



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Instituto de Astronomía (Ensenada)

EL PAPEL DE LA INESTABILIDAD DE DOS HACES EN EL  
TRANSPORTE DE MOMENTO ENTRE EL VIENTO SOLAR Y  
PLASMA DE ORIGEN PLANETARIO EN LA IONOFUNDA DE VENUS  
Y MARTE: REGIMEN LINEAL

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS (ASTRONOMÍA)

PRESENTA  
DULCE MARIA TREJO ROLÓN

TUTOR  
DR. MAURICIO REYES RUIZ, INSTITUTO DE ASTRONOMÍA, UNAM

Ensenada, Baja California. Noviembre 2014



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

---

# Resumen

En el presente trabajo estudiamos el desarrollo lineal de la inestabilidad de dos haces en la interacción de un plasma de iones pesados estacionarios, con un flujo de plasma de  $H^+$ . Este estudio es un paso encaminado a entender el comportamiento colisional que participa en la interacción del viento solar con la envolvente de plasma de obstáculos no magnéticos, como lo son Venus, Marte o cometas. Basándonos en el tratamiento de un sistema con cuatro fluidos, derivamos una relación de dispersión para la inestabilidad así como sus eigenvalores para los modos de mayor crecimiento, que son determinados para entender el desarrollo de la inestabilidad como una función de los parámetros de configuración: velocidad relativa, densidades del plasma y masa de los iones. Analizamos la aceleración de la población de iones pesados como un resultado de la interacción y discutimos el significado de estos resultados para entender la aceleración de los iones  $O^+$  ionosféricos de Venus, como consecuencia de su interacción con el plasma del viento solar. Los resultados presentados en este trabajo son también relevantes en otros escenarios astrofísicos que involucran la interacción entre plasmas no colisionales, como sucede en la interacción de vientos estelares con condensaciones del medio interestelar (ISM).

---

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>2</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>10</b>
1.1. El Sol . . . . .	11
1.1.1. Interior solar . . . . .	12
1.1.2. Atmósfera solar . . . . .	14
1.2. Viento solar y su interacción con cuerpos del sistema solar . . . . .	18
1.2.1. Naturaleza del obstáculo . . . . .	19
1.2.2. Tipos de interacción . . . . .	20
1.3. Ionosferas planetarias: Tierra, Venus y Marte . . . . .	27
1.3.1. Venus . . . . .	28
1.3.2. Marte . . . . .	31
1.3.3. Transporte de momento del viento solar a la ionosfera de Venus y Marte . . . . .	34
1.4. Modelos de interacción tipo viento solar versus Venus . . . . .	36
1.4.1. Modelos de dinámica de gases . . . . .	37
1.4.2. Modelos Magnetohidrodinámicos . . . . .	39
1.4.3. Modelos cinéticos . . . . .	40
1.4.4. Modelo Viscoso . . . . .	40
<b>2. Inestabilidad de dos haces</b>	<b>46</b>
2.1. Estudios previos . . . . .	46
2.2. Inestabilidad de dos haces . . . . .	47
2.2.1. Inestabilidad de dos haces: dos especies . . . . .	47

---

2.2.2. Condición de Inestabilidad . . . . .	55
2.3. Objetivo . . . . .	58
<b>3. Inestabilidad de dos haces: cuatro especies</b>	<b>61</b>
3.1. Naturaleza del problema . . . . .	61
3.2. Métodos analíticos . . . . .	62
3.3. Desarrollo lineal . . . . .	63
3.4. Normalización . . . . .	69
<b>4. Solución numérica</b>	<b>72</b>
4.1. Código en IDL . . . . .	73
<b>5. Resultados y discusiones</b>	<b>81</b>
5.1. Caso general . . . . .	82
5.2. Transferencia de momento . . . . .	83
<b>6. Conclusiones y trabajo a futuro</b>	<b>89</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>91</b>

---

# Índice de figuras

1.1. Interacción entre Venus y el viento solar [19]. . . . .	11
1.2. Zonas del interior solar y la atmósfera. 1. Núcleo 2. Zona radiativa. 3. Zona convectiva. 4. Atmósfera. [24]. . . . .	13
1.3. Densidad temperatura y luminosidad versus masa total encerrada en una distancia radial $r$ relativa a la masa solar en el interior del Sol. Esta gráfica se basa en el modelo teórico de Bahacall y Ulrich (1988) [4]. . . . .	14
1.4. Uno de los <i>sunspots</i> mas grandes de los últimos nueve años, nombrado AR1944, fue visto a principios de enero del 2014 y capturado por el Observatorio de Dinámica Solar de la NASA. Una imagen de la Tierra fue agregada como escala [26]. . . . .	15
1.5. Eclipse total de Sol [44]. . . . .	16
1.6. Variación de la temperatura (línea sólida) y densidad (línea punteada) con respecto a la altura en la atmósfera solar. La altura $h=0$ ocurre en el nivel de unidad profundidad óptica para radiación visible [45]. . . . .	17
1.7. Aurora boreal captada en Islandia [12]. . . . .	18
1.8. Información básica sobre los planetas y algunos otros cuerpos del sistema solar. El dipolo magnético indica si la interacción es con la magnetosfera ( $\mu$ grande) o con la ionosfera ( $\mu \ll 1$ ) [14]. . . . .	19
1.9. Dibujo esquemático de las líneas de campo magnético en la vecindad de la Luna. La perturbación magnética se propaga a lo largo de la zona sombreada a la velocidad de Alfvén, formando un ángulo $\theta_B$ con respecto a la dirección del viento solar [14]. . . . .	21

1.10. Dibujo esquemático de la estela de plasma que se forma en la Luna. El viento solar es absorbido en la zona de incidencia y el flujo tiende a fluir detrás en la región de la estela aproximadamente a la velocidad del sonido. $\theta_p$ es el ángulo formado del flujo interno a la estela de plasma [14]. . . . .	21
1.11. Interacción del viento solar con la magnetosfera terrestre [25]. . . . .	22
1.12. Envoltente de plasma de un Cometa [20]. . . . .	23
1.13. Mediciones del campo magnético y densidad de electrones en la ionosfera de Venus al cruzar la ionopausa, en tres de las órbitas del PVO [34]. . . . .	25
1.14. Diagrama esquemático de los componentes del plasma de la ionosfera de Venus, detectados por los instrumentos del PVO spacecraft. Se observa de la figura el arco de choque, nubes de plasma o regiones de plasma ionosférico que se cruzan a través de estructuras o filamentos que se extienden con la corriente. Al mismo tiempo en la zona de noche de Venus hay regiones con una deficiencia de densidad de plasma los <i>hoyos ionosféricos</i> [8]. . . . .	26
1.15. Imagen en ultravioleta de las nubes de Venus tomada por el PVO [31].	29
1.16. Densidad de iones en función de la altura para el lado de día de la ionosfera de Venus [9]. . . . .	30
1.17. Perfil de densidad de electrones del lado de día de la ionosfera de Marte realizado por el método de ocultación del Mars Express [27]. . . . .	32
1.18. Impresión artística del Mars Express Spacecraft en órbita [21]. . . . .	33
1.19. Velocidad térmica, densidad y velocidad del viento solar medidas con la nave Mariner 5. Panel de Abajo; la trayectoria proyectada en coordenadas cilíndricas [10]. . . . .	34
1.20. Vectores de velocidad promedio de $O^+$ medidas por el PVO en la ionosfera superior de Venus [22]. . . . .	35

1.21. Los valores de velocidad de las partículas ionosféricas que se mueven a lo largo de la zona terminator a unos 400 km de altura. La curva punteada se desarrollo con el modelo de Singhal y Whitten (1987) y los datos observacionales son valores promedio (se recolectaron con el experimento ORPA del PVO), las barras de error muestran la desviación estándar [22]. . . . .	36
1.22. Trayectoria de iones <i>pick-up</i> de oxígeno ( $O^+$ ) usando un modelo cinético dentro de un campo eléctrico convectivo [7]. . . . .	41
1.23. Velocidad y temperatura de iones al cruzar la ionofunda de Venus medidos por el Venera 10 en 1976. Se observa la disminución de velocidad cerca de 0200 MT y coincide con la discontinuidad del perfil de temperatura [33]. . . . .	43
2.1. Función $F(x, y)$ cuando el plasma es estable. . . . .	56
2.2. Función $F(x, y)$ cuando el plasma es inestable. . . . .	56
4.1. Matriz hecha en Wolfram Mathematica. . . . .	72
4.2. Ecuaciones a resolver. . . . .	73
4.3. Polinomio resultante. . . . .	73
5.1. Raíces imaginarias de la relación de dispersión de dos especies, variando la velocidad inicial del viento solar. . . . .	83
5.2. Raíces imaginarias de la relación de dispersión de nuestro problema de 4 especies, reducido al de dos especies, variando la velocidad inicial del viento solar. . . . .	84
5.3. Raíces imaginarias de la relación de dispersión de nuestro problema de 4 especies variando la velocidad inicial del viento solar. . . . .	85
5.4. Raíces imaginarias de la relación de dispersión de nuestro problema de 4 especies variando la densidad inicial del viento solar. . . . .	86



---

# Índice de cuadros

1.1. Propiedades del Sol [14]	12
1.2. Componentes químicos del Sol [1]	12
1.3. Características de Venus [41]	28
2.1. Símbolos	48
3.1. Variables para viento solar	62
3.2. Variables para la ionosfera	62



---

# Capítulo 1

## Introducción

Debido a que Venus no posee un campo magnético intrínseco significativo, su ionosfera está expuesta directamente al viento solar. La interacción toma lugar en una amplia zona envolvente de la zona de día de su ionosfera, conocida como manto o ionofunda (Figura 1.1), donde el plasma del viento solar y el plasma de origen planetario interactúan dinámicamente de manera sorprendente. Como resultado de la interacción de estas dos poblaciones de plasma, se desarrollan inestabilidades que dan lugar a turbulencia, procesos que aun no son bien entendidos a pesar de haberse estado estudiando durante los últimos 50 años. Se han enviado varias sondas espaciales a orbitar e incluso a aterrizar al planeta, siendo las principales el Pioneer Venus Orbiter (PVO) y el Venus Express (VEX), que han hecho una gran cantidad de mediciones *in situ* y han arrojado piezas importantes para responder a las incógnitas que han surgido sobre la dinámica de plasmas en esta interacción. Una clave esencial que se ha encontrado en este problema es que el efecto neto de los fenómenos de tipo turbulento en los plasmas no colisionales en estos ambientes se pueden modelar como si se tratara de un fluido de tipo viscoso. Esto ha dado pie al desarrollo de un nuevo modelo que entra en controversia con el modelo estándar. En el que tradicionalmente la magnetohidrodinámica y la teoría cinética han sido las herramientas esenciales para explorar teóricamente la interacción de plasma del viento solar con la ionosfera de Venus y de Marte.

A continuación describimos brevemente el origen y las propiedades de cada una

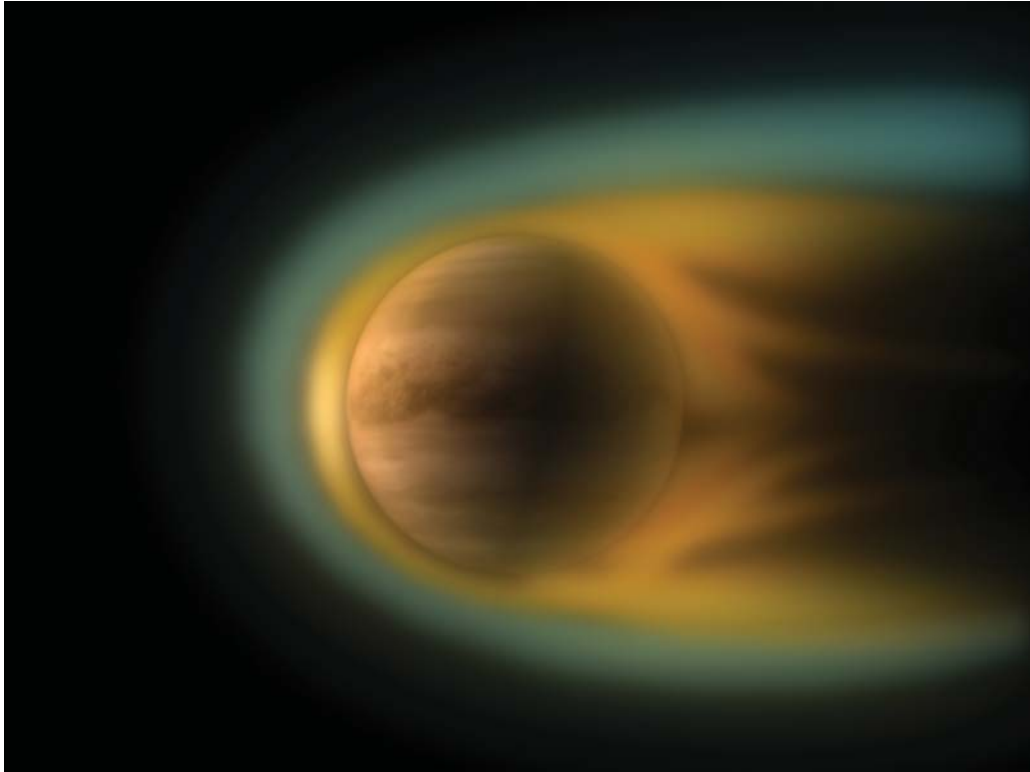


Figura 1.1: Interacción entre Venus y el viento solar [19].

de las componentes que participan en este tipo de interacción.

## 1.1. El Sol

El Sol es la mayor fuente de energía de nuestro sistema solar, su radiación calienta nuestra atmósfera y provee la cantidad de luz necesaria para propiciar vida como la conocemos aquí en la Tierra. La radiación ultravioleta extrema que emite es responsable de la creación de ionosferas planetarias, por medio de la fotoionización de átomos y moléculas en la atmósfera superior de los planetas. La tabla 1.1 muestra algunas de sus propiedades.

Desde la Tierra al observar el Sol, solo vemos hasta una profundidad en la cual el medio es ópticamente grueso, esta región se denomina fotosfera, tiene una temperatura de  $5800^{\circ}\text{K}$ , contiene también zonas más frías, las manchas solares con temperaturas de  $4000^{\circ}\text{K}$ . El Sol se puede ver como una esfera dividida en capas concéntricas

Tabla 1.1: Propiedades del Sol [14]

Radio	$R_{\odot} = 6.96 \times 10^{10}$ cm
Masa	$M_{\odot} = 1.99 \times 10^{33}$ g
Densidad de masa promedio	$\langle \rho_{\odot} \rangle = 1.41 \times 10^3$ g/cm <sup>3</sup>
Luminosidad	$L_{\odot} = 3.90 \times 10^{33}$ erg/s

comunmente estructuradas en las regiones del interior solar y la atmósfera solar.

### 1.1.1. Interior solar

Tabla 1.2: Componentes químicos del Sol [1]

Componente químico	Símbolo	Fracción por masa
Hidrógeno	H	92.1
Helio	He	7.8
Oxígeno	O	0.061
Carbono	C	0.03
Nitrógeno	N	0.0084
Neón	Ne	0.0076
Hierro	Fe	0.0037
Silicio	Si	0.0031
Magnesio	Mg	0.0024
Azufre	S	0.0015
Otros		0.0015

El interior solar consta de cuatro zonas que se muestran en la Figura 1.2, y que se describen a continuación.

- **Núcleo.** Es la zona del Sol donde se produce la fusión nuclear debido a las altas temperaturas ( $1.5 \times 10^7$  °K), generando prácticamente toda la energía del Sol (luminosidad solar). Tiene un radio de aproximadamente  $0.25 R_{\odot}$  medido desde el centro del Sol. La mitad de la masa solar es contenida en el núcleo.

- **Zona radiativa.** La energía producida por las reacciones nucleares en el núcleo transportan energía luminosa. Como parte de este proceso, los fotones viajan en una caminata aleatoria que puede durar unos 100,000 años debido a que éstos fotones son

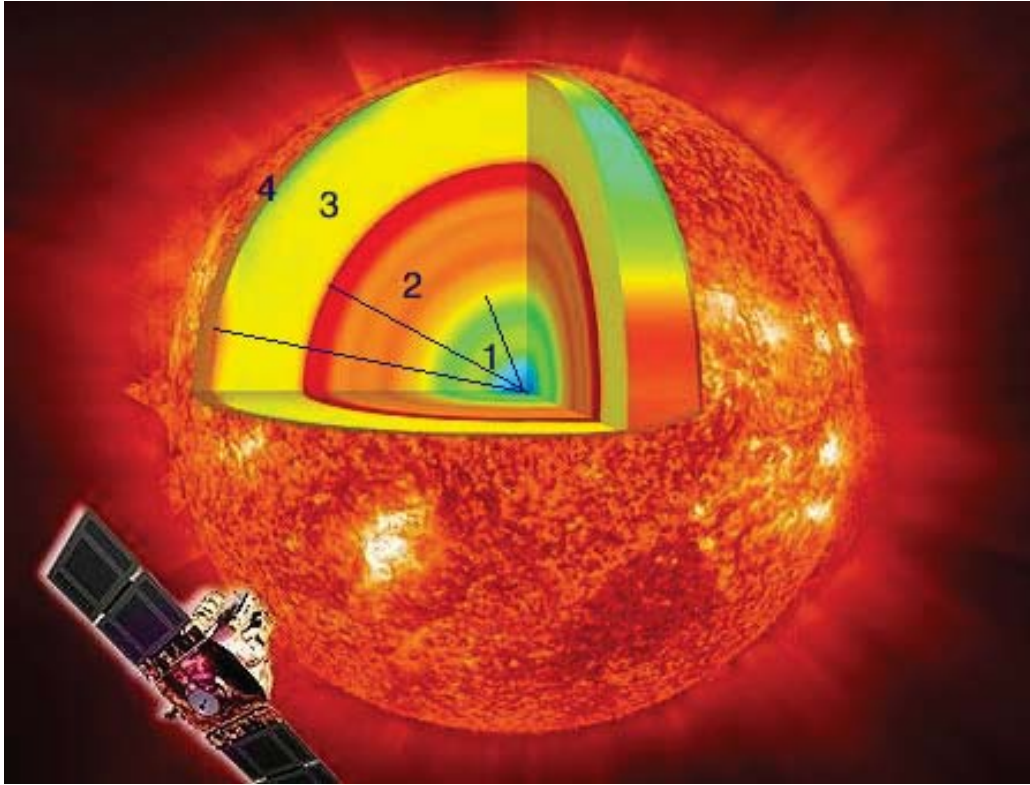


Figura 1.2: Zonas del interior solar y la atmósfera. 1. Núcleo 2. Zona radiativa. 3. Zona convectiva. 4. Atmósfera. [24].

absorbidos continuamente y reemitidos en otra dirección distinta a la que tenían. Se encuentra a partir de  $0.25 R_{\odot}$  hasta  $0.7 R_{\odot}$  aproximadamente, tiene una temperatura de  $10^5$  °K.

- **Zona convectiva.** En esta zona se produce el fenómeno de la convección, es decir, columnas de gas caliente ascienden hasta la superficie, se enfrían y vuelven a descender. Tiene una extensión de  $0.3 R_{\odot}$  aproximadamente.

- **Atmósfera.** Esta es la región del que puede ser observada desde el exterior del Sol, es la zona en el cual la energía generada en las profundidades del Sol finalmente es radiada al espacio. Una pequeña cantidad de energía producida en la atmósfera se pierde en forma de energía cinética de las partículas, dando lugar al viento solar y los rayos cósmicos solares. La atmósfera está dividida en cuatro regiones, *la fotosfera*, *la cromosfera*, *la región de transición* y *la corona*. Estas se describen más en detalle

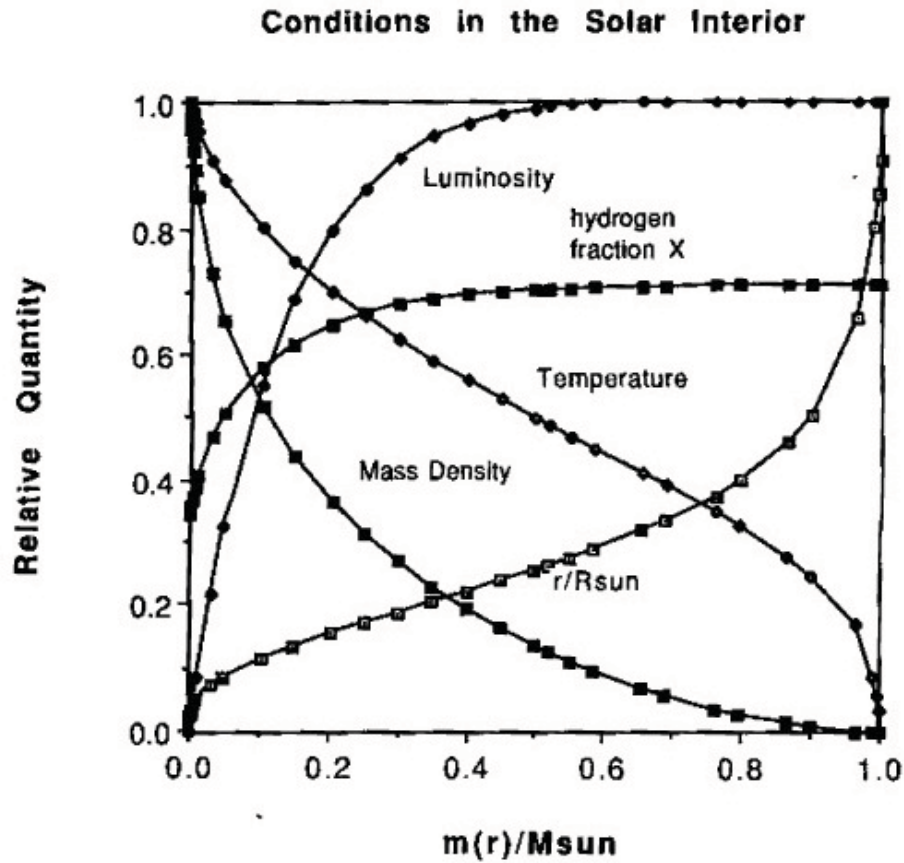


Figura 1.3: Densidad temperatura y luminosidad versus masa total encerrada en una distancia radial  $r$  relativa a la masa solar en el interior del Sol. Esta gráfica se basa en el modelo teórico de Bahacall y Ulrich (1988) [4].

a continuación.

La tabla 1.2 muestra los porcentajes de la composición química general del Sol.

### 1.1.2. Atmósfera solar

La temperatura y densidad de la atmósfera varia de acuerdo a la gráfica mostrada en la figura 1.6. La estructura de la atmósfera solar se divide en las siguientes cuatro regiones.

- **Fotosfera.** Es una capa delgada de 500 km aproximadamente, es la parte

visible del Sol, su superficie. Desde aquí se irradia luz y calor al espacio. La mayoría de esta radiación es emisión térmica de cuerpo negro. La temperatura es de  $5800^{\circ}\text{K}$ . Además de las manchas oscuras (conocidas como *sunspots*), en la fotosfera aparecen las fáculas que son regiones brillantes alrededor de las manchas, con una temperatura superior a la normal de la fotosfera. Estas estructuras están relacionadas con el campo magnético del Sol. El gas emitido es mayormente neutro con una fracción ionizada (razón de densidad de electrones,  $n_e$ , con densidad de partículas neutras,  $n_n$ ) de  $n_e/n_n \approx 10^{-4}$ .

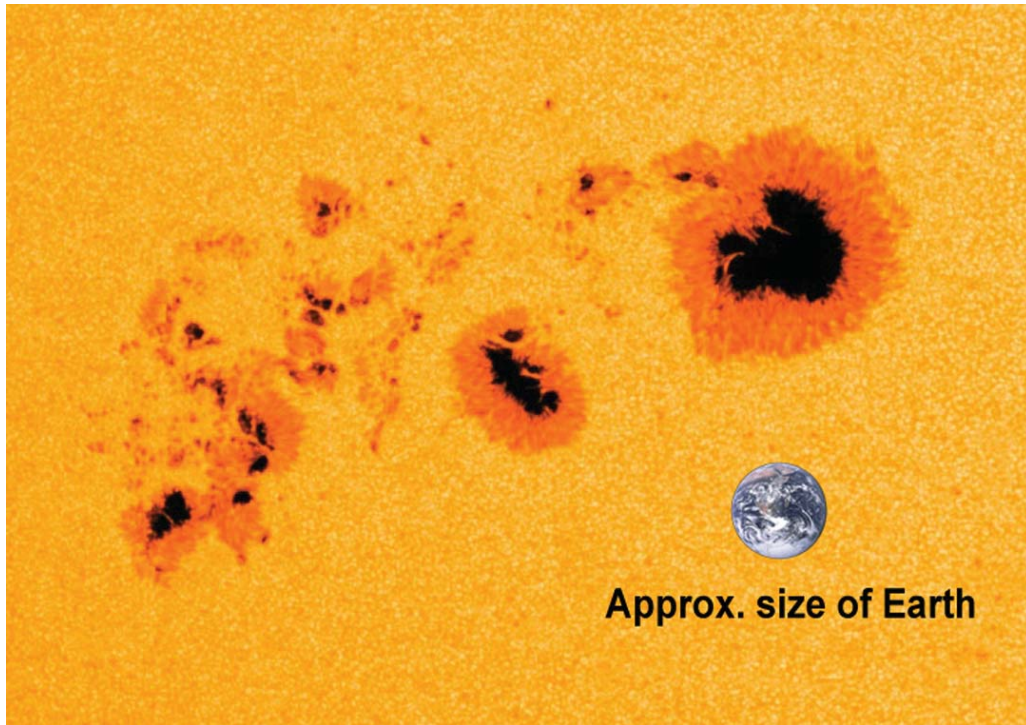


Figura 1.4: Uno de los *sunspots* mas grandes de los últimos nueve años, nombrado AR1944, fue visto a principios de enero del 2014 y capturado por el Observatorio de Dinámica Solar de la NASA. Una imagen de la Tierra fue agregada como escala [26].

- **Cromosfera.** Se extiende desde la fotosfera y tiene un grosor de 2000-3000 km. Su temperatura es de  $4300^{\circ}\text{K}$  en el fondo y luego se incrementa a  $10^4^{\circ}\text{K}$  en la parte superior. El gas de la cromosfera es mayormente transparente a la radiación en el visible (continuo) pero es ópticamente grueso en ciertas líneas espectrales de



transición, como lo son  $H\alpha$  y líneas en el espectro UV (a longitudes de onda entre 0.1 y 0.3  $\mu\text{m}$ ) de especies como CIV, SiIII y OV, donde se usa la nomenclatura convencional en la que CIV denota  $C^{+++}$ , CI significa carbono neutro, CII significa  $C^+$ , etc.



Figura 1.5: Eclipse total de Sol [44].

- **Región de transición.** Se extiende aproximadamente unos 15,000 km sobre la cromosfera. La temperatura se incrementa desde el fondo de  $10^4\text{K}$  a  $10^6\text{K}$  en la parte superior.

- **Corona solar.** Es la región superior de la atmósfera solar, se extiende varios radios solares fuera del Sol donde gradualmente se vuelve viento solar y eventualmente el medio interplanetario. La corona es la fuente del viento solar es aquí donde el plasma se acelera a velocidades superiores a la velocidad de escape. Su temperatura es de 1-2 millones de  $^{\circ}\text{K}$ . Solo puede ser observada en luz visible durante un eclipse total de Sol (ver Figura 1.5), cuando la luz intensa de la fotosfera es bloqueada. El gas coronal es totalmente ionizado, emite radiación principalmente en la forma de líneas de emisión de especies altamente ionizadas, por ejemplo FeXVI, SiX, HeII. Esta radiación emitida es en el ultravioleta extremo (EUV) y rayos X (longitudes de onda menores a 0.1  $\mu\text{m}$ ). La radiación EUV tiene suficiente energía para ionizar

átomos y moléculas tales como las que encontramos en la atmósfera superior de la Tierra, Venus y Marte, esto es responsable de la existencia de plasma parcialmente ionizado encontrado en ionosferas planetarias.

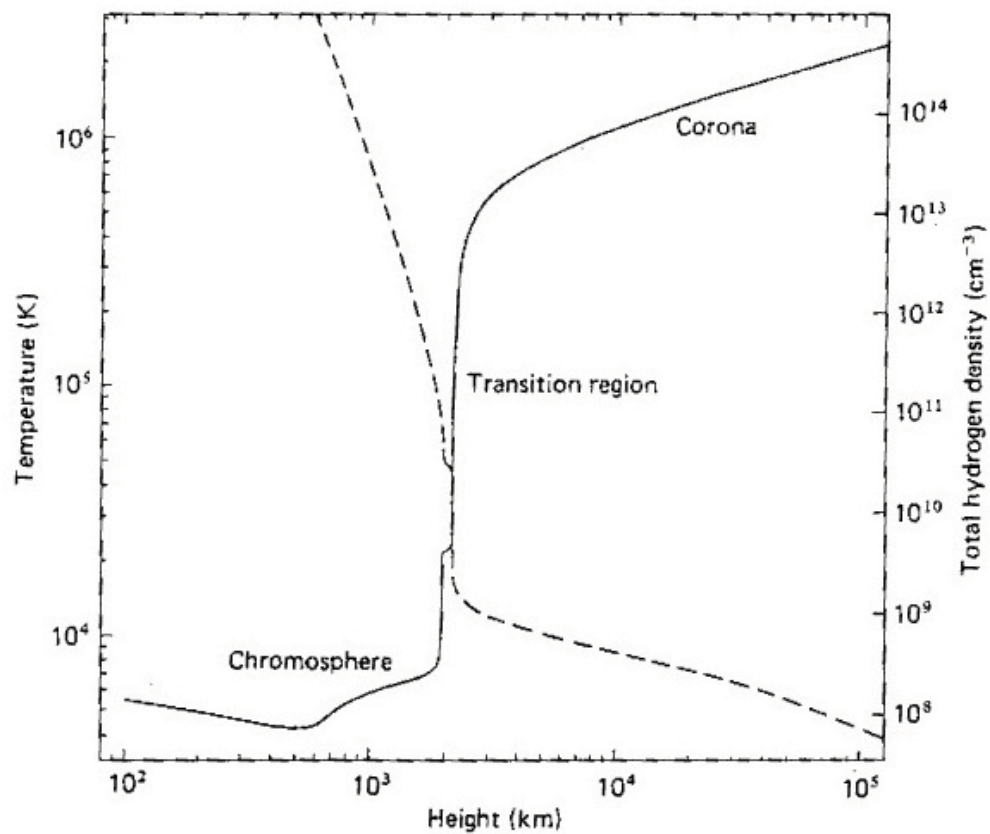


Figura 1.6: Variación de la temperatura (línea sólida) y densidad (línea punteada) con respecto a la altura en la atmósfera solar. La altura  $h=0$  ocurre en el nivel de unidad profundidad óptica para radiación visible [45].

## 1.2. Viento solar y su interacción con cuerpos del sistema solar

El viento solar consiste principalmente de protones y electrones fluyendo supersónicamente y super-Alfvénicamente hacia las afueras del Sol a cientos de kilómetros por segundo. Los procesos que dan lugar a este flujo son similares a los que ocurren en la teoría de dinámica de fluidos de una tobera de Laval. La interacción del viento solar con cada uno de los planetas es única, pero se puede explicar de una forma general si entendemos los procesos que se involucran.



Figura 1.7: Aurora boreal captada en Islandia [12].

Una consecuencia sorprendente y bella de la existencia de la magnetosfera en la Tierra son las auroras polares (1.7). Este fenómeno ocurre cuando las partículas cargadas del viento solar penetran en grandes cantidades en la magnetosfera. Estas partículas viajan a través de las líneas de campo de la magnetosfera hacia los polos magnéticos, donde chocan con los iones y átomos de las partes más altas de la

atmósfera produciendo un resplandor de luz difusa pero prominente en la ionosfera terrestre.

### 1.2.1. Naturaleza del obstáculo

La manera en la cual el viento solar interactúa con los objetos en el sistema solar, depende de ciertas características, estas incluyen la distancia heliocéntrica ( $r$ ), su tamaño, si tiene o no una atmósfera y ionosfera, y la intensidad de su campo magnético intrínseco. La densidad del viento solar (y la presión dinámica del viento solar), aproximadamente decrece inversamente con el cuadrado de su distancia heliocéntrica,  $n_e \propto 1/r^2$ , esto afecta enormemente como interactúa el viento solar con el objeto. Un campo magnético intrínseco puede actuar como un obstáculo al flujo del viento solar. El momento del dipolo magnético es una buena forma de cuantificar la intensidad de campo magnético del objeto (ver tabla 1.8).

Planet	Length of year	Period of rotation (days)	Magnetic dipole moment relative to Earth	Surface pressure of atm. (bars)
Mercury	58.6 days	58.6	$3.8 \times 10^{-4}$	$\approx 10^{-14}$
Venus	224.7 days	-243	$< 5 \times 10^{-5}$	80
Earth	365.3 days	1	1.0 <sup>c</sup>	1
Mars	687.0 days	1.03	$< 2 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-3}$
Jupiter	11.86 yr.	0.41	$1.9 \times 10^4$	0.3 <sup>b</sup>
Saturn	29.45 yr.	0.43	$6.0 \times 10^2$	0.5 <sup>b</sup>
Uranus	84.01 yr.	0.72	$4.9 \times 10^1$	0.3 <sup>b</sup>
Neptune	164.79 yr.	0.66	$2.5 \times 10^1$	0.3 <sup>b</sup>
Pluto	248 yr.	6.39	$< 7 \times 10^{-4}$	$1.6 \times 10^{-4}$
Io	—	0.77 <sup>a</sup>	$\sim 0$	
Titan	—	15.9 <sup>a</sup>	$\sim 0$	1.5
Comets	—	$\approx 1$	$\sim 0$	$\approx 10^{-7}$

<sup>a</sup>Sidereal period.

<sup>b</sup>Cloud tops.

<sup>c</sup>Earth's magnetic dipole moment is  $7.9 \times 10^{15} \text{ T m}^3$ .

Figura 1.8: Información básica sobre los planetas y algunos otros cuerpos del sistema solar. El dipolo magnético indica si la interacción es con la magnetosfera ( $\mu$  grande) o con la ionosfera ( $\mu \ll 1$ ) [14].

Los planetas que carecen de campo magnético como lo son Venus y Marte, y otros cuerpos del sistema solar como los cometas, tienen ionosferas que interactúan

mayormente con el viento solar de manera que se producen fenómenos de turbulencia y viscosidad que no son tan importantes en el planeta Tierra y que aun no son bien entendidos. La teoría de la inestabilidad de dos haces que estudiamos en este trabajo ofrece una herramienta para el entendimiento de dichos fenómenos.

### 1.2.2. Tipos de interacción

Los tipos de interacción del viento solar con cuerpos del sistema solar se desglosan de la siguiente manera:

#### *Tipo lunar*

La Luna de la Tierra no posee campo magnético intrínseco y tampoco posee atmósfera, por lo tanto el viento solar impacta la superficie lunar y este flujo plasmático es absorbido, por la carencia de atmósfera no existe suficiente presión para formar un frente de choque. Los núcleos inactivos de cometas, asteroides y algunos satélites de planetas por ejemplo Phobos (luna de Marte) tienen este tipo de interacción. Por estas características que mencionamos, la luna de la tierra se ve ante el viento solar como un conductor eléctrico débil.

El plasma del viento solar es absorbido en la superficie lunar, pero las líneas de campo magnético fácilmente pasan alrededor de la Luna. El tiempo de transporte del paso del IMF en la Luna es equivalente al radio lunar dividido entre la velocidad del viento solar, esto es:  $\tau_{trans} = R_{moon}/u_{sw} \approx 10$  s. El IMF que incide en la Luna no sigue la dirección del flujo de plasma, que es absorbido por la superficie creando una estela de plasma (*plasma wake*). Las Figuras 1.9 y 1.10 muestran la estructura de la estela de plasma lunar.

#### *Tipo terrestre*

El núcleo externo de la Tierra es un fluido que rota constantemente, se puede ver como un conductor eléctrico que produce un campo magnético que se asemeja a un campo dipolar en regiones externas de la Tierra, abarcando distancias radiales de varios radios terrestres. Este campo magnético intrínseco es una barrera casi impenetrable para el viento solar. Esta región es llamada *magnetosfera*. A consecuencia

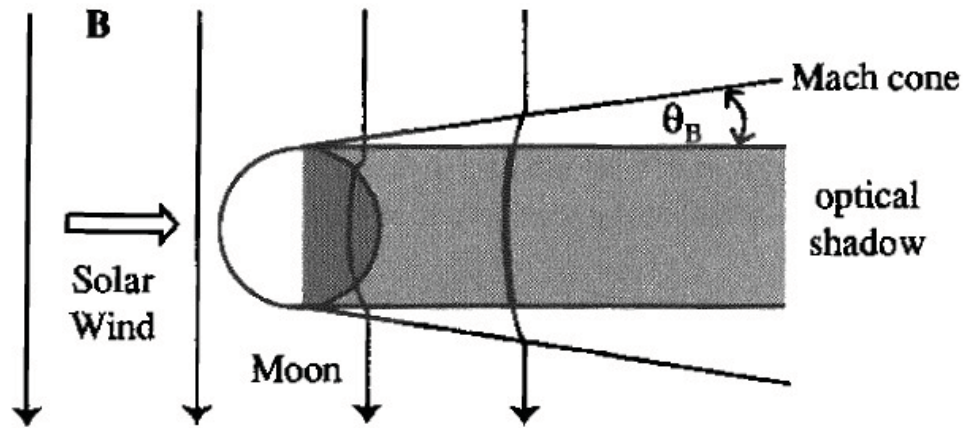


Figura 1.9: Dibujo esquemático de las líneas de campo magnético en la vecindad de la Luna. La perturbación magnética se propaga a lo largo de la zona sombreada a la velocidad de Alfvén, formando un ángulo  $\theta_B$  con respecto a la dirección del viento solar [14].

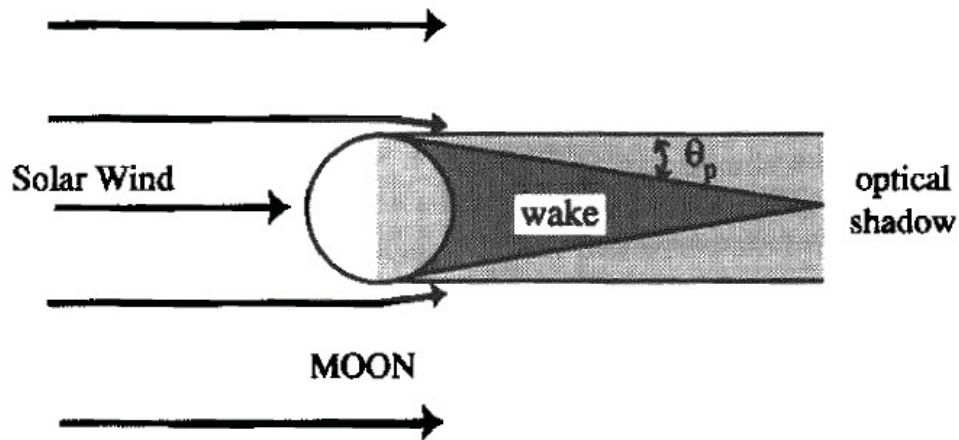


Figura 1.10: Dibujo esquemático de la estela de plasma que se forma en la Luna. El viento solar es absorbido en la zona de incidencia y el flujo tiende a fluir detrás en la región de la estela aproximadamente a la velocidad del sonido.  $\theta_p$  es el ángulo formado del flujo interno a la estela de plasma [14].

de la interacción del viento solar con la magnetosfera se forma un frente de choque

rodeando la tierra como se muestra en la Figura 1.11. Mercurio, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno también poseen este tipo de interacción.

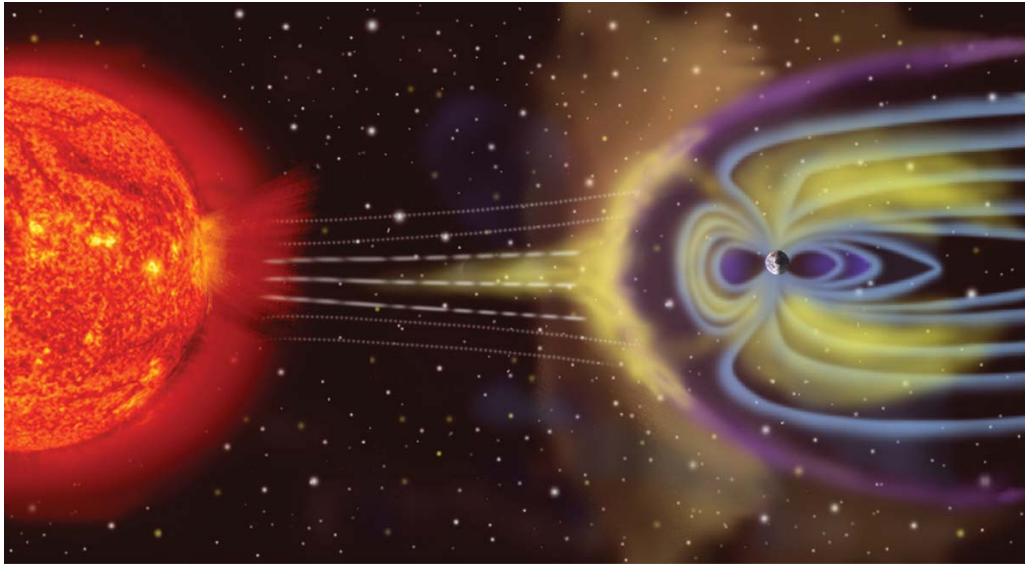


Figura 1.11: Interacción del viento solar con la magnetosfera terrestre [25].

El flujo de plasma en la magnetosfera de Mercurio y la Tierra es dominado principalmente por el campo eléctrico del viento solar, en el caso de los planetas exteriores el flujo es controlado por la rotación planetaria. Siempre se forma un frente de choque en el flujo del viento solar con obstáculos tipo Tierra.

La frontera que rodea la tierra y que separa la magnetosfera del plasma del viento solar es llamada *magnetopausa*. La magnetopausa terrestre se encuentra a una distancia de  $r_{mp} = 10R_E$  a lo largo de la línea de visión Tierra-Sol. La región entre la magnetopausa y el frente de choque es la *magnetofunda*.

### ***Tipo cometaria***

Los núcleos cometarios son cuerpos de hielo y polvo con un diámetro de unos cuantos kilómetros. Tampoco poseen un campo magnético intrínseco considerable. El núcleo de un cometa está en estado inactivo, mientras se encuentran lejos del Sol, fase en la cual pasan la mayor parte de su vida. En este caso su interacción con el viento solar es de tipo Lunar. Pero cuando un cometa se aproxima a un par de UA

del Sol, su superficie se calienta por la radiación solar, de manera que el hielo se sublima produciendo vapor de agua (y otras sustancias volátiles).

La atracción gravitacional del núcleo es despreciable, por esto, el flujo del gas fluye grandes distancias radialmente desde su superficie, formando una gran atmósfera o coma cometaria con millones de kilómetros de extensión. El flujo de gas lleva consigo gran cantidad de polvo el cual por presión de radiación se convierte en la cola de polvo del cometa. Por otro lado, el plasma ionizado interacciona con el viento solar y el campo magnético interplanetario (IMF) para dar lugar a la denominada cola iónica o cola de plasma del cometa. Alrededor de algunos cometas activos se puede producir un frente de choque.

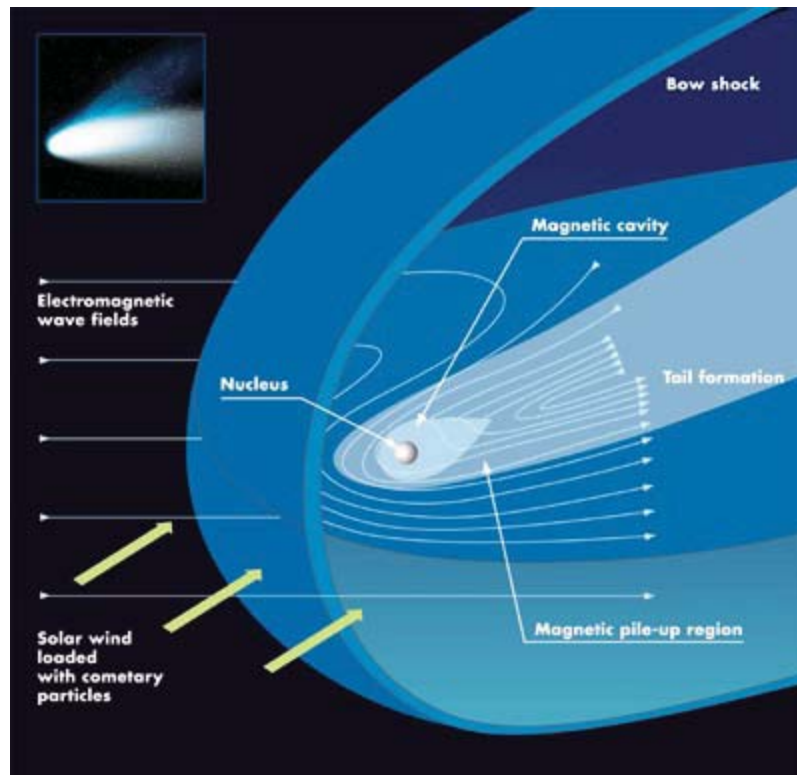


Figura 1.12: Envoltorio de plasma de un Cometa [20].

El estudio de las envolturas de plasma cometaria se ha incrementado rápidamente gracias a algunas misiones espaciales al cometa Halley y a cometas como el Giacobini-Zinner y el Grigg-Skjellerup [37]. Como se mencionó, la interacción del



viento solar con los cometas es diferente a la interacción con Venus y Marte, dado que el viento solar interactúa más con una atmósfera neutra que con la ionosfera cometaria. Para un cometa activo como el Halley el frente de choque está a una distancia subsolar de su núcleo de  $\sim 3 \times 10^5$  km, que es una distancia enorme desde su núcleo, comparado con la distancia del frente de choque subsolar de Venus que está a  $\sim 2,000$  km desde la superficie de Venus. Sin embargo el frente de choque del cometa es débil, con un número de Mach  $M \sim 2$ , en comparación con el frente de choque de planetas que es de  $M \sim 5-8$  [14]. El flujo de plasma que rodea al cometa es no colisional hasta alcanzar una distancia menor a unos  $10^5$  km, donde se encuentra la *cometopausa*, donde la transferencia de carga colisional se vuelve importante. La ionosfera del cometa se puede definir como esta región, conteniendo plasma frío, sin ser perturbado mayormente por el viento solar y se localiza a una distancia entre  $10^4$  km y  $10^5$  km del núcleo. En el cometa Halley a una distancia de 5,000 km del núcleo está una región llamada cavidad diamagnética [32].

### ***Tipo Venus***

La rotación de Venus es muy lenta como se muestra en la tabla 1.8, explicando la carencia de un campo magnético intrínseco. Sin embargo, dada la fotoionización de moléculas neutras por la radiación en extremo ultravioleta, es que posee una ionosfera y una atmósfera densa. Su ionosfera es un buen conductor eléctrico y actúa como un obstáculo al flujo del viento solar con el campo magnético interplanetario, básicamente ocurre un efecto diamagnético.

Se produce un arco de choque por que el flujo del viento solar es supermagnetosónico y a medida que interactúa con la ionosfera se vuelve submagnetosónico. Otros ejemplos de objetos con este tipo de interacción son Marte y Titán. Se piensa que Marte posee un campo magnético intrínseco débil que puede contribuir a la interacción, sin embargo aun no se corrobora.

La figura 1.14 muestra características que se han encontrado de observaciones del Pioner Venus Spacecraft (PVO) [8]. La ionopausa es la interface entre el plasma ionosférico y el viento solar. Se forma el arco de choque y el nuevo flujo de plasma se vuelve subsónico y continúa desacelerándose mientras se aproxima a la ionopausa. La zona donde ocurre esto es llamada *magnetofunda*. El flujo se estanca justamente

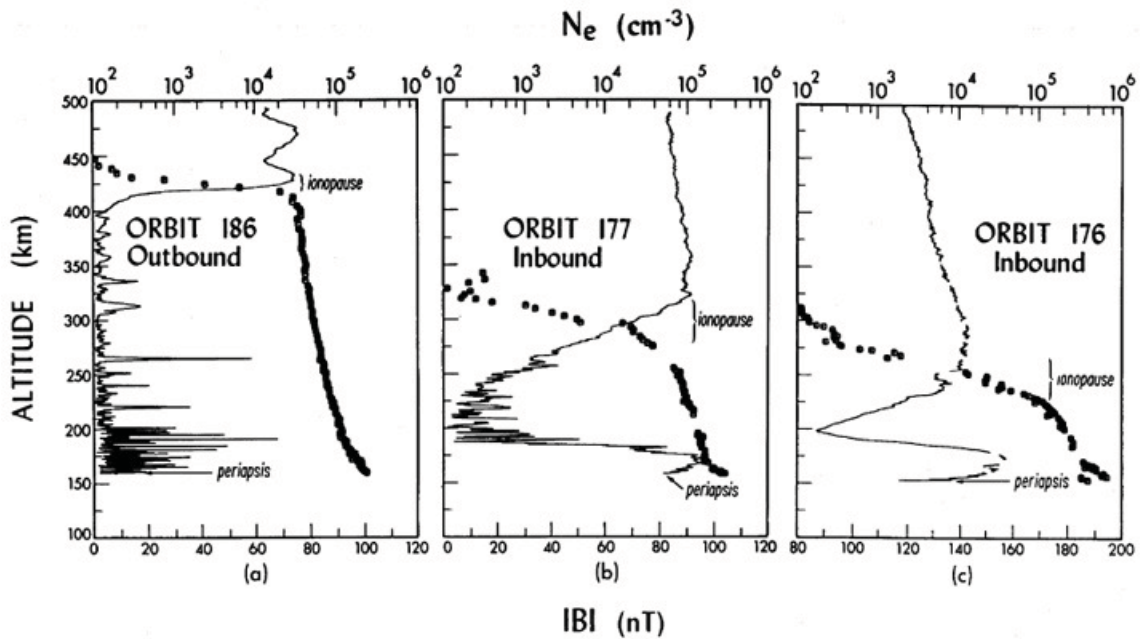


Figura 1.13: Mediciones del campo magnético y densidad de electrones en la ionosfera de Venus al cruzar la ionopausa, en tres de las órbitas del PVO [34].

en la zona inferior de la ionopausa subsolar y la presión dinámica se convierte en presión térmica. Además, las líneas de campo magnético se acumulan en una región llamada *barrera magnética*, la cual se localiza justamente fuera de la ionopausa. La región del manto de plasma coexiste con esta barrera magnética.

En la zona de noche de la ionosfera de Venus se localizan estructuras como la *magnetocola*, *hoyos ionosféricos* y *nubes de plasma*. La magnetocola es una magnetocola inducida, causada por el acumulamiento de las líneas de campo interplanetario. Mediciones del magnetómetro a bordo del PVO indican que la orientación del campo magnético en la zona de la cola, solo refleja la dirección de las líneas del IMF.

Otra observación del PVO fue que la ionosfera de Venus se puede encontrar en estado no magnetizado y en estado magnetizado [3]. La figura 1.13 muestra tres de las orbitas del PVO en los ambos estados de la ionosfera [15]. Durante la orbita 186 la ionosfera se encuentra en estado no magnetizado, aunque si hay presencia de campo magnético si observamos la estructura a menor escala ( $\Delta z \approx 10$  km). Durante las órbitas 176 y 177 la ionosfera se encuentra magnetizada a mayor escala, el campo

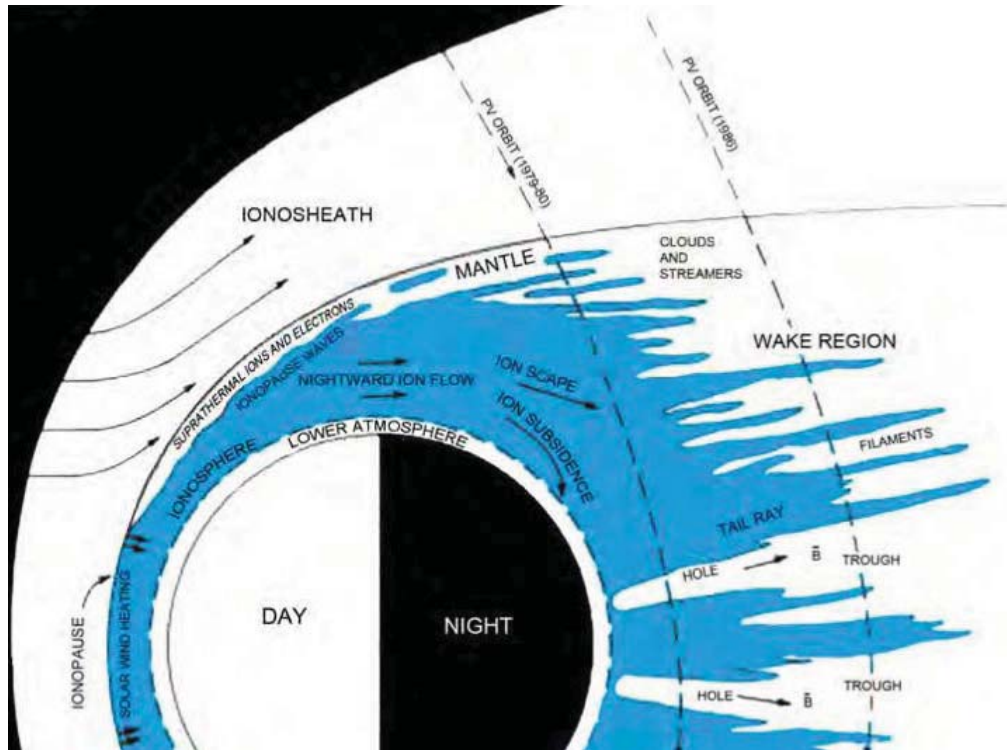


Figura 1.14: Diagrama esquemático de los componentes del plasma de la ionosfera de Venus, detectados por los instrumentos del PVO spacecraft. Se observa de la figura el arco de choque, nubes de plasma o regiones de plasma ionosférico que se cruzan a través de estructuras o filamentos que se extienden con la corriente. Al mismo tiempo en la zona de noche de Venus hay regiones con una deficiencia de densidad de plasma los *hoyos ionosféricos* [8].

magnético se encuentra rodeando la zona de día de la ionosfera. En las tres graficas se muestra un campo magnético significante a grandes alturas, esa región es la barrera magnética.

Durante el estado no magnetizado (que es en la mayor parte del tiempo), no hay presencia significante de campo magnético a mayor escala, aunque si hay presencia a menor escala. En este caso la ionopausa se localiza a mayor altura ( $z < 300$  km), siendo mas estrecha ( $\Delta z \approx 25$  km) y con una mayor zona de noche de la ionosfera. Básicamente el estado no magnetizado ocurre la presión térmica máxima de la ionosfera de Venus supera la presión dinámica del viento solar. Sin embargo, cuando

la presión dinámica del viento solar es equivalente o supera la presión térmica de la ionosfera, en este caso la ionosfera se observa en estado magnetizado.

### 1.3. Ionosferas planetarias: Tierra, Venus y Marte

Una ionosfera es una región de plasma parcialmente ionizado que coexiste con la atmósfera superior del planeta. La densidad de electrones ionosféricos varía en el rango de unos cuantos hasta decenas de miles de partículas por centímetro cúbico. La formación de la ionosfera se debe básicamente a la ionización de átomos neutros y moléculas asociadas en la atmósfera superior del planeta. La ionización es principalmente causada por fotoionización o bien, por la colisión de partículas energéticas ionizadas.

La ionosfera terrestre ha sido bien estudiada desde hace más de un siglo con el desarrollo de las radiocomunicaciones, pero una gran parte del conocimiento que se tiene de los procesos físicos y químicos que operan en la ionosfera se ha obtenido por experimentos llevados a cabo a bordo de naves y satélites artificiales. Se han detectado ionosferas en todos los planetas del sistema solar, además de Plutón. Cometas y algunos satélites planetarios (el satélite de Saturno Titán, el satélite de Neptuno Tritón y el satélite de Júpiter Io) también poseen una ionosfera. Tanto técnicas de detección a distancia como mediciones *in situ* se han usado para estudiar las ionosferas planetarias, como en el caso de las naves Mariner 5 y 10, además de otros satélites soviéticos, han usado la técnica de radio ocultación para el estudio de la ionosfera de Venus [48]. En la técnica de radio ocultación, las regiones superiores atmosféricas del planeta intersectan la trayectoria de las ondas de radio que viajan de la Tierra a un transmisor del satélite, el índice de refracción para ondas de radio es alterada por el plasma ionosférico y cambia la fase de la señal, esto es medido de manera que la alteración describe las propiedades físicas del plasma.

Se realizaron mediciones *in situ* de la ionosfera Venusina, con instrumentos a bordo de la sonda *Pioneer Venus* lanzado en 1978 [40]; entre ellos, el espectrómetro de masas que midió la composición de iones. Algunos datos obtenidos por este espectrómetro se muestran en la siguiente sección.

### 1.3.1. Venus

Venus, el segundo planeta más cercano al Sol en el sistema solar, forma parte de los planetas rocosos. Es sorprendente lo parecido que es a la Tierra en algunos aspectos, aunque su composición es diferente, su masa, densidad y tamaño es similar, por lo que se le ha nombrado su planeta gemelo. Se encuentra a una distancia de 0.7 UA (UA=1.5×10<sup>13</sup>cm, distancia promedio entre la Tierra y el Sol) del Sol, con un período orbital de 225 días terrestres y su periodo rotacional es de 243 días terrestres, el más largo de todos los planetas del sistema solar. Otra de sus características particulares es que es el único planeta del sistema solar que tiene una dirección retrógrada en su rotación, es decir, rota en su propio eje en dirección contraria a la de los demás planetas. La excentricidad de su órbita es de 0.0067 por lo que es prácticamente una órbita circular.

Algunas características importantes se muestran a continuación en la tabla 1.3, estos datos fueron medidos por la sonda espacial Magallanes [41].

Tabla 1.3: Características de Venus [41]

Distancia desde el sol	1.1×10 <sup>8</sup> km
Período Orbital	225 días terrestres
Radio	6051 km
Período rotacional (sideral)	243 días terrestres
Densidad promedio	5.24 g/cm <sup>3</sup>
Gravedad superficial	8.87 m/s <sup>2</sup>
Temperatura superficial	730°K
Presión atmosférica superficial	(90 veces la de la tierra) 90 +- 2 bar
Composición atmosférica	Dióxido de Carbono 96 %
	Nitrógeno 3 %
	Trazas de dióxido de sulfuro
	Vapor de agua
	Monóxido de carbono
	Argón, helio, neón
	Hidrógeno clorhídrico
Fluoruro de hidrógeno, 1 %	

## Atmósfera de Venus

Venus no tiene un campo magnético intrínseco significativo, motivo por lo cual el viento solar puede interactuar directamente con su ionosfera permitiendo la aceleración y pérdida de plasma ionosférico.

Algunos autores consideran que conocer la interacción del viento solar con la ionosfera de Venus permitiría entender las posibles condiciones en etapas iniciales de la Tierra cuando estaba rodeada por la paleomagnetosfera, con una débil magnetosfera y quizás vientos solares mas fuertes que los de la actualidad [5].

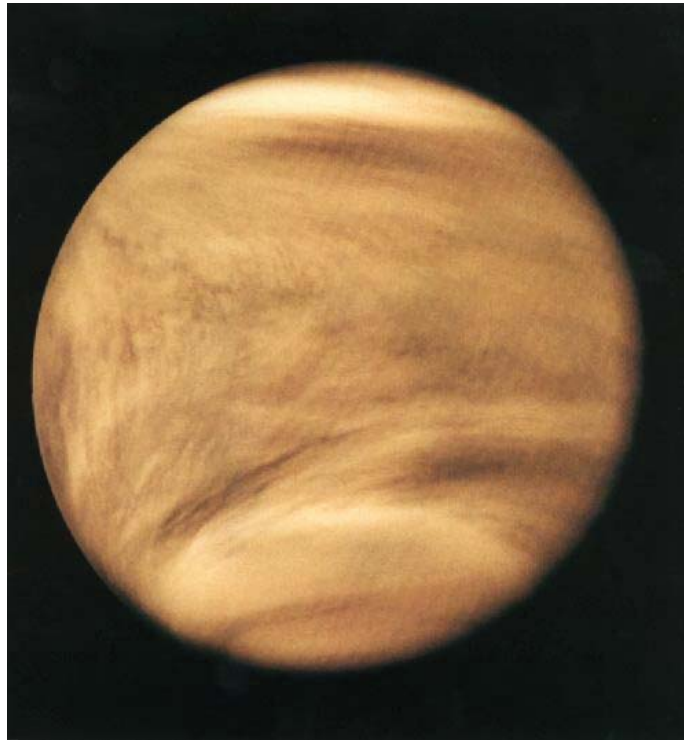


Figura 1.15: Imagen en ultravioleta de las nubes de Venus tomada por el PVO [31].

## Composición química de la ionosfera de Venus

La ionosfera inferior de Venus y Marte esta bien descrita por teorías fotoquímicas. Las ionosferas de Venus y Marte son muy parecidas en su composición química. La especie neutra mas abundante es  $\text{CO}_2$  y por tanto el ion mas producido es  $\text{CO}_2^+$ ,

aunque en las zonas mas altas la producción de  $O^+$  se vuelve importante. Ambas  $CO_2^+$  y  $O^+$  son convertidos a  $O_2^+$  por las reacciones ion-molécula neutra.

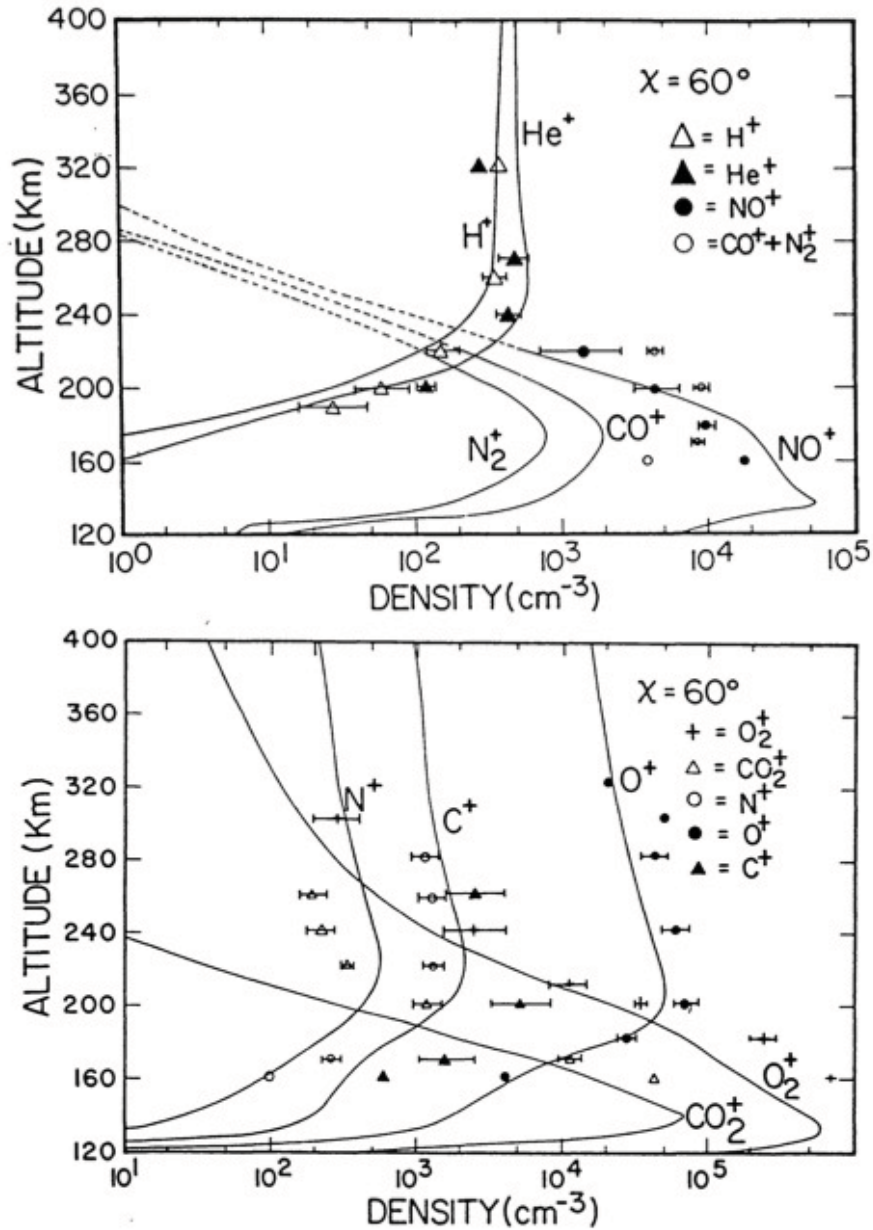


Figura 1.16: Densidad de iones en función de la altura para el lado de día de la ionosfera de Venus [9].



y



Siendo  $k$  el coeficiente que describe la velocidad de reacciones. Ambas reacciones se llevan a cabo rápidamente en las regiones inferiores de la ionosfera, siendo mas abundante el ion de  $\text{O}_2^+$ , la atmósfera de Venus tiene menos de una parte por millón de iones de  $\text{O}_2$ . Los iones de  $\text{O}_2^+$  son removidos vía reacciones de recombinación disociativa [14].

La Figura 1.16 muestra los resultados de una simulación numérica que incluyó la química y el transporte vertical [9]. La densidad de electrones a una altura dada es la suma de la densidad de iones a esa altura. El pico del perfil de densidad de electrones esta donde la tasa de producción tiene su máximo. Se observan los resultados teóricos (líneas sólidas) y los resultados obtenidos por los datos del *ion mass spectrometer* a bordo del PVO.

### 1.3.2. Marte

La ionosfera de Marte es una región débilmente ionizada. Desde hace 10 años esta región ha sido observada por la nave Mars Express de la ESA (por sus siglas en ingles European Space Agency) encontrándose que su ionosfera del lado de día es mas variable y compleja de lo que se pensaba. La ionosfera tiende a reflejar las ondas de radio, propiedad que afecta las comunicaciones entre la Tierra y Marte, por tanto, la investigación detallada de la ionosfera de Marte es importante en la evaluación de la evolución del clima del planeta y su habitabilidad con el tiempo.

En vez de ser uniforme, su ionosfera tiene una estructura de dos capas principales. Una de sus capas se encuentra a 140 km desde el suelo marciano, hay una mayor densidad de electrones y la luz ultravioleta del sol ioniza la atmosfera neutra. La densidad de electrones va disminuyendo a medida que aumenta la altura. A los 120



km del suelo la ionosfera se forma básicamente por los rayos  $x$  del Sol y a colisiones asociadas a electrones energéticos [27].

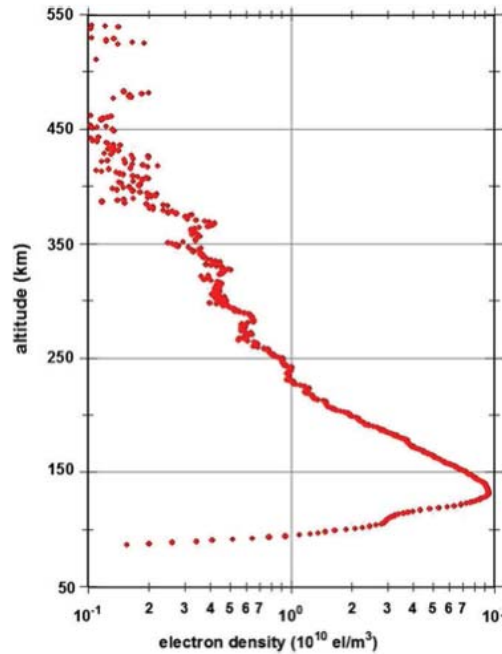


Figura 1.17: Perfil de densidad de electrones del lado de día de la ionosfera de Marte realizado por el método de ocultación del Mars Express [27].

La composición y dinámica de la ionosfera marciana también varía en el tiempo y en su ubicación geográfica. En los niveles más altos son más comunes los iones de oxígeno atómico, y en zonas bajas el oxígeno molecular predomina. Estos cambios son causados por la variación del viento solar incidente, la dinámica atmosférica, la composición y la influencia del campo magnético terrestre.

La estructura básica de su ionosfera se ha reconstruido durante muchos años gracias a las numerosas naves espaciales que se han mandado, y por medio de observaciones del Mars Express.

Nuevos estudios están proporcionando una visión más detallada de la ionosfera de Marte. Estos estudios se basan en observaciones del Mars Express Radio Science (MaRS) experiment, donde usan la técnica de radio ocultación [46], que ha permitido conocer cómo varía la densidad de electrones de acuerdo a la altura. Se ha encontrado

que la estructura vertical de la ionosfera lado diurno de Marte es más variable y más compleja que se pensaba [27].

Se han tomado mas de 500 perfiles verticales del lado de día de la ionosfera, entre las alturas de 60 a 800 km. Los datos muestran que la parte superior de la ionosfera puede caer debajo de 250 km y elevarse arriba de 650 km.



Figura 1.18: Impresión artística del Mars Express Spacecraft en órbita [21].

Sin la luz del sol para dividir los átomos atmosféricos y moléculas en iones y electrones, la ionosfera del lado de noche de Marte es muy diferente al de día. La densidad de electrones es mucho mas baja y se sabe relativamente poco de su estructura. El experimento MaRS obtuvo 37 perfiles de densidad electrónica del lado de noche de Marte, encontrándose que la densidad electrónica tiende a disminuir con el tiempo de puesta del sol, de acuerdo con la teoría de que el plasma del lado de día tiende a transportar momento hacia el lado de noche.

### 1.3.3. Transporte de momento del viento solar a la ionosfera de Venus y Marte

Debido a que Venus y Marte no poseen un campo magnético intrínseco, se presentan fenómenos que no ocurren en el caso de presencia de campo magnético planetario, como en el caso de la Tierra. En particular con la ausencia de campo magnético intrínseco, las partículas del viento solar no se ven afectadas por la magnetosfera, de manera que el flujo de partículas se mezcla con las partículas de la atmósfera planetaria de forma mucho más intensa que en el caso de planetas magnéticos.

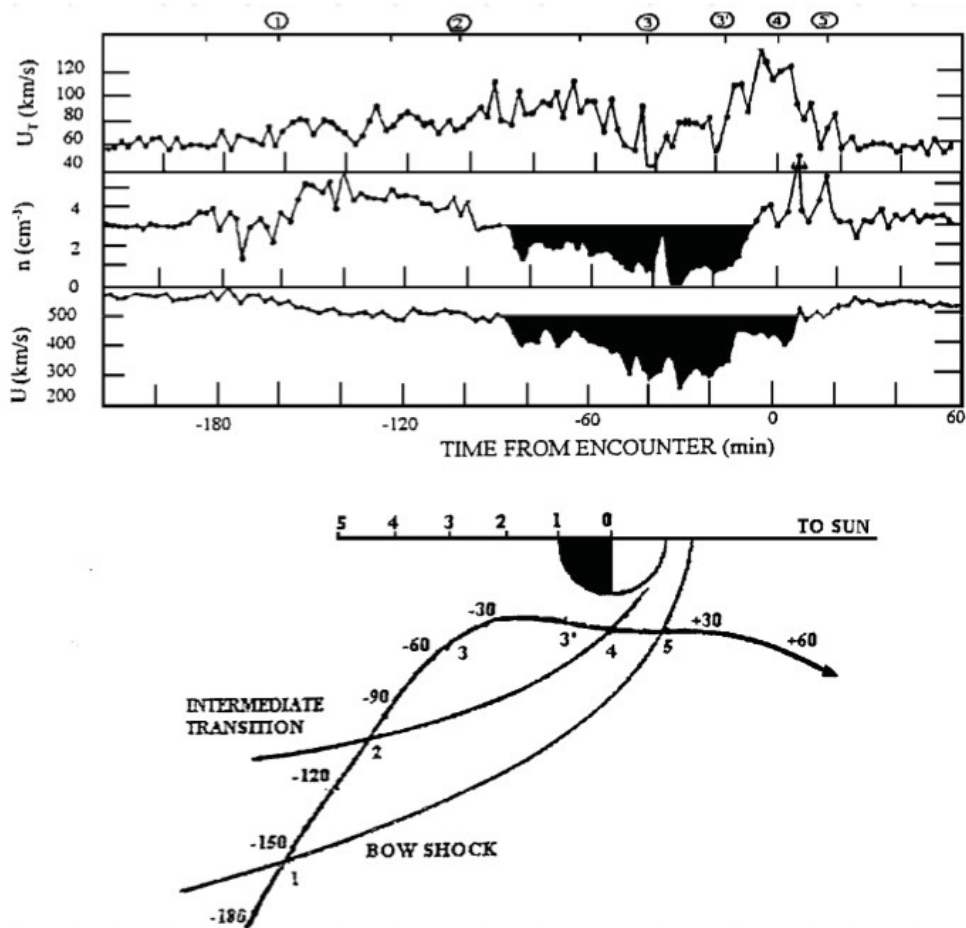


Figura 1.19: Velocidad térmica, densidad y velocidad del viento solar medidas con la nave Mariner 5. Panel de Abajo; la trayectoria proyectada en coordenadas cilíndricas [10].

Desde las observaciones de la nave Mariner 5 se probó que en el flujo alrededor de la ionosfera de Venus con la interacción de los dos plasmas (ionosférico y del viento solar) se formaba una envoltura donde el viento solar exhibía pérdida de momento de manera muy significativa; esto es, la velocidad y densidad muestran un fuerte déficit con respecto a los valores freestream al acercarse a la ionopausa. Estas variaciones descritas por el Mariner 5 se muestran en la figura 1.19, donde la trayectoria recorrida por la nave y los perfiles de densidad y velocidad que se midieron, implican que una gran cantidad de energía es removida por el viento solar (regiones marcadas con gris). Mas información fue obtenida por el Pioneer Venus Orbiter (PVO), observando que existía además un flujo ionosférico a lo largo de la zona del terminador como lo indica la figura 1.20, revelando velocidades entre 3-4 km/s.

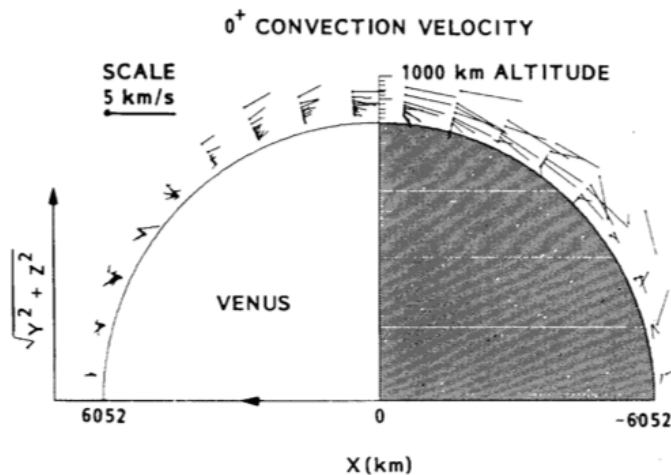


Figura 1.20: Vectores de velocidad promedio de  $O^+$  medidas por el PVO en la ionosfera superior de Venus [22].

El momento implicado por el flujo ionosférico está relacionado con el déficit de momento de las mediciones del viento solar en las afueras de la ionosfera. De hecho la cantidad de densidad de energía cinética que es el flujo de momento, es comparable con la cantidad perdida por el viento solar; esto quiere decir que existe un transporte eficiente de momento por parte del viento solar a la ionosfera superior de Venus.

Cálculos de una ecuación de conservación de momento aplicada a este problema

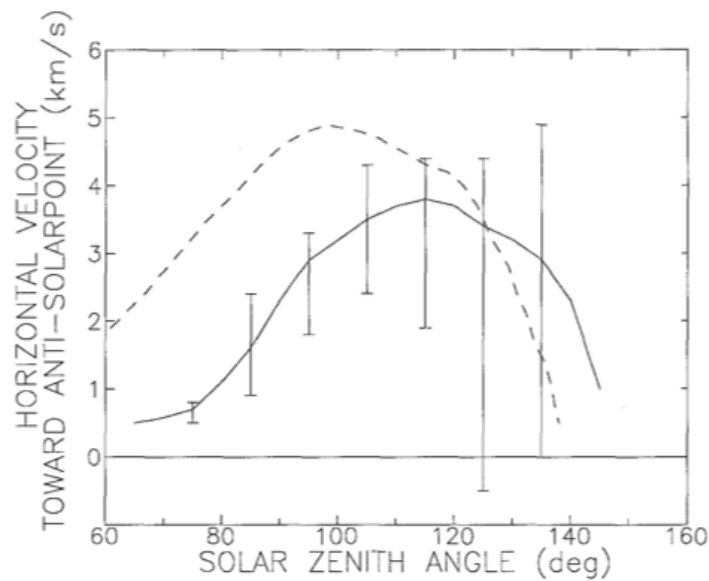


Figura 1.21: Los valores de velocidad de las partículas ionosféricas que se mueven a lo largo de la zona terminator a unos 400 km de altura. La curva punteada se desarrolló con el modelo de Singhal y Whitten (1987) y los datos observacionales son valores promedio (se recolectaron con el experimento ORPA del PVO), las barras de error muestran la desviación estándar [22].

conduce a resultados que no están relacionados con las fuerzas de gradiente de presión a través de la zona del terminator, y esto se ha considerado y tomado en cuenta en este trabajo, para la descripción del flujo ionosférico de Venus.

## 1.4. Modelos de interacción tipo viento solar versus Venus

Modelar este tipo de interacción es un reto dado que se deben considerar la interacción con la magnetosfera inducida y la tipo cometaria. Un campo magnético es generado por las corrientes inducidas del viento solar en la ionosfera planetaria, que se comporta entonces como un obstáculo magnetosférico casi impenetrable en el lado día. Por otro lado las partículas pesadas que forman la atmósfera planetaria pueden ser ionizadas en el viento solar circundante y en la magnetofunda creada por

el obstáculo. Estos iones pesados cargan la masa al plasma en esta región, y de esta forma alteran las propiedades de flujo y campo.

Los modelos que se han desarrollado para describir la interacción son aproximaciones basadas en herramientas predictivas o basadas en mediciones realizadas por las sondas espaciales. Para que estos modelos estén mas apegados a la realidad, en particular se desarrolla el problema tridimensionalmente, para esto es necesario tener soluciones numéricas, sin embargo algunas soluciones simplemente se adaptan comparando las observaciones. Gran parte de los modelos se basan en aproximaciones de fluidos, donde el viento solar y los iones planetarios se toman como conjuntos de soluciones estándar de ecuaciones de fluidos usando métodos de diferencias finitas en un espacio cuadrículado o de rejilla. Algunos tratamientos numéricos resuelven las ecuaciones de movimiento para iones individualmente como una forma de entender el comportamiento de una sola especie, o introducir los efectos cinéticos del ion. En las siguientes subsecciones se describirán algunos de estos modelos.

### 1.4.1. Modelos de dinámica de gases

#### 1. *Modelo básico*

Este modelo se ha usado exhaustivamente, fue propuesto por Spreiter y co-escritores [39]. Consideran soluciones numéricas por el método de diferencias finitas, en el problema de un fluido hipersónico o un flujo de gas alrededor de un cuerpo impenetrable. Para este escenario la interacción se caracteriza por la formación de un frente de choque que detiene el flujo a velocidades subsónicas. A pesar de que estos modelos describen la magnetofunda, no se describe la región de la cola, proveyendo una descripción de la vecindad de la zona de día de Venus. Las ecuaciones a resolver son:

Continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_k) = 0 \quad (1.1)$$

Momento

$$\rho \frac{\partial v_k}{\partial t} + \rho(\mathbf{V} \cdot \nabla)v_k + \frac{\partial p}{\partial x_k} = 0 \quad (1.2)$$

Energía

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}[(\epsilon + p)v_k] = 0 \quad (1.3)$$

Donde  $t$  es el tiempo,  $\rho$  es la densidad de masa,  $x_k$  es una coordenada espacial,  $v_k$  es la velocidad de fluido a lo largo de la componente  $x_k$ ,  $\epsilon$  la densidad de energía total y  $p$  la presión dada por la ley del gas ideal  $p = \rho RT/m$ , cantidades comúnmente usadas en fluidos o en la teoría de dinámica de gases [7].

## 2. Modelo de inyección de masa

Este modelo fue propuesto por Russell et. al. (1998) [36] y Zhang et al. (1990) [50] mostrando que el frente de choque se encontraba a aproximadamente 2.4 radios de Venus  $R_v$  para condiciones donde se encontraba el máximo solar, y a 2.1  $R_v$  para el mínimo solar. Se dieron cuenta que las variaciones del viento solar no cambiaban lo suficiente durante los ciclos solares como para producir estos cambios, por tanto se concluyó que el choque o interacción y sus efectos estaban también relacionados con la producción de iones en la magnetofunda. En la atmósfera neutra de Venus que se extiende hasta la magnetofunda, se encuentran una cantidad sustancial de iones pesados principalmente de oxígeno atómico, que son producidos por fotoionización, por colisión o por transferencia de carga [49]. La cantidad de fotoionización se aumenta en el máximo solar ya que el flujo de fotones (Extremo Ultravioleta) se incrementa de 2 a 4 veces con respecto al valor de mínimo solar. Como el flujo se incrementa también aumenta la densidad de iones en la atmósfera superior, y en particular afecta al oxígeno exosférico. Para estudiar la razón de la variación de la posición del frente de choque se usan dos modelos de dinámica de gases el cuál incluye la interacción tipo Venus y también supone que la interacción es de tipo cometaria, que fue desarrollado independientemente por Belotserkovskii et al. (1987) [6] y Spreiter y Stahara (1992) [38].

El objetivo de usar el modelo cometario es determinar la mayor producción de iones pesados planetarios en la magnetofunda o la tasa de inyección de masa que pueda afectar la posición del frente de choque. Asumen que solo hay fotoionización y el plasma es tratado como si fuera un fluido. Se agrega un término para la fuente atmosférica de iones a la ecuación de continuidad, dado que presuponen que los nuevos foto-iones creados no poseen energía o momento apreciable al momento de su creación. El término que le suman esta dado por:

$$S = S_0 \exp\left(-\frac{(r - R_0)}{H_0}\right) \quad (1.4)$$

Suponiendo el perfil de densidad atmosférico como una exponencial.  $S_0$  es una constante proporcional a la densidad en numero de los átomos de oxígeno neutro en la posición  $R_0$  ( $\sim 3 \times 10^4 \text{cm}^{-3}$  veces su masa) del obstáculo dividido entre el tiempo característico para la foto-ionización del oxígeno atómico ( $1 \times 10^6$  s en la ionosfera de Venus en el máximo solar),  $r$  es la distancia radial desde el centro del planeta y  $H_0$  es la escala de altura de oxígeno exosférico ( $\sim 400 \text{km}$ ) [7].

### 1.4.2. Modelos Magnetohidrodinámicos

En si, en estos modelos al igual que en los modelos de dinámica de gases trabajan con el método de soluciones de diferencias finitas, pero con el término adicional de campo magnético [18]. Las ecuaciones son:

Continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1.5)$$

Momento

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} + \nabla p = \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \quad (1.6)$$

Energía

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot ((\epsilon + p) \mathbf{V}) = \frac{-1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (1.7)$$

También incluyen soluciones auto-consistentes de un sub conjunto de las ecuaciones de Maxwell.

Ley de Ampere

$$\mu \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (1.8)$$

Ley de Faraday

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (1.9)$$

Ecuación de Inducción

$$\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} = 0 \quad (1.10)$$

Siendo  $\mathbf{E}$  el campo eléctrico y  $\mathbf{J}$  la densidad de corriente. La ecuación de inducción es generada por la ley de Ohm generalizada. También se considera la condición de campo de divergencia libre, descrita por  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ .



### 1.4.3. Modelos cinéticos

Los métodos desarrollados por los modelos cinéticos tratan de resolver las ecuaciones de movimiento para partículas individuales en configuraciones de campo preestablecidas o calculadas, y se han aplicado para modelar características globales de iones planetarios *pick-up* alrededor de Venus. Se empezaron a desarrollar estos modelos a principios de los setentas, cuando Wallis (1972) [43] y Cloutier et al. (1974) [13] encontraron la cantidad de radio de giro esperado para iones *pick-up* en relación a la interacción subsolar y la escala de radio planetario, en un escenario temprano para la investigación de la interacción Venus-viento solar. Al mismo tiempo pruebas aproximadas fueron usadas para ilustrar la asimetría de los iones en la zona de día que pueden resultar del impacto de iones *pick-up* exosféricos en la ionopausa. Los primeros modelos que se realizaron estaban muy simplificados dadas las capacidades computacionales limitadas en esa época.

Se han desarrollado modelos cinéticos mas sofisticados y gran parte de ese desarrollo ha sido gracias a observaciones del PVO. En estos modelos se calcula el movimiento de los electrones como un gas y el de los iones como partículas [29].

Usando un modelo cinético se analizaron los iones *pick-up* de oxígeno ionizado ( $O^+$ ), los cuales nacieron con velocidad inicial despreciable, en el modelo dinámico de gases en el lado de día de la magnetofunda de Venus se obtiene la gráfica 1.22. Las trayectorias de los iones fueron modeladas resolviendo numéricamente las ecuaciones de movimiento del ion bajo la fuerza de Lorentz:

$$\mathbf{a} = (q/m)(\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (1.11)$$

Donde  $\mathbf{V}$  es la velocidad de la partícula,  $\mathbf{a}$  es la aceleración y  $q/m$  es la razón de la carga sobre la masa. Los modelos de fluidos ofrecen una descripción del campo magnético y el campo eléctrico convectivo  $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  donde  $\mathbf{v}$  es la velocidad del fluido en su totalidad.

### 1.4.4. Modelo Viscoso

Desde finales de los años setenta se ha intentado incluir en el conocimiento general la realidad de que ocurren procesos de tipo viscoso en el choque del viento

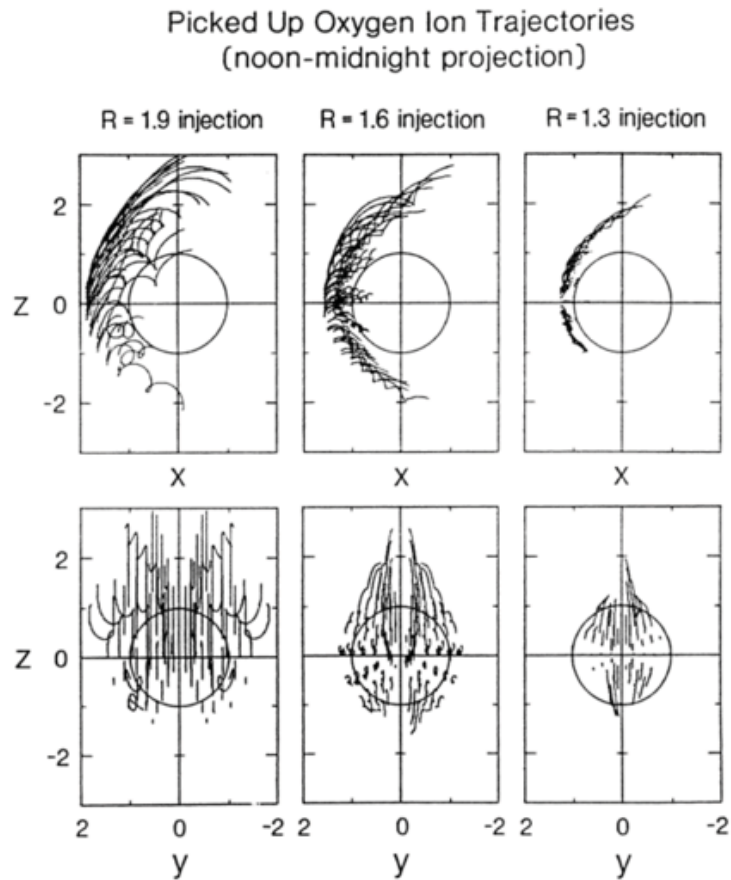


Figura 1.22: Trayectoria de iones *pick-up* de oxígeno ( $O^+$ ) usando un modelo cinético dentro de un campo eléctrico convectivo [7].

solar con la ionosfera de Venus. En estas fechas no solo se tienen argumentos, si no también evidencia física de este comportamiento, dado que las fuerzas de gradiente de presión que suponen, no son suficientes para producir la aceleración del plasma que se observa en la zona transterminadora de la ionosfera. Los primeros indicios de este comportamiento viscoso fueron sugeridos por las observaciones en el Mariner 5 y el Venera 4, mostrando que la velocidad del flujo ionosférico decrece en la zona de *downstream* [42]. Con los datos observados en las misiones que se han mandado a Venus, se corrobora que la concentración de iones planetarios principalmente de  $O^+$  en la estela formada, muestran que no es suficiente los procesos de inyección de masa

para generar el flujo de momento sobre la ionopausa. La fuente diferente de momento necesaria para acelerar el flujo ionosférico fue propuesto por Pérez de Tejada (1982) [28] en términos de procesos viscosos en la ionopausa. Este transporte de momento en el plasma no colisional de la ionosfera, se espera como resultado de la evolución no lineal de la densidad de ondas inestables, estas inestabilidades pueden ser de tipo Kelvin-Helmholtz [23], y seguramente se pueden estar produciendo inestabilidades de plasma de dos haces (two stream instability) [35]. Si este es el caso, la teoría que se conoce sobre la dinámica de estas inestabilidades es una herramienta que nos permite darnos un panorama de lo que realmente ocurre en la ionosfera de Venus, Marte y cometas.

Gracias a las mediciones *in situ* realizadas por las sondas espaciales, se ha encontrado evidencia a favor de la hipótesis del comportamiento viscoso. Esta hipótesis ha permitido explicar de manera natural fenómenos particulares que ocurren en regiones de la ionofunda sobre los polos magnéticos de cuerpos que no poseen campo magnético considerable, como lo son los planetas Venus y Marte, e incluso también los cometas.

Lo anterior indica que se están desarrollando procesos similares a la viscosidad entre estos plasmas no colisionales, dando lugar a transporte de momento (por procesos microfísicos en el sistema) en los alrededores del planeta y entre las dos especies del plasma (plasma proveniente del viento solar y el plasma de origen ionosférico).

Por un lado, las mediciones del Mariner 5, Venera, PVO y VEX, muestran que existe un gradiente de velocidad del viento solar en la ionofunda de Venus, a través de mediciones que se realizaron con el acercamiento de estas naves a los polos magnéticos del planeta. Y se encontró que la densidad de partículas decrece y la temperatura del gas aumenta, de manera consistente a lo que sucede en una capa límite de tipo viscosa [17]. Otra evidencia encontrada por el PVO fue que al analizar mediciones de los polos magnéticos de Venus, se indicó la existencia de un flujo ionosférico, llamado flujo transterminador, cuya densidad es consistente con un proceso de transporte de momento de tipo viscoso a partir de las partículas del viento solar.

Un argumento importante son los datos arrojados por el Mars Express, muestran como el plasma ionosférico es arrastrado desde los polos magnéticos en dirección antisolar. La dirección del flujo de las partículas de origen ionosférico es esencialmente

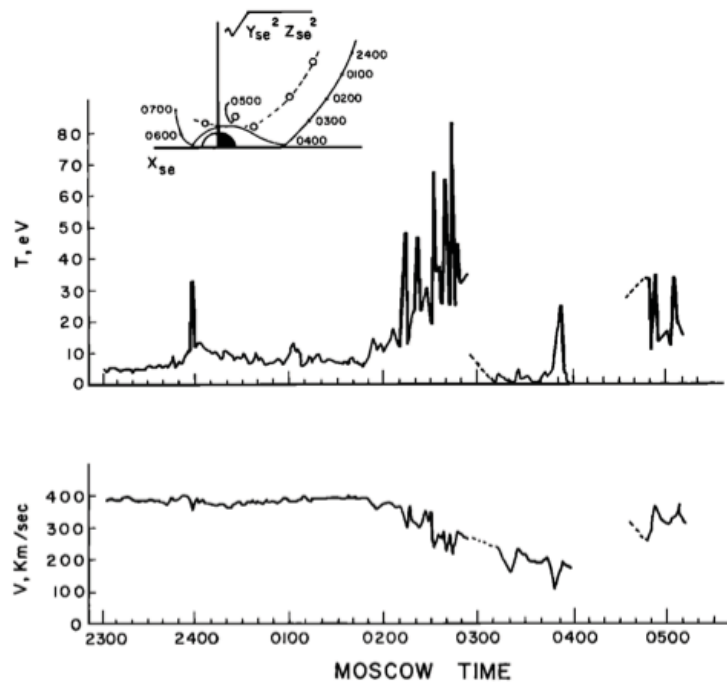


Figura 1.23: Velocidad y temperatura de iones al cruzar la ionofunda de Venus medidos por el Venera 10 en 1976. Se observa la disminución de velocidad cerca de 0200 MT y coincide con la discontinuidad del perfil de temperatura [33].

en la dirección del viento solar, y no en dirección vertical (perpendicular al plano de la elíptica) como se esperaría si el movimiento de dichos iones fuera debido al campo eléctrico convectivo del viento solar.

El comportamiento de la capa limite tipo viscosa también se encontró en la ionofunda del cometa Halley, por debajo de la llamada transición misteriosa, se notó una disminución en la velocidad del viento solar, así como un aumento simultáneo de la temperatura del gas y una disminución en la densidad. Dichas mediciones fueron realizadas por la nave espacial Giotto.

Estas situaciones similares observadas por las sondas espaciales sugieren que algún proceso de tipo colisional o viscoso es responsable de la aceleración del plasma ionosférico por el viento solar, sin embargo, dados los análisis presume no ser de tipo colisional.

En general se puede decir que las fuerzas asociadas al campo magnético ( $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$

en las ecuaciones de movimiento) no son dominantes en la dinámica del flujo, esto dado el carácter superAlfvénico del flujo del viento solar sobre las regiones polares magnéticas de estos objetos. Sugiriendo que las fuerzas viscosas pueden jugar un papel importante en la interacción entre el viento solar y el plasma ionosférico en objetos débilmente magnetizados.

El origen de la viscosidad en estos plasmas no se conoce bien hasta el momento. Se ha sugerido que las inestabilidades de plasma, o la turbulencia en los campos electromagnéticos medida en dichas regiones, pueden dar lugar a procesos de transporte de momento de manera mucho más eficiente de lo que se esperaría dado el carácter no colisional de los plasmas. De manera que con la teoría de física de plasmas la inestabilidad de dos haces que estudiamos en este trabajo nos proporciona una forma de entender dichos procesos.



---

## Capítulo 2

# Inestabilidad de dos haces

### 2.1. Estudios previos

Los estudios que se han desarrollado en relación a las inestabilidades de plasma que se producen en la ionopausa de Venus no son muchos. Se basan en el hecho de que existe un transporte de momento por parte del viento solar a la ionosfera de Venus, y también en la dinámica de los iones en diferentes zonas de la ionosfera, por ejemplo en la vecindad de la ionopausa donde se tiene un plasma no colisional y los efectos de la inestabilidad de dos haces son mas marcados específicamente en la zona del manto adyacente a la ionopausa donde la viscosidad molecular no es importante [47]. Los estudios previos básicamente radican en desarrollar modelos ya sea usando el escenario de la interacción como si fuera un fluido, o como un plasma. Entre las inestabilidades que pueden producir el movimiento turbulento del flujo de iones en la ionofunda de Venus son inestabilidades Kevin-Helmholtz [2] donde suponen una interacción tipo fluido, y la inestabilidad de dos haces, que usa el escenario de un plasma viscoso.

Como antecedentes a este estudio, se tienen los trabajos hechos por Wolff (1980) [47], en estos estudios no toman en cuenta los procesos viscosos, que realmente son importantes para describir la interacción, sin embargo nos permite tener una idea global de la dinámica de la interacción.

## 2.2. Inestabilidad de dos haces

La descripción de fluido es suficiente para tratar la mayoría de los procesos macroscópicos en plasmas, sin embargo, algunos fenómenos de interés dependen de la forma detallada de las distribuciones de velocidades de las partículas que lo forman. Cuando las colisiones son infrecuentes y por lo tanto inefectivas para maxwellizar las funciones de distribución es necesario conocer estas velocidades individuales para describir dichos fenómenos.

El análisis consiste en desprestigiar el término de colisiones en la ecuación cinética general. Esto es razonable cuando se estudian procesos que evolucionan rápidamente en comparación con el tiempo de colisiones, como lo son fenómenos oscilatorios de alta frecuencia y en inestabilidades cinéticas.

La inestabilidad de dos haces es bien conocida en la física de plasmas. Puede ser inducida por un flujo de partículas energéticas inyectadas en un plasma, o transportando corriente en el plasma a las distintas especies (iones y electrones). La energía cinética de las partículas puede conducir a la excitación de ondas y turbulencia de plasma. El modelo consiste de dos haces de partículas cargadas que se acerca una a la otra. Este modelo ha sido publicado en artículos desde Haeff (1949) y Pierse (1948) [30]. Mas tarde se realizaron estudios detallados no lineales con simulaciones hechas por Dawson (1962) [16].

Cuando un plasma no consiste de iones y electrones maxwellianos, algunos de los modos normales del sistema se vuelven inestables. Dentro de la teoría de fluidos, los modos normales inestables de vibración surgen cuando las velocidades iniciales de las partículas de plasma que interaccionan es diferente. Dichas inestabilidades son llamadas *streaming instabilities*. En las siguientes secciones se describirá el desarrollo del modelo de dos haces, la tabla 2.1 muestra los símbolos que se usaran en general.

### 2.2.1. Inestabilidad de dos haces: dos especies

En esta sección desarrollamos el caso sencillo de la inestabilidad de dos haces, con el propósito de desarrollar un entendimiento básico de la inestabilidad. Consideramos un plasma en el cual los iones se encuentran estacionarios, mientras los electrones viajan a una velocidad inicial  $\mathbf{V}_0$ . Suponemos un plasma frío (sin presión). Las



Tabla 2.1: Símbolos

Símbolo	Significado
$V_s$	Velocidad de la especie $s$
$n_s$	Densidad de la especie $s$
$k$	Numero de onda
$\omega$	Frecuencia de la oscilación
$\omega_s$	Frecuencia de plasma de la especie $s$
$m_s$	Masa de la partícula de la especie $s$
$E$	Campo eléctrico inducido

ecuaciones que describen este sistema son:

Ecuaciones de continuidad.

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{V}_i) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{V}_e) = 0 \quad (2.2)$$

Ecuaciones de momento para iones y electrones.

$$m_i n_i \frac{\partial \mathbf{V}_i}{\partial t} + m_i n_i (\mathbf{V}_i \cdot \nabla) \mathbf{V}_i = en_i \mathbf{E} \quad (2.3)$$

$$m_e n_e \frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + m_e n_e (\mathbf{V}_e \cdot \nabla) \mathbf{V}_e = -en_e \mathbf{E} \quad (2.4)$$

A consecuencia de que las partículas están cargadas, se forma un campo eléctrico, descrito por ley de Gauss.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi e(n_i - n_e) \quad (2.5)$$

Desarrollamos el análisis en una dimensión. Las ecuaciones 2.1 a 2.5 resultan de la siguiente manera:

$$\partial_t n_e + n_e \partial_x V_e + V_e \partial_x n_e = 0 \quad (2.6)$$

$$\partial_t n_i + n_i \partial_x V_i + V_i \partial_x n_i = 0 \quad (2.7)$$

$$m_e n_e \partial_t V_e + m_e n_e V_e \partial_x V_e = -en_e E \quad (2.8)$$

$$m_i n_i \partial_t V_i + m_i n_i V_i \partial_x V_i = en_i E \quad (2.9)$$

$$\partial_x E = 4\pi e(n_i - n_e) \quad (2.10)$$

Expresamos las ecuaciones en términos de las variables comunes del sistema ( $n_e$ ,  $n_i$ ,  $\mathbf{V}_e$ ,  $\mathbf{V}_i$ ,  $\mathbf{E}$ ) como un valor inicial mas una perturbación denotada como  $\delta f$  siendo  $f$  la variable en cuestión (análisis equivalente a las transformadas de Fourier), esto es:

$$n_e = n_{e0} + \delta n_e$$

$$n_i = n_{i0} + \delta n_i$$

$$V_e = V_0 + \delta V_e$$

$$V_i = \delta V_i$$

$$E = \delta E$$

Hemos supuesto que los iones están inicialmente en reposo y el plasma es neutro ( $n_{e0} = n_{i0}$ ). Suponemos además que el plasma es no perturbado o uniforme.

Sustituyendo las expresiones anteriores, linealizamos las ecuaciones 2.6 a 2.10. Para el caso de la ecuación de continuidad de los electrones se tiene partiendo de la ecuación:

$$\partial_t(n_{e0} + \delta n_e) + (n_{e0} + \delta n_e)\partial_x(V_0 + \delta V_e) + (V_0 + \delta V_e)\partial_x(n_{e0} + \delta n_e) = 0$$

A primer orden en las perturbaciones nos da:

$$\begin{aligned} & \partial_t n_{e0} + \partial_t \delta n_e + n_{e0} \partial_x V_0 + \delta n_e \delta V_e + \delta n_e \partial_x V_0 \\ & + n_{e0} \partial_x \delta V_e + V_0 \partial_x n_{e0} + \delta V_e \partial_x n_{e0} + V_0 \partial_x \delta n_e = 0 \end{aligned}$$

Claramente se ve en el procedimiento que se anulan todos los términos donde se aplica una derivada a un valor no perturbado, dado que es un valor constante. Los términos de la forma  $\delta f \delta f$  son términos despreciables en comparación a los de primer orden en  $\delta f$ . Como resultado tenemos la siguiente ecuación:

$$\partial_t \delta n_e + n_{e0} \partial_x \delta V_e + V_0 \partial_x \delta n_e = 0 \quad (2.11)$$

Realizamos el mismo procedimiento para la ecuación de continuidad de iones:

$$\partial_t (n_{i0} + \delta n_i) + \partial_x [(n_{i0} + \delta n_i) \delta V_i] = 0$$

Eliminamos los términos despreciables:

$$\partial_t \delta n_i + \partial_x (\delta V_i n_{i0} + \delta V_i \delta n_i) = 0$$

Linealizando obtenemos lo siguiente:

$$\partial_t \delta n_i + n_{i0} \partial_x \delta V_i = 0 \quad (2.12)$$

Ahora para la ecuación de momento de los electrones:

$$m_e n_{e0} \partial_t \delta V_e + m_e n_{e0} V_0 \partial_x \delta V_e = -e n_{e0} \delta E \quad (2.13)$$

Mismo procedimiento para la ecuación de momento de los iones:

$$m_i n_{i0} \partial_t \delta V_i = e n_{i0} \delta E \quad (2.14)$$

La ley de Gauss nos resulta:

$$\partial_x \delta E = 4\pi e(n_{i0} + \delta n_i - n_{e0} - \delta n_e)$$

Suponemos que  $n_{e0} = n_{i0} = n_0$ . Por lo tanto:

$$\partial_x \delta E = 4\pi e(\delta n_i + \delta n_e) \quad (2.15)$$

Podemos escribir la solución en términos de ondas electrostáticas planas moviéndose en una dirección, así que asumimos una dependencia exponencial en el tiempo (o sinusoidal), de modo que las perturbaciones las podemos expresar de la siguiente manera:

$$\delta f = \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \omega t)}$$

Siendo  $k$  el número de onda y  $\omega$  la frecuencia.

$$\partial_t \delta f = \widetilde{\delta f} \partial_t \exp^{i(kx - \omega t)}$$

En donde

$$\partial_t \delta f = -i\omega \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \omega t)}$$

Similarmente

$$\partial_x \delta f = ik \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \omega t)}$$

Escribimos las ecuaciones 2.11 a 2.15 usando las expresiones anteriores, de manera que obtenemos ecuaciones algebraicas que dependen de la frecuencia de plasma y el número de onda. Se usará la notación  $j = i(kx - \omega t)$ .

$$\begin{aligned} -i\omega \widetilde{\delta n_e} \exp^j + n_{e0} ik \widetilde{\delta V_e} \exp^j + V_0 \widetilde{\delta n_{e0}} ik \exp^j &= 0 \\ \widetilde{\delta n_e} (\omega - V_0 k) - kn_{e0} \widetilde{\delta V_e} &= 0 \end{aligned}$$

De tal forma que podemos escribir:

$$\widetilde{\delta n_e} = \frac{kn_0\widetilde{\delta V_e}}{(\omega - V_0k)} \quad (2.16)$$

La ecuación de estado de los iones nos queda:

$$\begin{aligned} -i\omega\widetilde{\delta n_i} \exp^j + n_{i0}ik\widetilde{\delta V_i} \exp^j &= 0 \\ \omega\widetilde{\delta n_i} - kn_{i0}\widetilde{\delta V_i} &= 0 \end{aligned}$$

De donde:

$$\widetilde{\delta n_i} = \frac{kn_0\widetilde{\delta V_i}}{\omega} \quad (2.17)$$

De la ecuación de momento, para los electrones tenemos:

$$m_en_{e0}(-i\omega\widetilde{\delta V_e} \exp^j) + m_en_{e0}V_0(ik\widetilde{\delta V_e} \exp^j) = -en_{e0}\widetilde{\delta E} \exp^j$$

Que se reduce a:

$$-i\omega m_e\widetilde{\delta V_e} + ikm_eV_0\widetilde{\delta V_e} = -e\widetilde{\delta E}$$

Despejando el término de velocidad:

$$\widetilde{\delta V_e} m_e i(\omega - kV_0) = e\widetilde{\delta E}$$

De manera que podemos escribir:

$$\widetilde{\delta V_e} = \frac{e\widetilde{\delta E}}{m_e i(\omega - kV_0)} \quad (2.18)$$

Similarmente para la ecuación de momento de los iones:

$$m_in_{i0}(-i\omega\widetilde{\delta V_i} \exp^j) = en_{i0}\widetilde{\delta E} \exp^j$$

Anulando el término de la exponencial:

$$-i\omega m_in_{i0}\widetilde{\delta V_i} = en_{i0}\widetilde{\delta E}$$

Despejando el parámetro de la velocidad de los iones, tenemos:

$$\widetilde{\delta V}_i = \frac{-e\widetilde{\delta E}}{m_i i\omega} \quad (2.19)$$

Ahora la ley de gauss nos queda:

$$ik\widetilde{\delta E} \exp^j = 4\pi e(\widetilde{\delta n}_i \exp^j - \widetilde{\delta n}_e \exp^j)$$

Anulamos las exponenciales:

$$ik\widetilde{\delta E} = 4\pi e(\widetilde{\delta n}_i - \widetilde{\delta n}_e)$$

Despejando el parámetro de campo eléctrico:

$$\widetilde{\delta E} = \frac{4\pi e}{ik}(\widetilde{\delta n}_i - \widetilde{\delta n}_e) \quad (2.20)$$

Sustituimos las ecuaciones 2.18 y 2.19 en las ecuaciones 2.16 y 2.17 obteniendo:

$$\widetilde{\delta n}_e = \frac{kn_0}{(\omega - V_0 k)} \frac{e\widetilde{\delta E}}{m_e i(\omega - kV_0)}$$

Donde se obtiene:

$$\widetilde{\delta n}_e = \frac{ekn_0\widetilde{\delta E}}{im_e(\omega - kV_0)^2} \quad (2.21)$$

Similarmente para el parámetro de densidad de iones:

$$\widetilde{\delta n}_i = \frac{-ekn_0\widetilde{\delta E}}{im_i\omega^2} \quad (2.22)$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores (2.21 y 2.22) en la ecuación 2.20 obtenemos:

$$\widetilde{\delta E} = \frac{4\pi e}{ik} \left[ -\frac{ekn_0\widetilde{\delta E}}{im_e(\omega - kV_0)^2} - \frac{ekn_0\widetilde{\delta E}}{im_i\omega^2} \right]$$

Que podemos simplificar como:

$$1 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_i \omega^2} + \frac{4\pi e^2 n_0}{m_e (\omega - kV_0)^2}$$

Las frecuencias de plasma del electrón y del ion se definen como:

$$\omega_i^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_i} \quad (2.23)$$

$$\omega_e^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_e} \quad (2.24)$$

Entonces obtenemos:

$$1 = \frac{\omega_i^2}{\omega^2} + \frac{\omega_e^2}{(\omega - kV_0)^2}$$

o

$$1 - \frac{\omega_i^2}{\omega^2} - \frac{\omega_e^2}{(\omega - kV_0)^2} = 0$$

A esta relación de dispersión se le llama **función dieléctrica**. Es una ecuación que depende de  $k$  y  $\omega$ .

Multiplicamos ambos lados por  $\omega^2(\omega - kV_0)^2$  y tenemos el desarrollo que sigue:

$$\left[ 1 - \frac{\omega_i^2}{\omega^2} - \frac{\omega_e^2}{(\omega - kV_0)^2} = 0 \right] \omega^2(\omega - kV_0)^2$$

Anulamos los denominadores:

$$\omega^2(\omega - kV_0)^2 - \omega_i^2(\omega - kV_0)^2 - \omega^2\omega_e^2 = 0$$

Desarrollamos los binomios al cuadrado:

$$\omega^2(\omega^2 - 2\omega kV_0 + k^2V_0^2) - \omega_i^2(\omega^2 - 2\omega kV_0 + k^2V_0^2) - \omega^2\omega_e^2 = 0$$

Separamos los términos:

$$\omega^4 - 2\omega^3 kV_0 + k^2V_0^2\omega^2 - \omega^2\omega_i^2 + 2\omega_i^2\omega kV_0 - k^2V_0^2\omega_i^2 - \omega^2\omega_e^2 = 0$$

De manera que obtenemos este polinomio de cuarto orden, con cuatro raíces de las cuales dos pueden ser raíces imaginarias, siendo una el complejo conjugado de la otra.

$$\omega^4 - 2\omega^3 kV_0 + \omega^2(k^2V_0^2 - \omega_i^2 - \omega_e^2) + 2\omega\omega_i^2 kV_0 - k^2V_0^2\omega_i^2 = 0 \quad (2.25)$$

Las soluciones se pueden escribir de la siguiente forma:

$$\omega = \alpha + i\gamma$$

Siendo  $\alpha$  la parte real y  $\gamma$  la parte imaginaria. La onda es de la forma:

$$\delta f = \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \omega t)}$$

Si la parte imaginaria de las soluciones es igual a cero,  $\text{Im}(\omega_j) = 0$ , las soluciones representan solo los modos posibles de vibración sin sufrir crecimiento o amortiguamiento temporal alguno. Pero si  $\text{Im}(\omega_j) \neq 0$ , es decir, si alguna de sus raíces es compleja, estará en pares complejos conjugados y tendremos inestabilidades. La dependencia en el tiempo de la onda estará dada por:

$$\begin{aligned} \delta f &= \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \omega t)} \\ \delta f &= \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - (\alpha + i\gamma)t)} \\ \delta f &= \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \alpha t - i\gamma t)} \\ \delta f &= \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \alpha t)} \exp^{\gamma t} \end{aligned}$$

### 2.2.2. Condición de Inestabilidad

La relación de dispersión puede ser analizada de hecho, sin tener que resolver el polinomio de cuarto orden. Si definimos:

$$x \equiv \omega/\omega_e \quad y \equiv kV_0/\omega_e$$



La función dieléctrica se vuelve:

$$1 = \frac{m_e}{m_i} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-y)^2} \equiv F(x,y) \quad (2.26)$$

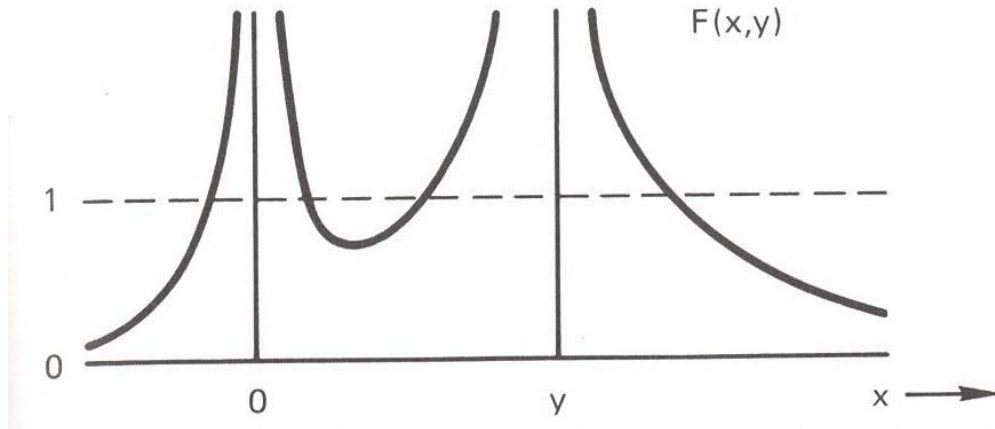


Figura 2.1: Función  $F(x,y)$  cuando el plasma es estable.

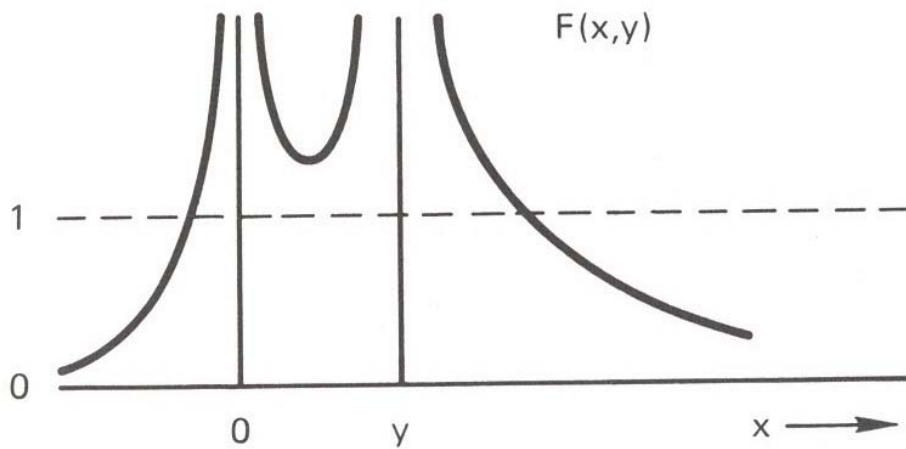


Figura 2.2: Función  $F(x,y)$  cuando el plasma es inestable.

Para cada valor de  $y$ , graficamos  $F(x,y)$  como una función de  $x$ . Esta función tendrá singularidades en  $x = 0$  y  $x = y$  como se ve en la figura 2.1. La intersección

de esta curva con la recta igual a 1, da los valores de  $x$  que satisfacen la relación de dispersión. En la figura 2.1 hay cuatro intersecciones, por lo tanto hay cuatro raíces reales en  $\omega$ . Sin embargo si escogemos un valor muy pequeño de  $y$  tendremos una figura parecida a la 2.2. Tenemos solo dos intersecciones y por tanto solo dos raíces son reales, las otras dos son complejas. Estas raíces complejas corresponden a los modos inestables de vibración, y sucederá cuando se tenga un valor de  $kV_0$  lo suficientemente pequeño.

Para cualquier valor de  $V_0$ , el plasma es siempre inestable a longitudes de onda suficientemente largas. Esto significa que cuando la velocidad de propagación de las perturbaciones de los electrones es mayor que la velocidad relativa entre las dos especies se desarrolla la inestabilidad.

Podemos también estimar el máximo grado de crecimiento predicho por la ecuación 2.25 es, para  $m_e/m_i \ll 1$ .

$$\text{Im} \left( \frac{\omega}{\omega_e} \right) \approx \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/3}$$

Como la inestabilidad ocurre cuando la relación de dispersión tiene raíces complejas. Esto sucede cuando el mínimo local de  $F(x, y)$  en el rango  $0 < x < y$  es mayor que 1. Decimos que el mínimo local de  $F(x, y)$  se encuentra en  $x = x_A$  y derivamos la función dieléctrica para obtener el mínimo local, tenemos entonces:

$$F'(x_A, y) = -2 \frac{m_e}{m_i} \frac{1}{x_A^3} - 2 \frac{1}{(x_A - y)^3} = 0$$

ó

$$x_A = \frac{y}{1 + (m_i/m_e)^{1/3}} = \frac{y}{1 + A} \approx 0.075y$$

Donde  $A = (m_i/m_e)^{1/3} \approx 12.25$

Por tanto, la condición de inestabilidad esta dada por:

$$F(x_A, y) = \frac{m_e}{m_i} \frac{1}{x_A^2} + \frac{1}{(x_A - y)^2} = \frac{1}{A^3} \frac{(1 + A)^2}{y^2} + \frac{(1 + A)^2}{y^2 A^2} = \frac{(1 + A)^3}{y^2 A^3}$$

Por tanto:

$$y^2 < \left(\frac{1+A}{A}\right)^3 \approx \left(\frac{13.25}{12.25}\right)^3 \approx 1.265$$

El cual nos resulta:

$$y = 1.12486$$

ó

$$kV_0 < 1.12486\omega_e$$

Si usamos la expresión de la frecuencia de plasma del electrón 2.24, con  $e = 4.803 \times 10^{-10}$ esu,  $m_e = 9.1094 \times 10^{-28}$ g, obtenemos que el número de onda donde se encontrará el máximo grado de crecimiento depende de la velocidad inicial y densidad inicial del plasma de los electrones, esto es:

$$k < (56451.866)n_0^{1/2}/V_0$$

ó

$$\lambda > \frac{2\pi V_0}{(56451.866)n_0^{1/2}}$$

Resolviendo directamente el polinomio 2.25, podemos encontrar las raíces imaginarias para el máximo modo de crecimiento de la inestabilidad, esto se muestra en el capítulo cinco.

Para mas información de la teoría de dos haces se pueden revisar varios libros como la referencia [11].

## 2.3. Objetivo

El objetivo final de este trabajo es contribuir al entendimiento de los procesos que dan lugar al transporte de momento entre el viento solar y el plasma de origen ionosférico en la ionofunda de cuerpos no magnetizados del sistema solar.

Para esto, estudiaremos el desarrollo lineal de la inestabilidad de plasma de dos haces paralelos; un plasma estacionario, de iones pesados y electrones, y un plasma que se mueve rápidamente con respecto a este, compuesto por H+ y electrones. Esta

configuración se toma como un modelo de la interacción no colisional del viento solar con la envoltura de plasma de obstáculos no magnetizados como son, Venus, Marte y los cometas.

Además, a partir de un análisis heurístico del flujo de momento en los iones de origen planetario, determinamos si el transporte de momento del viento solar hacia dicha especie, tiende a arrastrarlo como se predice en la hipótesis de la interacción tipo viscosa, esto con el análisis de la inestabilidad de dos haces (inestabilidad muy conocida en física de plasmas), en un sistema de cuatro componentes. La energía de las partículas puede conducir a la excitación de ondas de plasma.



---

## Capítulo 3

# Inestabilidad de dos haces: cuatro especies

### 3.1. Naturaleza del problema

En este capítulo se desarrolla la inestabilidad de dos haces para un escenario mas parecido al de la interacción de la ionosfera de Venus con el viento solar. Considerando el panorama general describimos el problema de la manera siguiente.

Tenemos plasma proveniente del viento solar hacia el planeta Venus, este viento solar interacciona con la ionosfera del planeta que esta compuesta principalmente de  $\text{CO}_2$ , con gruesas nubes de acido sulfúrico,  $\text{O}_2$  en 96 %, 3.5 % de nitrógeno, 1 % de  $\text{CO}_2$  monóxido de carbono, argón, dióxido de sulfuro y vapor de agua. Cuando las partículas de los dos plasmas interaccionan, se produce un desaceleramiento por parte de las especies del viento solar, principalmente en la ionofunda, perturbando las partículas del plasma ionosférico que estaban inertes o las que se producen por ionización de partículas de la exosfera en la región de la ionofunda. Básicamente las partículas del viento solar transportan momento a las partículas de la ionosfera. Tenemos un sistema con cuatro componentes, dos componentes (iones y electrones) son las provenientes del viento solar que se mueven inicialmente con velocidad  $V_0$ , mientras que las dos componentes de la ionosfera se encuentran inertes. A continuación encontraremos las ecuaciones de movimiento y sus posibles soluciones.

## 3.2. Métodos analíticos

El desarrollo del problema es parecido al que se mostro en el capítulo anterior, trabajamos en el régimen lineal, y consideraremos un plasma frío (sin dependencia de la presión). Las variables de flujo que describen el sistema son las siguientes:

Tabla 3.1: Variables para viento solar

Velocidad de electrones	$V_e^s = V_{0,e}^s + \delta V_e^s$
Densidad de electrones	$n_e^s = n_{0,e}^s + \delta n_e^s$
Velocidad de iones	$V_i^s = V_{0,i}^s + \delta V_i^s$
Densidad de iones	$n_i^s = n_{0,i}^s + \delta n_i^s$

Tabla 3.2: Variables para la ionosfera

Velocidad de electrones	$V_e^I = \delta V_e^I$
Densidad de electrones	$n_e^I = n_{0,e}^I + \delta n_e^I$
Velocidad de iones	$V_i^I = \delta V_i^I$
Densidad de iones	$n_i^I = n_{0,i}^I + \delta n_i^I$

Donde se considera que  $n_{0,e}^s = n_{0,i}^s$  y  $n_{0,e}^I = n_{0,i}^I$

Como en el problema anterior las variables del sistema se han escrito como un valor no perturbado mas una pequeña perturbación. La evolución del sistema esta dada por la solución de las ecuaciones de continuidad y momento para cada una de las especies. De modo que tenemos estas ecuaciones en su forma general:

Ecuación de continuidad para partículas del viento solar:

$$\frac{\partial n_{e,i}^s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_{e,i}^s \mathbf{V}_{e,i}^s) = 0 \quad (3.1)$$

Ecuaciones de momento para partículas del viento solar:

$$n_e^s \frac{\partial \mathbf{V}_e^s}{\partial t} + n_e^s (\mathbf{V}_e^s \cdot \nabla) \mathbf{V}_e^s = \frac{-en_e^s \mathbf{E}}{m_e^s} \quad (3.2)$$

$$n_i^s \frac{\partial \mathbf{V}_i^s}{\partial t} + n_i^s (\mathbf{V}_i^s \cdot \nabla) \mathbf{V}_i^s = \frac{en_i^s \mathbf{E}}{m_i^s} \quad (3.3)$$

Ecuación de continuidad para partículas ionosféricas:

$$\frac{\partial n_{e,i}^I}{\partial t} + \nabla \cdot (n_{e,i}^I \mathbf{V}_{e,i}^I) = 0 \quad (3.4)$$

Ecuaciones de momento para partículas ionosféricas:

$$n_e^I \frac{\partial \mathbf{V}_e^I}{\partial t} + n_e^I (\mathbf{V}_e^I \cdot \nabla) \mathbf{V}_e^I = \frac{-en_e^I \mathbf{E}}{m_e^I} \quad (3.5)$$

$$n_i^I \frac{\partial \mathbf{V}_i^I}{\partial t} + n_i^I (\mathbf{V}_i^I \cdot \nabla) \mathbf{V}_i^I = \frac{en_i^I \mathbf{E}}{m_i^I} \quad (3.6)$$

Resolveremos las ecuaciones en 1-D, linealizando y normalizando los parámetros de velocidad, densidad y campo eléctrico.

### 3.3. Desarrollo lineal

Las ecuaciones en una dimensión son las siguientes:

#### ECUACIONES DE CONTINUIDAD

Electrones del viento solar:

$$\partial_t n_e^s + \partial_x (n_e^s V_e^s) = 0$$

Iones del viento solar:

$$\partial_t n_i^s + \partial_x (n_i^s V_i^s) = 0$$

Electrones ionosféricos:

$$\partial_t n_e^I + \partial_x (n_e^I V_e^I) = 0$$

Iones ionosféricos:

$$\partial_t n_i^I + \partial_x (n_i^I V_i^I) = 0$$

#### ECUACIONES DE MOMENTO



Electrones del viento solar:

$$n_e^s \partial_t V_e^s + n_e^s V_e^s (\partial_x V_e^s) = \frac{-en_e^s E}{m_e^s}$$

Iones del viento solar:

$$n_i^s \partial_t V_i^s + n_i^s V_i^s (\partial_x V_i^s) = \frac{en_i^s E}{m_i^s}$$

Electrones ionosféricos:

$$n_e^I \partial_t V_e^I + n_e^I V_e^I (\partial_x V_e^I) = \frac{-en_e^I E}{m_e^I}$$

Iones ionosféricos:

$$n_i^I \partial_t V_i^I + n_i^I V_i^I (\partial_x V_i^I) = \frac{en_i^I E}{m_i^I}$$

### LEY DE GAUSS

$$\partial_x E = 4\pi e(n_i^s + n_i^I - n_e^s - n_e^I)$$

Escribiremos las ecuaciones anteriores sustituyendo los parámetros de configuración, de manera que tenemos:

- Para el caso de las ecuaciones de continuidad de partículas del viento solar:

$$\begin{aligned} \partial_t n_e^s + \partial_x (n_e^s V_e^s) &= 0 \\ \partial_t (n_{0,e}^s + \delta n_e^s) + \partial_x [(n_{0,e}^s + \delta n_e^s)(V_{0,e}^s + \delta V_e^s)] &= 0 \\ \partial_t \delta n_e^s + \partial_x n_{0,e}^s \delta V_e^s + \partial_x \delta n_e^s V_{0,e}^s &= 0 \end{aligned}$$

$$\partial_t \delta n_e^s + n_{0,e}^s \partial_x \delta V_e^s + V_{0,e}^s \partial_x \delta n_e^s = 0 \quad (3.7)$$

Similarmente para la ecuación de continuidad de iones de viento solar:

$$\partial_t \delta n_i^s + n_{0,i}^s \partial_x \delta V_i^s + V_{0,i}^s \partial_x \delta n_i^s = 0 \quad (3.8)$$

- Ecuaciones de momento de partículas del viento solar:

$$n_e^s \partial_t V_e^s + n_e^s V_e^s (\partial_x V_e^s) = \frac{-en_e^s E}{m_e^s}$$

Donde

$$\partial_t V_e^s + V_e^s (\partial_x V_e^s) = \frac{-eE}{m_e^s}$$

$$\partial_t (V_{0e}^s + \delta V_e^s) + (V_{0e}^s + \delta V_e^s) \partial_x (V_{0e}^s + \delta V_e^s) = \frac{-e\delta E}{m_e^s}$$

Desarrollamos todos los términos y anulamos los términos de derivadas a valores iniciales:

$$\partial_t V_{0e}^s + \partial_t \delta V_e^s + (V_{0e}^s + \delta V_e^s) \partial_x \delta V_e^s = \frac{-e\delta E}{m_e^s}$$

$$\partial_t V_{0e}^s + \partial_t \delta V_e^s + V_{0e}^s \partial_x \delta V_e^s + \delta V_e^s \partial_x \delta V_e^s = \frac{-e\delta E}{m_e^s}$$

Nos queda:

$$\partial_t \delta V_e^s + V_{0e}^s \partial_x \delta V_e^s = \frac{-e\delta E}{m_e^s} \quad (3.9)$$

Similarmente para los iones de viento solar:

$$\partial_t \delta V_i^s + V_{0i}^s \partial_x \delta V_i^s = \frac{e\delta E}{m_i^s} \quad (3.10)$$

- Para el caso de las ecuaciones de continuidad de partículas ionosféricas:

$$\begin{aligned} \partial_t n_e^I + \partial_x (n_e^I V_e^I) &= 0 \\ \partial_t (n_{0,e}^I + \delta n_e^I) + \partial_x [(n_{0,e}^I + \delta n_e^I) (\delta V_e^I)] &= 0 \\ \partial_t \delta n_e^I + \partial_x n_{0,e}^I \delta V_e^s &= 0 \end{aligned}$$

Nos queda:

$$\partial_t \delta n_e^I + n_{0,e}^I \partial_x \delta V_e^s = 0 \quad (3.11)$$

Similarmente para el caso de iones ionosféricos:

$$\partial_t \delta n_i^I + n_{0,i}^I \partial_x \delta V_i^s = 0 \quad (3.12)$$

- Ecuaciones de momento de partículas ionosféricas:

$$n_e^I \partial_t V_e^I + n_e^I V_e^I (\partial_x V_e^I) = \frac{-en_e^I E}{m_e^I}$$

$$\partial_t V_e^I + V_e^I (\partial_x V_e^I) = \frac{-eE}{m_e^I}$$

$$\partial_t \delta V_e^I + \delta V_e^I (\partial_x \delta V_e^I) = \frac{-e\delta E}{m_e^I}$$

Anulamos los términos que son muy pequeños y nos da:

$$\partial_t \delta V_e^I = \frac{-e\delta E}{m_e^I} \quad (3.13)$$

De forma similar la ecuación de momento de iones ionosféricos nos queda:

$$\partial_t \delta V_i^I = \frac{-e\delta E}{m_i^I} \quad (3.14)$$

- Ley de Gauss:

$$\partial_x E = 4\pi e(n_i^s + n_i^I - n_e^s - n_e^I)$$

$$\partial_x \delta E = 4\pi e(n_{oi}^s + n_{oi}^I - n_{oe}^s - n_{oe}^I + \delta n_i^s + \delta n_i^I - \delta n_e^s - \delta n_e^I)$$

Suponemos densidad inicial uniforme, nos da:

$$\partial_x \delta E = 4\pi e(\delta n_i^s + \delta n_i^I - \delta n_e^s - \delta n_e^I) \quad (3.15)$$

Tenemos ondas electrostáticas como resultado de la interacción y se mueven en una dirección, asumimos de nuevo que tienen dependencia exponencial en el tiempo, de modo que las perturbaciones las podemos escribir de la forma:

$$\delta f = \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \omega t)}$$

Siendo  $k$  el numero de onda,  $\omega$  la frecuencia.

$$\begin{aligned}\partial_t \delta f &= \partial_t (\widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \omega t)}) \\ \partial_t \delta f &= \exp^{i(kx - \omega t)} \partial_t \widetilde{\delta f} + \widetilde{\delta f} \partial_t \exp^{i(kx - \omega t)} \\ \partial_t \delta f &= -i\omega \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \omega t)}\end{aligned}$$

Similarmente encontramos que:

$$\partial_x \delta f = ik \widetilde{\delta f} \exp^{i(kx - \omega t)}$$

Sustituimos en las ecuaciones 3.7 a 3.15 y obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}-i\omega \widetilde{\delta n}_e^s \exp^j + n_{0,e} ik \widetilde{\delta V}_e^s \exp^j + V_{0,e}^s ik \widetilde{\delta n}_e^s \exp^j &= 0 \\ \omega \widetilde{\delta n}_e^s - kn_{0,e}^s \widetilde{\delta V}_e^s - kV_{0,e}^s \widetilde{\delta n}_e^s &= 0\end{aligned}$$

Donde  $j = i(kx - \omega t)$ , realizamos el mismo procedimiento para cada una de las ecuaciones y nos queda:

$$[\omega - kV_{0,e}^s] \widetilde{\delta n}_e^s - kn_{0,e}^s \widetilde{\delta V}_e^s = 0 \quad (3.16)$$

$$[\omega - kV_{0,i}^s] \widetilde{\delta n}_i^s - kn_{0,i}^s \widetilde{\delta V}_i^s = 0 \quad (3.17)$$

$$\omega \widetilde{\delta n}_e^I - kn_{0,e}^I \widetilde{\delta V}_e^I = 0 \quad (3.18)$$

$$\omega \widetilde{\delta n}_i^I - kn_{0,i}^I \widetilde{\delta V}_i^I = 0 \quad (3.19)$$

Para las ecuaciones de momento tenemos:

$$-i\omega \widetilde{\delta V}_e^s + ikV_{0,e}^s \widetilde{\delta V}_e^s = \frac{-e\widetilde{\delta E}}{m_e^s}$$

$$\begin{aligned}
 -i\omega\delta\widetilde{V}_i^s + ikV_{0,i}^I\delta\widetilde{V}_i^s &= \frac{e\delta\widetilde{E}}{m_i^s} \\
 -i\omega\delta\widetilde{V}_e^I &= -\frac{e\delta\widetilde{E}}{m_e^I} \\
 -i\omega\delta\widetilde{V}_i^I &= \frac{e\delta\widetilde{E}}{m_i^I}
 \end{aligned}$$

Ley de Gauss:

$$\partial_x\delta\widetilde{E} = \frac{4\pi e}{ik}(\delta\widetilde{n}_i^s + \delta\widetilde{n}_i^I - \delta\widetilde{n}_e^s - \delta\widetilde{n}_e^I) \quad (3.20)$$

Sustituimos la expresión anterior en las últimas ecuaciones de momento que desarrollamos, tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 -i\omega\delta\widetilde{V}_e^s + ikV_{0,e}^s\delta\widetilde{V}_e^s &= \frac{-e\delta\widetilde{E}}{m_e^s} \\
 -i\omega\delta\widetilde{V}_e^s + ikV_{0,e}^s\delta\widetilde{V}_e^s + \frac{e\delta\widetilde{E}}{m_e^s} &= 0 \\
 -i\omega\delta\widetilde{V}_e^s + ikV_{0,e}^s\delta\widetilde{V}_e^s + \frac{4\pi e^2}{ikm_e}(\delta\widetilde{n}_i^s + \delta\widetilde{n}_i^I - \delta\widetilde{n}_e^s - \delta\widetilde{n}_e^I) &= 0
 \end{aligned}$$

Multiplicamos por  $i$ :

$$\omega\delta\widetilde{V}_e^s - kV_{0,e}^s\delta\widetilde{V}_e^s + \frac{4\pi e^2}{km_e}(\delta\widetilde{n}_i^s + \delta\widetilde{n}_i^I - \delta\widetilde{n}_e^s - \delta\widetilde{n}_e^I) = 0$$

Como vimos en el capítulo anterior, la frecuencia de plasma del electrón se puede escribir en la forma:

$$\omega_e^2 = \frac{4\pi e^2 n_{0,e}^s}{m_e}$$

De manera que podemos expresar la ecuación de momento como:

$$\omega\delta\widetilde{V}_e^s - kV_{0,e}^s\delta\widetilde{V}_e^s + \frac{\omega_e^2}{kn_{0,e}^s}(\delta\widetilde{n}_i^s + \delta\widetilde{n}_i^I - \delta\widetilde{n}_e^s - \delta\widetilde{n}_e^I) = 0$$

Simplificamos en la forma:

$$(\omega - kV_{0,e}^s)\widetilde{\delta V}_e^s \frac{kn_{0,e}^s}{\omega_e^2} + \widetilde{\delta n}_i^s + \widetilde{\delta n}_i^I - \widetilde{\delta n}_e^s - \widetilde{\delta n}_e^I = 0 \quad (3.21)$$

Hacemos el mismo procedimiento en las ecuaciones de momento y nos resulta:

$$(\omega - kV_{0,i}^s)\widetilde{\delta V}_i^s \frac{kn_{0,e}^s}{\omega_e^2} - \frac{m_e}{m_i^s}(\widetilde{\delta n}_i^s + \widetilde{\delta n}_i^I - \widetilde{\delta n}_e^s - \widetilde{\delta n}_e^I) = 0 \quad (3.22)$$

$$\omega\widetilde{\delta V}_e^I \frac{kn_{0,e}^s}{\omega_e^2} + \widetilde{\delta n}_i^s + \widetilde{\delta n}_i^I - \widetilde{\delta n}_e^s - \widetilde{\delta n}_e^I = 0 \quad (3.23)$$

$$\omega\widetilde{\delta V}_i^I \frac{kn_{0,e}^s}{\omega_e^2} - \frac{m_e}{m_i^I}(\widetilde{\delta n}_i^s + \widetilde{\delta n}_i^I - \widetilde{\delta n}_e^s - \widetilde{\delta n}_e^I) = 0 \quad (3.24)$$

### 3.4. Normalización

Para facilitar la solución de las ecuaciones algebraicas que obtuvimos en la sección pasada (3.16 a 3.24) normalizamos las variables con los términos siguientes:

$$\hat{\omega} = \frac{\omega}{\omega_e}$$

$$\hat{k} = kL$$

$$\widetilde{\delta n}_e = n_{0,e}^s \delta \hat{n}_e^s$$

$$\widetilde{\delta V}_e = V_{0,e}^s \delta \hat{V}_e^s$$

$$V_{0,e}^s = \omega_e L$$

- Normalización de las ecuaciones de continuidad

Dividimos entre  $\omega_e$  y sustituimos  $\hat{k} = kL$ :

$$[\omega - kV_{0,e}^s]\widetilde{\delta n}_e^s - kn_{0,e}^s\widetilde{\delta V}_e^s = 0$$

Que nos da:

$$[\hat{\omega} - \hat{k}]n_{0,e}^s\delta\hat{n}_e^s - \hat{k}n_{0,e}^s\delta\hat{V}_e^s = 0$$

Tenemos entonces:

$$[\hat{\omega} - \hat{k}]\delta\hat{n}_e^s - \hat{k}\delta\hat{V}_e^s = 0 \quad (3.25)$$

Se usa el mismo proceso, de la ecuación 3.17 nos resulta:

$$[\hat{\omega} - \hat{k}]\delta\hat{n}_i^s - \hat{k}\delta\hat{V}_i^s N_i^s = 0 \quad (3.26)$$

Siendo  $N_i^s = \frac{n_{0,i}^s}{n_{0,e}^s}$

Las ecuaciones de continuidad de iones y electrones ionosféricos nos da:

$$\hat{\omega}\delta\hat{n}_e^I - \hat{k}\delta\hat{V}_e^I N_e^I = 0 \quad (3.27)$$

Siendo  $N_e^I = \frac{n_{0,e}^I}{n_{0,e}^s}$

$$\hat{\omega}\delta\hat{n}_i^I - \hat{k}\delta\hat{V}_i^I N_i^I = 0 \quad (3.28)$$

Siendo  $N_i^I = \frac{n_{0,i}^I}{n_{0,e}^s}$

• Normalización ecuaciones de momento

$$[\hat{\omega} - \hat{k}]\hat{k}\delta\hat{V}_e^s + \delta\hat{n}_i^s + \delta\hat{n}_i^I - \delta\hat{n}_e^s - \delta\hat{n}_e^I = 0 \quad (3.29)$$

$$[\hat{\omega} - \hat{k}]\hat{k}\delta\hat{V}_i^s - \alpha\delta\hat{n}_i^s - \alpha\delta\hat{n}_i^I + \alpha\delta\hat{n}_e^s + \alpha\delta\hat{n}_e^I = 0 \quad (3.30)$$

Siendo  $\alpha = \frac{m_e}{m_i^s}$

$$\hat{\omega}\hat{k}\delta\hat{V}_e^I + \delta\hat{n}_i^s + \delta\hat{n}_i^I - \delta\hat{n}_e^s - \delta\hat{n}_e^I = 0 \quad (3.31)$$

$$\hat{\omega}\hat{k}\delta\hat{V}_i^I - \beta\delta\hat{n}_i^s - \beta\delta\hat{n}_i^I + \beta\delta\hat{n}_e^s + \beta\delta\hat{n}_e^I = 0 \quad (3.32)$$

Siendo  $\beta = \frac{m_e}{m_i^I}$

Obtenemos estas ocho ecuaciones algebraicas a ser resueltas numéricamente. En el próximo capítulo se describirán los procesos numéricos que se usaron.





# Capítulo 4

## Solución numérica

La derivación analítica de la relación de dispersión se realizó usando WOLFRAM MATHEMATICA, esto resolviendo el conjunto de ecuaciones algebraicas encontradas en el capítulo anterior. Recuperamos los variables sin normalizar de  $\omega$ ,  $k$  y  $V$  para facilitar los cálculos y trabajar con valores reales. Los términos a encontrar los escribimos en forma matricial con el fin de encontrar los coeficientes del polinomio resultante. La figura 4.1 muestra la matriz que se resolvió en MATHEMATICA y en la parte de abajo las ecuaciones ordenadas. Aplicamos el determinante, ordenamos los términos y obtenemos un polinomio de octavo orden, que se logra reducir a uno de sexto orden, el cuál es una relación de dispersión para ondas longitudinales y constituye una ecuación de sexto orden en  $\omega$ .

$$Q = \begin{pmatrix} \omega - k + V & 0 & 0 & 0 & -k + V & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega - k + V & 0 & 0 & 0 & -k + Nis + V & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & -k + NeI + V & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & -k + NiI + V \\ -1 & 1 & -1 & 1 & (\omega - k + V) * k + V / \omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ a & -a & a & -a & 0 & (\omega - k + V) * k + V / \omega^2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & k * \omega + V / \omega^2 & 0 \\ b & -b & b & -b & 0 & 0 & 0 & k * \omega + V / \omega^2 \end{pmatrix}$$

Figura 4.1: Matriz hecha en Wolfram Mathematica.

Como se explico en el capítulo 2, las condiciones donde puede desarrollarse la inestabilidad de dos haces, son cuando la onda no es amortiguada. Las raíces son

$$\text{MatrixForm}[\mathbf{Q.X}]$$

$$\begin{pmatrix} (-kV+w)\delta n_{es} - kV\delta v_{es} \\ (-kV+w)\delta n_{is} - kNisV\delta v_{is} \\ w\delta n_{ei} - kNeV\delta v_{ei} \\ w\delta n_{ii} - kNiV\delta v_{ii} \\ -\delta n_{ei} - \delta n_{es} + \delta n_{ii} + \delta n_{is} + \frac{kV(-kV+w)\delta v_{es}}{w\omega^2} \\ a\delta n_{ei} + a\delta n_{es} - a\delta n_{ii} - a\delta n_{is} + \frac{kV(-kV+w)\delta v_{is}}{w\omega^2} \\ -\delta n_{ei} - \delta n_{es} + \delta n_{ii} + \delta n_{is} + \frac{kVw\delta v_{ei}}{w\omega^2} \\ b\delta n_{ei} + b\delta n_{es} - b\delta n_{ii} - b\delta n_{is} + \frac{kVw\delta v_{ii}}{w\omega^2} \end{pmatrix}$$

Figura 4.2: Ecuaciones a resolver.

$$\begin{aligned} & -4kVw^5 + w^6 - k^4NeV^4w^2 - b k^4NiV^4w^2 + w^4(6k^2V^2 - w^2 - Ne w^2 - bNi w^2 - aNis w^2) + \\ & w^3(-4k^3V^3 + 2kVw^2 + 4kNeVw^2 + 4bkNiVw^2 + 2aNisVw^2) + \\ & w^2(k^4V^4 - k^2V^2w^2 - 6k^2NeV^2w^2 - 6bk^2NiV^2w^2 - a k^2NisV^2w^2) + w(4k^3NeV^3w^2 + 4bk^3NiV^3w^2) \end{aligned}$$

Figura 4.3: Polinomio resultante.

expresadas como:

$$\omega = \alpha + i\gamma$$

Siendo  $\alpha$  la parte real y  $\gamma$  la parte imaginaria.

Sustituyendo en la expresión para ondas electrostáticas tenemos que:

Si  $\gamma < 0$ , la onda es dinámicamente amortiguada. Si  $\gamma > 0$ , la ondas es inestable y crece con una razón exponencial.

Consideramos las raíces imaginarias de la relación de dispersión que nos indiquen un plasma turbulento.

## 4.1. Código en IDL

Calculamos numéricamente las raíces imaginarias de la relación de dispersión como función del numero de onda, hicimos dos cálculos, variando la velocidad del viento solar y otro cálculo numérico variando la densidad inicial del plasma del viento

solar. Esto lo realizamos usando como herramienta IDL (*Interactive Data Language*). Graficamos dichas raíces en función del número de onda.

Para corroborar que el código y el polinomio encontrado sean correctos comparamos el caso conocido de inestabilidad de dos haces de dos especies, con el caso de cuatro especies. Esto, usando el polinomio 2.25 que se muestra en el capítulo dos.

El código usado para obtener las raíces imaginarias de la ecuación de dispersión en el caso de dos especies, variando la velocidad del viento solar se muestra a continuación.

```
;+
; :Author: dulce
;-

; Program to calculate roots of dispersion relation velocity variation
;
;
;TVLCT, Reverse(rgb,1)
set_plot, 'x'
;device,true_color=24,decomposed=0,retain=2
;loadct,39
;tvlct,r,g,b,/get

device, true_color=24
;window, /free
window, xsize=1000, ysize=900
device, decomposed=0
device, get_visual_depth=depth

erase

nk=1000
kmin=double(1.0e1)
kmax=double(1.0e4)
```

```
dk=double((alog10(kmax)-alog10(kmin))/double(nk-1))

nv=200
Vmax=double(1.0e2)
Vmin=double(1.0e0)
dv=(Vmax-Vmin)/double(nv-1)

kk=dblarr(nk)
vv=dblarr(nv)
gmax=dblarr(nk,nv)

tiny=1.0e-20
Ni= 10.0

for ik=0,nk-1 do begin

k=double(kmin*10.0^(double(ik)*dk))
kk(ik)=k

;print,k

for iv=0,nv-1 do begin

V=Vmin+double(iv)*dv
vv(iv)=V
;print,V

; Ni, V free

me=double(9.1094e-28)
mi=double(16*1.6726e-24)
e=double(4.8e-10)
```

```
Wi=(4.0*dPi*e^2*Ni/mi)^(0.5)
We=(4.0*dPi*e^2*Ni/me)^(0.5)

;m=me/mi

a = dcomplex(1.0,0.)
b = dcomplex(-2.0*k*V,0.)
c = dcomplex(k^2*V^2-Wi^2-We^2, 0.)
d = dcomplex(2.0*Wi^2*k*V,0.)
e = dcomplex(-k^2*V^2*Wi^2, 0.)
coefs=[e,d,c,b,a]

roots = FZ_ROOTS(coefs,/double)

gmax(ik,iv)=max(imaginary(roots))

if (gmax(ik,iv) lt tiny) then gmax(ik,iv) = tiny

;print,imaginary(roots)
endfor
endfor

;kcrit=we/vel
;kcrit=56

;print,kcrit
;print,imaginary(roots)
;print,roots

;#####
;
```

```

; Graficaci'on
;
;#####

;erase

!p.charsize=1.5
;!p.multi=[0,2,3]

;!P.COLOR=

xmin=kmin
xmax=kmax
;xmin=kmin/56.
;xmax=kmax/56.
!x.style=1
!x.range=[xmin,xmax]

ymin=10.0
;ymax=1.0e3
ymax=1.0e5
!y.style=1
!y.range=[ymin,ymax]

;!title='two stream instability two species'
;xtitle='K'
;ytitle='w'

!p.title='Imaginary roots of relation dispersion, two species,
Maximum growth rate N=10 cm!U-3!N'
;!y.title='Im(!4x!3)/!4x!3!Des!N'
!y.title=' [Im(!4x!3)](s!E-1!N)'

```

```
!x.title='k (cm!U-1!N)'  
  
;kk=kk  
  
;print,vv(nv/4)  
  
;Device, Decomposed=0  
;TVLCT, 53, 156, 83, 100  
  
plot_oo,kk,gmax(*,nv/4), linestyle=0 ;, background=0 ;, COLOR=50  
oplot,kk,gmax(*,nv/2), linestyle=5 ;, color=235  
oplot,kk,gmax(*,3*nv/4), linestyle= 3 ;, COLOR=70  
oplot,kk,gmax(*,nv-1), linestyle=1; , COLOR=150  
  
xyouts, 30, 6000, 'V=25 cm/s -----'  
xyouts, 30, 4500, 'V=50 cm/s _ _ _ '  
xyouts, 30, 3500, 'V=75 cm/s _ . _ '  
xyouts, 30, 2500, 'V=100 cm/s .....'  
  
print,nv/4, vv(nv/4)  
print,nv/2, vv(nv/2)  
print,3*nv/4, vv(3*nv/4)  
print,nv-1, vv(nv-1)  
  
;print, We  
  
;Device, Decomposed=1  
  
;oplot, [-kcrit,-kcrit], [ymin,ymax],linestyle=1  
;oplot, [kcrit,kcrit], [ymin,ymax],linestyle=1  
;oplot, [xmin,xmax], [0,0],linestyle=1
```

```
#####  
  
!x.style=0  
!y.style=0  
  
;!p.multi=0  
  
end
```

El código usado para encontrar las raíces imaginarias en el caso de cuatro especies es similar. Las gráficas y resultados se muestran en el próximo capítulo.





---

## Capítulo 5

# Resultados y discusiones

En este capítulo presentamos los resultados de la solución numérica de la relación de dispersión para nuestro problema. Presentamos además una breve discusión sobre posibles implicaciones de estos resultados en el problema de transferencia de momento en plasmas no colisionales como los que ocurren en la interacción entre el viento solar y la ionosfera de Venus.

Como una prueba de que la derivación analítica de la relación de dispersión, y el código de IDL desarrollado para resolverla en el caso general que consideramos, buscamos utilizarlo para reproducir el resultado conocido de la inestabilidad de 2 haces en un plasma de 2 especies (ver capítulo 2).

Usando un código en IDL desarrollado como parte de este trabajo resolvemos la ecuación 2.25. El valor máximo de la parte imaginaria de las raíces de esta ecuación, que corresponde a la tasa de crecimiento del modo mas inestable, se muestra en las Figura 5.1, para diferentes valores de  $V_0$

Por otro lado, utilizamos el código realizado para cuatro especies para resolver el problema reducido al de dos especies, para lo cual no consideramos la densidad de iones del viento solar ni la densidad de electrones de la ionosfera. Para esto adoptamos los valores:  $n_e^I = n_i^s = 10^{-4}\text{cm}^{-3}$  en la ecuación 4.3, un valor mucho menor que la densidad no perturbada de iones ionosféricos y electrones del viento solar. Esta consideración aproxima el caso en que los electrones ionosféricos y los iones del viento solar están ausentes, i.e el problema de 2 especies.

Los resultados de la solución de este problema reducido, para el modo de creci-

miento mas rápido de la inestabilidad, se muestra en las figuras 5.1 y 5.2. Retomando la condición de inestabilidad que se encontró en el capítulo 2, podemos estimar la  $k_{crit}$  dado los valores conocidos de carga del electrón,  $e = 4.803 \times 10^{-10}$  esu, masa del electrón,  $m_e = 9.1094 \times 10^{-28}$ g.

Dado que:

$$\omega_e^2 = \frac{4\pi e^2 n_{0,e}^s}{m_e} = (56412.14744)(n_{0,e}^s)^{1/2}$$

Tenemos:

$$k_{crit} = \omega_e/V_0 = \frac{(56412.14744)(n_{0,e}^s)^{1/2}}{V_0}$$

Si sustituimos los valores usados de velocidad inicial y densidad inicial de los electrones, encontramos que el  $k_{crit}$  mostrado en las gráfica concuerda con el cálculo anterior.

Comparando los resultados obtenidos para ambos problemas, la Figura 5.1 con la 5.2, podemos ver que los valores de la tasa de crecimiento y del numero de onda critico para el desarrollo de la inestabilidad para los modos de máximo crecimiento de la inestabilidad son muy similares. Siendo los resultados del problema de 2 especies ampliamente conocidos en la literatura, esto nos da la certeza de que la derivación matemática del polinomio característico para la inestabilidad que hemos llevado a cabo, así como el código es acertado.

## 5.1. Caso general

Retomando el caso de cuatro especies obtenemos resultados para diferentes valores de la densidad no perturbada del plasma de origen ionosférico, y también para diferentes valores de la velocidad relativa entre el viento solar y el plasma ionosférico.

Por un lado, se tiene que la velocidad relativa entre el viento solar y el plasma de origen ionosférico en la ionofunda aumenta, desde valores muy bajos en la vecindad del punto subsolar, hasta valores de cientos de km/s sobre los terminadores, sobretodo al alejarse del planeta. Así, hemos considerado 4 valores de la velocidad relativa;  $V_0 = 25, 50, 75$  y  $100$  km/s, para cubrir diferentes posibles condiciones que se presenten en la ionofunda de Venus o Marte.

Además, en estos casos consideramos un solo valor para densidades relativas de las cuatro especies que puede considerarse típicas en la ionofunda del lado día a

latitudes medias en la interacción del plasma ionosférico y el plasma del viento solar.  $n_e^s = n_i^s = 10 \text{ cm}^{-3}$  y  $n_e^I = n_i^I = 1 \text{ cm}^{-3}$ .

Los resultados para la tasa de crecimiento máxima de la inestabilidad como función del numero de onda se muestran en la Figura 5.3

Como se puede observar, existe un amplio rango de longitudes de onda para las cuales la inestabilidad se desarrolla muy rápidamente.

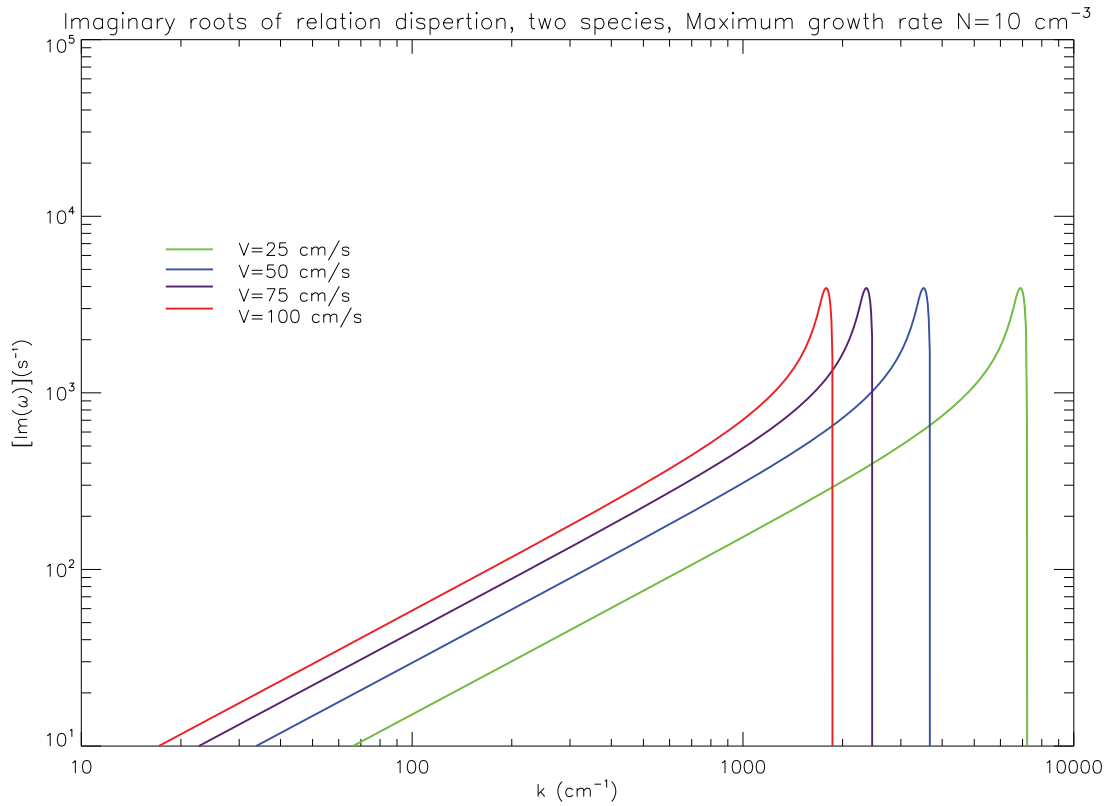


Figura 5.1: Raíces imaginarias de la relación de dispersión de dos especies, variando la velocidad inicial del viento solar.

## 5.2. Transferencia de momento

Los resultados anteriores nos indican que la inestabilidad de dos haces se puede desarrollar fácilmente en la ionofunda de Venus y Marte. Para todas las condiciones

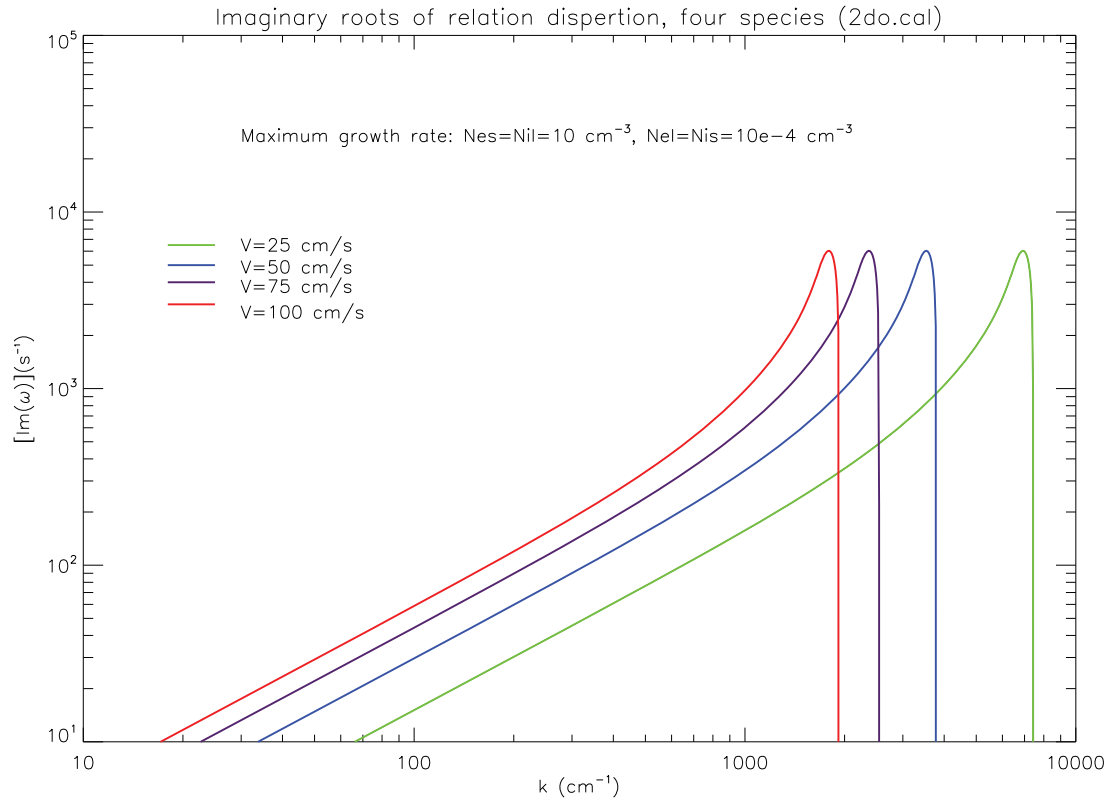


Figura 5.2: Raíces imaginarias de la relación de dispersión de nuestro problema de 4 especies, reducido al de dos especies, variando la velocidad inicial del viento solar.

de densidad y velocidad relativa consideradas, que representan las condiciones a lo largo de la ionofunda de estos planetas, existen modos inestables que se desarrollan rápidamente, en una escala de tiempo mucho menor que el tiempo de cruce del plasma del viento solar por la ionofunda,  $t_{\text{cruce}} \approx R_p/V_{sw}$ .

Los modos de mas rápido crecimiento de la inestabilidad se desarrollan a una escala de longitud pequeña comparada con el tamaño del planeta por lo que se espera que, al desarrollarse hasta el régimen no-lineal, den lugar a fluctuaciones turbulentas en el flujo. Como es bien sabido en la dinámica de fluidos, la presencia de turbulencia en un flujo generalmente da lugar a un aumento muy significativo de los procesos de transporte que generalmente dependen de los procesos colisionales como son la difusión, la conductividad y la viscosidad (Landau & Lifshitz, Fluid Mechanics o

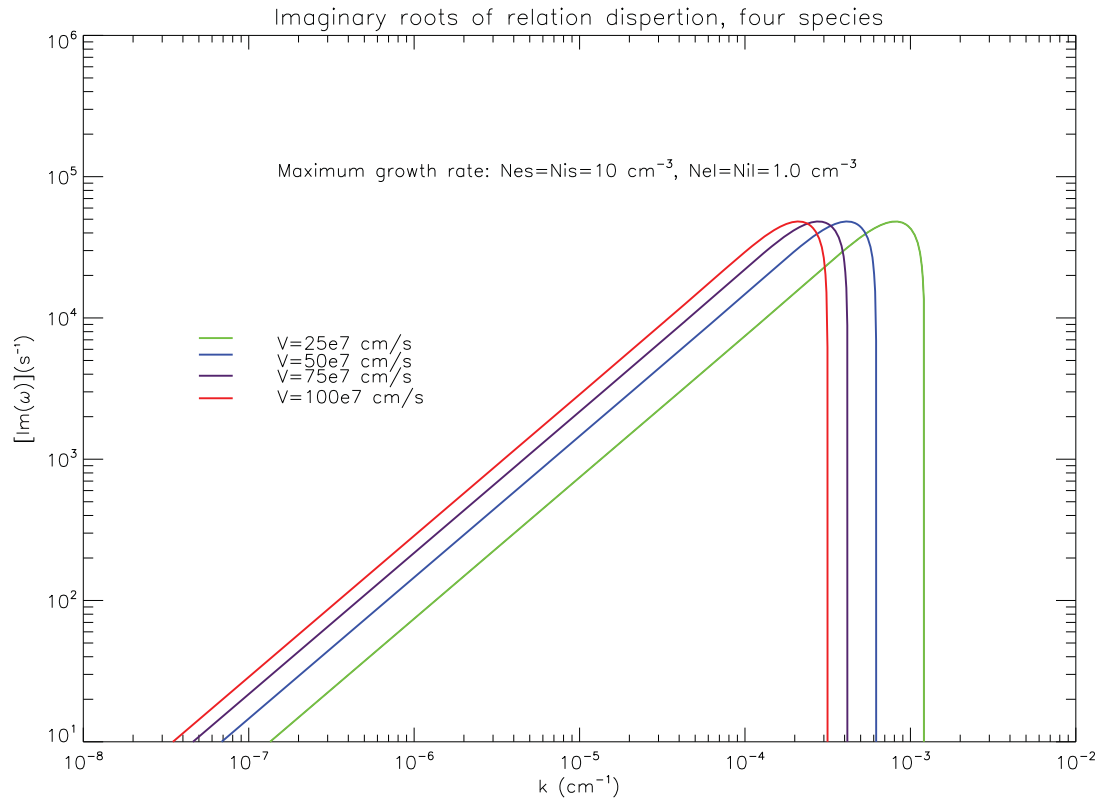


Figura 5.3: Raíces imaginarias de la relación de dispersión de nuestro problema de 4 especies variando la velocidad inicial del viento solar.

Tenekes & Lumley, A First Course in Turbulence).

En el caso que nos interesa, la interacción del viento solar con ionosferas planetarias, el desarrollo de la inestabilidad de dos haces como hemos propuesto en este trabajo, puede dar lugar a procesos de transporte que expliquen la transferencia de momento por parte de los iones y electrones del viento solar al plasma ionosférico, que forma parte del modelo viscoso presentado en la sección 1.4.4.

Se puede estimar el flujo de momento que se transfiere a una especie dada como resultado de las fluctuaciones turbulentas en el medio haciendo un promediado de Reynolds a la expresión de flujo de momento de las partículas en cuestión. En nuestro caso, nos interesa saber si como resultado del desarrollo de la inestabilidad, los iones de origen ionosférico tienen una aceleración neta, es decir, si ganan momento al

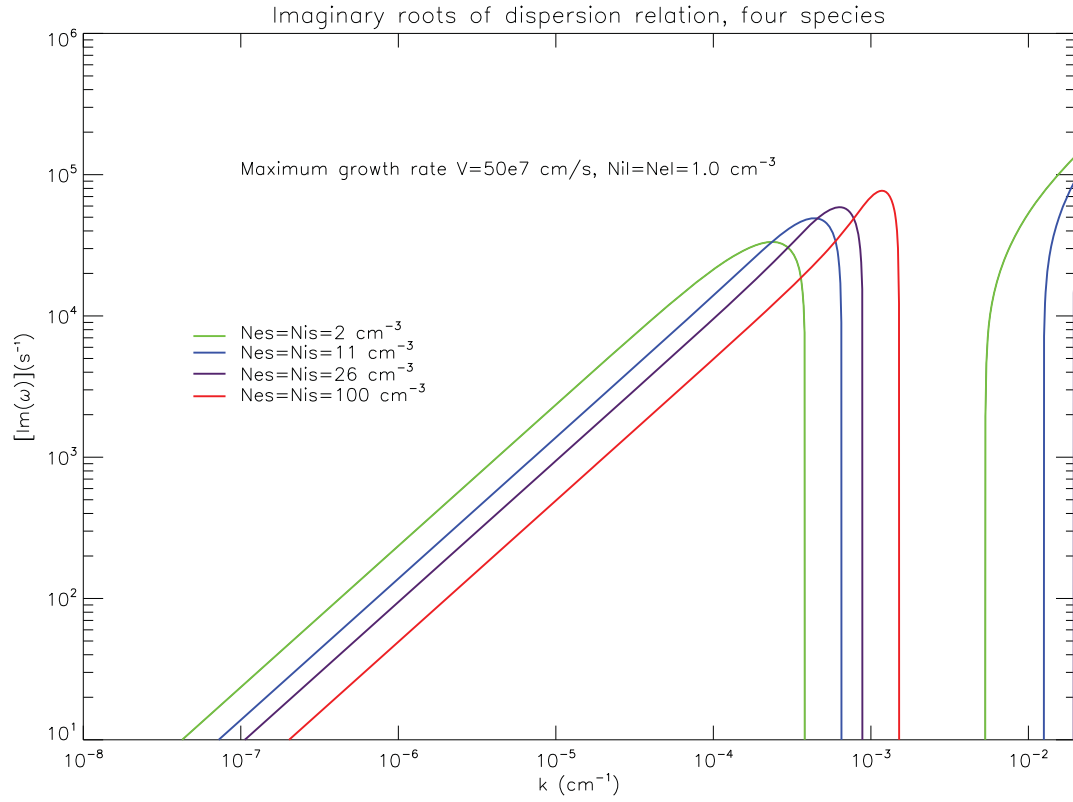


Figura 5.4: Raíces imaginarias de la relación de dispersión de nuestro problema de 4 especies variando la densidad inicial del viento solar.

interactuar, a través de la inestabilidad de dos haces, con el plasma del viento solar. Para esto escribimos:

$$\langle \rho_i^I \delta V_i^I \delta V_i^I \rangle \approx \frac{1}{2} \rho_i^I (\delta \widetilde{V}_i^I)^2 \exp(2\gamma t) > 0$$

Donde hemos utilizado las expresiones analíticas del capítulo 4 para las fluctuaciones de velocidad de los iones ionosféricos. El hecho de que el flujo de momento de los iones ionosféricos sea positivo nos indica que las partículas se aceleran en dirección del flujo del viento solar.

Estrictamente hablando, el promediado de Reynolds es aplicable, en el mejor de los casos, cuando tratamos con turbulencia completamente desarrollada. En este trabajo solo hemos estudiado el comportamiento de las fluctuaciones cuando se en-

cuentran estas en el régimen lineal. No existe ninguna garantía de que en el régimen no-lineal las fluctuaciones sean similares a estas. Por lo tanto, la expresión anterior debe tomarse con cautela.





---

## Capítulo 6

### Conclusiones y trabajo a futuro

Usando una combinación de técnicas analíticas y numéricas, hemos llevado a cabo un estudio de la inestabilidad de dos haces en el régimen lineal, en condiciones que asemejan las encontradas en la ionofunda de Venus y Marte. Para esto se considera un modelo de dos fluidos, que corresponden a los iones y electrones del viento solar, que se mueve con respecto a otro par de fluidos, que representan los iones y electrones de origen ionosférico. Las cuatro especies están acopladas por el campo eléctrico inducido por las fluctuaciones.

Nuestros resultados indican que la inestabilidad de dos haces se desarrolla bajo condiciones similares a las observadas ionofunda del lado día, y particularmente en la vecindad de los polos magnéticos (definidos en términos del IMF en un momento dado) de cuerpos no magnetizados del sistema solar. La inestabilidad ocurre para un amplio rango de longitudes de onda posiblemente dando lugar a turbulencia en el flujo de plasma.

Proponemos en este trabajo que la turbulencia en el flujo en la ionofunda de estos objetos, da lugar a una transferencia de momento muy eficiente entre el viento solar y el plasma de origen ionosférico. Si bien el cálculo de los coeficientes de transporte turbulento se puede hacer en términos de la teoría de promediado de Reynolds, para esto es necesario conocer las propiedades de las fluctuaciones de velocidad del plasma y sus correlaciones, lo cual típicamente se hace a partir de los resultados de simulaciones numéricas.

En nuestro caso, dado que hemos limitado nuestro análisis al régimen lineal del

desarrollo de la inestabilidad, esto no es estrictamente posible, sin embargo heurístico, inspirado en el promediado de Reynolds, pero promediando sobre el período de las fluctuaciones en el régimen lineal. Esto nos permite determinar si, en el régimen lineal al menos, el sentido de la inestabilidad lleva a la aceleración del plasma de origen ionosférico.

Nuestra estimación de flujo de momento en el plasma ionosférico sugiere la existencia de procesos no colisionales microscópicos (en la escala del flujo alrededor del planeta) capaces de transferir momento del viento solar a las partículas ionosféricas, dando como consecuencia que la interacción entre ambos plasmas se pueda modelar como una interacción tipo fluido.

Este trabajo apenas es un primer paso para entender el papel de las inestabilidades de plasma que da lugar a la transferencia de momento en plasmas no colisionales. Si bien los resultados obtenidos hasta ahora, en términos de un modelo restringido, son prometedores, existen diversas suposiciones que deben revisarse para confirmar nuestra hipótesis de trabajo.

Por un lado, en este trabajo nos hemos limitado solamente al régimen lineal. Naturalmente, queda como trabajo a futuro el considerar la solución de las ecuaciones de movimiento en una configuración similar a la de nuestro estudio pero en el régimen no lineal. Esto sin embargo requiere un enfoque y metodología completamente diferente a la que hemos utilizado y conlleva un considerable esfuerzo computacional.

Por lo anterior, una línea de investigación que se puede desarrollar de manera natural a partir de un análisis como el que se ha realizado aquí, es la inclusión en las ecuaciones de movimiento de efectos como la presión del viento solar y el campo magnético interplanetario enrollado alrededor del planeta. El primero de estos probablemente es despreciable en comparación con la presión dinámica del mismo viento (sobre todo en la vecindad del terminador), pero el segundo efecto podría ser importante en la vecindad del punto subsolar y a los costados del planeta, donde el IMF arrastrado se apila. En este trabajo no hemos considerado el campo magnético únicamente en virtud de la complejidad matemática que esto conlleva, lo que limita la aplicación de nuestros resultados a la vecindad de los polos magnéticos y otras regiones donde el flujo del viento solar es superalfvénico.

---

# Bibliografía

- [1] <http://www.astromia.com/solar/estrucsol.htm>. 2014.
- [2] U. V. Amerstorfer, N. V. Erkaev, U. Taubenschuss, y H. K. Biernat. Influence of a density increase on the evolution of the Kelvin-Helmholtz instability and vortices. *Physics of Plasmas*, 17(7):072901, 2010. doi:10.1063/1.3453705.
- [3] A. Angsmann, M. Franz, E. Dubinin, J. Woch, U. Motschmann, S. Barabash, y T. L. Zhang. Magnetic states of the ionosphere of Venus observed by Venus Express. pág. 1022, 2011.
- [4] J. N. Bahcall y R. K. Ulrich. Solar models, neutrino experiments, and helioseismology. *Reviews of Modern Physics*, 60:297–372, 1988. doi:10.1103/RevModPhys.60.297.
- [5] S. J. Bauer, L. H. Brace, D. M. Hunten, D. S. Intriligator, W. C. Knudsen, A. F. Nagy, C. T. Russell, F. L. Scarf, y J. H. Wolfe. The Venus ionosphere and solar wind interaction. *ssr*, 20:413–430, 1977. doi:10.1007/BF02186461.
- [6] O. M. Belotserkovskii. Numerical models in hydrodynamics. *Uspekhi Mekhaniki Advances Mechanics*, 10:3–63, 1987.
- [7] S.W. Bougher. *Venus II*. M. S. Mathews, 1997.
- [8] L. H. Brace, W. T. Kasprzak, H. A. Taylor, R. F. Theis, C. T. Russell, A. Barnes, J. D. Mihalov, y D. M. Hunten. The ionotail of Venus - Its configuration and evidence for ion escape. *jgr*, 92:15–26, 1987. doi:10.1029/JA092iA01p00015.
- [9] L. H. Brace y A. J. Kliore. The structure of the Venus ionosphere. *ssr*, 55:81–163, 1991. doi:10.1007/BF00177136.

- [10] H. S. Bridge, A. J. Lazarus, C. W. Snyder, E. J. Smith, L. Davis, Jr., P. J. Coleman, Jr., y D. E. Jones. Mariner V: Plasma and Magnetic Fields Observed near Venus. *Science*, 158:1669–1673, 1967. doi:10.1126/science.158.3809.1669.
- [11] Francis F. Chen. *Introduction to plasma physics and controlled fusion*. Plenum press, 1984.
- [12] CJ Kale. <http://www.lavalightsgallery.com>. Marzo 2013.
- [13] P. A. Cloutier, R. E. Daniell, y D. M. Butler. Atmospheric ion wakes of Venus and Mars in the solar wind. *planss*, 22:967–990, 1974. doi:10.1016/0032-0633(74)90166-4.
- [14] T. E. Cravens, ed. *Physics of solar system plasmas /Thomas E. Cravens*. Cambridge : Cambridge. 1997.
- [15] Thomas E. Cravens, Hiyoruki Shinagawa, y Janet G. Luhmann. *Venus II. Magnetohydrodynamic processes: magnetic field in the ionosphere of Venus*. M. S. Mathews, 1997.
- [16] J. Dawson. One-Dimensional Plasma Model. *Physics of Fluids*, 5:445–459, 1962. doi:10.1063/1.1706638.
- [17] H. Pérez de Tejada. *Fluid Dynamics in Space Sciences, cap. 28*. InTech, 2012.
- [18] A. Ekenback y M. Holmstrom. MHD modeling of the interaction between the solar wind and solar system objects. *Lecture Notes in Computer Science*, 3732:554–562, 2006.
- [19] ESA (Image by C. Carreau). [http://www.esa.int/spaceinimages/Missions/Venus-Express/\(class\)/image](http://www.esa.int/spaceinimages/Missions/Venus-Express/(class)/image). 29/11/2007.
- [20] ESA/AOES Medialab. <http://www.esa.int/spaceinimages/Images>. 2004.
- [21] ESA/Illustration Medialab. <http://sci.esa.int/mars-express/39774-mars-express-in-2005>.
- [22] K. L. Miller y R. C. Whitten. Ion dynamics in the Venus ionosphere. *ssr*, 55:165–199, 1991. doi:10.1007/BF00177137.

- [23] A. Miura. Simulation of kelvin-helmholtz instability at the magnetospheric boundary. *jgr*, 92:3195–3206, 1987. doi:10.1029/JA092iA04p03195.
- [24] NASA. <http://www.nasa.gov/images/content>. 11/06/2014.
- [25] NASA. <http://sec.gsfc.nasa.gov/popscise.jpg>. Junio 2014.
- [26] NASA's Solar Dynamics Observatory. <http://www.nasa.gov/content/goddard/giant-january-sunspots>. enero 2014.
- [27] H. J. Opgenoorth, D. J. Andrews, M. Franz, M. Lester, N. J. T. Edberg, D. Morgan, F. Duru, O. Witasse, y A. O. Williams. Mars ionospheric response to solar wind variability. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 118:6558–6587, 2013. doi:10.1002/jgra.50537.
- [28] H. Perez-de-Tejada. Viscous dissipation at the Venus ionopause. *jgr*, 87:7405–7412, 1982. doi:10.1029/JA087iA09p07405.
- [29] J. L. Phillips, J. G. Luhmann, C. T. Russell, y K. R. Moore. Finite Larmor radius effect on ion pickup at Venus. *jgr*, 92:9920–9930, 1987. doi:10.1029/JA092iA09p09920.
- [30] J.R. Pierce. Possible Fluctuations in Electron Streams Due to Ions. *Journal of Applied Physics*, 19:231–236, 1948. doi:10.1063/1.1715050.
- [31] Pioneer Venus Orbiter (PVO). <http://nssdc.gsfc.nasa.gov>. 5 de febrero 1979.
- [32] M. Reyes-Ruiz, H. Perez-de-Tejada, H. Aceves, y R. Vazquez. Numerical Simulation of the Viscous-like Flow in and Around the Plasma Tail of a Comet. *ArXiv e-prints*, 2008.
- [33] S. A. Romanov, V. N. Smirnov, y O. L. Vaisberg. Interaction of the solar wind with Venus. *Cosmic Research*, 16:603–611, 1979.
- [34] C. T. Russell y O. Vaisberg. *The interaction of the solar wind with Venus*, págs. 873–940. 1983.

- [35] V. D. Shapiro, K. Szego, S. K. Ride, A. F. Nagy, y V. I. Shevchenko. ‘On the interaction between the shocked solar wind and the planetary ions on the dayside of Venus. *jgr*, 100:21289–21306, 1995. doi:10.1029/95JA01831.
- [36] J.-H. Shue, P. Song, C. T. Russell, J. T. Steinberg, J. K. Chao, G. Zastenker, O. L. Vaisberg, S. Kokubun, H. J. Singer, T. R. Detman, y H. Kawano. Magnetopause location under extreme solar wind conditions. *jgr*, 103:17691–17700, 1998. doi:10.1029/98JA01103.
- [37] E. J. Smith, B. T. Tsurutani, J. A. Slavin, D. E. Jones, G. L. Siscoe, y D. A. Mendis. International Cometary Explorer encounter with Giacobini-Zinner - Magnetic field observations. *Science*, 232:382–385, 1986. doi:10.1126/science.232.4748.382.
- [38] J. R. Spreiter y S. S. Stahara. Computer modeling of solar wind interaction with Venus and Mars. *Washington DC American Geophysical Union Geophysical Monograph Series*, 66:345–383, 1992.
- [39] J. R. Spreiter, A. L. Summers, y A. W. Rizzi. Solar wind flow past non-magnetic planets - Venus and Mars. *planss*, 18:1281–1299, 1970. doi:10.1016/0032-0633(70)90139-X.
- [40] H. A. Taylor, H. C. Brinton, S. J. Bauer, R. E. Hartle, P. A. Cloutier, y R. E. Daniell. Global observations of the composition and dynamics of the ionosphere of Venus - Implications for the solar wind interaction. *jgr*, 85:7765–7777, 1980. doi:10.1029/JA085iA13p07765.
- [41] Universidad de Marte. <http://www2.jpl.nasa.gov/magellan/fact.htm>. 22 de Agosto de 2013.
- [42] O. L. Vaisberg y A. V. Bogdanov. Flow of the Solar Wind around Mars and Venus. General Principles. *Cosmic Research*, 12:253–257, 1974.
- [43] M. K. Wallis. Comet-like interaction of Venus with the solar wind, I. *Cosmic Electrodynamics*, 3:45–59, 1972.

- 
- [44] Williams College Eclipse Expedition. <http://helix.northwestern.edu/blog/2014/03/total-eclipse-sun>. Julio 2010.
- [45] G. L. Withbroe y R. W. Noyes. Mass and energy flow in the solar chromosphere and corona. *araa*, 15:363–387, 1977. doi:10.1146/annurev.aa.15.090177.002051.
- [46] P. Withers. A review of observed variability in the dayside ionosphere of Mars. *Advances in Space Research*, 44:277–307, 2009. doi:10.1016/j.asr.2009.04.027.
- [47] R. S. Wolff, B. E. Goldstein, y C. M. Yeates. The onset and development of Kelvin-Helmholtz instability at the Venus ionopause. *jgr*, 85:7697–7707, 1980. doi:10.1029/JA085iA13p07697.
- [48] M. H. G. Zhang, J. G. Luhmann, y A. J. Kliore. An observational study of the nightside ionospheres of Mars and Venus with radio occultation methods. *jgr*, 95:17095–17102, 1990. doi:10.1029/JA095iA10p17095.
- [49] M. H. G. Zhang, J. G. Luhmann, A. F. Nagy, J. R. Spreiter, y S. S. Stahara. Oxygen ionization rates at Mars and Venus - Relative contributions of impact ionization and charge exchange. *jgr*, 98:3311–3318, 1993. doi:10.1029/92JE02229.
- [50] T.-L. Zhang, J. G. Luhmann, y C. T. Russell. The solar cycle dependence of the location and shape of the Venus bow shock. *jgr*, 95:14961–14967, 1990. doi:10.1029/JA095iA09p14961.