

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

COLEGIO DE PEDAGOGÍA

**Intervención educativa con poblaciones marginadas por medio de
un programa de numerización temprana dentro de la fundación
Educación, voces y vuelos IAP**

INFORME ACADÉMICO DE ACTIVIDAD PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADA EN PEDAGOGÍA

PRESENTA:

ROXANA AGUILAR ALONSO

MÉXICO, D. F.

2013



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO:

Mtra. María de la Cruz Lourdes Samaniego Araujo
Presidente

Lic. Miguel Ángel Niño Uribe
Vocal

Mtra. Ma. del Rosario Valentina Cantón Arjona
Secretario

Mtra. Mónica Lozano Medina
Suplente

Lic. Josefina Rubí Peña
Suplente

Mtra. Ma. del Rosario Valentina Cantón Arjona
Asesor técnico

Roxana Aguilar Alonso

Sustentante

Agradezco con cariño

A la UNAM, por ser un segundo hogar lleno de enseñanza y con el patio más grande y divertido que existe.

A mi mamá Lulú. En lugar de escribir este informe hubiera preferido escribirte un tratado sobre todas las respuestas que me das aún en ausencia, pero todo tiene su tiempo y ahora es tiempo de titularme. Me gusta pensar que estos logros son objetos que contienen tu presencia.

A mi papá Jorge, sería absurdo intentar hacer una lista exhaustiva de todos los cuidados que nos das. Sin tu apoyo esto no sería posible. Te quiero.

A mi hermano Pancho, no hay infinito que alcance para guardar todo lo que me has enseñando. Eres mi luz, mi ejemplo a seguir...y te aguantas.

A mis tías Chepis, Maru, Cata y Aurora, quienes me enseñaron que la vida es una fiesta a la que uno no puede faltar. Amo su compañía.

A mis primas y a mis primos, porque no imagino qué clase de persona sería yo sin ustedes.

A la maestra Valentina, por su asesoramiento y por mostrarme el vasto conocimiento que espero algún día entender.

A Virginia Ferrari, Nora Brie y Jaqueline Rocha por guiarme hacia este camino y darme la oportunidad de estar en él.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	5
I. REFERENTES TEÓRICOS.....	18
1.1 Enfoque teórico constructivista.....	19
1.1.1 Mediación.....	23
1.1.2 Desarrollo cultural.....	24
1.1.3 Conceptos científicos y conceptos cotidianos.....	25
1.1.4 Zona de Desarrollo Próximo.....	26
1.1.5 Enfoques posvygotskianos.....	27
1.2 Programa Recuperación en matemáticas.....	30
1.2.1 Enseñanza: Principios y elementos.....	31
1.2.2 El niño y el aprendizaje.....	34
1.2.3 Marco de Aprendizaje del Número.....	35
1.3 Escuela holandesa de educación matemática.....	39
1.3.1 Educación Matemática Realista.....	39
1.3.2 Proyecto TAL.....	41
II. DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES.....	46
2.1 Ciclo de enseñanza y aprendizaje.....	46
2.2 Marco Instruccional para la Numerización Temprana.....	52
2.2.1 Ejes del MINT y protocolo de evaluación.....	54
2.2.2 Fases del MINT e interpretación de resultados.....	59
2.3 Planificación e instrucción.....	65
III. EVIDENCIAS.....	72
3.1 Resultados de la intervención.....	72
3.1.1 Hogar Infantil María de Jesús Romero y Rodríguez IAP.....	73
3.1.2 Casa Hogar de las Niñas de Tláhuac IAP.....	77
3.2 Análisis de resultados.....	98
IV. VALORACIÓN CRÍTICA.....	104
GLOSARIO.....	118
REFERENCIAS.....	128

INTRODUCCIÓN

Por su relevancia social, en la escuela primaria se le presta atención fundamental a dos áreas: la enseñanza de la lecto-escritura y la matemática. No obstante, pareciera existir una diferencia en cómo se concibe la importancia del abordaje de ambas, siendo así que los esfuerzos educativos se concentran más en la alfabetización que en la numerización¹. Por otro lado, no es sino hasta hace menos de veinte años que se han creado instrumentos de evaluación y programas pertinentes para llevar a cabo una enseñanza en la que los niños puedan desarrollar sus destrezas y conocimientos numéricos tempranos.²

Lo anterior se puede observar como una de las causas por las cuales se han generado deficiencias en la formación matemática de los niños. No es una cuestión local encontrar diferencias sustantivas y atrasos en el conocimiento que poseen los estudiantes dentro de este ámbito, como bien se ha podido constatar en años recientes por medio de las pruebas internacionales estandarizadas y de la investigación en la didáctica de las matemáticas; incluso hay países en los que tales disimilitudes se agudizan debido a la confluencia de otros factores.

En México, el nivel de desempeño en habilidades numéricas genera preocupaciones. Con base en la prueba del Programa Internacional para la Evaluación de los Estudiantes (PISA) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), se sabe que los alumnos poseen un entendimiento por debajo del promedio de los estándares de la organización. La mayor parte de quienes presentan el examen se encuentran en el nivel uno de seis que conforman el escalafón; éste se describe de la siguiente manera:

¹ Se usa el término numerización con base en la propuesta de Roberto Markarian. Ésta se refiere al neologismo anglosajón que es resultado de la contracción de las palabras “number” y “literacy”; también se ha traducido como “alfabetización numérica” o “competencia numérica”. Ver en Virginia FERRARI. “Los niños y los números. Cómo podemos ayudar” *Correo del maestro. Revista para profesores de educación básica*, número 143, año 12, México, Uribe y Ferrari editores, abril, 2008, p. 7.

² Robert WRIGHT *et. al.* *Enseñar el número. Ayudar a que los niños avancen en sus habilidades y estrategias*, Trad. de Héctor Escalona, México, Correo del maestro/La Vasija, 2009, 423 p.

Los estudiantes saben responder a preguntas relacionadas con contextos familiares, en los que está presente toda la información relevante y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.³

PISA evalúa el nivel de competencia matemática que los alumnos han adquirido a lo largo de su escolarización. El ser competente se caracteriza por las destrezas que, de acuerdo con la OCDE⁴, incluyen: el pensamiento matemático, la argumentación matemática, el diseño, plantear y resolver problemas, representar los problemas, simbolizar, comunicar y utilizar herramientas de ayuda. Todas estas confluyen en el proceso de matematización, es decir, en “la organización de la realidad percibida a través de la utilización de ideas y conceptos matemáticos”⁵. La competencia en esta área involucra más que saber aplicar procedimientos, incluye hacer conexiones, utilizar principios y reconocer información matemática en problemas reales o científicos.

De igual forma, en la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE), que surge como recomendación de la OCDE, las calificaciones también permanecen, en mayor medida, en el nivel Insuficiente y Elemental.⁶

La OCDE⁷ señala que el bajo desempeño en las evaluaciones se atribuye, entre otros elementos, a:

- Las carencias formativas en la preparación docente inicial y continua. Puede considerarse como la determinante universal; es decir, la razón irrevocable del mal desempeño de los alumnos. Se considera urgente contar con la profesionalización docente que contemple el conocimiento de

³ SEP [en línea]. <http://www.pisa.sep.gob.mx/pisa_matematicasa.html> [Consulta: 24 de agosto de 2012].

⁴ Cfr. OCDE. *Proyecto PISA. La medida de los conocimientos y destrezas de los alumnos. Un nuevo marco de evaluación*, OCDE/INCE/Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, España, 2000, pp. 74-75.

⁵ *Ibidem*, p. 79.

⁶ Cfr. SEP [en línea]. *Resultados Prueba ENLACE 2011 Básica y Media Superior*. <http://www.pisa.sep.gob.mx/pisa_matematicasa.html> [Consulta: 24 de agosto de 2012].

⁷ Cfr. OCDE. *Sistemas fuertes y reformadores exitosos en la educación. Lecciones PISA para México*, OECD Publishing, México, 2010, 71p.

las áreas y los contenidos sustantivos, así como las habilidades pedagógicas para aplicar estrategias de enseñanza.

- La falta de apoyo en el contexto familiar del alumno. Tiene una estrecha relación con el siguiente punto.
- El contexto económico y sociocultural del alumno. De acuerdo con la OCDE, “la riqueza de las familias influye en el desempeño educativo de sus hijos”⁸. Dentro de la Organización, México se posiciona como uno de los países con el mayor número de niños que habitan dentro de entornos desfavorecidos, que no sólo se enfrentan a la falta de acceso a la escolarización, sino que también resienten el poco apoyo en el núcleo familiar debido al bajo nivel educativo de los padres.
- El número de alumnos por maestro. En el periodo 2009-2010, se registró un total de 14, 860, 704 de alumnos a nivel primaria en todas las modalidades y 570,169 docentes. De acuerdo con estas cifras, se manejan 26 alumnos por profesor.⁹
- La baja inversión en infraestructura educativa y materiales didácticos. Aparece contradictorio que, con base en datos de la OCDE¹⁰ y sin considerar otros gastos, en México se invierten 21 175 dólares por alumno, cifra que está por encima del promedio.
- La poca posibilidad de participación de la comunidad. Se entiende que los grupos de mayor interés deben ser los padres de familia; no obstante, actualmente han surgido diversas instituciones no gubernamentales que

⁸ *Ibidem*, p. 32.

⁹ Cfr. SEP [en línea] <http://www.sep.gob.mx/es/sep1/ESTADISTICA_EDUCATIVA> [Consulta: 24 de agosto de 2012].

¹⁰ Cfr. OCDE. *Mejorar las escuelas. Estrategias para la acción en México*, México, OECD Publishing, 2010, 196p.

tienen por objetivo ocuparse de alguna problemática educativa; su apoyo radica por lo general en el orden cuantitativo, o sea, por medio de la donación para el crecimiento de la infraestructura, la cobertura o la permanencia escolar.

La Organización señala que si bien lo anterior tiene una fuerte incidencia, no determina los resultados en su totalidad, con excepción de la profesionalización docente; también indica que los ingresos económicos bajos o la situación desfavorecida no son incompatibles con un rendimiento educativo alto. Cuenta de ello la dan países como Brasil y Polonia, que con una distribución similar del PIB a la de México, poseen un nivel mayor en la prueba. De igual forma, se demuestra por medio de la gradual disminución de alumnos mexicanos en el nivel uno y el incremento de la cantidad en los niveles más avanzados; esto lo convierte al país con el mayor cambio absoluto en desempeño en matemáticas.

Lo último debe analizarse cautelosamente puesto que se corre el riesgo de obscurecer la brecha que separa a los alumnos con más bajo desempeño de aquellos con más alto logro; aunque año con año se ha visto un crecimiento en el de las escuelas generales y las de educación indígena, siguen siendo los colegios particulares aquellos que sobresalen en resultados óptimos. Es importante evitar tal brecha si consideramos que cada niño tiene derecho a recibir la formación que le permita acceder al conocimiento para comprender los códigos que conforman el mundo que habita y ser partícipe en él, en otras palabras, ser competente. Esto es posible ya sea a través de la atención de los docentes en el aula o por medio de programas de intervención para alumnos con rezago.

La mejora del aprendizaje en el área de matemáticas no está restringida a la escuela; por el contrario, hay espacios para desenvolver la capacidad de acción, tanto en el nivel de la política pública federal como a través de la iniciativa civil.

Con fundamento en lo anterior y de acuerdo con los estatutos de su constitución, la fundación Educación, voces y vuelos IAP¹¹ se ha propuesto contribuir a tal escenario por medio de:

- Otorgar orientación social en materia de educación a personas de escasos recursos, grupos indígenas, así como a grupos vulnerables por edad, sexo o discapacidad para una mejor integración en la sociedad
- Colaborar con otras asociaciones o instituciones, privadas o públicas, autorizadas para recibir donativos deducibles en términos de la Ley del Impuesto Sobre la Renta, que tengan por objeto la asistencia de personas de escasos recursos, comunidades indígenas, así como a grupos vulnerables por edad, sexo o discapacidad.¹²

La fundación Educación, voces y vuelos se fundó en 1999 por Nelson Carlos Uribe de Barros y Virginia Ferrari Prezioso. En un principio se dedicaba a la asistencia de niños con sordera. Posteriormente su objetivo social se volcó hacia la formación de profesores y personas encargadas de la educación de niños que viven en situación de vulnerabilidad o desventaja social por medio del programa “Formación docente para la numerización temprana del niño”¹³. Entre los proyectos que ha realizado se encuentran la capacitación docente en una escuela asociada a la RedPEA de la UNESCO y un diplomado de didáctica de las matemáticas dirigido a maestros indígenas que laboran como parte de la Secretaría de Educación Pública.

En la actualidad desarrolla un proyecto para intervenir, durante un ciclo escolar, de manera directa con niños y niñas que habitan de forma permanente o semi-permanente en albergues infantiles o casas hogar y que cursan la primaria. En el entendido de que estos niños no viven en un ambiente familiar estable o que han interrumpido su escolarización, se volvía necesario evitar la brecha generada por la falta de atención a la formación de sus capacidades numéricas tempranas, pues

¹¹ Institución de Asistencia Privada. En el año 2012 la Junta de Asistencia Privada la reasignó al rubro de educación.

¹² Fundación Educación, voces y vuelos [documento Power Point] México, 2012. [sin paginar]

¹³ Proyecto registrado bajo la autoría de Virginia FERRARI, 2012. Inspirado en la obra de Robert Wright *et al.*, *Early Numeracy: Assessment for Teaching and Intervention*, SAGE Publications Ltd., 2006.

de no hacerlo continúa en aumento, volviéndose irreversible y causando un impacto permanente en su aprendizaje o su trayectoria escolar.

Su misión es:

Brindar atención educativa de calidad, ya sea directamente o por medio de la formación docente, a niños en situación de desventaja social, de escasos recursos y de grupos vulnerables, con el fin de promover la igualdad de oportunidades y de facilitar la incorporación e integración social y educativa de todos estos niños.¹⁴

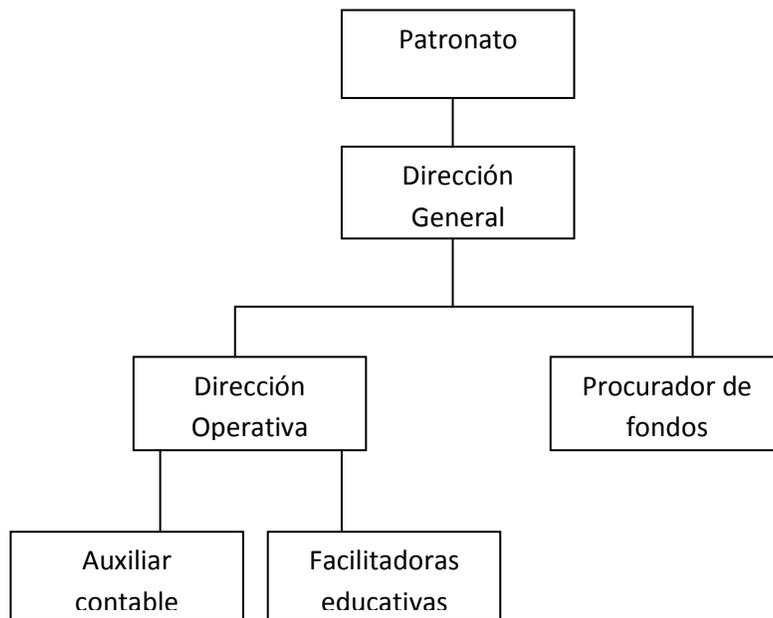
Para realizarla tiene como objetivos¹⁵:

- Intervenir en instituciones que atienden a niños en situación de desventaja apoyando su desarrollo con un programa diseñado específicamente para la intervención temprana en el rezago en el aprendizaje de las nociones lógico-matemáticas.
- Capacitar personal docente que atiende a niños en situación de desventaja en escuelas regulares, de educación especial y albergues, para apoyar el desarrollo de los niños en los diversos campos del conocimiento.
- Promover el interés por su formación y capacitación continuas en maestros y personas a cargo de la educación, como un medio para elevar la calidad de los servicios educativos que otorgan a la población que asisten.
- Promover la capacitación de las mujeres en diversos campos del conocimiento, para que puedan contribuir al desarrollo educativo de sus hijos o niños que atienden.

¹⁴ Fundación Educacións Voces Y Vuelos *op. cit.*

¹⁵ *Idem*

Su estructura organizacional se representa de la siguiente manera:



El trabajo directo de intervención con los niños está a cargo de las facilitadoras educativas, que es el lugar donde me ubico en el organigrama. Las funciones del puesto contemplan dos áreas; la de formación como docente y la de intervención por medio de sesiones cortas de clase. Éstas se especifican en un formato para la evaluación del desempeño e incluyen:

- Asistir a las sesiones del curso de capacitación para el aprendizaje y dominio del protocolo de evaluación y estrategias de intervención.
- Asistir a cursos de capacitación en áreas educativas.
- Asistir a las instituciones asignadas en los horarios estipulados para evaluar a cada uno de los niños prospectos para la intervención.
- Grabar en video las evaluaciones a los niños.
- Entregar copia en formato DVD, rotulada y con buena calidad de las evaluaciones a los niños.
- Registrar y analizar el estadio de desarrollo en conocimiento matemático en que se encuentra cada niño.
- Asistir a las instituciones asignadas en el horario estipulado para implementar las sesiones de enseñanza.

- Grabar diario en video las sesiones de trabajo con los niños.
- Entregar cada semana copia en formato DVD y rotulada de las sesiones de enseñanza grabadas.
- Entregar cada lunes la planeación de las sesiones de enseñanza con base en el análisis de videos.

Las actividades de enseñanza tienen fundamento en la teoría construida a partir de los proyectos de investigación e intervención que Robert Wright y sus colaboradores desarrollaron en un programa que lleva por nombre Math Recovery¹⁶. Inició en Nueva Gales del Sur, Australia durante la primera mitad de la década de 1990, financiado por el Consejo Australiano de Investigación y los sistemas escolares. El objetivo era “promover el conocimiento de los maestros en evaluación, aprendizaje y enseñanza de la numerización temprana”¹⁷. Posteriormente se puso en marcha mediante programas de capacitación docente en E. U. A., Canadá, Bahamas, Inglaterra, Escocia e Irlanda. Del trabajo que se ha hecho mediante dicho programa se han publicado diversas obras que recientemente han sido traducidas al español.

La validez del programa Recuperación en matemáticas en la numerización temprana ha sido demostrada y reconocida por su trayectoria y resultados. Su particularidad no sólo reside en el desarrollo de las primeras nociones matemáticas, también se caracteriza por la franja de edad a la que se dirige, ésta es, los niños de 4 a 8 años.

En Educación, voces y vuelos IAP se considera que el programa Recuperación en matemáticas posee el sustento para responder ante la problemática planteada con anterioridad. Permite a los niños desarrollar la competencia numérica de acuerdo a los parámetros de la OCDE, al promover la capacidad de razonar problemas y no sólo aplicar procedimientos, así como también es coincidente con algunos temas del currículum en matemáticas.

¹⁶ Se ha decidido utilizar el término “Recuperación en matemáticas” para referirse a él en lo sucesivo.

¹⁷ WRIGHT *et al.* *Enseñar el número. Ayudar a que... op.cit.*, p. 38.

En el presente trabajo se presentan las actividades de numerización temprana que se llevaron a cabo por medio del servicio que presta la fundación Educación, voces y vuelos. Para desarrollarlo el objetivo general fue aplicar un programa de numerización temprana, en instituciones que albergan a niñas en situación de orfandad, con base en el marco constructivista del programa Recuperación en matemáticas de Robert Wright y sus colaboradores y la Educación Matemática Realista del Instituto Freudenthal.

Para la consecución de dicho objetivo se establecieron los siguientes objetivos específicos:

- Analizar con asiduidad los textos referentes al programa Recuperación en matemáticas, la Educación Matemática Realista y enfoques constructivistas de enseñanza de las matemáticas.
- Grabar en video las entrevistas de evaluación inicial, intermedia y final por niña.
- Recabar en la hoja de registro de resultados la información obtenida en las entrevistas de evaluación, por medio de la observación minuciosa de los videos.
- Interpretar la entrevista de evaluación de cada niña con base en el análisis de la hoja de registro de resultados y el Marco de Aprendizaje del Número del programa Recuperación en matemáticas para determinar su nivel de conocimiento corriente.
- Asignar un grupo a cada niña de acuerdo al nivel del Marco de Aprendizaje del Número. Esto no es necesario en los casos de atención individualizada.
- Planear cada semana las actividades específicas de los grupos y las sesiones individualizadas para el desarrollo de las habilidades que necesite cada niña, con base en el banco de actividades del programa Recuperación en matemáticas y la ERM.
- Evaluar de manera continua por medio de la observación del desempeño que cada niña demuestra durante las sesiones.
- Elaborar una bitácora de las observaciones diarias durante las sesiones.

- Comparar el nivel inicial y final del conocimiento matemático de cada niña.
- Recortar, elaborar y organizar el material necesario para desarrollar las actividades de enseñanza.

Los objetivos se lograron por medio del trabajo dividido en dos; por una parte, en la formación teórico-práctica mediante un curso dirigido al aprendizaje de la teoría y las técnicas de numerización temprana; por otra parte, se hizo la intervención en dos instituciones que atienden a niñas en desventaja social. El curso lo dirigió Virginia Ferrari, especialista en Recuperación en Matemáticas y tuvo lugar los lunes desde agosto de 2011 hasta agosto de 2012. El trabajo en las instituciones fue durante todo el ciclo escolar 2011-2012, de martes a viernes, en sesiones de media hora de manera individualizada o en pequeños grupos.

La población atendida fueron niñas de primaria de 5 a 11 años, beneficiarias del Hogar Infantil María de Jesús Romero Rodríguez IAP y la Casa Hogar de las Niñas de Tláhuac IAP. En la primera se atendieron de manera individualizada tres niñas que cursaban tercer, cuarto y quinto grado de primaria del programa 9-14 de la SEP, dirigido a infantes que no han sido escolarizados de manera regular; sus edades eran 9 y 11 años. En la segunda institución se atendieron 18 niñas de primer, segundo y tercer grado de primaria multigrado; sus edades eran de 5 a 9 años. Se formaron grupos pequeños, el más chico era de tres niñas y el más grande de seis.

La metodología siguió la propuesta de Robert Wright¹⁸ y sus colaboradores. Se nutrió de algunas de las ideas sustraídas a partir de la lectura sobre el paradigma indiciario y se concretó a través de la escritura.

La aplicación de una metodología específica de enseñanza corresponde a un tipo de investigación experimental¹⁹. El trabajo comenzó por medio de la formación documental, es decir, a través del aprendizaje de los principios y técnicas documentados en distintas publicaciones impresas. Esta lectura tuvo un

¹⁸ WRIGHT *op. cit.*

¹⁹ Franco FRABBONI, Franca PINTO MINERVA. *Introducción a la pedagogía general, Siglo XXI, México, 2007, p.55.*

acompañamiento tutorial y la discusión grupal del equipo que conforma la fundación. En un segundo momento se dio la intervención, individual y en grupos pequeños, con las poblaciones seleccionadas. Consistió en un proceso que comenzó y finalizó con la evaluación, le siguió la enseñanza y la evaluación constante.

Una característica particular de la metodología propuesta por Wright es la observación. En ella se plantea grabar en video las sesiones de evaluación y enseñanza, de manera que el docente tenga la oportunidad de analizar posteriormente no sólo el desempeño del niño, sino también su propia intervención.

En este sentido, la reflexión acerca el paradigma indiciario acompaña la observación. El trabajo del docente, siempre antropocéntrico, radica en un acercamiento cualitativo al alumno, a la relación que se da entre ambos y a su propia actuación. Se basa en una relación donde se admite la individualidad de la persona por medio del reconocimiento de aquellos actos, casi imperceptibles para el ojo no formado, que por su sutileza sólo pueden ser analizados por medio de la conjetura o la inferencia²⁰.

Debido a lo anterior, las conclusiones a las que se llega a través de dicha observación se legitiman sólo cuando se vuelven a ver y se piensan a partir de un marco, en este caso la propuesta de Wright. La escritura, entonces, es parte de la metodología del proyecto pues por medio de ella se compendian las ideas, se vuelven transmisibles y asequibles a la evaluación externa.

Este documento pretende contribuir al estudio pedagógico por medio de la sistematización de una experiencia que se llevó a cabo siguiendo el sustento teórico de una didáctica específica. Dada la información al inicio de esta introducción, se considera urgente demostrar la validez de programas, como lo son el Recuperación en matemáticas y el TAL, en el contexto actual mexicano.

²⁰ Cfr. Carlo GINZBURG. "Morelli, Freud y Sherlock Holmes: indicios y método científico". En Umberto ECO (comp.), *El signo de los tres*, España, Lumen, 1989, pp. 116-163.

Para ubicar al lector en el marco teórico que fundamenta la actividad desarrollada y los resultados obtenidos se presenta, en el capítulo primero, el fundamento teórico que guió la aplicación del programa. La actividad se enmarcó en los estudios del neoconstructivismo, principalmente de los autores posvygotskianos, pues se encontraron coincidencias conceptuales con los principios pedagógicos de los programas de enseñanza de las matemáticas que se utilizaron para el desarrollo de la intervención, estos son el programa Recuperación en matemáticas y el proyecto TAL de la Enseñanza Matemática Realista.

En el capítulo segundo se articula la descripción del desarrollo de la intervención con los principios didácticos que permitieron llevar a cabo, de principio a fin, el Ciclo de enseñanza y aprendizaje, mismo que es propuesto por Robert Wright y sus colaboradores.

En el capítulo tercero se presentan los resultados de la intervención. En la primera parte del apartado se compara, de manera esquemática, la información de las evaluaciones iniciales, intermedias y finales. Se presenta un recuadro por cada una de las niñas con las que se trabajó. En la segunda parte se hace el análisis de resultados de acuerdo a los avances que demostraron las niñas en sus conocimientos matemáticos.

Finalmente, se presenta la valoración crítica que consta de dos partes. La primera contiene las reflexiones acerca de la validez del programa Recuperación en matemáticas, los retos que representa para el docente formarse en dicho programa, un contraste entre la teoría y la práctica diaria en la fundación; en la segunda se valora de manera crítica la institución y el desempeño personal laboral.

Se espera que por medio de este documento el lector se pueda familiarizar con los principios, la técnica y los términos que se utilizan dentro del campo de la numerización temprana. Dada la importancia de utilizar un lenguaje compartido, al final del documento se integra un glosario en el que se compendian los términos de uso necesario y común para el desarrollo del trabajo docente en la fundación.

Éste se elaboró con base en los conceptos elaborados por Wright y su equipo, por los autores de la ERM y por Derek Haylock. También se incluyen otros términos de los que no se encontró definición explícita pero que fue necesario pensarlos y redactarlos pues se utilizan en la práctica diaria en la fundación. Para ello se contó con el apoyo de Virginia Ferrari y el equipo de trabajo de Educación, voces y vuelos.

I. REFERENTES TEÓRICOS

En este capítulo se hace un acercamiento a la teoría que sustenta la práctica en la fundación Educación, voces y vuelos IAP.

Esta práctica se dirige hacia la enseñanza para el desarrollo de los primeros conocimientos matemáticos de los niños. Cabe aclarar que el término “matemática”, en este apartado, se refiere principalmente a la aritmética básica; o sea, suma, resta, multiplicación y división, pero también abarca el conocimiento y las estrategias de conteo que adquiere el niño, en las que están involucrados sus conocimientos en torno a los números, como las secuencias de palabras y los numerales o símbolos escritos del número.

La noción que se maneja aquí sobre matemáticas se basa en la construcción teórica de Robert Wright y su equipo de trabajo. Ellos desarrollaron un programa que lleva el nombre Recuperación en Matemáticas (RM) y que se especializa en la numerización temprana.

Se considera que en el panorama mundial actual de investigación relacionada con la enseñanza de las matemáticas a nivel básico, el programa RM es fuente de consulta elemental; así como también lo son las aportaciones del Instituto Freudenthal acerca de la Educación Matemática Realista, ambos con sustento del enfoque teórico constructivista.

En lo sucesivo se desarrollan los componentes teóricos principales del modelo constructivista y se justifica su vínculo con el programa RM y con la ERM. Posteriormente, se describe la teoría de RM en torno a la numerización temprana. Por último, se abordan los aportes de la ERM a la didáctica de las matemáticas.

1.1 Enfoque teórico constructivista

Para fines de la labor práctica en la fundación se retoman dos acepciones acerca del término numerización²¹. La primera se refiere a la enseñanza con el objetivo fundamental de desarrollar la competencia numérica; esto es, estimular la habilidad de dar significado al número y a las propiedades numéricas en la vida cotidiana; abarca el sentido numérico y el disfrute del trabajo con los números.²²

La segunda es pensarla como competencia matemática, la cual “implica tener dos atributos. El primero: sentirse “a gusto” con los números y ser capaz de utilizar las habilidades matemáticas que permiten a una persona hacer frente a las necesidades matemáticas prácticas de la vida diaria. El segundo: ser capaz de captar información que se presenta en términos matemáticos”²³.

Se piensa en la numerización como una práctica intencionada para el desarrollo de las primeras nociones matemáticas que son base de la competencia matemática. Ésta última hace que concibamos a la numerización como un estado al que el individuo llega; el ser o estar numerizado. Involucra, en términos constructivistas, la articulación entre significado del número, su carga social, y el sentido, su carga individual.

El término numerización temprana se utiliza para referirse a la enseñanza de las primeras nociones matemáticas en un rango específico de edad que va de los cero a los seis años y que, por lo general, abarca los grados iniciales de escolarización. No obstante, cuando una persona no ha sido parte de la

²¹ Sobre el término numerización, Roberto Markarian afirma: “En la literatura anglosajona sobre la enseñanza de la matemática elemental se ha introducido el uso de la palabra *numeracy*, que es un neologismo resultante de la contracción...de las palabras *number* (número) y *literacy* (capacidad de leer y escribir, alfabetización). Este vocablo se ha traducido, en nuestra opinión, equívocamente, por “alfabetización numérica” y por “competencia numérica”. Roberto MARKARIAN. “Acerca de la numerización” *Correo del maestro. Revista para profesores de educación básica*, número. 147, año 13, México, Correo del maestro, agosto, 2008, p. 40.

²² Cfr. Marja VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN (coord.) *Los niños aprenden matemáticas. Una trayectoria de aprendizaje-enseñanza con objetivos intermedios para el cálculo con números naturales en la escuela primaria*, Trad. de Fernanda Gallego y Betina Zolkower, México, Correo del maestro/La Vasija, 2010, p. 42.

²³ Wilfred COCKCROFT *apud* Terezinha NUNES y Peter BRYANT. *Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño*, 6 ed., México, SigloXXI, 2003, p. 15.

sistematización escolar entonces la numerización temprana implica la formación de las nociones básicas en matemática.

Las primeras nociones matemáticas comienzan a formarse a partir del contacto y la participación de los niños en sus contextos sociales y culturales más cercanos, por lo general en la familia. No obstante, las “palabras que las expresan [a las nociones matemáticas] se van adquiriendo conjuntamente con el resto de la lengua sin que exista, la mayoría de las veces, conciencia de ello por parte de los adultos”²⁴. En este sentido, la numerización, como una actividad organizada socialmente, se determina por el conocimiento teórico fundamental acerca de la enseñanza de la matemática, específicamente de la aritmética. Luego entonces, las actividades que se realizan se acompañan del debido sustento teórico para explicar por qué y qué se pretende al usarlas.²⁵

Dicho sustento proviene del análisis pedagógico de teorías acerca del desarrollo psicológico referido al aprendizaje en el niño. Abarcan al individuo y sus potencialidades, y al conocimiento como representación de la elaboración humana histórica. La numerización tiene relación con aproximaciones constructivistas.

En la numerización, la matemática se concibe de una manera holística; lo que significa, de acuerdo con la interpretación que hicieron Cole y Griffin de Vygostky²⁶, que “la unidad de estudio debía ser la actividad psicológica en toda su complejidad...debe retener el significado de la actividad”²⁷. Por tal motivo, los contenidos, como conceptos científicos, deben articularse con los conceptos espontáneos, de lo contrario la enseñanza será estéril. Así mismo, en otras discusiones, se asevera que los contenidos deben propiciar el desarrollo del pensamiento, para lo que la transmisión de información no es suficiente.

La forma de enseñanza en la numerización temprana tiene un estrecho vínculo con las ideas acerca de que el ambiente donde viven los niños es fuente

²⁴ FERRARI. “Los niños y los números...” *op. cit.*, p. 6.

²⁵ *Cfr. Ibidem*, p. 7.

²⁶ Michael COLE y Peg GRIFFIN apud Harry DANIELS. *Vygotsky y la pedagogía*, México, Paidós, 2003, p.141.

²⁷ No de la actividad didáctica, sino de la actividad en sí.

importante para el desarrollo. La adquisición por medios empíricos se refieren a la práctica cotidiana; la numerización guía la actividad cotidiana y la utiliza para enseñar, de tal forma que los niños sean capaces de traspasar su conocimiento y forma de pensar a contextos fuera de los espacios escolares o pedagógicos.²⁸

En la práctica dentro de la fundación se hace uso de la vida cotidiana en dos sentidos: para delimitar los conocimientos y estrategias numéricas que poseen los niños, resultado de su interacción social, y para centrar la enseñanza en problemas matemáticos que los niños sean capaces de imaginar.

El objetivo de desarrollar conocimiento construido socialmente y no debe pensarse que el uso del conocimiento cotidiano suple la enseñanza pues ello “equivale a no entender el objetivo de la educación, que es iniciar al alumno en el manejo de los objetos teóricos en estos ámbitos”²⁹.

La fundamentación teórica para el trabajo de la numerización se basa, a su vez, en entender la necesidad de conocer la estructura del conocimiento disciplinario, para que a través de ello se puedan propiciar actividades en las que los niños desarrollen adecuadamente los conceptos a los que con probabilidad son expuestos antes de participar en la enseñanza.

A partir de ello, es posible articular los conceptos científicos con los conceptos espontáneos. De igual manera, tener en cuenta dicha estructura permite delimitar la situación de los niños frente a cierto conocimiento, esto es, saber dónde se encuentra, hacia dónde se le quiere llevar, cómo y de qué maneras organizar los contenidos para llevarlo a ese lugar y cómo saber el alcance que ha obtenido; en otras palabras diseñar la enseñanza.

Dado que la numerización no sólo se encamina a la enseñanza y el aprendizaje como interiorización, es igualmente importante retomar la forma en que su desarrollo mental impacta su ambiente. De ahí que el término metacognición³⁰ sea

²⁸ Esta idea es coincidente con la postura de Wells. Gordon WELLS apud. DANIELS. *Vygotsky... op. cit.*, p. 151.

²⁹ Joan BLISS apud *ibidem*, p. 157.

³⁰ Yrjö ENGENSTRÖM Y Reijo MIETTINEN apud *ibidem*, p.71.

útil y amplía la perspectiva. Los niños son capaces de incidir mediante la autoreflexión de su aprendizaje que conlleve a la exteriorización por medio de la creación o práctica de instrumentos psicológicos. Es, como afirmaba Wells, poder resolver problemas en distintos contextos; o siguiendo a Wright, quien se basa en el concepto piagetiano de reorganización cognitiva, es cuando “el niño toma conciencia explícitamente de elementos de su razonamiento que no eran parte consciente de éste antes del periodo de reflexión [y desemboca en la] creación de estrategias nuevas y distintivas”³¹. Esto le da la capacidad de transformar su exterior a través de la conciencia de una posibilidad de resolución a problemas que le atañen, lo que le da autonomía y autosatisfacción.³²

En suma, la numerización temprana se dirige hacia la interiorización de las nociones matemáticas y al desarrollo de una competencia por medio de la cual los niños sean capaces de “sentirse a gusto con los números” y utilizar las habilidades “para hacer frente a las necesidades matemáticas prácticas de la vida diaria”³³. De acuerdo con Wright, “los conceptos y los procedimientos están estrechamente relacionados entre sí”³⁴. Esto sugiere el concepto de competencia que, a su vez, nos lleva hacia el constructivismo.

En este sentido, se encontró relación de la práctica de la numeración dentro de la fundación Educación, voces y vuelos con los análisis posvygotskianos acerca de la teoría de la actividad, la cognición distribuida, el aprendizaje situado y el enfoque sociocultural. En estos, se analizan y a veces reelaboran concepciones fundamentales dentro de la visión sociohistórica y cultural de Vygostky. Así, es básica la consideración de categorías como mediación, desarrollo cultural, conceptos científicos y conceptos cotidianos y zona de desarrollo próximo.

De igual forma, el trabajo realizado se fundamenta en las elaboraciones teóricas y prácticas de Robert Wright y sus colaboradores, quienes destacan la influencia del constructivismo en su perspectiva acerca de los conocimientos y del aprendizaje

³¹ Los corchetes son propios. WRIGHT, et al. *Enseñar el número. Ayudar...op. cit.* p. 112.

³² Cfr. *Ibidem*, p. 111.

³³ NUNES y BRYANT. *Las matemáticas... op. cit.* p. 15.

³⁴ WRIGHT, et al. *Enseñar el número. Ayudar... op. cit.* p.47.

dentro de la numerización, adoptan el enfoque de enseñanza basada en problemas e indagación y recurren a autores que construyen la teoría constructivista posterior a Vygotsky y Piaget.³⁵

En este trabajo se muestra una inclinación por las teorías posvygotskianas pues con base en Bidell “el constructivismo de Piaget apoya implícitamente un enfoque contextual del desarrollo del conocimiento”³⁶.

1.1.1 Mediación

De acuerdo con Daniels, en la teoría de Vygotsky, el concepto de mediación es básico. Éste se relaciona con la práctica pedagógica y, por lo tanto, con la enseñanza.

Se entiende la mediación como la función de los “medios por los que el individuo reciba la acción de factores sociales, culturales e históricos y actúa sobre ellos”³⁷. Estos medios pueden ser instrumentos o artefactos que llevan en ellos mismos una carga histórica, social y cultural. Vygotsky distinguió entre los instrumentos psicológicos y los instrumentos técnicos. Señaló que los primeros tienen la posibilidad de influir en la mente y la conducta. Algunos ejemplos son: la lengua, los sistemas numéricos, algebraicos y de signos o símbolos convencionales. También sugirió que los mismos humanos pueden ser medios.

Es importante señalar que “las maneras de usar los instrumentos y los signos varían en función del contexto y del propio desarrollo del niño”³⁸. De ahí la importancia del estudio de los medios mediadores en la enseñanza pues su función cambiará de acuerdo a los logros que alcance un niño. Por ejemplo, si en un momento la oralidad de la secuencia numérica funciona para el desarrollo de la identificación del numeral, cuando esto se haya superado, podrá funcionar como medio para la comprensión de la cardinalidad o noción de cantidad.

³⁵ WRIGHT, *et al. Enseñar el número. Ayudar... op.cit.* p.47.

³⁶ Thomas BIDELELL apud DANIELS *op. cit.* p. 62.

³⁷ DANIELS *op. cit.* p. 31.

³⁸ *Ibidem*, p. 34.

En el estudio de la mediación se han puesto al descubierto tensiones entre aquellos que destacan los medios semióticos y los que dan prioridad a la actividad.³⁹ Ninguno de los dos es determinante total en el aprendizaje, sino que se requiere coordinación entre los medios estructurados que están encarnados en artefactos, ideas y relaciones sociales.⁴⁰ El entendimiento del instrumento mediador no es una copia, sino una “construcción momentánea, intentos de reproducir pautas otrora experimentadas”⁴¹ que tiene una más alta o baja probabilidad de ser sustancial dependiendo de las circunstancias donde se aprehendió y donde se rememoró.

La mediación, entonces, es abierta y bilateral. Se da en la relación donde individuo y organización social se determinan mutuamente. Utiliza los instrumentos psicológicos y materiales, la carga cultural que poseen y la interrelación social para conducir hacia el aprendizaje.

En la cotidianidad de la práctica dentro de la fundación es clara la necesidad de mediación, de objetos y personas, para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. También se requiere atender al desarrollo individual que ya ha obtenido cada individuo.

1.1.2 Desarrollo cultural

Este no se define como tal sino que abarca una discusión importante en la teoría de Vygotsky. En ella se contempla “lo social”, “lo individual” y “el desarrollo”. La tesis vygotskiana que se postula por medio de la ley genética general del desarrollo cultural afirma que “cada función aparece dos veces: primero, en el nivel social y después en el nivel individual”⁴². Son dos niveles, el interpsicológico, o sea entre personas, y el intrapsicológico, es decir, dentro del niño. “Todas las funciones superiores se originan como relaciones reales entre individuos”⁴³.

³⁹ *Ibidem*, p. 113.

⁴⁰ Edwin HUTCHINS *apud ibidem*, p.47.

⁴¹ Antonio DAMASIO *apud ibidem*, p.49.

⁴² Lev VYGOTSKY *apud ibidem*, p.57.

⁴³ *Idem*.

La idea anterior conlleva la discusión pedagógica acerca del dualismo persona-entorno, en la que la mediación resulta una acción colaborativa para el aprendizaje. Pone en el plano pedagógico dos modelos: el de interiorización y el de participación⁴⁴. “El modelo de interiorización...destaca la transformación de las funciones sociales en aptitudes individuales [...] el modelo de participación considera que el desarrollo cultural individual es un proceso validado de transformación de la participación individual en la actividad sociocultural”⁴⁵. Ambos tienen repercusiones en las maneras de concebir la enseñanza y el aprendizaje, Engeström y Miettinen “relacionan la interiorización con la reproducción de la cultura y la exteriorización con la creación de artefactos para transformar la cultura”⁴⁶. No obstante, dichas posturas no son excluyentes y llevan a una práctica educativa donde se enfatice el intercambio interpersonal y la autoreflexión, la conciencia sobre la conciencia del aprendizaje o la metacognición.

1.1.3 Conceptos científicos y conceptos cotidianos

La primera y más clara distinción de los dos tipos de conceptos es que, para Vygotsky, los científicos son generales, están mediados por otros conceptos y se desarrollan a través de la enseñanza escolar; los cotidianos son los que se dan en la educación no explícita.

El aprendizaje de los conceptos se da a través del habla, o sea, en el intercambio verbal, por medio del significado de las palabras y el sentido que se les da. La implicación pedagógica que posee se refleja en los contenidos escolares y en cómo enseñarlos. “Para que la educación sea eficaz en la formación de conceptos científicos se debe diseñar para estimular la conciencia de la forma y la estructura conceptual”⁴⁷.

Distinguir ambos conceptos puso el acento en un acercamiento epistemológico a los contenidos. Pero también colocó en el debate pedagógico una ruptura con la

⁴⁴ Eugene MATUSOV *apud ibidem*, p.65.

⁴⁵ *Idem*.

⁴⁶ ENGESTRÖM Y MIETTINEN *apud ibidem*, p.71.

⁴⁷ Vasily DAVYDOV *apud ibidem*, p.85.

enseñanza como transmisión. Dio relevancia a la enseñanza como proceso colaborativo que permite al niño realizar más de lo que podría sin la compañía de un enseñante.

1.1.4 Zona de desarrollo próximo

Con base en Daniels, la ZDP tiene diversas acepciones. Dentro de los escritos de Vygostky se encuentran dos:

- Considerada como evaluación. Esta se refiere al individuo, su edad y su edad mental. Se determina en el curso del proceso de resolución de una tarea y en el producto logrado.
- Considerada como instrucción. Es la enseñanza que se da un poco delante del desarrollo actual del niño para que suponga un reto y sea eficaz.

Se define como “La distancia entre el nivel actual de desarrollo determinado por la resolución independiente de problemas y el nivel de desarrollo potencial determinado por la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más capaces.”⁴⁸

La ZDP supone la naturaleza social en la enseñanza si se concibe como andamiaje, este último sería la ayuda que recibe un estudiante de una persona más experimentada⁴⁹ y debe ser negociado, no impuesto.

Otra visión de la ZDP es la de Hedegaard, quien la plantea como la guía del enseñante en “la actividad de aprendizaje tanto desde la perspectiva de los conceptos generales como desde la perspectiva de hacer participar a los estudiantes en problemas situados que sean significativos con su era de desarrollo y sus circunstancias vitales”⁵⁰.

⁴⁸ VYGOTSKY *apud ibidem*, p.88.

⁴⁹ Jean LAVE y Etienne WENGER *apud ibidem*, p.90.

⁵⁰ Mariane HEDEGAARD *apud ibidem*, p.91.

Los andamios se han vinculado más con el adulto como enseñante, aunque hay estudios y prácticas que conciben relevante la comunicación entre los compañeros. Tal es el caso de la enseñanza recíproca.

El análisis sobre la ZDP da importantes pautas de acción para la planeación de la enseñanza. En este sentido, las actividades presentadas pueden responder a qué clase de ayuda se le puede dar a un niño en un momento determinado. Los cinco niveles de control creciente de Wood⁵¹ son una forma de hacer visible las ideas tácitas practicadas en un aula constructivista. Un experto puede proporcionar ayuda mediante la demostración, la preparación de materiales, indicaciones sobre los materiales, sugerencias verbales concretas, sugerencias verbales generales o ningún tipo de ayuda.

La ZDP se relaciona con el conocimiento cotidiano y con el control de la enseñanza. Por lo tanto es necesario distinguir los conceptos científicos de los cotidianos en el área a formar, pues de otra forma educar no obtendría el sentido de iniciar al alumno en los ámbitos teóricos, lo que equivaldría a no concordar con la idea de un mundo creado social e históricamente.

1.1.5 Enfoques posvygotskianos

El análisis sobre la mediación, el desarrollo cultural, los conceptos científicos y cotidianos y la ZDP es más extenso. Han sido utilizados para la construcción de enfoques que sustentan prácticas de enseñanza coincidentes con la visión social, histórica y cultural en las que se da primacía a la comunicación, siendo el lenguaje medio principal para el aprendizaje. La colaboración experto-principiante y entre pares es relevante. También lo es la promoción del desarrollo mental mediante la autoreflexión y la metacognición; la secuenciación de contenidos y el vínculo con la cotidianidad.

Se encontró que el trabajo en la fundación es coincidente con el enfoque sociocultural y la teoría de la actividad en el sentido de que estos se vinculan con el aprendizaje situado y la cognición distribuida, enfoques que de acuerdo con

⁵¹ David WOOD *apud ibidem*, pp. 155-156.

Daniels “se refieren a un interés fundamental en la relación existente entre un concepto del contexto definido de una manera amplia (personas y cosas) y la cognición.”⁵²

El aprendizaje situado “se refiere al proceso por el que los principiantes pasan a formar parte de una comunidad práctica”⁵³, esto se denomina participación periférica legítima y fue propuesta por Lave y Wenger. Con base en ellos se concluye que el aprendizaje se activa en una situación o práctica sociocultural específica y es ahí mismo donde se le da significado; por lo tanto, la cognición se da por medio de la participación cotidiana dentro de una comunidad que tiene significados culturales compartidos, mismos que se encuentran en instrumentos o símbolos y que actúan a través de la mediación. Para dichos autores lo más relevante es la formación del conocimiento dentro de relaciones específicas en las que se comparten núcleos en la ZDP. El aprendizaje en estas condiciones suele ser involuntario y progresa a medida que el individuo adquiere un lugar más central en la comunidad⁵⁴.

Sus críticos sugieren que hay una paradoja en la cognición vista desde dicha perspectiva pues conlleva a una imposibilidad de trasladar un conocimiento de una situación a otra y por lo tanto, hace que al individuo se le dificulte responder a situaciones o contextos nuevos. Por ello se recuerda la distinción de Vygostky acerca de los conceptos científicos y cotidianos y sugieren evitar caer en un radicalismo donde la cotidianidad se aleje de las formas de conocimiento, del lenguaje y los artefactos como portadores de cultura.

Dentro de la fundación se coincide con la perspectiva de que el aprendizaje situado se desarrolla donde hay un grupo de individuos que se encuentran en el mismo nivel en su ZDP, más no con que el aprendizaje se desarrolle sin objetivos y sin que sea equiparable con otras situaciones. Por el contrario, el proceso de

⁵² DANIELS *ibidem*, p. 105.

⁵³ LAVE y WENGER *apud ibidem*, P. 106.

⁵⁴ Cfr. LAVE y WENGER *ibidem*, p. 107.

matematización se espera que sea tanto horizontal, trasladable, como vertical, verificable por medio del mismo sistema numérico.

La cognición distribuida, estudiada por Salomon, se enfoca en la construcción social del conocimiento “mediante los esfuerzos en colaboración para lograr unos objetivos comunes en unos entornos culturales”⁵⁵, en ellos los instrumentos y artefactos poseen información procesada por los individuos. Esto se relaciona con el entendido de que los medios mediadores poseen en sí mismos una inteligencia que es resultado de la acumulación histórica de información.

En este sentido, la cognición distribuida se identifica en la fundación mediante el trabajo con entornos que están pensados para mostrar una forma de desarrollar conocimiento numérico y de potenciar el descubrimiento de estrategias de cálculo. Dichos entornos son resultado de investigaciones y de la organización del contenido para promover la numerización de los niños.

La intersección del aprendizaje situado y la cognición distribuida se encuentra en la relación entre el contexto y la cognición; es en el punto donde se pone en duda el desarrollo fuera de un espacio físico compartido.⁵⁶

En el enfoque sociocultural se encuentra el uso de los instrumentos culturales como mediadores y el empleo del habla en formas particulares de acción. El aprendizaje es una construcción que depende del dominio de la representación cultural. El uso de los instrumentos culturales define el desarrollo antes de que exista una comprensión plena de qué es o cómo funciona. Los instrumentos pueden transponerse a contextos diferentes o emplearse con fines diferentes a los previstos y pueden aparecer nuevas formas de acción mediada.

Dentro de esta postura se sugiere el término “referencialidad discursiva”⁵⁷ que supone la relación entre las expresiones situadas y su contexto, así como su transportación a otros contextos.

⁵⁵ Gavriel SALOMON *apud ibidem*, p. 104.

⁵⁶ Cfr. DANIELS *ibidem*, p. 105.

⁵⁷ James WERTSCH *apud ibidem*, p. 120.

En la teoría de la actividad se retoma el concepto práctica como “actividad de larga duración que tienen alguna función evolutiva y se caracteriza por una transformación y un cambio constantes”⁵⁸, es organizada.

La base teórica que la sustenta es la contextualidad en prácticas históricamente específicas; la dialéctica conocimiento-pensamiento para la creatividad humana y los cambios cualitativos en las prácticas.

Cole y Engeström⁵⁹ plantean un ciclo expansivo en la relación cíclica entre interiorización y exteriorización para la transformación. Para Engeström⁶⁰ el conflicto y el cuestionamiento son fuentes del cambio. El dialogo, la diversidad de perspectivas y las redes de sistemas son analizadas para entender la actividad. La mediación de los artefactos es esencial.

1.2 Programa recuperación en matemáticas

El programa Recuperación en Matemáticas⁶¹ tiene su origen en 1992 en Australia; fue resultado del trabajo conjunto para capacitar a docentes en torno a la mejora de los niveles de numerización temprana y una de sus premisas fue enfocarse en los niños con bajo aprovechamiento. Se fundamentan en las investigaciones que advierten una brecha entre aquellos niños que han sido estimulados previamente en torno a conocimientos y habilidades numéricas y aquellos que no, pues estas diferencias tienden a acentuarse si no son salvadas en los primeros años de escolarización; la intervención dirigida en este sentido ayuda a disminuir la brecha.⁶²

RM es un programa dirigido hacia la práctica, no obstante, posee un sustento teórico constructivista expresado en nueve principios y doce elementos de la enseñanza. La parte sustancial del programa se encuentra en su concepción acerca de los conocimientos y estrategias numéricas pues ello da sentido al Marco

⁵⁸ DAVYDOV *apud ibidem*, p. 123.

⁵⁹ COLE y ENGESTRÖM *apud ibidem*, p. 134.

⁶⁰ ENGESTRÖM *apud ibidem*, pp. 130-137.

⁶¹ WRIGHT *et al. Enseñar el número. Ayudar... op. cit., pp. 35-43.*

⁶² FERRARI. “Los niños y los números...” *op. cit., p.8.*

del Aprendizaje del Número (MAN) y al Marco Instruccional para la Numerización Temprana (MINT).

1.2.1 Enseñanza: Principios y elementos

Los principios⁶³ de Recuperación en Matemáticas concentran el enfoque teórico dirigido a la práctica; estos se presentan a continuación. Cabe señalar que cada uno se acompaña de una breve descripción en la que también se hacen acotamientos de interpretación propia relacionados con las nociones constructivistas revisadas anteriormente.

1. Enseñanza basada en problemas e indagación. Un problema es considerado como tal cuando representa un reto al niño debido a que no posea una solución ya hecha.
2. Evaluación inicial abarcativa y evaluación continua durante la enseñanza. El diseño de la instrucción se basa en la información obtenida por medio de las evaluaciones. Aunque los autores no lo mencionan, se observa una relación con la noción de zona de desarrollo próximo como evaluación, es decir, determinar la diferencia entre la edad de un niño y su edad mental o el desarrollo que ha alcanzado. La observación atenta y la reflexión son requisitos indispensables.
3. Enseñanza basada un paso por delante del límite del conocimiento corriente del niño. Aquí se retoma otra de las nociones acerca de la ZDP. Este principio también justifica la enseñanza al dar directrices y horizontes de formación.
4. Banco de procedimientos de enseñanza. Las actividades se encuentran diseñadas y se sugieren, mas es el criterio del profesor el que decide la idoneidad de su uso con base en la observación constante.
5. Entendimiento de las estrategias numéricas de los niños y generación deliberada del desarrollo de otras más sofisticadas. Cuando se habla de

⁶³ Cfr. WRIGHT *et al.* *Enseñar el número a los niños de 4 a 8 años*, Trad. Héctor Escalona, México, Correo del maestro/La Vasija, 2009, pp. 40-45.

desarrollo, se pone el acento en el niño. El docente es un mediador que junto con los materiales y el diálogo crea situaciones para aprender.

6. Microajuste. Se refiere al cambio de la enseñanza con base en la evaluación durante la sesión.
7. Enseñanza basada en las estrategias intuitivas del niño. Se le da mayor atención a la oralidad pues es así como se expresan los primeros conocimientos numéricos. Lo escrito surge en la identificación de los numerales como símbolos pero se recomienda retrasar la iniciación a la enseñanza del algoritmo. Es por lo anterior que se da primacía al cálculo mental.

Es importante acotar que el programa RM propone retrasar la enseñanza del algoritmo para permitir al niño el desarrollo de estrategias informales de cálculo que, de otro modo, se ven obstaculizadas.

8. Promover el pensamiento sostenido, la reflexión sobre el pensamiento y sobre los resultados del pensamiento. En una tarea que el niño encuentre problemática, el tiempo que invierta en su resolución no debe ser considerado como desperdicio; por el contrario, la conciencia del propio pensamiento ayuda al desarrollo y es el docente quien debe promoverla.
9. Satisfacción intrínseca del niño. Como se afirma dentro del enfoque del aprendizaje situado, el desarrollo del principiante en la práctica es dado por la retroalimentación del grupo donde se desenvuelve. La resolución de los problemas y la creación de formas de verificación propias sirven al niño como una terapia cognitiva de afirmación y reconocimiento.

Los elementos de la enseñanza son conclusiones hechas a partir de la observación y el análisis de sesiones individualizadas de enseñanza grabadas en video. Parten de la postura constructivista de Wright y su equipo que se dirige hacia la ZDP y el andamiaje, por lo tanto están relacionados con la actuación del profesor como el experto mediador. Los autores mencionan que las acciones del

profesor están “encaminadas a brindar un apoyo al aprendizaje del niño en una sesión de enseñanza interactiva”⁶⁴.

Al igual que proponía Vygotsky se alejan de la instrucción como transmisión; la enseñanza se basa en la resolución de problemas y el profesor debe permitir la reflexión e intervenir mediante el “microajuste” cuando el alumno se encuentra en una posición en la que ya no puede reflexionar sobre la tarea. Esto no equivale a que el docente suscite comportamientos por medio de pistas, pues ello no promueve la resolución activa de problemas, ni la reorganización cognitiva.

La enseñanza también involucra mediadores como instrumentos psicológicos y artefactos, se denominan “entornos” y poseen una carga cultural acerca de los conceptos numéricos, pero se entiende que no propician el desarrollo por sí mismos, sino que es necesaria la interacción docente-objeto-niño. Ahora bien, el profesor tiene que saber cómo el alumno lee y entiende el artefacto para así poder saber y predecir cómo será la utilización que haga de él y el rumbo que tome el pensamiento del niño.

La actuación del docente como andamio es por medio de “preformular” las tareas, reformularlas o cambiar el entorno. El nivel del andamiaje se determina en el curso de la resolución de una tarea.

Otros mediadores de los que el docente se puede hacer valer son técnicas como el velado, la codificación por colores y la subitación (o mostrar brevemente algo). Se entiende que estos “apoyen la visualización (utilizada en el sentido de formar una imagen en la cabeza) y la reflexión (utilizada en el sentido de pensar sobre el propio pensamiento).”⁶⁵

La interacción también promueve el desarrollo por medio de la comprobación de resultados que el niño puede hacer con el material y en la afirmación con expresiones del profesor acerca del esfuerzo del niño.

⁶⁴ WRIGHT et al. *Enseñar el número. Ayudar...op. cit.*, p. 100.

⁶⁵ WRIGHT et al. *ibidem*, p. 104.

En este programa es indispensable la atención constante del docente para la observación y la reflexión acerca de los logros que el niño alcanza en el curso de las actividades. El desarrollo no se da sólo en el alumno, sino también en el maestro. En este sentido, la interacción en la enseñanza es transformadora.

1.2.2 El niño y el aprendizaje

El programa RM está dirigido a niños menores de ocho años, escolarizados y con bajo aprovechamiento; sin embargo, en la fundación se entiende que la numerización temprana puede abarcar a niños mayores cuando no hayan tenido apoyo previo en esta área, ni en sus nociones básicas matemáticas.

No se puede separar la enseñanza del aprendizaje, y así como se concluyeron las pautas de actuación docente en RM a través de los videos, también se establecen características de respuesta del niño. Estas también se enmarcan en la teoría constructivista aunque son más cercanas a conceptos neopiagetianos, mismos que también resaltan “el enfoque contextual del desarrollo del conocimiento”⁶⁶.

El concepto central o primer característica del niño es la reorganización cognitiva que se refiere al “cambio significativo en el razonamiento de un niño, y generalmente se produce en el curso del intento para resolver un problema”⁶⁷. Se da por medio de la reflexión sostenida y resulta en la elaboración de estrategias que no poseía. No es equivalente a desarrollo pero es fundamental para él.

La reorganización cognitiva no es transparente como para determinar el momento específico en que se da pero hay otros procesos cognitivos como la anticipación, la restricción y la re-presentación que están involucrados y son más observables.

Cuando un niño reflexiona al inicio de una tarea y trae a la conciencia el uso de alguna estrategia es anticipación. El niño puede ser capaz o no de verbalizarlo, pero mediante sus actos a veces es posible observar el trayecto de su reflexión. La restricción es la acotación de la actividad mediante los resultados previstos, así evita hacer redundante una solución. La re-presentación es reproducir

⁶⁶ BIDELL *apud* DANIELS *op. cit.*, p. 62.

⁶⁷ WRIGHT *et al.* *Enseñar el número. Ayudar... op. cit.*, p. 108.

mentalmente una experiencia cognitiva anterior, se observa en la necesidad del niño de utilizar artefactos o elegir modelos previamente utilizados.

El desarrollo también se determina mediante la espontaneidad o capacidad del niño de usar una estrategia sin ayuda; la firmeza, cuando la estrategia se extiende a problemas similares, y la certeza o seguridad en la respuesta. Estas características son pauta para la ZDP.

La certeza a veces puede reflejar falta de reflexión y, como ya se mencionó, en la RM es fundamental dar tiempo para el pensamiento sostenido y la solución autónoma de problemas.

Otras de las características que el programa RM ha observado es que los niños que logran avances en sus estrategias reafirman su autonomía, confianza y compromiso con las actividades que les suponen un reto.

Wright y su equipo dan prioridad a la enseñanza que ayuda a los niños a hacer sentido de las matemáticas, esto implica alejarse del modo de transmisión y optar por una forma activa a través de la resolución de problemas, la reflexión de métodos y el debate; en este sentido, tanto el profesor como los niños dialogan en torno a las matemáticas.

1.2.3 Marco de Aprendizaje del Número (MAN)

Otra cualidad constructivista de los aportes de Wright y su equipo es la secuenciación de la enseñanza numérica. El MAN es un modelo tabulado que da un perfil de los niveles de conocimientos matemáticos de los niños y cómo evolucionan. Hay que aclarar que conocimientos y procedimientos no se distinguen, por lo tanto, los conocimientos incluyen destrezas y comprensiones; Wright lo afirma al decir que “El uso del término “entender”, por ejemplo, en “el niño entiende la suma”, es problemático, en nuestra opinión, simplemente porque hay muchos niveles de entendimiento de los procesos matemáticos como la suma”⁶⁸. El MAN especifica dichos niveles; es trabajo del profesor determinar,

⁶⁸ WRIGHT *et al. ibidem*, p. 48.

mediante la observación, el nivel de conocimientos corrientes del niño en el área matemática.

El programa RM y el MAN se oponen al enfoque de enseñanza tradicional, esto implica que convienen con posturas en las que se recomienda retrasar la enseñanza explícita del valor de posición y ponen más énfasis en el desarrollo de estrategias mentales o informales de cálculo, basadas en el uso de materiales para el conteo velado. Para ello es útil la rememoración mental como resultado de la automatización y memorización de aritmética de un solo dígito, o sea, los resultados conocidos.

El MAN se organiza en cuatro partes y 11 aspectos; a continuación se describen brevemente:

- Parte A. Etapas de Aprendizaje Aritmético Temprano (EAAT). Se refiere a las estrategias que utilizan los niños ante una tarea problemática como determinar el número de elementos en una colección. Están dirigidas a la aritmética elemental y a la base diez en operaciones aditivas y sustractivas.

Son cinco etapas de aritmética elemental:

- Etapa 0 o emergente: No saber contar⁶⁹ elementos visibles.
- Etapa 1 o perceptual: Contar elementos vía oído, vista o tacto pero no poder hacerlo si no son sensitivos.
- Etapa 2 o figurativa: Contar elementos velados de manera redundante, o sea, uno en uno desde uno.
- Etapa 3 o secuencia numérica inicial: Continúa contado desde un número dado o hasta un número.
- Etapa 4 o secuencia numérica intermedia. Implica contar hacia atrás hasta.

⁶⁹ En la fundación se concibe el conteo como la articulación de tres principios: ordinalidad, cardinalidad y correspondencia biunívoca. NUNES y BRYANT. *Las matemáticas y... op. cit.* pp. 36-45.

- Etapa 5 o secuencia numérica diestra: Uso de conteo por compensación, resultados conocidos, sumar hasta diez, conmutatividad, resta inversa a la suma, conciencia del diez.

De estrategias basadas en diez, son tres niveles. El nivel inicial corresponde a un no reconocimiento del diez como unidad compuesta pues se ve en unidades; el intermedio, en la que se ve como unidad compuesta pero a través de representaciones con material; y el diestro, donde se suma y resta con decenas y unidades sin necesidad de representación.

- Parte B. Secuencias de palabras numéricas⁷⁰ e identificación de numerales⁷¹. Tiene relación con la ordinalidad del número pues es la secuencia progresiva, hacia delante (SPNAD), o regresiva, hacia atrás (SPNAT), de palabras numéricas. Incluye que el niño pueda decir la palabra numérica anterior y siguiente de un número dado.

La identificación de numerales es saber y decir el nombre de un numeral cuando éste se muestra, a diferencia del reconocimiento que es distinguir y señalar un numeral de una colección dispuesta al azar. Es fundamental en el conocimiento numérico del niño, pero no se debe confundir con el uso e introducción de otras representaciones escritas matemáticas, como el algoritmo.

El conocimiento del niño en secuencias e identificación se clasifican también en niveles que van del 0 al 5, de lo emergente, el inicial hasta diez, intermedio a diez, diestro a diez, diestro a treinta y diestro a cien. La identificación de numerales es de 0 o emergente, hasta diez, a veinte, a cien y a mil.

⁷⁰ Se refiere a los nombres hablados y escuchados de los números. WRIGHT *et al.* *Enseñar el número. Ayudar...op. cit.* p. 52.

⁷¹ Son los símbolos escritos de los números. *Ibidem*, p. 53.

- Parte C. Contiene cinco aspectos no tabulados, es decir, no se clasifican en niveles y se considera que surgen de manera incidental junto con los aspectos de las demás partes. No están aislados, sino que el uso o surgimiento de uno puede apoyarse en los demás. Son los siguientes:
 - Combinar y partir. Involucra no contar por unidades.
 - Patrones espaciales y subitación. Subitar es “asignar correcta e inmediatamente palabras numéricas a pequeñas colecciones de elementos perceptuales”⁷².
 - Secuencias temporales. Se consideran secuencias de sonidos y movimientos que tienen lugar en el tiempo.
 - Patrones de dedos. La perspectiva de Wright y su equipo es que el uso de los dedos como apoyo en la resolución de problemas debe refinarse con base en las estrategias aritméticas.
 - Estrategias con base cinco. Implica usar el número cinco como número de referencia en diferentes entornos.

- Parte D. Multiplicación y división tempranas. Es una extensión del programa original y tiene cinco niveles de progresión. Comienza en actividades de agrupamiento inicial perceptual, luego conteo perceptual por múltiplos, agrupamiento compuesto figurativo o no visible, agrupamiento compuesto abstracto repetido y multiplicación y división como operaciones.

El avance en esta parte depende del desarrollo en la aritmética elemental, de suma y resta. No obstante, los niños pequeños también pueden ser expuestos a entornos donde se expliciten conceptos de agrupamiento y partición.

⁷² Ernst VON GLASERFSFELD *apud* WRIGHT *et al. ibidem*, p. 56.

1.3 Escuela holandesa de educación matemática

Los aportes de la escuela holandesa a la didáctica de las matemáticas en el nivel básico se deben a las investigaciones hechas por el Instituto Freudenthal. Se conoce como Educación Matemática Realista⁷³ (EMR), se desarrolló en los años setenta con la idea de que las matemáticas debían “tener conexión con la realidad, mantenerse apegadas a la experiencia de los niños y ser pertinentes a la sociedad”⁷⁴. La característica distintiva de la EMR es su principio de continuidad, a partir de éste surge una trayectoria que lleva el nombre de TAL, por sus siglas en holandés. En los siguientes apartados se hace una aproximación a la EMR y al TAL.

1.3.1 Educación Matemática Realista (EMR)

Es un enfoque de la educación matemática escolar que, en algunos puntos, guarda relación con la visión constructivista pues sus ideas sobre la enseñanza y el aprendizaje toman la materia como “actividad humana significativa”⁷⁵; su objetivo principal es la numerización.

Los conceptos constructivistas que se relacionan con la EMR son el de mediación, metacognición y la visión como instrucción de la ZDP. También tiene coincidencias con el aprendizaje situado y distribuido. Se afirma que la EMR “se puede ver como la interacción de la guía tutorial del docente y las construcciones propias de los alumnos”⁷⁶ durante la reinención o descubrimiento del conocimiento matemático, o sea, en el proceso de matematización⁷⁷.

⁷³ El término *realista* insiste “en ofrecer a los estudiantes situaciones problema que ellos pueden imaginar...esto significa que el contexto puede provenir del mundo real, pero ello no es siempre necesario” Marja VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN. “Educación matemática en los Países Bajos: Un recorrido guiado” *Correo del maestro. Revista para profesores de educación básica* Trad. Héctor Escalona, año 13, número 149, Correo del maestro, México, octubre, 2008, p. 27.

⁷⁴ *Ibidem*, p. 26.

⁷⁵ VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN. *Los niños...op. cit.* p. 40.

⁷⁶ *Ibidem*, p. 41.

⁷⁷ Es un término elaborado por Freudenthal. La OCDE retomó las ideas de Freudenthal y Treffers para definirlo. En el glosario se utiliza el concepto que brinda la OCDE. OCDE. *Proyecto PISA... op. cit.* p. 79.

Es esencial distinguir entre la matematización horizontal y vertical ya que la EMR se inclina por la segunda, la cual implica reorganizar⁷⁸ dentro del sistema matemático mismo, es el “descubrir conexiones entre conceptos y estrategias”⁷⁹. Mientras que la horizontal se refiere al uso de herramientas matemáticas para resolver problemas de la vida real, la matematización vertical no excluye el uso de situaciones problemáticas imaginarias o reales.

En este proceso, el aprendizaje activo debe ser guiado por el docente en un ambiente que permita la interacción grupal y el trabajo en grupos pequeños en donde es indispensable la confrontación del pensamiento y la autoreflexión para promover el desarrollo.⁸⁰

La EMR también se funda en algunos principios que giran en torno a las matemáticas como asignatura, cómo las aprenden los niños y cómo deben enseñarse. Estos son:

- a) Principio de actividad: De acuerdo con Freudenthal⁸¹ los resultados del razonamiento matemático no pueden transferirse directamente a los estudiantes. Tal como afirmaba Vygotsky, eso sería una pérdida de tiempo. Por el contrario, los estudiantes son participantes activos y aprenden haciendo.
- b) Principio de realidad: Como creación humana, la matematización de la realidad es origen del proceso de aprendizaje. En este sentido, los contextos y las experiencias son fuente para aprender matemáticas.
- c) Principio de nivel: Se refiere al desarrollo del aprendizaje matemático. Plantea el tránsito de la invención informal de soluciones a la creación de esquematizaciones, para culminar en la comprensión de principios. No es lineal por lo que no es progresiva, ni tabular.

⁷⁸ En el texto sobre EMR no se especifica si el término reorganización tiene un sentido constructivista o es similar al uso dado en el programa Recuperación en matemáticas.

⁷⁹ VAN DEN HEUVEL. “Educación...” *op. cit.* p. 26.

⁸⁰ *Cfr. Ibidem*, p. 41.

⁸¹ *Ibidem*, p. 28.

- d) Principio de entrelazamiento: Se refiere a la conexión entre áreas y entre la temática en una misma área.
- e) Principio de interacción: Tiene que ver con la comunicación de las estrategias o inventos de resolución. Esta no es docente-niño sino entre alumnos. Los estudiantes no avanzan al mismo ritmo y se piensa que la interacción promueve la reflexión a través de retomar ideas de los más avanzados.
- f) Principio de orientación: Este es un principio esencial en la EMR pues la diferencia de la microdidáctica constructivista y pone el acento en lo macro, en el contenido curricular como trayectoria que sirva de base al diseño de la enseñanza. De esta manera, el docente es guía de actividad, no de transmisión, con base en los horizontes próximos de aprendizaje de los estudiantes.

1.3.2 Proyecto TAL

TAL es una trayectoria de enseñanza y aprendizaje que en español se traduce como *Objetivos intermedios de las trayectorias de aprendizaje-enseñanza*. Los autores la consideran una macrodidáctica que ofrece un panorama longitudinal de la enseñanza y el aprendizaje matemático.

A diferencia de RM, el TAL es general y no está dirigido a los niños de bajo aprovechamiento, por lo tanto se centra más en brindar un panorama del posible curso del aprendizaje tanto a la enseñanza como al contenido curricular.

El TAL no es una trayectoria lineal sino cíclica, lo cual va de acuerdo con la postura de matematización vertical, en el entendido de que se puede trabajar el mismo problema en diferentes niveles; por lo tanto, el desarrollo depende de las conexiones hechas entre conceptos y estrategias. Esto da cabida a las discontinuidades en el proceso de aprendizaje y por ende a las singularidades, a pesar de ser una trayectoria generalizada.

Los niveles en la trayectoria son la pauta para la guía y el monitoreo del aprendizaje, son la forma de resolver los contenidos; no se pueden tomar con

rigidez porque a veces hay rupturas o regresiones. Puede que un niño se halle en un nivel avanzado de acuerdo a un tema y en un nivel más bajo en otro.

Las formas que adquieren los niveles son:

- Conteo vinculado al contexto
- Conteo vinculado a los objetos
- Conteo puro
- Cálculo por conteo
- Cálculo por estructuración
- Cálculo formal

En breve, el nivel de aprendizaje de un niño parte del conteo al cálculo. En el conteo se distingue el relacionado al contexto, a los objetos y el formal; el cálculo inicia por conteo, sigue la estructura y se llega al formal.

Se considera que el conteo vinculado al contexto es previo a la escolarización. De las diferenciaciones entre niños en cuanto al avance en este conteo surge el término *situación base*. Se admite que al ingresar a la escuela los niños poseen diferencias en su conocimiento acerca de los números.

El conteo en este nivel es descubrir su significado y función. Esta relacionado con los principios de ordinalidad, cardinalidad y correspondencia biunívoca, aunque también se vinculan a otras funciones que se conocen como las “representaciones numéricas”⁸², y son: la magnitud, el orden, la medida, el número como etiqueta y el número para calcular.

El contexto es la actividad en la que los niños pueden estar inmersos y en la que interactúan con personas mayores que ellos, por lo que la imitación es una parte importante en este primer acercamiento al número. En este sentido la secuencia numérica se aprende como verso en la interacción o conteo acústico, la cardinalidad como una distinción entre “dos”, “tres” y “muchos” en la que en algún momento interviene el conteo uno en uno y la comprensión de que el último

⁸² VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN. *Los niños... op.cit.*, p. 57.

número expresado determina el tamaño del conjunto, o sea, conteo resultativo. Para esclarecer: en este nivel se plantea la pregunta “¿qué edad tiene?” y se pasa a “¿cuántas velas hay en el pastel?”, pues esta última ya tiene una relación directa con el objeto.

El siguiente nivel es el conteo vinculado al objeto. Dentro de la EMR se considera que la primera forma de cálculo es el conteo porque involucra el concepto de cantidad. El tránsito entre el nivel de contexto al de objeto se da paulatinamente. Como primer momento se da la organización de la acción de contar, por ejemplo, ordenar los objetos en un patrón. En este nivel se responde a la pregunta “¿cuántos?” cuando hay un referente físico, visible u oculto.

El nivel que sigue es el conteo puro, dirigido hacia el cálculo por conteo. Se da a través de la transferencia del objeto a representaciones físicas o mentales en distintos niveles encaminados a la abstracción; es por eso que pueden utilizarse equivalencias como el uso de los dedos. Se puede responder a preguntas como “¿cuánto es dos más tres?”.

Los tres niveles anteriores son la primera parte de la trayectoria; se trabajan mediante cinco aspectos que son: estimar, ordenar, comparar, agregar y quitar, que en lo sucesivo se seguirán utilizando. El conteo para calcular será un apoyo dirigido a la estructuración.

En el nivel de cálculo por estructura intervienen procesos mentales como la automatización y la memorización, que es el uso reiterativo de estrategias en las que los niños deducen resultados, ya sea por descomposición, duplicación u otro tipo de relaciones como agregar o quitar uno, retoma el uso de parejas o pares y el ordenamiento por grupos de cinco; de éstas derivan los “resultados conocidos”.

La primera forma de estructura es a 10, luego a 20 y después a 100. El contexto sigue siendo importante pues se busca el sentido a través de su relación con el mundo real.

También es relevante considerar los modelos estructurales, que son:

- Modelo lineal
- Modelo por grupo
- Modelo combinado

En la EMR se dan recomendaciones del uso de materiales para promover los modelos, por ejemplo: la línea numérica, los collares de conteo estructurados a cinco, el bastidor doble con estructura de diez y cincos, monedas, entre otros. El uso en la práctica sostenida tiene el objetivo de superar el conteo por unidades.

Las respuestas de los niños ante problemas de adición o sustracción pueden darse en los modelos dados pues son los que determinan su estrategia de resolución. Los niños que utilicen el modelo lineal podrán preferir partir un número para llegar a cinco o a diez y luego agregar o quitar el resto. En el modelo por grupo los niños pueden descomponer los números para luego recomponerlos con las partes separadas.

En este proceso de estructuración los modelos materiales sirven para la manipulación, la visualización y las operaciones mentales, es la creación de imágenes numéricas.

En el nivel de cálculo formal los niños extienden y reafirman las estructuras, pueden trabajarlas en problemas contextualizados pero también en números puros y aplicarlas a problemas permite el tránsito del mundo de los números al mundo cotidiano.

Así mismo, en este nivel la explicación ayuda al dar la posibilidad de reflexionar para poner en palabras. También desempeña un lugar importante en la interacción para aprender de los compañeros porque a través del diálogo matemático se logra que para el niño la respuesta no sea obvia, del estilo “porque ya lo sé”, sino que puede entender lo que hace y extenderlo a problemas similares.

Estos mismos niveles y modelos se utilizan para el cálculo hasta cien. Se comienza con la numeración por medio del conteo acústico y los números escritos.

Es importante prestar atención al conteo regresivo y al tránsito de una década a otra. Ya que no se da de manera aislada, también se debe recurrir al conteo resultativo.

Un aspecto que comienza en este intervalo es la noción de decenas y unidades. Se advierte no introducir tempranamente estos conceptos. Antes de abordarlos es importante que los niños tengan suficiente práctica y habilidad en el modelo lineal hacia delante y hacia atrás para localizar los números, ya sea por conteo o por la estructura. También se pueden utilizar materiales estructurados con la base diez para introducir el salto, la separación y extender el uso de estrategias de resolución en el intervalo 1-20 a rangos mayores hasta 100. Esto se hace con apoyo visual o material en el nivel de estructuración. Ya en el cálculo formal se retira la ayuda.

La ERM y el TAL tienen diferencias con el programa RM y con el constructivismo pero más que determinarlos como planteamientos irreconciliables, conviene remarcar los puntos en que se pueden complementar.

II. DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES

La labor en la fundación no debe ser vista como una regularización en matemáticas, es un servicio de apoyo en la enseñanza de conceptos matemáticos con un marco constructivista basado en el programa RM y en los aportes de la ERM.

En este sentido, las actividades siguen con flexibilidad el Ciclo de enseñanza y aprendizaje del programa RM y se apegan al principio de redescubrir las matemáticas de la EMR. Este último fue explicado en el capítulo primero; en cambio, el Ciclo se aborda en el presente apartado puesto que contiene las etapas por las que transita el desempeño como facilitadora educativa en Voces y vuelos.

Así mismo, en este capítulo se presenta el Marco Instruccional para la Numerización Temprana, que si bien es teoría construida con base en la observación de Wright y su equipo, las actividades de enseñanza no pueden separarse de las descripciones precisas que se hacen en él. El MINT, elaborado junto con el MAN, va marcando las pautas de evaluación y avance en los niños y el desempeño docente.

Posteriormente se describen las actividades de instrucción que se llevaron a cabo en un periodo de diez meses, de martes a viernes. Es importante la asiduidad de las clases pues sólo por medio de la práctica constante se puede lograr un impacto en el desarrollo del conocimiento matemático de los niños.

2.1 Ciclo de enseñanza y aprendizaje

La intervención de enseñanza, que está fundamentada en el programa RM, se apega al Ciclo de enseñanza y aprendizaje⁸³. Las primeras dos semanas de trabajo dentro de la fundación estuvieron dedicadas a la capacitación acerca del programa y de los elementos del Ciclo. Las actividades eran leer sobre el tema y observar videos de evaluaciones para familiarizarse con la práctica.

⁸³ Cfr. WRIGHT *et al.* *Enseñar el número. Ayudar... op. cit.*, pp. 122-143.

En este apartado describo brevemente el Ciclo. Éste es un esquema de los elementos que deben contemplarse cuando comienza la labor de instrucción. Se plantea en forma de cuestionamientos. Son cuatro:

1. ¿Dónde están ahora los alumnos?
2. ¿Dónde quiero que estén?
3. ¿Cómo llegarán ahí?
4. ¿Cómo sabré que han llegado ahí?

Las actividades que se realizaron en 2011-2012 comenzaron con la evaluación individual de las niñas. El objetivo de realizar la evaluación es tener un perfil de su conocimiento numérico corriente lo más detallado posible. Para realizarla hay dos elementos esenciales:

1. El protocolo se lleva a cabo como una entrevista individual, es oral.
2. Grabar en video la sesión. En el programa RM se considera que el profesor también aprende y una manera de hacerlo es por medio de la observación de sus actividades y las de sus colegas. En este sentido, la evaluación videograbada es una herramienta de observación, de reflexión, de registro y de comunicación. Las evaluaciones se entregaron en formato DVD para guardarse como archivo.

Para capacitarnos en la aplicación del protocolo de evaluación, observamos y analizamos videos del trabajo realizado por Virginia Ferrari. Así mismo, asistimos a la escuela Valentina Cantón, localizada en el Estado de México, para aplicar la entrevista a niños de primer grado.

También se leyó la parte de evaluación en el programa RM. En éste, se identifican tres etapas que vive el profesor durante el proceso por el cual se familiariza con el método de trabajo y las implicaciones de la

videograbación. El tipo de actuación que debe lograr tiene las siguientes características⁸⁴:

- Centrar su atención en el niño. El objetivo es lograr un perfil de lo que el niño sabe, para ello el docente tiene que ser consciente de su influencia durante la intervención con el niño. Las reacciones de ansiedad o los gestos pueden hacer que el alumno ponga en duda su respuesta. Un beneficio de ser grabados en video es que el docente haga sólo notas mentales de lo que el niño realiza, pero sin tener que desviar su atención de la actividad.
- Observación. El docente es un observador atento que ha logrado desprenderse de su papel como líder en la relación. Dicho papel provoca que el profesor se preocupe por que el niño conteste correctamente, lo que le lleva a introducir comentarios de andamiaje o preguntas que son pistas sutiles.

Es importante aprovechar la oportunidad para obtener la mayor información posible durante la entrevista. Hay ocasiones en que las estrategias de los niños son evidentes, sin embargo, en otros momentos los docentes tienen que prestar atención a los detalles para determinarlas.

- Dar tiempo a la reflexión. Puede que a un niño le tome tiempo pensar una respuesta, sobretodo un procedimiento para llegar a ella. En este sentido, y en relación con los principios de la RM, el docente debe permitir y promover ese tiempo para pensar. También en la entrevista, los problemas de estrategias aritméticas se acompañan siempre de la pregunta “¿cómo lo resolviste? ¿Cómo lo sabes?”. Esta es una pregunta metacognitiva y a los niños que no están acostumbrados a plantárselas a sí mismos les toma por sorpresa. Muchos de ellos están tan naturalizados con los procedimientos o

⁸⁴ Cfr. Penny MUNN “El maestro como educando”. En WRIGHT *et al.* *Enseñar el número a los... op. cit.* pp., 362-365.

con los resultados que les es difícil verbalizarlos. Por ello se les debe permitir reelaborar su pensamiento, lo cual puede llevar tiempo.

- Replantear una tarea o revisitar. El docente no utiliza el andamiaje pero, de ser necesario, puede volver a plantear un problema parecido o incluso igual. Es importante destacar que se debe evitar la frustración del niño, misma que sucede cuando él se da cuenta de que no sabe y siente una exhibición en dicho sentido. Por lo tanto, hay un límite de insistencia acerca de una tarea.
- La evaluación no es enseñanza. Obtener un perfil del conocimiento matemático del niño significa presentarle tareas que le permitan desempeñarse de tal modo que provean información del límite de su pensamiento. El docente tiene que plantear los problemas que dirijan la acción del niño, lo que no es equivalente a introducir guías de respuesta con base en lo que se supone que el niño debe saber.

Por otra parte, los aspectos que requieren ser evaluados son los contenidos del MAN pero que están tabulados con más claridad en el Marco Instruccional para la Numerización Temprana (MINT). Dada la extensión de este aspecto del Ciclo de enseñanza y aprendizaje, del MINT y de su relación entre ambos, se examinan con más detalle en el segundo punto del presente capítulo.

Con respecto a la segunda pregunta del Ciclo, *dónde quiero que estén*, Wright y su equipo señalan dos elementos esenciales para desarrollarla, estos son:

- Poseer conocimientos matemáticos sólidos; y
- tener conocimiento sobre cómo avanza el aprendizaje de los niños en matemáticas

En la fundación se nos capacitó en matemáticas. Cada lunes tomábamos una clase que duraba tres horas. Se comenzó con lo más básico: la definición, las propiedades y clasificación del número. Posteriormente se abordaron las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Un tema más extenso fueron las fracciones.

También se leyeron textos sobre las matemáticas como contenido organizado con base constructivista. El primero fue *Comprender y enseñar matemáticas*⁸⁵ y *Matemáticas explicadas para maestros de primaria*⁸⁶. Ambos libros fueron creados para proveer a los profesores una perspectiva acerca de los principios matemáticos. Están basados en la idea de que los docentes deben estar preparados para responder al cambio que significa enseñar matemáticas para la comprensión y no para la memorización de reglas y procedimientos. Desde su perspectiva, el desempeño docente promoverá el desarrollo de los conocimientos numéricos en la medida de que haya entendimiento de estos.

La capacitación acerca del contenido matemático para la comprensión está muy relacionado con el conocimiento acerca de cómo aprenden los niños. Siguiendo esta línea, el libro *Las matemáticas y su aplicación*⁸⁷ también fue parte de la formación como facilitadora educativa. Este libro, escrito desde un enfoque psicológico, explica los conceptos matemáticos yuxtapuestos con el entendimiento infantil. Principalmente, fue esclarecedor en la clasificación de las operaciones básicas y en los principios de equivalencia y transformación. Así mismo, brinda un panorama para entender qué es lo que probablemente está pasando en la mente del niño al resolver un problema matemático.

Los libros citados complementaron las lecturas acerca del programa RM y la ERM, pues estos últimos si bien facilitan la secuencia y trayectoria de enseñanza, no abundan en el análisis los principios subyacentes en cada concepto.

La tercera parte del Ciclo es referente a la planificación y la enseñanza como tal. En este punto cabe recordar los principios del programa RM y las características de los niños que participan en clases basadas en problemas, pues estos están ligados a la práctica de la instrucción, a la cotidianidad en el aula.

⁸⁵ Derek HAYLOCK y Anne COCKBURN. *Comprender y enseñar matemáticas. Una guía para maestros de preescolar y grados inferiores de primaria* Trad. Roberto Markarian y Nelson Möller, México, Correo del maestro/La Vasija, 2009, 328p.

⁸⁶ Derek HAYLOCK. *Matemáticas explicadas para maestros de primaria* Trad. Roberto Markarian y Nelson Möller, México, Correo del maestro/La Vasija, 2010, 502p.

⁸⁷ NUNES y BRYANT. *Las matemáticas...op. cit.*, 306 p.

La planificación e instrucción es una parte muy extensa de las actividades, por lo tanto, se profundizará más adelante; pero para cuestiones de explicar el desempeño, es necesario aclarar conceptos clave referentes a los materiales didácticos y las actividades que se utilizaron.

Para enseñar con base en el programa RM se usan entornos, actividades, tareas y juegos. Los entornos son situaciones físicas para proporcionar experiencias y desencadenar las actividades. El profesor es quien las brinda. Están en relación con los materiales. Aunque en el programa RM no se hace la diferenciación explícita, considero que la diferencia entre un entorno y un material radica en que el entorno está acompañado de la guía del profesor y de la interacción directa y la manipulación pues contienen conceptos que deben ser descubiertos. Para dar algunos ejemplos de entornos, se encuentran: el cuadro de cien, los marcos de cinco, de diez y de doble diez, la tira numérica, la banda numérica, las pistas numéricas, el bastidor, el collar de veinte, el collar de cien, los palitos de madera, cubos unifix y las tarjetas de dominó.

La actividad es una tarea o un juego. Las tareas son problemas o preguntas que plantea el profesor. Un problema no necesariamente tiene que tener texto, sino que debe ser algo para lo que el niño no tiene una respuesta previa; por eso sirven para el desarrollo de estrategias. Tienen diferentes grados de dificultad, se definen con base en el MAN, deben tener un objetivo y promover el razonamiento. Por ejemplo, un niño con poco conocimiento sobre secuencias de palabras numéricas puede encontrar problemático decir la palabra numérica siguiente a otra, así que se le plantean diversas tareas en las que tenga que descubrir cómo saber cuál es el sucesor. Para un niño más avanzado eso puede resultar muy fácil, mientras que puede encontrar más complicado decir una secuencia de palabras numéricas de diez en diez comenzando desde el número 3.

Los juegos pueden ser asignados por el profesor pero no necesariamente tienen que ser supervisados por él. Tienen que tener un objetivo ubicable en el MAN, reglas sencillas y ser atractivos.

Aparte de estos tres conceptos, en el programa RM se recomienda planificar por medio de sesiones breves, sesiones de resolver problemas y sesiones de actividades específicas. En la fundación, las clases con cada grupo y las individualizadas se llevan a cabo de martes a viernes y duran aproximadamente treinta minutos. En el transcurso de ese tiempo se integran tareas, problemas y juegos.

Las sesiones breves constan de varias actividades cortas como secuencias de palabras numéricas, conteo, identificación de números, subitación y construcción de patrones de dedos.

Las sesiones de resolver problemas pueden ser por equipos o individuales y deben permitir al niño el tiempo para la reflexión, la exposición y el debate de estrategias.

Las sesiones de actividades específicas pueden incluir tareas problemáticas o juegos para reforzar una idea.

La última parte del Ciclo es la evaluación continúa, intermedia y final. Una práctica basada en el programa RM requiere el estudio constante del MAN para poder determinar el avance de los niños con base en la observación de sus procedimientos y respuestas. Es por ello que mientras más pequeños sean los grupos, es mejor la atención y la posibilidad de que cada uno pueda comunicar lo que piensa. Las sesiones también son videograbas pero no se analizan con tanto detalle como las evaluaciones.

Aparte de la evaluación durante sesiones, la cual sirve para seleccionar las actividades que se planificarán después, se aplica una evaluación media en enero y una final en junio. Ambas se graban en video y tienen el mismo proceso que la evaluación inicial.

2.2 Marco Instruccional para la Numerización Temprana (MINT)

De acuerdo con el ciclo de enseñanza y aprendizaje expuesto, la instrucción requiere tener una perspectiva a largo plazo sobre el rumbo del trabajo con los

niños. Las actividades instructivas dentro de la fundación se basan, sobretodo, en las distinciones hechas a partir de la observación y el registro del trabajo con niños que se hicieron en el programa RM. Tales distinciones son pauta para la tabulación de las fases del desarrollo del conocimiento matemático infantil, contenidas en el MINT. Conocerlas es indispensable para entender la descripción de la labor que se hace como facilitadora educativa en las instituciones.

El MINT es una secuencia de temas de enseñanza. Tiene relación con el MAN, expuesto en el capítulo anterior, porque enfoca en la instrucción los temas que se consideran necesarios para el desarrollo del aprendizaje del niño de acuerdo a la tabulación por partes y aspectos. Ambos se complementan para determinar el perfil y el límite de conocimiento corriente del niño.

Los temas se agrupan en tres ejes, que son:

- Palabras numéricas y numerales
- Contar
- Agrupar

Se trabajan en conjunto, no de forma aislada o por sucesión obligatoria, dado que cada eje ayuda a la comprensión de conocimientos y el desarrollo de estrategias numéricas.

El MINT también se encuentra tabulado en un orden progresivo de cinco fases. Estas son:

1. Emergente
2. Perceptual
3. Figurativa
4. Continuar-contando y contar-hacia-atrás
5. Diestra

Las fases del MINT contemplan la etapa o nivel de conocimiento de un niño con respecto al MAN. De esta forma, sirve para establecer un juicio acerca de dónde

se encuentra el conocimiento matemático del niño, y da un estado al cual se le quiere llevar, mediante la sucesión de las fases, con la enseñanza guiada.

Por lo anterior, el MINT está en estrecha relación con las actividades de evaluación y con el diseño instruccional, de acuerdo a lo que marca el Ciclo de enseñanza y aprendizaje del programa RM.

2.2.1 Ejes del MINT y protocolo de evaluación

El primer acercamiento que se hace con los alumnos o las alumnas en la fundación es por medio de la sesión de evaluación. En ésta se aplica el protocolo que desarrolló previamente Virginia Ferrari⁸⁸. Este protocolo se aplicó tres veces a lo largo del ciclo. La primera vez fue en septiembre, la segunda en enero y la tercera en junio. Cada aplicación tiene una función distinta, que si bien siempre es para determinar el conocimiento corriente del niño, los resultados obtenidos apoyan de distintas maneras. En la primera ocasión sirve para comenzar la práctica de instrucción; la de enero funciona para monitorear individualmente el avance y la de junio para conocer los resultados de toda la intervención. Siempre se hace en mira de hacer una planificación pertinente.

El protocolo de evaluación se elaboró con base en las cinco partes del MAN y los temas del MINT. A continuación se describen dichos temas:

Las palabras numéricas son los nombres orales del número, dichos y escuchados. Se relaciona con el MAN por contener la Secuencia de Palabras Numéricas Hacia Adelante (SPNAD) y la Secuencia de Palabras Numéricas Hacia Atrás (SPNAT). Incluyen también la Palabra Numérica Siguierte (PNS) y la Palabra Numérica Anterior (PNA). Se contemplan las secuencias de uno en uno, de diez en diez, cinco en cinco y dos en dos.

Los numerales son los símbolos escritos del número e involucran la identificación (IdN o ID), el reconocimiento, la secuencia de cifras y el ordenamiento de cifras. Hay una diferencia sutil entre secuenciar y ordenar; la primera se refiere a la

⁸⁸ Virginia FERRARI (2012). Inspirado en la obra de Robert Wright *et al.*, *Early Numeracy: Assessment for Teaching and Intervention*, SAGE Publications Ltd., 2006.

progresión o regresión uno en uno o con algún patrón secuencial como cinco en cinco, diez en diez, dos en dos; la segunda sigue una lógica ascendente o descendente, de menor a mayor o viceversa que no necesariamente es de uno en uno o de forma estandarizada.

Contar dentro del MINT no es recitar la secuencia numérica sino la capacidad de atribuir numerosidad a una colección. Por ello abarcan formas de razonamiento que van en forma creciente. El conteo es básico para la resolución de problemas aritméticos de suma, resta, multiplicación y división. Tiene niveles de refinamiento⁸⁹. El primero de ellos, emergente, es la asociación de una palabra numérica a un elemento u objeto o lo que se conoce como *correspondencia biunívoca*. Le sigue el conteo perceptual que sucede cuando se atribuye numerosidad a una colección visible. Posteriormente se desarrolla el conteo figurativo que se diferencia del anterior porque las colecciones están veladas. El siguiente nivel es continuar contando desde un número. Finalmente, se logra el conteo que no es de uno en uno o estructuración.

Los niveles de conteo son maneras de diferenciar el desarrollo que tiene un niño en sus estrategias aritméticas. En la parte acerca de las fases del MINT se ahondará más acerca de las características de cada nivel. Son relevantes porque mediante ellos se puede designar el avance del niño con respecto al MAN, y así diseñar la enseñanza.

Agrupar se refiere a un razonamiento en el que se usa la partición y combinación en números mayores a uno, comprende entender el número como unidad compuesta abstracta. En un estadio o fase emergente se promueve mediante los patrones espaciales y patrones de dedos; posteriormente, el desarrollo de este eje permite el avance en estrategias de suma, resta, multiplicación, división y el conocimiento de decenas y unidades. Los temas secuenciados contienen el uso de grupos iguales, el cinco y el diez como base, particiones en el intervalo a diez, sumas y restas en el intervalo a veinte y sumas y restas de dos y tres dígitos.

⁸⁹ WRIGHT *et al.* *Enseñar el número. Ayudar...op. cit.* pp. 111-116.

Los temas del MINT se incluyen en el protocolo de evaluación⁹⁰. Están distribuidos en siete secciones, que son:

1. Secuencias de palabras numéricas. SPNAD, PNS, SPNAT y PNA
2. Identificación de numerales y secuencias de cifras
3. Patrones de dedos
4. Suma. Incluye sumando faltante
5. Resta. Incluye sustraendo faltante
6. Patrones espaciales
7. Parte-parte todo

Cada sección abarca intervalos que van de acuerdo a los niveles contenidos en el MAN. En lo sucesivo señalo cada uno de ellos y describo en forma breve la manera de aplicarlos.

Para la sección de secuencias de palabras numéricas en SPNAD se aplican de forma creciente hasta donde el niño demuestre que puede hacerlo. Se le pide al niño contar en los intervalos 1-32, 48-63, 67-83, 93-112.

La SPNAT se aplica hasta donde el niño demuestre capacidad. Comienza en 10-1, sigue 15-10, 23-16, 34-27, 72-67, 93-87. Si el niño no está familiarizado con la instrucción se le puede pedir que lo haga en el rango 3-1.

La PNS y la PNA se evalúan de forma distinta. Se le pregunta al niño el sucesor o antecesor de un número. Se comienza en el intervalo 11-30, incluye todos los números a 20 y algunos de veinte a 30. Si el niño falla constantemente se prosigue con una tarea de menor dificultad que es en el intervalo 1-10; pero si contesta correctamente se preguntan algunos números hasta cien. Cuando el niño no está familiarizado con la tarea se le puede preguntar como ejemplo la PNS o PNA de 3.

En la sección de Identificación se utilizan tarjetas con numerales. Se le muestran al niño y se le pide que diga el nombre de cada uno. Se dividen en tres niveles de

⁹⁰ Durante el primer año de trabajo sólo se aplicó este protocolo. Actualmente se cuenta con la versión 2.0 sobre suma y resta de inicio desconocido y comparación; y la versión 3.0, sobre multiplicación y división.

dificultad. El primero es en el intervalo 11-100. Si no logra identificarlos se le presentan del 1 al 10. Cuando puede hacerlo a cien, se le presentan tres numerales más mayores a 100. Si no puede con ninguna tarea de identificación se le plantea el reconocimiento de los dígitos 4, 6, 7, 8 y 9. Las tarjetas con el numeral se colocan en orden aleatorio y se le pide señalar uno en específico.

La secuencia de cifras se hace utilizando tarjetas de numerales que el niño primero tiene que identificar y luego secuenciar del menor al mayor. Los intervalos son 46-55, 11-20 y 1-10. Se aplican en ese orden.

Hasta esta parte, la evaluación dura aproximadamente 15 minutos. Es importante no cansar al niño con constantes visitas puesto que prosiguen las secciones donde se requiere más reflexión.

Los patrones de dedos incluyen cuatro tareas en las que al niño se le dice un número y tiene que levantar la cantidad de dedos correspondiente. La primera es en el intervalo 1-5, la segunda es mostrar patrones de dedos utilizando las dos manos. En caso de que el niño no comprenda la instrucción de usar las dos manos, se le puede mostrar cómo, en una ocasión; si no lo entiende entonces se deja la tarea y se prosigue con el intervalo 1-6. En éste se intercala la tarea de otras formas para mostrar un mismo número. Las tareas están estrechamente ligadas a la estrategia de partir y descomponer.

La suma se evalúa con fichas y pantallas de fomie para cubrirlas. Las primeras tareas son con resultados en el rango 1-10 con las fichas cubiertas (veladas). Se colocan algunas fichas debajo de una pantalla y se le dice cuántas son, de igual forma con una segunda pantalla y otras fichas, luego se le pregunta al niño cuántas hay en total. Cuando tienen éxito entonces se pueden aplicar las tareas en las que el resultado es mayor a diez. Pero si no logran responder más de la mitad entonces se comienza a aplicar en nivel descendente las demás tareas. Primero con una colección develada, luego con dos colecciones develadas y finalmente, en caso de no haber podido con ninguna de las anteriores, se le pide al niño que cuente un conjunto de fichas y diga cuántas son.

En la parte de suma también se evalúa el sumando faltante. Se colocan algunas fichas debajo de una pantalla, se le pide al niño que mire hacia otro lado y se agregan algunas fichas más. Se le dice cuántas había al inicio y cuántas al final, él tiene que responder cuántas se agregaron.

La sección de resta es similar. En una pantalla se colocan fichas, se retiran algunas y se le pregunta cuántas son. Los únicos dos niveles son con resultado menor a diez y mayor a 10. No hay opciones de develado. También se aplica el sustraendo faltante como en la sección de la suma.

La siguiente sección es la de patrones espaciales. Se evalúa mediante la subitación de patrones a cinco y a diez. Para ello, si es primera vez de contacto con el protocolo para el niño, se utilizan tarjetas impresas con la figura de un autobús escolar en el que se ven caritas felices en las ventanas. Cuando ya se ha trabajado con el niño se utilizan tarjetas impresas de *marco de cinco* y *marco de diez*, que contienen cuadros distribuidos en filas de cinco. Dentro de los cuadros cabe un punto. El niño tiene que determinar cuántos puntos (o niños) y cuántos cuadros vacíos (o ventanas vacías) hay.

Por último, se aplica la sección de Parte-parte todo que es oral, sin apoyo en materiales. Se divide en tres momentos. El primero es el rango a cinco. El niño tiene que decir el número que va con otro número para formar el número cinco. A veces la instrucción resulta confusa, por lo que se puede optar por preguntar en contexto, por ejemplo:

Si entre tú y yo tenemos cinco dulces, y yo sólo tengo cuatro ¿cuántos tienes tú?

La pregunta se repite hasta haber cubierto todas las combinaciones a cinco incluyendo cinco y cero.

Posteriormente, el segundo momento es en el intervalo a diez. Se le pide al niño que diga dos números que sumen o que den un total de diez. El tercer momento son tres problemas orales de complementos a diez.

La duración total de la evaluación puede ser de 20 a 50 minutos. No es recomendable que sea más extensa pues los niños realizan un esfuerzo mental que les cansa y puede producir fastidio. A pesar de ello, se ha observado que los niños disfrutan y se entregan las tareas que son un reto para ellos. La mayoría considera que están participando en un juego de adivinanzas. Incluso cuando ya están cansados y llegan a la parte final con esfuerzo, la subitación les resulta motivadora y vuelven a comprometerse.

2.2.2 Fases del MINT e interpretación de evaluaciones

Una vez hecha la evaluación, el video debe verse para interpretarla y vaciar los datos en la hoja de registro. Se llena una hoja por niño. En ella se indican datos como su nombre, edad, grado escolar, institución en la que está; también el nombre de quien aplicó el protocolo, la fecha y el estadio con base en las fases del MINT.

Determinar una fase o estadio del niño de acuerdo a una tabulación es el objetivo de la interpretación de la evaluación. La intervención de enseñanza estará dirigida por lo que se concluye. Por eso es tan importante observar de la forma más fina posible. El docente debe ser capaz de afirmar detalles como si un niño puede decir la PNA porque se regresa a un número de referencia, si hace conteo desde uno en voz baja o mediante movimientos de cabeza. Debe distinguir entre un niño que para resolver una tarea de suma continúa contando o hace un conteo poco evidente desde uno, por mencionar un ejemplo.

Especificar correctamente el estadio del niño es indispensable, sobretodo cuando se trabaja en pequeños grupos, pues el avance del niño depende, en gran medida, de su participación en las tareas a la par con todos sus compañeros. A pesar de que, como afirman en la EMR, haya diferentes niveles de comprender un mismo problema, lo mejor es proveer al niño lo que necesita para aprender y no se encuentre excluido de la comprensión.

La interpretación de la evaluación se hace con base en las fases del MINT⁹¹, en el que se articulan todos los aspectos del MAN. El nombre de cada fase corresponde a la estrategia de conteo o aritmética del niño. A continuación se presenta cada una. Al final de su descripción se señala el número de niñas que se encontraron en el estadio correspondiente.

La primera etapa se denomina Emergente. El niño que se encuentra en esta etapa no demuestra correspondencia biunívoca. Al contar una colección puede omitir un elemento o contarlo doble. En ocasiones no comprende la pregunta “¿Cuántos?”. También puede haber falta de comprensión de que la última palabra expresada se refiere al tamaño de una colección, de esta forma si se le preguntan cuántos son, el niño contesta la secuencia numérica completa. Esto demuestra una falta de conocimiento de la cardinalidad.

Es capaz de decir la SPNAD en el intervalo 1-10, pero la SPNAT le resulta difícil. Puede ser complicado decir la PNS y la PNA; puede no tener la estrategia de regresar a un número de referencia para deducirla. No identifica todos los numerales en el mismo intervalo.

El agrupamiento en esta etapa se realiza con patrones espaciales, de dedos y secuencias temporales. No es capaz de subitar o asignar numerosidad inmediata a patrones de puntos como el dominó. Los dedos los levanta de forma lenta y secuencial.

En un principio no se encontró ninguna niña emergente. Sin embargo, hubo un caso en el que primero se determinó perceptual. Se trabajó así el primer semestre y en el segundo se observó que la niña era emergente. El avance con ella no fue el esperado porque la niña requería mucha atención.

La segunda fase es el niño Perceptual. La estrategia aritmética es el conteo uno en uno de un conjunto en el que los elementos se pueden ver o tocar. Por lo general el niño en esta etapa no considera dos colecciones separadas como una sola, es por ello que no comprenden el concepto de suma como unión de

⁹¹ Cfr. WRIGHT *et al.* *Enseñar el número. Ayudar... op. cit.*, pp. 153-396.

conjuntos; sin embargo, se encuentra cercano a hacerlo. También se consideran perceptuales aquellos niños que sustituyen el conteo de objetos con el de sus dedos u otros referentes físicos.

Su avance en SPNAD puede ser hasta 30 con agilidad del 1 al 10. En la SPNAT, suele decirla con fluidez de 10 a 1. Puede tener complicaciones en la PNS y la PNA, pero es capaz de utilizar el retroceso para deducir el número posterior o anterior. Los numerales los identifica hasta diez o hasta 20. A veces invierte los dígitos en los numerales, por ejemplo dice 12 en lugar de 21, o viceversa.

Pueden atribuir numerosidad a patrones espaciales sin contarlos desde uno en el intervalo 1-4. Los patrones de dedos siguen siendo secuenciales en los menos hábiles y simultáneos en los que tienen un mejor manejo. Pueden unir dos conjuntos de dedos y para hacerlo cuentan ambas colecciones y luego recuentan desde uno.

Al inicio se determinó que había cinco niñas perceptuales.

La tercera fase es el niño Figurativo. Su característica principal en estrategia aritmética es poder resolver la unión de conjuntos donde los elementos sean velados, o sea, no se encuentren a la vista. Para hacerlo, el niño recurre a contar desde uno la primera colección, luego sigue contando la segunda hasta obtener el resultado. Se le puede aplicar tareas de sustracción pero no suele entender contextos de sumando o sustraendo faltante y comparación.

Tiene diestra la SPNAD hasta 30 y está listo para ampliarla a cien, si es que aún no la ha adquirido. Es similar con la PNS. En el SPNAT su avance es menor, es firme de 10 a 1 y puede tener dificultades con intervalos mayores como 15-11 o 23-16. Para determinar la PNA es posible que aún retroceda.

En esta etapa se ha adquirido más habilidad para el manejo de dedos. De 1 a 5 suele mostrarlos de forma simultánea. A veces también de 6 a 10. Los patrones espaciales comienza a agruparlos por pares o de otras formas.

Se determinó que había cuatro niñas en estadio figurativo en la Casa Hogar de las Niñas de Tláhuac y una niña en el Hogar Infantil María de Jesús Romero Rodríguez.

La cuarta fase se conoce como continuar-contando que es otra manera de nombrar el sobreconteo para resolver problemas aditivos. En esta etapa el niño puede darse cuenta del número de conteos que ha hecho a partir de un número, de esta forma su estrategia consiste en seguir contando desde el primer sumando o desde el número mayor. Puede apoyarse en el uso de los dedos y cuando ha adquirido más destreza lo hace mentalmente o en voz baja. Sigue siendo una estrategia de conteo uno en uno.

Por lo general, el sobreconteo desde un número se desarrolla a la par de continuar contando hasta otro número, estrategia necesaria para resolver problemas de sumando faltante. También está en condición de descubrir que puede resolver tareas sustractivas mediante el conteo hacia atrás desde y hasta un número.

En la SPNAD generalmente son diestros hasta cien, pero pueden tener problemas con la SPNAT, ya sea por no haber sido expuestos o porque se les dificulta el cambio de década. En la PNS puede estar firme hasta cien mientras que en la PNA puede haber problema con la década. Otro error común es que si los niños no han sido expuestos lo suficiente a la práctica de sucesor y antecesor entonces pueden mostrar confusión con los términos. Suelen vincularlo con el movimiento hacia derecha o izquierda, o relacionarlo con el conteo hacia delante o hacia atrás. En la identificación tienen destreza a cien y algunos numerales de tres dígitos.

En esta etapa ya hay conocimiento de las decenas y las unidades. Suele comenzar con el conteo de diez en diez en la década, o sea en los números que terminan en 0 o múltiplos de diez. También el conocimiento de multiplicación y división por medio de la creación de grupos iguales, partes iguales o configuraciones espaciales.

Se determinó que nueve niñas estaban en la etapa de continuar contando en la Casa Hogar de las Niñas de Tláhuac y dos niñas en el Hogar Infantil María de Jesús Romero Rodríguez.

La última fase en el MINT del programa RM es el niño Diestro. En esta etapa se muestran estrategias donde no se cuenta siempre de uno en uno. Incluye el uso de dobles y de agregar o quitar uno a los dobles. Se hacen traslados de resultados conocidos en el intervalo 1-10. El niño resuelve con facilidad sumas donde el primer sumando es 10 y el segundo son unidades del 1 al 9. También hace uso de las combinaciones que hacen cinco y los complementos a diez. Tiene destreza en la descomposición y composición del número. Las tareas sustractivas puede resolverlas como inversas a la suma, es por ello que se vuelve indispensable tener firmeza en los resultados de adición.

La SPNAD y la SPNAT a cien son firmes. Puede secuenciar en conteo salteado como diez en diez fuera de la década, cinco en cinco, dos en dos, cuatro en cuatro y tres en tres. La ID es diestra a cien, aunque puede tener problemas con números de tres dígitos.

El conocimiento del niño acerca de la suma y la resta con decenas y unidades es mayor. Por lo general utiliza estrategias de separación o de salto. En la multiplicación y la división hace uso del conteo salteado y la suma o resta reiterada

No se encontró ninguna niña en este estadio.

En el Hogar Infantil María de Jesús Romero Rodríguez se trabajó de forma individualizada. Los resultados de la primera evaluación son los siguientes:

Etapa	Número de niñas	Grado escolar
Figurativo	1	2° (9-14)
Continuar contando	1	5°(9-14)
Continuar contando	1	4°(9-14)

Tabla 1. Etapa por niña del HIMJRR. Primera evaluación

La niña en etapa figurativa primero se considero en continuar contando pero al iniciar sesiones se observó que aún no afianzaba bien la estrategia.

Después de la segunda evaluación se encontraron resultados similares:

Etapa	Número de niñas	Grado escolar
Continuar contando	1	2° (9-14)
Continuar contando	1	5°(9-14)
Continuar contando	1	4°(9-14)

Tabla 2. Etapa por niña del HIMJRR. Segunda evaluación

Es importante destacar que las niñas no fueron escolarizadas a edad temprana, desde los seis años. Poseían la estrategia de continuar contando pero no demostraban otras habilidades para el cálculo mental por composición y descomposición. Tampoco tenían firme la numeración a cien.

En la Casa Hogar de las Niñas de Tláhuac sí se hicieron grupos con base en los resultados de las evaluaciones. Se formaron de la siguiente manera:

Etapa	Número de niñas	Grado escolar
Perceptual	5	4 en 1° y 1 en 2°
Figurativo	4	2 de 1° y 2 de 2°
Continuar contando	5	3 de 2° y 2 de 3°
Continuar contando avanzado	4	2 de 3° y 2 de 2°

Tabla 3. Etapa por grupo en CHNT. Primera evaluación

La diferencia entre el continuar contando y el continuar contando avanzado fue principalmente por la numeración. Cabe mencionar que la niña de segundo grado que estaba en etapa perceptual tenía ocho años y debía ir en tercero.

Después de la evaluación media los grupos cambiaron. Quedaron de la siguiente forma:

Etapas	Número de niñas	Grado escolar
Emergente	1	1 de 1°
Perceptual	1	1 de 1°
Figurativo	4	2 de 1° y 2 de 2°
Figurativo	4	2 de 1°, 1 de 2° y 1 de 3°
Continuar contando	5	4 de 2° y 1 de 3°
Continuar contando avanzado	3	2 de 3° y 1 de 2°

Tabla 4. Etapas por grupo en CHNT. Segunda evaluación

Después de la segunda evaluación se encontró que una de las niñas del grupo perceptual no era capaz de llevar un conteo con correspondencia biunívoca, lo que significó un retroceso puesto que dicha característica es del niño en etapa emergente. Fue asignada a un grupo perceptual con una niña que se ausentó de la escuela por dos meses. Sin embargo, el trabajo no prosperó y se hizo un trabajo individualizado con la niña en estadio emergente.

De la misma forma, una niña del grupo continuar contando demostró un retroceso a utilizar el conteo desde uno para resolver sumas, por lo tanto fue reasignada al grupo figurativo. En su caso fue provechoso puesto que a la niña se le dificultaba aprender la numeración a cien, hecho que el resto en continuar contando ya podía hacer.

Los grupos permanecieron así hasta el final de la intervención.

2.3 Planificación e instrucción

En el Ciclo de enseñanza y aprendizaje la evaluación corresponde a las preguntas uno y cuatro, es decir, dónde están y cómo saber que han avanzado. La planificación abarca la pregunta dos y tres del Ciclo, o sea, dónde quiero que estén y cómo hago que lleguen a ahí. Dado que cada una de las etapas del Ciclo

están estrechamente ligadas, no es posible planear actividades si no se posee el perfil del conocimiento del niño.

Para empezar la planificación se debe plantear un objetivo basado en la pregunta hacia dónde quiero llevar a los niños. Para ello se debe tener el conocimiento sobre los temas a enseñar y sobre cómo se construye los conceptos en la mente de los niños. Estos dos elementos son esenciales para poder determinar una secuencia.

En el programa Math Recovery, los objetivos siguen la secuencia de etapas del MINT. Si en la evaluación se encontró que la etapa de conocimiento corriente de una niña o niño es perceptual, el siguiente lugar al que se le quiere llevar es a obtener las habilidades para resolver problemas aritméticos con colecciones veladas, es decir, el objetivo es la etapa figurativa.

Ahora bien, para que la niña o niño pueda ser considerado en etapa figurativa se consideran los tres ejes del MINT que ya se explicaron líneas arriba. Por lo tanto, los objetivos para plantarse en una sesión de enseñanza deben incluir las palabras numéricas y numerales, el conteo y la agrupación.

Tener una secuencia definida de manera clara es básico para poder dar guía a la enseñanza. En la fundación entendemos por secuencia de enseñanza lo que Virginia Ferrari elaboró como resultado de su práctica especializada. Se basa en la idea de preguntarse lo que el niño debe saber para adquirir otro conocimiento. Es por ello que resulta tan relevante conocer la estructura de los temas a enseñar y de saber cómo los niños entienden los conceptos insertos en dichos temas. No es posible querer que un niño tenga la estrategia de continuar contando si no conoce la numeración mínima hasta diez; o, por ejemplo, si se quiere que el niño utilice una estrategia de salto para resolver sumas de dos dígitos, hay muchos objetivos previos a ello, comenzando por enseñarle a decir las secuencias de diez en diez y luego hacer conteos de diez en diez de forma develada.

La secuencia que se sigue en la fundación, con fundamento en el RM, da prioridad a las estrategias aritméticas. En general, se sigue de la siguiente forma:

- Combinaciones a cinco (2+3, 3+2, 4+1, 1+4, 5+0, 0+5)
- Combinaciones cinco más (5+1, 5+2, 5+3, 5+4, 5+5)
- Dobles a diez (1+1, 2+2, 3+3, 4+4, 5+5)
- Complementos a diez (1+9, 9+1, 2+8, 8+2, 3+7, 7+3, 4+6, 6+4, 5+5)
- Combinaciones diez más (10+un dígito del 1 al 9)
- Dobles a veinte (6+6, 7+7, 8+8, 9+9, 10+10)
- Introducción de la noción de cantidad en el conteo de diez en diez en la década, o sea en los múltiplos de diez, o fuera de la década, es decir, desde cualquier número.
- Estrategia de salto y separación

En esta secuencia también se trabajan los respectivos traslados una vez que los resultados hayan sido automatizados. Un traslado se entiende como la aplicación de un resultado conocido a otro contexto problemático, ya sea en otros intervalos de decenas, por ejemplo, 3+2, 13+2, 23+2 y así sucesivamente, o en problemas de texto. Los traslados se hacen dependiendo del conocimiento corriente del niño. A pesar de que un niño posea las combinaciones a cinco, no es recomendable trasladarlas si no conoce la secuencia numérica del 11 al 20 o más allá. Para trasladar en números mayores a veinte se recomienda que el niño posea el conocimiento de la secuencia de diez en diez.

El trabajo en la fundación también retoma los aportes del TAL y la ERM. Visto de esta manera, la secuencia también es una trayectoria encaminada a que los niños puedan descubrir las estrategias que les faciliten deducir más resultados y que les ayuden en el camino hacia la estructuración. En dicho trayecto el primer paso es el conteo de uno en uno para luego desarrollar el cálculo por estructuración y finalmente el cálculo formal en el rango a veinte y después en el rango a cien y más allá de cien.

Se deben distinguir los objetivos de la planificación diaria y el objetivo en relación al avance en las etapas del MINT. Los objetivos diarios o semanales abarcan los ejes y temas dentro del MINT y el MAN. El tránsito de un objetivo a otro está determinado por la firmeza en el tema; o sea, cuando el conocimiento del niño está firme, se puede proseguir. Supongamos que se encontró una niña en etapa perceptual que apenas identifica los numerales del 1 al 10 y tiene la SPNAD a 20. Mi objetivo es que avance hacia la etapa figurativa o incluso de continuar contando. Para ello semanalmente me planteo como objetivos que la niña pueda decir la secuencia oral hacia delante y hacia atrás, primero del 1 al 10 y luego del 11 al 20, identifique los numerales en dicho rango y luego hasta el 30, asocie la numerales con cantidad, resuelva problemas de suma en la que se agregan elementos donde haya una colección velada y luego dos, sume combinaciones a cinco. Estos objetivos deben incluir también la subitación y los patrones de dedos.

El objetivo, que se establece por la secuencia, da pauta a seleccionar las actividades. Para ello el programa RM, en concordancia con sus principios, recopila un banco de procedimientos didácticos que son guía flexible para la labor docente; contienen entornos y actividades que promueven el descubrimiento de estrategias mientras se sigue la secuencia ya explicada.

En la fundación, también se retomaron los aportes de la ERM en los que el programa de Wright y sus colaboradores no enfatizan mucho. Entre ellos se encuentran el uso de los problemas orales contextualizados.

De igual forma, en concordancia con la ERM se piensa necesario hacer caso a las discontinuidades en el conocimiento de los niños y a identificar la heterogeneidad cuando se trabaja en grupo, aunque sea pequeño.

Como se vio en el capítulo anterior, las discontinuidades se refieren a los adelantos y atrasos que tiene el conocimiento de los niños. Están asociadas a la firmeza. Aunque a veces los niños hayan demostrado realizar lo que el objetivo de enseñanza plantea, es necesario dar un periodo para que tal conocimiento se asiente. Por lo tanto, si en el objetivo semanal ya no se aborda un tema, es

recomendable seguir trabajándolo, uno o dos días, con alguna actividad durante algunas semanas más. Cabe señalar que esto es un señalamiento que sale de cualquier planteamiento hecho por Wright o por la ERM.

Las actividades incluyen el planteamiento de problemas que se trabajan a diferentes niveles con el fin de atender a la heterogeneidad del grupo. En el RM se hacen señalamientos para el trabajo grupal; no obstante, la ERM proporciona mayor fundamento para entender las respuestas de los niños durante la sesión. La distinción en niveles permite identificar de manera conceptual el procedimiento que utilizan los niños ante un mismo problema. En el caso de un grupo en el que todos los participantes se encuentran en la etapa de continuar contando, habrá quienes resuelvan con dicha estrategia a nivel de conteo, otros a nivel estructural y otros a nivel de cálculo formal.

Dentro de la fundación se maneja un formato de planificación tabular por habilidad. En él se indican las actividades a realizar por habilidad cada día de la semana, de martes a viernes. Las habilidades que contempla son las mismas que se utilizan en la evaluación:

- SPNAD
- PNS
- SPNAT
- PNA
- ID
- Secuencia de cifras
- Patrones dedos
- Patrones espaciales
- Suma
- Resta

Es recomendable trabajar un poco de cada habilidad por día, sobretodo las secuencias numéricas hacia delante y hacia atrás. El tiempo aproximado de cada sesión es de treinta minutos. Por lo general, se utilizan actividades para sesiones

breves que duren cinco o diez minutos. Las sesiones de problemas o de juego requieren más tiempo, por lo que se le destinan de quince a veinte minutos; es por ello que se planean con menos frecuencia.

Las actividades descritas en el banco de procedimientos del RM son muy detalladas y proporcionan una ayuda fundamental al acompañarlas de las posibles respuestas que se pueden encontrar en los niños⁹². Algunas actividades incluyen el uso de entornos como el cuadro de 100, el bastidor, los marcos de cinco, diez y doble diez, el autobús a cinco, diez y doble diez, las fichas, el tendadero de números, el rollo numérico, los patrones de regulares e irregulares, las tarjetas numéricas, los palitos y rollos de diez palitos, las tiras de puntos y las tarjetas de flecha. Hay otras actividades que no requieren material como los patrones de dedos, las secuencias orales y los patrones acústicos o motrices.

Entre los juegos se puede encontrar la caminata del osito, el salto de rana, la tiendita, la memoria de combinaciones a cinco, diez u otras y la gran carrera.

Para llevar a cabo las actividades es importante implementar los elementos de la enseñanza recomendados en el RM. Para iniciar una tarea el profesor tiene que introducir el entorno, esto es presentarlo a manera de diálogo, y preformularla. Durante la tarea el profesor debe mantener la atención constante para hacer las preguntas de andamiaje que el niño requiere, realizar un microajuste de ser necesario, reformularla si es muy difícil para el niño o si se requiere un paso previo, dar el tiempo suficiente para la resolución de la tarea, permitir al niño la comprobación de su respuesta por medio del uso del material y dar tiempo para la explicación de los pasos, la exposición de su estrategia y el debate.

En resumen, el primer paso para comenzar la intervención fue la evaluación individual, pero antes de iniciarla se tuvieron dos semanas de capacitación. Sin embargo, el estudio acerca de la didáctica de las matemáticas continuó a lo largo de todo el ciclo.

⁹² Se invita al lector a consultar las actividades compendiadas en los libros publicados por Robert Wright y su equipo. WRIGHT *et al.* *Enseñar el número. Ayudar... op. cit.* y WRIGHT *et al.* *Enseñar el número a... op. cit.*

Con base en la interpretación de resultados se hicieron los grupos, sólo en el caso de la Cada Hogar de las Niñas de Tláhuac pues en el Hogar Infantil María de Jesús Romero Rodríguez siempre se trabajó de forma individualizada.

Para iniciar las sesiones se hizo la planeación semanal de cuatro días. La selección de actividades fue de acuerdo a la propuesta de RM y en relación al vínculo entre las necesidades detectadas en la evaluación y la secuencia de enseñanza. Se retomaron algunos postulados de la ERM como la trayectoria y los niveles, las discontinuidades del conocimiento individual y la heterogeneidad en los grupos.

El primer periodo de enseñanza se evaluó en enero. En junio se hicieron las evaluaciones finales, de las cuales se desprenden los resultados que se presentan en el siguiente capítulo.

III. EVIDENCIAS

En la primera parte del presente capítulo presento los resultados de la intervención de enseñanza en las dos instituciones donde se hizo el trabajo. En la segunda sección hago un análisis de resultados.

3.1 Resultados de la intervención

En el Ciclo de enseñanza y aprendizaje del programa RM se especifica la necesidad de evaluación constante. En el día a día de las sesiones de instrucción es indispensable la observación de las cualidades individuales de los estudiantes. No obstante, durante el proceso es posible que pasen desapercibidas las capacidades de cada niño. Dentro de la práctica que realicé a lo largo de un año en la fundación pude percibir que el avance de las niñas con las que laboré no tenía la misma constancia y que no me era posible determinar sus logros a partir del trabajo de grupo únicamente. De ahí que fuera necesario implementar, en ocasiones, actividades de evaluación similares a las que se aplican en el protocolo y en las que tuvieran que responder de forma individual, sin ayuda de sus compañeras.

En más de un caso pude constatar que el avance de las niñas aparenta ser mayor cuando hay trabajo en grupo que cuando se les evalúa de forma individual. Dicha verificación la obtuve después de la evaluación media, en enero de 2012, y en la evaluación final, en junio de 2012. En la media, muchas niñas demostraron no ser capaces de resolver tareas que en clase parecía que sí podían hacer. En la evaluación final algunas demostraron avances firmes. Una habilidad está firme cuando se demuestra autonomía, certeza y seguridad al realizarla. A veces las niñas podían hacer una tarea pero les faltaba agilidad o dudaban. En ese caso se registra la producción de la habilidad pero no se señala la firmeza.

Aunque el programa RM tiene recomendaciones para el trabajo en grupo, las cualidades individuales son su principal fuente para obtener información. Es por ello que los resultados logrados se analizan a la luz del desempeño del niño durante la aplicación del protocolo de evaluación al final del ciclo. El avance del

niño se mide con base en la tabulación del MINT y el MAN. Se constata en las diferencias entre su conocimiento numérico corriente observado en la primera y la tercera evaluación.

En lo sucesivo, presento por cada caso, una comparación del estado inicial, medio y final del conocimiento de las niñas con las que se trabajó. Debo aclarar que la siguiente información es un resumen del informe de resultados elaborado durante el mes de julio y agosto de 2012 y que se entregó a la fundación. El informe contiene una descripción inicial y final del avance general de las niñas, una descripción de los aspectos en los que no se obtuvo el avance esperado, la comparación puntual por habilidad del estado inicial y el final y una descripción subjetiva del aspecto social y emocional de cada niña.

A las instituciones donde se realizó la intervención se les entregó una síntesis de dicho informe. Ésta contenía únicamente la descripción, sin el uso de tecnicismos, del conocimiento corriente de cada niña en donde se comparaba lo que se observó en un principio y al término del ciclo.

El resumen que se presenta a continuación es presentación breve del avance por habilidad. Los nombres de las niñas no se declaran, en su lugar se utiliza la numeración por caso para cada una. Esto es una cuestión de respeto a su privacidad y al acuerdo que se hizo con las instituciones. Únicamente se señala la edad y la etapa de acuerdo con el MAN.

3.1.1 Hogar Infantil María de Jesús Romero Rodríguez IAP

En general, no hubo un cambio de etapa significativo. El trabajo con las niñas consistió en afirmar los conocimientos que ya tenían y en promover el paso del conteo uno en uno al conteo por estructuración. El impacto con ellas se debió sobretodo a que no fueron escolarizadas de una manera tradicional sino que cursan el programa 9-14 de la SEP. En este sentido, aunque las niñas se encontraban en la etapa de continuar contando, requerían un apoyo para evitar que se incrementara la brecha de conocimientos entre quienes sí pertenecen al sistema de seis años de primaria y ellas. De hecho, fue necesario afirmar la

numeración a cien, incluso cuando a los 11 años esto es algo que ya deberían dominar.

Caso 1. (11 a 12 años) Continuar contando

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	No estaba firme a 100. Dijo 29-40 y 99-60.	Produce a 100.	Firme a cien.
PNS	Firme a cien.	Dijo PNA.	A cien. Faltó agilidad.
SPNAT	Firme a 15. En números mayores se saltaba la década.	Produce a 100. Se salta terminados en 3.	Firme hasta el intervalo 93-87.
PNA	Produjo sin agilidad. No había firmeza de intervalo.	Dijo PNS.	A 100. Confusión con PNS.
ID	Produce a 100. Confundió 70 con 50.	Firme a 100.	Firme a 100. Confundió 123 con 127.
Secuenciación	No produce.	Firme 46-55.	Firme 46-55.
Patrones de dedos	Simultáneos. 1-5 y 6-10	Simultáneos 1-5 y 6-10. Secuenciales otras formas.	Simultáneos. Todas las formas.
Suma	CC. Sí SmF pero no entendía instrucción. No explica.	Resultados conocidos. CC. No explica. Sí SmF.	CC. A 10 automatizado. Mayores de 10, 1 en 1. Sí SmF. Explica.
Resta	Produce. Sí SsF.	Conteo hacia atrás mal. Sí SsF. Explica.	Cuenta hacia atrás. Sí SsF.
Patrones espaciales	A 5 subitó como si fuera a 10. A 10 produce con dedos.	Firme a 5 y a 10.	Firme a 5. A 10 dijo 7+4.
Parte-parte-todo	No entendió instrucción pero produjo.	Firme a 5 y a 10.	A 5 no hizo. A 10 sí.

Cuadro 1. Comparativo de resultados del Caso 1 en HIMJRR

Fue difícil que no se saltara los números terminados en tres y que expresara las secuencias numéricas con agilidad. Durante las sesiones desarrolló confusión entre las nociones “antes” y “después”. Al final del ciclo parecía mantenerla

aunque con menos acento que durante la segunda evaluación, en la que siempre los dijo al revés. Durante las sesiones demostró confundir el 50 con el 90, el 70 y el 40, también invertía a veces los numerales, por ejemplo 14-41.

Desde un inicio podía continuar contando. Desarrolló el conteo hacia atrás porque era algo relacionado con su escuela. Fue difícil desapegarla del algoritmo tradicional, de hecho en una parte de la primera evaluación lo dibujaba en la mesa. Se le complicaban las explicaciones porque al parecer la niña tiene problemas de lenguaje y le es difícil articular oraciones con sentido. Logró desarrollar sus explicaciones aunque pongo en duda la comprensión total de lo que decía, tal vez sólo copiaba lo que yo interpretaba de su explicación.

Caso 2 (10 a 11 años) Continuar contando

Ella tenía la numeración casi firme desde el inicio. En lo que fue difícil trabajar fue en la distinción del concepto de “antes” y “después” en las palabras numéricas. Desde un inicio ella tenía la estrategia de continuar contando, sin embargo, no establecía relaciones numéricas que le permitirán resolver diferentes contextos. Parecía como si se hubiera acostumbrado mucho a las clases de matemáticas en las que se le explica un procedimiento y ella tiene que utilizarlo siempre. Cuando se le planteaban problemas nuevos, que le resultaban un reto, se desanimaba y evitaba resolverlos. De hecho, el trabajo con ella fue muy impositivo. Esto se demuestra en la tercera evaluación cuando al preguntarle la explicación de su procedimiento, ella decía que yo se lo había enseñado así.

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Casi firme. Faltaba agilidad.	Firme a cien.	Firme a cien.
PNS	Confusión “antes” y “después”.	Firme a cien.	Firme a cien.
SPNAT	Firme a 20.	Produce a 100.	Produce a 93-87. Error en 15-10
PNA	Confusión “antes” y “después”.	Dijo PNS.	Firme a cien.
ID	Firme a 10.	Firme a cien.	Firme a cien.
Secuenciación	Firme 11-20.	Firme 46-55.	Firme 46-55.
Patrones de dedos	1-5 y 6-10 simultáneos.	Todas las formas.	Todas las formas.
Suma	CC. No hay certeza en mayores a 10. No SmF. No explica.	Resultados conocidos. No pensaba cómo resolver. SmF sí.	CC. Parte algunas veces. SmF a veces. Explica a veces.
Resta	No hay certeza en estrategia. No SsF.	Conteo hacia atrás. Sí SsF.	Menores a 10, resultados conocidos. Cuenta hacia atrás. Traslados. Sí SsF.
Patrones espaciales	Produce a 5. A 10 no súbita ni calcula.	Firme a 5. Calcula a 10.	Firme a 5 y a 10.
Parte-parte-todo	No produce. Utiliza dedos a veces.	Firme a 5.	Firme a 5 y a 10.

Cuadro 2. Comparativo de resultados del Caso 2 en HIMJRR

Caso 3 (9 años) Figurativo

El adelanto con la niña fue notable pues cuando entró no sólo tenía rezago en matemáticas sino también en lenguaje. Le costaba mucho trabajo formular oraciones coherentes. Avanzó muy rápido en la numeración, sin embargo se tuvo que trabajar con ella para reforzarla pues no logró firmeza en la SPNAD e ID. Logró desarrollar estrategias propias con el uso de dobles y explicarlas. Esto no quiere decir que se haya erradicado el conteo de uno en uno, pero adquirió bases para la estructuración.

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme 1-32.	Produce a 100. Problemas al pronunciar 60 y 70.	Firme a 112.
PNS	Firme 1-10.	Produce a 100. Problemas al pronunciar 60 y 70.	Firme a 30. Produce mayores sin certeza.
SPNAT	No produce.	Firme 10-1.	Produce hasta 97-87.
PNA	Produce a 10. Falta agilidad.	Dijo PNS.	Firme a 30.
ID	Firme 1-10.	Produce a 100. 99 dijo 19. No ID 70.	Falta agilidad. Produce a 100.
Secuenciación	Firme 1-10.	Firme 11-20. Problemas en ID.	46-55. Problemas en ID.
Patrones de dedos	1-5 y 6-10 simultáneos.	Simultáneos 1-5, 6-10 y "dos manos".	Todas las formas.
Suma	CC con dedos. No SmF.	CC en silencio. Sí SmF. Explica.	CC, particiones y traslados. Sí SmF.
Resta	No produce firme.	Conteo hacia atrás. Sí SsF.	Cuenta hacia atrás y usa dedos. Sí SsF.
Patrones espaciales	No súbita. Calcula a veces con dedos.	Firme a 5. A 10 con dedos.	Firme a 5 y a 10.
Parte-parte-todo	No produce.	No está firme.	Firme a 5 y a 10.

Cuadro 3. Comparativo de resultados del Caso 3 en HIMJRR

3.1.2 Casa Hogar de las Niñas de Tláhuac IAP

El trabajo en la casa hogar fue grupal. Expongo cada caso de acuerdo al grupo perteneciente. Aunque en un inicio se comenzó con 18 niñas, solamente se presentan los resultados de 16; ya que a dos las dieron de baja de la institución por motivos familiares y no fue posible realizar la tercera evaluación. También hago una breve reseña de la evolución del trabajo con cada grupo.

Sería también interesante señalar quién si cursó el preescolar y por cuántos años lo hizo, sin embargo, no en todos los casos se pudo tener acceso a tal información con certidumbre.

Continuar contando

El grupo, conformado en un inicio por cuatro niñas, terminó con dos. A una de ellas la cambié a un continuar contando más bajo ya que no logró avanzar en la numeración al mismo ritmo que sus compañeras y otra dejó de ir a la escuela.

Las dos niñas que se mantuvieron constantes eran competitivas entre sí por lo que había discusiones entre ellas. Sin embargo, aunque parecían recelosas del éxito de la otra, retomaban puntos de las explicaciones para desarrollar sus propias estrategias o afirmar una idea que comenzaban a generar. El adelanto en estas niñas se dio sobretodo en el tránsito de continuar contando con el apoyo en sus dedos a idear estrategias que sustituyeran el conteo de uno en uno.

En la evaluación no se indica pero logramos trabajar el conteo salteado de diez en diez, cinco en cinco y dos en dos.

Caso 1 7 años 2°

El papel de la niña en el grupo era importante porque tenía facilidad para expresar sus procedimientos. Demostró una gran capacidad para reflexionar y gusto por las situaciones problemáticas.

Es importante resaltar que esta niña es una de las que en la secuencia hacia atrás dijo “3, 2, ¡alto!”. La causa de ello es que durante la formación escolar hacen un ejercicio en el que coordinan movimientos de brazos junto con palabras numéricas, dicen la secuencia del 1 al 8 y luego de regreso, pero al llegar al 2 ya no dicen el 1 y el 0. En este caso, no es tan relevante que lo hiciera pues para ella era un juego; sin embargo, otras niñas menos avanzadas también lo hicieron. En todas las situaciones se recalcó que el número “alto” no existe. Este suceso apoya la idea de la ERM y de Haylock acerca de que la enseñanza de los números se

desarrolla en ambientes informales y que en la escuela, estos ambientes, deben estar muy bien pensados.

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme más de 100.	Firme más de 100.	Firme más de 100.
PNS	Firme a 100.	Confundió con PNA.	Firme a 100.
SPNAT	Firme a 100.	A 100. Dijo "3, 2, ¡alto!".	Firme a 100.
PNA	Un error en 41-39.	A 100.	Firme a 100.
ID	Firme a 100.	Firme a 100.	Firme a 100.
Secuenciación	Firme 46-55.	Firme 46-55.	Firme 46-55.
Patrones de dedos	Todas las formas.	Todas las formas.	Todas las formas.
Suma	CC con dedos. Sí SmF.	CC y resultados conocidos. Explica. SmF a veces.	CC. Resultados conocidos, particiones y traslados. Sin apoyo en dedos. Sí SmF.
Resta	Apoyo en dedos. No conteo hacia atrás. Sí SsF.	No es claro. No explica. Sí SsF.	Resultados conocidos, traslados, conteo hacia atrás. Sí SsF.
Patrones espaciales	Produce a 5. A 10 calcula con dedos.	Firme a 5. A 10 tiene un error en 3+7.	Firme a 5 y a 10. No a 20.
Parte-parte-todo	A 10 sólo produjo 5+5. No.	Firme a 5 y a 10.	Firme a 5 y a 10.

Cuadro 4. Comparativo de resultados del Caso 1 en CHNT

Caso 2 8 años 3°

Por los resultados de la primera evaluación se podría pensar que la niña no había sido expuesta a diferentes tareas numéricas de secuencias y de contextos como faltantes en suma y resta. Probablemente es que la niña no siente atracción por las matemáticas y no tenía comprensión de lo que se hace en el salón de clases. Deduzco esto porque su avance en las sesiones fue muy rápido.

Con ella se encontraron dificultades como no darme a entender al plantear los problemas. Ella no planteaba sus dudas. Posteriormente llegamos al acuerdo de que ella tendría que explicarme lo que se le estaba preguntando antes de contestar. De esta forma se intentó que verbalizara el modelo aritmético para resolver un problema. Con ella no se logró desarrollar estrategias sino que solamente se afianzaron los resultados conocidos. Probablemente por ello al final no subió a diez y tampoco comprendió el contexto de parte-parte-todo.

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme más de 100.	Firme más de 100.	Firme más de 100.
PNS	Firme a 100.	A 100.	Firme a 100.
SPNAT	Firme a 100.	A 100. Dijo "3, 2, ¡alto!".	A 100. Pero se saltó 20.
PNA	No entendió instrucción. Con ejemplo sí produjo a 100.	Hasta 100.	Firme a 100.
ID	Firme a 100.	Firme a 100.	Firme a 100.
Secuenciación	Firme 46-55.	Firme 46-55.	Firme 46-55.
Patrones de dedos	1-5 y 6-10 simultáneos. No muestra otras tareas.	Todas las formas.	Todas las formas.
Suma	Primero no unió conjuntos. CC con dedos. No explica. No SmF.	CC en voz baja. Sí SmF.	CC. Resultados conocidos y traslados. Sin apoyo en dedos. Sí SmF. Explica.
Resta	Conteo hacia atrás. Sí SsF.	Conteo hacia atrás. SsF a veces.	Resultados conocidos, traslados, conteo hacia atrás. Sí SsF.
Patrones espaciales	Sin firmeza.	Firme a 5.	Firme a 5 y a 10 a veces.
Parte-parte-todo	Sin firmeza.	Firme a 5.	No está firme.

Cuadro 5. Comparativo de resultados del Caso 2 en CHNT

Continuar contando (menos avanzado)

El grupo comenzó con cinco niñas. Después se integró la niña de continuar contando que no avanzó en la numeración. Luego de la evaluación media una niña que regresó a resolver los problemas usando la estrategia figurativa fue asignada a otro grupo. Terminaron siendo cinco en el equipo.

Caso 3 8 años 2°

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme a cien.	Firme a 109.	Firme a 112.
PNS	Produce a 100. Falta agilidad.	Firme a 100.	Firme a 100.
SPNAT	Firme a 15.	Problemas en cambio de década.	Firme hasta 74-67.
PNA	Produjo con ejemplo.	Produce a 100.	Firme a cien.
ID	Firme a cien.	Produce a 100.	Firme a cien.
Secuenciación	Firme a cien.	Firme 11-20.	Firme 11-20.
Patrones de dedos	Simultáneos 1-5. Secuenciales 6-10.	Simultáneos 1-5,6-10 y con dos manos.	Todas las formas.
Suma	CC sin claridad. No explica. No SmF.	CC en silencio. SmF a veces.	CC, particiones y resultados conocidos. Sí SmF.
Resta	Conteo hacia atrás. Sí SsF.	No hay estrategia. SsF a veces.	Conteo hacia atrás y resultados conocidos. Sí SsF.
Patrones espaciales	A 5. A 10 no.	Firme a 5.	Firme a 5 y a 10.
Parte-parte-todo	No está firme.	No tiene firme.	Firme a 5 y a 10.

Cuadro 6. Comparativo de resultados del Caso 3 en CHNT

La niña se ausentó dos meses de la escuela. Cuando regresó tenía problemas con la numeración hacia atrás, por ejemplo, decía 42, 41, 30, 39... En este caso no puedo determinar el momento en el que hubo comprensión de las particiones. La

niña parecía no tener noción de una estrategia fácil definida para estructurar pero sí partía y reagrupaba para resolver un problema. Las combinaciones a cinco y a diez no estaban firmes en el inicio porque utilizaba sus dedos para deducirlas, probablemente era porque no había sido expuesta al material.

Caso 4 7 años 2°

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme a 30.	Firme a 30. Produce a 100 sin agilidad.	Firme a 112.
PNS	Firme a 30.	Produce a 30.	Firme a 100.
SPNAT	Produce a 10.	Firme 10-1.	Produce 34-27, pero no está firme 15-10.
PNA	No mostró noción de “antes”.	Confunde con PNS.	Produce a 100.
ID	Firme a 10.	Falta agilidad.	Firme a 100.
Secuenciación	1-10	Firme 46-55.	Firme 46-55.
Patrones de dedos	Todas las formas.	Simultáneos 1-5. Secuenciales 6-10, “otra forma” y dos manos.	Todas las formas.
Suma	CC con dedos. SmF a veces.	Resultados conocidos y CC. A veces SmF.	CC con o sin dedos. A veces parte. Sí SmF.
Resta	Sin precisión mayores a 10.	Apoyo en dedos. SsF a veces.	Conteo hacia atrás y particiones. No SsF.
Patrones espaciales	No está firme.	Firme a 5. A 10 con dedos.	Firme a 5 y a 10.
Parte-parte-todo	No produce.	A 5 produce. A 10 firme.	No a 5. Sí a 10.

Cuadro 7. Comparativo de resultados del Caso 4 en CHNT

La niña tuvo un notable progreso en la numeración. Durante las sesiones parecía que se le dificultaba mucho y sus compañeras no eran pacientes con ella. Desde el principio mostró tener fácil comprensión de las estrategias aritméticas de estructuración. Llama la atención que la niña no haya mantenido la firmeza en las

parte-parte-todo a cinco. Esto sugiere que a pesar de que parezca que el niño ha automatizado un resultado o estrategia, es necesario continuar el trabajo con ello.

Caso 5 8 años 3°

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme a 30. Dificultad para contar “a partir de...”.	Firme más de 100.	Firme a 112.
PNS	Con ejemplo. Produce a 100.	Firme a 100.	Firme a 100.
SPNAT	No produce. Se regresa.	Produce a 100.	Firme a 100.
PNA	No produce. Confusión “antes” y “después”	Firme a 100.	Firme a 100.
ID	Produce a 123.	Firme a 100.	Firme a 100.
Secuenciación	Confundió 14 y 40. Falta agilidad.	Firme 46-55.	Firme 46-55.
Patrones de dedos	1-5 y 6-10 simultáneos.	Simultáneos 1-5, 6-10 y “otra forma”.	Todas las formas.
Suma	CC en voz alta o con dedos. No SmF.	CC con dedos. Explica. Sí SsF.	Resultados conocidos, CC, partición. No explica. Sí SmF.
Resta	Conteo hacia atrás con dedos no es firme.	Conteo hacia atrás con dedos. Sí SsF.	Partición y conteo hacia atrás. Sí SsF. Parece que explica algo que no hizo.
Patrones espaciales	No súbita con firmeza.	Firme a 5. A 10 calcula con dedos.	Firme a 5 y a 10.
Parte-parte-todo	A 5 sí. A 10 partió en tres 3+3+4.	Firme a 5 y a 10.	A 5 firme. A 10 hizo a cinco.

Cuadro 8. Comparativo de resultados del Caso 5 en CHNT

Por su edad, el atraso en la numeración era relevante. Durante las sesiones demostró que sí era un rezago real y no el producto de los nervios o de la exposición al protocolo de evaluación. Sin embargo, hubo un avance significativo.

Sobresale el hecho de que pudiera resolver los complementos a diez pero no la parte-parte-todo. Probablemente se debió a la falta de atención en la instrucción. Esto no justifica de ninguna manera que la niña no haya tenido claridad en el planteamiento del problema, pues fue expuesta a cuestiones similares durante casi un año.

Caso 6 7 años 2°

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Del 59 al 90. Del 99 al 70.	Firme a 112.	Firme a 112.
PNS	Firme a 30. Produce a 100.	Firme 11-20.	Firme a 100.
SPNAT	Falta agilidad.	Hasta 100. Falta agilidad.	Firme en 74-67.
PNA	Produce a 30.	Firme 11-20.	Produce a 100. De 30 dijo 59.
ID	Confundió 21 con 12.	Hasta 100.	Firme a 100.
Secuenciación	11-20 con error en ID.	Firme 46-55.	Firme 46-55.
Patrones de dedos	1-5 y 6-10 simultáneos. Ejemplo para dos manos.	Simultáneos 1-5 y 6-10. Produce "otra forma".	Todas las formas.
Suma	CC con dedos. No SmF.	CC con dedos. SmF a veces.	CC sin dedos. No explica. No SmF.
Resta	Uso discreto de dedos. Sí SsF.	Conteo hacia atrás sin precisión. Sí SsF.	Conteo hacia atrás y dedos. Si SsF.
Patrones espaciales	No está firme. Falla en resultados.	Firme a 5 y a 10.	A 5 sí. A 10 falta firmeza, usa dedos.
Parte-parte-todo	No tiene.	Firme a 5 y a 10.	A 5 no de primera, sí produce. A 10 firme.

Cuadro 9. Comparativo de resultados del Caso 6 en CHNT

El avance en la numeración fue fácil. El Cuadro de 100 ayudó a que la niña visualizara el patrón de 0 a 9 y los múltiplos de 10 para el cambio de decena. No se tuvo el mismo éxito con la estructuración. La niña contó siempre de uno en uno con sus dedos, incluso cuando tenía que contar de 10 en 10.

La niña parece no poner atención a las instrucciones y a las explicaciones de sus compañeras. Aunque a veces resolvía problemas con facilidad y tenía buena actitud, parecía que la clase de matemáticas no le llamaba la atención. Lo más difícil de tratar con ella fue que explicara sus procedimientos. Aunque yo observaba que hacía un conteo de uno en uno con sus dedos, no sabía qué contestar cuando se le preguntaba cómo le hizo. Para ella todo era muy natural, como si fueran resultados conocidos y no hiciera otra cosa más que recordarlos.

Caso 7 7 años 2°

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme a 30. No entiende instrucción “a partir de...”. No conoce 70.	A 109.	Firme a 112.
PNS	Produce a 100 pero no los setenta.	Dijo PNA.	Firme a 100.
SPNAT	Firme a 20.	Hasta 74-67.	Firme 74-67.
PNA	Produce sin agilidad.	Algunos dijo PNS.	Firme a 100.
ID	A 100 pero no el 70.	Hasta 100.	Firme a 100.
Secuenciación	No produce.	Firme 11-20.	Firme 11-20.
Patrones de dedos	Simultáneos 1-5 y 6-10.	Simultáneos 1-5 y 6-10. Secuenciales “otra forma”.	Todas las formas.
Suma	CC sin dedos. Explica. No SmF.	Apoyo en dedos desde 1. Sí SmF.	CC con dedos. Sí SmF.
Resta	Conteo hacia atrás con dedos. Sí SsF.	A veces con dedos. Sí SsF.	Conteo hacia atrás y apoyo en dedos. Sí SsF.
Patrones espaciales	No con firmeza.	Calcula con dedos.	A 5 sí. A 10 no está firme, falló en 7+3 y usa dedos.
Parte-parte-todo	Produce a 5. A 10 no entiende instrucción.	A 5 no. A diez firme.	A 5 hizo a 10. Firme a 10.

Cuadro 10. Comparativo de resultados del Caso 7 en CHNT

La niña afirmaba que el “siete” con el “cero” no lo conocía. Tuvo un buen avance una vez que entendió los patrones de numeración pero tuvo que ser reasignada a un grupo de menor nivel después de la segunda evaluación porque su avance en la SPNAD y SPNAT y el conteo 10 en 10 no fue igual que el resto de sus compañeras. No demostró el desarrollo de estrategias de estructuración, sin embargo, durante las sesiones ella era quien explicaba sus procedimientos. Lo hacía con tal claridad que supuse que tendría mejores resultados en la evaluación.

En la estrategia aritmética que se observa en la segunda evaluación se podría pensar que la niña tiene un retroceso pues no sobrecontea sino que cuenta desde uno. No obstante, en las sesiones la estrategia de continuar contando es firme. Este es un caso donde se aprecia que a veces los niños usan los dedos o el conteo desde uno por gusto, como juego o por pereza.

Figurativo

En un inicio el grupo se integraba por cuatro niñas; eran dos de primer grado y dos de segundo. Posteriormente ingresó una niña de tercer grado, del grupo de continuar contando, y cambié a una niña para reasignarla al grupo que apenas pasaba de perceptual a figurativo, es decir, a uno de menor avance.

Caso 8 7 años 1°

La primera evaluación de esta niña demuestra la falta de exposición a ciertos problemas cotidianos con el uso de números y relaciones numéricas. Es probable que en el hogar no tuviera una estimulación en este sentido. En cuanto la niña fue expuesta a las actividades y los entornos comenzó a dar resultados reflexivos. Sus movimientos eran lentos y poco coordinados, su forma de expresarse oralmente también; sin embargo, pedía paciencia a sus compañeras para poder resolver por ella misma las tareas que se le planteaban. Al final, se pudo observar un cambio notorio.

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Produce a 15.	Firme 1-29.	Produce a 112 pero falta agilidad.
PNS	Firme 1-10. Algunos a 100.	Firme a 20.	Produce a 100. Falta agilidad.
SPNAT	Se regresa a 1.	Firme 15-10.	74-67.
PNA	Produce sin intervalo firme.	Dijo PNS.	Produce a 100. Excepto 50, dice 54.
ID	A 10 sin firmeza.	Firme a 19.	A 100.
Secuenciación	Firme 1-10	Firme a 20. Problemas en ID.	Hizo 46-55 con duda. Firme 11-20.
Patrones de dedos	1-5 simultáneos. 6-10 secuenciales.	Simultáneos 1-5. Secuenciales 6-10.	Todas las formas.
Suma	Cuenta desde 1. Sí SmF. Explica que lo hace con los dedos.	Apoyo en dedos y resultados conocidos. A veces SmF.	Menores a 10 resultados conocidos o desde uno. Mayores CC. Sí SmF.
Resta	No produce.	Apoyo en dedos menores a 10. A veces SsF.	Apoyo en dedos. Apenas cuenta hacia atrás. Sí SsF.
Patrones espaciales	No produce.	Calcula con dedos.	Firme a 5 y a 10.
Parte-parte-todo	No produce.	Calcula con dedos.	Firme a 5 y a 10.

Cuadro 11. Comparativo de resultados del Caso 8 en CHNT

Caso 9 8 años 3°

Los avances con la niña son importantes porque ella cursaba el tercer grado y no poseía la numeración a 20 firme. Al parecer en su clase escolarizada se le dificultaba mucho la materia. Probablemente no había sido expuesta con suficiente atención a algunas de las tareas que se evalúan, como el conteo hacia atrás, la secuencia de cifras y los patrones de dedos.

Durante las sesiones parecía que no tenía idea de algunas relaciones numéricas básicas como el sumando faltante y la resta. Fue sorprendente observar los

resultados de la segunda evaluación, en ésta hubo un retroceso en su estrategia de suma y ningún avance en la numeración. Por dicha razón fue reasignada a un grupo de menor nivel.

Esta niña es el caso específico de la razón de ser del programa RM, o sea, cerrar la brecha de conocimientos matemáticos de los niños más rezagados en relación con los niños que avanzan con suficiencia. La niña debería recibir atención individualizada, sobretodo porque no se detendrá su avance en los grados escolares y sólo se acentuará la diferencia entre sus conocimientos y los de sus compañeras.

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme 1-15.	Firme 1-30.	Firme a 100.
PNS	A 20.	A 20. De 17 dijo 16.	Produce a 100. El 99 no supo.
SPNAT	No produce.	Firme 10-1.	Firme 10-1.
PNA	A 10.	Confunde “antes” y “después”. Produce a 20.	A 19.
ID	A 10. Produce algunos a 100.	Produce a 100. Confundió 12 con 21.	A 100.
Secuenciación	Firme 1-10.	Firme 1-10.	Firme 11-20. 46-55 el 46 lo puso al final.
Patrones de dedos	Simultáneos 1-5 y 6-10.	Simultáneo 1-5. Secuencial 6-10. “Otra forma” sí. Dos manos con ejemplo.	Todas las formas.
Suma	CC con dedos. No explica. No SmF.	Usa dedos desde 1. No explica. SmF sí.	CC con dedos. Explica. A veces SmF.
Resta	Sin precisión. No SsF.	Conteo hacia atrás a veces. SsF a veces.	Usa dedos. No conteo hacia atrás. No SsF.
Patrones espaciales	No subitó. Dificultad en calcular.	A 5 con dedos. A 10 intenta calcular.	A 5 sí. A 10 con dedos.
Parte-parte-todo	No produce.	Calcula con dedos.	No está firme. Calcula con dedos.

Cuadro 12. Comparativo de resultados del Caso 9 en CHNT

Caso 10 8 años 2°

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme 1-30.	Firme 1-30.	Firme 1-32.
PNS	Firme a 30.	Firme a 30.	Al 20, falta agilidad.
SPNAT	Produce a 10.	Produce 1-10. Dice “3, 2, ¡alto!”	Firme a 10. En 15-10 confunde 14 con 40.
PNA	Produce a 10.	Dice PNS.	A 20. A veces dijo la PNS.
ID	A 10.	Firme 1-10. Dice diez y cuatro a 14.	A 100. Confundió 47 y 99. No sabe el 40.
Secuenciación	Firme a 20. Produce 46-55 con duda.	Produce 46-55. No siguió orden menor a mayor, al revés.	Firme 46-55
Patrones de dedos	Simultáneos 1-5 y 6-10. Produce “otra forma”.	Simultáneos 1-5. Secuenciales las demás formas.	Todas las formas.
Suma	Con dedos. A veces desde 1. No explica. Devela una colección.	Hace CC sin precisión. SmF a veces.	Menores a 10 no usa dedos. Mayores a 10 con apoyo en dedos. Sí SmF.
Resta	Se regresa a 1.	Apoyo en dedos. Mayores a diez a veces. Sí SsF.	Con dedos. Mayores a 10 separa la decena pero no con firmeza. Sí SsF.
Patrones espaciales	No produce.	Calcula con dedos. A veces se equivoca.	A 5 firme. A 10 con dedos.
Parte-parte-todo	Calcula con dedos.	Calcula con dedos.	Firme a 5 y a 10.

Cuadro 11. Comparativo de resultados del Caso 10 en CHNT

En esta evaluación se puede observar la influencia del factor emocional en el desarrollo del conocimiento. El avance de la niña fue muy poco, la primera y tercera evaluación se parecen. Tenerla en grupo fue complicado porque demandaba mucha atención, siempre interrumpía con gritos o con indisciplina. Al parecer su comportamiento era así dentro y fuera del aula. Alguna vez se mencionó que el ambiente familiar de la niña era hostil. Cuando se le preguntaban

cosas sencillas como la numeración ella afirmaba que ya sabía los números y que se aburría, no obstante, al pedirle que recitara alguna secuencia, cometía errores.

Con esta niña también era necesario el trabajo individualizado, tanto por su conducta como porque el resto de sus compañeras en su grupo escolar avanzaban a un ritmo más rápido que ella.

Caso 11 6 años 1°

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme 1-30.	Firme a 109.	Firme a 109.
PNS	Produce a 10.	Firme a 100.	Firme a 100.
SPNAT	Produce a 10. En 15-10 se regresa a 1.	Produce a 100. Dijo “3, 2, ¡alto!”	Firme 74-67.
PNA	Produce a 10. Duda entre PNS y PNA.	Firme a 20.	Firme a 100.
ID	Firme a 10.	Firme a 100.	Firme a 100.
Secuenciación	Firme a 10. Produce a 20. Confunde 12 con 21.	Firme 46-55.	Firme 46-55 .
Patrones de dedos	Simultáneos 1-5. Secuenciales 6-10. Produce con dos manos.	Todas las formas.	Todas las formas.
Suma	Se regresa a uno. Mayores a 10 develé una colección. A veces SmF.	Usa dedos. Explica. Sí SmF. A veces hace CC.	Menores a 10 desde 1. Mayores a 10 CC. Explica. Sí SmF.
Resta	Apoyo en dedos. No mayores a 10.	Usa dedos. A veces se regresa a 1, a veces cuenta hacia atrás.	Apoyo en dedos. No siempre mayores a 10. Explica. Sí SsF.
Patrones espaciales	No produce.	Calcula con dedos.	A 5 firme. A 10 calcula con dedos.
Parte-parte-todo	No produce.	No está firme.	Firme a 5 y a 10.

Cuadro 12. Comparativo de resultados del Caso 11 en CHNT

Contrario a la niña anterior, este caso se contrapone a la afirmación de que es necesaria la asiduidad en el trabajo. Ella tuvo varias faltas durante el ciclo; sin embargo, le fue fácil adquirir la numeración. No fue lo mismo con las estrategias numéricas pues apenas pudo desarrollar el sobreconteo. Lo aplicaba con números mayores a 10. Le fue fácil resolver en diferentes contextos como suma, resta, faltantes y parte-parte-todo cuando ya tenía los resultados conocidos de combinaciones a cinco, dobles a diez y complementos a diez.

Figurativo 2 (menos avanzado)

Este grupo se formó con las niñas que pasaron de la etapa perceptual a la figurativa. Eran sólo dos pues del grupo perceptual conformado por cinco niñas, una se dio de baja, otra se trabajó de forma individualizada porque se ausentó dos meses de la escuela y otra también fue individual porque demostró ser emergente. Sólo se quedaron dos del grupo original, más una que no tuvo el avance esperado en el grupo figurativo. En total eran tres.

Caso 12 9 años 3°

La niña es un caso difícil, de hecho al ingresar a la casa hogar se le regresó un año porque no tenía los conocimientos necesarios para cursar el grado que por la edad le correspondía.

En la primera evaluación se le nota ansiosa, seguramente porque ya había generado sentimientos negativos hacia los números y las matemáticas. Durante sesiones no hubo un gran avance. Inició con mucha emoción pero a medida que los problemas se hacían más difíciles, creció su ansiedad. Nunca pudo desarrollar el continuar contando, incluso cuando sus compañeras de grupo resolvían sumas o sumandos faltantes mediante dicha estrategia. En un ejercicio que se llama *Fichas en fila*, donde se colocan fichas o un numeral debajo de una pantalla (primer sumando) y la tarea consiste en utilizar otras fichas para seguir contando una cantidad dada (segundo sumando) hasta llegar a otro número (resultado), ella necesitaba poner con los dedos el primer sumando, a pesar de que una de las instrucciones era no hacerlo. El colocar sus dedos era como una necesidad para

sentirse segura de lo que estaba haciendo. Este caso también era necesario trabajarlo de forma individual.

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Produce a 30. Firme a 15.	Firme a 30.	Firme a 100.
PNS	Firme a 10.	Dice PNA.	Produce a 20. Algunos dijo PNA.
SPNAT	No está firme ningún intervalo.	Firme 1-10.	Produce a 34-27.
PNA	No entendió instrucción.	Produce a 30.	Produce a 20. Algunos dice PNS. Confunde 13 y 30.
ID	Firme a 10.	Produce. No ID 99.	No ID 99. 12 dijo 21, 13 dijo 30.
Secuenciación	A 10.	Firme 11-20	Firme a 20.
Patrones de dedos	Secuenciales 1-5 y 6-10.	Simultáneos 1-5 y 6-10. Produce "otra forma".	Simultáneos 1-5 y 6-10. Produce "otra forma". Con dos manos con ejemplo.
Suma	Menores a 10 con dedos desde 1. Mayores a 10 develada una colección.	Con dedos desde 1. No SmF.	Usa dedos sin levantarlos. Mayores a 10 cuenta objetos. Sí SmF.
Resta	Apoyo con dedos. A veces SsF.	Con dedos. Mayores a 10 no produce. SsF en menores a 10.	Apoyo en dedos. No mayores a 10. A veces SsF.
Patrones espaciales	No produce.	Calcula con dedos.	No tiene a 5. A 10 calcula con dedos.
Parte-parte-todo	No produce.	No está firme.	No tiene firme.

Cuadro 13. Comparativo de resultados del Caso 12 en CHNT

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme 1-30.	Firme 1-33.	Firme a 33. Del 59 dijo 40, 69-40 y 99-50.
PNS	Firme 1-10.	Confunde “antes” y “después”.	Produce a 20.
SPNAT	Firme 1-10.	Hizo SPNAD. Dijo “3, 2, alto”	Produce 72-67. Problema en cambio de década.
PNA	Duda del 1-10.	Dijo la PNS.	Firme a 10. Produce a 20.
ID	Firme a 10.	Produce a 20.	Errores en 70. Para 99 contó de 10 en 10.
Secuenciación	Firme a 10. Produce a 20 sin ID. 46-55 no ID, no se le aplicó la tarea.	46-55 sin ID.	Firme 46-55
Patrones de dedos	Simultáneos 1-5 y 6-10.	Simultáneos 1-5 y 6-10. Otra forma duda.	Todas las formas.
Suma	Apoyo en dedos desde 1.	Apoyo en dedos desde 1. SmF a veces.	A veces CC, a veces desde 1. Explica. Sí SmF.
Resta	Sin certeza.	Con dedos. Mayores a 10 no. SsF con dedos.	Sólo menores a 10. Sí SsF. Usa dedos.
Patrones espaciales	Produce con dedos.	A 5 no produce. A 10 con dedos.	A 5 no, a 10 sin firmeza.
Parte-parte-todo	A 5 utiliza dedos. A 10 no produce.	Calcula con dedos.	A 5 confundió, hizo a 10. A 10 sí.

Cuadro 14. Comparativo de resultados del Caso 13 en CHNT

La niña también es un caso especial. No requería trabajo individualizado porque demostró ser capaz de escuchar y adoptar estrategias que facilitaran su procedimiento para resolver un problema; sin embargo, el rezago en el conocimiento requería ser atendido debido a su edad.

Al comenzar las sesiones parecía que la niña no tenía idea de ningún tipo de patrón en la numeración, le fue difícil adquirirlo. De hecho no logró afianzar el cambio de década, ni la identificación. No obstante, en la tercera evaluación se nota que puede deducir un número del 0 al 100 por medio del conteo de decenas, para identificar el 99 contó en silencio de 10 en 10 hasta llegar al noventa y luego agregó el nueve. Esto refleja la familiarización con el Cuadro de 100 y la lógica del conteo del 0 al 9 como numerales que se repiten constantemente.

En las estrategias aritméticas la niña apenas desarrolló el continuar contando. Durante las sesiones pude observar el momento en que, durante la explicación de una compañera, ella prefirió adoptar la estrategia y pudo hacerlo. Seguramente en su clase escolarizada ya le habían recomendado comenzar desde el número mayor. En el video de la tercera evaluación se aprecia que no siempre utiliza la estrategia.

Caso 14 6 años 1°

La niña fue un caso en el que el aspecto emocional influyó mucho en su desempeño. Ella no quería estar en la casa hogar y siempre demostró indisciplina. Era difícil tenerla en un grupo porque frenaba su avance y el de las demás. Ella buscaba la atención individual porque cuando faltaron sus compañeras por más de una semana, tuvo avances significativos.

Los resultados de la primera evaluación son dudosos porque justo antes de iniciar la niña estaba llorando. De hecho aproximadamente un mes después logró decir la numeración a 100 desde cualquier número. Tal vez fue debido a que encontró patrones de numeración y memorizó los nombres de cada decena.

El hecho de decir la numeración fue significativo para ella porque después de eso ella aseguraba saber todo sobre las matemáticas. Sin embargo, en las estrategias aritméticas seguía siendo perceptual. Sí logró resolver problemas con colecciones ocultas y alguna vez lo hizo con sobreconteo. El continuar contando fue ocasional y no quedó registrado en ninguna evaluación. Esto refleja las discontinuidades a las que se refiere la ERM.

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Produce a 29.	Firme 1-30. Dijo 40-60. Produce a 112.	Firme a 110.
PNS	No produce.	Confundió con PNA.	A 30.
SPNAT	1-10.	Se saltó 29. Produjo a 74-67.	72-67 pero faltó firmeza.
PNA	No produce.	Confundió con PNS.	A 30. Algunos PNS.
ID	Firme a 10.	Hasta 113.	Firme a 108.
Secuenciación	11-20.	11-20.	Firme 46-55.
Patrones de dedos	Secuenciales 1-5 y 6-10.	Simultáneos 1-5 y 6-10. Secuenciales “otra forma”.	Simultáneos 1-5 y 6-10. Ejemplo con dos manos y “otra forma”.
Suma	Develadas. No SmF.	Apoyo en dedos. No mayores a 10. A veces SmF. No explica.	Apoyo en dedos. No mayores a 10. A veces SmF. No explica.
Resta	No produce. No SsF.	Apoyo en dedos desde 1. A veces SsF. No explica.	Sólo menores a 10 con dedos. Sí SsF. No explica.
Patrones espaciales	No produce.	Calcula con los dedos.	Calcula con los dedos.
Parte-parte-todo	No produce.	No produce.	Produce.

Cuadro 15. Comparativo de resultados del Caso 14 en CHNT

Perceptual

El grupo de etapa perceptual se desintegró porque una niña ya no siguió en la escuela, se encontró que otra era emergente y dos más avanzaron a la etapa figurativa. La única que quedó como perceptual, por poco tiempo, fue una niña que se ausentó de la escuela dos meses.

Caso 15 6 años 1°

La niña sólo estuvo en enseñanza durante un mes y medio. Luego dejó de ir a la escuela por cuestiones familiares. Al regresar, su conocimiento sobre la numeración se había estancado pero avanzó en la estrategia aritmética. Estaba en el límite de ser perceptual y figurativa. Cuando terminó el ciclo desarrolló la estrategia de continuar contando. En este caso es notable que la estrategia de continuar contando se encuentra en estrecha relación con la posibilidad de resolver problemas de faltantes. Por eso algunas de las tareas para desarrollar el sobreconteo involucran el sumando faltante, para contar de un número menor a otra mayor.

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme 1-28.	Firme 1-28.	Firme a 32. Produce a 99.
PNS	Firme a 10.	Firme a 10.	Firme a 20.
SPNAT	No produce.	No produce.	Firme 15-10.
PNA	No produce.	No produce.	Firme a 20.
ID	Firme a 10. Confunde década de 10 con 20.	Firme a 10.	Produce a 100. 21 dijo 12, 70 dijo 17.
Secuenciación	No produce.	No produce.	Firme a 20.
Patrones de dedos	Simultáneos 1-5. Secuenciales 6-10.	Secuenciales 1-5 y 6-9.	Todas las formas.
Suma	Conteo 1 en 1 por encima de la pantalla. No SmF.	Cuenta los objetos con la vista desde 1. No SmF.	A veces desde 1, a veces CC. Sí SmF.
Resta	No produce.	No produce.	Usa dedos desde 1.
Patrones espaciales	Produce.	Calcula con dedos. A 5 bien, a 10 mal.	Calcula con dedos.
Parte-parte-todo	No produce.	No produce.	A 5 no. A 10 a veces.

Cuadro 16. Comparativo de resultados del Caso 15 en CHNT

	Evaluación 1	Evaluación 2	Evaluación 3
SPNAD	Firme a 19.	A 30. Cuando se le pide “a partir de...” cuenta hacia atrás.	A 30. Cuando se le pide “a partir de...” cuenta hacia atrás.
PNS	No produce.	Se regresa a 1.	A 20.
SPNAT	No produce.	Produce 10-1.	Firme 10-1.
PNA	No produce.	No produce.	Se estaba quedando dormida.
ID	No produce.	Sólo 1, 2, 3 y 5.	1-10, algunos 11-20.
Secuenciación	No produce.	No produce.	Firme 1-10. Produce 11-19.
Patrones de dedos	Secuenciales 1-5 y 6-10.	Simultáneos 1-5 y 10. Secuenciales 6-9.	1-5 simultáneos. 6-10 secuenciales. Produjo “otra forma” y dos manos.
Suma	Tiene correspondencia biunívoca.	Menores a 10 con dedos. Mayores a 10 develadas. No SmF.	Menores a 10 con dedos. Mayores a 10 develadas. No SmF
Resta	No produce.	No produce.	Menores a 10 con dedos. SsF sólo menores a 10.
Patrones espaciales	No produce.	Subita a 5. Calcula a 10.	Calcula con dedos.
Parte-parte-todo	No produce.	No produce. Intento calcular.	A 5 con dedos. A 10 no produce.

Cuadro 17. Comparativo de resultados del Caso 16 en CHNT

Este es el caso más atrayente de todos pues la niña fue reconocida como perceptual pero después de la segunda evaluación se le designó emergente. Ella tenía la correspondencia biunívoca en septiembre, pero durante sesiones se pudo notar que no podía realizar algunas tareas de conteo, no articulaba correctamente

su mano. Llama la atención porque sus primas, quienes también participan en el programa, tienen el mismo problema en la motricidad.

La niña tuvo que ser atendida individualmente. Al inicio estaba en un grupo con cinco niñas, por lo tanto su falta de habilidad pasaba desapercibida; pero incluso en el equipo se podía notar que algo se le dificultaba pues se dispersaba mucho.

Durante la segunda evaluación la niña se quedaba dormida. El protocolo de evaluación se tuvo que realizar en varias sesiones. Las clases de ella se redujeron a 15 minutos porque no es capaz de retener la atención por periodos prolongados.

Por lo anterior, los avances que se lograron con ella son muy importantes. Fue difícil que identificara los numerales del 1 al 10. En ello se concentró el esfuerzo de poco más de cuatro meses. A finales del curso comenzamos con los numerales del 11 al 20. La estrategia aritmética de sustituir conteo de objetos por conteo de dedos fue su iniciativa pero llevó gran parte del curso que lo descubriera. De hecho, por mucho tiempo la niña no podía decir cuántos dedos tiene su mano pues en el conteo no aplicaba la correspondencia biunívoca. Fue una sorpresa que en la tercera evaluación ella buscara cómo mostrar patrones de dedos de diferentes formas y utilizando las dos manos pues en sesiones casi no se trabajó con dichas actividades. A pesar de los avances, el rezago de su conocimiento es preocupante.

3.2 Análisis de resultados

El aporte principal que se obtiene de analizar la información de las evaluaciones es saber si las niñas avanzaron en las etapas del MAN.

En el Hogar Infantil María de Jesús Romero Rodríguez los resultados fueron los que se presentan en la Tabla 1.

	Etapa inicial	Etapa final
Caso 1	Continuar contando	Continuar contando
Caso 2	Continuar contando	Continuar contando
Caso 3	Figurativo	Continuar contando

Tabla 1. Avance por caso en HIMJRR

En los dos primeros casos la etapa sigue siendo la misma. En ellos hay que tomar en consideración cómo se afirmaron los conocimientos que ya tenían. También se debe pensar en cómo habría crecido su pensamiento numérico si no hubiera habido intervención.

En el Caso 1 la niña ya tenía 11 años y la numeración hasta cien no estaba firme. La niña continuamente se saltaba los números terminados en 3 y confundía el orden de las décadas, o sea, por algunos días podía contar correctamente del 45 al 50 y un día decir la secuencia de la siguiente forma: 45, 46, 47, 48, 49, 90...

En ambos casos la estrategia aritmética fue durante mucho tiempo el continuar contando. Ellas conocían algunos resultados hasta veinte pero no los utilizaban como estrategia corriente para resolver problemas. Por ejemplo, podían deducir mediante el uso de sus dedos cuántos elementos faltaban para completar diez pero no lo aplicaban en la subitación de marcos de diez. No tenían ningún tipo de descomposición del número firme. La resta apenas la hacían cuando los resultados eran más chicos que diez. Explicar sus procedimientos era una tarea ardua pues parecía que no tenían el lenguaje para hacerlo o que no se daban cuenta de lo que habían hecho, sumar era sólo sumar.

Lo anterior no se refleja en las evaluaciones. Su desempeño no era bajo pues poseían destreza en el uso de la estrategia de sobreconteo. Por ello su falta de comprensión numérica podía pasar desapercibida.

Tenían una habilidad aceptable con los métodos escritos y formales, lo que hizo difícil comenzar a usar estrategias informales para la suma y resta de dos dígitos pues ya estaban muy acostumbradas al algoritmo. En el caso 2 nunca se logró la comprensión de las decenas como un conjunto de diez.

Los resultados de la tercera evaluación demuestran que las niñas comenzaron a ser expuestas a un ambiente donde se les permitía pensar detenidamente y se les solicitaba explicar su pensamiento. También se observa que había cuestiones fundamentales para desarrollar la competencia matemática que la escuela no podía atender. Me refiero a la numeración y al análisis de la composición de los números.

El caso 3 fue distinto pues la niña era más pequeña y había tenido poco contacto con la educación escolarizada. En este sentido las habilidades desarrolladas todavía se basaban en estrategias informales y propias. El avance en la estrategia aritmética fue notable pues no sólo se afirmó el sobreconteo sino que la niña logró descomponer los números para resolver sumas en las que el resultado era mayor a diez. También afirmó resultados conocidos en el intervalo 1-10. Sin embargo, se le sigue considerando en la etapa de continuar contando pues no poseía una estrategia para todos los resultados a 20 y la numeración no logró afirmarla en la SPNAT. El trabajo con la recitación de intervalos cortos y la identificación de numerales fue permanente en las sesiones.

Las niñas en la Casa Hogar de las Niñas de Tláhuac lograron cambios positivos pero también hubo retrocesos que se intentaron subsanar en el periodo de enero a junio. Los cambios fueron los que se presentan en la Tabla 2.

Cabe distinguir que el caso 1 y el 2 eran un continuar contando más avanzado y al final se observó que eran capaces de descomponer los números y de hacer traslados algunas veces. Sin embargo, no se alcanzó la etapa diestra pues ninguna de las estrategias eran firmes y en ocasiones acudían al conteo de uno en uno sin apoyarse en los dedos.

Las niñas del caso 3 al 7 afirmaron la estrategia de continuar contando y desarrollaron el conteo hacia atrás; pocas veces se observó la descomposición sin el conteo de uno en uno. En los videos se podía notar que sin hacer uso de los dedos o del conteo en silencio, ellas seguían contando de uno en uno y hacían

pausas en números clave como el diez o el cinco. Esto, no obstante, no es descomposición.

Todas las niñas de continuar contando afirmaron la numeración a cien. Sólo en un caso hubo falta de agilidad.

	Etapa inicial	Etapa final
Caso 1	Continuar contando	Continuar contando
Caso 2	Continuar contando	Continuar contando
Caso 3	Continuar contando	Continuar contando
Caso 4	Continuar contando	Continuar contando
Caso 5	Continuar contando	Continuar contando
Caso 6	Continuar contando	Continuar contando
Caso 7	Continuar contando	Continuar contando
Caso 8	Figurativo	Continuar contando
Caso 9	Continuar contando	Continuar contando
Caso 10	Figurativo	Figurativo
Caso 11	Figurativo	Continuar contando
Caso 12	Perceptual	Figurativo
Caso 13	Figurativo	Figurativo
Caso 14	Perceptual	Figurativo
Caso 15	Perceptual	Figurativo
Caso 16	Perceptual (emergente)	Perceptual

Tabla 2. Avance por caso en CHNT

El caso 8 y 11 fueron de niñas que comenzaron en etapa figurativa y al final apenas comenzaban a utilizar la estrategia de continuar contando. En el trabajo cotidiano de la fundación las distinguimos como un continuar contando bajo, sin embargo, dentro del MAN no existe tal categoría. Ellas resolvían sumas menores a diez colocando desde 1 la primera colección y luego agregando la otra. El avance fue que las sumas mayores a 10 las hacían pensando en el primer número y luego con los dedos continuaban contando hasta obtener la respuesta. En la numeración también se les podía considerar en la etapa continuar contando pues fueron capaces de afirmarla a cien; no obstante, en la SPNAT aún faltaba agilidad.

La niña a la que se asignó el caso 9 tuvo un retroceso durante el primer semestre. En la primera evaluación resolvía las sumas mediante la estrategia de continuar contando con sus dedos. Luego en la segunda se observó que colocaba desde uno la primera cantidad con los dedos, lo que en la fundación categorizamos como una cualidad de los niños en etapa figurativa. En la tercera evaluación se observó un continuar contando firme. En la numeración su avance no fue el esperado. Por las evidencias obtenidas se concluye que no se trabajó de manera correcta la distinción de patrones y que era necesario detenerse más en la secuencia de cifras en intervalos pequeños que pasaran por los inicios de década. Los resultados demuestran que la niña requería una atención más individualizada pues en el grupo a veces pasaban desapercibidas las áreas donde necesitaba un apoyo mayor.

Así como ella, el caso 16 también tuvo un retroceso. En la primera evaluación se consideró a la niña como etapa perceptual. Al finalizar el ciclo también se le observó como perceptual pero con la capacidad de resolver pequeñas sumas de objetos velados. Antes de eso, durante la segunda evaluación se descubrió que no poseía la correspondencia biunívoca y que no había avanzado en la numeración. Se determinó que el trabajo con ella sería individual y dirigido para la etapa emergente. Como etapa final no se le asigna en figurativa puesto que presentó mucho rezago en la numeración, sobretodo en la identificación, y porque la estrategia de utilizar los dedos para resolver sumas veladas se notaba como un sustituto del conteo de elementos perceptual. No era capaz de sumar cuando la respuesta era mayor a diez.

El caso 10 y el caso 13 son niñas que tuvieron un estancamiento. Ambas demostraron estar en la etapa figurativa pero en diferente nivel. La niña del caso 10 no afirmó la estrategia de continuar contando, a pesar de que en sesiones la aplicaba. La niña del caso 13, después de la segunda evaluación, tuvo que ser asignada al grupo que apenas comenzaba a ser figurativo puesto que mientras en su grupo las demás avanzaron en la numeración y la estructuración con las combinaciones a cinco y los complementos a diez, ella demostró que le era

necesario calcularlo con el apoyo en los dedos colocando las dos colecciones desde uno. En la numeración, también fueron consideradas como etapa figurativa pues poseían la SPNAD hasta 30. En la SPNAT demostraron una producción a números mayores de 30 pero con falta de agilidad, lo que significa que no estaba firme.

Los casos 12, 14 y 15 son de niñas que comenzaron en la etapa perceptual y que al finalizar se observó que poseían habilidades de la etapa figurativa. Todas las niñas podían resolver sumas pequeñas con resultados menores a diez y con las dos colecciones veladas, utilizaban sus dedos como sustituto. En el MAN esto significa que eran pertenecientes a la etapa perceptual, pero en la fundación se consideró pertinente distinguir la habilidad de utilizar los dedos como una forma de estrategia figurativa muy básica. Sólo la niña del caso 14 afirmó la numeración a cien. En este sentido ella llevaba una ventaja al ser diestra en SPNAD y SPNAT del 1 al 100. La niña del caso 15 fue considerada como figurativa por el rezago en la numeración, sin embargo, ella a veces utilizaba sus dedos para sobrecontar.

IV. VALORACIÓN CRÍTICA

En este último apartado se presenta una valoración general del proyecto y los aportes de la formación profesional hacia el desempeño y el trabajo. Se estructuran en dos partes; en un principio se mencionan tres conclusiones referentes a la validez del programa, como una respuesta ante la problemática vinculada con la formación de los niños en el área de las matemáticas, a las consideraciones que desde la práctica se contemplan necesarias para la formación docente para la implementación del programa y también se contrastan los elementos teóricos del programa con los casos y los resultados obtenidos. En la segunda parte se incluye la valoración crítica hacia la institución y hacia el desempeño laboral personal y su relación con la formación profesional recibida durante la licenciatura.

El programa Recuperación en Matemáticas ayuda a promover el aprendizaje numérico temprano con comprensión y así cerrar la brecha de rezago del conocimiento matemático entre los niños⁹³ que al iniciar su escolarización ya poseen nociones básicas de los números y los niños que no las tienen. Éste fue el fundamento para aplicar un programa de intervención dentro del marco institucional de Educación, voces y vuelos IAP.

La existencia de tal brecha es una de las premisas de las que partió el trabajo de la fundación. Se pudo constatar su existencia mediante las evaluaciones iniciales, sobretodo con las niñas que ingresaban a primer grado de primaria. Mientras algunas ya eran capaces de resolver tareas de suma con colecciones veladas, otras tenían dificultad en comprender el concepto de totalidad y unión de dos conjuntos. Las diferencias también se encontraron en la identificación de numerales, secuencias numéricas y patrones de dedos.

⁹³ El término “niños” se utiliza vinculado a las generalidades teóricas del programa RM y la ERM, mientras que cuando se habla de “niñas” se hace referencia a la población atendida durante el ciclo de trabajo, es decir, a las niñas del Hogar Infantil María de Jesús Romero Rodríguez IAP y a las de la Casa Hogar de las Niñas de Tláhuac IAP. No hay distinción de género en cuanto a los resultados presentados y a las conclusiones que se derivan de ellos.

Las razones del surgimiento de las diferencias en el conocimiento matemático de las niñas no fueron el objeto de estudio de este trabajo, por lo tanto, sólo se puede inferir y coincidir con algunos de los postulados que brinda Robert Wright y con los que hace la OCDE. Es probable que las niñas no fueran expuestas en sus ambientes informales a problemas numéricos debido a la falta de un contexto familiar donde se apoye el aprendizaje.

De la misma forma, en casos donde las niñas ya cursaban grados más avanzados de primaria fue posible notar atrasos en nociones básicas como las secuencias numéricas hasta cien. Se consideró grave que algunas niñas de tercer, cuarto y quinto grado, de 8 a 11 años, no pudieran expresar con firmeza, seguridad y certeza intervalos numéricos hacia delante y hacia atrás. Es suposición pensar que los motivos para ello, aparte del apoyo familiar, fueron el acceso tardío o intermitente a la escolarización y las exigencias institucionales en la enseñanza que sigue el currículum escolar. En su caso también fue notable la actitud con la que hacían frente a la resolución de problemas matemáticos. No se percibió inseguridad ante el tema, sino una ausencia de reflexión, una postura que asumía los resultados dados sin pensar en cómo obtenerlos y esperando que fueran los correctos, como una especie de adivinación.

Estas evidencias se tornan alarmantes si se consideran que de acuerdo con los estudios acerca de los resultados de las pruebas estandarizadas nacionales e internacionales, las diferencias en conocimiento se acentúan aún más en contextos sociales de desventaja social y pobreza.

Dada la verificación de que existe la brecha en conocimiento, de la desventaja educativa que conlleva pertenecer a un grupo social poco favorecido económicamente y de que ello tiene un impacto en la formación escolar, en el aprendizaje y en la autonomía intelectual de los infantes, la validez de intervenir mediante un programa especializado en atender la disminución de las diferencias en el conocimiento fue evidente a lo largo de todo el ciclo escolar durante el cual se trabajó.

El programa RM, que se enfoca en numerización temprana, se ha consolidado dentro del campo de estudio de la enseñanza de las matemáticas. El aplicarlo con sistematización permitió observar el avance en el desarrollo del pensamiento matemático, mismo que se verificó a través de los cambios en la resolución de las tareas por parte de las niñas. Los resultados que se documentaron en las grabaciones en video de las evaluaciones fueron positivos, pues en casi todos los casos, excepto dos, hay una diferencia notable entre el conocimiento corriente inicial, o situación base, y el final.

Dado lo anterior, también se admite la validez del intervenir por medio del programa RM como una alternativa para contribuir al desarrollo del pensamiento matemático en contextos donde se conjuntan la falta de apoyo familiar y el atraso en la escolarización, y en los que con dificultad se podría tener acceso a un tipo de enseñanza individualizada o con mayor atención en las capacidades propias y la ZDP.

De igual forma se considera pertinente introducir los principios y elementos de la enseñanza de RM en el aula, así como utilizar los procedimientos didácticos que se basan en la secuencia del MAN, como un apoyo más al desarrollo del conocimiento matemático temprano con comprensión, pues en más de una ocasión se percibió que la enseñanza de acento procedimental era un obstáculo para el desarrollo de las estrategias informales de cálculo y, por lo tanto, para la enseñanza de los principios subyacentes a los procedimientos algorítmicos.

Lo anterior sucedía sobretodo con las niñas de tercer, cuarto y quinto grado, quienes de manera constante recurrían al uso del sobreconteo y el algoritmo para resolver tareas. Utilizar la estrategia de continuar contando demostraba que las niñas estaban lejanas a entender el número como unidad compuesta abstracta; por otro lado, su manejo del algoritmo demostraba que había una falta de entendimiento acerca del valor posicional.

En este sentido, las sesiones de enseñanza se volvieron un espacio para desaprender procedimientos y aprender fundamentos. Constantemente se les

tenía que recordar a las niñas que “trataran de pensar las cosas de otra forma” y que no “resolvieran como lo harían en su cuaderno”. Es probable que la intervención con el programa RM tuviera mejores resultados si en el aula también se pudieran encontrar algunos procedimientos, entornos o tareas donde aplicar los pensamientos que las niñas iban desarrollando.

Extender su implementación con más población o a otros escenarios demanda tiempo, si se opta por hacer pequeños grupos o sesiones individualizadas, y recursos, como las cámaras de video, los DVD y los espacios adecuados para intervenir. El material también se encuentra dentro de los recursos, pero el mismo programa plantea sugerencias para que el docente pueda elaborarlos.

Sobretudo, su extensión exige inversión en formar a los docentes. Por lo que respecta a la capacitación de los profesores en Recuperación en Matemáticas, no se consideraran los costos, sino que se exponen solamente qué supone para el docente ver la enseñanza como una mediación entre los conceptos cotidianos y los conceptos científicos. Cabe aclarar que estas suposiciones son inferencias subjetivas que se obtuvieron mediante la implementación del programa como experiencia laboral.

El proceso de formación docente implica varias cuestiones. En principio, reclama una ruptura con las preconcepciones acerca de la enseñanza de las matemáticas, es decir, no tratar de reproducir los mismos métodos de enseñanza con acento en los procedimientos formales, así como percibir y aceptar la ineficiencia de la transmisión directa de estrategias informales de cálculo.

Se vuelve necesario introducir a la cotidianidad de la práctica docente el concepto de Zona de Desarrollo Próximo; lo que conlleva a tener atención constante en los actos que demuestran la evolución del conocimiento de los alumnos y poseer el fundamento teórico para analizar y comprender su aprendizaje, así como entender la estructura conceptual de las matemáticas.

Estas dos cuestiones confluyen en concebir que la enseñanza sea para el descubrimiento y basada en problemas. En ambas se plantea como un

componente fundamental brindar a los alumnos situaciones problemáticas que les permitan descubrir las relaciones matemáticas y dar el tiempo para pensar la respuesta.

Lo anterior se encuentra explícito en los principios, elementos y características de la enseñanza del programa Recuperación en Matemáticas, pero no es hasta la práctica que se descubre el reto que significa poder alejarse de la idea de la enseñanza como transmisión y de evitar decirle al niño cómo hacer las cosas de la manera que uno, como docente adulto, ya sabe. En las sesiones de clases se advirtió que es poco efectivo y perdurable indicar directamente una instrucción como “ponte el número más grande en la cabeza y sigue contando” o “primero suma las decenas y luego las unidades”.

Siguiendo esta línea, se pone al descubierto otra de las implicaciones para el docente, ésta es, introducir un andamiaje adecuado. De hecho, el programa Recuperación en matemáticas, en las obras consultadas, no da una referencia precisa de cómo llevar a cabo las preguntas y directrices. Si bien en los libros se presentan escenarios de sesiones de enseñanza transcritas, se compendian algunas de las respuestas que por lo general dan los niños y se recomienda cómo plantear una tarea, es probable que para los profesores principiantes o para aquellos que se encuentran muy arraigados a la instrucción procedimental no resulte tan claro qué preguntas o gestos puedan funcionar como un andamiaje con un alto grado de constructivismo. Saber qué preguntar sin indicar exactamente cómo realizar una tarea es algo que se obtiene en la experiencia con los alumnos, sin embargo, dada la importancia del andamiaje en la enseñanza, se debería tener una guía o una base más fuerte antes de iniciar la intervención.

Lo mismo sucede con la formación para poder dirigir la exposición y el debate acerca de las estrategias en la resolución de un problema. Promover dentro de las sesiones la verbalización de las ideas sobre cómo se hizo una tarea conlleva tener y fomentar una actitud de respeto ante los comentarios de los otros, así como proporcionar un espacio en que los alumnos sientan la seguridad para expresar sus pensamientos. Sin embargo, con base en la experiencia aquí documentada,

hubo ocasiones en que las niñas estaban seguras de su respuesta y de su procedimiento a pesar de que su respuesta era errónea. Dentro del programa queda más como una labor intuitiva la forma de corregir, revisar la respuesta o invitar a repensar los procedimientos.

Los autores del programa RM no ahondan en conceptos como andamiaje y Zona de Desarrollo Próximo. Se puede pensar que la razón de ello es que el tipo de andamiaje congruente con su propuesta demanda el entendimiento profundo del Ciclo de enseñanza y aprendizaje, las etapas del MAN y las fases del MINT. Junto con la comprensión profunda de tales contenidos del programa se puede estudiar de forma detallada el actuar de los alumnos para así entender el porqué de sus respuestas. Luego entonces, se pueden articular los conceptos de andamiaje y ZDP para determinar cómo conducir a los alumnos y qué acciones son las más adecuadas en un determinado momento. Dado que los andamios y la ZDP son conceptos que evolucionan en el pensamiento y la acción a medida que se presentan situaciones en la práctica que salen de la respuesta prevista, se cree necesario registrar y compendiar ejemplos como base para quien se inicia en el programa. La formación del docente puede nutrirse por medio de estos registros, que bien pueden ser tomados de las grabaciones en video o de las bitácoras de clase.

En otro orden de ideas, se plantea ahora el contraste entre los elementos teóricos del programa con los casos presentados y los resultados obtenidos. Sobre esto, es importante destacar la universalidad del programa RM, es decir, señalar si todos los niños pueden ser identificados dentro de alguna de las etapas del MAN. Durante el ciclo en el que se trabajó, por medio de la observación detenida, se encontraron ejemplos claros de niñas que realizaban acciones con las que siempre podía establecerse una conjetura acerca de la etapa en el desarrollo de su conocimiento matemático, pero hubo niñas que en su pensamiento quedaban exentas de algunos planteamientos en la secuencia tabular. Este fue el caso de las que mostraron más facilidad en adquirir los complementos a diez que las

combinaciones a cinco, y de entender problemas de parte-parte-todo a diez que a cinco.

Dado que no todas las acciones de las niñas se contemplaron en una sola etapa, el determinarla, más allá de ser una etiqueta, fue la posibilidad de encontrar una descripción congruente con los hechos observados. Mientras más caracterizados fueran los perfiles de pensamiento, la incidencia mediante la intervención era más positiva.

Sin embargo, al contrastar los hechos con los rasgos descriptivos en la tabulación permitió deducir que hay estrategias que, aunque están contenidas en la misma etapa, denotan un esfuerzo significativo del niño. Este es el caso de la etapa perceptual, misma que se encontró muy extensa. De acuerdo con el MAN y el MINT los niños en etapa perceptual son capaces de decir el total de una colección cuando los objetos están a la vista o se pueden tocar, pero también incluye a los niños que substituyen los objetos con sus dedos cuando las colecciones están veladas. Durante la práctica se encontró que es un paso muy grande descubrir que los dedos se pueden utilizar para el conteo. Así mismo, cabe distinguir entre aquellos niños que colocan sus dedos de manera secuencial desde uno y hacen un doble conteo a aquellos que los colocan de manera simultánea y hacen un conteo rápido. En el MAN todas estas características corresponden a la etapa perceptual a pesar de que lograrlas tiene diferencias substanciales.

Otra cuestión a señalar en torno al programa y el vínculo con la experiencia laboral es que la RM no se propone indagar qué hacer o cómo trabajar la numerización temprana con las niñas de mayor edad, quienes ya tienen muy arraigado el uso del conteo uno en uno con dedos así como el uso de algoritmo, escrito o reproducido en la mente. Las niñas con dichas características no sólo mostraron volver reiteradamente al uso del procedimiento formal, sin comprensión de los principios matemáticos subyacentes a él, sino que no eran capaces de explicar sus estrategias o de explicar alguna que no fuera contar de uno en uno. Se piensa que la falta de desarrollo en las bases del conocimiento matemático también les imposibilitaba, de alguna manera, estructurar su pensamiento, pero no se tiene

una referencia de cómo y por qué sucede esto. En este sentido, falta abordar la importancia de caracterizar la evolución del lenguaje para la explicación de un procedimiento, cómo asociarlo al uso de estrategias informales de cálculo y cómo promover su desarrollo. De hecho, en las sesiones de capacitación que se desarrollaron los lunes en la fundación se observaron videos de niños de E.U.A. que verbalizaban con facilidad sus estrategias y explicaciones. En comparación con el trabajo realizado en la fundación fue difícil encontrar alguna niña que tuviera dicha habilidad. Ayudar a desarrollar las explicaciones queda también como una labor intuitiva.

Así mismo, en referencia al lenguaje, uno de los hechos que se repitió más con las niñas fue la confusión entre la noción de antes y la noción después cuestión que no es tomada en cuenta en el programa RM. Suponiendo que dicha confusión influye en el desarrollo de sus estrategias numéricas, sería conveniente saber cómo lo hace.

Por último, resta exponer la valoración crítica hacia el trabajo docente que se desarrollo y hacia la institución.

Acerca de la institución, se considera que la incidencia que tuvo el trabajo en el desarrollo de las niñas sólo se puede comprobar dentro del mismo escalafón de etapas. En la fundación no fue posible hacer una relación directa de los resultados de la evaluación con el desempeño de las niñas en el aula, ni en comparación con más población de la misma edad y en las mismas condiciones escolares. Previo al inicio de la intervención, en las evaluaciones de práctica que se hicieron en la escuela Valentina Cantón Arjona, se pudo observar que niños y niñas que apenas ingresaban a primer grado, es decir de 6 y 7 años, fueron capaces de resolver con facilidad la mayoría de las tareas que se les plantearon; es importante destacar que estos niños y niñas ya habían sido expuestos a la metodología del programa en el nivel preescolar. Aunque esto no pudiera usarse como referencia comparativa debido a la diferencia en las condiciones, puede sustentar el hecho de que la población con la que se trabaja tiene, de hecho, un rezago del conocimiento matemático que es importante subsanar.

Otra cuestión que queda pendiente en la institución es la dificultad para medir el impacto de la intervención de acuerdo con el uso del conocimiento desarrollado que las poblaciones hagan en otros escenarios, sólo se espera como una consecuencia de la automaticidad y de su desempeño en las sesiones y las evaluaciones.

En otro tema, a pesar de que se piensa que el desarrollo del pensamiento lógico matemático apoya a la mejora en otras áreas intelectuales, en la fundación queda pendiente saber qué relación guarda y de qué manera repercutió la intervención con las poblaciones atendidas.

Los puntos anteriores son vulnerables de estudio para obtener conclusiones relevantes que sirvan de fundamento práctico para elaborar aportes teóricos al ámbito de la enseñanza de las matemáticas. La fundación tendría que plasmar entre sus objetivos tomar uno de ellos para iniciar y consolidar un grupo de estudio capaz de producir documentos con base en un programa de investigación institucional. Para ello será esencial que la capacitación de las facilitadoras se nutra con herramientas para la investigación, tanto de metodología como de elaboración de textos de carácter científico.

Sin embargo, esto sólo podría hacerse a largo plazo pues, aunque tener un grupo de investigación pueda funcionar para dar sustento teórico formal y brindar renombre que fortalezca a la institución, no se debe dejar del lado que la misión de Educación, voces y vuelos IAP es el trabajo con las poblaciones de niños, sus docentes y sus familias. El hecho de crear un grupo para investigar demandaría a las facilitadoras tiempo de estudio sostenido y espacios para la construcción conjunta e individual de los temas de investigación. Actualmente, la fundación no puede proveer dicho escenario debido a la falta de personal capacitado y de recursos materiales y físicos.

Esto devela uno de los principales retos de la fundación, que es, contar con suficiente personal capacitado para la atención individualizada forzosa. A veces el trabajo en grupo es benéfico para el aprendizaje entre pares pero en algunos

casos no es posible avanzar y obtener los resultados esperados, siendo así una limitante de importancia. A fundación se le presenta una paradoja, por un lado el trabajo que en ella se realiza se enfoca y requiere que la atención sea casi individualizada, por otro, se requieren abarcar con cuotas que justifiquen la inversión de los recursos destinados a las labores. Al hecho de no tener suficiente personal se le suman que las poblaciones destinadas a cada facilitadora son amplias, si se toma en cuenta que no se puede acceder a ellas en cualquier horario y que por lo tanto el formar grupos es ineludible, haciendo poco posible atender de forma individual a quienes así lo necesitan.

En este sentido, la fundación depende mucho de la accesibilidad de las instituciones donde presta su servicio; la continuidad de las sesiones a veces se ve truncada por las diversas actividades que forman parte del calendario de las casas hogar.

Lo anterior se observa como aquello que restringe la labor de la institución. A continuación se presentan algunos puntos que se pueden considerar ventaja:

- No puede ser obviado que la fundación provee los materiales de trabajo a las facilitadoras lo cual hace posible el trabajo sin inconvenientes.
- Si bien el fundamento teórico-metodológico se basa en el programa RM, también se cuenta con la flexibilidad teórica e institucional suficiente para introducir al aula los principios de la ERM. Durante el trabajo con las niñas atendidas se acudió al postulado acerca de las discontinuidades en el aprendizaje pues al tener que trabajar en grupo debía haber consideración de aquellas niñas que presentaban retrasos comparativos notorios con el resto de sus compañeras. En la parte operativa, uno de los casos que pueden demostrarlo es el caso 9, de una niña que comenzó resolviendo por medio de un continuo contando firme y en la evaluación segunda se le tuvo que reasignar porque resolvía de manera figurativa y no había tenido un avance importante en la numeración. El tener en cuenta que este tipo de

regresión en el conocimiento es posible dio pie al cambio de grupo de la niña para asignarle uno en el que la ZDP fuera más acorde con su conocimiento corriente.

Aunque a ella sí le sirvió el trabajo grupal donde las niñas tenían un menor nivel, también se encontró el caso de una niña que no logró avanzar en compañía de otras niñas, éste es el caso 16. De igual forma, hay niñas que por su edad deben ser atendidas de manera individual, son los casos 10, 12 y 13.

- Otro de los componentes de la ERM que se retomaron para la parte operativa es la trayectoria que inicia con el conteo hacia el cálculo formal. A pesar de que la ERM no aborda etapas como el MAN, aporta claridad para distinguir que las caracterizaciones de los niños en etapa de continuar contando pueden transitar del cálculo por conteo, al cálculo por estructura y el cálculo formal distinguidos entre los intervalos a diez, veinte y cien.

En la práctica, dichos elementos teóricos de la ERM justificaron las formas de actuar de las niñas. Se tuvieron casos de niñas que en etapa de continuar contando tenían más arraigado el conteo uno en uno, y las que podían estructurar o hacer cálculos formales en rangos o con resultados conocidos específicos. También había niñas que aunque no tenían la estrategia de continuar contando podían estructurar algunos números pequeños. Esto fue considerado no sólo en las evaluaciones, a partir de las cuales se diferenciaban entre las niñas en etapa continuar contando más avanzadas y las menos avanzadas; también en las sesiones de clase donde había niñas que requerían contar de uno en uno los traslados de resultados conocidos en el intervalo 1-10 a décadas mayores y las que no. No significa que tuvieran un retroceso sino que una de las bases para la pensamiento lógico matemático es el conteo uno en uno que lleva implícito la composición del número como la suma de unidades.

- La dependencia que tiene la fundación de las otras instituciones puede verse como una ventaja cuando representa un compromiso que ambas adquieren y respetan. Queda como una oportunidad para Educación, voces y vuelos el poder incidir de una manera más amplia mediante la capacitación completa de docentes; de forma que la labor que se realiza mediante el programa RM no sea volátil y efímera. Para ello será necesario que las facilitadoras también se formen como capacitadoras.
- La fundación también se ve como un espacio donde se puede hablar acerca de la enseñanza de las matemáticas como una especialización. En este sentido, es importante aprovechar este espacio para crear un lenguaje común que todas las facilitadoras puedan entender y transmitir. Y se habla de transmitir en dos vertientes, una se refiere a la inducción y capacitación de otros docentes y responsables de los niños y niñas; la segunda vertiente es la transmisión conceptual de los hechos matemáticos durante las sesiones de enseñanza.

En lo que respecta a la valoración crítica personal cabe resaltar dos puntos:

- 1.- El impacto de la formación profesional en la labor docente.
- 2.- El desempeño laboral.

En lo personal, un obstáculo que se encontró al tener que realizar el trabajo en Educación, voces y vuelos fue la falta de conocimiento acerca de cómo establecer una secuencia didáctica apta para hacer planeaciones de clase dirigidas al logro de un objetivo determinado. En este sentido, se concluye que es fundamental haber tenido un acercamiento con didácticas específicas y especializadas que permitan analizar cómo los conceptos de andamiaje y ZDP se pueden aterrizar en objetivos, actividades y materiales que respondan al cuestionamiento “¿qué es lo que un alumno debe saber para ser capaz de entender un tema?”.

Por otra parte, la formación recibida durante los años de licenciatura ayudó a poner en perspectiva cuestiones que salen de la didáctica, tales como una idea de

mundo basada en una utopía educativa, un ideal de persona, de alumno, de maestro y de contenido curricular. Así mismo, la concepción de enseñanza y de aprendizaje fue resultado del análisis de diversas posturas estudiadas en las asignaturas de historia, filosofía y sociología de la educación. La idea de mundo siempre se inclinó por tener presente la inequidad económica y social, siendo así que la enseñanza y el aprendizaje se debe pensar en función de permitir al individuo transformar su pensamiento y entorno en beneficio de sí mismo y de su comunidad, por medio del desarrollo de las herramientas intelectuales acordes a las exigencias de su contexto. La idea de persona se dirige hacia la formación de individuos que sean capaces de descifrar los códigos para poder ser partícipes activos de la comunidad en que habitan. La idea de alumno y de maestro no tenía la claridad necesaria para intervenir por medio de la docencia, de tal forma que a veces la actuación docente se volvía un espacio de contradicciones, sobretodo al tener que establecer disciplina. Fue así que la intervención disciplinaria debía de atenerse a un encuadre en que debía respetarse la autoridad del profesor sin eliminar el ser infantil; sin embargo, se descubrió que éste *ser* y el orden para la continuidad de las clases no eran compatibles, por lo tanto se establecieron reglas unidireccionales en el que se eliminaba todo intento de *ser infantil*.

Acerca del desempeño laboral se puede concluir que para realizarlo de manera correcta siempre se tuvo que acompañar del estudio constante acerca de la metodología y de otros textos que pudieran aportar al logro de la misión de Educación, voces y vuelos. El no haber consultado con asiduidad los libros y artículos hubiera sido una limitante para la enseñanza. Cada vez que se leían los textos, se encontraban cuestiones que permitían visualizar el camino a seguir. Así mismo, mientras más avanzado era el periodo de intervención, más se podía nutrir la teoría mediante ejemplos y escenarios reales.

La práctica se vio afectada por la falta de experiencia de trabajo con niños pequeños y también por el poco manejo de la metodología. Se concluye que las primeras semanas de intervención fueron un periodo de adaptación que no aportaron al desarrollo del conocimiento numérico de las niñas y que incluso se

dejaron pasar estancamientos y atrasos relevantes que sólo salieron a flote en la segunda evaluación. No obstante, los cambios que se visualizaron en el comparativo con la tercera evaluación son testimonio de que sí hubo avance y que sí se debió al uso de la metodología del programa RM.

El desempeño laboral puede mejorar con el estudio constante pero también mediante el análisis semanal de los logros grupales e individuales, de forma que las planeaciones se fundamenten en el conocimiento corriente y se pueda encontrar cuál es el siguiente paso a seguir.

Como palabras finales, se espera que la sistematización de la experiencia de enseñanza que contiene este documento promueva la validez del programa RM como una propuesta factible, que responde a la problemática referente a los niveles de aprendizaje matemático de los infantes en el escenario educativo actual.

GLOSARIO⁹⁴

Algoritmo: Método de cálculo paso a paso que sigue un procedimiento establecido.

Andamiaje: Acciones que el maestro realiza para apoyar a los niños en su aprendizaje durante la enseñanza interactiva.

Aritmética elemental: *Ver conocimiento aritmético.*

Aritmética mental: Consiste en calcular con representaciones mentales de los números. Ésta incluye el uso de resultados conocidos de las operaciones, propiedades de los números y sus interrelaciones. No se trata de hacer aritmética en la mente, sino con la mente. En otras palabras, es más que una cuestión de usar la cabeza para hacer cálculos, lo cual involucra el registro escrito de pasos intermedios cuando sea necesario. Por lo tanto, la aritmética mental no debe verse como lo contrario a la aritmética escrita.

Automaticidad: La capacidad de recordar rápidamente o de obtener inmediatamente la respuesta de resultados básicos (p.ej., $7 + 9$, 4×8).

Automatización: Desarrollo de la automaticidad.

Base 10: Característica de los sistemas numéricos y de los sistemas de nombrar números en el que éstos se expresan en una forma que involucra agruparlos en decenas y potencias más grandes de diez (1000, 10000, etcétera).

Bastidor aritmético: Dispositivo de instrucción semejante al ábaco, consistente en una o dos hileras horizontales de 10 cuenta. En cada hilera las cuentas se presentan en dos grupos de cinco, cada uno de un color.

⁹⁴ Algunos de los términos fueron retomados de Wright Robert J., Ellemor-Collins D., Tabor P. D.; *Developing Number Knowledge. Assessment, Teaching & Intervention with 7 - 11 Years Old*; Sage Publications Ltd., London, 2012. Traducido por María Jesús Arbiza. En proceso de edición por Correo del Maestro.

Cálculo mental: Generalmente se refiere a realizar aritmética con números de más de un dígito sin utilizar escritura. A diferencia del cálculo escrito, que es aquél que conlleva escritura.

Cardinalidad: Propiedad de los números referente a la cantidad. Principio del conteo que hace referencia a que la última palabra numérica enunciada al contar, la que corresponde al último objeto contando de la colección, es la que indica la cantidad total de objetos.

Certeza: Se refiere a la seguridad que el niño tiene respecto a lo correcto de su solución a un problema.

Combinaciones: Nombre alternativo para los enlaces entre números o resultados básico, por ejemplo, $5 + 3 = 8$, $8 - 2 = 6$, $7 \times 9 = 63$, $48 \div 8 = 6$.

Compensación: Estrategia que implica reemplazar un número en una cuenta por uno más sencillo cercano a éste y compensando esto más tarde. Por ejemplo, al restar 38 en su lugar podría restar 40 y compensar sumando el 2 adicional al final.

Composición: Se utiliza en la formación de números, por ejemplo para hacer 14 se necesita un 10 y un 4. También es una estrategia informal de cálculo mediante la cual se agrupa o reagrupan las partes en las que se descompuso un número. Por ejemplo para sumar $6 + 7$ se podría descomponer el 6 en $5 + 1$ y luego el 7 en $5 + 2$; luego componer $5 + 5 = 10$, $1 + 2 = 3$ y luego $10 + 3 = 13$.

Conocimiento aritmético: Término colectivo para todo lo que los alumnos saben sobre aritmética (p. ej., número y operaciones). La palabra “conocimiento” a veces se yuxtapone con “estrategias” y en este caso se refiere a conocimiento no fácilmente definido (por ejemplo, saber de números y numerales).

Conocimiento corriente: Expresión que designa todo lo que el niño sabe sobre el número en el momento de la evaluación.

Conteo: Acción de asignar una cantidad a un conjunto de elementos. Implica decir la secuencia de los números (orden constante), asignar sólo una palabra numérica

a únicamente un elemento en un conjunto (correspondencia biunívoca) y determinar que la última palabra numérica dicha, expresa el total de elementos en el conjunto (cardinalidad).

Contexto: Evento, asunto o situación proveniente de la realidad que es significativo para los niños, que ellos pueden imaginar y que los conduce a usar métodos matemáticos con base en su propia experiencia. Los contextos dan significado concreto y apoyo a las relaciones y operaciones matemáticas fundamentales. Se pueden extraer de una gran variedad de experiencias de la vida diaria como: trayectos de autobús y situaciones de compra y otras en las que se utiliza el dinero. La noción de contexto abarca también aquello proveniente de la esfera de las matemáticas mismas, o sea, el mundo de los problemas con números puros y relaciones numéricas, por ejemplo, el contexto de los números primos. Para evitar confusión, nos referimos a estos últimos contextos “aritméticos” o “matemáticos”.

Continuar contando (sobrecuento): Estrategia avanzada de conteo-de-uno-en-uno que se utiliza para resolver tareas aditivas o tareas de sumando faltante con dos conjuntos ocultos. El continuar-contando se puede diferenciar en continuar-contando-desde para tareas aditivas y continuar-contando-hasta para tareas de sumando faltante. El continuar-contando se conoce también como contar-hacia-adelante-

Correspondencia biunívoca: En la acción de contar, la correspondencia biunívoca se establece cuando se hace coincidir la palabra-número con el objeto contando. Es decir, en el mismo momento en que el niño toca un objeto debe decir, a la vez y en voz alta, para que el maestro lo oiga y pueda saber si está repitiendo la secuencia numérica oral correctamente, la palabra numérica correspondiente.

Cuadro de 100: También se le llama cuadrado de cien, cuadrado de 10 x 10, cuadro de 10 x 10, tablero de 100. El cuadro está formado por 10 filas y 10 columnas que determinan 100 espacios (cuadrados) en los que se escriben los

números creciendo a lo largo de las filas, de izquierda a derecha, ya sea comenzando cada fila por el 1, el 11, el 21, o por el 0, el 10, el 20 y así sucesivamente, dependiendo del objetivo de enseñanza. El cuadro es, por tanto, una disposición espacial de los números del 1 al 100, que deja en claro a) el aspecto ordinal de los números, y b) las relaciones asociadas con el valor posicional.

Década o decena: Número década. Múltiplo de diez (p. ej. 10, 20, 30;..., 180, 240). Se distingue de la década, en que ésta es una secuencia de diez números cualesquiera, por ejemplo, de 27 a 36, o un periodo de diez años. En la fundación se aplica para la secuencia numérica que comienza en un número década y termina antes de iniciar otro número década (p. ej. 40-49).

Descomposición: (1) Una de las estrategias básica de aritmética mental. Cando se usa la estrategia de descomposición para la suma, ambos números –no uno solo, como es el caso en la secuencial- se descomponen. Se pueden descomponer en centenas, decenas o unidades o de otras formas. Las partes se suman por separado y luego se toman juntas. (2) Ambos números también se descomponen cuando se hace una resta por descomposición y puede hacerse en centenas, decenas o unidades. Las partes se restan por separado y luego se combinan los resultados.

Dígito: Los dígitos son los diez símbolos básicos del sistema moderno de numeración, a saber, “0”, “1” ... “9”.

Dobles: Resultados básicos de la suma que implican sumar un número a sí mismo: $1 + 1$, $2 + 2$, ..., $10 + 10$.

Entorno: Materiales utilizados como contexto estándar para plantear tareas aritméticas; por ejemplo, dos marcos de diez con puntos de colores, el rollo numérico y el marco con múltiples solapas, manojos de palitos, tarjetas de flecha.

Espontaneidad: La estrategia de un niño es espontánea cuando surge sin la ayuda del maestro ni de circunstancias particulares que se dan en la presentación del problema.

Estrategia: Nombre genérico que se da al método por el cual un alumno resuelve una tarea aritmética, por ejemplo una suma, utilizando una estrategia de pasar por 10: $8 + 6$ como $8 + 2$, $10 + 4$. El término “procedimiento” se usa con un significado similar.

Estrategia informal de cálculo: Nombre que designa un procedimiento en el que se utilizan las propiedades de las operaciones para establecer relaciones que faciliten la resolución de un problema aritmético. En un inicio se pueden hacer de manera consciente y luego automatizarse. De acuerdo a un marco constructivista, los niños son capaces de desarrollar sus propias estrategias sin que de manera explícita se les muestre un procedimiento específico.

Firmeza: La estrategia de un niño es firme cuando es capaz de utilizar la estrategia en una extensa variedad de problemas similares.

Identificación de numerales: Decir el nombre de un numeral mostrado. La expresión se usa de manera similar a “identificación de una letra” en la alfabetización temprana. Cuando se evalúa la identificación de numerales, estos últimos no se muestran en secuencia numérica.

Imágenes numéricas: Esquemas o diagramas mentales que se crean a partir de la visualización de materiales estructurados y sirven para facilitar el descubrimiento y automatización de estrategias informales de cálculo.

Marco de cinco: Material consistente en una configuración rectangular de 1 x 5 cuadros, que se utiliza para apoyar el razonamiento de los niños en combinaciones a 5 (por ejemplo, $3 + 2$)

Marco de diez: Material consistente en una configuración rectangular de 2 x 5 cuadros, que se utiliza para apoyar el razonamiento de los niños sobre

combinaciones para 10 (por ejemplo, $7 + 3$) y combinaciones en las que interviene el 5 (por ejemplo, 7 es $5 + 2$). Son de dos tipos:

- a) los marcos de diez con base cinco, llamados así porque los lugares vacíos van siendo ocupados por los puntos según el marco de cinco;
- b) los marcos de diez por pares: las casillas se van llenando de acuerdo a una distribución que visualmente se ve como pares.

Matematización: Actividad de organizar que se emplea para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas tomando como base los conocimientos y destrezas adquiridos.

Matematización horizontal: Proceso de trasladar el mundo real al matemático.

Matematización progresiva: Desarrollo a lo largo del tiempo de la sofisticación matemática en el conocimiento y razonamiento de los alumnos, con respecto a un tema específico, por ejemplo, la suma.

Matematización vertical: Consiste en trabajar sobre un problema dentro del mundo matemático y emplear las herramientas matemáticas para resolver el problema.

Microajustar: Hacer pequeños y continuos ajustes durante la enseñanza, guiados por la propia observación de las respuestas de los estudiantes.

Nociones básicas matemáticas: Es el contenido de la numerización que incluye las palabras numéricas y numerales en secuencias, reconocimiento e identificación y el conteo y la agrupación para el uso de las cuatro operaciones aritméticas.

Numeral: Símbolo utilizado para representar un número; por ejemplo: el número de niños en una clase podría estar representado por el número 30. Representación escrita del número.

Número: Es la representación de la cantidad de elementos de una colección. Distinguímos entre el número 24, esto es, el concepto, la palabra numérica pronunciada o escuchada “veinticuatro”, la cifra “24” y la palabra numérica leída o escrita “veinticuatro”. Estas distinciones son importantes para entender las primeras estrategias numéricas de los niños.

Numerización: Neologismo formado por la contracción y simbiosis de las palabras: “número” y “alfabetización”. De acuerdo al informe Cockcroft: “sentirse a gusto” con los número y ser capaz de utilizar las habilidades matemáticas que permiten a una persona hacer frente a las necesidades matemáticas prácticas de la vida diaria, [...] ser capaz de captar y entender la información que se presenta en términos matemáticos, por ejemplo en gráficas, diagramas y cuadros, o mediante referencias a incrementos o decrementos porcentuales [...] Una persona numerizada debería poder captar y comprender algunas de las maneras de utilizar las matemáticas como medio de comunicación.

Numerización temprana: Al hablar de “numerización temprana” nos referimos no sólo a la edad de los niños, aproximadamente de 0 a 6 años, sino también a las primeras nociones matemáticas, el inicio de la clasificación y ordenación, el conteo, la identificación y el reconocimiento de cifras y pequeños cálculos mentales de suma y resta.

Orden constante (ordinalidad): Consiste en respetar el orden establecido de la secuencia numérica oral, esto es: *uno, dos, tres, cuatro...* sin omitir ni repetir ninguna de las palabras numéricas.

Palabra numérica: Las palabras numéricas son nombres o palabras que designan número. En numerización temprana, el término “palabra numérica” se refiere en casi todos los casos a los nombres pronunciados o escuchados de los números, más que a los nombres leídos o escritos.

Parte-parte todo: Habilidad de concebir simultáneamente el todo y dos partes. Por ejemplo, concebir el 10 y también las partes 6 y 4. Esto es característicos de

los niños que han progresado más allá de la dependencia de contar por unidades para sumar y restar.

Partición: Maneras en que un número puede expresarse como suma de dos números; por ejemplo, las particiones de 6 son: 1 y 5, 2 y 4, 3 y 3, 4 y 2, y 5 y 1.

Problema: En matemáticas, una situación que consiste en algunos datos y una meta: es un problema para un individuo si el camino de los datos hacia la meta no es obvio inmediatamente.

Problema de texto: Situaciones que se plantean de manera narrada. También se encuentran como problemas de contexto.

Reconocimiento de numerales: Selección de un numeral nombrado de entre un grupo de numerales dispuestos al azar.

Representación numérica: Significado que adquiere el número de acuerdo a una función específica que tiene en la vida cotidiana.

Resultados conocidos: Así hemos traducido la expresión *number facts*. Se refiere a la automatización de ciertas relaciones numéricas y operaciones guardadas en la memoria a largo plazo, y que puede recuperarse rápidamente y sin error. Este dominio es importante porque facilita la adquisición de habilidades matemáticas más complejas. Los niños intentarán recuperar directamente los resultados conocidos desde la memoria a largo plazo ya que es el procedimiento más eficiente y rápido. Como una traducción directa del inglés, también se les ha llamado “hechos numéricos” “datos numéricos”.

Revisitar: Plantear una tarea igual o similar casi o inmediatamente después de haberla preguntado por primera vez.

Salto (estrategia de): Categoría de estrategias mentales para suma y resta de 2 dígitos. Las estrategias de esta categoría consisten en comenzar en un número y aumentar o disminuir ese número por decenas o unidades.

Secuencia de cifras: Secuencia de cifras ordenadas de forma regular, por lo general, si bien no necesariamente, una secuencia hacia delante, por unidades. Por ejemplo: la secuencia de 1 a 20, la secuencia de 81 a 93, la secuencia por decenas desde 24.

Secuenciación de la enseñanza: Actividad reflexiva para planear la enseñanza. Requiere pensar qué actividades y contenidos necesitan los alumnos para adquirir un conocimiento que se considera superior o más refinado.

Separación (estrategia de): Categoría de estrategias mentales para suma y resta de 2 dígitos. Las estrategias de esta categoría consisten en comenzar en un número y aumentar o disminuir ese número por decenas o unidades.

Situación: Problema particular en el que la relación entre los elementos adquiere un sentido específico que debe ser analizado para su resolución. Por ejemplo, en la adición se puede encontrar la suma de agregar, de aumentar o el sumando faltante. También se refiere al contexto, relacionado con hechos reales, mediante el cual se plantea una problemática.

Situación base: Estado de un niño con respecto a los conocimientos matemáticos que ha adquirido en su vida social cotidiana, fuera de la escolarización.

SPNAD: Secuencia de Palabras Numéricas hacia Delante.

SPNAT: Secuencia de Palabras Numéricas hacia Atrás.

Subitización: Es la aprehensión perceptual directa de la numerosidad de un grupo.

Tarea: Designación genérica de los problemas o preguntas que se plantea a un niño.

Traslado: Consiste en utilizar un resultado conocido en una tarea con un nivel más alto de dificultad. Existen traslados a intervalos numéricos más grandes, a situaciones nuevas o a problemas de texto.

Unidad compuesta abstracta: Cuando el niño sabe que seis representa un seis y seis unos. El niño puede pensar uno y otro según lo que sea relevante en el contexto de la tarea en la que está trabajando.

Valor de posición: En un número, indica el valor que un dígito representa en ese número.

Velar: Técnica que se usa en la presentación de tareas de enseñanza, que conlleva colocar una pantalla pequeña o una cubierta sobre todo o parte del entorno de enseñanza (por ejemplo, velar una colección de 6 manojos de palitos). En la fundación lo asociamos con conjunto o colección velada o develada.

REFERENCIAS

BIBLIOGRAFÍA

- Daniels, Harry. *Vygotsky y la pedagogía*, México, Paidós, 2003, 272p.
- Frabboni, Franco y Franca Pinto Minerva. *Introducción a la pedagogía general*, Siglo XXI, México, 2007, 369p.
- Ginzburg, Carlo. "Morelli, Freud y Sherlock Holmes: indicios y método científico". En Umberto ECO (comp.), *El signo de los tres*, España, Lumen, 1989, pp. 116-163.
- Haylock, Derek y Anne Cockburn. *Comprender y enseñar matemáticas. Una guía para maestros de preescolar y grados inferiores de primaria* Trad. Roberto Markarian y Nelson Möller, México, Correo del maestro/La Vasija, 2009, 328p.
- Haylock, Derek. *Matemáticas explicadas para maestros de primaria* Trad. Roberto Markarian y Nelson Möller, México, Correo del maestro/La Vasija, 2010, 502p.
- Nunes, Terezinha y Peter Bryant. *Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño*, 6 ed., México, SigloXXI, 2003, 306 p.
- OCDE. *Mejorar las escuelas. Estrategias para la acción en México*, México, OECD Publishing, 2010, 196p.
- OCDE. *Proyecto PISA. La medida de los conocimientos y destrezas de los alumnos. Un nuevo marco de evaluación*, OCDE/INCE/Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, España, 2000, 127p.
- OCDE. *Sistemas fuertes y reformadores exitosos en la educación. Lecciones PISA para México*, OECD Publishing, México, 2010, 71p.
- Van den Heuvel-Panhuizen, Marja (coord.) *Los niños aprenden matemáticas. Una trayectoria de aprendizaje-enseñanza con objetivos intermedios para el cálculo con números naturales en la escuela primaria*, Trad. de Fernanda Gallego y Betina Zolkower, México, Correo del maestro/La Vasija, 2010, 439p.
- Wright, Robert *et. al. Enseñar el número a los niños de 4 a 8 años*, Trad. Héctor Escalona, México, Correo del maestro/La Vasija, 2009, 400p.

Wright, Robert *et. al.* *Enseñar el número. Ayudar a que los niños avancen en sus habilidades y estrategias*, Trad. de Héctor Escalona, México, Correo del maestro/La Vasija, 2009, 423p.

Wright Robert J., Ellemor-Collins D., Tabor P. D.; *Developing Number Knowledge. Assessment, Teaching & Intervention with 7 - 11 Years Old*; Sage Publications Ltd., London, 2012, 284p.

HEMEROGRAFÍA

Ferrari, Virginia. “Los niños y los números. Cómo podemos ayudar” *Correo del maestro. Revista para profesores de educación básica*, número 143, año 12, México, Uribe y Ferrari editores, abril, 2008, pp. 5-9.

Ferrari, Virginia. “Inicios del conteo. Los niños y los números” *Correo del maestro. Revista para profesores de educación básica*, número 145, año 13, México, Correo del maestro, junio, 2008, pp. 5-16.

Markarian, Roberto. “Acerca de la numerización” *Correo del maestro. Revista para profesores de educación básica*, número. 147, año 13, México, Correo del maestro, agosto , 2008, p. 40-45.

Van den Heuvel-Panhuizen, Marja. “Educación matemática en los Países Bajos: Un recorrido guiado” *Correo del maestro. Revista para profesores de educación básica* Trad. Héctor Escalona, número 149, año 13, México, Correo del maestro, octubre, 2008, p. 23-55.

SOPORTE ELECTRÓNICO

Fundación Educación, voces y vuelos [documento Power Point] México, 2012.

SEP [en línea] <http://www.sep.gob.mx/es/sep1/ESTADISTICA_EDUCATIVA> [Consulta: 24 de agosto de 2012].

SEP [en línea]. <http://www.pisa.sep.gob.mx/pisa_matematicasa.html> [Consulta: 24 de agosto de 2012].

SEP [en línea]. *Resultados Prueba ENLACE 2011 Básica y Media Superior.* <http://www.pisa.sep.gob.mx/pisa_matematicasa.html> [Consulta: 24 de agosto de 2012].

