UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAESTRIA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE INECUACIONES Y SISTEMAS DE INECUACIONES A TRAVÉS DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL EN LA ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRA EN DOCENCIA PARA LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR (MATEMÁTICAS)

PRESENTA:

TANIA AZUCENA CHICALOTE JIMÉNEZ

DIRECTOR DE TESIS: DR. CARLOS TORRES ALCARAZ,
FACULTAD DE CIENCIAS

MÉXICO, D.F. OCTUBRE, 2014

“La educación es el arma más poderosa que puedes usar para cambiar el mundo”
Nelson Mandela

Dedicatorias

El presente trabajo lo dedico a cada miembro que conforma mi pequeña familia en número pero grande de corazón.

A mi mamá por ser la mujer más valiente y fuerte que he conocido. Gracias mamá por darme la oportunidad de ser parte de tu vida, por llenarme de tu amor y comprensión. Te dedico este trabajo en el que busco impregnar mi amor por la docencia y transmitir la fortaleza, la persistencia y cariño que me has heredado.

A mi hermana que me ha enseñado lo que es la perseverancia y la lucha por ser una mejor mamá día a día.

A mis hermosas sobrinas, Abigail y Julieta, que con un beso logran sacar lo mejor de mí. Les dedico mi esfuerzo con el anhelo de que pronto encuentren, al igual que yo en la docencia, el camino de vida que las llene de pasión y felicidad.

A mi tía, a mi pá, a mi primo Andrés y a mi tío Gil quienes siempre me han brindado su amor y compañía. A ustedes muchas gracias por haber sido parte de este proyecto, por haber colaborado en la elaboración de los materiales y por su participación durante las primeras pruebas de mis actividades.

Finalmente, dedico este trabajo a los docentes que en el afán de mejorar día a día su labor docente buscan mejorar su formación para reinventarse como docentes y brindar lo mejor de ellos a sus alumnos.

Agradecimientos

Durante la realización de esta tesis de maestría tuve la fortuna de conocer a personas invaluables, quienes además de mi familia, me brindaron su apoyo para llevarlo a buen término. A estas personas quiero agradecer en las siguientes líneas pues sin su presencia las experiencias que me han hecho una mejor persona y docente no se habrían presentado.

En primer lugar quiero agradecer a la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) por permitirme llevar a cabo mi formación de posgrado en sus aulas. También, agradezco a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) por brindarme el apoyo económico necesario para llevar a cabo mis estudios de maestría.

Quiero expresar un agradecimiento especial a cada uno de los docentes que me apoyaron con sus conocimientos y experiencias durante este proceso de formación, entre ellos a los profesores Wilfrido Martínez, Ofelia Contreras, Rita Esther y Francisco Struck. En particular, agradezco con mucho cariño y admiración al Dr. Carlos Torres quien no sólo formó parte creativa e intelectual de este trabajo sino que además me mostró con el ejemplo el significado de la calidad humana que debe prevalecer en los docentes.

De igual forma agradezco a la vida por haber puesto en mi camino a mis compañeros de la maestría, ahora amigos del alma, Paty, Carlos y Sandy; a cada uno de ellos les debo grandes enseñanzas de vida, de docencia y de amistad.

Finalmente, agradezco profundamente a mi familia que siempre ha apoyado cada uno de mis pasos y decisiones, a mis hermosas sobrinas que llenan mi vida de alegría y cariño. Agradezco a mi mamá que me ha brindado su amor incondicional durante estos años de formación profesional, intelectual y emocional en los que ha estado a mi lado en los momentos de aprendizaje, de felicidad, de tristeza, de dificultades y de logros.

Tabla de contenido

Resumen

La asignatura de matemáticas es una de las que presenta mayor índice de reprobación y deserción en cualquiera de los niveles de estudio, razón por la cual los docentes preocupados de su labor se ven en la necesidad de generar diferentes estrategias de enseñanza que favorezcan el aprendizaje significativo.

El presente trabajo surge con la finalidad de brindar a los docentes de educación media superior una propuesta didáctica de enseñanza-aprendizaje en el tema de “resolución de inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones”. La secuencia didáctica se basa por un lado en el aprendizaje situado al proponer la resolución de problemas relacionados con la programación lineal en los que se busca fomentar la toma de decisiones y optimizar los recursos humanos, económicos y de materia prima con la finalidad de obtener la mayor ganancia posible. Por otro lado, se utiliza el modelo de instrucción directa y los modelos de interacción en grupos y las representaciones visuales con la finalidad de construir los conocimientos de forma guiada.

La secuencia didáctica fue puesta en práctica y evaluada en la Escuela Nacional Preparatoria 4 “Vidal Castañeda y Nájera” con el objetivo de favorecer el aprendizaje significativo de dicha temática en cuarto grado. En primer lugar se identificaron, mediante una evaluación diagnóstica, las ideas y los conocimientos previos de los alumnos. Posteriormente, se aplicaron diferentes actividades que incluyeron además de problemas situados cercanos al contexto de los alumnos, diapositivas de power-point para la comprensión de los conceptos de desigualdad e inecuación, así como para la presentación de la programación lineal, un juego de mesa que permitió reforzar de forma grupal y dinámica la resolución de inecuaciones lineales con una incógnita y preguntas guiadas que promovieron el aprendizaje de conceptos, el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas y el trabajo colaborativo.

Al finalizar la secuencia didáctica se aplicó una evaluación que permitió identificar los aprendizajes alcanzados. Los resultados obtenidos fueron favorables, obteniéndose de 85% a 90% de efectividad, además se observó una actitud abierta hacia el aprendizaje de las matemáticas.

Abstract

Mathematics learning usually has the highest rate of failure and dropout at any level of study, reason why teachers concerned about their work are in the need to create different strategies teaching that promote meaningful learning.

This paper arises in order to provide teachers of upper secondary education a didactic suggestion of teaching and learning in the subject of "solving linear inequalities and systems of inequalities." The teaching sequence is based on one hand on situated learning in proposing the resolution of problems related to linear programming in which it seeks to encourage making decision to determine the optimization of human, financial and raw material resources in order to obtain the greatest gain. On the other hand, uses the direct instruction model and models of interaction in group with the aim that students build their knowledge in a guided and collaborative work from their peers.

The teaching sequence was implemented and evaluated in Escuela Nacional Preparatoria 4 "Vidal Castañeda y Nájera" in order to foster meaningful learning in fourth grade. First, ideas and prior knowledge were identified by a diagnostic evaluation of students. Subsequently, in addition to problems located, different activities were applied which including Power-point slides for understanding the concepts of inequalities, as well as the introduction to linear programming, a board game that allowed in a group and dynamical way to reinforce solving linear inequalities with one unknown, and guided questions that promoted the learning of concepts, development of problem solving skills and collaborative work.

At the end of the teaching sequence a final evaluation, which identified the learning achieved, was applied. The final results were favorable, yielding 90% efficiency and achievement, as well as an open to learning mathematics attitude.

Introducción

Desde hace ya varios años, las instituciones educativas comenzaron a dirigir su atención ante los niveles alarmantes de deserción educativa y los altos índices de reprobación a nivel medio superior, en particular en el campo de las matemáticas. Lo anterior representa un problema no sólo educativo sino también social y económico, pues de acuerdo con el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE),

> […] de todos los jóvenes que dejan la escuela en el transcurso de un ciclo escolar, casi dos terceras partes son de primer grado. Cuando los jóvenes abandonan sus estudios sin estar preparados para incorporarse al mercado laboral, el riesgo social es muy alto pues suelen hacerlo a cambio de bajos ingresos y sin acceso a sistemas de seguridad, lo que limita sus oportunidades de desarrollo futuro. Es preciso no perder de vista que concluir la educación media superior disminuye la probabilidad de caer en la pobreza. (INEE, La Educación Media Superior en México. Informe 2010-2011, 2013)

Con la finalidad de comprender la problemática y obtener información sobre los niveles educativos alcanzados en nuestro país, México ha formado parte del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA por sus siglas en inglés) desde el año 2003, es decir, cuatro periodos de evaluación (12 años); a pesar de los esfuerzos que se han implementado para mejorar los resultados educativos en los jóvenes de 13 a 15 años, en este periodo no se ha logrado alcanzar ni siquiera el nivel promedio, de los países participantes, en las competencias y habilidades matemáticas.

De igual manera, en las evaluaciones nacionales como la Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares de Educación Media Superior (ENLACE MS), se observó que en el año 2008 la mayoría de los jóvenes de tercer grado de bachillerato evaluados (46.4%) obtuvo un nivel insuficiente en el campo de matemáticas, mientras que 37.2% obtuvo un nivel elemental, para el año 2013 el número de estudiantes con nivel insuficiente disminuyó a 28.3% mientras que 35.4% de los jóvenes alcanzó un nivel elemental. Si bien, los niveles de insuficiencia y elemental disminuyeron, aún se observa que la mayoría de los estudiantes mexicanos 63.7% apenas logra resolver ejercicios relativos a conceptos básicos y mecanizaciones aritméticas que no requieren la interpretación de datos en lenguaje común para la resolución de problemas “reales” de mayor complejidad.

De acuerdo con PISA, una posible explicación del problema es la metodología tradicionalista que aún impera en el proceso de enseñanza y que impide el desarrollo de las competencias y las habilidades matemáticas durante el aprendizaje.

> Otros elementos que contribuyen a explicar esos resultados son el enfoque memorístico, los métodos de enseñanza obsoletos y la promoción de habilidades de rutina, que prevalecen en muchos casos, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las escuelas mexicanas, públicas y privadas, a pesar de que los planes de estudios prescriban el desarrollo de habilidades más complejas (PISA en el Aula: Matemáticas, 2013).

De esta forma y con el objetivo de contribuir tanto con los docentes, como con los jóvenes y con la sociedad, se tiene como propósito principal de este trabajo proporcionar el diseño, la implementación y los resultados de una secuencia didáctica, dirigida a los docentes de Educación Media Superior, cuyo objetivo es favorecer el proceso de enseñanza – aprendizaje del tema de Inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales impartido en el primer año de bachillerato de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) de la Universidad Nacional Autónoma de México.

El trabajo de tesis se divide en cuatro capítulos. En el Capítulo 1 se presentan las condiciones de la Educación Media Superior, en cuanto a los altos índices de deserción y bajo rendimiento escolar en la asignatura de matemáticas, y los resultados obtenidos por los estudiantes en el la prueba PISA, dentro de las competencias matemáticas. A partir de estos datos se busca analizar y explicar la problemática educativa existente en la educación matemática durante el bachillerato. Posteriormente se analiza la problemática de aprendizaje del tema Inecuaciones lineales y resolución de sistemas de inecuaciones lineales y se presenta de manera breve la propuesta didáctica para la enseñanza-aprendizaje de dicho tema.

En el Capítulo 2, se presenta un breve análisis comparativo de los distintos enfoques de enseñanza-aprendizaje en el campo de las matemáticas en los que se basa el

Bachillerato General de la SEP, el Colegio de Ciencias y Humanidades y la Escuela Nacional Preparatoria, estos últimos regidos por la Universidad Nacional Autónoma de México. Posteriormente, se describen las teorías metodológicas que sustentan la propuesta didáctica y que dan respuesta a los objetivos de las diversas instituciones educativas, en particular de la Escuela Nacional Preparatoria. Finalmente, se explica cómo dichas teorías validan tanto la estructura como cada una de las actividades implementadas en la secuencia didáctica.

La secuencia de la propuesta didáctica para la enseñanza del tema de inecuaciones lineales y la resolución de sistemas de inecuaciones lineales se presenta en el Capítulo 3. En este capítulo se presenta en primer lugar la planeación de la secuencia didáctica bajo diversos aspectos considerados como ideales dentro del proceso de enseñanza, entre ellos, la participación activa de los alumnos y la duración de cada una de las sesiones, entre otros. En segundo lugar se presentan algunos ejemplos de las dificultades y situaciones que se presentaron durante la aplicación de la secuencia, lo anterior con la finalidad de proporcionar a los docentes un mayor número de herramientas para la planeación de las clases correspondientes.

Por último en el Capítulo 4 se realiza un análisis y reflexión de los resultados obtenidos a partir de la implementación de la secuencia didáctica. En este capítulo se pueden observar de forma gráfica y descriptiva los resultados tanto de la evaluación diagnóstica como de la evaluación final. Estos resultados muestran que la efectividad alcanzada por la secuencia didáctica propuesta varía entre 85% y 90%, es decir, la gran mayoría de los estudiantes comprendió y aplicó adecuadamente los conceptos estudiados, también mostraron una actitud favorable hacia las actividades presentadas y hacia el aprendizaje de las matemáticas.

A partir de la comparación de estos resultados se presentan en un apartado final las conclusiones generales respecto a este trabajo.

Capítulo 1. Identificación, contextualización, análisis y explicación del problema de estudio.

1.1 Contextualización del problema

El nivel medio superior en México presenta un serio problema en cuanto a los niveles de reprobación, eficiencia terminal y aprovechamiento escolar. De acuerdo con los indicadores del Distrito Federal sólo cinco de cada diez alumnos aprueban dicho nivel. En el campo de las matemáticas esta situación es aún más preocupante pues en cualquiera de sus niveles de estudio es una de las asignaturas con mayor índice de reprobación y menor rendimiento escolar.

México participa en evaluaciones internacionales como el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés), el cual evalúa las competencias desarrolladas por los jóvenes, es decir, las “habilidades, destrezas y actitudes de los estudiantes para analizar y resolver problemas, para manejar información y para responder a situaciones reales presentes o futuras que se les puedan presentar en la vida real” (INEE, México en PISA 2009, 2010) Dicha prueba tiene como objetivo proveer un panorama cada tres años acerca del desarrollo de competencias con énfasis en alguna de las tres áreas evaluadas (lectura, matemáticas y ciencias), de cada uno de los países participantes desde una perspectiva global e interna. Dada la estructura de aplicación de dicha prueba cada 9 años se completa un ciclo para cada una de las áreas anteriores, con lo cual se proporciona un análisis comparativo de los resultados obtenidos en un mismo ámbito; el área de matemáticas cerró su primer ciclo en el año 2012 cuyos resultados fueron analizados en comparación con los obtenidos en 2003.

De acuerdo con PISA, el nivel alcanzado por los estudiantes mexicanos de 15 años es insuficiente en la competencia matemática, es decir la “capacidad para analizar, razonar y comunicar de forma eficaz, así como de plantear, resolver e interpretar problemas en situaciones variadas utilizando conocimientos matemáticos” (INEE, La Educación Media Superior en México. Informe 2010-2011, 2013) es prácticamente nula.

> En PISA 2003, México obtuvo en promedio 385 puntos en la competencia matemática situándolo en el nivel 1, en 2009 obtuvo 419 puntos, aunque avanzó 34 puntos lo sitúa aún en la frontera del

> nivel 1. Esto nos indica que existe una gran proporción de estudiantes (51% según datos de la OCDE), que solo son capaces de contestar a reactivos que impliquen contextos familiares, preguntas claramente definidas y resolver instrucciones directas en situaciones explícitas, llevar a cabo acciones que sean obvias. (INEE, Panorama Educativo de México 2011. Indicadores del Sistema Educativo Nacional 2011. Educación Básica y Media Superior, 2012)

Ahora bien, de acuerdo con los últimos análisis de PISA 2012, los estudiantes mexicanos de 15 años obtuvieron en promedio 413 puntos. Si bien los resultados muestran un incremento, en un ciclo de 9 años, en los niveles alcanzados en la competencia matemática, el cual constituye "la tercera mejora más importante en la OCDE" (PISA en el Aula: Matemáticas, 2013), aún se observan las deficiencias que los estudiantes mexicanos tienen ante tareas y situaciones que requieren de análisis y reflexión para identificar, decidir y aplicar los conocimientos matemáticos en un mundo real que requiere de un pensamiento abstracto y no sólo concreto. Este rezago académico representa una diferencia de dos años de escolaridad con los alumnos que se encuentran en el promedio señalado por la OCDE (496 puntos). (PISA en el Aula: Matemáticas, 2013)

De acuerdo con los resultados de PISA 2009, la mayoría de los estudiantes de 15 años evaluados (72.6%) (INEE, México en PISA 2009, 2010) se encontraba cursando el primer año de bachillerato, mientras que 27.4% estaba inscrito en su último año de secundaria, de lo anterior se deduce que los estudiantes ingresan a la educación media superior con un déficit importante en el desarrollo de habilidades y competencias, el cual difícilmente disminuirá tras un año de estudio en un nivel educativo que en principio demanda el desarrollo del pensamiento abstracto y de la capacidad de análisis para la resolución de problemas.

Los datos anteriores muestran las deficiencias, en un contexto global e internacional, en el desarrollo de las habilidades matemáticas que reflejan el contexto social y educativo de México frente al resto de los países evaluados. Ahora, con el afán primero de comprender la problemática y después de proponer soluciones a ella, se vuelve de suma importancia analizar los resultados de eficiencia terminal y los índices de reprobación matemática en México.

A partir de diversas investigaciones se ha observado que a mayor nivel de estudios le corresponde un mayor índice de reprobación y deserción de estudiantes. De acuerdo con los datos proporcionados por el INEE en el ciclo 2009-2010 se observó un índice de deserción de 14.9% de la EMS, “porcentaje que representa la pérdida de 605 567 jóvenes” (INEE, La Educación Media Superior en México. Informe 2010-2011, 2013), la cual afectó en mayor porcentaje a los estudiantes varones en comparación de las mujeres, sin importar el modelo educativo en el que se encontraran inscritos.

Tasa de deserción total en media superior (2009-2010), por modelo educativo			
Indicador	Total	Hombres	Mujeres
Tasa de deserción total	14.9%	17.2%	12.8%
Bachillerato general	13.4%	15.5%	11.4%
Bachillerato tecnológico	15.6%	17.8%	13.3%
Profesional técnico	23.2%	25.4%	20.8%

Tomado de: (INEE, La Educación Media Superior en México. Informe 2010-2011, 2013)

En este mismo informe se puede observar que de los jóvenes que desertaron del nivel medio superior 63% lo hizo durante el transcurso del primer grado de estudios, lo cual representa una cifra alarmante que muestra la problemática presente en la educación media superior. En este informe se señala que los principales motivos, además de las problemáticas económicas, para desertar de la escuela son de tipo escolar, es decir la reprobación de materias y la falta de interés por los contenidos. Por ejemplo un estudio realizado en Sonora mostró que “en el caso de los varones la principal razón para desertar fue académica, específicamente, la reprobación de materias (49%). A esta razón le siguieron los factores económicos (37%), la falta de interés (11%) […] Las mujeres, en cambio, refirieron en primer lugar las causas económicas (49%), seguidas de la reprobación de materias (25%), falta de interés (20%) […]” (SEP, Reporte de la Encuesta Nacional de Deserción en la Educación Media Superior, 2012).

Ahora, en cuanto a matemáticas, las investigaciones realizadas por la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), muestran un incremento dramático en los índices de deserción y reprobación de la materia de matemáticas, en particular en los cursos que cubren aspectos de aritmética y álgebra (primer año), del bachillerato de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) de la UNAM. De acuerdo con los datos de la Dirección General de Asuntos Escolares (DGAE) en el ciclo 2009-2010, el índice promedio de reprobación de la materia de matemáticas IV en la ENP, fue de poco más del 40% (Citado en Vidales, 2009).

Los datos anteriores muestran por una parte el contexto actual de la educación a nivel medio superior y en particular de la educación matemática en México, y por otra parte la falta de eficacia en el desarrollo de habilidades matemáticas en los jóvenes. Al comprender lo anterior, se vuelve imperante que los docentes se informen primero sobre las causas de la ineficiencia educativa para después generar nuevas estrategias de enseñanza que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas ya que, como mencionan Gimeno y Pérez Gómez, es imprescindible "comprender la enseñanza para poder transformarla, para modificar los métodos, los programas, los comportamientos del profesor, etc." (Gimeno & Gómez, 1996).

1.2 **Condiciones de los jóvenes y del bachillerato en México**

A partir de 2008, el sistema educativo mexicano se enfrentó a una reforma educativa impulsada por la Secretaría de Educación Pública. Dicha reforma abarcaría, en diferentes momentos, cada uno de los niveles educativos en México. En el año 2006 la Reforma fue implementada dentro de la educación secundaria, en donde se tiene como principal objetivo brindar una educación basada en competencias, de tal forma que los a aprendizajes y habilidades desarrolladas en el aula sean relacionados entre cada una de las asignaturas y en consecuencia promover un aprendizaje transversal. Posteriormente, y dada la gran cantidad de egresados de secundaria se volvió imperante que la reforma se implementará dentro del nivel bachillerato con la finalidad de dar respuesta a la demanda educativa, por lo que a partir de 2008 se introdujo la RIEMS en el nivel bachillerato. Reforma que a través de los años ha ganado adeptos o detractores de su enfoque.

Para comprender los objetivos e implicaciones de la RIEMS es necesario conocer las condiciones del sistema educativo en el nivel medio superior, sus antecedentes y el contexto actual. Así mismo es necesario conocer el ambiente de los jóvenes mexicanos dentro del bachillerato, para destacar aspectos a trabajar como los niveles de ingreso y egreso, la baja eficiencia terminal por parte de los jóvenes y la rigidez y deficiencia de las infraestructuras académicas y administrativas. El análisis de dichos aspectos permite reflexionar sobre algunas propuestas que posibiliten fomentar y promover un mejor nivel educativo dentro de las matemáticas.

Hasta antes del 2008 el sistema educativo de bachillerato estaba conformado por más de 50 subsistemas, los cuales tenían la facultad de determinar el enfoque educativo, la estructura y los contenidos de sus programas así como la forma de evaluar a sus estudiantes. Si bien la gran diversidad de sistemas educativos en el sistema medio superior ofrecía al bachiller una gama de posibilidades para llevar acabo la formación que considerara conveniente a sus intereses futuros, le dificultaba el tránsito entre subsistemas. Lo anterior debido a que los planes de estudio no coincidían entre ellos, por lo que los estudiantes no tenían la posibilidad de revalidar créditos y se veían obligados a “recursar” las asignaturas.

Dado esto, en 2008 se promulgó la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS), con la finalidad de crear un Sistema Nacional de Bachillerato que facilitara el tránsito de los alumnos entre diversos subsistemas.

Actualmente, la estructura de la Educación Media Superior está formada por diferentes tipos de bachillerato, entre ellos, tecnológico, general o propedéutico y profesional técnico, los cuales al ser parte de la RIEMS comparten la responsabilidad de responder a retos como la cobertura educativa, calidad y equidad en el acceso al bachillerato, formar a los estudiantes en un conjunto de competencias comunes a los diferentes subsistemas, así como responder a las exigencias del mundo actual y atender las características propias de los adolescentes. (SEP, Subsecretaría de Educación Media Superior, 2013)

Ahora bien, en lo que respecta a la cobertura, en México existe un gran problema en cuanto al acceso e ingreso al bachillerato pues es apenas a partir del año 2011 que el bachillerato adquiere el carácter de obligatorio dentro de la educación mientras que “en la mayoría de los países miembros de la OCDE, la educación media superior forma parte de la educación obligatoria, es gratuita y considerada como un factor fundamental en el desarrollo socioeconómico de aquellas sociedades" (INEE, Panorama Educativo de México 2011. Indicadores del Sistema Educativo Nacional 2011. Educación Básica y Media Superior, 2012). De aquí se desprenden factores importantes que afectan tanto la educación como el desempeño laboral que los jóvenes tendrán en un futuro. Pues, de acuerdo con la OCDE, 19.2 millones, de entre 15 y 29 años no están escolarizados y sólo 58% de los jóvenes en edad de cursar el bachillerato permanecen en él. De esta forma el ingreso al campo laboral se verá ya sea retrasado u obstaculizado por la falta de los conocimientos básicos, así como de las capacidades o habilidades para desempeñarse profesionalmente.

En la Encuesta Nacional de Valores en Juventud 2012 se observó que la mayoría de jóvenes estudiantes preferirían continuar sus estudios antes que abandonarlos por cuestiones económicas, "frente a la oportunidad de optar entre estudiar o trabajar, 6 de 10 jóvenes entrevistados señalaron que prefieren estudiar (59.7%) y a uno de cada cuatro (24%) le gustaría más trabajar, 13.3% quisiera combinar ambas actividades." (IMJUVE-IIJ, 2012)

De lo anterior se aprecia que el sistema educativo en bachillerato no ha logrado satisfacer las características y necesidades inherentes al contexto social de los estudiantes pues "la tasa de deserción en EMS (Educación Media Superior) es relativamente alta; se estima que 16 de cada 100 alumnos inscritos abandonan sus estudios entre un ciclo y el siguiente" (INEE, Panorama Educativo de México 2011. Indicadores del Sistema Educativo Nacional 2011. Educación Básica y Media Superior, 2012), así mismo la equidad de oportunidades, deseada por la RIEMS, no se ha alcanzado pues la deserción es mayor en hombres que en mujeres.

Dicha deserción se puede analizar y explicar, en principio, con los datos de ingreso al bachillerato por medio del examen único de selección, en el cual de los "226 mil 794 aspirantes (2009) que cumplieron los requisitos (84 por ciento) tienen un lugar de acuerdo a su solicitud" (COMIPEMS, 2009) mientras que el 16 por ciento restante cuenta con diferentes posibilidades brindadas por la COMIPEMS pero que no son de su preferencia por lo que estos jóvenes "relegados" deciden o inscribirse en una institución privada "con la expectativa de obtener una educación de mejor calidad" o simplemente no inscribirse, truncando así su preparación. Si bien, estos jóvenes tienen la oportunidad de continuar sus estudios dentro de instituciones públicas como las preparatorias del GDF, que ofrecen un incentivo económico para aminorar los gastos educativos y brindar la posibilidad de continuar su educación, dichas instituciones presentan de igual forma un nivel alto de deserción pues “entre un 20% y un 30% de sus estudiantes abandonan los estudios” (Sheridan, 2010).

Para dar respuesta a esta problemática se propuso la creación de un Marco Curricular Común (MCC) basado en competencias que brinde a los estudiantes la posibilidad de transitar entre los diferentes subsistemas. Por lo que se consideran las características propias de cada subsistema de manera que estos se adecúen e integren a los propósitos del SNB. A partir de la RIEMS los subsistemas de acuerdo a su estructura y objetivos se clasifican de forma general en tres:

1. Bachillerato general
2. Bachillerato técnico
3. Bachillerato bivalente

Con la creación del MCC y de la obligatoriedad de la educación media superior, se ha presentado una mayor demanda de docentes, sin embargo, se vuelve importante analizar si los docentes están preparados para trabajar frente a un grupo numeroso de jóvenes con distintas condiciones económicas, sociales y emocionales que se encuentran en un constante estado de defensa o rebeldía ante el sistema educativo.

Por una parte, de forma general se observa que sólo 72.2% de los docentes cuenta con licenciatura o posgrado (COSDAC, 2013), nivel que podría garantizar el dominio de los conocimientos de las diferentes áreas de estudio pero no necesariamente un buen desempeño docente. Para estos docentes, la SEP ofrece actualmente, bajo el marco de la RIEMS, un diplomado en competencias docentes, que les permita obtener una certificación. Sin embargo esta capacitación es designada únicamente a los docentes con una carga laboral de 15 horas semanales. Cuestión que nos lleva a un problema extra, dentro de la planta docente de nivel medio superior, pues “sólo 16.4% de los docentes tiene una asignación de tiempo completo, 8.8% de tres cuartos de tiempo y 13% de medio tiempo; mientras que más de la mitad de la planta docente (61.7%) sólo tiene una asignación por horas” (COSDAC, 2013), lo cual implica que el docente, por cuestiones económicas, no pueda dedicar tiempo completo a una única institución y por ende se vuelve menos propositivo ante la mejora educativa.

Lo anterior conlleva una infraestructura tanto académica como administrativa deficiente y rígida, que por una parte imponen a los docentes a cumplir con tareas administrativas que poco ayudaran a mejorar su desempeño y aún menos a mejorar el aprendizaje en los jóvenes.

Ante esta problemática educativa, se tiene como objetivo principal de este trabajo proporcionar a los docentes una secuencia didáctica que ayude a mejorar la educación matemática en una de las temáticas impartidas durante el bachillerato. La temática elegida en este trabajo fue la resolución de inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales impartida en el primer año de la Escuela Nacional Preparatoria.

1.3 **Educación y enseñanza de las matemáticas**

Durante la historia, la enseñanza de las matemáticas ha tomado, en diferentes momentos, un carácter descriptivo y modelador del mundo, una visión simuladora en la que se busca que el alumno repita y memorice los conocimientos proporcionados por el docente, y un saber con carácter utilitario en el que el estudio de esta disciplina sirve en tanto sea útil para resolver problemas de otras áreas y, por último, una teoría generadora de resultados que preparen al alumno para acceder a la educación superior. En este trabajo se toma en cuenta que para proporcionar una educación matemática integral es necesario que los jóvenes estén en contacto con cada una de estas visiones de la matemática. Para ello la enseñanza debe promover un trabajo que permita explorar el entorno, de modo que a partir de ésta se generen modelos y teorías. Esto permite describir y dar solución a diversos problemas que en principio sean parte del contexto de los estudiantes, y que además permitan la generalización y formalización de los resultados. La matemática también está abierta al análisis y generalización de sus resultados:

> [En la matemática] se generan modelos y procedimientos que son destilados como conocimientos. La matemática es algo abierto y sus resultados permanecen abiertos a revisión (perspectiva de resolución de problemas). (Gómez-Chacón, 2000)

Un buen nivel en la educación matemática de un país permite no sólo el desarrollo de personas que sepan cómo hacer ciertas actividades, es decir con una buena formación técnica, sino además permite la generación de una sociedad capaz de crear sus propias estructuras tecnológicas, científicas y sociales que conlleven a un mejoramiento tanto económico como cultural. De esta forma se vuelve invaluable que dentro de una sociedad se otorgue también a la educación matemática un carácter cultural, en el que ésta se vea como parte de la educación que permitirá el desarrollo de habilidades aplicables no sólo en el ámbito de resolución de problemas de carácter numérico y geométrico, sino que además permita y facilite el desarrollo de otras más en distintos ámbitos sociales.

De esta forma el aspecto afectivo-emocional forma parte del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Ya que las creencias y actitudes acerca de las matemáticas -y el aprendizaje de éstas- con las que el alumno llega al aula lo predispondrán hacia una actitud de participación activa o rechazo en su aprendizaje.

De acuerdo con lo anterior, en este trabajo se considera que la función del docente es "dirigir las ideas que le van surgiendo al estudiante para resolver el problema y ayudarle a utilizar los recursos de que dispone, favoreciendo que el alumno se involucre en la actividad, recupere la confianza perdida y tome consciencia de su aprendizaje." (Gómez-Chacón, 2000)

Ahora bien, la enseñanza de las matemáticas en el nivel medio superior se encuentra en cada uno de los ciclos escolares de cualquiera de los subsistemas escolares del nivel bachillerato de México y en cualquiera de las instituciones que imparten este nivel educativo.

En la siguiente tabla se observa la distribución de la educación matemática en tres instituciones consideradas dentro del subsistema de bachillerato general.

Sistema de Bachillerato	Asignatura	Años en los que se cursa matemáticas.
Bachillerato General (SEP)	Algebra Geometría y trigonometría Geometría analítica Cálculo Probabilidad y Estadística Matemáticas Aplicadas	Primer semestre Segundo semestre Tercer semestre Cuarto semestre Quinto semestre Sexto semestre
Bachillerato General (UNAM) Escuela Nacional Preparatoria	Matemáticas IV Matemáticas V Matemáticas VI	Primer año Segundo año Tercer año
Bachillerato General (UNAM) Colegio de Ciencias y Humanidades	Matemáticas I Matemáticas II Matemáticas III Matemáticas IV Matemáticas V Matemáticas VI	Primer semestre Segundo semestre Tercer semestre Cuarto semestre Quinto semestre Sexto semestre

Como se muestra en la tabla, para el sistema educativo la formación matemática es una parte fundamental en la educación de los estudiantes.

Aunado a lo anterior, se puede observar que entre los jóvenes hay distintas percepciones de las matemáticas. Algunos consideran que el estudio y entendimiento de las matemáticas está destinado únicamente para aquellos que poseen ciertas cualidades de “genios”. No obstante, en general los estudiantes consideran que el estudio de las matemáticas es tedioso y aburrido debido a los métodos de enseñanza, “hay quienes conciben el aprendizaje de la misma como memorístico […] Otros que la conciben como métodos, como procedimientos necesarios para aprender a hacer, para saber aplicar, para realizar determinados algoritmos y rutinas. O quienes la conciben como un medio para alcanzar una meta: la comunicación con otros y como estrategia de negociación de su identidad (la matemática como habilidad social)” (Gómez-Chacón, 2000).

1.4 El aspecto afectivo en la enseñanza de las matemáticas

En diversas investigaciones realizadas dentro de la Encuesta Nacional de la Juventud se ha observado que la principal razón por la que los jóvenes abandonan sus estudios es de carácter económico mientras que la segunda razón más importante se relaciona con aspectos que se llevan, o no, acabo dentro de las instituciones y aulas educativas, ya que "29 de cada 100 jóvenes abandonaron la escuela porque ya no les satisfacía seguir estudiando" (Muñoz A. E., 2008). Este punto es el que nos atañe pues de lo anterior nos podemos percatar del enorme peso que tiene la ausencia o la escasa presencia de estrategias educativas adecuadas por parte de los profesores, de las instituciones y de los sistemas educativos hacia los jóvenes, y que conllevan a un grado de motivación bajo para continuar sus estudios.

Como se mencionó anteriormente, se puede observar que gran parte de los bachilleratos en México tienen dentro de su planta docente a profesionistas que han terminado, por lo menos, una licenciatura relacionada con el campo disciplinar. Sin embargo, aunque estos profesores dominan los conocimientos de su área, en la mayoría de los casos poseen muy poca o ninguna formación docente. De donde, ya sea en las primeras experiencias o incluso durante un largo periodo, los docentes encuentran que los jóvenes no poseen ni los conocimientos considerados básicos ni las características que esperaban de un estudiante. Es decir, los docentes desean idealmente que los jóvenes lleguen a la escuela con la intención de estudiar y aprender cada una de las materias impartidas, que los alumnos muestren interés y gusto por la materia, así como, que demuestren un alto nivel de compromiso y responsabilidad ante el aprendizaje. Por el contrario, el profesor comienza a observar que dentro del aula se pueden encontrar diversos factores que motivan o desmotivan a distintos estudiantes en un mismo momento, ya que como menciona Boekaerts (2006) lo que puede representar una actividad retadora y motivadora para un alumno puede ser una actividad aburrida para otro.

Por ejemplo, en mi experiencia laboral me he percatado de que gran parte de los estudiantes expresan poca importancia y utilidad en adquirir ciertos conocimientos dentro de matemáticas, así, constantemente los estudiantes cuestionan a los docentes sobre el para qué les va a servir aprender a determinar la ecuación de una parábola, o resolver y analizar funciones lineales y cuadráticas, etcétera. Si bien, existen algunos ejemplos que sirven de apoyo al docente para la muestra y resolución de problemas de aplicabilidad como la construcción de puentes y antenas parabólicas, éstos resultan aún lejanos a la cotidianeidad y las expectativas de algunos adolescentes, además de ser repetitivos, “Flanders examinó diferentes series de libros de texto y encontró que menos de 50% de sus páginas contenían nuevo material para los estudiantes de segundo a octavo grados…” (Boekaerts, 2006). Por lo que, la motivación esperada por el docente en realidad no se alcanza.

Por lo anterior, la escasa motivación, (docente–alumno) en las aulas, es una consecuencia de la falta de preparación e interés que algunos docentes tienen ante su labor educativa. Primero, porque la mayoría de los docentes encuentra dificultades para lograr un mejor entendimiento de los aspectos sociales, físicos e intelectuales que caracterizan la etapa de la adolescencia y por ende a los adolescentes. Segundo, son pocos los profesores que se preocupan e interesan verdaderamente e intrínsecamente por conocer, adecuar e implementar distintas estrategias educativas que le permitan diversificar sus métodos de enseñanza, de acuerdo con el Instituto de Investigaciones Legislativas del Senado de la República (2005) “los estudiantes muestran apatía por sus clases porque las instituciones funcionan en el marco de rutinas aburridas".

Los profesores necesitan interesarse en entusiasmar al estudiante, lo cual se logra cuando este último puede cuestionar y poner en práctica sus conocimientos. Dentro del campo de las matemáticas uno de los principales objetivos es cambiar el concepto que la sociedad tiene sobre las matemáticas, esto es, cuando los jóvenes piensan en matemáticas, inmediatamente piensan en números, operaciones y problemas. De aquí que al preguntar a los estudiantes sobre la importancia de las matemáticas, ellos se limitan a dar respuestas superficiales como “sirven para ir a la tienda y hacer compras”, “las bases son lo útil de las matemáticas, como las operaciones de suma, resta, multiplicación”. Por lo que, fomentaría el concepto de las matemáticas como la ciencia que nos permite por un lado desarrollar un pensamiento lógico y ordenado que nos permite modelar de una forma concreta y abstracta (específica y general) el mundo real y los problemas que en él se presentan, así como proponer una solución a éstos. De esta forma, la importancia de las matemáticas ya no radica sólo en el conocimiento y manipulación de los objetos llamados números, sino en el desarrollo del pensamiento concreto y abstracto que permite crear puentes entre las distintas áreas del conocimiento.

Si bien con la implementación de la RIEMS se pretende encaminar la enseñanza de las matemáticas hacia una metodología basada en la resolución de situaciones problemáticas esto no ha sido suficiente ya que mientras los docentes no modifiquen su concepción acerca de la didáctica de las matemáticas, la motivación en el aprendizaje tampoco sufrirá algún cambio. Ya que, a partir de cómo éste concibe las matemáticas será la metodología aplicada dentro de las aulas, “si un profesor piensa que lo mejor para el aprendizaje de la matemática es trabajar rutinas y algoritmos, la enseñanza que impartirá se centrará en estos aspectos.” (Gómez-Chacón, 2000)

Además, como menciona Gómez Chacón (2000), mientras los alumnos conserven la creencia de que todos los problemas de matemáticas se pueden resolver mediante la aplicación directa de hechos, reglas, fórmulas y procedimientos mostrados por el profesor o presentados en los libros de texto sus expectativas serán memorizar reglas y fórmulas transmitidas por el docente.

Ahora bien, uno de los aspectos fundamentales para ayudar a la modificación de dichas creencias es tomar en cuenta el factor emotivo de los estudiantes, y las experiencias relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas con las que llegan los estudiantes.

Por lo que las experiencias previas de éxito o fracaso dentro del aprendizaje de las matemáticas tendrán repercusiones en cuanto a:

- Las interacciones negativas entre el profesor-alumno o entre el grupo de alumnos
- La actitud de sospecha hacia el profesor
- La falta de confianza
- La resistencia a aprender conceptos matemáticos
- La resistencia ante tareas que le exigen pensar, como por ejemplo la resolución de problemas (Gómez-Chacón, 2000)

Frente a esto, es necesario proporcionar y favorecer experiencias productivas y constructivas en los alumnos. De tal forma que ante momentos de desconcierto y resistencia propicien un ambiente de confianza en el que los alumnos puedan explorar, expresar ideas y cometer errores para finalmente organizar y hacer propios los aprendizajes.

La problemática anterior ha sido tomada en cuenta en la elaboración de la siguiente propuesta didáctica dirigida al campo disciplinar de matemáticas, bajo el modelo educativo de la Escuela Nacional Preparatoria en la asignatura de matemáticas I (primer año escolar). La temática elegida para la elaboración de la secuencia se refiere a la resolución de inecuaciones lineales. Dicho contenido se encuentra dentro del campo matemático del álgebra, el cual busca que “el estudiante desarrolle el razonamiento matemático, haga uso del lenguaje algebraico, a partir de la resolución de problemas de la vida cotidiana, dentro y fuera del contexto matemático, representados en modelos donde se aplican conocimientos y conceptos algebraicos” (COSDAC, 2013).

La temática de inecuaciones lineales y los sistemas de inecuaciones presenta las problemáticas de enseñanza-aprendizaje mencionadas anteriormente. Por un lado, el problema se deriva de la forma en que los objetivos de aprendizaje y los contenidos son presentados en los programas de estudio, ya que los contenidos son segmentados entre ellos y aislados de aquellos con los que existen vínculos conceptuales y procedimentales. Por otro lado, la concepción de aprendizaje del docente, favorece u obstaculiza que los estudiantes construyan sus conocimientos de una forma significativa, en muchas ocasiones los contenidos se abordan de forma que la simbología utilizada no tiene significado alguno y los conceptos y procedimientos carecen de un contexto que motive a los estudiantes.

Estos aspectos los trataremos en el capítulo siguiente, en el que se presentan brevemente los objetivos educativos que persigue la RIEMS frente a los de la ENP, posteriormente se presentan las teorías metodológicas que sustentan la secuencia didáctica y que favorecen la enseñanza-aprendizaje de las inecuaciones lineales y los sistemas de inecuaciones lineales a través de la programación lineal.

Capítulo 2. El plan de estudios de la ENP, los modelos educativos y metodológicos que sustentan la secuencia didáctica y la enseñanza de los sistemas de inecuaciones.

2.1 El plan de estudios de la ENP frente al modelo establecido por la RIEMS en la disciplina de matemáticas.

A continuación realizamos una breve descripción de los objetivos educativos que persigue la RIEMS y su relación con el plan de estudios y la metodología de la Escuela Nacional Preparatoria de la UNAM, bajo la cual se realizó la secuencia didáctica.

La Reforma Integral de la Educación Media Superior contempla que la educación debe estar centrada en el aprendizaje de los estudiantes, por lo que se basa en el enfoque por competencias cuyo paradigma es que el individuo realice su propio esfuerzo en la construcción de saberes significativos que le den sentido a lo que realiza y le permitan seguir descubriendo y desarrollando las habilidades propias. (SEMS, Ejes de la Reforma Integral de la EMS (RIEMS), 2011)

A partir de esto se busca que la disciplina matemática contribuya “a la formación integral del estudiante proporcionando los elementos básicos para que el estudiante interprete su entorno, al incorporar las competencias: genéricas, disciplinares básicas y extendidas en las Estrategias didácticas Centradas en el Aprendizaje (ECA) aplicadas por los docentes” (SEMS, Programa de estudios: Matemáticas, 2013). Dado lo anterior, dentro de las competencias matemáticas se establecen como base las siguientes ocho competencias a lograr por los estudiantes y en las cuales el individuo:

1. Construye e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales
2. Formula y resuelve problema matemáticos, aplicando diferentes enfoques
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales

4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje matemático.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social para estimar su comportamiento.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso y argumenta su pertinencia.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Por su parte, la Escuela Nacional Preparatoria funge como un bachillerato propedéutico cuyo objetivo es proporcionar a sus estudiantes los conocimientos básicos y fundamentales que los preparen para continuar tanto sus estudios profesionales como su vida laborar si así lo requiere. De esta forma se busca una formación integral que brinde:

1. Una amplia cultura, de aprecio por su entorno y la conservación y cuidado de sus valores.
2. Una mentalidad analítica, dinámica y crítica que les permita ser conscientes de su realidad y comprometerse con la sociedad.
3. La capacidad de obtener por sí mismos nuevos conocimientos, destrezas y habilidades, que les posibilite enfrentar los retos de la vida de manera positiva y responsable. (DGENP, 2014)

En cuanto a la asignatura de matemáticas, el plan de estudios de la ENP tiene como fundamento un enfoque metodológico basado en la solución de problemas de disciplinas afines, para que “el alumno comprenda que las Matemáticas son un lenguaje y una herramienta que lo vinculan con su entorno social.”

A partir de este enfoque metodológico se pretende que los alumnos construyan los aprendizajes matemáticos y desarrollen, entre otros:

1. La capacidad para aplicar lo que ha aprendido en el planteamiento y resolución de problemas.

2. El reconocimiento de los aspectos matemáticos que se relacionan entre sí, logrando aprendizajes significativos.
3. La importancia de las Matemáticas, su relación con otras ciencias, con los avances científicos y tecnológicos y con la sociedad.
4. La habilidad del alumno para la búsqueda, organización y aplicación de la información que obtiene en el análisis de problemas de la realidad.
5. La capacidad de aplicar los conocimientos matemáticos en actividades cotidianas para mejorar su calidad de vida y la de los demás, a través de desarrollar una actitud seria y responsable.
6. La capacidad de trabajar en equipo, en actividades dentro del aula, en la resolución de problemas que impliquen el intercambio y la discusión de ideas.

Dado que este trabajo de tesis se desarrolla con base a la definición de competencia establecida como la “capacidad de identificar y comprender el papel de las Matemáticas en el mundo actual, emitir juicios bien fundamentados y utilizarlas y comprometerse con ellas de manera que puedan satisfacer las necesidades de la vida del sujeto como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (PISA en el Aula: Matemáticas, 2013), presentamos una tabla comparativa en la que se muestra la paridad existente entre los objetivos de ambas instituciones.

Competencias matemáticas establecidas en la RIEMS.	**Objetivos de aprendizaje de matemáticas en la ENP**
El alumno: 1. Construye e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales	El alumno desarrolla: 1. La capacidad para aplicar lo que ha aprendido en el planteamiento y resolución de problemas.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques	2. El reconocimiento de los aspectos matemáticos que se relacionan entre sí, logrando aprendizajes significativos.

3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales	3. La habilidad para la búsqueda, organización y aplicación de la información que obtiene en el análisis de problemas de la realidad.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje matemático.	4. La capacidad de trabajar en equipo, en actividades dentro del aula, en la resolución de problemas que impliquen el intercambio y la discusión de ideas.
5. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.	5. La capacidad de aplicar los conocimientos matemáticos en actividades cotidianas para mejorar su calidad de vida y la de los demás, a través de desarrollar una actitud seria y responsable.

De los objetivos anteriores, tomamos como base para la realización de la propuesta didáctica, la búsqueda por alcanzar, en principio, los cinco objetivos de aprendizaje de la ENP. Consideramos que si el alumno logra dicho objetivos entonces desarrollará las capacidades que le permitan alcanzar por lo menos los objetivos 1, 3 y 4 establecidos por la RIEMS.

Con la finalidad de que los alumnos alcancen los objetivos de aprendizaje y desarrollen las competencias establecidas en el tema de inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales, proponemos un aprendizaje a través de la resolución de situaciones contextualizadas y cercanas a la realidad de los jóvenes.

Así, planteamos diversos tipos de problemas que tengan relación con diferentes campos de conocimiento y con la realidad y el contexto de los adolescentes. Por lo que se busca que, en un inicio, el alumno desarrolle su capacidad de comprensión lectora al identificar los datos que conforman al problema así como la o las variables que intervienen en la solución.

Posteriormente se busca que el alumno transforme los enunciados del lenguaje escrito al lenguaje matemático, lo cual le permitirá construir e interpretar el modelo matemático que contenga la simbología matemática pertinente y que permitirá encontrar la solución. Al construir el sistema matemático se busca que el alumno identifique el tipo de sistema así como que analice las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o económico para determinar o estimar su comportamiento. Lo que se espera es que el alumno establezca el posible método que da solución a éste. Ulteriormente, corresponde a los alumnos desarrollar método para resolver el sistema de inecuaciones, encontrando de esta forma las soluciones a él.

Finalmente se pretende que el alumno desarrolle la capacidad de interpretar dichos resultados para responder al problema con la solución óptima matemática así como su interpretación y representación en tablas, gráficas y símbolos matemáticos con el objeto de explicar los resultados obtenidos.

2.2 El modelo de aprendizaje situado, el modelo de instrucción directa y los modelos de interacción en grupos.

A partir de la discusión y tomando como punto de partida que los modelos de aprendizaje se enmarcan en un ideal de aprendizaje que permite llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje favorablemente, decidimos fundamentar el proyecto de tesis en los modelos de instrucción directa, el modelo de aprendizaje situado y los modelos de interacción en grupos para dar respuesta tanto a los objetivos de aprendizaje como al aspecto afectivo en la enseñanza de las matemáticas.

Antes de iniciar con la descripción de cada uno de ellos es importante destacar que en nuestra propuesta didáctica la implementación de cada uno de ellos se lleva a cabo de forma paralela con los otros, es decir se toma como punto de partida el modelo de instrucción directa para el diseño e implementación de la secuencia didáctica, mientras que el modelo de aprendizaje situado y los modelos de interacción en grupos constituyen el centro del diseño, el desarrollo y la ejecución de las actividades o simulaciones situadas.

Modelo de Instrucción Directa

Como lo señala Eggen (Eggen & Kauchack, 2009), el Modelo de Instrucción Directa utiliza las explicaciones y el modelo del maestro, combinados con la práctica del alumno y una retroalimentación para enseñar conceptos y habilidades procesales. En este modelo el docente expone explícitamente el o los conceptos del tema con la finalidad de que los estudiantes relacionen los aprendizajes nuevos con los conocimientos previos. Luego, el alumno podrá construir una nueva estructura conceptual que le permita condensar los conocimientos teóricos con los prácticos.

El Modelo de Instrucción Directa considera dos etapas: 1) Planeación y 2) Implementación

1) Planeación: Eggen (2009) menciona cuatro pasos para la planeación de la Instrucción Directa. En nuestro trabajo, al tener identificados los temas que se trabajaran, la etapa uno y dos serán conjuntadas en una sola. Por lo que la planeación se realiza en tres etapas:

1. *Identificación de temas y objetivos de aprendizaje*

   En esta etapa se seleccionan los temas y contenidos que se desean desarrollar. La correcta identificación de los objetivos de aprendizaje permitirá que las etapas posteriores sean exitosas o no. A partir de los objetivos identificados, el docente enfoca sus acciones al óptimo desarrollo de las habilidades en el alumno, de esta forma se logra primero la automatización y después la transferencia de los conceptos y procedimientos adquiridos durante el aprendizaje.

2. *Identificación del conocimiento previo necesario*

   En este momento, el docente identifica de qué forma será presentado el concepto o habilidad y cómo establecerá la conexión con el alumno. Por lo que, se vuelve indispensable que el docente verifique cuáles son los conceptos y habilidades previos necesarios, de tal forma que la planeación de las actividades permitan al alumno entablar las conexiones entre los nuevos conceptos y las habilidades por desarrollar.

3. *Selección de ejemplos y problemas.*

   En este momento, la labor docente se centra en seleccionar de forma adecuada los ejemplos y problemas que pretende que el alumno resuelva. Dichos problemas deben promover un aprendizaje significativo para los estudiantes, además de promover la práctica continua de las habilidades. La secuencia de los ejemplos y problemas debe estar dada de manera que vayan de lo simple a lo complejo, esto es, promover el andamiaje en el aprendizaje y favorecer el éxito de los estudiantes en la resolución de problemas.

2) Implementación

La implementación del modelo de instrucción directa se divide en cuatro fases, las cuales aparecen explicitadas de manera sencilla en la siguiente tabla tomada de Eggen (2009). Finalmente, cada una de las fases es descrita de manera breve.

Fase	Función de aprendizaje y motivación.
Fase 1. Introducción y revisión	Despierta atención. Activa el conocimiento previo indispensable.
Fase 2. Presentación	Comienza la producción de esquemas. Promueve la participación.
Fase 3. Práctica guiada	Desarrolla percepciones de competencia. Asegura el acierto.
Fase 4. Práctica independiente	Hace avanzar la producción de esquemas. Desarrolla la automaticidad.

Fases de la Implementación del modelo de Instrucción Directa y su función de aprendizaje y motivación.

Fase 1. Durante la fase de introducción y revisión se presenta el concepto nuevo y se conecta con los conocimientos previos; con ello, el docente intenta motivar y llamar la atención de los estudiantes.

Fase 2. El docente explica el concepto nuevo y usa ejemplos concretos y significativos que faciliten la comprensión del mismo y la adquisición de las herramientas necesarias para su manejo. Se busca la participación de los alumnos mediante preguntas guiadas.

Fase 3. Durante la práctica guiada, los alumnos resuelven problemas sencillos, siempre con el apoyo del docente. De esta forma, el docente se vuelve un facilitador de los conocimientos, es decir, se brinda el apoyo necesario para que los alumnos obtengan éxitos en el desarrollo de nuevas habilidades. El rol del alumno se torna cada vez más activo, por lo que adquiere mayor responsabilidad ante sus acciones y decisiones, lo cual promueve la reflexión sobre lo que se aprende y cómo se aprende.

Fase 4. Durante esta fase las actividades (solución de problemas, ejercicios, etc.) recaen principalmente en el alumno, pues es él quien las lleva a cabo con una guía mínima del profesor. El procedimiento consiste en que el docente presenta nuevos problemas cuya solución requiere de los conceptos y procedimientos introducidos en las fases anteriores.

Modelo de aprendizaje situado

Este modelo tiene como fundamento que el aprendizaje se lleva a cabo como parte y producto de una actividad, un contexto y la cultura en el que éste se desarrolla. Luego, el aprendizaje se da cuando los aprendices vinculan los contenidos con su entorno social y cultural (Sagástegui, febrero-julio, 2004).

De acuerdo con Díaz Barriga (2006), en el aprendizaje situado se enfatiza la actividad, el contexto del aprendizaje y la cultura dentro de la cual se lleva a cabo, pues se trata de una experiencia que involucra el pensamiento, la afectividad y la acción.

De esta forma, para que se lleve a cabo el aprendizaje es primordial que se planteen e implementen actividades que consideren el contexto social y cultural de los aprendices y que favorezcan una participación activa no sólo individual sino primordialmente como parte de una comunidad. Al respecto, es importante aclarar que con aprendizaje situado no se alude únicamente a situaciones concretas sino también a situaciones generalizables y de abstracción que están interconectadas de múltiples maneras con otros aspectos de los procesos sociales.

Así, el aprendizaje ideal tiene como base la interacción con los otros individuos de una sociedad o comunidad que comparten “lenguajes, símbolos, representaciones, medios e instrumentos” (Sagástegui, febrero-julio, 2004). Es por ello que se vuelve de suma importancia que los aprendizajes se sitúen en el contexto actual de las personas, de esta forma se busca que ellos se enfrenten a la toma de decisiones sobre la resolución de problemas vinculados con su sociedad y cultura.

Ahora bien, este modelo demanda por parte del docente una actitud abierta y flexible, en la que impera el acercamiento y comprensión hacia los aprendices y su ambiente. Luego, el docente encargado del diseño de las actividades requiere ser parte de la comunidad de aprendices y de las habilidades para rediseñar en la práctica educativa las actividades, siempre en función de los participantes y su entorno.

Por parte del alumno se espera “una actividad creativa de interpretación del mundo; [y que] operen en situaciones “reales” y “auténticas” semejando las formas de aprendizaje que se producen en la vida cotidiana, en donde los sujetos se encuentran inmersos en el marco de sentido de una cultura, interactuando con otros agentes humanos y con agentes no humanos –incluidos los frutos del conocimiento socialmente producidos, tales como lenguajes, teorías, esquemas, mapas, artefactos técnicos, etcétera” (Sagástegui, febrero-julio, 2004).

A continuación se mencionan algunas estrategias de enseñanza aprendizaje que se enfocan en la construcción del conocimiento en contextos “reales”, en el desarrollo de las capacidades reflexivas y en las prácticas sociales, vinculadas con el modelo de aprendizaje situado (Díaz Barriga A., 2006).

- Método de proyectos
- Aprendizaje centrado en la solución de problemas reales y en el análisis de casos
- Prácticas situadas o aprendizaje *in situ* en escenarios reales
- Aprendizaje basado en el servicio en la comunidad
- Trabajo en equipos cooperativos
- Ejercicios, demostraciones y simulaciones situadas

A partir de estas estrategias, la secuencia didáctica que proponemos toma como parte de la metodología los ejercicios, demostraciones y simulaciones situadas; estrategia en la que, de acuerdo con Díaz Barriga (2006), los alumnos participan colaborativamente en la resolución de problemas simulados tomados de la vida real con la finalidad de desarrollar el razonamiento y los modelos mentales de ideas y conceptos relativos al conocimiento en construcción.

Finalmente, enumeramos algunas de las actividades que se consideran dentro de esta estrategia, sin embargo se enfatiza que no necesariamente deben estar presentes todas y que el orden en que se llevan a cabo no es estricto, pues como se mencionó anteriormente, en este modelo se prioriza la flexibilidad del docente para la realización de las actividades de acuerdo con las necesidades cognitivas de la comunidad de aprendices.

Tipo de actividad	Descripción breve de la actividad
Formulación de objetivos	Presentación de las condiciones y expectativas de aprendizaje de la actividad. Así como establecimiento de la forma de evaluar.
Presentación de un resumen	Síntesis y énfasis de conceptos y estructuras claves.
Presentación de un organizador previo	Presentación introductoria y que contextualiza de forma general los contenidos a desarrollar. Crea puentes cognitivos entre los conocimientos previos, la experiencia y los aprendizajes nuevos.
Uso de ilustraciones	Representación visual de los conceptos, objetos o situaciones del tema.
Preguntas intercaladas	Planteamiento de preguntas durante el proceso de construcción de aprendizajes (resolución del problema situado). Las preguntas favorecen la obtención de información relevante y la formulación de estrategias de solución.
Analogías	Uso de enunciados que muestran la semejanza entre un evento u objeto conocido con otro abstracto y que se desarrollará.

Modelos de interacción en grupo

De acuerdo con Eggen (2009), los modelos de interacción en grupo son, más que modelos, estrategias que favorecen que los estudiantes trabajen colaborativamente para alcanzar objetivos comunes. Dichas estrategias tienen cinco factores esenciales:

Factores	Descripción de beneficios
1. Interacción cara a cara	Poner en palabras los pensamientos Compartir perspectivas distintas Permite construir el conocimiento en conjunto con otros.
2. Objetivos del grupo	Establecer las metas e incentivos del grupo favorece Las metas del grupo recompensan su cooperación, se evita la competencia grupal en la que el éxito de unos depende del fracaso de los otros.
3. Responsabilidad individual	Cada integrante del grupo debe alcanzar los objetivos de aprendizaje.
4. Habilidades colaborativas	Desarrollo de capacidades interactivas como: tomar turnos, saber escuchar, aprender a estar en desacuerdo y llegar a un acuerdo constructivamente, entre otras.
5. Procesamiento del grupo.	Desarrolla el proceso de reflexión en grupo del trabajo en grupo.

Factores de los modelos de Interacción en grupos y los beneficios que aportan.

De esta forma dichas estrategias, al ser bien implementadas, promueven que los alumnos trabajen juntos, al mismo tiempo que se aumenta la participación de los alumnos mientras se usan otros modelos de enseñanza.

La estrategia que se utiliza en este proyecto es la de Divisiones de Aprovechamiento de Equipos de Alumnos (STAD, por sus siglas en inglés), dicha estrategia fue desarrollada por Robert Slavin de 1986 a 1995, dentro del modelo de aprendizaje cooperativo y está planeada para enseñar conceptos y habilidades. La planeación del modelo de aprendizaje cooperativo STAD se da en cuatro pasos, de los cuales los tres primeros coinciden con las etapas del modelo de instrucción directa, por lo que con frecuencia las STAD’s son utilizadas dentro de este modelo.

Pasos de la planeación de STAD	Descripción
1. Planeación para instrucción del grupo completo	El maestro se encarga de planear el contenido que los alumnos practicarán en grupos.
2. Organización de grupos	El maestro se encarga de formar los grupos de 4 o 5 personas (Slavin, 1995). Los grupos deben estar variados en habilidad, género y etnia.
3. Planeación del estudio en equipo	El maestro planea de forma pertinente los materiales que guiaran la interacción en grupo.
4. Cálculo de las calificaciones básicas y los puntos de mejora.	El docente elabora las herramientas que permitirán la evaluación de los alumnos. Es importante que todos los estudiantes tengan las mismas oportunidades de éxito.

Pasos que debe desarrollar el docente durante la planeación del modelo de Aprendizaje cooperativo.

2.3 El aprendizaje de sistemas de inecuaciones lineales a través de problemas de programación lineal y su representación visual

2.3.1 La problemática en la enseñanza-aprendizaje de los sistemas de inecuaciones

Durante mi experiencia como docente, me he percatado de que los estudiantes de primer año de nivel bachillerato a menudo presentan dificultades en el aprendizaje de las inecuaciones y en la resolución de sistemas de inecuaciones lineales. Lo anterior se debe en gran medida a la falta de motivación en los alumnos por el aprendizaje de las matemáticas. Esta carestía está vinculada con la ausencia de significado de los conceptos, así como la escasa relación que encuentran entre lo aprendido y otras áreas o ámbitos del conocimiento. Al respecto, Gómez Chacón (2000) señala que los estudiantes de matemáticas opinan que "la asignatura tiene que tener una finalidad informativa, una finalidad práctica que permita su aplicación en otros ámbitos." En este sentido, la resolución de problemas relacionados con la programación lineal puede ser una motivación para el aprendizaje significativo de la solución de sistemas de inecuaciones lineales, y por ende para el aprendizaje de las matemáticas.

El estudio de las inecuaciones se realiza en la mayoría de los casos de forma algebraica y automatizada, es decir, se enseña a resolver una serie de ejercicios que implican la mecanización del método algebraico para encontrar la solución de las inecuaciones. En otros casos se busca asociar, de manera superficial y poco afortunada, el tópico de inecuaciones con los conocimientos adquiridos sobre ecuaciones. Sin embargo, y de acuerdo con Pozo (2008) “repitiendo y juntando piezas jamás lograremos comprender lo que estamos haciendo” por lo que en ambos casos la enseñanza carece de sentido para los estudiantes, ya que no se interpreta de forma alguna la solución de las inecuaciones.

La mayor parte de los conceptos algebraicos son presentados a partir de definiciones formales. En la mayoría de los casos, dichas definiciones no parten de conocimientos previos, ni de argumentos provenientes de la física o la geometría, sino que se construyen formalmente (Oropeza, 2011).

Por lo expuesto anteriormente, es indispensable que los docentes hagan a un lado la enseñanza enfocada en la automatización y fomenten una enseñanza en la que, además de automatizar procesos, los estudiantes construyan y reorganicen los nuevos aprendizajes sobre sus conocimientos ya establecidos.

No se trata de reproducir información, sino de asimilarla o integrarla en nuestros conocimientos anteriores, lo que no sólo nos hará encontrar la organización interna de ese material de aprendizaje, sino que al relacionarlo –y no sólo asociarlo– con otras representaciones nos ayudará a reorganizar nuestras representaciones (Pozo, 2008).

Es decir, no se trata de promover la parte mecánica de las matemáticas, que en algunos temas o momentos se vuelve indispensable para la construcción de aprendizajes nuevos, sino que se requiere de un reaprendizaje que parta de los conocimientos previos y de las experiencias individuales y compartidas. También es importante que los docentes desarrollen estrategias y actividades didácticas que permitan relacionar adecuadamente las representaciones que ya poseen los alumnos sobre los conceptos y aprendizajes nuevos. De esta forma, ellos lograrán reorganizar y reinterpretar sus representaciones matemáticas.

2.3.2 La programación lineal como herramienta de aprendizaje de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales.

Por otra parte, la programación lineal ofrece un fecundo panorama donde es posible encontrar esas relaciones y reorganizaciones de las representaciones matemáticas. Esta área de las matemáticas estudia las situaciones (o problemas) en las que se exige maximizar o minimizar funciones que se encuentran sujetas a determinadas limitaciones o condiciones (llamadas restricciones) y que matemáticamente son representadas por un sistema de inecuaciones lineales. Dicha área encuentra su mayor aplicación en las ciencias sociales y ciencias de la naturaleza o de la salud, en donde se tienen problemas relativos a la producción (maximizar ganancias y minimizar costos de producción), planeación de dietas (maximizar nutrientes y minimizar consumo), asignación de personal a distintos puestos de trabajo y optimización del transporte, entre otros.

Dichos problemas, relacionados con situaciones reales, favorecen que los alumnos se involucren fácilmente en la búsqueda de soluciones atractivas y motivadoras para ellos. Esto puede promover que construyan de forma más sencilla y significativa sus aprendizajes y representaciones sobre los sistemas de inecuaciones lineales y sus aplicaciones, además les permite hacer uso de los conocimientos matemáticos ya adquiridos. (Bransford et al., 1996).

Las representaciones visuales en la programación lineal

Ahora bien, la solución de un problema de optimización requiere, por una parte, de ciertos conocimientos matemáticos relacionados con el planteamiento algebraico de una función objetivo, el planteamiento de un sistema de inecuaciones lineales y la solución algebraica y geométrica del sistema.

Al respecto, la enseñanza de inecuaciones se centra en los conocimientos y conceptos algebraicos. Tomando en cuenta lo dicho por Rico (1999), si en verdad la comprensión explícita de un concepto sólo se logra cuando se le puede expresar en, por lo menos, dos formas distintas de representación, entonces se vuelve indispensable, para la comprensión de la solución de los problemas de optimización, una representación visual, en este caso geométrica, de dicha solución.

Esta postura se ve reforzada por Douady (1995), quien afirma: "un problema es bueno si se puede formular en dos marcos diferentes teniendo cada uno su sintaxis, su lenguaje y cuyos significados constituyentes forman parte, parcialmente, del campo de conocimiento del estudiante." [1](Citado en Bressan, 2005).

A este respecto, para que los estudiantes alcancen una verdadera comprensión de los problemas propios de este dominio, es indispensable examinar tales cuestiones geométricamente, donde pueden construir una representación explícita mediante lo que se conoce como "región solución" del problema (un semiplano formado por las rectas que representan las restricciones- del sistema de inecuaciones lineales).

De esta manera los conceptos relacionados con las inecuaciones lineales adquieren un nuevo sentido, en el que ya no sólo se habla de un procedimiento algebraico, pues su representación geométrica conduce a una situación diferente que da significado a las tareas realizadas al resolver el sistema. En consecuencia, los problemas de programación lineal cumplen una función no sólo pragmática sino también epistémica, al exigir a los alumnos dar una interpretación del mundo y brindar sentido a sus acciones. (Pozo, 2008).

Por otro lado es importante anotar que en el bachillerato, los problemas de optimización suelen ser presentados y estudiados en el curso de cálculo diferencial (tercer año), pues los métodos requeridos para su solución rápida y efectiva suponen un nivel cognitivo avanzado que pasa por el uso de derivadas. Sin embargo, la posibilidad de resolver problemas de esta índole en cursos de primer año de bachillerato promueve, por una parte, la autorregulación sobre lo que se aprende, pues los alumnos podrán responderse preguntas del tipo ¿para qué quiero aprender matemáticas?, ¿para qué me

[1] Un cuadro se refiere al conjunto de objetos de una de las ramas de las matemáticas, relaciones entre esos objetos y las formulaciones diversas de esos objetos y relaciones en ese marco. Por ejemplo, en el cuadro algebraico se trabajan polinomios como funciones y formas de factorización, anulación de un polinomio y ecuaciones, mientras que en el cuadro gráfico se aborda la representación gráfica de funciones polinómicas y se trata de visualizar algunas de sus propiedades (Ver R. Douady: La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento en Artigue M. (1995): Ingeniería Didáctica en Educación Matemática de Artigue M., Douady R., Moreno L. y Gómez P. Capítulo 5. Una empresa docente. Grupo Editorial Iberoamérica. Colombia)

sirve esto?, y más aún ¿qué necesito para resolver este problema?, ¿cómo resolvimos este problema?, ¿qué aprendí con este problema?

Por una parte, lo anterior favorece que el alumno, guiado por el docente, lleve a cabo un proceso de metacognición. Por otra parte, introducir en este nivel problemas de programación lineal permite dar sentido a las inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales en un contexto visual, en contrapeso con la notación que se usa formalmente en las matemáticas y con la interpretación de la(s) solución(es) matemática(s).

Por último, la enseñanza de los sistemas de inecuaciones lineales a través de problemas tipo de programación lineal y de su representación visual, logra por lo menos cuatro de los seis rasgos, expresados por Pozo (2008), que deben poseer las tareas de aprendizaje para fomentar la construcción de los conocimientos:

1. Basarse en la solución de problemas o tareas abiertas en lugar de automatizar ejercicios cerrados.
2. Privilegiar el aprendizaje centrado en los propios aprendices, con la finalidad de fomentar la responsabilidad de los estudiantes en la realización de tareas autónomas y que tengan como meta aprender y profundizar en sus conocimientos.
3. Fomentar la diversidad de resultados, en lugar de buscar un rendimiento convergente, homogéneo y uniforme para todos los aprendices.
4. Diseñar el aprendizaje como una tarea de cooperación social dentro de una comunidad de saber, en vez de, fomentarlo como una actividad individual.

En conclusión, la resolución de problemas de programación lineal por el camino propuesto faculta a los alumnos para relacionar un tema considerado como netamente matemático (y por ende abstracto) con un modelo y desarrollar un tipo de razonamiento visual que les permite generar una representación explícita de sus conocimientos en su entorno cotidiano y en situaciones aplicables a su realidad. De este modo se puede hablar de un mejoramiento en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas, pues:

> “la calidad del aprendizaje depende en gran medida de la habilidad del docente para adaptar su demostración y su descripción a las necesidades cambiantes del alumno. Para lograr lo anterior se requiere motivar de forma conveniente al alumno y

> ofrecerle experiencias educativas pertinentes, estableciéndose una relación de enseñanza recíproca, dinámica y autorreguladora." (Díaz Barriga & Hernández Rojas, 2006)

Por lo tanto, para lograr lo anterior es importante que el docente tenga la disponibilidad de crear e implementar estrategias que respondan a las metas que tanto él como alumnos se han trazado para el aprendizaje. De esta forma podrán lograr un aprendizaje significativo que justifique "el esfuerzo energético, cognitivo y social de unos y otros." (Pozo, 2008), además de motivar a los estudiantes a comprometerse e interesarse en el aprendizaje de las matemáticas con una visión más amplia que deje de lado la idea de que las matemáticas son tediosas, aburridas y poco útiles para la vida.

En el siguiente apartado se presenta el diseño de la secuencia didáctica, las actividades y su relación con cada uno de los modelos y estrategias descritos anteriormente. En este apartado se muestran los objetivos de aprendizaje que buscamos sean alcanzados por la población de la ENP también descrita. Posteriormente, se describen las fases de la secuencia didáctica y las actividades que componen cada una de éstas.

2.4 **Diseño de la secuencia didáctica**

Tomando como base las teorías y modelos metodológicos presentados anteriormente y conscientes de los límites y problemáticas que la disciplina matemática impone dentro de la enseñanza-aprendizaje, presentamos el diseño de la secuencia didáctica para la enseñanza de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales a partir de la programación lineal.

Cabe destacar que anterior a la implementación de la secuencia didáctica llevamos a cabo una prueba piloto que nos permitió recabar información importante respecto al diseño de las actividades y la implementación de las estrategias de enseñanza. Así, hemos modificado las actividades de tal forma que la implementación durante la secuencia didáctica tenga mejores resultados para lograr los objetivos de aprendizaje.

Objetivo general de la secuencia didáctica

Presentar una secuencia didáctica para el tema de inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales en la que el alumno prediga, a partir de la resolución de sistemas de inecuaciones lineales, el comportamiento de situaciones económicas de optimización.

Objetivos específicos

- Desarrollar un aprendizaje de las matemáticas a través del vínculo existente entre las representaciones visuales y las representaciones algebraicas de los conceptos matemáticos.
- Resolver situaciones cercanas al contexto de los alumnos, a partir de la aplicación del concepto y de los procedimientos de inecuaciones, que permitan observar su aplicabilidad en situaciones económicas de optimización.

Objetivos formativos

- Desarrollar las habilidades de reflexión, análisis, abstracción y deducción entre otras de los estudiantes a partir de la resolución de problemas contextualizados.
- Desarrollar una actitud favorable sobre el aprendizaje de las matemáticas y su utilidad en la resolución de problemas concretos.
- Desarrollar habilidades sociales, como la responsabilidad, a través del trabajo colaborativo que permita a los alumnos ampliar no sólo sus conocimientos matemáticos sino además desarrollar y aplicar sus habilidades sociales con una actitud responsable, activa y de respeto.

Características de la población

La secuencia didáctica fue diseñada para aplicarse en un grupo de cuarto año (primer ciclo) de la Escuela Nacional Preparatoria. El criterio de inclusión que se consideró para el análisis de los resultados fue que los alumnos participantes estuvieran inscritos en el grupo de aplicación y que tenga 80% de asistencia en las sesiones de implementación de la secuencia didáctica.

De acuerdo al nivel de años que abarca la educación básica y los casos de rezago estudiantil consideramos como rango de edad de los participantes entre 15 y 18 años de edad.

Evaluación diagnóstica

Con la finalidad de realizar un análisis cuantitativo y cualitativo consideramos realizar una evaluación diagnóstica que nos permita brindar un análisis de los resultados a partir de la comparación de los resultados obtenidos por los alumnos participantes antes de la implementación de la secuencia y posteriores a ella.

La evaluación diagnóstica está dividida en tres secciones.

1. **Primera sección.** Está conformada por preguntas abiertas con las que se pretende medir el nivel de manejo de los estudiantes de los conocimientos previos necesarios para el desarrollo del tema.
2. **Segunda sección:** Está conformada por dos problemas relacionados con la aplicación de las inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales. Aquí el alumno se enfrenta a la resolución de problemas situados y se espera que pocos o ningún alumno determine una solución a partir de inecuaciones y sistemas de inecuaciones
3. **Tercera sección:** Está conformada por un cuestionario que permita al alumno plasmar sus percepciones y actitudes actuales hacia las matemáticas.

Fase 1. Introducción y revisión

Una vez que se obtengan los resultados de la evaluación diagnóstica y que sean identificados los conocimientos previos dominados por los estudiantes y aquellos que necesitan ser revisados, se procede con la fase de introducción y revisión, en la cual se pretende que el estudiante con la guía del docente revise y reafirme sus conocimientos previos, a partir de lo que ya sabe y de sus experiencias.

1. Se presenta una diapositiva relacionada con los conceptos de desigualdades e inecuaciones. De esta forma se sintetizan y enfatizan los conceptos y estructuras claves para la resolución de inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales. Para llevar a cabo esta presentación se utilizan organizadores gráficos como esquemas.

2. Se brinda una actividad escrita que será realizada de forma individual. En esta actividad los alumnos aplican los conceptos, propiedades y estructuras revisadas a partir de la diapositiva. La revisión de esta actividad se realiza de forma grupal, siempre bajo la guía del profesor. El profesor indaga y corrobora los aprendizajes alcanzados en esta etapa a partir de preguntas intercaladas.
3. Al finalizar las actividades, el docente proporciona actividades de práctica independiente en casa. En estas actividades los estudiantes ponen en práctica los aprendizajes construidos hasta el momento. La revisión de estas actividades se realiza de forma grupal. El docente indaga y aclara las dudas existentes a partir de preguntas intercaladas durante la revisión.

Tema: Desigualdades e inecuaciones lineales

Fase 2. Presentación

En esta fase se implementa, con las adecuaciones necesarias al ámbito matemático, la metodología de aprendizaje situado. El docente presenta actividades basadas en la resolución de situaciones simuladas.

1. El docente presenta el tema de toma de decisiones y optimización a partir de un video que genera un puente afectivo entre los aprendizajes matemáticos y el contexto de los estudiantes. De eta forma se busca por una parte, motivar a los alumnos para indagar y explorar en el tema matemático y por otra generar un vínculo entre lo que se va a estudiar de forma más general y abstracta con las experiencias de los alumnos.
2. Al finalizar el video y una vez que se haya “enganchado” a los estudiantes en el tema de la toma de decisiones, el docente presenta un problema cuya resolución implica la toma de decisiones, la comprensión de la situación, el planteamiento en términos matemáticos, la resolución a partir de inecuaciones lineales y la interpretación de los resultados dentro del contexto de la situación simulada.

Fase 3. Practica guiada

1. Para la resolución del problema situado, los alumnos trabajaran en equipos (STAD) para generar hipótesis sobre el planteamiento del problema y planes o estrategias a seguir para dar solución a éste. En este momento, se pretende que los estudiantes identifiquen la necesidad de manejar y aplicar los conceptos y procedimientos de las desigualdades e inecuaciones lineales para dar solución a problemas de toma de decisiones y optimización de recursos, costos y ganancias, entre otras.
2. Al finalizar esta fase los alumnos con la guía del docente validan la efectividad o falta de ella en las estrategias propuestas. Con la guía del docente se analizan los resultados alcanzados en la resolución del problema propuesto y los procedimientos y razonamientos empleados en el proceso de solución. El docente guía a los estudiantes a través de preguntas intercaladas durante el proceso, por ejemplo: ¿cuáles son los datos que nos brinda el problema?, ¿cuáles son las variables del problema que desconocemos?, ¿qué tipo de expresiones algebraicas nos permiten plantear las condiciones o restricciones del problema?, ¿cuál es la decisión que se debe tomar para la resolución del problema?, ¿qué es lo que se pretende optimizar en el problema?
3. Posteriormente, el docente, a través de la representación visual de las expresiones algebraicas y de la manipulación de los objetos geométricos descritos en las representaciones, guía a los estudiantes para interpretar la solución del problema.
4. Con el objetivo de reforzar los aprendizajes a través de una actividad lúdica se presenta el juego “STOP” en el cual los estudiantes ponen en práctica sus aprendizajes desarrollados hasta el momento. El juego está dividido en tres niveles de dificultad, de esta forma los alumnos deciden el nivel de complejidad de las preguntas y el momento en que pueden avanzar a un nivel superior. Los jugadores se dividen en cuatro equipos conformados por uno o dos alumnos.

Fase 4. Práctica independiente

Al finalizar la actividad, el docente asigna a los estudiantes actividades de práctica independiente con la finalidad de reforzar los procedimientos y ampliar sus conocimientos: Los alumnos intercambiaran opiniones sobre qué tipos de problemas implican la toma de decisiones y el uso de inecuaciones lineales.

Tema: Sistemas de inecuaciones lineales

Fase 2. Presentación

1. Una vez que los alumnos han construido sus aprendizajes relacionados con el planteamiento y resolución de inecuaciones lineales, el docente presenta la temática de resolución de sistemas de inecuaciones lineales de dos incógnitas. Para la presentación de la temática se utilizan situaciones simuladas de optimización en los que se ponen en juego las representaciones visuales de las inecuaciones para localizar la región solución del sistema de inecuaciones.
2. El docente presenta la situación simulada relacionada con la optimización en la producción de un producto. El docente guía a los estudiantes en el planteamiento de las inecuaciones lineales y de la función de ganancia que se desea optimizar a partir de preguntas intercaladas. Los alumnos obtienen conjeturas sobre la necesidad de utilizar dos variables y resolver primero una inecuación lineal y después un sistema de inecuaciones lineales.

Fase 3. Práctica guiada

1. El docente proporciona una actividad cuyo objetivo es que los alumnos construyan de forma guiada la representación visual de una inecuación lineal. Al finalizar la representación, el docente debe enfatizar a través de preguntas el significado de región solución de una inecuación lineal. Es importante que los alumnos argumenten las diferencias entre las representaciones gráficas de una inecuación lineal con dos variables cuando la desigualdad es estricta y cuando no lo es.
2. Una vez que los alumnos han resuelto la actividad y los aprendizajes han sido construidos, el docente indaga si los alumnos consideran que es posible representar el sistema de inecuaciones lineales correspondiente al problema de optimización.
3. Cuando los estudiantes consideran que pueden resolver el problema, brindan estrategias para la resolución del sistema de inecuaciones planteado. Posteriormente, bajo la supervisión del docente ponen en práctica la estrategia y realizan las representaciones visuales correspondientes a cada una de las inecuaciones que conforman el sistema de inecuaciones.

4. Posteriormente, los estudiantes establecen la región solución del sistema y argumentan porque en este caso se habla de una región solución y no de un intervalo o puntos de solución.
5. Al determinar la región solución, el docente indaga a partir de preguntas el significado de optimizar la función de ganancia. A partir de un procedimiento de ensayo y error los alumnos encuentran el punto de optimización. Finalmente el docente concluye la actividad al hacer explícito el programa fundamental de la programación lineal.

Fase 4. Práctica independiente

Una vez resuelto el problema de optimización, el docente proporciona otros problemas situados con la finalidad de que los alumnos refuercen sus conocimientos de forma independiente.

Evaluación final

La evaluación final impresa está dividida en tres secciones y evalúa los mismos contenidos temáticos que la evaluación diagnóstica. Adicionalmente, realizamos una evaluación continua a partir del portafolio de evidencias de cada alumno.

1. **Primera Sección:** Está conformada por preguntas abiertas que permiten medir el nivel de avance de los estudiantes en cuanto a su dominio de los conceptos y procedimientos para resolver inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales. Se espera que los alumnos logren responder a las actividades correspondientes con facilidad.
2. **Segunda Sección:** Está conformada por problemas de aplicación de sistemas de inecuaciones lineales. Se espera que los alumnos logren plantear y resolver los problemas con gran facilidad y que determinen la región solución y el punto óptimo del problema.
3. **Tercera sección:** Mide las actitudes finales de los estudiantes ante el tema visto durante la intervención y ante la secuencia presentada.

En el siguiente capítulo se describe la implementación de la secuencia didáctica y algunas dificultades o situaciones que se presentaron al llevarla a cabo.

Capítulo 3. Presentación de la secuencia didáctica

A continuación se presenta de manera detallada la planeación de cada una de las cinco sesiones que integran la secuencia didáctica, además de la sesión de evaluación diagnóstica. Como parte importante de este capítulo se presentan en la segunda sección del capítulo algunas dificultades y modificaciones que se dieron durante la aplicación de la secuencia.

3.1 **Planeación de la secuencia didáctica**

Características de la población

La secuencia didáctica se diseñó pensando en un grupo de cuarto grado de la Escuela Nacional Preparatoria. El criterio de inclusión fue que los alumnos participantes estuvieran inscritos en el grupo de aplicación de la secuencia didáctica y que tuvieran 80% de asistencia en las sesiones. De acuerdo al grado escolar supusimos que los estudiantes participantes se encontrarían en un rango de edad de 15 a 17 años.

Sesión de evaluación diagnóstica

El objetivo de realizar una evaluación diagnóstica es identificar por una parte los conocimientos previos relativos a la temática de desigualdades e inecuaciones lineales que poseen los alumnos, y obtener una muestra que permita medir los aprendizajes alcanzados por ellos.

El docente indica que la prueba es de índole diagnóstica y que tiene una duración de 25 minutos. Es importante mencionar que la evaluación no tendrá repercusiones en sus calificaciones y que deben responderla de manera responsable y esforzarse en sus procedimientos.

La evaluación diagnóstica está dividida en tres secciones[2]:1) Ejercicios de ecuaciones y desigualdades, 2) Problemas de inecuaciones lineales y 3) Actitudes hacia las matemáticas.

---

[2] Las respuestas a las primeras dos secciones se presentan en los anexos.

Primera sección

Objetivos
Identificar el nivel de manejo de los conocimientos previos, tales como resolución y representación gráfica de ecuaciones lineales y manejo de los símbolos de desigualdades y orden de los números racionales. Se espera que los estudiantes puedan resolver la mayoría de los ejercicios, ya que las preguntas se enfocan en temas que ya fueron estudiados. En caso de que los resultados no sean favorables, se sugiere que durante el desarrollo de la secuencia el docente retome los puntos importantes.

En esta sección se presentaron preguntas abiertas en las que se busca evaluar el nivel de manejo y comprensión de:

- propiedades de transposición de términos en la resolución de ecuaciones

I. De las siguientes ecuaciones despeja la incógnita indicada

a) $6x + 15 = -8x + 141$ Despejar x	b) $x - y = -1$ Despejar y

- identificación y representación de coordenadas en el plano cartesiano a partir de ecuaciones [3]

II. Considera la ecuación $2x - y = 4$ y contesta las siguientes preguntas

a) ¿La ecuación anterior representa a una recta? (Si tu respuesta es afirmativa, continúa con las siguientes preguntas, en caso contrario pasa al ejercicio III)
b) ¿Cuál es la ordenada al origen (intersección con el eje y) de la recta anterior?
c) Halla el punto de intersección de la recta con el eje x.
d) Determina dos puntos (x, y) que cumplan la ecuación anterior
e) Grafica la recta que corresponde a la ecuación

[3] En estas preguntas se proporciona un plano cartesiano para que los alumnos resuelvan los resultados.

- solución de sistemas de inecuaciones de dos inecuaciones con dos incógnitas. [4]

III. Considera el sistema de ecuaciones lineales $\begin{array}{c} -6x + 2y = -6 \\ x + y = 5 \end{array}$ **y realiza lo que se te pide a continuación.**

a) Determina la solución del sistema de ecuaciones (utiliza el método de tu preferencia)	b) Representa geométricamente cada una de las ecuaciones del sistema y determina las coordenadas del punto de intersección si existe.
c) ¿Cuál es la relación entre la solución del sistema y el punto de intersección de las rectas?	

- identificación del orden de los números racionales y uso de los símbolos de desigualdad.

IV. Escribe el signo $<$, $>$ o $=$, según corresponda.

a) 5 □ 8	d) 4 □ 2.5	g) –5 □ –1
b) –2 □ –5	e) 3 □ –6	h) –8 □ –3 – 5
c) –1 □ 9	f) 0 □ 5 – 5	i) 3.35 □ 3.5

Segunda sección

Objetivos
Planteamiento y resolución de problemas que implican el uso y representación gráfica de inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales. Se espera que ninguno o muy pocos alumnos logren resolver e interpretar de forma favorable los problemas simulados, ya que corresponden con la temática que se estudiará en la secuencia didáctica. Estos problemas serán analizados durante la secuencia didáctica, y son la base de la construcción de los aprendizajes.

En esta sección se presentan dos problemas, los cuales se describen a continuación:

[4] En estas preguntas se proporciona un plano cartesiano para que los alumnos resuelvan los ejercicios.

- Situación que presenta un contexto cercano a los estudiantes. El problema está relacionado con la elección entre dos productos a partir de los beneficios que ofrece cada uno. En el problema se solicita completar una tabla con los datos proporcionados en el problema. Posteriormente se solicita resolver el problema y representar gráficamente la solución.

I. Dos compañías de telefonía celular ofrecen un nuevo plan de pago para sus clientes. La compañía Mexcel ofrece el plan "TX13" que consta de servicio telefónico y mensajes ilimitados entre números de la misma compañía con un costo de $445 mensuales más $1.10 por cada mensaje o llamada realizados a otra compañía. La compañía Movitel ofrece el paquete "SC20" con los mismos servicios de telefonía y mensajería a un costo de $460 mensuales más $0.85 por mensaje o llamada realizados a otra compañía.

a) A partir de los datos anteriores, determina cuándo te conviene contratar el plan de la compañía Mexcel y cuándo la compañía Movitel.

b) Plantea el problema en términos matemáticos (Puedes ayudarte completando la tabla de abajo)

	Representación verbal	**Representación matemática**
Variable (s)		
Costo mensual del equipo TX13		
Costo mensual del equipo SC20		
Pregunta que deseas responder		

c) Resuelve el problema y representa gráficamente (si es posible) el problema anterior.

- Situación simulada que demanda de los estudiantes una representación algebraica y geométrica de un sistema de inecuaciones con dos incógnitas y la interpretación de los resultados.

II. La compañía Mexcel de teléfonos celulares dispone de 800 unidades eléctricas y 1200 unidades metálicas para fabricar dos productos con las siguientes condiciones: la fabricación del producto TX13 requiere de 10 unidades eléctricas y 30 unidades metálicas, mientras que la fabricación del producto TX20 requiere 20 unidades eléctricas y 20 unidades metálicas. La compañía planea vender tanto el producto TX13 como el TX20 a $250 cada uno. ¿Cuál es la cantidad del producto TX13 y TX20 que la compañía telefónica debe fabricar para obtener la mayor ganancia posible?

Tercera sección

Objetivos
Identificar las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas con las que se inicia el estudio de la temática.

La evaluación está conformada por 14 preguntas en las que se solicita al alumno reflejar, a partir de una escala numérica, cómo se siente ante la asignatura de matemáticas y cómo se considera como estudiante de matemáticas.

Instrucciones:

- El siguiente cuestionario servirá para identificar tus actitudes hacia las matemáticas.
- En una escala del 0 al 5, dónde 0 corresponde a la calificación más baja y 5 a la más alta, califica tu actitud frente a las matemáticas con relación a cada una de las siguientes preguntas.

1. ¿Durante la clase de matemáticas qué tan ansioso te sientes? (   )
2. ¿Qué tan feliz te sientes cuando trabajas en actividades de matemáticas? (   )
3. ¿Cuándo no entiendes un problema qué tan nervioso te pones? (   )
4. ¿Con qué frecuencia procuras evitar las matemáticas? (   )
5. ¿Qué tanto consideras que las matemáticas son interesantes? (   )
6. ¿Qué tan bueno te consideras durante la clase de matemáticas? (   )
7. ¿Qué tan buenas consideras que son tus capacidades para los problemas de matemáticas? (   )
8. ¿Qué tan importantes consideras que son las matemáticas para la vida real? (   )
9. Cuando estás en clase de matemáticas, ¿qué tanto (en forma activa) participas en la toma de decisiones? (   )
10. Cuando estás en clase de matemáticas, ¿participas de forma activa en la resolución de ejercicios y problemas? (   )
11. ¿Qué tanto respetas las intervenciones de tus compañeros en la clase de matemáticas? (   )
12. ¿Qué tan tolerante eres ante las opiniones y dudas de tus compañeros de clase? (   )
13. Cuando algún compañero (aún si no es tu amigo) no comprende algún concepto o procedimiento de matemática, ¿qué tanto te gusta ayudarlo? (   )
14. ¿Qué tanto consideras que tu ayuda la debes destinar únicamente a tus amigos? (   )

Dado que en esta sección se identifican las actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas y durante la clase, el docente conocerá mejor al grupo con el que trabajará. Por consiguiente, estos resultados deben ser considerados durante la planeación de las sesiones.[5]

A continuación se presenta la planeación de cada una de las 5 sesiones que conforman la secuencia didáctica.

Sesión 1. Introducción a las inecuaciones lineales (Desigualdades e inecuaciones lineales con una incógnita).

<table>
<tr><th colspan="2">Datos generales de la sesión 1</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Objetivos particulares de la sesión

El alumno:
• Distingue los conceptos de desigualdad e inecuación.
• Comprende las propiedades de las desigualdades.
• Resuelve inecuaciones lineales con una incógnita.</td><td>Duración: 100 minutos</td></tr>
<tr><td>Materiales:
• Pizarrón
• Plumones
• Presentación Power-point “Desigualdades e inecuaciones”
• Juego “STOP”
• Fotocopias de “Actividad 1. Solución de inecuaciones lineales con una incógnita”
• Fotocopias de “Rúbrica de autoevaluación”
• Fotocopias de “Tarea 1” y “Tarea 2”</td></tr>
</table>

El docente:

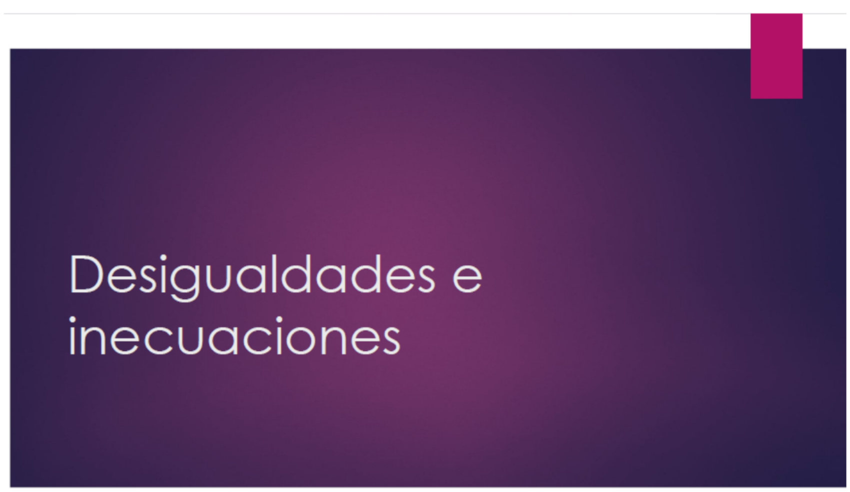
❖ Explica el trabajo que se realizará durante las sesiones y explicita brevemente los objetivos generales de la secuencia.

[5] Al finalizar la secuencia didáctica se realizará una evaluación similar y un análisis del comportamiento de los alumnos para medir el impacto que la propuesta tiene en el aspecto afectivo del aprendizaje de las matemáticas.

- ❖ Presenta la forma de trabajo y evaluación que se llevará a cabo durante la secuencia didáctica. A continuación se muestra la forma de evaluar que se planeó para la propuesta didáctica:
  - ✓ Actividades en clase 35%
  - ✓ Tareas para casa 15%
  - ✓ Autoevaluación 10%
  - ✓ Evaluación actitudinal 10%
  - ✓ Examen 30%

- ❖ Posteriormente, el docente explica a los alumnos la importancia de formar un portafolio de evidencias con todas sus actividades y tareas, ya que a partir de éste se registrará la asistencia y la autoevaluación.[6]

- ❖ Inicia el tema de desigualdades e inecuaciones a partir de una presentación power-point (20 min) (La impresión de las diapositivas se muestra en los anexos). Solicita a los estudiantes escribir en su cuaderno y con sus palabras los conceptos presentados.
  - ✓ En la primera parte de la presentación se muestran por medio de un diagrama los conceptos de desigualdad, inecuación e inecuaciones lineales de una y dos incógnitas. El objetivo de estas diapositivas es que los alumnos distingan entre los conceptos anteriores y la inclusión entre ellos.



[6] Se sugiere que el tiempo invertido en la presentación de la práctica docente, de la forma de evaluar y del uso de portafolio de evidencias sea de 15 minutos máximo.

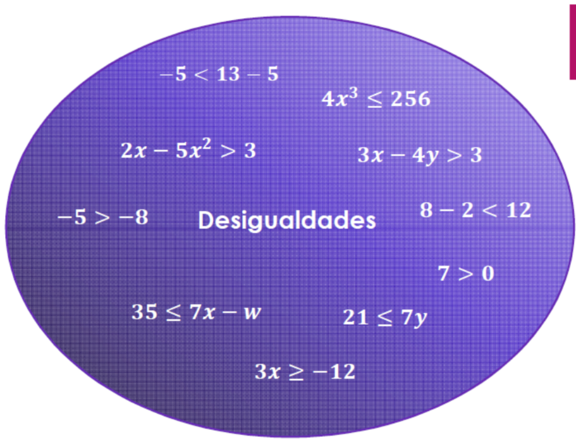
Desigualdad: Comparación de expresiones

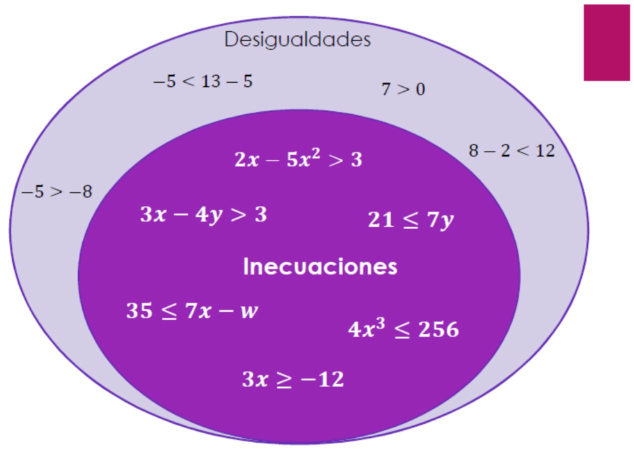
- Desigualdad estricta

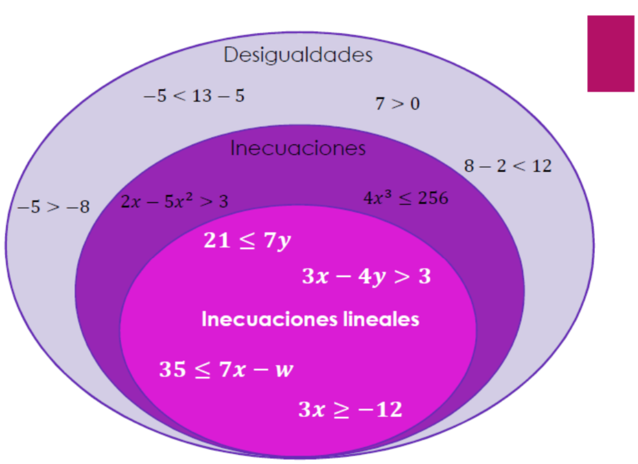
$>$	$<$
Mayor que	Menor que
$6-3>-5$	$-5<-8$
$2x-5x^2>3y$	$6x-3y<-3$

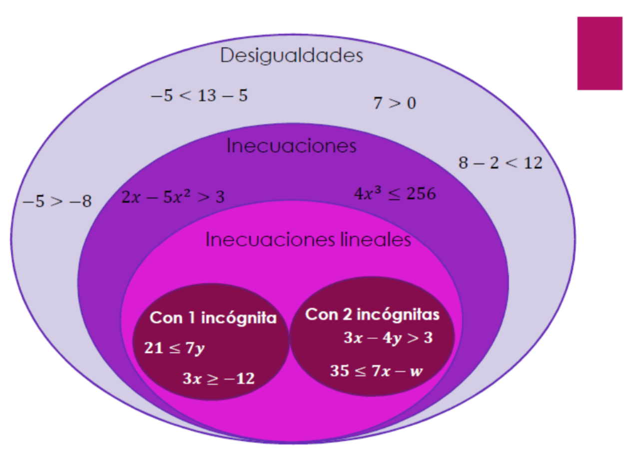
- Desigualdad no estricta

$\geq$	$\leq$
Mayor o igual que	Menor o igual que
$6x-3\geq -3$	$2x+4y<14$
$21\geq 7x$	$4x\leq -16$

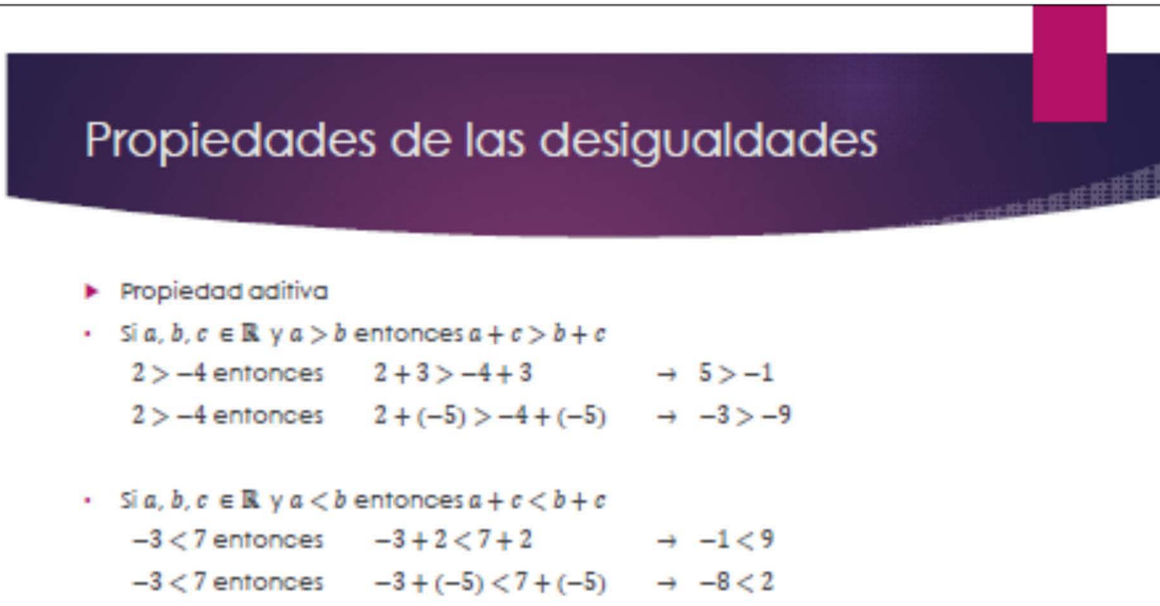


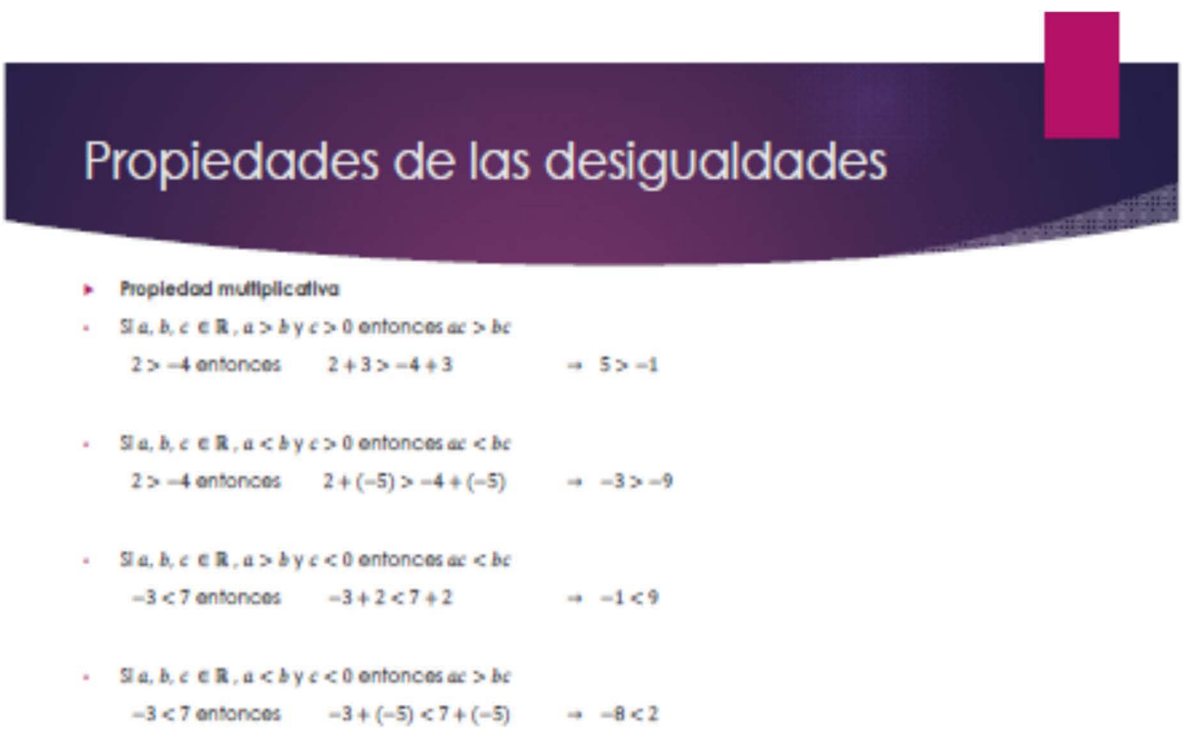






- ✓ La segunda parte del power-point consiste de una explicación mediante ejemplos numéricos de las propiedades aditiva y multiplicativa de las desigualdades. Posteriormente se enuncian dichas propiedades de forma general.





- Al terminar la presentación, el docente forma equipos de 4 o 5 personas. Entrega el material necesario para llevar a cabo el juego "STOP" y explica las instrucciones del juego a los alumnos (las instrucciones del juego así como las imágenes de los materiales se presentan en los anexos). Se sugiere que un equipo lleve a cabo la actividad frente al grupo, para que sea una referencia de cómo realizar el juego.[7]

- Una vez que los estudiantes tengan claras las reglas del juego, cada equipo realiza el juego en su propio tablero. Se recomienda que durante el tiempo invertido en el juego, el docente recorra los equipos y verifique que se está realizando de manera correcta. De igual forma puede realizar preguntas a los jugadores para relacionar la actividad con el tema de desigualdad.

- A partir de las experiencias de los alumnos durante el juego, el docente realiza de forma grupal un intercambio de ideas por medio de preguntas guiadas, por ejemplo:
  - ✓ ¿Qué sucedió durante el juego?
  - ✓ ¿Por qué en ocasiones el color de tu ficha debía ser rojo y en ocasiones verde?
  - ✓ ¿De qué dependía que la posición de tu ficha cambiara o no de posición en el tablero?
- Se cierra la actividad con la pregunta ¿De qué forma podríamos representar los resultados con simbología matemática? La pregunta anterior sirve de pretexto para dar inicio a la actividad "Solución de inecuaciones lineales con una incógnita".

- El docente reparte las fotocopias de la Actividad 1. Solución de inecuaciones lineales con una incógnita.

Instrucciones: Resuelve las siguientes inecuaciones lineales con una incógnita y representa gráficamente la solución de cada una de ellas.

$-5x \geq 20$	$3x < -6$
$-5x + 8 \leq 3$	$-6x > 2x - 24$

[7] Los materiales y las reglas del juego se encuentran en los anexos.

- Posteriormente indaga a partir de las ideas de los alumnos el significado de resolver una inecuación lineal.

- Una vez que los alumnos llegan a un acuerdo al respecto, solicita que los alumnos lleven a cabo en parejas los ejercicios de la actividad. Después de 15 minutos el docente resuelve, con la ayuda de los estudiantes, los primeros dos ejercicios. Durante la resolución de estos ejercicios el docente realiza preguntas relativas al tipo de solución que se obtiene de una inecuación lineal, por ejemplo: ¿cuántas incógnitas están presentes en la inecuación?, ¿la solución de una inecuación es un valor, dos o un conjunto de valores?, ¿cuál es la diferencia entre resolver una inecuación estricta y una no estricta?, ¿qué propiedades de las desigualdades se ponen en juego durante la resolución de las inecuaciones?, ¿cómo representamos gráficamente la solución de una inecuación lineal de una incógnita? Finalmente, solicita a dos estudiantes que resuelvan en el pizarrón los otros dos ejercicios para que el resto del grupo valide los procedimientos y resultados. Es importante que el docente evidencie, a partir de los argumentos de los alumnos, las propiedades de las desigualdades utilizadas y que ponga especial atención en el uso de la propiedad multiplicativa y su significado; para esto puede hacer uso de representaciones gráficas y ejemplos numéricos para después llegar a una generalización. El docente resuelve las dudas existentes entre los alumnos.

- Al finalizar la actividad, el docente reparte las fotocopias correspondientes a la tarea en casa (Tarea 1 y Tarea 2) y da las indicaciones para llevar a cabo cada una de las actividades. A continuación se presentan las tareas mencionadas.[8]

[8] La solución "ideal" a la que se espera que lleguen los alumnos se proporciona en los anexos.

Tarea 1

I. Concepto de desigualdad e inecuación

Instrucciones: A continuación encontrarás ocho expresiones matemáticas, numeradas del 1 al 8. Clasifica cada una de ellas en la(s) fila(s) que le corresponden, coloreando cada casilla según se indica en el renglón correspondiente.

	1	2	3	4	5	6	7	8
	$3 < 7$	$2x \leq 10y$	$-4x > 8$	$6 = 4 + 2$	$5x = -8y$	$21 < 3x$	$x + y \geq -6$	$-2 + 1 > -5$
Desigualdad Si (Amarillo) –No (Azul)								
Desigualdad no estricta Si (Azul) – No (Amarillo)								
Inecuación lineal con 1 incógnita Si (Azul) –No (Amarillo)								
Inecuación lineal con 2 incógnitas Si (Amarillo) –No (Azul)								
Inecuación Si (Amarillo) –No (Azul)								
Inecuación 2º grado Si (Amarillo) –No (Azul)								
Igualdades Si (Amarillo) –No (Azul)								

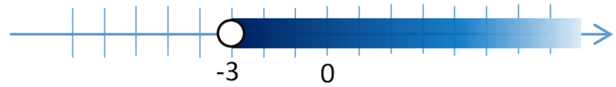
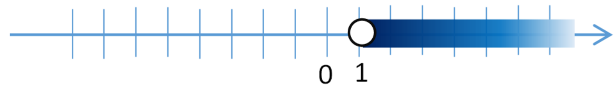
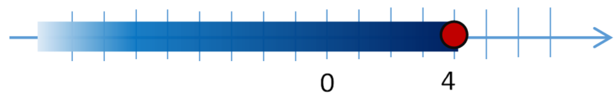
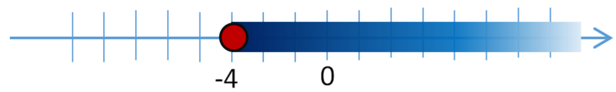
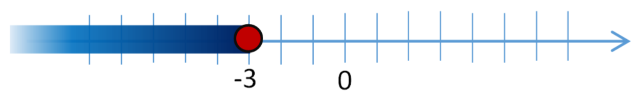
II. Propiedades de desigualdades

Instrucciones: A partir de los valores que se encuentran en la primera columna, realiza la operación que se te indica y completa la tabla.

Valores	Compara los valores	Sumar 3 unidades a cada valor y comparar	Sumar -4 unidades a cada valor y comparar	Multiplicar por 2 cada valor y comparar	Multiplicar por -2 cada valor y comparar
2, 5	2 < 5				
–2, 3		1 < 6			
–2, –5			–6 > –9		
3, –1					–6 < 2
Con tus palabras describe las propiedades aditiva y multiplicativa de las desigualdades		Propiedad aditiva		Propiedad multiplicativa	

Tarea 2

Instrucciones: Resuelve las inecuaciones de la izquierda y relaciona tu respuesta con su correspondiente representación gráfica a la derecha.

$3x \geq -12$	
$-4x \geq -16$	
$3x + 5 \leq -4$	
$5 > -2x - 1$	
$2x + 3 < 6x - 1$	

❖ El docente cierra la sesión solicitando a los alumnos completar la rúbrica de autoevaluación y que a partir de ella asignen una nota en el formato correspondiente. Finalmente, las actividades realizadas en clase serán archivadas junto con la rúbrica de autoevaluación en el folder de evidencias.

Nombre:				Grupo:	
Fecha	11 de marzo	13 de marzo	15 de marzo	20 de marzo	22 de marzo
Asistencia					
Autoevaluación					
		Profesora: Tania Azucena Chicalote Jiménez			

Rúbrica de autoevaluación

Instrucciones: Completa de forma veraz y objetiva la siguiente rúbrica de autoevaluación. Marca con una palomita la casilla que describa mejor tus logros alcanzados en clase.

Criterio	3 puntos	2 puntos	1 punto	0 puntos
1. Comprensión del trabajo a realizar en las actividades	En cada una de las actividades siempre me quedó claro lo que se tenía que hacer.	Casi siempre me quedó claro lo que se tenía que hacer en las actividades.	Casi nunca me quedó claro lo que tenía que hacer en las actividades	Nunca me quedó claro lo que tenía que hacer en las actividades
2. Expresión de mis dudas e inquietudes sobre las actividades	Siempre que tuve dificultades durante alguna actividad expresé mis dudas y comentarios	La mayoría de las veces que tuve dificultades durante las actividades expresé mis dudas	Casi nunca expresé mis dudas o dificultades durante las actividades	Nunca expresé mis dudas o dificultades durante las actividades
3. Aportación de ideas u opiniones constructivas que permitieran llevar a cabo la actividad	Durante el desarrollo de la clase, siempre aporté ideas u opiniones constructivas para la actividad.	Durante el desarrollo de la clase, la mayoría de las veces aporté ideas u opiniones constructivas para la actividad.	Durante el desarrollo de la clase, casi nunca aporté ideas u opiniones constructivas para la actividad.	Durante el desarrollo de la clase, nunca aporté ideas u opiniones constructivas para la actividad.
4. Respeto hacia las ideas y los puntos de vista de cada uno de mis compañero	Durante el desarrollo de la clase, siempre respeté las ideas y los puntos de vista de mis compañeros.	Durante el desarrollo de la clase, casi siempre respeté las ideas y los puntos de vista de mis compañeros.	Durante el desarrollo de la clase, casi nunca respeté las ideas y los puntos de vista de mis compañeros.	Durante el desarrollo de la clase, nunca respeté las ideas y los puntos de vista de mis compañeros.
5. Cumplimiento de cada una de las actividades.	Siempre cumplí en tiempo y forma con la realización de cada una de las actividades.	Casi siempre cumplí en tiempo y forma con la realización de cada una de las actividades.	Casi nunca cumplí en tiempo y forma con la realización de cada una de las actividades.	Nunca cumplí en tiempo y forma con la realización de cada una de las actividades.

Sesión 2. Resolución de problemas de toma de decisiones

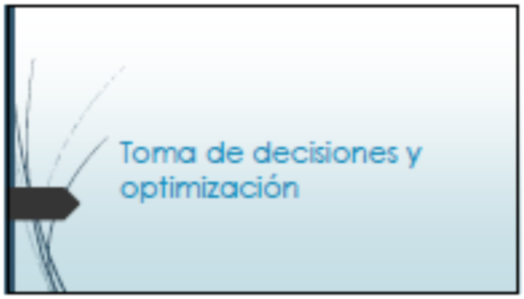
Datos generales de la sesión	
Objetivos particulares de la sesión El alumno resolverá problemas relativos a la toma de decisiones mediante la solución de inecuaciones lineales.	Duración 50 min.
	Materiales: • Pizarrón • Plumones • Presentación power-point "Toma de decisiones y optimización" • Fotocopias de "Actividad 2. Problemas de toma de decisiones" • Fotocopias de "Tarea 3"

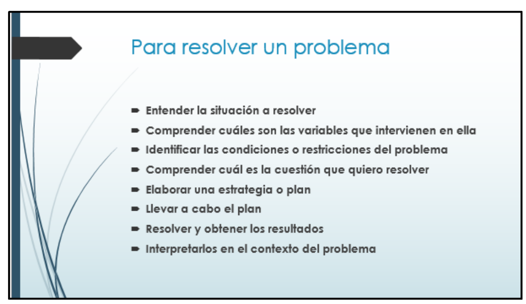
El docente:

- ❖ Retoma el trabajo realizado durante la sesión anterior a partir de la revisión de las tareas y la retroalimentación grupal. Es importante revisar los resultados obtenidos por los estudiantes y aclarar las dudas relacionadas con los conceptos y la resolución de inecuaciones lineales con una incógnita.

- ❖ Presenta el power-point "Toma de decisiones y optimización" con el cual expone lo que implica la toma de decisiones a partir de situaciones cercanas a los alumnos. La presentación cuenta con audio relativo a cada una de las imágenes mostradas. El objetivo de la presentación es interesar a los alumnos en un tema matemático a partir de situaciones cercanas a ellos, tales como elección de carrera, decidir si tener o no novio (a) o decidir qué camino o trayecto seguir para ir a un lugar. El docente cuestiona sobre los métodos que utilizan para tomar decisiones. A continuación se muestran en miniatura las diapositivas que conforman la presentación.[9]

[9] El guion del video junto con las diapositivas correspondientes se pueden consultar en los anexos.





- Una vez que los alumnos están en contexto, el docente entrega las fotocopias "Actividad 2. Problemas de toma de decisiones". La actividad consiste en la resolución de dos situaciones simuladas relativas a la elección de un servicio. A continuación se muestran las situaciones que conforman la actividad.[10]

[10] La solución ideal que se espera de los alumnos se encuentra en los anexos.

- En el primer problema el alumno debe elegir un plan de telefonía celular a partir de las promociones que se ofrecen y las condiciones de consumo. El objetivo del problema es que los alumnos pongan en práctica los conocimientos construidos hasta el momento, de tal forma que sean capaces de plantear expresiones matemáticas que representen las condiciones de venta del producto, resolver las inecuaciones lineales planteadas e interpretar los resultados obtenidos. El docente solicita que la actividad se resuelva en equipos de tres a cuatro integrantes. Una vez concluido el problema, el docente hace una revisión grupal en la que los estudiantes intercambien sus opiniones, procedimientos y resultados.

Instrucciones: Lee los siguientes problemas y responde lo que se te pide.

I. Dos compañías de telefonía celular ofrecen un nuevo plan de pago para sus clientes. La compañía Mexcel ofrece el plan TX13 que consta de servicio telefónico y mensajes ilimitados entre números de la misma compañía con un costo de $445 mensuales más $1.10 por cada mensaje o llamada realizada a otra compañía. La compañía Movitel ofrece el paquete SC20 con los mismos servicios de telefonía y mensajería a un costo de $460 mensuales más $0.85 por mensaje o llamada realizada a otra compañía. ¿Qué plan te conviene para gastar menos?

a) A partir de la información anterior, completa la siguiente tabla.

	Representación verbal	**Representación matemática**
Variables (s)		
Costo mensual total del equipo TX13		
Costo mensual total del equipo SC20		

b) ¿A partir de cuántas llamadas o mensajes realizados a otra compañía te conviene el equipo TX13? Responde la pregunta utilizando un procedimiento algebraico y representa gráficamente la solución.

c) ¿A partir de cuántas llamadas o mensajes realizados a otra compañía te conviene el equipo SC20?

- El segundo problema plantea una situación como continuación del primero. En este caso el alumno debe determinar el número de llamadas que se pueden realizar en un horario fijo para optimizar el presupuesto de gastos. De igual forma que en el primer problema, la retroalimentación se realiza de forma grupal. El docente debe propiciar libertad para que los alumnos expresen sus dudas y opiniones.

II. Rodrigo decidió contratar el plan de la compañía TX13 por lo que la compañía le ofreció una promoción en la que por cada llamada, a una compañía diferente, que realice antes de las 14 horas pagará \$0.70 y por cada llamada posterior a ese horario pagará \$1.10. Si Rodrigo realiza en promedio 55 llamadas durante la semana y actualmente dispone de \$50 semanales para pagar este tipo de llamadas, ¿cuántas llamadas debe realizar antes de las 14 horas con la finalidad de realizar el promedio de llamadas semanales sin superar su presupuesto?

a) Completa la siguiente tabla con los datos del problema anterior.

	Lenguaje común	**Representación matemática**
Variable		
Costo por las llamadas realizadas antes de las 14 horas		
Costo por las llamadas realizadas a partir de las 14 horas		
Costo total de las llamadas realizadas durante una semana		

b) ¿Cuántas llamadas debe realizar Rodrigo antes de las 14 horas para no superar su presupuesto? Realiza un procedimiento algebraico y representa gráficamente la solución.

- ❖ Al finalizar la actividad, el docente entrega los problemas de tarea y explica el trabajo a realizar.

I.	Dos gimnasios ofrecen un nuevo plan de membrecía. El gimnasio Vicking Sport ofrece un plan que contempla el pago de membrecía mensual de $325 más 30 pesos extra por cada servicio mensual adicional como: clases de kick boxing, zumba, spinning, body-combat, danza árabe, karate y el uso de locker. El gimnasio Sport –Now ofrece un plan que contempla el pago de membrecía mensual de $370 mensuales más 25 pesos por servicio adicional contratado al mes. a) Plantea el problema en términos matemáticos b) A partir de los datos anteriores, determina cuándo te conviene inscribirte en el gimnasio Sport-Now c) Desarrolla tu procedimiento y representa gráficamente tu solución d) Representa gráficamente la solución al problema

II.	Después de seis meses de servicio el gimnasio Sport-Now lanzó una nueva promoción para sus 180 suscriptores. De tal forma que por cada cliente inscrito en el turno matutino se obtiene una ganancia de 200 pesos, mientras que por cada persona que se ha inscrito en el turno vespertino se ganan $275. ¿Cuántos clientes deben inscribirse en el turno matutino para que el gimnasio obtenga una ganancia mayor o igual a $42 000? a) Plantea el problema en términos matemáticos b) Con el uso de inecuaciones lineales determina la solución del problema anterior.

- ❖ Para concluir la clase, los alumnos reciben su folder de evidencias y a partir de la rúbrica proporcionada en la primera clase realizan la autoevaluación.

Sesión 3 Inecuaciones lineales con dos incógnitas.

Datos generales de la sesión	
Objetivos particulares de la sesión	Duración 100 min.
El alumno: • Resuelve inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas de forma algebraica y representa la región solución de forma geométrica.	Materiales: • Pizarrón • Plumones • Fotocopias de “Actividad 3. Resolución de inecuaciones lineales con dos incógnitas” • Fotocopias de “Actividad 4. Solución de sistemas de inecuaciones lineales” • Proyección del problema de optimización de la actividad 6.

El docente:

❖ Realiza la retroalimentación de los problemas de tarea. Se sugiere que la revisión sea de forma grupal y que un alumno pase al frente de forma voluntaria para explicar la forma de resolver el problema. El resto del grupo debe validar o corregir los procedimientos de su compañero. El docente debe propiciar un ambiente de respeto y de tolerancia.[11]

❖ Una vez revisados los problemas, indica que a partir de sus aprendizajes resolverán inecuaciones lineales con dos incógnitas. Entrega las copias de la actividad "Resolución de inecuaciones lineales con dos incógnitas".

Instrucciones:
A partir de la inecuación lineal $\mathbf{4x + 2y \leq 10}$, resuelve los siguientes ejercicios.

a) Elabora la representación gráfica de la inecuación lineal y determina la región solución. Utiliza el espacio siguiente para escribir tus procedimientos.

b) Determina y localiza las coordenadas de un punto del plano que satisfaga la igualdad, es decir que cumpla $\mathbf{4x + 2y = 10}$

c) Determina las coordenadas de un punto que satisfaga la desigualdad estricta, es decir que cumpla $\mathbf{4x + 2y < 10}$

d) Determina las coordenadas de un punto que no satisfaga la desigualdad.

e) ¿En cuántas regiones es dividido el plano cartesiano por la recta asociada a la inecuación? ¿Cuáles son estas regiones?

f) Considera ahora la inecuación lineal $\mathbf{4x + 2y} < 10$, es decir la desigualdad estricta. ¿Cómo cambia la representación gráfica y la región solución de la inecuación lineal?

❖ La actividad se resuelve a partir de las ideas de los alumnos y de preguntas guiadas de forma grupal. Por ejemplo, ¿cuál es el significado de tener dos variables en una inecuación lineal?, ¿cómo representamos gráficamente dos variables?, si tomamos únicamente los valores que satisfacen la igualdad, ¿cuál es la representación gráfica de

[11] La solución correspondiente a los problemas de tarea se encuentra en los anexos.

estos puntos?, ¿qué relación tiene esta representación con la representación de una inecuación lineal con dos incógnitas?.

- Una vez revisados los ejercicios, el docente indica que a partir de los aprendizajes construidos resolverán otra situación problemática. Presenta el problema relacionado con la optimización y los sistemas de inecuaciones lineales.[12] Solicita que lean el problema.

Instrucciones: Lee y resuelve el siguiente problema

La compañía de teléfonos celulares Mexcel dispone de 1200 unidades eléctricas y 800 unidades metálicas para fabricar dos productos con las siguientes condiciones: la fabricación del producto TX13 requiere 30 unidades eléctricas y 10 unidades metálicas, mientras que la fabricación del producto TX20 requiere 20 unidades eléctricas y 20 unidades metálicas. La compañía planea vender el producto TX13 a $995 y el producto TX20 a $898. ¿Cuál es la cantidad de los productos TX13 y TX20 que la compañía telefónica debe fabricar para obtener la mayor ganancia posible?

- El docente propicia una lluvia de ideas para que los alumnos generen una estrategia a seguir para resolver el problema. A partir de preguntas guiadas, los alumnos plantean el sistema de inecuaciones lineales correspondiente a las restricciones del problema.
- Hace ver la necesidad de resolver un sistema de inecuaciones lineales y por ende comprender su significado matemático.
- Indica que antes de resolver el problema, los alumnos realizaran una actividad dirigida al aprendizaje de la solución de inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Entrega las fotocopias de la "Actividad 4. Solución de sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas", la cual se lleva a cabo de forma grupal y con la guía del docente. A partir de un pensamiento reflexivo y comparativo los alumnos proponen la forma de determinar la región solución de un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas. [13]

[12] El problema es igual al que se evaluó en la prueba diagnóstica y las repuestas que se esperan de los alumnos se encuentran en los anexos.

[13] En la actividad impresa se proporciona un plano cartesiano para resolver las preguntas. Las respuestas ideales se encuentran en los anexos.

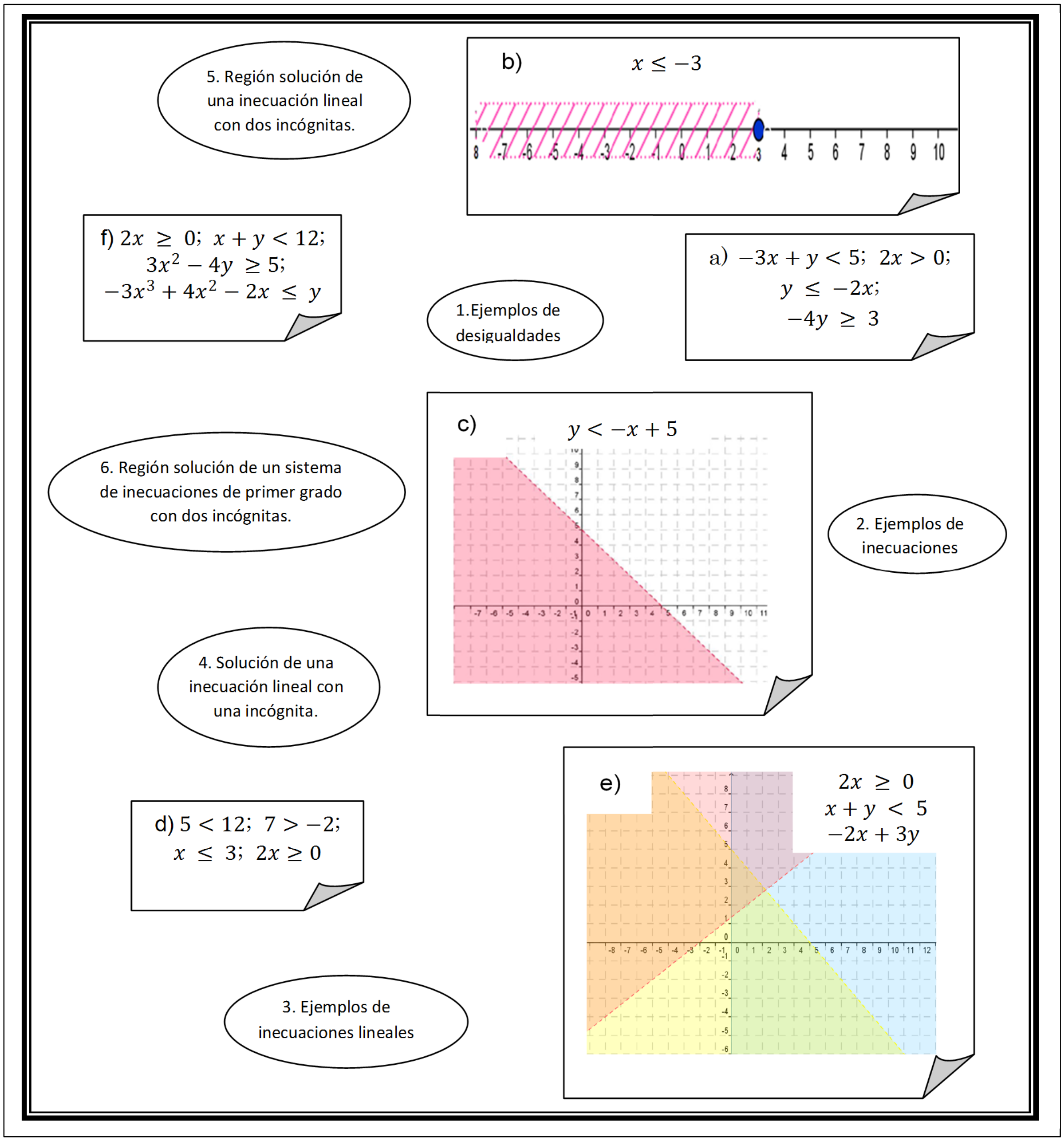
Instrucciones: ❖ Considera el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas $\begin{aligned} 2x + 2y &\leq 80 \\ -3x + 3y &\leq 60 \end{aligned}$ ❖ Resuelve los siguientes ejercicios: 1. Determina de forma gráfica la región solución del sistema anterior. Utiliza el espacio en blanco para realizar tus procedimientos. 2. ¿Cómo cambia la región solución del sistema anterior si agregamos una o más inecuaciones lineales con dos incógnitas? (Resuelve las siguientes pistas para resolver la pregunta). Pista 1: Agrega la inecuación $x \geq 0$ al sistema y realiza la representación gráfica de las tres inecuaciones en el siguiente plano, ¿Cómo es la región solución? Pista 2: Agrega la inecuación $y \geq 0$ al sistema y realiza su representación gráfica en el plano, ¿qué puedes decir ahora de la región solución? a) ¿Cuántas inecuaciones tiene el sistema de inecuaciones? b) Determina las características de la región solución c) Determina los vértices de dicha región

- ❖ Una vez terminada la actividad, el docente indaga y aclara las dudas existentes respecto a la temática estudiada.
- ❖ Al finalizar la actividad, el docente solicita que los estudiantes lleven a cabo la autoevaluación y que completen la rúbrica del sobre manila.

Sesión 4. Resolución de problemas de optimización

Datos generales de la sesión	
Objetivos particulares de la sesión El alumno plantea y resuelve problemas de optimización mediante sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas de forma algebraica y representa la región solución de forma geométrica.	Duración 100 min.
	Materiales: • Pizarrón • Plumones • Fotocopias de “Actividad 5. Tripas de gato” • Fotocopias de “Actividad 6. Problemas de optimización” • Fotocopias de “Actividad 7. Miscelánea de problemas”

- ❖ El docente retoma el trabajo realizado durante las sesiones anteriores a partir de la actividad “Tripas de gato”, la cual se resuelve en parejas. Posteriormente revisa la actividad de forma grupal y aclara dudas.



- Al terminar la retroalimentación de la tarea, el docente indica que durante esta sesión se resolverá el problema de optimización presentado en la clase anterior.

- Solicita que los alumnos planteen y resuelvan en equipos de 3 integrantes el sistema de inecuaciones lineales correspondiente al problema de optimización. Para llevar a cabo esta actividad el docente entrega la hoja impresa del problema de optimización y solicita que resuelvan los ejercicios 1, 2, 4 y 5.

Instrucciones: Lee y resuelve el siguiente problema.

La compañía de teléfonos celulares Mexcel dispone de 1200 unidades eléctricas y 800 unidades metálicas para fabricar dos productos con las siguientes condiciones: la fabricación del producto TX13 requiere 30 unidades eléctricas y 10 unidades metálicas, mientras que la fabricación del producto TX20 requiere 20 unidades eléctricas y 20 unidades metálicas. La compañía planea vender el producto TX13 a $995 y el producto TX20 a $898. ¿Cuál es la cantidad de los productos TX13 y TX20 que la compañía telefónica debe fabricar para obtener la mayor ganancia posible?

I. Planteamiento del problema

Completa la siguiente tabla

Productos / Materiales	TX13	TX20	Disponibilidad
Unidades eléctricas			
Unidades metálicas			
Precio de venta			

II. Selección de incógnitas (elige la representación algebraica de los datos desconocidos)

IV. Escribe las inecuaciones correspondientes a las restricciones del problema

V. Representa gráficamente las restricciones para obtener el conjunto de soluciones factibles

- El docente proyecta en el pizarrón (con el programa Geogebra) un plano cartesiano y solicita a diferentes alumnos que representen gráficamente la región solución de cada una de las inecuaciones lineales que conforman las restricciones del problema. Posteriormente los alumnos determinan la región solución del sistema

- Una vez revisada y verificada la región solución del sistema de inecuaciones, el docente insta a los alumnos para que resuelvan la pregunta final del problema. El docente hace hincapié en los conceptos y procedimientos nuevos relacionados con el tema.

- Mediante preguntas guiadas, los alumnos determinan el punto óptimo que maximiza la función objetivo. Se sugiere que los alumnos hagan uso de la estrategia de ensayo y error para determinar este punto.

- Los alumnos interpretan gráficamente lo que implica optimizar la función objetivo y a partir de una discusión grupal argumentan el tipo de problemática presentada y la importancia de resolverla.
- El docente expone el teorema fundamental de la PL a partir de la representación visual de la región solución de un sistema de inecuaciones.
- Finalmente, los alumnos interpretan sus resultados matemáticos en los términos del planteamiento del problema.
- El docente forma equipos de 4 integrantes y reparte la actividad de trabajo independiente que contiene dos problemas de optimización.
- Cada alumno lee los problemas.
- En equipos de 4 integrantes seleccionan y resuelven uno de ellos. Deben representar de forma algebraica y grafica las restricciones del problema y la función objetivo. Finalmente, interpretan sus resultados. Posteriormente se hace una revisión grupal de los procedimientos seguidos y los resultados obtenidos.

1. En una fábrica de ropa, un sastre tiene 800 m^2 de tela de algodón y 1 200 m^2 de tela de lana. Un pantalón requiere 1.6 m^2 de algodón y 3.2 m^2 de lana, un vestido requiere 2.5 m^2 de cada una de las telas. ¿Cuál es el número de pantalones y vestidos que debe confeccionar el sastre para obtener la mayor ganancia posible si un pantalón tiene una ganancia de 350 pesos, mientras que un vestido tiene una ganancia de 450 pesos? ¿Cuál será la máxima ganancia de la fábrica?

2. La empresa FRESH dedicada a la venta de jugos envasados, ha decidido lanzar al mercado dos jugos de frutas mezclando dos o más concentrados. El jugo Frutitrío está conformado por concentrado de piña, naranja y plátano. El jugo frutidúo requiere de 12 onzas de concentrado de jugo de naranja y 6 onzas de pulpa de plátano. La empresa cuenta con un máximo disponible de 24 000 onzas de concentrado de jugo de naranja, 12 000 onzas de piña y 10 000 de plátano para la producción. ¿Cuántos frutitríos y cuantos frutidúos debe fabricar la empresa para obtener la máxima ganancia si un frutitrío deja como ganancia $10 y un frutidúo deja una ganancia de $8? ¿Cuál será la máxima ganancia de la empresa FRESH?

- Al terminar, los alumnos llevan a cabo la autoevaluación correspondiente a la sesión y la registran en el sobre manila.

Sesión 5 Evaluación final

<table>
<tr><td colspan="2">Datos generales de la sesión</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Objetivos particulares de la sesión

El alumno resolverá la evaluación final.</td><td>Duración 50 min.</td></tr>
<tr><td>Materiales:
• Pizarrón
• Plumones
• Fotocopias de Evaluación final.</td></tr>
</table>

- El docente entrega la evaluación final a cada alumno y lee en voz alta las instrucciones. Es importante indicar que tendrán 40 minutos para resolver la prueba.
- A continuación se muestra la evaluación final.

Esta es una prueba para medir tus aprendizajes alcanzados durante la secuencia didáctica. Esta prueba servirá por un lado para asignar tu calificación correspondiente al tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales, por otro lado servirá para medir la eficiencia de la secuencia didáctica impartida en el aula.

Instrucciones generales:

- ❖ Lee y responde cuidadosamente cada ejercicio
- ❖ Debes desarrollar el procedimiento que utilices para hallar el resultado, y no sólo escribir la respuesta.
- ❖ El tiempo estimado para resolver la evaluación final es de 40 minutos.

1. Solución de inecuaciones lineales con una incógnita.
   - ❖ Determina los valores de x para los que las desigualdades se cumplen
   - ❖ Representa gráficamente la solución

$5x + 2 \leq -23$	Representación gráfica
$4x - 18 < 12x - 2$	Representación gráfica

2. Región solución de una inecuación lineal con dos incógnitas
   - ❖ Determina la región solución de la inecuación lineal 6x+3y12. Utiliza el siguiente espacio para representar tus procedimientos
   - ❖ Representa gráficamente la región solución de la inecuación
3. Resolución de problemas de optimización

I. Dos escuelas preparatorias particulares ofrecen un nuevo plan de pago para sus estudiantes. La escuela “Darío Rodríguez” ofrece un plan que contempla el pago de colegiatura mensual de $3250 más 115 pesos extra por cada servicio adicional contratado al mes (por ejemplo, el transporte escolar, derecho de estacionamiento, comida en la cafetería escolar, uso de lockers, uso de gimnasio, admisión al área de alberca, curso de idioma adicional al inglés, etc.) La escuela “Juana de Arco” ofrece un plan que contempla el pago de colegiatura mensual de $3400 mensuales más 85 pesos por servicio extra contratado al mes.

a) A partir de los datos anteriores, determina cuándo te conviene inscribirte en la escuela “Darío Rodríguez” y cuándo en la escuela “Juana de Arco”

b) Completa la siguiente tabla y plantea el problema en términos matemáticos

	Representación verbal	Representación matemática
Variable (s)		
Pago mensual total en la escuela “Darío Rodríguez”		
Pago mensual total en la escuela “Juana de Arco”		
Pregunta que deseas responder		

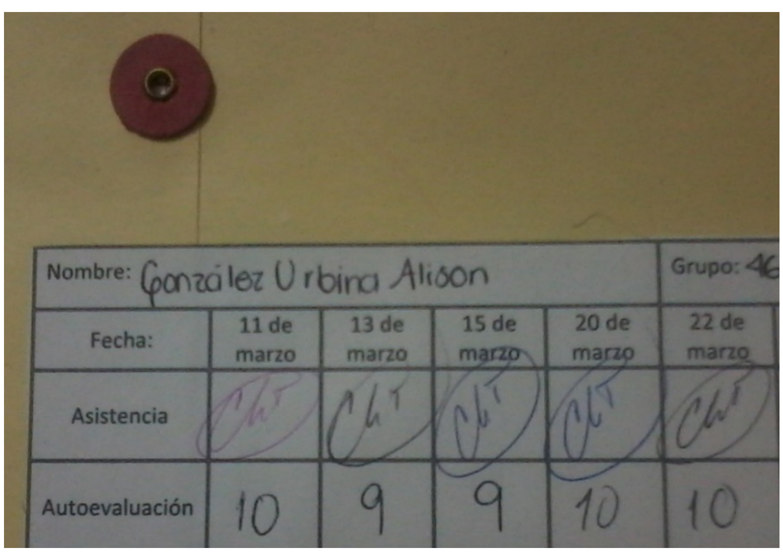
3.2 ¿Qué sucedió durante la aplicación de la secuencia didáctica?

La aplicación de la secuencia didáctica la llevé a cabo en la ENP #4 “Vidal Castañeda y Nájera”, en el grupo 461 del turno vespertino. El número de inscritos en el grupo fue de 38 alumnos y el rango de edad osciló entre los 15 y 17 años. Como ya lo he señalado, el criterio de inclusión fue que los alumnos asistieran al 80% de las sesiones de la secuencia didáctica y que estuvieran inscritos oficialmente en el grupo.

Sesión 1. Introducción a las inecuaciones lineales

Dado que esta fue la primera sesión en la que interactuaba con los alumnos planeé un tiempo introductorio para presentarme y comentar las razones por las cuales me encontraba realizando la práctica. Posteriormente repartí una etiqueta y plumones de colores a cada estudiante para que escribieran su nombre. Solicité a los alumnos que pegaran la etiqueta en un lugar visible. Finalmente, establecimos las reglas de trabajo y la evaluación que llevaría a cabo durante y al término de la secuencia. La presentación duró aproximadamente 15 minutos.

Durante la presentación de la secuencia proporcioné un sobre manila que sirvió como portafolio de evidencias en el que registré la asistencia de cada sesión y la autoevaluación. Al finalizar la presentación agradecí de antemano su asistencia y participación a cada una de las sesiones.



Nombre: González Urbina Alison					Grupo: 46
Fecha:	11 de marzo	13 de marzo	15 de marzo	20 de marzo	22 de marzo
Asistencia					
Autoevaluación	10	9	9	10	10

Posteriormente comencé con el desarrollo de los conceptos de desigualdad e inecuación, mediante la proyección del power-point “Desigualdad e inecuación”. Durante la presentación de los conceptos los alumnos mostraron interés, tuvieron una actitud positiva y mostraron gran libertad para expresarse. Al inicio mostraron dudas relacionadas con la diferencia entre desigualdad e inecuación, por lo que mediante las diapositivas expuse diferentes expresiones para que las clasificaran. A partir de esto, dedujeron que todas las inecuaciones son desigualdades, pero no todas las desigualdades son inecuaciones.

Durante esta fase, los alumnos participaron activamente al completar los ejercicios, por lo que las diapositivas se utilizaron como un recurso para validar sus respuestas. Dentro de los ejemplos mostrados en las diapositivas se encontraba una desigualdad cuyo planteamiento es incorrecto; al mostrarlo, algunos de ellos (en particular una joven) cayeron en cuenta del error y sin necesidad de que yo lo hiciera explícito, lo identificaron y corrigieron.[14] La estudiante que participó en la corrección del ejemplo mostró una actitud positiva y promovió un ambiente de confianza que permitió a sus demás compañeros debatir sobre la validez del ejemplo.

-Docente: La desigualdad $6 - 3 > -5$ es un ejemplo de una desigualdad estricta, ¿están todos de acuerdo con esta expresión?

-Alumnos: Sí

-Docente: ¿Cuál es el significado de la expresión anterior?

-Alumno 1: Estamos diciendo que el valor que se obtiene de $6 - 3$ es mayor que -5

-Alumno 2: Entonces, ¿3 es mayor que -5?

-Alumno 3: Si por que el 3 es positivo

-Docente: Bien, entonces cuál sería una definición para comparar números.

-Alumno 2: Si los números están más lejos del cero son más grandes.

-Docente Muy bien, aquí hay otro ejemplo de desigualdad estricta $-5 < -8$ pero en este caso estoy utilizando el símbolo de “menor que”.

-Alumna 1: (Levanta la mano) Pero esa expresión es incorrecta.

[14] La desigualdad incorrecta presentada en las diapositivas es $-5 < -8$. La corrección de ésta permitió que los alumnos identificaran el orden de los números negativos. Para la explicación del error se utilizó la representación gráfica de los valores sobre una recta numérica.

-Docente: ¿Por qué dices que es incorrecta?

-Alumna 1: porque -5 no es menor que -8

-Docente: Los demás, ¿están de acuerdo o no con su compañera? (algunos alumnos dicen que sí y otros que no). A ver, los que dicen que no, ¿por qué no lo están?

-Alumno 2: Porque el 5 si es menor que el 8

-Alumno1 Sí pero en la expresión tenemos -5 y -8

-Docente: ¿Cómo podemos observar esta comparación gráficamente?

-Alumno 1: Dibujamos una recta y colocamos los puntos de estos valores

-Docente: ¿Podrías pasar al pizarrón?

-Alumno 1: (pasa al pizarrón y realiza la representación) Aquí se ve que el -5 está más cerca de cero.

-Alumno 2: ¿Pero, por qué es mayor el -5 si el -8 está más lejos, entonces debería ser mayor?

-Alumno 1: No, porqué los números van aumentando hacia la derecha.

-Docente: Entonces, ¿la definición anterior es correcta?

-Alumno 2: No, porque no es entre más lejos del cero, sino que depende de la posición que tengan en la recta. El valor que se ubique a la derecha del otro es el mayor.

-Docente: Muy bien, hasta aquí, ¿alguien tiene dudas?

Lo anterior fue una muestra de que los alumnos estaban siguiendo la presentación, pero sobre todo que estaban comprendiendo los conceptos. Durante la segunda parte de la presentación power-point “Propiedades de las desigualdades” se presentaron ejemplos que permitieron evidenciar cada una de las propiedades. Al explicar la propiedad multiplicativa, surgieron dudas relativas al cambio de sentido del signo de desigualdad al operar por un valor negativo:

-Docente: Si tenemos la desigualdad $2 < 7$ y multiplicamos ambos miembros de la desigualdad por el valor (-4), obtenemos $2(-4) > 7(-4)$, es decir $-8 > -28$. ¿Están todos de acuerdo con esta afirmación?

-Alumno 1: Entiendo que $-8 > -28$, pero no me queda claro en qué momento debemos cambiar el sentido de la desigualdad, o sea, ¿debo escribir $2(-4) < 7(-4)$ o $2(-4) > 7(-4)$?

-Alumno 2: Yo creo que cuando escribimos la operación de la multiplicación debemos cambiar el sentido porque aunque no estamos escribiendo el resultado final si estamos indicando que hay una multiplicación.

-Docente: Efectivamente, desde el momento que se expresa la operación se hace el cambio de sentido en el signo, pero ¿por qué realizamos este cambio? (Hubo un momento de silencio) ¿Qué significa multiplicar un valor por otro? ¿Cómo podemos interpretar esta operación gráficamente?

-Alumno 3: multiplicar un número por otro quiere decir que sumamos un valor tantas veces como lo indica el segundo, por ejemplo en 2×3, sumamos tres veces el dos.

-Docente: Bien, ¿cómo representamos esto gráficamente?

-Alumno 4: Sería como los brincos que da una rana.

-Docente: ¿Podrías representarlo y explicarlo en el pizarrón, por favor?

-Alumno 4: Dibujamos una recta divida en unidades, luego si queremos representar 2×3, entonces ubicamos la distancia 2 desde el origen y esta distancia la repetimos tres veces. Será la distancia que brinca la rana. Es decir la rana llegará hasta el punto 6.

-Docente: Muy bien, en este caso multiplicaste dos valores positivos, ¿qué pasa si multiplicas un valor positivo por uno negativo?

-Alumno 2: La rana en lugar de avanzar va a retroceder, porque el signo negativo lo podemos interpretar como un cambio de dirección.

-Docente: Bien, ¿hasta aquí nadie tiene dudas? (Los alumnos respondieron que no). Bueno vamos ahora a representar dos valores en la misma recta, utilicemos los mismo del ejemplo, es decir 2 y 7. Represéntenlos en una recta y digan quién es mayor.

-Alumno 2: (Representó estos valores en la recta) El siete por estar más a la derecha es mayor que el dos.

-Docente, Bien si multiplicamos cada uno por (-4), ¿qué obtenemos?

-Alumno 2: Los dos números retroceden cuatro veces su tamaño. Y entonces, el 2 queda en el -8 y el 7 se va al -28. Entonces el -8 es mayor que el -28.

-Alumno 3: Entonces, ¿siempre que multipliquemos por un valor negativo se cambiara de sentido la desigualdad?, ¿sin importar que los valores originales no sean positivos?

-Docente: Excelente pregunta, elige dos números cualesquiera.

-Alumno 3: El -3 y el 4.

-Docente: Bien compáralos y represéntalos gráficamente (el alumno pasó al pizarrón).

-Alumno 3: Bueno el $-3 < 4$

-Docente: ¿Alguien quiere decir un número negativo por el que multipliquemos?

-Alumno 4: -3

-Docente: Bien, ¿podrías representar los valores que se obtienen al multiplicar? (dirigiéndose al alumno 3).

-Alumno 3: (El alumno hizo la representación) Obtenemos que $9 > -12$
-Docente: Muy bien, ¿podemos concluir que siempre que multipliquemos ambos miembros de la desigualdad por un valor negativo el signo de ésta cambia?
-Alumnos: Si

La participación de los estudiantes favoreció que el resto del grupo comprendiera esta propiedad. La presentación del power-point tuvo una duración aproximada de 20 minutos

Posteriormente, al indicar a los alumnos que llevaríamos a cabo un juego de mesa, éstos se mostraron entusiasmados y dispuestos a trabajar. Una vez que se integraron los equipos y debido a la cantidad de alumnos presentes, se formó un equipo de 4 estudiantes, al cual solicité que pasara al pizarrón para mostrar a sus compañeros cómo jugar. Para la actividad en el pizarrón llevaba fichas y tarjetas a escala que pudieran ser apreciadas por los demás (este material se puede observar en los anexos). De esta forma, tanto el equipo que estaba al frente como los demás pudieron apreciar el objetivo y las reglas del juego.

Durante los 30 minutos que abarcó la actividad, realicé un recorrido por cada uno de los equipos para hacer preguntas sobre la forma en que se estaba llevando a cabo la actividad y resolver dudas al respecto. Durante el recorrido, encontré que había un grupo que aún no lograba identificar de qué color y en qué lugar debían colocar su ficha. Como ayuda comencé a jugar con ellos, como parte de su equipo, y les hice preguntas del tipo: ¿Qué significa el enunciado presentado?, ¿qué valor tiene tu ficha?, ¿el valor que tienes es más grande o más pequeño que el mostrado en la tarjeta?, ¿tu ficha debe ubicarse antes o después de ese valor?, ¿cumple la desigualdad presentada?, entonces ¿qué color debes escoger para tu ficha?

El juego funcionó como una herramienta de reforzamiento cognitivo y de motivación positiva. Aun cuando al inicio algunos integrantes tuvieron dificultades, los alumnos se mostraron dispuestos a participar en el juego. La mayoría de los equipos aumentó de forma gradual la dificultad del juego, poniendo a prueba sus conocimientos construidos. Al finalizar el juego y a manera de cierre de la actividad, los alumnos argumentaron que durante el juego estuvieron comparando valores, también mencionaron, dependiendo del nivel al que llegaron, que de alguna forma estaban resolviendo inecuaciones y establecieron que resolver una inecuación lineal implicaba determinar los valores que satisfacían la desigualdad.

Cuando se entregó la actividad 1, los alumnos seleccionaron el primero y el tercer ejercicio. Para iniciar con la resolución de estos ejercicios, retomé el argumento dado por los alumnos sobre el significado de resolver una inecuación lineal y solicité que proporcionaran ejemplos de valores que satisficieran la desigualdad. Los alumnos se mostraron abiertos a participar, brindando valores que cumplían el ejercicio. Durante este proceso pregunté si los valores proporcionados eran todos los que se podían considerar como solución de la desigualdad. Al respecto los alumnos tomaron un tiempo para reflexionar y después de un par de minutos comenzaron a expresar sus ideas. Al finalizar el intercambio de argumentos, se concluyó que la solución era un conjunto ilimitado de valores.

Retomé las participaciones de los estudiantes para determinar la forma en que se despeja la incógnita y las propiedades de las desigualdades que se ponían en juego al resolver una inecuación lineal. Posteriormente les pedí que representaran gráficamente la solución de las inecuaciones. En lugar de ser yo quien hiciera la representación gráfica (como se había planeado) invité a que algún alumno resolviera el ejercicio en el pizarrón y busqué alentar al resto del grupo para opinar y participar. Los alumnos trabajaron activamente y concluyeron que el conjunto solución se podía representar gráficamente sobre una recta numérica como un intervalo. Durante este proceso se enfatizó la forma de representar una desigualdad estricta.

Posteriormente, comencé a explicar el segundo ejemplo. Al hacer hincapié en que el objetivo era despejar la incógnita, muchos de ellos quisieron utilizar de forma inmediata las reglas conocidas en las ecuaciones, tales como: “Si está sumando pasa restando”, “si está restando pasa sumando”, “si está multiplicando pasa dividiendo”, por lo que insté a los alumnos para explorar las propiedades de las desigualdades que debían ser utilizadas y su significado. Finalmente, evidenciamos cada una de las propiedades de desigualdades y en particular la de la multiplicación. Al igual que en el primer ejemplo resuelto, un alumno representó de forma gráfica el conjunto solución de la inecuación lineal. Al finalizar los ejemplos, solicité a los estudiantes concluir el resto de los ejercicios presentados en la actividad 1. Ellos presentaron sus respuestas en el pizarrón y de forma grupal se hicieron las correcciones pertinentes. La realización de la actividad abarcó 30 minutos aproximadamente.

Finalmente los alumnos realizaron la autoevaluación. Dado que esta era la primera vez que tenían contacto con la rúbrica y teniendo en cuenta los puntos que se estaban evaluando, el tiempo destinado a esta actividad fue de 10 minutos aproximadamente.

Una vez concluida la evaluación entregué las hojas de tareas y expliqué de forma breve el trabajo que debían realizar en casa.

Sesión 2. Resolución de problemas de toma de decisiones

Para comenzar la clase, se revisaron las actividades de tarea. En el caso de la primera actividad los alumnos identificaron que el coloreado correcto de las celdas daba como resultado la figura de un puma. Cuando algunos alumnos expresaron que no obtuvieron dicha imagen, identificamos las celdas que causaron problemas y esclarecimos las dudas de forma grupal. La tabla que correspondía a las propiedades de las desigualdades la proyecté en el pizarrón para que la completaran algunos voluntarios. Al revisar dicha actividad se esclarecieron dudas y se confirmó que la mayoría de los estudiantes había comprendido dichas propiedades. Finalmente en la actividad de relacionar la representación algebraica con la representación gráfica de la solución de una desigualdad, pasaron al frente algunos alumnos para escribir sus procedimientos, el resto del grupo validó las respuestas.

Posteriormente indiqué a los alumnos que proyectaría una serie de imágenes relativas al tema de “Toma de decisiones y optimización”. Sin embargo, a pesar de que la presentación contaba con guion grabado para que fuera mostrada a manera de video, debido a la falta de sistema de audio en el aula, realicé la exposición de las diapositivas.

Durante la presentación los alumnos mostraron empatía al encontrar situaciones que implicaban una toma de decisión en contextos cercanos a su ámbito social. Lejos de perjudicar la falta de audio, el hecho de realizar la exposición en el momento permitió que los alumnos interactuaran conmigo, por lo que las expresiones de sorpresa e identificación con las imágenes fueron evidentes.

Al término de la presentación, entregué a los alumnos el problema 1 relacionado con la toma de decisiones y la solución de inecuaciones lineales con una incógnita. Un alumno leyó en voz alta el planteamiento del problema. Posteriormente, a partir de una lluvia de ideas y de la participación activa de los estudiantes completamos la tabla presentada en la actividad y planteamos con lenguaje matemático la inecuación que modelaba el problema. Es importante señalar que durante esta actividad, la mayoría de los estudiantes consideró en un inicio que para plantear el problema se requerían dos variables. Por medio de preguntas, pude observar que aunque ellos indicaban la necesidad de utilizar dos variables, la justificación para este hecho no era uniforme. Algunos consideraban que las variables representaban a cada una de las compañías, otros que representaban la cantidad de mensajes y el costo de éstos. A partir de esto, hice ver a los alumnos la necesidad de comprender el problema y los datos que se proporcionaban.

-Docente: (Una vez que se llevó a cabo la lectura del problema y que los estudiantes intercambiaron ideas sobre los datos presentados) Bien, vamos a completar la tabla de la actividad. ¿Cuáles son las variables que intervienen en el problema?, ¿cómo representamos las variables en términos matemáticos?

- Alumno 1: Las compañías que se van a contratar.

Docente: ¿Cómo varían las compañías que se van a contratar?

-Alumno 1: Pues tenemos dos compañías para elegir, entonces x sería la primera compañía y y la otra.

-Alumno 2: Pero esas son las opciones de elección que tenemos, las compañías no cambian entre ellas. Yo creo que es el costo que se va a pagar en cada compañía.

-Docente: ¿Están todos de acuerdo en que las compañías no son un dato variable?

-Alumnos: Si

-Docente: Bien, ahora ¿a qué te refieres con el costo de cada compañía?

-Alumno 2: Bueno, el precio de cada compañía es diferente.

-Docente: Bien, ¿están todos de acuerdo en que éste es un dato que varía? ¿De qué depende la variación?

-Alumno 3: No, creo que el costo es diferente en cada compañía, pero éste es fijo no va a cambiar si hacemos más o menos llamadas

-Alumno 4: Depende de que entendamos como costo. La mensualidad es fija para cada compañía pero hay que agregarle el costo por la cantidad de llamadas o mensajes a otra compañía que se realicen.

-Docente: Muy bien, entonces ¿cuál es el dato que si varía?

-Alumno 5: El número de mensajes o llamadas que realicemos hacia otra compañía. Entonces x puede ser el número de mensajes y y el número de llamadas.

-Docente: Muy bien, ¿consideran que es necesario utilizar dos variables?

-Alumno 1: Si porque una cosa es hacer llamadas telefónicas y otra enviar mensajes.

-Alumno 2: Pero en el problema nos indican que ambos tienen el mismo costo. Entonces, podemos considerarlos como un solo dato.

-Docente: Exacto, en realidad podemos expresar la variación de llamadas y mensajes con una sola literal, ya sea x, y o cualquier otra. La que ustedes decidan.

Hecho lo anterior, los alumnos plantearon y resolvieron la inecuación, al final de forma grupal interpretaron el resultado de la inecuación lineal para dar respuesta a las preguntas presentadas.

Posteriormente solicité que se formaran equipos de 3 o 4 integrantes y solicité que leyeran el problema 2 relacionado con la necesidad de determinar el horario en que se deben realizar un determinado número de llamadas para optimizar el presupuesto de gastos. Al momento de leerlo, la mayoría de los alumnos identificó que éste era el mismo que se presentó y evaluó en la prueba diagnóstica. Dado lo anterior, solicité a los alumnos que a partir de los conocimientos construidos hasta el momento intentaran dar solución al problema.

A partir de una lluvia de ideas los alumnos propusieron una estrategia a seguir para resolverlo. Luego, en equipos completaron la tabla presentada como guía para plantear la inecuación lineal correspondiente y realizaron la representación gráfica de la solución para finalmente interpretarla en términos del problema. La revisión de este problema se hizo de forma grupal y mediante la participación activa de los estudiantes.

Al término de la actividad, entregué las copias de tarea y realicé una explicación breve del trabajo a realizar.

Finalmente, los alumnos realizaron la autoevaluación correspondiente a la sesión y la registraron en el sobre manila. En este momento les recordé que era muy importante que registraran su autoevaluación ya que con esto se tomaría la asistencia a la clase.

Sesión 3. Inecuaciones lineales con dos incógnitas

La clase inició con la retroalimentación de los problemas de la tarea, para lo cual solicité a dos alumnos que pasaran al frente para resolverlos. El resto del grupo revisó los procedimientos y resultados de los problemas. Durante la actividad propicié un intercambio de opiniones y dudas de forma abierta y tolerante.

Retomé el hecho de que en la clase anterior ellos habían considerado la necesidad de plantear inecuaciones lineales con dos incógnitas, por lo que les presenté en el pizarrón el problema de optimización relacionado con la resolución de sistemas de inecuaciones. Hasta este momento no mencioné que el problema se trataba de sistemas de inecuaciones. Solicité a los alumnos que leyeran el planteamiento del problema con la intención de identificar las variables que intervenían en él. Los alumnos lograron identificar que en este caso se encontraban dos variables diferentes, por lo que las inecuaciones que se plantearían en el problema tendrían dos incógnitas.

-Docente: Lean el siguiente problema, ¿cuáles son las variables que intervienen en él?

-Alumno 1: La cantidad de unidades eléctricas y metálicas necesarias para la construcción de cada uno de los celulares.

-Alumno 2: Creo que eso no es correcto porque esa cantidad ya está fija. El problema dice que para el celular TX13 se requieren 30 unidades eléctricas y 10 unidades metálicas y para el celular TX20 necesitamos 20 unidades eléctricas y 20 unidades metálicas.

-Docente: ¿Qué opinan los demás al respecto?

-Alumno 3: Si tiene razón, más bien las incógnitas son la cantidad de celulares de cada tipo que debemos producir.

-Alumno 1: Ah claro, dependiendo de la cantidad de celulares que produzcamos será la cantidad de material que utilizaremos.

-Docente: Muy bien, entonces cuántas literales utilizamos en este caso.

-Alumno 1: Dos, la x para representar los celulares TX13 y la y para los celulares TX20.

-Docente: De acuerdo, quiere decir que ahora resolveremos expresiones con dos incógnitas.

En este momento, los alumnos valoraron la necesidad de saber resolver una inecuación lineal con dos incógnitas y por ende comprender el significado matemático de resolver sistemas de inecuaciones lineales.

Ante tal panorama, propuse a los estudiantes que resolvieran una actividad relacionada con inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, pues esto les permitiría construir dichos aprendizajes. Entregué la actividad relacionada con la solución de inecuaciones lineales con dos incógnitas; posteriormente, cada uno de los incisos presentados en la actividad fue resuelto de forma grupal. En esta fase fue importante retomar el hecho de que al tener dos variables es importante realizar la representación gráfica de la inecuación en el plano cartesiano para. Los alumnos establecieron que en el caso de tener una igualdad la representación correspondería a una línea recta. Posteriormente fue necesario recuperar la idea de que la solución de una desigualdad son los valores que la satisfacen, por lo que les solicité que propusieran algunos puntos (x, y) que al ser sustituidos en la inecuación cumplen la desigualdad. En este caso, los alumnos identificaron que la solución es un conjunto de puntos y gráficamente se representa como una región del plano que puede estar "por arriba o por debajo" de la recta que representa la igualdad. También se estableció que en el caso de que la desigualdad fuera estricta la recta afín a la igualdad conviene trazarla en forma punteada para representar que los valores que están sobre la recta no satisfacen la inecuación, mientras que si la desigualdad es no estricta, entonces la recta se traza de forma continua. Durante esta actividad surgieron dudas desde cómo se eligen los valores de las variables, cómo se gráfica un recta hasta qué región es la que debe ser coloreada. Cada una de estas inquietudes fue resuelta en el momento en que los alumnos la expresaron.

Posteriormente indiqué que con la finalidad de reforzar lo aprendido y seguir construyendo aprendizajes que nos permitieran dar solución problema anterior, resolverían otros problemas en equipo. En ese momento entregué la actividad de solución de sistemas de inecuaciones lineales de dos incógnitas. En este caso los alumnos lograron representar cada una de las inecuaciones que conformaban el sistema en un mismo plano. Durante el proceso de representación gráfica recorrí cada uno de los equipos con la finalidad de observar y validar los procedimientos realizados así como de esclarecer las dudas presentes. Volví a intervenir en cuanto observé que los alumnos habían determinado la región solución de cada inecuación más no la del sistema de inecuaciones. En este momento mi participación radicó en cuestionar a los alumnos sobre cuáles eran los puntos que satisfacían ambas inecuaciones. A partir de los ejemplos proporcionados por los estudiantes, se identificó la región solución del sistema como la intersección de las regiones de cada una las inecuaciones. También hicieron explícito el hecho de que si no hay intersección de las regiones es porque el sistema no tiene solución. A partir de la actividad presentada se estableció que el sistema de inecuaciones podía contener más de dos inecuaciones y la región solución continuaba siendo la intersección de las regiones solución de cada inecuación.

Indiqué a los alumnos que a partir de los conocimientos construidos durante la sesión podríamos dar solución al problema inicial en la próxima clase.

Al finalizar solicité a los alumnos que realizarán la autoevaluación y que la registraran en el sobre manila.

Sesión 4. Resolución de problemas de optimización.

La sesión se inició con la actividad "Tripas de gato" con el objetivo de recuperar los conocimientos aprendidos durante las clases anteriores. Esta actividad se llevó a cabo en parejas. Posteriormente se realizó una revisión grupal. En general, los alumnos consideraron que la actividad fue dinámica y que les permitió recordar los temas y conceptos anteriores. La actividad junto con la revisión se llevó a cabo en 15 minutos aproximadamente.

Posteriormente entregué las copias relacionadas con la resolución de problemas de optimización. Los alumnos observaron que el problema presentado en la actividad era el mismo cuya solución había quedado pendiente en la clase anterior. Solicité a los alumnos que resolvieran en parejas los ejercicios 1, 2, 4 y 5. Debido a que ya en la clase anterior habíamos comentado el problema, la mayoría de los alumnos no tuvo problemas en completar la tabla del ejercicio 1, plantear las inecuaciones del ejercicio 2 que correspondían con las restricciones del problema y representar gráficamente las inecuaciones lineales y la región solución. Posteriormente, en conjunto construimos la función objetivo del problema. En este caso fue necesario dar ejemplos sobre la forma en que se obtiene la ganancia para después escribir la expresión algebraica. Luego, solicité a los alumnos que proporcionaran un punto de la región solución, el cual lo sustituimos en la función objetivo y calculamos el valor resultante o ganancia obtenida con tales valores.

Posteriormente pregunté a los alumnos si ésta sería la ganancia máxima que podría obtenerse. Ellos sugirieron proporcionar otro punto y sustituirlo en la función objetivo. A partir de estos ejemplos fueron observando que entre más cercanos los puntos proporcionados a los vértices, la función objetivo adquiría un valor más grande o más pequeño. Ante esto decidieron sustituir cada uno de los puntos que formaban los vértices de la región solución del sistema de inecuaciones. Finalmente concluyeron que uno de estos valores era el que daba la ganancia máxima.

Al finalizar este ejercicio, expliqué en qué consistía el teorema fundamental de la programación lineal.

-Docente: Bien, veamos lo anterior en términos matemáticos. A partir de lo que trabajamos, ¿en dónde se debe encontrar el punto que nos dé la máxima ganancia?

-Alumno 1: En alguno de los puntos del polígono formado por la intersección de las regiones solución.

-Docente: Bien, hasta ahora hemos calculado la ganancia obtenida por medio de ensayo y error. Sin embargo, la programación lineal nos brinda una herramienta que nos permite determinar de forma sencilla el punto que produce la máxima ganancia. Vamos a empezar representando gráficamente la recta correspondiente a la función objetivo. ¿Alguien desea pasar a trazarla? Recuerden que al obtener y localizar dos puntos que se encuentran sobre la recta podemos determinar la recta que pasa por ellos.

-Alumno 2: (Pasa al pizarrón y grafica la recta afín)

-Docente: Muy bien, la recta que graficó su compañero corresponde a la función de la ganancia obtenida. En la programación lineal tenemos un resultado que nos dice que al "desplazar hacia arriba o hacia abajo", es decir de forma paralela, la recta afín a la función objetivo la estamos maximizando o minimizando, según sea el movimiento. Es decir entre más hacia arriba la desplace mayor será el resultado obtenido de la función. De esta forma, obtenemos que el punto máximo de la función será el último en intersecarse con la recta. De esta forma el punto máximo o mínimo de la función se encuentra en alguno de los vértices del polígono. ¿Cuál es el punto que nos da la máxima ganancia?

-Alumno 2: Sería el punto (20, 30).

-Docente: ¿Qué quieren decir estos valores?

-Alumno 3: Que para obtener la mayor ganancia debemos producir 20 celulares TX13 y 30 celulares TX20.

-Docente: ¡Exacto! Y al producir estas cantidades de celulares, ¿a cuánto asciende la ganancia obtenida?

-Alumno 2: Sustituimos las cantidades de producción y obtenemos $46 840.

Posteriormente, solicité a los alumnos que recapitularan el procedimiento seguido para resolver el problema. Los alumnos expresaron que no habían tenido ningún problema en plantear y representar las inecuaciones lineales que correspondían a las restricciones del problema e indicaron que la dificultad la encontraron al tener que escribir la función objetivo pero que a partir de las tablas y de los ejemplos presentados lograron comprender la forma en que se establecía la expresión correspondiente a la ganancia del problema.

Al terminar la resolución del problema, indiqué que para terminar con la actividad y con la finalidad de fortalecer sus conocimientos, resolverían en equipos de 4 o 5 integrantes otro problema de optimización. Entregué las copias de la actividad independiente relacionada con problemas de optimización y pedí que eligieran y resolvieran uno de los problemas presentados.

Cada equipo resolvió el problema seleccionado. Durante los 30 minutos que los alumnos tuvieron para resolver el problema, realicé un recorrido para aclarar dudas sobre su resolución. Posteriormente, con la finalidad de intercambiar ideas y revisar los resultados obtenidos, se integraron nuevos equipos.

Al finalizar solicité que llevaran a cabo la autoevaluación. Finalmente indiqué que ésa era la última sesión de clase y que en la próxima sesión se realizaría la evaluación final, por lo que pedí que revisarán los aprendizajes construidos durante la secuencia y agradecí de antemano su participación activa.

Sesión 5. Evaluación final

La sesión inició con un agradecimiento y felicitación al grupo por haber mostrado una actitud positiva y de trabajo activo durante cada una de las sesiones. Les indiqué que la evaluación final tendría una duración de 40 minutos y entregué las fotocopias correspondientes.

Finalmente entregué una evaluación para medir el desempeño docente y el nivel de efectividad de las actividades presentadas.[15] A continuación se presenta dicha evaluación.

Cuestionario de evaluación del alumno al profesor MADEMS

1. ¿El docente indicó los objetivos a lograr en clase?
2. ¿El profesor explicó de manera clara y ordenada?
3. ¿Los ejemplos proporcionados por el docente te permitieron comprender mejor el tema?
4. ¿Las actividades que te proporcionó el docente fueron adecuadas?
5. ¿El docente resaltó los conceptos más importantes del tema?
6. ¿El profesor dejó tareas acordes al tema visto en clase que te permitieron practicar o reforzar?

Motivación

1. ¿Las explicaciones del profesor fueron elocuentes?
2. ¿El profesor despertó tu interés por el tema?
3. ¿La actitud y estrategias del docente motivaron tu compromiso en clase?
4. ¿El profesor te involucró para resolver los ejercicios?
5. ¿El docente mostró entusiasmo durante la clase?
6. ¿Consideras que el profesor te transmitió su pasión por el tema durante las exposiciones docentes?
7. ¿Las actividades que te proporcionó el docente te ayudaron a reafirmar el tema?

Relaciones humanas

1. ¿El trato del docente fue amable y cordial?
2. ¿El docente mostró interés por sus alumnos?
3. ¿Existió respeto entre los alumnos y el profesor?
4. ¿Existió diálogo entre los alumnos y el profesor?
5. ¿Existió empatía entre los alumnos y el profesor?

Acuerdos en clase

1. ¿El profesor exigió puntualidad en la clase?
2. ¿El profesor exhortó tu asistencia en clase?
3. ¿El docente te exigió calidad y contenido en los trabajos y tareas?
4. ¿El profesor mantuvo orden y disciplina en el aula?
5. ¿El profesor te pidió puntualidad en la entrega de tareas?
6. ¿El profesor fue justo al calificar tareas, ejercicios y/o exámenes?

[15] . El análisis de los resultados de la evaluación final y de la evaluación docente se realiza en el siguiente capítulo.

Responsabilidad docente

1. ¿El docente llegó puntual a clase?
2. ¿El profesor asistió a clase?
3. ¿El profesor revisó con prontitud las tareas, actividades y exámenes?
4. ¿El docente te proporcionó retroalimentación de tus tareas, actividades y exámenes?

Comunicación en el aula

1. ¿El docente se mostró seguro al exponer el tema?
2. ¿El profesor usó adecuadamente su lenguaje corporal y gestual?
3. ¿El docente utilizó el pizarrón de manera clara y ordenada?
4. ¿El docente aclaró tus dudas durante la clase?
5. ¿Crees que el volumen de voz fue adecuado?
6. ¿La velocidad del profesor al hablar era adecuada?
7. ¿El ritmo de la clase te permitió seguir, entender y recordar la clase?
8. ¿El lenguaje que usó el docente fue adecuado?

En general

1. ¿Las estrategias usadas por el docente fueron adecuadas?
2. ¿Consideras que el profesor es buen docente?

Cuestionario de evaluación sobre el tema Inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales a través de problemas de optimización

Inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales

1. ¿Habías oído antes acerca de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales?
2. ¿Conoces algún profesor de matemáticas que vea el tema?
3. ¿Te fue fácil seguir el tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones?
4. ¿Lograste entender el tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales?
5. ¿Te será fácil recordar el tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales?
6. ¿Crees que el manejo de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales te permitirán ahondar en otros campos de la matemática?
7. ¿Consideras que el aprendizaje del tema de inecuaciones y sistemas lineales es importante durante el bachillerato?

El álgebra y la geometría de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones

1. ¿Tenías conocimientos previos de geometría que te permitieron comprender mejor el tema?
2. ¿Tenías conocimientos previos de álgebra que te permitieron seguir mejor el tema?
3. ¿Las representaciones geométricas relacionadas con las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones te permitieron seguir y entender mejor el tema?
4. ¿El tratamiento algebraico de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales te permitieron comprender mejor el tema?
5. ¿Consideras que es útil combinar las representaciones geométricas con las representaciones algebraicas para seguir, entender y recordar el tema?

La programación lineal en las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones

1. ¿Habías oído antes sobre la programación lineal y los problemas de optimización?
2. ¿Consideras que la programación lineal es una herramienta adecuada para el aprendizaje de las inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales en bachillerato?
3. ¿Te gustaría conocer más sobre la programación lineal y los problemas de optimización?
4. ¿Consideras que a través de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales se pueden modelar y resolver situaciones de la vida real?

Material de apoyo para aprender inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales

1. ¿Consideras que el uso de proyecciones de los ejercicios y las gráficas relacionadas al tema fueron apropiadas?
2. ¿Los problemas de optimización planteados te parecieron accesibles y adecuados para la comprensión del tema?
3. ¿Consideras que las actividades escritas (fotocopias) te permitieron comprender mejor el tema?
4. ¿El trabajo en equipo favorece tu aprendizaje?
5. ¿Tus exposiciones, dudas, ideas u opiniones ayudaron a clarificar el tema?
6. En general, ¿crees que el desarrollo de la clase te permitió seguir, entender, y recordar el tema?
7. ¿Consideras que el uso de la bitácora te permite reflexionar sobre tu trabajo en clase y tu nivel de aprendizaje alcanzado?

Capítulo 4. Análisis de los resultados

Como se mencionó en el capítulo 3, durante la intervención didáctica realizamos diversas pruebas, desde cognitivas hasta actitudinales, que nos permitieron medir la efectividad de la secuencia didáctica. Es importante mencionar que:

a) La secuencia didáctica se llevó a cabo durante 5 sesiones (400 min) en total. Si bien durante estas sesiones se cubrieron los contenidos planeados y se alcanzaron, en gran medida, los objetivos de aprendizaje, durante la aplicación se atravesó un período de días feriados por lo que hubo una ruptura en la continuidad deseada para trabajar con los alumnos. Lo ideal habría sido que las cinco sesiones se dieran de forma continua, sin embargo, por cuestiones de tiempo en cuanto al periodo para poder aplicar la secuencia nos fue imposible modificar las fechas y evitar esta falta de continuidad.
b) El grupo 461 contaba con 38 alumnos inscritos de los cuales, de acuerdo con los criterios de inclusión mencionados en el capítulo 3, fueron considerados 31 para el análisis de resultados. A partir de ahora la presentación de los resultados se hace considerando que 31 alumnos representan el 100%.
c) El análisis comparativo final se llevó a cabo entre los resultados obtenidos en la evaluación diagnóstica y la evaluación final.

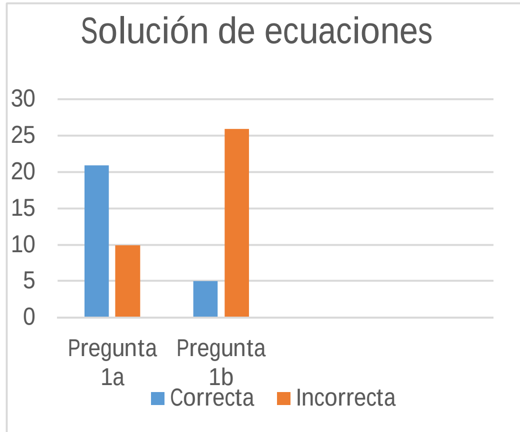
A continuación mostramos el análisis de los resultados obtenidos en cada evaluación y un breve análisis de las actividades que se realizaron en el aula. Finalmente se presentan las conclusiones generales del trabajo de tesis.

Resultados de la evaluación diagnóstica

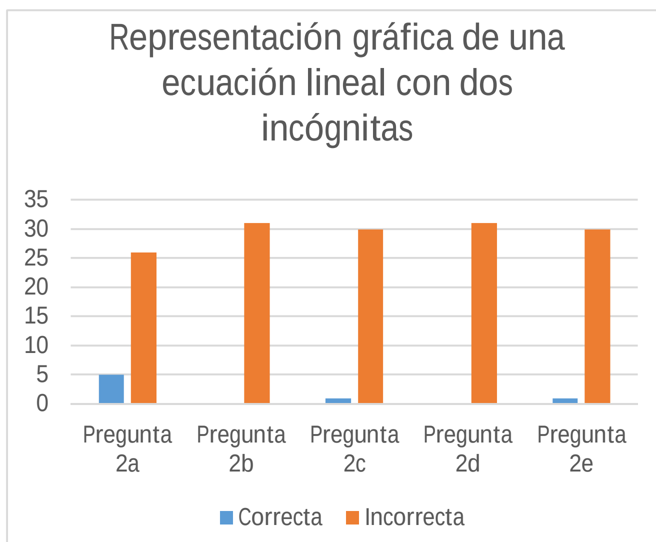
A partir de la evaluación diagnóstica se observó que los alumnos tenían deficiencias en la transposición de términos cuando a las literales las antecede el signo “–“. Presentaron problemas para vincular una expresión matemática (ecuación lineal) con su representación geométrica y determinar la solución de dicha expresión.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en las preguntas que corresponden a cada una de las secciones de la evaluación diagnóstica.

Primera sección.

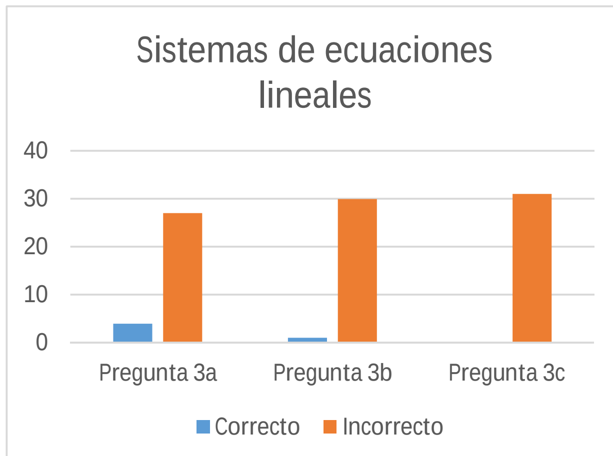
Pregunta 1	
a) Despejar x de la expresión $6x + 15 = -8x + 141$. b) Despejar y de la ecuación $x - y = -1$	

- Se observó que al resolver una ecuación lineal con una incógnita, la mayoría de los estudiantes (67.74%) despejó adecuadamente la incógnita y obtuvo su valor numérico. Sin embargo, en la resolución de ecuaciones lineales con dos incógnitas, 83.87% de los estudiantes presentó serios problemas al despejar la variable indicada.

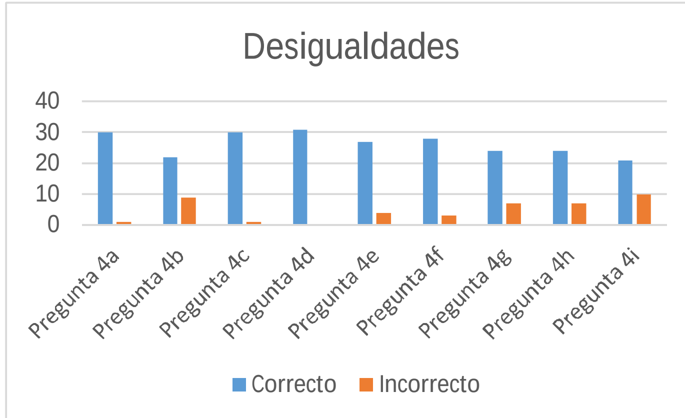
Pregunta 2. **Considera la siguiente ecuación $2x - y = 4$.**	
a) ¿La ecuación anterior representa a una recta? b) ¿Cuál es la ordenada al origen (intersección con el eje y) de la recta anterior? c) Halla el punto de intersección de la recta con el eje x. d) Determina dos puntos (x, y) que cumplan la ecuación anterior. e) Grafica la recta que corresponde a la ecuación.	

- Respecto a la representación gráfica de ecuaciones lineales con dos incógnitas, pudimos observar que la gran mayoría de los alumnos (de 83% a 100%) tuvo dificultades para identificar si la ecuación presentada correspondía a una recta. Lo anterior se observó en las preguntas: 2a), 2b), 2c) relativas a determinar los puntos de intersección de una recta con los ejes coordenados, 2d) relativa a determinar dos puntos pertenecientes a la recta y 2e) relativa a la representación gráfica de la ecuación lineal, las cuales prácticamente quedaron en blanco en las evaluaciones.

<table>
<tr>
<td>Pregunta 3.
Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

a) Determina la solución del sistema de ecuaciones.
b) Representa geométricamente cada una de las ecuaciones del sistema y determina las coordenadas del punto de intersección.
c) ¿Cuál es la relación entre la solución del sistema y el punto de intersección de las rectas?</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

- En la pregunta 3 obtuvimos que sólo el 12% logró resolver el sistema de inecuaciones, de los cuales sólo un alumno graficó correctamente las rectas correspondientes y argumentó que el punto de intersección de las rectas correspondía a la solución del sistema de ecuaciones lineales.

Pregunta 4. **Escribe el signo <, > o =, según corresponda.** a) 5 □ 8 b) −2 □ − 5 c) −1 □ 9 d) 4 □ 2.5 e) 3 □ − 6 f) 0 □ 5 − 5 g) −5 □ − 1 h) −8 □ − 3 − 5 i) 3.35 □ 3.5	

- Finalmente en la pregunta 4, destinada a comparar números racionales, observamos que cuando la comparación se da entre números naturales de 97% a 100% de los alumnos respondió correctamente. Sin embargo al comparar números racionales o números enteros con signo el porcentaje de respuestas correctas osciló de 67% a 87%. Dado lo anterior, concluimos que el uso básico de los signos de desigualdades por parte de los estudiantes estaba en un nivel satisfactorio, aunque era necesario aclarar el orden de los números enteros.

Lo anterior se subsanó al realizar las actividades relacionadas con la solución de desigualdades y la representación de inecuaciones lineales con una y dos incógnitas.

Segunda sección.

En esta sección se evaluaron los conocimientos relativos a la secuencia didáctica que se llevaría a cabo. En esta sección se esperaba que los estudiantes lograran completar la tabla presentada en el ejercicio 1b), mientras que la solución del resto de incisos quedaría en blanco.

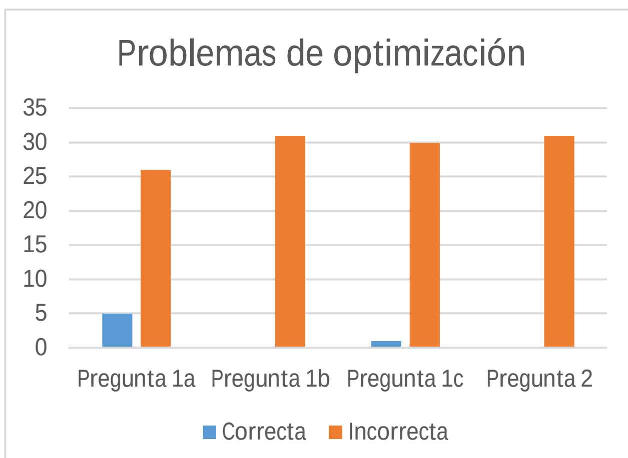
Pregunta 1.

Dos compañías de telefonía celular ofrecen un nuevo plan de pago para sus clientes. La compañía Mexcel ofrece el plan "TX13" que consta de servicio telefónico y mensajes ilimitados entre números de la misma compañía con un costo de $445 mensuales más $1.10 por cada mensaje o llamada realizados a otra compañía. La compañía Movitel ofrece el paquete "SC20" con los mismos servicios de telefonía y mensajería a un costo de $460 mensuales más $0.85 por mensaje o llamada realizados a otra compañía.

a) A partir de los datos anteriores, determina cuándo te conviene contratar el plan de la compañía Mexcel y cuándo el de la compañía Movitel.
b) Plantea el problema en términos matemáticos
c) Resuelve y representa gráficamente el problema anterior.

Pregunta 2.

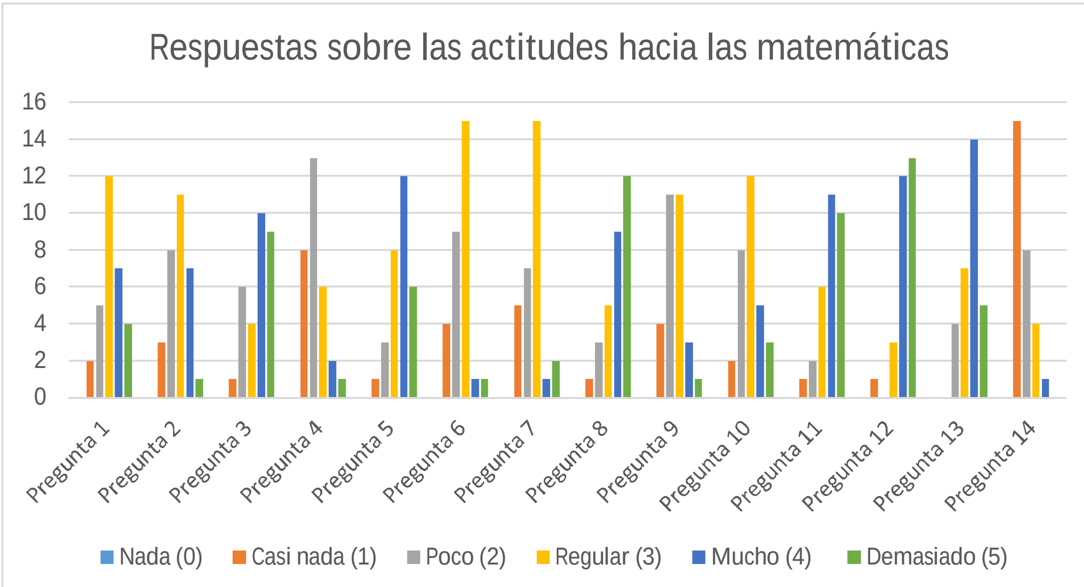
La compañía Mexcel de teléfonos celulares dispone de 800 unidades eléctricas y 1200 unidades metálicas para fabricar dos productos con las siguientes condiciones: la fabricación del producto TX13 requiere de 10 unidades eléctricas y 30 unidades metálicas, mientras que la fabricación del producto TX20 requiere 20 unidades eléctricas y 20 unidades metálicas. La compañía planea vender tanto el producto TX13 como el TX20 a $250 cada uno. ¿Cuál es la cantidad del producto TX13 y TX20 que la compañía telefónica debe fabricar para obtener la mayor ganancia posible?



- Ninguno de los estudiantes logró resolver completamente los problemas de optimización aunque se observó que cinco alumnos intentaron llegar a una solución a partir de su intuición y un procedimiento de ensayo y error conocido como "al tanteo". El esfuerzo realizado por estos estudiantes nos hizo suponer que ante los ejercicios que tienen un contexto, aun cuando no se sabe cuál es la herramienta matemática a utilizar, los alumnos invierten energía y esfuerzos para resolverlos.

Tercera sección

Sobre la evaluación de las actitudes que los alumnos presentaban antes de aplicar la secuencia didáctica, se obtuvieron los resultados presentados en la siguiente gráfica.



A continuación se muestra la interpretación de los resultados.

Pregunta	Análisis
1. ¿Durante la clase de matemáticas qué tan ansioso te sientes?	La mayoría de los estudiantes indicó sentirse ansioso durante la clase de matemáticas sin llegar a un nivel de demasiada ansiedad.
2. ¿Qué tan feliz te sientes cuando trabajas en actividades de matemáticas?	Los alumnos expresaron sentirse poco felices durante las actividades de matemáticas, lo cual va muy de la mano con la ansiedad que sienten durante la clase.
3. ¿Cuándo no entiendes un problema qué tan nervioso te pones?	El grupo en general dijo que su nivel de nerviosismo aumentaba cuando no lograban entender y por tanto resolver un problema.
4. ¿Con qué frecuencia procuras evitar las matemáticas?	El grupo expresó que no solía evitar las matemáticas por lo que consideramos que el grupo no estaba predispuestos en contra de la asignatura.

5.	¿Qué tanto consideras que las matemáticas son interesantes?	Los alumnos dieron un grado de muy interesante a las matemáticas. Con esta respuesta y la anterior concluimos que al lograr interesarlos en el tema obtendríamos mejores resultados de aprendizaje.
6.	¿Qué tan bueno te consideras durante la clase de matemáticas?	50% de los estudiantes consideró que sus capacidades para la resolución de problemas eran regulares y sólo un alumno se percibió con altas capacidades. Lo anterior, nos hace pensar que el grupo tiene problemas para identificar los datos y condiciones de un problema, proponer una estrategia para resolverlo y finalmente resolverlo.
7.	¿Qué tan buenas consideras que son tus capacidades para los problemas de matemáticas?	50% de los estudiantes consideró que sus capacidades para la resolución de problemas eran regulares y sólo dos alumnos se percibieron con muy buenas capacidades. Lo anterior, nos hace pensar que el grupo tiene problemas para identificar los datos y condiciones de un problema, proponer una estrategia para resolverlo y finalmente resolverlo.
8.	¿Qué tan importantes consideras que son las matemáticas para la vida real?	En general los alumnos consideraron que las matemáticas eran muy importantes para su vida.
9.	Cuando estás en clase de matemáticas, ¿qué tanto (en forma activa) participas en la toma de decisiones?	La mayoría de los alumnos consideró que su participación en clase era poca o regular en el momento de tomar decisiones.
10.	Cuando estás en clase de matemáticas, ¿participas de forma activa en la resolución de ejercicios y problemas?	En general, se observó que los alumnos del grupo participaban en clase de forma regular.
11.	¿Qué tanto respetas las intervenciones de tus compañeros en la clase de matemáticas?	Los alumnos mostraron que el nivel de respeto durante las intervenciones de sus compañeros era regular.
12.	¿Qué tan tolerante eres ante las opiniones y dudas de tus compañeros de clase?	En general, el grupo dijo ser tolerante ante las dudas de sus compañeros y sólo 5 alumnos dijeron que no tenían mucha tolerancia.
13.	Cuando algún compañero (aún si no es tu amigo) no	Los estudiantes expresaron que les gustaba mucho poder ayudar a sus amigos para

comprende algún concepto o procedimiento de matemática, ¿qué tanto te gusta ayudarlo?	alcanzar la comprensión de conceptos y procedimientos.
14. ¿Qué tanto consideras que tu ayuda la debes destinar únicamente a tus amigos?	La mayoría de los estudiantes expresó que no considera que la ayuda se deba destinar únicamente a los amigos, de lo que concluimos que el grupo está dispuesto a trabajar en equipos.

A partir de los datos anteriores, consideramos que si bien el grupo parecía ser participativo y disfrutar de las actividades de índole colaborativa, las actividades de matemáticas y la asignatura por si misma suele causarles sentimientos de ansiedad y nerviosismo. En contraposición a esto último vimos que el grupo no le rehúye a las matemáticas y que las consideran muy importantes por lo que al proporcionar actividades interesantes que les permitieran trabajar en equipo obtendríamos mejores resultados en su actitud hacía el aprendizaje.

Observaciones sobre las actividades en clase y tareas.

a) Desde el inicio de la práctica se logró atraer el interés de la mayoría de los alumnos por el aprendizaje de la solución de inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales. Los alumnos mostraron una actitud abierta, positiva y participativa ante las sesiones y actividades. La aplicación de una metodología basada en el aprendizaje situado y en la instrucción directa favoreció que los alumnos desarrollaran sus capacidades de formulación de planteamientos para la resolución de problemas y argumentación y explicación de resultados. Consideramos que al llevar a cabo la secuencia didáctica como se presenta aquí, facilitamos que los estudiantes alcancen los objetivos 1, 3 y 4 de la RIEMS mencionados en el capítulo 2.

b) Desde mi perspectiva y experiencia hay dos factores que influyen enormemente ante el proceso de enseñanza:

- La seguridad del docente frente al tema que se imparte, las actividades que se realizan y el trabajo en el aula son esenciales en el proceso de enseñanza, pues cuando el docente domina por una parte la temática y por otra parte conoce a profundidad cada una de las actividades y objetivos a alcanzar en ellas, se genera una actitud de flexibilidad que le permite adaptarse ante las expectativas e inquietudes de los alumnos

- La actitud del docente puede generar o bien un ambiente de confianza y aprendizaje o bien uno de frustración y repetición. Dentro de la actitud se observó la importancia del gozo que el docente demuestra ante su labor, pues lo alumnos lo perciben y se fomenta mayor empatía entre docente-alumnos.

c) El juego del "STOP" y la presentación power-point "Toma de decisiones" invitaron a los alumnos a participar y despertaron su interés por el tema. Lo anterior demuestra que las actividades que permiten la práctica de ejercicios a través de juegos, o bien situaciones cercanas a ellos y que son de su ámbito social, fomentan un ambiente de aprendizaje abierto a la participación, discusión y tolerancia.

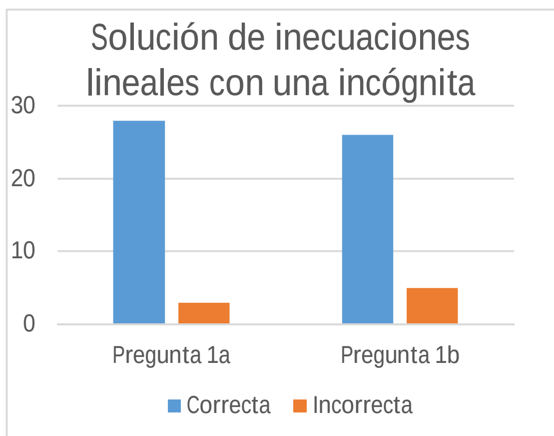
d) A partir de los problemas de optimización se logró llamar la atención de los alumnos hacia el tema en cuestión, por lo que su participación durante las clases fue alta y de forma activa. Estos problemas, al presentar situaciones con un contexto cercano a ellos, lograron captar su atención y sobre todo su interés por resolverlos. Lo anterior es una prueba de que al presentar problemas interesantes se favorece la construcción de aprendizajes, pues como mencionamos en el capítulo 2, cuando los alumnos vinculan sus construcciones cognitivas con su entorno social se logra un aprendizaje significativo.

e) Por otra parte al proporcionar problemas relacionados con la programación lineal logramos fomentar la construcción de conceptos en más de una representación, en este caso algebraica y geométrica. Dado lo anterior los alumnos hicieron una construcción propia de los aprendizajes en dos ámbitos que les permitió comprender el vínculo existente entre sus resultados, representaciones e interpretaciones.

Resultados de la evaluación final

Al realizar la evaluación final se observó que 90% de los estudiantes logró resolver los problemas de optimización, alcanzando un alto nivel procedimental en cuanto a la representación algebraica. En cuanto a la representación geométrica, la mayoría de los estudiantes logró representar adecuadamente cada una de las inecuaciones que formaban las restricciones del problema. Por el contrario se observaron algunas deficiencias para interpretar geométricamente la función objetivo del problema. También, se observó que los estudiantes interpretaron de forma adecuada las representaciones visuales y valoraron la importancia de la geometría como medio para la resolución de problemas.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en las preguntas correspondientes a esta evaluación.

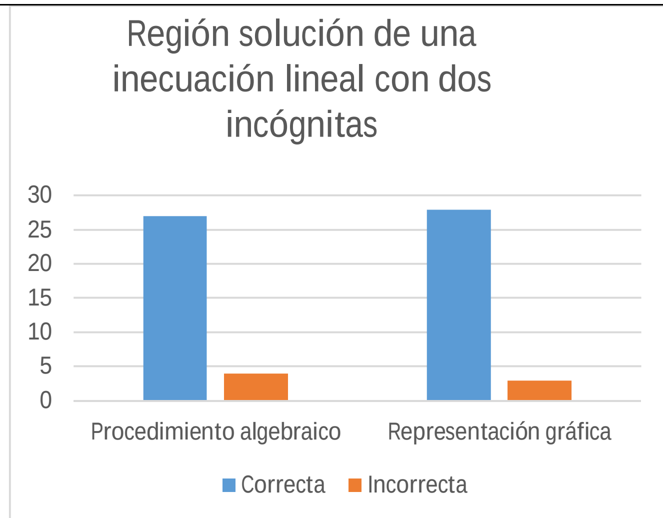
Pregunta 1 **Determina los valores de x que satisfacen las desigualdades y representa gráficamente la solución.** a) $5x + 2 \leq -23$ b) $4x - 18 < 12x - 2$	

- Se observó que al resolver una inecuación lineal con una incógnita, la mayoría de los estudiantes (89%) despejó adecuadamente la incógnita y obtuvo su valor numérico. Sin embargo, aunque en menor grado, todavía observamos dificultades en los despejes que requieren la aplicación de operaciones inversas.
- La representación gráfica del intervalo solución de cada una de las inecuaciones fue hecha de manera acertada por el 100% de los estudiantes. Consideramos que la representación gráfica es correcta cuando ésta concuerda con la solución algebraica.

Pregunta 2.

Determina la solución algebraica y gráfica de

$\boldsymbol{6x + 3y \leq 12}$



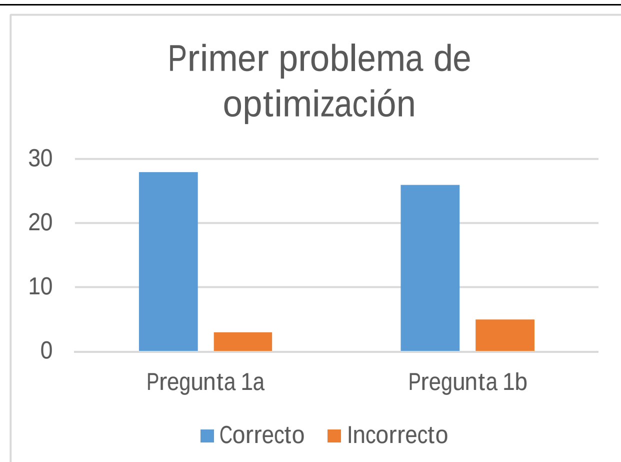
- Respecto a la representación gráfica de inecuaciones lineales con dos incógnitas, pudimos observar que 27 alumnos realizaron de forma correcta algún procedimiento para resolver la inecuación. El 90% de los estudiantes elaboró una representación gráfica apegada al procedimiento realizado, por lo que fue considerado como correcto, sólo uno de ellos no mostraba la región solución adecuada.

Pregunta 3.

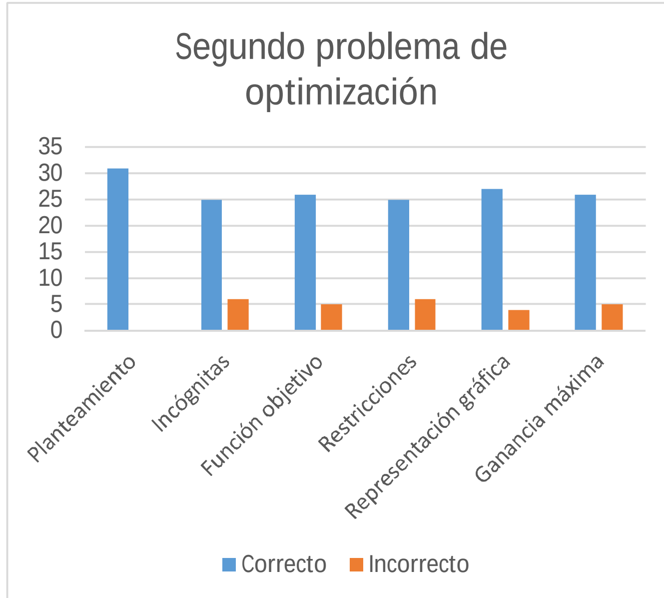
Primer problema de optimización

1.a) Completa la tabla y plantea el problema en términos matemáticos.

1.b) Determina cuándo te conviene inscribirte en la escuela “Darío Rodríguez” y cuando en la escuela “Juana de Arco”.



- En el primer problema de la pregunta 3 obtuvimos que 83% logró resolverlo de forma correcta. Los alumnos completaron con sus propias palabras y de forma adecuada la tabla. Los 3 alumnos que no obtuvieron una respuesta satisfactoria presentaron problemas para identificar el dato que representa la variable del problema, mientras que los 2 alumnos que tuvieron correcta la tabla pero no la representación geométrica tuvieron problemas para resolver algebraicamente la inecuación.

Pregunta 3. **Segundo problema de optimización** 2.1 Planteamiento del problema 2.2 Selección de incógnitas 2.3 Obtención de la función objetivo 2.4 Restricciones del problema 2.5 Representación gráfica 2.6 Ganancia máxima	

- Finalmente, en el problema de optimización correspondiente a la resolución de sistemas de inecuaciones de dos incógnitas observamos que, a comparación de la evaluación diagnóstica, la mayoría de los alumnos logró resolver satisfactoriamente el problema.

- Si bien todavía se observaron algunos casos en los que la identificación de las variables y la escritura de las inecuaciones correspondientes fue inadecuada, en general los alumnos identificaron los datos que representaban variables dentro del problema.

- De igual forma, representaron adecuadamente las inecuaciones correspondientes a las restricciones del problema.

- También observamos que algunos alumnos tuvieron dificultades para determinar la función objetivo, en consecuencia la representación gráfica de ésta fue incorrecta.

- Finalmente, 83% de los estudiantes interpretó como posibles puntos óptimos de la función objetivo a los vértices correspondientes al polígono formado por las regiones afines a las restricciones del problema. De esta forma, interpretaron adecuadamente la solución y determinaron la máxima ganancia posible.

Análisis y resultados de los cuestionarios de evaluación al terminar las sesiones de la secuencia didáctica.

A continuación se presenta el análisis de los cuestionarios aplicados al finalizar la secuencia didáctica. El primer cuestionario corresponde al desempeño docente, mientras que el segundo corresponde al tema de tesis impartido durante la secuencia didáctica. Finalmente, se presenta el cuestionario realizado por el supervisor hacia el desempeño del docente.

El análisis de los cuestionarios de los alumnos se realizó sobre 31 cuestionarios correspondientes a la cantidad de alumnos que asistió a la última sesión. Dicho análisis se realizó por categorías de preguntas, por lo que se presenta la categoría con las preguntas respectivas, el análisis correspondiente a cada una de ellas y una conclusión general de la categoría. Al final del análisis se presenta la gráfica con las frecuencias concernientes a cada uno de los indicadores (valores en la gráfica) seleccionado por los alumnos. La siguiente tabla presenta los indicadores y la apreciación a la que corresponde cada uno de ellos.

INDICADOR	APRECIACIÓN
6	Siempre
5	Frecuentemente
4	Algunas veces
3	Rara vez
2	Nunca
1	No sé

Cuestionario de evaluación del alumno al profesor MADEMS	
Preguntas sobre organización y planeación	**Análisis**
1. ¿El docente indicó los objetivos a lograr en clase?	17 de los alumnos consideraron que el docente fue 100% claro con los objetivos que se pretendían alcanzar, mientras que diez de ellos consideraron que fue 80% claro. De aquí podemos decir, que en general, los alumnos percibieron que el docente indicó y dejó claros los objetivos.

2. ¿El profesor explicó de manera clara y ordenada?	La mayoría de los alumnos consideró que el profesor casi siempre fue claro o que siempre fue claro, sólo dos alumnos consideraron que el docente frecuentemente era claro.
3. ¿Los ejemplos proporcionados por el docente te permitieron comprender mejor el tema?	El 77% de los alumnos consideró que los ejemplos siempre o casi siempre fueron adecuados para comprender mejor el tema, 10% de ellos consideró que casi siempre fueron buenos los ejemplos. Mientras que para el otro 10% los ejemplos fueron buenos pero quizás no los más adecuados, ya que algunas veces no ayudaban para comprender mejor el tema.
4. ¿Las actividades que te proporcionó el docente fueron adecuadas?	A partir de los cuestionarios, podemos observar que en su mayoría los alumnos consideraron que las actividades fueron adecuadas en un 100%.
5. ¿El docente resaltó los conceptos más importantes del tema?	Los alumnos percibieron que el docente hizo hincapié en los conceptos más importantes del tema.
6. ¿El profesor dejó tareas acordes al tema visto en clase que te permitieron practicar o reforzar?	El 77% de los alumnos consideró que las tareas fueron acordes al tema visto en clase, de tal forma que les permitió practicar o reforzar el tema.
Conclusión: Podemos observar con estos resultados que los alumnos percibieron que la organización y planeación de los temas y actividades fueron adecuadas para apoyar su buena comprensión y práctica del tema. Asimismo, vemos que para los alumnos la forma en que el docente se comunica con ellos es de forma clara y los ejemplos que les proporcionó fueron adecuados.	

Preguntas sobre motivación	Análisis
1. ¿Las explicaciones del profesor fueron elocuentes?	Los alumnos consideraron que el docente fue elocuente con sus explicaciones. Esta pregunta nos refuerza el hecho de que para los alumnos las explicaciones fueron claras y adecuadas.
2. ¿El profesor despertó tu interés por el tema	En esta pregunta, los alumnos consideraron que el docente algunas veces logró despertar su interés por el tema. Al respecto, considero que estos momentos de interés se alcanzaron durante el planteamiento y resolución de problemas de toma de decisión y optimización.
3. ¿La actitud y estrategias del docente motivaron tu compromiso en clase?	Para la mayoría de los alumnos la actitud del docente y las estrategias utilizadas fueron adecuadas y los motivaron para comprometerse con el trabajo en clase.
4. ¿El profesor te involucró para resolver los ejercicios?	El 87.5% de los alumnos se sintió involucrado por el profesor en la resolución de los problemas. Un alumno expresó no saber si había sido involucrado o no.
5. ¿El docente mostró entusiasmo durante la clase?	Para la gran mayoría de los alumnos (21 de 31) el docente fue entusiasta durante la clase.
6. ¿Consideras que el profesor te transmitió su pasión por el tema durante las exposiciones docentes?	En contraste con la pregunta anterior, si bien el docente fue entusiasta, los alumnos consideraron que algunas veces el docente logró transmitir su pasión por el tema.
7. ¿Las actividades que te proporcionó el docente te ayudaron a reafirmar el tema?	Para el 50% de los alumnos las actividades sirvieron para reafirmar el tema, mientras que para el otro 50% sólo algunas veces lograron reafirmar el tema con las actividades proporcionadas por el docente
Conclusión: Considero que esta es una de las categorías más difíciles de evaluar, debido al nivel tan subjetivo que conlleva la motivación. En este caso, se habla de una motivación generada por el docente en los alumnos, más no se habla de la motivación que cada alumno lleva consigo al aula. El análisis de esta categoría, muestra la disparidad entre las percepciones que los alumnos tienen sobre la actitud del docente. En general, podemos decir que el docente logró generar entre un 80% a 90% de la motivación. Sin embargo, el análisis de esta categoría se podría hacer de manera mucho más profunda.	

Preguntas sobre relaciones humanas	Análisis
1. ¿El trato del docente fue amable y cordial?	Para el 90% de los alumnos el docente fue amable y cordial con ellos.
2. ¿El docente mostró interés por sus alumnos?	El 80% de los alumnos consideraron que el docente mostró interés con cada uno de ellos siempre o casi

	siempre. Mientras que un alumno sintió que algunas veces el docente se interesó por él.
3. ¿Existió respeto entre los alumnos y el profesor?	La gran mayoría de los alumnos consideró que siempre existió respeto entre los alumnos y el docente.
4. ¿Existió diálogo entre los alumnos y el profesor?	El 80% de los alumnos consideró que si existió el diálogo entre el docente y alumnos.
5. ¿Existió empatía entre los alumnos y el profesor?	Los alumnos consideraron que se alcanzó un muy buen nivel de empatía entre docente-alumno.
Conclusión: Esta categoría nos refiere mucho al ambiente que el docente generó en clase. Durante la práctica se pudo observar que a partir del respeto y una actitud amable y cordial del docente se logró fomentar el diálogo con los alumnos, lo cual es de suma importancia para generar la confianza en los alumnos par a plantear dudas y proponer caminos de solución.	

Preguntas sobre acuerdos en clase	Análisis
1. ¿El profesor exigió puntualidad en la clase?	El 75% de los alumnos considero que frecuentemente se exigió puntualidad para iniciar la clase.
2. ¿El profesor exhortó tu asistencia en clase?	La mayoría de los alumnos consideró que el docente exhortó su asistencia a clase.
3. ¿El docente te exigió calidad y contenido en los trabajos y tareas?	La mayoría de los alumnos expresó que frecuentemente el docente exigió calidad y contenido en los trabajos y tareas.
4. ¿El profesor mantuvo orden y disciplina en el aula?	Para la mayoría de los alumnos el docente mantuvo siempre el orden y la disciplina durante la clase.
5. ¿El profesor te pidió puntualidad en la entrega de tareas?	El docente casi siempre pidió puntualidad en la entrega de tareas.
6. ¿El profesor fue justo al calificar tareas, ejercicios y/o exámenes?	En esta pregunta, la mayoría de los alumnos consideró que el docente fue justo al calificar, aquí podemos hablar de tareas, ejercicios y del examen diagnóstico cuyas evaluaciones fueron de forma colaborativa. Aunque hasta este momento ellos no contaban con su calificación final, al inicio de la secuencia se indicaron los porcentajes con que se evaluarían.
Conclusión: En esta categoría los alumnos expresaron que los acuerdos que se dieron durante la clase fueron los adecuados. Considero que esto formó parte del compromiso que el docente tuvo con el aprendizaje de los alumnos y de la misma forma respondieron ellos ante el trabajo en clase.	

Preguntas sobre responsabilidad docente	Análisis
1. ¿El docente llegó puntual a clase?	El 96% de los alumnos percibió que el docente siempre fue puntual en la clase. Uno de ellos dijo no saber si el docente fue o no puntual.
2. ¿El profesor asistió a clase?	De igual forma se percibió que el docente asistió al 100% de las sesiones.
3. ¿El profesor revisó con prontitud las tareas, actividades y exámenes?	Aunque para la mayoría el docente revisó con prontitud las tareas, para algunos la prontitud de la revisión se logró frecuentemente.
4. ¿El docente te proporcionó retroalimentación de tus tareas, actividades y exámenes?	Los resultados de esta pregunta están vinculados con los resultados obtenidos en la pregunta anterior, ya que al revisar las tareas se dio la retroalimentación necesaria, por lo que el porcentaje de alumnos que consideraron que la revisión se hizo de forma oportuna también consideraron que hubo retroalimentación.
Conclusión: Para los alumnos es importante que se realice una revisión a tiempo de sus tareas y que ésta conlleve una retroalimentación adecuada que les permita aclarar dudas. Para lograr esto es necesaria la asistencia y puntualidad del docente. En esta práctica se vio reflejado un muy buen nivel de responsabilidad por parte del docente.	

Preguntas sobre comunicación en el aula	Análisis
1. ¿El docente se mostró seguro al exponer el tema?	La gran mayoría de los alumnos consideró que el docente se mostró seguro durante las exposiciones de la clase. De igual manera, la forma en que el docente utilizó el pizarrón fue clara y ordenada para los alumnos. Ahora bien, la mayoría de los alumnos expresaron que el lenguaje corporal y gestual del docente fue adecuado durante las sesiones, además de que el docente se prestó para aclarar dudas durante las sesiones.
2. ¿El profesor usó adecuadamente su lenguaje corporal y gestual?	
3. ¿Utiliza el pizarrón de manera clara y ordenada?	
4. ¿El docente aclaró tus dudas durante la clase?	

5. ¿Crees que el volumen de voz es adecuado?	La mayoría de los alumnos consideraron que tanto el volumen de voz como la velocidad al hablar siempre fue adecuado durante las explicaciones
6. ¿La velocidad del profesor al hablar es adecuada?	
7. ¿El ritmo de la clase te permitió seguir, entender y recordar la clase?	La mayoría de los estudiantes expresaron que el ritmo de la clase les permitió seguir, entender y recordar la clase. Aunque para algunos el ritmo de la clase fue muy rápido.
8. ¿El lenguaje que usó el docente fue adecuado?	La gran mayoría de los alumnos consideró que el lenguaje utilizado por el docente fue adecuado
Conclusión: Considero que esta es una de las categorías más importantes de analizar y llevar acabo como docentes. El hecho de que los alumnos sientan que el docente les habla con un lenguaje, volumen y velocidad adecuados a su nivel es muy importante para crear un ambiente de comprensión y confianza que permita a los alumnos seguir, entender y recordar lo hecho durante las clases.	

En general	Análisis
1. ¿Las estrategias usadas por el docente fueron adecuadas?	Para la gran mayoría de los estudiantes, las estrategias utilizadas por el docente fueron adecuadas.
2. ¿Consideras que el profesor es buen docente?	La mayoría de los estudiantes concluyeron que el profesor realizó un buen desempeño como docente.

Cuestionario de evaluación sobre el tema Inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales a través de problemas de optimización	
Preguntas sobre Inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales	**Análisis**
1. ¿Habías oído algo antes acerca de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales?	Para la mayoría de los estudiantes el tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales era desconocido hasta antes de iniciar la práctica docente.
2. ¿Conoces algún profesor de matemáticas que vea el tema?	Dado lo anterior, son pocos los estudiantes que conocieran a algún docente que imparta este tema.
3. ¿El tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones, te fue fácil de seguir?	La mayoría de los alumnos lograron seguir el tema de inecuaciones aunque hubo diferencias entre el nivel de dificultad. Al 25% le fue muy fácil seguir el tema, al 12.5% le fue fácil seguirlo, al 37.5% (la mayoría) encontró un término medio de dificultad para seguirlo y el 25% restante consideró que le fue difícil seguirlo.
4. ¿Lograste entender el tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales?	La gran mayoría de los alumnos consideraron que casi siempre lograron entender los temas, por lo que los temas de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales alcanzaron un 80% de comprensión.
5. ¿Te será fácil recordar el tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales?	El 50% de los alumnos consideró que le será relativamente sencillo recordar el tema de inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales.
6. ¿Crees que el manejo de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales te permitirán ahondar en otros campos de la matemática?	La mayoría de los estudiantes consideró al finalizar la práctica docente que el manejo de las inecuaciones les permitirá con mucha facilidad ahondar en otros campos de las matemáticas.
7. ¿Consideras que el aprendizaje del tema de inecuaciones y sistemas lineales es importante durante el bachillerato?	La mayoría de los estudiantes consideró que el aprendizaje del tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones es importante durante el bachillerato.
Conclusión: Considero que el tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales por una parte fue una innovación para los estudiantes de la ENP, ya que ellos no habían oído hablar del tema como tal y sin embargo durante las sesiones lograron percatarse (aunque hayan tenido ciertas dificultades) de que estos estaban inmersos en su mundo, por lo que el tema se volvió de importancia dentro de sus aprendizajes.	

<table>
<tr><th>Preguntas sobre el álgebra y la geometría de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones</th><th>Análisis</th></tr>
<tr><td>1. ¿Tenías conocimientos previos de geometría que te permitieron comprender mejor el tema?</td><td>La mayoría de los alumnos consideró que los conocimientos que poseían sobre geometría fueron una herramienta que les sirvió para comprender mejor el tema.</td></tr>
<tr><td>2. ¿Tenías conocimientos previos de álgebra que te permitieron seguir mejor el tema?</td><td>De igual forma, la mayoría de los alumnos consideró que sus conocimientos sobre álgebra les facilitó la comprensión del tema. Sin embargo, en esta pregunta se puede observar que casi el 50% consideró que pocas veces aplicaron sus aprendizajes previos de álgebra.</td></tr>
<tr><td>3. ¿Las representaciones geométricas relacionadas con las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones te permitieron seguir y entender mejor el tema?</td><td rowspan="2">Se puede observar que para la gran mayoría de los alumnos fueron muy importantes las representaciones geométricas que se realizaron en clase para poder seguir y entender el tema.
De igual forma y con los mismos porcentajes, fue muy importante el tratamiento algebraico de los conceptos para poder comprender el tema.</td></tr>
<tr><td>4. ¿El tratamiento algebraico de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales te permitieron comprender mejor el tema?</td></tr>
<tr><td>5. ¿Consideras que es útil combinar las representaciones geométricas con las representaciones algebraicas para seguir, entender y recordar el tema?</td><td>La mayoría de los alumnos consideró que es importante realizar tanto una representación geométrica como algebraica de los conceptos y que esto les permitió seguir, entender y recordar el tema.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conclusiones: A partir de las respuestas de los alumnos se puede observar la importancia que tiene para lograr una buena comprensión y un aprendizaje adecuado realizar diferentes representaciones de los conceptos matemáticos, en caso la representación algebraica y geométrica.</td></tr>
</table>

Preguntas sobre la programación lineal en las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones	Análisis
1. ¿Habías oído antes algo sobre la programación lineal y los problemas de optimización?	Se encontró que la cantidad de estudiantes que nunca habían escuchado algo sobre la programación lineal fue la misma cantidad de alumnos que algún contacto habían tenido con esta rama de las matemáticas.
2. ¿Consideras que la Programación Lineal es una herramienta adecuada para el aprendizaje de las inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales en bachillerato?	La gran mayoría de los alumnos consideró que la Programación Lineal fungió como una herramienta muy importante para el aprendizaje de las inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales.
3. ¿Te gustaría conocer más sobre la programación lineal y los problemas de optimización?	Al 50% de los alumnos les gustaría mucho conocer más sobre la programación lineal y los problemas de optimización, el resto de los alumnos expresó que le gustaría aunque en un grado menor.
4. ¿Consideras que a través de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales se pueden modelar y resolver situaciones de la vida real?	La mayoría de los alumnos consideró que existen muchas situaciones de la vida real que se pueden representar por medio de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales.
Conclusión: a partir de las percepciones de los estudiantes es muy importante que los conceptos matemáticos y la forma en que se enseñan sean cercanos a ellos, en este caso, a través de problemas relacionados a su contexto y que les permitan modelar situaciones de la vida real.	

Preguntas sobre el material de apoyo para aprender inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales	Análisis
1. ¿Consideras que el uso de proyecciones de los ejercicios y las gráficas relacionadas al tema fueron apropiadas?	La gran mayoría de los estudiantes consideró que todas las proyecciones de los ejercicios y las gráficas fueron apropiadas.
2. ¿Los problemas de optimización planteados te parecieron accesibles y adecuados para la comprensión del tema?	La gran mayoría de los estudiantes consideró que los problemas presentados en clase fueron accesibles y adecuados para la comprensión del tema.
3. ¿Consideras que las actividades escritas (fotocopias) te permitieron comprender mejor el tema?	Los estudiantes consideraron que el diseño y contenido de las actividades escritas fueron en su mayoría adecuadas y que permitieron además una mejor comprensión del tema.
4. ¿El trabajo en equipo favorece tu aprendizaje?	La gran mayoría de los estudiantes valoró que el trabajo en equipo es fundamental para alcanzar un buen aprendizaje.
5. ¿Tus exposiciones, dudas, ideas u opiniones ayudaron a clarificar el tema?	La mayoría de los estudiantes consideraron que fue fundamental para clarificar el tema crear el ambiente donde ellos pudieran expresar sus dudas, ideas y opiniones.
6. En general, ¿el desarrollo de la clase crees que te permitió seguir, entender, y recordar el tema?	La mayoría de los estudiantes consideraron que el desarrollo de la clase favoreció casi siempre el hecho de seguir, entender y recordar el tema. Aunque algunos encontraron ciertas dificultades durante el desarrollo de las clases.
7. ¿Consideras que el uso de la bitácora te permite reflexionar sobre tu trabajo en clase y tu nivel de aprendizaje alcanzado?	La mayoría de los estudiantes consideró que los registros realizados en la bitácora les permitieron hacer una reflexión sobre su desempeño en clase y sus aprendizajes alcanzados.
Conclusión: El material de apoyo como fotocopias, proyecciones, etc. Fueron muy importantes para que los estudiantes pudieran seguir, entender y recordar el tema. Es importante recalcar la importancia y el gran valor que tiene para los alumnos el trabajo en grupos, ya que esto les permite compartir dudas, intercambiar ideas y opiniones que les permitan alcanzar un mayor aprendizaje.	

Dado lo anterior, podemos decir que el éxito obtenido se debe a que todos y cada uno de los aspectos contemplados en el cuestionario de actitudes inicial y en los cuestionarios de evaluación docente fueron atendidos o desarrollados de buena manera por el docente durante la secuencia didáctica. Es de esperarse que el “rendimiento” disminuya en caso de que uno o más no se cumpla o atienda adecuadamente.

Estos resultados están por encima de las expectativas de aprendizaje al trabajar bajo un enfoque tradicionalista en el que el docente posee los conocimientos y los alumnos repiten la información presentada. Los resultados finales mostraron que al trabajar una secuencia centrada en los estudiantes el dominio de los conceptos alcanzado por éstos superó en mucho a los resultados obtenidos en la evaluación diagnóstica.

Conclusiones finales

A continuación se presentan las conclusiones relativas al proyecto de tesis en cuanto a la metodología usada para el diseño e implementación de nuestra secuencia didáctica. Ésta está dirigida a los docentes de la ENP relacionada con la enseñanza-aprendizaje de inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones lineales a través de problemas de optimización.

1. Gracias a que las actividades que conformaron la secuencia didáctica fueron puestas a prueba durante la asignatura de práctica docente II, se hicieron las modificaciones necesarias que favorecieron el desarrollo de los aprendizajes y competencias matemáticos. El valor más importante de haber puesto a prueba las actividades radica principalmente en dos aspectos:

   a) El docente adquirió una actitud de seguridad frente a lo que se estaba enseñando y la forma en que se estaba trabajando con los estudiantes. Este hecho permitió que los resultados obtenidos repercutieran de forma favorable por una parte en la labor docente dentro del aula y por tanto en el proceso de enseñanza y por otra parte en el proceso de aprendizaje, ya que, los alumnos mostraron una actitud abierta, positiva y participativa ante las sesiones y actividades cuyo diseño fue centrado en el contexto de los jóvenes. De esta forma, se promovió una actitud de responsabilidad y retroalimentación entre docentes y alumnos del proceso de enseñanza – aprendizaje.
   b) La seguridad y gozo con que el docente se paró frente al grupo influyó en el aspecto afectivo de los estudiantes, pues se promovió la empatía con el docente y con la temática disciplinar, por lo que se favoreció un ambiente de trabajo abierto al intercambio de opiniones y dudas.

2. El diseño e implementación de las actividades estuvo basado en las metodologías que sustentaron la propuesta didáctica (capítulo 2), por lo que éstas permitieron que los alumnos siguieran, entendieran y recordaran cada uno de los objetivos de aprendizaje. Así, se invita al lector a verificar que:
   - La planeación de cada una de las sesiones tiene una fase de apertura, desarrollo y cierre.

- Las actividades se diseñaron con base al aprendizaje basado en situaciones simuladas cercanas a los estudiantes y en particular relacionadas con la programación lineal.
- Las clases se llevaron bajo el modelo de instrucción directa, en particular de preguntas guiadas) y los modelos de interacción en grupo, que promovieron habilidades de socialización, tolerancia y respeto en los estudiantes.

3. Los alumnos se mostraron motivados ante la resolución de problemas de optimización, los cuales fueron situados en su cultura y sociedad (por ejemplo, aquellos relacionados con la elección de un modelo de celular y la obtención de una mayor ganancia como empresarios de una compañía telefónica). De igual forma, expresaron motivación positiva al realizar una actividad que les permitió desarrollar sus aprendizajes de matemáticas a partir de un juego de mesa.

4. Los resultados de la evaluación final nos mostraron que el nivel de aprovechamiento escolar alcanzó de 85% a 90% de efectividad. Al contrastar los resultados de esta prueba con la evaluación diagnóstica observamos que la mayoría de los estudiantes comprendió los conceptos de desigualdad e inecuación. Así mismo, desarrollaron las habilidades de planteamiento, análisis y argumentación e interpretación de resultados para la resolución de problemas de optimización.

5. A partir de los cuestionarios diseñados para evaluar la secuencia didáctica, se observó que los alumnos consideraron muy importantes las representaciones visuales (geométricas) que se realizaron durante las sesiones para que se lograrás alcanzar un nivel de comprensión adecuado sobre el concepto de inecuaciones lineales. Además, los estudiantes valoraron la trascendencia de la geometría como medio para la resolución de los problemas contextualizados. Es decir, la comprensión adecuada de un concepto se pudo transferir y aplicar durante el planteamiento, el razonamiento y la resolución de situaciones cercanas a su contexto.

6. En cuanto a las limitaciones que aún se presentan en el diseño de la secuencia, está la temática de la evaluación. Se trata de una de las áreas más difíciles de

abarcar dentro de la enseñanza, ya que es imprescindible definir qué se está evaluando y cómo se está evaluando. Esto evita caer en los métodos tradicionalistas que implican un examen en el que se evalúa la capacidad de repetición del alumno en lugar de su capacidad de razonamiento.

7. Otro aspecto a mejorar es el número de sesiones en el que se impartió el tema de tesis. Si bien se cubrieron los contenidos planeados y en gran parte se alcanzaron los objetivos de aprendizaje, durante el período de práctica docente se atravesó un período de días feriados por lo que se perdió la continuidad deseada para trabajar con los alumnos. Debido a las fechas en que se tenía que llevar a cabo la secuencia didáctica fue imposible planear las fechas de aplicación para evitar una ruptura en cuanto a la actitud de trabajo y motivación de los estudiantes. Aun así, gracias al trabajo previo de planeación se logró sortear con esta clase de obstáculos a los que día a día los docentes se tienen que enfrentar.

8. Es fundamental que los docentes y autoridades educativas dejen de lado la idea de que en el proceso de enseñanza basta con profesionales que dominen el contenido relativo a la disciplina. Por el contrario, se debe perseguir un equilibrio entre dominio disciplinar y aquello que comúnmente denominamos como “vocación docente” y que implica una actitud de preocupación y, sobre todo, de interés ante el proceso de aprendizaje que permita a los alumnos desarrollar sus conocimientos y capacidades para enfrentarse a un mundo cada vez más vertiginoso y demandante.

9. A partir de la implementación de la secuencia didáctica se logró promover en los estudiantes de bachillerato el aprendizaje de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales, a través de su representación visual, por medio de problemas de optimización.

Con base en lo antes dicho, consideramos que la implementación de la secuencia didáctica aporta nuevas estrategias que en la práctica contribuyeron a mejorar tanto el aprendizaje como el ambiente de trabajo en el salón de clases.

Anexos

A continuación se presentan los anexos correspondientes a las actividades de cada una de las sesiones de la secuencia didáctica. El objetivo de este material es proporcionar a los docentes las actividades a color y en un formato imprimible.

En la segunda sección de los anexos se muestran las soluciones ideales para cada una de las actividades. Este material se proporciona con la finalidad de apoyar al docente en la planeación de la clase.

Evaluación diagnóstica

Alumno:_______________________________________

Profesor: ________________ Materia:_____________________________

Escuela: _________________ Grupo:__________Fecha:____________

La presente es una prueba para diagnosticar tus fortalezas y debilidades en el rendimiento académico. La prueba servirá para realizar acciones pedagógicas que contribuyan a mejorar tu aprendizaje. El resultado de la prueba no tiene ningún valor para asignar calificaciones o calcular promedios en esta asignatura; sin embargo, debes hacer tu mejor esfuerzo al responderla, ya que los resultados servirán para preparar estrategias de ayuda en las áreas en las que presentes más dificultades.

Instrucciones generales:

- ❖ Lee y responde cuidadosamente cada ejercicio.
- ❖ Debes desarrollar el procedimiento que utilices para hallar el resultado, y no sólo escribir la respuesta.
- ❖ El tiempo estimado para resolver la evaluación diagnóstica es de 25 minutos.

Primera sección

I. De las siguientes ecuaciones despeja la incógnita indicada.

a) $6x + 15 = -8x + 141.$ Despejar x	b) $x - y = -1$ Despejar y

II. Considera la siguiente ecuación $2x - y = 4$ y contesta las siguientes preguntas.

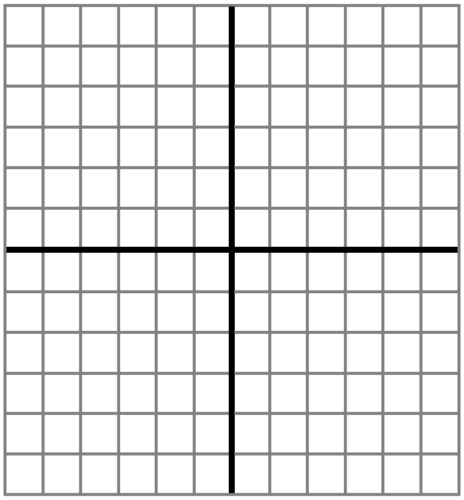
a) ¿La ecuación anterior representa a una recta? (Si tu respuesta es afirmativa, continúa con las siguientes preguntas, en caso contrario pasa al ejercicio III) ____________

b) ¿Cuál es la ordenada al origen (intersección con el eje y) de la recta anterior?_____

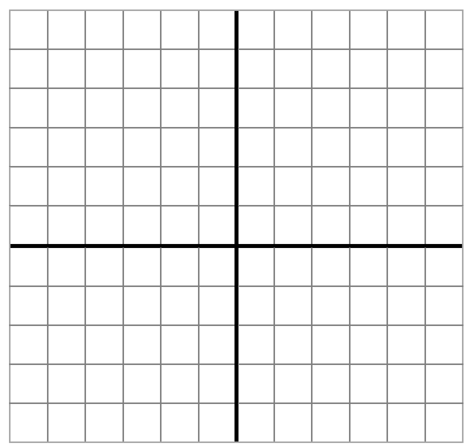
c) Halla el punto de intersección de la recta con el eje x. ________________________

d) Determina dos puntos (x, y) que cumplan la ecuación anterior.

e) Grafica la recta que corresponde a la ecuación.



III. Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales y $\begin{array}{r} x + y = 5 \\ -6x + 2y = -6 \end{array}$ **realiza lo que se te pide a continuación.**

a) Determina la solución del sistema de ecuaciones (utiliza el método de tu preferencia).	b) Representa geométricamente cada una de las ecuaciones del sistema y determina las coordenadas del punto de intersección si existe.
	
c) ¿Cuál es la relación entre la solución del sistema y el punto de intersección de las rectas?	

IV. Escribe el signo $<$, $>$ o $=$, según corresponda.

a) $5 \square 8$	d) $4 \square 2.5$	g) $-5 \square -1$
b) $-2 \square -5$	e) $3 \square -6$	h) $-8 \square -3-5$
c) $-1 \square 9$	f) $0 \square 5-5$	i) $3.35 \square 3.5$

Segunda sección: Lee los siguientes problemas y responde lo que se te pide

I. Dos compañías de telefonía celular ofrecen un nuevo plan de pago para sus clientes. La compañía Mexcel ofrece el plan "TX13" que consta de servicio telefónico y mensajes ilimitados entre números de la misma compañía con un costo de $445 mensuales más $1.10 por cada mensaje o llamada realizados a otra compañía. La compañía Movitel ofrece el paquete "SC20" con los mismos servicios de telefonía y mensajería a un costo de $460 mensuales más $0.85 por mensaje o llamada realizados a otra compañía.

a) A partir de los datos anteriores, determina cuándo te conviene contratar el plan de la compañía Mexcel y cuándo el de la compañía Movitel.
b) Plantea el problema en términos matemáticos (Puedes ayudarte completando la tabla de abajo).

	Representación verbal	**Representación matemática**
Variable (s)		
Costo mensual del equipo TX13		
Costo mensual del equipo SC20		
Pregunta que deseas responder		

c) Resuelve el problema y representa gráficamente (si es posible) el problema anterior.

II. La compañía Mexcel de teléfonos celulares dispone de 800 unidades eléctricas y 1200 unidades metálicas para fabricar dos productos con las siguientes condiciones: la fabricación del producto TX13 requiere de 10 unidades eléctricas y 30 unidades metálicas, mientras que la fabricación del producto TX20 requiere 20 unidades eléctricas y 20 unidades metálicas. La compañía planea vender tanto el producto TX13 como el TX20 a $250 cada uno. ¿Cuál es la cantidad del producto TX13 y TX20 que la compañía telefónica debe fabricar para obtener la mayor ganancia posible?

Tercera sección. Evaluación de actitudes hacia las matemáticas

Instrucciones:

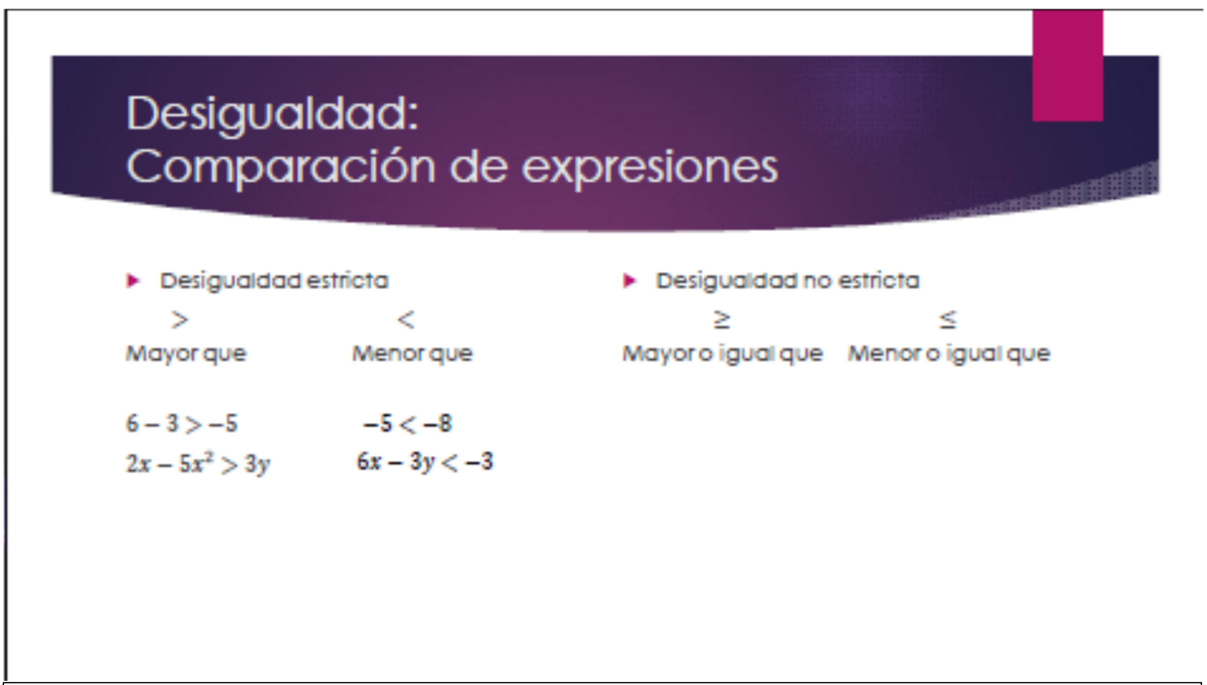
- El siguiente cuestionario servirá para identificar tus actitudes hacia las matemáticas.
- En una escala del 0 al 5, donde 0 corresponde a la calificación más baja y 5 a la más alta, califica tu actitud frente a las matemáticas con relación a cada una de las siguientes preguntas.
- Puedes apoyarte en la siguiente escala.

Valor numérico	Significado
0	Nada
1	Casi nada
2	Poco
3	Regular
4	Bastante
5	Mucho

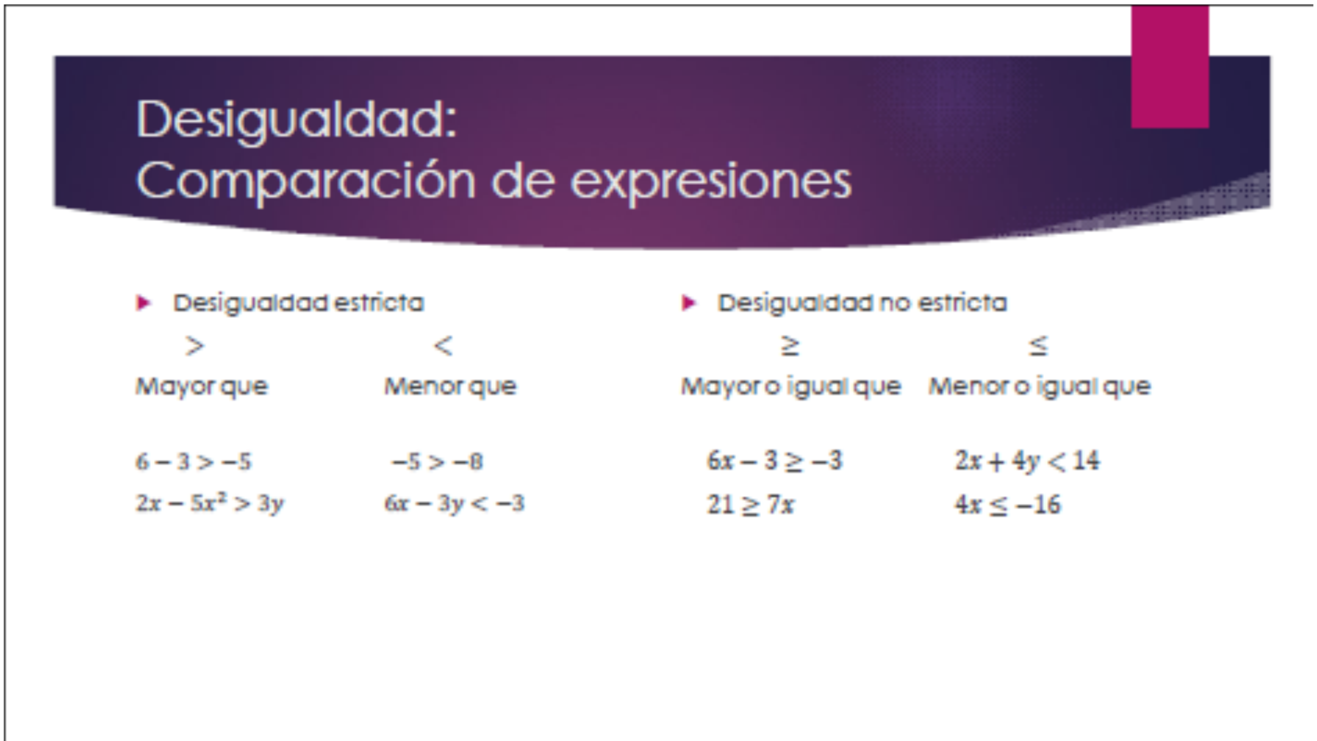
1. ¿Durante la clase de matemáticas qué tan ansioso te sientes? ( )
2. ¿Qué tan feliz te sientes cuando trabajas en actividades de matemáticas? ( )
3. ¿Cuándo no entiendes un problema qué tan nervioso te pones? ( )
4. ¿Con qué frecuencia procuras evitar las matemáticas? ( )
5. ¿Qué tanto consideras que las matemáticas son interesantes? ( )
6. ¿Qué tan bueno te consideras durante la clase de matemáticas? ( )
7. ¿Qué tan buenas consideras que son tus capacidades para los problemas de matemáticas? ( )
8. ¿Qué tan importantes consideras que son las matemáticas para la vida real? ( )
9. Cuando estás en clase de matemáticas, ¿qué tanto (en forma activa) participas en la toma de decisiones? ( )
10. Cuando estás en clase de matemáticas, ¿participas de forma activa en la resolución de ejercicios y problemas? ( )
11. ¿Qué tanto respetas las intervenciones de tus compañeros en la clase de matemáticas? ( )
12. ¿Qué tan tolerante eres ante las opiniones y dudas de tus compañeros de clase? ( )
13. Cuando algún compañero (aún si no es tu amigo) no comprende algún concepto o procedimiento de matemática, ¿qué tanto te gusta ayudarlo? ( )
14. ¿Qué tanto consideras que tu ayuda la debes destinar únicamente a tus amigos? ( )

Anexos de la sesión 1

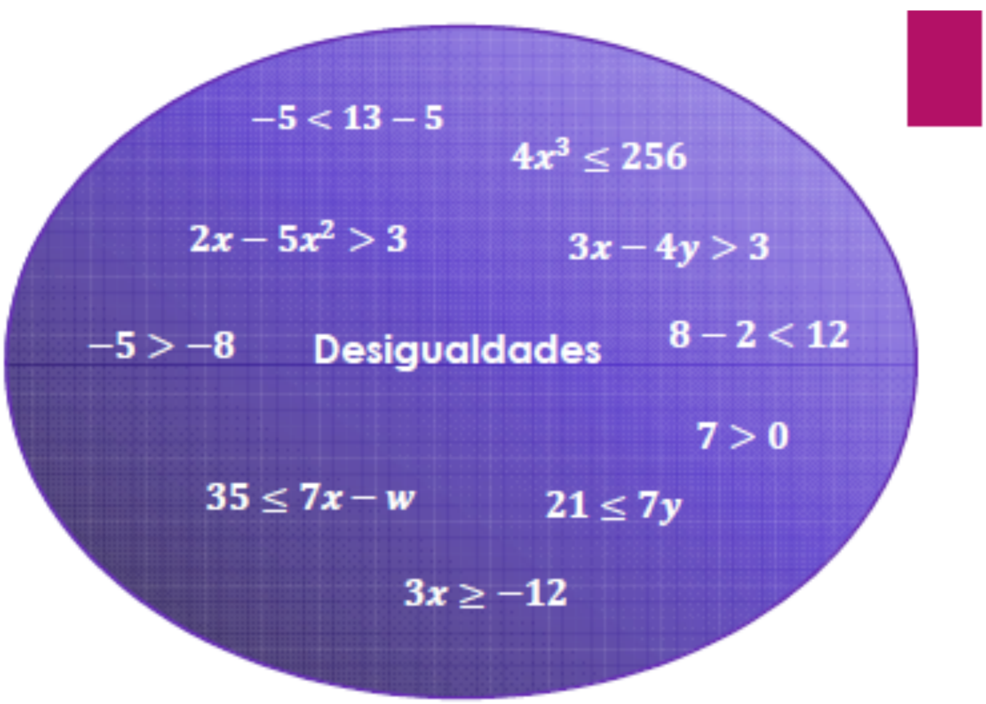
Diapositivas de la presentación power-point “Desigualdades e inecuaciones”



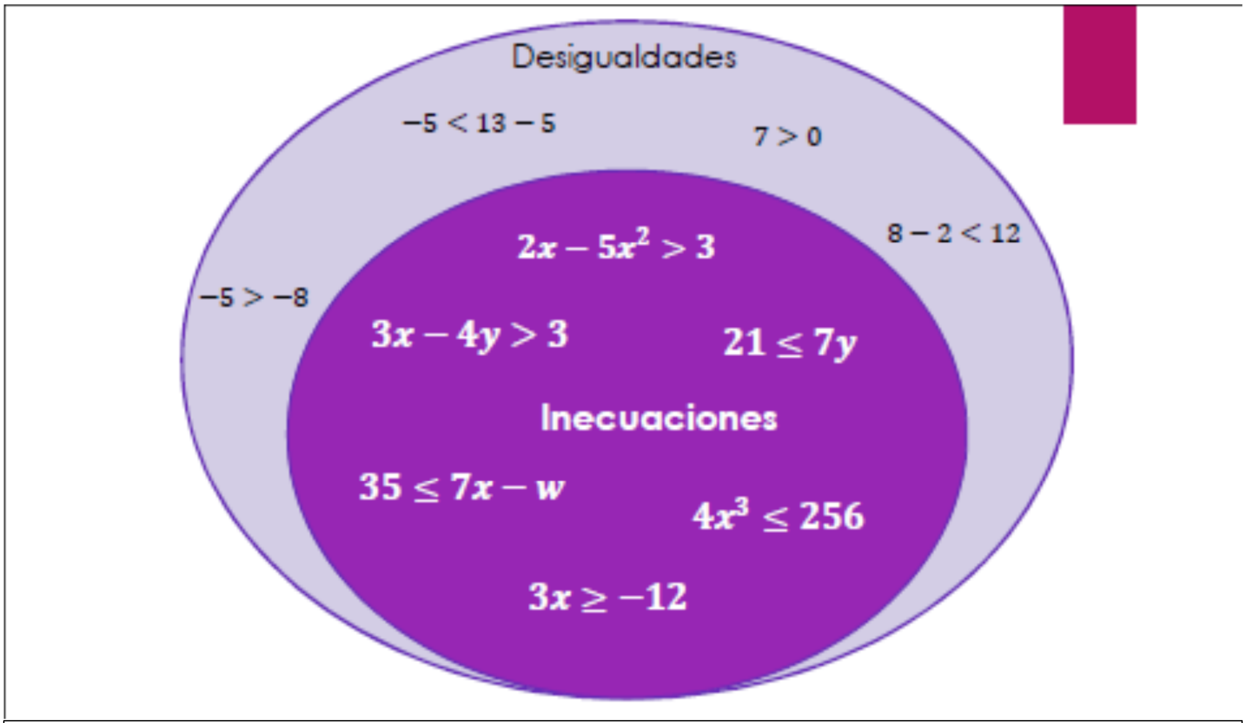
Los símbolos de desigualdades se utilizan para comparar dos expresiones. Las desigualdades se clasifican en desigualdades estrictas y desigualdades no estrictas. A continuación veremos ejemplos de desigualdades estrictas. ¿Están de acuerdo en que la expresión contiene la desigualdad correcta? ¿Qué sucede en el caso de $-5 < -8$?, ¿es correcta esta desigualdad?, ¿por qué?



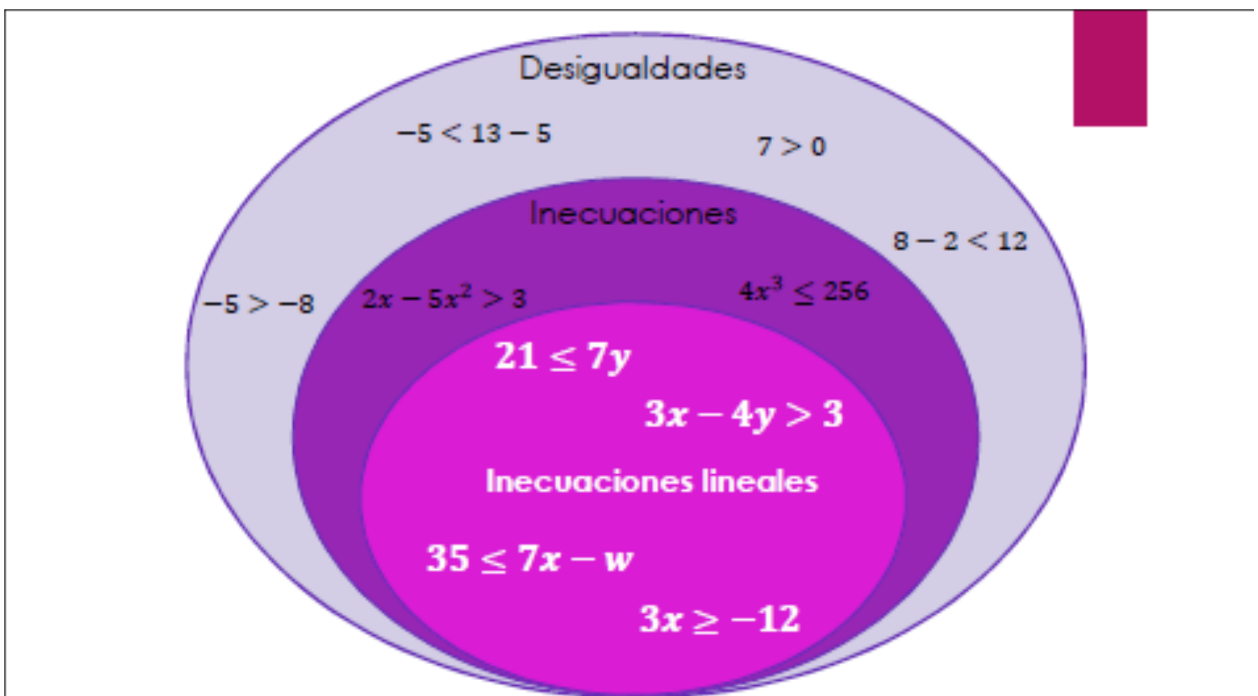
Ahora veamos algunos ejemplos de desigualdades no estrictas que son aquellas en las que la igualdad nunca se satisface.



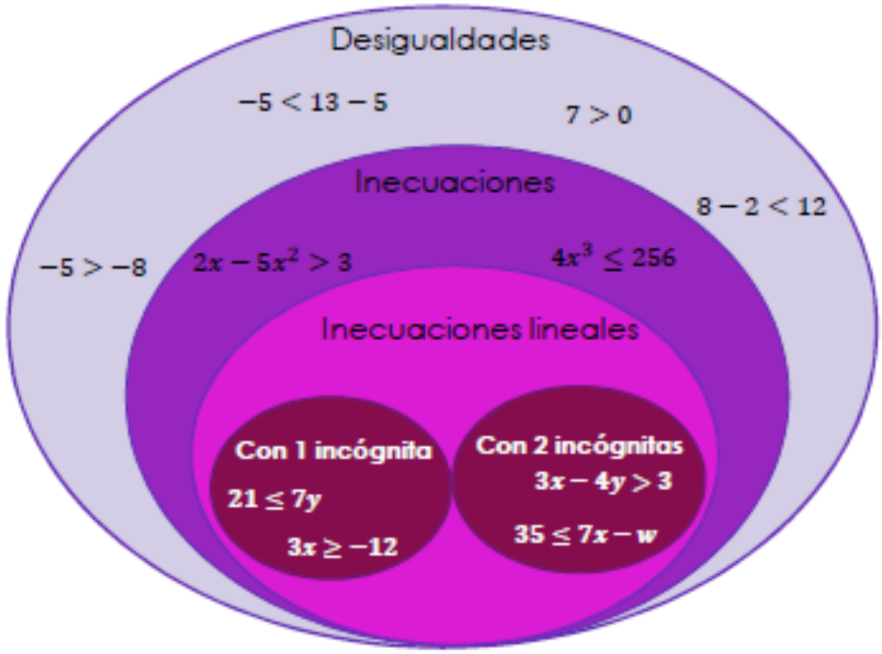
En este diagrama se muestra una gran variedad de expresiones que por utilizar los símbolos de >, <, ≥ y ≤ reciben el nombre de desigualdades.



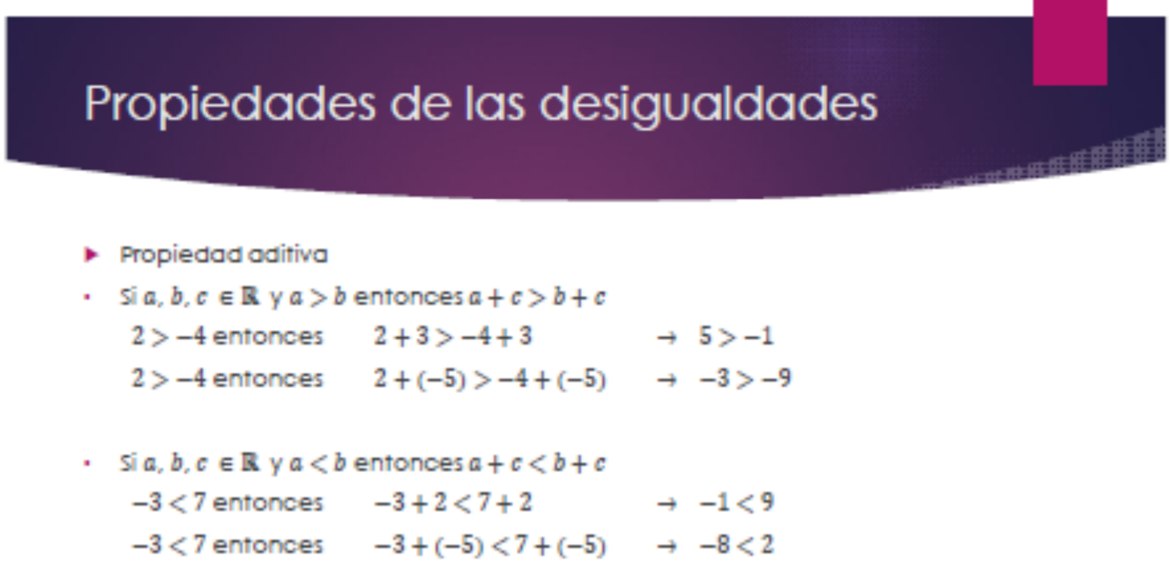
De todas las expresiones que son desigualdades, aquellas que utilizan literales como incógnitas o variables son consideradas inecuaciones.



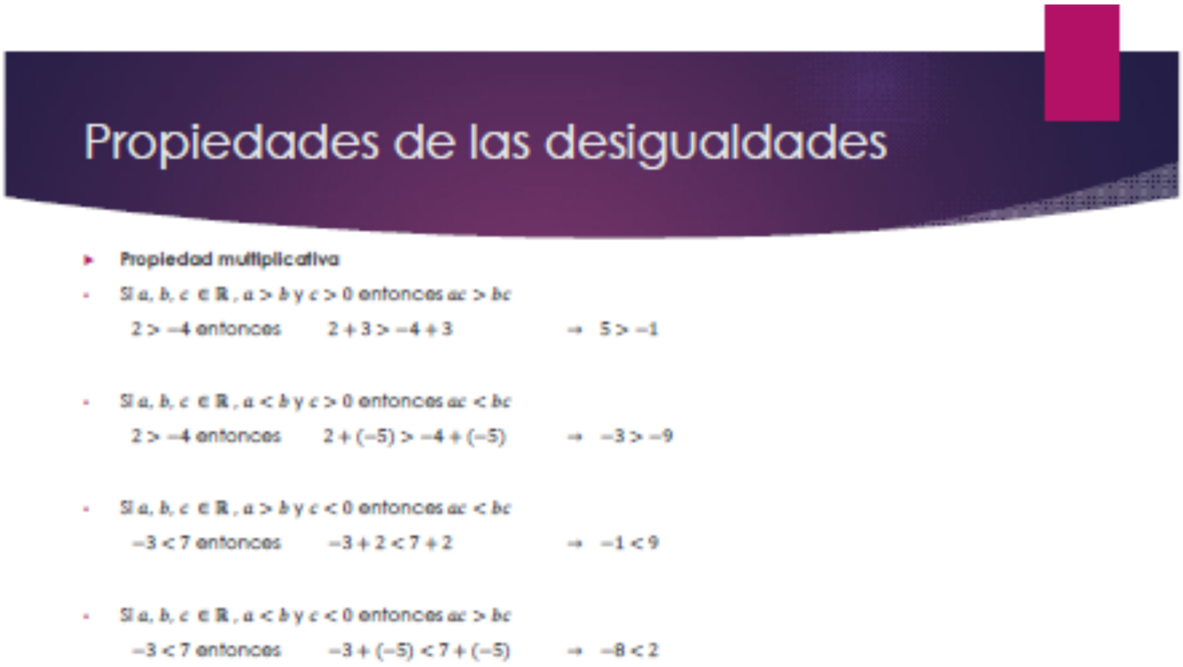
Del conjunto de inecuaciones, aquellas que tienen a sus variables con exponente 1 o de primer grado son llamadas inecuaciones lineales.



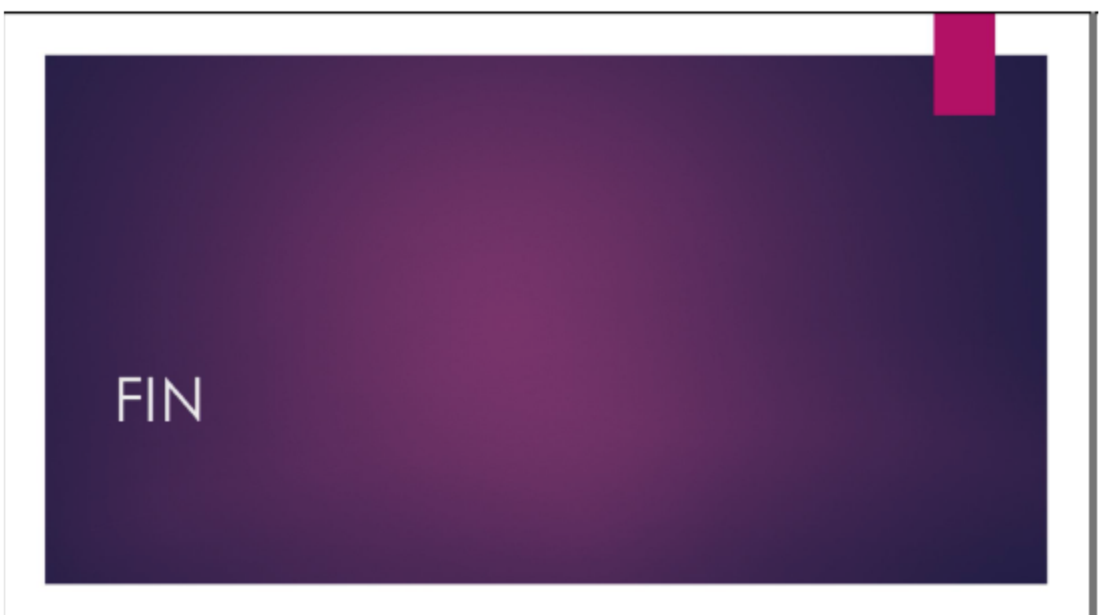
Finalmente, las inecuaciones lineales las podemos clasificar en inecuaciones lineales con una incógnita o con dos incógnitas.
Ahora que hemos visto la clasificación de las desigualdades estamos en condiciones de revisar las propiedades que rigen las operaciones que se dan en cada uno de los miembros de una desigualdad.



Aquí tenemos algunos ejemplos de las propiedades de la suma utilizadas en las desigualdades. En el primer ejemplo sumamos un valor positivo a ambos miembros de la desigualdad; podemos observar que el sentido de la desigualdad no cambia. La propiedad aditiva es válida para cualesquiera números reales, es decir pueden ser valores enteros, racionales e irracionales.
Ahora al sumar un valor negativos a ambos lados de la desigualdad también observamos que la desigualdad no cambia de sentido. Nuevamente, la propiedad aditiva es válida para cualesquiera números reales.



Ahora podemos ver si sucede lo mismo cuando la operación que se lleva a cabo es una multiplicación.
A partir de los ejemplos podemos ver que al multiplicar ambos miembros de una desigualdad por un valor positivo el sentido de la desigualdad se conserva mientras que al multiplicar por un valor negativo el sentido de la desigualdad se invierte.



Actividad 1

Solución de inecuaciones lineales con una incógnita

Alumno:____

Profesor: __________________ Materia:______________________________

Escuela: ___________________ Grupo:___________Fecha:_____________

Instrucciones: Resuelve las siguientes inecuaciones lineales con una incógnita y representa gráficamente la solución de cada una de ellas.

$-5x \geq 20$	$3x < -6$
$-5x + 8 \leq 3$	$-6x > 2x - 24$

Tarea 1

Alumno:____

Profesor: __________________ Materia:______________________________

Escuela: ___________________ Grupo:___________Fecha:_____________

Concepto de desigualdad e inecuación

Instrucciones: A continuación encontrarás ocho expresiones matemáticas. Clasifica cada una de ellas en la(s) fila(s) que le corresponden, coloreando de la forma adecuada cada casilla.

	1	2	3	4	5	6	7	8
	$3 < 7$	$2x \leq 10y$	$-4x > 8$	$6 = 4 + 2$	$5x = -8y$	$21 < 3x$	$x + y \geq -6$	$-2 + 1 > -5$
Desigualdad Si (Amarillo) –No (Azul)								
Desigualdad no estricta Si (Azul) –No (Amarillo)								
Inecuación lineal con 1 incógnita Si (Azul) –No (Amarillo)								
Inecuación lineal con 2 incógnitas Si (Amarillo) –No (Azul)								
Inecuación Si (Amarillo) –No (Azul)								
Inecuación 2º grado Si (Amarillo) –No (Azul)								
Igualdades Si (Amarillo) –No (Azul)								

1. Propiedades de desigualdades

Instrucciones: A partir de los valores que se encuentran en la primera columna, realiza la operación que se te indica y completa la tabla.

Valores	Compara los valores	Sumar 3 unidades a cada valor y comparar	Sumar -4 unidades a cada valor y comparar	Multiplicar por 2 cada valor y comparar	Multiplicar por -2 cada valor y comparar
2, 5	$2 < 5$				
-2, 3		$1 < 6$			
-2, -5			$-6 > -9$		
3, -1					$-6 < 2$
Con tus palabras describe las propiedades aditiva y multiplicativa de las desigualdades	Propiedad aditiva		Propiedad multiplicativa		

Tarea 2

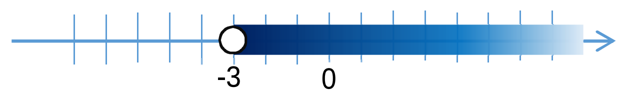
Alumno:____

Profesor: ____________________ Materia:_______________________________

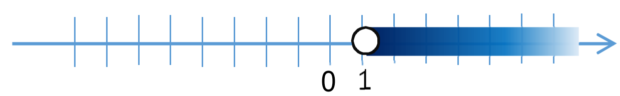
Escuela:____________________ Grupo:____________ Fecha:______________

Instrucciones: Resuelve las inecuaciones de la izquierda y relaciona tu respuesta con su correspondiente representación gráfica a la derecha.

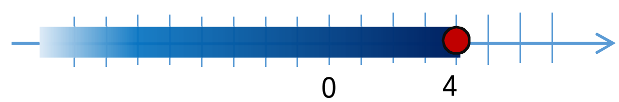
$3x \geq -12$



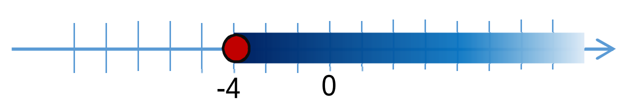
$-4x \geq -16$



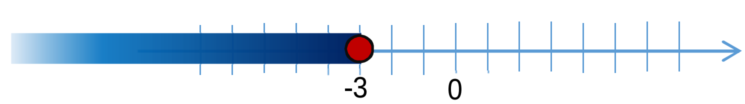
$3x + 5 \leq -4$



$5 > -2x - 1$



$2x + 3 < 6x - 1$



Rúbrica de autoevaluación

Alumno:____________________________________

Materia:_________________Grupo:_____________

Instrucciones: Completa de forma veraz y objetiva la siguiente rúbrica de autoevaluación. Marca con una palomita la casilla que describa mejor tus logros alcanzados en clase.

Criterio	3 puntos	2 puntos	1 punto	0 puntos
1. Comprensión del trabajo a realizar en las actividades	En cada una de las actividades siempre me quedó claro lo que se tenía que hacer.	Casi siempre me quedó claro lo que se tenía que hacer en las actividades.	Casi nunca me quedó claro lo que tenía que hacer en las actividades	Nunca me quedó claro lo que tenía que hacer en las actividades
2. Expresión de mis dudas e inquietudes sobre las actividades	Siempre que tuve dificultades durante alguna actividad expresé mis dudas y comentarios	La mayoría de las veces que tuve dificultades durante las actividades expresé mis dudas	Casi nunca expresé mis dudas o dificultades durante las actividades	Nunca expresé mis dudas o dificultades durante las actividades
3. Aportación de ideas u opiniones constructivas que permitieran llevar a cabo la actividad	Durante el desarrollo de la clase, siempre aporté ideas u opiniones constructivas para la actividad.	Durante el desarrollo de la clase, la mayoría de las veces aporté ideas u opiniones constructivas para la actividad.	Durante el desarrollo de la clase, casi nunca aporté ideas u opiniones constructivas para la actividad.	Durante el desarrollo de la clase, nunca aporté ideas u opiniones constructivas para la actividad.
4. Respeto hacia las ideas y los puntos de vista de cada uno de mis compañero	Durante el desarrollo de la clase, siempre respeté las ideas y los puntos de vista de mis compañeros.	Durante el desarrollo de la clase, casi siempre respeté las ideas y los puntos de vista de mis compañeros.	Durante el desarrollo de la clase, casi nunca respeté las ideas y los puntos de vista de mis compañeros.	Durante el desarrollo de la clase, nunca respeté las ideas y los puntos de vista de mis compañeros.
5. Cumplimiento de cada una de las actividades.	Siempre cumplí en tiempo y forma con la realización de cada una de las actividades.	Casi siempre cumplí en tiempo y forma con la realización de cada una de las actividades.	Casi nunca cumplí en tiempo y forma con la realización de cada una de las actividades.	Nunca cumplí en tiempo y forma con la realización de cada una de las actividades.

Nombre:				Grupo:	
Fecha	11 de marzo	13 de marzo	15 de marzo	20 de marzo	22 de marzo
Asistencia					
Autoevaluación					
	Profesora: Tania Azucena Chicalote Jiménez				

Reglas del juego “STOP”

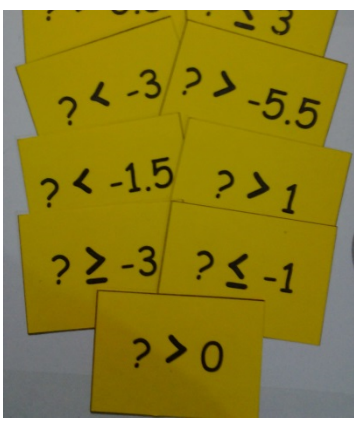
Número de jugadores: de 4 a 6

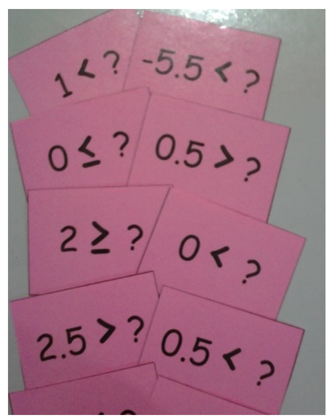
Objetivo: Obtener la mayor cantidad de puntos.

Material:

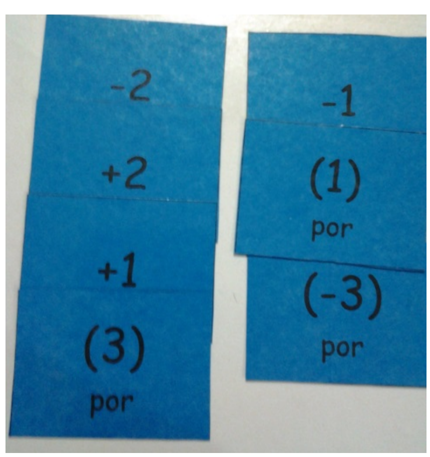
Un tablero con una línea recta sin graduar y un círculo central que diga “STOP”, espacios circulares para colocar las fichas y tres casillas para colocar las tarjetas del juego. La casilla con la letra B corresponde al nivel básico e intermedio, la de la letra A corresponde al nivel avanzado y la casilla con el signo de interrogación es la casilla que corresponde a la tarjeta de pregunta.

Tarjetas de preguntas. Las tarjetas de preguntas se dividen en dos colores (amarillo y rosa), el color amarillo corresponde al nivel principiante del juego, mientras que al mezclar las amarillas con las rosas se estará jugando un nivel intermedio.

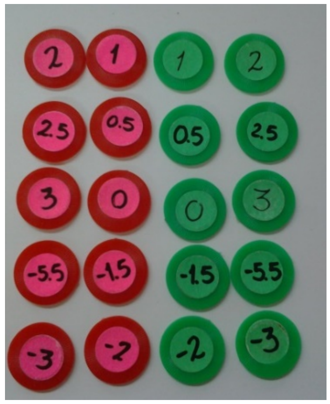




Tarjeta de operaciones: Las tarjetas de operaciones corresponden a la suma, resta, multiplicación o división de un valor que se tendrá que hacer de ambos lados de la desigualdad. Estas tarjetas se utilizaran cuando se juegue el nivel avanzado.



Fichas numéricas. Las fichas numéricas se dividen en dos colores verdes y rojas. Los valores de las fichas rojas son iguales a los de las verdes. La ficha verde se coloca en el tablero cuando su valor satisface la inecuación presentada por la tarjeta de pregunta. Mientras que si el valor no satisface la desigualdad entonces se coloca la ficha roja.

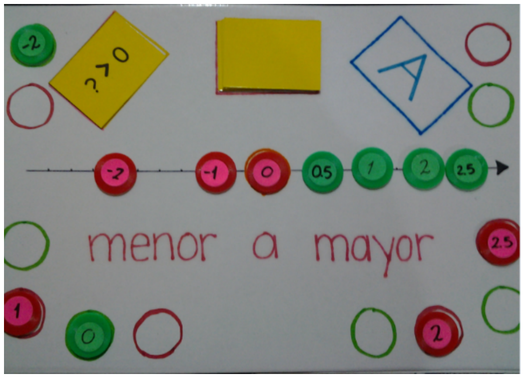


Reglas del juego

Nivel principiante e intermedio.

1. Se elige a uno de los jugadores para anotar las puntuaciones (cada jugador obtiene un punto si coloca su ficha de forma correcta). Este jugador también participa en el juego.
2. En el tablero, se colocan boca abajo las tarjetas correspondientes al nivel que se va a jugar (el nivel principiante sólo utiliza las tarjetas amarillas y el nivel intermedio mezcla las tarjetas amarillas y rosas).
3. Cada jugador elige una ficha verde y su correspondiente ficha roja, es decir, la ficha verde y roja deben tener el mismo valor numérico.
4. Inicia el jugador con la ficha de cero, en caso de que ningún jugador la tenga inicia el que tenga el valor más cercano a éste.
5. El primer jugador toma una tarjeta del montón, lee la desigualdad y la coloca en el centro de la parte superior.
6. El jugador que posea el valor que se encuentra en la tarjeta deberá colocar su ficha roja o verde, según corresponda, en el centro de la recta numérica, a este jugador se le denominará jugador central. Si ningún jugador posee este valor entonces el jugador inicial deberá buscar la ficha correspondiente.
7. Al mismo tiempo, los demás jugadores deben colocar su ficha verde o roja en orden creciente de izquierda a derecha.
8. Cuando el jugador central diga “STOP”, ningún jugador podrá cambiar su ficha ni de color ni de posición.

9. El jugador central verifica que las fichas estén colocadas de forma correcta. Cada jugador que colocó correctamente su ficha recibe un punto.

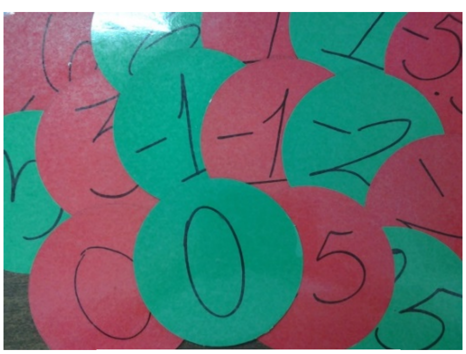


10. Para continuar el juego, el rol del jugador central se recorre de izquierda a derecha. El jugador central toma una nueva tarjeta del montón, lee la desigualdad y la coloca en el centro. El juego continúa de la misma forma.
11. Se realizan tantas partidas como quieran los participantes. Al finalizar se suman los puntos de cada jugador y gana el que haya obtenido más puntos.

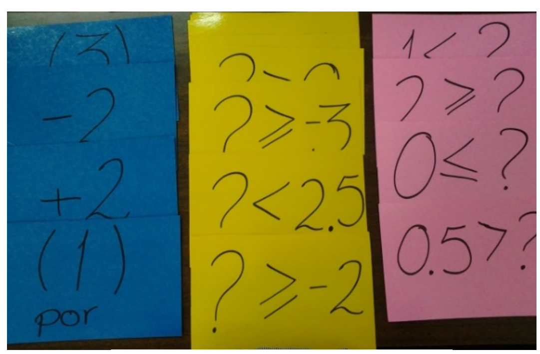
Nivel avanzado:

1. Para jugar el nivel avanzado se llevan a cabo los pasos del 1 al 8 del nivel intermedio.
2. Posteriormente el jugador central toma una tarjeta de operaciones, la lee en voz alta y cada jugador deberá realizar de forma mental la operación correspondiente de ambos lados de la desigualdad. En ese momento decidirá si su ficha cambia de posición, de color o ambas, de tal forma que satisface o no la nueva desigualdad.
3. Nuevamente el jugador central dice STOP y nadie puede cambiar su ficha, verifica los valores y asigna un punto a cada jugador que haya colocado su ficha de forma correcta.
4. Se realizan tantas partidas como quieran los participantes. Al finalizar se suman los puntos de cada jugador y gana el que haya obtenido más puntos.

Material para el docente



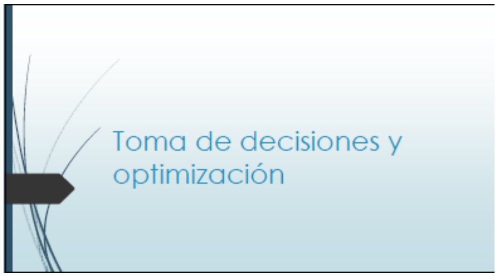
Fichas de colores



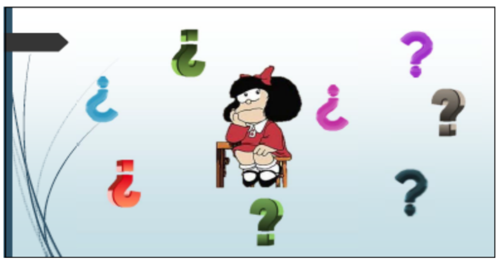
Tarjetas de preguntas

Anexos de la sesión 2

Diapositivas de la presentación “Toma de decisiones y programación lineal”

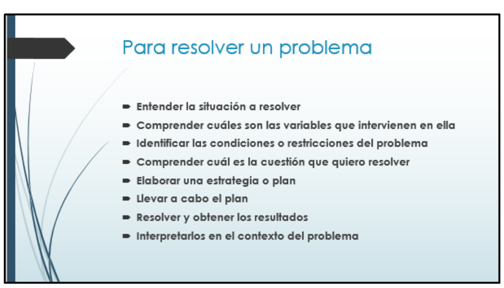


Alguna vez te has puesto a pensar en ¿cuántas decisiones tomas en tu vida? Por ejemplo, diariamente tienes que decidir desde qué ropa usar o de qué color te quieres vestir, qué vas a desayunar, hasta que camino vas a seguir para llegar a la escuela o a algún lugar. Seguramente, cuando te compraste un celular o una tableta, tuviste que decidir entre varios modelos cuál era el que te convenía o con que compañía era más económica la renta. También has tenido que decidir entre si andas o no con un chico o chica, o si tienes o no novio, o más aún si estás listo para una relación. O, te has puesto a pensar en ¿qué carrera estudiar?, ¿a qué te quieres dedicar en la vida?



Abrumador, ¿cierto? Afortunadamente, muchas de estas decisiones, las tomas de manera rápida o a partir de tu intuición, mientras que otras veces quizás consultas a tus amigos o a tus familiares. O tal vez haces una lista de los puntos a favor y en contra con la finalidad de analizar la situación y tomar una decisión.

Bueno, pues en matemáticas existe el área de la Programación Lineal que se encarga del estudio y análisis de datos para resolver problemas dentro de una empresa, en la economía, en el área militar, en los transportes o en la producción de artículos. Se basa en la toma de decisiones a partir de datos y la optimización de los recursos disponibles, con el objetivo de obtener un mayor beneficio.



Pero, ¿qué necesitamos para resolver un problema?

- Entender la situación a resolver
- Comprender cuáles son las variables que intervienen en ella
- Identificar las condiciones o restricciones del problema
- Comprender cuál es la cuestión que quiero resolver
- Elaborar una estrategia o plan
- Llevar a cabo el plan
- Resolver y obtener los resultados
- Interpretarlos en el contexto del problema

Actividad 2

Problema de toma de decisiones

Alumno:____

Profesor: _________________ Materia: __________________________

Escuela: __________________ Grupo:__________Fecha:____________

Instrucciones: Lee los siguientes problemas y responde lo que se pide.

I. Dos compañías de telefonía celular ofrecen un nuevo plan de pago para sus clientes. La compañía Mexcel ofrece el plan TX13 que consta de servicio telefónico y mensajes ilimitados entre números de la misma compañía con un costo de $445 mensuales más $1.10 por cada mensaje o llamada realizada a otra compañía. La compañía Movitel ofrece el paquete SC20 con los mismos servicios de telefonía y mensajería a un costo de $460 mensuales más $0.85 por mensaje o llamada realizada a otra compañía. ¿Qué plan te conviene para gastar menos?

a) A partir de la información anterior, completa la siguiente tabla.

	Representación verbal	**Representación matemática**
Variables (s)		
Costo mensual total del equipo TX13		
Costo mensual total del equipo SC20		

b) ¿A partir de cuántas llamadas o mensajes realizados a otra compañía te conviene el equipo TX13? Responde la pregunta utilizando un procedimiento algebraico y representa gráficamente la solución.

c) ¿A partir de cuántas llamadas o mensajes realizados a otra compañía te conviene el equipo SC20?

II. Rodrigo decidió contratar el plan de la compañía TX13 por lo que la compañía le ofreció una promoción en la que por cada llamada, a una compañía diferente, que realice antes de las 14 horas pagará \$0.70 y por cada llamada posterior a ese horario pagará \$1.10. Si Rodrigo realiza en promedio 55 llamadas durante la semana y actualmente dispone de \$50 semanales para pagar este tipo de llamadas, ¿cuántas llamadas debe realizar antes de las 14 horas con la finalidad de realizar el promedio de llamadas semanales sin superar su presupuesto?

a) Completa la siguiente tabla con los datos del problema anterior.

	Lenguaje común	**Representación matemática**
Variable		
Costo por las llamadas realizadas antes de las 14 horas		
Costo por las llamadas realizadas a partir de las 14 horas		
Costo total de las llamadas realizadas durante una semana		

b) ¿Cuántas llamadas debe realizar Rodrigo antes de las 14 horas para no superar su presupuesto? Realiza un procedimiento algebraico y representa gráficamente la solución.

Tarea: Problemas de toma de decisiones

Alumno:____

Profesor: _________________ Materia:___________________________

Escuela: __________________ Grupo:__________Fecha:____________

Instrucciones: Lee los siguientes problemas y responde lo que se pide.

1. Dos gimnasios ofrecen un nuevo plan de membrecía. El gimnasio Vicking Sport ofrece un plan que contempla el pago de membrecía mensual de $325 más 30 pesos extra por cada servicio mensual adicional como clases de kick boxing, zumba, spinning, body-combat, danza árabe, karate y el uso de locker. El gimnasio Sport –Now ofrece un plan que contempla el pago de membrecía mensual de $370 mensuales más 25 pesos por servicio adicional contratado al mes.

   a) Plantea el problema en términos matemáticos
   b) A partir de los datos anteriores, determina cuándo te conviene inscribirte en el gimnasio Sport-Now
   c) Desarrolla tu procedimiento y representa gráficamente tu solución

2. Después de seis meses de servicio el gimnasio Sport-Now lanzó una nueva promoción para sus 180 suscriptores. De tal forma que por cada cliente inscrito en el turno matutino se obtiene una ganancia de 200 pesos, mientras que por cada persona que se ha inscrito en el turno vespertino se ganan $275. ¿Cuántos clientes deben inscribirse en el turno matutino para que el gimnasio obtenga una ganancia mayor o igual a $42 000?

   a) Plantea el problema en términos matemáticos
   b) Con el uso de inecuaciones lineales determina la solución al problema anterior.
   c) Representa gráficamente la solución al problema

Anexos de la sesión 3

Actividad 3

Región solución de una inecuación lineal con dos incógnitas.

Alumno:____

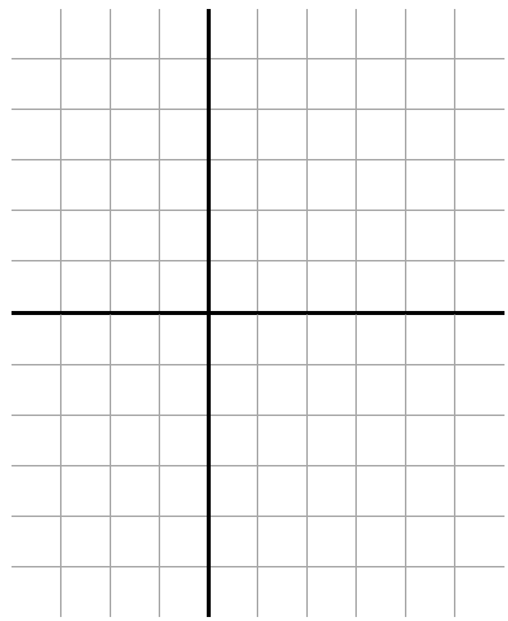
Profesor: ____________________Materia:______________________________

Escuela: ____________________ Grupo:___________Fecha:_____________

Instrucciones:

- A partir de la inecuación lineal $4x + 2y \leq 10$, resuelve los siguientes ejercicios.

a) A partir de la representación gráfica de la inecuación lineal anterior, determina la región solución. Utiliza el espacio siguiente para escribir tus procedimientos.



b) Determina y localiza las coordenadas de un punto del plano que satisfaga la igualdad, es decir que cumpla $4x + 2y = 10$ _____________________

c) Determina las coordenadas de un punto que satisfaga la desigualdad estricta, es decir que cumpla $4x + 2y < 10$:_____________________

d) Determina las coordenadas de un punto que no satisfaga la desigualdad:____________________

e) ¿En cuántas regiones es dividido el plano cartesiano por la recta asociada a la inecuación?___
¿Cuáles son estas regiones? ____

- Considera ahora la inecuación lineal $4x + 2y < 10$, es decir la desigualdad estricta. ¿Cómo cambia la representación gráfica y la región solución de la inecuación lineal?
____
____
____

Actividad 4

Resolución de sistemas de inecuaciones lineales

Alumno:____

Profesor: __________________ Materia:_____________________________

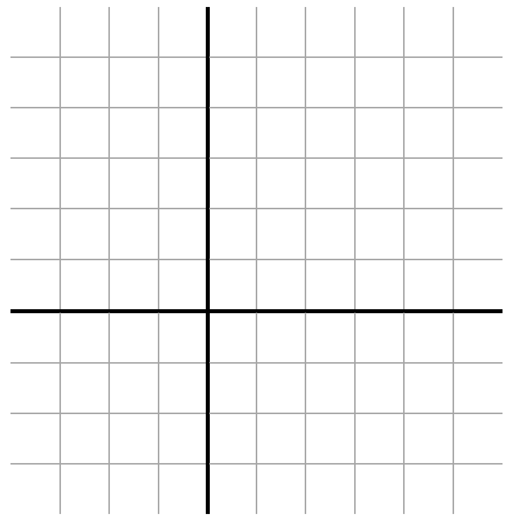
Escuela: Grupo:___________Fecha:_____________

Instrucciones:

- ❖ Considera el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas
- ❖ Resuelve los siguientes ejercicios.

$$\begin{aligned} 2x + 2y &\leq 80 \\ -3x + 3y &\leq 60 \end{aligned}$$

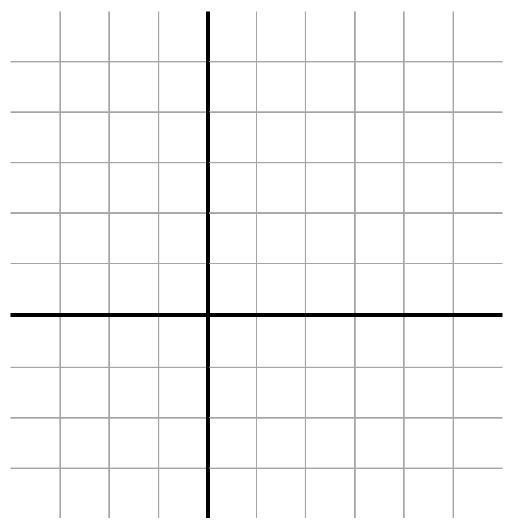
1. Determina de forma gráfica la región solución del sistema anterior. Utiliza el espacio en blanco para realizar tus procedimientos.



2. ¿Cómo cambia la región solución del sistema anterior si agregamos una o más inecuaciones lineales con dos incógnitas? (Resuelve las siguientes pistas para resolver la pregunta)

Pista 1: Agrega la inecuación $x \geq 0$ al sistema y realiza la representación gráfica de las tres inecuaciones en el siguiente plano, ¿Cómo es la región solución?

Pista 2: Agrega la inecuación $y \geq 0$ al sistema y realiza su representación gráfica en el plano, ¿Qué puedes decir ahora de la región solución?



a) ¿Cuántas inecuaciones tiene el sistema de inecuaciones? _______________________

b) Determina las características de la región solución:

____________________________________ _______________________________

____________________________________ _______________________________

c) Determina los vértices de dicha región: ____

Anexos de la sesión 4

Actividad 5. Tripas de gato

Alumno:____

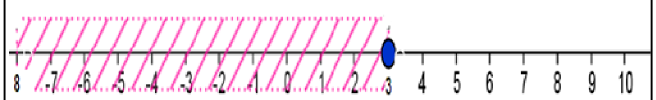
Profesor: ____________________ Materia:_______________________________

Escuela: _____________________ Grupo:____________Fecha:______________

En la siguiente imagen se encuentran seis conceptos y seis definiciones. Relaciona con una línea cada concepto con su definición correspondiente, (cada concepto está relacionado con una única definición). Recuerda que en el juego de lenguas de gato las líneas de unión no deben tocarse entre sí.

5. Región solución de una inecuación lineal con dos incógnitas.

$x \leq -3$



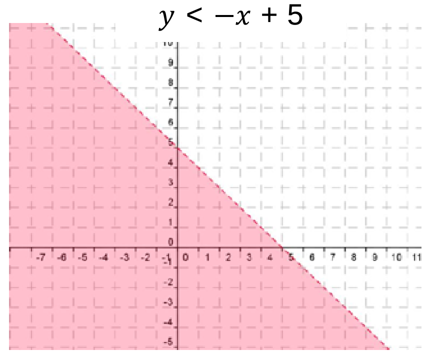
f) $2x \geq 0$; $x + y < 12$; $3x^2 - 4y \geq 5$; $-3x^3 + 4x^2 - 2x \leq y$

1. Ejemplos de desigualdades

a) $-3x + y < 5$; $2x > 0$; $y \leq -2x$; $-4y \geq 3$

6. Región solución de un sistema de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

$y < -x + 5$

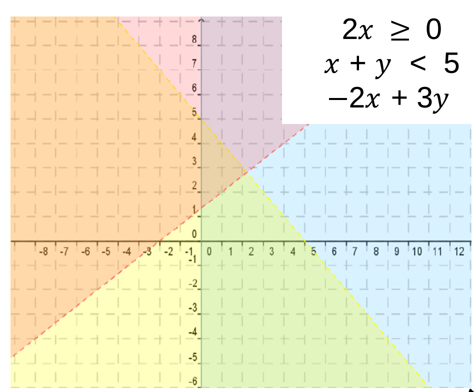


2. Ejemplos de inecuaciones

4. Solución de una inecuación lineal con una incógnita.

d) $5 < 12$; $7 > -2$; $x \leq 3$; $2x \geq 0$

$2x \geq 0$
$x + y < 5$
$-2x + 3y$



3. Ejemplos de inecuaciones lineales

Actividad 6. Problema de optimización

Alumno:____

Profesor: ____________________ Materia:_______________________________

Escuela: _____________________ Grupo:____________Fecha:______________

Instrucciones: Lee y resuelve el siguiente problema.

La compañía de teléfonos celulares Mexcel dispone de 1 200 unidades eléctricas y 800 unidades metálicas para fabricar dos productos con las siguientes condiciones: la fabricación del producto TX13 requiere 30 unidades eléctricas y 10 unidades metálicas, mientras que la fabricación del producto TX20 requiere 20 unidades eléctricas y 20 unidades metálicas. La compañía planea vender el producto TX13 a $995 y el producto TX20 a $898. ¿Cuál es la cantidad de los productos TX13 y TX20 que la compañía telefónica debe fabricar para obtener la mayor ganancia posible?

I. Planteamiento del problema
Completa la siguiente tabla

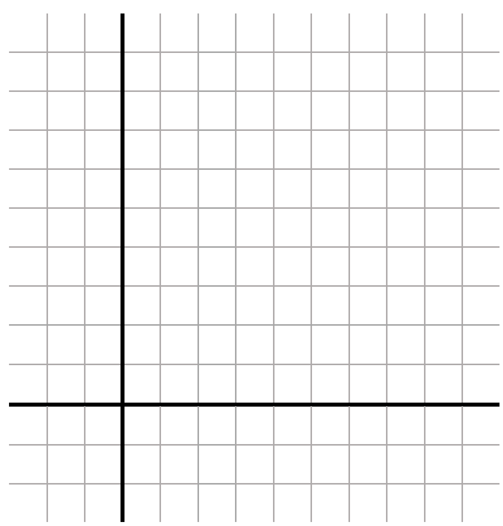
Productos / Materiales	TX13	TX20	Disponibilidad
Unidades eléctricas			
Unidades metálicas			
Precio de venta			

II. Selección de incógnitas (elige la representación algebraica de los datos desconocidos)

III. Obtener la función objetivo

IV. Restricciones del problema
1)
2)
3)
4)

V. Representar gráficamente las restricciones para obtener el conjunto de soluciones factibles



VI. Localizar los vértices de la región de soluciones factibles

Actividad 6a. Problema de optimización

Alumno:____

Profesor: ____________________Materia:______________________________

Escuela:____________________ Grupo:___________Fecha:_____________

Instrucciones: A continuación se presentan algunos problemas de optimización. Lean con atención cada problema y resuelvan uno de ellos.

1. En una fábrica de ropa, un sastre tiene 800 m^2 de tela de algodón y 1 200 m^2 de tela de lana. Un pantalón requiere 1.6 m^2 de algodón y 3.2 m^2 de lana, un vestido requiere 2.5 m^2 de cada una de las telas. ¿Cuál es el número de pantalones y vestidos que debe confeccionar el sastre para obtener la mayor ganancia posible si un pantalón tiene una ganancia de 350 pesos, mientras que un vestido tiene una ganancia de 450 pesos? ¿Cuál será la máxima ganancia de la fábrica?

2. La empresa FRESH dedicada a la venta de jugos envasados, ha decidido lanzar al mercado dos jugos de frutas mezclando dos o más concentrados. El jugo Frutitrío está conformado por concentrado de piña, naranja y plátano. El jugo frutidúo requiere de 12 onzas de concentrado de jugo de naranja y 6 onzas de pulpa de plátano. La empresa cuenta con un máximo disponible de 24 000 onzas de concentrado de jugo de naranja, 12 000 onzas de piña y 10 000 de plátano para la producción. ¿Cuántos frutitríos y cuantos frutidúos debe fabricar la empresa para obtener la máxima ganancia si un frutitrío deja como ganancia $10 y un frutidúo deja una ganancia de $8? ¿Cuál será la máxima ganancia de la empresa FRESH?

Anexos de la sesión 5

Evaluación final

Alumno:____

Profesor: ____________________ Materia:________________

Escuela: _____________________ Grupo:____________Fecha:______________

Esta es una prueba para medir tus aprendizajes alcanzados durante la secuencia didáctica. La prueba servirá por un lado para asignar tu calificación correspondiente al tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales, por otro lado servirá para realizar acciones pedagógicas que contribuyan a mejorar tu aprendizaje.

Instrucciones generales:

- Lee y responde cuidadosamente cada ejercicio.
- Debes desarrollar el procedimiento que utilices para hallar el resultado, y no sólo escribir la respuesta.
- El tiempo estimado para resolver la evaluación final es de 40 minutos.

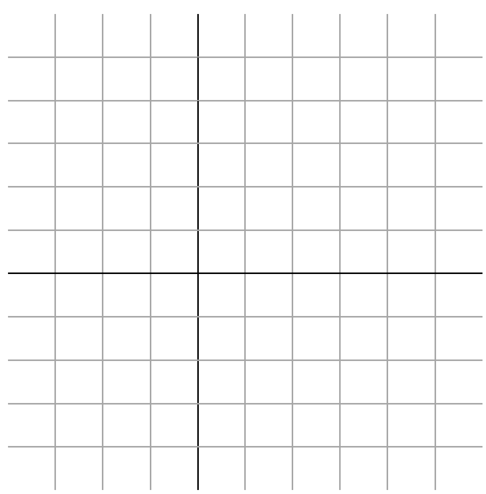
1. Solución de inecuaciones lineales con una incógnita.

- Determina los valores de “x” para los que las desigualdades se cumplen
- Representa gráficamente la solución

$5x + 2 \leq -23$	**Representación gráfica:**
$4x - 18 < 12x - 2$	**Representación gráfica:**

2. Región solución de una inecuación lineal con dos incógnitas.

- Determina la región solución de la inecuación lineal $6x + 3y \leq 12$. Utiliza el espacio siguiente para escribir tus procedimientos.
- Representa gráficamente la región solución de la inecuación.



3. Resolución de problemas de optimización.

I. Dos escuelas preparatorias particulares ofrecen un nuevo plan de pago para sus estudiantes. La escuela “Darío Rodríguez” ofrece un plan que contempla el pago de colegiatura mensual de $3 250 más 115 pesos extra por cada servicio adicional contratado al mes (por ejemplo, el transporte escolar, derecho de estacionamiento, comida en la cafetería, uso de locker, uso de gimnasio, admisión al área de alberca, cursos de idioma adicional al inglés, etc.) La escuela “Juana de Arco” ofrece un plan que contempla el pago de colegiatura mensual de $3 400 mensuales más 85 pesos por servicio extra contratado al mes.

a) **Completa la siguiente tabla y plantea el problema en términos matemáticos.**

	Representación verbal	Representación matemática
Variable (s)		
Pago mensual total en la escuela “Darío Rodríguez”		
Pago mensual total en la escuela “Juana de Arco”		
Pregunta que deseas responder		

b) **A partir de los datos anteriores, determina cuándo te conviene inscribirte en la escuela “Darío Rodríguez” y cuándo en la escuela “Juana de Arco”.**

II. Con el inicio del ciclo escolar, la administración de la escuela secundaria "Darío Rodríguez" ha decidido vender dos diferentes paquetes de útiles escolares. La escuela dispone de 2 400 cuadernos profesionales de pasta dura y 1 000 estucheras (cada una contiene cinco lápices, dos bolígrafos, un juego de 24 colores, un sacapuntas, una goma, un corrector, un pegamento y un juego de tijeras). El primer paquete contiene tres cuadernos y una estuchera, el segundo contiene cuatro cuadernos y dos estucheras. El precio de cada paquete será de 210 y 380 pesos respectivamente. ¿Cuántos paquetes de cada tipo debe producir la escuela para obtener el beneficio máximo?

I. Planteamiento del problema.

Completa la siguiente tabla:

Paquetes / Contenidos	P1	P2	Disponibilidad
Cuadernos			
Estuches			
Costo			

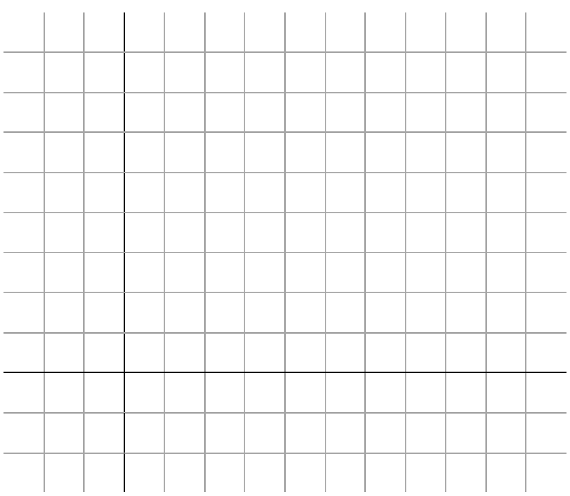
II. Selección de incógnitas. (Elige la representación algebraica de los datos desconocidos)

III. Obtener la función objetivo

IV. Restricciones del problema

1)
2)
3)
4)

V. Representar gráficamente las restricciones para obtener el conjunto de soluciones factibles.



VI. Obtención de la ganancia máxima:

Evaluación de la secuencia

Alumno:____

Profesor: _________________ Materia:_____________

Escuela: __________________ Grupo:__________Fecha:____________

INDICADOR	APRECIACIÓN
6	SIEMPRE
5	FRECUENTEMENTE
4	ALGUNAS VECES
3	RARA VEZ
2	NUNCA
1	NO SÉ

Cuestionario de evaluación del alumno al profesor MADEMS	
1. ¿El docente indicó los objetivos a lograr en clase?	
2. ¿El profesor explicó de manera clara y ordenada?	
3. ¿Los ejemplos proporcionados por el docente te permitieron comprender mejor el tema?	
4. ¿Las actividades que te proporcionó el docente fueron adecuadas?	
5. ¿El docente resaltó los conceptos más importantes del tema?	
6. ¿El profesor dejó tareas acordes al tema visto en clase que te permitieron practicar o reforzar?	
Motivación	
1. ¿Las explicaciones del profesor fueron elocuentes?	
2. ¿El profesor despertó tu interés por el tema?	
3. ¿La actitud y estrategias del docente motivaron tu compromiso en clase?	
4. ¿El profesor te involucró para resolver los ejercicios?	
5. ¿El docente mostró entusiasmo durante la clase?	
6. ¿Consideras que el profesor te transmitió su pasión por el tema durante las exposiciones docentes?	
7. ¿Las actividades que te proporcionó el docente te ayudaron a reafirmar el tema?	
Relaciones humanas	
1. ¿El trato del docente fue amable y cordial?	
2. ¿El docente mostró interés por sus alumnos?	
3. ¿Existió respeto entre los alumnos y el profesor?	
4. ¿Existió diálogo entre los alumnos y el profesor?	
5. ¿Existió empatía entre los alumnos y el profesor?	
Acuerdos en clase	
1. ¿El profesor exigió puntualidad en la clase?	
2. ¿El profesor exhortó tu asistencia en clase?	

3. ¿El docente te exigió calidad y contenido en los trabajos y tareas?	
4. ¿El profesor mantuvo orden y disciplina en el aula?	
5. ¿El profesor te pidió puntualidad en la entrega de tareas?	
6. ¿El profesor fue justo al calificar tareas, ejercicios y/o exámenes?	
Responsabilidad docente	
1. ¿El docente llegó puntual a clase?	
2. ¿El profesor asistió a clase?	
3. ¿El profesor revisó con prontitud las tareas, actividades y exámenes?	
4. ¿El docente te proporcionó retroalimentación de tus tareas, actividades y exámenes?	
Comunicación en el aula	
1. ¿El docente se mostró seguro al exponer el tema?	
2. ¿El profesor usó adecuadamente su lenguaje corporal y gestual?	
3. ¿El docente utilizó el pizarrón de manera clara y ordenada?	
4. ¿El docente aclaró tus dudas durante la clase?	
5. ¿Crees que el volumen de voz fue adecuado?	
6. ¿La velocidad del profesor al hablar era adecuada?	
7. ¿El ritmo de la clase te permitió seguir, entender y recordar la clase?	
8. ¿El lenguaje que usó el docente fue adecuado?	
En general	
1. ¿Las estrategias usadas por el docente fueron adecuadas?	
2. ¿Consideras que el profesor es buen docente?	

Cuestionario sobre el tema impartido

Inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales	
1. ¿Habías oído antes acerca de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales?	
2. ¿Conoces algún profesor de matemáticas que vea el tema?	
3. ¿Te fue fácil seguir el tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones?	
4. ¿Lograste entender el tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales?	
5. ¿Te será fácil recordar el tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales?	
6. ¿Crees que el manejo de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales te permitirán ahondar en otros campos de la matemática?	
7. ¿Consideras que el aprendizaje del tema de inecuaciones y sistemas lineales es importante durante el bachillerato?	
El álgebra y la geometría de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones	
1. ¿Tenías conocimientos previos de geometría que te permitieron comprender mejor el tema?	
2. ¿Tenías conocimientos previos de álgebra que te permitieron seguir mejor el tema?	
3. ¿Las representaciones geométricas relacionadas con las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones te permitieron seguir y entender mejor el tema?	
4. ¿El tratamiento algebraico de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales te permitieron comprender mejor el tema?	

5. ¿Consideras que es útil combinar las representaciones geométricas con las representaciones algebraicas para seguir, entender y recordar el tema?	
La programación lineal en las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones	
1. ¿Habías oído antes sobre la programación lineal y los problemas de optimización?	
2. ¿Consideras que la programación lineal es una herramienta adecuada para el aprendizaje de las inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales en bachillerato?	
3. ¿Te gustaría conocer más sobre la programación lineal y los problemas de optimización?	
4. ¿Consideras que a través de las inecuaciones y los sistemas de inecuaciones lineales se pueden modelar y resolver situaciones de la vida real?	
Material de apoyo para aprender inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales	
1. ¿Consideras que el uso de proyecciones de los ejercicios y las gráficas relacionadas al tema fueron apropiadas?	
2. ¿Los problemas de optimización planteados te parecieron accesibles y adecuados para la comprensión del tema?	
3. ¿Consideras que las actividades escritas (fotocopias) te permitieron comprender mejor el tema?	
4. ¿El trabajo en equipo favorece tu aprendizaje?	
5. ¿Tus exposiciones, dudas, ideas u opiniones ayudaron a clarificar el tema?	
6. En general, ¿crees que el desarrollo de la clase te permitió seguir, entender, y recordar el tema?	
7. ¿Consideras que el uso de la bitácora te permite reflexionar sobre tu trabajo en clase y tu nivel de aprendizaje alcanzado?	

Anexo: Solucionario de actividades

Evaluación diagnóstica

Alumno:____

Profesor: _________________ Materia:___________________________

Escuela: __________________ Grupo:__________Fecha:____________

La presente es una prueba para diagnosticar tus fortalezas y debilidades en el rendimiento académico. La prueba servirá para realizar acciones pedagógicas que contribuyan a mejorar tu aprendizaje. El resultado de la prueba no tiene ningún valor para asignar calificaciones o calcular promedios en esta asignatura; sin embargo, debes hacer tu mejor esfuerzo al responderla, ya que los resultados servirán para preparar estrategias de ayuda en las áreas en las que presentes más dificultades.

Instrucciones generales:

- ❖ Lee y responde cuidadosamente cada ejercicio.
- ❖ Debes desarrollar el procedimiento que utilices para hallar el resultado, y no sólo escribir la respuesta.
- ❖ El tiempo estimado para resolver la evaluación diagnóstica es de 25 minutos.

Primera sección

I. De las siguientes ecuaciones despeja la incógnita indicada.

a) $6x + 15 = -8x + 141$. Despejar x	b) $x - y = -1$ Despejar y
$6x + 8x = 141 - 15$ $14x = 126$ $x = \frac{126}{14}$ $x = 9$	$-y = -1 - x$ $y = -(-1 - x)$ $y = 1 + x$

II. Considera la siguiente ecuación $2x - y = 4$ y contesta las siguientes preguntas.

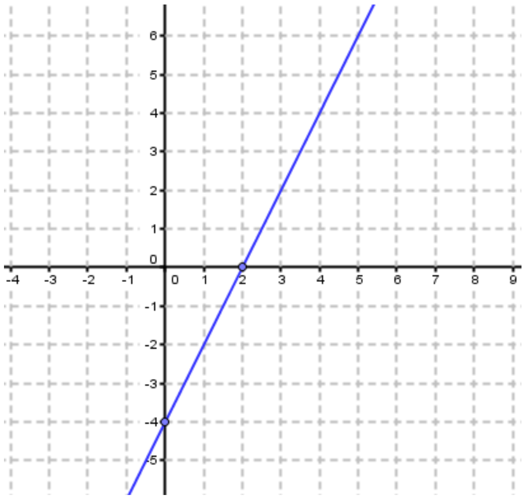
a) ¿La ecuación anterior representa a una recta? (Si tu respuesta es afirmativa, continúa con las siguientes preguntas, en caso contrario pasa al ejercicio III) ____Sí_______

b) ¿Cuál es la ordenada al origen (intersección con el eje y) de la recta anterior? $(0, -4)$

c) Halla el punto de intersección de la recta con el eje x. ___(2, 0)_______

d) Determina dos puntos (x, y) que cumplan la ecuación anterior. $A(1, -2)$ y $B(-1, -6)$

e) Grafica la recta que corresponde a la ecuación.



III. Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales y $\begin{matrix} x + y = 5 \\ -6x + 2y = -6 \end{matrix}$ **realiza lo que se te pide a continuación.**

<table>
<tr><td>a) Determina la solución del sistema de ecuaciones (utiliza el método de tu preferencia).</td><td>b) Representa geométricamente cada una de las ecuaciones del sistema y determina las coordenadas del punto de intersección si existe.</td></tr>
<tr><td>

$$\begin{aligned} -2x - 2y &= -10 \\ \underline{-6x + 2y} &\underline{= -6} \\ -8x &= -16 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-16}{-8}$$

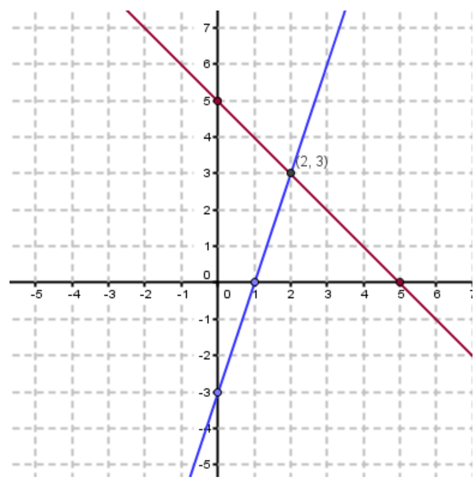
$$x = 2$$

$$2 + y = 5$$

$$y = 5 - 2$$

$$y = 3$$

</td><td>



</td></tr>
<tr><td colspan="2">c) ¿Cuál es la relación entre la solución del sistema y el punto de intersección de las rectas?
La solución del sistema corresponde a las coordenadas del punto de intersección de las rectas afines.</td></tr>
</table>

IV. Escribe el signo $<$, $>$ o $=$, según corresponda.

a) $5 < 8$	d) $4 > 2.5$	g) $-5 < -1$
b) $-2 > -5$	e) $3 > -6$	h) $-8 = -3 - 5$
c) $-1 < 9$	f) $0 = 5 - 5$	i) $3.35 > 3.5$

Segunda sección: Lee los siguientes problemas y responde lo que se te pide

Nota: Dado que esta sección corresponde al tema que será estudiado en la secuencia didáctica, se espera que los alumnos no la respondan. Dado lo anterior, las soluciones a cada uno de los problemas se presentan en las actividades de la sesión 1 y de la sesión 4 respectivamente.

I. Dos compañías de telefonía celular ofrecen un nuevo plan de pago para sus clientes. La compañía Mexcel ofrece el plan “TX13” que consta de servicio telefónico y mensajes ilimitados entre números de la misma compañía con un costo de $445 mensuales más $1.10 por cada mensaje o llamada realizados a otra compañía. La compañía Movitel ofrece el paquete “SC20” con los mismos servicios de telefonía y mensajería a un costo de $460 mensuales más $0.85 por mensaje o llamada realizados a otra compañía.

a) A partir de los datos anteriores, determina cuándo te conviene contratar el plan de la compañía Mexcel y cuándo el de la compañía Movitel.
b) Plantea el problema en términos matemáticos (Puedes ayudarte completando la tabla de abajo).

	Representación verbal	**Representación matemática**
Variable (s)		
Costo mensual del equipo TX13		
Costo mensual del equipo SC20		
Pregunta que deseas responder		

c) Resuelve el problema y representa gráficamente (si es posible) el problema anterior.

II. La compañía Mexcel de teléfonos celulares dispone de 800 unidades eléctricas y 1200 unidades metálicas para fabricar dos productos con las siguientes condiciones: la fabricación del producto TX13 requiere de 10 unidades eléctricas y 30 unidades metálicas, mientras que la fabricación del producto TX20 requiere 20 unidades eléctricas y 20 unidades metálicas. La compañía planea vender tanto el producto TX13 como el TX20 a $250 cada uno. ¿Cuál es la cantidad del producto TX13 y TX20 que la compañía telefónica debe fabricar para obtener la mayor ganancia posible?

Actividad 1

Solución de inecuaciones lineales con una incógnita

Maestría en Docencia para la Educación Media Superior

Alumno:____

Profesor: __________________ Materia:____________________________

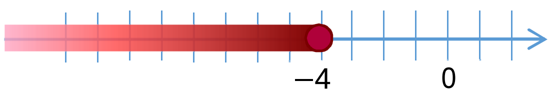
Escuela: ___________________ Grupo:___________Fecha:_____________

Instrucciones: Resuelve las siguientes inecuaciones lineales con una incógnita y representa gráficamente la solución de cada una de ellas.

$$-5x \geq 20$$

$$\frac{-5x}{-5} \leq \frac{20}{-5}$$

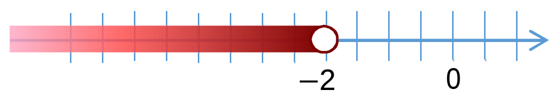
$$x \leq -4$$



$$3x < -6$$

$$\frac{3x}{3} \leq \frac{-6}{3}$$

$$x \leq -2$$



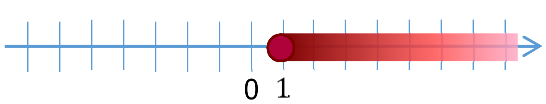
$$-5x + 8 \leq 3$$

$$-5x \leq 3 - 8$$

$$-5x \leq -5$$

$$\frac{-5x}{-5} \geq \frac{-5}{-5}$$

$$x \geq 1$$



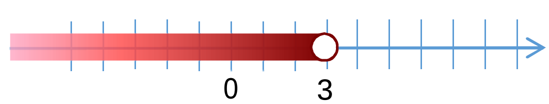
$$-6x > 2x - 24$$

$$-6x - 2x > -24$$

$$-8x > -24$$

$$\frac{-8x}{-8} < \frac{-24}{-8}$$

$$x < 3$$



Tarea 1

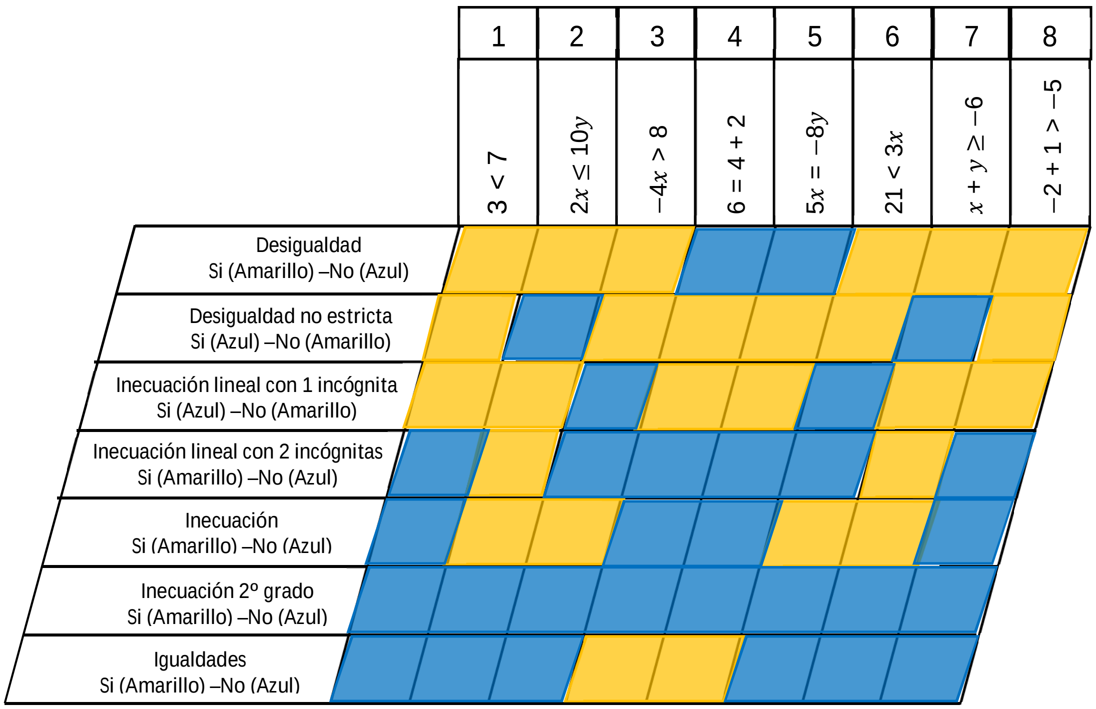
Alumno:____

Profesor: __________________ Materia:______________________________

Escuela: ___________________ Grupo:___________Fecha:_____________

Concepto de desigualdad e inecuación

Instrucciones: A continuación encontrarás ocho expresiones matemáticas. Clasifica cada una de ellas en la(s) fila(s) que le corresponden, coloreando de la forma adecuada cada casilla.



1. Propiedades de desigualdades

Instrucciones: A partir de los valores que se encuentran en la primera columna, realiza la operación que se te indica y completa la tabla.

Valores	Compara los valores	Sumar 3 unidades a cada valor y comparar	Sumar -4 unidades a cada valor y comparar	Multiplicar por 2 cada valor y comparar	Multiplicar por -2 cada valor y comparar
2, 5	2 < 5	5 < 8	−2 < 1	4 < 10	−4 > −10
−2, 3	−2 < 3	1 < 6	−6 < −1	−4 < 6	4 > −6
−2, −5	−2 > −5	1 > −2	−6 > −9	−4 > −10	4 < 10
3, −1	3 > −1	6 > 2	−1 > −5	6 > −2	−6 < 2
Con tus palabras describe las propiedades aditiva y multiplicativa de las desigualdades		Propiedad aditiva		Propiedad multiplicativa	

Tarea 2

Maestría en Docencia para la Educación Media Superior

Alumno:____

Profesor: ____________________ Materia:_________________________________

Escuela:____________________ Grupo:____________ Fecha:______________

Instrucciones: Resuelve las inecuaciones de la izquierda y relaciona tu respuesta con su correspondiente representación gráfica a la derecha.

$3x \geq -12$

$x \geq \frac{-12}{3}$

$x \geq -4$

$-4x \geq -16$

$x \leq \frac{-16}{-4}$

$x \leq 4$

$3x + 5 \leq -4$

$3x \leq -4 - 5$

$3x \leq -9$

$x \leq -3$

$5 > -2x - 1$

$5 + 1 > -2x$

$6 > -2x$

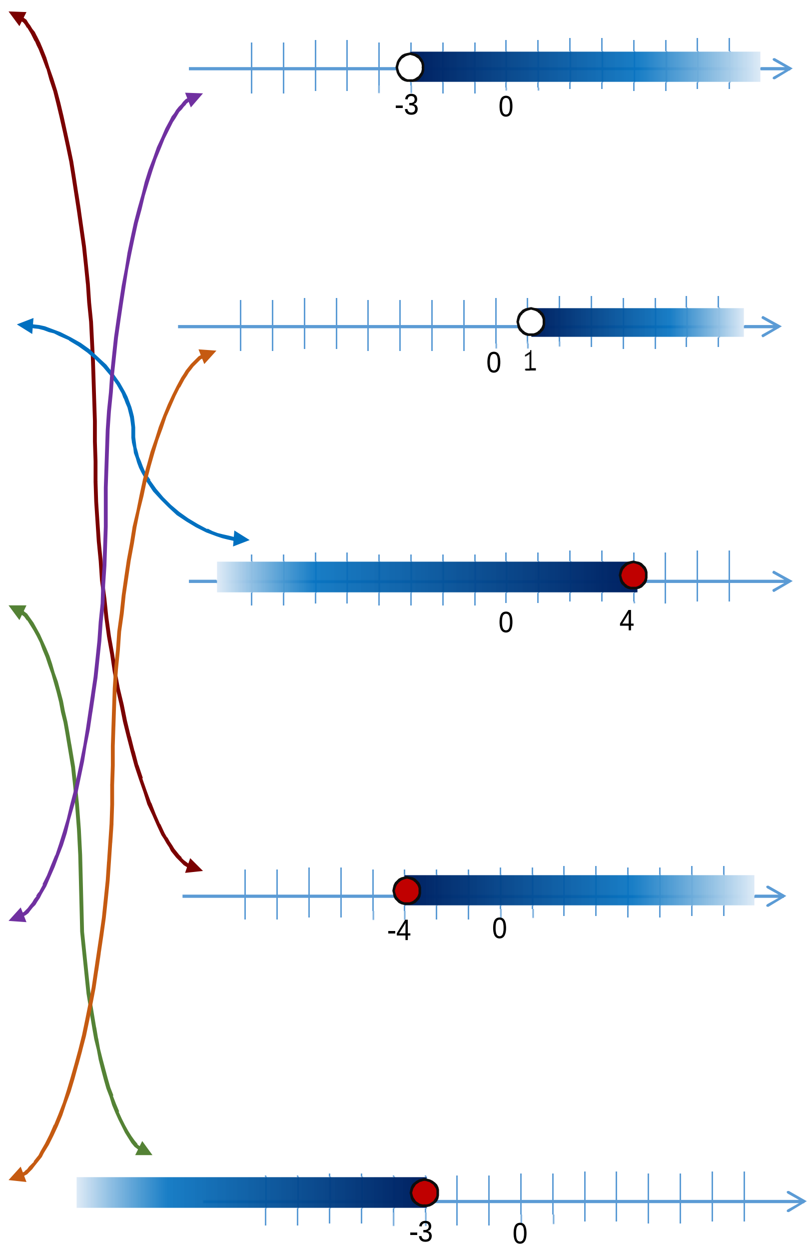
$-3 < x$

$2x + 3 < 6x - 1$

$2x - 6x < -1 - 3$

$-4x < -4$

$x > 1$



Actividad 2

Problema de toma de decisiones

Alumno:____

Profesor: ___________________ Materia: _____________________________

Escuela: ____________________ Grupo:____________Fecha:______________

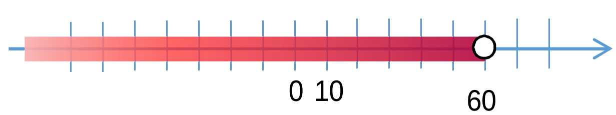
Instrucciones: Lee los siguientes problemas y responde lo que se pide.

I. Dos compañías de telefonía celular ofrecen un nuevo plan de pago para sus clientes. La compañía Mexcel ofrece el plan TX13 que consta de servicio telefónico y mensajes ilimitados entre números de la misma compañía con un costo de $445 mensuales más $1.10 por cada mensaje o llamada realizada a otra compañía. La compañía Movitel ofrece el paquete SC20 con los mismos servicios de telefonía y mensajería a un costo de $460 mensuales más $0.85 por mensaje o llamada realizada a otra compañía. ¿Qué plan te conviene para gastar menos?

a) A partir de la información anterior, completa la siguiente tabla.

	Representación verbal	Representación matemática
Variables (s)	Número de llamadas o mensajes realizados a otra compañía en un mes.	x
Costo mensual total del equipo TX13	445 pesos de mensualidad más $1.10 por cada mensaje o llamada a otra compañía.	$445 + 1.10x$
Costo mensual total del equipo SC20	460 pesos de mensualidad más $0.85 por cada mensaje o llamada a otra compañía.	$460 + 0.85x$

b) ¿A partir de cuántas llamadas o mensajes realizados a otra compañía te conviene el equipo TX13? Responde la pregunta utilizando un procedimiento algebraico y representa gráficamente la solución.



$445 + 1.10x < 460 + 0.85x$

$1.10x - 0.85x < 460 - 445$

$0.25x < 15$

$x < \dfrac{15}{0.25}$

$x < 60$

Por lo tanto, si realizo menos de 60 llamadas o mensajes al mes, me conviene la compañía TX13.

c) ¿A partir de cuántas llamadas o mensajes realizados a otra compañía te conviene el equipo SC20? Al realizar más de 60 llamadas o mensajes a otra compañía.

II. Rodrigo decidió contratar el plan de la compañía TX13 por lo que la compañía le ofreció una promoción en la que por cada llamada, a una compañía diferente, que realice antes de las 14 horas pagará \$0.70 y por cada llamada posterior a ese horario pagará \$1.10. Si Rodrigo realiza en promedio 55 llamadas durante la semana y actualmente dispone de \$50 semanales para pagar este tipo de llamadas, ¿cuántas llamadas debe realizar antes de las 14 horas con la finalidad de realizar el promedio de llamadas semanales sin superar su presupuesto?

a) Completa la siguiente tabla con los datos del problema anterior.

	Lenguaje común	**Representación matemática**
Variable	• Número de llamadas realizadas antes de las 14 h a otra compañía • La cantidad de llamadas realizadas después de las 14 h, dado que en una semana se realizan 55 llamadas en promedio.	x $55 - x$
Costo por las llamadas realizadas antes de las 14 horas	Se paga 0.70 pesos por cada llamada realizada antes de las 14 horas.	$0.70x$
Costo por las llamadas realizadas a partir de las 14 horas	Se paga \$1.10 por cada llamada realizada después de las 14 horas.	$1.10(55 - x)$
Costo total de las llamadas realizadas durante una semana	La suma del costo de las llamadas realizadas antes de las 14h más el de las llamadas posteriores a las 14h.	$0.70x + 1.10(55 - x)$

b) ¿Cuántas llamadas debe realizar Rodrigo antes de las 14 horas para no superar su presupuesto? Realiza un procedimiento algebraico y representa gráficamente la solución.

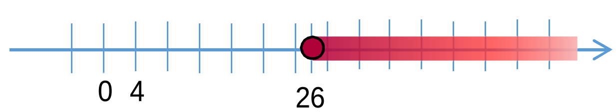
$$0.70x + 1.10(55 - x) \leq 50$$

$$0.70x + 60.5 - 1.10x \leq 50$$

$$-0.4x \leq 10.5$$

$$x \geq \frac{10.5}{-0.4}$$

$$x \geq 26$$



Tarea: Problemas de toma de decisiones

Alumno:______________________________________

Profesor: ________________ Materia:__________________________

Escuela: _________________ Grupo:__________Fecha:____________

Instrucciones: Lee los siguientes problemas y responde lo que se pide.

1. Dos gimnasios ofrecen un nuevo plan de membrecía. El gimnasio Vicking Sport ofrece un plan que contempla el pago de membrecía mensual de $325 más 30 pesos extra por cada servicio mensual adicional como: clases de kick boxing, zumba, spinning, body-combat, danza árabe, karate y el uso de locker. El gimnasio Sport –Now ofrece un plan que contempla el pago de membrecía mensual de $370 mensuales más 25 pesos por servicio adicional contratado al mes.

   a) Plantea el problema en términos matemáticos.
   b) A partir de los datos anteriores, determina cuándo te conviene inscribirte en el gimnasio Sport-Now.
   c) Desarrolla tu procedimiento y representa gráficamente tu solución.

2. Después de seis meses de servicio el gimnasio Sport-Now lanzó una nueva promoción para sus 180 suscriptores. De tal forma que por cada cliente inscrito en el turno matutino se obtiene una ganancia de 200 pesos, mientras que por cada persona que se ha inscrito en el turno vespertino se ganan $275. ¿Cuántos clientes deben inscribirse en el turno matutino para que el gimnasio obtenga una ganancia mayor o igual a $42 000?

   a) Plantea el problema en términos matemáticos.
   b) Con el uso de inecuaciones lineales determina la solución al problema anterior.
   c) Representa gráficamente la solución al problema.

Actividad 3

Región solución de una inecuación lineal con dos incógnitas.

Alumno:____

Profesor: ____________________Materia:____________________________

Escuela: ____________________ Grupo:___________Fecha:_____________

Instrucciones:

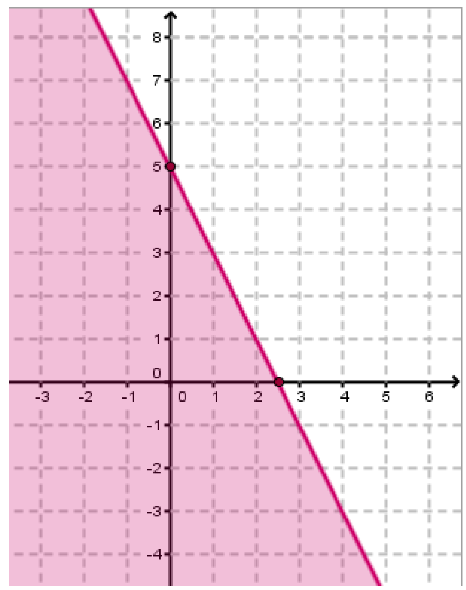
❖ A partir de la inecuación lineal $\mathbf{4x + 2y \leq 10}$, resuelve los siguientes ejercicios.

a) A partir de la representación gráfica de la inecuación lineal anterior, determina la región solución. Utiliza el espacio siguiente para escribir tus procedimientos.

En $4x + 2y \leq 10$:

Si $x = 0$ entonces $2y \leq 10$
$y \leq 5$

Si y=0 entonces $4x \leq 10$
$x \leq 2.5$



b) Determina y localiza las coordenadas de un punto del plano que satisfaga la igualdad, es decir que cumpla $\mathbf{4x + 2y = 10}$: __(2.5, 0), (0, 5), (1, 3), etcétera.__________

c) Determina las coordenadas de un punto que satisfaga la desigualdad estricta, es decir que cumpla $\mathbf{4x + 2y < 10}$:_ (0, 0), (1, 1), (−2, −1), etcétera.____________________

d) Determina las coordenadas de un punto que no satisfaga la desigualdad: (3, 2), (4, 0), etcétera.

e) ¿En cuántas regiones es dividido el plano cartesiano por la recta asociada a la inecuación?_2__
¿Cuáles son estas regiones? _Región inferior y región superior________________________

❖ Considera ahora la inecuación lineal $\mathbf{4x + 2y} < 10$, es decir la desigualdad estricta. ¿Cómo cambia la representación gráfica y la región solución de la inecuación lineal?
La recta que representa la igualdad se traza con una línea punteada pues esto indica que los puntos de la recta no satisfacen la desigualdad.____________

Actividad 4

Resolución de sistemas de inecuaciones lineales

Alumno:____

Profesor: __________________ Materia:______________________________

Escuela:____________________ Grupo:___________Fecha:_____________

MADEMS Maestría en Docencia para la Educación Media Superior

Instrucciones:

- Considera el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas
- Resuelve los siguientes ejercicios.

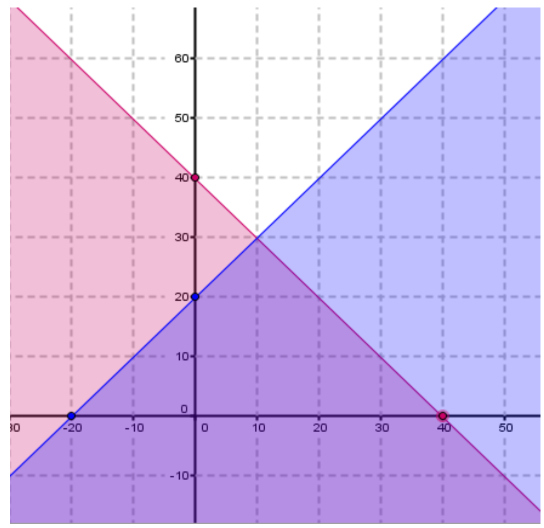
$$2x + 2y \le 80$$
$$-3x + 3y \le 60$$

1. Determina de forma gráfica la región solución del sistema anterior. Utiliza el espacio en blanco para realizar tus procedimientos.

Determinamos dos puntos que pertenecen a la recta afín a la igualdad de cada inecuación.

Para $2x + 2y = 80$ si $x = 0$ entonces $y = 40$, si $y = 0$ entonces $x = 40$. Trazamos la recta de forma punteada pues la desigualdad es no estricta. Localizamos la región de los puntos que satisfacen la inecuación; en este caso está por debajo de la recta.

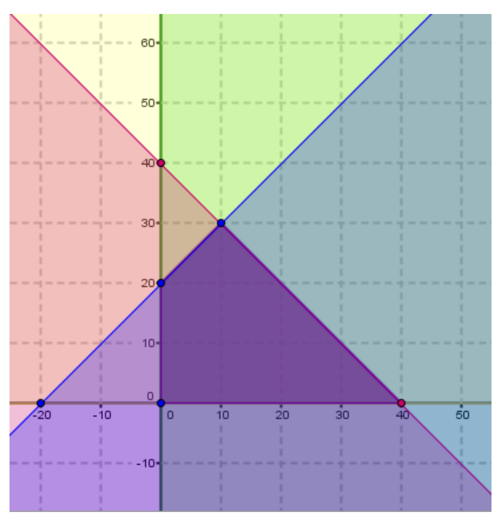
Para $-3x + 3y = 60$ si $x = 0$ entonces $y = 20$, si $y = 0$ entonces $x = -20$. Trazamos la recta de forma punteada pues la desigualdad es no estricta. Localizamos la región de los puntos que satisfacen la inecuación; en este caso está por debajo de la recta.



2. ¿Cómo cambia la región solución del sistema anterior si agregamos una o más inecuaciones lineales con dos incógnitas? (Resuelve las siguientes pistas para resolver la pregunta)

Pista 1: Agrega la inecuación $x \ge 0$ al sistema y realiza la representación gráfica de las tres inecuaciones en el siguiente plano, ¿Cómo es la región solución?

Pista 2: Agrega la inecuación $y \ge 0$ al sistema y realiza su representación gráfica en el plano, ¿Qué puedes decir ahora de la región solución?



a) ¿Cuántas inecuaciones tiene el sistema de inecuaciones? __________4_______________

b) Determina las características de la región solución:

_Es una región cerrada________________ _Es un polígono de cuatro lados__

_Tiene 4 vértices______________________ _Es un polígono convexo_________

c) Determina los vértices de dicha región: _(0, 0), (0, 20), (40, 0), (10, 30)______

Actividad 5. Tripas de gato

Alumno:____

Profesor: ____________________ Materia:________________________________

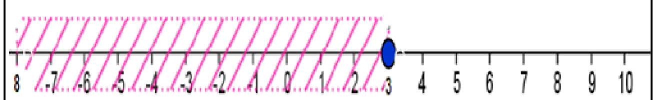
Escuela: _____________________ Grupo:____________Fecha:______________

En la siguiente imagen se encuentran seis conceptos y seis definiciones. Relaciona con una línea cada concepto con su definición correspondiente, (cada concepto está relacionado con una única definición). Recuerda que en el juego de lenguas de gato las líneas de unión no deben tocarse entre sí.

Solución: 1d, 2f, 3a, 4b, 5c, 6e.

5. Región solución de una inecuación lineal con dos incógnitas.

$x \leq -3$

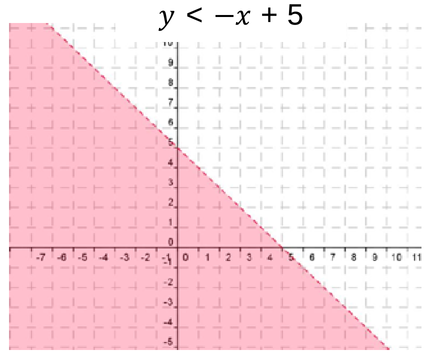


f) $2x \geq 0$; $x + y < 12$; $3x^2 - 4y \geq 5$; $-3x^3 + 4x^2 - 2x \leq y$

1.Ejemplos de desigualdades

a) $-3x + y < 5$; $2x > 0$; $y \leq -2x$; $-4y \geq 3$

$y < -x + 5$



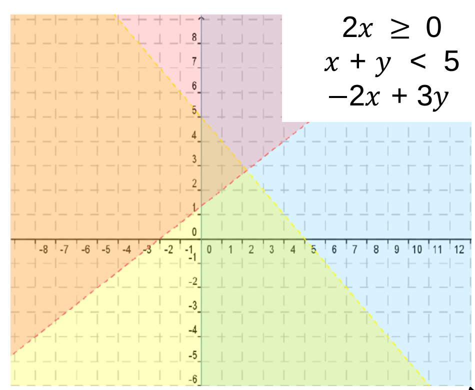
6. Región solución de un sistema de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

2. Ejemplos de inecuaciones

4. Solución de una inecuación lineal con una incógnita.

d) $5 < 12$; $7 > -2$; $x \leq 3$; $2x \geq 0$

$2x \geq 0$
$x + y < 5$
$-2x + 3y$



3. Ejemplos de inecuaciones lineales

Actividad 6. Problema de optimización

Alumno:____

Profesor: __________________ Materia:____________________________

Escuela: ___________________ Grupo:___________Fecha:_____________

Instrucciones: Lee y resuelve el siguiente problema.

La compañía de teléfonos celulares Mexcel dispone de 1 200 unidades eléctricas y 800 unidades metálicas para fabricar dos productos con las siguientes condiciones: la fabricación del producto TX13 requiere 30 unidades eléctricas y 10 unidades metálicas, mientras que la fabricación del producto TX20 requiere 20 unidades eléctricas y 20 unidades metálicas. La compañía planea vender el producto TX13 a $995 y el producto TX20 a $898. ¿Cuál es la cantidad de los productos TX13 y TX20 que la compañía telefónica debe fabricar para obtener la mayor ganancia posible?

I. Planteamiento del problema
Completa la siguiente tabla

Productos / Materiales	TX13	TX20	Disponibilidad
Unidades eléctricas	30	20	1200
Unidades metálicas	10	20	800
Precio de venta	995	898	

II. Selección de incógnitas (elige la representación algebraica de los datos desconocidos).

x: Cantidad de productos TX13
y: Cantidad de productos TX20

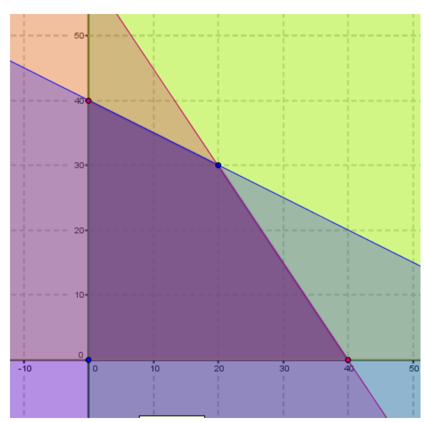
III. Obtener la función objetivo

$G = 995x + 898y$

IV. Restricciones del problema

1) $30x + 20y \leq 1200$
2) $10x + 20y \leq 800$
3) $x > 0$
4) $y > 0$

V. Representar gráficamente las restricciones para obtener el conjunto de soluciones factibles



VI. Localizar los vértices de la región de soluciones factibles

$A(0,0)$
$B(0,40)$
$C(20,30)$
$D(40,0)$

VII. Determina la ganancia máxima.

$995(0) + 898(40) = 35\,920$

$995(20) + 898(30) = 46\,840$

$995(40) + 898(0) = 39\,800$

La ganancia máxima se obtiene al producir 20 artículos TX13 y 30 artículos TX20.

Actividad 6a. Problema de optimización

Alumno:____
Profesor: __________________ Materia:____________________________
Escuela: ___________________ Grupo:___________Fecha:_____________

Instrucciones: A continuación se presentan algunos problemas de optimización. Lean con atención cada problema y resuelvan uno de ellos.

1. En una fábrica de ropa, un sastre tiene 800 m^2 de tela de algodón y 1 200 m^2 de tela de lana. Un pantalón requiere 1.6 m^2 de algodón y 3.2 m^2 de lana, un vestido requiere 2.5 m^2 de cada una de las telas. ¿Cuál es el número de pantalones y vestidos que debe confeccionar el sastre para obtener la mayor ganancia posible si un pantalón tiene una ganancia de 350 pesos, mientras que un vestido tiene una ganancia de 450 pesos? ¿Cuál será la máxima ganancia de la fábrica?

2. La empresa FRESH dedicada a la venta de jugos envasados, ha decidido lanzar al mercado dos jugos de frutas mezclando dos o más concentrados. El jugo Frutitrío está conformado por concentrado de piña, naranja y plátano. El jugo frutidúo requiere de 12 onzas de concentrado de jugo de naranja y 6 onzas de pulpa de plátano. La empresa cuenta con un máximo disponible de 24 000 onzas de concentrado de jugo de naranja, 12 000 onzas de piña y 10 000 de plátano para la producción. ¿Cuántos frutitríos y cuantos frutidúos debe fabricar la empresa para obtener la máxima ganancia si un frutitrío deja como ganancia \$10 y un frutidúo deja una ganancia de \$8? ¿Cuál será la máxima ganancia de la empresa FRESH?

Evaluación final

Alumno:____

Profesor: ___________________ Materia:_______________

Escuela: ____________________ Grupo:___________Fecha:______________

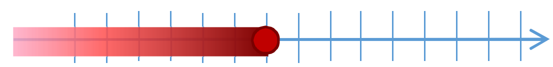
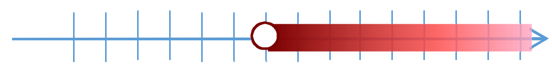
Esta es una prueba para medir tus aprendizajes alcanzados durante la secuencia didáctica. La prueba servirá por un lado para asignar tu calificación correspondiente al tema de inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales, por otro lado servirá para realizar acciones pedagógicas que contribuyan a mejorar tu aprendizaje.

Instrucciones generales:

- Lee y responde cuidadosamente cada ejercicio.
- Debes desarrollar el procedimiento que utilices para hallar el resultado, y no sólo escribir la respuesta.
- El tiempo estimado para resolver la evaluación final es de 40 minutos.

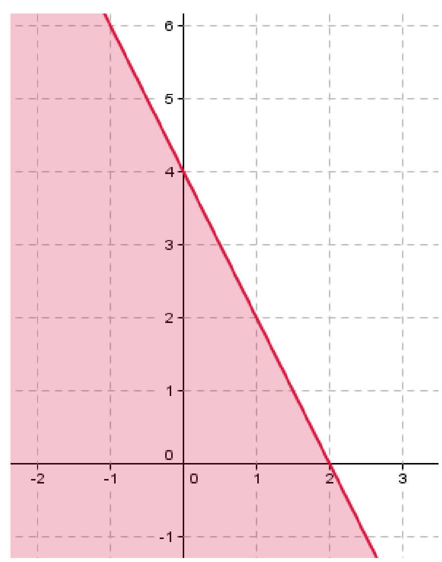
1. Solución de inecuaciones lineales con una incógnita.

- Determina los valores de x para los que las desigualdades se cumplen
- Representa gráficamente la solución

$\mathbf{5x + 2 \leq -23}$ $5x \leq -23 - 2$ $5x \leq -25$ $x \leq -5$	**Representación gráfica:** 
$\mathbf{4x - 18 < 12x - 2}$ $4x - 12x < -2 + 18$ $-8x < 16$ $x > -2$	**Representación gráfica:** 

2. Región solución de una inecuación lineal con dos incógnitas.

- Determina gráficamente la región solución de la inecuación lineal $\mathbf{6x + 3y \leq 12.}$ Utiliza el espacio siguiente para escribir tus procedimientos.



3. Resolución de problemas de optimización.

I. Dos escuelas preparatorias particulares ofrecen un nuevo plan de pago para sus estudiantes. La escuela “Darío Rodríguez” ofrece un plan que contempla el pago de colegiatura mensual de $3 250 más 115 pesos extra por cada servicio adicional contratado al mes (por ejemplo, el transporte escolar, derecho de estacionamiento, comida en la cafetería, uso de locker, uso de gimnasio, admisión al área de alberca, cursos de idioma adicional al inglés, etc.) La escuela “Juana de Arco” ofrece un plan que contempla el pago de colegiatura mensual de $3 400 mensuales más 85 pesos por servicio extra contratado al mes.

a) Completa la siguiente tabla y plantea el problema en términos matemáticos.

	Representación verbal	**Representación matemática**
Variable (s)	Número de servicios adicionales.	x
Pago mensual total en la escuela “Darío Rodríguez”	Colegiatura mensual más 115 pesos por cada servicio adicional contratado.	$3\,250 + 115x$
Pago mensual total en la escuela “Juana de Arco”	Colegiatura mensual más 85 pesos por cada servicio adicional contratado.	$3\,400 + 85x$
Pregunta que deseas responder	¿Cuándo el costo de la escuela Darío Rodríguez es menor que el de la escuela Juana de Arco?	$3\,250 + 115x < 3\,400 + 85x$

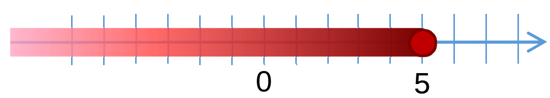
b) A partir de los datos anteriores, determina cuándo te conviene inscribirte en la escuela “Darío Rodríguez” y cuándo en la escuela “Juana de Arco”.

$3\,250 + 115x \leq 3\,400 + 85x$

$115x - 85 \leq 3\,400 - 3\,250$

$30x \leq 150$

$x \leq 5$



Si se contratan más de cinco servicios adicionales, entonces conviene inscribirse en la escuela Juana de Arco, pero si se contratan de 1 a 4 entonces conviene la escuela Darío Rodríguez.

II. Con el inicio del ciclo escolar, la administración de la escuela secundaria "Darío Rodríguez" ha decidido vender dos diferentes paquetes de útiles escolares. La escuela dispone de 2 400 cuadernos profesionales de pasta dura y 1 000 estucheras (cada una contiene cinco lápices, dos bolígrafos, un juego de 24 colores, un sacapuntas, una goma, un corrector, un pegamento y un juego de tijeras). El primer paquete contiene tres cuadernos y una estuchera, el segundo contiene cuatro cuadernos y dos estucheras. El precio de cada paquete será de 210 y 380 pesos respectivamente. ¿Cuántos paquetes de cada tipo debe producir la escuela para obtener el beneficio máximo?

I. Planteamiento del problema.

Completa la siguiente tabla:

Paquetes / Contenidos	P1	P2	Disponi-bilidad
Cuadernos	3	4	2 400
Estuches	1	2	1 000
Costo	210	380	

II. Selección de incógnitas. (Elige la representación algebraica de los datos desconocidos)

x: Cantidad de paquetes del tipo P1 producidos.

y: Cantidad de paquetes del tipo P2 producidos.

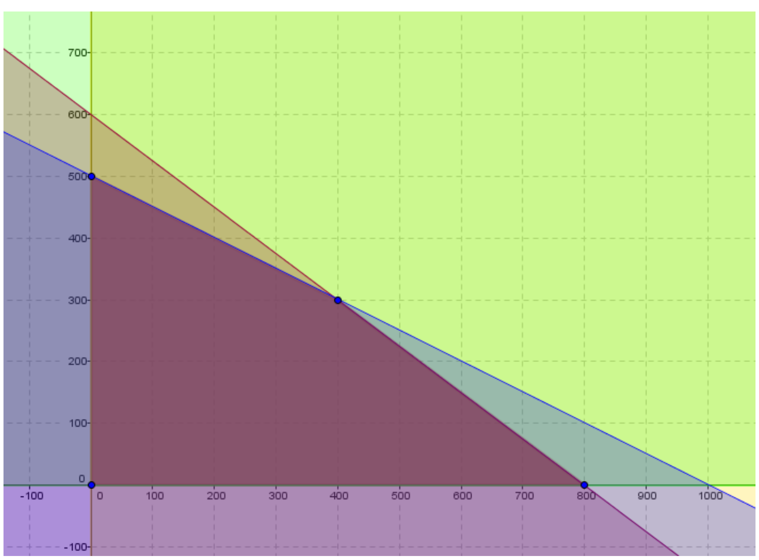
III. Obtener la función objetivo

$G = 210x + 380y$

IV. Restricciones del problema

1) $3x + 4y \leq 2\,400$
2) $x + 2y \leq 1\,000$
3) $x \geq 0$
4) $y \geq 0$

V. Representar gráficamente las restricciones para obtener el conjunto de soluciones factibles.



VI. Obtención de la ganancia máxima:

$G = 210(400) + 380(300)$

$G = 84\,000 + 114\,000$

$G = 198\,000$

Bibliografía

Alsina, A., & Planas, N. (2008). *Matemática Inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible.* Madrid: Narcea.

Boekaerts. (s.f.). *Motivar para aprender. Serie Prácticas Educativas.* INEE. Obtenido de http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/Publications/Educational_Practices/EdPractices_10s.pd

Bransford, J., Zech, L., Schwartz, D., Barron, B., & Vye, N. (1996). *Fostering mathematical thinking in middle school students: Lessons from research. In R. Sternberg y T. Ben-Zeev (Eds.), The nature of mathematical thinking. Mahwah.* N.J.: Erlbaum.

Bressan, A., Zolkower, B., & Gallego, F. (2005). *Los principios de la Matemática Realista. Perspectivas teóricas en Educación Matemática.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

COMIPEMS. (2009). *Da a conocer COMIPEMS los resultados del concurso de ingreso a la Educación Medio Superior.* México: SEP. Obtenido de http://www.sep.gob.mx/wb/sep1/bol1880709

COSDAC. (2013). *Programa de estudios: Matemáticas.* México: SEP. Obtenido de http://www.cosdac.sems.gob.mx/programas.php

DGENP (Ed.). (2014). *Preparatoria, Escuela Nacional*. (UNAM, Productor) Obtenido de Plan de Estudios (en línea): www.dgenp.unam.mx/planesdeestudio/index.html

Díaz Barriga, & Hernández Rojas. (2006). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista.* México: Mc Graw-Hill.

Dueñas, V. H. (2001). El aprendizaje basado en problemas como enfoque pedagógico en la educación en salud. *Colombia Medica*, 189-196.

Eggen, P. D., & Kauchack. (2009). *Estrategias docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades del pensamiento.* México: Fondo de Cultura Económica.

Garfunkel, S., Steen, L., Malkevitch, J., & al. (1988). For all practical purposes:introduction to contemporary mathematics. USA: COMAP.

Garrote Sánchez, M., Hidalgo Carranza, M., Hermoso, E., & al. (2004). Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones. *SUMA, 46*, 37-44.

Gimeno, J., & Gómez, P. (1996). *Comprender y transformar la enseñanza.* Madrid: Morata.

Gómez-Chacón. (2000). *Matemática Emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático.* Madrid: Narcea.

Gómez-Chacón, I., & Planchart, E. (2005). *Educación Matemática y Formación de Profesores. Propuestas para Europa y Latinoamérica.* Bilbao: Universidad de Deusto.

Grouws, & Cebulla. (2012). *Mejoramiento del desempeño en Matemáticas. Serie Prácticas Educativas.* INEE. Obtenido de www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Coediciones/Practicas_educativas/Mejoramiento/f_04.pdf

IMJUVE-IIJ. (2012). *Encuesta Nacional de Valores en Juventud 2012.* México: UNAM. Obtenido de http://www.imjuventud.gob.mx/imgs/uploads/ENVAJ_2012.pdf

INEE. (2010). *México en PISA 2009.* México: INEE. Obtenido de http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Estudios_internacionales/PISA_2009/Completo/pisa2009.pdf

INEE. (2012). *Panorama Educativo de México 2011. Indicadores del Sistema Educativo Nacional 2011. Educación Básica y Media Superior.* México: INEE. Obtenido de http://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P1/B/110/P1B110.pdf

INEE. (2013). *La Educación Media Superior en México. Informe 2010-2011.* México: INEE. Obtenido de http://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub//P1/D/237/P1D237.pdf

INEE. (2013). *Panorama Educativo de México 2012. Indicadores del Sistema Educativo Nacional 2012. Educación Básica y Media Superior.* México: INEE. Obtenido de http://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P1/B/111/P1B111.pdf

Kennedy, D. (2007). *Redactar y Utilizar Resultados de Aprendizaje. Un manual práctico.* Irlanda: University College Cork.

Muñoz, A. (9 de septiembre de 2008). Mala calidad educativa alienta deserción en bachillerato. *La Jornada*. Obtenido de www.jornada.unam.mx/2008/09/09/index.php?section=sociedad&article=040n1soc

Oropeza Legorreta, C. (2011). *La visualización como estrategia de estudio en el concepto de dependencia e independencia lineal.* México: UNAM.

(2013). *PISA en el Aula: Matemáticas.* México: INEE. Obtenido de http://www.inee.edu.mx/index.php/publicaciones/textos-de-divulgacion/materiales-para-docentes

Pozo, J. (2008). *Aprendices y maestros, la psicología cognitiva del aprendizaje.* Madrid: Alianza.

Reyes Barrón, J. (2010). *ENLACE BÁSICA. Manual Técnico 2010.* México: SEP. Obtenido de www.enlace.sep.gob.mx/content/ba/docs/manual_tecnico_enlace10.pdf

Rico, L. (1999). Representación y comprensión del concepto de número real. Una experiencia didáctica en secundaria. *EMA, Investigación e innovación en educación matemática, 4*(2), 117-151.

Sagástegui, D. (febrero-julio, 2004). Una apuesta por la cultura: el aprendizaje situado. *Revista Electrónica Sinéctica*(24), 30-39.

SEP. (2012). *Reporte de la Encuesta Nacional de Deserción en la Educación Media Superior.* México: SEP. Obtenido de www.siguele.sems.gob.mx/encuesta.php

SEP. (2013). *Resultado Prueba ENLACE 2013 Nacional. Educación Media Superior.* México: SEP. Obtenido de http://www.enlace.sep.gob.mx/content/gr/docs/2013/ENLACE_Media_2013_nacionales_e_historicos.pdf

SEP. (4 de Octubre de 2013). *Subsecretaría de Educación Media Superior*. Obtenido de http://www.sems.gob.mx/es_mx/sems/desafios_educacion_media_superior

Sheridan, G. (16 de noviembre de 2010). Ni "ni ni" ni modo. *El Universal*. Obtenido de http://www.eluniversal.com.mx/editoriales/50652.html

Torres Alcaraz, C. (s.f.). *¿Qué hace de un profesor de matemáticas un buen profesor de matemáticas?* México: compendio por el autor.

UNAM (Ed.). (2014). *Colegio de Ciencias y Humanidades*. Obtenido de Plan de Estudios (en línea) Escuela Nacional del Colegio de Ciencias y Humanidades: www.cch.unam.mx/plandeestudios

Vidales, S. (2009). El fracaso escolar en la educación media superior. El caso del bachillerato de una universidad mexicana. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 7*(4), 320-341. Obtenido de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55114094017

Zorrilla, J. F. (2008). *El bachillerato Mexicano.* México: UNAM-IISUE.