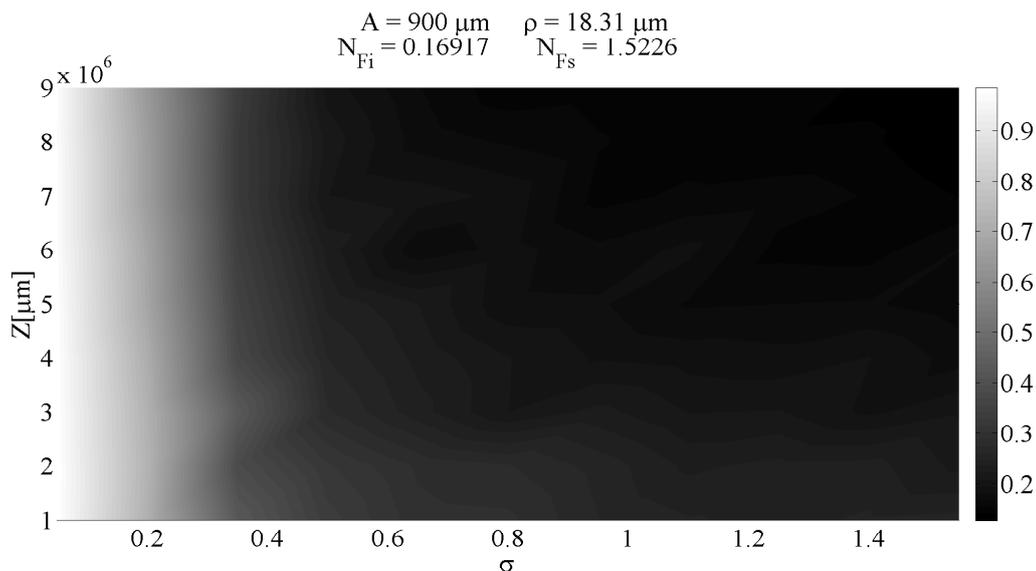


Figura 4-5: Correlación como función de la desviación estándar y la distancia de propagación.

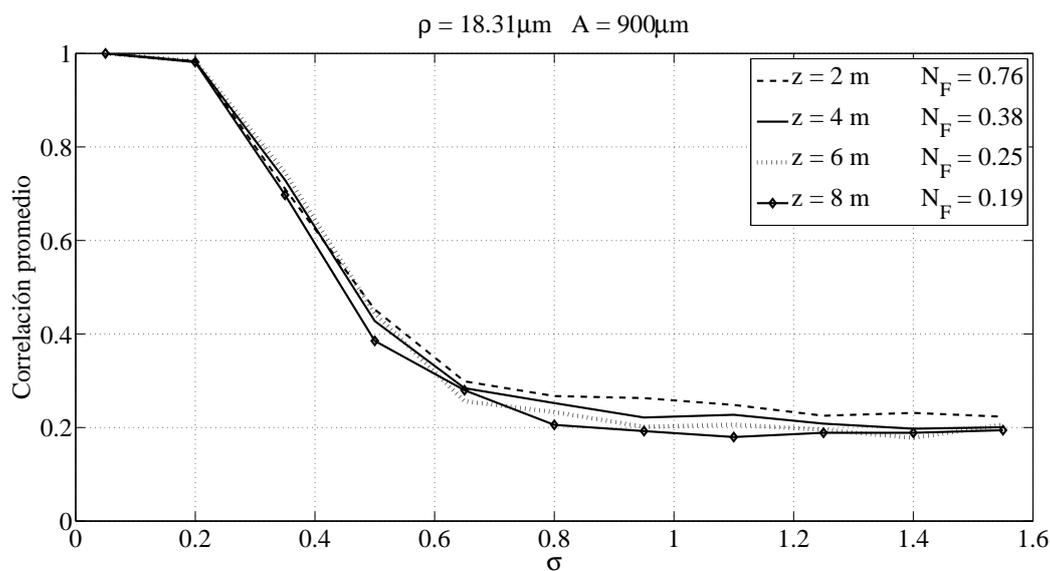


Figura 4-6: Correlación como función de la desviación estándar para distintas distancias de propagación; se trata de cortes a $z = \text{constante}$ de la gráfica anterior.

De las figuras 4-5 y 4-6 corroboramos que la correlación aumenta para valores pequeños de σ .

Recordemos que en campo cercano se observaba que era posible obtener los mismos cambios en la correlación al aumentar A o bien disminuir z ; de la figura 4-2, en la sección anterior, podemos decir que la correlación no se ve afectada por variaciones de A . Si la condición observada en campo cercano se mantiene para campo lejano, al menos era de esperarse que la correlación no dependiera de z , como puede ser claramente observados en los cortes a $z = \text{constante}$, figura 4-6.

4.1.2. Número de Fresnel

A continuación se pone especial énfasis en el tamaño de grano, abertura y distancia de propagación. Se escogieron los mismos valores representativos para la desviación estándar que en el capítulo de campo cercano, $\sigma = 0.3$ (poca dispersión) y $\sigma = 1.4$ (alta dispersión).

Tamaño de grano y tamaño de abertura

Esta sección y las que siguen presentan una complicación respecto al tamaño de grano, su mínimo valor está dado por el tamaño de un pixel y el cual es igual al tamaño de la ventana de observación entre el número de puntos en la simulación, el tamaño de la ventana de observación debe ser lo suficientemente grande para que abarque todo el patrón de difracción, que en campo lejano aumenta su extensión transversal, por lo que necesariamente el tamaño de grano aumenta. Por otro lado es importante cuidar que el tamaño de grano no sea comparable con el tamaño de la abertura, de ese modo estamos garantizando que en efecto se trata de speckle y no de dominios muy grandes con fase aleatoria.

Una manera de lidiar con tamaños de grano muy grandes sería aumentar el número de puntos en la simulación, sin embargo éste último alcanzó su límite, impuesto por los tiempos de cómputo, en campo cercano; por lo tanto el número de puntos se mantuvo en 32,768 (2^{15}), y el ancho de la ventana de observación pasó de 50,000 μm para campo cercano a 200,000 μm para campo lejano. De este modo el tamaño mínimo de grano que podemos tener es de 6.1035 μm (en campo cercano era de 1.5259 μm).

En las figuras 4-7 y 4-8 para $\sigma = 0.3$, se puede observar que a partir de tamaños de grano mayores que 12 μm la correlación aumenta con el tamaño de grano. Sin embargo,

4.1. Estudio de correlación

es importante recalcar la aparición de un mínimo en $\rho \approx 12\mu m \approx 24\lambda$, recordemos que también se observaba en campo cercano para un tamaño de grano de aproximadamente $3\mu m$, lo cual nos indica que en campo lejano hay congruencia y se van conservando algunas de las características observadas en campo cercano.

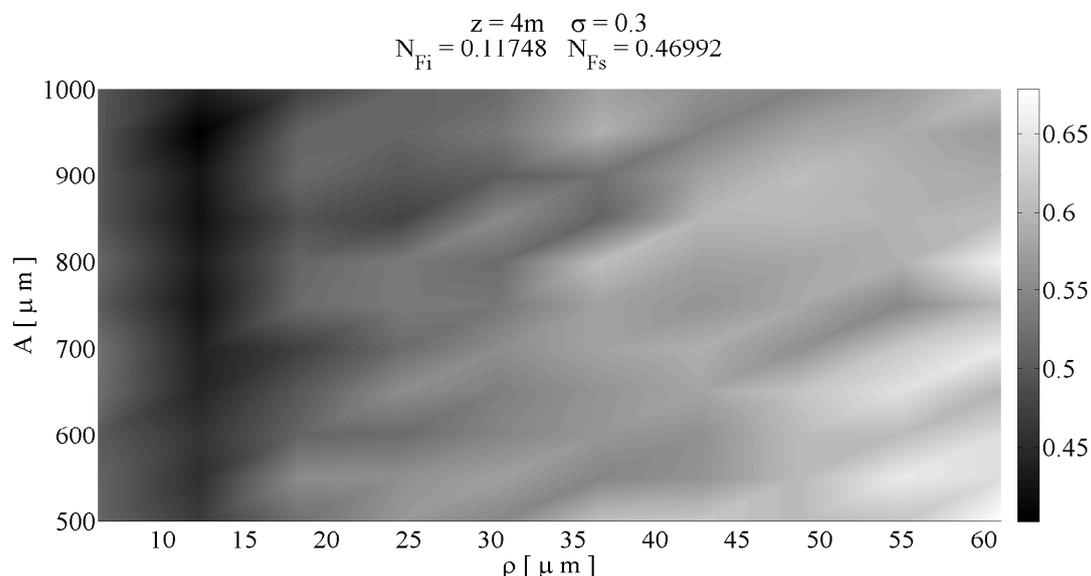


Figura 4-7: Correlación como función del tamaño de grano y el tamaño de la abertura para $\sigma = 0.3$.

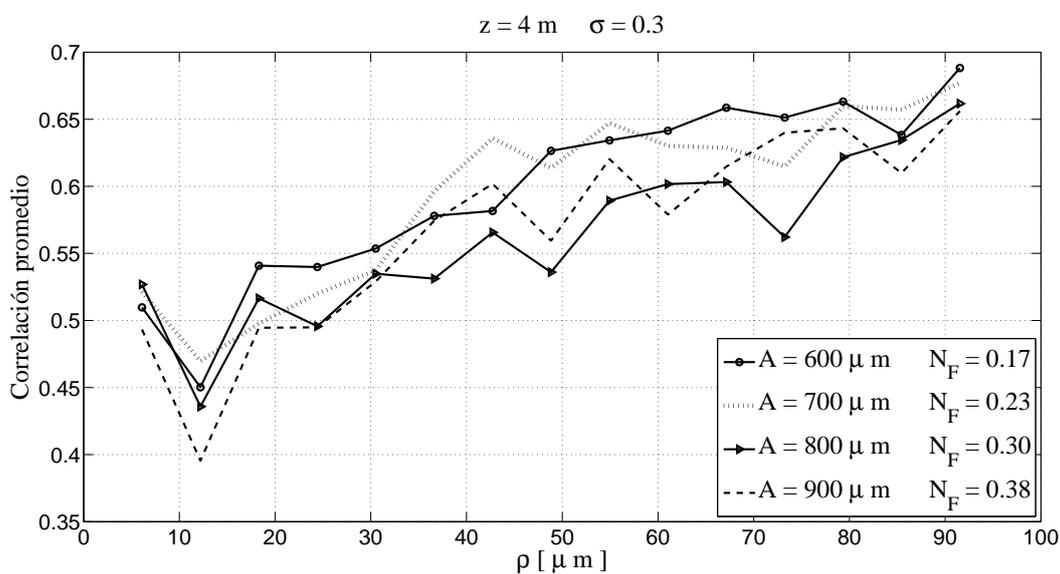


Figura 4-8: Correlación como función del tamaño de grano para distintos tamaños de abertura; se trata de cortes a $A = \text{constante}$ de la gráfica anterior, con $\sigma = 0.3$.

Ahora bien, el hecho de que el mínimo se desplace de $3\mu m \approx 6\lambda$ (en campo cercano) a $12\mu m \approx 24\lambda$ (campo lejano) se explica al observar que el tamaño mínimo de grano que

se puede obtener en campo lejano es de $6.1035\mu m$, 4 veces el que se podía generar en campo cercano ($1.5259\mu m$); por lo tanto, se trata de un reescalamiento impuesto por el tamaño de ventana de observación.

De los cortes a $A = constante$ en la figura 4-8 observamos que la correlación no cambia al haber variaciones en A , sin embargo esto no implica que la forma en que esté distribuida la intensidad no dependa del tamaño de la abertura, si no que su estudio por medio de la correlación no arroja las diferencias que se deban ver. Mas adelante, por medio del análisis de la energía se mostrará que de hecho si hay una dependencia respecto al tamaño de la abertura.

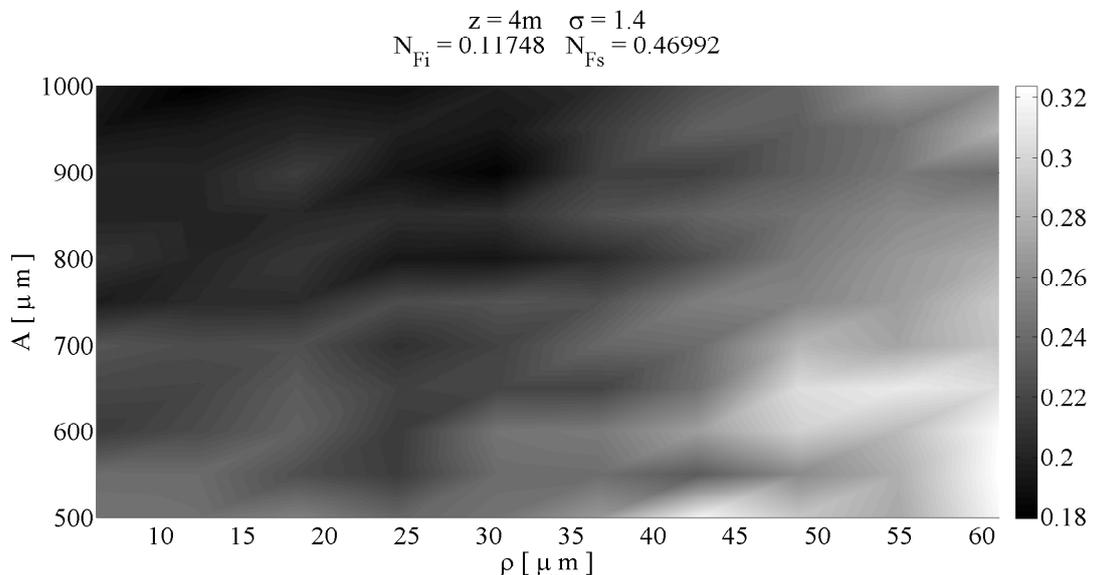


Figura 4-9: Correlación como función del tamaño de grano y el tamaño de abertura para $\sigma = 1.4$.

De las gráficas 4-9 y 4-10, $\sigma = 1.4$, podemos observar que los valores de la correlación varían muy poco , entre 0.15 y 0.3, por otro lado son ya muy bajos. En la gráfica 4-10 no se observa el mismo mínimo que en la gráfica 4-8, por lo que podemos decir que es una característica propia de los patrones de difracción con σ pequeña, es decir, con poca dispersión. Los valores en la correlación aumentan ligeramente al aumentar el tamaño de grano, sin embargo para $\sigma = 1.4$ los valores que toma la correlación llegan hasta 0.4, mientras que para $\sigma = 0.3$ llegan a sobrepasar 0.6.

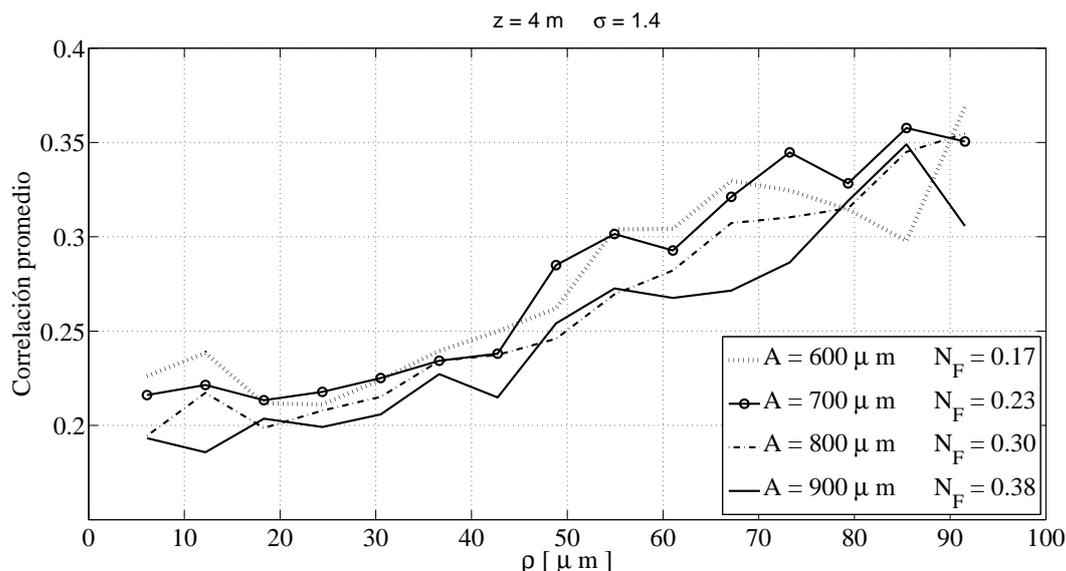


Figura 4-10: Correlación como función del tamaño de grano para distintos tamaños de abertura; se trata de cortes a $A = \text{constante}$ de la gráfica anterior, con $\sigma = 1.4$.

Tamaño de grano y distancia de propagación

En este caso se omiten las figuras para $\sigma = 0.3$ ya que son muy parecidas a las figuras 4-7 y 4-8, reemplazando A por z . La correlación aumenta con el tamaño de grano a partir de $12\mu\text{m}$, punto donde también se observa un mínimo en la correlación. Al variar z no se observan cambios aparentes en la correlación.

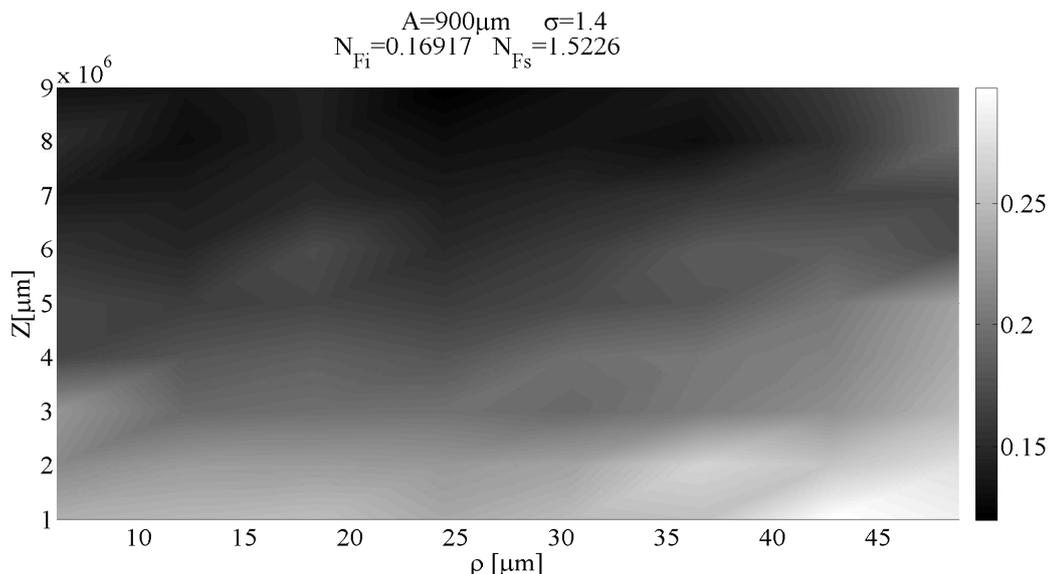


Figura 4-11: Correlación como función del tamaño de grano y la distancia de propagación para $\sigma = 1.4$.

Para $\sigma = 1.4$, figuras 4-11 y 4-12, se observa que la correlación no depende demasiado

del tamaño de grano, finalmente esto nos habla de que para valores de la desviación estándar grandes el tamaño de los dominios ya no importa mucho dadas las condiciones de tan baja correlación imperantes (oscila entre 0.15 y 0.3). Un hecho digno de destacar es que en este caso si se observa una débil dependencia de la correlación a la distancia de propagación, observándose menor correlación para z mayores. Esto resulta curioso ya que este mismo efecto debería poderse advertir en la figura 4-6 (los cortes a $z = \text{constante}$ con la desviación estándar como parámetro que varía) sin embargo para todos los valores de σ las gráficas prácticamente se traslapan.

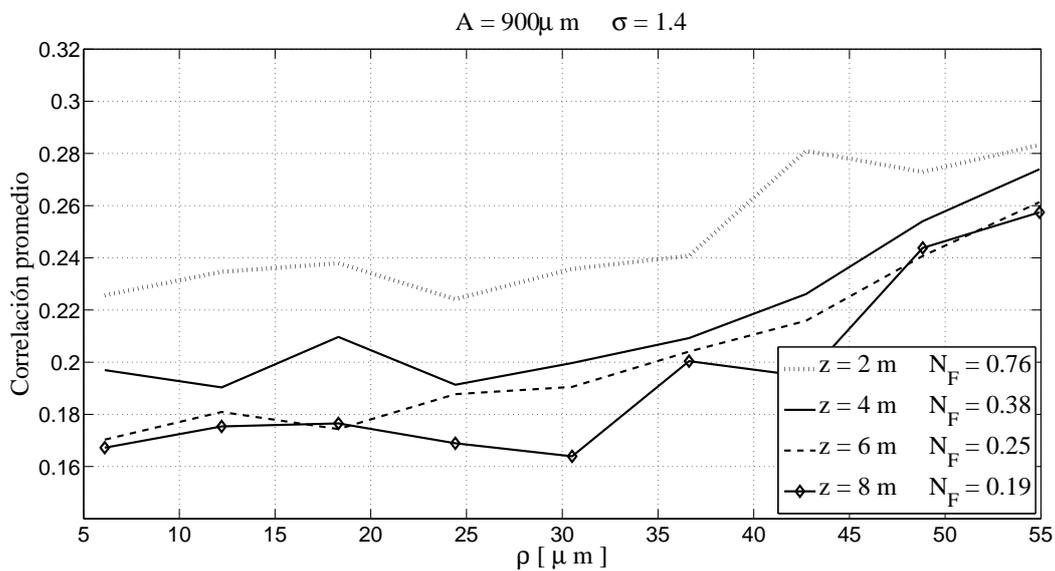


Figura 4-12: Correlación como función del tamaño de grano para distintas distancias de propagación; se trata de cortes a $z = \text{constante}$ de la gráfica anterior, con $\sigma = 1.4$.

Tamaño de abertura y distancia de propagación

A pesar de que, cómo se mencionó en las secciones previas, no se ha advertido una fuerte relación entre la correlación y los parámetros z y A , se realiza ésta sección con el fin de poder hacer evidente la manera en que estos parámetros afectan la correlación.

Las gráficas en escala de grises no se han incluido ya que la dependencia es tan débil que sólo se distingue en los cortes a $z = \text{constante}$.

4.1. Estudio de correlación

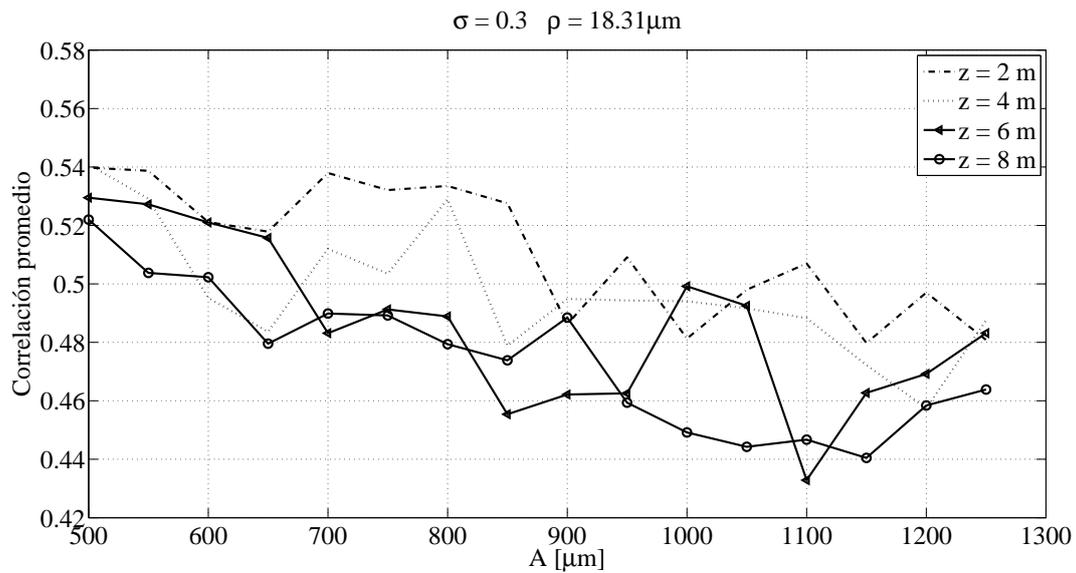


Figura 4-13: Correlación como función del tamaño de abertura para distintas distancias de propagación con $\sigma = 0.3$.

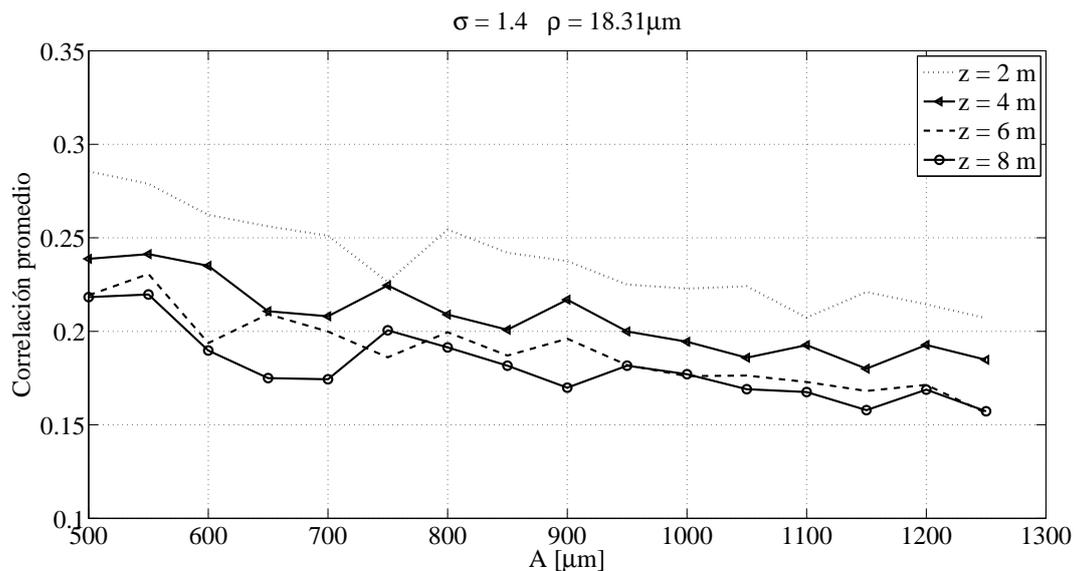


Figura 4-14: Correlación como función del tamaño de abertura para distintas distancias de propagación con $\sigma = 1.4$.

Obviando las variaciones propias de variables surgidas a raíz de procesos aleatorios en las gráficas 4-13 y 4-14 (cortes a $z = \text{constante}$) es posible advertir que la correlación aumenta al disminuir la distancia de propagación o al disminuir el tamaño de la abertura, tanto para $\sigma = 0.3$ y $\sigma = 1.4$ en los dos tamaños de grano que se incluyen. Sin embargo los valores en la correlación son ya tan bajos y varían tan poco que es difícil asegurar este comportamiento.

Lo antes expuesto sugeriría que las líneas de correlación constante siguen líneas rectas, sin embargo, debido a que la dependencia parece ser muy débil no se seguirá el análisis en esta dirección.

4.2. Estudio de la distribución de energía

Para complementar el análisis a través de la correlación se estudia la distribución de energía o de intensidad luminosa de los patrones de difracción para distintas condiciones. Nuevamente es posible variar z , A , σ y ρ , debido a que las gráficas de cortes a una variable dada son mucho más útiles, ya no se incluye todo el análisis con las gráficas en escala de grises.

Al igual que en campo cercano, se incluye una variable extra que es el área de integración. Por tratarse de una simulación unidimensional en realidad se trata de un largo de integración $2 \cdot L_{int}$. El proceso con el que se realizaron las siguientes gráficas es el mismo que el explicado en el capítulo de campo cercano, en la sección del análisis de energía.

En las siguientes gráficas se incluyen los dos valores representativos de la desviación estándar escogidos previamente $\sigma = 0.3$ y $\sigma = 1.4$. Sin embargo, como en el análisis no se hace una referencia directa con el patrón de difracción sin speckle, como con la correlación, se incluye un tercer valor $\sigma = 0$ que corresponde a un patrón de difracción sin speckle.

4.2.1. Extensión transversal del patrón de difracción

En esta sección se comparan por medio de la superposición la intensidad contenida en $2 \cdot L_{int}$ para $\sigma = 0.3$ y $\sigma = 1.4$ y $\sigma = 0$ y dos distintos tamaños de grano.

Al igual que para el haz coherente, cuando la distancia de propagación aumenta el patrón de difracción se dispersa ocupando un área mayor para $\sigma = 0.3$ y $\sigma = 1.4$, por lo que para la misma área de integración se obtienen P_c menores.

Las gráficas que corresponden a $\sigma = 0$ (haz coherente) siempre se hallan por encima de las correspondientes a $\sigma = 0.3$ y a $\sigma = 1.4$, posteriormente se hallan las gráficas de $\sigma = 0.3$ y finalmente, con la menor proporción de potencia contenida, están las correspondientes a $\sigma = 1.4$. Esta información por si sola nos indica que conforme disminuye la desviación

4.2. Estudio de la distribución de energía

estándar los patrones muestran una menor extensión transversal, sin embargo sería deseable obtener información acerca de la manera en que está distribuida la intensidad en el patrón.

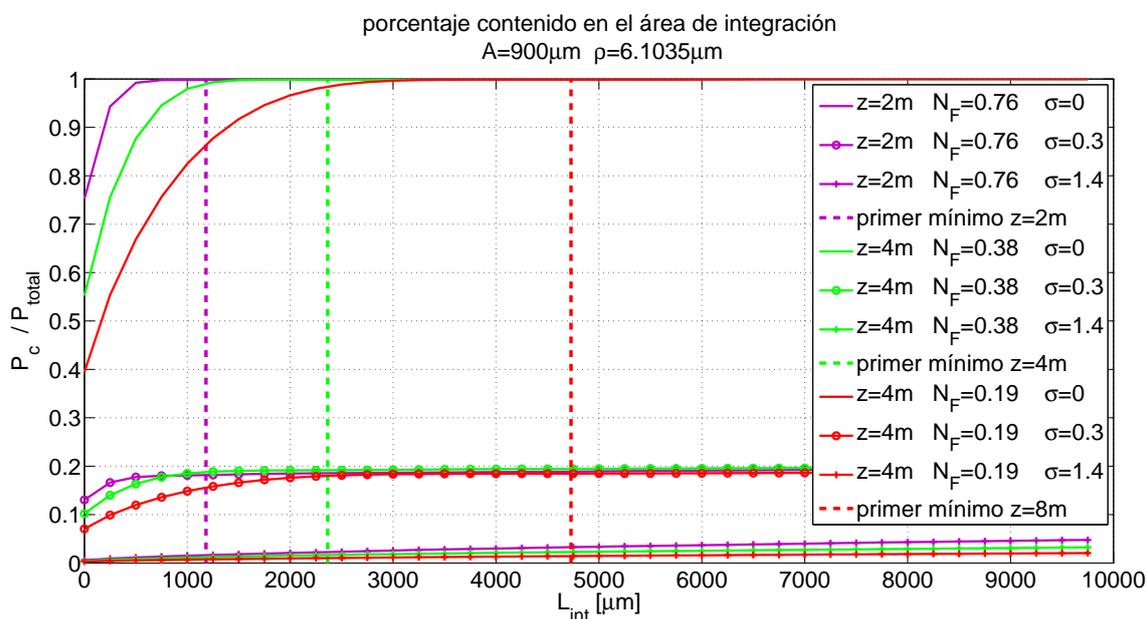


Figura 4-15: Porcentaje de intensidad como función del rango de integración.

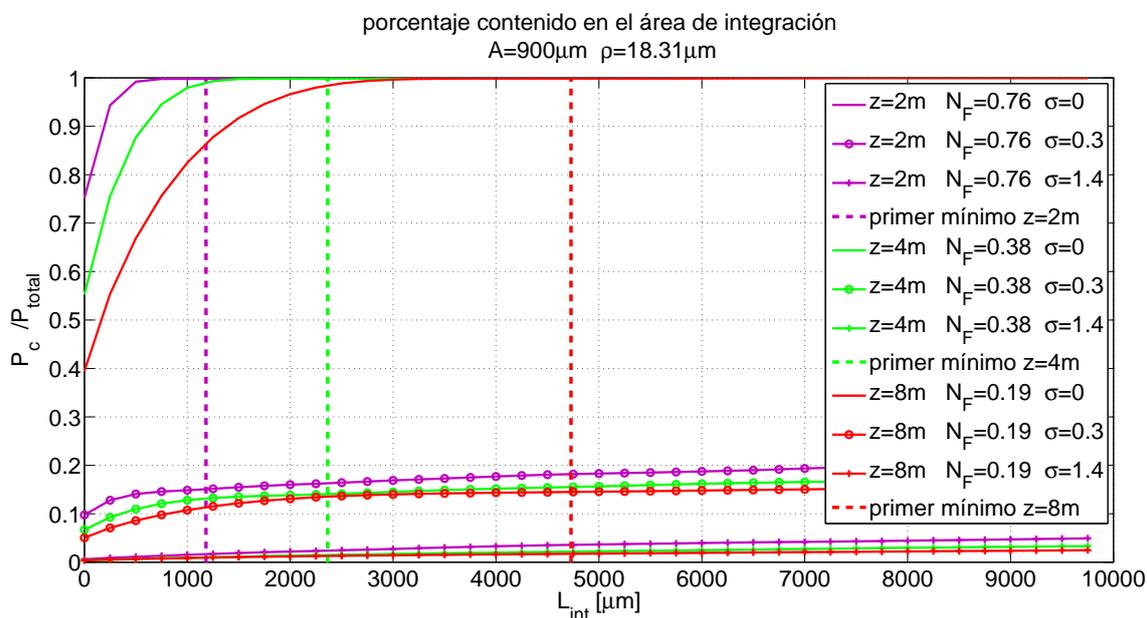


Figura 4-16: Porcentaje de intensidad como función del rango de integración.

Con una línea vertical punteada se ha indicado la posición del primer mínimo de intensidad para las distancias de propagación correspondientes. De la aproximación de Fraunhofer, dada por la ecuación 1-35 (p. 13), se prevé que los mínimos de intensidad

estén dados por:

$$X_m = \frac{m\lambda}{A}z, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4 \dots$$

Observando con detenimiento la forma en que aumenta la potencia contenida podemos deducir la forma en que se halla distribuida la intensidad. Las gráficas con línea continua y sin marcador, correspondientes a $\sigma = 0$, aumentan abruptamente para áreas de integración pequeñas, cuando sólo se integra sobre la parte central del patrón de difracción. Posteriormente la intensidad contenida continua aumentando pero a un ritmo menor, cuando L_{int} alcanza el primer mínimo de intensidad $\frac{P_c}{P_{total}}$ es prácticamente 1.

Para las gráficas de $\sigma = 1.4$, línea continua con marcador en cruz, se tiene una acumulación de la intensidad contenida prácticamente lineal, por lo que podemos decir que en estos patrones de difracción la intensidad se halla a grandes rasgos distribuida uniformemente en la totalidad del patrón, por otro lado, los porcentajes alcanzados son considerablemente menores y llegan a lo sumo a 0.1.

Finalmente para $\sigma = 0.3$, líneas continuas con marcador circular, se observa un caso intermedio; para áreas de integración pequeñas tiene un aumento mas rápido que las de $\sigma = 1.4$ pero no tan abrupto como las gráficas de $\sigma = 0$. Al seguir aumentando el área de integración se observa un cambio en la pendiente pero no es tan marcado como para la gráficas del haz coherente, sin embargo también podría decirse que está relacionado con el primer mínimo de intensidad. Para L_{int} mayores y para $\rho = 18.31\mu m$ continúa acumulando intensidad pero lo hace de una manera lineal y muy parecida a las gráficas de $\sigma = 1.4$ y no asintóticamente como las gráficas de $\sigma = 0$, mientras que para $\rho = 6.1035\mu m$ si se observa un comportamiento mas bien asintótico que tiende a 0.2. Esto nos habla de una distinción espacial en los patrones de difracción correspondientes a $\sigma = 0.3$ y tamaños de grano relativamente grandes, la parte central del haz se puede identificar como la parte del haz coherente, mientras que la parte exterior distribuida aleatoriamente corresponde a las componentes aleatorias del haz introducidas por la distribución de fases.

4.2.2. Inversión de la proporción del patrón de difracción en campo lejano

Finalmente se incluye un análisis que pretende simular las condiciones que se tienen en dos dimensiones para una abertura rectangular con anchos A_1 y A_2 de tal modo

que $A_2 = 2A_1$. Se ejecutaron por separado las mismas condiciones para las aberturas $A_1 = 500\mu m$ y $A_2 = 1000\mu m$.

La proporción inicial de las dimensiones de la abertura son:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{2} \quad (4-2)$$

Como ya es sabido, en campo lejano las proporciones de ancho y largo que tiene un patrón de difracción se invierten, nos preguntamos si esto mismo pasa en campos ópticos con speckle y en que condiciones. Se realizaron las gráficas de $\frac{P_c}{P_{total}}$ como función de la mitad área de integración (L_{int}), para $z = 4m$ y $\rho = 6.1035\mu m$; para dos tamaños de abertura $A = 500\mu m$ y $A = 1000\mu m$ y para los mismos valores de la desviación estándar con que ya se trabajó previamente $\sigma = 0$, $\sigma = 0.3$ y $\sigma = 1.4$. Para analizar la extensión del patrón del haz coherente se trazó un corte horizontal cuando $\frac{P_c}{P_{total}} = 0.75$ y se obtuvieron los L_{int} para los que en cada caso se obtuvo dicho porcentaje, posteriormente se observó cuáles eran los porcentajes en las gráficas correspondientes a $\sigma = 0.3$.

De la figura 4-17 se observa que la intensidad contenida para $\sigma = 0$ aumentan rápidamente, en esta zona se observa que las gráficas de $A = 500\mu m$ y $A = 1000\mu m$ van separadas, mostrando un menor porcentaje de intensidad la de $A = 500\mu m$ para un L_{int} dado, es decir, en campo lejano el patrón de difracción de $A = 500\mu m$ presenta una mayor extensión transversal que el de $A = 1000\mu m$; posteriormente a partir de aproximadamente $3000\mu m$ ambas tienden asintóticamente a 1. El aumento abrupto inicial corresponde a la integración sobre el primer lóbulo de la función $\text{sinc}^2(x)$, por otro lado el hecho de que tienda asintóticamente a 1 refleja que los siguientes lóbulos contribuyen muy poco a la intensidad total.

Por otro lado para $\sigma = 0.3$ observamos que los porcentajes ya son significativamente menores, sin embargo, tienen también un aumento inicial relativamente rápido como el observado para $\sigma = 0$. Las gráficas de $A = 500\mu m$ y $A = 1000\mu m$ también van separadas, mostrando una mayor extensión transversal el de $A = 500\mu m$, finalmente a partir de $3000\mu m$ tienden asintóticamente a aproximadamente 0.2. El observar estas características nos permite decir que al menos de manera cualitativa se conservan las propiedades del haz coherente para $\sigma = 0.3$, como son la formación de un lóbulo central de mucho mayor intensidad que el resto del patrón de difracción y la inversión de la extensión transversal con respecto a los tamaños de las aberturas.

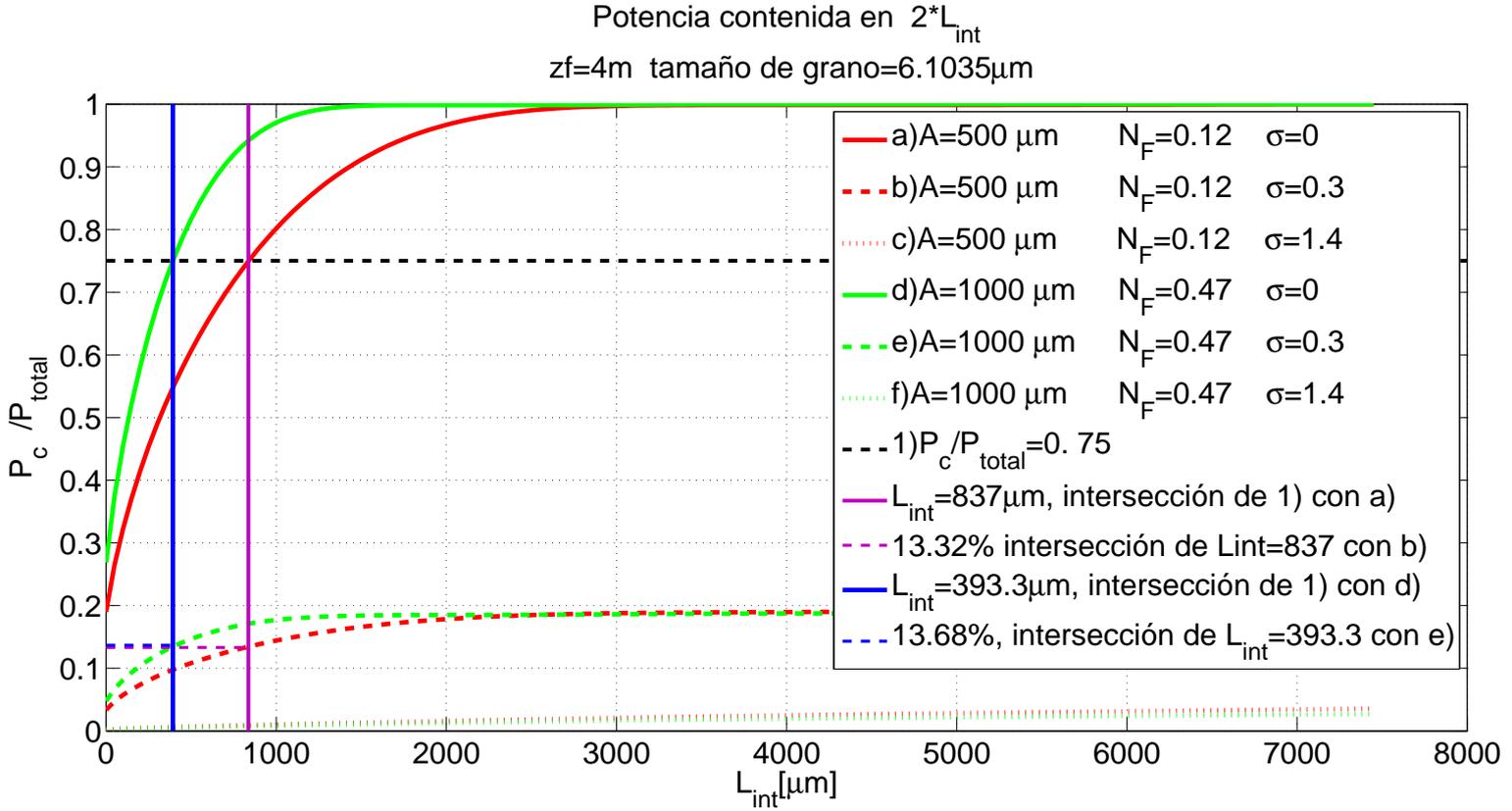


Figura 4-17: Porcentaje de intensidad como función del rango de integración.

Para $\sigma = 0$ la extensión necesaria para incluir el 75% de la potencia total son:

$L_{int} = 837$ para $A_1 = 500 \mu m$ y $L_{int} = 393.3$ para $A_2 = 1000 \mu m$. La razón entre las extensiones transversales nos da una medida de la inversión en las dimensiones del patrón de difracción con respecto a las aberturas:

$$\frac{L_{int75}(A_1)}{L_{int75}(A_2)} = \frac{837}{393.3} = 2.14. \quad (4-3)$$

Es decir, el patrón de difracción con $A_1 = 500 \mu m$ tiene el 75% de su potencia total en un área 2.14 veces más grande que el de $A_2 = 1000 \mu m$.

Utilizando estos valores de L_{int} se determinó la intensidad contenida para los patrones de difracción con $\sigma = 0.3$.

Para $A_1 = 500 \mu m$ se obtiene que el valor de la intensidad contenida para $L_{int} = 837 \mu m$ es de 13.32%, mientras que para $A_2 = 1000 \mu m$ se obtiene que el valor es de 13.68% para $L_{int}/2 = 393.3 \mu m$. Al obtener un cociente entre estos valores de la intensidad contenida

$$\frac{I(A_1)}{I(A_2)} = \frac{13.32}{13.68} = 0.97 \approx 1. \quad (4-4)$$

Por lo que podemos decir que corresponden a extensiones transversales que contiene aproximadamente la misma proporción del patrón de difracción total correspondiente. Es decir, la inversión del patrón de difracción en campo lejano para $\sigma = 0.3$ es del mismo orden que aquella que presenta el patrón del haz coherente.

Las gráficas correspondientes a $\sigma = 1.4$ van prácticamente traslapadas desde el principio y presentan un porcentaje de intensidad por debajo de 0.1, la forma en que va aumentando la intensidad contenida se mantiene constante, lo que nos indica que la intensidad se distribuye de manera uniforme a lo largo de todo el patrón de difracción y no se observa el fenómeno de inversión de dimensiones transversales del patrón de difracción respecto a la abertura.

4.3. Ejemplos en el caso bidimensional

En ésta sección se realizaron simulaciones en dos dimensiones de difracción en campo lejano con los mismos valores representativos de la desviación estándar $\sigma = 0.3$ y $\sigma = 1.4$, y tres tamaños de grano distintos. En este caso se tuvieron que hacer varias adecuaciones a algunos de los parámetros que ya se habían fijado en los programas unidimensionales. Por un lado al estar tratando con difracción de campo lejano el patrón de difracción tiene una extensión mucho mayor al tamaño de la abertura de modo que se tiene que considerar un mallado mas amplio para la simulación, sin embargo este aumento en el tamaño de la malla debe ser mesurado dado que el tamaño de grano es proporcional a dicho parámetro. Por otro lado el tamaño de grano es inversamente proporcional al número de puntos en el mallado que es igual a una potencia de dos. Una solución inmediata sería aumentar esta potencia de modo que la simulación se realice con un gran número de puntos y sea lo mas detallada posible, sin embargo esto conlleva un aumento considerable en los tiempos de computo.

El tamaño de la ventana de observación se fijó en $100,000\mu m$ la malla tiene 4096 puntos a lo largo y a lo ancho ($2^{12} = 4,096$) de modo que el tamaño del pixel (o tamaño mínimo de grano) es de $24.4141\mu m$, en el análisis unidimensional de campo lejano era de $6.1035\mu m$.

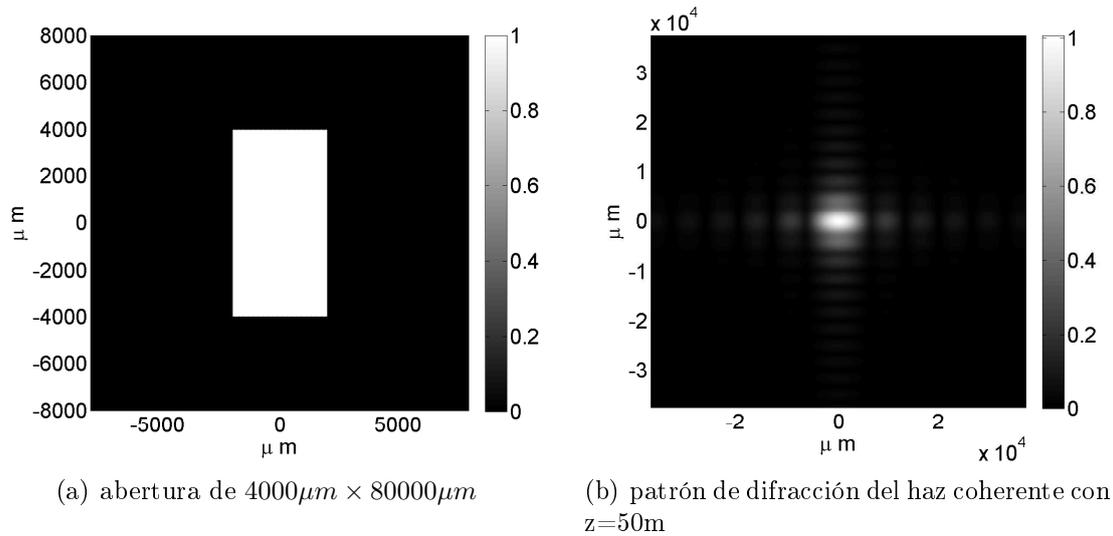


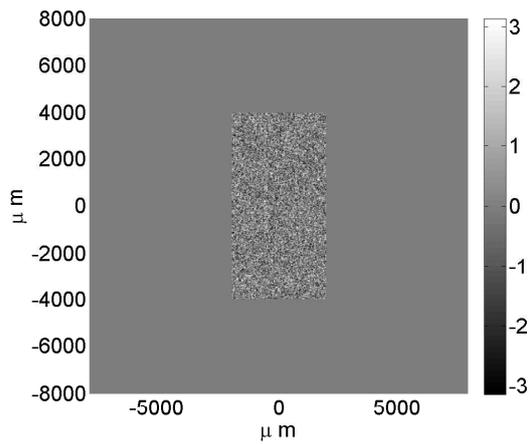
Figura 4-18: Abertura y patrón de difracción del haz coherente

Con estas imágenes se refuerza todo el análisis realizado previamente el cual apuntaba a una mayor similitud entre el patrón de difracción con speckle y del haz coherente para valores de σ menores. De las figuras 4.20(a), 4.20(e) y 4.20(g) observamos para $\sigma = 0.3$ la aparición de los lóbulos característicos del patrón de difracción sin speckle descritos por la ecuación 1-35 p.12 en su versión bidimensional e ilustrados en la figura 4.18(b). La aparición de estos lóbulos es mucho mas evidente para $\rho = 24.4141 \mu\text{m}$ (figura 4.20(a)) y conforme aumenta el tamaño de grano ya no son tan perceptibles los lóbulos de orden mayor.

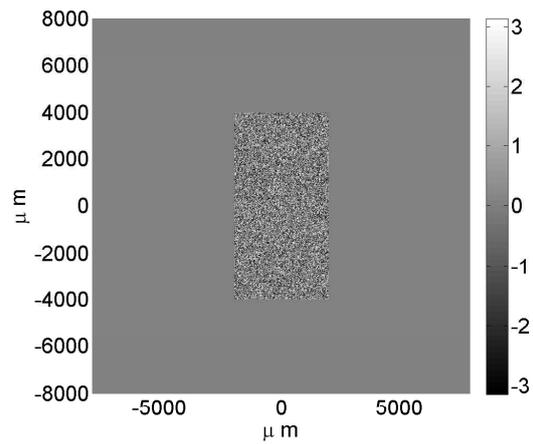
Refiriéndonos al análisis de energía recordamos que para $\sigma = 0.3$ y tamaños de grano mayores se prevé que la zona central del patrón de difracción corresponderá con aquel del haz coherente, mientras que la parte exterior corresponderá a las variaciones introducidas por el speckle; esto se hace visible en las figuras 4.20(e) y 4.20(g). Por otro lado al comparar por separado la figura 4.20(a) y 4.20(c) con el patrón de difracción del haz coherente, figura 4.18(b) advertimos que son muy similares, sin embargo, no hay que pasar por alto la significativa disminución en el máximo de intensidad ¿Hasta que punto podemos decir que dicha disminución se debe a las componentes aleatorias que introdujo el speckle y que en este caso en particular ya no figuran?

Es de destacar también que para $\rho = 48.8282 \mu\text{m}$ existe una disminución en el máximo de intensidad, posteriormente para tamaños de grano mayores la intensidad aumenta, esto podría indicar la existencia de un mínimo de correlación en $\rho \approx 48 \mu\text{m} \approx 96\lambda$.

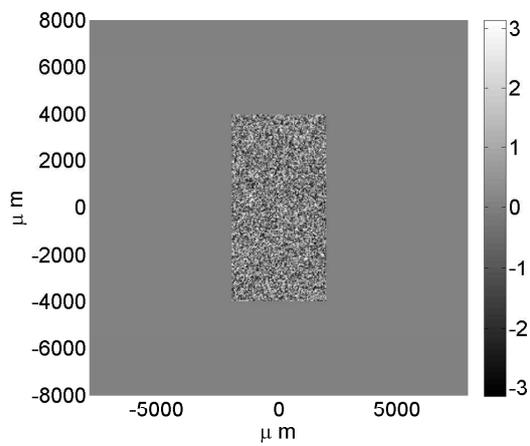
4.3. Ejemplos en el caso bidimensional



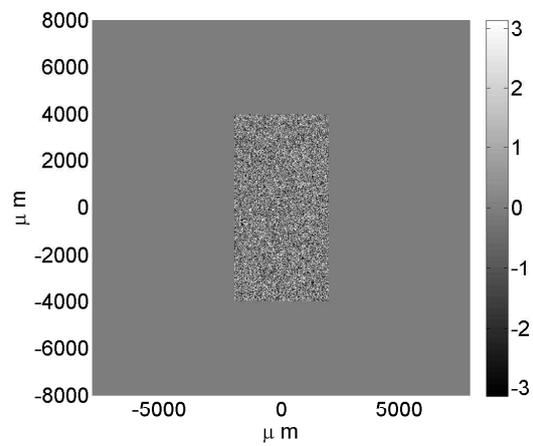
(a) fase inicial $\rho = 24.4141 \mu\text{m}$ y $\sigma = 0.3$



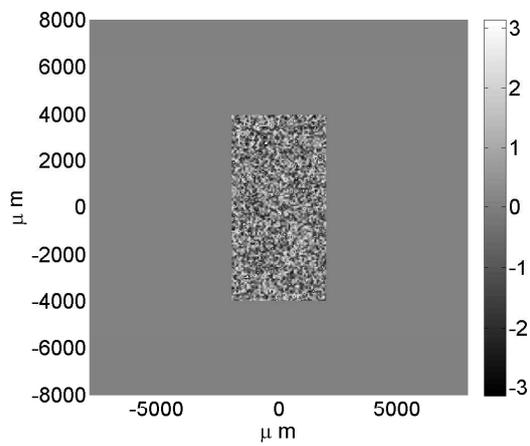
(b) fase inicial $\rho = 24.4141 \mu\text{m}$ y $\sigma = 1.4$



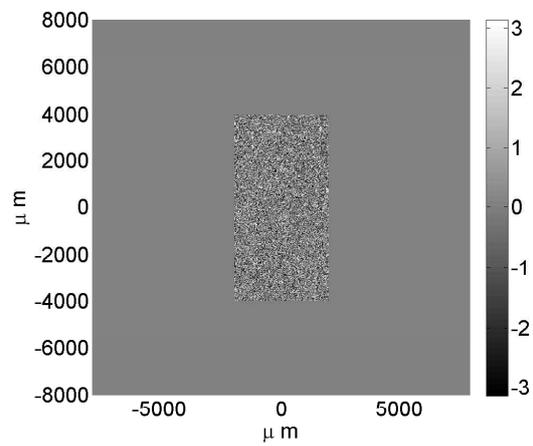
(c) fase inicial $\rho = 48.8282 \mu\text{m}$ y $\sigma = 0.3$



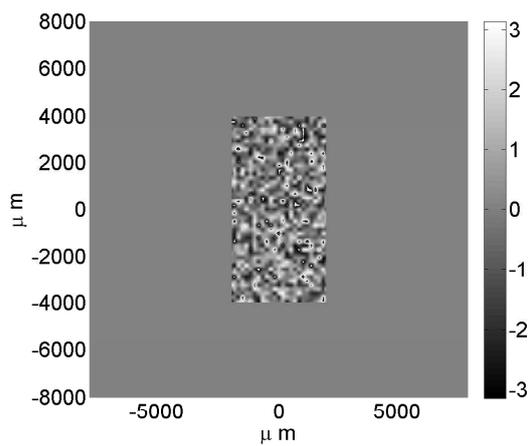
(d) fase inicial $\rho = 48.8282 \mu\text{m}$ y $\sigma = 1.4$



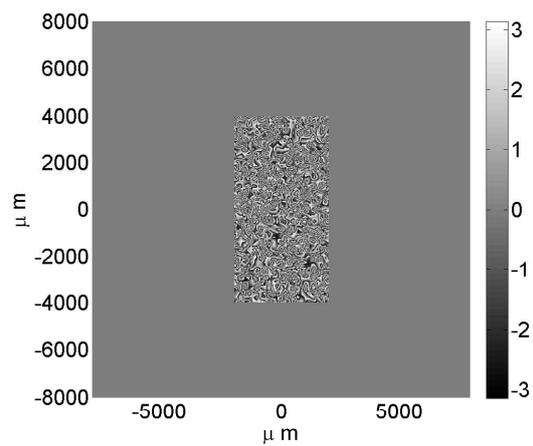
(e) fase inicial $\rho = 73.2423 \mu\text{m}$ y $\sigma = 0.3$



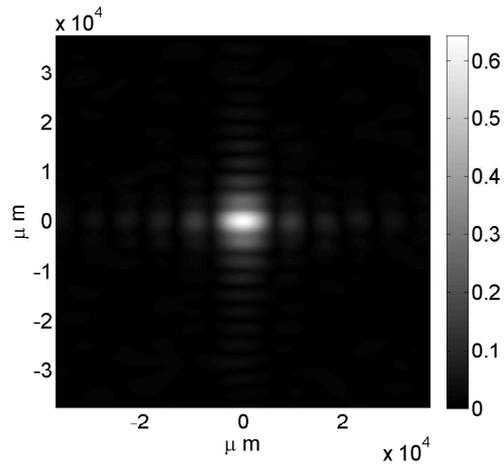
(f) fase inicial $\rho = 73.2423 \mu\text{m}$ y $\sigma = 1.4$



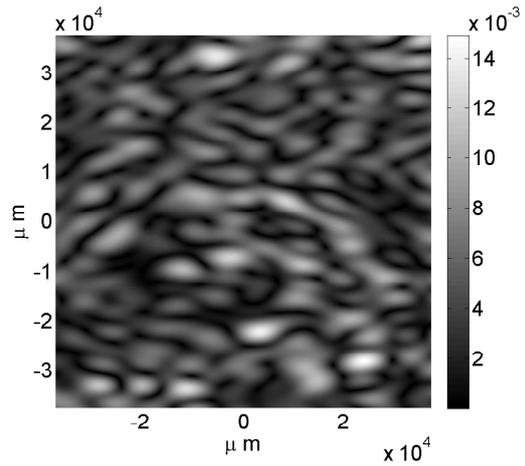
(g) fase inicial $\rho = 170.9402 \mu\text{m}$ y $\sigma = 0.3$



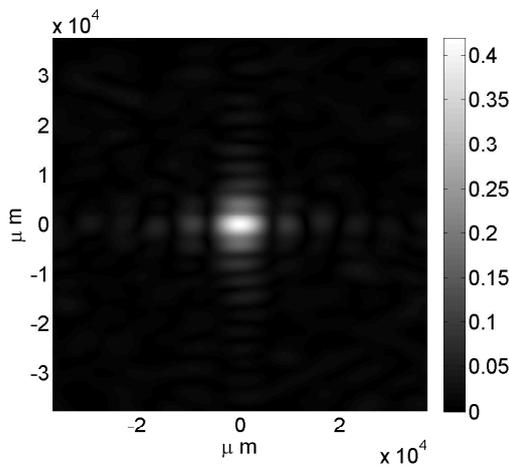
(h) fase inicial $\rho = 170.9402 \mu\text{m}$ y $\sigma = 1.4$



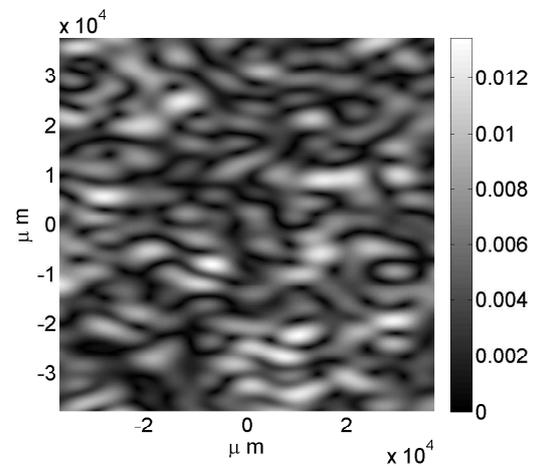
(a) $\rho = 24.4141 \mu\text{m}$ y $\sigma=0.3$



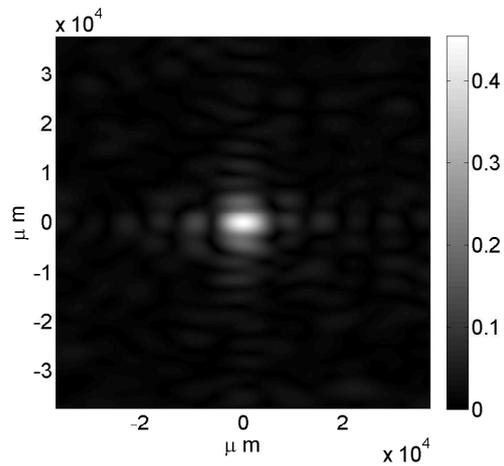
(b) $\rho = 24.4141 \mu\text{m}$ y $\sigma=1.4$



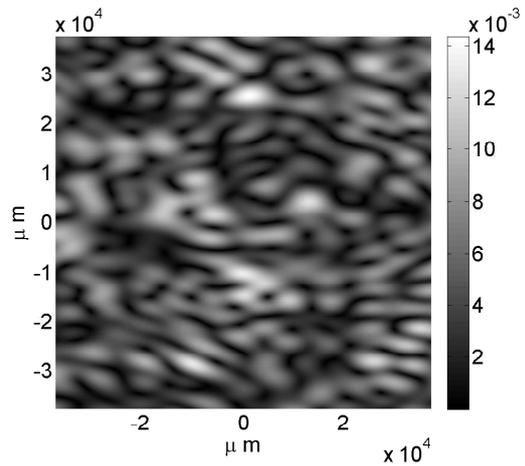
(c) $\rho = 48.8282 \mu\text{m}$ y $\sigma=0.3$



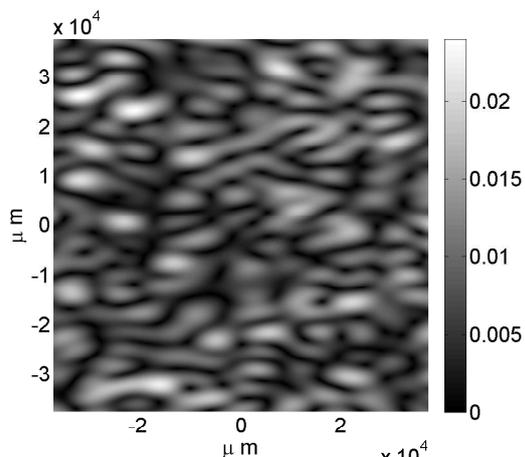
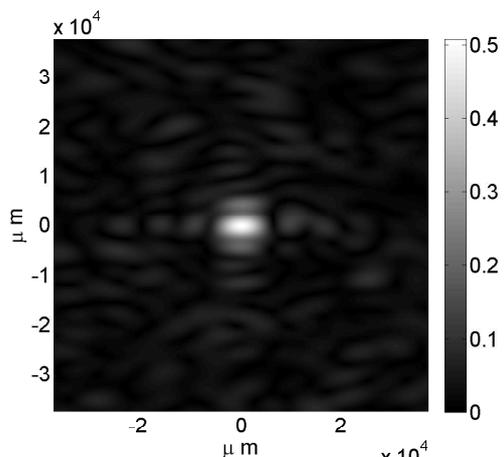
(d) $\rho = 48.8282 \mu\text{m}$ y $\sigma=1.4$



(e) $\rho = 73.2423 \mu\text{m}$ y $\sigma=0.3$



(f) $\rho = 73.2423 \mu\text{m}$ y $\sigma=1.4$



En el análisis unidimensional se observó un mínimo en $\rho \approx 12\mu\text{m} \approx 24\lambda$, ahora bien el tamaño de pixel paso de $6.1035\mu\text{m}$ a $24.4141\mu\text{m}$ (un factor de 4), de modo que se refuerza la hipótesis de un mínimo en $\rho \approx 48\mu\text{m}$ ya que la ubicación parece responder al factor de escalamiento entre el tamaño de pixel.

Ahora bien de las figuras 4.20(b), 4.20(d) 4.20(f) y 4.20(h) observamos que la intensidad del patrón de difracción se halla distribuida aleatoriamente en toda la ventana de observación para $\sigma = 1.4$, hecho que concuerda con lo observado en los análisis de la distribución de energía y se observó en la manera lineal que crecen las gráficas correspondientes de las figuras 4-15 y 4-16.

En el análisis de la correlación (ver por ejemplo la figura 4-12) se observa que la correlación aumenta al aumentar el tamaño de grano, recordemos que dicho comportamiento lo atribuimos a la integración del ruido que representa el patrón de difracción cuando σ es muy grande. En la figura 4.20(h) con $\rho = 170.94021\mu\text{m}$ la intensidad máxima es del doble que en los casos anteriores con tamaño de grano menor, lo cual podría estar aumentando los valores de la correlación al integrar sobre toda el área.

4.4. Discusión y Conclusiones

La desviación estándar es el parámetro que más afecta a la correlación; cuando los valores de σ son bajos la correlación aumenta, lo que refleja que conserva propiedades del haz coherente. La distribución de intensidad con valores de σ pequeños se asemeja a la distribución del patrón de difracción del haz coherente, presentando incluso la inversión de las proporciones en sus dimensiones respecto a la abertura. Sin embargo esto se hace mucho más evidente para tamaños de grano pequeños en cuyo caso el patrón de difracción es muy similar cualitativamente y sólo se debe considerar una disminución en el máximo de intensidad. Por otro lado, el patrón de difracción de $\sigma = 1.4$ tiene una distribución aleatoria que ya no guarda semejanza aparente con el patrón de difracción sin speckle, los valores en la correlación resultan en este caso ya muy pequeños y las variaciones observadas difíciles de ser reconocidas en el análisis de energía o en las simulaciones bidimensionales.

En campo lejano el tamaño de grano tiene un efecto significativamente más complejo

que en campo cercano. Por un lado se observa que cuando la desviación estándar es pequeña la correlación no parece depender del tamaño de grano significativamente, siendo el caso límite el haz coherente con $\sigma = 0$. En $\rho \approx 12\mu m \approx 24\lambda$ se observó la aparición de un mínimo global, al igual que en campo cercano, y parece responder al reescalamiento que existe entre los tamaños de pixel en un caso y el otro; por otro lado para valores de σ mayores la correlación aumentó al aumentar el tamaño de grano. Estos comportamientos se lograron ver reflejados en los ejemplos bidimensionales, pero no en el análisis de energía.

Tanto el tamaño de abertura como la distancia de propagación tienen un efecto poco significativo en la correlación. Sin embargo se logró rescatar el hecho de que la correlación aumenta al disminuir A o al disminuir z .

En el caso de campo lejano las variaciones propias que se introducen al generar las gráficas por medio de procesos estocásticos resultan mucho más significativas, por lo que el análisis de la correlación para valores de σ considerables ya no se considera muy confiable, incluso para $\sigma = 0.3$ sería necesario incluir un número mayor de experimentos para poder inferir más información.

Por otro lado considero que tanto el análisis de correlación, como el análisis de energía por sí solos no proveen de la información completa para poder analizar en su totalidad el fenómeno de difracción con speckle en campo lejano, es hasta que se comparan los resultados de ambas partes y se comprenden también sus limitaciones que se puede tener un mapa más o menos general de lo estudiado.

Capítulo 5

Conclusiones generales

En este trabajo se estudiaron las propiedades de una haz con speckle al difractarse. Para ello se realizaron simulaciones de propagación en las cuáles el haz incidente correspondía a un haz con speckle y el objeto que lo difractaba se trataba de una rendija simple, las observaciones se realizaron en campo cercano y lejano. Dado que el speckle provee al problema de un carácter aleatorio fue necesario realizar un análisis estadístico centrado en dos principales técnicas, estudio de correlación del haz con speckle con respecto al haz coherente; y estudio de la distribución de energía.

El estudio de correlación arrojó información acerca de la similitud entre el patrón de difracción con speckle y sin speckle en las regiones comúnmente conocidas como campo lejano y cercano.

En campo cercano fue posible identificar los siguientes puntos en el comportamiento del haz difractado:

- La correlación aumenta al aumentar el tamaño de la abertura o bien al disminuir la distancia de propagación. Fue posible determinar que la correlación permanecerá constante al variar A y z , siempre y cuando $\frac{A}{z}$ no varíe.
- La desviación estándar de la distribución es quizá el parámetro al cual la correlación presenta mayor sensibilidad, al disminuir dicho parámetro la correlación aumenta, siendo el caso límite el *haz coherente* con $\sigma = 0$.
- Al aumentar el tamaño de grano se permite en cierto grado una mayor uniformidad en la distribución de fases iniciales, lo cual conlleva un aumento en la correlación. Por otro lado, se observó un mínimo, en algunos casos global y en otros local, para $\rho \approx 3\mu m \approx 6\lambda$ y solamente en valores pequeños de la desviación estándar

cuyo origen no pudo atribuirse a alguno de los parámetros a variar, por lo que una posible explicación sea la extensión finita de los pixeles con los que se realiza la simulación.

En campo lejano se logró hallar una congruencia con algunos de las observaciones hechas en campo cercano, mientras que otras propiedades se pierden:

- La correlación aumenta al disminuir la desviación estándar.
- Nuevamente se observó la aparición de un mínimo, localizado esta vez en $\rho \approx 12\mu m \approx 24\lambda$, solo para valores pequeños de la desviación estándar; así como un muy ligero aumento de la correlación al aumentar el tamaño de grano.
- Se mostró que la correlación aumenta muy poco al disminuir el tamaño de abertura o bien la distancia de propagación.
- Las variaciones en la correlación generadas por la aleatoriedad del speckle fueron mucho mas evidentes en campo lejano, a pesar de realizarse promedios. Por otro lado para valores de σ grandes, la correlación ya era cercana a cero, razón por la que se pudo extraer menos información que en campo cercano.

Con el estudio basado en la distribución de energía se logró comprender la forma en que se distribuye la intensidad en distintas secciones de un patrón de difracción, al integrar la intensidad contenida en áreas sucesivamente mas grandes, iniciando en el centro del patrón de difracción. En campo cercano:

- El patrón de difracción se hallaba más confinado a la región que ocupa el haz coherente conforme los valores de la desviación estándar disminuían.
- El patrón de difracción con $\sigma = 0.3$ correspondía en su parte central al haz coherente mostrando una acumulación de la intensidad semejante a la sombra de la abertura; mientras que en la parte exterior corresponde a la parte aleatoria, que se genera por la distribución estadística, y es vista como un halo cuya energía se va acumulando de manera más o menos homogénea conforme se aumenta el área de integración.

Por otro lado en campo lejano se observó que:

- Como era de esperarse, los patrones de difracción presentan una dispersión mayor en la distribución de la energía conforme la distancia de propagación aumenta.

-
- Los patrones de difracción permanecen mas confinados conforme disminuye la desviación estándar, al igual que en campo cercano.
 - Para $\sigma = 0.3$ se lograron observar disminuciones en el ritmo al cual se acumulaba la potencia integrada, los cuales se asocian a la aparición de los mínimos característicos de la función $\text{sinc}^2(x)$, reflejada ahora en los patrones de difracción con speckle. Mientras que para $\sigma = 1.4$, el ritmo al que aumenta la intensidad integrada se mantiene mas o menos constante.
 - Analizando por separado dos tamaños de abertura distintos, para $\sigma = 0.3$, se observó que el patrón correspondiente a la abertura mas pequeña se hallaba ahora distribuido sobre un área mayor es decir una inversión de las proporciones del patrón de difracción respecto a las proporciones de la abertura, tal como sucede en la difracción del haz coherente. Para $\sigma = 1.4$ los patrones de difracción acumulan su intensidad de manera muy similar para los dos tamaños de abertura.

Se llevaron a cabo algunas simulaciones bidimensionales. Dado que en ese caso es necesario definir el campo a lo largo y ancho del patrón, tomaban mucho más tiempo que sus contrapartes unidimensionales¹, por lo que el análisis estadístico no se realizó.

En este punto cabe destacar que una opción, como trabajo a futuro, sería la implementación de un programa que mapeara cada una de las distintas hileras de un arreglo bidimensional a la misma columna, permitiendo de ese modo trabajar con un vector de $n \cdot m$ entradas en lugar de una matriz de $n \times m$ [9].

A pesar de todas las limitaciones mencionadas y del trabajo pendiente, fue posible interpretar y reconocer algunos aspectos del análisis unidimensional reflejados en los ejemplos bidimensionales:

- En campo cercano para $\sigma = 1.4$ se observa que el patrón de difracción continua manteniendo la forma rectangular de la abertura, pero con una extensión y dispersión mucho mayor que el caso del haz coherente. Mientras que para $\sigma = 0.3$ el patrón de difracción se asemeja en su parte central a la sombra de la abertura, que corresponde claramente al patrón del *haz coherente*, en la parte exterior presenta un halo de menor intensidad, del mismo tamaño que aquel de $\sigma = 1.4$. En este

¹Solamente para generar un patrón de difracción bidimensional se emplean alrededor de 5 minutos, hay que considerar además que se tiene que realizar el análisis correspondiente de correlación o de energía, según sea el caso, también en dos dimensiones. Por último es necesario promediar los resultados obtenidos para ensambles de 100 experimentos.

sentido resulta interesante poder observar en un mismo patrón de difracción ambos comportamientos extremos, cada uno reflejado en una zona distinta de la ventana de observación.

- En campo lejano se observó que para $\sigma = 0.3$, una abertura rectangular de orientación horizontal generará un patrón de difracción con un rectángulo vertical en la parte central, heredado por la parte que corresponde al haz coherente. Por otro lado, para $\sigma = 1.4$ el patrón de difracción se halla distribuido de manera totalmente aleatoria y es de muy baja intensidad, por lo que podría decirse que corresponde únicamente al ruido remanente.

A grandes rasgos podemos resumir que:

Los patrones de difracción en **campo cercano** aún son muy similares a la sombra de la abertura. Sin embargo la forma en la que está distribuida su intensidad es distinta dependiendo de los valores de la desviación estándar; por un lado con valores grandes de σ se observa una mayor dispersión de la energía así como una distribución más o menos homogénea; por el otro, para valores pequeños de σ el patrón de difracción mostraba dos secciones, la central muy semejante a la sombra de la abertura y una exterior que corresponde a un halo de menor intensidad. En términos cualitativos dos patrones de difracción con distintos valores de A y z , pero igual $\frac{A}{z}$ serán iguales, es decir conforme aumenta la distancia de propagación va perdiendo similitud con el patrón del haz coherente o bien al disminuir el tamaño de la abertura.

Los patrones de difracción en **campo lejano** ya no presentan gran sensibilidad a la distancia de propagación o al tamaño de abertura. Para valores pequeños de la desviación estándar el patrón de difracción presentará una inversión en las proporciones con respecto a la abertura original, aquella abertura rectangular y horizontal generará un patrón de difracción con un rectángulo vertical en el centro. Para valores grandes de σ la distribución de intensidad es totalmente aleatoria y ya no preserva las proporciones de la abertura original.

Con todos los resultados obtenidos se plantea, como una posibilidad de trabajo a futuro, la verificación experimental de los resultados aquí presentados. La distribución inicial de fases puede ser fácilmente generada por medio de un modulador espacial de luz y el análisis de los patrones de difracción puede ser llevada a cabo con una cámara

CCD (para la correlación) y fotodiodos o medidores de potencia (para la distribución de energía), así como programas semejantes a los desarrollados en éste trabajo.

Como una aplicación a partir de estos resultados pensamos que es posible desarrollar un sistema para caracterizar distintos grados de rugosidad, durante un proceso de pulido de superficies con base en lo siguiente. Por un lado la desviación estándar resultó ser el parámetro mas determinante en las simulaciones, por el otro en una superficie rugosa la desviación estándar está asociada a la dispersión en los valores del espesor que tienen los distintos dominios con espesor constante. Por tanto, al comparar los resultados obtenidos con un análisis de difracción de un haz transmitido a través de la superficie a estudiar se podría identificar la uniformidad en el espesor de los granos que conforman dicha superficie y tener una idea del grado de pulido que se ha logrado, *in situ* y conforme se va realizando el pulido.

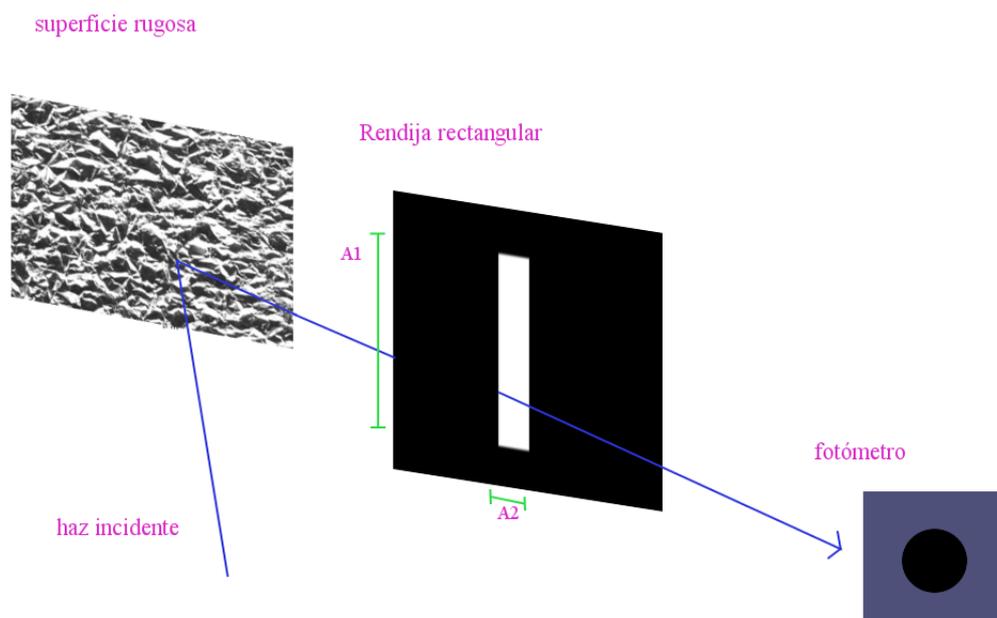


Figura 5-1: Montaje para poder medir el grado de pulido en superficies rugosas.

Pienso que la parte más útil para este efecto pudiera ser el análisis de energía llevado a cabo en campo lejano para dos tamaños de abertura distintos. Cuando la superficie a pulir halla alcanzado cierto grado de homogeneidad en el espesor (disminución de σ), deberá distinguirse la inversión de las proporciones del rectángulo central de difracción con respecto a la abertura inicial. La integración de la intensidad en áreas determinadas de un patrón de difracción puede ser llevada a cabo fácilmente con un fotodiodo o medidor de potencia, mientras que la propagación a grandes distancias que son requeridas para

campo lejano se pueden lograr por medio de un sistema de espejos o de lentes ([14] p. 103).

En la figura 5-1 se muestra una superficie rugosa sobre la que incide una onda plana, generando así un patrón de speckle. Posteriormente el haz reflejado se hace pasar a través de una abertura rectangular con distinto ancho y largo, el área en que el fotómetro integra la intensidad recibida del patrón de difracción deberá poder ser sintonizada con el fin de poder corroborar el grado de inversión de proporción.

Con respecto a una de las motivaciones adicionales de ésta tesis como trabajo a futuro, relacionada con la turbulencia observada en condensados de Bose Einstein, se podrían buscar analogías entre la ecuación de Gross Pitaevskii, que rige el comportamiento de los condensados, y las ecuaciones de Maxwell en el contexto de la difracción de campos ópticos con speckle. Sin embargo, es importante destacar que la ecuación de Gross Pitaevskii es no lineal (razón por la que también es conocida como la ecuación de Schrödinger no lineal) mientras que las ecuaciones de Maxwell y en particular la ecuación de onda que se deriva de ellas si lo son. Una posible ruta sería utilizar gases de Bose con interacciones muy débiles entre sus átomos de modo que la ecuación de Gross Pitaevskii se limite a su aproximación lineal [28].

Como fue mencionado en la introducción se ha observado que al permitir la expansión libre de una nube de bosones se observa una inversión de sus proporciones, respecto a su condición inicial. Esta condición puede ser suprimida si en dicho condensado se introduce turbulencia [12]. Nuevamente es posible recuperar cierto paralelismo entre este comportamiento, asociado a ondas de materia y las ondas electromagnéticas al difractarse en campo lejano, contemplando variaciones en la desviación estándar.

Apéndice A

Simulación numérica de propagación de campo cercano.

En esta sección se incluyen algunos de los programas que se utilizaron para realizar las simulaciones. El primero que se incluye corresponde al cálculo de la correlación promedio para el $A \in (A_0, A_F)$ y $z \in (z_0, z_f)$.

```
%Programa para propagar en difraccion de Fresnel en una dimensión
%y calcular la correlación promedio entre patrón con speckle y sin speckle.
%En este caso, para evitar rebotes se emplea un absorbedor.
%Pero es importante tener en cuenta que existe un compromiso
%entre el orden del absorbedor, su ancho y el tamaño de la ventana
% de observación. En este programa se varia tamaño de abertura y
%distancia de propagación.
clear all
pot =15;
x0=25000;
lx=2*x0;    %tamaño de la ventana de observacion
nx=2^(pot); %número de puntos en la simulación
dx=lx/nx; %tamaño de pixel
lamb=.532;  %longitud de onda
k=2*pi/lamb; %numero de onda
dz = 100; %tamaño de paso en z
x=(-x0:dx:x0-dx); %vector en espacio de coordenadas
```

```

q=(-nx/2:(nx/2)-1)/lx; %vector en espacio de frecuencias
Na=15;
N=100;          %Numero de puntos para promediar la correlacion
Nz=8;          %Numero de variaciones de la distancia de propagacion
zsteps=10;     %numero de pasos inicial
Z0=dz*zsteps;  %Distancia de propagación inicial
dZ=10;         %aumento en el número de pasos
Zstep=dz*dZ;%Aumento en la distancia de propagación
Zf=Z0+Zstep*Nz;
Zx=(Z0:Zstep:Zf);
%Condicion inicial
pots=3; % define el tamaño de grano en términos del tamaño de pixel
Aps=exp(-(x./(0.85*x0)).^100);          %'absorbedor'
Aps = fftshift(Aps);                    %desplazamiento del propagador
Prop = exp(-1i*pi*dz*lamb*q.^2);        %T.F. del propagador paraxial
Prop = fftshift(Prop); %desplazamiento del propagador
C=ones(Na,N);
Cf=ones(Nz,Na);
nz=1;
A0=250;      %Tamaño inicial de la abertura
dA=25;
Af=A0+dA*Na; %tamaño final
Ax=2*(A0:dA:Af);
%definimos el tamaño de grano
Size=pots;
sxn=round(length(x)/Size);
sps=2*x0/sxn;
%SE DEFINE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR
sigma=0.3;
%Calcula el número de fresnel mas chico y mas pequeño
fr=4*A0*A0/(lamb*Zf);
FR=4*Af*Af/(lamb*Z0);

```

```

while nz<=(Nz+1)
    %EL NUMERO DE PASOS QUE DA PARA CADA Z ES DISTINTO, va aumentando
    zsteps=zsteps + dZ*(nz-1);
    auxa=1;
    while auxa<=(Na+1)
        A=A0 + dA*(auxa-1);
        F0=(abs(x) < A); %accion de la abertura
        param=1;
        while param<(N+1)
            Xi=linspace(-x0,x0,length(x)/Size);
            %se asocia la fase aleatoria con distribución normal
            psi=random('norm',0, sigma,size(Xi));
            Psi=interp1(Xi,psi,x);
            Pup=exp(1i*2*pi*Psi);
            %desplazamiento de F0 para la transformada de Fourier
            Fs=fftshift(F0.*Pup);
            %desplazamiento de F0 para la transformada de Fourier
            Fr=fftshift(F0);
            for z=dz:dz:zsteps*dz;
                %esta parte corresponde a la propagación de los haces por una distancia dz
                %haz sin speckle
                Fr=fft(Fr); %T.F. de la función
                Fr=Fr.*Prop; %multiplica TF del propagador y de la función
                Fr=ifft(Fr); %aplica la transformada inversa
                Fr=Fr.*Aps; %multiplica por el absorbedor
                FF=abs(fftshift(Fr)); %desplazamiento para TF
            Fs=fft(Fs); %T.F. de la función
            Fs=Fs.*Prop; %multiplica TF del propagador y de la función
            Fs=ifft(Fs); %aplica la transformada inversa
            Fs=Fs.*Aps; %multiplica por el absorbedor
            FFs=abs(fftshift(Fs)); %desplazamiento para TF
        end
    end
end

```

```

        FvsFs=xcorr(FF,FFs);
        FvsF=xcorr(FF,FF);
        C(auxa,param)=(FvsFs(nx))/(FvsF(nx));
        param=param+1; %pasamos a la siguiente simulación
    end
    Cf(nz,auxa)=sum(C(auxa,:))/N;
    auxa=auxa+1;
end
nz=nz+1;    %aumenta el tamaño de paso
end
[AX,ZX]=meshgrid(Ax,Zx);
%esta sección genera las imagenes en escala de grises
figure (3)
surf(AX,ZX,Cf);
shading interp;
set(gcf,'Renderer', 'zbuffer')
view(0,90); colormap gray
colorbar;
set(gca,'FontSize',20)
xlim([2*A0 2*Af]);
xlabel ('Tamaño de la abertura [{}\mum]');
ylabel ('Z[{}\mum]');
ylim([Z0 Zf]);

```

A continuación se presenta el programa para calcular la correlación promedio para patrones de difracción con $\rho \in (\rho_0, \rho_f)$ y $\sigma \in (\sigma_0, \sigma_f)$.

```

clear all
A=450; %tamaño de abertura
pot =15;
x0=25000;
lx=2*x0;
nx=2^(pot);    %numero de pixeles

```

```

dx=lx/nx
lamb=0.532;
k=2*pi/lamb; %numero de onda
dz = 100;
zsteps=40;
x=(-x0:dx:x0-dx); %vector en espacio de coordenadas
q=(-nx/2:(nx/2)-1)/lx; %vector en espacio de frecuencias
%pots define el tamaño de grano del speckle con relacion a la malla
Npots=15;
N=20;%Numero de puntos para promediar la correlacion
Ndesv=10;      %Numero de variaciones de la abertura
C=ones(Npots,N);
Cf=ones(Ndesv,Npots);
%tamaño de speckle real
ts=ones(1,Npots);
ts0=1;
dts=1;
tsf=ts0+(Npots-1)*dts;
for n=1:1:Npots;
    pots=ts0+(n-1)*dts;
    sxn=round(length(x)/pots);
    ts(n)=2*x0/sxn;
end
o=ts(1)
hh=ts(Npots)
desv0=0.05;
Ddesv=0.15;
desvF=desv0+Ddesv*Ndesv
desvx=(desv0:Ddesv:desvF);
%Condición inicial
Aps=exp(-(x./(0.85*x0)).^100);           %'absorbedor'
Aps = fftshift(Aps);                    %desplazamiento del propagador

```

```

Prop = exp(-1i*pi*dz*lamb*q.^2);           %T.F. del propagador paraxial
Prop = fftshift(Prop); %desplazamiento del propagador
auxd=1;
F0=(abs(x) < A);
fr=4*A*A/(lamb*dz*zsteps);
while auxd<=(Ndesv+1) %ciclo de la abertura
    sigma=desv0+(auxd-1)*Ddesv
    auxn=1;
    auxd
    while auxn<=(Npots)
        Size=auxn;
        param=1;
        sxn=round(length(x)/Size);
        sps=2*x0/sxn;
        while param<(N+1)
            Xi=linspace(-x0,x0,length(x)/Size);
            psi=random('norm',0, sigma,size(Xi));
            Psi=interp1(Xi,psi,x);
            Pup=exp(1i*2*pi*Psi);
            Fs=fftshift(F0.*Pup);           %desplazamiento de F0 para TF
            F=fftshift(F0);               %desplazamiento de F0 para TF
            for z=dz:dz:zsteps*dz;
                F=fft(F);                 %T.F. de la función
                F=F.*Prop;
                F=ifft(F);
                F=F.*Aps;
                FF=abs(fftshift(F));      %desplazamiento para TF
                Fs=fft(Fs);               %T.F. de la funcion
                Fs=Fs.*Prop;
                Fs=ifft(Fs);
                Fs=Fs.*Aps;
                FFs=abs(fftshift(Fs));    %desplazamiento para TF
            end
            param=param+1;
            auxn=auxn+1;
        end
        auxd=auxd+1;
    end
end

```

```

        end
        FvsFs=xcorr(FF,FFs);
        FvsF=xcorr(FF,FF);
        C(auxn,param)=(FvsFs(nx))/(FvsF(nx));
        param=param+1;
    end
    Cf(auxd,auxn)=sum(C(auxn,:))/N;
    auxn=auxn+1;
    end
    auxd=auxd+1;
end
z=dz*zsteps;
[SP,dX]=meshgrid(ts,desvx);
toc
figure(31)
surf(SP,dX,Cf);
shading interp;
set(gcf,'Renderer','zbuffer')
view(0,90); colormap jet
colorbar;
set(gca,'FontSize',20)
xlim([o hh]);
set(gca,'FontSize',20)
ylim([desv0 desvF]);
xlabel('Tamaño de grano [{\mum}]');
ylabel('Desviación Estandar');

```

Los demás programas de correlación son análogos. Finalmente se incluye el programa para calcular la potencia contenida en un área determinada, es decir, $\frac{P_c}{P_{total}}$ con función de L_{int} .

```

%Programa para propagar en difraccion de Fresnel en una dimensión
%calcular la intensidad contenida en una ancho variable.

```

```

%En este caso, para evitar rebotes se emplea un absorbedor.
%se introdujo un segundo apodizador para establecer el ancho del patrón
%como función de la distancia de propagación
clear all
A=500;
pot =15;
x0=100000;
lx=2*x0;
nx=2^(pot); %x-sampling
dx=lx/nx;
lamb=0.532;
k=2*pi/lamb; %numero de onda
dz =100000;
z=4000000;
zsteps=z/dz;
x=(-x0:dx:x0-dx); %vector en espacio de coordenadas
q=(-nx/2:(nx/2)-1)/lx; %vector en espacio de frecuencias
pots=1;
N=100; %Numero de 'realizaciones' del experimento para promediar la correlacion
FR=4*A*A/(dz*zsteps*lamb);
display(FR);
F0=(abs(x) < A);
normfo=norm(abs(fftshift(F0)));
rxpo=0.000;
rxpf=0.075;
rdx=0.0005;
xpo=x0*rxpo;
xpoA=x0*rxpo/(2*A);
xpf=x0*rxpf;
xpfA=x0*rxpf/(2*A);
dxp=x0*rdx;
dxpA=x0*rdx/(2*A);

```

```

nxp=round((xpf-xpo)/dxp);
display(nxp);
Ax=(xpo:dxp:xpf-dxp);
percaps=ones(1,nxp);
perc75=ones(1,nxp);
Aps=exp(-(x./(0.85*x0)).^100);
Aps = fftshift(Aps);
Prop = exp(-1i*pi*dz*lamb*q.^2);
Prop = fftshift(Prop);
j=1;
Size=pots;
sxn=round(length(x)/Size);
sps=2*x0/sxn;
display(sps);
perc=ones(nxp,N);
sigma=1.4;
tic
exper=1;
while exper<(N+1)
    aux=1;
    display(exper);
    Xi=linspace(-x0,x0,length(x)/Size);
    psi=random('norm',0,sigma,size(Xi));
    Psi=interp1(Xi,psi,x);
    Pup=exp(1i*2*pi*Psi);
    Fs=fftshift(F0.*Pup);
    F=fftshift(F0);
    j=1;
    for z=dz:dz:zsteps*dz;
        F=fft(F); %T.F. de la función
        F=F.*Prop;
        F=ifft(F);
    end
end

```

```

    F=F.*Aps;
    FF=abs(fftshift(F)).^2;           %desplazamiento para la TF
    Fs=fft(Fs);                       %T.F. de la función
    Fs=Fs.*Prop;
    Fs=ifft(Fs);
    Fs=Fs.*Aps;
    FFs=abs(fftshift(Fs)).^2;        %desplazamiento para la transformada de Fourier
    j=j+1;
endD
while aux<(nxp+1)
xp=(xpo+aux*dxp);
Aps2=exp(-(x./(xp)).^200);
FsAPS2=FFs.*Aps2;
FAPS2=FF;
FFsAPS2=abs(FsAPS2); %%campo apodizado parte real
FFAPS2=abs(FAPS2);
Naps2=norm(FsAPS2);%la norma
Nap2=norm(FAPS2);
perc(aux,exper)=Naps2/Nap2;
aux=aux+1;
end
exper=exper+1;
end
aux=1;
while aux<(nxp+1)
percaps(aux)=sum(perc(aux,:))/(N);
perc35(aux)=.35;
perc75(aux)=.75;
aux=aux+1;
end
figure(9)
plot(Ax, percaps,'b', 'LineWidth', 3);

```

```
hold on;  
set(gca,'FontSize',20);  
xlabel('L_{int}[\mu]');  
ylabel('Porcentaje de intensidad');
```

Bibliografía

- [1] H. J. Rabal and R. A. Braga. *Dynamic Laser Speckle and Applications*. Taylor and Francis Group, 2009.
- [2] H. -E. Hwang, P. Han. Theoretical analysis for surface tilt and translation detection based on speckle photography in the Fresnel domain. *Optics Communications*, 282:351-354, 2009.
- [3] A. F. Fercher, W. Drexler, C. K. Hitzenberger and T. Lasser. Optical coherence tomography: principles and applications. *Reports on Progress in Physics*, 66: 239-303, 2003.
- [4] J. M. Schmitt, S. H. Xiang and K. M. Yung. Speckle in Optical Coherence Tomography: An Overview. *Journal of Biomedical Optics*, 4(1): 95-105, 1999.
- [5] A. M. Zysk, F. T. Nguyen, A. L. Oldenburg, D. L. Marks and S. A. Boppart. Optical coherence tomography: a review of clinical development from bench to bedside. *Journal of Biomedical Optics*, 12(5):051403/1-051403/21, 2007.
- [6] J. Bertolotti, E. G. van Putten, C. Blumm, A. Legendijk, W. L. Vos and P. Mosk. Non-invasive imaging through opaque scattering layers. *Nature*, 491 (7423):232-234, 2012.
- [7] J.C. Dainty. Speckle interferometry in astronomy. *In Symposium on Recent Advances in Observational Astronomy, Ensenada, México, 1981*, 95-111.
- [8] A. Labeyrie. Attainment of Diffraction Limited Resolution in Large Telescopes by Fourier Analysing Speckle Patterns in Star Images. *Astronomy & Astrophysics*, 6(1):85-87, 1970.

- [9] G. B. Díaz Cortés. *Speckle Dinámico para la caracterización de materiales*. MSc. thesis, Instituto de Investigaciones en Materiales, 2014.
- [10] S. Mondillo, M. Galderisi, D. Mele, M. Cameli, V. S. Lomoriello, V. Zacà, P. Ballo, A. D'Andrea, D. Muraru, M. Losi, E. Agricola, A. D'Errico, S. Buralli, S. Sciomer, S. Nistri and L. Badano. Speckle Tracking Echocardiography: A new technique for assessing Myocardial Function. *Journal of Ultrasound in Medicine*, 30:71–83, 2011.
- [11] H. Geyer, G. Caracciolo, H. Abe, S. Wilansky, S. Carerj, F. Gentile, H. J. Nesser, B. Khandheria, J. Narula and P. P. Sengupta. Assessment of Myocardial Mechanics Using Speckle Tracking Echocardiography: Fundamentals and Clinical Applications. *Journal of the American Society of Echocardiography*, 23(4):351-369, 2010.
- [12] E. A. L. Henn, J. A. Seman, G. Roati, K. M. F. Magalhães, and V. S. Bagnato. Emergence of Turbulence in an Oscillating Bose-Einstein Condensate. *Physical Review Letters*, 103 (4): 045301, 2009.
- [13] E. Hecht. *Optics*. Addison Wesley, 4th edition, 2002.
- [14] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. Mc Graw Hill, 2nd edition, 1996.
- [15] D. J. Griffiths. *Introduction to electrodynamics*. Prentice Hall, 3rd edition, 1999.
- [16] http://es.wikipedia.org/wiki/Función_rectangular
- [17] R. N. Guenther. *Modern Optics*. John Wiley & Sons, 1990.
- [18] O. K. Ersoy. *Diffraction, Fourier Optics and Imaging*. Wiley, New Jersey, 1st edition, 2007.
- [19] A.E. Siegman. *Lasers*. University Science Books, Mill Valley California, 1986.
- [20] B. E. A. Saleh and M. C. Teich. *Fundamentals of optics*. Wiley, 1st edition, 1991.
- [21] G.R. Fowles. *Introduction to Modern Optics*. Dover Publications, New York, 2nd edition, 1989.
- [22] J. C. Dainty. *Laser Speckle and related phenomena*. Springer-Verlag, 1975.
- [23] http://en.wikipedia.org/wiki/Speckle_pattern

- [24] F. Reif. *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*. Mc Graw-Hill, Tokyo, international student edition, 1965.
- [25] Manual de usuario de MATLAB R2011b.
- [26] <http://en.wikipedia.org/wiki/Cross-correlation>
- [27] E. Mendez. Laser and Stellar speckle. *Science Progress*, 71 (283):365-380, 1987.
- [28] N. Berloff and B. V. Svistunov. The turbulent matter field of ultracold atoms. A Viewpoint on: Emergence of Turbulence in an Oscillating Bose-Einstein Condensate. *Physics*, 2: 61, 2009.