



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**APLICACIÓN DEL VALOR EN RIESGO DE MERCADO Y LA
TEORÍA DE VALOR EXTREMO A LOS PORTAFOLIOS DE
REFERENCIA DE LOS FONDOS DE AHORRO PARA EL
RETIRO.**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARÍA

P R E S E N T A:

ARIANA ANARELY CUELLAR GUTIÉRREZ



**DIRECTOR DE TESIS:
DR. FRANCISCO VENEGAS MARTINEZ
2014**

CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno.

Cuellar
Gutiérrez
Ariana Anarely
5959558484
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Actuaría
407066199

2. Datos del tutor

Dr
Francisco
Venegas
Martínez

3. Datos del Sinodal 1

Act.
Germán
Valle
Trujillo

4. Datos del Sinodal 2

Mat.
Alfredo
García
Soto

5. Datos del Sinodal 3

Act.
Carolina
Cruz
Matú

6. Datos del Sinodal 4

Act.
Alberto
Cadena
Martínez

7. Datos del trabajo escrito

Aplicación del Valor en Riesgo de Mercado y la teoría de valor extremo a los portafolios de referencia de los Fondos de Ahorro para el Retiro.
146p
2014

A mis padres, hermanos y abuelos

Agradecimientos

Primero quiero dar gracias a Dios por todo lo que me ha brindado a lo largo de mi vida, a mi madre Aracely Gutiérrez por confiar en mí siempre, a mis hermanos y abuelos por estar conmigo en todo momento y a mi tío Mario Pacheco por el apoyo.

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México, a la Facultad de Ciencias por la oportunidad y a todos los profesores que fueron parte de mi formación profesional.

Un profundo agradecimiento al Doctor Francisco Venegas Martínez por darme la oportunidad de realizar mi tesis bajo su dirección, por quien tengo una gran admiración.

Gracias a mis profesores y sinodales German Valle y Alberto Cadena, quienes fueron muy importantes en mi formación académica.

Quiero agradecer a Concepción Delgado, Jonathan Dorantes, Alfredo García e Iván San Vicente por todo lo que me enseñaron y por la oportunidad profesional que me dieron, con ello ha sido posible realizar este trabajo.

A Carolina Cruz, Jose Antonio Climent y Luis Ángel Jactthar por el apoyo incondicional que me manifestaron siempre. A Javier Fernández Rendón por ser mi confidente y compañero a lo largo de la carrera.

Especialmente y con mucho cariño agradezco a Guadalupe Garcia Lopez, por su amistad, confianza, aprendizaje y sobre todo por su gran apoyo.

Resumen

Este trabajo presenta un estudio del cálculo del Riesgo de Mercado en las Administradoras de Fondos de Ahorro para el Retiro (AFORES), con respecto a cuatro metodologías: Simulación Histórica, Paramétrica, Simulación Monte Carlo y Teoría de Valor Extremo.

Estas metodologías se escogieron ya que recientemente la Comisión Nacional de Sistemas de Ahorro para el Retiro (CONSAR) ha solicitado más análisis de las inversiones que realizan y en las Disposiciones que publican piden como mínimo estas medidas de riesgo. Desde que iniciaron las AFORES se han tenido pérdidas y ganancias, siendo las pérdidas más significativas las del 2008. Es importante que en todo momento se tenga en cuenta que es dinero de los trabajadores, se debe evitar una mala administración. Se ha visto que algunas Administradoras en realidad se dedican a “trading” con los portafolios sin tener en cuenta las pérdidas que podrían llegar a tener para sus afiliados.

Las administradoras clasifican a los afiliados básicamente en cuatro Sociedades de Inversión Especializadas en Fondos para el Retiro (SIEFORE) por rangos de edad, estas son:

- a) SIEFORE BÁSICA UNO.- Trabajadores de 60 años o más.
- b) SIEFORE BÁSICA DOS.- Trabajadores entre 46 y 59 años de edad.
- c) SIEFORE BÁSICA TRES.- Trabajadores entre 37 y 45 años de edad.
- d) SIEFORE BÁSICA CUATRO.- Trabajadores entre 36 años o menos.

Para dar seguimiento a la regulación, la CONSAR calcula internamente el valor en riesgo y le da seguimiento, pone un límite para éste con base en la metodología de Simulación Histórica, este límite es calculado sobre un Portafolio de Referencia que es elegido por un Comité de Administración de Riesgos y se da a conocer por medio de la página de la Comisión. Este portafolio es representativo y toma en cuenta la diversificación que deben tener las Administradoras sobre cada tipo de instrumento.

Este trabajo se basa en el estudio de las metodologías mencionadas y en la aplicación de las mismas sobre el portafolio de referencia, ya que es el más representativo y sobre éste se pone un límite de inversión, considerando a todas las Afores que hay en el mercado y con base en una ponderación para cada instrumento del portafolio. El objetivo es tener una comparación entre los distintos métodos y poder analizar las diferencias entre ellos.

Recientemente, se pidió a las Administradoras que incorporaran como medida de sensibilidad la Teoría de Valores Extremos, por lo que se incluye esta teoría y se calcula el Valor en Riesgo con base en esta.

Este trabajo está estructurado en cinco capítulos, en los primeros dos se explica la Teoría de Valor en Riesgo y características, en el tercero y cuarto se centra en la Teoría de Valores Extremos y métodos de la misma; en el último capítulo se presenta la aplicación de las metodologías estudiadas sobre el portafolio de referencia para las cuatro SIEFORES.

En el primer capítulo se dan distintas definiciones sobre el Valor en Riesgo, para posteriormente describir las metodologías de Simulación Histórica, Paramétrica y Monte Carlo, así como los supuestos de cada una de ellas, al final se da un ejemplo del tipo de cambio y de un índice, con

el propósito de que con instrumentos financieros simples se pueda hacer una comparación de las distintas metodologías.

En el segundo capítulo, se enuncian los Axiomas de Coherencia para la medición de Riesgos, para hacer un análisis sobre el Riesgo de Mercado. Se demuestra que la Varianza y el Valor en Riesgo no son medidas coherentes de riesgo, ya que no cumplen con todos los axiomas de coherencia. Sin embargo, se muestra que el Average VaR sí es una medida coherente de riesgo; al final de este capítulo se compara el Valor en Riesgo y el Average VaR.

En el capítulo tres se expone el fundamento de la Teoría de Valores Extremos. En la primera parte se enuncian las definiciones y teoremas importantes de Convergencia de Familias como base para desarrollar la teoría. En la segunda parte de este capítulo se describen las distribuciones de probabilidad y acumulativas de valores extremos. Para después detallar las distribuciones generalizadas de Pareto. Al final del capítulo se expone la definición de los Dominios de Atracción. En el capítulo cuatro se describen los métodos para llevar a cabo dicha medida de riesgo.

Finalmente en el capítulo cinco, se muestra la aplicación del valor en riesgo para los portafolios de referencia de cada una de las básicas en las metodologías vistas y al final se utiliza la metodología de simulación histórica para tomar el umbral y después calcular el Valor en Riesgo con base en la Teoría de Valores Extremos.

La importancia de este trabajo es analizar las metodologías que pide la Comisión para las Administradoras de Fondos para el Retiro.

ÍNDICE

Introducción.....	10
C�pítulo 1.....	12
Valor en Riesgo.....	12
1.1 Función de Cuantiles	12
1.2 Clasificación y Enfoques de modelos para calcular el VaR.....	13
1.2.1 Clasificación de los modelos para calcular el VaR	13
1.2.2 Enfoque de los modelos para calcular el VaR.....	13
1.2.2.1 Enfoque general	14
1.2.2.2 Enfoque paramétrico	14
1.3 Modelos para calcular el VaR.....	14
1.3.1 Simulación histórica.....	15
1.3.1.1 Simulación historica simple	15
1.3.1.2 Simulación histórica ponderada.....	16
1.3.2 Modelo paramétrico	17
1.3.2.1 VaR de una acción o tipo de cambio.....	18
1.3.2.2 VaR de bonos.....	18
1.3.2.3 VaR de instrumentos derivados	19
1.3.3 Modelo de simulación monte carlo	23
1.3.3.1 Modelo Estocastico para la simulación de una trayectoria de precios.....	23
1.3.3.1.1 Movimiento browniano geometrico.....	24
1.3.3.1.2 Proceso de Wiener	24
1.3.3.1.3 Proceso de Wiener generalizado	25
1.3.3.1.4 Modelos de tasa de interés	25
1.3.3.2 Modelo para generar numeros aleatorios	28
1.4 Ejemplos	28
1.4.1 Valor en riesgo de tipos de cambio	28
1.4.2 Valor en riesgo de índices	30
C�pítulo 2.....	32
Medidas coherentes de riesgo	32
2.1 Medidas de riesgo	32
2.2 Axiomas de coherencia	32
2.3 Medidas coherentes de riesgo	34
2.3.1 Varianza como medida coherente de riesgo	36
2.3.2 Valor en riesgo como medida coherente de riesgo	37

2.3.3 Expected shortfall y average VaR.....	40
2.3.3.1 Ejemplo.....	42
2.4 Teorema de representación de medidas coherentes de riesgo.....	43
Capítulo 3.....	44
Teoría de Valores extremos.....	44
3.1 Teoría de valores extremos.....	44
3.1.1 Teoremas sobre máximos y mínimos.....	44
3.1.1.1 Teorema de los valores extremos para funciones continuas.....	44
3.1.1.2 Teorema del máximo (mínimo) para funciones continuas.....	44
3.1.2 Estadísticos de orden.....	45
3.1.3 Distribución del máximo.....	45
3.1.3.1 Distribución F.....	46
3.1.3.2 Convergencia de la distribución F.....	46
3.1.4 Convergencia de familias.....	48
3.2 Distribuciones de valores extremos.....	50
3.2.1 Distribución de valores extremos generalizada.....	50
3.2.2 Características de las funciones de valor extremo.....	54
3.2.2.1 Densidad de las funciones de valor extremo.....	54
3.2.2.2 Estabilidad de las funciones de valor extremo.....	55
3.2.2.3 Propiedad de Von Moises.....	58
3.2.2.4 Momentos de las funciones de valor extremo.....	58
3.3 Distribuciones de Pareto generalizadas.....	58
3.3.1 Relación de las GDP y las funciones de valor extremo.....	59
3.3.2 Comportamientos de los excesos sobre un umbral.....	61
3.4 Dominios de atracción.....	62
Capítulo 4.....	66
Métodos de la teoría de valores extremos.....	66
4.1 Enfoques de la teoría de valores extremos.....	67
4.2 Elección del umbral.....	67
4.3 Parámetros de estimación.....	68
4.3.1 Enfoque paramétrico.....	68
4.3.1.1 Máxima verosimilitud.....	68
4.3.1.2 Método de regresión.....	69
4.3.1.3 Cuantiles.....	70
4.3.2 Enfoque no-paramétrico.....	70

4.3.3 Enfoque semi-paramétrico	70
4.4 Excesos sobre un umbral.....	71
4.5 Valor en riesgo con teoría de valor extremo	72
Capítulo 5.....	73
Aplicación sobre los portafolios de referencia de los fondos de ahorro para el retiro (AFORE).....	73
5.1 Análisis de la distribución de pérdidas y ganancias del portafolio de referencia y valor en riesgo	77
5.1.1 Análisis de factores de riesgo en el periodo	77
5.1.2 Simulación histórica.....	80
5.1.3 Riesgo paramétrico.....	98
5.1.4 Riesgo Monte Carlo	108
5.1.5 Average VaR.....	113
5.2 Valor en riesgo extremo	117
5.2.1 Estimadores para la distribución de Pareto generalizada	117
5.2.2 Valor extremo del portafolio de referencia para las siefores.....	138
5.3 Conclusiones	143
Bibliografía.....	146

INTRODUCCIÓN

En mayo de 1996 se crearon en México las Administradoras de Fondos para el Retiro (AFORE), con el objetivo de generar rendimientos a los trabajadores, iniciando operaciones en 1997. Las Afores que se tenían en el periodo 1997-2003 en el mercado fueron: Actinver, Allianz Dresdner, Azteca, Banamex, Bancomer, Banorte Generali, Inbursa, ING, Principal, Profuturo GNP, Santander Mexicano, XXI; con un total de 392881.9 millones de pesos, han existido ventas, fusiones, etc de las administradoras y al cierre de Marzo del 2014 operan las siguientes: Afirme Bajío, Azteca, Banamex, Copel, Inbursa, Invercap, Metlife, PensionISSSTE, Principal, Profuturo GNP, Sura y XXI Banorte, con un Activo Neto de 2121749.4 millones de pesos; es decir se observa un crecimiento de hasta 5.4 veces en activos.

Para regular a las Administradoras se creó la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR), con la misión de supervisar y regular al Sistema. Existe la Ley del Sistema de Ahorro para el Retiro (Ley del SAR) y Disposiciones que se publican en el Diario Oficial de la Federación que deben seguir las administradoras con el objetivo de no poner en riesgo el dinero de los trabajadores, de no ser así son sancionadas.

En este trabajo se menciona la parte de las Disposiciones con respecto a las medidas de Riesgo de Mercado. La Comisión pública un Régimen de Inversión, donde se enuncian los parámetros que debe seguir cada administradora, así como la forma en que la comisión mide el cumplimiento de éste.

Se mencionan las metodologías de Riesgo de Mercado histórico, paramétrico, Monte Carlo y el Riesgo de Mercado con un método de la Teoría de Valor Extremo.

Una de las metodologías más utilizadas es la de Simulación Histórica, la ventaja de esta es que no hace ningún supuesto acerca de la forma de la distribución, por lo que se acerca más a la realidad en caso de pérdidas, ya que considera características importantes, como la leptocurtosis y la asimetría negativa.

Otra ventaja es que el modelo puede incorporar la característica no lineal de las opciones, ya que se revalúa con cada factor de Riesgo.

Sin embargo también tiene desventajas, ya que es complicado para distintos horizontes de tiempo y cuando se tienen portafolios muy grandes y complejos el cálculo se hace más difícil y sobre todo computacionalmente complejo.

Otra desventaja, es que si se le da la misma ponderación a los distintos escenarios, entonces la salida de un dato extremo provocará un cambio muy significativo en el nivel de VaR.

La metodología de Riesgo de Mercado Paramétrico en general presenta la ventaja de que es fácil de usar si se quieren tomar varios horizontes de tiempo.

No obstante, tiene varias desventajas, la más importante es el supuesto principal, ya que supone que los factores de riesgo siguen una distribución Gaussiana, por lo que este método no es capaz de tomar distribuciones leptocurticas. Otro problema es que para datos extremos no es muy adecuado, además de que es un modelo lineal por lo que para instrumentos como las opciones es ineficiente.

La metodología de Monte Carlo tiene las siguientes ventajas: considera todas las correlaciones, Considera precios no-lineales, riesgo de volatilidad, leptocurtosis y valores extremos.

No obstante, presenta las desventajas siguientes: la complejidad computacional es elevada (se debe generar por lo menos 2000 corridas) y está fundamentado en un modelo estocástico específico y en un modelo de valuación, por lo cual está sujeto al riesgo de que el modelo no represente de forma adecuada la realidad.

CÁPITULO 1

VALOR EN RIESGO

El Valor en Riesgo es una de las últimas herramientas utilizadas y estudiadas para el control de Riesgos. Existen varias definiciones para este concepto, sin embargo, se puede definir de manera general como:

Valor en Riesgo (VaR) La máxima pérdida esperada en un horizonte de tiempo dentro de un intervalo de confianza.

Sin embargo de manera algebraica se tienen las siguientes definiciones:

Valor en Riesgo (VaR). Si X es una variable aleatoria que representa las pérdidas o ganancias en alguna fecha futura T , y Z es la probabilidad porcentual, el VaR es¹:

$$P(X_T < VaR) = Z$$

Esta pérdida máxima que se obtiene es en condiciones normales del mercado y se puede calcular por instrumento o por portafolio. Los principales factores que deben ser definidos para el cálculo del VaR son: horizonte de tiempo y Nivel de Confianza.

El horizonte de tiempo depende de la cartera a la que se calcule el VaR, también si es un banco, Fondo de Inversión, etc. Sin embargo, generalmente debe de corresponder al periodo más largo requerido para una liquidación del portafolio, el horizonte deberá estar relacionado con la liquidez de los valores, en términos del tiempo requerido para volúmenes normales de transacción. Por ejemplo, en el caso de los bancos en donde las transacciones diarias son muchas, el horizonte de tiempo es de un día. Para las Afores también es de un día, por la naturaleza de las transacciones..

La elección del nivel de confianza es muy arbitraria y depende específicamente de cada institución y lo que desee, por ejemplo depende que tan aversa es al Riesgo.

Observación. En ocasiones, es necesario elegir si se calcula el VaR para ambos lados de la distribución o solo para un lado.

1.1 FUNCIÓN DE CUANTILES

La función de cuantiles en general es utilizada para el cálculo de VaR en el análisis de pérdidas y ganancias, en periodos pequeños sin tomar en cuenta la fecha o la moneda.

Cuantiles. Sea $\alpha \in [0,1]$, el número q es un α – *quantile* de la variable aleatoria X con distribución de probabilidad P , si satisface una de las siguientes tres propiedades equivalentes²:

¹ Sanchez C. (2001). Valor en Riesgo y otras aproximaciones. SEI Investments de México, Primera Edición, p.6.

² Aritner P, Delbaen F, Eber J-M, and Heath D. Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, Vol.9, No 3 (July 1999), p. 216 . Recuperado desde: <http://personal.fmipa.itb.ac.id/khreshna/files/2011/02/artzner1999.pdf>

- i. $P[X \leq q] \geq \alpha \geq P[X < q]$,
- ii. $P[X \leq q] \geq \alpha$ y $P[X \geq q] \geq 1 - \alpha$,
- iii. $F_X(q) \geq \alpha$ y $F_X(q^-) \leq \alpha$ con $F_X(q^-) = \lim_{x \rightarrow q, x < q} F(x)$ donde F_x es la función de distribución acumulativa de X .

Entonces, Si X es una variable aleatoria definida en (Ω, F, P_θ) , la función:

$$\begin{aligned} Q_x(q) &= \inf\{x \in R \mid P_\theta\{X \leq x\} \geq q\} \\ &= \sup\{x \in R \mid P_\theta\{X \leq x\} \leq q\} \end{aligned}$$

Es llamada la función de cuantiles de X .

Por lo que el VaR y la función de cuantiles están relacionados mediante la siguiente igualdad³:

$$VaR_{1-q}^x = -Q_x(q)$$

1.2 CLASIFICACION Y ENFOQUES DE MODELOS PARA CALCULAR EL VAR

Para calcular el VaR existen diferentes clasificaciones y enfoques.

1.2.1 CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS PARA CALCULAR EL VAR

La clasificación se hace en los dos grupos siguientes:

- a) Valoración local
- b) Valoración global

Valoración Local. Mide el riesgo valorando la cartera en la posición inicial y utilizando los derivados locales para inferir los movimientos posibles.

Observación La clasificación de valoración local se basa en el ajuste de una distribución paramétrica, como es la distribución Gaussiana.

Valoración Global. Mide el Riesgo revalorizando el portafolio sobre un rango de escenarios.

1.2.2 ENFOQUE DE LOS MODELOS PARA CALCULAR EL VAR

En otros textos⁴ se clasifican como:

- a) Enfoque General
- b) Enfoque Paramétrico.

³ Venegas-Martinez, F. (2008). Riesgos Financieros y Económicos. Cengage Learning. Segunda Edición, p.

⁴ Jorion P. Valor en Riesgo. Editorial LIMUSA

1.2.2.1 ENFOQUE GENERAL

El VaR para distribuciones generales toma el portafolio inicial y se calcula la esperanza del portafolio W , al final de horizonte de tiempo menos el valor más bajo que se puede tener del portafolio W^* , es decir:

$$VaR = E(W) - W^*$$

donde $W^* = W_0(1 + R^*)$, W_0 es la inversión inicial y R^* es el rendimiento crítico.

El fundamento de este enfoque es la distribución empírica y su cuantil muestral.

1.2.2.2 ENFOQUE PARAMÉTRICO

Este enfoque se basa en seleccionar un <<parámetro>>, este parámetro es la desviación estándar del portafolio o del instrumento. El principal supuesto del modelo es que la distribución es gaussiana, por lo que se debe transformar a la función general en una función normal estándar $\varphi(\epsilon)$, donde ϵ tiene media cero y desviación estándar uno.

Por lo que se puede asociar el rendimiento crítico con una distribución normal estándar tal que $\alpha > 0$. Entonces se tiene que:

$$-\alpha = \frac{-|R^*| - \mu}{\sigma}$$

Equivalentemente:

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{W^*} f_W(w)dw = \int_{-\infty}^{-|R^*|} f_R(r)dr = \int_{-\infty}^{-\alpha} \varphi_R(\epsilon)d\epsilon$$

En consecuencia para calcular el VaR se debe encontrar α . Por lo cual el rendimiento crítico está dado por:

$$R^* = -\alpha\sigma + \mu$$

Entonces el VaR por debajo de la media es:

$$VaR_{\mu} = -W_0(R^* - \mu) = W_0\alpha\sigma\sqrt{dt}$$

1.3 MODELOS PARA CALCULAR EL VAR

Debido a las diferentes clasificaciones y enfoques, se cuentan con varios modelos para la medición de VaR, se muestran los siguientes:

- a) Simulación Histórica
- b) Modelo Paramétrico
- c) Simulación Monte Carlo

Es importante aclarar que en estos modelos es necesario identificar los factores de Riesgo, ya que éstos son los que hacen que se vea afectado el valor en el mercado por una pérdida, por lo que se debe estimar la función de distribución de los cambios de los factores de riesgo y del Valor a Mercado del portafolio.

1.3.1 SIMULACIÓN HISTÓRICA

La Simulación Histórica es un método muy utilizado y robusto, por lo que fue sugerido (considerando una muestra de datos históricos de por lo menos un año), como base en las propuestas de Basilea.

El supuesto principal de este modelo es que el pasado representa acertadamente el futuro inmediato. Por lo que para su cálculo se toman datos históricos de los factores de riesgo conocidos.

Existen varios métodos para este modelo, sin embargo el supuesto principal es el mismo, a continuación se muestran algunos:

- a) Simulación Histórica Simple.
- b) Simulación Histórica Ponderada.

1.3.1.1 SIMULACIÓN HISTORICA SIMPLE

Lo primero es definir la muestra que se utiliza, es decir, la cantidad de datos que se consideran en los factores de riesgo, tomando en cuenta la precisión necesaria para la estimación de VaR, entre más datos son considerados mejor es la aproximación.

Para calcular el VaR con Simulación Histórica se debe tener la historia conocida de los factores de riesgo, Una vez que se tienen estos datos con respecto al instrumento al que se le desea calcular el VaR, se procede a recalcularlo considerando los datos actuales, es decir “Precios Simulados”.

Para calcular los precios simulados se utilizan cambios porcentuales para generar escenarios de los factores de riesgo, es decir:

$$R_t = \frac{fr_t - fr_{t-1}}{fr_{t-1}}$$

donde, R_t es el cambio porcentual, fr_t es el factor de riesgo a la fecha t y fr_{t-1} en la fecha $t - 1$. Por lo que de una muestra de N observaciones, se tendrán $N - 1$ cambios porcentuales.

Para los $N - 1$ cambios de los factores de riesgos se procede a calcular los “Precios Simulados”,

Se generan los escenarios de la siguiente manera:

$$fr_i = fr_0 \times (1 + R_i)$$

donde $i=1$ a N y fr_0 es el factor de riesgo a la fecha de valuación. (En el caso de una acción o de tipo de cambio, el factor de riesgo es el precio, en el caso de un bono serán las tasas de interés, sobretasa, tipo de cambio en caso de estar en otra moneda, para derivados el factor de riesgo son las tasas, precio pactado y subyacente, etc).

Con este nuevo “Factor Simulado” se recalcula el precio para cada uno de los escenarios “full valuation”, multiplicado por la cantidad que se tiene en posición (K).

$$VM_i = P_i \times K$$

VM_i es el valor a mercado, donde P_i es el precio simulado considerando sus fr_i .

El valor a mercado a la fecha de valuación está dado por $VM_0 = P_0 \times K$

El cambio se mide en cada escenario como:

$$\Delta VM_i = VM_i - VM_0$$

Para calcular el VaR se ordenan los escenarios de menor a mayor (Matriz de Perdidas/Ganancias). Un estimador no paramétrico del VaR para un nivel de confianza α esta dado por:

$$VaR_{1-\alpha} = -L_{j^*:n}$$

donde j^* debe cumplir: $\frac{j^*-1}{n} < 1 - \rho \leq \frac{j^*}{n}$

Por ejemplo, si se quiere calcular el VaR de un bono con una muestra de 252 días, entonces el factor de riesgo es la curva de la tasa con la que se valúa el bono y se calcula la “tasa simulada” (si tuviera sobretasa también se calcularía la “sobretasa simulada”), con esta nueva tasa se generan los escenarios “full valuation”. Después se crea una matriz de pérdidas/ganancias y se toma el percentil deseado.

Por lo tanto, el Valor en Riesgo se obtiene a partir de la distribución completa.

Para calcular el VaR del portafolio, se calcula la matriz de pérdidas/ganancias para el portafolio. Primero se genera la matriz para cada instrumento del portafolio y se crea una sola matriz sumando por fecha la suma producto de la posición por los escenarios de todos los instrumentos, entonces el VaR del portafolio se obtiene a partir del cuantil de la distribución de la matriz resultante (Escenario del VaR del portafolio).

Por lo que la contribución de cada instrumento al VaR del portafolio, es el valor de la matriz de pérdidas y ganancias en el escenario del VaR. Por ejemplo, si el cuantil deseado para la pérdida máxima a cierto nivel de confianza es el escenario 30, entonces la contribución del instrumento al portafolio es el escenario 30 de la matriz de pérdidas/ganancias del instrumento.

Algunos instrumentos del portafolio pueden diversificar el VaR, es decir en el escenario de VaR del portafolio en la matriz del instrumento es una ganancia, los instrumentos con esa característica diversificarían el VaR del portafolio.

1.3.1.2 SIMULACIÓN HISTÓRICA PONDERADA

La Simulación Histórica no hace distinción entre fechas o algún otro evento, esto supone que a cada observación se le atribuye la misma probabilidad de ocurrencia y que es independiente de las demás observaciones que se den en el tiempo.

Existen diversas formas de realizar ponderaciones en los datos históricos, por ejemplo:

- a) Ponderación por tiempo.
- b) Ponderación por volatilidad.

La Ponderación por tiempo considera peso en los datos con respecto a la fecha de ocurrencia. Esta metodología fue desarrollada por Boudoukh, Richardson y Whitelaw.

Donde se propone un factor de decaimiento λ . Los pesos se determinan de la siguiente manera:

$$\omega(i) = \frac{\lambda^{i-1}(1 - \lambda)}{1 - \lambda^n}$$

con $\sum_{i=1}^n \omega(i) = 1$

La Ponderación por volatilidad considera la volatilidad más reciente contra la volatilidad observada en cada fecha. Esta metodología fue propuesta por Hull y White, en donde el rendimiento se calcula con respecto al tiempo t y al escenario i como:

$$r_{t,i}^* = \left(\frac{\sigma_{T,i}}{\sigma_{t,i}} \right) \times r_{t,i}$$

donde $\sigma_{T,i}$ es la volatilidad estimada para la fecha de valuación, $\sigma_{t,i}$ es la volatilidad estimada para la fecha que corresponde al factor de riesgo y $r_{t,i}$ es el rendimiento original del escenario en el tiempo t .

1.3.2 MODELO PARAMÉTRICO

El modelo paramétrico o de portafolio está basado en la teoría de Markowitz. El supuesto principal es que todos los Activos tienen una distribución Gaussiana. Ya que el rendimiento de un portafolio es una combinación lineal de las variables normales, entonces debido a la propiedad de invarianza de la distribución Gaussiana, el portafolio también tiene una distribución Gaussiana, el rendimiento es de la siguiente forma:

$$R_{p,t+1} = \sum_{k=1}^n W_{k,t} R_{k,t+1}$$

donde las ponderaciones *están* indizadas por el tiempo.

La varianza del portafolio se puede ver de la manera siguiente:

$$V(R_{p,t+1}) = W_i \Sigma W_i$$

donde Σ es la matriz de varianza-covarianza.

Existen tres métodos para calcular la matriz de varianza-covarianza:

1. Basado en datos históricos.
2. Incluyendo medidas implícitas del riesgo de las opciones.
3. Combinando los dos métodos anteriores.

En estas medidas implícitas se utilizan las griegas y se basan en la aproximación de *Taylor* para calcular la primera y segunda derivada, lo que es un modelo con Delta, Gamma y Vega. (En el modelo Delta-Normal, solo se ocupa la primera derivada). Por lo que el VaR en este modelo se calcula de la forma siguiente:

$$VaR = \alpha \sigma t$$

donde α es el nivel de confianza deseado, σ es la desviación estándar del portafolio y t es el horizonte de tiempo.

Observación Esta fórmula se aplica para portafolio y para calcular el VaR analítico del instrumento.

Para calcular el VaR del Portafolio se tiene la matriz de varianza-covarianza que es calculada con los instrumentos contenidos en el portafolio y las ponderaciones correspondientes W_i .

Como se mencionó anteriormente, este enfoque se basa en el cálculo de un parámetro que es la desviación estándar, por lo que en el caso de un instrumento es necesario conocer la volatilidad del precio, a su vez esta se descompone en los factores de riesgo por los que este compuesto dicho instrumento.

1.3.2.1 VAR DE UNA ACCIÓN O TIPO DE CAMBIO

Para calcular el VaR de una acción se toma una muestra del factor de riesgo (en este caso es el precio) de una base de datos de uno, dos, ..., n años y se aplica la ecuación anterior .

Es decir, se calcula los rendimientos del factor de riesgo y se obtiene la volatilidad (histórica), se multiplica por el nivel de confianza deseado α (por ejemplo, si se desea un nivel de confianza de 95%, entonces se tiene que $1 - \alpha = 0.05\%$ y $Z_q = 1.64$) y finalmente se multiplica por la raíz del horizonte de tiempo.

1.3.2.2 VAR DE BONOS

Para calcular la volatilidad del precio de instrumentos en donde los factores de riesgo son las tasas, por ejemplo los bonos tasa fija y bonos de tasa variable, se debe considerar la volatilidad de los factores.

Para calcular la volatilidad del factor de riesgo, la desviación estándar de estos factores se multiplica por la duración modificada⁵ y el último factor de riesgo conocido, la fórmula para la volatilidad de un bono tasa fija se calcula de la siguiente manera:

$$\sigma = \sigma_r \times r \times D$$

donde σ_r es la volatilidad de la tasa libre del bono, r es la última tasa conocida y D es la duración modificada.

En el caso de los bonos tasa variable, los factores de riesgo son la tasa y la sobretasa, entonces se tiene que la varianza es:

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X, Y)$$

donde $Cov(X, Y)$ es la covarianza de los factores de riesgo, de tal forma que el coeficiente de correlación es:

$$\rho(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}$$

Por lo cual, el Var del bono con tasa variable es:

$$VaR_{B_{rv}} = \sqrt{VaR_r^2 + VaR_s^2 + s\rho VaR_r VaR_s}$$

$$VaR_r = M\sigma_r r D_c \alpha \sqrt{t}$$

$$VaR_s = M\sigma_s s D \alpha \sqrt{t}$$

donde M es el precio del instrumento, D_c es la duración al cupón, α es el nivel de confianza y D es la duración modificada.

Para calcular el VaR del portafolio se tiene la matriz de varianza-covarianza que es calculada con los instrumentos contenidos en el portafolio y las ponderaciones correspondientes X_i .

1.3.2.3 VAR DE INSTRUMENTOS DERIVADOS

Los instrumentos derivados contemplan desde un futuro hasta opciones exóticas o derivados más complejos. Para el cálculo de VaR se requieren varios cálculos, sin embargo si los derivados que participan en un portafolio se pueden expresar como instrumentos más simples (como acciones o bonos) se reduce el número de cálculo, a estos instrumentos “más simples” se les llama vértices. Se espera que la dependencia entre los instrumentos “simples” y los derivados sea lineal, en caso de no ser así se puede utilizar el Teorema de Taylor para linealizar alrededor de un punto

Lo principal para calcular el VaR es conocer su factor de riesgo.

Como se mencionó, existen varios métodos para el cálculo del VaR, los métodos de simulación histórica y Monte Carlo implican reevaluar el instrumento para cada escenario, en donde se debe definir el método de interpolación y las tasas de referencia que se deben utilizar.

Para el método analítico el riesgo se puede determinar diferenciando la ecuación de valuación del instrumento derivado con respecto a sus factores de riesgo. En donde lo importante es determinar si es suficiente con una aproximación lineal o se calcula la segunda derivada (Gamma).

Por ejemplo, el VaR de un Forward de Divisas:

Un contrato forward se pacta un precio en una fecha futura, y de acuerdo a la teoría de paridad internacional de tasas de interés se debe cumplir que el rendimiento de una inversión en pesos debe ser equivalente al rendimiento de una inversión extranjera, que inicia y termina en pesos.

Por lo que para valuar este tipo de instrumentos se parte de las dos alternativas siguientes:

1. Acordar un contrato *forward*, en donde se tiene un precio pactado y se invierte el monto en pesos.

2. Comprar dólares e invertir a la tasa de interés extranjera.

De la primera alternativa, se tiene que el monto de la inversión valuado en la fecha de compra del *forward* es $F_0 e^{rT}$, donde F_0 es el tipo de cambio *forward*, r es la tasa de interés nacional, T es el periodo de vigencia del *forward*.

De la segunda alternativa, se tiene que $S e^{qT}$, donde S es el tipo de cambio *spot*, q es la tasa de interés extranjera.

Debido al supuesto de que no debe existir <<arbitraje>> y que ambas alternativas conducen a una posición del activo, el costo inicial de ambas alternativas debe ser el mismo. Por lo que el valor del contrato *forward* es:

$$f = S e^{-qT} - F_0 e^{-rT} = 0$$

Podemos escribir la ecuación al tiempo $(T - t)$, como:

$$f_t = S_t e^{-q(T-t)} - K e^{-r(T-t)}$$

donde K es el precio pactado entre las dos partes.

Se puede observar que los factores de riesgo de un *forward* son:

- a) El tipo de cambio *spot*.
- b) Las curvas de rendimiento de las tasas de interés nacional y extranjera.

La derivada de la función con respecto a los factores de riesgo es:

$$df = \frac{\delta f}{\delta S} dS + \frac{\delta f}{\delta r} dr + \frac{\delta f}{\delta q} dq$$

Por lo que la derivada queda como:

$$df_t = e^{-q(T-t)} dS_t + (T - t) K e^{-r(T-t)} dr - (T - t) S_t e^{-q(T-t)} dq$$

Si suponemos que los factores de riesgo se definen en términos de los cambios relativos en el precio spot y de los precios de los bonos cupón cero (B_f y B_d) entonces:

$$\frac{dB_d}{B_d} = -(T-t)dr \quad \text{y} \quad \frac{dB_f}{B_f} = -(T-t)dq$$

Sustituyendo:

$$df_t = S_t e^{-q(T-t)} \frac{dS_t}{S_t} - K e^{-r(T-t)} \frac{dB_d}{B_d} + S_t e^{-q(T-t)} \frac{dB_f}{B_f}$$

Se puede calcular el VaR considerando un Movimiento Browniano, supongamos que las tasas domésticas y extranjeras satisfacen:

$$dr_t = \alpha dt + \beta dW_{2t}$$

$$dq_t = \delta dt + \eta dW_{3t}$$

y que $\exists M = M(t, T)$ y $N = N(t, T)$ tal que:

$$dr = \frac{M(t, T)}{T-t} dr_t \quad \text{y} \quad dq = \frac{N(t, T)}{T-t} dq_t$$

Definamos:

$$\mu_2 = -M(t, T)\alpha$$

$$\mu_3 = -N(t, T)\delta$$

$$\sigma_2 = M(t, T)\beta$$

$$\sigma_3 = N(t, T)\eta$$

Si dW_{it} es movimiento browniano entonces $-dW_{it}$ también lo es. Tenemos que:

$$\frac{dB_d}{B_d} = \mu_2 dt + \sigma_2 dW_{2t}$$

$$\frac{dB_f}{B_f} = \mu_3 dt + \sigma_3 dW_{3t}$$

Supongamos que la dinámica estocástica del tipo de cambio está dada por:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_1 dt + \sigma_1 dW_{1t}$$

y que $Cov(dW_{it}, dW_{jt}) = \rho_{ij} dt \quad j = 1, 2, 3$

Entonces el VaR está dado por:

$$VaR_{1-\alpha}^{df/f} = z_\alpha \sqrt{\sum_{i=1}^3 \Lambda_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq 3} \Lambda_i \Lambda_j \sigma_{ij}} \sqrt{dt} - \left(\sum_{i=1}^3 \Lambda_i \mu_i \right) dt \quad (4.15)$$

Donde:

$$\Lambda_1 = \frac{S_t e^{-q(T-t)}}{f}$$

$$\Lambda_2 = \frac{-k e^{-r(T-t)}}{f}$$

$$\Lambda_3 = \frac{S_t e^{-q(T-t)}}{f}$$

De forma general un contrato forward se puede ver como un portafolio sobre sus factores de riesgo, de tal manera que una posición larga en el forward es igual a una posición larga de la divisa extranjera spot más una posición larga en un bono en divisa extranjera más una posición corta sobre un bono en pesos.

Entonces nuestros tres instrumentos del “portafolio” son:

1. Posición larga de la divisa.
2. Posición larga del bono en divisa extranjera.
3. Posición corta del bono en pesos.

Se debe hacer la matriz de Varianza-Covarianza para aplicar el método del portafolio sobre estos tres factores de riesgo vistos como “instrumentos”.

Por lo que el VaR del portafolio está dado por:

$$VaR = z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{W^t \times \Sigma \times W} \cdot \sqrt{T}$$

1.3.3 MODELO DE SIMULACIÓN MONTE CARLO

El modelo de simulación Montecarlo es muy importante ya que actualmente se considera que realiza la mejor estimación del VaR. Está basado principalmente en generar caminatas aleatorias de los precios a través de simulaciones de los factores de riesgo. Este método es muy parecido a la simulación histórica, ya que se considera la distribución de la revaluación de precios pero en lugar de tomar precios simulados basados en la historia de precios, se realiza la simulación de éstos bajo distintos métodos para calcular el VaR.

Es decir, para la siguiente ecuación del modelo de Simulación Histórica:

$$P_{i,t}^* = P_{i,0} + \Delta P_{i,,T}$$

donde $P_{i,0}$ es el precio en el instante inicial.

En el modelo de Simulación Monte Carlo $\Delta P_{i,,T}$ se estima a través de modelos aleatorios a partir de un proceso estocástico, entonces para calcular el VaR a través de un método, es necesario definir los términos siguientes:

- a) Modelo estocástico para simular una trayectoria de precios.
- b) Modelo para generar números aleatorios.

1.3.3.1 MODELO ESTOCASTICO PARA LA SIMULACIÓN DE UNA TRAYECTORIA DE PRECIOS

La elección del modelo es importante y se puede elegir algunos de los siguientes:

Simulación de Precios:

- a) Movimiento browniano geométrico.
- b) Proceso de Wiener.
- c) Proceso generalizado de Wiener

Simulación de tasa de interés de un factor:

- a) Vasicek
- b) Cox-Ingersoll-Ross

Simulación de Tasa de interés de dos factores:

- a) Longstaff-Schwartz
- b) Modelo de Black-Karanski

1.3.3.1.1 MOVIMIENTO BROWNIANO GEOMETRICO

Actualmente es el modelo más utilizado y también se conoce como Proceso de Itô. El movimiento browniano geométrico se obtiene por una transformación exponencial del movimiento browniano estándar. Es decir:

$$S_t = S_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma B_t}$$

donde B_t es el movimiento browniano estándar, S_0 es el precio inicial, $\mu \in \mathbb{R}$ es una constante (coeficiente de tendencia) y $\sigma \in \mathbb{R}_+$ es una constante positiva (coeficiente de difusión).

Este modelo asume que los movimientos en los precios se pueden describirse de la forma siguiente:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dZ_t$$

donde Z_t es una variable aleatoria que se distribuye normal con media cero y varianza dt , es decir $Z_t \sim N(0, dt)$.

En este proceso estocástico, la volatilidad y el rendimiento esperado se mantienen constantes, de tal forma que el precio se compone continuamente a una tasa constante $\mu \in \mathbb{R}$.

La deficiencia principal de este proceso estocástico es que no describe el comportamiento de los valores de renta fija de corto plazo ya que no se revierten los movimientos sobre el precio por lo cual no representa el proceso estocástico de los bonos libres de incumplimiento que deben converger a su valor nominal al vencimiento.

1.3.3.1.2 PROCESO DE WIENER

Básicamente tiene dos diferencias con respecto al movimiento browniano geométrico:

- a) El proceso de Wiener se define a través de una filtración
- b) El proceso de Wiener no requiere de incrementos independientes.

Se dice que la variable P sigue un proceso de Wiener si:

$$\Delta P = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

donde ε es una variable aleatoria que se distribuye normal con media cero y varianza unitaria.

Cuando ΔP tiende a cero:

$$dP = \varepsilon\sqrt{dt}$$

donde dt es un periodo infinitesimal de magnitud ΔT .

La desventaja de este modelo es que hace el supuesto que el precio promedio de un activo en cualquier fecha futura es igual al precio actual.

1.3.3.1.3 PROCESO DE WIENER GENERALIZADO

Incorpora términos positivos que permiten que el precio subyacente cambie en cada periodo en una magnitud constante α y con una variación constante b , por lo que se tiene que:

$$\Delta P = \alpha\Delta T + b\varepsilon\sqrt{T}$$

donde los cambios en los precios se distribuyen normal con $E(P) = \alpha\Delta T$, $\sigma_P = b\sqrt{T}$ y $Var(P) = b^2\Delta T$.

La desventaja de este modelo es que supone el desplazamiento por unidad de tiempo no mantiene ninguna relación con el nivel de precio del instrumento en la fecha de simulación.

1.3.3.1.4 MODELOS DE TASA DE INTERÉS

El objetivo de estos modelos es simular el comportamiento de la curva de rendimiento para proporcionar una descripción de la naturaleza estocástica de las tasas de interés que es consistente con la observación de que presentan reversión a la media.

El modelo general se puede presentar como:

$$dr = (a + br)dT + \sigma r^v d\varepsilon$$

donde r es la tasa de interés, a , b y v son parámetros.

Los modelos de tasas de Interés se pueden clasificar dependiendo el número de factores que se utilicen para modelar el comportamiento de las tasas:

- a) Modelos de un factor.
- b) Los modelo de dos factores.

Los modelos de un factor suponen que la curva de rendimiento esta explicada por la tasa de interés a corto plazo (tiene un comportamiento estocástico).

El modelo de Vasicek:

$$dr = (a + br)dT + \sigma r^v d\varepsilon$$

El modelo de Cox-Ingersoll-Ross:

$$dr = (a + br)dT + \sigma r^{\frac{1}{2}} d\varepsilon$$

La principal diferencia entre estos dos modelos es que el modelo de Vasicek supone que la volatilidad de las tasas es constante y el modelo de Cox-Ingersoll-Ross supone que la volatilidad es proporcional al nivel de las tasas de interés.

Los modelos de dos factores incluyen la tasa a largo plazo, el diferencial entre la tasa de corto y largo plazo, la duración o la volatilidad.

El modelo de Longstaff y Schwartz:

$$dr = a(r_c - r_l)dT + \sigma_c r_c d\varepsilon_c$$

$$dr_l = \sigma_l r_l dl$$

donde r_c es la tasa de interes a corto plazo, r_l es la tasa de interés de largo plazo, ε_c y ε_l son los procesos de Wiener correlacionados.

Utilizando la tasa de corto plazo y su varianza como fuentes de riesgo, el modelo de dos factores proporciona una descripción aceptable de los precios de bonos cruzados.

El modelo de las tasas de interés se puede extender a un entorno multdivisas, incorporando correlaciones ente tasas de interés y tipos de cambio.

El modelo de Black-Karasinki:

Este modelo fue creado en 1991 por Black y Karanski, con el propósito de mejorar los modelos de Vasicek, Hull and White con respecto a las tasas de interés negativas en plazos cortos, Black y Karanski proponen un modelo log-normal.

Este modelo propone que las tasas de plazos cortos siguen:

$$d \ln r = \kappa(t)(\theta(t) - \ln r)dt + \sigma(t)dW$$

Donde $\theta(t)$ es una función del tiempo que determina el curso medio que siguen la tasa de interés de corto plazo r , dt es el cambio pequeño en el tiempo, σ es la desviación estándar de la tasa de interés y dW es un proceso de Wiener.

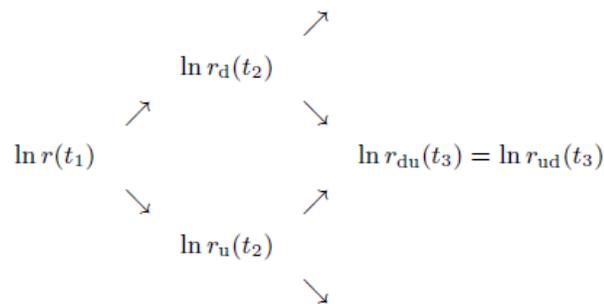
El modelo parte de un proceso de reversión a la media Gaussiano, suponemos que r es consistente con una curva spot. El modelo de reversión a la media explica la dependencia sobre el tiempo a través de $\kappa(\cdot)$, $\theta(\cdot)$ y $\sigma(\cdot)$. La velocidad de la reversión a la media $\kappa(t)$ y la volatilidad $\sigma(t)$ son independientes.

Para realizar el modelo, se tiene una combinación de árbol binomial, sea:

$$t_2 \equiv t_1 + \Delta t_1$$

$$t_3 \equiv t_2 + \Delta t_2$$

Si tomamos los logaritmos del árbol combinado:



Entonces:

$$\ln r_d(t_2) = \ln r(t_1) + \kappa(t_1)[\theta(t_1) - \ln r(t_1)]\Delta t_1 - \sigma(t_1)\sqrt{\Delta t_1}$$

$$\ln r_u(t_2) = \ln r(t_1) + \kappa(t_1)[\theta(t_1) - \ln r(t_1)]\Delta t_1 + \sigma(t_1)\sqrt{\Delta t_1}$$

Propongamos que:

$$\begin{aligned} \ln r_d(t_2) + \kappa(t_2)[\theta(t_2) - \ln r_d(t_2)]\Delta t_2 + \sigma(t_2)\sqrt{\Delta t_2} \\ = \ln r_u(t_2) + \kappa(t_2)[\theta(t_2) - \ln r_d(t_2)]\Delta t_2 - \sigma(t_2)\sqrt{\Delta t_2} \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\kappa(t_2) = \frac{1 - \left(\frac{\sigma(t_2)}{\sigma(t_1)}\right) \sqrt{\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}}}{\Delta t_2}$$

Entonces para Δt_1 podemos calcular el Δt_2 que satisfaga la condición de combinación para la iteración.

Como $\kappa(t)$, $\theta(t)$ y $\sigma(t)$ son independientes de r , entonces Δt_1 no será dependiente de r .

1.3.3.2 MODELO PARA GENERAR NUMEROS ALEATORIOS

El primer componente para un generador de números aleatorios es una distribución uniforme en el intervalo $[0,1]$, lo que implica que la secuencia se repita ya que se utiliza un algoritmo con una regla determinista.

Para que un generador de números aleatorios sea bueno, se deben crear series que aprueben todas las pruebas convencionales de independencia.

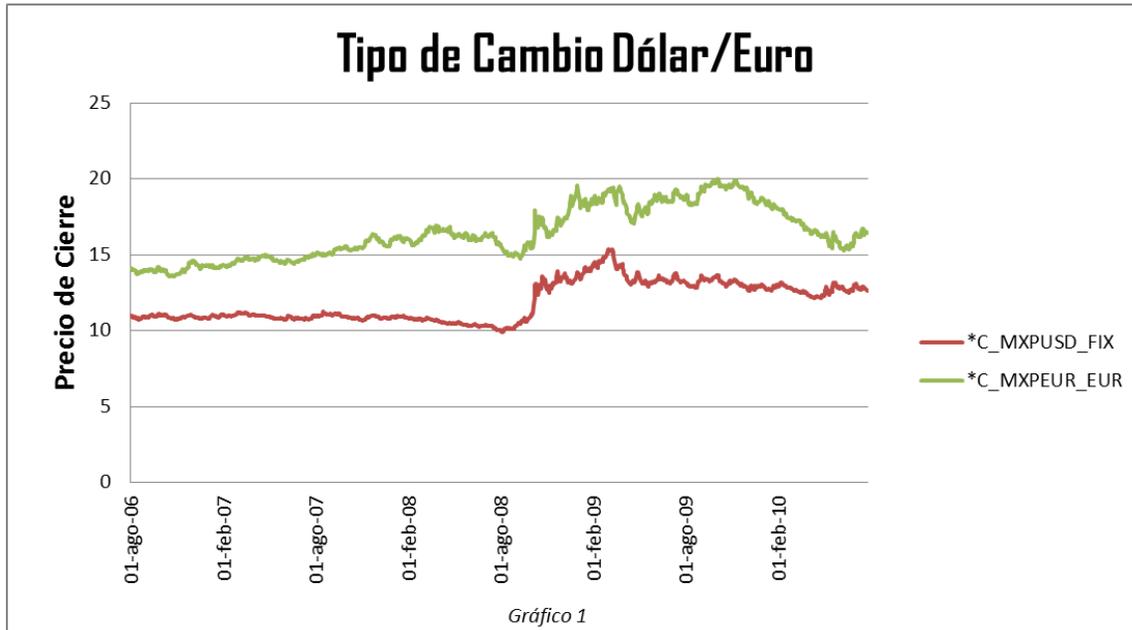
Para incrementar la exactitud en la estimación de los parámetros se han desarrollado varios procedimientos:

- a) Métodos de reducción de la varianza.
- b) Método de variable de control.
- c) Métodos “cuasi Monte Carlo”.
- d) Métodos “cuasi Monte Carlo aleatorio”
- e) Método de “bootstrap”.
- f) Método de Box-Muller.
- g) Métodos de estratificación

1.4 EJEMPLOS

1.4.1 VALOR EN RIESGO DE TIPOS DE CAMBIO

Tomando el precio de cierre de los tipos de cambio euro y dólar, del primero de Agosto del 2006 al 27 de Julio del 2010, se tiene la siguiente gráfica⁵:



El precio mínimo registrado en este periodo para el tipo de cambio dólar fue de 9.918 el cinco de agosto del 2008 y el mínimo para el euro fue de 13.5575 el 16 de Octubre del 2006.

Por lo que con muestras pequeñas no es recomendable el Valor en Riesgo con Simulación Histórica.

El Valor en riesgo del tipo de cambio euro y dólar para el 27 de Julio del 2010 se muestra a continuación:

Horizonte de tiempo: 1 día

Observaciones: 1001

Nivel de confianza: 95%

Pérdida en pesos	MXUSD	MXEUR
Paramétrico	\$ 0.1062	\$ 0.1168
Histórico	\$ 0.1784	\$ 0.2734
Monte Carlo	\$ 0.3128	\$ 0.5348

⁵ Información tomada de Valmer, Proveedor de Precios.



Sin embargo, en este periodo la peor caída que tuvo el Dólar fue el 13 de Octubre del 2008 ya que en un día cayó 71 centavos, mientras que el Euro registró su precio más bajo el 9 de Octubre del mismo año perdiendo en un día 87 centavos.

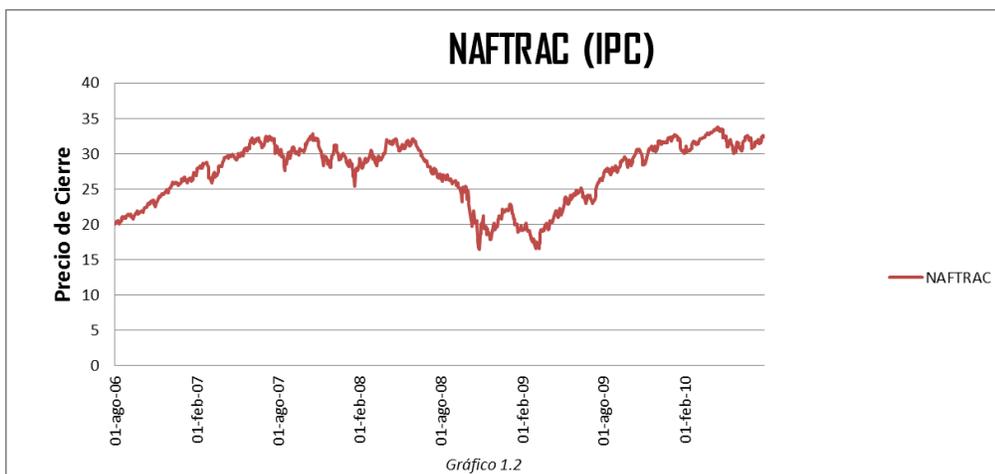
Se observa, que en ninguno de los modelos anteriores se puede predecir esta caída, que se originó por la Crisis “Subprime” de Estados Unidos.

1.4.2 VALOR EN RIESGO DE ÍNDICES

El índice más representativo de la Bolsa Mexicana de Valores es el IPC, existe un instrumento que lo réplica, es decir con la misma canasta de acciones y una ponderación similar, llamado NAFTRAC, este instrumento o vehículo lo pueden adquirir los inversionistas.

Consideremos el NAFTRAC para el periodo anterior⁶.

⁶ Información obtenida de Valmer, Proveedor de Precios.



El Valor en riesgo del NAFTRAC para el 27 de Julio del 2010 se muestra a continuación:

Horizonte de tiempo: 1 día

Observaciones: 1001

Nivel de confianza: 95%

Pérdida en pesos NAFTRAC	
Paramétrico	\$ 0.0941
Monte Carlo	\$ 0.6169
Histórico	\$ 1.1488

El precio mínimo del Naftrac fue el 27 de Octubre del 2008, que cayó 1.76 pesos.



CÁPITULO 2

MEDIDAS COHERENTES DE RIESGO

El Valor en Riesgo y la varianza son ejemplos de indicadores de las pérdidas que puede llegar a tener un portafolio, se puede observar que estas medidas no dan información en alguna situación extrema.

Por ejemplo el VaR que se calculó en el capítulo uno, con una muestra de 500 días del MEXBOL para la crisis del 2008 no hubiera sido útil, ya que las pérdidas superaron lo observado en ese periodo.

Por lo que el VaR nos dice el máximo que se puede perder bajo un nivel de confianza si un evento extremo no ocurre. Por otro lado, la distribución de pérdidas no es estrictamente creciente, entonces el VaR puede presentar discontinuidades. Sin embargo, existen propiedades aceptables o axiomas de coherencia que sirven para tener información más precisa de las pérdidas que se pueden generar.

Con el objetivo de minimizar las limitaciones de algunos métodos, en este capítulo se mencionaran las propiedades de coherencia con base en lo publicado por Philippe Artzener, Freddy Delbaen, Jean-Marc Eber y David Heath de Medidas Coherentes de Riesgo.

2.1 MEDIDAS DE RIESGO

Sea Ω un conjunto finito de posibles resultados de un experimento, cada elemento de Ω es lo que se tiene como cambio en el valor del portafolio. Ésta es una variable aleatoria denotada por X .

Sea \mathcal{G} el conjunto de todos los riesgos, es decir, el conjunto de todas las funciones de valores reales sobre Ω , como Ω es finito, entonces \mathcal{G} puede ser identificado con \mathbb{R}^n , donde $n = \text{card}(\Omega)$.

$$\mathcal{G} = \{X \mid X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}\}$$

Definición⁷ (Medida de Riesgo). Una medida de Riesgo es un mapeo de \mathcal{G} en \mathbb{R} .

Es decir:

$$\rho : \mathcal{G} \rightarrow \mathbb{R}$$

En términos generales una medida de riesgo será definida con base a una medida de probabilidad \mathbb{P} .

2.2 AXIOMAS DE COHERENCIA

Los axiomas de coherencia son intuitivos y deseables en el cálculo de pérdidas del portafolio. A continuación se enuncian dichos axiomas:

⁷ Artzner P, Delbaen F, Eber J-M, and Heath D. Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, Vol.9, No 3 (July 1999), p. 207. Recuperado desde: <http://personal.fmipa.itb.ac.id/khreshna/files/2011/02/artzner1999.pdf>

a) Invarianza bajo traslaciones. Para todo $X \in \mathcal{G}$ y $\alpha \in \mathbb{R}$. se tiene que:

$$\rho(X + \alpha \cdot r) = \rho(X) - \alpha$$

Esta propiedad nos dice básicamente que si se tiene un depósito bancario que paga un interés α a una tasa libre de riesgo r , entonces el riesgo disminuye en α .

Este axioma asegura que para cada X , $\rho(X + \rho(X) \cdot r) = 0$

La interpretación de esta igualdad se sigue si asumimos $\alpha = \rho(X)$. Por lo que $\rho(X)$ realmente es la cantidad a invertir en una tasa r para eliminar el riesgo de X .

b) Subaditividad. Para todo X_1 y $X_2 \in \mathcal{G}$;

$$\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)$$

El axioma de subaditividad es muy importante y de los más intuitivos, ya que está relacionado con la diversificación de riesgos. Si se tiene un portafolio con dos activos financieros, el riesgo debe ser igual o menor que invertir en cada instrumento.

c) Homogeneidad Positiva. Para todo $\lambda \geq 0$ y $X \in \mathcal{G}$:

$$\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X).$$

La homogeneidad positiva nos dice que el riesgo de λ unidades de X es igual que λ veces el riesgo de X , Es decir, que el riesgo que se asume es proporcional a la cantidad que se tenga de un activo financiero, si se tiene más posición el riesgo será mayor.

d) Monotonía. Para todo X y $Y \in \mathcal{G}$: con $X \leq Y$, tenemos:

$$\rho(Y) \leq \rho(X)$$

Este axioma nos dice que es más probable cambios menores en el valor de un portafolio, esta propiedad es deseable considerando que la volatilidad de los mercados no es grande en periodos pequeños.

e) Relevancia, Para todo $X \in \mathcal{G}$: con $X \leq 0$ y $X \neq 0$, tenemos:

$$\rho(X) > 0$$

La probabilidad de que haya pérdidas es positiva para todo cambio en el portafolio, esto se sigue de que suponemos un mercado sin arbitraje.

Coherencia⁸. Una medida de riesgo que satisface los cuatro axiomas de invarianza bajo traslaciones, subaditividad, homogeneidad positiva y Monotonía es llamada coherente.

Proposición. Sea ρ_i una medida de riesgo para $i = 1, \dots, n$. Entonces, alguna combinación convexa $\rho = \sum_i \alpha_i \rho_i$ ($\alpha_i \in \mathbb{R}^+$ y $\sum_i \alpha_i = 1$) es una medida de riesgo. Del mismo modo, si ρ_α es una familia de parámetros de medidas de riesgo, entonces, para alguna medida $d\mu(\alpha)$ en $[a, b]$ con $\int_a^b d\mu(\alpha) = 1$, el estadístico definido como $\rho = \int_a^b d\mu(\alpha) \rho_\alpha$ es una medida de riesgo⁹.

Demostración:

Como $\alpha_i \in \mathbb{R}^+$, entonces $d\mu(\alpha) > 0$, por lo que se cumplen los axiomas de monotonía y subaditividad. Como $\lambda \in \mathbb{R}$ cumple el axioma de homogeneidad positiva y como $\sum_i \alpha_i = 1$, es decir, $\int_a^b d\mu(\alpha) = 1$, prueba el axioma de invarianza bajo traslaciones, por lo que entonces es una medida coherente de riesgo.

2.3 MEDIDAS COHERENTES DE RIESGO

Las medidas de Riesgo más utilizadas son la varianza, el valor en riesgo (VaR), la esperanza condicional de la cola del VaR (CVaR), Expected Shortfall y Medida espectral de Riesgo.

Sea X una variable aleatoria definida sobre un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Entonces podemos definir las siguientes medidas de riesgo:

(a) La Varianza se define como sigue:

⁸ Aritner P, Delbaen F, Eber J-M, and Heath D. Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, Vol.9, No 3 (July 1999), p. 210. Recuperado desde: <http://personal.fmipa.itb.ac.id/khreshna/files/2011/02/artzner1999.pdf>

⁹ Acerbi Carlo, Risk Aversion and Coherent Risk Measures: a spectral Representation Theorem pag(2) Recuperado desde: <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0107190v1.pdf>

$$\text{Var}^{\mathbb{P}}[X] = \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[(X - \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X])^2]$$

(b) El Valor en Riesgo (*VaR*) se define con un nivel de confianza $1 - q$, $0 < q < 1$:

$$\text{VaR}_{1-q}^X = -\inf\{x \in \mathbb{R} \mid \mathbb{P}\{X \leq x\} \geq q\}$$

(c) La esperanza condicional de la cola del (*CVaR*) o Tail Conditional Expectation (*TCE*), para $0 < q < 1$, se define como:

$$\mathcal{E}_{1-q}^X = -\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X \mid X < -\text{VaR}_{1-q}^X] = \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-X \mid -X > \text{VaR}_{1-q}^X]$$

(d) El Expected Shortfall (*ES*) se define como¹⁰:

$$\text{ES}_{1-q}(X) = -\frac{1}{1-q} \int_0^{1-q} F_X^{\leftarrow}(p) dp$$

Si la distribución de la pérdida es discreta, entonces *ES* es el equivalente discreto de la ecuación anterior, es decir:

$$\text{ES} = \frac{1}{1-q} \sum_{p=0}^q (P_p) * \text{prob}$$

Si suponemos que la variable de interés es la serie de tiempo de utilidad o pérdida en un determinado periodo la fórmula reducida para estimar el expected shortfall es la siguiente:

$$\text{ES} = -\mu_{P/L} + \sigma_{P/L} * \frac{\Phi(z_q)}{1-q}$$

Donde $\mu_{P/L}$ es la medida de la utilidad o pérdida de un determinado periodo de tiempo, $\sigma_{P/L}$ es la desviación estándar de la utilidad o pérdida en un determinado periodo de tiempo y $\Phi(z_q)$ es la función de densidad normal asociada al nivel de confianza.

El Expected Shortfall se interpreta como el promedio ponderado de las pérdidas que superan el VaR y es muy parecido al CVaR, de hecho son iguales bajo algunas condiciones tales como la continuidad de la función.

(e) Medida espectral de riesgo¹¹. Se puede definir una medida espectral de riesgo más general que es un promedio ponderado de los cuantiles de la distribución de pérdidas:

$$M\Phi = \int_0^1 \Phi(p) q_p dp$$

¹⁰ <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0107190v1.pdf> pág (3)

¹¹ Evaluación de las Metodologías para Riesgo de Mercado, Grocio pág (55)

Donde la función de peso, $\Phi(p)$ es la que falta determinar y q_p son los cuantiles de la distribución de pérdidas.

Se sabe por hallazgos Acerbi (2004) que esta función tiene las siguientes propiedades:

- a) Φ es positiva
- b) Φ es decreciente
- c) $\|\Phi\| = 1$

La mayoría de las medidas mencionadas no son coherentes de riesgo, debido a que no cumplen alguno de los axiomas de coherencia. Sin embargo medidas como el CVAR, si es coherente de riesgo.

2.3.1 VARIANZA COMO MEDIDA COHERENTE DE RIESGO

La varianza es una medida de grado de dispersión de los diferentes valores tomados por la variable aleatoria, (a la raíz cuadrada positiva de la $Var(X)$ se le llama desviación estándar), sin embargo aunque la varianza es importante para el cálculo de riesgo por ejemplo con métodos paramétricos, ésta no es una medida coherente de riesgo ya que no cumple con los axiomas de coherencia. Entre los defectos de esta medida se encuentra el que no considera colas pesadas de la distribución, por lo que no toma en cuenta la ocurrencia de valores extremos. a) Invarianza bajo traslaciones.- Una de las propiedades que satisface la varianza es que $Var(X + c) = Var(X)$, donde c es una constante, por lo que no satisface el axioma de invarianza bajo traslaciones.

b) Subaditividad.- Sea X_1 y X_2 variables aleatorias definidas sobre $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, entonces se tiene que:

$$\begin{aligned} \rho(X_1 + X_2) &= Var^{\mathbb{P}}[X_1 + X_2] \\ &= Var^{\mathbb{P}}[X_1] + Var^{\mathbb{P}}[X_2] + 2Cov^{\mathbb{P}}(X_1, X_2) \\ &= \rho(X_1) + \rho(X_2) + 2Cov^{\mathbb{P}}(X_1, X_2) \end{aligned}$$

Por lo que cumpliría con el axioma de subaditividad si y solo si el signo de $2Cov^{\mathbb{P}}(X_1, X_2)$ fuera negativo. c) Homogeneidad positiva.- Una de las propiedades de la varianza es: $Var(cX) = c^2Var(X)$, por lo que al sacar las constantes al cuadrado no cumple con el axioma de homogeneidad positiva. Sin embargo, la desviación estándar si satisface este axioma, d) Monotonía.- La varianza no cumple con la propiedad de monotonía debido a que no toma en cuenta el efecto de colas pesadas en las distribuciones. Supongamos que tenemos dos distribuciones que tienen la misma varianza, pero las colas de una son más pesadas que la otra, por ejemplo la Normal Bivariada y la Cópula Gaussiana si tomamos un elemento dentro de la Cópula Gaussiana y lo comparáramos con la normal multivariada notamos que no cumple con la propiedad de monotonía¹².

¹² Ejemplo tomado de Venegas M. F. Riesgos Financieros y Económicos pág. 733

2.3.2 VALOR EN RIESGO COMO MEDIDA COHERENTE DE RIESGO

El Valor en Riesgo (VaR), es una medida que se ha utilizado durante mucho tiempo, sin embargo al cuestionarse acerca de si es coherente o no, se observa que no cumple con todos los axiomas deseables de una medida coherente de riesgo.

a) Invarianza bajo traslaciones.- Sea $\alpha \in \mathbb{R}$ y $Y = X + \alpha$, entonces:

$$F_Y(y) = \mathbb{P}\{Y \leq y\} = \mathbb{P}\{X + \alpha \leq y\} = \mathbb{P}\{X \leq y - \alpha\} = F_X(y - \alpha)$$

Se tiene que:

$$F_Y(y) = F_X(y - \alpha)$$

$$F_Y(x + \alpha) = F_X(x + \alpha - \alpha)$$

$$F_Y(x + \alpha) = F_X(x)$$

Sustituyendo:

$$\begin{aligned} VaR_{1-q}^Y &= -\inf\{y \in \mathbb{R} \mid F_Y(y) \geq q\} \\ &= -\inf\{x + \alpha \in \mathbb{R} \mid F_Y(x + \alpha) \geq q\} \\ &= -\inf\{x + \alpha \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq q\} \\ &= -(\inf\{x \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq q\} + \alpha) \\ &= -\inf\{x \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq q\} - \alpha \\ &= VaR_{1-q}^X - \alpha \end{aligned}$$

Por lo tanto el Valor en Riesgo cumple con la propiedad de Invarianza bajo traslaciones.

b) Subaditividad.- En general, este axioma no se cumple para todas las distribuciones, en los ejemplos que se consideran como objeto de estudio en este trabajo, el Valor en Riesgo, si cumple con esta propiedad, sin embargo se puede crear una función de densidad que no cumpla con dicho axioma.

Por ejemplo¹³: Sea X y Y variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0.9 & x \in (0,1] \\ 0.05 & x \in [0,2] \\ 0 & e. o. c \end{cases}$$

Si se valúa la función de distribución en 0, se tiene que:

¹³ Ejemplo tomado de Venegas M. F. Riesgos Financieros y Económicos pág. 738

$$F_X(x) = \mathbb{P}\{X \leq 0\} = \int_{-2}^0 0.05 dx = 0.01$$

Entonces:

$$VaR_{0.9}^X = VaR_{0.9}^Y = 0$$

Se puede observar que debido a la independencia de X y Y , la función de densidad conjunta es el producto de las densidades marginales, entonces:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} (0.05)^2 & -2 \leq x \leq 0; -2 \leq y \leq 0 \\ (0.05)(0.9) & -2 \leq x \leq 0; 0 \leq y \leq 1 \\ (0.9)(0.05) & 0 < x \leq 1; -2 \leq y \leq 0 \\ (0.09)^2 & 0 < x \leq 1; 0 < y \leq 1 \end{cases}$$

Por lo que se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}\{X + Y \geq 0\} &= 2 \int_0^1 \int_{-y}^0 (0.9)(0.05) dx dy + (0.9)^2 \\ &= 2(0.9)(0.05) \left(\frac{1}{2}\right) + (0.9)^2 \\ &= 0.855 \end{aligned}$$

Entonces:

$$\mathbb{P}\{X + Y \leq 0\} = 1 - 0.855 = 0.145$$

Por lo que:

$$-VaR_{0.9}^{X+Y} = \inf\{z | F_{X+Y}(z) \geq 0.1\} < 0$$

Luego:

$$VaR_{0.9}^{X+Y} > 0 = VaR_{0.9}^X + VaR_{0.9}^Y$$

Este ejemplo no cumple el axioma de subaditividad, entonces el Valor en Riesgo no es subaditivo, ya que basta encontrar un ejemplo que no lo satisfaga.

El Valor en Riesgo no cumple siempre con la propiedad de subaditividad, Si los cuantiles son calculados bajo una distribución para que todos los precios conjuntamente sean distribuidos normal, entonces los cuantiles satisfacen el axioma de subaditividad siempre y cuando las probabilidades de excedencia sean más pequeñas que 0.05. En efecto, si $\sigma_{X+Y} \leq \sigma_X + \sigma_Y$ para cada par (X, Y) de variables aleatorias. Se tiene que para cada variable aleatoria que se distribuye normal:

$$VaR_\alpha(X) = -(\mathbb{E}_\mathbb{P}[X] + \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sigma_\mathbb{P}(X))$$

Con Φ la distribución acumulativa de la normal estandar y $\Phi^{-1}(0.05) = 0$.

(iii) Homogeneidad positiva.- Sea $\alpha > 0$ y $Y = \alpha X$, entonces:

$$F_Y(y) = \mathbb{P}\{Y \leq y\} = \mathbb{P}\{\alpha X \leq y\} = \mathbb{P}\left\{X \leq \frac{y}{\alpha}\right\} = F_X\left(\frac{y}{\alpha}\right)$$

En consecuencia:

$$\begin{aligned} VaR_{1-q}^Y &= -\inf\{y \in \mathbb{R} \mid F_Y(y) \geq q\} \\ &= -\inf\{\alpha x \in \mathbb{R} \mid F_Y(\alpha x) \geq q\} \\ &= -\inf\left\{\alpha x \in \mathbb{R} \mid F_X\left(\frac{\alpha x}{\alpha}\right) \geq q\right\} \\ &= -\inf\{\alpha x \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq q\} \\ &= -\alpha \inf\{x \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq q\} \\ &= \alpha VaR_{1-q}^X \end{aligned}$$

Por lo que el VaR cumple con la propiedad de homogeneidad positiva.

(iv) Monotonía. Si X y Y son variables aleatorias con $Y \geq X$, $z \in \mathbb{R}$, entonces para toda $z \in \mathbb{R}$ si $w \in W$ y es tal que $Y(w) \leq z$, entonces se tiene que:

$$X(w) \leq Y(w) \leq z$$

$$F_Y(z) = \mathbb{P}\{Y \leq z\} \leq \mathbb{P}\{X \leq z\} = F_X(z)$$

Si z es tal que $q \leq F_Y(z)$, como:

$$q \leq F_Y(z) \leq F_X(z)$$

$$q \leq F_X(z)$$

Entonces:

$$\{y \in \mathbb{R} \mid F_Y(y) \geq q\} \subseteq \{x \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq q\}$$

Por lo que:

$$\begin{aligned} \inf\{y \in \mathbb{R} \mid F_Y(y) \geq q\} &\geq \inf\{x \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq q\} \\ -\inf\{y \in \mathbb{R} \mid F_Y(y) \geq q\} &\leq -\inf\{x \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq q\} \\ VaR_{1-q}^Y &\leq VaR_{1-q}^X \end{aligned}$$

Por lo tanto, el Valor en Riesgo cumple con el axioma de monotonía.

2.3.3 EXPECTED SHORFALL Y AVERAGE VAR

En la práctica se ha incorporado el cálculo de CVaR, para evitar perder sensibilidad con respecto a la información que queda después del nivel de confianza. El CVaR es una medida coherente de Riesgo, ya que cumple con los axiomas de coherencia. Como se vio el expected shortfall y el Average VaR son iguales bajo algunas características.

A continuación se demuestra que el CVaR es una medida coherente de riesgo:

(i) Invarianza bajo traslaciones. Sea $\alpha \in \mathbb{R}$ y $X \in \mathcal{A}$, se define $Y = X + \alpha$, entonces:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}_{1-q}^Y &= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-Y \mid Y < -VaR_{1-q}^X] \\
 &= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-X - \alpha \mid X + \alpha < -VaR_{1-q}^{X+\alpha}] \\
 &= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-X - \alpha \mid X + \alpha < -(VaR_{1-q}^X - \alpha)] \\
 &= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-X - \alpha \mid X < -VaR_{1-q}^X] \\
 &= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-X \mid X < -VaR_{1-q}^X] - \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-\alpha \mid X < -VaR_{1-q}^X] \\
 &= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-X \mid X < -VaR_{1-q}^X] - \alpha \\
 &= \mathcal{E}_{1-q}^X - \alpha
 \end{aligned}$$

(ii) Subaditividad. Sea $X, Y \in \mathcal{A}$, entonces:

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X \mid X < -VaR_{1-q}^X] &= -VaR_{1-q}^X + \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X + VaR_{1-q}^X \mid X < -VaR_{1-q}^X] \\
 &= -VaR_{1-q}^X + \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[(X + VaR_{1-q}^X) 1_{\{X < -VaR_{1-q}^X\}}]}{\mathbb{P}\{X < -VaR_{1-q}^X\}} \\
 &= -VaR_{1-q}^X + \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[(X + VaR_{1-q}^X) 1_{\{X < -VaR_{1-q}^X\}} 1_{\{X+Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}\}}]}{\mathbb{P}\{X < -VaR_{1-q}^X\}} \\
 &\quad + \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[(X + VaR_{1-q}^X) 1_{\{X + VaR_{1-q}^X < 0\}} 1_{\{X+Y \geq -VaR_{1-q}^{X+Y}\}}]}{\mathbb{P}\{X < -VaR_{1-q}^X\}} \\
 &\leq -VaR_{1-q}^X + \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[(X + VaR_{1-q}^X) 1_{\{X < -VaR_{1-q}^X\}} 1_{\{X+Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}\}}]}{q} \\
 &\leq -VaR_{1-q}^X + \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[(X + VaR_{1-q}^X) 1_{\{X+Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}\}}]}{\mathbb{P}\{X + Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}\}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -VaR_{1-q}^X + \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X + VaR_{1-q}^X | X + Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X | X + Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}]
\end{aligned}$$

Entonces, se tiene que:

$$\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X | X < -VaR_{1-q}^X] \leq \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X | X + Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}]$$

es decir:

$$\begin{aligned}
-\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X | X < -VaR_{1-q}^X] &\geq -\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X | X + Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}] \\
-\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X | X + Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}] &\leq -\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X | X < -VaR_{1-q}^X]
\end{aligned}$$

Sin pérdida de generalidad:

$$-\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[Y | X + Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}] \leq -\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[Y | Y < -VaR_{1-q}^X]$$

Ahora, demosremos la subaditividad:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{1-q}^{X+Y} &= -\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X + Y | X + Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}] \\
&= -\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X | X + Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}] - \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[Y | X + Y < -VaR_{1-q}^{X+Y}]
\end{aligned}$$

Por el resultado anterior se tiene que:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{1-q}^{X+Y} &\leq -\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[X | X < -VaR_{1-q}^{X+Y}] - \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[Y | Y < -VaR_{1-q}^X] \\
&= \mathcal{E}_{1-q}^X + \mathcal{E}_{1-q}^Y
\end{aligned}$$

(iii) Homogeneidad positiva. Sea $\alpha > 0$ y $X \in \mathcal{A}$, se define $Y = \alpha X$, entonces

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{1-q}^Y &= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-Y | Y < -VaR_{1-q}^X] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-\alpha X | \alpha X < -VaR_{1-q}^{\alpha X}] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-\alpha X | \alpha X < -\alpha VaR_{1-q}^X] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-\alpha X | X < -VaR_{1-q}^X] \\
&= \alpha \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-X | X < -VaR_{1-q}^X] \\
&= \alpha \mathcal{E}_{1-q}^X
\end{aligned}$$

(iv) Monotonía. Si X y Y son variables aleatorias con $X \geq Y$, se tiene que:

$$\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[Y | Y < -VaR_{1-q}^Y] = -VaR_{1-q}^Y + \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[Y + VaR_{1-q}^Y | Y < -VaR_{1-q}^Y]$$

$$\begin{aligned}
&= -VaR_{1-q}^Y + \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}} \left[(Y + VaR_{1-q}^Y) 1_{\{Y < -VaR_{1-q}^Y\}} \right]}{\mathbb{P}\{Y < -VaR_{1-q}^Y\}} \\
&= -VaR_{1-q}^Y + \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}} \left[(Y + VaR_{1-q}^Y) 1_{\{Y < -VaR_{1-q}^Y\}} 1_{\{X < -VaR_{1-q}^X\}} \right]}{q} \\
&\quad + \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}} \left[(Y + VaR_{1-q}^Y) 1_{\{Y + VaR_{1-q}^Y < 0\}} 1_{\{X \geq -VaR_{1-q}^X\}} \right]}{q} \\
&\leq -VaR_{1-q}^Y + \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}} \left[(Y + VaR_{1-q}^Y) 1_{\{Y < -VaR_{1-q}^Y\}} 1_{\{X < -VaR_{1-q}^X\}} \right]}{q} \\
&\leq -VaR_{1-q}^Y + \frac{\mathbb{E}^{\mathbb{P}} \left[(Y + VaR_{1-q}^Y) 1_{\{X < -VaR_{1-q}^X\}} \right]}{\mathbb{P}\{X < -VaR_{1-q}^X\}} \\
&= -VaR_{1-q}^Y + \mathbb{E}^{\mathbb{P}} [Y + VaR_{1-q}^Y | X < -VaR_{1-q}^X] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{P}} [Y | X < -VaR_{1-q}^X] \\
&\leq \mathbb{E}^{\mathbb{P}} [X | X < -VaR_{1-q}^X]
\end{aligned}$$

Entonces, se tiene que:

$$\mathbb{E}^{\mathbb{P}} [Y | Y < -VaR_{1-q}^Y] \leq \mathbb{E}^{\mathbb{P}} [X | X < -VaR_{1-q}^X]$$

es decir:

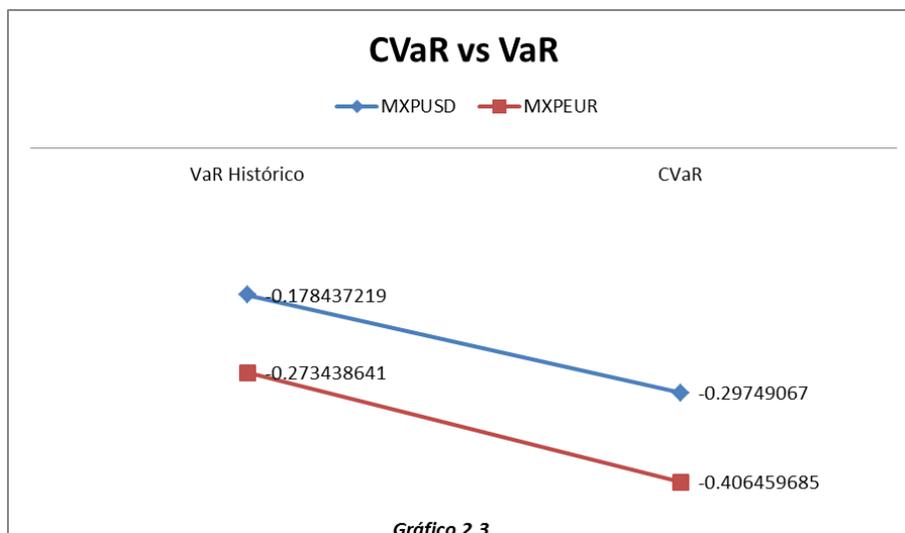
$$-\mathbb{E}^{\mathbb{P}} [X | X < -VaR_{1-q}^X] \leq -\mathbb{E}^{\mathbb{P}} [Y | -Y > -VaR_{1-q}^Y]$$

Por lo que:

$$\mathcal{E}_{1-q}^X \leq \mathcal{E}_{1-q}^Y$$

2.3.3.1 EJEMPLO

Considerando el ejemplo del capítulo uno, con respecto al tipo de cambio Euro y Dólar, se muestra a continuación la gráfica del cálculo de CVaR. Como se puede observar es mayor al VaR, debido a que incorpora información de la cola de la distribución.



2.4 TEOREMA DE REPRESENTACIÓN DE MEDIDAS COHERENTES DE RIESGO

El teorema enuncia lo siguiente: Una medida de riesgo ρ , es coherente si y solo si existe una familia, \mathbb{P} , de probabilidades definidas en $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, tal que:

$$\rho(X) = \sup_{\mathbb{P} \in \mathbb{P}} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[-X]$$

CAPÍTULO 3

TEORIA DE VALORES EXTREMOS

La teoría de valores extremos (*EVT*), ha sido estudiada con el objetivo de tener más información ante pérdidas no consideradas con el VaR. Existen algunos resultados importantes, como es que la distribución de máximos o mínimos converge a una distribución que puede ser estudiada.

Pueden ser modeladas bajo las distribuciones de Gumbel, Frechet o Weibull y el estudio de las distribuciones bajo un umbral dado, además se demuestra que la distribución límite son Generalizadas de Pareto (*GPD*).

3.1 TEORIA DE VALORES EXTREMOS

Esta teoría se basa principalmente en la distribución empírica y en el estudio de las colas, es decir en la distribución del máximo o mínimo. Considerando que estas distribuciones son continuas. Antes de enunciar la convergencia de las funciones se presentan algunos teoremas sobre máximos y mínimos¹⁴.

3.1.1 TEOREMAS SOBRE MAXIMOS Y MINIMOS.

3.1.1.1 TEOREMA DE LOS VALORES EXTREMOS PARA FUNCIONES CONTINUAS.

Sea f , una función de valores reales definida en un conjunto S de números reales. Se dice que la función f tiene un máximo absoluto en el conjunto S si existe por lo menos un punto $c \in S$ tal que:

$$f(x) \leq f(c) \text{ para todo } x \in S$$

El número $f(c)$ se llama máximo absoluto de f en S . Decimos que f tiene un mínimo absoluto en S si existe un punto $d \in S$ tal que:

$$f(x) \geq f(d) \text{ para todo } x \in S$$

3.1.1.2 TEOREMA DEL MÁXIMO (MÍNIMO) PARA FUNCIONES CONTINUAS.

Si f es continua en un intervalo cerrado $[a, b]$, existen puntos c y d en $[a, b]$ tales que:

$$f(c) = \sup f$$

¹⁴ Apóstol Tom. A (2011). Calculus I. Segunda Edición, p. 184-186

y

$$f(d) = \inf f$$

3.1.2 ESTADÍSTICOS DE ORDEN

Consideremos los retornos sobre un activo, sobre un intervalo fijo de manera diaria como r_t . Sea $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ una colección de n retornos. Antes de considerar a la distribución empírica, Es necesario definir estas variables a utilizar.

Dada una muestra aleatoria X_1, X_2, \dots, X_n , se puede evaluar cada una de estas variables en un punto muestral y obtener una colección de números reales que se pueden ordenar de menor a mayor incluyendo repeticiones.

Se les conoce como estadísticas de orden a las variables aleatorias ordenadas:

$$\begin{aligned} X_{(1)} &= \text{mín} \{X_1, \dots, X_n\} \\ X_{(2)} &= \text{mín} \{X_1, \dots, X_n\} \setminus \{X_{(1)}\} \\ X_{(3)} &= \text{mín} \{X_1, \dots, X_n\} \setminus \{X_{(1)}, X_{(2)}\} \\ &\vdots \\ X_{(n)} &= \text{máx} \{X_1, \dots, X_n\} \end{aligned}$$

A $X_{(1)}$ es la primera estadística de orden, a $X_{(2)}$ es la segunda, es decir a $X_{(i)}$ es la i – ésima estadística de orden, donde $i = 1, 2, \dots, n$.

El objetivo es encontrar las distribuciones de probabilidad de las estadísticas de orden.

Regresando a los retornos del activo, el mínimo retorno de la colección es el $r_{(1)}$, el más pequeño de los estadísticos de orden, mientras que el máximo retorno, es decir el más grande los estadísticos de orden es $r_{(n)}$.

Con un cambio de signo se puede ver la siguiente propiedad:

$$r_{(1)} = -\text{máx}_{1 \leq i \leq n} \{-r_i\} = -r_{(n)}^j$$

Donde $r_t^j = -r_t$, el subíndice j denota el cambio de signo.

3.1.3 DISTRIBUCIÓN DEL MÁXIMO

La distribución del máximo y la distribución empírica son de las más importantes, ya que a partir de estas se obtiene sobre alguna muestra el análisis correspondiente a la teoría de valores extremos al aproximar estas a una función de distribución.

3.1.3.1 DISTRIBUCIÓN F

Sean r_t variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución $F(x)$. Como r_n es el máximo, la función de distribución se puede definir como $F_{n,n}(x)$ sobre un intervalo $[l, u]$, donde $l = -\infty$ y $u = \infty$.

Entonces:

$$\begin{aligned} F_{n,n} &= Pr[r_{(n)} \leq x] \\ &= Pr[r_{(1)} \leq x, r_{(2)} \leq x, \dots, r_{(n)} \leq x] \\ &= \prod_{i=1}^n Pr(r_i \leq x) \\ &= \prod_{i=1}^n F(x) = [F(x)]^n \end{aligned}$$

A esta distribución se le conoce como Distribución del Máximo.

3.1.3.2 CONVERGENCIA DE LA DISTRIBUCIÓN F

Como la distribución $F(x)$ generalmente es desconocida, lo que se busca es una distribución límite que sirva de aproximación a esta función. Como n crece a infinito, la distribución del máximo es degenerada.

La sucesión de variables aleatorias X_1, X_2, \dots , converge en distribución a X , si para todo punto x en donde la función $F(x)$ es continua, se cumple que¹⁵:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_{X_n}(x) = F_X(x)$$

A este tipo de convergencia se le conoce también como convergencia débil, debido a que es la menos restrictiva. Generalmente se escribe como:

$$X_n \xrightarrow{d} X$$

o bien,

¹⁵ Rincón Luis (2007), Curso Intermedio de Probabilidad, primera edición, p.266

$$F_{X_n} \xrightarrow{d} F_X$$

Del mismo modo se define la convergencia en probabilidad como:

$$P(|X_n - X| > \varepsilon) \rightarrow 0$$

Definamos el soporte de los extremos de la distribución F como:

$$l = \inf\{x: F(x) > 0\} \geq -\infty$$

$$u = \sup\{x: F(x) < 1\} \leq \infty$$

Si $x < u$, entonces $F(x) < 1$ y se tiene que:

$$F_{n,n}(x) \rightarrow 0$$

Si $x \geq u$, entonces $F(x) = 1$ y se tiene que:

$$F_{n,n}(x) \rightarrow 1$$

Por lo tanto $r_{(n)} \rightarrow u$ en probabilidad y como la sucesión es creciente convergencia en probabilidad, entonces implica convergencia en probabilidad 1.

La teoría del valor extremo lo que busca es una función que cuando $n \rightarrow \infty$, no sea una distribución degenerada. Con el objetivo de conseguir esta distribución se utiliza el Teorema de Glivenko-Cantelli, también llamado Teorema Fundamental de la Estadística. Para utilizar este teorema se define la distribución empírica.

Distribución Empírica. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de un conjunto con distribución F . La distribución empírica $\hat{F}_n(t)$, con base en esta muestra se define como:

$$\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{(-\infty, x]}(X_i)$$

Ley fuerte de los grandes números. Sea X_1, X_2, \dots, X_n n v.a.i. todas con la misma esperanza y varianza, se tiene que:

$$Pr \left(\left| \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - m \right| = 0 \right) = 1$$

donde $\mathbb{E} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \right] = m$

Teorema de Glivenko-Cantelli. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una colección de v.a.i con distribución común F y sea $\hat{F}_n(x) = \hat{F}_n(x, \omega)$ la función de distribución empírica correspondiente, entonces:

$$\sup_{x \in \mathbb{R}} |\hat{F}_n(x) - F(x)| \xrightarrow{c.s} 0$$

En consecuencia, por el Teorema de Glivenko-Cantelli sabemos que $\hat{F}_n(x)$ converge uniformemente a $F(x)$.

3.1.4 CONVERGENCIA DE FAMILIAS

Se dice que dos distribuciones F y G son el mismo tipo o pertenecen a la misma familia si para algunas constantes $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$

$$G(X) = F(ax + b), \quad x \in \mathbb{R}$$

En términos de v.a., si $X \sim F$ y $Y \sim G$, entonces

$$Y = \frac{dX - b}{a}$$

La teoría de valor extremo busca encontrar dos sucesiones $\{\beta_n\}$ y $\{\alpha_n\}$, con $\alpha_n > 0$, y $\beta_n \in \mathbb{R}$ y $r_{(n)}$, $n \geq 1$ tal que la distribución:

$$r_{(n^*)} = \frac{(r_{(n)} - \beta_{(n)})}{\alpha_n}$$

Cuando $n \rightarrow \infty$, no sea degenerada.

Para facilitar los cálculos, consideremos el siguiente cambio de variable, Sea $r_{(n^*)} = Y$

Entonces, buscamos

$$\frac{(r_{(n)} - \beta_{(n)})}{\alpha_n} \Rightarrow Y$$

Por lo que:

$$\Pr\left(\frac{(r_{(n)} - \beta_{(n)})}{\alpha_n} \leq x\right) \approx \Pr(Y \leq x) = G(x)$$

Haciendo $y = \alpha_n x + \beta_n$

Entonces:

$$\Pr(r_{(n)} \leq y) \approx G\left(\frac{y - \beta_n}{\alpha_n}\right)$$

El siguiente teorema y Corolario¹⁶, establecen lo siguiente:

Teorema de Convergencia a familias (Gndenko & Khinchin). Sean $G(x)$ y $H(x)$ dos funciones de distribución propias ($G(\mathbb{R}) = H(\mathbb{R}) = 1$), ninguna de las cuales está concentrada en un punto. Supongamos que para $n \geq 0$, X_n son v.a. con funciones de distribución F_n . Sean, además, constantes $a_n > 0$, $\alpha_n > 0$, $b_n \in \mathbb{R}$ y $\beta_n \in \mathbb{R}$.

a) Si

$$F_n(a_n x + b_n) \rightarrow G(x)$$

y

$$F_n(\alpha_n x + \beta_n) \rightarrow H(x)$$

entonces existen constantes $A > 0$ y $B \in \mathbb{R}$ tales que, cuando $n \rightarrow \infty$,

$$\frac{\alpha_n}{a_n} \rightarrow A > 0$$

$$\frac{\beta_n - b_n}{a_n} \rightarrow B$$

y

$$H(x) = G(Ax + B)$$

b) El recíproco también es cierto.

Corolario. Sean F_n una sucesión de f.d y $a_n > 0$ y b_n sucesiones de constantes tales que:

$$F_n(a_n x + b_n) \rightarrow G(x)$$

en todo punto de continuidad de G , que es f.d propia y no está concentrada en un punto. Sean $c_n > 0$ y d_n sucesiones de constantes tales que:

$$\frac{a_n}{c_n} \rightarrow 1$$

y

$$\frac{d_n - b_n}{a_n} \rightarrow 0$$

Entonces, $F_n(a_n x + b_n) \rightarrow G(x)$ vale con c_n y d_n en lugar de a_n y b_n .

¹⁶ Ortega Sanchez Joaquín (2008), Introducción a la Teoría de Valores Extremos, Octavo Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística, Montevideo. p. 45-47

Esto permite aproximar la distribución de $r_{(n)}$ por una familia de distribuciones de ubicación y escala.

Es decir, encontrar dos funciones de distribución de la misma familia, tales que:

$$G(x) = F(ax + b); \quad x \in \mathbb{R}$$

Si $X \sim F$ y $Y \sim G$, entonces:

$$Y \xrightarrow{d} \frac{X - b}{a}$$

3.2 DISTRIBUCIONES DE VALORES EXTREMOS

La distribución de una serie de máximos o mínimos, es modelada bajo ciertas condiciones, esta serie se muestra que converge a las distribuciones de Gumbel, Fréchet o Weibull. Según la teoría propuesta por Fisher-Tippett en 1928, y más tarde demostrada por Gnedenko en 1943. La forma estándar de estas tres distribuciones es llamada Distribución de valores extremos generalizado (*GEV*).

3.2.1 DISTRIBUCIÓN DE VALORES EXTREMOS GENERALIZADA

Las funciones de densidad de Gumbel, Fréchet y Weibull se mencionan a continuación:

Sea la función $F_{n,n}$, que se mencionó, con $r_{(n)}$ el máximo de los estadísticos de orden:

$$\begin{aligned} F_{n,n} &= Pr[r_{(n)} \leq x] \\ &= \prod_{i=1}^n F(x) = [F(x)]^n \end{aligned}$$

Para toda $x \in \mathbb{R}$. Suponga que $X_i, 1 \leq i \leq n$ son v.a con función de densidad exponencial truncada:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-(x+\ln n)}, & x \geq -\ln n \\ 0, & x < -\ln n \end{cases}$$

entonces:

$$\begin{aligned} Pr[r_{(n)} \leq x] &= (1 - e^{-(x+\ln n)})^n \\ &= \left(1 - \frac{e^{-x}}{n}\right)^n \end{aligned}$$

cuando $n \rightarrow \infty$, tenemos:

$$\Pr[r_{(n)} \leq x] \rightarrow e^{-e^x}$$

i) Gumbel. Para toda $x \in \mathbb{R}$. Una variable aleatoria X , tienen una función de densidad Gumbel con parámetros μ , con $\mu \in \mathbb{R}$ y $\sigma > 0$, si:

$$g_0(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-(x-b)/\alpha} \exp\{-e^{-(x-\mu)/\sigma}\}$$

Para toda $x \in \mathbb{R}$. Una variable aleatoria X , tienen una función de densidad Gumbel con parámetros μ , con $\mu \in \mathbb{R}$ y $\sigma > 0$, si:

$$g_0(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-(x-\mu)/\sigma} \exp\{-e^{-(x-\mu)/\sigma}\}$$

ii) Fréchet. Para toda $x \in \mathbb{R}$. Una variable aleatoria X , tienen una función de densidad Fréchet con parámetros $\alpha > 0$, con $\mu > R$ y $\sigma > 0$, si:

$$g_1(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-(1+\alpha)} e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-\alpha}}, & x \geq \mu \\ 0, & x < \mu \end{cases}$$

iii) Weibull. Para toda $x \in \mathbb{R}$. Una variable aleatoria X , tienen una función de densidad Weibull con parámetros $\alpha < 0$, con $\mu < 0$ y $\sigma > 0$, si:

$$g_2(x) = \begin{cases} \frac{|\alpha|}{\sigma} \left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-(1+\alpha)} e^{-\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-\alpha}}, & x \leq \mu \\ 0, & x > \mu \end{cases}$$

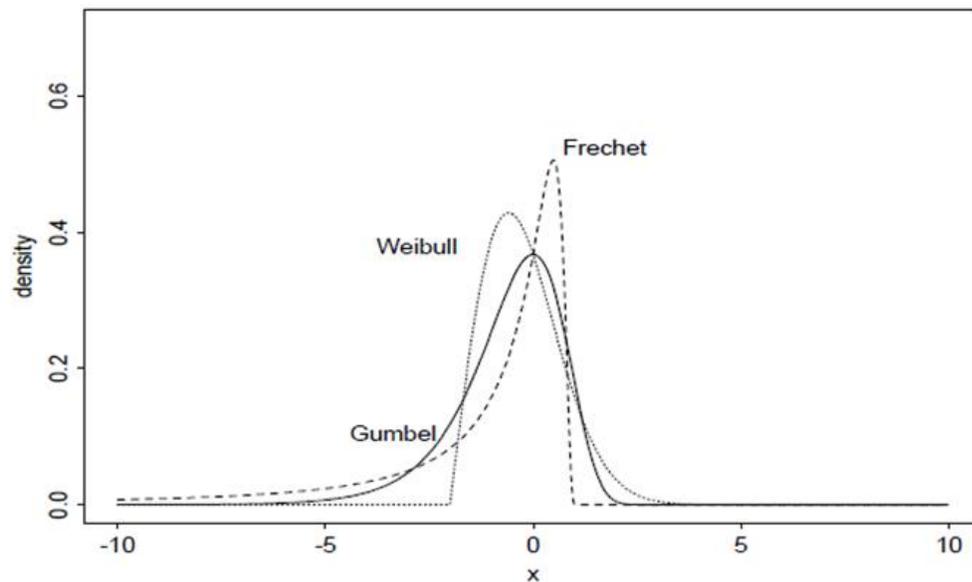


Gráfico 3

Las distribuciones de Valores Extremos Gumbel, Fréchet y Weibull, representa una familia de distribuciones, según sus parámetros μ y σ .

$$\text{a) } G_0(x) = \exp\left\{-e\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]\right\}, -\infty < x < \infty;$$

$$\text{b) } G_1(x) = \begin{cases} 0, & x \leq b \\ \exp\left\{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-\alpha}\right\}, & x > b \end{cases}$$

$$\text{c) } G_2(x) = \begin{cases} \exp\left\{-\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^\alpha\right]\right\}, & x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases}$$

El parámetro μ se refiere a la localización de la distribución, μ es el extremo izquierdo de la distribución de Fréchet y el extremo derecho para la distribución de Weibull.

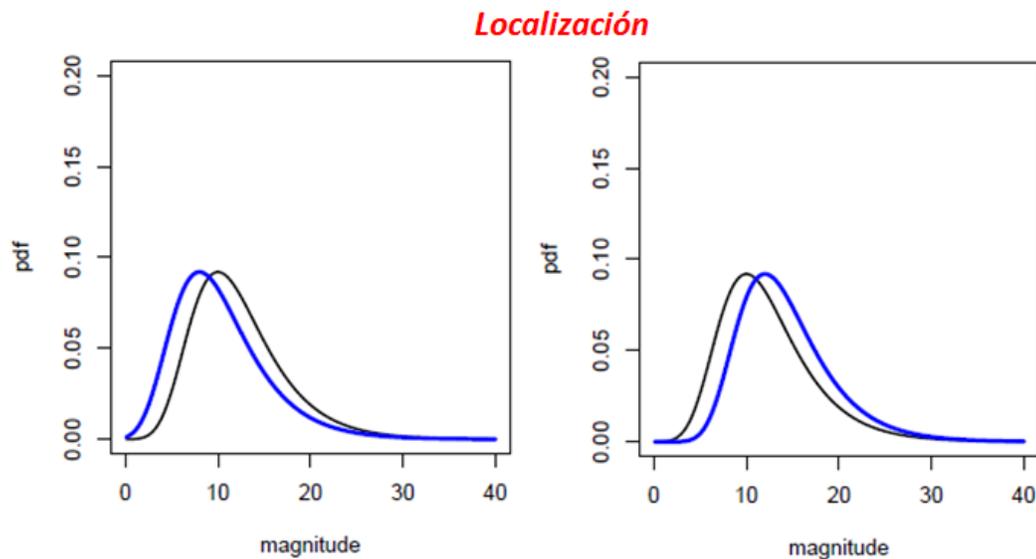


Gráfico 3.1

El parámetro σ se refiere a la escala, es decir, como varían los extremos

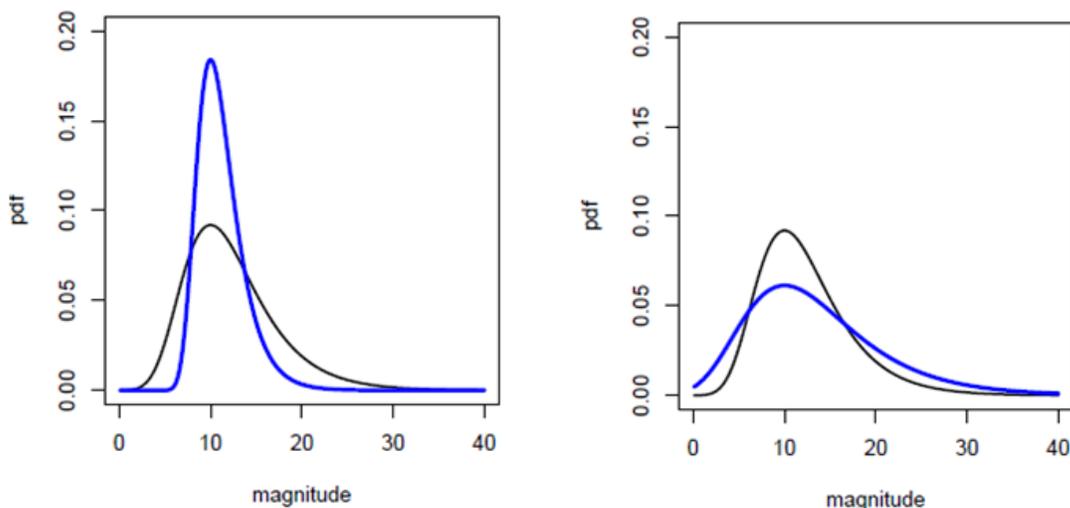
ESCALA

Gráfico 3.2

Las distribuciones $G_0(x)$, $G_1(x)$ y $G_2(x)$, pueden ser combinados en una sola distribución con parametrización común

$$G(x) = \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}\right\}$$

Con $\{x: 1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) > 0\}$, $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$ y $-\infty < \xi < \infty$

El parámetro ξ es llamado de forma, es decir el comportamiento de la cola de la distribución.

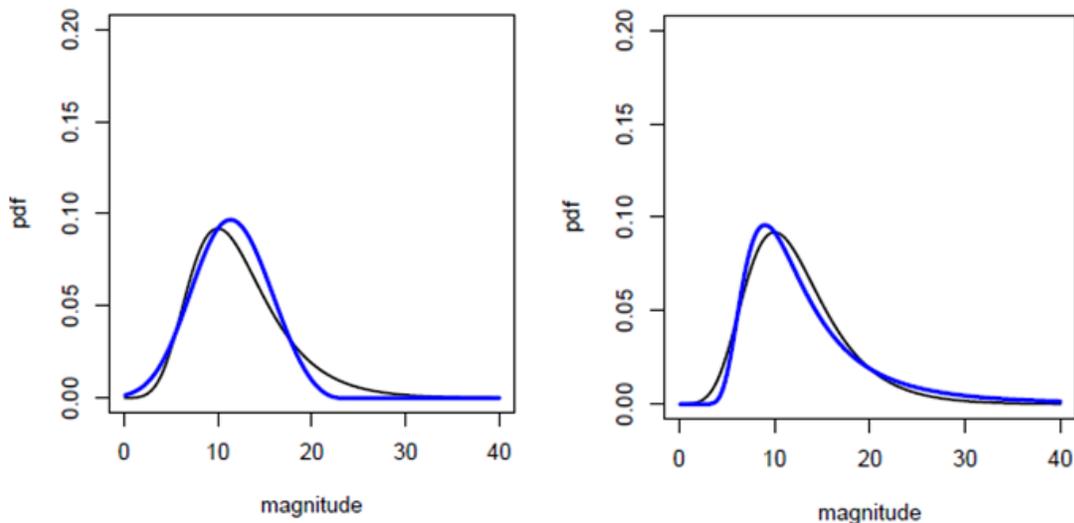
FORMA

Gráfico 3.3

Cuando $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, las distribuciones $G_0(x)$, $G_1(x)$ y $G_2(x)$ son llamadas Distribuciones de Valores Extremos (DVE). Los casos Fréchet y Weibull tienen un parámetro asociado α .

Considerando los resultados anteriores de convergencia en la distribución del máximo, y con base a lo demostrado por Gnedenko, se enuncia el siguiente teorema:

Teorema (Gnedenko). Si existen sucesiones de constantes $a_n > 0$ y $b_n \in \mathbb{R}$, para $n \geq 1$ tal que:

$$Pr \left\{ \left(\frac{r_n - b_n}{a_n} \leq x \right) \right\} \rightarrow G(x),$$

converge débilmente cuando $n \rightarrow \infty$, donde G es propia ($G(\mathbb{R}) = 1$) y no está concentrada en un punto.

Entonces G se comporta como una de las siguientes familias:

a) $EV0 = \exp\{-e^{-x}\}, -\infty < x < \infty;$

b) $EV1 = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \exp\{-x^{-\alpha}\}, & x \geq 0 \end{cases}$

c) $EV2 = \begin{cases} \exp\{-x^\alpha\}, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$

Donde EV0, es la distribución acumulativa de Gumbel de valor extremo, EV1, es la distribución acumulativa de Fréchet y EV2, es la distribución acumulativa de Weibull.

Las distribuciones EV0, EV1 y EV2, pueden escribirse en una sola ecuación paramétrica:

$$\mathcal{G}_\xi(x) = \begin{cases} \exp\{-(\xi x)^{-\xi\alpha}\}, & \xi = 1, -1; \xi x \geq 0; \alpha > 0 \\ \exp\{-e^{-x}\}, & \xi = 0; -\infty < x < \infty, \end{cases}$$

Por lo que se observa que $\mathcal{G}_0(x) = G_0$, $\mathcal{G}_1(x) = G_1$ y $\mathcal{G}_{-1}(x) = G_2$

3.2.2 CARACTERISTICAS DE LAS FUNCIONES DE VALOR EXTREMO

A continuación se muestran características y resultados importantes de las funciones de Valor extremo.

3.2.2.1 DENSIDAD DE LAS FUNCIONES DE VALOR EXTREMO

Las funciones de densidad de las distribuciones acumulativas del valor extremo se muestran a continuación, se pueden comprobar derivado.

i) EV0, para toda $x \in \mathbb{R}$

$$g_0(x) = \frac{d}{dx} e^{-e^{-x}}$$

$$= e^{-e^{-x}} e^{-x}$$

Luego ,

$$= G_0(x)e^{-x}$$

ii) EV1, para toda $x \geq 0$ y $\alpha > 0$

$$g_1(x) = \frac{d}{dx} e^{-e^{-\alpha}}$$

$$= \alpha e^{-e^{-\alpha}} x^{-(1+\alpha)}$$

Entonces,

$$= \alpha G_1(x)x^{-(1+\alpha)}$$

iii) EV2, para toda $x \leq 0$ y $\alpha < 0$

$$g_1(x) = \frac{d}{dx} e^{-(-x)^{-\alpha}}$$

$$= -\alpha e^{-(-x)^{-\alpha}} (-x)^{-(1+\alpha)}$$

Por último se tiene que:

$$= -\alpha G_2(x)(-x)^{-(1+\alpha)}$$

$$= |\alpha| G_2(x)(-x)^{-(1+\alpha)}$$

3.2.2.2 ESTABILIDAD DE LAS FUNCIONES DE VALOR EXTREMO

Las distribuciones de Valor Extremo cumplen la propiedad de estabilidad del máximo. Se dice que una función de distribución F es estable si existen sucesiones de números reales $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ y $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ con $a_n > 0$, para toda $n \in \mathbb{N}$, tales que:

$$F^n(b_n + a_n x) = F(x)$$

donde F^n es la distribución del máximo $[F(x)]^n$ que se vio anteriormente.

Si las funciones de distribución son de valor extremo, las sucesiones tienen una forma simple.

i) Gumbel, EV0:

$$G_0(x) = \exp\{-e^{-x}\}, -\infty < x < \infty;$$

Sea $b_n = \ln n$ y $a_n = 1$, entonces:

$$\begin{aligned}
 G_0^n(b_n + a_n x) &= G_0^n(\ln n + x) \\
 &= \left(\exp\{-e^{-(\ln n + x)}\} \right)^n \\
 &= \left(\exp\{-e^{-\ln n} e^{-x}\} \right)^n \\
 &= \left(\exp\left\{-\frac{1}{n} e^{-x}\right\} \right)^n \\
 &= e^{-e^{-x}} \\
 &= G_0(x)
 \end{aligned}$$

ii) Fréchet, EV1:

$$G_1(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \exp\{-x^{-\alpha}\}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Sea $b_n = 0$ y $a_n = \frac{1}{n}$, si $x \geq 0$, se tiene:

$$\begin{aligned}
 G_1^n(b_n + a_n x) &= G_1^n\left(0 + \frac{1}{n} x\right) \\
 &= \left(\exp\left\{-\left(\frac{1}{n} x\right)^{-\alpha}\right\} \right)^n \\
 &= \exp\left\{-\left(\frac{1}{n} x\right)^{-\alpha n}\right\} \\
 &= e^{-\left(\frac{1}{n} x\right)(-\alpha n)} \\
 &= e^{-\left(-\frac{\alpha n}{n} x\right)} \\
 &= e^{-(-\alpha x)} \\
 &= e^{-x^{-\alpha}} \\
 &= G_1(x)
 \end{aligned}$$

iii) Weibull, EV2:

$$G_2(x) = \begin{cases} \exp\{-x^\alpha\}, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

Si $b_n = 0$ y $a_n = \frac{1}{n}$, con $x \leq 0$, se tiene:

$$\begin{aligned}G_2^n(b_n + a_n x) &= G_2^n\left(0 + \frac{1}{n}x\right) \\&= \left(\exp\left\{-\left(-\frac{1}{n}x\right)^\alpha\right\}\right)^n \\&= \exp\left\{-\left(-\frac{1}{n}x\right)^{\alpha n}\right\} \\&= e^{-\left(\frac{1}{n}x\right)(\alpha n)} \\&= e^{-\left(\frac{\alpha n}{n}x\right)} \\&= e^{-(-\alpha x)} \\&= e^{-x^\alpha} \\&= G_2(x)\end{aligned}$$

3.2.2.3 PROPIEDAD DE VON MOISES

Esta propiedad está relacionada con la estabilidad.

Condición de Von Moises. Se dice que una distribución F satisface esta condición sí:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{xf(x)}{\bar{F}(x)} = \alpha > 0$$

donde $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$.

3.2.2.4 MOMENTOS DE LAS FUNCIONES DE VALOR EXTREMO

Los momentos de las distribuciones de valores extremos son:

i) Gumbel, EV0:

La media está dada por:

$$\mathbb{E}[X] = \gamma$$

donde γ es la constante de Euler-Mascheroni (=0.577215664901) y la varianza es:

$$Var[X] = \frac{\pi}{6}$$

Por lo que j -ésimo momento de esta distribución está definido.

ii) Fréchet, EV1:

El j -ésimo momento de la distribución es infinito si $\alpha \leq j$, por otro lado si $\alpha > j$, se tiene que:

$$\mathbb{E}[X^j] = \Gamma\left(1 - \frac{j}{\alpha}\right)$$

Si $\alpha > 2$, entonces la varianza es:

$$Var[X] = \Gamma\left(1 - \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)$$

iii) Weibull, EV2:

El j -ésimo momento de la distribución está dado por:

$$\mathbb{E}[X^j] = (-1)^j \Gamma\left(1 - \frac{j}{\alpha}\right)$$

3.3 DISTRIBUCIONES DE PARETO GENERALIZADAS

Las distribuciones generalizadas de Pareto (*GDP*) son las distribución límite de las excedencias de umbrales por lo que se utilizan para modelar excesos sobre un umbral,.

Sean μ el parametro de localización, σ de escala y ξ de forma, entonces la función de densidad está dada por:

$$gdp(X) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{\xi(x - \mu)}{\sigma} \right)^{\left(-\frac{1}{\xi}-1\right)}$$

para $x \geq \mu$, cuando $\xi \geq 0$, y $\mu \leq x \leq \mu - \frac{1}{\xi}$ cuando $\xi < 0$.

La función de distribución está dada por:

$$GDP(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi(x - \mu)}{\sigma} \right)^{\left(-\frac{1}{\xi}\right)}, & \text{si } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x - \mu}{\sigma}\right), & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

para $x \geq \mu$ y $\mu \in \mathbb{R}$ cuando $\xi \geq 0$, y $\mu \leq x \leq \mu - \frac{1}{\xi}$ cuando $\xi < 0$

3.3.1 RELACIÓN DE LAS GDP Y LAS FUNCIONES DE VALOR EXTREMO

Existe una relación analítica entre las distribuciones generalizadas de Pareto y las Funciones de Valor Extremo.

$$W_i(x) = 1 + \ln(G_i(x))$$

con $W_i = 0,1,2$ y $\ln(G_i(x)) \geq -1$

Las tres funciones generalizadas de Pareto, son:

i) Exponencial (GP0). Las funciones de densidad y de distribución respectivamente son:

$$w_0(x) = e^{-x}$$

$$W_0(x) = 1 - e^{-x}$$

para toda $x \geq 0$

ii) Pareto (GP1). Las funciones de densidad y de distribución respectivamente son:

$$w_1(x) = \alpha x^{-(1+\alpha)}$$

$$W_1(x) = 1 - x^{-\alpha}$$

para toda $x \geq 1$ y $\alpha > 0$

iii) Beta (GP2). Las funciones de densidad y de distribución respectivamente son:

$$w_2(x) = -\alpha(-x)^{-(1+\alpha)}$$

$$W_2(x) = 1 - (-x)^{-\alpha}$$

para toda $-1 \leq x \leq 0$, $\alpha < 0$

Para saber la relación de la distribución del máximo con las distribuciones de Pareto generalizadas, consideremos lo siguiente:

Sean X_1, X_2, \dots, X_n v.a.i y no negativas con función de distribución común F , con $F(0) = 0$. Sea N una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda > 0$, $N \sim \mathcal{P}(\lambda)$, independiente de las X_1, X_2, \dots, X_n . Si se define $F^0(x) = 1$, entonces:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}\{\max_{0 \leq i \leq N} \{X_i\} \leq x\} &= \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}\{\max_{0 \leq i \leq n} \{X_i\} \leq x, N = n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}\{\max_{0 \leq i \leq n} \{X_i\} \leq x\} \mathbb{P}\{N = n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}\{X_0 \leq x, X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x\} \mathbb{P}\{N = n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}\{X_0 \leq x\} \mathbb{P}\{X_1 \leq x\} \dots \mathbb{P}\{X_n \leq x\} \mathbb{P}\{N = n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} [\mathbb{P}\{X \leq x\}]^n \mathbb{P}\{N = n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} F^n(x) \mathbb{P}\{N = n\} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} F^n(x) \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} \\ &= e^{-\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(F(x)\lambda)^n}{n!} \\ &= e^{-\lambda} e^{-\lambda F(x)} \\ &= e^{-\lambda(1-F(x))} \end{aligned}$$

Entonces la relación entre la distribución generalizada de Pareto GP1 y la distribución EV1, con $x \geq 1$ y $\alpha > 0$ es:

$$GP1 = W_1(x) = 1 - x^{-\alpha}$$

Si $F(x) = W_1(x)$, entonces $1 - F(x) = x^{-\alpha}$. Por lo que:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}\{\max_{0 \leq i \leq N} \{X_i\} \leq x\} &= e^{-\lambda(1-F(x))} \\ &= e^{-\lambda x^{-\alpha}} \end{aligned}$$

Si $\lambda = 1$, entonces:

$$\mathbb{P}\{\max_{0 \leq i \leq N} \{X_i\} \leq x\} = e^{-x^{-\alpha}} = EV1$$

Entonces la relación entre la distribución generalizada de Pareto GP2 y la distribución EV2, con $-1 \leq x \leq 0$ y $\alpha < 0$ es:

$$GP2 = W_{2,\alpha}(x) = 1 - (-x)^{-\alpha}$$

Sea $F(x) = W_2(x)$, como $1 - F(x) = (-x)^{-\alpha}$. luego:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}\{\max_{0 \leq i \leq N} \{X_i\} \leq x\} &= e^{-\lambda(1-F(x))} \\ &= e^{-\lambda(-x)^{-\alpha}} \end{aligned}$$

Si $\lambda = 1$, entonces:

$$\mathbb{P}\{\max_{0 \leq i \leq N} \{X_i\} \leq x\} = e^{-(-x)^{-\alpha}} = EV2$$

3.3.2 COMPORTAMIENTOS DE LOS EXCESOS SOBRE UN UMBRAL

El resultado de Pickalands, Balkema-in Haan, involucra estimar la distribución condicional de los excesos más allá de un umbral, que se haya escogido.

Si X una variable aleatoria con una distribución F y un umbral dado U . Sea F_u la distribución de los excedentes de X sobre un umbral u , entonces:

$$\begin{aligned} F_u(x) &= \mathbb{P}(X - u \leq x | X > u) \\ &= \mathbb{P}(X \leq x + u | X > u) \\ &= \frac{\mathbb{P}[(X \leq x + u) \cap (X > u)]}{\mathbb{P}(X > u)} \\ &= \frac{F(x + u) - F(u)}{1 - F(u)} \end{aligned}$$

Se establece que para un umbral elegido, la distribución F_u es aproximada por una GDP .

Es decir:

$$F_u(x) \approx GDP_{\xi, \bar{\sigma}}(x), \quad u \rightarrow \infty, \quad x \geq 0$$

donde:

$$GDP_{\xi, \tilde{\sigma}}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\tilde{\sigma}}\right)^{\left(-\frac{1}{\xi}\right)}, & \text{si } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\tilde{\sigma}}\right), & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

con $\tilde{\sigma} = \sigma + \xi(u - \mu)$.

El estudio de las veces que las observaciones son mayores que el umbral corresponden a una función de distribución binomial. Dadas las variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_n idénticamente distribuidas, se define:

$$K = \sum_{i=1}^n I(X_i > u)$$

donde:

$$I(X_i > u) = \begin{cases} 1, & X_i > u \\ 0, & X_i \leq u \end{cases}$$

Por lo que la distribución de K corresponde a una Binomial con parámetros n y p , que dada por:

$$P[K = k] = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}, \quad k = 1, \dots, n$$

donde $p = 1 - F(u)$

Entonces, la media de los excedentes del umbral está es:

$$\mathbb{E}[K] = n(1 - F(u))$$

3.4 DOMINIOS DE ATRACCIÓN

Lo que se busca con los dominios de atracción es obtener las condiciones para determinar si una función de densidad pertenece al dominio de atracción de algunas de las distribuciones de valores extremos.

Sean $\{X_n, n \geq 1\}$ una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución F . Sea:

$$M_n = \max\{X_i, 1 \leq i \leq n\}$$

Dominio de atracción. Se dice que la función de distribución F está en dominio de atracción de la distribución de valores extremos G , se denotara como: $F \in \mathcal{D}(G)$, si existen constantes $a_n > 0$, $b_n \in \mathbb{R}$ tales que:

$$F^n(a_n x + b_n) = \mathbb{P}(M_n \leq a_n x + b_n) \rightarrow G(x)$$

donde $x \in \mathbb{R}$

Proposición. La función de distribución F pertenece al dominio de atracción de la distribución de valores extremos G con constantes de normalización $a_n > 0$, $b_n \in \mathbb{R}$ si y sólo si

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n\bar{F}(a_n x + b_n) = -\log G(x), x \in \mathbb{R}$$

Cuando $G(x) = 0$ el límite se interpreta como ∞ .

Función Medible de Variación regular. Se dice que la función medible $U: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ es de variación regular en ∞ con índice α , se denotará como: $U \in VR_\alpha$, si para $x > 0$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{U(tx)}{U(t)} = x^\alpha$$

donde α se conoce como índice de variación. Si $\alpha = 0$ entonces U es de variación lenta (L),

Si $U \in VR_\alpha$ entonces $\frac{U(x)}{x^\alpha} \in VR_0$ sea $L(x) = \frac{U(x)}{x^\alpha}$. Por lo que es posible representar una función de variación regular de índice α como $x^\alpha L(x)$.

Funciones asintóticamente equivalentes. Se dice que la función de distribución F y G son asintóticamente equivalentes si tienen el mismo extremo derecho, es decir si $\omega(F) = \omega(G)$, y

$$\lim_{x \uparrow \omega_F} \frac{\bar{F}(x)}{\bar{G}(x)} = c$$

para alguna constante $0 < c < \infty$.

Los dominios de atracción de las distribuciones de valores extremos, son cerrados con respecto a esta relación. Para las dos funciones de distribuciones asintóticamente equivalentes es posible usar las mismas constantes de normalización.

En la teoría de valores extremos se estudian las colas, por lo que el objeto de estudio serán las colas de variación regular¹⁷.

a) Dominio de atracción de la Distribución Gumbel.

Teorema. La función de distribución F con extremo derecho $\omega_F \leq \infty$ pertenece al dominio de atracción de G_0 si y solo si existe $z < \omega_F$ tal que:

$$\bar{F}(x) = c(x) \exp \left\{ - \int_z^x \frac{g(t)}{a(t)} dt \right\}$$

con $z < x < \omega_F$, donde c y g son funciones medibles que satisfacen:

¹⁷ Ortega Sánchez Joaquín, Introducción a la Teoría de Valores Extremos, Octavo Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística (Octubre 2008).

$$\begin{aligned} c(x) &\rightarrow c > 0, \\ g(x) &\rightarrow 1 \end{aligned}$$

cuando $x \uparrow \omega_F$ y $a(x)$ es una función positiva y absolutamente continua (respecto a la medida de Lebesgue) con densidad $a'(x)$ que satisfacen:

$$\lim_{x \uparrow \omega_F} a'(x) = 0$$

Para una F con esta representación podemos escoger como constantes de normalización:

$$\begin{aligned} b_n &= Q(1 - n^{-1}) \\ a_n &= a(b_n) \end{aligned}$$

Una posible selección de a es:

$$a(x) = \frac{1}{\bar{F}(x)} \int_x^{\omega_F} \bar{F}(t) dt, \quad x < \omega_F$$

Si X es una variable aleatoria con función de distribución F , la ecuación anterior es la función media de exceso:

$$e(x) = \mathbb{E}(X - x | X > x), \quad x < \omega_F$$

b) Dominio de atracción de la Distribución Frechét.

Teorema (Gnedenko). $F \in \mathcal{D}(G_{1\alpha})$ si y solo si $1 - F \in VR_{-\alpha}$.Entonces:

$$F^n(a_n x) \rightarrow G_{1\alpha}(x)$$

Con:

$$a_n = Q\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Por lo tanto las distribuciones con $\omega(F) = \infty$, Pueden estar en $\mathcal{D}(G_1)$.

c) Dominio de atracción de la Distribución Weibull.

Teorema (Gnedenko). $F \in \mathcal{D}(G_{2\alpha})$ si y solo si $\omega_F < \infty$ y $1 - F(\omega_F - x^{-1}) \in VR_{-\alpha}$ cuando $x \rightarrow \infty$. Se puede definir:

$$\begin{aligned} a_n &= Q\left(1 - \frac{1}{n}\right) \\ &= Q\left(\frac{1}{1 - F}\right)^{\leftarrow}(n) \end{aligned}$$

luego,

$$F^n(\omega_F + (\omega_F - a_n)x) \rightarrow G_{2\alpha}(x)$$

con $x < 0$.

CAPÍTULO 4

MÉTODOS DE LA TEORIA DE VALORES EXTREMOS

Existen básicamente dos enfoques para la teoría de valores Extremos, lo que se busca es la extrapolación de los datos. El primero es por bloques máximos y el segundo por excedentes de un umbral establecido. Sin embargo, es importante analizar los datos, para saber cuál se ajusta mejor a los modelos de valores extremos.

Para analizar los datos estudiaremos básicamente dos formas: Q-Q plots, por medio de la gráfica de cuantiles y la gráfica de excedente medio.

Q-Q plots. Sean X_1, X_2, \dots, X_n una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, sea $X_{n,n} < \dots < X_{1,n}$ las estadísticas de orden y \hat{F}_n la distribución empírica conceptos definidos anteriormente. Entonces la gráfica de cuantiles está dada por el conjunto de puntos:

$$\left\{ X_{k,n}, \hat{F}_n^{-1} \left(\frac{n-k+1}{n} \right), k = 1, \dots, n \right\}$$

Nótese que $\hat{F}_n(X_{k,n}) = \frac{n-k+1}{n}$ y \hat{F} la distribución paramétrica estimada de los datos.

Si esta gráfica tiene una forma lineal, entonces los datos encontrados en el modelo paramétrico son buenos, además permite encontrar *outliers*.

Función de excedentes medio. Sea X una variable aleatoria y x_F un umbral dado, entonces la función de excedente medio sobre un umbral u , está dada por:

$$e(u) = \mathbb{E}(X - u | X > u), \quad 0 \leq u \leq x_F$$

Para la distribución generalizada de Pareto, esta función está dada por:

$$e(u) = \frac{\hat{\sigma} + \xi u}{1 - \xi}$$

con $\hat{\sigma} + \xi u > 0$ y $\hat{\sigma}$ definido en el capítulo anterior.

Si X sigue una distribución exponencial con parámetro λ entonces la función de excedente medio es:

$$e(u) = \lambda^{-1}$$

La función de excedente medio para una serie de colas pesadas se localiza entre la función de excedente medio de la distribución exponencial y la de Pareto generalizada, que es lineal y tiende a infinito para umbrales grandes.

4.1 ENFOQUES DE LA TEORIA DE VALORES EXTREMOS

Existen dos enfoques de la teoría de valores extremos, esto es parecido al concepto del teorema de límite central que establece condiciones para una cierta N , la EVT establece condiciones para estudiar eventos extremos para:

- bloques de máximos
- umbrales grandes

El objetivo es una aproximación de la extrapolación del comportamiento de los datos. El primer enfoque que es en bloques máximos divide la serie en bloques de igual longitud, lo que se busca es hacer máximos por bloque y se ajusta la distribución generalizada bloque por bloque. Lo importante en esta técnica es la elección del tamaño del bloque, ya que por ejemplo para las series financieras existen periodos de alta volatilidad seguidos de baja, por lo que el tamaño del bloque puede ser un problema.

El segundo enfoque consiste en seleccionar un umbral grande y las distribuciones extremas sobre este umbral, ya que debe ser lo suficientemente grande, sin embargo en muchos casos esto ocasiona que datos que no son extremos se metan a la distribución haciendo menos viable estos datos, mientras que si se toman menos el estimador es más volátil.

4.2 ELECCIÓN DEL UMBRAL

Como se mencionó, lo importante es la elección del umbral, se tiene dos formas de análisis: la gráfica de excedente medio y la gráfica de Hill.

La prueba de la gráfica que establece el comportamiento de la cola puede ser interpretada en base a la distribución de excedente medio.

Sean X_1, X_2, \dots, X_n independientes e idénticamente distribuidas, con F_n la correspondiente distribución empírica y $\Delta_n(u) = \{i, i = 1, \dots, n, X_i > u\}$. Entonces:

$$e_n(u) = \frac{1}{\text{card}(\Delta_n(u))} \sum_{i \in \Delta_n(u)} (X_i - u), \quad u \geq 0$$

donde *card* se refiere al número de puntos en el conjunto $\Delta_n(u)$.

Por lo que, el conjunto $\{(X_{k,n}, e_n(X_{k,n}))\}, k = 1, \dots, n$ forma la gráfica de excedente medio.

Entonces considerando el resultado de Picklands, Balkema-in Haan, para un umbral grande, los excedentes de una serie sobre un umbral dado convergen a la distribución de Pareto Generalizado, entonces sí se puede detectar en la gráfica una línea es posible elegir el umbral donde una Pareto generalizada es razonable.

La gráfica de Hill, toma los estadísticos de orden $X_1 > \dots > X_n$ de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. El estimador del índice de la cola ξ usando $k + 1$, estadísticos de orden, está definido por:

$$H_{k,n} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln \left(\frac{H_i}{H_{k+1}} \right) = \hat{\xi}$$

Por lo que, el conjunto $\{(k, \in H^{-1}_{k,n}), 1 \leq k \leq n - 1\}$ forma la gráfica de Hill.

El umbral es seleccionado para esta gráfica para las áreas estables de la cola del índice, por lo que este método es bueno para una distribución de pareto generalizada.

4.3 PARAMETROS DE ESTIMACIÓN

Para la estimación de parámetros podemos tomar dos métodos: paramétrico y semi-paramétrico.

4.3.1 ENFOQUE PARAMÉTRICO

Existen dos formas de estimar los parámetros de manera paramétrica por Máxima Verosimilitud y por Métodos de Regresión.

4.3.1.1 MÁXIMA VEROSIMILITUD

Este método toma en cuenta el mejor estimador con base en maximizar la probabilidad de una función de variables aleatorias de la muestra que sobre θ . En general este método proporciona estimadores insesgados de mínima varianza.

Dada una sucesión de máximos $x_i; i = 1, \dots, N$ la probabilidad de que un conjunto de parámetros seleccionados de la distribución de Valores Extremos $\theta = (x_i; \mu, \sigma, \xi)$ es definida como:

$$L(x_i | \mu, \sigma, \xi) \sim \prod_{i=1}^N g(x_i; \mu, \sigma, \xi)$$

donde $g(\cdot)$ es la probabilidad de densidad de la función de Valores Extremos Generalizados.

Entonces el Estimador de Máxima Verosimilitud es:

$$\hat{\theta}_0 = (\hat{\mu}_0, \hat{\sigma}_0, \hat{\xi}_0) = \arg \max_{\mu, \sigma, \xi} (x_i | \mu, \sigma, \xi)$$

Para el enfoque de Bloques Máximos, si $\xi > -\frac{1}{2}$, es un buen estimador.

Sin embargo, en este trabajo se utiliza este método para calcular los estimadores sobre un umbral seleccionado para una Pareto Generalizada.

La prueba de razón de verosimilitudes, define como:

Sea λ el cociente:

$$\lambda = \frac{L(\widehat{\Omega}_0)}{L(\widehat{\Omega})} = \frac{\text{máx}_{\theta \in \Omega_0} L(\theta)}{\text{máx}_{\theta \in \Omega} L(\theta)}$$

La prueba de razón de verosimilitudes de $H_0: \theta \in \Omega_0$ frente a $H_a: \theta \in \Omega_a$ utiliza una λ como un estadístico de prueba, y la región de rechazo está determinada por $\lambda \leq k$.

4.3.1.2 METODO DE REGRESIÓN

Este método es menos eficiente que MLE, el método asume que $\{r_{ni}\}_{i=1}^g$ es una variable aleatoria generalizada de valores extremos, y cumplen las características de estadísticos de orden, que se vio al principio del capítulo.

Usando las propiedades de los estadísticos de orden, tenemos que:

$$\mathbb{E}\{G_*[r_{n(i)}]\} = \frac{i}{g+1}$$

donde $i = 1, \dots, g$

Si tomamos que $\xi \neq 0$, entonces se tiene que:

$$G_*[r_{n(i)}] = \exp \left[- \left(1 + \xi_n \frac{r_{n(i)} - \mu_n}{\sigma_n} \right)^{-1/\xi_n} \right]$$

Considerando la esperanza del valor de una observación:

$$\frac{i}{g+1} = \exp \left[- \left(1 + \xi_n \frac{r_{n(i)} - \mu_n}{\sigma_n} \right)^{-1/\xi_n} \right]$$

Tomando el logaritmo natural dos veces, la ecuación aproximada está dada por:

$$\ln \left[- \ln \left(\frac{i}{g+1} \right) \right] = \frac{-1}{\xi_n} \ln \left(1 + \xi_n \frac{r_{n(i)} - \mu_n}{\sigma_n} \right)$$

Sea e_i la desviación entre los dos cuantiles previos y asumiendo que $\{e_i\}$, no es una serie correlacionada, tenemos una regresión para cada subíndice:

$$\ln \left[- \ln \left(\frac{i}{g+1} \right) \right] = \frac{-1}{\xi_n} \ln \left(1 + \xi_n \frac{r_{n(i)} - \mu_n}{\sigma_n} \right) + e_i$$

Los estimadores por mínimos cuadrados de μ, σ, ξ pueden ser estimados por el mínimo del cuadrado de la suma de e_i .

Cuando $\xi = 0$, la regresión se reduce a:

$$\ln \left[-\ln \left(\frac{i}{g+1} \right) \right] = \frac{-1}{\sigma_n} r_{n(i)} + \frac{\mu_n}{\sigma_n} + e_i$$

4.3.1.3 CUANTILES

El p-cuantil se definen como:

$$\hat{x}_p = G_{\hat{\xi}, \hat{\mu}, \hat{\sigma}}^{-1}(p)$$

Entonces:

$$\ln(p) = \left[-\left[1 + \hat{\xi}(\hat{x}_p - \hat{\mu})/\hat{\sigma} \right]^{-1/\hat{\xi}} \right]$$

$$(-\ln(p)) = \left[1 + \frac{\hat{\xi}(\hat{x}_p - \hat{\mu})}{\hat{\sigma}} \right]^{-1/\hat{\xi}}$$

$$\hat{x}_p = \hat{\mu} + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[(-\ln(p))^{-\hat{\xi}} - 1 \right]$$

$$p = \exp \left(-\left[1 + \hat{\xi}(\hat{x}_p - \hat{\mu})/\hat{\sigma} \right]^{-1/\hat{\xi}} \right)$$

4.3.2 ENFOQUE NO-PARAMÉTRICO

El parámetro de forma ξ pueden ser estimados por los metodos no parametricos como son los propuestos por Hill, visto anteriormente en la gráfica de Hill (1975), a saber:

$$H_{k,n} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln \left(\frac{H_i}{H_{k+1}} \right) = \hat{\xi}$$

y el método de Pickands (1975), es el siguiente:

$$\hat{\xi} = \frac{1}{\ln(2)} \ln \left(\frac{x_{(N-k+1)} - x_{(N-2k+1)}}{x_{(N-2k+1)} - x_{(N-4k+1)}} \right), \quad k \leq N/4$$

Donde $X_1 > \dots > X_n$ son los estadísticos de orden de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas.

4.3.3 ENFOQUE SEMI-PARAMÉTRICO

Las observaciones pueden ser aproximadamente distribuidas como la distribución generalizada de valores extremos, entonces F (la distribución de las observaciones) se comportan como $F \in \mathcal{D}(G)$.

Considerando lo establecido en el capítulo anterior tenemos que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n\bar{F}(a_n x + b_n) = -\log G(x), x \in \mathbb{R}$$

En el caso positivo considerando una función de variación lenta dada por L , se tiene que:

$$\bar{F}(x) = x^{-1/\xi} L(x), \quad x > 0$$

Para un umbral alto tal que $u = a_n x + b_n$

Se tiene que:

$$n\bar{F}(x) \approx [1 + \xi(u - \hat{\mu}_n)/\hat{\sigma}_n]^{-1/\xi},$$

El p -cuantil es definido como:

$$\hat{x}_p = G_{\hat{\xi}, \hat{\mu}_n, \hat{\sigma}_n}^{-1}(p)$$

$$\hat{x}_p = \hat{\mu}_n + \frac{\hat{\sigma}_n}{\hat{\xi}} [(n(1-p))^{-\hat{\xi}} - 1]$$

4.4 EXCESOS SOBRE UN UMBRAL

Sea u el umbral, X_1, X_2, \dots, X_n las variables aleatorias que excedieron este umbral (Siguiendo una distribución $F \in \mathcal{D}(G)$ y Y_1, Y_2, \dots, Y_n la serie de excedentes, es decir:

$$Y_i = X_i - u$$

En el capítulo anterior se vio que la distribución de excedentes medio más allá del umbral u aproxima a una Generalizada de Pareto:

$$F_u(y) \approx GDP_{\xi, \hat{\sigma}}(y), \quad u \rightarrow \infty, \quad y \geq 0$$

y la distribución F , de las observaciones extremas X_i , está dada por:

$$\bar{F}(u+y) = \mathbb{P}(X \geq u+y) = \mathbb{P}((X \geq u+y|X > u) \cdot \mathbb{P}(X > u))$$

$$\bar{F}(u+y) = \mathbb{P}((X-u \geq y|X > u) \cdot \mathbb{P}(X > u))$$

$$\bar{F}(u+y) = \bar{F}_u(y) \cdot \bar{F}(u)$$

Por lo que tenemos que:

$$(\hat{F}_u(y)) \approx \overline{GDP}_{\xi, \hat{\sigma}}(y), \quad u \rightarrow \infty,$$

$F(u)$ puede ser estimada de la distribución empírica de las observaciones:

$$\left(\widehat{F}_u(y)\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{\{X_i > u\}} = \frac{N_u}{n}$$

$$\widehat{F}(u + y) = \frac{N_u}{n} \left(1 + \xi \frac{y}{\widehat{\sigma}}\right)^{-1/\xi}$$

Por lo que la estimación del p-cuantil sobre un umbral dado, está dado por:

$$\hat{x}_p = u + \frac{\widehat{\sigma}}{\xi} \left[\left(\frac{n}{N_u} (1 - p) \right)^{-\xi} - 1 \right]$$

4.5 VALOR EN RIESGO CON TEORÍA DE VALOR EXTREMO

Como se definió en el capítulo uno, se sabe que el Valor en Riesgo (*VaR*) se define con un nivel de confianza $1 - q$, $0 < q < 1$ es:

$$VaR_{1-q}^X = -\inf\{x \in \mathbb{R} \mid \mathbb{P}\{X \leq x\} \geq q\}$$

El Valor en Riesgo Extremo es definido como el p-cuantil estimado para la distribución extrema. Varios estimadores son disponibles dependiendo el método de estimación y los supuestos.

El VaR estimado con el supuesto de que las observaciones extremas siguen exactamente una distribución de Valor Extremo Generalizada está dado por:

$$VaR_{Ext} = \hat{\mu} + \frac{\widehat{\sigma}}{\xi} [(-\ln(p))^{-\xi} - 1]$$

Si se supone que las observaciones siguen aproximadamente una GEV, (es decir que están en el dominio de atracción) se tiene que:

$$VaR_{Ext \text{ en la muestra}} = \hat{\mu}_n + \frac{\widehat{\sigma}_n}{\xi} [(n(1 - p))^{-\xi} - 1]$$

La aproximación de excesos sobre el umbral para una Generalizada de Pareto conduce a la siguiente estimación:

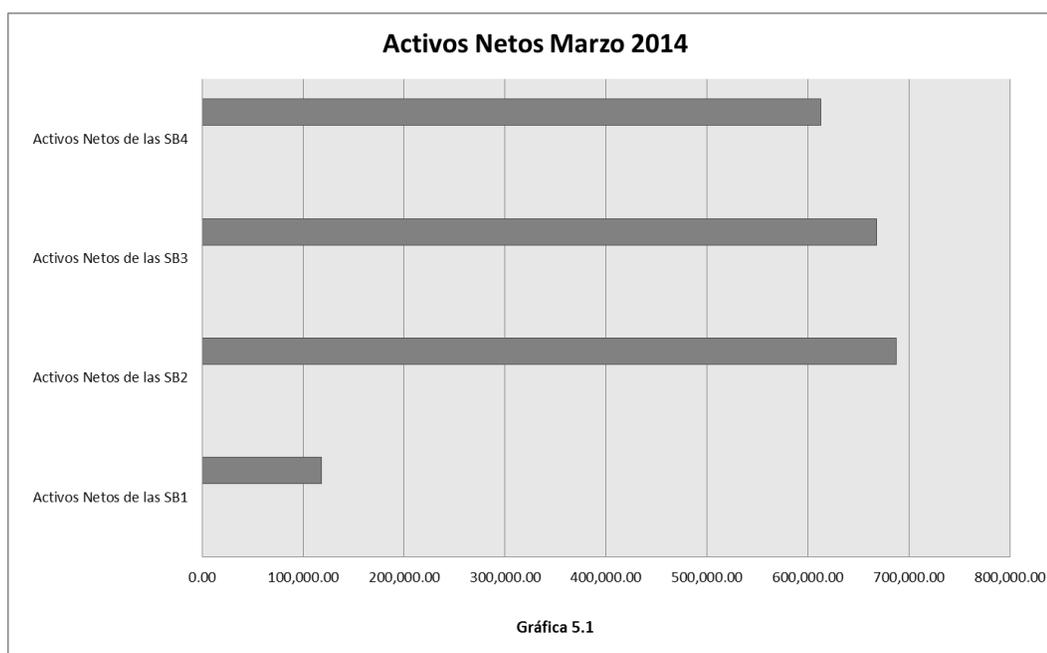
$$VaR_{Ext \text{ GDP}} = u + \frac{\widehat{\sigma}}{\xi} \left[\left(\frac{n}{N_u} (1 - p) \right)^{-\xi} - 1 \right]$$

CAPÍTULO 5

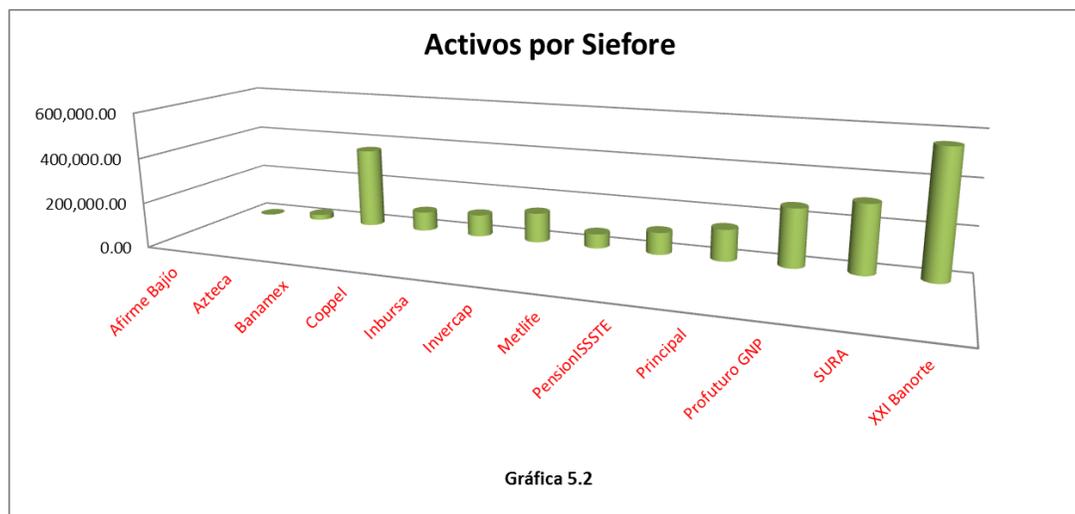
APLICACIÓN SOBRE LOS PORTAFOLIOS DE REFERENCIA DE LOS FONDOS DE AHORRO PARA EL RETIRO (AFORE)

La información presentada corresponde a precios y factores de riesgo al 2 de Mayo del 2014, al promedio de los Activos del día 31 de Marzo publicados por la Comisión Nacional de Ahorro para el Retiro y los portafolios de referencia determinados por el CAR (Consejo de Administración de Riesgo) el 7 de Abril del 2014.

Activos Registrados al 31 de Marzo del 2014 en millones de pesos para todas las Siefores son:



Actualmente, se tiene en el mercado doce Afores, la Afore que tiene más Activos es XXI-Banorte, seguida de Banamex, y la que tiene menos activos es Afirme, seguida de Azteca:



De manera diaria los Proveedores de Precios envía las matrices a CONSAR, para que está calcule el VaR del Portafolio de Referencia y monitoree los limites aplicables con respecto al VaR con Simulación Histórica.

La nota técnica del Cálculo de VaR de la CONSAR, establece lo siguiente¹⁸:

Los PRs para cada tipo de Sociedad de Inversión se computan asumiendo que se explota completamente el límite de Renta Variable permitido en cada caso y que el resto de la cartera se invierte en un portafolio de instrumentos de renta fija. Los PRs de las Sociedades de Inversión quedan como se muestra en la tabla siguiente.

Activo	SB1	SB2	SB3	SB4	SB5
	% de Cartera				
Renta variable	0.00%	15.00%	20.00%	25.00%	30.00%
Renta fija	100.00%	85.00%	80.00%	75.00%	70.00%

Específicamente, los PRs se construyen asumiendo que el porcentaje de la cartera destinado a la inversión en renta variable se realiza completamente en el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores. Similarmente, se asume que el porcentaje de la cartera destinado a la inversión en renta fija se realiza a través de una canasta de valores de deuda gubernamentales con ponderadores para cada título definido como el porcentaje que dicho valor representa respecto del monto en circulación de valores gubernamentales.

El portafolio de referencia (PR) está compuesto por los siguientes instrumentos para cada Siefore:

Portafolios de referencia para determinación de VaR

Instrumento	Serie	SB1	SB2	SB3	SB4
Renta Variable	NAFTRAC	5.00%	25.00%	30.00%	40.00%
Bondes D	150514	0.21%	0.17%	0.00%	0.00%

¹⁸ Información recuperada de la página de CONSAR:
http://www.consar.gob.mx/escenarios_var/portafolios_referencia.aspx

Bondes D	150709	0.18%	0.14%	0.00%	0.00%
Bondes D	150910	0.14%	0.11%	0.10%	0.00%
Bondes D	151105	0.14%	0.11%	0.10%	0.00%
Bondes D	160107	0.19%	0.15%	0.00%	0.00%
Bondes D	160303	0.20%	0.16%	0.00%	0.00%
Bondes D	160505	0.18%	0.14%	0.00%	0.00%
Bondes D	160630	0.18%	0.14%	0.00%	0.00%
Bondes D	160901	0.20%	0.16%	0.00%	0.00%
Bondes D	161027	0.27%	0.21%	0.00%	0.00%
Bondes D	161229	0.22%	0.17%	0.15%	0.00%
Bondes D	170223	0.21%	0.17%	0.15%	0.00%
Bondes D	170427	0.21%	0.17%	0.00%	0.00%
Bondes D	170622	0.27%	0.21%	0.00%	0.00%
Bondes D	170824	0.21%	0.17%	0.00%	0.00%
Bondes D	171019	0.21%	0.17%	0.00%	0.00%
Bondes D	171221	0.21%	0.17%	0.00%	0.00%
Bondes D	180215	0.27%	0.21%	0.12%	0.00%
Bondes D	180419	0.21%	0.17%	0.15%	0.00%
Bondes D	180614	0.25%	0.19%	0.17%	0.00%
Bondes D	180816	0.27%	0.21%	0.00%	0.00%
Bondes D	181011	0.41%	0.32%	0.00%	0.00%
Bondes D	181213	0.38%	0.30%	0.00%	0.00%
Bondes D	190207	0.30%	0.23%	0.00%	0.00%
Bonos M	150618	3.11%	2.42%	2.18%	0.00%
Bonos M	151217	3.59%	2.79%	2.52%	0.00%

Bonos M	160616	4.95%	3.84%	3.47%	0.00%
Bonos M	161215	4.73%	3.67%	3.31%	3.28%
Bonos M	170615	4.52%	3.51%	3.17%	3.13%
Bonos M	171214	4.11%	3.19%	2.88%	2.85%
Bonos M	180614	3.62%	2.81%	2.53%	2.51%
Bonos M	181213	2.08%	1.61%	1.46%	1.44%
Bonos M	200611	3.01%	2.33%	2.11%	2.08%
Bonos M	210610	3.83%	2.97%	2.68%	2.65%
Bonos M	220609	3.75%	2.91%	2.63%	2.60%
Bonos M	231207	3.13%	2.43%	2.19%	2.17%
Bonos M	241205	4.10%	3.18%	2.87%	2.84%
Bonos M	270603	3.04%	2.36%	2.13%	2.11%
Bonos M	290531	3.29%	2.55%	2.30%	2.28%
Bonos M	310529	4.85%	3.77%	3.40%	3.36%
Bonos M	361120	2.17%	1.68%	1.52%	1.50%
Bonos M	381118	3.70%	2.88%	2.59%	2.57%
Bonos M	421113	0.00%	0.00%	2.12%	2.10%
Udibonos	160616	5.01%	3.89%	3.51%	3.19%
Udibonos	171214	2.27%	1.77%	1.59%	1.58%
Udibonos	190613	2.02%	1.57%	1.41%	1.40%
Udibonos	201210	3.13%	2.43%	2.19%	2.17%
Udibonos	220609	3.87%	3.00%	2.71%	2.68%
Udibonos	251204	1.36%	1.05%	0.95%	0.94%
Udibonos	351122	4.41%	3.43%	3.09%	3.06%

Udibonos	401115	1.83%	2.65%	5.55%	5.49%
TOTAL		100%	100%	100%	100%

*** Portafolios de referencia determinados por el CAR el 7 de Abril de 2014.**

En este capítulo se aplica el porcentaje de ponderación a cada bono y renta variable de acuerdo al precio provisto por un proveedor de precios¹⁹, para tener los títulos correspondientes, haciendo un solo portafolio por Siefore Básica.

5.1 ANÁLISIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE PÉRDIDAS Y GANANCIAS DEL PORTAFOLIO DE REFERENCIA Y VALOR EN RIESGO

Antes de iniciar un modelo de Valor en Riesgo, de Valores Extremos es importante revisar los datos, por lo que se muestra un primer análisis estadístico de las tres metodologías de VaR más comunes que pide la regulación y el Análisis de los Factores de Riesgo involucrados en el Portafolio de Referencia.

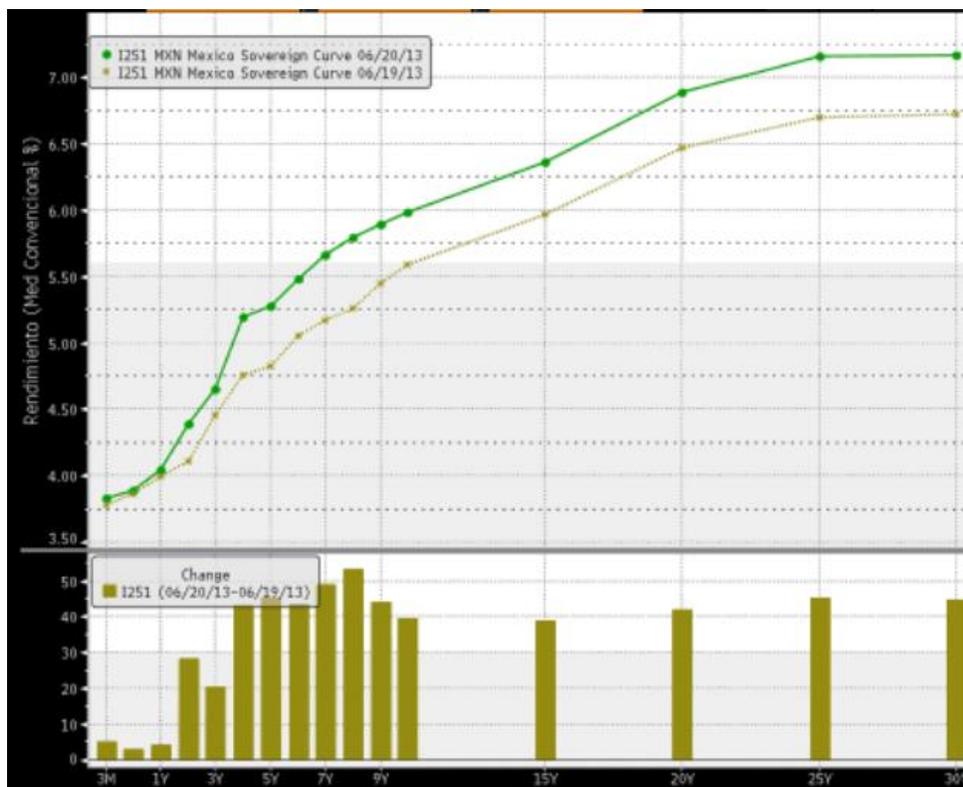
5.1.1 ANÁLISIS DE FACTORES DE RIESGO EN EL PERIODO

Los movimientos en los Factores de Riesgo, fueron los siguientes²⁰:

Movimientos 19 de Junio vs 20 de Junio del 2013 (Máxima pérdida esperada con un modelo de Simulación Histórica).

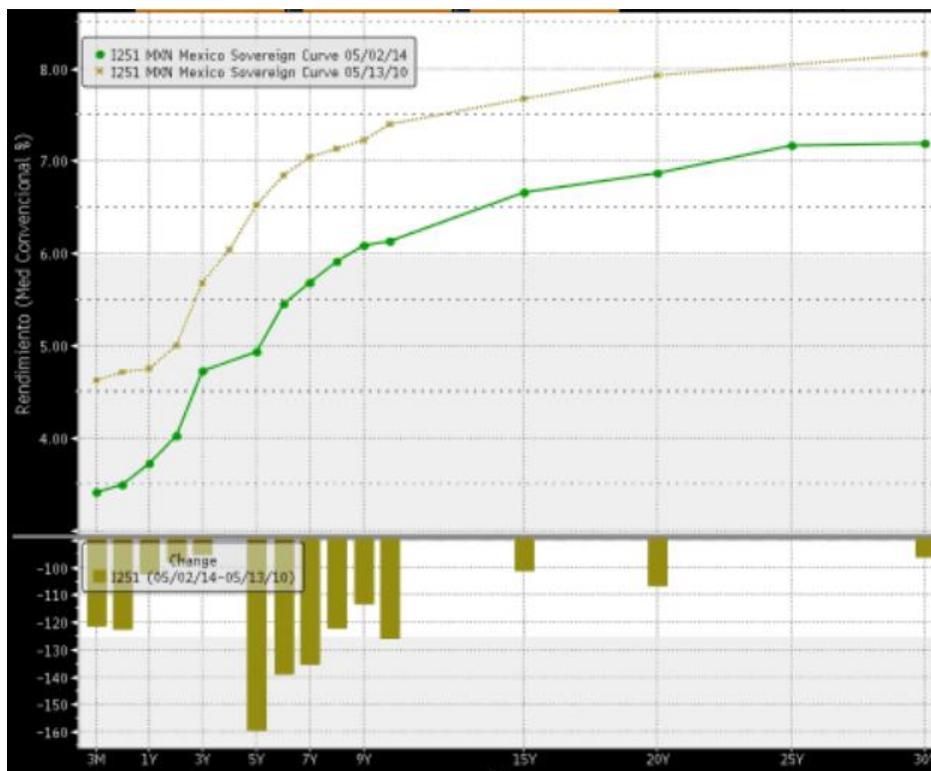
¹⁹ Información provista por Proveedor de Precios Valmer,

²⁰ Fuente de Información: Bloomberg



Se puede observar que los cambios más fuertes fueron entre los nodos de largo plazo, en un día las tasas subieron alrededor de 60 basis.

Movimientos de la Curva con respecto a la fecha de VaR (02 de Mayo del 2014).



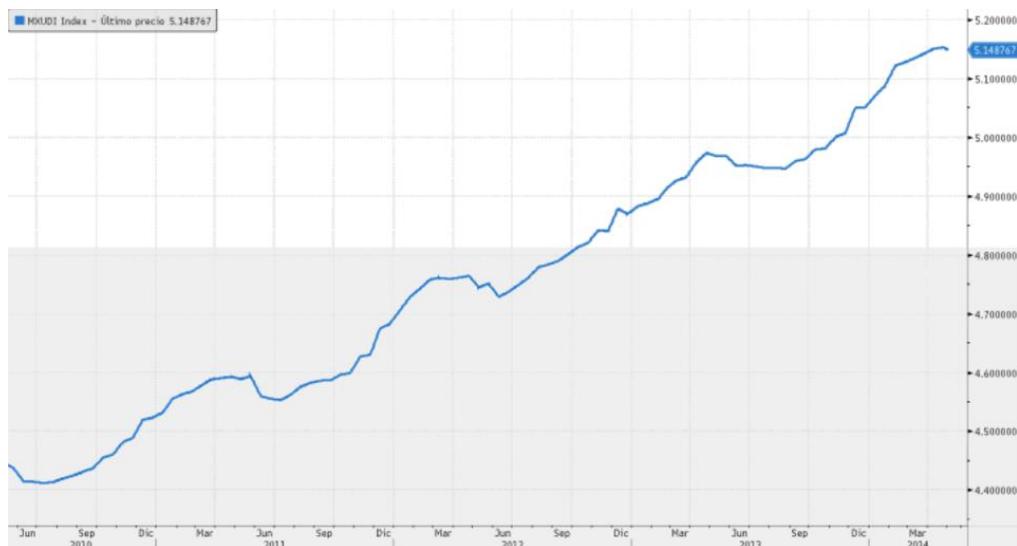
Se aprecia que a lo largo del periodo ha bajado la curva de CETES considerablemente, especialmente en el nodo de 5 años, donde ha llegado a bajar hasta 160 basis.

Movimientos del NAFTRAC.



En el periodo estudiado el Nafrac presenta sus niveles más altos a principios del 2013, alcanzando un máximo el 29 de enero del 2013, sin embargo del 2010 a la fecha se ve un incremento, el nivel más bajo se observa el 20 de Mayo del 2010 con 30.44.

Movimientos de inflación.



La inflación presenta claramente una alza a lo largo del 2010 a la fecha, pasando de niveles de 4.411 hasta alcanzar el 5.15 el 25 de Abril del 2014.

5.1.2 SIMULACIÓN HISTÓRICA

La simulación histórica es muy importante para las Siefores, debido a que sobre éste se calcula el límite de VaR. Para el cálculo de Valor en Riesgo de las Siefores la distribución de los datos es con horizonte de un día, y de manera diaria la Comisión publica los escenarios vigentes para esta metodología que deberán ser aplicables al día hábil siguiente. La manera de determinar estos escenarios es la siguiente²¹:

²¹ Información recuperada de la página de CONSAR: http://www.consar.gob.mx/escenarios_var/pdf/AnexoG.pdf

En la fecha t se calculan los 1000 escenarios de pérdidas/ganancias del PR de conformidad con el procedimiento descrito en el presente Anexo. Dichos escenarios serán empleados para computar las variables descritas a continuación.

En donde:

X_t : en la fecha t , es el número de escenarios del PR, que exceden el límite regulatorio del VaR.

X_t^{30} : Considerando los 30 escenarios más recientes que se generan con el PR en la fecha t , es el número de escenarios que exceden el límite regulatorio del VaR.

X_t^{60} : Considerando los 60 escenarios más recientes que se generan con el PR en la fecha t , es el número de escenarios que exceden el límite regulatorio del VaR.

E_t : en la fecha t es el número de escenario correspondiente al VaR del tipo de Sociedad de Inversión en cuestión.

Esta variable no podrá ser menor que 26. Adicionalmente, en la fecha de entrada en vigor del presente Anexo, toma un valor igual a 26. Es decir, $E_t = 26$

H_t : Es la holgura en el día t .

Esta variable se define como la diferencia entre el número del escenario correspondiente al VaR menos el número de escenarios del PR que exceden el límite regulatorio del VaR. Es decir, $H_t = E_t - X_t$

Entonces, el valor de E_t se determinará con la siguiente política:

- a)
 - 1) Si en la fecha la holgura tiene un valor inferior a 5 y en los últimos 30 días naturales se generan más de 5 escenarios que exceden el límite regulatorio del VaR, entonces el número de escenario correspondiente al VaR se incrementa en 5. O bien,
 - 2) Si la holgura es inferior a 3, entonces el número de escenario correspondiente al VaR se incrementa en 5.
- b) Si la holgura es superior a 15 y en los últimos 60 días naturales se generaron menos de 5 escenarios que exceden el límite regulatorio del VaR, entonces el número de escenario correspondiente al VaR se reduce en 5.
- c) Si las condiciones en a) o b) no prevalecen, entonces el número de escenario correspondiente al VaR permanece sin cambio.

La política puede describirse simbólicamente de la siguiente manera:

$$E_t = 26 ,$$

$$H_t = E_t - X_t$$

$$E_{t+1} = \begin{cases} E_t + 5, & \text{Si } H_t < 3 \text{ o bien si } H_t < 5 \text{ y } X_t^{20} > 5 \\ E_t - 5, & \text{Si } E_t > 26 \quad \text{y} \quad H_t > 15 \text{ y } X_t^{60} < 5 \\ E_t, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Una vez determinado el valor de E_t en la fecha t , se calcula con dicho parámetro el VaR de las carteras correspondientes al tipo de Sociedad de Inversión para el que se definió el PR. La Comisión notificará a las Administradoras y, en su caso, a las Sociedades Valuadoras, cuando de conformidad con el procedimiento antes descrito surjan cambios en el valor de E_t . En todo caso, en la fecha t se notificará el valor que estará en vigor en la fecha $t+1$.

Actualmente, los escenarios vigentes para el VaR de la siefore básica dos a la siefore básica cuatro es el 26, mientras que el 31 para la siefore uno.

a) Siefore Básica uno:

Para la Siefore Básica uno, considerando un Activo de: \$118,366,213,443.27 y calculando la distribución empírica con la metodología de Simulación Histórica, se tiene la siguiente información estadística (se utiliza el paquete R), en esta parte se puso las pérdidas como positivo y las ganancias como negativas, con el propósito de poder analizar la cola derecha de la distribución y los datos se muestran en millones de pesos:

	Perdida
N	1000.00000
mean	-11.18283
Std.Dev.	353.76927
min	-1595.60250
Q1	-199.51908
median	-27.21636
Q3	180.76394
max	2814.35800
missing values	0.00000

En la Siefore Básica uno considerando mil datos históricos, es decir del 13 de Mayo del 2013 al 02 de Mayo del 2014, con horizonte de tiempo 1 día, y el escenario 31 de la distribución se observa que la máxima pérdida esperada del portafolio es de 2814..358 mdp, es decir el 2.37% del Activo. y la media es una ganancia de

11.18mdp que corresponde al 0.00945% del Activo. La máxima ganancia es de 1,595.6mdp que corresponde al 1.34% del Activo.

Se muestran los Vares individuales (en positivo) en Pesos y en porcentaje:

Portafolio de Referencia SB1					
Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual %	Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual%
1B_NAFTRAC_ISHRS	111,338,834.00	1.881260%	M_BONOS_150618	1413135.191	0.038388%
LD_BONDESD_150514	4,796.54	0.001930%	M_BONOS_151217	2888083.064	0.067965%
LD_BONDESD_150709	4,207.92	0.001975%	M_BONOS_160616	6504140.683	0.111009%
LD_BONDESD_150910	4,290.91	0.002589%	M_BONOS_161215	9097511.982	0.162493%
LD_BONDESD_151105	9,520.93	0.005745%	M_BONOS_170615	11265338.16	0.210561%
LD_BONDESD_160107	14,370.17	0.006390%	M_BONOS_171214	13360246.16	0.274628%
LD_BONDESD_160303	16,464.67	0.006955%	M_BONOS_180614	15554141.44	0.363003%
LD_BONDESD_160505	10,872.00	0.005103%	M_BONOS_181213	9916523.876	0.402780%
LD_BONDESD_160630	21,133.87	0.009919%	M_BONOS_200611	19252200.2	0.540364%
LD_BONDESD_160901	25,299.42	0.010687%	M_BONOS_210610	30469581.42	0.672109%
LD_BONDESD_161027	36,306.67	0.011360%	M_BONOS_220609	33556990.31	0.756004%
LD_BONDESD_161229	31,566.60	0.012122%	M_BONOS_231207	32399994.17	0.874526%
LD_BONDESD_170223	31,788.63	0.012789%	M_BONOS_241205	41704998.58	0.859363%
LD_BONDESD_170427	33,708.76	0.013561%	M_BONOS_270603	37780525.89	1.049945%
LD_BONDESD_170622	5,730.07	0.001793%	M_BONOS_290531	43477153.32	1.116445%
LD_BONDESD_170824	77.32	0.000031%	M_BONOS_310529	71489198.56	1.245291%
LD_BONDESD_171019	219.67	0.000088%	M_BONOS_361120	32300209.6	1.257529%
LD_BONDESD_171221	1,209.07	0.000486%	M_BONOS_381118	59723981.91	1.363701%
LD_BONDESD_180215	1,458.55	0.000456%	S_UDIBONO_160616	8335884.95	0.140568%
LD_BONDESD_180419	2,531.48	0.001018%	S_UDIBONO_171214	7998618.373	0.297688%
LD_BONDESD_180614	2,866.37	0.000969%	S_UDIBONO_190613	10744122.33	0.449357%
LD_BONDESD_180816	4,882.79	0.001528%	S_UDIBONO_201210	22381840.13	0.604121%
LD_BONDESD_181011	7,178.42	0.001479%	S_UDIBONO_220609	41430469.23	0.904443%
LD_BONDESD_181213	1,648.09	0.000366%	S_UDIBONO_251204	19282573	1.197839%
LD_BONDESD_190207	1,455.30	0.000410%	S_UDIBONO_351122	94383894.47	1.808138%
S_UDIBONO_401115	43,182,466.16	1.993557%	Suma VaR's Individuales	831,506,241.37	

Tabla 5.1

Se puede apreciar que los instrumentos que tienen mayor VaR de manera individual son el Naftrac y los Bonos a mayor plazo.

A manera de ejemplo solo se muestra la distribución empírica para una básica, debido a volumen de la misma, que está dada por :

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
20-jun-13	-2.377670%	- 2,814,357,998.18
24-ago-11	-1.222106%	- 1,446,561,047.64
12-sep-11	-1.033524%	- 1,223,344,298.76
16-nov-10	-1.013431%	- 1,199,560,084.20
22-sep-11	-0.913584%	- 1,081,375,391.29
05-jul-13	-0.909951%	- 1,077,074,555.92
10-jun-13	-0.900828%	- 1,066,276,058.67
22-may-13	-0.863873%	- 1,022,534,617.92
24-may-13	-0.833438%	- 986,510,058.72
26-ago-10	-0.807731%	- 956,081,672.90
19-sep-11	-0.805894%	- 953,906,219.16
09-nov-11	-0.769173%	- 910,441,341.89
29-jul-13	-0.766500%	- 907,277,772.59
08-ago-11	-0.763904%	- 904,205,196.98
26-nov-10	-0.763651%	- 903,905,592.66
15-dic-10	-0.735847%	- 870,994,649.78
10-may-13	-0.724920%	- 858,061,276.22
19-ago-13	-0.723339%	- 856,189,573.87
17-oct-11	-0.702081%	- 831,027,096.12
05-jun-13	-0.699560%	- 828,043,659.92
17-may-13	-0.682751%	- 808,146,634.76

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
05-sep-11	-0.481535%	- 569,975,081.40
03-jul-13	-0.476381%	- 563,874,903.44
20-may-13	-0.475223%	- 562,504,477.80
28-ago-13	-0.473168%	- 560,071,774.52
14-mar-12	-0.469875%	- 556,173,999.57
11-jul-12	-0.469512%	- 555,744,102.40
27-jul-12	-0.466920%	- 552,676,596.81
08-dic-10	-0.464587%	- 549,914,359.91
23-nov-11	-0.462557%	- 547,512,085.74
20-ene-11	-0.459654%	- 544,075,466.08
30-ago-10	-0.450298%	- 533,001,061.84
03-sep-13	-0.449166%	- 531,661,193.60
17-nov-11	-0.448834%	- 531,267,970.90
26-ago-13	-0.445138%	- 526,893,086.66
24-dic-13	-0.433884%	- 513,572,254.07
21-oct-13	-0.432663%	- 512,127,454.84
30-sep-11	-0.429175%	- 507,998,361.27
08-oct-13	-0.429018%	- 507,813,205.71
07-feb-12	-0.427738%	- 506,298,086.10
01-oct-10	-0.424499%	- 502,463,959.34

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
23-feb-11	-0.358784%	424,679,952.92
08-dic-11	-0.358329%	424,141,216.21
27-abr-12	-0.358224%	424,016,211.47
27-ago-13	-0.357804%	423,519,233.29
03-may-13	-0.353124%	417,980,234.88
17-jun-13	-0.350651%	415,052,355.91
09-nov-10	-0.348471%	412,472,296.00
29-ago-11	-0.347902%	411,799,564.76
06-sep-12	-0.343774%	406,913,129.50
12-nov-10	-0.339780%	402,185,477.98
28-may-13	-0.339674%	402,059,730.20
07-jun-13	-0.339467%	401,814,475.53
06-ago-13	-0.337708%	399,732,378.42
26-sep-13	-0.336689%	398,526,330.58
08-ene-14	-0.335236%	396,806,438.50
14-nov-11	-0.334775%	396,261,542.58
11-sep-12	-0.330635%	391,361,052.37
22-nov-11	-0.325204%	384,932,275.17
06-ene-14	-0.325061%	384,763,098.19
08-may-12	-0.320966%	379,916,479.54
16-ago-12	-0.314646%	372,434,989.89
21-nov-13	-0.311265%	368,432,713.67
16-ago-13	-0.310042%	366,986,123.56
18-jul-13	-0.309484%	366,324,706.08
28-dic-10	-0.308828%	365,548,327.28
25-nov-11	-0.307632%	364,132,848.27
23-abr-13	-0.299233%	354,191,728.81
23-dic-13	-0.299045%	353,968,802.55
25-jul-13	-0.298949%	353,855,430.46
07-ago-12	-0.296421%	350,862,862.97
01-sep-10	-0.295286%	349,519,974.08
02-abr-14	-0.294536%	348,631,173.17
04-oct-11	-0.293879%	347,854,101.64
29-ago-12	-0.286780%	339,451,281.69
29-nov-13	-0.281973%	333,761,073.72
02-feb-12	-0.273842%	324,136,598.14
03-feb-12	-0.273270%	323,460,036.20
04-ene-13	-0.272696%	322,780,703.81
10-feb-12	-0.272311%	322,324,702.62
14-mar-13	-0.271830%	321,755,995.88
31-may-12	-0.271551%	321,425,575.75
14-may-10	-0.266893%	315,911,833.35
12-sep-12	-0.266758%	315,752,020.28
09-oct-13	-0.266464%	315,404,226.55

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
03-dic-13	-0.265060%	313,742,586.39
14-feb-13	-0.263460%	311,848,566.38
12-ago-13	-0.262949%	311,243,705.37
30-sep-13	-0.262755%	311,013,397.21
27-jun-12	-0.261570%	309,610,647.73
15-oct-10	-0.261527%	309,560,644.31
01-dic-11	-0.260999%	308,934,724.77
29-sep-10	-0.260203%	307,993,369.45
21-jun-13	-0.259898%	307,632,239.48
03-feb-11	-0.258642%	306,145,036.56
04-feb-14	-0.258566%	306,055,058.63
15-abr-13	-0.258359%	305,810,307.52
10-feb-11	-0.257815%	305,166,170.96
26-jul-12	-0.254334%	301,046,708.10
23-may-12	-0.253057%	299,535,067.21
24-nov-11	-0.252121%	298,426,515.26
20-abr-11	-0.251267%	297,416,083.46
09-jun-11	-0.250331%	296,307,678.65
24-oct-13	-0.248039%	293,594,731.78
29-nov-10	-0.245291%	290,342,430.28
30-oct-13	-0.244191%	289,040,293.95
08-feb-11	-0.243197%	287,863,565.65
21-ago-12	-0.240555%	284,736,308.24
20-mar-14	-0.240494%	284,663,789.03
24-jul-12	-0.239507%	283,495,798.01
06-ago-12	-0.236970%	280,492,998.37
30-ago-11	-0.236665%	280,131,457.64
01-nov-12	-0.236574%	280,023,702.83
16-nov-11	-0.235908%	279,235,992.72
06-ene-12	-0.234757%	277,873,319.11
01-nov-11	-0.234623%	277,714,973.08
23-dic-10	-0.234442%	277,501,290.91
29-abr-13	-0.233922%	276,884,701.06
08-feb-12	-0.233048%	275,850,147.62
25-mar-13	-0.233043%	275,844,911.88
15-mar-13	-0.231564%	274,094,216.43
06-jun-11	-0.229423%	271,559,370.58
25-nov-13	-0.226923%	268,601,023.19
25-ene-13	-0.225688%	267,139,374.58
09-sep-10	-0.225552%	266,978,115.75
08-jun-10	-0.224804%	266,092,511.39
25-jun-12	-0.224263%	265,451,767.78
13-sep-11	-0.224138%	265,304,327.38
07-mar-14	-0.223176%	264,165,392.57
21-feb-12	-0.223134%	264,115,484.87
10-may-11	-0.221337%	261,988,650.78

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
23-feb-12	-0.220570%	261,080,923.40
20-jul-11	-0.220311%	260,774,933.50
26-dic-13	-0.216369%	256,108,796.14
02-feb-11	-0.214782%	254,229,673.72
17-oct-12	-0.214504%	253,901,427.70
21-nov-12	-0.214430%	253,813,622.21
14-ago-12	-0.213453%	252,657,306.13
03-may-11	-0.212916%	252,020,722.40
02-mar-11	-0.210294%	248,917,759.38
21-ago-13	-0.209970%	248,534,353.86
18-ene-11	-0.209045%	247,439,553.51
03-sep-10	-0.208760%	247,102,048.90
22-ago-13	-0.206056%	243,900,775.85
02-dic-11	-0.206044%	243,887,011.15
14-jun-11	-0.205538%	243,287,794.32
28-jun-12	-0.205207%	242,895,861.74
14-sep-12	-0.205034%	242,691,514.15
18-jul-12	-0.204768%	242,376,448.26
11-ene-11	-0.204594%	242,170,404.22
23-jul-12	-0.204248%	241,761,346.92
06-nov-12	-0.203290%	240,626,761.30
23-may-11	-0.202146%	239,273,188.27
04-may-11	-0.201148%	238,091,542.28
21-ene-14	-0.198992%	235,539,493.38
28-sep-12	-0.197857%	234,196,330.21
24-oct-12	-0.197793%	234,120,147.21
05-sep-13	-0.197546%	233,828,710.49
23-oct-12	-0.194638%	230,386,133.44
09-ago-11	-0.194152%	229,811,210.45
10-ene-11	-0.193343%	228,853,133.21
19-jul-13	-0.191453%	226,616,158.78
10-jul-13	-0.190400%	225,370,184.01
20-mar-12	-0.187526%	221,968,099.93
19-ene-11	-0.185345%	219,385,976.04
21-abr-14	-0.183310%	216,978,174.83
06-may-13	-0.183290%	216,953,904.77
08-ago-12	-0.182546%	216,073,766.03
13-mar-12	-0.181445%	214,769,994.40
29-ene-14	-0.181164%	214,437,130.00
05-mar-12	-0.180534%	213,692,410.81
24-feb-12	-0.179403%	212,352,614.16
31-dic-12	-0.178583%	211,382,452.60
09-jul-10	-0.178394%	211,158,587.87
27-jun-11	-0.178055%	210,757,092.77

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
12-jul-11	-0.177938%	210,618,815.64
20-nov-13	-0.176141%	208,491,665.61
25-abr-12	-0.175516%	207,751,985.67
14-ene-14	-0.174462%	206,505,184.35
13-feb-13	-0.173899%	205,838,660.38
31-may-13	-0.173293%	205,120,875.85
07-dic-12	-0.171528%	203,031,788.73
04-abr-12	-0.170559%	201,884,595.18
01-dic-10	-0.168743%	199,735,023.29
21-sep-11	-0.168181%	199,070,418.62
01-mar-11	-0.166333%	196,882,143.07
27-jul-10	-0.165867%	196,330,982.98
20-sep-13	-0.164939%	195,232,832.99
18-nov-10	-0.163456%	193,477,042.63
13-ago-12	-0.162062%	191,827,300.47
24-abr-12	-0.158758%	187,916,592.65
18-oct-12	-0.158525%	187,640,537.40
06-dic-11	-0.158520%	187,635,219.41
02-jun-11	-0.157372%	186,276,397.60
03-ene-13	-0.156752%	185,541,693.63
17-ene-11	-0.156329%	185,041,609.13
21-may-13	-0.156254%	184,952,807.19
27-abr-11	-0.155954%	184,597,668.01
27-sep-13	-0.155894%	184,526,201.59
28-feb-11	-0.155775%	184,385,057.63
15-ene-14	-0.154335%	182,680,876.39
15-feb-12	-0.154005%	182,290,327.30
24-nov-10	-0.153185%	181,319,317.72
17-sep-13	-0.152559%	180,578,818.83
27-ene-11	-0.151990%	179,905,237.63
29-oct-12	-0.151521%	179,349,772.04
29-jun-10	-0.150226%	177,816,946.05
02-mar-12	-0.149730%	177,230,387.65
15-may-13	-0.149356%	176,787,427.00
23-ene-12	-0.149120%	176,508,574.71
09-may-12	-0.148651%	175,952,781.12
28-mar-14	-0.147721%	174,852,041.11
14-ene-11	-0.147005%	174,004,302.13
01-jul-10	-0.146932%	173,918,092.46
23-nov-12	-0.146545%	173,460,527.75
10-nov-10	-0.145971%	172,780,838.14
14-oct-13	-0.145707%	172,468,443.51
10-jun-11	-0.143199%	169,499,961.48
25-nov-10	-0.142807%	169,035,365.85
08-mar-13	-0.141046%	166,951,532.70
21-jul-11	-0.139836%	165,519,117.61

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
29-mar-11	-0.138905%	164,417,557.47
10-sep-10	-0.137946%	163,281,975.67
06-jul-12	-0.137645%	162,925,798.25
09-mar-12	-0.136924%	162,072,593.37
20-feb-13	-0.136706%	161,814,088.42
25-ago-10	-0.136378%	161,426,357.04
02-jul-13	-0.135138%	159,958,042.47
16-mar-11	-0.133661%	158,210,374.59
20-sep-11	-0.132931%	157,345,886.62
30-ago-12	-0.132360%	156,669,979.98
05-nov-12	-0.130426%	154,381,287.71
05-dic-12	-0.130189%	154,100,598.10
01-nov-10	-0.128609%	152,230,605.39
22-jun-10	-0.128579%	152,195,181.21
30-ene-14	-0.126979%	150,301,152.41
11-ene-12	-0.126345%	149,550,827.45
27-may-13	-0.126195%	149,373,338.84
04-dic-13	-0.125884%	149,004,727.35
21-ene-11	-0.125563%	148,624,188.82
07-jun-12	-0.124711%	147,615,764.02
13-ene-12	-0.122099%	144,525,034.02
03-jun-13	-0.121239%	143,507,152.53
10-sep-12	-0.121229%	143,494,893.71
22-nov-12	-0.120421%	142,538,708.71
05-ago-11	-0.120175%	142,246,679.01
05-ago-10	-0.119357%	141,279,436.36
20-ene-14	-0.118385%	140,128,985.48
17-feb-12	-0.117832%	139,473,925.05
29-dic-11	-0.116981%	138,467,080.20
15-abr-14	-0.116139%	137,469,979.42
22-ene-13	-0.116095%	137,418,347.58
12-ago-11	-0.115996%	137,300,169.58
22-feb-11	-0.114792%	135,875,495.35
23-abr-12	-0.113900%	134,819,331.00
02-sep-13	-0.113413%	134,243,371.47
25-jun-13	-0.113295%	134,104,111.10
02-abr-13	-0.112635%	133,321,824.68
13-jun-12	-0.111743%	132,266,516.19
23-ago-11	-0.111091%	131,494,471.34
16-oct-12	-0.110748%	131,089,338.31
15-sep-10	-0.108638%	128,591,302.10
10-dic-10	-0.108637%	128,590,519.50
18-may-10	-0.107935%	127,759,103.31
15-may-12	-0.106994%	126,645,372.17

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
12-feb-14	-0.103795%	122,858,911.52
14-abr-14	-0.102512%	121,340,478.69
26-feb-14	-0.101682%	120,358,225.43
02-ene-13	-0.101464%	120,099,939.55
19-oct-11	-0.101174%	119,755,977.81
28-dic-11	-0.100770%	119,278,048.74
12-abr-13	-0.100375%	118,810,413.46
25-feb-14	-0.100190%	118,592,171.98
14-nov-12	-0.099871%	118,213,794.14
25-oct-11	-0.098669%	116,791,142.41
15-ago-13	-0.098392%	116,463,874.47
09-oct-12	-0.096965%	114,773,942.79
22-oct-12	-0.096742%	114,510,893.25
26-nov-12	-0.096628%	114,375,887.24
10-abr-12	-0.095810%	113,407,128.63
06-jun-13	-0.095646%	113,213,268.17
10-jul-12	-0.095505%	113,045,853.45
20-sep-10	-0.095149%	112,624,423.05
18-mar-11	-0.094639%	112,020,728.25
19-dic-12	-0.093662%	110,865,197.75
05-nov-10	-0.092896%	109,957,586.78
25-abr-14	-0.092868%	109,924,785.00
03-abr-14	-0.092035%	108,938,824.61
28-abr-14	-0.090444%	107,055,220.32
16-mar-12	-0.090278%	106,859,063.66
31-dic-13	-0.088818%	105,131,265.76
01-abr-14	-0.088522%	104,781,188.56
18-jul-11	-0.086472%	102,353,902.04
11-may-12	-0.086208%	102,041,500.90
31-jul-12	-0.085510%	101,215,573.38
22-may-12	-0.084136%	99,588,993.92
16-jun-10	-0.083664%	99,030,517.22
09-ene-12	-0.083464%	98,793,590.77
22-abr-14	-0.081815%	96,842,036.76
17-mar-11	-0.081211%	96,126,712.20
27-dic-10	-0.081129%	96,030,475.49
12-jun-12	-0.080621%	95,428,966.10
01-abr-13	-0.079342%	93,915,053.13
26-oct-10	-0.079088%	93,614,431.67
12-jul-13	-0.077180%	91,355,849.50
10-may-12	-0.077179%	91,354,493.62
28-jun-11	-0.076421%	90,457,723.33
23-ago-10	-0.075844%	89,774,080.83
06-ago-10	-0.073395%	86,875,687.05
16-dic-13	-0.073288%	86,748,529.54
10-feb-14	-0.073208%	86,653,729.21

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
21-mar-13	-0.072430% -	85,733,260.24
25-jul-12	-0.071834% -	85,027,568.27
17-may-10	-0.071829% -	85,021,783.05
19-oct-10	-0.071485% -	84,615,091.31
29-nov-12	-0.070930% -	83,958,058.13
15-feb-11	-0.070403% -	83,333,405.01
11-ene-13	-0.070038% -	82,902,022.96
08-ene-13	-0.069982% -	82,835,758.21
27-ene-12	-0.069726% -	82,532,784.77
31-mar-11	-0.069249% -	81,967,596.90
25-mar-11	-0.068680% -	81,294,293.94
29-feb-12	-0.068098% -	80,605,254.52
09-ene-14	-0.065901% -	78,005,077.90
26-oct-12	-0.065709% -	77,778,434.15
28-feb-12	-0.064804% -	76,706,767.50
06-ene-11	-0.063209% -	74,819,215.83
23-nov-10	-0.060795% -	71,961,485.05
26-jul-13	-0.059417% -	70,329,692.60
04-jul-13	-0.058934% -	69,758,634.03
16-nov-12	-0.058031% -	68,689,752.50
11-nov-11	-0.057654% -	68,243,744.47
24-jun-13	-0.057346% -	67,879,425.95
13-may-10	-0.057006% -	67,476,177.59
03-abr-12	-0.056938% -	67,396,253.82
22-mar-11	-0.055799% -	66,048,111.98
13-ene-14	-0.054756% -	64,813,284.07
15-nov-12	-0.054507% -	64,518,964.99
21-sep-10	-0.054269% -	64,236,366.85
12-jul-10	-0.053630% -	63,480,747.98
13-mar-14	-0.053437% -	63,251,790.89
30-oct-12	-0.052025% -	61,580,526.28
29-jun-11	-0.051581% -	61,055,494.41
12-may-11	-0.051555% -	61,024,030.38
23-ene-14	-0.051377% -	60,813,346.47
03-nov-10	-0.050586% -	59,877,585.58
14-jun-10	-0.050504% -	59,780,778.85
05-jul-11	-0.050162% -	59,375,361.61
18-abr-11	-0.048815% -	57,780,560.33
20-dic-12	-0.047840% -	56,626,590.07
26-jul-10	-0.047229% -	55,903,952.45
16-abr-12	-0.046078% -	54,540,875.76
30-jun-10	-0.045792% -	54,202,574.75
30-ago-13	-0.044530% -	52,709,253.04
19-dic-11	-0.044449% -	52,613,110.05

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
31-ene-11	-0.044325% -	52,466,364.07
20-may-10	-0.043263% -	51,208,803.83
17-jun-10	-0.042848% -	50,718,719.75
21-dic-10	-0.042735% -	50,584,081.03
30-jun-11	-0.042321% -	50,094,712.59
29-oct-10	-0.042106% -	49,839,547.93
06-nov-13	-0.041790% -	49,465,379.95
20-ago-12	-0.040711% -	48,189,057.85
11-dic-12	-0.038646% -	45,744,614.62
08-nov-10	-0.037851% -	44,803,330.50
10-sep-13	-0.037117% -	43,935,022.12
03-ene-11	-0.037032% -	43,833,511.94
07-oct-13	-0.035295% -	41,778,073.33
03-abr-13	-0.034122% -	40,389,728.88
04-ene-11	-0.032577% -	38,560,448.50
16-dic-11	-0.031774% -	37,610,677.18
22-oct-10	-0.031736% -	37,564,822.05
07-mar-11	-0.031492% -	37,276,049.47
28-sep-11	-0.030016% -	35,529,669.31
08-nov-11	-0.029916% -	35,411,214.80
27-ene-14	-0.029432% -	34,838,043.91
07-abr-11	-0.028548% -	33,791,909.46
21-jun-10	-0.027768% -	32,868,063.73
18-dic-12	-0.027361% -	32,387,099.59
28-mar-12	-0.026296% -	31,125,635.17
10-oct-12	-0.026086% -	30,878,133.95
17-feb-14	-0.025463% -	30,140,399.62
13-nov-13	-0.025367% -	30,026,341.17
24-may-11	-0.025195% -	29,823,171.97
14-feb-12	-0.024706% -	29,244,242.33
26-ene-11	-0.024322% -	28,789,824.73
25-oct-12	-0.024080% -	28,502,746.91
10-dic-12	-0.023598% -	27,932,592.91
24-ene-13	-0.021373% -	25,299,448.74
04-sep-12	-0.021353% -	25,275,462.35
28-jul-10	-0.020334% -	24,069,490.58
01-jul-11	-0.020285% -	24,011,694.74
21-oct-10	-0.020089% -	23,778,935.49
20-nov-12	-0.018550% -	21,956,939.86
04-ago-10	-0.017725% -	20,981,180.33
23-mar-12	-0.017680% -	20,927,448.76
22-dic-10	-0.016979% -	20,097,745.31
30-jul-13	-0.016572% -	19,616,509.59
04-may-12	-0.015488% -	18,333,526.10
31-ene-12	-0.013877% -	16,426,113.50
22-ene-14	-0.011002% -	13,023,347.85

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
15-sep-11	-0.010985%	13,003,386.53
28-ene-13	-0.010460%	12,381,606.51
07-oct-10	-0.010219%	12,096,557.84
01-mar-12	-0.009081%	10,749,768.92
25-feb-13	-0.008609%	10,191,310.29
03-oct-13	-0.008313%	9,839,888.81
11-jul-11	-0.008250%	9,766,256.12
30-abr-12	-0.008169%	9,670,157.64
11-nov-10	-0.008039%	9,516,046.25
11-may-11	-0.007675%	9,085,261.69
30-ene-13	-0.007435%	8,800,644.68
09-abr-14	-0.006863%	8,124,130.36
03-mar-14	-0.005777%	6,838,787.87
13-may-11	-0.005306%	6,280,616.40
26-mar-12	-0.003862%	4,572,437.21
24-sep-10	-0.002344%	2,774,946.64
26-abr-13	-0.001998%	2,365,712.03
19-ago-11	-0.001143%	1,353,174.38
17-nov-10	-0.000805%	952,958.90
27-dic-12	-0.000531%	628,925.33
31-mar-14	-0.000164%	195,012.29
17-abr-13	0.001328%	1,573,040.68
07-nov-11	0.003204%	3,792,529.65
25-abr-11	0.003727%	4,411,798.78
18-abr-12	0.005800%	6,865,886.89
24-dic-10	0.005846%	6,920,677.68
17-jun-11	0.005871%	6,949,652.91
03-ago-10	0.006312%	7,472,443.05
06-feb-13	0.006685%	7,913,957.88
24-mar-14	0.006959%	8,237,580.94
22-mar-13	0.007441%	8,808,143.83
29-mar-12	0.007836%	9,275,716.60
28-ene-11	0.009139%	10,817,578.68
18-feb-13	0.010181%	12,051,259.00
15-feb-13	0.010594%	12,540,193.78
01-ago-13	0.010721%	12,690,634.33
25-jul-11	0.011256%	13,323,992.41
11-abr-13	0.012923%	15,297,190.15
13-nov-12	0.014066%	16,649,751.54
28-may-10	0.014708%	17,410,348.04
30-may-11	0.014930%	17,672,941.98
09-may-11	0.014961%	17,709,065.26
31-ago-11	0.015425%	18,258,398.56
03-jun-11	0.016796%	19,881,923.58

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
16-abr-14	0.017239%	20,405,541.46
16-may-11	0.017254%	20,423,489.38
31-ene-13	0.017295%	20,472,411.36
19-may-10	0.020879%	24,714,609.91
22-feb-12	0.020958%	24,807,309.58
26-abr-11	0.021507%	25,457,163.20
28-nov-12	0.022488%	26,618,408.09
24-feb-14	0.022938%	27,150,856.59
08-feb-13	0.023048%	27,281,873.05
07-dic-11	0.023620%	27,958,141.46
19-jul-10	0.024489%	28,987,602.29
22-jun-12	0.025024%	29,621,137.82
01-feb-12	0.026930%	31,876,655.68
12-nov-12	0.027649%	32,727,922.50
11-mar-13	0.028584%	33,834,259.11
10-ago-10	0.030196%	35,742,256.71
21-feb-13	0.030218%	35,767,910.09
30-dic-11	0.030459%	36,053,427.95
11-jun-13	0.030987%	36,678,463.83
17-dic-13	0.031899%	37,758,289.46
13-sep-12	0.033623%	39,798,562.92
27-oct-10	0.033797%	40,005,046.85
20-dic-10	0.034115%	40,381,271.49
26-dic-12	0.034384%	40,699,748.96
17-ago-12	0.034443%	40,768,947.14
28-jun-10	0.034818%	41,213,488.01
22-nov-10	0.035193%	41,656,771.16
19-jul-11	0.037046%	43,849,951.43
10-mar-14	0.037204%	44,037,682.62
06-mar-14	0.037600%	44,506,244.90
03-oct-12	0.038920%	46,069,267.05
26-dic-11	0.039742%	47,041,592.91
18-jun-10	0.039833%	47,149,579.04
19-feb-13	0.040279%	47,677,584.57
14-oct-10	0.040447%	47,876,450.84
28-oct-11	0.040687%	48,160,110.85
07-may-12	0.041411%	49,017,242.93
02-oct-12	0.042331%	50,106,511.58
17-dic-12	0.042829%	50,695,187.39
12-mar-14	0.043549%	51,547,404.35
10-mar-11	0.043923%	51,990,150.25
10-nov-11	0.043996%	52,077,440.75
08-mar-11	0.044177%	52,291,537.76
03-sep-12	0.044326%	52,467,778.38
09-dic-13	0.044934%	53,186,825.32
08-jun-12	0.046666%	55,237,673.05

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
28-feb-14	0.046896%	55,509,297.50
30-may-12	0.047297%	55,984,672.05
31-may-11	0.047639%	56,388,694.39
05-mar-13	0.049424%	58,502,423.74
13-dic-12	0.049884%	59,046,021.48
31-ene-14	0.051343%	60,773,760.93
11-jun-10	0.051776%	61,286,102.25
07-sep-12	0.053670%	63,527,413.01
09-ene-13	0.053905%	63,806,392.60
04-mar-14	0.054364%	64,349,196.92
15-jul-10	0.056825%	67,262,411.41
05-mar-14	0.056968%	67,431,586.76
17-ene-13	0.058164%	68,847,435.15
05-ene-12	0.058368%	69,088,436.36
16-feb-11	0.058747%	69,536,685.88
25-may-12	0.058975%	69,807,655.05
09-dic-10	0.059151%	70,014,988.31
30-jul-10	0.060097%	71,135,705.71
16-may-12	0.061931%	73,305,876.56
24-ene-12	0.062374%	73,830,358.54
11-jun-12	0.063451%	75,104,551.48
15-mar-11	0.064276%	76,081,081.16
23-sep-11	0.064359%	76,179,338.03
11-sep-13	0.064548%	76,404,074.81
13-jun-11	0.064647%	76,521,037.63
12-ene-11	0.064790%	76,690,414.72
18-oct-10	0.065172%	77,142,772.13
11-feb-14	0.065329%	77,328,346.07
15-nov-13	0.065509%	77,541,157.08
10-abr-14	0.065708%	77,776,286.25
01-oct-12	0.066256%	78,424,748.16
11-oct-10	0.067080%	79,400,535.64
20-abr-12	0.067103%	79,428,075.77
23-oct-13	0.067375%	79,749,714.41
25-may-10	0.067411%	79,792,933.49
11-mar-11	0.067628%	80,049,563.52
22-mar-12	0.069038%	81,718,430.34
30-mar-11	0.069091%	81,781,038.23
24-jun-10	0.069295%	82,022,958.93
23-jun-11	0.069774%	82,589,870.19
24-feb-11	0.069952%	82,799,771.47
12-abr-12	0.069968%	82,818,512.20
27-ago-12	0.070405%	83,336,721.32
19-oct-12	0.070423%	83,358,164.01

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
21-may-12	0.070699%	83,684,457.87
18-feb-11	0.070769%	83,767,131.96
07-ene-11	0.071058%	84,108,851.93
17-may-11	0.072177%	85,433,745.31
18-oct-13	0.073332%	86,800,446.40
20-feb-14	0.073553%	87,062,048.36
01-jun-10	0.074023%	87,618,844.88
07-mar-13	0.074634%	88,341,989.07
24-jun-11	0.074728%	88,453,331.06
25-oct-10	0.074731%	88,456,871.85
14-mar-11	0.075450%	89,307,392.50
26-jun-13	0.075630%	89,521,020.14
06-dic-12	0.075984%	89,939,429.89
01-nov-13	0.076062%	90,032,591.13
29-abr-14	0.076371%	90,397,695.58
07-jun-11	0.078804%	93,277,803.34
27-sep-12	0.080157%	94,879,243.40
02-ene-12	0.080229%	94,964,234.95
20-mar-13	0.081220%	96,137,080.73
04-mar-11	0.082009%	97,071,872.94
13-abr-11	0.082411%	97,546,889.60
24-abr-14	0.083089%	98,350,178.10
30-dic-10	0.083498%	98,834,233.16
25-mar-14	0.083690%	99,060,781.17
05-abr-11	0.084434%	99,942,087.61
12-oct-10	0.084448%	99,957,904.04
04-sep-13	0.085443%	101,136,467.23
24-abr-13	0.085888%	101,662,533.72
23-jun-10	0.088576%	104,844,826.51
19-mar-13	0.088950%	105,287,149.68
17-jul-12	0.089420%	105,843,942.30
07-nov-12	0.089537%	105,982,121.53
14-feb-14	0.089749%	106,233,612.27
23-jul-10	0.090584%	107,221,291.25
16-feb-12	0.091088%	107,817,573.62
25-sep-12	0.092360%	109,323,174.74
31-may-10	0.092920%	109,985,959.12
06-mar-13	0.093269%	110,399,501.40
22-nov-13	0.093666%	110,870,035.34
16-jul-13	0.093828%	111,061,690.34
07-ene-14	0.095209%	112,695,778.46
02-oct-13	0.095951%	113,573,638.23
01-feb-11	0.095998%	113,629,304.98
09-ago-10	0.096326%	114,017,657.18
25-sep-13	0.096764%	114,536,438.83

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
19-nov-10	0.098054%	116,063,900.02
04-jul-11	0.098085%	116,099,896.85
10-abr-13	0.098318%	116,375,750.73
01-jun-11	0.098497%	116,587,610.52
15-oct-12	0.099608%	117,902,401.09
14-abr-11	0.100362%	118,795,600.91
07-oct-11	0.100631%	119,113,643.94
02-jul-10	0.102974%	121,887,364.20
25-feb-11	0.103661%	122,700,615.02
29-jul-10	0.106059%	125,539,089.46
13-abr-12	0.106073%	125,555,477.49
04-abr-11	0.107838%	127,643,799.82
12-mar-12	0.107952%	127,779,360.41
15-jun-11	0.110391%	130,665,806.75
13-ene-11	0.110420%	130,700,479.70
13-dic-10	0.112448%	133,101,576.05
08-sep-10	0.112655%	133,345,722.85
28-ene-14	0.112701%	133,400,478.96
06-jul-11	0.113064%	133,830,661.22
23-abr-14	0.113853%	134,764,495.77
11-abr-14	0.114324%	135,322,004.67
27-feb-13	0.114546%	135,583,781.82
12-jun-13	0.114696%	135,762,313.99
15-ene-13	0.115081%	136,217,900.16
04-jun-10	0.115669%	136,913,580.20
07-nov-13	0.116916%	138,389,634.21
08-jun-11	0.117189%	138,712,470.87
07-jul-11	0.118507%	140,272,763.93
15-dic-11	0.118676%	140,473,287.01
28-dic-12	0.119785%	141,785,582.49
01-jun-12	0.119945%	141,975,297.63
20-feb-12	0.120192%	142,267,117.43
08-oct-10	0.120445%	142,566,867.84
15-jun-10	0.120516%	142,651,327.83
20-oct-10	0.120613%	142,765,357.92
02-ago-10	0.120615%	142,768,290.82
17-ago-10	0.121414%	143,713,986.66
04-ene-12	0.121525%	143,845,115.98
17-feb-11	0.122275%	144,733,460.18
08-jul-10	0.124136%	146,936,146.00
02-ago-11	0.124873%	147,808,348.97
13-oct-10	0.125196%	148,190,866.66
02-sep-10	0.125568%	148,630,615.23
10-dic-13	0.125607%	148,677,103.04
16-ene-13	0.126009%	149,152,249.21

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
12-abr-11	0.126764%	150,046,263.82
08-abr-14	0.127016%	150,344,232.29
24-mar-11	0.128584%	152,200,538.03
13-sep-10	0.128861%	152,529,025.37
31-ago-12	0.128958%	152,643,729.21
04-jun-12	0.130357%	154,299,263.51
04-oct-12	0.130863%	154,898,656.63
27-may-11	0.131053%	155,122,750.62
15-jul-13	0.131124%	155,207,154.52
19-dic-13	0.132173%	156,448,261.29
24-dic-12	0.132449%	156,775,294.11
22-jul-11	0.132483%	156,815,490.65
27-nov-12	0.133015%	157,445,858.54
11-abr-11	0.133022%	157,453,118.82
17-ene-14	0.133365%	157,859,210.15
25-jun-10	0.133431%	157,937,388.55
09-may-13	0.133767%	158,335,429.05
24-ago-12	0.134654%	159,385,133.64
28-mar-11	0.135590%	160,493,494.47
08-abr-11	0.136099%	161,095,770.53
13-oct-11	0.137959%	163,297,081.98
14-jun-12	0.138093%	163,455,501.65
30-abr-14	0.138198%	163,580,856.66
01-abr-11	0.138541%	163,986,661.12
19-may-11	0.138759%	164,243,880.46
20-sep-12	0.138829%	164,327,290.96
13-jul-11	0.140334%	166,109,107.08
11-feb-11	0.140522%	166,331,111.50
21-feb-14	0.141056%	166,963,762.26
13-mar-13	0.141120%	167,038,538.26
18-oct-11	0.141474%	167,458,390.60
17-ene-12	0.141514%	167,504,877.35
09-dic-11	0.142343%	168,486,575.20
24-may-12	0.142648%	168,847,422.94
25-may-11	0.144136%	170,609,309.25
26-mar-14	0.144148%	170,622,617.08
09-feb-11	0.145269%	171,949,458.67
02-ago-12	0.145336%	172,029,159.50
27-mar-13	0.146302%	173,172,831.04
18-feb-14	0.146917%	173,900,593.70
04-oct-13	0.146930%	173,916,212.32
28-feb-13	0.148391%	175,644,959.87
21-jul-10	0.149212%	176,616,775.71
09-mar-11	0.150303%	177,908,675.39
20-ene-12	0.150481%	178,119,481.65
13-dic-13	0.150600%	178,260,594.88

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
24-may-10	0.150656%	178,326,159.23
11-ago-11	0.151863%	179,754,947.03
15-ago-11	0.151904%	179,803,412.82
09-jun-10	0.152629%	180,661,977.34
01-ago-12	0.152884%	180,963,746.48
21-feb-11	0.153335%	181,497,905.14
24-sep-13	0.153342%	181,505,617.29
20-jul-10	0.154515%	182,894,267.07
16-ene-14	0.154983%	183,448,348.14
08-may-13	0.155207%	183,712,698.58
15-mar-12	0.155413%	183,956,554.61
30-jul-12	0.155527%	184,091,885.13
26-may-10	0.157353%	186,253,147.80
16-jul-10	0.157460%	186,380,612.11
22-jul-10	0.158842%	188,015,771.06
17-sep-12	0.159942%	189,317,983.97
07-ene-13	0.160057%	189,454,272.62
04-nov-13	0.160687%	190,200,276.31
06-mar-12	0.160952%	190,513,616.33
20-jun-11	0.162803%	192,703,959.96
19-sep-12	0.163692%	193,757,193.32
22-ago-11	0.164296%	194,471,195.39
26-abr-12	0.165115%	195,441,310.83
02-may-11	0.165315%	195,678,261.75
03-ene-14	0.165376%	195,749,720.76
21-may-10	0.165580%	195,991,444.55
30-ene-12	0.166252%	196,786,838.43
23-dic-11	0.166516%	197,099,773.06
10-ene-13	0.167078%	197,764,515.05
14-ene-13	0.167560%	198,334,597.19
28-jul-11	0.167848%	198,676,246.14
31-dic-10	0.168291%	199,199,746.91
27-ago-10	0.169370%	200,477,094.81
13-ago-10	0.170355%	201,643,144.50
17-may-12	0.170762%	202,124,530.38
29-ene-13	0.174476%	206,520,825.88
06-jul-10	0.175288%	207,482,688.20
05-sep-12	0.176402%	208,801,316.04
13-jul-10	0.176971%	209,473,883.23
29-ago-13	0.177248%	209,801,909.65
19-nov-13	0.178970%	211,840,215.39
28-may-12	0.179149%	212,052,303.69
26-jul-11	0.180828%	214,040,140.35
05-oct-12	0.182150%	215,605,158.08

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
28-sep-10	0.182335%	215,823,565.98
28-abr-11	0.184550%	218,445,426.72
14-feb-11	0.184850%	218,800,823.51
06-may-11	0.186691%	220,979,591.25
25-oct-13	0.186729%	221,025,147.02
30-dic-13	0.186850%	221,168,094.30
18-may-12	0.188037%	222,573,255.95
04-nov-11	0.189364%	224,143,708.65
18-dic-13	0.189488%	224,290,476.83
12-ago-10	0.190487%	225,473,200.95
26-sep-11	0.191245%	226,369,585.41
02-ene-14	0.191449%	226,610,936.18
07-abr-14	0.192292%	227,608,801.87
05-may-11	0.192478%	227,829,501.72
10-ene-12	0.192879%	228,304,324.35
03-jun-10	0.194471%	230,189,054.18
27-feb-14	0.194474%	230,191,836.27
13-feb-14	0.195084%	230,913,940.06
19-ago-10	0.196817%	232,964,897.71
11-oct-12	0.198216%	234,621,241.54
02-abr-12	0.199050%	235,608,063.31
29-abr-11	0.199773%	236,463,941.09
16-jul-12	0.200039%	236,778,748.89
19-abr-12	0.200550%	237,384,058.90
07-ago-13	0.201188%	238,139,727.64
18-nov-11	0.201946%	239,036,627.05
18-ago-10	0.202190%	239,325,363.29
11-mar-14	0.202416%	239,592,652.29
18-sep-12	0.202716%	239,947,408.86
16-ene-12	0.207450%	245,551,040.31
03-may-12	0.209148%	247,561,120.37
08-oct-12	0.211013%	249,769,022.41
27-feb-12	0.211783%	250,680,312.09
21-mar-12	0.212934%	252,042,889.26
22-feb-13	0.215775%	255,405,148.33
14-mar-14	0.216258%	255,977,021.13
27-mar-12	0.217582%	257,543,844.70
21-dic-11	0.217948%	257,977,759.37
01-mar-13	0.218243%	258,326,189.30
18-mar-14	0.219776%	260,141,483.97
15-jul-11	0.221430%	262,098,788.60
14-dic-12	0.222666%	263,561,781.60
27-may-10	0.222814%	263,736,669.03
14-sep-10	0.223700%	264,786,260.75
12-ene-12	0.223779%	264,878,736.92
20-may-11	0.224780%	266,064,675.99

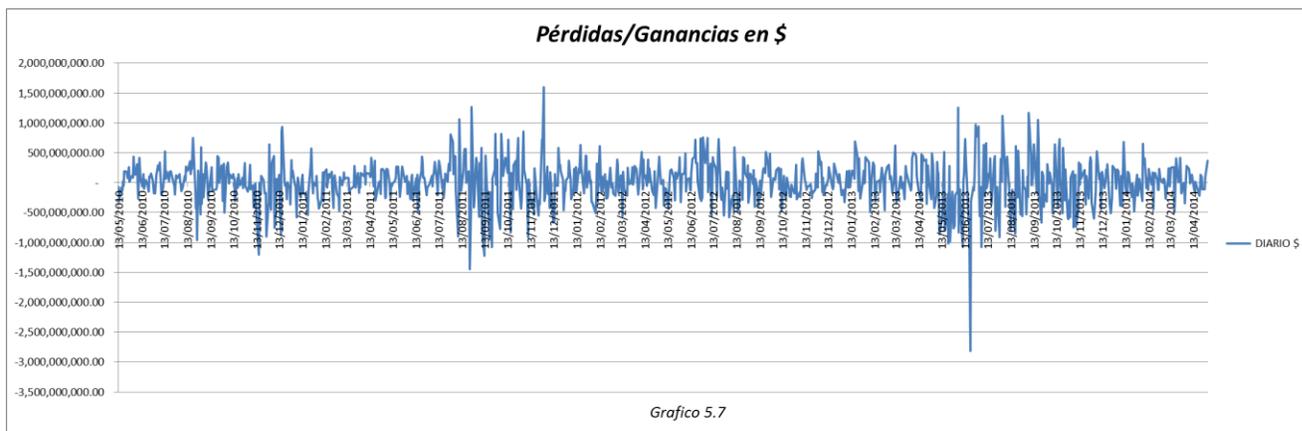
FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
05-jun-12	0.224790%	266,075,712.82
04-oct-10	0.225713%	267,169,003.43
18-may-11	0.228857%	270,890,424.94
26-may-11	0.229040%	271,106,542.45
11-ago-10	0.229598%	271,766,879.09
09-ago-13	0.230293%	272,590,053.84
05-dic-11	0.232025%	274,639,766.78
23-mar-11	0.233156%	275,978,824.80
05-ago-13	0.233736%	276,665,069.33
04-abr-14	0.233952%	276,921,282.88
23-may-13	0.235110%	278,290,951.84
12-feb-13	0.235350%	278,575,840.23
07-sep-10	0.235659%	278,941,772.50
26-mar-13	0.236066%	279,422,790.65
30-mar-12	0.236953%	280,472,407.42
19-ene-12	0.237498%	281,118,066.85
06-abr-11	0.238691%	282,530,120.24
05-dic-13	0.240707%	284,916,050.71
27-dic-13	0.240863%	285,100,967.86
24-sep-12	0.241173%	285,468,294.81
27-sep-10	0.242475%	287,008,677.17
08-mar-12	0.242488%	287,024,599.53
25-abr-13	0.242784%	287,375,087.36
03-dic-12	0.243313%	288,000,592.26
05-oct-10	0.245261%	290,307,060.54
21-oct-11	0.245720%	290,849,695.43
28-ago-12	0.246070%	291,264,238.36
05-jul-10	0.246659%	291,961,175.11
02-may-13	0.248104%	293,671,505.29
22-dic-11	0.250823%	296,890,697.48
04-mar-13	0.253918%	300,553,283.31
31-oct-12	0.254998%	301,832,245.52
04-nov-10	0.256532%	303,648,288.85
01-oct-13	0.258244%	305,673,995.21
20-dic-13	0.260346%	308,162,825.75
12-oct-11	0.261888%	309,987,656.73
14-nov-13	0.263402%	311,779,634.94
24-ene-11	0.264197%	312,721,018.35
07-jun-10	0.265120%	313,812,696.34
03-dic-10	0.267227%	316,306,655.84
21-dic-12	0.269377%	318,852,039.44
09-jul-12	0.270500%	320,180,874.55
27-jul-11	0.271802%	321,721,757.30
30-sep-10	0.271998%	321,954,571.40

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
09-feb-12	0.273133%	323,298,210.85
28-oct-10	0.275439%	326,026,775.14
02-jul-12	0.275738%	326,381,214.45
21-jun-12	0.276749%	327,578,235.71
06-sep-11	0.280700%	332,255,138.78
20-jun-12	0.280956%	332,557,996.65
07-jul-10	0.282561%	334,457,125.49
12-nov-13	0.284016%	336,179,161.49
06-oct-10	0.284364%	336,591,564.31
08-nov-12	0.285978%	338,502,059.96
06-sep-10	0.287828%	340,692,042.48
05-feb-13	0.288590%	341,594,194.61
11-feb-13	0.289123%	342,224,957.45
22-jun-11	0.289943%	343,194,563.67
26-nov-13	0.290535%	343,896,060.53
13-jul-12	0.291868%	345,473,606.85
02-sep-11	0.294295%	348,347,014.15
08-jul-11	0.295663%	349,965,470.54
06-feb-14	0.295833%	350,167,090.42
04-dic-12	0.296719%	351,215,792.67
07-may-13	0.296946%	351,484,361.18
26-oct-11	0.297123%	351,693,966.55
10-oct-13	0.298430%	353,241,206.64
16-ago-10	0.300272%	355,421,047.50
28-nov-13	0.301750%	357,170,990.81
24-oct-11	0.307136%	363,545,304.10
19-abr-11	0.310891%	367,990,242.29
19-abr-13	0.312182%	369,518,581.22
03-ene-12	0.312708%	370,140,640.49
02-may-14	0.314078%	371,763,228.95
14-jul-11	0.314524%	372,290,335.35
29-dic-10	0.322531%	381,768,410.99
29-sep-11	0.328627%	388,983,673.45
11-abr-12	0.328682%	389,049,034.77
22-abr-13	0.329054%	389,489,682.03
07-mar-12	0.329798%	390,370,192.08
17-abr-12	0.330453%	391,144,719.64
11-oct-11	0.330580%	391,296,116.18
31-jul-13	0.331991%	392,966,049.74
22-jul-13	0.332988%	394,145,787.89
15-jun-12	0.333794%	395,100,020.78
21-mar-14	0.340107%	402,571,802.51
17-jul-13	0.341328%	404,017,664.62
07-feb-14	0.342494%	405,398,193.28
09-nov-12	0.343511%	406,601,561.90
23-ago-12	0.344157%	407,366,495.11

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
23-ene-13	0.344639%	407,936,830.63
12-sep-13	0.344999%	408,362,456.23
04-abr-13	0.346243%	409,835,246.49
06-oct-11	0.348511%	412,520,341.03
10-oct-11	0.349181%	413,313,153.54
01-sep-11	0.350323%	414,664,300.09
27-mar-14	0.351999%	416,648,789.72
23-sep-10	0.352491%	417,231,054.55
10-jun-10	0.353264%	418,146,187.47
09-abr-13	0.355147%	420,375,118.15
15-abr-11	0.355995%	421,378,310.42
01-feb-13	0.357200%	422,804,190.11
29-may-12	0.357312%	422,937,788.31
14-jun-13	0.359452%	425,470,491.78
22-ago-12	0.359706%	425,771,394.40
12-jul-12	0.362606%	429,203,397.48
27-nov-13	0.364123%	430,998,787.14
08-ago-13	0.364812%	431,814,543.45
02-may-12	0.367919%	435,492,585.26
21-jun-11	0.368025%	435,618,217.58
18-jun-12	0.368155%	435,772,202.84
02-jun-10	0.372707%	441,159,668.51
22-sep-10	0.375704%	444,706,942.21
26-ene-12	0.376039%	445,103,458.73
06-dic-10	0.376592%	445,758,066.52
23-jul-13	0.377122%	446,385,833.96
21-ene-13	0.377128%	446,392,442.68
04-ago-11	0.378823%	448,399,545.36
03-ago-11	0.379932%	449,711,742.11
18-abr-13	0.383495%	453,928,910.45
16-ago-11	0.384586%	455,220,969.37
14-sep-11	0.386578%	457,578,035.22
25-ene-12	0.388961%	460,398,538.85
16-abr-13	0.401939%	475,760,236.88
03-jul-12	0.404150%	478,377,886.13
08-abr-13	0.405388%	479,843,503.63
26-sep-12	0.407861%	482,769,752.61
09-sep-13	0.409103%	484,240,183.09
19-jul-12	0.410045%	485,354,835.25
06-jun-12	0.417458%	494,129,744.41
04-jul-12	0.421316%	498,696,726.52
30-abr-13	0.422104%	499,629,594.94
05-abr-13	0.430762%	509,877,664.39
21-sep-12	0.434799%	514,655,735.24

FECHA	DIARIO %	DIARIO \$
16-may-13	0.435279%	515,223,953.49
09-abr-12	0.438264%	518,757,622.31
14-jul-10	0.443727%	525,223,081.82
30-nov-12	0.443810%	525,321,288.21
06-dic-13	0.446731%	528,779,158.25
23-ago-13	0.452533%	535,646,371.18
09-jul-13	0.457874%	541,968,131.34
17-ago-11	0.475954%	563,369,286.99
18-ago-11	0.477449%	565,138,768.59
25-ene-11	0.482229%	570,796,528.09
20-dic-11	0.488983%	578,791,287.94
08-sep-11	0.493416%	584,037,996.54
22-oct-13	0.493658%	584,324,849.77
10-ago-12	0.497603%	588,994,582.63
31-ago-10	0.504458%	597,108,419.79
16-oct-13	0.508350%	601,715,342.13
20-ago-13	0.514585%	609,094,945.61
13-feb-12	0.518291%	613,481,762.25
12-mar-13	0.528189%	625,198,362.13
08-jul-13	0.531251%	628,822,193.09
18-ene-12	0.535700%	634,088,758.78
11-oct-13	0.538775%	637,728,272.58
30-nov-10	0.541121%	640,505,492.84
13-sep-13	0.543899%	643,792,929.17
05-feb-14	0.549167%	650,029,284.04
11-jul-13	0.562118%	665,358,894.77
01-ago-11	0.572740%	677,930,916.76
10-ene-14	0.574096%	679,536,235.34
19-sep-13	0.576596%	682,495,761.17
18-ene-13	0.586656%	694,403,172.78
28-nov-11	0.605764%	717,021,033.20
14-oct-11	0.608671%	720,461,724.46
19-jun-12	0.609936%	721,958,733.68
20-jul-12	0.612389%	724,862,420.47
17-oct-13	0.617986%	731,486,845.68
13-jun-13	0.619597%	733,393,668.87
26-jun-12	0.622911%	737,316,478.13
29-nov-11	0.624308%	738,969,976.88
05-jul-12	0.631181%	747,105,670.21
20-ago-10	0.633382%	749,711,081.25
27-oct-11	0.635055%	751,691,159.76
29-jun-12	0.639952%	757,488,015.23
28-jun-13	0.651620%	771,298,589.46
29-jul-11	0.683083%	808,540,001.03
05-oct-11	0.691671%	818,705,040.05
27-sep-11	0.693059%	820,348,876.09
16-dic-10	0.719748%	851,939,592.22
03-nov-11	0.727748%	861,408,578.06
17-dic-10	0.786104%	930,481,619.98
01-jul-13	0.795644%	941,774,795.82
27-jun-13	0.824723%	976,193,498.64
18-sep-13	0.885988%	1,048,710,559.07
10-ago-11	0.893916%	1,058,094,540.63
02-ago-13	0.947892%	1,121,984,298.38
06-sep-13	0.987107%	1,168,401,547.91
04-jun-13	1.059504%	1,254,095,508.28
26-ago-11	1.066081%	1,261,880,705.69
30-nov-11	1.348021%	1,595,602,502.20

Se puede observar que en el escenario 31 que se ocupó para el VaR, la pérdida esperada es de: \$ 705, 646,062.79, entonces el efecto de la diversificación es de: \$125, 860,178.58.



b) Siefore Básica dos:

Para la Siefore Básica dos, considerando un Activo de: \$ 687, 855, 268,070.04 y calculando la distribución empírica con la metodología de Simulación Histórica:

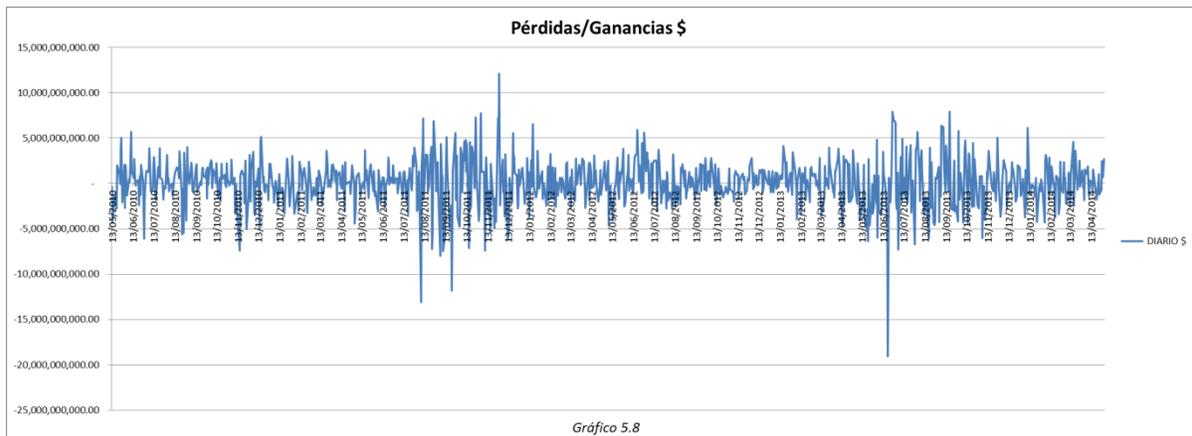
	Perdida
N	1000.0000
mean	-100.4156
Std.Dev.	2534.2071
min	-12099.6805
Q1	-1553.2982
median	-139.5972
Q3	1262.7136
max	19053.2651
missing values	0.0000

Considerando mil datos históricos con horizonte de tiempo 1 día, y el escenario 26 de la distribución se observa que la máxima pérdida esperada del portafolio es de 19,053.26 mdp, es decir el 2.76% del Activo. y la media es una ganancia de 100.4156mdp que corresponde al 0.014% del Activo. La máxima ganancia es de 12099.68mdp que corresponde al 1.75% del Activo.

Portafolio de Referencia SB2					
Instrumento	VaR Individual \$	R Individual	Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual%
1B_NAFTRAC_ISHRS	3,273,629,904.16	1.903674%	M_BONOS_151217	14406579.75	0.075069%
LD_BONDESD_150514	25,906.60	0.002215%	M_BONOS_160616	31116259.79	0.117804%
LD_BONDESD_150709	24,467.00	0.002541%	M_BONOS_161215	42501292.7	0.168360%
LD_BONDESD_150910	24,793.10	0.003277%	M_BONOS_170615	53813554.86	0.222888%
LD_BONDESD_151105	50,229.17	0.006638%	M_BONOS_171214	63024713.48	0.287226%
LD_BONDESD_160107	76,917.55	0.007455%	M_BONOS_180614	73516137.44	0.380346%
LD_BONDESD_160303	89,307.12	0.008115%	M_BONOS_181213	46987920.66	0.424290%
LD_BONDESD_160505	85,086.53	0.008836%	M_BONOS_200611	93135220.46	0.581113%
LD_BONDESD_160630	119,082.07	0.012366%	M_BONOS_210610	142759492.1	0.698798%
LD_BONDESD_160901	157,528.17	0.014313%	M_BONOS_220609	164189133.7	0.820265%
LD_BONDESD_161027	219,781.01	0.015215%	M_BONOS_231207	151823927.1	0.908316%
LD_BONDESD_161229	189,848.90	0.016235%	M_BONOS_241205	201237428.2	0.919993%
LD_BONDESD_170223	200,281.11	0.017128%	M_BONOS_270603	180776818	1.113611%
LD_BONDESD_170427	212,074.98	0.018136%	M_BONOS_290531	212882760.8	1.213677%
LD_BONDESD_170622	32,881.97	0.002276%	M_BONOS_310529	352075923.7	1.357682%
LD_BONDESD_170824	387.20	0.000033%	M_BONOS_361120	162476307.9	1.405995%
LD_BONDESD_171019	1,092.12	0.000093%	M_BONOS_381118	288431402	1.455972%
LD_BONDESD_171221	7,215.59	0.000617%	S_UDIBONO_160616	41258886.3	0.154195%
LD_BONDESD_180215	8,363.99	0.000579%	S_UDIBONO_171214	40752285.67	0.334720%
LD_BONDESD_180419	15,121.55	0.001293%	S_UDIBONO_190613	53684477.95	0.497109%
LD_BONDESD_180614	16,080.92	0.001230%	S_UDIBONO_201210	104206783.7	0.623437%
LD_BONDESD_180816	28,023.66	0.001940%	S_UDIBONO_220609	197358408.2	0.956395%
LD_BONDESD_181011	41,325.07	0.001877%	S_UDIBONO_251204	91660867.74	1.269105%
LD_BONDESD_181213	7,955.85	0.000386%	S_UDIBONO_351122	459956732.9	1.949511%
LD_BONDESD_190207	6,818.32	0.000431%	S_UDIBONO_401115	386498832.4	2.120339%
M_BONOS_150618	7,142,022.33	0.042905%	Suma VaR's Individuales	6,932,944,643.53	

Tabla 5.2

La distribución Histórica de Pérdidas y Ganancias del portafolio, con 1000 escenarios horizonte 1 día, da como resultado:



El VaR en el escenario 26 del portafolio es de: \$5, 003, 434,621.76, por lo que el efecto de diversificación está dado por: \$1, 929, 510,021.77

c) Sifore Básica tres:

En la Sifore Básica tres, con un Activo de: \$ 668, 183, 120,352.96 y calculando la distribución empírica con la metodología de Simulación Histórica se tiene:

	Perdida
N	1000.0000
mean	-111.6783
Std.Dev.	2832.9911
min	-13274.4473
Q1	-1809.1668
median	-170.6306
Q3	1446.3033
max	21067.1083
missing values	0.0000

Para la SB3 la pérdida máxima esperada es de 21,067.1083mdp, es decir 3.15%; y la ganancia máxima de 13,274.44mdp, con una media que representa una ganancia de 111.67.

El VaR individual de los instrumentos se muestra a continuación:

Portafolio de Referencia SB3					
Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual %	Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual%
1B_NAFTRAC_ISHRS	3,816,007,836.47	1.903674%	M_BONOS_220609	144146998.9	0.820265%
LD_BONDESD_150910	21,894.58	0.003277%	M_BONOS_231207	132915764.9	0.908316%
LD_BONDESD_151105	44,356.95	0.006638%	M_BONOS_241205	176425748.1	0.919993%
LD_BONDESD_161229	162,722.96	0.016235%	M_BONOS_270603	158492520.9	1.113611%
LD_BONDESD_170223	171,664.61	0.017128%	M_BONOS_290531	186520505.3	1.213677%
LD_BONDESD_180215	4,642.73	0.000579%	M_BONOS_310529	308441160.2	1.357682%
LD_BONDESD_180419	12,960.96	0.001293%	M_BONOS_361120	142798216.2	1.405995%
LD_BONDESD_180614	13,976.70	0.001230%	M_BONOS_381118	251969659.8	1.455972%
M_BONOS_150618	6,249,722.92	0.042905%	M_BONOS_421113	228272280.7	1.611468%
M_BONOS_151217	12,640,249.81	0.075069%	S_UDIBONO_160616	36163748.92	0.154195%
M_BONOS_160616	27,313,922.41	0.117804%	S_UDIBONO_171214	35561023.99	0.334720%
M_BONOS_161215	37,235,955.43	0.168360%	S_UDIBONO_190613	46834581.45	0.497109%
M_BONOS_170615	47,210,897.92	0.222888%	S_UDIBONO_201210	91228863.35	0.623437%
M_BONOS_171214	55,272,755.52	0.287226%	S_UDIBONO_220609	173181742.6	0.956395%
M_BONOS_180614	64,297,681.82	0.380346%	S_UDIBONO_251204	80559487.68	1.269105%
M_BONOS_181213	41,391,545.29	0.424290%	S_UDIBONO_351122	402512876	1.949511%
M_BONOS_200611	81,929,237.35	0.581113%	S_UDIBONO_401115	786309864.5	2.120339%
M_BONOS_210610	125,135,856.79	0.698798%	Suma VaR's Individuales	7,697,452,924.61	

Tabla 5.3

El instrumento que tiene más riesgo de forma individual es el UDIBONO con el plazo más largo, mientras que los instrumentos que tienen menor VaR en general son los BONDESD (Bonos de desarrollo del gobierno).

La distribución Histórica de Pérdidas y Ganancias del portafolio, con 1000 escenarios horizonte 1 día, da como resultado:

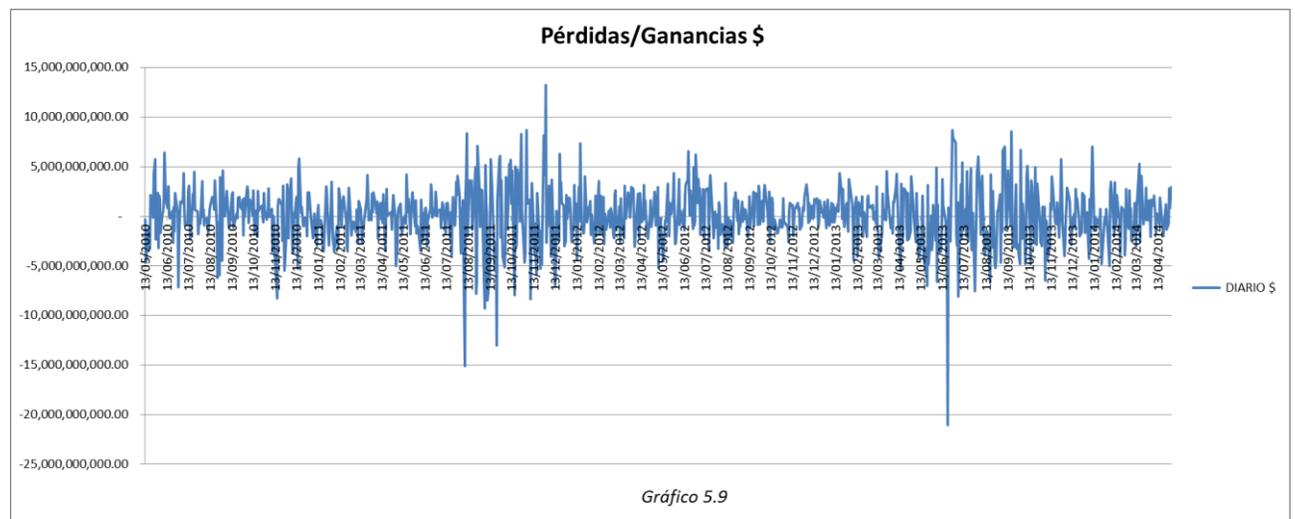


Gráfico 5.9

El VaR en el escenario 26 del portafolio es de: \$5, 461, 645,449.99, por lo que el efecto de diversificación está dado por: \$ 2, 235, 807,474.61.

d) Siefore Básica cuatro:

En la Siefore Básica cuatro, con un Activo de: \$612, 890, 041,588.53 y calculando la distribución empírica con la metodología de Simulación Histórica se tiene:

	Perdida
N	1000.0000
mean	-121.2749
Std.Dev.	3083.8768
min	-13943.4665
Q1	-1933.0881
median	-194.9880
Q3	1602.1046
max	21433.6783
missing values	0.0000

Para la SB4 la pérdida máxima esperada es de 21,433.6783mdp, es decir 3.49%; y la ganancia máxima de 13,943.46mdp, con una media que representa una ganancia de 121.27.

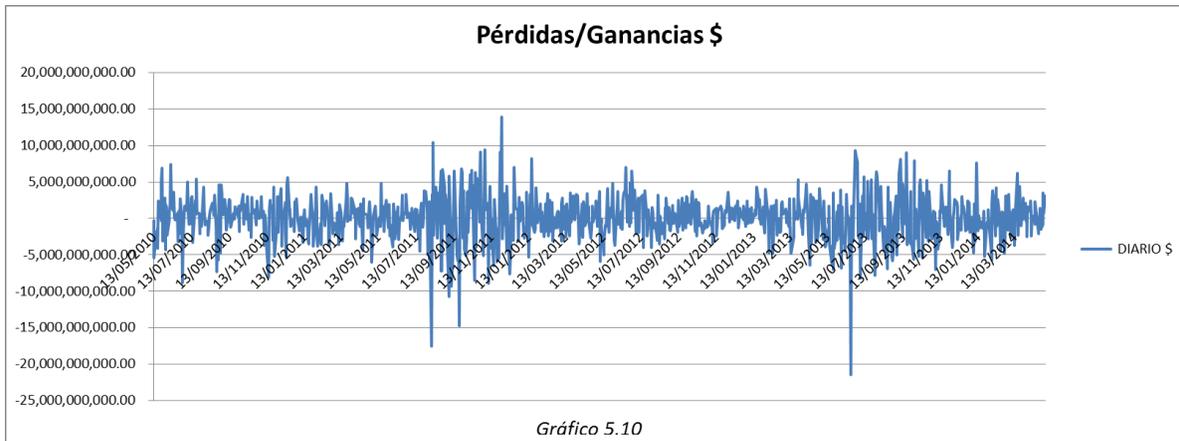
El VaR individual para cada uno de los instrumentos que conforman la cartera es:

Portafolio de Referencia SB4					
Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual %	Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual%
1B_NAFTRAC_ISHRS	4,666,970,536.49	1.903674%	M_BONOS_310529	279588788.6	1.357682%
M_BONOS_161215	33,845,070.09	0.168360%	M_BONOS_361120	129258026	1.405995%
M_BONOS_170615	42,757,706.37	0.222888%	M_BONOS_381118	229334119.8	1.455972%
M_BONOS_171214	50,170,745.37	0.287226%	M_BONOS_421113	207407127.3	1.611468%
M_BONOS_180614	58,510,738.39	0.380346%	S_UDIBONO_160616	30146998.25	0.154195%
M_BONOS_181213	37,446,250.45	0.424290%	S_UDIBONO_171214	32413153.94	0.334720%
M_BONOS_200611	74,081,003.42	0.581113%	S_UDIBONO_190613	42654280.33	0.497109%
M_BONOS_210610	113,495,832.29	0.698798%	S_UDIBONO_201210	82915352.91	0.623437%
M_BONOS_220609	130,710,437.63	0.820265%	S_UDIBONO_220609	157092218.9	0.956395%
M_BONOS_231207	120,803,405.81	0.908316%	S_UDIBONO_251204	73115261.19	1.269105%
M_BONOS_241205	160,134,708.99	0.919993%	S_UDIBONO_351122	365619863.4	1.949511%
M_BONOS_270603	144,012,002.30	1.113611%	S_UDIBONO_401115	713444434.3	2.120339%
M_BONOS_290531	169,597,972.37	1.213677%	Suma VaR's Individuales	8,145,526,034.84	

Tabla 5.4

En esta básica los instrumentos que menos riesgo tienen son los BONOS y UDIBONOS a corto plazo.

La distribución de pérdidas y ganancias del portafolio, presenta los siguientes datos:



El VaR del portafolio en el escenario 26 es de: \$ 5, 833, 428,524.48, la diversificación del portafolio es de: \$2, 312, 097,510.35.

En general podemos observar que la máxima pérdida esperada en los portafolios es para el 20 de Junio del 2014, esto se debió a que en esa fecha las tasas subieron de manera significativa, lo cual ocasiono pérdidas considerables en los portafolios.

5.1.3 RIESGO PARAMÉTRICO

En las disposiciones de Carácter General en Materia Financiera de los Sistemas de Ahorro para el Retiro publicadas en el diario oficial de la federación el 07 de Diciembre del 2011, se agregó en el Título XIV, que hace referencia “*De los Riesgos Financieros de la Sociedad de Inversión*”, en el Capítulo II “*De la Unidad Integral de Riesgos*” como parte de las medidas de sensibilidad el Valor en Riesgo Paramétrico.

Por lo cual cada Siefore debe calcular dicho Valor en Riesgo con esta metodología, a continuación se muestra el caculo de dicha medida aplicable al portafolio de referencia, con un periodo de 1000 escenarios, nivel de confianza del 97.5% y horizonte de tiempo un día, (sin efecto de decaimiento).

a) Siefore Básica uno:

Mostremos el VaR Individual de los instrumentos por Siefore con el propósito de ver la diversificación del Portafolio:

Portafolio de Referencia SB1					
Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual %	Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual%
IB_NAFTRAC_ISHRS	113,263,626.09	1.913783%	M_BONOS_151217	3562420.114	0.083835%
LD_BONDESD_150514	20,808.14	0.008371%	M_BONOS_160616	7535706.692	0.128615%
LD_BONDESD_150709	19,103.42	0.008966%	M_BONOS_161215	9901705.233	0.176857%
LD_BONDESD_150910	21,727.60	0.013112%	M_BONOS_170615	12160419.39	0.227291%
LD_BONDESD_151105	22,407.93	0.013522%	M_BONOS_171214	13963493.66	0.287028%
LD_BONDESD_160107	39,446.58	0.017540%	M_BONOS_180614	16243409.58	0.379089%
LD_BONDESD_160303	42,507.41	0.017956%	M_BONOS_181213	10079250.98	0.409390%
LD_BONDESD_160505	15,806.62	0.007419%	M_BONOS_200611	20374927.34	0.571876%
LD_BONDESD_160630	21,844.32	0.010253%	M_BONOS_210610	30810727.19	0.679635%
LD_BONDESD_160901	31,205.16	0.013182%	M_BONOS_220609	34944531.37	0.787264%
LD_BONDESD_161027	39,654.39	0.012408%	M_BONOS_231207	32551416.57	0.878613%
LD_BONDESD_161229	41,067.76	0.015771%	M_BONOS_241205	43506166.22	0.896477%
LD_BONDESD_170223	41,332.46	0.016628%	M_BONOS_270603	39094622.83	1.086465%
LD_BONDESD_170427	49,041.34	0.019729%	M_BONOS_290531	44666981.75	1.146999%
LD_BONDESD_170622	68,437.12	0.021414%	M_BONOS_310529	72002755.87	1.254237%
LD_BONDESD_170824	26,252.78	0.010562%	M_BONOS_361120	34689387.85	1.350545%
LD_BONDESD_171019	28,001.54	0.011265%	M_BONOS_381118	62615471.95	1.429724%
LD_BONDESD_171221	37,712.51	0.015172%	S_UDIBONO_160616	37126842.53	0.626070%
LD_BONDESD_180215	48,210.47	0.015085%	S_UDIBONO_171214	10065523.27	0.374613%
LD_BONDESD_180419	39,753.22	0.015993%	S_UDIBONO_190613	12482319.73	0.522055%
LD_BONDESD_180614	47,115.48	0.015922%	S_UDIBONO_201210	25591768.9	0.690762%
LD_BONDESD_180816	60,046.79	0.018789%	S_UDIBONO_220609	42415423.64	0.925945%
LD_BONDESD_181011	144,910.39	0.029860%	S_UDIBONO_251204	19758999.65	1.227435%
LD_BONDESD_181213	28,345.68	0.006302%	S_UDIBONO_351122	95757518.1	1.834453%
LD_BONDESD_190207	18,269.17	0.005145%	S_UDIBONO_401115	44363189.27	2.048066%
M_BONOS_150618	2,232,653.15	0.060650%	Suma VaR's Individuales	892,714,267.20	

Tabla 5.5

Como se expuso en el capítulo uno, para calcular el VaR del portafolio es necesario calcular la Matriz de Varianza- Covarianza:

	BONOS 170615	BONOS 171214	BONOS 180614	BONOS 181213	BONOS 200611	BONOS 210610	BONOS 220609	BONOS 231207	BONOS 241205	BONOS 270603
% DE PARTICIPACION	4.52000	4.11000	3.62000	2.08000	3.01000	3.83000	3.75000	3.13000	4.10000	3.04000
BONOS 170615	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 171214	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001
BONOS 180614	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
BONOS 181213	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
BONOS 200611	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
BONOS 210610	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002
BONOS 220609	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00002
BONOS 231207	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00002
BONOS 241205	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00002
BONOS 270603	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00002	0.00003
BONOS 290531	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00003	0.00003
BONOS 310529	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00003	0.00003	0.00003
BONOS 361120	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00003	0.00003	0.00004
BONOS 381118	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00003	0.00003	0.00003	0.00004
NAFTRAC ISHRS	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
UDIBONO 160616	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
UDIBONO 171214	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
UDIBONO 190613	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
UDIBONO 201210	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
UDIBONO 220609	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
UDIBONO 251204	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
UDIBONO 351122	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
UDIBONO 401115	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 170615	BONOS 171214	BONOS 180614	BONOS 181213	BONOS 200611	BONOS 210610	BONOS 220609	BONOS 231207	BONOS 241205	BONOS 270603	

Tabla 5.6

%DE	BONOS 290531	BONOS 310529	BONOS 361120	BONOS 381118	NAFTRAC I SHRS	UIDIBONO 160616	UIDIBONO 171214	UIDIBONO 190613	UIDIBONO 201210	UIDIBONO 220609	UIDIBONO 251204	UIDIBONO 351122	UIDIBONO 401115
PARTICIPACION	3.29000	4.85000	2.17000	3.70000	5.00000	5.01000	2.27000	2.02000	3.13000	3.87000	1.36000	4.41000	1.83000
BONOS 170615	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 171214	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 180614	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 181213	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 200611	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 210610	0.00002	0.00002	0.00002	0.00002	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 220609	0.00002	0.00002	0.00002	0.00003	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 231207	0.00002	0.00003	0.00003	0.00003	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 241205	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 270609	0.00003	0.00003	0.00004	0.00004	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 290531	0.00003	0.00004	0.00004	0.00004	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 310529	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 361120	0.00004	0.00004	0.00005	0.00005	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
BONOS 381118	0.00004	0.00004	0.00005	0.00005	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
NAFTRAC I SHRS	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00010	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
UIDIBONO 160616	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002	0.00003
UIDIBONO 171214	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002
UIDIBONO 190613	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002
UIDIBONO 201210	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00003
UIDIBONO 220609	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00002	0.00001	0.00001	0.00001	0.00002	0.00002	0.00004	0.00005
UIDIBONO 251204	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00002	0.00001	0.00002	0.00002	0.00003	0.00004	0.00006	0.00007
UIDIBONO 351122	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00003	0.00002	0.00003	0.00003	0.00004	0.00006	0.00008	0.00010
UIDIBONO 401115	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00003	0.00002	0.00003	0.00003	0.00005	0.00007	0.00010	0.00011
BONOS 290531	BONOS 310529	BONOS 361120	BONOS 381118	NAFTRAC I SHRS	UIDIBONO 160616	UIDIBONO 171214	UIDIBONO 190613	UIDIBONO 201210	UIDIBONO 220609	UIDIBONO 251204	UIDIBONO 351122	UIDIBONO 401115	

Tabla 5.7

Se presentaron los resultados que no eran cero, sin embargo para lo BODESD la covarianza es muy pequeña (casi cero).

El VaR del portafolio para la SB1 con metodología paramétrica es de \$578, 978,741.90.

Se tiene los siguientes datos:

CONTRIBUCIÓN VAR	
TASA NOMINAL	\$ 388,215,950.76
TASA FIJA (TF)	\$ 388,212,865.41
TASA VARIABLE (TV)	\$ 3,085.35
TASA REAL	\$ 149,949,149.55
TASA FIJA (TF)	\$ 149,949,149.55
ACCIONES	\$ 40,813,641.59
VaR deL Portafolio	\$ 578,978,741.90
DIVERSIFICACIÓN	\$ 313,735,525.30

b) Siefore Básica dos:

El VaR Individual de la básica dos, se muestra a continuación:

Portafolio de Referencia SBZ					
Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual %	Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual%
1B_NAFTRAC_JSRS	3,291,014,367.46	1.913783%	M_BONOS_151217	16088820.45	0.083835%
LD_BONDES_150514	97,888.64	0.008371%	M_BONOS_160616	33971859.72	0.128615%
LD_BONDES_150709	86,344.78	0.008966%	M_BONOS_161215	44646171.76	0.176857%
LD_BONDES_150910	99,207.79	0.013112%	M_BONOS_170615	54876518.39	0.227291%
LD_BONDES_151105	102,314.14	0.013522%	M_BONOS_171214	62981394.03	0.287028%
LD_BONDES_160107	180,974.03	0.017540%	M_BONOS_180614	73273047.79	0.379089%
LD_BONDES_160303	197,616.87	0.017956%	M_BONOS_181213	45337766.01	0.409390%
LD_BONDES_160505	71,443.70	0.007419%	M_BONOS_200611	91654713.24	0.571876%
LD_BONDES_160630	98,733.22	0.010253%	M_BONOS_210610	138844583.3	0.679635%
LD_BONDES_160901	145,072.68	0.013182%	M_BONOS_220609	157583322.6	0.787264%
LD_BONDES_161027	179,232.24	0.012408%	M_BONOS_231207	146859193.	0.878613%
LD_BONDES_161229	184,415.15	0.015771%	M_BONOS_241205	196093587.6	0.896477%
LD_BONDES_170223	194,442.08	0.016628%	M_BONOS_270603	176370018.3	1.086465%
LD_BONDES_170427	230,707.24	0.019729%	M_BONOS_290531	201187135.9	1.146999%
LD_BONDES_170622	309,326.15	0.021414%	M_BONOS_310529	325250553	1.254237%
LD_BONDES_170824	123,502.05	0.010562%	M_BONOS_361120	156068587.6	1.350545%
LD_BONDES_171019	131,728.85	0.011265%	M_BONOS_381118	283231617.9	1.429724%
LD_BONDES_171221	177,412.56	0.015172%	S_UDIBONO_160616	167520988.2	0.626070%
LD_BONDES_180215	217,904.51	0.015085%	S_UDIBONO_171214	45609264.57	0.374613%
LD_BONDES_180419	187,012.75	0.015993%	S_UDIBONO_190613	56378414.08	0.522055%
LD_BONDES_180614	208,087.77	0.015922%	S_UDIBONO_201210	115460003.1	0.690762%
LD_BONDES_180816	271,403.02	0.018789%	S_UDIBONO_220609	191074803	0.925945%
LD_BONDES_181011	657,256.58	0.029860%	S_UDIBONO_251204	88651222.54	1.227435%
LD_BONDES_181213	130,045.07	0.006302%	S_UDIBONO_351122	432810424.4	1.834453%
LD_BONDES_190207	81,394.43	0.005145%	S_UDIBONO_401115	373324857.5	2.048066%
M_BONOS_150618	10,095,911.81	0.060650%	Suma VaR's Individuales	6,980,622,613.67	

Tabla 5.6

La matriz de Varianza-Covarianza, es la siguiente:

	BONDES_161229	BONDES_170223	BONDES_170427	BONDES_170622	BONDES_170824	BONDES_171019	BONDES_171221	BONDES_180215	BONDES_180419
% DE PARTICIPACION	169932	169932	169932	209116	169932	169932	169932	209916	169932
BONDES_161229	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONDES_170223	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001
BONDES_170427	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONDES_170622	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONDES_170824	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONDES_171019	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONDES_171221	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONDES_180215	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001
BONDES_180419	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001
BONDES_180614	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001
BONDES_180816	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONDES_181011	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONDES_181213	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONDES_190207	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONOS_150618	-	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONOS_151217	-	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONOS_180616	-	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONOS_181215	-	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONOS_170615	-	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONOS_171214	-	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONOS_180614	-	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONOS_181213	-	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONOS_200611	-	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001
BONOS_210610	-	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001
BONOS_220609	-	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001
BONOS_231207	-	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001
BONOS_241205	-	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001
BONOS_270603	-	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000002	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONOS_290531	-	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000002	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONOS_310529	-	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000002	0.00000000	0.00000001	0.00000002	0.00000002
BONOS_361120	-	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000002	0.00000000	0.00000001	0.00000002	0.00000001
BONOS_381118	-	0.00000000	0.00000001	0.00000002	0.00000002	0.00000000	0.00000001	0.00000002	0.00000002
NAFTRAC_JSRS	0.00000002	0.00000001	0.00000003	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000002
UDIBONO_160616	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000000
UDIBONO_171214	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
UDIBONO_190613	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000000
UDIBONO_201210	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000000
UDIBONO_220609	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000000
UDIBONO_251204	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001
UDIBONO_351122	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000002	0.00000001	0.00000002	0.00000001	0.00000001
UDIBONO_401115	0.00000002	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000002	0.00000001	0.00000002	0.00000001	0.00000001
	BONDES_161229	BONDES_170223	BONDES_170427	BONDES_170622	BONDES_170824	BONDES_171019	BONDES_171221	BONDES_180215	BONDES_180419

Tabla 5.8

% DE PARTICIPACION	BONDOS 310523	BONDOS 361120	BONDOS 381118	NAFTRACISHRS	UDIBONO 160616	UDIBONO 171214	UDIBONO 190613	UDIBONO 201210	UDIBONO 220609	UDIBONO 251204	UDIBONO 351122	UDIBONO 401115
	3.768493	1.679328	2.878848	24.980004	3.888445	1.769292	1.569372	2.429028	2.989800	1.049580	3.428629	2.648940
BONDES0 161229	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000002	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000002
BONDES0 170223	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001
BONDES0 170427	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000003	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONDES0 170622	0.00000002	0.00000002	0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONDES0 170824	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000002	0.00000002
BONDES0 171019	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001
BONDES0 171221	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000002
BONDES0 180215	0.00000002	0.00000002	0.00000002	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONDES0 180419	0.00000002	0.00000001	0.00000002	0.00000002	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONDES0 180614	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000003	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONDES0 180816	0.00000003	0.00000003	0.00000003	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001
BONDES0 181011	0.00000002	0.00000002	0.00000003	0.00000001	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000002
BONDES0 181213	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONDES0 190207	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
BONDS 150618	0.00000085	0.00000085	0.00000071	0.00000028	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000002	0.00000003
BONDS 151217	0.00001145	0.00001148	0.00001153	0.00000352	0.00000002	0.00000001	0.00000002	0.00000002	0.00000003	0.00000004	0.00000003	0.00000007
BONDS 160616	0.00002253	0.00002251	0.00002272	0.00000383	0.00000005	0.00000003	0.00000004	0.00000006	0.00000008	0.00000010	0.00000016	0.00000017
BONDS 161215	0.00003374	0.00003388	0.00003403	0.00001095	0.00000010	0.00000008	0.00000008	0.00000011	0.00000015	0.00000020	0.00000030	0.00000033
BONDS 170615	0.00003512	0.00003532	0.00003552	0.00001173	0.00000011	0.00000007	0.00000008	0.00000012	0.00000017	0.00000022	0.00000032	0.00000037
BONDS 171214	0.00003676	0.00003707	0.00003736	0.00001220	0.00000012	0.00000012	0.00000018	0.00000022	0.00000029	0.00000038	0.00000057	0.00000064
BONDS 180614	0.00003947	0.00003956	0.00001037	0.00000283	0.00000009	0.00000008	0.00000007	0.00000013	0.00000013	0.00000017	0.00000025	0.00000028
BONDS 181213	0.00001052	0.00001119	0.00001154	0.00000341	0.00000007	0.00000004	0.00000008	0.00000008	0.00000010	0.00000014	0.00000021	0.00000023
BONDS 190611	0.00001801	0.00001885	0.00001754	0.00000481	0.00000007	0.00000004	0.00000004	0.00000008	0.00000011	0.00000014	0.00000022	0.00000024
BONDS 210610	0.00001957	0.00002074	0.00002157	0.00000563	0.00000020	0.00000012	0.00000016	0.00000022	0.00000029	0.00000038	0.00000058	0.00000064
BONDS 220609	0.00002338	0.00002487	0.00002562	0.00000707	0.00000023	0.00000014	0.00000020	0.00000026	0.00000035	0.00000046	0.00000069	0.00000077
BONDS 231207	0.00002863	0.00002806	0.00002825	0.00000831	0.00000023	0.00000014	0.00000019	0.00000026	0.00000034	0.00000046	0.00000068	0.00000078
BONDS 241205	0.00002709	0.00002855	0.00002979	0.00000815	0.00000021	0.00000013	0.00000018	0.00000024	0.00000032	0.00000042	0.00000063	0.00000070
BONDS 270603	0.00003390	0.00003568	0.00003720	0.00000961	0.00000034	0.00000021	0.00000029	0.00000038	0.00000051	0.00000068	0.00000101	0.00000113
BONDS 290531	0.00003886	0.00003867	0.00004036	0.00001012	0.00000046	0.00000027	0.00000038	0.00000051	0.00000068	0.00000090	0.00000134	0.00000150
BONDS 310529	0.00004095	0.00004273	0.00004453	0.00001098	0.00000049	0.00000029	0.00000041	0.00000054	0.00000073	0.00000096	0.00000144	0.00000161
BONDS 361120	0.00004273	0.00004746	0.00004991	0.00001223	0.00000057	0.00000034	0.00000048	0.00000063	0.00000085	0.00000112	0.00000168	0.00000188
BONDS 381118	0.00004453	0.00004991	0.00005321	0.00001318	0.00000056	0.00000033	0.00000046	0.00000061	0.00000082	0.00000108	0.00000162	0.00000181
NAFTRACISHRS	0.00001098	0.00001223	0.00001318	0.00000934	0.00000109	0.00000065	0.00000091	0.00000120	0.00000161	0.00000214	0.00000320	0.00000367
UDIBONO 160616	0.00000049	0.00000057	0.00000055	0.00000109	0.00001020	0.00000811	0.00000851	0.00001126	0.00001509	0.00002000	0.00002960	0.00003338
UDIBONO 171214	0.00000029	0.00000034	0.00000033	0.00000065	0.00000611	0.00000365	0.00000509	0.00000674	0.00000903	0.00001197	0.00001789	0.00001997
UDIBONO 190613	0.00000041	0.00000048	0.00000046	0.00000091	0.00000509	0.00000309	0.00000409	0.00000539	0.00000758	0.00001088	0.00001543	0.00001783
UDIBONO 201210	0.00000054	0.00000063	0.00000061	0.00000120	0.00001128	0.00000674	0.00000939	0.00001242	0.00001665	0.00002207	0.00003289	0.00003883
UDIBONO 220609	0.00000073	0.00000085	0.00000082	0.00000161	0.00001509	0.00000903	0.00001258	0.00001665	0.00002232	0.00002959	0.00004422	0.00004937
UDIBONO 251204	0.00000098	0.00000112	0.00000108	0.00000214	0.00002000	0.00001197	0.00001668	0.00002207	0.00002959	0.00003922	0.00005861	0.00006544
UDIBONO 351122	0.00000144	0.00000168	0.00000162	0.00000320	0.00002990	0.00001789	0.00002493	0.00003299	0.00004422	0.00005861	0.00008760	0.00009780
UDIBONO 401115	0.00000161	0.00000188	0.00000181	0.00000367	0.00003338	0.00001997	0.00002783	0.00003683	0.00004937	0.00006444	0.00009780	0.00010919

Tabla 5.11

Al igual, que en la básica anterior los BONDES0 son los instrumentos con Covarianzas más pequeñas,

Sin embargo, el VaR del portafolio está dado por:

CONTRIBUCIÓN VAR	
TASA NOMINAL	\$ 1,253,621,260.81
TASA FIJA (TF)	\$ 1,253,579,411.98
TASA VARIABLE (TV)	\$ 41,848.83
TASA REAL	\$ 532,781,428.16
TASA FIJA (TF)	\$ 532,781,428.16
ACCIONES	\$ 2,721,252,692.00
VaR deL Portafolio	\$ 4,507,655,381
DIVERSIFICACIÓN	\$ 2,472,967,232.70

c) Sifore Básica tres:

El VaR Individual de la básica tres, es el siguiente:

% DE PARTICIPACION	UDIBONO 169616	UDIBONO 171214	UDIBONO 190613	UDIBONO 201210	UDIBONO 220609	UDIBONO 251204	UDIBONO 351122	UDIBONO 401115
	\$ 169600	1 590000	1 410000	2 190000	2 710000	3 590000	3 090000	3 590000
BONO \$ 150615	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000001	0.00000002	0.00000003	0.00000003
BONO \$ 151217	0.00000002	0.00000001	0.00000002	0.00000002	0.00000003	0.00000004	0.00000006	0.00000007
BONO \$ 160616	0.00000005	0.00000003	0.00000004	0.00000006	0.00000008	0.00000010	0.00000016	0.00000017
BONO \$ 161215	0.00000010	0.00000006	0.00000008	0.00000012	0.00000015	0.00000020	0.00000030	0.00000033
BONO \$ 170615	0.00000011	0.00000007	0.00000009	0.00000012	0.00000017	0.00000022	0.00000033	0.00000037
BONO \$ 171214	0.00000020	0.00000012	0.00000016	0.00000022	0.00000029	0.00000038	0.00000057	0.00000064
BONO \$ 180614	0.00000009	0.00000005	0.00000007	0.00000009	0.00000013	0.00000017	0.00000025	0.00000028
BONO \$ 181213	0.00000007	0.00000004	0.00000006	0.00000008	0.00000010	0.00000014	0.00000021	0.00000023
BONO \$ 200611	0.00000007	0.00000004	0.00000006	0.00000008	0.00000011	0.00000014	0.00000022	0.00000024
BONO \$ 210610	0.00000020	0.00000012	0.00000016	0.00000022	0.00000029	0.00000038	0.00000058	0.00000064
BONO \$ 220609	0.00000023	0.00000014	0.00000020	0.00000026	0.00000035	0.00000046	0.00000069	0.00000077
BONO \$ 231207	0.00000023	0.00000014	0.00000019	0.00000026	0.00000034	0.00000046	0.00000068	0.00000076
BONO \$ 241205	0.00000021	0.00000013	0.00000018	0.00000024	0.00000032	0.00000042	0.00000063	0.00000070
BONO \$ 270603	0.00000034	0.00000021	0.00000029	0.00000038	0.00000051	0.00000068	0.00000101	0.00000113
BONO \$ 280631	0.00000046	0.00000027	0.00000038	0.00000051	0.00000068	0.00000090	0.00000134	0.00000150
BONO \$ 310623	0.00000049	0.00000029	0.00000041	0.00000054	0.00000073	0.00000096	0.00000144	0.00000161
BONO \$ 361120	0.00000057	0.00000034	0.00000048	0.00000063	0.00000085	0.00000112	0.00000168	0.00000188
BONO \$ 381118	0.00000055	0.00000033	0.00000046	0.00000061	0.00000082	0.00000108	0.00000162	0.00000181
BONO \$ 421113	0.00000065	0.00000039	0.00000054	0.00000072	0.00000096	0.00000128	0.00000191	0.00000213
NAFTRAC 18HR \$	0.00000109	0.00000065	0.00000091	0.00000120	0.00000161	0.00000214	0.00000320	0.00000357
UDIBONO 169616	0.00001020	0.00000511	0.00000681	0.00001126	0.00001509	0.00002000	0.00002993	0.00003338
UDIBONO 171214	0.00001611	0.00000813	0.00000908	0.00001267	0.00001639	0.00002197	0.00003178	0.00003597
UDIBONO 190613	0.00000851	0.00000509	0.00000709	0.00000939	0.00001258	0.00001668	0.00002493	0.00002783
UDIBONO 201210	0.00001126	0.00000674	0.00000839	0.00001242	0.00001665	0.00002207	0.00003299	0.00003683
UDIBONO 220609	0.00001509	0.00000903	0.00001158	0.00001665	0.00002232	0.00002959	0.00004422	0.00004937
UDIBONO 251204	0.00002000	0.00001197	0.00001668	0.00002207	0.00002959	0.00003922	0.00005861	0.00006544
UDIBONO 351122	0.00002990	0.00001789	0.00002493	0.00003299	0.00004422	0.00005861	0.00008780	0.00009780
UDIBONO 401115	0.00003338	0.00001997	0.00002783	0.00003683	0.00004937	0.00006544	0.00009780	0.00010919

Tabla 5.15

El VaR del portafolio es:

CONTRIBUCIÓN VAR	
TASA NOMINAL	\$ 1,117,633,431.36
TASA FIJA (TF)	\$ 1,117,615,486.73
TASA VARIABLE (TV)	\$ 17,944.63
TASA REAL	\$ 650,796,017.59
TASA FIJA (TF)	\$ 650,796,017.59
ACCIONES	\$ 3,259,734,072.78
VaR del Portafolio	\$ 5,028,163,522
DIVERSIFICACIÓN	\$ 2,686,450,643.86

d) Sifore Básica cuatro:

El VaR Individual de la básica cuatro por el método de VaR Paramétrico es:

Portafolio de Referencia SB4					
Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual %	Instrumento	VaR Individual \$	VaR Individual %
1B_NAFTRAC_18HR	4,691,754,272.09	1.913783%	M_BONOS_310529	258286358.1	1.254237%
M_BONOS_161215	35,553,102.42	0.176857%	M_BONOS_361120	124160364.1	1.350545%
M_BONOS_170615	43,602,286.94	0.227291%	M_BONOS_381118	225199729.9	1.429724%
M_BONOS_171214	50,136,260.97	0.287028%	M_BONOS_421113	196023283.9	1.523021%
M_BONOS_180614	58,317,265.83	0.379089%	S_UDIBONO_160616	122404053.8	0.626070%
M_BONOS_181213	36,131,186.85	0.409390%	S_UDIBONO_171214	36276250.27	0.374613%
M_BONOS_200611	72,903,388.12	0.571876%	S_UDIBONO_190613	44794711.07	0.522055%
M_BONOS_210610	110,383,423.99	0.679635%	S_UDIBONO_201210	91869325.2	0.690762%
M_BONOS_220609	125,451,572.82	0.787264%	S_UDIBONO_220609	152090630.7	0.925945%
M_BONOS_231207	116,853,061.53	0.878613%	S_UDIBONO_251204	70714553.01	1.227435%
M_BONOS_241205	156,041,497.18	0.896477%	S_UDIBONO_351122	344041247.6	1.834453%
M_BONOS_270603	140,501,419.18	1.086465%	S_UDIBONO_401115	689126381.4	2.048066%
M_BONOS_290531	160,280,382.45	1.146999%	Suma VaR's Individuales	8,152,896,009.27	

Tabla 5.14

La matriz de Varianza-Covarianza es:

	BONOS 161215	BONOS 170615	BONOS 171214	BONOS 180614	BONOS 181213	BONOS 200611	BONOS 210610	BONOS 220609	BONOS 231207	BONOS 241205
% DE PARTICIPACION	3.280656	3.130626	2.860570	2.510502	1.440288	2.080416	2.650530	2.600520	2.170434	2.840568
BONOS 161215	0.0000081	0.0000097	0.0000116	0.0000147	0.0000167	0.0000206	0.0000239	0.0000270	0.0000293	0.0000326
BONOS 170615	0.0000087	0.0000134	0.0000159	0.0000198	0.0000209	0.0000278	0.0000325	0.0000367	0.0000399	0.0000401
BONOS 171214	0.0000116	0.0000159	0.0000214	0.0000284	0.0000275	0.0000384	0.0000427	0.0000463	0.0000528	0.0000627
BONOS 180614	0.0000147	0.0000198	0.0000294	0.0000374	0.0000385	0.0000501	0.0000684	0.0000698	0.0000725	0.0000729
BONOS 181213	0.0000167	0.0000209	0.0000275	0.0000385	0.0000436	0.0000582	0.0000739	0.0000852	0.0000978	0.0001080
BONOS 200611	0.0000206	0.0000278	0.0000384	0.0000501	0.0000562	0.0000881	0.0000975	0.0001097	0.0001193	0.0001197
BONOS 210610	0.0000239	0.0000325	0.0000427	0.0000584	0.0000662	0.0000975	0.0001202	0.0001365	0.0001486	0.0001476
BONOS 220609	0.0000270	0.0000367	0.0000483	0.0000685	0.0000739	0.0001097	0.0001355	0.0001613	0.0001757	0.0001750
BONOS 231207	0.0000293	0.0000399	0.0000527	0.0000729	0.0000806	0.0001197	0.0001478	0.0001767	0.0002059	0.0002325
BONOS 241205	0.0000326	0.0000401	0.0000527	0.0000729	0.0000810	0.0001197	0.0001478	0.0001767	0.0002059	0.0002325
BONOS 270603	0.0000360	0.0000473	0.0000623	0.0000987	0.0000965	0.0001438	0.0001764	0.0002100	0.0002385	0.0002442
BONOS 290531	0.0000382	0.0000480	0.0000632	0.0000982	0.0000988	0.0001438	0.0001829	0.0002172	0.0002498	0.0002510
BONOS 310529	0.0000374	0.0000512	0.0000676	0.0000987	0.0001062	0.0001601	0.0001987	0.0002338	0.0002683	0.0002709
BONOS 361120	0.0000388	0.0000532	0.0000707	0.0000986	0.0001119	0.0001686	0.0002074	0.0002467	0.0002806	0.0002856
BONOS 381118	0.0000403	0.0000562	0.0000736	0.0001037	0.0001164	0.0001754	0.0002157	0.0002562	0.0002925	0.0002979
BONOS 421113	0.0000425	0.0000579	0.0000774	0.0001095	0.0001250	0.0001883	0.0002290	0.0002724	0.0003106	0.0003167
NAFTRAC ISHRS	0.0000105	0.0000173	0.0000220	0.0000283	0.0000341	0.0000448	0.0000663	0.0000797	0.0000931	0.00009815
UDIBONO 160616	0.0000070	0.0000111	0.0000142	0.0000195	0.0000207	0.0000307	0.0000323	0.0000323	0.0000323	0.0000321
UDIBONO 171214	0.0000008	0.0000008	0.0000012	0.0000005	0.0000004	0.0000004	0.0000012	0.0000014	0.0000014	0.0000013
UDIBONO 190613	0.0000008	0.0000009	0.0000016	0.0000007	0.0000006	0.0000006	0.0000016	0.0000020	0.0000019	0.0000018
UDIBONO 201210	0.0000011	0.0000012	0.0000022	0.0000009	0.0000008	0.0000008	0.0000022	0.0000028	0.0000028	0.0000024
UDIBONO 220609	0.0000015	0.0000017	0.0000029	0.0000013	0.0000010	0.0000011	0.0000029	0.0000035	0.0000034	0.0000032
UDIBONO 251204	0.0000020	0.0000022	0.0000036	0.0000017	0.0000014	0.0000014	0.0000038	0.0000046	0.0000046	0.0000042
UDIBONO 351122	0.0000020	0.0000023	0.0000037	0.0000025	0.0000021	0.0000022	0.0000058	0.0000069	0.0000068	0.0000063
UDIBONO 401115	0.0000023	0.0000027	0.0000039	0.0000028	0.0000023	0.0000024	0.0000064	0.0000077	0.0000078	0.0000070

Tabla 5.15

	BONOS 270603	BONOS 290531	BONOS 310529	BONOS 361120	BONOS 381118	BONOS 421113	NAFTRAC ISHRS	UDIBONO 160616	UDIBONO 171214	UDIBONO 190613
% DE PARTICIPACION	2.110422	2.280456	3.360672	1.500300	2.570514	2.100420	40.008002	3.190638	1.580316	1.400280
BONOS 161215	0.00000360	0.00000352	0.00000374	0.00000403	0.0000403	0.0000425	0.00000106	0.0000010	0.0000008	0.0000008
BONOS 170615	0.00000473	0.00000480	0.00000512	0.00000532	0.0000582	0.0000575	0.00000173	0.0000011	0.0000007	0.0000009
BONOS 171214	0.0000052	0.0000052	0.00000676	0.00000707	0.0000774	0.0000774	0.00000220	0.0000020	0.0000012	0.0000015
BONOS 180614	0.0000087	0.0000082	0.00000847	0.00000996	0.0001037	0.0001085	0.00000283	0.0000009	0.0000005	0.0000007
BONOS 181213	0.0000095	0.0000098	0.0001092	0.0001119	0.0001164	0.0001250	0.0000341	0.0000307	0.0000304	0.0000308
BONOS 200611	0.0000149	0.0000149	0.0000190	0.0000185	0.0001754	0.0001883	0.0000481	0.0000397	0.0000394	0.0000398
BONOS 210610	0.0000184	0.0000189	0.0000197	0.0000274	0.0002167	0.0002167	0.0000563	0.0000463	0.0000412	0.0000418
BONOS 220609	0.0000210	0.0000212	0.0000238	0.0000247	0.0002497	0.0002497	0.0000707	0.0000623	0.0000614	0.0000620
BONOS 231207	0.0000236	0.0000248	0.0000263	0.0000286	0.0002825	0.0002825	0.0000831	0.0000723	0.0000714	0.0000719
BONOS 241205	0.0000242	0.00002510	0.00002709	0.00002855	0.0002979	0.0002979	0.0000815	0.0000715	0.0000703	0.0000708
BONOS 270603	0.0000303	0.0000314	0.0000330	0.0000368	0.0003720	0.0003946	0.0000981	0.0000834	0.0000821	0.0000829
BONOS 290531	0.0000344	0.00003425	0.0000369	0.0000387	0.0004085	0.0004272	0.0001012	0.0000946	0.0000927	0.0000938
BONOS 310529	0.0000380	0.0000386	0.0000406	0.00004273	0.0004463	0.0004702	0.0001096	0.0001009	0.0001029	0.0001041
BONOS 361120	0.0000388	0.0000387	0.0000423	0.00004748	0.0004961	0.0005189	0.0001223	0.0001057	0.0001054	0.0001048
BONOS 381118	0.0000370	0.0000403	0.0000445	0.0000481	0.0005324	0.0005662	0.0001318	0.0001095	0.0001033	0.0001046
BONOS 421113	0.0000396	0.0000412	0.0000470	0.00005189	0.0005492	0.0005838	0.0001386	0.0001096	0.0001038	0.0001064
NAFTRAC ISHRS	0.00000961	0.0000102	0.00001086	0.00001223	0.0001316	0.0001365	0.0000634	0.0000106	0.0000095	0.0000091
UDIBONO 160616	0.0000034	0.00000346	0.00000346	0.0000037	0.0000065	0.0000065	0.0000106	0.0000103	0.0000091	0.0000081
UDIBONO 171214	0.0000021	0.0000027	0.0000025	0.0000034	0.0000033	0.0000035	0.0000028	0.0000028	0.0000028	0.0000029
UDIBONO 190613	0.0000029	0.0000033	0.0000041	0.0000048	0.0000046	0.0000046	0.0000039	0.0000031	0.0000029	0.0000029
UDIBONO 201210	0.0000021	0.0000021	0.0000024	0.0000023	0.0000021	0.0000027	0.0000120	0.0000126	0.0000124	0.0000089
UDIBONO 220609	0.0000021	0.0000026	0.00000373	0.0000388	0.0000382	0.0000386	0.0000181	0.0000159	0.0000163	0.0000165
UDIBONO 251204	0.0000026	0.0000029	0.0000036	0.0000412	0.0000438	0.0000438	0.0000214	0.0000200	0.0000197	0.0000195
UDIBONO 351122	0.0000031	0.0000034	0.0000044	0.0000048	0.0000062	0.0000061	0.0000320	0.0000320	0.0000289	0.0000283
UDIBONO 401115	0.0000033	0.0000039	0.0000048	0.0000058	0.0000061	0.0000061	0.0000338	0.0000338	0.0000283	0.0000283

Tabla 5.16

	UDIBONO 201210	UDIBONO 220609	UDIBONO 251204	UDIBONO 351122	UDIBONO 401115
% DE PARTICIPACION	2.170434	2.680536	1.90188	3.060612	5.401098
BONOS 161215	0.00000011	0.00000015	0.00000020	0.00000030	0.00000033
BONOS 170615	0.00000012	0.00000017	0.00000022	0.00000033	0.00000037
BONOS 171214	0.00000022	0.00000029	0.00000038	0.00000057	0.00000064
BONOS 180614	0.00000009	0.00000013	0.00000017	0.00000025	0.00000028
BONOS 181213	0.00000008	0.00000010	0.00000014	0.00000021	0.00000023
BONOS 200611	0.00000008	0.00000011	0.00000014	0.00000022	0.00000024
BONOS 210610	0.00000022	0.00000029	0.00000038	0.00000058	0.00000064
BONOS 220609	0.00000026	0.00000035	0.00000046	0.00000069	0.00000077
BONOS 231207	0.00000026	0.00000034	0.00000046	0.00000068	0.00000076
BONOS 241205	0.00000024	0.00000032	0.00000042	0.00000063	0.00000070
BONOS 270603	0.00000038	0.00000051	0.00000068	0.00000101	0.0000013
BONOS 290531	0.00000051	0.00000068	0.00000090	0.00000134	0.0000018
BONOS 310529	0.00000054	0.00000073	0.00000096	0.00000144	0.0000019
BONOS 361120	0.00000063	0.00000085	0.0000012	0.0000018	0.0000024
BONOS 381118	0.00000061	0.00000082	0.0000012	0.0000018	0.0000024
BONOS 421113	0.00000072	0.00000096	0.0000014	0.0000021	0.0000028
NAFTRAC ISHRS	0.00000020	0.00000061	0.00000214	0.00000320	0.00000357
UDIBONO 160616	0.00000126	0.000001509	0.00000200	0.00000290	0.00000338
UDIBONO 171214	0.000000674	0.00000093	0.00000129	0.00000189	0.00000257
UDIBONO 190613	0.00000039	0.00000058	0.00000082	0.00000119	0.00000163
UDIBONO 201210	0.000001242	0.00000165	0.000002207	0.000003299	0.000003883
UDIBONO 220609	0.000001665	0.000002232	0.000002959	0.000004422	0.000005337
UDIBONO 251204	0.000002707	0.00000359	0.000004822	0.000007161	0.000008644
UDIBONO 351122	0.000003299	0.000004422	0.000005861	0.000008760	0.000009780
UDIBONO 401115	0.000003823	0.000004937	0.000006544	0.000009780	0.000011919

Tabla 5.17

CONTRIBUCIÓN VAR	
TASA NOMINAL	\$ 874,421,228.24
TASA FIJA (TF)	\$ 874,421,228.24
TASA REAL	\$ 485,834,506.90
TASA FIJA (TF)	\$ 485,834,506.90
ACCIONES	\$ 4,249,769,351.61
VaR deL Portafolio	\$ 5,610,025,087
DIVERSIFICACIÓN	\$ 2,542,870,922.52

5.1.4 RIESGO MONTE CARLO

En las disposiciones que se mencionaron con anterioridad, mencionan como medida de Sensibilidad el Valor en Riesgo Monte Carlo. A continuación se muestra el resultado de este modelo que se realizó dentro del Sistema Algo One del proveedor Algorithmics an IBM Company, los modelos estocásticos utilizados fueron:

- Tasas de interés y Tipos de cambio: Black-Karasinski.
- Acciones e índices accionarios: Movimiento geométrico Browniano.

a) Siefre Básica uno:

Instrumentos	VaR Individual		
	VaR 99.5% (Pos)	VaR 97.5% (Pos)	VaR 95% (Pos)
Gubernamentales			
LD_BONDES0_150514	15,151.92	10,452.23	9,891.16
LD_BONDES0_150709	14,907.10	10,080.93	9,895.06
LD_BONDES0_150910	13,319.30	9,375.31	9,177.87
LD_BONDES0_151105	17,773.06	14,200.83	14,144.98
LD_BONDES0_160107	26,625.51	21,800.43	21,790.45
LD_BONDES0_160303	30,601.10	24,839.41	24,787.30
LD_BONDES0_160505	31,101.12	22,941.46	22,938.33
LD_BONDES0_160630	40,740.65	31,813.81	31,290.19
LD_BONDES0_160901	49,190.81	38,699.05	38,602.98
LD_BONDES0_161027	70,531.24	55,572.75	55,444.04
LD_BONDES0_161229	62,898.75	48,825.39	48,191.43
LD_BONDES0_170223	62,891.11	49,065.60	48,349.76
LD_BONDES0_170427	69,006.12	52,505.31	52,192.23
LD_BONDES0_170622	12,389.97	9,689.23	9,641.11
LD_BONDES0_170824	599.32	439.94	421.37
LD_BONDES0_171019	887.85	651.78	624.27
LD_BONDES0_171221	2,264.53	1,770.66	1,761.86
LD_BONDES0_180215	2,690.60	2,103.72	2,093.27
LD_BONDES0_180419	5,267.98	4,119.39	4,098.92
LD_BONDES0_180614	5,934.99	4,640.88	4,617.82
LD_BONDES0_180816	10,467.77	8,185.59	8,144.92
LD_BONDES0_181011	15,350.25	12,003.43	11,943.80
LD_BONDES0_181213	4,173.22	3,063.68	2,934.40
LD_BONDES0_190207	3,611.11	2,651.00	2,539.14
M_BONOS_150618	3,269,635.04	2,429,930.37	2,382,135.14
M_BONOS_151217	6,308,688.28	4,610,104.24	4,603,476.92
M_BONOS_160616	13,371,172.26	9,474,057.62	9,167,769.07
M_BONOS_161215	18,321,539.85	13,060,963.97	12,983,457.32
M_BONOS_170615	25,342,655.98	16,996,341.56	16,867,763.98
M_BONOS_171214	28,966,242.57	19,084,386.58	18,856,431.93
M_BONOS_180614	35,185,015.68	24,009,694.02	23,874,991.56
M_BONOS_181213	22,267,921.73	14,563,854.67	14,530,114.90
M_BONOS_200611	40,976,616.11	28,478,634.29	27,756,242.79
M_BONOS_210610	58,878,743.92	41,743,684.39	41,212,523.16
M_BONOS_220609	67,201,044.32	46,730,927.01	46,408,850.06
M_BONOS_231207	59,353,756.75	42,011,077.78	41,950,231.88
M_BONOS_241205	76,907,774.73	55,442,480.74	55,439,819.37
M_BONOS_270803	70,574,793.55	49,694,197.99	49,674,139.30
M_BONOS_290531	76,929,893.82	57,056,811.51	56,868,980.67
M_BONOS_310529	123,362,013.66	92,569,231.18	91,632,277.23
M_BONOS_361120	61,537,743.03	44,339,774.38	43,690,603.44
M_BONOS_381118	108,173,639.43	83,091,723.72	82,674,821.72
S_UDIBONO_160616	15,854,862.57	12,818,828.15	12,739,659.75
S_UDIBONO_171214	16,770,422.96	14,011,607.93	13,893,848.43
S_UDIBONO_190613	22,964,841.74	16,515,086.65	15,859,304.70
S_UDIBONO_201210	48,026,202.02	33,989,472.57	33,810,376.47
S_UDIBONO_220609	69,023,309.68	53,627,654.83	53,271,064.70
S_UDIBONO_251204	31,210,392.77	23,642,468.62	23,501,186.18
S_UDIBONO_351122	144,652,342.79	113,522,299.97	113,225,631.50
S_UDIBONO_401115	75,546,749.51	54,591,324.88	53,843,569.51
Renta Variable			
IB_NAFTRAC_JSRS	150,900,574.41	112,806,292.67	112,016,619.64
VaR Individual	1,472,446,964.52	1,081,352,404.11	1,073,171,407.99
VaR del Portofolio	1,235,738,745.69	932,250,674.17	931,555,513.04
Efecto de Diversificación	236,708,218.83	149,101,729.94	141,615,894.95

Tabla 5.18

b) Siefore Básica dos:

Instrumentos	VaR Individual		
	VaR 99.5% (Pos)	VaR 97.5% (Pos)	VaR 95% (Pos)
Gubernamentales			
LD_BONDES_D_150514	72,287.75	53,389.38	53,332.72
LD_BONDES_D_150709	67,558.83	48,105.01	48,091.11
LD_BONDES_D_150910	62,627.81	47,198.19	46,821.84
LD_BONDES_D_151105	80,464.55	66,555.65	66,523.71
LD_BONDES_D_160107	128,943.10	103,587.97	102,999.88
LD_BONDES_D_160308	145,967.29	119,362.21	118,901.86
LD_BONDES_D_160505	125,752.11	102,990.81	102,675.84
LD_BONDES_D_160630	182,020.33	145,650.67	145,223.10
LD_BONDES_D_160901	232,526.46	186,637.43	183,375.19
LD_BONDES_D_161027	322,703.66	258,562.56	254,717.97
LD_BONDES_D_161229	278,437.97	225,888.07	225,489.66
LD_BONDES_D_170223	295,020.41	238,213.10	236,688.51
LD_BONDES_D_170427	306,249.90	255,426.04	252,455.88
LD_BONDES_D_170622	62,670.71	49,033.04	48,040.02
LD_BONDES_D_170824	3,578.62	2,798.99	2,742.24
LD_BONDES_D_171019	2,129.56	1,665.00	1,631.20
LD_BONDES_D_171221	16,955.49	13,264.75	12,996.03
LD_BONDES_D_180215	19,971.66	15,624.09	15,307.56
LD_BONDES_D_180419	30,714.60	24,029.61	23,542.87
LD_BONDES_D_180614	32,879.98	25,723.32	25,202.24
LD_BONDES_D_180816	54,202.78	42,405.94	41,547.00
LD_BONDES_D_181011	80,184.10	62,731.94	61,461.24
LD_BONDES_D_181213	7,525.82	6,178.95	6,142.18
LD_BONDES_D_190207	7,050.95	5,789.32	5,754.89
M_BONOS_150618	13,792,874.90	10,670,870.74	10,624,229.77
M_BONOS_151217	25,042,459.78	21,372,424.95	21,196,099.64
M_BONOS_160616	50,637,965.19	42,965,699.05	42,874,285.69
M_BONOS_161215	72,774,974.25	54,176,084.17	53,716,891.53
M_BONOS_170615	90,668,948.13	70,371,264.34	70,368,595.71
M_BONOS_171214	106,404,377.94	83,080,818.61	82,831,386.71
M_BONOS_180614	134,844,025.38	101,912,560.62	101,765,616.22
M_BONOS_181213	77,207,626.97	63,391,812.10	63,303,653.92
M_BONOS_200611	161,855,582.63	118,854,894.95	118,820,328.21
M_BONOS_210610	223,953,894.75	179,446,352.44	179,244,015.73
M_BONOS_220609	250,807,906.31	203,966,725.38	203,689,896.17
M_BONOS_231207	231,772,007.90	176,198,406.48	176,054,950.90
M_BONOS_241205	312,679,334.37	233,365,571.66	231,569,355.60
M_BONOS_270608	280,270,506.48	210,563,714.88	209,909,438.55
M_BONOS_290531	312,340,444.66	239,297,629.29	237,250,723.45
M_BONOS_310529	521,686,164.73	395,471,002.23	388,550,327.16
M_BONOS_361120	241,914,239.95	182,629,920.61	182,001,546.30
M_BONOS_381118	458,364,292.50	334,463,346.98	333,984,833.01
S_UDIBONO_160616	64,079,787.84	49,023,515.10	48,836,847.69
S_UDIBONO_171214	76,156,658.33	61,765,814.59	61,280,334.49
S_UDIBONO_190613	99,870,377.78	72,926,741.54	72,665,043.51
S_UDIBONO_201210	187,614,427.15	144,245,347.03	140,450,054.09
S_UDIBONO_220609	283,216,065.63	229,067,384.28	228,031,202.03
S_UDIBONO_251204	126,880,307.82	105,190,363.57	104,751,167.36
S_UDIBONO_351122	731,398,568.43	559,212,355.22	546,597,391.69
S_UDIBONO_401115	642,425,351.34	463,388,123.10	462,353,491.82
Renta Variable			
IB_NAFTRAC_ISHRS	4,851,035,153.57	3,675,160,458.95	3,675,153,554.61
VaR Individual	10,626,312,749.09	8,084,230,014.90	8,049,936,867.34
VaR del Portafolio	8,524,417,855.13	5,816,463,006.56	5,807,215,052.58
Efecto de Diversificación	2,101,894,893.96	2,267,767,008.34	2,242,721,814.76

Tabla 5.19

c) Siefore Básica tres:

Instrumentos	VaR Individual		
	VaR 99.5% (Pos)	VaR 97.5% (Pos)	VaR 95% (Pos)
Gubernamentales			
LD_BONDES_150910	55,306.09	41,680.32	41,347.97
LD_BONDES_151105	71,057.57	58,774.73	58,748.29
LD_BONDES_161229	238,654.28	193,612.79	193,271.31
LD_BONDES_170223	252,867.40	204,176.81	202,870.06
LD_BONDES_180215	11,085.99	8,672.72	8,497.01
LD_BONDES_180419	26,326.05	20,596.22	20,179.02
LD_BONDES_180614	28,577.57	22,357.37	21,904.48
M_BONOS_150618	12,069,641.12	9,337,689.29	9,296,875.49
M_BONOS_151217	21,972,109.48	18,752,042.13	18,597,335.33
M_BONOS_160616	44,450,119.05	37,715,386.68	37,635,143.83
M_BONOS_161215	63,759,135.91	47,464,397.61	47,062,092.75
M_BONOS_170615	79,544,316.77	61,737,058.36	61,734,717.16
M_BONOS_171214	93,316,777.55	72,818,135.68	72,643,233.65
M_BONOS_180614	117,935,443.03	89,133,374.31	89,004,855.79
M_BONOS_181213	68,012,011.25	55,841,693.45	55,764,035.12
M_BONOS_200611	142,381,199.93	104,554,333.47	104,523,925.79
M_BONOS_210610	196,306,824.06	157,293,730.38	157,116,372.10
M_BONOS_220609	220,192,446.13	179,069,044.72	178,826,006.45
M_BONOS_231207	202,907,106.35	154,254,645.01	154,129,055.45
M_BONOS_241205	274,127,362.68	204,592,634.26	203,017,883.65
M_BONOS_270603	245,721,656.03	184,607,597.03	184,033,973.13
M_BONOS_290531	273,661,884.85	209,664,298.65	207,853,347.31
M_BONOS_310529	457,030,643.40	346,458,040.90	340,395,084.29
M_BONOS_361120	212,615,133.64	160,510,952.10	159,958,682.46
M_BONOS_381118	400,420,668.65	292,182,526.50	291,764,503.35
M_BONOS_421113	332,885,333.71	256,151,367.64	253,478,658.28
S_UDIBONO_160616	56,166,454.46	42,969,509.13	42,805,893.62
S_UDIBONO_171214	66,455,383.05	53,897,728.16	53,474,091.32
S_UDIBONO_190613	81,892,942.27	63,621,619.26	63,393,312.72
S_UDIBONO_201210	164,248,912.84	126,281,021.10	122,958,394.21
S_UDIBONO_220609	248,521,723.69	201,006,327.29	200,097,078.73
S_UDIBONO_251204	111,513,373.67	92,450,377.21	92,064,373.65
S_UDIBONO_351122	640,054,423.03	489,372,493.77	478,333,009.21
S_UDIBONO_401115	1,306,977,793.08	942,736,747.86	940,631,849.44
Renta Variable			
1B_NAFTRAC_ISHRS	5,659,541,012.50	4,287,687,202.10	4,287,679,147.04
VaR Individual	11,795,365,707.13	8,942,711,845.04	8,908,819,749.46
VaR del Portofolio	9,482,412,831.16	6,579,287,384.45	6,520,344,213.79
Efecto de Diversificación	2,312,952,875.97	2,363,424,460.59	2,388,475,535.67

Tabla 5.20

d) Siefore Básica cuatro:

Instrumentos	VaR Individual		
	VaR 99.5% (Pos)	VaR 97.5% (Pos)	VaR 95% (Pos)
Gubernamentales			
M_BONOS_161215	57,952,922.08	43,142,061.09	42,776,392.04
M_BONOS_170615	72,041,259.33	55,913,679.47	55,911,559.10
M_BONOS_171214	84,703,073.71	66,096,580.66	65,937,823.14
M_BONOS_180614	107,320,974.24	81,111,159.82	80,994,208.28
M_BONOS_181213	61,529,348.31	50,519,061.91	50,448,805.69
M_BONOS_200611	128,742,101.11	94,538,777.44	94,511,282.59
M_BONOS_210610	178,046,540.40	142,662,409.49	142,501,548.92
M_BONOS_220609	199,667,361.97	162,377,249.52	162,156,865.90
M_BONOS_231207	184,416,570.32	140,197,714.61	140,083,569.78
M_BONOS_241205	248,814,619.91	185,700,683.19	184,271,344.03
M_BONOS_270603	223,271,530.42	167,741,099.35	167,219,884.05
M_BONOS_290531	248,833,235.31	190,641,987.98	188,995,339.67
M_BONOS_310529	414,278,833.08	314,049,473.42	308,553,661.21
M_BONOS_361120	192,454,872.40	145,291,232.46	144,791,329.27
M_BONOS_381118	364,449,123.32	265,934,488.32	265,554,018.03
M_BONOS_421113	302,458,058.31	232,737,935.39	230,309,524.16
S_UDIBONO_160616	46,821,749.80	35,820,448.79	35,684,054.85
S_UDIBONO_171214	60,572,737.21	49,126,688.82	48,740,552.41
S_UDIBONO_190613	74,583,446.86	57,942,962.21	57,735,033.56
S_UDIBONO_201210	149,281,226.07	114,773,275.10	111,753,432.80
S_UDIBONO_220609	225,432,706.88	182,331,748.66	181,506,974.23
S_UDIBONO_251204	101,208,804.52	83,907,354.32	83,557,020.02
S_UDIBONO_351122	581,389,129.67	444,518,212.83	434,490,571.29
S_UDIBONO_401115	1,185,863,327.40	855,375,617.39	853,465,774.81
Renta Variable			
1B_NAFTRAC_ISHRS	6,918,500,135.69	5,241,478,845.02	5,241,468,998.12
VaR Individual	12,412,633,688.31	9,403,930,747.27	9,373,419,567.94
VaR del Portofolio	10,024,072,357.72	7,197,863,987.56	7,156,438,974.53
Efecto de Diversificación	2,388,561,330.59	2,206,066,759.71	2,216,980,593.41

Tabla 5.21

5.1.5 AVERAGE VAR

Como se mencionó en el capítulo dos, el Average VaR es una medida coherente de Riesgo, a partir de la entrada en vigor de las “*Disposiciones de carácter general que establecen el régimen de inversión al que deberán sujetarse las sociedades de inversión especializadas de fondos para el retiro*”, el primero de Octubre del 2013. Se establecieron límites para este cálculo:

“ ...

VIGÉSIMA TERCERA.- Las Sociedades de Inversión deberán mantener un límite máximo del Diferencial del Valor en Riesgo Condicional sobre el Activo Administrado por la Sociedad de Inversión que será determinado por el Comité de Análisis de Riesgo con base en los siguientes parámetros:

- I. Hasta el 0.30% del Activo Administrado por la Sociedad de Inversión, para las Sociedades de Inversión Básicas de Pensiones;
- II. Hasta el 0.30% del Activo Administrado por la Sociedad de Inversión, para las Sociedades de Inversión Básicas 1;
- III. Hasta el 0.45% del Activo Administrado por la Sociedad de Inversión, para las Sociedades de Inversión Básicas 2;
- IV. Hasta el 0.70% del Activo Administrado por la Sociedad de Inversión, para las Sociedades de Inversión Básicas 3, y
- V. Hasta el 1.00% del Activo Administrado por la Sociedad de Inversión, para las Sociedades de Inversión Básicas 4.

...”

Este cálculo las Afores lo realizan con el Valor en Riesgo de la Simulación Histórica y la manera de calcular este diferencial, es:

- 1.- Calculan el VaR de todo el portafolio y calculan el promedio de la cola de la distribución a partir del escenario que se haya definido,
- 2.- Calculan el VaR del portafolio sin instrumentos derivados, y calculan el promedio de la cola del portafolio sin derivados, bajo el mismo escenario mencionado.
- 3.- El Diferencial de CVaR, es el resultado de la resta del promedio de VaR del portafolio completo menos el portafolio sin derivados,.

Como lo que se está analizando es el portafolio de Referencia y no incluye derivados, calcularemos el Promedio de la Cola de la distribución para cada básica.

a) Siefore Básica uno:

ESCENARIOS	FECHA	% del Activo	Valor en Riesgo \$
1	20-jun-2013	2.377670%	2,814,357,998.18
2	24-ago-2011	1.222106%	1,446,561,047.64
3	12-sep-2011	1.033524%	1,223,344,298.76
4	16-nov-2010	1.013431%	1,199,560,084.20
5	22-sep-2011	0.913584%	1,081,375,391.29
6	05-jul-2013	0.909951%	1,077,074,555.92
7	10-jun-2013	0.900828%	1,066,276,058.67
8	22-may-2013	0.863873%	1,022,534,617.92
9	24-may-2013	0.833438%	986,510,058.72
10	26-ago-2010	0.807731%	956,081,672.90
11	19-sep-2011	0.805894%	953,906,219.16
12	09-nov-2011	0.769173%	910,441,341.89
13	29-jul-2013	0.766500%	907,277,772.59
14	08-ago-2011	0.763904%	904,205,196.98
15	26-nov-2010	0.763651%	903,905,592.66
16	15-dic-2010	0.735847%	870,994,649.78
17	10-may-2013	0.724920%	858,061,276.22
18	19-ago-2013	0.723339%	856,189,573.87
19	17-oct-2011	0.702081%	831,027,096.12
20	05-jun-2013	0.699560%	828,043,659.92
21	17-may-2013	0.682751%	808,146,634.76
22	24-jul-2013	0.679341%	804,111,287.16
23	13-ago-2013	0.674846%	798,790,718.14
24	03-oct-2011	0.657278%	777,996,102.87
25	09-sep-2011	0.656289%	776,825,440.15
26	29-may-2013	0.646553%	765,300,765.72
27	07-dic-2010	0.641369%	759,164,774.24
28	05-nov-2013	0.632617%	748,805,646.70
29	08-nov-2013	0.620108%	733,999,489.13
30	30-may-2013	0.607513%	719,090,237.42
31	19-jun-2013	0.596154%	705,646,062.79
Average VaR		0.8202%	\$ 970,825,978.14

Tabla 5.22

b) Sifore Básica dos:

ESCENARIOS	FECHA	% del Activo	Valor en Riesgo \$
1	20-jun-2013	2.769952%	19,053,265,089.71
2	08-ago-2011	1.899916%	13,068,678,806.23
3	22-sep-2011	1.714152%	11,790,885,911.01
4	05-sep-2011	1.158987%	7,972,154,470.27
5	09-sep-2011	1.085245%	7,464,916,019.62
6	09-nov-2011	1.075221%	7,395,967,342.89
7	16-nov-2010	1.074540%	7,391,281,000.59
8	05-jul-2013	1.062078%	7,305,566,212.25
9	24-ago-2011	1.050550%	7,226,267,019.07
10	17-oct-2011	1.030150%	7,085,946,899.91
11	29-jul-2013	0.977577%	6,724,321,541.72
12	22-may-2013	0.929221%	6,391,701,562.10
13	13-dic-2011	0.903145%	6,212,330,491.01
14	29-jun-2010	0.881117%	6,060,815,078.48
15	19-ago-2013	0.879800%	6,051,752,662.00
16	05-nov-2013	0.876362%	6,028,103,441.20
17	05-jun-2013	0.870302%	5,986,421,317.17
18	12-sep-2011	0.853043%	5,867,706,274.76
19	24-ago-2010	0.820956%	5,646,993,474.44
20	25-ago-2011	0.796917%	5,481,636,255.44
21	26-ago-2010	0.788636%	5,424,678,518.86
22	17-nov-2011	0.764067%	5,255,678,209.50
23	26-nov-2010	0.736581%	5,066,614,437.83
24	19-sep-2011	0.732594%	5,039,188,158.18
25	19-jun-2013	0.728758%	5,012,801,292.23
26	15-dic-2010	0.727396%	5,003,434,621.76
Average VaR		1.045664%	\$ 7,192,657,927.24

Tabla 5.23

c) Siefore Básica tres:

ESCENARIOS	FECHA	% del Activo	Valor en Riesgo \$
1	20-jun-2013	3.152894%	21,067,108,347.04
2	08-ago-2011	2.261353%	15,109,979,685.50
3	22-sep-2011	1.946597%	13,006,836,909.48
4	05-sep-2011	1.386641%	9,265,307,781.51
5	09-sep-2011	1.265969%	8,458,995,266.98
6	09-nov-2011	1.254346%	8,381,328,894.47
7	16-nov-2010	1.240377%	8,287,991,316.27
8	05-jul-2013	1.207629%	8,069,174,567.77
9	17-oct-2011	1.186863%	7,930,420,379.02
10	24-ago-2011	1.171070%	7,824,896,495.63
11	29-jul-2013	1.127115%	7,531,197,567.12
12	29-jun-2010	1.072239%	7,164,523,399.76
13	22-may-2013	1.052025%	7,029,456,283.37
14	13-dic-2011	1.037713%	6,933,829,757.20
15	19-ago-2013	1.001372%	6,691,003,719.63
16	05-jun-2013	0.990531%	6,618,566,726.30
17	05-nov-2013	0.974319%	6,510,238,128.63
18	25-ago-2011	0.958429%	6,404,060,911.92
19	24-ago-2010	0.925580%	6,184,574,882.38
20	12-sep-2011	0.920474%	6,150,455,715.98
21	26-ago-2010	0.889588%	5,944,082,475.20
22	17-nov-2011	0.884435%	5,909,648,345.07
23	20-may-2013	0.858376%	5,735,529,981.72
24	15-abr-2013	0.823824%	5,504,657,922.48
25	19-sep-2011	0.819971%	5,478,909,085.03
26	26-nov-2010	0.817387%	5,461,645,450.00
Average VaR		1.201044%	\$ 8,025,169,999.82

Tabla 5.24

d) Siefore Básica cuatro:

ESCENARIOS	FECHA	NO. ESCENARIO	% del Activo	Valor en Riesgo \$
1	20-jun-2013	217	3.497149	21,433,678,256.86
2	08-ago-2011	686	2.864153	17,554,111,058.40
3	22-sep-2011	654	2.397381	14,693,313,937.62
4	05-sep-2011	666	1.748373	10,715,606,040.58
5	09-sep-2011	662	1.518085	9,304,192,272.38
6	09-nov-2011	621	1.455547	8,920,906,152.30
7	29-jun-2010	967	1.432907	8,782,145,952.94
8	17-oct-2011	637	1.394674	8,547,820,979.88
9	05-jul-2013	206	1.346697	8,253,772,922.80
10	16-nov-2010	871	1.329971	8,151,260,955.96
11	29-jul-2013	190	1.280428	7,847,620,292.93
12	13-dic-2011	599	1.238379	7,589,904,486.63
13	24-ago-2010	927	1.185263	7,264,360,195.45
14	24-ago-2011	674	1.179590	7,229,594,759.00
15	25-ago-2011	673	1.174596	7,198,981,956.42
16	22-may-2013	238	1.149112	7,042,794,419.81
17	05-nov-2013	120	1.145924	7,023,254,804.31
18	19-ago-2013	175	1.130139	6,926,509,594.95
19	05-jun-2013	228	1.118027	6,852,279,826.07
20	17-nov-2011	615	1.068440	6,548,362,665.10
21	15-abr-2013	264	1.049086	6,429,745,301.04
22	20-may-2013	240	1.012964	6,208,361,405.62
23	03-may-2011	755	0.977979	5,993,937,962.32
24	08-may-2012	499	0.968933	5,938,494,829.87
25	27-ago-2013	169	0.952698	5,838,992,769.18
Average VaR			1.424660%	\$ 8,731,600,151.94

Tabla 5.25

5.2 VALOR EN RIESGO EXTREMO

Para calcular el Valor Extremo con la teoría de valores extremos identificamos los siguientes pasos, con el propósito de aproximar la cola de la distribución con una distribución de Pareto generalizada:

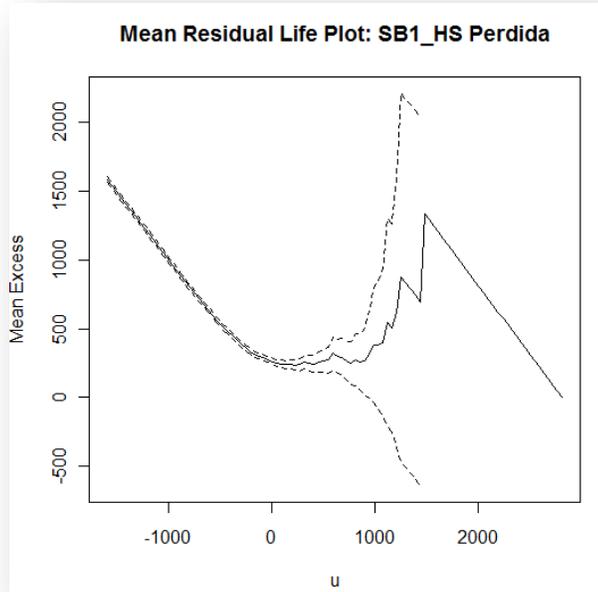
- 1.- La elección del umbral por medio de un método de VaR o la gráfica de excedente medio.
- 2.- Calcular el parámetro de estimación por el método de máxima verosimilitud.

Después se calculara el Valor en Riesgo tomando estos parámetros estimados para generar una gráfica de cuantiles.

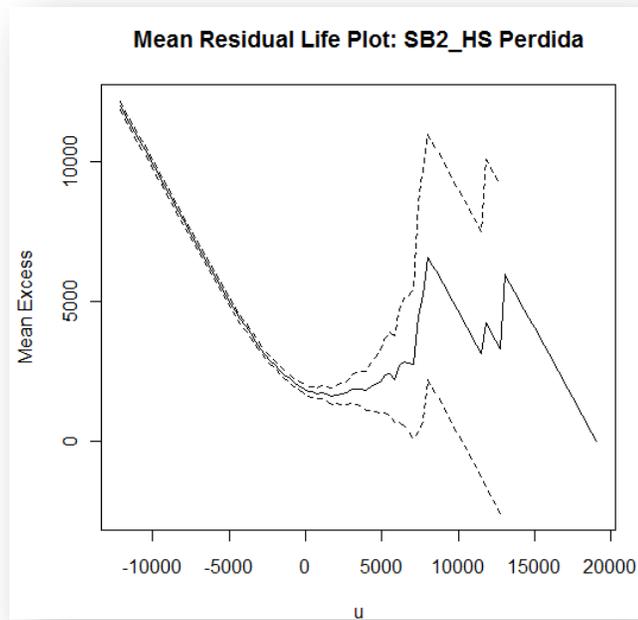
5.2.1 ESTIMADORES PARA LA DISTRIBUCIÓN DE PARETO GENERALIZADA

Consideremos la distribución empírica de pérdidas y ganancias, resultante de la Simulación Histórica para el gráfico de la vida media residual:

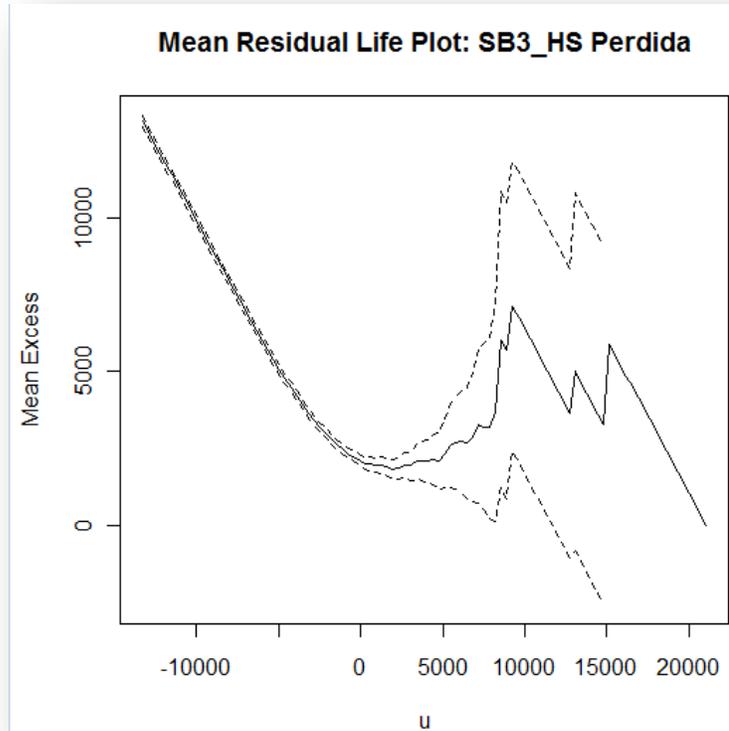
Para la Siefore Básica uno se puede apreciar que a partir de 800 se aprecia un cambio significativo en la gráfica, por lo que un primer umbral seria de 800mdp.



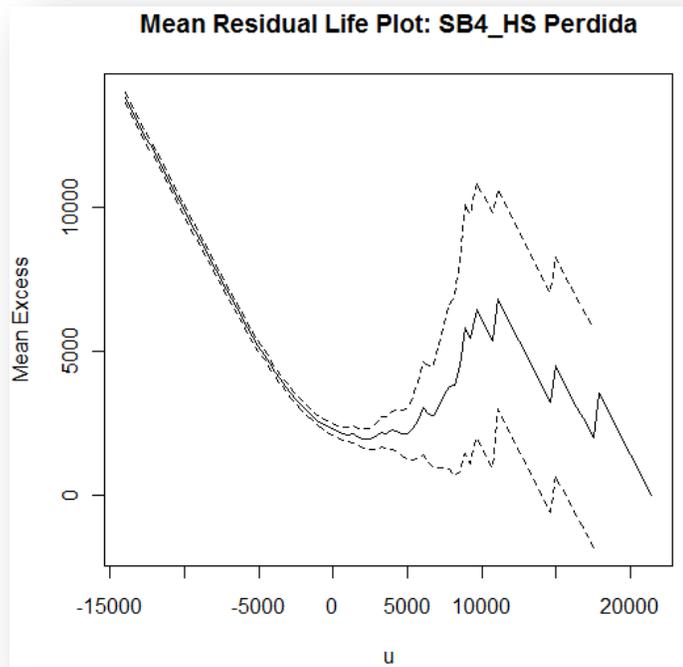
Para la siefore básica dos, aproximadamente se observa una linealidad local en el 7500, esto quiere decir que se puede tomar dicho umbral.



En la Siefore Básica tres, se puede observar en la gráfica de vida media residual, una linealidad en 8000, es decir 8000mdp.



En la Siefre Básica cuatro, se puede observar en la gráfica de vida media residual, una linealidad aproximadamente en 6000:



Sin embargo, se puede seleccionar el umbral, por métodos de Valor en Riesgo.

Tomemos el umbral que se observó de manera aproximada en las gráficas de excedente medio y el que resultó de la metodología de Simulación Histórica para revisar cual es el que mejor ajusta los parámetros por el método de Máxima Verosimilitud.

Utilizando el Paquete "*extRemes*" de R, tenemos las siguientes pruebas para los distintos umbrales:

a) Siefore Básica uno:

Eligiendo el umbral "*a priori*" de la gráfica media residual:

```
Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not accept Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 3.931022 > 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.04740312

Convergence successfull!

[1] "Threshold = 800"

[1] "Number of exceedances of threshold = 22"

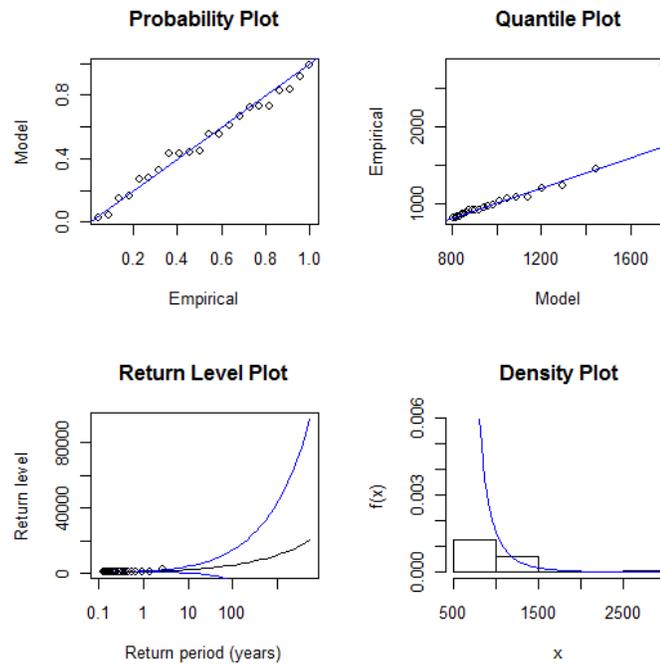
[1] "Exceedance rate (per year)= 8.0355"

[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
      MLE Std. Err.
Scale (sigma): 167.4418516 54.7613953
Shape (xi):      0.3490111 0.2590464

[1] "Negative log-likelihood: 142.33093591507"

Parameter covariance:
      [,1] [,2]
[1,] 2998.810416 -7.64686508
[2,] -7.646865 0.06710505
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"
NULL
Model name: gpd.fit2
```

Gráfico:



Con el VaR resultante de la Simulación histórica y considerando este como el umbral, la aproximación de la cola por una Pareto generalizada, nos da como resultado:

```
Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 2.353547 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.1249983

Convergence successful!

[1] "Threshold = 705.646"

[1] "Number of exceedances of threshold = 31"

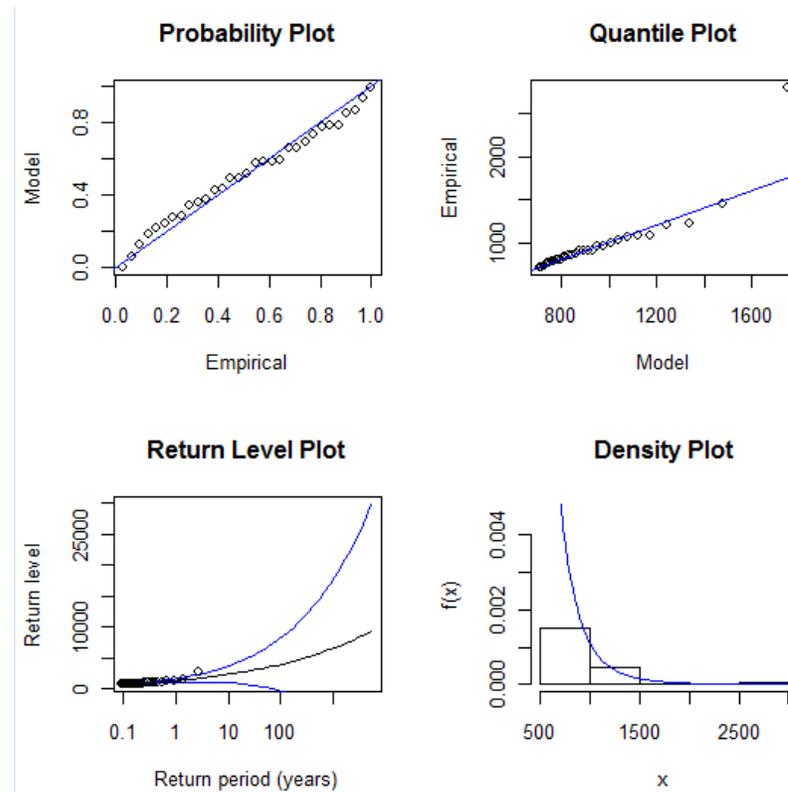
[1] "Exceedance rate (per year)= 11.32275"

[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
      MLE Std. Err.
Scale (sigma): 208.0492602 51.8572189
Shape (xi):    0.2045896 0.1766213

[1] "Negative log-likelihood: 202.815898135788"

Parameter covariance:
      [,1] [,2]
[1,] 2689.171156 -4.83946199
[2,] -4.839462 0.03119509
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"
```

Gráfico:



Si consideramos el umbral como el VaR del modelo paramétrico, se obtiene:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 1.539795 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.2146484

Convergence successful!

[1] "Threshold = 508.978"

[1] "Number of exceedances of threshold = 58"

[1] "Exceedance rate (per year)= 21.1845"

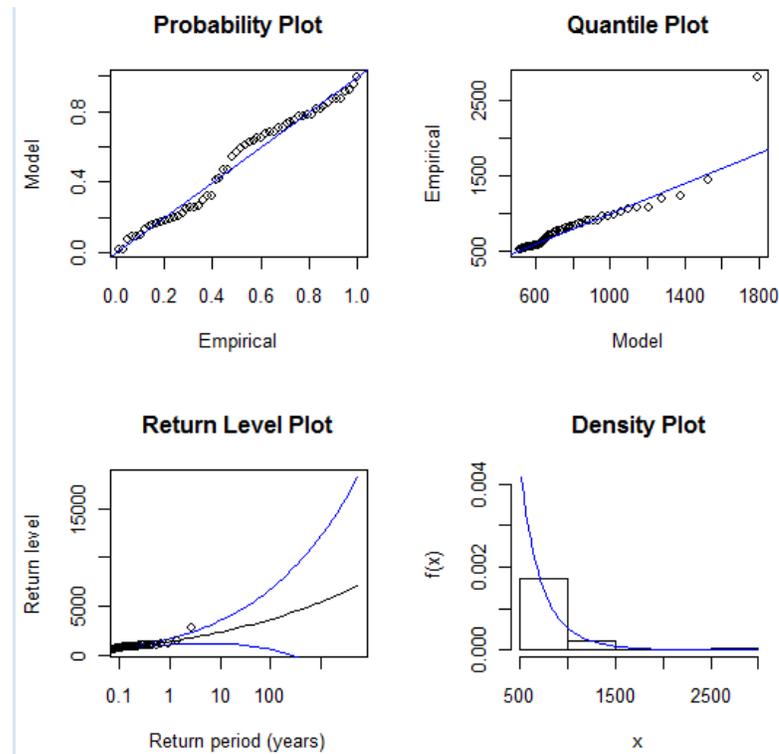
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
      MLE Std. Err.
Scale (sigma): 239.1354006 44.3180463
Shape (xi):    0.1316527 0.1318428

[1] "Negative log-likelihood: 383.290686501746"

Parameter covariance:
      [,1] [,2]
[1,] 1964.089224 -3.54393771
[2,] -3.543938 0.01738251
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"

```

Gráfico:



Umbral como resultado del Método Monte Carlo:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not accept Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 17.17127 > 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 3.415638e-05

Convergence successful!

[1] "Threshold = 1235"

[1] "Number of exceedances of threshold = 2"

[1] "Exceedance rate (per year)= 0.7305"

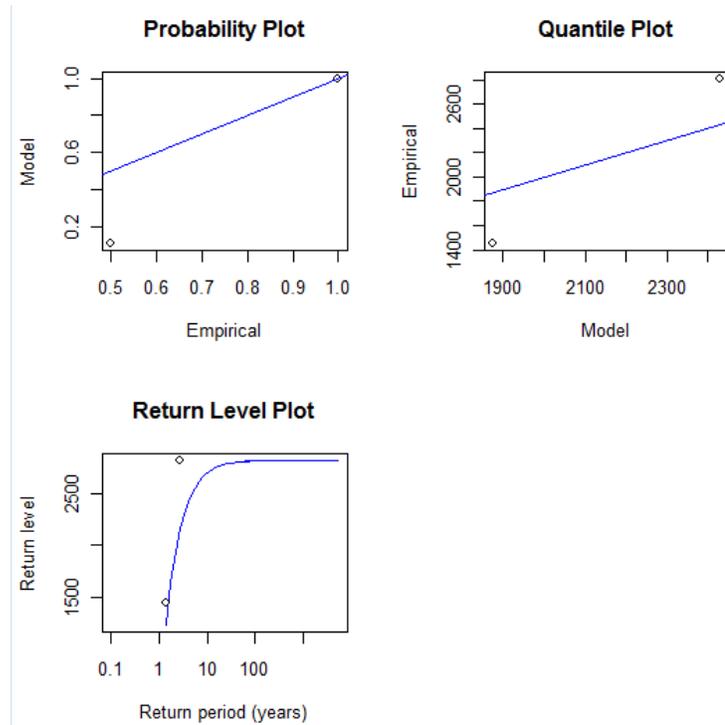
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
      MLE      Std. Err.
Scale (sigma): 2032.693658 2.000002e-06
Shape (xi):      -1.287038 7.692937e-04

[1] "Negative log-likelihood: 7.00904050832238"

Parameter covariance:
      [,1] [,2]
[1,] 4.000008e-12 -1.677432e-16
[2,] -1.677432e-16 5.918128e-07
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"

```

Gráfico:



Umbral como resultado del Average VaR:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 2.414238 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.1202364

Convergence successfull!

[1] "Threshold = 970"

[1] "Number of exceedances of threshold = 9"

[1] "Exceedance rate (per year)= 3.28725"

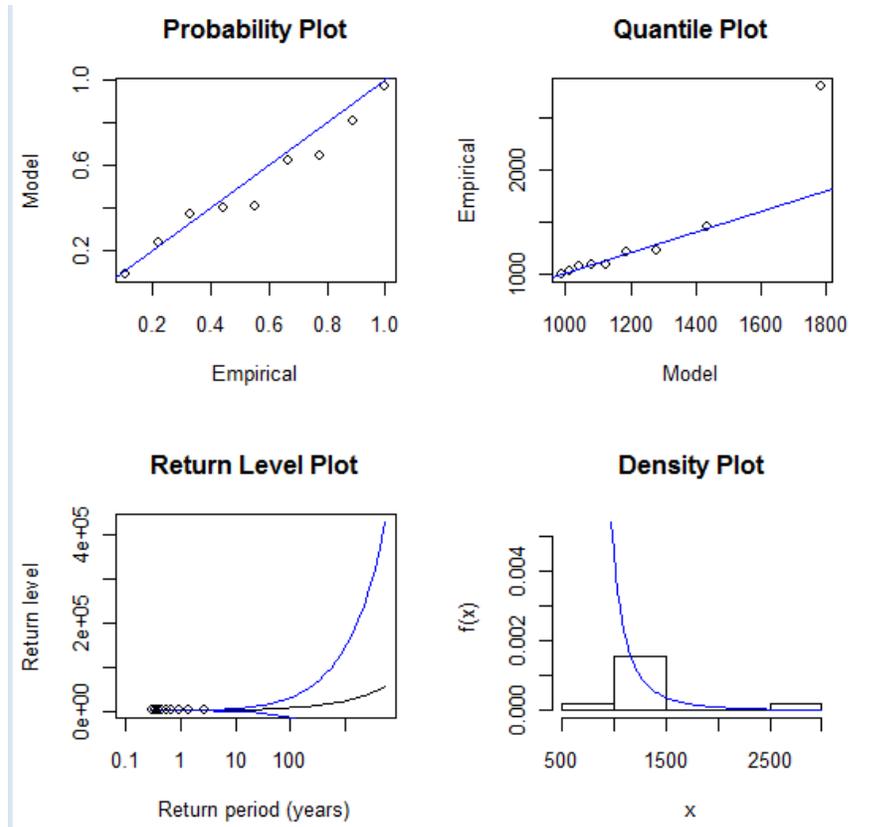
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
                               MLE Std. Err.
Scale (sigma): 185.0796160 101.587145
Shape (xi):    0.5145891 0.468307

[1] "Negative log-likelihood: 60.6210551271115"

Parameter covariance:
      [,1] [,2]
[1,] 10319.94806 -24.5970461
[2,] -24.59705 0.2193114
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"
-----

```

Gráfico:



De acuerdo a los resultados mostrados se tiene lo siguiente:

Umbral	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	ϵ	$\hat{\sigma}$	ϵ	λ	p-value	MLE
Umbral a priori	167.44	0.349	54.761	0.259	3.931	0.047403	142.3	
Umbral Simulación historica	208.049	0.2046	51.857	0.1766	2.3535	0.124998	202.8	
Umbral Modelo de VaR Parametrico	239.135	0.1317	44.318	0.1318	1.5398	0.214648	383.3	
Umbral Modelo de VaR Monte Carlo	2032.69	-1.287	0	0	17.17	0.00003	7.009	
Umbral Average VaR	185.07	0.514	101.58	0.4683	2.4142	0.1202	60.62	

Analizando las gráficas tomar el umbral como el método de Simulación Montecarlo no es buena aproximación. La máxima verosimilitud está tomando los umbrales de Simulación Histórica y del modelo de VaR Paramétrico. Las gráficas muestran una línea recta, sin embargo el modelo paramétrico tiene errores más pequeños y toma mayor cantidad de los excedentes. Por lo que tomando $u = 508.978$ tomaremos el vector final:

$$(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (239.135, 0.1317)$$

b) Siefore Básica dos:

Tomando el umbral "a priori" tenemos:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not accept Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 43.00268 > 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 5.4665e-11

Convergence successful!

[1] "Threshold = 7500"

[1] "Number of exceedances of threshold = 4"

[1] "Exceedance rate (per year)= 1.461"

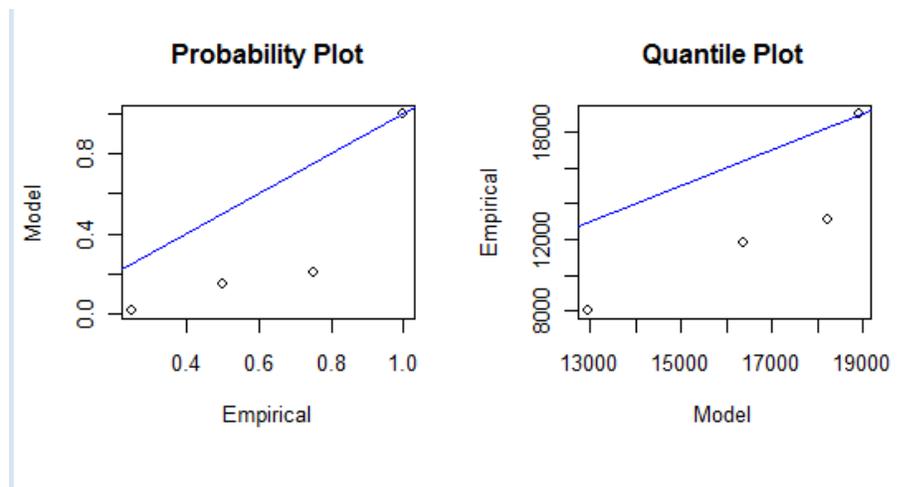
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
              MLE      Std. Err.
Scale (sigma): 33207.083138 0.0005522732
Shape (xi):    -2.874260      NaN

[1] "Negative log-likelihood: 16.9277078633482"

Parameter covariance:
      [,1]      [,2]
[1,] 3.050057e-07 3.450506e-17
[2,] 3.450506e-17 -4.000145e-12
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"

```

Gráfica:



Umbral seleccionado de la Simulación Histórica:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 2.984748 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.08405235

Convergence successful!

[1] "Threshold = 5003.434"

[1] "Number of exceedances of threshold = 26"

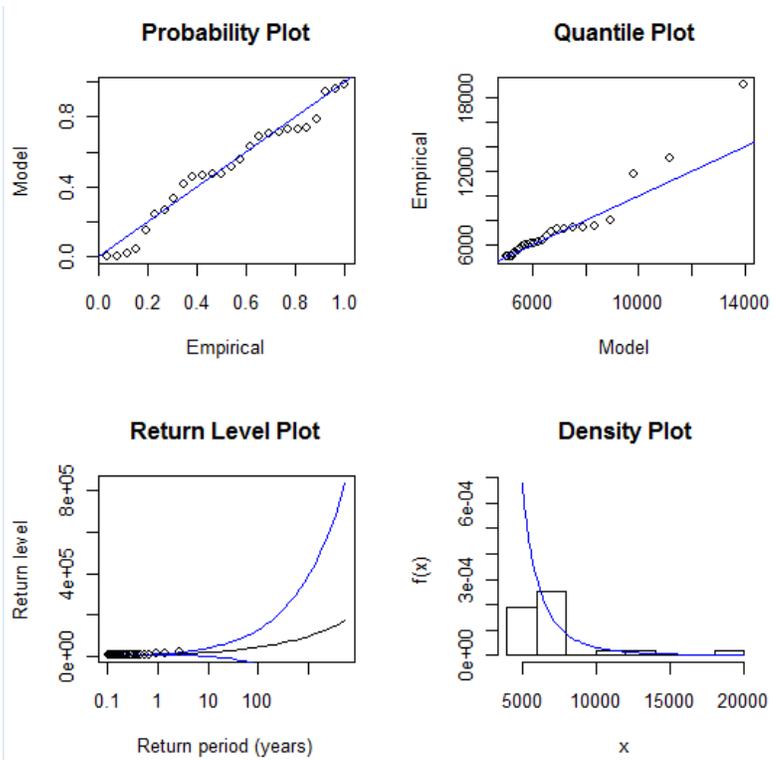
[1] "Exceedance rate (per year)= 9.4965"

[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
              MLE Std. Err.
Scale (sigma): 1470.396156 474.4847042
Shape (xi):    0.340983 0.2646586

[1] "Negative log-likelihood: 224.481487905321"

Parameter covariance:
              [,1] [,2]
[1,] 225135.73453 -77.14195326
[2,] -77.14195 0.07004419
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"
    
```

Gráfico:



Umbral con Método de Valor en Riesgo Paramétrico:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 2.774838 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.09575636

Convergence successful!

[1] "Threshold = 4507.655"

[1] "Number of exceedances of threshold = 34"

[1] "Exceedance rate (per year)= 12.4185"

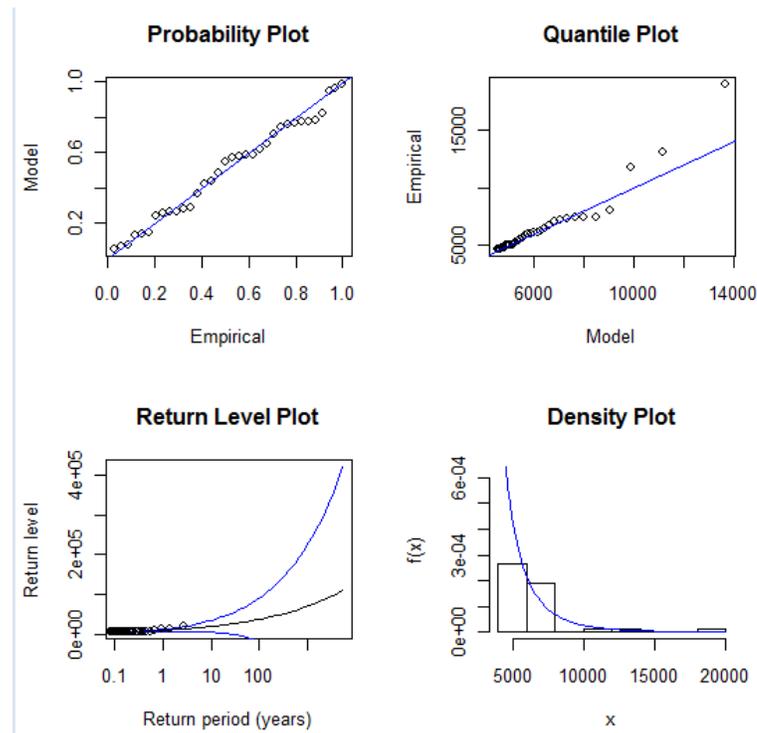
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
              MLE  Std. Err.
Scale (sigma): 1554.7743691 411.0778431
Shape (xi):    0.2651225  0.2060766

[1] "Negative log-likelihood: 292.875335425677"

Parameter covariance:
      [,1] [,2]
[1,] 168984.99306 -50.71266254
[2,] -50.71266  0.04246755
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"

```

Gráfico:



Umbral por Average VaR:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not accept Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 7.02082 > 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.008056732

Convergence successful!

[1] "Threshold = 7192.657"

[1] "Number of exceedances of threshold = 9"

[1] "Exceedance rate (per year)= 3.28725"

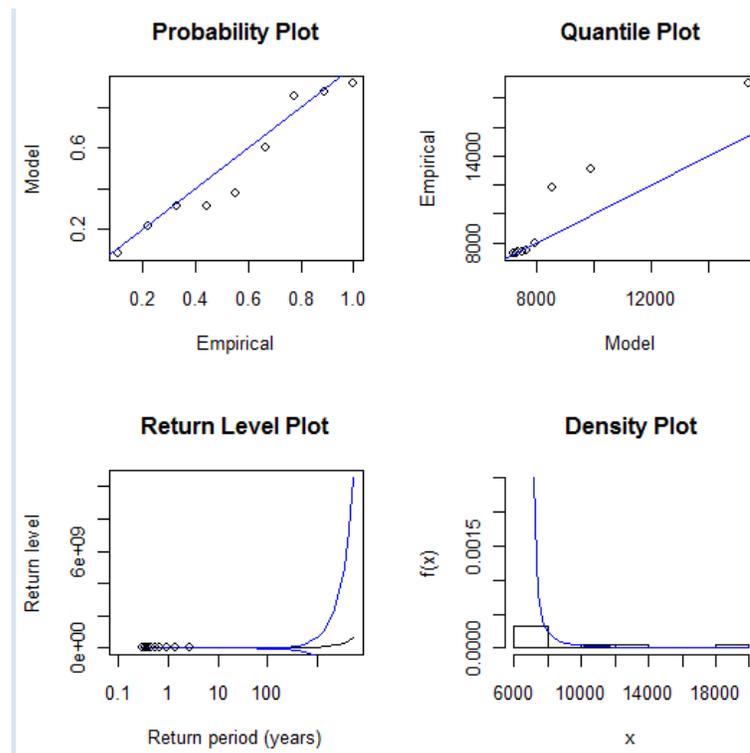
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
              MLE      Std. Err.
Scale (sigma): 397.912787 295.4280112
Shape (xi):    1.508861  0.8326929

[1] "Negative log-likelihood: 76.4624685624228"

Parameter covariance:
              [,1]      [,2]
[1,] 87277.7098 -108.5596994
[2,] -108.5597  0.6933774
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"

```

Gráfica:



Entonces se tiene que:

Umbral	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	$\hat{\epsilon}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	$\hat{\lambda}$	p-value	MLE
Umbral a priori	33207	-2	0	0	0	43.002	0	16.92
Umbral Simulación historica	1470.39	0.3409	474.48	0.26	2.9847	0.08	224.5	
Umbral Modelo de VaR Parametrico	1554.77	0.2651	411.07	0.206	2.7748	0.09	292.9	
Umbral Average VaR	397.91	1.508	295.42	0.8326	7.0208	0.008	76.46	

Se puede observar que las gráficas del umbral a priori y del Average VaR, no muestran una mejor aproximación. La máxima verosimilitud está tomando los umbrales de Simulación Histórica y del modelo de VaR Paramétrico nuevamente. Se tomará $u = 5003.434$ del modelo de Simulación Histórica tomaremos el vector final:

$$(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (1470.39, 0.3409)$$

c) Siefre Básica tres:

El umbral "a priori" da como resultado los siguientes estimadores:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 2.385718 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.1224486

Convergence successfull!

[1] "Threshold = 8000"

[1] "Number of exceedances of threshold = 8"

[1] "Exceedance rate (per year)= 2.922"

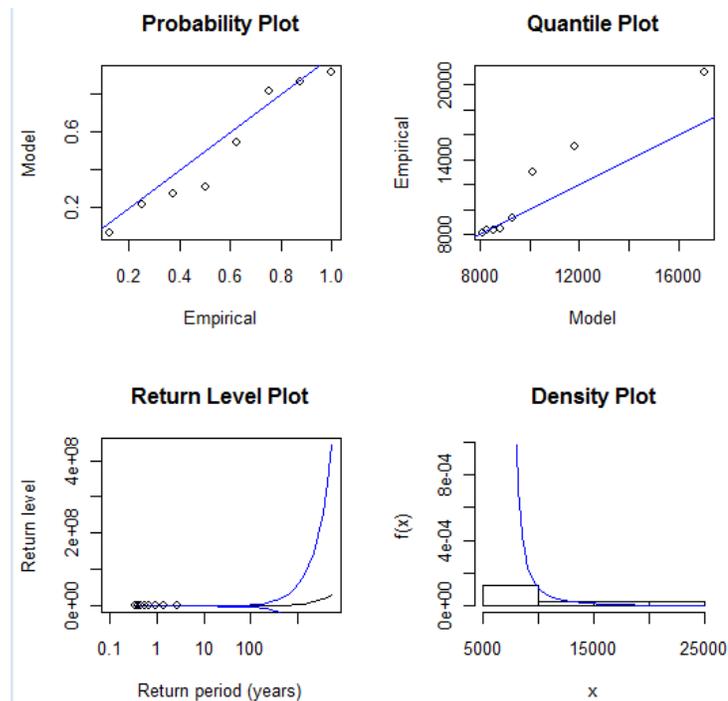
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
                                MLE  Std. Err.
Scale (sigma): 1017.667772  839.9967556
Shape (xi):    1.073396    0.8369696

[1] "Negative log-likelihood: 71.9897086374498"

Parameter covariance:
      [,1] [,2]
[1,] 705594.5495 -429.8135336
[2,] -429.8135  0.7005182
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"
-----

```

Gráfico:



Umbral con Simulación Histórica:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 2.234638 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.1349482

Convergence successful!

[1] "Threshold = 5461.645"

[1] "Number of exceedances of threshold = 26"

[1] "Exceedance rate (per year)= 9.4965"

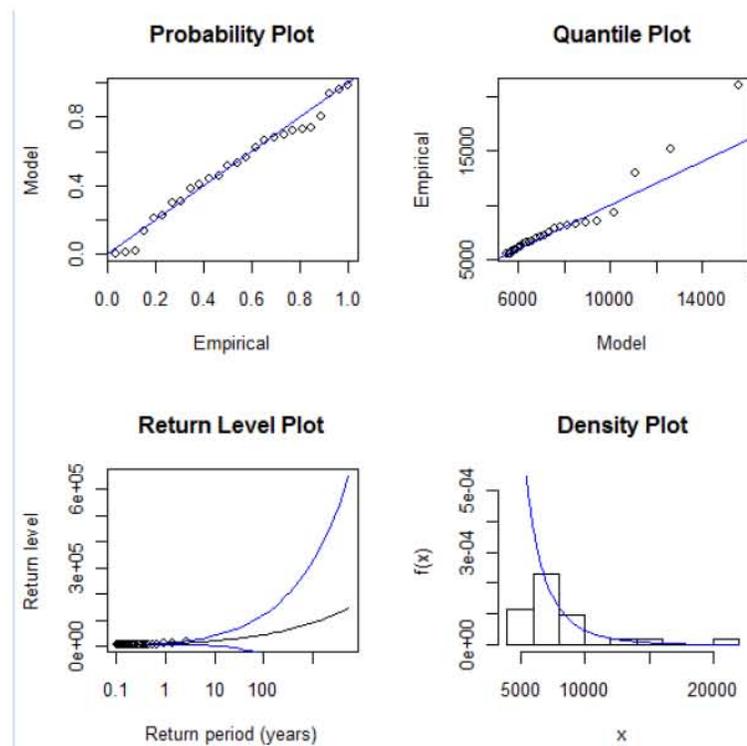
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
              MLE      Std. Err.
Scale (sigma): 1834.3889583 572.1961278
Shape (xi):      0.2914905  0.2494368

[1] "Negative log-likelihood: 228.960283137653"

Parameter covariance:
              [,1]      [,2]
[1,] 327408.4087 -87.53239922
[2,]  -87.5324  0.06221869
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"

```

Gráfico:



Umbral como el VaR del método paramétrico:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 3.505733 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.06115677

Convergence successful!

[1] "Threshold = 5028.163"

[1] "Number of exceedances of threshold = 34"

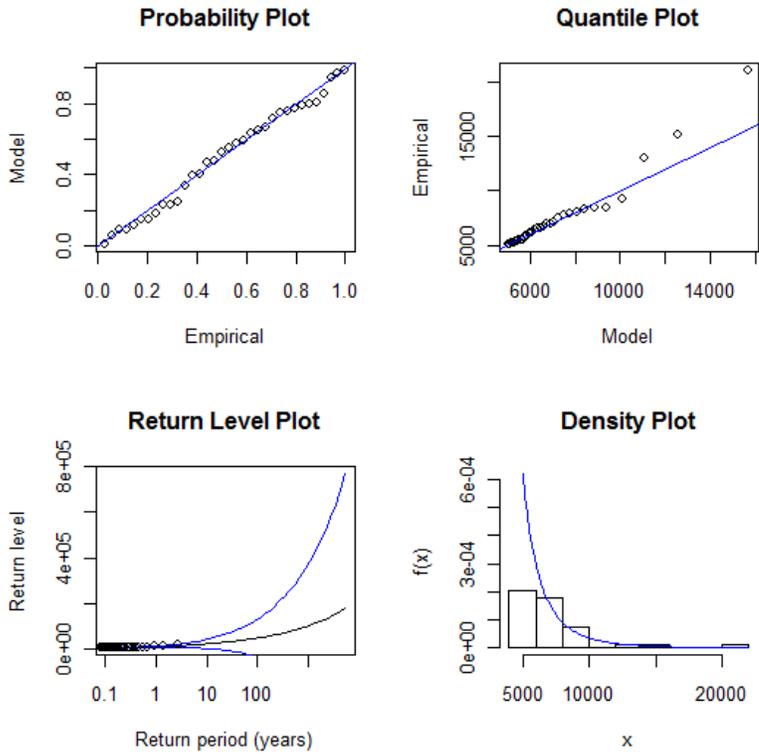
[1] "Exceedance rate (per year)= 12.4185"

[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
              MLE      Std. Err.
Scale (sigma): 1609.5652495 452.6975338
Shape (xi):    0.3206703  0.2296853

[1] "Negative log-likelihood: 295.95231958743"

Parameter covariance:
              [,1]      [,2]
[1,] 204935.05712 -64.85256716
[2,]  -64.85257  0.05275535
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"
    
```

Gráfico:



Umbral con Average VaR:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 2.688377 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.1010828

Convergence successful!

[1] "Threshold = 8025.169"

[1] "Number of exceedances of threshold = 8"

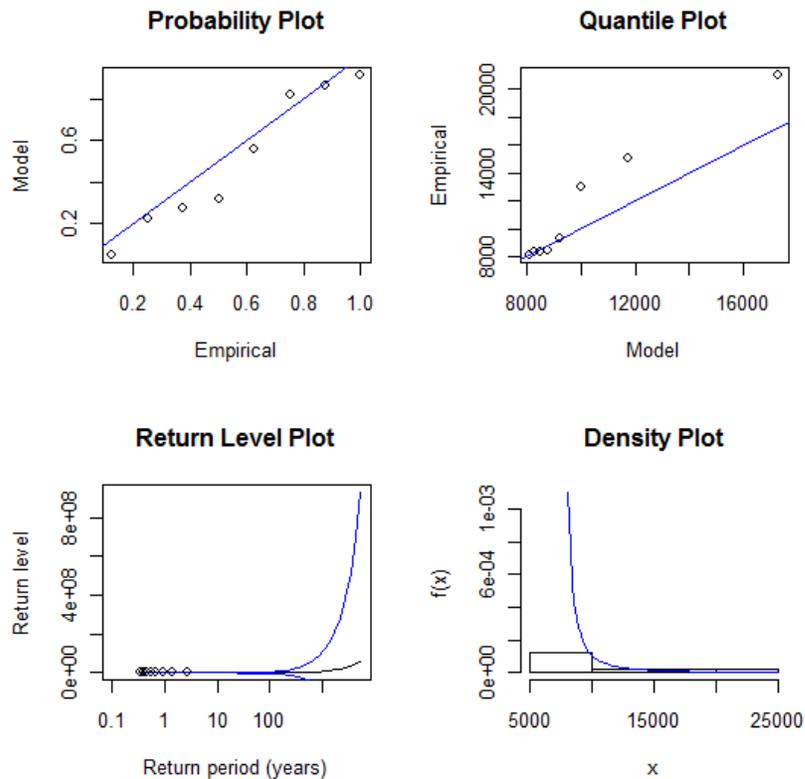
[1] "Exceedance rate (per year)= 2.922"

[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
              MLE Std. Err.
Scale (sigma): 903.655581 766.2164324
Shape (xi):     1.165742 0.8737898

[1] "Negative log-likelihood: 71.779901681671"

Parameter covariance:
              [,1] [,2]
[1,] 587087.6212 -404.9393450
[2,] -404.9393 0.7635087
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"
    
```

Gráfico:



Los resultados que se obtuvieron son:

Umbral	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	ϵ	$\hat{\sigma}$	ϵ	λ	p-value	MLE
Umbral a priori	1017.66	1.07	839.99	0.83	2.38	0.1224	71.98	
Umbral Simulación histórica	1834.38	0.2914	572.19	0.2494	2.23	0.1349	228.96	
Umbral Modelo de VaR Paramétrico	1609.56	0.3206	452.69	0.2296	3.5057	0.0611	295.95	
Umbral Average VaR	903.655	1.1637	766.21	0.8737	2.6883	0.101	71.77	

Analizando las gráficas las mejores estimaciones son en los umbrales de Simulación Histórica y del modelo de VaR Paramétrico nuevamente. Se tomará $u = 5461.645$ del modelo de Simulación Histórica tomaremos el vector final:

$$(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (1834.38, 0.2914)$$

d) Siefore Básica cuatro:

El umbral "a priori" fue de 6000, entonces se tiene:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 0.9788513 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.3224826

Convergence successfull!

[1] "Threshold = 6000"

[1] "Number of exceedances of threshold = 22"

[1] "Exceedance rate (per year)= 8.0355"

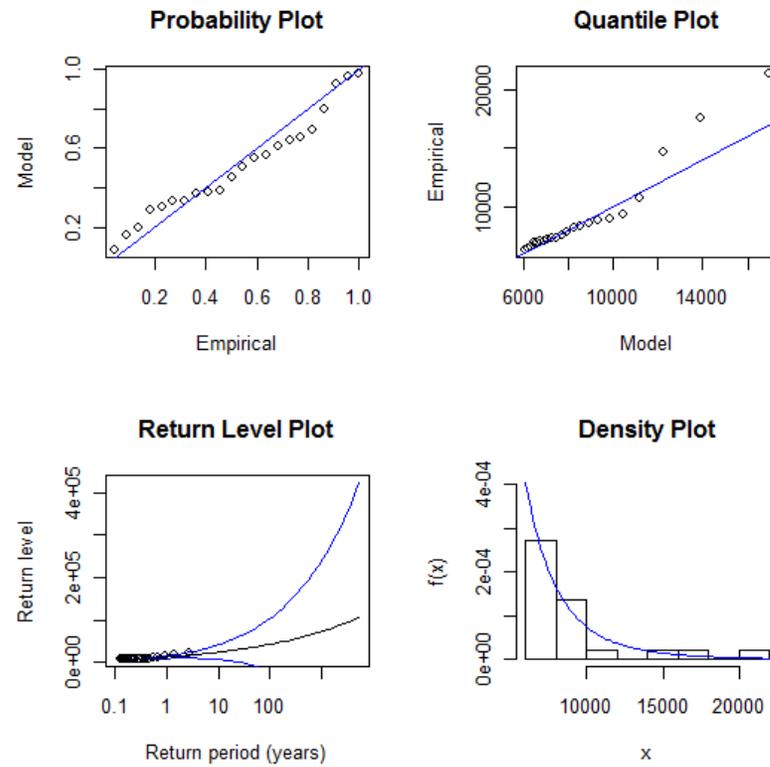
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
              MLE      Std. Err.
Scale (sigma): 2462.5673102 793.6568171
Shape (xi):    0.2131181  0.2468010

[1] "Negative log-likelihood: 198.474564834291"

Parameter covariance:
              [,1]      [,2]
[1,] 629891.1434 -120.64347703
[2,] -120.6435  0.06091075
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"

```

Gráfico:



Umbral como el VaR del método de Simulación Histórica:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 2.468217 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.1161696

Convergence successfull!

[1] "Threshold = 5833.428"

[1] "Number of exceedances of threshold = 26"

[1] "Exceedance rate (per year)= 9.4965"

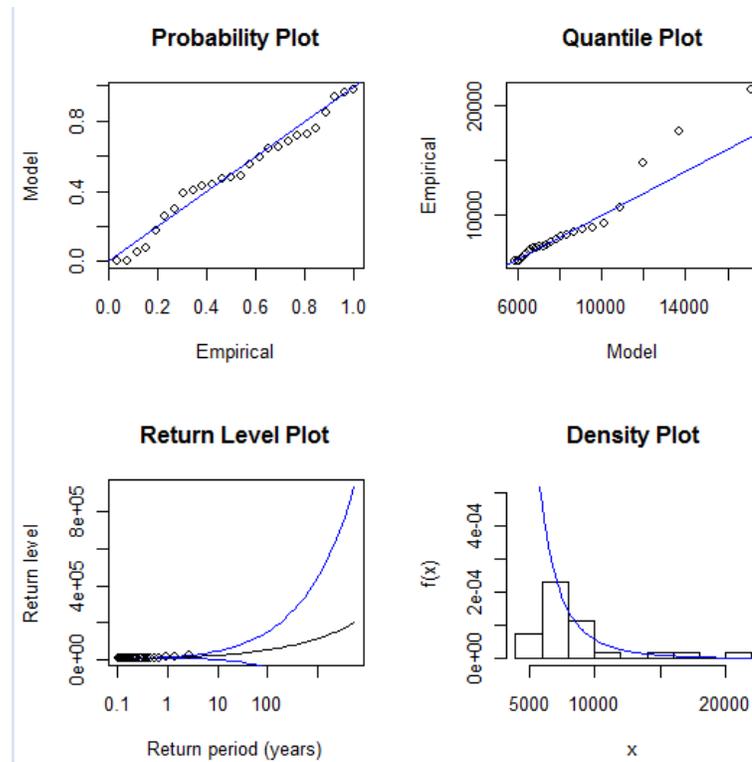
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
      MLE Std. Err.
Scale (sigma): 1922.2965200 616.776840
Shape (xi):    0.3241436 0.261794

[1] "Negative log-likelihood: 231.013876858229"

Parameter covariance:
      [,1] [,2]
[1,] 380413.66982 -99.98036459
[2,] -99.98036 0.06853611
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"

```

Gráfico:



Umbral con el método de Valor en Riesgo Paramétrico:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 2.600399 < 3.841459 1 df chi-square critical value

p-value for likelihood-ratio test is 0.1068368

Convergence successful!

[1] "Threshold = 5610.025"

[1] "Number of exceedances of threshold = 29"

[1] "Exceedance rate (per year)= 10.59225"

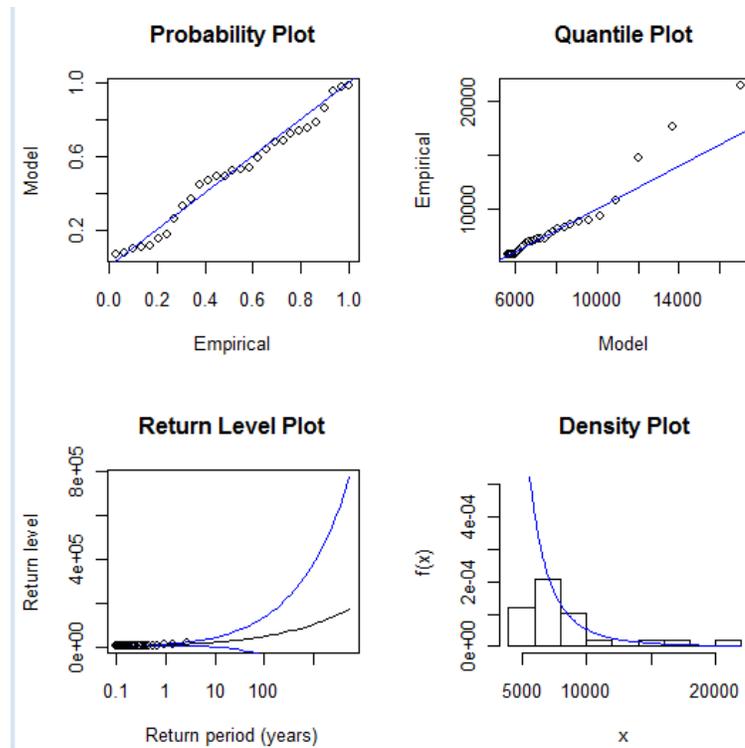
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
              MLE      Std. Err.
Scale (sigma): 1913.3475379 570.6509910
Shape (xi):    0.3055387 0.2401207

[1] "Negative log-likelihood: 256.990075393672"

Parameter covariance:
      [,1] [,2]
[1,] 325642.5535 -83.96149476
[2,] -83.9615 0.05765796
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"
-----

```

Gráfico:



Umbral como el Average VaR:

```

Likelihood ratio test (5% level) for xi=0 does not reject Exponential hypothesis.
likelihood ratio statistic is 0.4386331 < 3.841459 1 df chi-square critical value.

p-value for likelihood-ratio test is 0.5077829

Convergence successfull!

[1] "Threshold = 8731.6"

[1] "Number of exceedances of threshold = 7"

[1] "Exceedance rate (per year)= 2.55675"

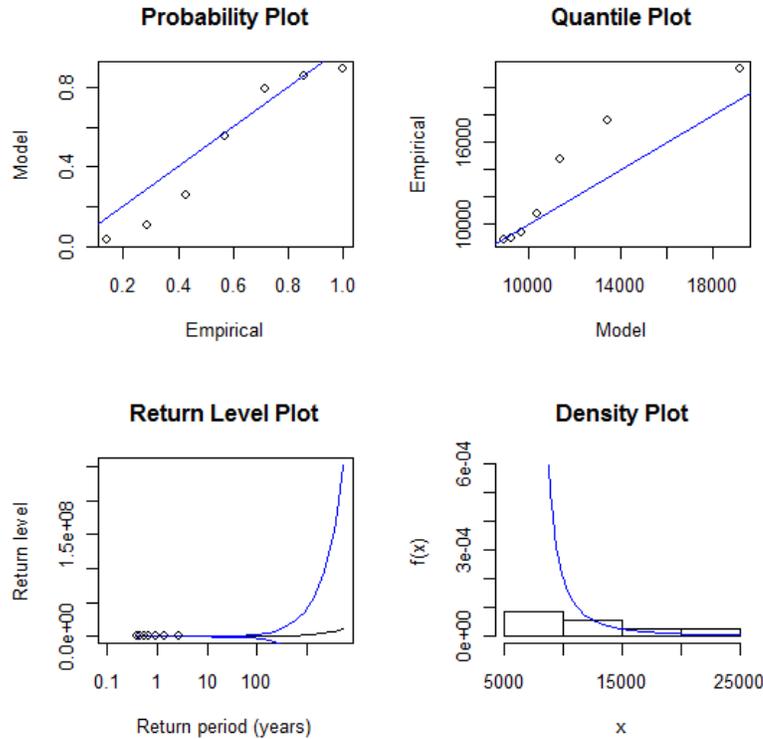
[1] "Maximum Likelihood Estimates:"
              MLE      Std. Err.
Scale (sigma): 1668.8008479 2306.959452
Shape (xi):    0.9202756   1.368472

[1] "Negative log-likelihood: 65.3876479141166"

Parameter covariance:
              [,1]      [,2]
[1,] 5322061.914 -2717.125431
[2,] -2717.125   1.872715
[1] "Convergence code (see help file for optim): 0"

```

Gráfico:



Los resultados obtenidos son:

Umbral	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	$\hat{\epsilon}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	$\hat{\lambda}$	p-value	MLE
Umbral a priori	2462.56	0.2131	793.65	0.2468	0.9788	0.3224	198.47	
Umbral Simulación histórica	1922.29	0.3241	616.77	0.2617	2.4682	0.1161	231.01	
Umbral Modelo de VaR Paramétrico	1913.34	0.3055	570.65	0.2401	2.6003	0.1068	256.99	
Umbral Average VaR	1668.8	0.9202	2306.95	1.3684	0.4386	0.5077	65.388	

Aunque en general las gráficas muestran una línea recta, se tomará como mejor elección del umbral al resultante de la Simulación Histórica, donde $u = 5833.428$ entonces el vector de estimadores es:

$$(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) = (1922.29, 0.3241)$$

5.2.2 VALOR EXTREMO DEL PORTAFOLIO DE REFERENCIA PARA LAS SIEFORES

El Valor en Riesgo extremo en millones de pesos, para los portafolios de referencia considerando los estimadores calculados y la gráfica de cuantiles, está dado por:

a) Siefore Básica uno:

Distribución de Valores Extremos				
i	p_i	Confianza del VaR	Posibilidades	VaR
0	0.01	99.%	100 a 1	992.23
1	0.005	99.5%	200 a 1	1,211.98
2	0.002	99.8%	500 a 1	1,535.03
3	0.001	99.9%	1,000 a 1	1,806.66
4	0.0005	99.95%	2,000 a 1	2,104.25
5	0.0002	99.98%	5,000 a 1	2,541.75
6	0.0001	99.99%	10,000 a 1	2,909.60
7	0.00005	99.995%	20,000 a 1	3,312.62
8	0.00002	99.998%	50,000 a 1	3,905.10
9	0.00001	99.999%	100,000 a 1	4,403.27
10	0.000005	99.9995%	200,000 a 1	4,949.06
11	0.000002	99.9998%	500,000 a 1	5,751.43
12	0.000001	99.9999%	1,000,000 a 1	6,426.08
13	0.0000005	99.99995%	2,000,000 a 1	7,165.21
14	0.0000002	99.99998%	5,000,000 a 1	8,251.82
15	0.0000001	99.99999%	10,000,000 a 1	9,165.47
16	0.00000005	99.999995%	20,000,000 a 1	10,166.45
17	0.00000002	99.999998%	50,000,000 a 1	11,637.99
18	0.00000001	99.999999%	100,000,000 a 1	12,875.30
22	0.000000005	99.9999995%	200,000,000 a 1	14,230.88
23	0.000000002	99.9999998%	500,000,000 a 1	16,223.72
24	0.000000001	99.9999999%	1,000,000,000 a 1	17,899.35
25	0.0000000005	99.99999995%	2,000,000,000 a 1	19,735.15
26	0.0000000002	99.99999998%	5,000,000,000 a 1	22,433.96
27	0.0000000001	99.99999999%	10,000,000,000 a 1	24,703.19

b) Siefore Básica dos:

Distribución de Valores Extremos				
i	p_i	Confianza del VaR	Posibilidades	VaR
0	0.01	99.%	100 a 1	7,236.34
1	0.005	99.5%	200 a 1	8,981.19
2	0.002	99.8%	500 a 1	12,021.11
3	0.001	99.9%	1,000 a 1	15,041.33
4	0.0005	99.95%	2,000 a 1	18,866.57
5	0.0002	99.98%	5,000 a 1	25,530.98
6	0.0001	99.99%	10,000 a 1	32,152.20
7	0.00005	99.995%	20,000 a 1	40,538.29
8	0.00002	99.998%	50,000 a 1	55,148.66
9	0.00001	99.999%	100,000 a 1	69,664.38
10	0.000005	99.9995%	200,000 a 1	88,049.21
11	0.000002	99.9998%	500,000 a 1	120,079.52
12	0.000001	99.9999%	1,000,000 a 1	151,902.33
13	0.0000005	99.99995%	2,000,000 a 1	192,207.39
14	0.0000002	99.99998%	5,000,000 a 1	262,427.45
15	0.0000001	99.99999%	10,000,000 a 1	332,192.59
16	0.00000005	99.999995%	20,000,000 a 1	420,553.39
17	0.00000002	99.999998%	50,000,000 a 1	574,496.82
18	0.00000001	99.999999%	100,000,000 a 1	727,442.96
22	0.000000005	99.9999995%	200,000,000 a 1	921,156.34
23	0.000000002	99.9999998%	500,000,000 a 1	1,258,646.54
24	0.000000001	99.9999999%	1,000,000,000 a 1	1,593,950.36
25	0.0000000005	99.99999995%	2,000,000,000 a 1	2,018,628.22
26	0.0000000002	99.99999998%	5,000,000,000 a 1	2,758,508.01
27	0.0000000001	99.99999999%	10,000,000,000 a 1	3,493,594.60

c) Siefore Básica tres:

Distribución de Valores Extremos				
i	p_i	Confianza del VaR	Posibilidades	VaR
0	0.01	99.%	100 a 1	7,388.25
1	0.005	99.5%	200 a 1	9,228.48
2	0.002	99.8%	500 a 1	12,307.92
3	0.001	99.9%	1,000 a 1	15,249.31
4	0.0005	99.95%	2,000 a 1	18,849.06
5	0.0002	99.98%	5,000 a 1	24,872.87
6	0.0001	99.99%	10,000 a 1	30,626.64
7	0.00005	99.995%	20,000 a 1	37,668.26
8	0.00002	99.998%	50,000 a 1	49,451.69
9	0.00001	99.999%	100,000 a 1	60,706.87
10	0.000005	99.9995%	200,000 a 1	74,481.26
11	0.000002	99.9998%	500,000 a 1	97,531.30
12	0.000001	99.9999%	1,000,000 a 1	119,548.01
13	0.0000005	99.99995%	2,000,000 a 1	146,492.66
14	0.0000002	99.99998%	5,000,000 a 1	191,581.77
15	0.0000001	99.99999%	10,000,000 a 1	234,649.54
16	0.00000005	99.999995%	20,000,000 a 1	287,357.06
17	0.00000002	99.999998%	50,000,000 a 1	375,557.68
18	0.00000001	99.999999%	100,000,000 a 1	459,804.29
22	0.000000005	99.9999995%	200,000,000 a 1	562,907.58
23	0.000000002	99.9999998%	500,000,000 a 1	735,440.37
24	0.000000001	99.9999999%	1,000,000,000 a 1	900,238.55
25	0.0000000005	99.99999995%	2,000,000,000 a 1	1,101,923.07
26	0.0000000002	99.99999998%	5,000,000,000 a 1	1,439,421.41
27	0.0000000001	99.99999999%	10,000,000,000 a 1	1,761,789.77

d) Siefore básica cuatro:

Distribución de Valores Extremos				
i	p_i	Confianza del VaR	Posibilidades	VaR
0	0.01	99.%	100 a 1	7,884.27
1	0.005	99.5%	200 a 1	9,894.81
2	0.002	99.8%	500 a 1	13,349.98
3	0.001	99.9%	1,000 a 1	16,737.23
4	0.0005	99.95%	2,000 a 1	20,977.68
5	0.0002	99.98%	5,000 a 1	28,265.02
6	0.0001	99.99%	10,000 a 1	35,409.12
7	0.00005	99.995%	20,000 a 1	44,352.70
8	0.00002	99.998%	50,000 a 1	59,722.54
9	0.00001	99.999%	100,000 a 1	74,790.26
10	0.000005	99.9995%	200,000 a 1	93,653.30
11	0.000002	99.9998%	500,000 a 1	126,070.03
12	0.000001	99.9999%	1,000,000 a 1	157,849.57
13	0.0000005	99.99995%	2,000,000 a 1	197,633.85
14	0.0000002	99.99998%	5,000,000 a 1	266,004.43
15	0.0000001	99.99999%	10,000,000 a 1	333,031.10
16	0.00000005	99.999995%	20,000,000 a 1	416,940.67
17	0.00000002	99.999998%	50,000,000 a 1	561,142.00
18	0.00000001	99.999999%	100,000,000 a 1	702,508.88
22	0.000000005	99.9999995%	200,000,000 a 1	879,483.70
23	0.000000002	99.9999998%	500,000,000 a 1	1,183,620.70
24	0.000000001	99.9999999%	1,000,000,000 a 1	1,481,779.52
25	0.0000000005	99.99999995%	2,000,000,000 a 1	1,855,039.55
26	0.0000000002	99.99999998%	5,000,000,000 a 1	2,496,499.07
27	0.0000000001	99.99999999%	10,000,000,000 a 1	3,125,349.94

5.3 CONCLUSIONES

En este trabajo se tomó los Activos conocidos por la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro para tener un estimado de lo que actualmente concentran las SIEFORES. Se analizó el último portafolio de referencia que dio a conocer dicha Comisión para el cálculo de Valor en riesgo regulatorio, este VaR según el Régimen de Inversión que deben seguir las AFORES se debe hacer con una metodología de Simulación Histórica, que las instituciones que administran los fondos de ahorro para el retiro deben reportar a la Comisión, con un horizonte de 1 día y 1000 escenarios históricos.

Sin embargo, se señaló que en las disposiciones que se publican en el diario oficial de la federación que deben seguir las SIEFORES, se pide el cálculo de medidas de sensibilidad correspondientes a los portafolios donde se incluye el Riesgo Paramétrico, Monte Carlo y la Teoría Valores Extremos. Por consiguiente se realizó el cálculo el Valor en Riesgo de Mercado con tres metodologías distintas: Simulación Histórica, Métodos paramétricos, Simulación Monte Carlo y se incluyó el Valor en Riesgo con una teoría de Valores Extremos.

El cálculo de VaR para las tres metodologías descritas para el portafolio de referencia es el siguiente:

Valor en Riesgo	Simulación histórica simple	Modelo paramétrico sin factor de decaimiento	Modelo Simulación Monte Carlo (Movimiento Browniano y Black-
Siefore Básica uno	\$ 705,646,062.79	\$ 313,735,525.30	\$ 932,250,674.17
Siefore Básica dos	\$ 5,003,434,621.76	\$ 2,472,967,232.70	\$ 5,816,463,006.56
Siefore Básica tres	\$ 5,461,645,449.99	\$ 2,686,450,643.86	\$ 6,579,287,384.45
Siefore Básica cuatro	\$ 5,833,428,524.48	\$ 2,542,870,922.52	\$ 7,197,863,987.56
Nivel de Confianza	Escenario de la Matriz 31 en la SB1 y 26 en las demás	97.5%	97.5%
Horizonte	1 día	1 día	1 día
Periodo	1000 días	1000 días	1000 días

En porcentaje se tiene lo siguiente:

Valor en Riesgo	Simulación histórica simple	Modelo paramétrico sin factor de decaimiento	Modelo Simulación Monte Carlo (Movimiento Browniano y Black-
Siefore Básica uno	0.596155%	0.265055%	0.787599%
Siefore Básica dos	0.727396%	0.359519%	0.845594%
Siefore Básica tres	0.817388%	0.402053%	0.984653%
Siefore Básica cuatro	0.951790%	0.414898%	1.174414%

Las tres metodologías tienen ventajas y desventajas, analizando los datos obtenidos sobre el portafolio de referencia podemos señalar que la metodología que da como resultado un VaR menor es la de Riesgo Paramétrico, esta metodología supone un comportamiento Normal de la distribución de pérdidas y ganancias, al hacer los cálculos con mil escenarios se puede considerar que es una muestra grande ($N > 30$) y que con el Teorema de Limite Central se podría inferir que la distribución tiende a una Normal, sin embargo sabemos que el mercado se comporta de manera distinta. En la aplicación realizada el valor en riesgo paramétrico de los portafolios es menos de la mitad que el VaR que se

calcula con la distribución histórica. Aunque se pudo ver que el efecto de diversificación (además de que este VaR parte de la teoría de Markowitz) es mayor.

El Valor en Riesgo con Metodología Histórica, parte del supuesto en que al día $t + 1$, se tendrá una pérdida observada (en rendimientos) 1000 días atrás, este es el supuesto más fuerte, ya que si en los escenarios históricos (en este caso 1000, aproximadamente 4 años) no se observan rendimientos sobre los factores de riesgo como el día t , entonces queda fuera de la distribución y fuera de una posible estrategia ante una crisis. Como se vio en los gráficos de análisis de datos el 20 de Junio del 2013, se observó un alza de tasas de hasta 60 basis, originado por el anuncio del presidente de la Reserva Federal de Estados Unidos que hace referencia a la compra moderada de bonos. Como resultado de lo anterior no solo cayeron las tasas sino también la BMV con 3.91%. Este modelo no nos dice más allá del cuantil, aunque nos da un buen análisis.

En el caso de la Simulación Monte Carlo con los modelos supuestos, se observa que es sensible ante las correlaciones de los factores de riesgo y por ende el VaR es mayor, esto no siempre será así, si no existieran movimientos grandes, entonces las correlaciones serían menores. El Modelo de VaR Monte Carlo es fuerte y tiene grandes ventajas como el que no hace supuestos de la distribución y no considera una historia observada, por lo que también podría tomar valores extremos.

Entonces en los modelos observados el VaR que queda en medio es el VaR histórico, donde tenemos la certeza que el 97.5% de las veces observadas las pérdidas no han pasado el cuantil propuesto.

No obstante, como menciona Nicholas Taleb en su libro: *“El Cisne Negro, el impacto de lo altamente improbable”*, se debe tomar en cuenta los eventos extremos, por lo que la aplicación de la Teoría de Valor Extremo da un buen juicio para estar preparado ante posibles crisis, es una medida que las Administradoras de Riesgo deben tomar en cuenta para cualquier análisis de inversión.

La teoría de Valor Extremo nos permite realizar una extrapolación de los datos, en este trabajo se realizó a partir de un umbral, y sobre la distribución empírica que resultó de la Simulación Histórica, sin embargo el umbral elegido se hizo con base en los métodos de VaR estudiados. En un caso extremo y haciendo tender el umbral al infinito, se puede llegar a perder 5 veces el valor del portafolio, para la Siefores 2, 3 y 4 y el 20% para la Siefore Básica uno. En la Siefore Básica uno se tomó el umbral como el resultado del VaR del Método de Riesgo Paramétrico, mientras que en las demás se tomó el cuantil de la distribución Histórica correspondiente al Valor en Riesgo.

Valor en Riesgo	Teoría de Valor Extremo Máxima	Teoría de Valor Extremo al 99%	% de Pérdida Máximo	% de Pérdida con el 99%
Siefore Básica uno	24,703,190,000.00	\$ 992,230,000.00	20.8701%	0.83827%
Siefore Básica dos	\$ 3,493,594,600,000.00	\$ 7,236,340,000.00	507.8967%	1.05201%
Siefore Básica tres	\$ 1,761,789,770,000.00	\$ 7,388,250,000.00	263.6687%	1.10572%
Siefore Básica tres	\$ 3,125,349,940,000.00	\$ 7,884,270,000.00	509.9365%	1.28641%

Un porcentaje más grande que en los VaR's observados en esta tabla se muestra solo el primer dato con el 99% y el último (Como Máximo) con el 99.99999999%.

En conclusión todos los modelos tienen ventajas y desventajas, sin embargo cada teoría da una ventaja que se puede analizar para tener una mejor administración de Riesgos, por ejemplo se podría pedir que todas las Siefores tengan la reserva necesaria para un caso extremo, un nivel de

diversificación sobre un método paramétrico y que tengan en activos líquidos lo que podrían llegar a perder en un día basado en la historia.

 BIBLIOGRAFÍA

- Acerbi C. (2001) . *Risk Aversion and Coherent Risk Measures: a spectral Representation Theorem* <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0107190v1.pdf>. Abaxbank, Corso Monforte 24, 20122 Milano (Italy).
- Apostol T. A (2011). *Calculus I: Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al Álgebra Lineal*, Reverté. Segunda Edición.
- Aritner P, Delbaen F, Eber J-M, and Heath D. *Coherent Measures of Risk.*, Vol.9, No 3 (July 1999). *Mathematical Finance*, Vol 9, No 3 (200-2008).
- Bensalah Younes (2000). *Steps in Applying Extreme Value Theory to Finance: A Review*, ISSN 1192-5434, Bank of Canada.
- De Lara Haro A. (2010). *Medición y control de Riesgos financieros*. LIMUSA, Tercera Edición.
- Ibáñez R.A. (2011). *Análisis Estadístico de valores extremos y aplicaciones*. Trabajo de Investigación. Departamento de Estadística e Investigación Operativa. Universidad de Granada.
- Jorion P. (2010). *Valor en Riesgo: El nuevo paradigma para el control de riesgos con derivados*. LIMUSA.
- Lyyu Y. (2013). *The Black Karasinski Model*. National Taiwan University.
- Maraun D. *Extreme Value Theory: The block Maxima Approach in a Nutshell*. Department of Geography, Justus-Liebig-University Giessen.
- Ortega S. J. (2008), *Introducción a la Teoría de Valores Extremos*, Octavo Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística, Montevideo.
- Rincón Luis (2007), *Curso Intermedio de Probabilidad*, Facultad de Ciencias UNAM.
- Sánchez C. C. (2001). *Valor en Riesgo y otras aproximaciones*. SEI Investments de México.
- Soldevilla G.(2013) *Evaluación de las Metodologías para Riesgo de Mercado*. Monex.
- Tsay R.S. *Extremes Values and Their Applications in Finance*. Booth School of Business, The University of Chicago and Risk Management Institute, National University of Singapore.
- Venegas-Martinez, F. (2008). *Riesgos Financieros y Económicos: Productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre* . Cengage Learning. Segunda Edición.
- Wackerly D, Mendenhall III W and L. Scheaffer R. (2002). *Estadística Matemática con aplicaciones*. THOMPSON. Sexta Edición.