



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS**

---

---

**IMPLEMENTACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS RECREATIVAS  
COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA EN TERCER GRADO  
DE EDUCACIÓN SECUNDARIA: PROPUESTA DIDÁCTICA**

**T E S I S  
PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
LICENCIADO EN PEDAGOGÍA**

**P R E S E N T A  
LUIS GUILLERMO ALAMEDA RANGEL**

**DIRECTORA DE TESIS:  
MAESTRA MARÍA MAGDALENA GODÍNEZ GORÍBAR**

***CIUDAD UNIVERSITARIA, MEXICO D.F., A 2014***

**SUA'ED**





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## DEDICATORIAS Y AGRADECIMIENTOS

### **A mi Mamá Guillermina Rangel:**

Con todo mi amor y admiración, por enseñarme con tu ejemplo a saber luchar y con tu ausencia hacerme comprender el valor de apreciar cada instante y cada aprendizaje. \*Hoy y siempre no terminaré de agradecerte, por la grandeza de tu infinito amor, comprensión, fuerza y sabiduría que me has brindado desde el cielo, y por darme la libertad de ser yo mismo. Hoy hemos alcanzado una meta, y seguirás siendo la razón que guie mi espíritu para seguir triunfando...\*

### **A mi Padre José Luis Alameda:**

Por enseñarme que “se lucha y se aprende de la vida” y por ser un buen padre, un sabio de grandes consejos, pero sobre todo por estar en momentos importantes de mi vida.

### **A mis Hermanos y mis mejores amigos Abraham y Leonardo:**

Ellos con su alegría, cariño, nobleza y lealtad, lograron derrumbar el muro de la tristeza, soledad y egoísmo que había en mi, convirtiéndose en las estrellas que protegen mis senderos inciertos, enseñándome que una palabra puede cambiar el mundo.

### **A mi Novia Karen Alinne:**

Por ser fuente de motivación en el logro de mis éxitos, que con su sonrisa consigue borrar de mí la tristeza y fomenta la esperanza en mi rumbo, que sin saberlo es una luz importante para cumplir mis metas.

### **A mi asesora Maestra Magdalena Godínez Goríbar:**

Por aprender de usted acerca del quehacer pedagógico. Gracias por sus enseñanzas, el tiempo y atención, durante la elaboración del presente trabajo.

## ÍNDICE

<b>Introducción</b> .....	5
<b>Planteamiento del problema</b> .....	6
<b>Objetivo general y específico</b> .....	7
<b>Hipótesis</b> .....	7
<b>Metodología</b> .....	7
<b>Caso de estudio</b> .....	8
<b>Capítulo I. Panorama sobre la enseñanza de las matemáticas (Fundamentación teórica)</b>	
1.1 La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria.....	13
1.2 Metodología para la enseñanza de las matemáticas.....	15
1.3 La asignatura de matemáticas.....	17
1.4 La didáctica de las matemáticas.....	20
1.5 La Teoría de las Situaciones Didácticas.....	21
<b>Capítulo II. La Escuela Secundaria: una revisión general</b>	
2.1 Origen y desarrollo de la escuela secundaria.....	24
2.2 Propósitos de la escuela secundaria.....	27
2.3 Plan y Programa de estudio actual de la escuela secundaria.....	28
2.4 Los alumnos de la escuela secundaria y sus características generales.....	32
2.5 El proceso de aprendizaje: La Teoría del aprendizaje de Lev Vygotski.....	37

### **Capítulo III. Diseño de la Propuesta Didáctica**

3.1 Propuesta didáctica.....	39
3.2 El trabajo docente.....	39
3.3 El Eje temático y el contenido matemático: Teorema de Pitágoras.....	46
3.4 La Estrategia de trabajo: Las Matemáticas Recreativas.....	47
3.5 Los Juegos de conocimientos.....	48
a) Rompecabezas.....	49
b) Geoplano.....	50
c) Lotería.....	50
3.6 Materiales y recursos didácticos.....	51

### **\*Capítulo IV. Aplicación y Análisis de la Propuesta Didáctica**

4.1 Relevancia del sistema didáctico.....	55
4.2 Aplicación de la secuencia de actividades.....	58
4.3 Análisis de la experiencia de enseñanza.....	72
Conclusiones.....	94
Bibliografía.....	98
Anexos.....	101

## INTRODUCCIÓN

El panorama actual de la enseñanza de las Matemáticas no es favorable al destacar “en sentido estricto que no es posible enseñar una abstracción cuando cae en oídos sordos” (Kline, 1983: 117) y se tiene una tarea difícil en la que imperan el desinterés y la apatía en la mayor parte del alumnado de secundaria, sin embargo el plan y el programa de estudio actuales establecen que para captar la atención del alumnado el docente debe contar dentro de su forma de enseñanza con un amplio repertorio de estrategias de enseñanza basadas en la esencia lúdica del aprendizaje de la asignatura en cuestión.

Por consiguiente, en el quehacer pedagógico de cada docente sobresale la elaboración de propuestas didácticas que contengan actividades pertinentes que logren promover un ambiente de aprendizaje favorable para mejorar considerablemente el desempeño académico de los estudiantes. Para fines de esta tesis será necesario retomar la Teoría de las Situaciones Didácticas que plantea peculiaridades en la Didáctica de Matemáticas y posteriormente, con el uso de una eficiente estrategia de enseñanza, hacer una vinculación con una relevante Teoría de Aprendizaje que permita dar sentido y explicación a las actividades realizadas, para lo cual se retomarán las ideas de Lev Vygotski.

Así, para el estudio de caso que a continuación se presentará se describe la estrategia de enseñanza que se puso en práctica con los alumnos de tercer grado de la Secundaria Oficial No. 426 “Valle de Anáhuac”, ubicada en la colonia Valle de Anáhuac, en Ecatepec, Estado de México, para lo cual se trabajó con los principios de las Matemáticas Recreativas que focalizan en la enseñanza de la demostración del teorema de Pitágoras.

La estrategia se llevó a cabo con un grupo piloto con el cual se puntualizó el uso de actividades especiales: rompecabezas, geoplano y lotería, con el fin de intentar algo diferente a la enseñanza tradicional para abordar el teorema de Pitágoras, de lo cual derivó un análisis que nos permite vislumbrar la eficacia de la estrategia propuesta, en la que se estipula que el profesor debe tener una enseñanza creativa e interesante para promover el aprendizaje en sus alumnos.

## **Planteamiento del problema**

El problema que dio lugar a la estrategia de enseñanza denominada “Matemáticas Recreativas” y al diseño de materiales didácticos fue el bajo aprovechamiento y la percepción adversa del alumnado con respecto a la asignatura.

La pregunta de investigación en torno a la cual gira la presente tesis es: *¿Cómo puede mejorar el desempeño académico del alumnado de tercer grado de secundaria, en la asignatura de Matemáticas, utilizando una estrategia de enseñanza adecuada?*

Considerando que el docente debe contar con estrategias de enseñanza que le permitan acaparar la atención y mostrar la esencia lúdica del aprendizaje, que deberá repercutir en el aumento del aprovechamiento académico idóneamente se pensó en usar las Matemáticas Recreativas para la enseñanza de la demostración del teorema de Pitágoras.

La propuesta didáctica desarrollada retomó los principios y las características de las Matemáticas Recreativas, (cuya esencia es jugar mientras se aprende) con un grupo de tercer grado de la Escuela Secundaria Oficial No. 426, en el que se puso en marcha la estrategia de enseñanza diseñada, basada en actividades que retomaron la idea de los juegos de conocimientos e hicieron énfasis en la noción del rompecabezas, el geoplano y la lotería.

Posteriormente, se deberá obtener exhaustivo análisis que permitirá vislumbrar la trascendencia de la estrategia de enseñanza utilizada y ser congruentes con el actual plan y programa de estudio, tomando en cuenta que el docente frente a grupo debe valerse de una enseñanza creativa e interesante para mejorar el desempeño académico en los alumnos.

**Objetivo general:** analizar y explicar el desarrollo y puesta en operación de la propuesta didáctica para la enseñanza- aprendizaje de las Matemáticas mediante el uso del rompecabezas, el geoplano y la lotería para trabajar de una manera creativa y lúdica el teorema de Pitágoras.

### ***Objetivos específicos:***

- Investigar y describir la noción de Matemáticas Recreativas así como su utilidad en el aula.
- Analizar las actividades que integran el repertorio de las Matemáticas Recreativas y realizar una propuesta didáctica lúdica
- Analizar los objetivos del plan y programa de estudio de secundaria y con ello puntualizar en la asignatura de Matemáticas, con el fin de fundamentar la estrategia de enseñanza para la obtención de un mejor aprovechamiento académico.
- Considerar la Teoría de Aprendizaje de Lev Vygotski y establecer una vinculación con el uso de las Matemáticas Recreativas.
- Retomar la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para entender la Didáctica de las Matemáticas en la Educación Secundaria.

### ***Hipótesis:***

La hipótesis principal se enfoca en el diseño de un material didáctico que ayude a los docentes al momento de incentivar la esencia lúdica del aprendizaje, con el fin de que los alumnos construyan con agrado y por sí mismos el contenido de una materia que consideran aburrida y difícil: las Matemáticas.

### ***Metodología:***

La metodología definida por Sautu (2005) está constituida por procedimientos o métodos para la construcción de la evidencia empírica, por lo tanto, se debe considerar los fundamentos teóricos en gran medida, ya que se debe realizar un recorte de la realidad, por tal motivo se hace hincapié en la metodología cualitativa donde la observación, la narrativa y el análisis son las estrategias que se utilizaron para la realización del presente trabajo.

“Toda investigación es una construcción teórica, ya que la teoría permea todas las etapas del diseño: desde la construcción del marco teórico, hasta la implementación de la estrategia metodológica para la producción de los datos y su posterior análisis” (Sautu, 2005: 39) es por ende, que el desarrollo de una



propuesta didáctica permite al investigador estar inmerso en el contexto, con lo que se logra reflexionar e interactuar en el proceso educativo; con ello la actividad primordial se concreta en diseñar, aplicar y analizar una secuencia de actividades, que resalten la implementación de una estrategia de enseñanza que consiga mejorar el desempeño del alumnado de manera general en la asignatura Matemáticas.

### ***Caso de estudio***

Es necesario precisar que para fines de esta tesis la escuela de trabajo se refiere al lugar donde se aplicará la propuesta didáctica para comprender qué tan fidedigno se trabaja con el plan y el programa de estudio, en la asignatura de Matemáticas.

El abordar la escuela secundaria de trabajo requiere necesariamente una revisión general del contexto que la rodea, pues no debemos perder de vista el aspecto social, por contexto nos referimos al conjunto de factores que ejercen una acción o acontecimiento en un sujeto, y que guardan una estrecha relación con el entorno físico y social, integrado por circunstancias enlazadas y elementos que permiten explicar y comprender el trabajo docente, por lo tanto su conocimiento orienta el trabajo docente, permitiendo comunicarse eficazmente con los alumnos; así mismo diseñar estrategias y actividades didácticas adecuadas, interpretar y valorar sus reacciones en el transcurso de las clases, y responder en forma oportuna y apropiada a las situaciones imprevistas.

El contexto también incluye el conocimiento de la comunidad y las características de la escuela secundaria: sus formas de organización y funcionamiento, el aspecto cultural y las funciones que desempeña el personal que trabaja en ella, así como la población estudiantil a la que atiende.

Una comunidad queda entendida como un grupo o conjunto de personas que comparten elementos en común, tales como un idioma, costumbres, valores, tareas, visión del mundo, edad, ubicación geográfica, estatus social, roles, etc. Un factor importante será la conformación de una identidad común, que contribuirá a

la diferenciación con otros grupos o comunidades, pero también se aprecia que entre sus integrantes deberán existir la unión y la solidaridad.

La comunidad en donde se realizó el trabajo docente pertenece al Estado de México, particularmente al municipio de Ecatepec. El cual está conformado por un territorio de 186.9 kilómetros cuadrados y se encuentra ubicado al noreste de la Ciudad de México, colinda al norte con los municipios de Coacalco de Berriozábal, Tecámac y Tultitlán; al sur con los municipios de Nezahualcóyotl y Texcoco; al este con Acolman y Atenco; al oeste con Tlalnepantla y con la delegación Gustavo A. Madero.

Pertenece también al área metropolitana de la ciudad de México, ya que Ecatepec es un núcleo habitacional e industrial de gran importancia en el nororiente de la Ciudad de México debido a la explosión demográfica que contribuyó a que la mancha urbana se extendiera hasta el municipio. El nombre oficial del municipio es Ecatepec de Morelos; se divide en 1 ciudad, 8 pueblos, 6 ejidos, 12 barrios, 163 fraccionamientos y 359 colonias.

Valle de Anáhuac Sección A es una de las colonias del municipio de Ecatepec, los inicios de dicha colonia se remontan a un asentamiento pequeño formado por pocas familias que habitaron las casas de interés social ofertadas en el segundo lustro de la década de 1980, los servicios públicos eran deficientes, cabe destacar que poco a poco se fue poblando la zona y con ello se mejoraron los servicios públicos indispensables para la población.

La población de la colonia se compone de adultos mayores, adultos, jóvenes y niños. La comunidad limita al norte con la colonia la Estrella, al oriente se localiza la colonia Emiliano Zapata primera sección, al poniente con una zona integrada por varias instituciones educativas y médicas como la Universidad Pedagógica Nacional "Unidad 153 Ecatepec", el Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec (TESE); y el Hospital General "Dr. José María Rodríguez" y al sur con la avenida Central y la colonia Valle de Anáhuac Sección B.

Las familias que habitan la colonia por lo común se componen de un promedio de cinco integrantes, donde en su gran mayoría la madre de familia es

ama de casa y el padre es comerciante, aunque existe una gran variedad de oficios y profesiones a los cuales se dedica el jefe de familia, pero también se apreció la existencia de madres solteras que tienen que laborar para llevar el sustento a casa.

La Escuela Secundaria Oficial No. 426 “Valle de Anáhuac” se ubica entre la calle Leona Vicario s/n. esquina con la calle Marte, en la Colonia Valle de Anáhuac en el Municipio de Ecatepec. Pertenece a la modalidad de escuela estatal y cuenta con dos turnos, el horario de clases en el turno matutino es de 7: 00 a 13:10 horas.

En el año de 1987 se fundó la escuela secundaria “Valle de Anáhuac”, empezando como una unidad didáctica, pues en el mismo espacio había los tres niveles de la educación básica (preescolar, primaria y secundaria); problemas entre los directivos de la primaria y la secundaria pusieron fin a dicha unión entre las escuelas, por lo que se levantó una barda que marca la división; actualmente el preescolar “Valle de Anáhuac” comparte instalaciones con la secundaria, pero dicha institución en breve debe desocupar la secundaria, pues ya cuenta con un terreno para laborar de manera independiente.

Alrededor de la secundaria hay una zona de clase media-baja, que se encuentra conformada por un conjunto habitacional de interés social y por varias instituciones escolares en la avenida Leona Vicario como la escuela primaria “Revolución”, la escuela de educación especial y la Universidad Pedagógica Nacional “Unidad 153 Ecatepec”.

La infraestructura de la escuela no se encuentra en óptimas condiciones, algunos salones no tienen vidrios en las ventanas, constantemente el recubrimiento del techo se desprende, en ocasiones no hay agua en la escuela, por lo que algunas veces no hay higiene en los sanitarios durante el horario escolar, no hay una biblioteca escolar, ni laboratorio de ciencias equipado y el taller de computación tiene pocos recursos y por eso la comunidad estudiantil no lo utiliza.

La escuela cuenta con espacios administrativos distintos, donde podemos localizar la supervisión escolar, la dirección y la subdirección y por último orientación educativa. El espacio para los docentes es la sala de maestros donde

guardan sus materiales educativos y trabajan en sus tiempos libres. Los espacios para los estudiantes, se limita a los 12 salones correspondientes a cada grupo (4 por cada grado) y espacios destinados a actividades culturales y recreativas.

En toda institución educativa se debe tratar de organizar la vida multiforme y compleja de la escuela; esto es, someter su actividad a normas para hacer que todos los elementos, recursos materiales y humanos que en ella intervienen contribuyan eficazmente a que cumpla su alta función educativa y social. Organizar es prever, planificar, establecer o regular en este caso, el ordenamiento de la vida de la escuela y la utilización de cuantos elementos y medios pueden ser aplicados a la formación de los escolares.

La organización de la escuela es indispensable y debe expresar el conjunto de propósitos posibles de realizar. Lo anterior permite reconocer que sólo el trabajo debidamente organizado y planeado podrá alcanzar los mejores resultados.

De acuerdo a la visión de la escuela secundaria “Valle de Anáhuac” pretende ser una institución que trabaje en un ambiente de respeto, responsabilidad, honestidad y tolerancia, brindando un mejor servicio educativo de calidad que contribuye a la formación de mejores seres humanos, comprometidos consigo mismos, la familia, la sociedad y la patria.

La misión de la escuela se aboca a ser un equipo de profesionales multidisciplinarios de la educación, comprometidos con la sociedad para la formación integral de individuos reflexivos, críticos y analíticos, capaces de desarrollar habilidades, destrezas, actitudes y aptitudes.

En términos organizacionales, la escuela toma en cuenta los siguientes aspectos:

Técnico: implica que el director de la escuela debe elaborar un plan de trabajo para el año escolar, plenamente convencido que contendrá el pensamiento rector que normará y dará fluidez al desarrollo de las actividades técnico-pedagógicas de los maestros que con él colaborarán; también incluye orientaciones relativas al programa escolar, su metodología, evaluación, auxiliares

didácticos, libros de texto, registro de actividades, Talleres Generales de Actualización, así como la supervisión del trabajo escolar a través de visitas periódicas y la aplicación de pruebas que permitan apreciar los avances logrados en el desarrollo del programa.

Administrativo: comprende el debido cumplimiento a lo establecido por el reglamento interior de la escuela secundaria, así como todas aquellas disposiciones emanadas de las autoridades superiores, sin olvidarse de la asistencia y la puntualidad, documentación escolar, cooperativa escolar, ahorro escolar y archivo de la escuela.

Social se refiere a la vida social de la escuela y sus relaciones con la comunidad, incluye las ceremonias cívicas y la organización de la sociedad de padres de familia, según lo dispuesto por los reglamentos respectivos.

Finalmente, el aspecto material comprende el cuidado, conservación y mejoramiento del edificio escolar y sus anexos, así como del mobiliario y el material escolar.

## **CAPÍTULO I. Panorama sobre la enseñanza de las Matemáticas**

La enseñanza de las Matemáticas requiere de un marco teórico que sea fidedigno y que permita consolidar las ideas que se pretende exponer, y por ende es necesario tener un referente sólido y pertinente sobre la enseñanza actual de las Matemáticas en la Educación Secundaria; una de las temáticas a revisar es la Didáctica de la asignatura en cuestión, que suele ser muy diferente a la de otras asignaturas del mismo nivel, ya que contiene una metodología acorde y estrategias de trabajo especiales para emplearlas en el contexto áulico con el fin de que mejore el rendimiento del alumnado de manera eficiente, mediante la generación de ambientes favorables para el aprendizaje como lo estipula el plan de estudios actual.

El presente capítulo retoma las ideas de la Teoría de las Situaciones de Guy Brousseau y crea una visión actual sobre la enseñanza de las Matemáticas, pues es uno de los fundamentos utilizados de manera curricular por el programa de la asignatura, que al combinarse con la pertinente metodología debe promover un ambiente favorable de aprendizaje.

### **1.1 La enseñanza de las Matemáticas en la escuela secundaria**

Cabe señalar que se debe considerar los propósitos de las Matemáticas que se plantean en la escuela secundaria para orientar la enseñanza de la asignatura. Actualmente se ha establecido que “se orienta a lograr que los alumnos aprendan a plantear y resolver problemas en distintos contextos, así como a justificar la validez de los procedimientos y resultados y a utilizar adecuadamente el lenguaje matemático para comunicarlos” (Programa de estudio, 2011: 13).

Por consiguiente, es decisivo considerar un modo de enseñanza que ayude a vislumbrar un procedimiento pedagógico que se enfoque en la enseñanza de las Matemáticas, para poder conseguir un ambiente de aprendizaje favorable retomando los procedimientos expositivo, interrogativo y activo; pero si se toma en cuenta la presentación del aprendizaje sobresaldrán el modo intuitivo y el modo simbólico.

Para enfocarnos en la idea de las relaciones con los alumnos durante el aprendizaje se toman en consideración dos formas: el individual y el colectivo; los cuales utilizan actualmente los profesores de matemáticas de manera limitada pues se da mayor énfasis al modo expositivo, al intuitivo y a la forma individual, situación que describe una realidad que contiene limitaciones en la práctica docente, ya que nunca se deberá pasar por alto el “llevar al alumno a una situación de descubrimiento de los conocimientos con base en el uso integral de sus habilidades, de su creatividad y de sus destrezas” (Valiente, 2000: 75).

Por tal motivo “la enseñanza de las Matemáticas se organiza para intentar cerrar un empobrecimiento del aprendizaje matemático del alumno” (Chevallard, 1998: 201); cabe señalar que la enseñanza deberá ser un instrumento de apoyo al estudio, lo que da como resultado una mejor condición para que los alumnos puedan estudiar y por lo tanto aprender.

Entonces, aludiendo a Rivière (1990), el profesor de Matemáticas deberá emplear procedimientos que faciliten los aspectos abstractos y también consiga anclar conceptos de índole matemática de forma significativa en el pensamiento de los alumnos, dando paso a los denominados mandamientos cognitivos, ya que son un punto de partida, al considerárseles como principios generales que pretenderán ser una estrategia de facilitación que repercuta en el aprendizaje matemático:

- 1) Vincular los contenidos matemáticos hacia propósitos y situaciones relevantes;
- 2) utilizar esquemas matemáticos subiendo el grado de abstracción;
- 3) asegurar la asimilación de ideas antes de pasar a situaciones nuevas;
- 4) afirmar el dominio y enriquecimiento de ideas matemáticas tomando en cuenta la ejercitación;
- 5) usar el recurso educativo de la atención exploratoria;
- 6) enseñar de manera paulatina e inteligible;
- 7) asegurarse de que el alumno pueda recordar aspectos importantes de alguna temática desarrollada en clase;
- 8) enseñar de manera pausada estrategias y algoritmos;
- 9) asignar tareas adecuadas que ahonden en el análisis profundo y el aprendizaje incidental; y por ultimo
- 10) valorar y motivar a los alumnos. Por lo anterior la enseñanza de las Matemáticas se verá

matizada por un esfuerzo sistemático que dé significatividad a las actividades que se propongan para trabajar.

Un factor decisivo para el proceso de enseñanza es la motivación, pues muchos de los comportamientos habituales del alumno de matemáticas, de acuerdo con Chevillard (1998), son el desinterés, aburrimiento, falta de iniciativa, rechazo, por lo que el enseñante deberá considerar que un ambiente donde se promueve la participación de los estudiantes a partir de la formulación de preguntas y la búsqueda de las explicaciones que incluyan argumentos matemáticos ayudará a que guarden un equilibrio entre la práctica y la teoría, intentando que “el alumnado tenga opinión favorable hacia las Matemáticas y sus posibilidades utilitarias, recreativas, estéticas e intelectivas” (Valiente, 2000: 20).

Vinculado a lo anterior, sobresale que la memorización debe reducirse, al dar mayor énfasis a reflexionar los hechos y las definiciones trabajadas, por lo que será necesario dar un sentido claro y preciso a los contenidos y a las actividades a desarrollar, pues la intención será permitir al alumno generar conjeturas y poner a prueba los conocimientos adquiridos.

De manera concreta se dice que la enseñanza de las Matemáticas debe tener elementos relevantes, y uno de ellos es el uso de una metodología vinculada con una perspectiva cognitiva que promueva el uso de recursos didácticos con la intencionalidad de generar un conocimiento que se enfoque en promover la intuición y el desarrollo de la comprensión, teniendo siempre presente las ideas rectoras del Plan de Estudios 2011 y así conseguir una enseñanza más acorde con la formación matemática que se persigue en la actualidad.

## **1.2 Metodología para la enseñanza de las Matemáticas**

La metodología de la enseñanza es la encargada de señalar la dirección misma del proceso educativo, y en caso concreto de la asignatura Matemáticas, pero también servirá para englobar la efectividad de una secuencia didáctica al retomar específicamente el procedimiento heurístico y el procedimiento experimental.



Valiente (2000) destaca que el procedimiento heurístico es el procedimiento por excelencia en la enseñanza de las matemáticas; activo por definición y por su estructura de desarrollo. Entre las tendencias más significativas para su aplicación están llevar al alumno a una situación de descubrimiento de los conocimientos con base en el uso integral de sus habilidades, su creatividad y sus destrezas, así el papel del profesor es el de orientar la actividad docente, mientras que los alumnos deben proceder por sí mismos en la resolución de actividades específicas.

Para conseguir una mejor adquisición de conocimientos en el alumnado y dar una mayor utilidad al procedimiento heurístico es necesario que las sesiones cumplan de forma integral con un ciclo formativo de conceptos, que estará integrado por las siguientes fases: exploración, presentación, asimilación, organización y aplicación.

En lo que se refiere al procedimiento experimental, Valiente (2000) argumenta que dicho procedimiento pedagógico pretende que los alumnos manipulen elementos u objetos de conocimiento matemático, bajo la dirección del maestro, en torno de un problema en lo particular; situación que es de relevancia al momento de aplicar la estrategia de trabajo por emplear.

En la metodología de la enseñanza se debe considerar la situación de trabajar con una demostración, por lo cual es recomendable, como lo sugiere Valiente (2000), que el contenido de una proposición quede entendido con claridad, lo cual se logra con la utilización de recursos didácticos con el fin de permitir que el alumno intuya cómo y en qué forma la propiedad que queremos que él entienda se cumple, por lo que es muy importante ocupar ejemplos claros y concretos.

Basarnos en una metodología de enseñanza de manera inicial nos permite construir un vínculo posterior con la planeación y todos sus elementos, como lo es la estrategia de trabajo, pues se quiere conseguir una propuesta didáctica que tenga una base sólida con actividades que promuevan el desarrollo de conocimientos, habilidades y actitudes en el alumnado con respecto a las Matemáticas en la Educación Secundaria.

### **1.3 La asignatura Matemáticas**

El presente apartado abordará dos ideas fundamentales referentes a la asignatura Matemáticas: el panorama actual de la enseñanza de dicha asignatura y el programa de matemáticas.

Las Matemáticas tienen su origen tanto en principios como en abstracciones y su punto de partida es la estructuración del pensamiento; por lo que se considera relevante abordar la adquisición de algunas destrezas de cálculo elemental, aunque actualmente se ha buscado “conseguir el hábito de la matematización de situaciones determinadas” (Sánchez, 1983: 200).

Considerando lo anterior, las Matemáticas son una creación que repercute directamente en una enseñanza basada en la transmisión de conocimientos, y la implementación adecuada del plan y programa de estudio vigente debe dar paso a la idea de la construcción del conocimiento en el alumnado.

Por consiguiente, la enseñanza del docente debe hacerse presente por medio de la reorganización de los conocimientos matemáticos, para lo cual deberá emplear la Didáctica de las Matemáticas, con la intención de brindar una perspectiva agradable y sencilla a la asignatura, pues la intencionalidad será la asimilación adecuada y progresiva por parte de los alumnos, con énfasis en el desarrollo del pensamiento matemático, lo cual se conseguirá si se toman en cuenta los siguientes aspectos en la disciplina matemática: “el razonamiento deductivo, con el pensamiento conjetural; identificar y respetar las leyes que rigen el desarrollo de las técnicas; y producir una tecnología adecuada para aumentar la eficacia e inteligibilidad de las técnicas” (Chevallard, 1998: 133).

Debido a que se trabajará con la idea de disciplina científica se deberán reconstruir las matemáticas en la escuela, dado que las matemáticas escolares presentarán situaciones distintas a las matemáticas originales, en razón del currículo será reconstruido para conseguir una enseñanza pertinente, por lo que será importante comentar que el profesor necesita tener una idea clara de las matemáticas tanto en la forma original como en la escolarizada.

En lo que se refiere al nuevo programa de Matemáticas (2011) se ha expresado el interés en desarrollar un pensamiento matemático sólido, en el cual

se pueda utilizar técnicas adecuadas para la resolución de problemas, favoreciendo una actitud de colaboración y crítica, ya que formular, comunicar, argumentar y mostrar suelen ser la base para trabajar adecuadamente la asignatura. El punto de partida para dicho programa son los conocimientos y las habilidades desarrolladas en la educación primaria, por lo que ahora se trabaja con actividades que demandan mayor abstracción y complejidad.

Además, en el enfoque que establece el programa de la asignatura sobresale como situación central el hecho de despertar el interés del alumnado en las Matemáticas; es por ello que las actividades se centran en el razonamiento, y se vinculan con el uso de los conocimientos previos, y así reestructurar y reforzar las ideas trabajadas para poder llegar a una posible aplicación.

La organización de los contenidos del programa gira en torno a tres ejes temáticos: Sentido numérico y pensamiento algebraico; Manejo de la Información; y Forma, espacio y medida.

De manera más específica sobresale que en el eje temático *Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico* se enfoca en el estudio de la aritmética y del álgebra, pues se pretende crear un puente entre dichos conocimientos para que los alumnos lo asimilen de forma inteligible y posteriormente se pueda dar sentido al lenguaje matemático. El propósito central será adentrarse en el estudio del álgebra, especificando la mayor prioridad en el uso del lenguaje algebraico, teniendo que partir de lo general a lo particular.

En lo que se refiere al eje temático *Manejo de la Información*, pretende realizar un minucioso estudio de la información con aspectos matemáticos, para establecer una mayor relevancia. El propósito principal es “el análisis, la organización, la representación, y la interpretación de datos provenientes de distintas fuentes” (Programa de estudio, 2011: 75).

Por último, sobresale el eje temático *Forma, Espacio y Medida*, que será abordado con detalle posteriormente, debido a que es una pieza medular dentro del diseño de la propuesta didáctica.

El actual programa de matemáticas está conformado por cinco bloques temáticos que a su vez buscan lograr el conocimiento integrado de los alumnos,

por lo tanto se busca el desarrollo de habilidades y conocimientos, mediante cuatro competencias matemáticas consideradas en el programa:

1.- Planteamiento y resolución de problemas: tiene como fin que los alumnos sepan utilizar varios procedimientos y sean capaces de resolver problemas.

2.- Argumentación: consiste en dar sustento tanto al procedimiento como a la solución, teniendo muy en cuenta los elementos matemáticos que intervienen.

3.-Comunicación: se refiere a la expresión y representación que se da a la información por medio del uso de ideas claras.

4.- Manejo de técnicas: es el uso correcto y pertinente de procedimientos y cálculos.

Las competencias ya mencionadas buscan consolidar un progreso en los alumnos, para lo cual es muy importante el papel propositivo del docente. Cabe resaltar que la esencia de dicho programa de estudio retoma los componentes básicos de la didáctica de las matemáticas, en el caso del alumno, el profesor y el conocimiento matemático, dando un sentido muy relevante a la ingeniería didáctica, ya que se parte de contenidos específicos que se desean abordar, donde será pertinente un análisis previo, una experimentación en el aula que marque el desarrollo y una reflexión de las actividades.

Aunado a lo anterior, sobresale el requerimiento de considerar como pieza sustancial la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau que representa un elemento destacado para favorecer mejores aprendizajes que contengan argumentos válidos tanto para el resultado como en los procedimientos, así como escuchar las ideas de los demás y modificar las propias si es necesario.

Es importante comentar los posibles obstáculos que se pueden presentar durante las clases de matemáticas, entre los cuales sobresale la resistencia de los alumnos a resolver problemas, la dificultad para comprender, el desinterés por el trabajo en equipo, la falta de tiempo y la falta de espacios para compartir experiencias. Las situaciones anteriores nos llevan a destacar que la actitud de

responsabilidad, colaboración y compromiso por parte del docente es muy importante para lograr el desarrollo de habilidades en el alumnado.

#### **1.4 La Didáctica de las Matemáticas**

Para fines de esta tesis es importante tener en cuenta que las Matemáticas son una ciencia activa y dinámica, por lo que el enseñante debe considerar siempre el desarrollo de nociones y conceptos vinculados con el pensamiento matemático que permitan “despertar y desarrollar en los alumnos la curiosidad y el interés por investigar y resolver problemas, la creatividad para formular conjeturas, la flexibilidad para modificar su propio punto de vista y la autonomía intelectual para enfrentarse a situaciones desconocidas” (Programa de estudio, 2011: 19), teniendo que considerar las expectativas del docente, los propósitos que se deben trabajar en la asignatura, los modos de enseñanza, el recurso didáctico y la importancia de la motivación, con la intención de tener una perspectiva inteligible de dicho proceso.

Cabe señalar que “el currículo de matemáticas ha seguido tradicionalmente un camino de lo sencillo a lo complejo” (Resnick, 1990: 57), situación que resalta la relevancia que tiene la Didáctica de ser una pieza clave y esencial para el proceso de enseñanza-aprendizaje, que debe ser entendida, de acuerdo con Valiente (2000) como la teoría general de la enseñanza y básicamente se adentra en el cómo se realiza el proceso educativo.

La idea anterior vislumbra la necesidad de la Didáctica de las Matemáticas, con el fin de dar prioridad y énfasis en el rol docente en la enseñanza de las Matemáticas, al destacar que las expectativas hacia el docente suelen ser muy elevadas, ya que se tiene que mostrar habilidad para observar los avances y las dificultades en la actividad escolar al “ayudar a que el proceso educativo sea siempre rico en contenido y en actividades” (Valiente, 2000: 16).

La Didáctica de las Matemáticas requiere promover actividades en el aula bien aplicadas, y mostrar en el docente un rol que permita asumir la responsabilidad y la conciencia de su profesión para enfrentar el aprendizaje de

forma novedosa e interesante, pues la intencionalidad será que la enseñanza tenga un sentido real y objetivo.

Se recalca que el abordaje de la idea de la enseñanza de las Matemáticas está vinculado con el uso de la Didáctica de las Matemáticas, de acuerdo con Valiente (2000). Sobresale que el trabajo en el aula deberá considerar aspectos formales y de contenido, buscando promover la interacción con el contenido de estudio para que se pueda dar el desarrollo de ideas nuevas y correctas.

De lo anterior se pretende una forma de trabajo pertinente para enseñar Matemáticas: la realización de modelos que focalicen en objetos y procesos, teniendo como base la simulación, siempre y cuando el fenómeno a tratar sea complejo; por otro lado, sobresale la utilización del ejercicio operatorio, provechoso porque engloba la idea de la resolución de problemas, conocimientos previos, uso de la imaginación, pero sobre todo se consigue que los alumnos puedan “interiorizarse en el conocimiento por vía de la indagación y el descubrimiento de ciertos saberes” (Valiente, 2000: 16).

En la Didáctica de las Matemáticas conviene usar recursos didácticos de forma medular, pues son los medios de que se vale el profesor la enseñanza-aprendizaje, puesto que se pretenderá buscar una orientación que fomente la intuición y desarrolle el proceso imaginativo, pretendiendo apoyar el manejo del conocimiento y por lo tanto, es importante señalar que la manera en que se muestre las propiedades, relaciones y conceptos debe conseguir que los alumnos se apropien del saber, sobresaliendo el uso del material didáctico aplicado en el aula. Cabe destacar que un ábaco, un geoplano o tal vez una maqueta didáctica puede ayudar en la labor docente, por citar sólo algunos ejemplos de un vasto repertorio que debe existir en la imaginación pedagógica del profesor.

### **1.5 La Teoría de las Situaciones Didácticas**

Cabe resaltar que la esencia de las Matemáticas en la educación secundaria retoma tres componentes básicos en la Didáctica de la asignatura en cuestión, que son: el alumno, el profesor y el conocimiento matemático, elementos que dan un sentido importante a la Ingeniería Didáctica, ya que parten de contenidos

específicos por abordar y hay que realizar un análisis previo, una experimentación en el aula que consiga el desarrollo, y por último una reflexión de la actividad. Aunado a lo anterior la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau representa un elemento que favorece “la comunicación, el trabajo en equipo, la búsqueda de acuerdos y argumentos para validar resultados y procedimientos, así como aprender a escuchar las ideas de los demás y a modificar las propias” (Fundamentación Curricular, 2006: 15).

En la Teoría de las Situaciones Didácticas se identifican dos fenómenos didácticos, el primero es el llamado efecto “Topaze” que Brousseau lo identifica como aquella circunstancia en donde el estudiante llega a la solución de un problema, pero no lo ha conseguido por sus propios medios, sino porque el profesor asume la resolución del mismo.

Por otro lado sobresale el “Efecto Jourdain” que consiste en la actitud que toma el profesor cuando un estudiante da una respuesta incorrecta, pero no obstante, para no desilusionar le dice que “está bien” y el alumno lo asume a una respuesta correcta, que posteriormente puede provocar confusión.

Cabe considerar que los cambios de actitud no son instantáneos, pues requieren de un cambio paulatino, pero para obtener mejoras en el ambiente de aprendizaje se debe dar la oportunidad al razonamiento ingenioso del alumnado y destacar que es necesario asumir que la resolución de problemas depende de los estudiantes, situación que nos remite a que el docente debe ceder y por eso dejar de ser el validador de las respuestas de los alumnos, pues de acuerdo al programa de la asignatura de Matemáticas, es el alumnado quien debe dar respuestas y argumentos que consigan validar resultados, es decir desarrollar un pensamiento matemático.

De esta forma el profesor de la asignatura debe realizar una re-contextualización de los contenidos matemáticos a fin de que éstos se conviertan en un conocimiento utilizable, para conseguir que el docente pueda vislumbrar un ambiente de aprendizaje de sus estudiantes como la modificación del conocimiento del alumno y que ha de producir por sí mismo y que el maestro debe provocar. En este aspecto Brousseau (1994) refiere la “devolución” a la actividad

en la cual el docente intenta plantear al alumno problemas que consigan generar la responsabilidad de la resolución del mismo y que se asuma un compromiso al resolver la actividad, esto se logrará mediante una situación didáctica, la cual es un proceso de poner al alumno frente a retos y que el contenido matemático permita una solución.

Es relevante comentar que las situaciones didácticas requieren que el profesor deba contemplar los siguientes aspectos:

- a) Los contenidos: se refiere a todo lo relacionado a los conocimientos de carácter científico que se deben enseñar, con cada nueva situación y el tipo de devolución que el alumno hace, tiene por fin que el alumno dé sentido a los conocimientos que maneja.
- b) El sentido: es la intencionalidad que da el docente a los contenidos, para que el estudiante pueda aprenderlos de manera fácil. Cuando un alumno no es capaz de responder adecuadamente, los profesores generalmente interpretan esto como una incapacidad por parte del alumno de razonar, sin embargo para que el proceso sea eficiente se requiere que el docente conozca a su sujeto cognitivo.
- c) El lugar del alumno: se debe considerar el aspecto cognoscitivo para que el estudiante tenga un ambiente favorable al aprendizaje.



## **CAPÍTULO II. La escuela secundaria: Una revisión general**

Considerar el origen y el desarrollo de la escuela secundaria en México brinda una referencia del nivel educativo perteneciente a la Educación Básica, por lo tanto es necesario tener un conocimiento que permita entender el rol que juega dicha institución en la formación de estudiantes adolescentes. Para tal fin es necesario abordar el plan y el programa de estudio que rigen actualmente en la educación secundaria y ahondar en los propósitos principales que deben ser tomados en cuenta.

Posteriormente se hablará de los adolescentes que son considerados el elemento medular de la educación secundaria pues dicha institución del Sistema Educativo Mexicano ha sido creada para ellos, por ende, debemos conocer sus características generales, tanto biológicas, físicas, sociales, psicológicas y cognitivas. En lo referente al aspecto cognitivo nos adentraremos en el aprendizaje por reestructuración derivado básicamente de la teoría del aprendizaje de Vygotski.

### **2.1 Origen y desarrollo de la escuela secundaria**

Centrar la atención en la escuela secundaria nos llevó a retomar aspectos históricos relevantes, teniendo como punto de partida su creación y desarrollo para así llegar hasta nuestros días; se buscó ir conociendo y comprendiendo el desarrollo paulatino que ha sufrido dicho nivel de estudio dentro del sistema educativo mexicano, para adentrarnos en la función y las finalidades que se persiguen en cuestión formativa de los alumnos.

La escuela secundaria tiene su comienzo bajo un sentido democrático, popular y nacionalista, ideas que fueron retomadas de la Revolución Mexicana de 1910, pero además se consideraron “moldes pedagógicos de la escuela secundaria alemana y los postulados democráticos de la estadounidense” (Solana, 2002: 225).

Entre los momentos cruciales para la creación de la escuela secundaria que se suscitó en 1925 está la reunión de “el Congreso Pedagógico Estatal de Veracruz, convocado con el objetivo explícito de vincular la primaria superior y la preparatoria, se propuso un nivel que funcionara como puente entre ambos: el secundario” (Sandoval, 2002: 38), pero también fue relevante la fundación de la Secretaría de Educación Pública (SEP) en 1921, ya que dicho organismo se encargaría de regularla, retomando los requerimientos sociales que el país demandaba, acorde a las necesidades de la época, lo que permitió consolidar el nuevo nivel y a su objetivo central: “preparar al futuro ciudadano para tener la capacidad de cooperar socialmente a través de su participación en la producción y en su desarrollo personal directo”(Sandoval, 2002: 40), pues la prioridad fue que la población se preparara en el menor tiempo, restando importancia a la preparatoria pues tan sólo una minoría podía acceder a ella.

El mayor reto que se generó con la creación de dicho nivel, fue “definir un perfil propio que le confiriera identidad y legitimidad” (Sandoval, 2002: 41); para poder conseguirlo hubo que tomar en cuenta el alumnado que la integraría: los adolescentes, lo que a su vez llevaría a crear una normatividad para conseguir un funcionamiento interno adecuado; otro punto sustancial que tiene que ver con la idea de la identidad fue dejar en claro que la Secundaria sería el puente entre la primaria y la preparatoria, pero teniendo en cuenta que “el ciclo de Secundaria constituía por sí mismo una unidad dentro del sistema educativo nacional, con propósitos concretos” (Sandoval, 2002: 44).

Una situación importante para el aspecto de la consolidación de la función y la finalidad de la escuela secundaria, de acuerdo con Etelvina Sandoval (2002), ocurrió durante el periodo de la educación socialista, durante el Cardenismo, pues se planteó que la secundaria debía estar orientada al servicio comunitario y funcionar bajo los preceptos de responsabilidad y solidaridad, destacando que dicha institución debía desarrollar conocimientos e impartir cultura con un sentido prevocacional buscando con ello la superación y el mejoramiento personal de los adolescentes.

Para 1951 se consideró que la Secundaria tenía que brindar al alumnado un mayor nivel cultural y con eso dar una mejor formación, con miras a tener un mejor desarrollo en el nivel superior, por lo que durante el sexenio de López Mateos (1958 - 1964) “la educación Secundaria se ubica como educación media al mismo nivel que la preparatoria, tomando como punto elemental el enfatizar en el desarrollo físico y mental de los jóvenes, definiéndola más claramente como una educación media básica” (Sandoval, 2002: 45).

En el sexenio de Luis Echeverría Álvarez (1970 - 1976) se promovió la Reforma Educativa de 1975, en donde los contenidos se organizaron por áreas de conocimiento. Dentro de los objetivos propuestos destacan: “el de continuar la labor de la educación primaria, la formación humanística, científica, técnica artística y moral, proporcionar las bases de una educación sexual orientada a la paternidad responsable y a la planificación familiar, desarrollar la capacidad de aprender a aprender y ofrecer los fundamentos de una formación general” (Sandoval, 2002: 50).

Un aspecto que marca contundentemente la historia de la escuela Secundaria es el Programa para la Modernización Educativa, propuesto durante el sexenio (1989 - 1994) de Carlos Salinas de Gortari, ya que la idea central fue buscar cambios a la estructura de la educación básica y orientar los propósitos educativos a la innovación, como medio para mejorar la práctica educativa, buscando elevar la calidad y combatir el rezago educativo que habría existido en el país por muchos años; por lo que en 1992 el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica (ANMEB) planteó una reformulación de los contenidos, tomando como punto de partida las necesidades básicas de aprendizaje, se aumentó la carga horaria de las asignaturas español y matemáticas, por lo que en el siguiente año se puso en marcha una reforma integral tanto de los contenidos como de los materiales educativos, ya que la idea clave sería la renovación total.

Para dar un marco jurídico y legal al proceso anterior, en 1993 se reformó el artículo Tercero Constitucional, destacando el carácter obligatorio de la educación secundaria, dicha situación ocurrió para conseguir una población más

escolarizada y también para cubrir el objetivo primordial de elevar la calidad de la formación de los estudiantes; se hizo énfasis en el fortalecimiento de la lectura, la escritura y las matemáticas, habilidades que permitirían el continuo desarrollo del pensamiento encaminado a la reflexión.

Actualmente, la secundaria ha sufrido una nueva transformación con el plan de estudios denominado Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), con la intención de generar una renovación y fortalecimiento dentro del sistema educativo, dejando en claro que “la educación secundaria debe articularse con los niveles de preescolar y primaria para configurar un solo ciclo formativo, con propósitos comunes, prácticas pedagógicas congruentes, que contribuyan al desarrollo de los estudiantes y a su formación como ciudadanos democráticos” (Fundamentación Curricular, 2006: 8).

Como podemos apreciar, la currícula de la Escuela Secundaria ha pasado por varias etapas y momentos que han aportado aspectos que le hacen tener una amplia identidad y también una apreciable evolución; destaca su orientación formativa, en el sentido de generar conocimiento, habilidades, capacidades, destrezas, actitudes y valores.

## ***2.2 Propósito de la escuela Secundaria***

El propósito esencial de la escuela Secundaria está plasmado en el actual plan de estudio, que tiene como base el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica (ANMEB), el cual es importante pues se pretende elevar la calidad de la formación de los estudiantes que han terminado la educación primaria, mediante el fortalecimiento de aquellos contenidos que responden a las necesidades básicas de aprendizaje de la población joven del país y que sólo la escuela puede ofrecer. Estos contenidos integran los conocimientos, habilidades y valores que permiten a los estudiantes continuar su aprendizaje con un alto grado de independencia, dentro o fuera de la escuela; facilitan su incorporación productiva y flexible al mundo del trabajo; coadyuvan a la solución de las demandas prácticas de la vida cotidiana y estimulan la participación activa y reflexiva en las organizaciones sociales y en la vida política y cultural de la nación.

Cabe recordar que el plan y los programas de estudio son un medio para mejorar la calidad de la educación, atendiendo las necesidades básicas de aprendizaje de los jóvenes mexicanos, que vivirán en una sociedad más compleja y demandante que la actual.

Antes de referirnos al nuevo plan de estudios que rige a la educación secundaria debemos tener en cuenta un antecedente, para poder encontrar puntos en común y continuidad de ideas. Es por consiguiente que enfatizaremos en el plan de estudios 1993, su objetivo central consistió en elevar la calidad de la formación de los estudiantes lo cual se lograría mediante “el fortalecimiento de aquellos contenidos que responden a las necesidades básicas de aprendizaje” (Sandoval, 2002: 54); pero lo más importante la obligatoriedad de la educación secundaria, ya que se le considera como la última etapa de la educación básica.

De manera general en el plan de estudios 1993, se abrió un mayor espacio a las asignaturas de Español y Matemáticas para fortalecer los conocimientos y las habilidades de carácter básico tanto en el dominio del español que abarca la capacidad de expresarse oralmente y por escrito con precisión y calidad, como en matemáticas, que hace énfasis en el planteamiento y la resolución de problemas. Dentro de las ideas más relevantes sobresale el trabajar con los conocimientos previos del alumno, intentando así fomentar la reflexión, la comprensión y el desarrollo de valores.

Cabe resaltar que con el plan y el programa de estudio 2006 se da una reforma a la educación secundaria, a través de un cambio paulatino y sustancial en el esquema de trabajo y en el enfoque, con el fin de originar una mejora en el aspecto curricular y en la práctica docente, que repercutiera a su vez en la consolidación de aprendizajes significativos en los alumnos y además buscar la efectividad de dicho plan, situación que presenta estrecha vinculación con el actual plan de estudios.

### ***2.3 Plan y programa de estudio actual***

El nuevo plan es una renovación de los contenidos que integran los programas de estudio y también se aprecia la búsqueda por conseguir la profesionalización de

los docentes y el mejoramiento de la infraestructura de las instituciones educativas. Por otro lado, encontramos la existencia de un factor muy importante: al perfil de egreso que busca desarrollar la educación básica, con la intención de mejorar la calidad educativa. Un aspecto relevante es la idea que se refiere a las competencias para la vida, pues ayudarán a tener una buena participación y mejor forma de vivir en la sociedad.

La competencia se debe entender como la integración de un saber hacer (habilidades), con un saber ser (conocimientos), retomando los valores y las actitudes. Cabe señalar que en el nuevo plan (2011) se propone el desarrollo de cinco competencias centrales:

a) Competencias para el aprendizaje permanente: se refiere a dirigir el aprendizaje para comprender la realidad.

b) Competencias para el manejo de la información: hace hincapié en la búsqueda, evaluación y sistematización de la información.

c) Competencias para el manejo de situaciones: focaliza en la organización y el diseño de un proyecto de vida.

d) Competencias para la convivencia: se trata sobre la armonía y la comunicación efectiva, para saber tomar decisiones y llegar a acuerdos.

e) Competencias para la vida en sociedad: referente a la capacidad para decidir y actuar por medio del juicio crítico, teniendo como punto de partida los valores y las normas sociales.

El nuevo currículo considera dos elementos centrales:

a) Las características de los jóvenes en edad de asistir a la educación secundaria, teniendo en cuenta que la “adolescencia es una etapa de transición hacia la adultez y transcurre dentro de un marco social y cultural que imprime características particulares” (Plan de estudios, 2011: 14); por lo anterior, se consideró la existencia de un currículo único y nacional, en donde la flexibilidad en las estrategias de enseñanza y el uso de recursos didácticos contribuyan a un mejor ambiente de aprendizaje.

b) El currículo como dispositivo de cambio en la organización de la vida escolar es un segundo elemento que tiene como fin buscar una educación básica integrada y de calidad. Es importante destacar que la propuesta curricular para la secundaria tendrá como punto clave la convivencia y el aprendizaje por medio de un ambiente colaborativo, así como la integración de los conocimientos.

En lo que concierne al mapa curricular, sigue integrado por 35 horas, con sesiones de 50 minutos de duración, la lógica de distribución toma muy en cuenta el perfil de egreso, con una organización que retoma tres aspectos relevantes que son: a) Formación General y Contenidos Comunes, que cuenta con la mayor carga horaria pues el principal propósito es enriquecer los conocimientos básicos, mejorar la comprensión y desarrollar capacidades corporales, tomando como referencia las asignaturas de español, matemáticas, geografía, historia, ciencias, cívica y artes; b) Asignatura Estatal, es un espacio curricular que tiene la prioridad de integrar y aplicar aprendizajes del entorno social, para así poder reforzar conocimientos de la región en donde se vive, por medio de contenidos adecuados; c) Orientación y tutoría, que tiene la intención de ser un apoyo para los estudiantes en su vida escolar, tomando en cuenta las necesidades e intereses que se presenten, ya que se tiene la idea de llegar hasta la formulación de un proyecto de vida, por lo que cada tutor deberá atender a un solo grupo y así realizar un mejor trabajo para con los alumnos.

Cabe señalar que “el trabajo que realice el tutor se compartirá con los demás profesores del grupo para definir estrategias que contribuyan a potenciar las capacidades de los alumnos” (Plan de estudios, 2011: 30). Una de las partes más interesantes del plan de estudios es la referente a los propósitos de las asignaturas, pues se logra vislumbrar lo que se pretende conseguir en el pensamiento del alumno.

El último aspecto destacado del plan de estudios (2011) se refiere a las orientaciones didácticas para el mejor aprovechamiento de los programas de estudio, dando gran valor a la renovación de la práctica docente, es por ello que se retoma la siguiente información:

a) Incorporar los intereses, las necesidades y los conocimientos previos de los alumnos, con la intención de conseguir un mejor aprendizaje, dando relevancia al uso de estrategias, donde el compromiso pedagógico será la pieza clave para un buen trabajo.

b) Atender la diversidad se refiere a la heterogeneidad de los estudiantes, lo que a su vez establece una manera adecuada para el intercambio de experiencias, que consigan la construcción de un aprendizaje por medio de la interacción social.

c) Promover el trabajo grupal y la construcción colectiva del conocimiento, centrada en el sentido de la responsabilidad y la motivación por aprender, por medio de los valores universales.

d) Diversificar las estrategias didácticas: el trabajo por proyectos tiene la intención de integrar los aprendizajes, en donde se requiere una adecuada participación activa del alumnado para con las actividades entre las que se encuentran el manejo de diversas fuentes de información, el trabajo colaborativo, la capacidad de dialogar, la libertad, el respeto y el juicio crítico.

e) Optimizar el uso del tiempo y del espacio, se refiere a la puntualidad y al correcto uso de mecanismos que logren aprovechar los recursos existentes en las escuelas.

f) Seleccionar materiales adecuados hace hincapié en la funcionalidad de los materiales didácticos y el uso de la tecnología, con la intención de mejorar los aprendizajes esperados en el alumnado.

g) Impulsar la autonomía de los estudiantes es el mayor reto que pretenden desarrollar todas las asignaturas del nuevo plan por medio de la exposición de ideas, la reflexión, los planteamientos y los desafíos.

h) Evaluación es el último rubro que “implica analizar tanto los procesos de resolución como los resultados” (Plan de estudios, 2011: 53) donde la eficacia ayudará a saber el desempeño tanto de alumnos como de profesores, ya que la continuidad llevará a recabar información, describir los logros, las dificultades y las posibles soluciones, permitiendo el crecimiento intelectual del estudiante.



Por último, cabe mencionar que el Plan de Estudios 2011 se centra en conseguir aprendizajes esperados, destacando el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), y con ello favorecer el trabajo interdisciplinario que los alumnos pueden tener y por consiguiente, acceder a distintas fuentes de información y dar una organización y análisis, usando diversas herramientas tales como los procesadores de texto, la hoja de cálculo, el correo electrónico y la Internet; por otro lado resalta la planificación, la cual deberá estar compuesta por actividades que permitan el desarrollo de competencias, ya que se espera que con tales acciones educativas se pueda responder a los cambios que la sociedad demanda.

#### **2.4 Los alumnos de la escuela secundaria y sus características generales**

El estudiante de la escuela secundaria es el adolescente, que atraviesa por una etapa de transición, integrada por una serie de cambios tanto biológicos, físicos y psicológicos. Por lo anterior, el presente trabajo busca ahondar en dichas ideas de forma inteligible y concreta, para conseguir una perspectiva sólida de dicha etapa.

Al hablar de adolescencia es necesario remitirnos al psicólogo Stanley Hall, pues con sus investigaciones contribuyó a considerar “al adolescente como el adulto de mañana, como un futuro miembro de la sociedad” (Izquierdo, 2003: 13). La idea previa nos permite destacar la necesidad de adentrarse en dicho periodo de la vida, destacando que se suscitará un crecimiento total en los seres humanos que atraviesen ese momento tan crucial.

Debemos tener muy presente la idea sobre el adolescente, y por lo cual retomamos lo que la Organización Mundial de la Salud expresa: son todos los individuos comprendidos entre los 10 y los 19 años, lo que puede dar origen a la adolescencia temprana abarcando de los 10 a los 14 años, o si no a la adolescencia segunda comprendida de los 15 a los 19 años; por otro lado etimológicamente encontramos que dicho vocablo proviene del latín *adolescere*, que significa crecer o madurar. Así, la adolescencia es una etapa incierta, que tendrá la principal tarea de perfilarnos a la consolidación de una personalidad; además se caracterizará por “la existencia de un conflicto específico del sujeto

consigo mismo y con su entorno” (Izquierdo, 2000: 15), considerando que dicho proceso de personalización servirá para ocasionar una reconstrucción de experiencias, dando como resultado una etapa de progreso.

En lo que se refiere a los cambios sociales, se aprecia que “el adolescente está totalmente enfocado hacia su porvenir y, angustiosamente buscará su propio camino” (Izquierdo, 2003: 65), por otro lado juegan un papel importante los cambios corporales radicales sufridos en su imagen, lo que estará directamente relacionado con los grupos a los que está asociado, pues es sumamente necesario que los adolescentes encuentren un lugar especial en una sociedad multicultural, ya que la idea de socialización nos remite a un proceso de aprendizaje y adaptación a las normas y expectativas sociales, que marcarán determinados patrones de vida, ya que lo importante para los adolescentes será aprender a ser sociablemente aceptables.

Las relaciones con su grupo de compañeros adquiere gran importancia, los grupos informales de adolescentes de la misma edad a menudo se convierten en núcleos donde la juventud adquiere experiencia con respecto a la identidad personal y a la estabilidad. Los grupos con los que los adolescentes se identifican ejercen influencia en casi todos sus actos, afectan su modo de hablar, sus valores morales, su indumentaria, su modo de comer, ambiciones, expectativas, ideales y actitudes.

El adolescente en su incorporación a la sociedad desarrolla su reafirmación de la identidad, su autoconcepto, su sentido de responsabilidad, sus capacidades de comunicación, su autonomía y su habilidad para resolver problemas, pero una pieza central importante será la búsqueda de autonomía, lo que se traducirá en el deseo de asumir la responsabilidad de actos propios y la libertad de pensamiento y en la conducta, situación que se hará evidente con un sentimiento de emancipación exigida, siendo un signo de progreso, donde el uso correcto y paulatino de la libertad será fundamental para un buen desarrollo social.

Una de las situaciones más turbulentas que tiene que ver con el aspecto social es la relación con la sociedad adulta, en este sentido el joven no sólo debe asumir sus cambios físicos sino también debe adaptarse a un grupo de gente y

situaciones en el que desempeña un papel nuevo y diferente, pero se aprecia que muchas veces se presentarán conflictos, que son considerados como un fenómeno común en las sociedades ya que es notable los factores determinantes de pensar y de conducta en los que se convive. Las incongruencias y contradicciones de la sociedad adulta hacen más difícil a un adolescente ajustarse a su sociedad y comprenderla.

Cabe recordar que la adolescencia es un periodo de crecimiento y también es un complejo proceso de transformaciones, donde los cambios vertiginosos llevarán a la reconstrucción de una autoimagen y a forjar una personalidad que deberá integrarse paulatinamente al mundo de los adultos, ya que al final de tal periodo se cobrará conciencia y se retomarán las experiencias vividas, en donde la adquisición de nuevos valores tenderán a ser más profundos y verdaderos.

Un factor difícil ocurrido es la rebeldía, que es un signo de crecimiento y se da por consecuencia de la búsqueda de autonomía, por lo que la educación deberá marcar la pauta que permita vislumbrar los principios de la sana convivencia y el deber, pues dichos cimientos serán adecuados para la integración social. Por otro lado, Erickson hace alusión a que la crisis de esta etapa está entre el desarrollo de sentimientos de identidad frente a la confusión de roles, por lo tanto, la consolidación de la identidad es una situación ocurrida durante la adolescencia, por lo que el proceso de formación adecuado contribuirá con una correcta integración y congruencia interna.

Cabe señalar que en la adolescencia en cuestión cognitiva se presenta “un gusto mayor por lo abstracto, menos apegados a los datos inmediatos, se realizan generalizaciones más aventuradas, tratan de teorizar sobre casi todo, unas veces con fundamento y otras sin él” (Delval, 1994: 553), destaca el hecho de que el pensamiento adolescente es muy distinto al de los niños pero muy parecido al de los adultos.

Un referente importante que focaliza en el pensamiento adolescente es la teoría de Inhelder y Piaget, ya que su investigación gira en torno a un análisis lógico-estructural, pues lo que realizaron dichos psicólogos fue “plantear problemas, en su mayoría de tipo físico, apoyándose siempre en algún tipo de

material, con lo cual el sujeto tenía que experimentar para explicar lo que sucedía y encontrar leyes explicativas” (Delval, 1994: 554), destacando así que el método empleado por los adolescentes, según Inhelder, es el inductivo, debido a que se organiza una experiencia de forma meticulosa al registrar y verificar leyes.

Los estadios que comprenden la teoría anterior son los siguientes: en lo que concierne al Estadio I: pertenece a la etapa preoperacional y se da la aplicación de las técnicas imaginativas que según Delval (1994) son experiencias para ver lo que sucede, pues lo que más importa al sujeto es actuar sobre los materiales. El Estadio II: corresponde a las operaciones concretas y eso llevará al descubrimiento de reglas prácticas. Se tratará de experimentar para ver qué es lo que sucede, por lo que el mayor logro será establecer una experiencia objetiva. Por último, sobresale el Estadio III: en donde se “utiliza lo que ya se puede llamar técnica científica. Los sujetos no sólo buscan conseguir un objetivo, sino entender cómo funciona el conjunto” (Delval, 1994: 560).

Dicho estadio tiene una subdivisión, ya que primero hace mención del nivel IIIA en donde se habla de un razonamiento correcto, que no es capaz de realizar combinaciones, para lo cual se remite al nivel IIIB, en el cual se consigue una disociación de factores y por ende una solución adecuada, situación conseguida debido al uso de modelos lógicos.

En general, los adolescentes pueden interactuar e interrelacionar sus conocimientos, logrando un pensamiento no sólo en función de lo que observan en una situación concreta, sino que pueden imaginar una variedad infinita de posibilidades; pueden pensar en situaciones hipotéticas, considerar todos los aspectos de una situación, y plantearse un problema intelectual de forma sistemática.

En caso particular, se aprecia que los alumnos de tercer grado, grupo “A”, están en la etapa de la adolescencia, y ya pasaron por la transición biológica y fisiológica de la pubertad, y están en plena manifestación de procesos en lo social, psicológico, afectivo y cognitivo que a continuación se describen.

Desde el punto de vista social, sobresale la búsqueda de su identidad, se comienzan a relacionar por grupos de interés, es decir entre sus amistades existe un denominador común que los identifica.

En lo que concierne al aspecto psicológico suelen ser sumamente lábiles, por ejemplo, se muestran preocupados por su incorporación a la sociedad porque no tienen claro su interés vocacional y cambian de opinión rápidamente. Un día quieren estudiar administración y otro ingeniería. Un día el grupo se muestra disgregado y otro son el grupo más unido; tienden a preocuparse por su imagen y buscan también reafirmar su sexualidad, además les interesa mucho su adaptación sexual, social, ideológica y vocacional.

Por otra parte, los grupos de amistades son muy variados y se componen por la interacción de ambos sexos, en general, las actividades que propician interés en los alumnos son las que se refieren a la identidad sexual, por ejemplo, las estudiantes dan esmerada atención a su apariencia física para procurar llamar la atención y aceptación de sus compañeros, existen estereotipos que quieren seguir y tienen una tendencia en su indumentaria y su comunicación.

Las alumnas suelen llevar a la secundaria el uniforme deportivo con demasiada regularidad, además acostumbran usar su playera a la altura del ombligo, es común además encontrar que alteren la coordinación del uniforme escolar combinándolo con alguna ropa casual, pero más en específico se ha observado que las blusas no son las que marca la norma escolar.

Puede decirse que los varones suelen respetar las normas de vestimenta que marca la institución, pero su tendencia se marca en cuanto a la manera en que acomodan su peinado, su manera de expresarse, sus temas de conversación, la música que escuchan, la marca de celular que todos desean adquirir, el reproductor de música que todos tienen, la marca de tenis de moda, el programa de televisión del cual todos comentan, etc.

En lo que se refiere a lo cognitivo, es visible que los alumnos son capaces de organizar y seleccionar la información, plantearse y resolver problemas, inclusive son capaces de criticar y proponer; en este punto, los alumnos ya tienen conocimientos previos que ayudan a la abstracción.

En cuanto a los intereses de los alumnos, se pudo identificar que en sus tiempos libres les gusta ver televisión, utilizar el Internet, jugar videojuegos, escuchar música e ir al cine y le dan mucha importancia a la amistad. Además, en un futuro todos los alumnos quisieran estudiar una carrera, aunque aún no tienen un sentido claro de su vocación profesional; en concordancia con lo anterior la mayor parte de los alumnos quieren estudiar después de la secundaria en una preparatoria de la UNAM, y algunos pocos en una vocacional, lo destacado de la situación es que ninguno quiere dejar de estudiar.

Este grupo en segundo año tenía serios problemas de conducta, lo que propició que los profesores tuvieran una mala imagen compuesta por indisciplinas y apatía al trabajo; ahora en tercer grado se nota al grupo con una mejor actitud, destacando la unión, pues cuando algún alumno presenta problemas académicos el grupo le ayuda a que lo entienda con mayor facilidad, el grupo suele trabajar de manera adecuada y como se pide. Con la aplicación de la propuesta los alumnos podrán tener un mejor aprendizaje utilizando su creatividad y la unión grupal, abordando la noción de las matemáticas recreativas y el tema del teorema de Pitágoras.

## **2.5 El proceso de aprendizaje: Teoría del Aprendizaje de Vygotski**

Para el desarrollo de la propuesta didáctica fue necesario tener un referente teórico acerca de la adolescencia con los cambios que en ella se presentan ya sean biológicos, físicos, sociales, psicológicos y cognitivos, por tal motivo se retomó la idea del aprendizaje por reestructuración, siendo relevante la teoría del aprendizaje de Vygotski que hace énfasis en la noción del nivel de desarrollo potencial.

El aprendizaje es un proceso que hace referencia al momento en el que se adquieren y desarrollan destrezas y habilidades, con lo que se contribuye a que el conocimiento crezca gradualmente; para destacar los factores que influyen en dicho proceso nos referimos al aprendizaje por reestructuración, por lo que la pieza clave para entender tal situación será la teoría del aprendizaje de Lev Vygotski.

De acuerdo con Pozo (1999), en la teoría del aprendizaje de Vygotski destaca la idea de que el aprendizaje precede temporalmente al desarrollo, y está conformado por dos niveles: el de desarrollo efectivo, se refiere al sujeto y a sus logros de manera autónoma (mediadores ya interiorizados), mientras que el nivel de desarrollo potencial está formado por lo que el sujeto sería capaz de hacer con ayuda de otras personas o de instrumentos mediadores externamente proporcionados (mediadores que el sujeto puede usar externamente, pero que aún no ha interiorizado).

Una idea muy importante a considerar es la asimilación de conceptos, “consistente en relacionar los nuevos conceptos con otros anteriormente formados y ya existentes en la mente de la persona” (Pozo, 1999: 217). Cabe señalar que un producto de la asimilación es la interacción donde se hará presente la nueva información con las estructuras conceptuales ya establecidas.

Por otra parte, sobresale que Vygotski considera que los conceptos verdaderos son los denominados conceptos científicos, que se adquieren por medio de la instrucción, los cuales presentan tres rasgos característicos: “formar parte de un sistema; adquisición a través de una toma de conciencia de la propia actividad mental y por último implican una relación especial con el objeto” (Pozo, 1999: 203). Destacando así que su adquisición se dará de manera jerárquica y seguirán un camino de lo abstracto a lo concreto.

La teoría anterior nos permite tener una referencia teórica desde la cual realizar una observación sustancial de lo que ocurre al utilizar determinados materiales didácticos en el proceso de aprendizaje. Cabe destacar que en el próximo capítulo se abordará lo referente al diseño de la propuesta didáctica

## **CAPÍTULO III. DISEÑO DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA**

El diseño de la propuesta didáctica se basa en el plan de estudios actual, que es el documento rector y regulador de la enseñanza en la educación secundaria. El enfoque de las matemáticas precisa en el interés por el desarrollo del pensamiento matemático sólido del alumno, en donde se puedan utilizar técnicas adecuadas para la resolución de problemas, favoreciendo una actitud de colaboración y crítica, que contribuya al desplegado de acciones para formular, comunicar, argumentar y mostrar, las cuales suelen ser la base para trabajar adecuadamente en la asignatura. Las ideas anteriores fueron pieza clave para el desarrollo de la propuesta didáctica.

### **3.1 Propuesta Didáctica**

Una propuesta didáctica es una secuencia de actividades diseñadas para trabajar con los alumnos, fundamentadas en el surgimiento de un problema que se identificó en el grupo, ya sea de aprendizaje o de enseñanza. Este diseño se realiza a través de la recuperación de la experiencia, del enfoque de la enseñanza de la asignatura de matemáticas y de las modalidades didácticas que pueden utilizarse para favorecer el desarrollo integral.

Para que la propuesta didáctica sea congruente con el enfoque de las matemáticas es necesario considerar las orientaciones del plan y programa de estudio, pero sobre todo del conocimiento del grupo y de los adolescentes, el contenido matemático, las actividades didácticas para el logro de los propósitos y la organización del tiempo y los recursos con que se trabajará es lo que nos remite al trabajo docente por realizar.

### **3.2 El trabajo docente**

El trabajo docente se compone de tres momentos medulares: planeación, ejecución y evaluación. La planeación hace alusión a una previsión de lo que tiene que hacerse, con la finalidad de evitar contratiempos e inconvenientes.



La ejecución se realiza a través de las clases y de las actividades planteadas en ellas. Por último, la evaluación estará compuesta por actividades finales de la acción docente, “pues son aquellas que permitirán al alumno y al profesor comprobar el avance realizado para, en su caso, corregir o reorientar el proceso.”(Fernández, 1999: 55); tal situación nos remite a una verificación de los aprendizajes.

### **La planeación**

Para llevar a cabo el diseño de la secuencia didáctica es preciso tener en cuenta que la planeación “es un proyecto de actividad que indica los elementos y métodos concretos que enriquecen el contenido de una materia. Este proyecto está determinado por el tiempo de duración de la clase, por el espacio y por las características del propio curso. Su realización es una guía que orienta la actividad en el aula” (López, 2000: 76).

Su estructura debe contemplar un principio, un desarrollo y un cierre o conclusión, situación que fue tomada en cuenta especificando así el uso de tres juegos matemáticos, en el momento oportuno, por eso el inicio fue trabajado bajo la noción del rompecabezas pitagórico, el desarrollo giró en torno al geoplano y el cierre focalizó en una lotería referente al contenido matemático del teorema de Pitágoras.

La planeación es un momento crucial pues permite anticipar o prever cómo se desarrollará las situaciones educativas, es decir de qué manera se realiza la presentación de ciertos contenidos y qué acciones de enseñanza favorecen los procesos de aprendizaje de los alumnos. La planeación supone la posibilidad de realizar modificaciones o rectificaciones sobre la marcha.

Para realizar el proceso de planeación fue importante hacer una revisión crítica del grupo y de lo que se intenta lograr, y dar paso a objetivos de aprendizaje inteligibles y concretos, pues tuvieron una fuerte conexión con el desarrollo de actividades oportunas y eficientes, para lo cual se desarrolló el contenido coherentemente, considerando la parte conceptual, procedimental y

actitudinal, y se procuró que dicha clasificación permitiera tener presente “que no sólo los conceptos tienen importancia, también se deberá contemplar y enfatizar en los procedimientos y en las actitudes” (Fernández, 1999: 46). Toda planeación cuenta con componentes que dan sustentabilidad a una propuesta de enseñanza tales como los propósitos, el contenido matemático, las actividades de aprendizaje, los materiales didácticos y la evaluación de los aprendizajes.

Los propósitos son la intención con las que se llevan a cabo la planeación. Por lo tanto actúan como guía orientadora; son las aspiraciones que se proponen en la práctica educativa. Tales finalidades se formulan según la acción de enseñanza que se desee planear vinculando algún contenido temático. Para fines de este trabajo los propósitos son importantes porque fueron el eje rector del diseño de la propuesta didáctica.

Debido a lo anterior, sobresale el propósito de la asignatura de Matemáticas: “que los alumnos aprendan a plantear y resolver problemas en distintos contextos, así como justificar la validez de los procedimientos y resultados y a utilizar adecuadamente el lenguaje matemático para comunicarlos” (Programa de estudio, 2011: 13).

Otro propósito importante para el desarrollo de la propuesta didáctica es el que se establece en el eje forma, espacio y medida, desarrollar la competencia de argumentación, debido a que la comprensión de diversos conceptos matemáticos deberá sustentarse en la intuición primordialmente. Cabe recordar que en el programa de estudio de la asignatura (2011) se define a tal competencia como la forma en que los alumnos vean la necesidad de formular argumentos, ya sea para explicar, para mostrar o justificar informalmente, o para demostrar.

La propuesta didáctica ofreció una modalidad pedagógica que no sólo proporcionó las herramientas para desarrollar la competencia de argumentación, pues se centró en el desarrollo del pensamiento matemático del alumno para que por medio de la idea de las matemáticas recreativas se pudiera conseguir un efectivo desarrollo del aprendizaje individual, se dio importancia al proceso de enseñanza y de aprendizaje como herramienta útil y de acuerdo con López (2000) centrada en el alumno; el propósito era que por medio de experiencias

significativas se brindaran elementos claros para lograr una adecuada comprensión del contenido.

### **La ejecución**

La metodología de la enseñanza contribuyó a la ejecución, pues fue la encargada de señalar la dirección del proceso educativo y en específico del aprovechamiento académico de los alumnos, para con ello sustentar la eficacia de dicha propuesta didáctica; es relevante señalar que se siguió el procedimiento heurístico y el procedimiento experimental.

El procedimiento heurístico es entendido como “el procedimiento por excelencia en la enseñanza de las matemáticas; activo por definición y por su estructura de desarrollo. Entre las tendencias más significativas para su aplicación están la de llevar al alumno a una situación de descubrimiento de los conocimientos con base en el uso integral de sus habilidades, de su creatividad y de sus destrezas” (Valiente, 2000: 75).

El papel del profesor fue el de orientador de la actividad docente, mientras que los alumnos tenían la tarea central de proceder por sí mismos en la resolución de actividades específicas. Para conseguir una mejor adquisición de conocimientos en el alumnado y dar una mayor utilidad al procedimiento heurístico, fue necesario que las sesiones cumplieran de forma integral con un ciclo formativo de conceptos, integrado por las siguientes fases: exploración, presentación, asimilación, organización y aplicación.

En lo que se refiere al procedimiento experimental, Valiente (2000) argumenta que dicho procedimiento pedagógico pretende que los alumnos manipulen elementos u objetos de conocimiento matemático, bajo la dirección del maestro, en torno de un problema en lo particular; situación que fue de relevancia al momento de aplicar la estrategia de trabajo que profundizó en las matemáticas recreativas, especificando claramente el uso del rompecabezas, el geoplano y la lotería.

En la metodología de la enseñanza también se consideró la situación de trabajar con una demostración, dado que el trabajo abordó la noción del teorema

de Pitágoras, fue probable que algunos alumnos presentaran problemas para adentrarse en tal situación, siendo recomendable, y como lo sugiere Valiente (2000), que el contenido de una proposición quedará entendido con claridad, lo cual se logró con la utilización de recursos didácticos que permitió que el alumno intuyera cómo y en qué forma la propiedad que queremos que él entienda se cumplió, por lo que ocuparon ejemplos claros y concretos.

Al hacer referencia a una metodología de enseñanza, se pretendió que la ejecución de la planeación tuviera un punto de partida claro y preciso, buscando así en la propuesta didáctica una base sólida con actividades que promovieron el desarrollo de conocimientos, habilidades y actitudes en los alumnos de tercer grado, grupo "A".

Por otro lado, durante la ejecución sobresalió el papel del docente con la intención de asumir un fuerte compromiso en el proceso de enseñanza, por medio de una actividad integral que se enfocó en el desarrollo de capacidades, de habilidades y destrezas, guiando a los alumnos en la búsqueda de aprendizajes nuevos y significativos; además, en la propuesta didáctica el docente debió ser capaz de encarar el aprendizaje de los conocimientos de forma válida, interesante, novedosa y útil para los alumnos, situación que debió reflejar una enseñanza real y objetiva.

La participación del docente vislumbró el dominio del contenido matemático a tratar, lo que permitió el desarrollo de sesiones interesantes, pero también fue importante el uso de la imaginación pedagógica, como una herramienta para permitir realizar acciones novedosas para un buen manejo y desarrollo de las clases. Es importante considerar que el correcto dominio del material didáctico diseñado permitió orientar y facilitar las actividades a desarrollar, destacando por último que el control grupal, fue sumamente importante, por lo que se establecieron de antemano normas pertinentes para el adecuado desarrollo de la propuesta, entre los que sobresalen valores como la responsabilidad, el respeto y la unión.

### **Actividades en el aula:**

Se habló con los alumnos de tercer grado, grupo “A” acerca de las expectativas que tenían acerca de la propuesta didáctica en lo concerniente al aprendizaje. También se establecieron las normas pertinentes para el desarrollo de la propuesta didáctica, enfocándonos en la responsabilidad, el respeto y la unión, destacando que “la formación de un encuadre será importante para poder establecer un acuerdo de trabajo y un compromiso grupal” (Lozano, 1992:16).

El desarrollo de las sesiones dentro del salón de clases tomó en consideración las matemáticas recreativas y en específico el uso del rompecabezas, el geoplano y la lotería, situación que debió permitir al alumno despertar su interés e invitarlo a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados del contenido matemático a tratar. Cabe señalar que las formas de trabajo fueron las siguientes: en el uso del rompecabezas la organización fue de manera individual, mientras que al ocupar el geoplano se trabajó en parejas y la lotería fue una actividad grupal.

### **La evaluación**

La *evaluación* queda entendida como “un proceso sistemático, gradual y continuo que conlleva el análisis técnico de situaciones” (López, 2000:108), Es por ello que para realizar dicha valoración y de acuerdo con Casanova (1998) fue pertinente considerar la evaluación en tres fases: evaluación inicial, la evaluación procesal y la evaluación final.

La evaluación inicial es aquella que se aplicó al comienzo de un proceso de enseñanza y aprendizaje. De esta manera se detectó la situación de partida de los sujetos que posteriormente van a seguir su formación. Para la aplicación de la propuesta fue necesario previamente identificar el nivel de avance de los alumnos, situación realizada por medio de un examen diagnóstico que contribuyó creando un panorama concreto y claro, para así tener un mejor conocimiento de los estudiantes, adaptando al máximo la actuación docente acorde a las necesidades cognitivas del grupo.

La evaluación procesal es aquella que consiste en la valoración continua del aprendizaje del alumno mediante la obtención de datos, el análisis de los mismos y la toma de decisiones oportuna mientras tiene lugar el propio proceso. El plazo de tiempo está marcado por los propósitos dentro del proceso de aprendizaje. Puede referirse al tiempo que dura el desarrollo de la clase marcado por la planeación, o a un período bimestral de aprendizajes.

Llevar a cabo la evaluación procesal se vinculó con las actividades trabajadas diariamente y eso permitió mejorar el proceso de enseñanza debido a que se identificaron algunos fallos y elementos que están funcionando positivamente sobre la marcha, para subsanarlos o reforzarlos según su pertinencia.

La evaluación final es aquella que se realizó al terminar un proceso de aprendizaje. Una evaluación final puede estar referida al fin de un ciclo, curso o etapa educativa. Supone un momento de reflexión en torno a lo alcanzado después de un plazo establecido para llevar a cabo determinadas actividades y aprendizajes. Por lo que la valoración de los alumnos para el cierre de la propuesta didáctica enfatizó en la aplicación de un examen escrito, compuesto por problemas, relación de columnas y preguntas de opción múltiple.

La evaluación para efectos de la propuesta fue integrada por los siguientes elementos: considerando primero el trabajo en clases, complementado por la toma de notas o apuntes y la resolución de ejercicios; después encontramos la participación fundamentada en que las ideas expuestas por los alumnos tenían que haber sido precisas y concretas, pero también se agregó la consideración referente al trabajo con los materiales didácticos proporcionados; por otro lado encontramos el aspecto de la resolución de problemas, lo cual es una pieza elemental que contribuyó con el aspecto procedimental y por último se destacó la aplicación de un examen escrito, para conocer el avance objetivo sobre el teorema de Pitágoras y la efectividad de la estrategia de trabajo ocupada.

### 3.3 El eje temático y el contenido matemático: Teorema de Pitágoras

Para el diseño de la propuesta didáctica se consideró importante la precisión del trabajo en un eje temático que permitiera una mejor organización y una mayor atención a los elementos enfocados a determinados aspectos matemáticos del eje temático: forma, espacio y medida, que enfatiza en el estudio de la geometría en la educación básica, por lo cual la medición y la construcción son elementos articuladores del conocimiento.

El propósito que se pretende está ligado con el desarrollo de la competencia de argumentación y también con la intuición. Además sobresale el desarrollo de la competencia de argumentación, debido a que la comprensión de diversos conceptos matemáticos deberá sustentarse en la intuición primordialmente.

De manera general, en lo que se refiere al bloque II, se buscó que los aprendizajes obtenidos por los alumnos en dicho bloque temático, fueran:

1.- Representación algebraica del término general, lineal o cuadrático, de una sucesión numérica o de figuras.

2.-Resuelvan problemas que implican el uso del Teorema de Pitágoras y razones trigonométricas.

3.-Resuelvan problemas que implican el uso de procedimientos recursivos, tales como el crecimiento poblacional o el interés sobre saldos insolutos.

El *contenido matemático* permite ubicar un conocimiento determinado; destaca que se abordó la noción del teorema de Pitágoras, que pertenecen al eje temático forma, espacio y medida, al tema medida y al subtema estimar, medir y calcular.

De forma específica se entiende que un teorema es toda proposición que puede ser demostrada, en el caso concreto del teorema de Pitágoras es importante conocer su enunciado destacando que: “el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, donde la representación algebraica es:  $a^2 + b^2 = c^2$ ”. Debido a lo anterior es importante señalar que se

deberá indagar en una demostración que permita una comprensión adecuada y correcta sobre el teorema.

Cabe señalar que la demostración se entiende como un conjunto de razonamientos que conducen a la veracidad de un enunciado. Por tanto, y de acuerdo con Fetisov (1973), sobresale que en el curso de toda demostración se recurre a experimentos, observaciones y hechos, para así, con base en los aspectos antes mencionados, se consiga obtener una conclusión que nos vislumbre la veracidad o falsedad de la proposición trabajada.

En lo que respecta al desarrollo del teorema de Pitágoras, vinculado con el eje temático al cual pertenece, se dio prioridad al aspecto geométrico, ya que se abordó la idea de la demostración, pero también sobresale el apoyo del aspecto algebraico, pues el uso del lenguaje algebraico permitió obtener la expresión algebraica que se manifiesta en dicho teorema, la cual es:  $c^2 = a^2 + b^2$ , destacando con eso que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Para que el contenido matemático siguiera un desarrollo adecuado fue importante que los propósitos fueran plasmados por medio de actividades de aprendizaje claras y provechosas, por lo que el sentido de las actividades estuvo fundamentado en el uso de material didáctico específico y que tuvo como fin la construcción de experiencias de aprendizaje relevantes.

### **3.4 La estrategia de enseñanza**

La estrategia de enseñanza es sin duda un componente medular en el desarrollo del diseño de la propuesta didáctica, pues se concibe a tal elemento como “un canalizador de búsqueda, creación, organización y guía dentro del proceso educativo” (Vázquez, 2006: 288), por lo que debió existir una fuerte vinculación entre los propósitos que se pretenden lograr y la planeación.

Dentro del diseño de la propuesta didáctica se hizo énfasis en el uso de una estrategia de trabajo que fuera vista como un medio en el que las actividades integradas consiguieran mejorar el ambiente de aprendizaje de los alumnos, por lo que la noción de las matemáticas recreativas fue trascendental, debido a que se



compone de actividades lúdicas que permitieron una comprensión inteligible y amena del contenido matemático en cuestión, considerando el “aprender matemáticas mientras jugamos” (Perelman, 2003: 7). Cabe recordar que “bajo el nombre de Matemáticas Recreativas suelen presentarse una variada serie de contenidos, recursos y estrategias que cualquier profesor, conociendo las necesidades e intereses de los alumnos, debe utilizar para que el proceso de aprendizaje resulte grato y motivador”(Alcalá, 2004: 33).

El principal objetivo de las matemáticas recreativas es dar un sentido relevante a las matemáticas y trabajar estrechamente con el pensamiento matemático, situación que contribuye a mejorar las debilidades académicas que se han evidenciado y también a usar la creatividad del alumno con el fin de que las clases tengan una modalidad distinta.

### **3.5 Juegos de Conocimientos**

Cabe indicar primeramente que la idea de juego está vinculada a la diversión y dicho aspecto a los alumnos les agrada, situación que denota el enorme potencial de los juegos matemáticos.

“Todos los juegos matemáticos pueden tener objetivos instruccionales y permitir que los alumnos vayan desarrollando una actividad rica en contenidos propios de matemáticas” (Alcalá, 2004:120), la idea anterior nos permite hablar específicamente de los juegos de conocimientos siendo uno de los dos tipos de juegos matemáticos que existen, lo que permite una actividad matemática en otras condiciones, rica en muchos aspectos matemáticos, tanto conceptuales como procedimentales.

Además para ser eficientes, los juegos de conocimientos deben ofrecer a los estudiantes las siguientes características: a) Tener una presentación motivadora, para que los alumnos muestren interés; b) Tener reglas sencillas y conocidas por todos los alumnos; c) Que el contenido matemático implicado en el juego sea adecuado para el alumnado y d) Su duración debe ser de una sesión, pues de lo contrario implicaría el aburrimiento en el alumno.

Específicamente la propuesta didáctica trabajó con tres juegos de conocimiento y es así como se aplicó la esencia de las Matemáticas Recreativas, por lo cual nos referiremos de manera detallada al rompecabezas, el geoplano y la lotería.

### **a) Rompecabezas**

Debido a que se abordó un tema de Geometría, se señaló que “es la ciencia que tiene por objetivo analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales” (Alsina, 1997: 14), por lo que la intención didáctica de un rompecabezas fue abordar la noción de la percepción.

Queda claro que un rompecabezas es un juego de mesa cuyo objetivo es formar una figura combinando correctamente las partes de ésta, que se encuentran en distintos pedazos o piezas planas.

Dando una mayor precisión a lo que se realizó con el uso del rompecabezas, sobresale que ayudó a crear una interesante introducción de la temática referente al teorema de Pitágoras y también se convirtió un claro referente de la demostración a tratar.

Cabe destacar que los rompecabezas pitagóricos, según Serrano (2007), se pueden utilizar como un juego enfocado en la demostración geométrica y también en la demostración algebraica, pues la forma de presentarlos son como un rompecabezas en el que partiendo de un triángulo rectángulo y al montar las piezas se puede formar por un lado el cuadrado sobre la hipotenusa, y con las mismas piezas se construyen por otro los cuadrados sobre los catetos.

Por consiguiente dicho juego de conocimientos quedó mejor ubicado dentro de los juegos planos, situación que está vinculada con la geometría lúdica y por ende las figuras y las transformaciones fueron pieza clave, consiguiendo dos situaciones relevantes: consolidar y abordar conceptos y propiedades del tema en cuestión por medio de la destreza visual.

## **b) Geoplano**

Debido a que se trabajó con la Matemática del Espacio, se focalizó en la geometría construida en donde “el material construido servirá en el proceso de aprendizaje para poder reconocer y estudiar multitud de conceptos” (Alsina, 1998: 57), es por ello que el geoplano es un excelente material para la enseñanza del teorema de Pitágoras.

El Diccionario de Ciencias de la Educación (1983) menciona que el geoplano es una tabla cuadrada o rectangular, de tamaño variable (25 x 25) sobre la que se ha fijado una red de clavos en la que se pueden disponer ligas de colores y así poder construir figuras geométricas. Dicho instrumento fue invención de Gattegno, a quien se le debe un material experimental y dinámico.

La idea principal que provocó la utilización del Geoplano fue que “es mejor construir que describir, porque para el aprendizaje matemático hacen falta bases reales” (Enciclopedia Técnica de la Educación III, 1983: 306), pero también se consideró la situación sobre las actividades de manipulación, destacando que “está totalmente aceptado que aquello que se trabaja y maneja, se asimila y recuerda mucho más que lo que se lee o estudia” (Alcalá, 2004: 109), permitiendo así un modo fácil y provechoso para desarrollar el contenido matemático abordado, teniendo como resultado un conocimiento intenso y duradero, cabe señalar que el geoplano visto como un juego educativo es muy benéfico para el desarrollo del pensamiento matemático.

## **c) Lotería Pitagórica**

La *lotería tradicional* consiste en un grupo de barajas con figuras determinadas y varios cartones que contienen un número determinado de estas figuras ordenado al azar, situación que fue el fundamento para la elaboración de la lotería pitagórica, debido a que del tema central se extrajeron ideas claves y medulares del teorema de Pitágoras, por medio de imágenes que permitieron construir una baraja y varios cartones para dar paso a un verdadero juego de conocimientos.

La lotería que se trabajó presentó varias condiciones importantes que debe cumplir cualquier juego matemático de conocimiento, y fueron: a) que tuvo reglas

sencillas y conocidas por los alumnos, ya que se produce una situación muy favorable cuando se aprovecha un juego de procedimiento conocido; b) duró una sesión de clase, por lo tanto la temporalidad de dicho juego fue trascendental y consideró no caer ni en el aburrimiento y mucho menos en el uso excesivo; y c) el contenido matemático implicado en el juego marcó el cierre del tema y sirvió para dar un repaso general de las ideas trabajadas con anterioridad.

Por último, cabe señalar que para la lotería se abordó la geometría visual, donde a partir de la percepción visual y el conocimiento geométrico elemental del tema a tratar se dio paso a dicha actividad lúdica; su intencionalidad fue contribuir a reafirmar las ideas abordadas, significando así una conclusión pertinente y adecuada.

### **3.6 Los materiales y recursos didácticos**

Los materiales y recursos didácticos son los medios necesarios para desarrollar una actividad de aprendizaje; pueden incluir las láminas explicativas, el laboratorio, los medios audiovisuales, la informática, los juegos, la plastilina, las regletas, los libros, etc. Todo cuanto resulte imprescindible para manipular, visualizar, realizar experimentos, comprobar datos, etc.

Los materiales y recursos representaron los soportes sobre los que los alumnos realizaron las actividades propuestas, permitiendo la expresión y el desarrollo de habilidades cognitivas, prácticas y afectivas. Cabe señalar que cuando focalizamos en los recursos didácticos, según Valiente (2000), son los medios de que se vale el profesor para realizar la acción de la enseñanza, debido a que se crean, producen y aplican con una relevante intención educativa y sirven en el proceso cognitivo de los alumnos.

Además, en la Didáctica de las Matemáticas resalta que los recursos didácticos específicos suelen ser un aparato pedagógico de apoyo, y que cuando se materializa es convertido en un material didáctico.

Los materiales didácticos que se emplearon en la aplicación de la propuesta didáctica constituyeron un medio facilitador del aprendizaje, en este caso, el

material esencial para trabajar con las Matemáticas Recreativas se centró en tres situaciones particulares: el uso del rompecabezas, el geoplano, y la lotería.

En el caso concreto del rompecabezas, se trabajó con tres diseños diferentes, pues se retomaron tres demostraciones para abordar el teorema de Pitágoras: la demostración de Platón, la demostración de Perigal y la demostración tradicional. Justificando tal situación para proporcionar en los alumnos un mejor aprendizaje del tema; por otro lado para favorecer el desarrollo de la actividad se complementó con el uso de hojas de colores y papel albanene.

Para trabajar las actividades con el geoplano, se focalizó en la resolución de problemas, por lo tanto para utilizar dicho material se ocuparon ligas de colores, favoreciendo así las actividades de manipulación pues “la construcción del conocimiento exige la creación de imágenes” (Pérez, 2002: 25).

En lo que respecta al juego de la lotería, se compuso de varias fichas y tarjetas, las cuales estuvieron enmicadas para su conservación, también que se ocuparon fichas de papel para marcar en las fichas las tarjetas conforme iban apareciendo.

Durante la aplicación de la propuesta didáctica se llevaron láminas de papel bond, para representar las demostraciones del teorema y también para referirnos al contenido matemático cuya funcionalidad fue que los alumnos compartieran y discutieran la información con el profesor y así crear un diálogo académico.

El principal recurso a utilizar para el desarrollo de la propuesta didáctica fue el laboratorio escolar, pues su organización permitió un mejor control grupal y una mejor relación entre los alumnos, facilitando así el aprendizaje, por lo que para potencializar dicho aspecto benéfico, se organizaron con anticipación las mesas de trabajo, y se entregó al jefe de grupo una lista referente a la distribución de los alumnos.

La lista de control fue un elemento que permitió constatar el trabajo diario de las mesas de trabajo y más en específico de cada alumno, por tal motivo se nombró un jefe de mesa para registrar participación y cumplimiento del material y trabajo en clase.

Por último cabe señalar que fue importante la elaboración de una carpeta de trabajo, en tanto que constituyó la evidencia diaria de lo que realizó cada integrante de la mesa de trabajo, situación que contribuyó en dar una revisión sobre los avances y el entendimiento que han presentado los alumnos.

En el siguiente capítulo se abordará la aplicación por sesiones de la propuesta didáctica diseñada para lograr el aprendizaje lúdico de las matemáticas.

## **CAPÍTULO IV. APLICACIÓN Y ANÁLISIS DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA**

La aplicación de la propuesta didáctica encuentra una estrecha vinculación con la capacidad de observar para poder analizar las consecuencias ocurridas en el ambiente de aprendizaje de los alumnos y detectar las diferentes conductas que se pueden manifestar al utilizar los diversos materiales didácticos asignados, ya que la intención será tener nuevos y más adecuados modos de ver y llevar a cabo el proceso de enseñanza y de aprendizaje.

Aunado a lo anterior, es necesario emplear la idea del sistema didáctico como un elemento que permitirá reflexionar la práctica docente, debido a las variables que lo integren, porque paulatinamente se debe obtener una mejoría en el objeto a analizar, su relevancia se hace presente en el momento de generar predicciones sobre posibles obstáculos en el proceso educativo.

Se realizará el análisis de la propuesta didáctica, por tal motivo fundamentaremos con algunos aspectos del Ciclo Reflexivo de Smyth recomendado por Escudero (1997) para realizar una pertinente revisión; cabe resaltar que está integrado por la descripción, la explicación, la confrontación y la reconstrucción, para obtener información de la práctica docente que permita detectar y clarificar los patrones cotidianos de acción docente pero sobre todo dar validez y sentido a la hipótesis planteada con antelación.

En lo que concierne al primer momento del ciclo reflexivo enfocado en la descripción, implica definir qué es lo que se hace en la práctica docente, consiguiendo un significado concreto y eficiente. En el análisis de la propuesta didáctica dicha descripción se realizará mediante un relato narrativo cuyo propósito es recrear una situación. Este momento se identifica con las actividades, al tomar en cuenta los siguientes aspectos: lo que hicieron los alumnos, las repuestas no esperadas, las dificultades enfrentadas y los aprendizajes logrados.

La explicación es el segundo momento del ciclo reflexivo, implica establecer el sentido de la práctica, supone elaborar cierta teoría y descubrir las razones

profundas que subyacen y justifican las acciones, momento en el cual se retomará el fundamento teórico, concretamente la Teoría de las Situaciones Didácticas.

La confrontación se refiere a detectar las causas de actuar de cierto modo, esto es cuestionando lo que se hace en un contexto biográfico, cultural, social o político que dé cuenta de por qué se emplean esas prácticas docentes en el aula.

La reconstrucción aborda cómo se podrían hacer las cosas de otro modo, lo cual se refiere a asentar nuevas configuraciones de la acción docente. De acuerdo con Escudero (1997) es medular el saber identificar situaciones insatisfactorias, por tanto, es un punto necesario para desencadenar acciones posteriores a la mejora, tocante a un proceso de reflexión y revisión.

#### **4.1 Relevancia del Sistema Didáctico**

En lo que concierne a la ingeniería didáctica un componente básico es la noción de sistema didáctico y muy necesario dentro de la aplicación de la propuesta didáctica pues permite vislumbrar el funcionamiento y las posibles restricciones de las variables por ocupar, debemos precisar que la didáctica de las matemáticas destaca que “en el momento de la experimentación se complementa la observación y añade la introducción voluntaria de cambios en las situaciones de aprendizaje requiriendo de una estimación previa” (Miranda, 1998: 108).

Por lo tanto, se debe entender como sistema didáctico al instrumento de trabajo de los profesores, en donde se puede reflexionar y promover una actitud analítica, ya que se deberán seleccionar y relacionar determinados factores específicos que intervienen durante el proceso de enseñanza y de aprendizaje, también será importante ejercer control en dichos factores durante la práctica docente, considerando que cualquier cambio o modificación repercutirá en la eficiencia del sistema y por ende del progreso de las clases.

Al abordar la noción del sistema didáctico debemos hacer énfasis en cada elemento que integra dicho aspecto, con la intención de tener una perspectiva clara y que son: el plan de de estudios, el programa de la asignatura, el contenido temático, los propósitos, el método de enseñanza, el docente, la estrategia, la



planeación, los recursos didácticos, la evaluación y el factor primordial: el alumnado.

El primer componente hace alusión al plan de estudios, siendo el documento rector y regulador de la enseñanza en la educación básica, en cuestión de contenidos y de enfoques.

El programa de estudios es “una formulación hipotética de los aprendizajes que pretende lograrse” (López, 2000: 54) por lo tanto, se le considera una propuesta mínima de aprendizajes relativos a un curso en particular.

El tercer componente es el contenido temático, su función es ubicar un conocimiento determinado; es importante considerar los datos de identificación.

Los propósitos son la intención con la que se llevan a cabo las acciones. Por lo tanto actúan como guía orientadora, siendo las aspiraciones que se proponen en la práctica educativa. Tales finalidades se formulan según la acción de enseñanza que se desee planear vinculando algún contenido temático.

Otro componente relevante es la metodología de la enseñanza, debido a que es la encargada de señalar la dirección misma del proceso educativo y más en específico del aprendizaje de los alumnos en cuestión matemática.

El papel del docente es importante, debido a su intervención en el proceso de enseñanza, además debe asumir un fuerte compromiso pedagógico y así conseguir una actividad integral permitiendo el desarrollo de capacidades, de habilidades y destrezas para guiar a los alumnos en la búsqueda de aprendizajes que mejoren su desempeño académico.

La estrategia de enseñanza es un componente medular considerado como “un canalizador de búsqueda, creación, organización y guía dentro del proceso educativo” (Vázquez, 2006: 288), por lo que deberá existir una fuerte vinculación entre los propósitos que se pretenden lograr y la planeación.

La planeación “es un proyecto de actividad que indica los elementos y métodos concretos que enriquecen el contenido de una materia. Este proyecto está determinado por el tiempo de duración de la clase, por el espacio y por las características del propio curso. Su realización es una guía que orienta la actividad en el aula” (López, 2000: 76).

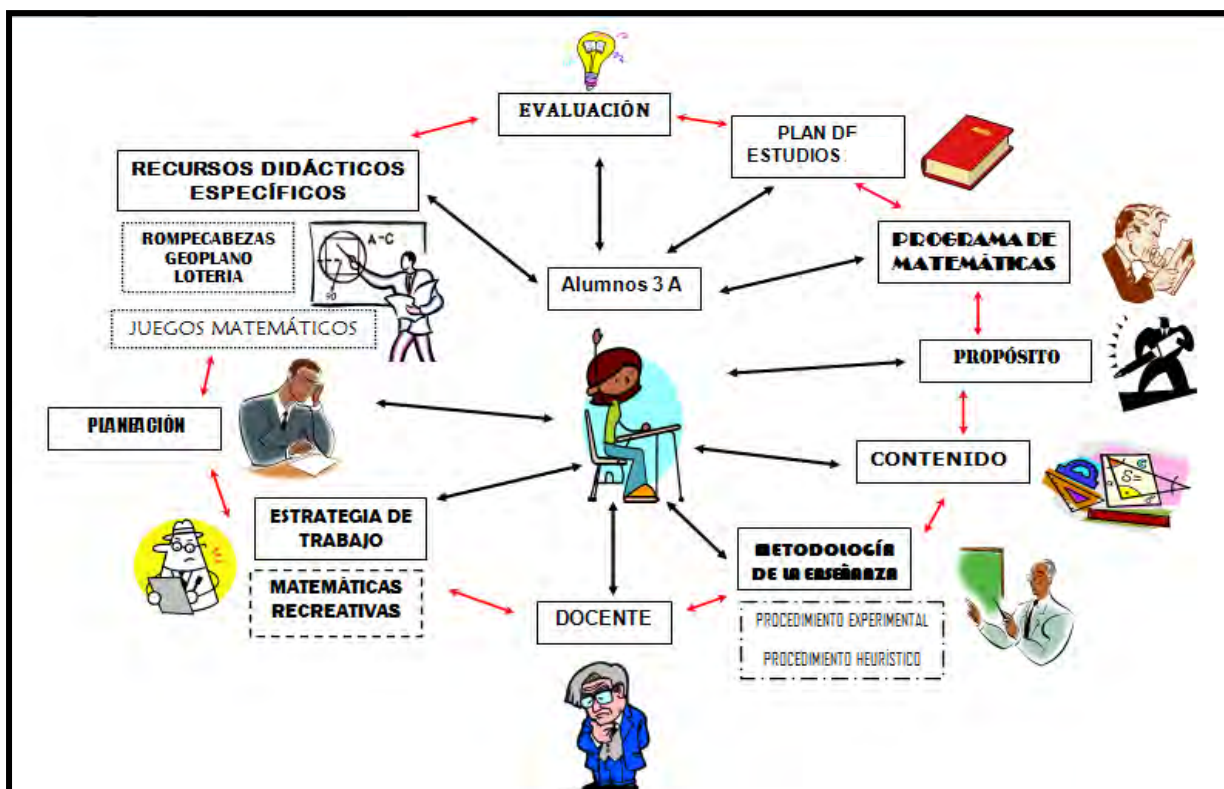
Los recursos didácticos, según Valiente (2000) son los medios de que se vale el profesor para realizar la acción de la enseñanza, debido a que se crean, producen y aplican con una relevante intención educativa.

Al tratar el aspecto de la evaluación, sobresale que es “un proceso sistemático, gradual y continuo que conlleva el análisis técnico de situaciones” (López, 2000: 108), por lo tanto se debe de considerar el desarrollo real de los alumnos, así como el nivel de desarrollo potencial.

Por último se destaca que el sistema didáctico, gira en torno a los alumnos, teniendo como un punto de referencia la etapa biológica en la que se encuentran y el nivel de estudios al que pertenecen.

Para saber la eficacia de un sistema didáctico será necesario tomar en cuenta la realización del análisis de la propuesta didáctica, para así vislumbrar el funcionamiento y las restricciones presentadas.

#### EL SISTEMA DIDÁCTICO.



## **4.2 Aplicación de las secuencias de actividades**

La información de las actividades que a continuación se presentan hacen un total de ocho sesiones, en las que se trabajó de la siguiente forma: una clase introductoria, tres sesiones con el rompecabezas pitagórico, dos sesiones en el laboratorio escolar utilizando el geoplano como instrumento de aprendizaje, una clase sobre un juego de conocimientos denominado lotería pitagórica, finalizando con una clase para la aplicación de examen.

### **Primera Sesión**

**Tema:** Demostración del Teorema de Pitágoras.

**Subtema:** Encuadre y sesión introductoria (El triángulo y su clasificación: “El triángulo rectángulo”)

**Intención didáctica:** Que los alumnos conozcan el encuadre de trabajo de la propuesta didáctica y así conseguir un acuerdo grupal entendible y sólido.

Que los alumnos identifiquen la noción de triángulo y su clasificación para posteriormente llegar a la idea del triángulo rectángulo.

### **Actividades**

La primera sesión inició a las 8:40 y terminó a las 9:30 de la mañana; los aspectos importantes a tratar fueron dos: el primero referente al encuadre a ocupar para el desarrollo de la propuesta didáctica y el segundo sobre la clase introductoria del tema teorema de Pitágoras, partiendo de la noción de triángulo hasta llegar al concepto clave, que es el triángulo rectángulo.

La sesión inició dialogando con el alumnado de tercer grado, grupo “A”, con respecto al tema por abordar, que es el teorema de Pitágoras y que la herramienta por utilizar serían las “Matemáticas Recreativas”, situación que generó una participación al hacer mención a que se aprendería por medio del juego, es por ello que después se argumentó que para desarrollar la temática se emplearían tres juegos: el rompecabezas, el geoplano y la lotería.

Para hacer del conocimiento de los alumnos el encuadre y evitar posibles faltas o indisciplinas que afectarían el desarrollo y la dinámica de las sesiones, se

les entregó una fotocopia titulada “lineamientos que se deberán seguir para el desarrollo de la propuesta didáctica”, cabe destacar que en el material impreso en una hoja tamaño carta aparecía dos veces la información, por lo que se indicó recortar a la mitad la hoja y pegar en la libreta la mitad que contenía la terminación 02, pues la terminación 01 fue entregada, ya que los alumnos tuvieron que colocar su nombre en un apartado especial, como símbolo de aceptación, situación que ejemplificó el acuerdo grupal al que se pretendía llegar.

Se dio lectura a los lineamientos de manera individual, y después se entabló un breve diálogo sobresaliendo que el aspecto que más interesó a los alumnos fue la evaluación cuantitativa, la cual se conformó de la siguiente manera:

- 1.-Ejercicios y actividades en el cuaderno.....45%
- 2.-Participación en clase.....10%
- 3.-Planteamiento y resolución de problemas.....15%
- 4.-Examen escrito.....30%

Se comentó a los alumnos que el lugar de trabajo sería el laboratorio escolar y que se ocuparían tres maneras de organizar al grupo, destacando la manera individual, en parejas y en forma grupal, situación que dependería mucho del tipo de juego por abordar.

Se comenzó con el segundo momento clave al trabajar con la sesión introductoria, por lo que se pegaron en el pizarrón blanco tres hojas de color de distinta tonalidad de azul, que contenían distintos tipos de triángulos, y se ocupó la siguiente interrogante: ¿Qué es un triángulo?, situación que permitió que los alumnos expresaran sus ideas y dentro de las más relevantes tenemos que es una figura geométrica formada por tres lados, tres ángulos y tres vértices.

La pregunta complementaria fue: ¿Cuántos tipos de triángulos conoces? la mayoría de los alumnos respondió que el triángulo equilátero, el triángulo isósceles y el triángulo escaleno, situación que permitió intervenir y dar sentido a la información brindada ocupando las hojas de colores que contenían distintos triángulos; fue necesario pedir a los alumnos que definieran los triángulos presentados, a lo que sobresale que un triángulo equilátero es aquel que tiene

todos sus lados iguales; el triángulo isósceles es aquel que tiene por lo menos, dos lados iguales y el triángulo escaleno no tiene lados iguales.

Para orientar la información y buscar una palabra clave, la interrogante utilizada fue: ¿A qué tipo de clasificación pertenecen los tres triángulos trabajados?, en las definiciones trabajadas de los triángulos la palabra ocupada fue “lados”.

La siguiente interrogante fue: ¿Qué triángulos pertenecen a la clasificación por ángulos?, en donde la participación de los alumnos fue nula, ya que dicha información no la conocían, intervine hablando del triángulo acutángulo, el cual está formado por tres ángulos agudos, y pedí a los alumnos que respondieran ¿Qué es un ángulo agudo?, esa interrogante volvió a dar sentido a la clase, pues varios alumnos se dieron cuenta de la relevancia de la clasificación de los ángulos.

Se comentó que un ángulo agudo es aquel que va de  $1^\circ$  a  $89^\circ$  o que mide menos de  $90^\circ$ ; el triángulo obtusángulo está formado por un ángulo obtuso y que dicho ángulo mide más de  $90^\circ$  pero menos  $180^\circ$ . Por último se expresó que el concepto importante a trabajar es el triángulo rectángulo, por lo que se pidió formar una definición respecto a dicho triángulo, argumentado que dicha figura geométrica es la que se compone por un ángulo recto, el cual debe medir  $90^\circ$ .

Se pidió a los alumnos observar detalladamente la imagen referente al triángulo rectángulo, y utilice dos interrogantes: ¿Qué es la hipotenusa? y ¿Qué nombre reciben los lados que forman el ángulo recto?, situación que por medio de la participación dirigida empleando las fichas de identificación, volvió a reactivar la sesión.

La intención de las interrogantes fue ubicar a los alumnos en la identificación de sus elementos, la hipotenusa es la línea que se opone al ángulo recto, mientras que los lados que forman al ángulo recto se llaman catetos, después intervine para hablar sobre el símbolo que debe tener el triángulo rectángulo, para evitar posibles confusiones o errores, el cual es el siguiente: L.

Entregué a los alumnos una sopa de letras y les dije que las diez palabras a buscar se referirían a la clasificación de los triángulos, por lo que después se

debería realizar un mapa conceptual utilizando las palabras de la actividad anterior.

FIGURA 1. ENCUADRE

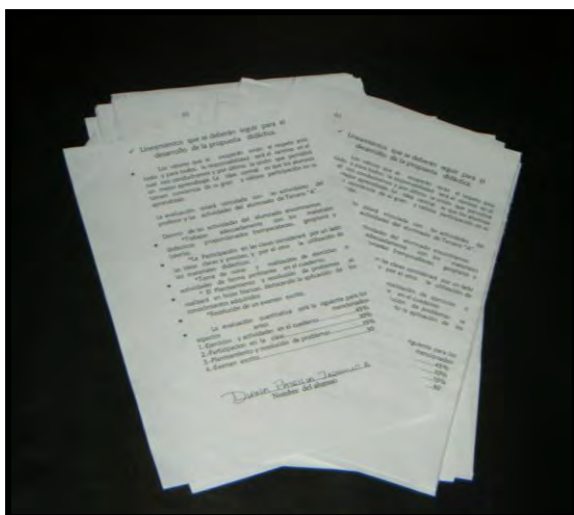
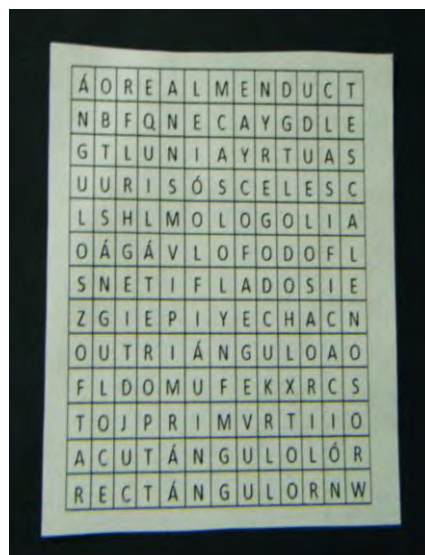


FIGURA 2. SOPA DE LETRAS



## Segunda Sesión

**Tema:** Demostración del Teorema de Pitágoras.

**Subtema:** Demostración de Platón

**Intención didáctica:** Que los alumnos entiendan el teorema de Pitágoras por medio de un rompecabezas enfocado en la demostración de Platón.

## Actividades

La segunda sesión dio inicio a las 7:50 y terminó a las 8:40 de la mañana, el lugar de trabajo fue el aula de tercero "A", pues debido a que no se encontraba el responsable del laboratorio escolar, y a una breve charla sostenida con la Subdirectora un día antes, se acordó cambiar el lugar para trabajar con la actividad referente al rompecabezas, por lo tanto ya no se ocuparía el laboratorio escolar, pues había programadas actividades con otros grupos del plantel, por lo que lo más adecuado sería trabajar en el salón de clases.

Esa situación provocó organizar al grupo en filas de trabajo, además para tener un mejor orden y control grupal, se designaron jefes de fila, que eran los responsables de completar la ficha de registro de trabajo de sus compañeros, pero

además de manera atenta se comprometieron en acomodar a sus compañeros según la nueva distribución propuesta.

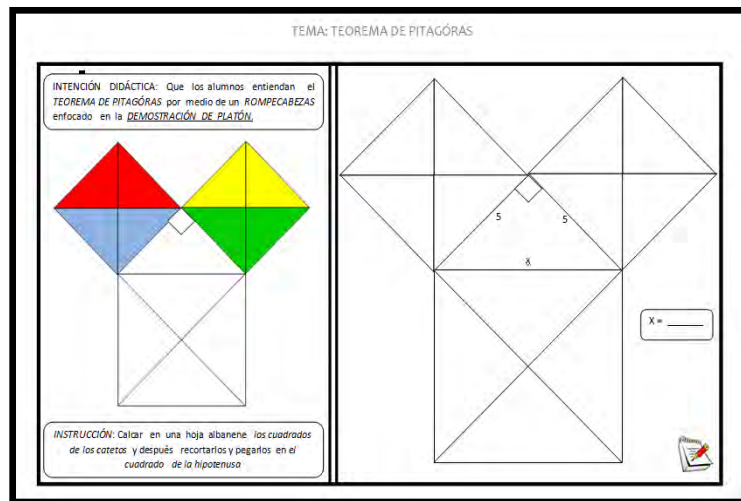
Escribí en el pizarrón tres interrogantes: ¿Qué es un triángulo? ¿Qué son los catetos? ¿Qué es la hipotenusa?, se pretendía retomar las ideas de la clase anterior para enfocarnos completamente en la noción del triángulo rectángulo y así comenzar la actividad central referida a la demostración de Platón.

Posteriormente se entregó a los alumnos un material fotostático integrado por una ficha de trabajo y un ejercicio de aplicación, se dio lectura a la intención didáctica pero más en específico a las instrucciones, en donde primeramente se pidió calcar en una hoja albanene los cuadrados de los catetos; fue necesario trabajar de manera paulatina y gradual para no crear confusión a los alumnos, también se solicitó colorear la imagen calcada de acuerdo al molde presentado alusivo a los cuadrados de los catetos.

Las situaciones antes planteadas permitieron trabajar el comienzo del procedimiento heurístico focalizando en la fase de exploración y de presentación respectivamente. Para enfatizar en la etapa de la asimilación y la organización, fue fundamental ocupar las siguientes interrogantes: ¿Cuál es la relación que existe entre los cuadrados pequeños con el cuadrado grande? De acuerdo con el triángulo rectángulo blanco que se presenta, ¿Cuáles son los catetos? y por último ¿Cuál es la expresión algebraica que satisface la relación presentada?

Para dar sentido a las preguntas y utilidad al rompecabezas se les pidió que recortarán y pegarán los cuatro triángulos rectángulos de colores (amarillo, verde, rojo y azul) que conformaban los cuadrados de los catetos, destacando que el reto a trabajar sería: cubrir el cuadrado de la hipotenusa. Cabe destacar que la intención del primer rompecabezas consistió en encontrar la relación entre los cuadrados de los catetos con el cuadrado de la hipotenusa, apreciando que se cubrían perfectamente la imagen del cuadrado mayor, después se obtuvo la expresión algebraica, señalando así que:  $a^2 + b^2 = c^2$ , por último se argumentó que la peculiaridad encontrada en la demostración de Platón fue que los catetos del triángulo rectángulo eran iguales o presentaban el mismo tamaño.

FIGURA 3. FICHA DE TRABAJO UNO (DEMOSTRACIÓN DE PLATÓN)



Lo último que se realizó en la sesión fue la revisión de la ficha de trabajo, colocando dos sellos alusivos al trabajo en clase y se dejó de tarea realizar el ejercicio de aplicación.

### Tercera Sesión

**Tema:** Demostración del Teorema de Pitágoras.

**Subtema:** Demostración de Perigal.

**Intención Didáctica:** Que los alumnos entiendan el teorema de Pitágoras por medio de un rompecabezas enfocado en la demostración de Perigal.

### Actividades

La sesión inició a las 8:40 y terminó a las 9:30, pegué en el pizarrón blanco una lámina de papel bond alusiva a la demostración de Perigal y comenté que la actividad por trabajar requeriría mucho ingenio, proseguí a entregar a los alumnos una ficha de trabajo, posteriormente se leyeron la intención didáctica y las instrucciones, también se puntualizó en que se empezaría a trabajar con el segundo ejercicio de la ficha de trabajo, por lo que se pidió calcar los cuadrados de los catetos e iluminarlos tomando como referencia el ejercicio que estaba a color.

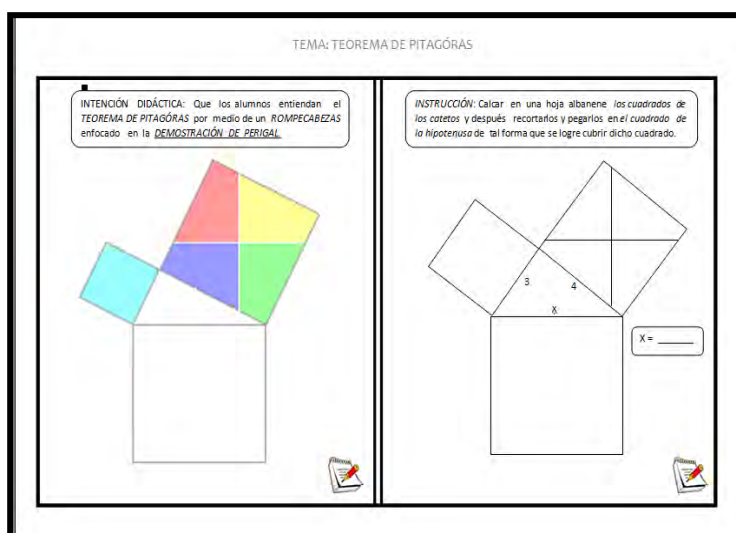
Fui muy repetitivo porque en varias ocasiones comenté que se trabajaría con el segundo ejercicio de la ficha de trabajo, pues algunos alumnos estaban



calcando el primer ejercicio, la intención fue orientar a los alumnos para evitar posibles confusiones.

Escribí en el pizarrón el siguiente desafío: cubrir el cuadrado construido sobre la hipotenusa, utilizando las piezas construidas, destacando que los estudiantes se demoraron en la realización de la actividad, por lo que la participación de algunos compañeros ayudó a orientar la sesión, y cuando la mayoría logró concluir se solicitó la obtención de la hipotenusa, abordando el aspecto referente a la aplicación de la fórmula, porque se pretendía reforzar el contenido procedimental.

FIGURA 4. FICHA DE TRABAJO DOS (DEMOSTRACIÓN DE PERIGAL)



La siguiente actividad fue recortar dos cuadrados de colores y pegarlos en el cuadrado de la hipotenusa del primer ejercicio de la ficha de trabajo.

#### Cuarta Sesión

**Tema:** Demostración del Teorema de Pitágoras.

**Subtema:** Demostración Tradicional.

**Intención Didáctica:** Que los alumnos entiendan el teorema de Pitágoras por medio de un rompecabezas enfocado en la demostración tradicional.

## Actividades

La sesión inició a las 7:00 y terminó a las 7:50 de la mañana. Se enfatizó en la demostración tradicional, por lo que se pegó en el pizarrón un cuadrado que estuvo dividido en dos cuadrados y cuatro triángulos rectángulos que en esa primera imagen formaban dos rectángulos.

Se entregó a los alumnos una ficha de trabajo y un ejercicio de aplicación, después se señaló que las acciones principales por realizar serían: calcar, colorear, recortar y pegar, también sobresale que los alumnos construyeron siete piezas para poder trabajar con el rompecabezas y abordar la demostración tradicional, consiguiendo un mejor entendimiento del teorema de Pitágoras.

Fue decisivo el reto del rompecabezas en el entendimiento de los alumnos que consistió en obtener el cuadrado de la hipotenusa, ocupando las imágenes elaboradas para lograr la demostración.

FIGURA 5. FICHA DE TRABAJO TRES (DEMOSTRACIÓN TRADICIONAL)

TEMA: TEOREMA DE PITAGÓRAS

INTENCIÓN DIDÁCTICA: Que los alumnos entiendan el TEOREMA DE PITAGÓRAS por medio de un ROMPECABEZAS enfocado en la DEMOSTRACIÓN TRADICIONAL.

INSTRUCCIÓN: Calcar en una hoja blanca el primer cuadrado que se presenta y recortar los elementos que lo integran. Después pegar los cuatro triángulos rectángulos en el segundo cuadrado de manera que se forme al interior el cuadrado de la hipotenusa y posteriormente iluminarlo de color rojo y recortarlo. Por último, formar con los tres cuadrados un triángulo rectángulo retomando el enunciado del teorema de Pitágoras.

3

5

X

X = \_\_\_\_\_

Fórmula:  
 $c^2 = a^2 + b^2$

Despeje: \_\_\_\_\_

Ocupé el pizarrón para ir mostrando a los alumnos el desarrollo de la actividad y también para dar sentido a la breve explicación de la obtención de la fórmula del teorema; fue importante porque dio relevancia a la participación de los alumnos que pasaron al frente.

Por último, revisé el trabajo en clase colocando dos sellos, requiriendo que la ficha de trabajo estuviera resuelta de manera completa y dejé de tarea resolver el segundo ejercicio de aplicación, pues la clase había llegado a su fin.

## **Quinta Sesión**

**Tema:** Demostración del Teorema de Pitágoras.

**Subtema:** Uso del Geoplano

**Intención Didáctica:** Que los alumnos resuelvan ejercicios del teorema de Pitágoras utilizando como instrumento de aprendizaje el geoplano.

### **Actividades**

La quinta clase de 8:40 a 9:30 de la mañana; se abordó el aspecto de la ejercitación, por lo tanto fue necesario emplear el geoplano como instrumento que permita construir figuras geométricas.

El trabajo programado se realizó en el laboratorio escolar, porque se pretendía trabajar en parejas, situación que el aula de clases no era posible, además necesitábamos un lugar en donde los alumnos pudieran comentar sus ideas respecto al tema en cuestión de manera colaborativa, es por ello que lo idóneo fue organizar al grupo en mesas de trabajo y ocupar el laboratorio escolar; cabe señalar que se designaron dos jefes de mesa para evitar posibles conflictos y desorden.

Los alumnos asignados a dicho cargo trabajaron muy bien, pues durante la primera actividad que consistió en la organización de las mesas de trabajo, fueron un gran apoyo, permitiendo conservar el control grupal. Además, para conseguir dicho aspecto fue necesario entregar a los alumnos encargados un folder verde que contenía una ficha de registro considerando el trabajo en clase, la asistencia, la participación y la mala conducta.

Para la segunda actividad se pegaron en el pizarrón cinco imágenes de distintos triángulos y se les enumeró del uno al cinco respectivamente, después se pidió a los alumnos realizar la construcción utilizando el geoplano y las ligas de colores, con el objetivo de identificar el nombre del triángulo presentado, pero más en particular del triángulo rectángulo.

Se ocuparon las siguientes interrogantes: ¿Cuáles son los nombres de los cinco triángulos construidos respectivamente? y ¿Cómo pudiste diferenciar los triángulos rectángulos del triángulo escaleno?

Al pasar a la siguiente actividad se realizaron de manera general cuatro ejercicios, cabe destacar que el trabajo fue dividido primeramente en dos ejercicios, para que los alumnos no se confundieran y además para trabajar de manera progresiva. Por otro lado, dicha situación permitió que los alumnos distinguieran que no se podía comprobar de manera visual la medida de la hipotenusa, por lo tanto la segunda parte de la dinámica sufrió leves modificaciones para poder demostrar a los alumnos que por medio del teorema de Pitágoras podemos obtener el cálculo de distancias.

FIGURA 6.. EL GEOPLANO



La intencionalidad del ejercicio fue dar mayor relevancia al uso del geoplano, pues ahora se tendría que construir triángulos rectángulos conociendo los catetos, teniendo que encontrar la medida de la hipotenusa.

Los alumnos ocuparon la libreta para trabajar el aspecto procedimental; fue necesario colocar los datos del ejercicio y la fórmula del teorema, por lo que también fue requerido hacer el esquema del triángulo rectángulo, lo que permitió usar determinados colores para distinguir los componentes de dicho triángulo que son: hipotenusa (color rojo), cateto mayor (color azul) y cateto menor (color verde).

Una herramienta importante para el desarrollo de la actividad fue la calculadora, por que permitió un mejor manejo de la información, ya que se tuvo que transformar las unidades del geoplano en centímetros para dar mayor significado al uso de la fórmula. La clase terminó revisando el ejercicio y colocando dos sellos alusivos al trabajo en clase.

## **Sexta Sesión**

**Tema:** Demostración del Teorema de Pitágoras.

**Subtema:** Problematización y uso del geoplano

**Intención Didáctica:** Que los alumnos resuelvan problemas del teorema de Pitágoras utilizando como instrumento de aprendizaje el geoplano.

### **Actividades**

La sexta sesión de 7:50 a 8:40 de la mañana; se abordó el aspecto de la problematización, por tanto fue necesario focalizar en la cuestión procedimental retomando la fórmula del teorema y los despejes de los catetos, se continuó utilizando el geoplano, pero en esta ocasión se le consideró un material auxiliar que permitiría la representación de la imagen alusiva al problema propuesto.

La dinámica de trabajo se realizó en el laboratorio escolar, por lo tanto se volvió a entregar a los jefes de mesa el folder verde que contenía la ficha de registro de las actividades realizadas. Los alumnos auxiliares entregaron a sus compañeros las copias que contenían los cinco problemas por resolver, además se especificó que la forma de trabajo consistiría en resolver en la hoja blanca únicamente los tres primeros problemas y los restantes serían contestados en la libreta.

El desarrollo de la sesión se centró en la competencia de manejo de técnica, situación que se desarrolló de manera pertinente; la gran mayoría de los alumnos pudo resolver los ejercicios, pero por medio de la participación dirigida tres alumnos pasaron al pizarrón a colocar la fórmula y los despejes ocupados con anterioridad, lo que permitió brindar una mejor orientación de las ideas para con la clase.

El segundo momento de la actividad fue la resolución de los dos problemas faltantes en la libreta, pero no se concluyó la actividad, porque la clase terminó. Por último, los jefes de mesa recogieron el trabajo realizado en las hojas blancas y las colocaron en el folder entregado, además otra actividad realizada por ellos fue completar el formato de registro con la información desarrollada.

FIGURA 7. EJERCICIO DE APLICACIÓN

Instrucción: El trabajo estará compuesto por cinco problemas y se enfocará el uso del Geoplano.

---

**Problema No.1:**  
Un alumno quiere calcular la superficie de un rectángulo y simplemente conoce que la base de la figura la cual es 6 unidades y la diagonal mide 10 unidades. ¿Cuánto medirá la altura de la figura? ¿Cuál es el área del rectángulo?

Datos  
~~cateto~~ mayor = 6 u  
~~cateto~~ menor = x  
~~hipotenusa~~ = 10 u

---

**Problema No.2:**  
Calcular la longitud z de la diagonal de un cuadrado cuyos lados miden 8 unidades. Con la diagonal ¿Qué figura se forma? ¿Qué nombre recibe los lados que forman el ángulo recto? ¿Cuál es la medida de la diagonal?

Datos  
Lado del cuadrado = 8 u  
~~cateto~~ uno = 8 u  
~~cateto~~ dos = \_\_\_\_  
~~hipotenusa~~ = \_\_\_\_

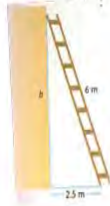
---

**Problema No.3:**  
Encontrar la longitud de una rampa que tiene una altura de 9 u y una base de 18 u. ¿Cuál es la longitud de la rampa?

Datos  
~~cateto~~ mayor o base = 18 u  
~~altura~~ o ~~cateto~~ menor = 9 u  
~~hipotenusa~~ o rampa = \_\_\_\_

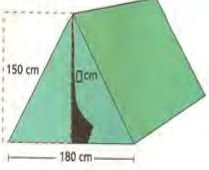
---

**Problema No.4:**  
¿Qué altura alcanzará una escalera que mide 6 m, sobre la pared si la distancia entre la pared y el punto de apoyo es de 2.5 m?




---

**Problema No.5:**  
Rafa (120 cm) y Pepe (125 cm) Mantienen una discusión sobre la siguiente pregunta cabremos de pie dentro de una tienda de campaña? Es por eso que ellos construyeron la casa de campaña, destacando que ocuparon un triángulo isósceles de las siguientes medidas: diagonal 15 u y base 18 u. ¿Para poder emplear el teorema de Pitágoras, qué figura se deberá tener? ¿Qué medida tendrá el triángulo rectángulo? ¿Cuánto medirá el cateto mayor? ¿Quién cabrá de pie en la casa de campaña?



## Séptima Sesión

**Tema:** Demostración del Teorema de Pitágoras.

**Subtema:** Juego de Conocimiento: Lotería Pitagórica

**Intención Didáctica:** Que los alumnos por medio de un juego de conocimientos consoliden los conceptos del tema teorema de Pitágoras.

### Actividades

La séptima sesión inició a las 8:40 y terminó a las 9:30 de la mañana, se ocupó un juego de conocimiento denominado lotería pitagórica, la cual retomó la esencia de la lotería tradicional mexicana, pero se realizaron adecuaciones como el ocupar una temática en especial siendo el teorema de Pitágoras, agregando también que la planilla en vez de conformarse por nueve imágenes, pasó a ser de doce y se entregó una tira de fichas de papel.

El trabajo se realizó en el laboratorio escolar por considerársele un espacio adecuado; posteriormente se comentó a los alumnos las reglas del juego, después se entabló un breve diálogo en donde se enfatizó en que el objetivo del

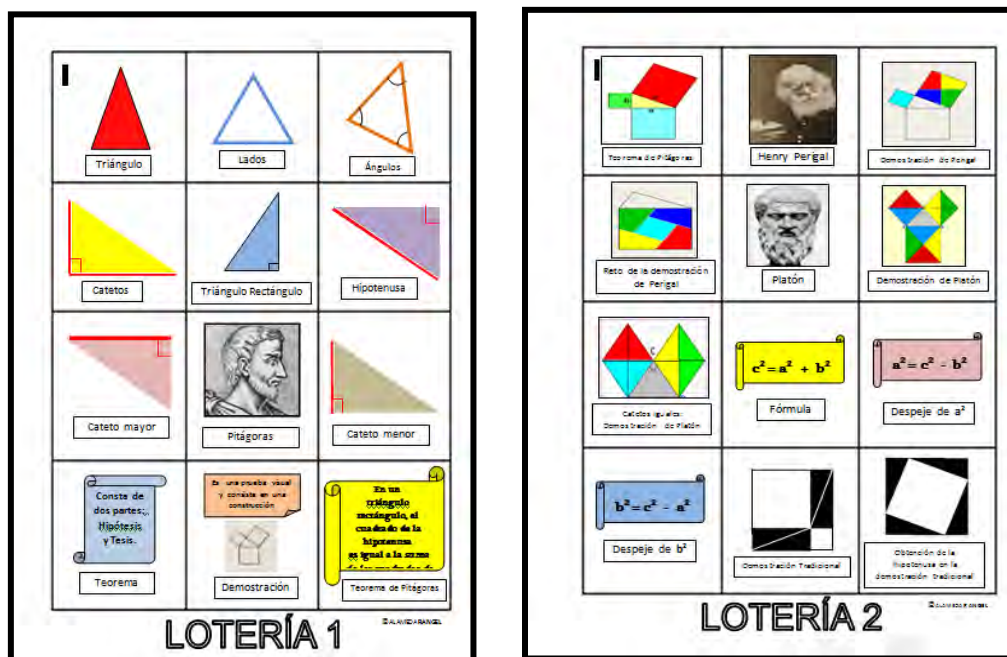
juego sería completar la planilla, colocando encima una ficha de papel y al lograrlo se exclamaría: ¡Lotería!

El desarrollo del juego de conocimiento fue mejorando progresivamente, pues al principio los alumnos estaban platicando mucho, pero paulatinamente la dinámica de trabajo cautivó al alumnado, ya que la observación atenta era fundamental para conseguir completar la planilla.

El primer juego sirvió tanto para los alumnos como para mí, al realizar ajustes, uno de ellos fue presentar la carta y leer el letrero, llevando un ritmo constante que permitiera que los alumnos se adentraran en la dinámica. En total se jugaron cuatro partidas y el alumno auxiliar fue el responsable de entregar un papelito con un trofeo, que sólo era recibido por el ganador del juego; además se encargó de verificar la planilla ganadora y así poder dar mayor sentido a la competencia, destacando que sólo podía haber un ganador por mesa, el cual sería corroborado porque en las otras mesas de juego coincidiría la misma planilla.

Al finalizar el juego los alumnos expresaron palabras de agrado por la dinámica, la cual por medio de las matemáticas recreativas consiguió dar un repaso de conceptos, ideas relevantes y personajes importantes del tema teorema de Pitágoras, con lo cual la sesión fue un éxito.

FIGURA 8. LOTERÍA PITAGÓRICA



## Octava Sesión

**Tema:** Demostración del Teorema de Pitágoras.

**Subtema:** Examen escrito del teorema de Pitágoras.

**Intención Didáctica:** Que los alumnos ejerciten y reafirmen el teorema de Pitágoras por medio de un examen escrito.

### Actividades

La clase dio inició a las 7:00 y terminó a las 7:50 de la mañana. La actividad consistió en la realización de un examen escrito, para que los alumnos ejercitaran y reafirmaran su aprendizaje referente al tema teorema de Pitágoras.

Entregué a los alumnos el examen que estuvo integrado por tres situaciones a trabajar, pues primero encontramos resolución de problemas, después relación de columnas y por último preguntas de opción múltiple. Les expliqué a los alumnos las instrucciones de cada actividad a trabajar y también les comenté que podían utilizar la calculadora para dar inicio al examen empezando por la resolución de problemas.

FIGURA 9. EXAMEN

The image shows two pages of a math exam. The left page is the first page, containing a header with 'Grupos' and 'N.L.', the school name 'Escuela Secundaria Oficial No.403 "Villa de Anahuac"', and the subject 'MATEMÁTICAS 2'. It includes two word problems: one about a tree and a house, and another about a ladder against a wall. Below these is a matching exercise with two columns of statements and options. The right page is the second page, containing three multiple-choice questions about the Pythagorean theorem, including identifying the hypotenuse, the formula, and how to find the hypotenuse given the legs.



La duración aproximada del examen fue de cuarenta minutos; para proporcionar una mayor atención a los alumnos recorrí las filas; no se presentaron conductas deshonestas como copiar o utilizar acordeones. Por último se dialogó con los alumnos acerca del examen realizado y los comentarios fueron interesantes y constructivos.

### **4.3 Análisis de la experiencia de enseñanza**

#### **Análisis de actividad de la Primera Sesión**

##### **a) Lo que hicieron los alumnos**

En lo que concierne a la clase introductoria la principal actividad que realizaron los alumnos fue contestar en su libreta de apuntes determinadas interrogantes que se dictaban, o que se apuntaban en el pizarrón, con la intención de ir guiando la clase de manera paulatina.

Los cuestionamientos ocupados a lo largo de la sesión fueron los de tipo interpretativo al destacar “que la exposición del profesor se enfoca para llevar al alumno a interpretar situaciones para conducir a la reflexión y dar sentido a lo aprendido.” (Saint-Onge, 2000: 80)

En la interrogante sobre ¿Qué es un triángulo?, los alumnos expresaron que es una figura geométrica formada por tres lados, pero se complementó con las ideas de tener tres ángulos y tres vértices.

El cuestionamiento siguiente fue ¿Qué triángulos pertenecen a la clasificación por ángulos? Cabe señalar que la participación del alumnado en dicha ocasión fue nula, pues argumentaron que no conocían la información, por lo tanto se tuvo que dar una breve explicación y después se dictó una pregunta alusiva: ¿Qué es un ángulo agudo?, esa interrogante volvió a dar sentido a la clase, pues los alumnos se dieron cuenta que la situación a trabajar retomaría la clasificación de los ángulos, por lo tanto quien respondió la pregunta fue el alumno Mauricio, quien comentó que un ángulo agudo es aquel que va de  $1^\circ$  a  $89^\circ$  o que mide menos de  $90^\circ$ .

Se llegó al concepto clave, refiriéndonos al triángulo rectángulo, por lo tanto dos fueron los cuestionamientos centrales, ¿Qué nombre reciben los lados que

forman el ángulo recto? La participación fue asignada a Merab Abigail, quien comentó que los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos, la segunda pregunta fue ¿Qué es la hipotenusa? y la contestó Marina, argumentando que es la línea que se opone al ángulo recto.

### **b) Respuestas esperadas**

Al momento de charlar sobre los lineamientos que se deberían seguir para el desarrollo de la propuesta didáctica conseguí en el grupo una buena respuesta, donde el compromiso es pieza elemental para que las clases se conduzcan adecuadamente; cabe destacar que ningún alumno se opuso o rechazó el encuadre presentado, destacando también que las ideas señaladas no diferían del trabajo cotidiano presentado a lo largo del curso, es por eso que la mayor expectativa se generó al abordar la evaluación cuantitativa, ya que los parámetros y los valores considerados fueron diferentes a la evaluación típica del grupo.

Fue satisfactoria la clase introductoria porque la participación fue adecuada en la mayoría de los casos, situación que se convierte en una de las respuestas esperadas más importantes, pues también quedó en claro que los alumnos articularon paulatinamente un conocimiento adecuado para poder dar inicio al tema del teorema de Pitágoras. La idea anterior tiene un fuerte vínculo con Saint-Onge (2000) al apreciar que el uso de definiciones ayuda a identificar la presencia de algunas características y ampliar una noción

### **c) Respuestas no esperadas**

Cuando se les comentó a los alumnos que iríamos a trabajar en otras aulas, se mostraron interesados y al comentarles que dichas aulas alternas serían la sala de usos múltiples y el laboratorio escolar, se mostraron contentos con una actitud favorable.

Llegué a pensar que tal situación causaría incomodidad primero porque se desplazarían a otro sitio y segundo por la existencia de una organización grupal distinta y asignada, pero los alumnos aceptaron sin ningún problema.

El uso de las matemáticas recreativas requiere de espacios que cambien la situación cotidiana del alumno y permitir un escenario “que favorezca la actividad matemática, para reaccionar positivamente en situaciones abiertas al aprendizaje fuera del marco clásico, por el que no demuestra ningún interés” (Alcalá, 2004: 34).

#### **d) Dificultades enfrentadas**

Al momento de dar lectura a la conformación de las parejas con las que se trabajaría la actividad referente al geoplano, alcancé a notar a algunos alumnos que no les pareció el compañero asignado, pues sus gestos o señas los delataron, por lo que les pedí de forma general que se dieran la oportunidad de convivir con sus compañeros. También noté que los alumnos querían trabajar con compañeros del mismo género, a lo que comenté que eso no sería posible, porque lo más recomendable era combinar a los alumnos y así fomentar la convivencia, ya que estaríamos trabajando con el valor de la unión.

#### **e) Aprendizajes logrados**

En la primera sesión, destaca que la intención didáctica referente a la clase introductoria fue que los alumnos identificaran la noción de triángulo y su clasificación, para posteriormente llegar a la idea del triángulo rectángulo.

Concretizando que el aprendizaje logrado fue abordar el contenido conceptual referente al triángulo rectángulo, situación que encuentra gran relevancia por ser la base para enfatizar en el teorema de Pitágoras. Cabe destacar que también se logró dar un repaso a la clasificación por lados de los triángulos y se consolidó el concepto de triángulo.

### **Análisis de actividad de la Segunda Sesión**

#### **a) Lo que hicieron los alumnos**

La primera actividad realizada por los alumnos fue contestar en la libreta de apuntes tres interrogantes de tipo descriptivo, pues se pretendía que los alumnos retomaran las ideas trabajadas en la clase anterior.

La segunda actividad realizada por los alumnos focalizó en una ficha de trabajo, que estaba compuesta de dos momentos, destacando primero el ejercicio que se refería a la demostración de Platón, mientras que el segundo ejercicio enfatizaba en la aplicación de la fórmula del teorema.

Para la segunda actividad los alumnos tuvieron que trabajar de forma paulatina y gradual, por lo que primero se pidió calcar en una hoja albanene los cuadrados de los catetos; y para continuar de forma progresiva los alumnos respondieron a tres preguntas de tipo interpretativo, sobresaliendo: ¿Cuál es la relación que existe entre los cuadrados pequeños con el cuadrado grande? De acuerdo con el triángulo rectángulo blanco que se presenta ¿Quiénes vienen siendo los catetos? Y por último, ¿Cuál es la expresión algebraica que satisface la relación presentada?

Fue importante la participación de los alumnos; pues destacaron la relación entre los cuadrados de los catetos estaba relacionada con el cuadrado de la hipotenusa porque lo cubrían, situación que permitió obtener la expresión algebraica señalando que:  $a^2+b^2 = c^2$ , pero también fue medular lo que argumentó Diana Patricia, ya que la peculiaridad encontrada fue que los catetos del triángulo rectángulo eran iguales tanto en forma y tamaño.

Después se continuó con el trabajo del rompecabezas y para dar sentido a las ideas antes mencionadas se pidió a los alumnos recortar y pegar los cuatro triángulos de colores (amarillo, verde, rojo y azul) que conformaban los cuadrados de los catetos, señalando así el siguiente reto: cubrir el cuadrado de la hipotenusa. Los alumnos realizaron la actividad de manera rápida y sencilla, pues dentro de la solución se encontró que era muy factible tomar como referencia la diagonal del cuadrado de la hipotenusa. Posteriormente se encomendó realizar el ejercicio de aplicación que se había entregado junto con la ficha de trabajo, para dar sentido y aplicación a la fórmula del teorema.

Se fundamenta que el uso inicial del rompecabezas pitagórico en concordancia con Serrano (2007), se utiliza como un juego enfocado en la demostración geométrica y también en la demostración algebraica, pues la forma de presentarlos son como un rompecabezas en el que partiendo de un triángulo

rectángulo y al montar las piezas se puede formar por un lado el cuadrado sobre la hipotenusa, y con las mismas piezas se construyen por otro los cuadrados sobre los catetos.

#### **b) Respuestas esperadas**

Para abordar el teorema de Pitágoras y considerando la intención didáctica, se focalizó en el uso de un rompecabezas sencillo y visualmente agradable, por lo que la forma de trabajo de los alumnos fue correcta, ya que respondieron de una forma participativa, tanto por aportar ideas trascendentales para con el desarrollo de la clase, como con el buen manejo del material a trabajar, aludiendo así a Perelman (2003) pues la esencia de las Matemáticas Recreativas siempre será jugar mientras se aprende, situación que se observó en las acciones del alumnado por que se calcó, recortó, coloreó, resolvió y pegó retomando la esencia del rompecabezas.

#### **c) Respuestas no esperadas**

No se pudo trabajar en el laboratorio escolar, por lo tanto, llegué a pensar que la actividad no tendría relevancia en el alumno, pero el uso de material didáctico permitió en la sesión un ambiente interesante y recreativo para el estudiante.

#### **d) Dificultades enfrentadas**

El no cambiarnos de aula fue una dificultad, porque ya se había planeado una organización del grupo por medio de mesas de trabajo, situación que provocó una reorganización en la estructura grupal, buscando favorecer el control grupal y el adecuado aprendizaje de los alumnos; además la situación en contra favoreció la actividad docente por que consiguió dar validez y utilidad al salón de clases, ocupando una nueva forma de organización basada en las filas de trabajo; cabe señalar que los alumnos tuvieron un trabajo y participación favorable.

### **e) Aprendizajes logrados**

En la segunda sesión, se apreció una mejor identificación de la noción de triángulo, pero más en específico de la idea del triángulo rectángulo al abordar los elementos que lo componen.

Conseguí que los alumnos dieran sentido al teorema de Pitágoras por medio del uso de un rompecabezas. Se observó que en el triángulo rectángulo los catetos pueden medir la misma distancia y también se comprobó la relación que existió entre los cuadrados de los catetos con el cuadrado de la hipotenusa, situación que nos llevó a obtener la fórmula del teorema:  $a^2+b^2 = c^2$ . Cabe destacar que la competencia de argumentación fue una herramienta relevante para conseguir un entendimiento adecuado del tema en cuestión, aunado a lo anterior sobresale que por medio de acciones sencillas y entendibles los alumnos desarrollaron la primera demostración del teorema de Pitágoras, denominada Demostración de Platón.

Por otro lado, el uso del procedimiento heurístico concretizando en la última etapa (aplicación) permitió utilizar la fórmula del teorema al resolver ejercicios donde se pedía encontrar la medida de la hipotenusa.

### **Análisis de actividad de la Tercera Sesión**

#### **a) Lo que hicieron los alumnos.**

La primera actividad realizada por el alumnado abordó la ficha de trabajo y requirió calcar, colorear, recortar y pegar, situación que ejemplifica actividades de manipulación, también sobresale la construcción de las cinco piezas para poder trabajar con la noción de rompecabezas y así poder abordar la demostración de Perigal y conseguir un mejor entendimiento del teorema de Pitágoras.

Después de que los alumnos ya tenían su material elaborado, se entabló un breve diálogo enfatizando en las cinco piezas obtenidas de los cuadrados de los catetos, por lo que fue pertinente plantear el desafío: cubrir el cuadrado construido sobre la hipotenusa, utilizando las piezas señaladas, para evitar confusiones decidí apuntar el reto a trabajar en el pizarrón.

Se dio un tiempo considerable para trabajar con el desafío, ya que a varios alumnos se les complicó la actividad, pues se apreció que su error se debió a que no querían deshacer el cuadrado del cateto mayor, situación que no permitía integrar el cuadrado del cateto menor; para cubrir el cuadrado de la hipotenusa era necesario utilizar de manera mezclada las cinco piezas, así que lo más adecuado fue pedir la participación de los alumnos para ir mostrando la manera correcta de acomodar las piezas.

Para el rompecabezas el nivel de dificultad del reto fue regular, pero me sorprendió el alumno Víctor Noé, pues fue el primero en conseguir la forma correcta de cubrir con las cinco piezas el cuadrado de la hipotenusa; cabe destacar que dicho alumno suele ser distraído y poco interesado por las matemáticas, pero durante la realización de los rompecabezas ha tenido una actitud muy favorable mostrando mucho interés y un adecuado pensamiento matemático.

Se prosiguió con la nueva actividad y después pasé a la revisión del ejercicio; es importante señalar que la mayoría de los estudiantes realizaron un buen manejo de técnica, situación que fue observada y constatada al momento de calificar el ejercicio.

Por medio de la participación dirigida, pasó a resolver el ejercicio el alumno Víctor Manuel, quien iba realizando un buen desarrollo procedimental, pero al final se equivocó por no quitar el exponente al cuadrado de la literal  $c$ , situación que permitió mi intervención para recordar a los alumnos el ocupar la operación inversa de la potenciación que es la radicación, por lo tanto los alumnos tendrían que obtener la raíz cuadrada y también les comenté no dejar el exponente al cuadrado en la variable al momento de obtener la longitud de la hipotenusa, porque eso podría causar confusiones y errores.

Continuando con la clase se pidió a los alumnos dar utilidad a la segunda fotocopia entregada, por lo que tuvieron que recortar los dos cuadrados de colores y después retomar la primera parte de la ficha de trabajo, pegando en el cuadrado de la hipotenusa los elementos antes señalados.

### **b) Respuestas esperadas**

Los alumnos permitieron una forma de trabajo destacada, ya que respondieron de una manera participativa y trabajadora en la clase, aportaron ideas trascendentales para con el desarrollo de la sesión, así como por el buen manejo del material a trabajar.

### **c) Respuestas no esperadas**

Por otro lado me sorprendió mucho que el alumno Víctor Noé fuera el primero en concluir el desafío, no por dudar de su capacidad, sino porque en la mayoría de las clases es distraído y ha argumentado que las matemáticas son fastidiosas, situación que me recordó la siguiente idea “el reconocimiento del alumno como protagonista del aprendizaje implica considerarle un participante activo o sea, un pequeño gran matemático” (Alcalá, 2004: 42) lo cual es un aspecto muy importante dentro de las matemáticas recreativas, que se hizo evidente con la actitud de interés del alumno.

### **d) Dificultades enfrentadas**

Se presentaron dos casos que trabajaron equivocadamente en la realización de la actividad, pues abordaron la primera imagen de la ficha de trabajo, cuando se había dicho que se comenzaría la demostración en la segunda imagen, por lo que la manera más pertinente de resolver la situación fue adecuar la actividad, pues en vez de recortar, acomodar y pegar situación que demandaba la primera actividad de la ficha ahora sería necesario calcar, colorear, recortar, acomodar y pegar, para ambas actividades.

### **e) Aprendizajes logrados**

En la tercera sesión, se apreció que debido a la manipulación se consiguió un mejor entendimiento del teorema de Pitágoras, puesto que “está totalmente aceptado que aquello que se trabaja y maneja, se asimila y recuerda mucho más que lo que se lee o estudia” (Alcalá, 2004: 109). El uso del rompecabezas permitió dar un mejor sentido al teorema de Pitágoras retomando la esencia del la



demostración de Perigal. También se apreció un adecuado manejo de técnica, ya que los alumnos resolvieron correctamente el ejercicio propuesto, con lo que también se denota un buen uso y aplicación de la fórmula del teorema.

### **Análisis de actividad de la Cuarta Sesión**

#### **a) Lo que hicieron los alumnos**

Una de las primeras acciones por realizar por parte del alumnado fue calcar y recortar los componentes del cuadrado de la primera parte de la ficha de trabajo y colorearlos tomando como referencia la imagen presentada en el pizarrón.

Al ver que los alumnos ya tenían las piezas para trabajar con el rompecabezas, se prosiguió a plantear el siguiente desafío: pegar los cuatro triángulos rectángulos en el segundo cuadrado de tal forma que se logre obtener el cuadrado de la hipotenusa. Los alumnos se tardaron en descubrir la manera correcta de colocar los cuatro triángulos rectángulos, por lo que se emplearon dos situaciones para reactivar la clase, la primera situación fue la participación voluntaria y la segunda fue una pregunta clave que pretendía guiar a los estudiantes.

La alumna Chaim pasó al pizarrón a mostrarnos la forma correcta, y de manera simultánea se planteó a los alumnos un cuestionamiento, pidiendo así al resto de los estudiantes observar su material y dar movimiento a las piezas para poder resolver la siguiente interrogante: ¿Qué parte del triángulo debe formar el cuadrado de la hipotenusa?, por tanto ambas situaciones favorecieron la solución, ya que Chaim solamente colocó un triángulo rectángulo en el cuadrado y junto con la pregunta se consiguió que los alumnos concluyeran la actividad.

Se pidió calcar el cuadrado formado e iluminarlo de color rojo, mientras se continuaba con la actividad, Chaim pegó los cuatro triángulos rectángulos y le entregué un cuadrado azul, que pegó en el centro del cuadrado formado y se hizo alusión al cuadrado de la hipotenusa obtenido.

Intervine, y auxiliándome del material visual pegado en el pizarrón se desarrolló el área del primer cuadrado enfatizando en la idea del binomio al cuadrado y se desarrolló lo siguiente:  $(a+b)^2 = a^2+b^2 + 2ab$ ; posteriormente

continué con el área total del segundo cuadrado, y señalé que el cuadrado de la hipotenusa había sido  $c^2$ , situación a la que le hacía falta enfocarse en los cuatro triángulos rectángulos por lo que comenté que el área de un triángulo sería  $ab/2$ , por lo tanto se tendría que multiplicar por 4 y se obtuvo:  $4(ab)/2 = 4ab/2 = 2ab$ , por último se conjuntó el área de los triángulos y el cuadrado de la hipotenusa teniendo así:  $2ab + c^2$ .

Comenté a los alumnos que la acción que estaba realizando se debía porque quería demostrarles la forma de obtención de la fórmula del teorema utilizando el Álgebra, pero que además sería importante para dar un mayor sentido a la demostración tradicional, por lo que continué con el último aspecto a desarrollar y les pedí mucha atención. Se conjuntaron en el pizarrón las áreas de ambos cuadrados y quedaron de la siguiente manera:  $a^2+b^2 + 2ab = 2ab + c^2$  por lo que fue recomendable igualar las expresiones y llevar al primer miembro el  $2ab$  referente al área de los cuatro triángulos, por lo tanto dicho monomio pasó con signo negativo y se eliminó con el término semejante, lo que nos dio como resultado la siguiente fórmula:  $a^2+b^2= c^2$ .

Los alumnos tomaron nota del desarrollo mostrado y apuntaron la siguiente interrogante: ¿A qué fórmula pertenece la expresión obtenida?, la respuesta fue relevante y sencilla, respondiendo al teorema de Pitágoras y por último se pidió ocupar los tres cuadrados que se tenían de manera que los cuadrados de los catetos uno estuviera arriba del otro tocándose tan sólo por una punta y que con el cuadrado de la hipotenusa se cumplieran dos situaciones pues primero tuvo que haber tocado dos puntas de cada cuadrado de cada cateto y así haber podido conseguir formar un triángulo rectángulo con los tres cuadrados.

Con lo anterior damos cuenta de la importancia del material didáctico que nos ayuda a “encarar el aprendizaje de los conocimientos de tal manera que sean validos, interesantes, novedosos y útiles para nuestros alumnos” (Valiente, 2000: 17).

### **b) Respuestas esperadas**

Los alumnos fueron trabajadores en la clase y además aportaron ideas importantes para el desarrollo de la sesión; sobresalió el buen manejo del material a trabajar y el aspecto procedimental ocupado. El trabajar el despeje mostró que los alumnos tienen un buen dominio de técnica, ya que resolvieron de manera correcta los ejercicios.

### **c) Respuestas no esperadas**

El uso de un material didáctico permitió una breve explicación acerca de la obtención de la fórmula del teorema de Pitágoras, la atención que los alumnos pusieron a tal aspecto fue adecuada, situación que me permitió desarrollar las áreas de los cuadrados de forma sencilla, además los alumnos entendieron rápidamente el desarrollo de la demostración algebraica, pues al momento de llegar a la expresión algebraica varios alumnos se expresaron de forma interesante, por lo que para seguir en sintonía con las ideas y la temática propuse una pregunta alusiva al teorema y a la fórmula: ¿A qué fórmula pertenece la expresión obtenida?

Además no se esperaba un trabajo tan adecuado, pues a veces se presentaban errores y los alumnos se fastidiaban rápidamente, pero en la temática actual tanto la actitud como la estrategia de trabajo contribuyeron con un ambiente favorable para el aprendizaje.

### **d) Dificultades enfrentadas**

Pensé que al plantear el desafío y al tener una herramienta visual que fueron los cuadrados pegados en el pizarrón blanco los alumnos encontrarían la solución de manera rápida, pero les faltó aplicar su ingenio, ya que el reto propuesto era sencillo, situación que ejemplificó claramente la alumna Chaim, porque dio solución rápida al reto propuesto.

### **e) Aprendizajes logrados**

En la cuarta sesión se apreció que por medio de un rompecabezas se consiguió reforzar el entendimiento del teorema de Pitágoras, también sobresale que se reforzó y aumentó el aspecto procedimental, pues se focalizó en la obtención de la expresión algebraica y se abordó la noción del despeje.

Desarrollar un juego como el rompecabezas enfocado en la demostración tradicional fue relevante para el aprendizaje de los alumnos, situación que nos conduce a Alsina (1998) porque refiere a un juego de figuras geométricas reuniendo en tal recreación la idea de manipulación y retomando principios de transformación, con lo que se logra una mejor explicación de la temática abordada.

### **Análisis de actividad de la Quinta Sesión**

#### **a) Lo que hicieron los alumnos**

La actividad inicial e introductoria consistió en reproducir triángulos presentados, utilizando el geoplano y ligas de colores, por medio del procedimiento experimental se dejó que los alumnos descubrieran el material, pues comenté que el geoplano nos serviría para construir figuras planas, situación que permitió en los alumnos comenzar a manipular el material de trabajo.

Cuestionamientos de tipo descriptivo e interpretativo respectivamente se enlazaron con la actividad anterior, con la intención de retomar la construcción de los diferentes triángulos y enriquecerla con información breve y concreta, por lo que la participación de los alumnos fue un momento medular para responder las siguientes preguntas: ¿Cuáles son los nombres de los triángulos construidos respectivamente? 1) triángulo equilátero, 2) triángulo isósceles, 3) triángulo escaleno y 4) triángulo rectángulo

La siguiente pregunta de tipo interpretativo fue ¿Cómo pudiste diferenciar los triángulos rectángulos del triángulo escaleno?, pues las últimas imágenes tenían visualmente un gran parecido, por lo que al momento de cuestionar a los alumnos, fue importante la participación de Karen quien argumentó que la

diferenciación se conseguía distinguiendo el símbolo del ángulo recto, situación que se refiere directamente a un triángulo rectángulo.

Además se presentó otra buena respuesta de la interrogante en cuestión, sobresaliendo la observación de Irvin, quien notó que los triángulos pertenecientes a la clasificación por lado, se encontraban en hojas de color azul, mientras que los triángulos rectángulos que pertenecen a la clasificación por ángulo se encontraban en hojas de color amarillo, destacando que el alumno distinguió las clasificaciones y las asoció a los colores de las hojas, llegando a distinguir el concepto clave que fue el triángulo rectángulo.

La siguiente actividad realizada por los alumnos fue la construcción de triángulos rectángulos determinando previamente la medida de los catetos y enfocándonos en la obtención de la hipotenusa, por lo que una pieza esencial fue el geoplano y los datos colocados en el pizarrón alusivos a la medida de los catetos.

Los ejercicios ocupados para trabajar con el geoplano fueron: primer ejercicio catetos 4 y 2; segundo ejercicio catetos 4 y 3; tercer ejercicio catetos 5 y 2 y cuarto ejercicio catetos 6 y 3. Fueron dos ejercicios los que primeramente se propusieron, en donde al momento de presentar los datos se distinguieron los catetos (mayor y menor) y su respectiva medida; se comentó también que de clavo a clavo se consideraría una unidad, además con la intención de consolidar los componentes del triángulo rectángulo, se pidió a los alumnos realizar la representación gráfica de cada triángulo, utilizando los siguientes colores: rojo (hipotenusa), azul (cateto mayor) y verde (cateto menor).

La idea anterior dio sentido a la información colocada en el pizarrón y marcó la pauta para que los alumnos empezaran a trabajar y a ocupar la fórmula del teorema de Pitágoras ( $c^2 = a^2 + b^2$ ); los alumnos trabajaron bien y mostraron en su mayoría una correcta competencia de manejo de técnica.

Al proseguir con los restantes dos ejercicios que se trabajarían, Mayra comentó que el valor de la hipotenusa no se podía comprobar de clavo a clavo por que la diagonal presentaba una mayor distancia de separación, situación que generó interés en varios alumnos, por lo que los siguientes ejercicios tendrían una

dinámica peculiar y especial para que los alumnos pudieran comprobar el resultado de la hipotenusa.

Se utilizó la información que se había propuesto, pero se pidió a los alumnos realizar una transformación en las medidas, porque ahora en vez de emplear unidades consideraríamos los centímetros de cada cateto, por lo cual la construcción en el geoplano fue más importante, ya que gracias a dicho instrumento la construcción permitía a los alumnos obtener las medidas en centímetros de manera sencilla utilizando la regla o la escuadra.

#### **b) Respuestas esperadas**

El geoplano se constituyó como un instrumento de aprendizaje y debido a la construcción de figuras planas, destacando que los alumnos trabajaron adecuadamente con el material proporcionado, utilizando la manipulación y la observación.

#### **c) Respuestas no esperadas**

La dinámica realizada en el laboratorio escolar fue agradable, porque los alumnos mostraron un buen trabajo. Además el área de trabajo, a primera vista nos hace pensar que el lugar es pequeño e incómodo, pero me llevé una excelente impresión durante el desarrollo de la clase, ya que los alumnos tienen un buen espacio para trabajar en las mesas. Como docente es importante recorrer el aula y utilizar un tono de voz firme y alto, para que los alumnos escuchen las actividades a realizar, situaciones que se logran en el laboratorio escolar.

#### **d) Dificultades enfrentadas**

El geoplano presentó una limitante que Mayra logró apreciar, pues al momento de obtener la hipotenusa no se podía comprobar su resultado utilizando las unidades, porque la separación entre clavo y clavo es mayor. La dificultad surgida fue benéfica para el desarrollo de la clase, porque el objetivo que se quería alcanzar era dar un mayor sentido y aplicación a la fórmula del teorema.

### **e) Aprendizajes logrados**

Para la quinta sesión se utilizó el geoplano como un instrumento de aprendizaje, pues permitió construir figuras planas (triángulos rectángulos), además se dio gran relevancia al aspecto procedimental pues se focalizó en la obtención de la medida de la hipotenusa, permitiendo así un reforzamiento oportuno de la temática en cuestión.

También se consiguió que los alumnos recordaran la clasificación de los triángulos, la noción de triángulo rectángulo y repasaran los elementos que conforman dicha figura geométrica utilizando diferentes colores: rojo (hipotenusa), azul (cateto mayor) y verde (cateto menor). El hecho de desarrollar la clase enfocándonos en el geoplano se debió a que la geometría de acuerdo con Alsina (1997), debe ser considerada como las matemáticas del espacio, además de que dicho instrumento también fue un material vinculado directamente con el procedimiento experimental, lo cual permitió materializar la noción de triángulo rectángulo.

### **Análisis de actividad de la Sexta Sesión**

#### **a) Lo que hicieron los alumnos**

La actividad central fue la resolución de problemas, donde se enfatizó en el trabajo con la competencia manejo de técnica; complementando la actividad con dos herramientas de apoyo la calculadora, para tratar de conseguir una mayor exactitud y rapidez, y el uso del geoplano para construir la representación gráfica del problema.

Los primeros problemas trabajados fueron los siguientes:

Problema No. 1: Un alumno quiere calcular la superficie de un rectángulo y simplemente conoce que la base de la figura la cual es 10 unidades y la diagonal que mide 15 unidades. ¿Cuánto medirá la altura de la figura?

Problema No. 2: Calcular la longitud  $z$  de la diagonal de un cuadrado cuyos lados miden 8 unidades, Con la diagonal ¿Qué figura se forma? ¿Qué nombre recibe los lados que forman el ángulo recto? ¿Cuál es la medida de la diagonal?

Problema No. 3: Encontrar la longitud de una rampa que tiene una altura de 9 u y una base de 18 u. ¿Cuál es la altura de la rampa?

En la primera parte de la resolución de problemas y el uso del geoplano, los alumnos solamente pudieron trabajar adecuadamente el problema dos y tres, debido a que se proporcionaba la medida de los catetos, mientras que para la primera situación debido a que se conocía la hipotenusa (diagonal), no fue necesario dar utilidad al instrumento de construcción.

Para seguir reforzando los elementos que componen a un triángulo rectángulo, se pidió realizar una representación gráfica, con el uso de algunos colores para distinguir la hipotenusa (rojo), cateto mayor (azul) y cateto menor (verde). Cabe señalar que dentro de los tres primeros problemas se ocupó la noción de despeje y la fórmula del teorema, situación que fue desempeñada por los alumnos de manera pertinente.

Los problemas faltantes a trabajar en la clase fueron los siguientes: Problema No. 4: ¿Qué altura alcanzará una escalera que mide 6 m. sobre la pared si la distancia entre la pared y el punto de apoyo es de 2.5 m.?

Problema No. 5: Rafa (1.20 m.) y Pepe (1.25 m.) mantenían una discusión sobre la siguiente pregunta ¿cabremos de pie dentro de una tienda de campaña? Ellos construyeron la casa de campaña, destacando que ocuparon un triángulo isósceles de las siguientes medidas diagonal 15 u y base 18 u. ¿Para poder emplear el teorema de Pitágoras, qué figura se deberá tener? ¿Qué medidas tendrá el triángulo rectángulo? ¿Cuánto medirá el cateto mayor? ¿Quién cabrá de pie en la casa de campaña?

Los problemas restantes se resolvieron en la libreta, además tenían una peculiaridad, situación que provocó que el uso del geoplano disminuyera, pues se presentaba la imagen del problema, por lo que tan sólo se pidió remarcar los componentes de los triángulos rectángulos que se formaban. Cabe señalar que se sugirió a los alumnos empezar con el problema No. 5, porque su planteamiento podría llegar a causar confusión.

La lectura al problema y el énfasis en los cuestionamientos, ubicó a los alumnos en la figura por emplear como en el procedimiento a seguir, pues debido



a que en el problema primero se refería a un triángulo isósceles, eso podría causar confusiones. Varios alumnos terminaron de resolver el problema, y la clase había llegado a su fin, por lo tanto se dejó de tarea el problema faltante, pero se pidió a Mario que pasará al pizarrón y mostrará la solución del ejercicio y poder comprobar el resultado obtenido.

### **b) Respuestas esperadas**

El trabajo en el laboratorio escolar ha permitido un ambiente favorable para el aprendizaje, situación que también ha encontrado apoyo en otras herramientas usadas como es el caso del geoplano y la calculadora.

Lo anterior encuentra fundamento de acuerdo con Pozo (1999), en la teoría del aprendizaje de Vygotski al destacar la idea del desarrollo potencial al referirse en lo que sujeto sería capaz de hacer con ayuda de otras personas o de instrumentos mediadores externamente proporcionados (mediadores que el sujeto puede usar externamente, pero que aún no ha interiorizado), situación por la cual fue empleado el geoplano.

### **c) Respuestas no esperadas**

Al momento de trabajar con el problema No. 5, pensé que los alumnos se confundirían, porque dentro del planteamiento del problema se hacía mención primero a la idea de un triángulo isósceles, por lo cual las acciones por utilizar tratando de evitar desarreglos en el trabajo primero fue que una alumna diera lectura al problema y posteriormente intervine al generar cuestionamientos interpretativos que en el problema se podían razonar, situación que nos remitiría a destacar la noción de triángulo rectángulo.

### **d) Dificultades enfrentadas**

Como se mencionó con anterioridad la dificultad afrontada en la clase fue la limitante que se presentó en el geoplano, ya que no se pudo realizar la construcción del primer problema, debido a que se conocía la medida de la hipotenusa, la cual no se puede construir de manera similar a la de los catetos, por

que las diagonales del geoplano suelen presentar medidas distintas entre clavo y clavo.

Por lo anterior, se pidió a los alumnos hacer énfasis en el aspecto procedimental para encontrar la solución, expresando la importancia de realizar una representación gráfica con el uso de la regla o la escuadra y así permitir trabajar con la identificación de los componentes del triángulo rectángulo

### **e) Aprendizajes logrados**

En la sexta sesión se enfatizó en el aspecto de la problematización, y se trabajó en los alumnos principalmente en la competencia de manejo de técnica, pues aludiendo al programa de la asignatura de Matemáticas (2011) el uso eficiente de procedimientos y cálculos nos remite a una óptima solución, resultado del desarrollo mecánico de operaciones tanto aritméticas como algebraicas y también apoyando el uso de la calculadora como una herramienta para llegar a resultados exactos.

## **Análisis de actividad de la Séptima Sesión**

### **a) Lo que hicieron los alumnos**

Los alumnos llegaron al laboratorio escolar antes de comenzar de lleno con el juego de conocimientos, se entabló un diálogo para dejar en claro que las faltas de respeto y la indisciplina por parte de los alumnos serían tomadas en cuenta y por tal motivo tendrían que abandonar la actividad. También se platicó con los alumnos respecto a las reglas del juego y se destacó que el objetivo de la lotería sería completar la planilla, colocando encima una ficha de papel y al lograrlo exclamaría: ¡Lotería!

La primera partida fue importante para conocer el comportamiento y el interés que presentaban los alumnos de forma inicial; cabe destacar que algunos equipos estaban platicando mucho, pero conforme avanzó la dinámica los alumnos se adentraron en la actividad, porque también la situación lo requirió, pues se comenzó a presentar las imágenes de forma rápida y a leer el letrero de la carta obtenida.

### **b) Respuestas esperadas**

Debido a que se ocupó un juego de conocimientos, las expectativas fueron elevadas, pues uno de los varios objetivos fue llamar la atención del alumnado, crear un ambiente académico y por último utilizar un vocabulario matemático enfatizando en conceptos del teorema de Pitágoras

La participación de los alumnos fue correcta y las expectativas mencionadas se lograron cumplir durante la sesión; además, pude corroborar que la dinámica trabajada fue interesante por los comentarios finales y favorables que expresaron los estudiantes sobre la lotería Pitagórica.

### **c) Respuestas no esperadas**

Los alumnos estaban platicando mucho, ya que cuando les comenté que jugaríamos se emocionaron, pero lentamente y por medio del desarrollo de la lotería Pitagórica volví a recuperar el control grupal, pero sobre todo el interés de los alumnos.

### **d) Dificultades enfrentadas**

Se iba a trabajar en la sala de usos múltiples porque existen dos mesas de gran dimensión en donde se organizaría al grupo para trabajar cabe decir que se prefirió el trabajo en el laboratorio por los buenos antecedentes y por la adecuada organización, además de que la sala de usos múltiple no pudo ser prestada porque no se encontraba la profesora responsable del espacio.

### **e) Aprendizajes logrados**

El principal aprendizaje focalizó en un repaso de los conceptos trabajados en la temática del teorema de Pitágoras; además, se permitió a los alumnos emplear un vocabulario matemático, consiguiendo cumplir con la intención didáctica propuesta, la cual fue primordialmente consolidar conceptos, por lo tanto y en consonancia con Alcalá (2004) podemos sostener y comprobar que los juegos son plenamente aceptados por los alumnos y aprovechados en el aula de matemáticas.

## **Análisis de actividad de la Octava Sesión**

### **a) Lo que hicieron los alumnos**

Para la última sesión la actividad principal de los alumnos fue la resolución del examen escrito referente al teorema de Pitágoras.

Fue necesario explicar a los alumnos las instrucciones del examen, destacando que se trabajarían tres actividades, las cuales fueron: resolución de problemas, relación de columnas y preguntas de opción múltiple. Antes de comenzar se pidió a los alumnos que tuvieran a la mano lápiz, plumas, sacapuntas, goma y calculadora, también se sugirió empezar por los problemas planteados, pues se quería respetar el orden de la prueba.

Los alumnos trabajaron adecuadamente todo el examen pero además observé que dentro de la primera actividad la representación gráfica proporcionada contribuyó en gran medida a un mejor entendimiento, debido a que les facilitaba ubicar la fórmula o el despeje a emplear, también se destaca que el desarrollo de la resolución de los problemas presentó una buena competencia de manejo de técnica por parte de los estudiantes.

En la segunda actividad concerniente a la relación de columnas, se observó a los alumnos muy pensativos, por lo que comenté de manera grupal recordar el juego de la Lotería Pitagórica, debido a que se habían ocupado varios conceptos, después de esa breve sugerencia, se continuó con la actividad.

Por último se llegó a la actividad de las preguntas de opción múltiple, destacando que los alumnos ya estaban adentrados en la temática, pues cabe decir que para dicho ejercicio se tenía que utilizar el razonamiento y el conocimiento del tema; observé a los alumnos más centrados en las interrogantes y sus posibles respuestas.

Se comentó a los alumnos que el examen escrito tendría una duración de cincuenta minutos, se estableció un breve diálogo con los alumnos al finalizar la actividad acerca del examen realizado; los comentarios giraron en torno a que en general la actividad fue interesante.

### **b) Respuestas esperadas**

Los alumnos tuvieron un buen trabajo procedimental enfatizando en el correcto dominio de técnica al resolver de manera correcta los problemas. Se esperaba que los alumnos utilizaran el razonamiento y el conocimiento del tema en cuestión, es por ello que se trabajó con la relación de columnas y las preguntas de opción múltiple, donde también a los alumnos se les vio muy atentos.

### **c) Respuestas no esperadas**

En la actividad referente a la resolución de problemas, cabe señalar que el uso de un elemento visual permitió una mejor explicación para entender el problema y saber la pertinencia de usar la fórmula del teorema o el despeje de algún cateto.

Se convirtió en una respuesta no esperada porque al momento de recorrer las filas observé que todos los alumnos se remitían a la imagen presentada para ubicar los catetos y la hipotenusa, restando importancia a la redacción del problema, y continuando con el desarrollo del ejercicio.

### **d) Dificultades enfrentadas**

Llegué a pensar que tal vez las preguntas de opción múltiple causarían confusión, pero también consideré que si los alumnos daban un buen sentido al contenido del tema en cuestión se lograría superar posibles dificultades. Por otro lado, al abordar la relación de columnas algunos estudiantes, estaban muy pensativos, situación que significó que tal vez tenían dudas, por lo que realicé un comentario enfatizando en el trabajo con la lotería Pitagórica, lo cual contribuyó a orientar a los alumnos al recordar las imágenes y las ideas relevantes.

### **e) Aprendizajes logrados**

Se apreció que por medio de un examen escrito se consiguió ejercitar y reafirmar el tema en cuestión, situación que se sustenta con la revisión de los exámenes, destacando que los resultados fueron muy adecuados. En la revisión de los exámenes no hubo alumnos con calificación reprobatoria; destaca la calificación mínima de 8.0 y máxima de 10.0.

Los resultados de la actividad referente a la resolución de los problemas fue contundente, pues el 100% de los alumnos obtuvieron los 6 puntos, por lo que destaca el buen uso de la competencia manejo de técnica.

En lo que concierne a la relación de columnas se presentó la siguiente información con 28.571% obtuvieron 2 puntos, el 21.428% consiguió 1.6 puntos, el 16.666% corresponde a 1.2 puntos, con 14.285% consiguieron 1 punto, el 11.904% perteneciente a 1.4 puntos y por último el 2.380% se obtuvo para 1.8 puntos, 0.8 puntos y 0.4 puntos, como se puede apreciar la solución del ejercicio dada por los alumnos fue regular, además considerando que de 1.8 puntos a 2 puntos se consiguió el 52.379% se consigue avalar la idea anterior.

En las preguntas de opción múltiple se registraron los siguientes datos, ya que el 47.619% pertenece a 1.6 puntos, seguido de 45.238% corresponde a 2 puntos y por último con 7.142% consiguieron 1 punto. Lo anterior nos permite reafirmar la buena utilidad del razonamiento y el pensamiento matemático de los estudiantes.

## CONCLUSIONES

Hacer énfasis en la propuesta didáctica nos vincula directamente con el trabajo docente, y en el caso de la asignatura de Matemáticas se emplea la noción de Ingeniería Didáctica, que tiene como punto de partida la Didáctica de las Matemáticas, donde un elemento teórico importante fue la Teoría de las Situaciones Didácticas por el hecho de retomar componentes que el actual plan de estudios sugiere, pero sobre todo por contemplar tres componentes sustanciales para la aplicación: el alumnado, el profesor y el contenido matemático.

Otro aspecto relevante del uso de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau fue el apreciar en varios momentos de las diversas sesiones el “favorecer la comunicación, el trabajo en equipo, la búsqueda de acuerdos y argumentos para validar resultados y procedimientos...” (Fundamentación Curricular, 2006: 15).

Para realizar la conclusión pertinente fue necesario retomar el sistema didáctico considerando los componentes que lo integran, así como enfatizar en el funcionamiento presentado y las restricciones ocurridas, por lo tanto, de acuerdo con la Ingeniería Didáctica, y específicamente con Artigue (1995), se deberán considerar las siguientes dimensiones: a) la dimensión epistemológica asociada a las características del saber en juego; b) la dimensión cognitiva asociada a las características cognitivas de los estudiantes; y c) la dimensión didáctica asociada a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza.

Con base en lo anterior, se destaca que la aplicación de la propuesta didáctica focalizó en las matemáticas recreativas como estrategia de enseñanza para el aprendizaje del teorema de Pitágoras: uso del rompecabezas, el geoplano y la lotería, con el fin de cumplir con la hipótesis principal de la presente tesis, referente a que el diseño específico de un material didáctico ayuda a los docentes y contiene una esencia lúdica de aprendizaje, para que los alumnos construyan de manera amena e interesante el contenido de una materia que les parece aburrida y difícil.

En este sentido el profesor debe hacer una recontextualización del contenido matemático por abordar, eso debe modificar el conocimiento que el alumno ha de producir por sí mismo y que el maestro debe provocar, situación que hace hincapié en una adecuada estrategia de enseñanza, por ende Brousseau (1994) nos remite a la devolución al definirla como la actividad en la cual el docente intenta plantear al alumno un problema donde sea responsable de resolverlo usando su conocimiento matemático y las competencias de la asignatura (argumentación, comunicación, manejo de técnico y resolución de problemas).

El diseño de la propuesta didáctica retomó el plan de estudios actual, también se consideró el programa de estudios de la asignatura de matemáticas resaltando el contenido matemático alusivo al Teorema de Pitágoras, que pertenece al eje temático forma, espacio y medida. En lo referente a los propósitos, éstos fueron una pieza importante, por ser considerados el eje rector del diseño de la propuesta didáctica. Debido a lo anterior, se destaca primeramente el propósito de la asignatura de matemáticas, manifestando “que los alumnos aprendan a plantear y resolver problemas en distintos contextos, así como justificar la validez de los procedimientos y resultados y a utilizar adecuadamente el lenguaje matemático para comunicarlos.” (Programa de estudio, 2011: 13)

Fue importante el propósito que establece el eje forma, espacio y medida, ya que lo primordial consistió en el desarrollo de la competencia de argumentación, debido a que la comprensión de diversos conceptos matemáticos radicó en sustentarse en la intuición, primordialmente. Cabe recordar que en el programa de estudio de la asignatura define a tal competencia como la forma en que los alumnos vean la necesidad de formular argumentos, ya sea para explicar, mostrar o justificar informalmente o para demostrar.

En lo que concierne al bloque, y enlazado con el tema del Teorema de Pitágoras, el propósito específico se orientó a que los alumnos resolvieran problemas que implicaban el uso del teorema de Pitágoras; y por tanto el propósito de la propuesta didáctica fue diseñar, aplicar y analizar el empleo de las



matemáticas recreativas por medio del uso del rompecabezas, el geoplano y la lotería.

La importancia de la metodología consistió en sustentar la eficacia de la estrategia de enseñanza y por ende de la propuesta didáctica, por lo que específicamente se retomó el procedimiento heurístico y el procedimiento experimental. Para conseguir una mejor adquisición de conocimientos en el alumnado y dar una mayor utilidad al procedimiento heurístico, fue necesario que las sesiones procuraran cumplir de forma integral con un ciclo formativo de conceptos, integrado por las siguientes fases: exploración, presentación, asimilación, organización y aplicación.

En lo que se refiere al procedimiento experimental, Valiente (2000) argumenta que dicho procedimiento pedagógico pretende que los alumnos manipulen elementos u objetos de conocimiento matemático, bajo la dirección del maestro, en torno a un problema en particular; situación que fue de gran relevancia al momento de aplicar la estrategia de trabajo que profundizó en las matemáticas recreativas, detallando claramente el uso del geoplano.

Entre la metodología de la enseñanza se consideró trabajar con una demostración, dado que el tema fue el teorema de Pitágoras; para adentrarse en tal situación, se emplearon recursos didácticos que permitieron al alumno intuir cómo y en qué forma se cumple la propiedad que queremos que él entienda.

La planeación contempló una estructura basada en un principio, un desarrollo y un cierre o conclusión y fue por eso que se especificó el uso de tres juegos matemáticos: rompecabezas pitagóricos, el geoplano y la lotería Pitagórica.

La planeación consideró desarrollar el contenido coherentemente, considerando la parte conceptual, procedimental y actitudinal, por lo que se pretendió que dicha clasificación consiguiera tener presente “que no sólo los conceptos tiene importancia, pues también se deberá contemplar y enfatizar en los procedimientos y en las actitudes” (Fernández, 1999: 46).

Se concluye que el uso de la estrategia denominada Matemáticas Recreativas fue un medio por el que las actividades integradas consiguieron mejorar el desempeño académico de los estudiantes, debido a que se

consideraron actividades lúdicas que permitieron una comprensión del teorema de Pitágoras; cabe señalar que la estrategia ocupada resultó interesante y útil, ya que se compuso de actividades de manipulación, destacando que “está totalmente aceptado que aquello que se trabaja y maneja, se asimila y recuerda mucho más que lo que se lee o estudia” (Alcalá, 2004: 109).

Además, encontramos como fundamento que la existencia de diversos materiales didácticos vinculados con la geometría conduce a destacar que se trabajó con la geometría lúdica, en donde la noción del juego fue importante para poder abordar y consolidar conceptos y propiedades, detallando que se emplearon los juegos planos, pues se trabajó con el rompecabezas Pitagórico; también se hizo presente la geometría construida en donde “el material construido sirvió en el proceso de aprendizaje para poder reconocer y estudiar multitud de conceptos” (Alsina, 1998: 57), dando utilidad a la construcción de figuras planas, por lo que se ocupó el geoplano; y por último, se abordó la geometría visual, donde a partir de la percepción visual y el conocimiento geométrico elemental del tema en cuestión dieron paso al juego de la lotería.

Por lo anterior, se justifica la veracidad de la hipótesis referente a que el diseño de un material didáctico que despertara en los alumnos la esencia lúdica del aprendizaje ayudaría al docente a que los estudiantes construyeran con agrado y por sí mismos el aprendizaje de una materia que les parece aburrida y difícil: las Matemáticas.

También contemplamos la evidencia de los resultados de la evaluación que mostraron el avance de los alumnos, así como los aprendizajes que obtuvieron mediante el desarrollo del pensamiento matemático. Los resultados del examen realizado arrojaron como conclusión que la estrategia de trabajo empleada fue efectiva para propiciar un adecuado aprendizaje, por lo tanto podríamos decir que las Matemáticas Recreativas de acuerdo con Alcalá (2004) propiciaron un horizonte prometedor al incorporar metodología y recursos materiales al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, pero también fueron una vía de mejor integración escolar y social de tercer grado, grupo “A”.

La propuesta didáctica aplicada tuvo interés en el aspecto cognitivo, destacando así la idea del aprendizaje, pues dicho proceso hace referencia al momento en el que se adquieren y desarrollan destrezas y habilidades, con lo que se contribuye a que el conocimiento crezca gradualmente; por lo tanto la noción del aprendizaje por reestructuración, fue un elemento sustancial y por eso se retomó a Lev Vygotski, pues de acuerdo con Pozo (1999) se enfatiza en que el aprendizaje precede temporalmente al desarrollo al tener dos niveles y que se pudieron notar tanto el nivel de desarrollo efectivo con la realización del examen escrito pues se pudo mostrar al sujeto y sus logros de manera autónoma (mediadores ya interiorizados), como el desarrollo potencial, alusivo a lo que el sujeto es capaz de lograr con ayuda de otras personas en el caso específico el docente y su estrategia de enseñanza o de instrumentos retomando el uso de los rompecabezas, el geoplano y la lotería.

## BIBLIOGRAFÍA:

- Alcalá, Manolo (2004). *Matemáticas Recreativas*. España. Grao.
- Alsina Catalá, Claudi (1997). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. España. Síntesis.
- Alsina Catalá, Claudi (1998). *Materiales para construir la Geometría*. España. Síntesis.
- Arnaut, Alberto (1998). *La Federalización Educativa en México*. México. Biblioteca Normalista SEP.
- Artigue, Michéle (1995). “Ingeniería Didáctica” en *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*, México, Iberoamericana.
- Brousseau, Guy (1994). “Los diferentes roles del maestro”, en *Didáctica de las Matemáticas; aportes y reflexiones*, comps. Cecilia Parra e Irma Saiz, México, Paidós.
- Casanova, María Antonia (1998). *La Evaluación Educativa*. México. SEP.
- Chevallard, Yves (1998). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. México. Biblioteca Normalista. SEP.
- Delval, Juan (1991). *Crecer y Pensar*. México. Editorial Paidós Mexicana.
- Delval, Juan (1994). “La pubertad y la adolescencia”, *en el Desarrollo Humano*. México. Siglo XXI.
- Escudero, Juan (1997). “La formación y el aprendizaje de la profesión mediante la revisión de la práctica”. *En diseño y desarrollo curricular en la educación secundaria*. Barcelona. ICE/ Horsori.
- Fernández González, José (1999). *¿Cómo hacer unidades didácticas innovadoras?*. España. Diada.
- Fetisov, A.I. (1973). *La demostración en geometría*. México. Limusa.
- Izquierdo, M. C (2003). *El mundo de los adolescentes*. México. Trillas.
- Kline, Morris (1983). *El fracaso de la Matemática moderna*. España. Siglo Veintiuno Editores.

López Calva, Martín (2000). Planeación y evaluación del proceso de Enseñanza- Aprendizaje: Manual Docente. México. Trillas.

Lozano, Lucero (1992). Técnicas dinámicas y juegos didácticos. México. Porrúa.

Martínez Recio, Ángel (1998). Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría. España. Síntesis.

Miranda, Ana, et. al. (1998). Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. España. Ediciones Aljibe.

Orton, Anthony (1990). Didáctica de las Matemáticas, Cuestiones, teoría y práctica en el aula. Madrid. Morata.

Panizza, Mabel (2004). "Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas", En Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de la E.G.B: análisis y propuestas. Buenos Aires, Paidós.

Perelman, Yakov (2003). Matemáticas Recreativas. México. Planeta.

Pozo, Juan Ignacio (1999). "Teorías Cognitivas del Aprendizaje". En Aprendizaje por Restructuración. Madrid. Morata.

Resnick, Lauren B. (1990). La enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Madrid. Paidós.

Rosenblueth Deutch, Emilio (1980). Planeación Educativa. México. UNAM. Dirección General de Publicaciones.

Saint-Onge, Michel (2000). Yo explico pero ellos... ¿aprenden? México. Biblioteca para la actualización del Maestro.

- Sánchez Cerezo, Sergio (1983a). Diccionario de las Ciencias de la Educación. El geoplano (Tomo I)  
México. Santillana.
- Sánchez Cerezo, Sergio (1983). “Didáctica de las Matemáticas”. En Enciclopedia Técnica de la Educación (Vol. II). México. Santillana.
- Sandoval, Etelvina (2002). La trama de la escuela secundaria: instituciones, relaciones y saberes.  
México. Plaza y Valdés.
- Sautu, Ruth et al. (2005). Manual de metodología. Construcción del marco teórico, formulación de los objetivos y elección de la metodología. Buenos Aires: CLACSO.
- Secretaría de Educación Pública (2006). Fundamentación Curricular. México. SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2011). Plan de estudios. Educación Básica. Secundaria. México.
- Secretaría de Educación Pública (2011). Programa de estudios. Matemáticas. Secundaria. México.
- Serrano, Antonio Javier (2007). “Quinta Recreación (los juegos rompecabezas)”. En Recreaciones Matemáticas 2. España. Nivola.
- Solana, Fernando et al. (2002). Historia de la Educación Pública en México. México. Editorial Fondo de Cultura Económica.
- Valiente, Barderas Santiago (2000). Didáctica de las Matemáticas. El libro de los recursos. Madrid. La Muralla.
- Vázquez, Valerio Francisco (2006). Modernas Estrategias para la Enseñanza. México. Euro-México.
- Zavala, Vidilla Antoni (2000). La práctica educativa. Cómo Enseñar. España. Grao.

# ANEXOS

**ROMPECABEZAS UNO: "DEMOSTRACIÓN DE PLATÓN"**

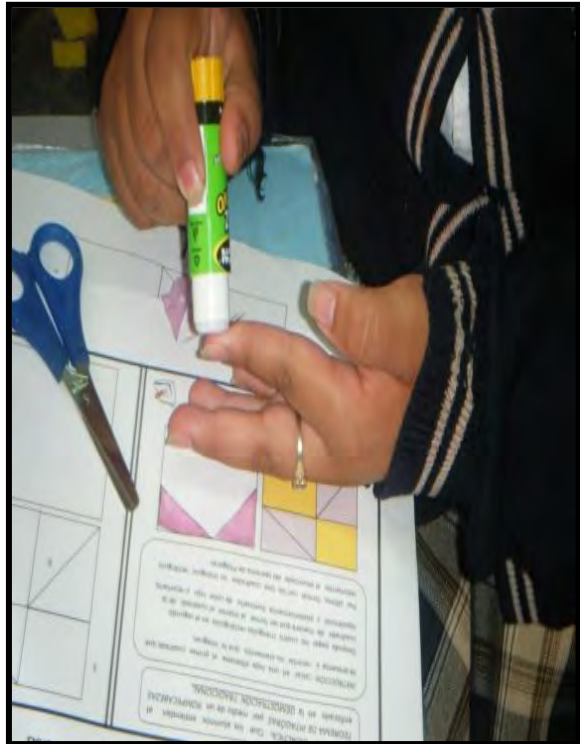
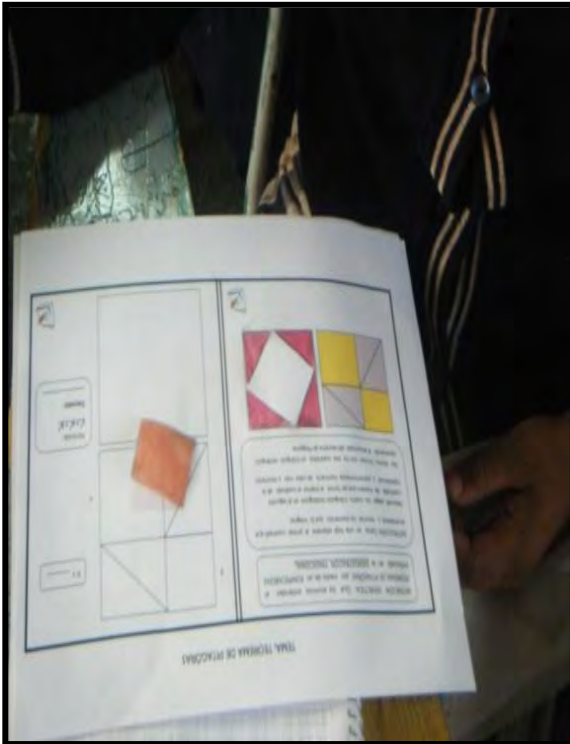


**ROMPECABEZAS DOS: "DEMOSTRACIÓN DE PERIGAL"**

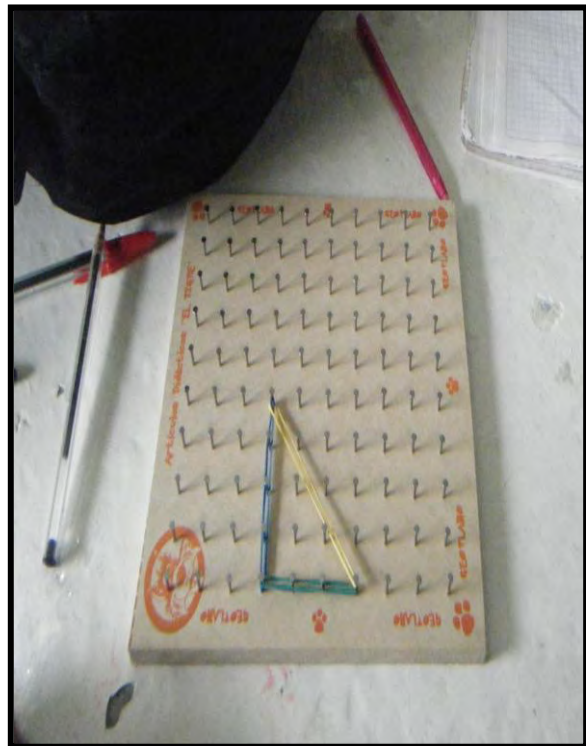




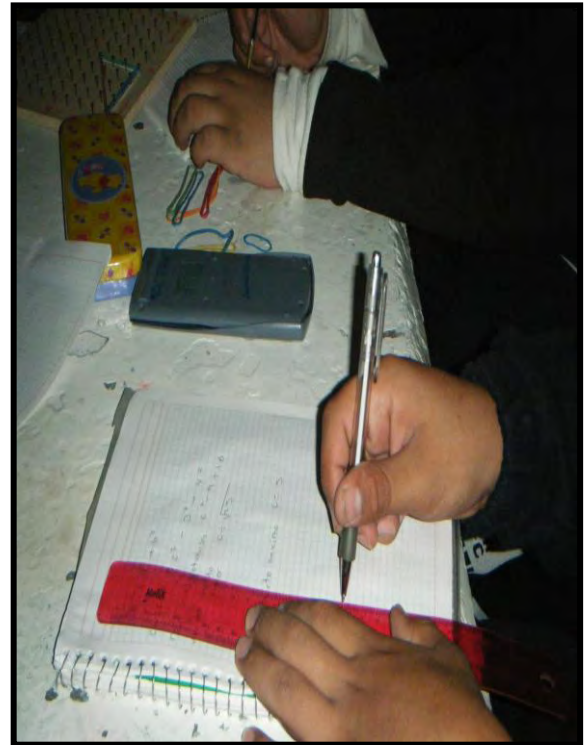
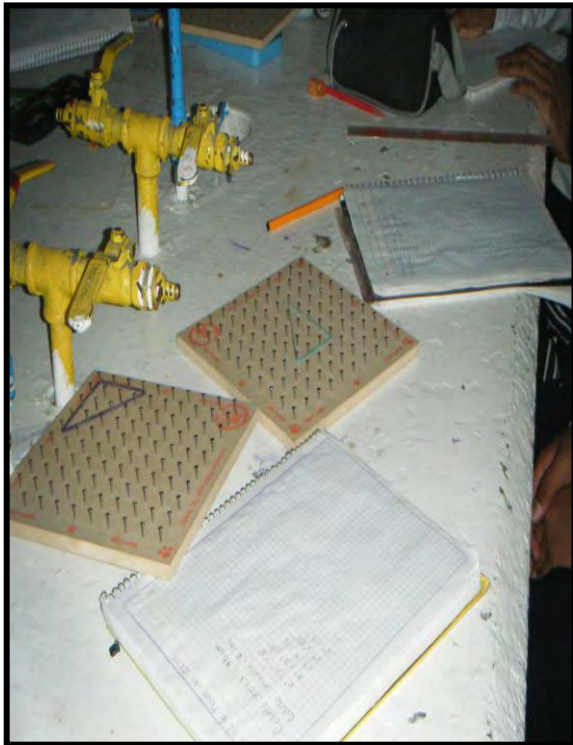
## ROMPECABEZAS TRES: "DEMOSTRACIÓN TRADICIONAL"



## USO DEL GEOPLANO EN LA CONSTRUCCION DE TRIÁNGULOS



## EJERCICIOS DE APLICACIÓN Y EL GEOPLANO

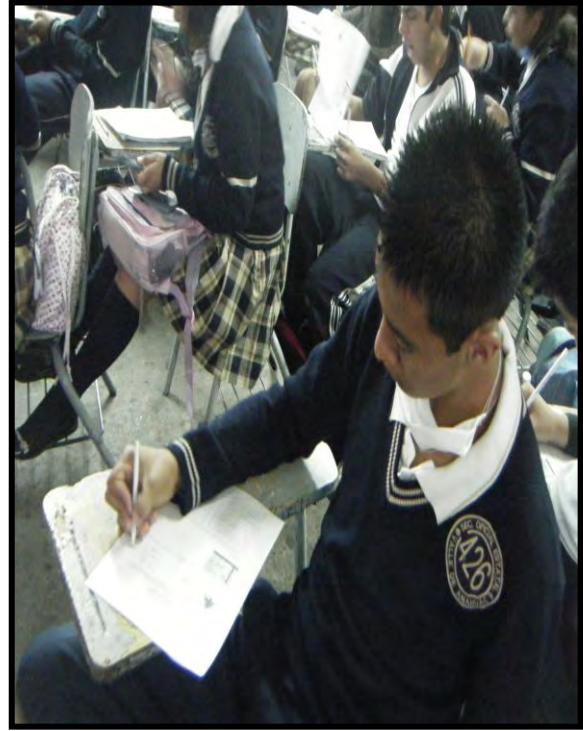
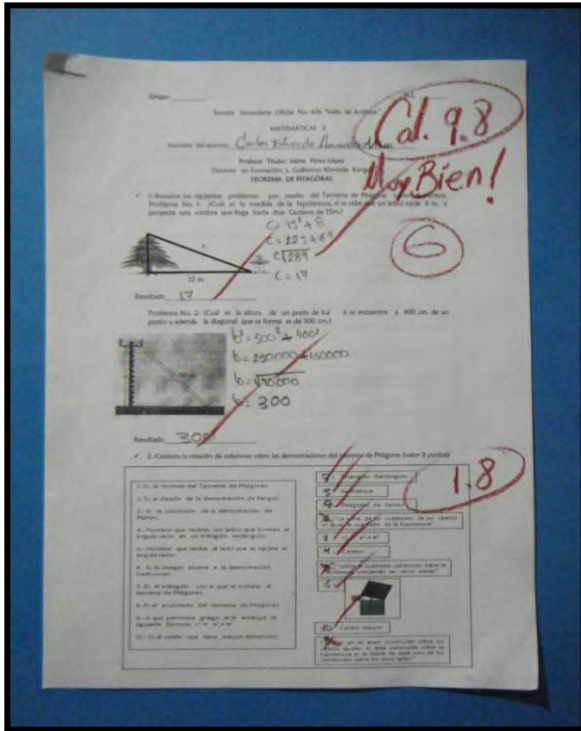


## LA LOTERÍA PITAGÓRICA





# EXAMEN



## P L A N E A C I Ó N

### CENTRO DE INTERÉS: Implementación de las Matemáticas Recreativas como Estrategia de Enseñanza en Tercer Grado de Educación Secundaria: Propuesta Didáctica.

PROPÓSITO	CONOCIMIENTOS GENERALES	CONOCIMIENTOS PREVIOS	ACTIVIDADES GENERALES	MATERIALES	FORMA DE ORGANIZACIÓN DEL GRUPO	TIEMPO Y TAREAS	EVALUACIÓN
Diseñar, Aplicar y Analizar el empleo de las matemáticas recreativas por medio del uso del <u>rompecabezas</u> , <u>el geoplano</u> y <u>la lotería</u> .	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Geometría</li> <li>✓ Noción de Teorema y sus componentes</li> <li>✓ Demostración de un Teorema</li> <li>✓ El teorema de Pitágoras</li> <li>✓ Álgebra</li> <li>✓ Aritmética</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Clasificación de los triángulos, según sus ángulos.</li> <li>✓ Noción de triángulo rectángulo</li> <li>✓ Propiedad interna de los triángulos</li> <li>✓ Concepto de cuadrado</li> <li>✓ Elementos de geometría como segmento, punto y recta.</li> <li>✓ El trinomio</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• PRIMERA SESIÓN Establecimiento de los lineamientos que se seguirán para el desarrollo de la propuesta didáctica.</li> <li>• SEGUNDA SESIÓN Clase introductoria comenzando con la utilización del rompecabezas para realizar la demostración que abordará el caso en donde se presenten catetos de la misma medida.</li> </ul>	<p>Cuaderno, láminas de papel bond, cartulinas de colores. Hoja de trabajo de colores que contendrá el rompecabezas, tijeras, pegamento, cuaderno, regla y lápiz.</p> <p>Hoja de trabajo de colores que contendrá el rompecabezas, tijeras, pegamento, cuaderno, regla y lápiz.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La actividad se realizará de forma individual.</li> <li>▪ La actividad se realizará de forma individual.</li> </ul>	<p>20 de Enero. Establecer la manera en la que se trabajará y también crear una introducción de la clase.</p> <p>21 de Enero. Utilizar el procedimiento experimental y heurístico. Revisar actividades.</p>	<p><i>Actividades de los alumnos.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>★ Trabajo con los materiales didácticos alusivos a las matemáticas recreativas.</li> <li>★ Ejercicios en el cuaderno de trabajo de los alumnos.</li> <li>*Toma de nota de las sesiones.</li> <li>*Orden en los apuntes.</li> <li>*Actividades completas</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>45 %</b></p>

		<p>cuadrado perfecto</p> <p>✓ Raíz Cuadrada</p>	<p>• <b>TERCERA SESIÓN</b> Utilización del rompecabezas para realizar la demostración que abordará el caso en donde se presenten catetos con medidas distintas.</p> <p>• <b>CUARTA SESIÓN</b> Utilización del rompecabezas para realizar la demostración por medio de un Trinomio Cuadrado Perfecto</p> <p>• <b>QUINTA SESIÓN.</b> Utilización del Geoplano para darle mayor sentido a las demostraciones trabajadas con anterioridad, enfatizando en el caso donde se presentan catetos de la misma medida.</p> <p>• <b>SEXTA SESIÓN</b> Utilización del Geoplano para trabajar ejercicios y problemas.</p>	<p>Hoja de trabajo de colores que contendrá el rompecabezas, tijeras, pegamento, cuaderno, regla y lápiz.</p> <p>Geoplano, cuaderno, lápiz, regla, hojas de colores y hojas de albáneme.</p> <p>Geoplano, cuaderno, lápiz, regla, hojas de colores y hojas de albáneme.</p> <p>Geoplano, cuaderno, lápiz, regla y calculadora .</p>	<p>▪ La actividad se realizará de forma individual.</p> <p>▪ La actividad se realizará en parejas.</p> <p>▪ La actividad se realizará en parejas.</p> <p>▪ La actividad se realizará en parejas.</p>	<p>22 de Enero. Utilizar el procedimiento experimental y heurístico. Revisar actividades.</p> <p>23 de Enero. Utilizar el procedimiento heurístico y experimental. Revisar actividades.</p> <p>24 de Enero. Utilizar el procedimiento heurístico. Revisar actividades.</p> <p>27 de Enero. Utilizar el procedimiento heurístico. Revisar actividades</p>	<p>★ Participación en las sesiones de trabajo. Ideas relevantes. *Inteligibles.</p> <p><b>10 %</b></p> <p>★ Planteamiento y resolución de problemas. *Entrega en hojas blancas. *Énfasis en la forma de resolución. *Aplicación de los conocimientos adquiridos.</p> <p><b>15 %</b></p> <p>★ Examen escrito.</p> <p><b>30 %</b></p>
--	--	---	--	---	--	--	---

			<p>• <b>SÉPTIMA SESIÓN</b> Utilización de un juego de conocimiento, especificando el uso de la Lotería.</p> <p>• <b>OCTAVA SESIÓN</b> Evaluación cuantitativa</p>	<p>Planillas y fichas de la lotería.</p> <p>Examen</p>	<p>▪ La actividad se realizará de manera grupal.</p> <p>▪ La actividad se realizará de forma individual.</p>	<p>28 de Enero. Dirigir el juego de conocimiento</p> <p>29 de Enero. Aplicar el examen.</p>	<p><i>Actividades del profesor.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>★ Desarrollar las sesiones</li> <li>★ Fotografiar las sesiones</li> <li>★ Registro de actividades y participación de los alumnos.</li> <li>★ Notas de Observación.</li> <li>★ Identificar los aprendizajes esperados en los alumnos.</li> <li>★ Logro de los objetivos de la Propuesta didáctica</li> <li>★ Solución de las situaciones inesperadas</li> <li>★ Compilación de trabajos de los alumnos</li> </ul>
--	--	--	---	--	--	---	---

CONTENIDOS CONCEPTUALES	CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	CONOCIMIENTOS EN LOS ALUMNOS	HABILIDADES	COMPETENCIAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Clasificación de los triángulos, según sus ángulos.</li> <li>✓ El triángulo Rectángulo</li> <li>✓ Noción de cateto e hipotenusa</li> <li>✓ Aplicación de la Demostración.</li> <li>✓ Enunciado del Teorema de Pitágoras.</li> <li>✓ Expresión algebraica del Teorema de Pitágoras.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ La realización de la demostración por medio del rompecabezas y el geoplano.</li> <li>✓ La interpretación del enunciado del Teorema de Pitágoras.</li> <li>✓ El Cálculo de raíces de números naturales.</li> <li>✓ El uso, sustitución y en algunos casos despeje de variables.</li> <li>✓ El cálculo de distancias de los componentes de un triángulo rectángulo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Considerar la clasificación de los triángulos según sus ángulos.</li> <li>✓ Identificar los componentes del triángulo rectángulo.</li> <li>✓ Entender por medio de la demostración el Teorema de Pitágoras.</li> <li>✓ Trabajar diversas demostraciones por medio del rompecabezas.</li> <li>✓ Realizar ejercicios en donde se de utilidad al Teorema de Pitágoras y encontrar las medidas del triángulo rectángulo.</li> <li>✓ Comprender la utilidad del Geoplano para la solución de ejercicios.</li> <li>✓ Aplicar el Teorema de Pitágoras en la Resolución de Problemas</li> <li>✓ Emplear la lotería para reafirmar ideas del tema en cuestión.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <i>Habilidades de Descubrimiento</i> -Desarrollar la imaginación espacial. -Hacer generalizaciones.</li> <li>✓ <i>Habilidades de Comunicación.</i> -Explicar un procedimiento utilizando el lenguaje informal o matemático. -Argumentar, definir una idea propia. -Aprender a utilizar y reconocer el lenguaje de las matemáticas. -Presentar ideas matemáticas: hablando, escribiendo, dibujando y comprobando con modelos concretos.</li> <li>✓ <i>Habilidades Operatorias.</i> -Saber hacer cálculos rápidos a través de la estimación. -Usar y manejar la calculadora.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <i>Argumentación:</i> Necesidad de formular argumentos que den sustento al procedimiento y/o solución encontrada, con base en las reglas del debate matemático. Y corresponde a tres finalidades distintas: para explicar, para mostrar o justificar o para demostrar.</li> <li>✓ <i>Comunicación:</i> Comprende la posibilidad de expresar y representar información matemática contenida en una situación, así como la de interpretarla para exponerla con claridad matemática.</li> <li>✓ <i>Manejo de Técnica:</i> Uso eficiente de procedimientos y formas de representación al efectuar cálculos, con apoyo de la tecnología o sin él. El manejo de técnica guarda una relación estrecha con la argumentación.</li> <li>✓ <i>Planteamiento y resolución de problemas:</i> Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones. Se trata también de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento.</li> </ul>