



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DEL
COMPORTAMIENTO VISCOELÁSTICO DE
MUESTRAS DE HUESO TRABECULAR BOVINO**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO MECÁNICO**

P R E S E N T A:

JOSÉ DE JESÚS ANGELES HERNÁNDEZ

DIRECTOR DE TESIS

M. en I. EDGAR ISAAC RAMÍREZ DÍAZ



CD. UNIVERSITARIA

2014



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatoria

A mi mamá porque sin ella nada de esto hubiera sido posible, todo lo que soy, he hecho y haré es por ella, esto es un logro de los dos.

A mi papá, por todo tu apoyo, sacrificio y por estar conmigo cuando más lo he necesitado, tus enseñanzas y consejos diarios, por todas nuestras pláticas y día a día compartido.

A Jessica, por todo tu amor, comprensión y cariño, por escuchar siempre todas mis cosas, acompañarme en todo lo que hago y compartir los mismos sueños. Por ser mi persona favorita.

A mi familia y amigos porque también son parte de esto. Toda palabra de apoyo, cada momento compartido, y cada detalle de amor y cariño de ustedes hacia mí, se los agradezco infinitamente porque siempre me sirvieron y servirán de mucho.

Al Cardumen, por tantos y tantos buenos momentos y risas en estos años, no podría estar más orgulloso de ser parte de esto y por llevarme amistades para toda la vida.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México fuente inagotable del saber y a la Facultad de Ingeniería, por la formación académica y realización personal.

A la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la UNAM, por el apoyo brindado a través del proyecto PAPIIT Predicción de la respuesta mecánica del tejido óseo a nivel micro y macroscópico IN116512, así como del proyecto PAPIME Laboratorio de caracterización de materiales no metálicos PE107614, por los recursos otorgados.

A mi director de tesis el M. en I. Edgar Isaac Ramírez Díaz por sus comentarios y visión durante la elaboración de mi tesis, por la gran disposición en todo momento para resolver las dudas e inquietudes que surgieron durante la realización del mismo.

A mis sinodales el Dr. Armando Ortiz Prado, Dr. Arturo Barba Pingarrón, M. I. Osvaldo Ruiz Cervantes y al Ing. Martín Bárcenas Escobar por sus valiosas aportaciones, recomendaciones y correcciones realizadas a mi tesis.

A la Facultad de Ingeniería y a la UDIATEM (Unidad de Investigación y Asistencia Técnica en Materiales) por la ayuda en los aspectos técnicos de este trabajo, y muy especialmente al M. I. Efraín Ramos Trejo por su apoyo durante la realización de las pruebas mecánicas.

Índice

Prólogo	I
Capítulo 1. Generalidades del hueso trabecular y cortical	
1.1 Revisión biológica del hueso cortical y trabecular	1
1.2 Comportamiento mecánico del hueso trabecular	4
1.3 Propiedades del hueso trabecular	7
Capítulo 2. Propiedades y comportamiento del hueso trabecular como material viscoelástico	
2.1 Viscoelasticidad en el hueso trabecular	9
2.2 Pruebas para evaluar comportamiento viscoelástico	10
2.3 Pruebas realizadas en hueso trabecular para evaluar su viscoelasticidad	13
Capítulo 3. Metodología para la realización de las pruebas mecánicas	
3.1 Consideraciones generales de las pruebas mecánicas	24
3.1.1 Geometría de las muestras	24
3.1.2 Maquinado y preservación de las muestras	25
3.1.3 Temperatura	28
3.2 Prueba de relajación de esfuerzos	28
3.2.1 Velocidad de deformación	28
3.2.2 Niveles de precarga	29
3.2.3 Tiempo de relajación	29
3.3 Prueba de fatiga	30
3.3.1 Función de carga	30
3.3.2 Ciclos de carga	31
3.4 Metodología para la medición de los resultados	31
Capítulo 4. Análisis de resultados	
4.1 Pruebas de relajación de esfuerzos	33
4.2 Pruebas de fatiga	52
Conclusiones	64
Bibliografía	67

Prólogo

Hoy en día, el ritmo de vida de las personas y factores como la mala alimentación, sedentarismo y obesidad, han provocado un aumento notable en enfermedades crónico-degenerativas que afectan diversos sistemas del cuerpo humano y el sistema óseo no es la excepción. Resulta muy importante el conocimiento de las propiedades del hueso para las investigaciones enfocadas en contrarrestar estos problemas.

Los requerimientos y las necesidades de la medicina actual para crear sustitutos óseos y desarrollar prótesis e implantes más eficientes requiere del conocimiento de las propiedades mecánicas del hueso. Identificar y definir con claridad estas características es esencial para comprender problemas como las fracturas, la mala fijación de prótesis y el remodelado óseo.

Al hacer una revisión de las propiedades mecánicas de hueso que han sido reportadas en la literatura, se observa una gran dispersión en los valores obtenidos debido a factores que van desde fenómenos patológicos, metabólicos y fisiológicos, hasta el despreciar características del material tales como el efecto viscoelástico que presentan. Este trabajo va orientado a ello, a reducir la dispersión de los resultados obtenidos en pruebas con material óseo al tomar en cuenta la viscoelasticidad.

Las razones por las que se realizaron pruebas con hueso trabecular es porque, al ser este un tejido biológicamente muy activo, tiende al deterioro con el paso de los años dando lugar a fracturas. Contribuir con la investigación del comportamiento de este tipo de hueso, ayudará a proyectos orientados en corregir este problema; además, es en el hueso trabecular que la viscoelasticidad tiene un efecto mayor, por lo que la apreciación del efecto viscoelástico será más clara.

Los investigadores alrededor del mundo han creado metodologías a través de adaptaciones de otras ya existentes. No existe una normatividad para la obtención de propiedades mecánicas del hueso, por lo que en este trabajo se presentará un método para la caracterización de probetas de éste material y observar la viscoelasticidad en el mismo. Aun cuando únicamente repercute en las propiedades mecánicas y comportamiento de la pieza ósea bajo ciertas condiciones, si se quiere generar un modelo apegado a la realidad y eliminar la dispersión de resultados obtenidos para pruebas mecánicas en hueso, es importante considerar su efecto e impacto en la biomecánica de todo el cuerpo humano.

El objetivo de esta tesis es crear una metodología mediante la cual sea posible evaluar el comportamiento viscoelástico de las muestras extraídas de las cabezas femorales recolectadas, llevarla a la práctica y obtener resultados consistentes entre sí y que concuerden con lo descrito en la literatura. Si bien hablar de repetitividad en los resultados es complejo debido a la dificultad de control sobre edad, alimentación y otros factores relativos al individuo del que se obtengan las muestras, se espera que los resultados aquí obtenidos sean confiables y que se asemejen lo más posible a los que se obtendrían en condiciones *in vivo*.

Se trabajará con muestras obtenidas de piezas óseas bovinas recolectadas de cabezas femorales provenientes de individuos en edad de sacrificio, sin enfermedades conocidas presentes en ellos, ni características fisiológicas particulares que pudieran repercutir en los resultados obtenidos.

A continuación, se hace una breve descripción de los capítulos que conforman este trabajo y el contenido de los mismos:

El Capítulo 1, consiste en una revisión sobre las características biológicas y mecánicas del hueso, el conocer estos aspectos es importante para trabajar con el material. Se presenta su estructura, su composición, así como las particularidades del hueso trabecular. Así mismo, se exponen el comportamiento y propiedades mecánicas generales obtenidas a partir de trabajos de diversos autores a lo largo de los años.

En el Capítulo 2, se explica qué es la viscoelasticidad, el impacto de ésta en el comportamiento mecánico del hueso trabecular y por qué es una característica que no debe despreciarse en su estudio. Se explicará que las pruebas para evaluar viscoelasticidad se dividen en estáticas y dinámicas, que se eligió una de cada una para este trabajo y se presentan los trabajos encontrados en la literatura de diversos autores y los resultados a los que se llegaron.

Presentar un panorama general de los trabajos realizados a lo largo de los años, sirvió de punto de partida para crear la metodología experimental para las pruebas que se realizaron, así mismo, se presentan otras formas de llevar a cabo la experimentación, de modo que se puedan crear diferentes metodologías experimentales a futuro y contrastarlas con los resultados obtenidos en este trabajo.

En el Capítulo 3, se presenta la metodología experimental a seguir para realizar las pruebas de relajación de esfuerzos y de fatiga, que son las pruebas que se eligieron para este trabajo. Se da la justificación de los métodos utilizados, los valores que se asignaron a las variables que intervienen en las pruebas y ciertas modificaciones realizadas a la forma tradicional de llevar a cabo las mismas.

En el Capítulo 4, se presentan los resultados obtenidos a partir de las pruebas. Se exponen cuántos especímenes se evaluaron exitosamente y se realiza un análisis profundo de los datos recopilados durante la parte experimental.

Para las pruebas de relajación de esfuerzos se presentan diversas gráficas de utilidad, así como el ajuste realizado a un modelo matemático que describe la variación del esfuerzo a lo largo del tiempo en una prueba de este tipo. Por su parte, para las pruebas de fatiga se da una explicación al comportamiento de la deformación a lo largo del tiempo, así como la variación del módulo elástico de las muestras conforme los ciclos de carga transcurren. También se presentan gráficas esfuerzo-deformación donde se muestran ciclos de carga a lo largo del tiempo a manera de observar la histéresis que aparece en los mismos y la deformación residual al final de la experimentación.

Finalmente, se presentan las conclusiones generales a las que se llegan con los experimentos realizados así como algunas posibles variables a la metodología creada que pudieran realizarse a futuro de manera que pueda continuar el estudio del comportamiento viscoelástico del hueso dentro de la UDIATEM.

JOSÉ DE JESÚS ANGELES HERNÁNDEZ
Cd. Universitaria Agosto 2014

Capítulo 1. Generalidades del hueso trabecular y cortical

El hueso es un órgano firme, duro y resistente que forma parte del endoesqueleto de los vertebrados. Constituido por células (osteocitos) y componentes extracelulares calcificados, poseen una cubierta superficial de tejido conectivo fibroso llamado periostio y en sus superficies articulares están cubiertos por tejido conectivo cartilaginoso, también cuenta con vasos y nervios que, respectivamente, irrigan e inervan su estructura.

Estructuralmente hablando, los huesos se dividen en dos grupos: hueso compacto o cortical y hueso esponjoso o trabecular, esta clasificación depende del tamaño relativo de materia sólida que los conforma, así como del número y tamaño de sus cavidades óseas. Esta clasificación, completamente morfológica, es la más importante para los fines que este trabajo persigue ya que la porosidad tiene un impacto trascendental en las propiedades mecánicas de los huesos. El sentido de este trabajo se enfoca en el hueso trabecular, por las razones que en apartados siguientes se exponen, sin embargo, se presenta ahora un panorama general de ambos tipos:

1.1 Revisión biológica del hueso cortical y trabecular

El hueso cortical, también llamado compacto, constituye la parte externa de todos los huesos del esqueleto rodeando al hueso trabecular, y además, constituye la mayor parte de la diáfisis de los huesos largos. Su función es brindar soporte y protección a la estructura. Constituye aproximadamente el 80% de la masa del esqueleto con una alta cantidad de fracción volumétrica de minerales en un rango del 90 al 95%, así como un área superficial baja. La arquitectura y cantidad de hueso cortical en cualquier sitio está relacionada a su función en esa región.

Está formado por unidades llamadas osteones o sistemas de Havers, que constan de un conducto central longitudinal que contiene un vaso sanguíneo, llamado conducto de Havers. Una serie de laminillas concéntricas rodean dicho conducto, reciben el nombre de lamelas y no se acoplan entre sí completamente, estas laminillas se encuentran separadas por pequeños espacios llamados lagunas (lacunae) y se conectan entre sí por medio de pequeños canales (canalículos). La Figura 1.1 muestra el sistema de Havers y se señalan en ella sus diferentes componentes.

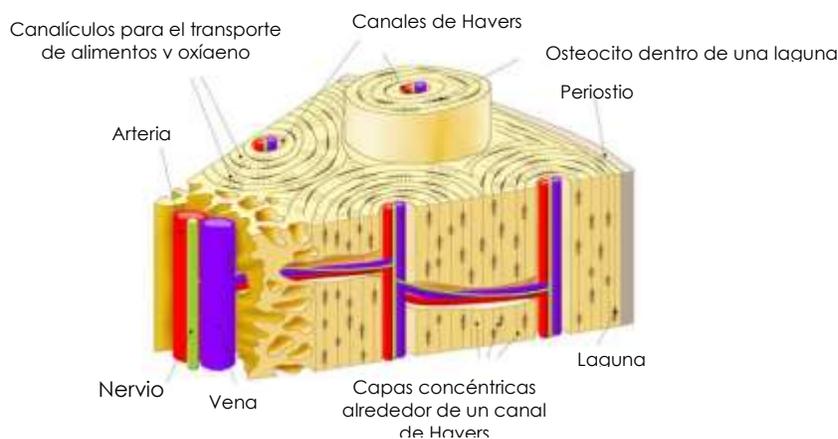


Figura 1.1 Sistema de Havers (Nyman, 2010)

El hueso trabecular, también llamado poroso o esponjoso, consiste en una red de placas y barras conectadas que reciben el nombre de trabéculas, la mayoría de ellas tienen un espesor menor a 0.2 [mm] y no contienen vasos sanguíneos. Cada trabécula se compone de un mosaico de segmentos angulares que reciben el nombre de paquetes trabeculares y son la unidad estructural básica de este tipo de hueso.

La función del hueso trabecular es la de regular el comportamiento mecánico y la funcionalidad del esqueleto en las diversas regiones que cuenten con tejido de este tipo, así como funciones del tipo metabólico. Se encuentra principalmente en las terminales de los huesos largos y en los cuerpos vertebrales. En los huesos largos, distribuye las cargas mecánicas desde las superficies articulares hasta el hueso cortical, mientras que en las vértebras es el constituyente principal que absorbe la carga.

El hueso trabecular constituye aproximadamente un 20% de la masa total del esqueleto y se localiza principalmente en la epífisis de los huesos largos, dentro de las vértebras y los huesos planos como el cráneo y la pelvis, sin embargo, mientras que en un hueso largo se puede encontrar hasta un 90% de hueso cortical y sólo 10% de hueso trabecular, en otros como las vértebras la proporción es de 62% y 38% respectivamente. (Ramírez, 2007).

Tiene la característica de ser muy poroso (tiene una porosidad que varía de entre 50% y 90%), y en esos espacios vacíos es donde se ubica la médula ósea (sustancia responsable de aportar los nutrientes necesarios para su desarrollo), que alimenta a este tipo de hueso y es por ello que se le considera una estructura bifásica compuesta de hueso y médula.

A densidades relativamente bajas, las celdas forman una red abierta de barras, conforme la densidad relativa aumenta, más material se acumula en las paredes de las celdas y la estructura se transforma en una red más cerrada de placas.

La densidad, la arquitectura y función del hueso en una posición localizada dependen de la magnitud de las cargas a las que está sometido. En microfotografías, las estructuras con bajas densidades y celdas abiertas se desarrollan en regiones de bajas solicitaciones, mientras que las de mayores densidades y celdas cerradas se desarrollan en regiones sometidas a altas cargas.

En la práctica, la densidad relativa del hueso esponjoso varía de 0.05 a 0.7 (técnicamente, cualquier hueso con una densidad relativa menor a 0.7 se clasifica como esponjoso). La densidad relativa de una celda abierta, con estructura de barras es generalmente menor a 0.13 mientras que una celda cerrada con estructura de placas es mayor a 0.2. Cuando hay una densidad relativa intermedia se trata de una combinación entre barras y placas (Jee, 1988).

La Figura 1.2a) muestra la diferencia de porosidad entre el hueso cortical y hueso esponjoso, drásticamente cambia la morfología de la estructura que se tiene. La Figura 1.2b) muestra una ampliación con ayuda del microscopio de una estructura trabecular, esta muestra la estructura de placas y barras que constituyen dicho tipo de huesos. Mientras que la Figura 1.2c) muestra la que podría considerarse la celda unitaria del hueso trabecular, varios modelos la señalan de esta forma.

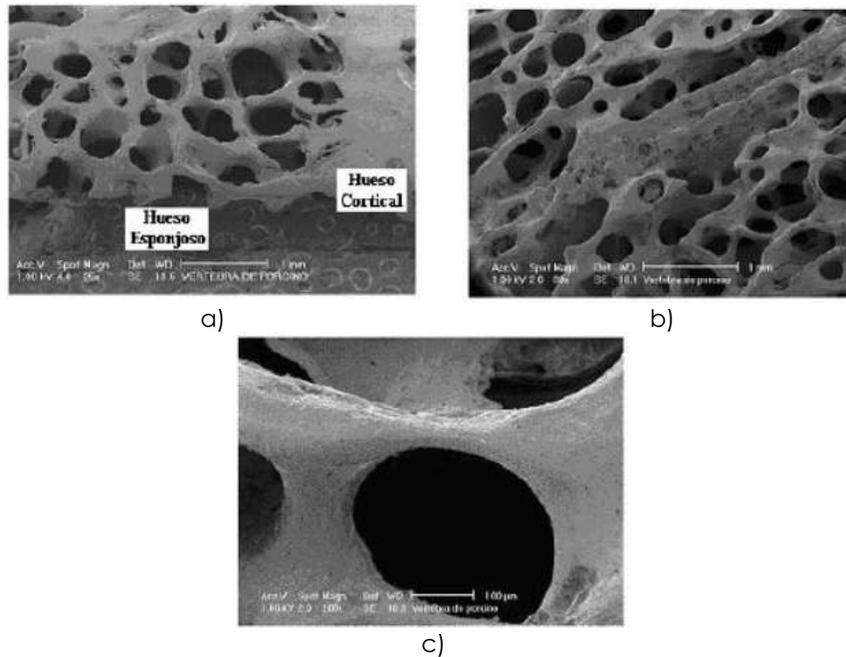


Figura 1.2 a) Imagen del corte de un hueso, b) Imagen de hueso esponjoso a 30x, c) Imagen hueso esponjoso 200x (Narváez, 2004)

La estructura del hueso esponjoso puede presentar regiones de simetría pero ésta dependerá estrechamente de la dirección en que son aplicadas las cargas sobre los huesos. Esto es, que si el hueso está sometido a sollicitaciones complejas, la estructura que se encontrará será igual de compleja y además será asimétrica. Pero, por ejemplo en el caso de una vértebra, que se tiene una carga prácticamente uniaxial, las trabéculas desarrollan una estructura columnar con simetría cilíndrica. Para esta última situación en particular, las columnas que conforman el hueso se orientan en dirección vertical, en el sentido de la columna vertebral del individuo, esto le da una alta dureza y resistencia en la dirección de la carga, pero con una baja dureza y resistencia en direcciones perpendiculares a ésta.

El hueso trabecular tiene la misma composición que el hueso cortical, sus células óseas pueden encontrarse agrupadas en arreglos paralelos de fibrillas de colágeno mineralizadas, llamadas lamelas, así como en la superficie misma de las trabéculas, lo cual las hace sumamente vulnerables a influencias y alteraciones de la médula debido a su contacto directo, haciéndolas más activas metabólicamente hablando.

Lo anterior, sumado a la gran área superficial de una región de hueso esponjoso, origina una de las características particulares más importantes del hueso trabecular, su rápida velocidad de restitución: al tener una mayor superficie de contacto hueso - médula ósea, y a causa de la interacción entre estas partes, se da lugar a una restauración del hueso trabecular de la magnitud del 25% anual (en un adulto sano) lo cual eventualmente conlleva a que los huesos compuestos principalmente de hueso tipo trabecular sean áreas de alto riesgo de fractura en la vejez.

La figura 1.3 sirve como resumen de los tipos de hueso encontrados en el cuerpo humano, en ella se aprecian ejemplos de hueso trabecular y cortical y su ubicación en el esqueleto.

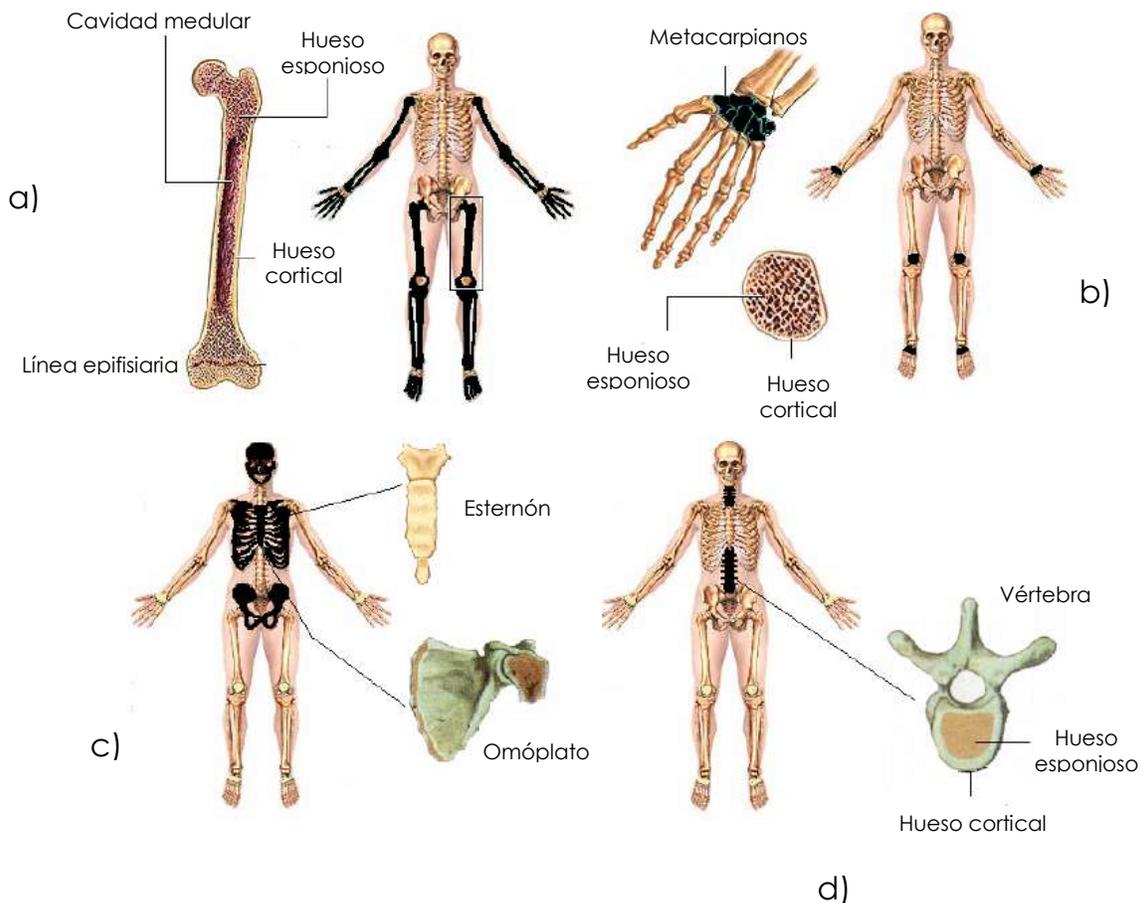


Figura 1.3 Regiones de hueso cortical y trabecular (Ramírez, 2007)

1.2 Comportamiento mecánico del hueso trabecular

El hueso trabecular es un material anisotrópico, heterogéneo, no lineal y de viscoelasticidad termodinámicamente compleja, es un material muy distinto a cualquier otro tratado por la mecánica clásica y sus propiedades mecánicas varían no sólo entre distintos individuos, sino para un mismo individuo. Su comportamiento es comparable con el de un material poroso o con una espuma polimérica, esto ocurre por su estructura celular compuesta de una red conectada de barras y placas.

Al describirse como un material viscoelástico, el hueso sólido es quien da lugar a su condición elástica; la médula contenida en el interior poroso del hueso representa la parte viscosa de la pieza.

La parte elástica de su comportamiento implica que al aplicársele una carga, tendrá la capacidad de recuperar sus dimensiones y forma original siempre y cuando la carga mencionada no sobrepase un cierto intervalo permitido definido para cada hueso en particular. Esto se dará en actividades de la vida cotidiana del individuo que le impliquen cargas para su movimiento y realización de tareas tales como correr o ejercitarse levantando pesas.

La velocidad de deformación es un factor influyente en cómo reaccionará el hueso trabecular ante una determinada sollicitación, es aquí cuando la parte viscosa de su composición entra en acción. Si se tiene una baja velocidad de deformación, se tiene el tiempo suficiente para que la médula contenida en el tejido trabecular se desplace de su lugar y posteriormente regrese a su posición sin afectar el comportamiento mecánico. Pero si en cambio se tiene una alta velocidad de deformación, no hay tiempo para que ocurra el desplazamiento anterior y se produce un endurecimiento en el hueso debido a la incompresibilidad de la médula ósea.

Es gracias al comportamiento viscoelástico que se da una explicación a fenómenos tales como la capacidad de disipar energía de deformación (por debajo de su límite elástico desde luego), la relajación de esfuerzos y fluencia lenta en el hueso esponjoso.

Aunque las propiedades mecánicas tales como el módulo elástico y la resistencia son también dependientes de la velocidad de deformación, la dependencia es muy débil. Ambos, resistencia y módulo, son proporcionales a la velocidad de deformación elevada a la potencia 0.06 (Ruiz, 2010).

Las características mecánicas de la fase sólida del tejido óseo dependen entre otros factores de su porosidad, una región con alta porosidad presentará unas propiedades mecánicas menores a las de una región con un relieve sin tantas protuberancias. Las propiedades mecánicas del hueso cortical se ven afectadas por los sistemas de Havers y las cavidades de reabsorción, mientras que en el caso del hueso esponjoso dependerán de los espacios intertrabeculares. Es así, que las propiedades del hueso esponjoso tienen a la densidad relativa como primer factor a considerar.

La estructura trabecular (arquitectura) del hueso esponjoso, debido a las diversas morfologías que puede presentar, es el segundo factor más importante que repercute en las propiedades mecánicas. Su funcionalidad, ubicación e historial de trabajo en el organismo, provocará que las trabéculas tiendan a ordenarse en una orientación preferencial, dando origen de esta forma a la anisotropía tan marcada que caracteriza al hueso (Ramírez, 2007).

La figura 1.4 muestra tres diferentes curvas, cada una de ellas pertenece a una distinta densidad relativa, representan una prueba de compresión en materiales celulares, que debido a la estructura similar entre estos y los huesos, puede relacionarse el comportamiento de los primeros con el de los segundos. Cada una de estas curvas presenta 3 regímenes característicos, los cuales se explican ahora relacionándolos con el concepto de viscoelasticidad que se viene manejando:

- **Régimen elástico lineal:** correspondiente a la flexión de los bordes o la deformación de las paredes de las trabéculas, se aprecia que en los tres casos se tiene aproximadamente la misma deformación recuperable en el hueso, la cual es relativamente baja. En estructuras asimétricas, las paredes de las celdas se intersectan unas con otras en sus puntos medios originando flexión. En estructuras más ordenadas, las paredes y barras se apilan unas sobre otras y la deformación se da por compresión en las paredes orientadas en dirección de la carga. En cuanto a la dirección transversal, la deformación se da por pandeo de las paredes verticales, tanto en estructuras ordenadas como asimétricas.

- **Esfuerzo Meseta (Plateau):** se produce debido al colapso progresivo de las trabéculas por pandeo, las paredes a través del hueso van quebrándose una tras otra a un esfuerzo constante. Se tiene un esfuerzo constante y se aprecia aquí la relajación de esfuerzos y la fluencia propia de su comportamiento viscoelástico.
- **Régimen de Densificación:** se da un incremento del esfuerzo aplicado sobre el hueso causado porque al romperse las paredes transversales, se da una interacción de las paredes verticales unas con otras, lo cual conlleva a que sea aquí donde se incremente la resistencia a la carga.

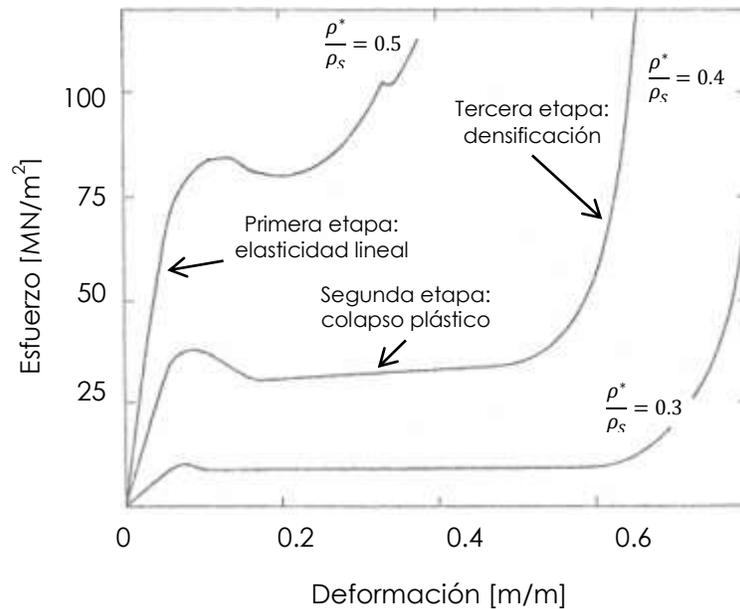


Figura 1.4 Curvas características de hueso esponjoso (Gibson, 1999)

La figura anterior muestra que en la curva donde se tiene una mayor densidad relativa, se tiene una mayor resistencia mecánica. Es además importante señalar que si se tratara de una prueba de tracción, la deformación se llevaría a cabo mediante la orientación de las celdas en dirección de la carga, dándose una disminución del diámetro de la pieza, proceso que se mantendría hasta la falla del material.

Si se considera al hueso como isotrópico, se tiene que la respuesta linealmente elástica a bajas deformaciones de hueso trabecular de baja densidad es originada por el pandeo elástico de las paredes de su estructura (Pugh et al., 1973, Stone et al., 1983, Gibson, 1985). Pero como ya se ha mencionado, el hueso trabecular presenta, dependiendo de su ubicación en el esqueleto, una estructura orientada en el sentido de una dirección de carga, en este caso la principal o de mayor magnitud, las paredes de sus celdas unitarias se acomodan en esta dirección, y las cargas aplicadas en este sentido expanden o comprimen dichas celdas (Townsend et al., 1975).

En el pasado, se tenía la creencia que el comportamiento del hueso trabecular a compresión y a tracción era el mismo (Carter et al., 1980; Bensusan et al., 1983; y Neil et al., 1983). Estudios recientes muestran que el hueso trabecular es más débil a tracción que a compresión (Stone et al., 1983 y Kaplan et al., 1985) y que la diferencia en las propiedades mecánicas depende

proporcionalmente de su densidad relativa (Keaveny et al., 1994). De tal forma que el tejido óseo en general soporta mejor las cargas de compresión que las de tracción, sin embargo, en una situación fisiológica normal, los músculos y ligamentos entran en acción transformando las cargas de tracción en compresión.

1.3 Propiedades del hueso trabecular

El hueso es capaz de evolucionar modificando sus propiedades en función del tipo de solicitaciones a las que se vea sometido. Desde el punto de vista ingenieril, el regenerarse a sí mismo, gracias a sus mecanismos de adaptación, puede ser visto como una ventaja, contrastantemente, puede ser esto una desventaja también puesto que los cambios en propiedades y forma puede ser perjudicial al organismo y más bien atrofiar al hueso con el paso del tiempo.

Las propiedades mecánicas del hueso están estrechamente relacionadas a la densidad ósea y porosidad que posea una pieza. Como ya se mencionó, la diferencia principal entre hueso trabecular y hueso cortical es el grado porosidad que presenta uno y otro y esto provoca que las propiedades de ambos difieran entre sí, por ejemplo, el módulo elástico de un hueso trabecular es entre 10 y 30% menor que el del cortical (An, 2000). Las fracturas del hueso, bajo condiciones como la osteoporosis, generalmente ocurren en las regiones de hueso esponjoso, ésta es, entre otras razones, el por qué este trabajo se centra en dicho tipo de hueso.

La densidad del hueso es una variable a la que se relacionan estrechamente las magnitudes de las propiedades mecánicas que se obtengan de él. Más concretamente, se ha relacionado a la densidad aparente (cociente de dividir la masa del hueso sin médula ósea entre su volumen total) con las propiedades obtenidas. Para el caso del hueso trabecular, sus propiedades se verán repercutidas por su densidad aparente y su conectividad trabecular.

Por otro lado, las propiedades viscoelásticas del tejido trabecular se han establecido como similares a las del hueso cortical. De la misma forma, la fluencia en el hueso trabecular es similar a la del hueso cortical (An, 2000).

Por su parte, las propiedades elásticas del hueso esponjoso están definidas al nivel del continuo conocido también como nivel aparente. A este nivel, el hueso es considerado como un material con propiedades promedio obtenidas de un volumen óseo representativo. Dicho volumen debe contener un número elevado de trabéculas para que las propiedades promedio del continuo sean suficientes. Para hueso esponjoso, un volumen representativo debe tener un tamaño equivalente a cinco longitudes trabeculares, esto es, de 3 a 5 mm aproximadamente.

Existen ecuaciones para ciertas propiedades del hueso trabecular, las cuales se expresan como dependientes de la densidad relativa, estas ecuaciones se presentan a continuación:

Esfuerzo de compresión (An, 2000)

$$\sigma = 60\rho^2 \text{ [MPa]} \quad \text{ec. 1.1}$$

Módulo de Young a compresión (An, 2000):

$$E = 2915 \rho^2 \text{ [MPa]} \quad \text{ec. 1.2}$$

Debido a características particulares de tipo fisiológico que pudieran presentar las muestras de hueso trabecular que se deseen estudiar, siempre se tendrá un cierto grado de dispersión en los resultados obtenidos. En ningún caso se deberá despreciar la orientación trabecular de las mismas debido a la anisotropía característica del hueso trabecular, de igual forma se deberá tener en cuenta que la porosidad y la composición particular de hueso repercuten también en el resultado de una prueba. El grado de humedad de las muestras deberá ser controlado, así como la velocidad de deformación. (Carter & Hayes, 1976).

Determinar las propiedades mecánicas del hueso mediante la metodología que plantea este trabajo, es debido a la dispersión de resultados que se presentan en la literatura, los rangos reportados son muy amplios y por tanto no se tiene la certeza de cuál es el correcto. La Tabla 1.1 muestra la gran disparidad que existe en los valores reportados a lo largo de los años y los diferentes métodos por los que se obtuvieron.

Tabla 1.1 Módulos de Young para hueso trabecular (Gibson & Ashby, 1997)

Tipo de Hueso	Método Utilizado	Módulo de Elasticidad	Autor
Fémur distal	Elemento Finito	Menor que el cortical	Pugh, 1973
Tibia proximal	Deformación no elástica	11.38 GPa (fresco) y 14.13 GPa (seco)	Townsend, 1975
Tibia proximal	Elemento Finito 2D	1.3 GPa	Williams, 1982
Tibia congelada fresca	Flexión con 3 puntos	3.17 GPa	Kuhn, 1990
Fémur seco y Tibia fresca	Empotramiento a flexión con Elemento Finito	5.3 GPa	Mente, 1987
Fémur	Ultrasonidos	12.7 GPa	Ashman, 1988
Tibia	Flexión con 3 puntos	4.59 GPa	Choi, 1989
Fémur seco y Tibia fresca	Empotramiento a flexión con Elemento Finito	7.8 GPa	Mente, 1989
Tibia	Flexión con 4 puntos	5.35 GPa	Choi, 1991
Tibia	Ultrasonidos	14.8 GPa	Rho, 1993
Tibia	Ensayo de Tracción	10.4 GPa	Rho, 1993
Tibia proximal	Elemento Finito	2.33-10.1 GPa	Rietbergen, 1995

Capítulo 2. Propiedades y comportamiento del hueso trabecular como material viscoelástico.

2.1 Viscoelasticidad en el hueso trabecular

La viscoelasticidad se define como la propiedad de un material de presentar comportamiento tanto viscoso como elástico durante la deformación. Un material viscoso presenta una deformación lineal al aplicársele una carga pero ya no regresa a su estado inicial tras ser eliminada; por otra parte, un material elástico se deforma cuando es sometido a pandeo, tracción o compresión y rápidamente recupera su forma original una vez retirada la carga. Entonces el comportamiento viscoelástico puede ser definido como la suma de los dos efectos anteriores, cuando a un material de este tipo se le aplica una carga este se deforma, pero sólo se recupera parcialmente de ella una vez que se le retira la fuerza aplicada en él.

La teoría viscoelástica es la combinación de otras dos teorías que son la teoría de la elasticidad de Hooke y de la hidrodinámica de Newton. La teoría de la elasticidad se aplica a materiales sólidos y señala que en ellos, el esfuerzo es directamente proporcional a la deformación aplicada pero independiente de la velocidad de deformación. La teoría hidrodinámica por su parte, se aplica a fluidos viscosos y señala que en ellos, el esfuerzo es proporcional a la velocidad de deformación pero independiente de la deformación misma. Un material que puede presentar ambas características se denomina viscoelástico y esto es posible dependiendo de las condiciones en que se evalúe: a alta velocidad de deformación se comportará como un material elástico, a bajas velocidades de deformación se comportará como un material viscoso (An, 2000).

La viscoelasticidad es una propiedad característica de los polímeros, los materiales biológicos están en su mayoría compuestos de materiales poliméricos y es por ello que presentan un comportamiento viscoelástico. Más concretamente, el hueso se compone principalmente de una combinación de hidroxapatita rígida en una matriz de fibras de colágeno, y es por ello que presenta este comportamiento.

Tanto el hueso cortical como el trabecular exhiben un comportamiento viscoelástico, pero es más pronunciado en el trabecular debido al mayor contenido de médula ósea. El hueso trabecular normalmente es modelado como un sólido celular, cuyas paredes estructurales son las trabéculas, el interior de la estructura se encuentra relleno por la médula ósea y una fase líquida compuesta de sangre y fluidos intersticiales. El asignar al hueso trabecular propiedades viscoelásticas, permite explicar ciertas características que éste presenta como son la capacidad de disipar energía de deformación por debajo de su límite de fluencia, la relajación de esfuerzos y la fluencia lenta.

La parte elástica de su comportamiento está latente en la capacidad del hueso trabecular de recuperar su forma inicial tras retirar una carga inferior a su límite de cedencia aplicada a él, esta es debido a las trabéculas que lo conforman (estructura de sólido celular) que son las que se deforman y posteriormente recuperan su forma inicial. La parte viscosa de su comportamiento se manifiesta en el hecho de que a una velocidad de deformación infinitesimal, la médula ósea tiene el tiempo suficiente para fluir a través de la estructura trabecular y de esta manera se podrán apreciar los fenómenos de relajación de esfuerzos y creep. Para velocidades de deformación más altas, no se tiene el tiempo suficiente para que

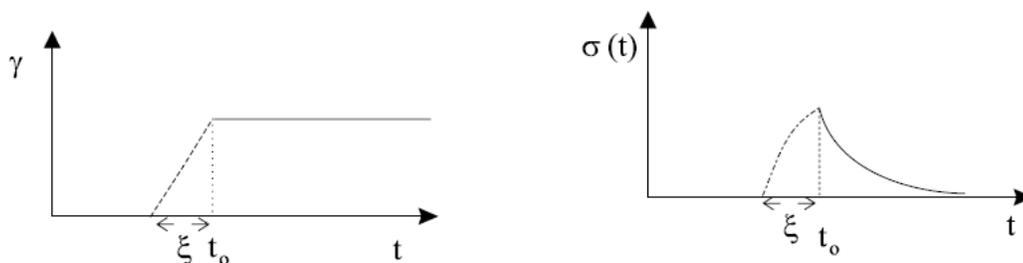
se dé el desplazamiento de la médula y esto, sumado a su incompresibilidad, hará que el material sufra un aparente endurecimiento en su estructura.

Aun cuando la deformación sea mínima o bien cuando la velocidad de deformación sea infinitesimal, no es posible obtener únicamente efectos debidos a la parte elástica o viscosa respectivamente, siempre se tendrán características de ambos tipos en el hueso y no podrán despreciarse los efectos de ninguna. Sin embargo, se ha señalado que a velocidades de deformación mayores a $1 \text{ [s}^{-1}\text{]}$ (Ruiz, 2010) el hueso puede ser modelado adecuadamente como un material elástico exclusivamente, de tal forma que si se desean apreciar los efectos viscosos en el hueso trabecular, se recomienda trabajar con velocidades de deformación inferiores a esa magnitud.

2.2 Pruebas para evaluar comportamiento viscoelástico

Para evaluar la viscoelasticidad de un material existen diversas pruebas que se han realizado a lo largo de los años. Para la caracterización de un material viscoelástico, los experimentos normalmente consisten en llevar a cabo pruebas de carga uniaxiales, a tracción o compresión, similares a las que se llevan a cabo en sólidos elásticos pero modificadas de tal forma que se aprecie la dependencia que tiene la respuesta del material en función del tiempo. A pesar de la amplia gama de pruebas que existen para materiales viscoelásticos, las más comunes se dividen en dos grandes grupos que son: pruebas estáticas y pruebas dinámicas.

- **Pruebas estáticas:** este tipo de pruebas tiene la característica que ya sea la carga o el desplazamiento (dependiendo del tipo de prueba que se realice) son el parámetro a controlar y se mantiene constante durante todo el proceso. El objetivo de estas pruebas es observar el comportamiento del material en periodos de carga largos, que pueden ir desde minutos hasta horas y se subdividen en dos grupos:
 - Relajación de esfuerzos: consiste en aplicar una precarga inicial σ_0 uniaxialmente a la pieza y una vez alcanzado dicho valor, continuar la prueba a deformación constante y monitorear cómo varía el esfuerzo a lo largo del tiempo. La Figura 3.1a muestra los resultados típicos que arrojan este tipo de pruebas.
 - Creep: consiste en monitorear la deformación en la probeta de prueba a lo largo del tiempo mientras se aplica uniaxialmente una carga constante (tracción o compresión). La Figura 3.1b muestra los resultados típicos que se obtienen en estos experimentos



a)

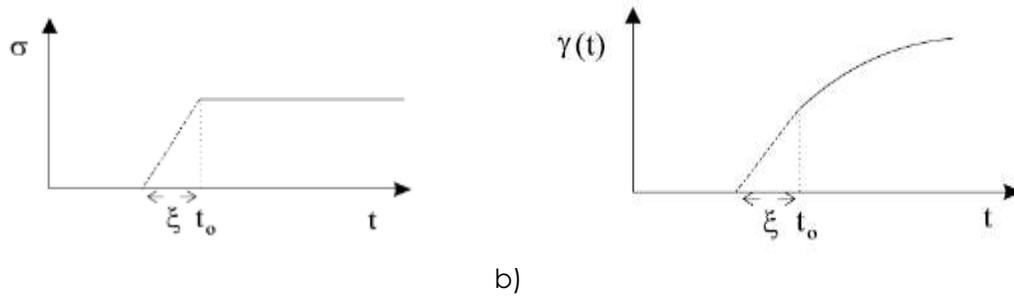


Figura 2.1 a) Prueba de relajación de esfuerzos, se observa cómo se aplica la precarga y en este punto se mantiene constante la deformación. b) Prueba de creep, se observa cómo se alcanza el valor de esfuerzo constante y es en este punto ($t = t_0$) en que comienza el monitoreo de la deformación a lo largo del tiempo.

- **Pruebas dinámicas o de fatiga:** aquellas pruebas en que la pieza está sometida a cargas o desplazamientos variables en magnitud y sentido, que se repiten con cierta frecuencia, el material fallará por debajo de su límite de cedencia bajo condiciones de carga cíclicas.

En estas pruebas lo que se registra es el esfuerzo o deformación, según sea el caso, resultante de aplicar una carga no constante con una cierta forma de onda de carga, entre el tipo de ondas de cargas disponibles se encuentran las senoidales, cuadradas, escalonadas o triangulares, el tipo de onda empleada dependerá de las características particulares de la prueba.

De manera general, las pruebas cíclicas se subdividen en dos tipos: deformación controlada (donde la variable de control es la deformación máxima aplicada en cada ciclo de carga) y carga controlada (donde la variable de control es la carga máxima aplicada en cada ciclo de carga).

A diferencia de las pruebas estáticas, las pruebas dinámicas son para periodos de carga cortos, del orden de segundos o menos, pero al ser cargas cíclicas, la duración total de la prueba va desde minutos hasta días. Se observará con estas pruebas, el comportamiento del material a carga y descarga de manera sucesiva así como la histéresis del proceso y la deformación residual permanente en la pieza.

Las pruebas normalmente se realizan variando la carga, pasando de tracción a compresión sucesivamente, sin embargo, es válido aplicarla en un solo sentido, de manera que no tenga que invertirse la dirección una y otra vez, en este caso, la prueba se realizará desde un estado de esfuerzos mínimo a uno máximo. Este tipo de pruebas se realiza principalmente cuando *a priori* se sabe que el material a evaluar se encuentra sometido a sollicitaciones en un solo sentido cuando se encuentra en función.

La Figura 2.2a muestra la curva esfuerzo deformación que se obtiene de aplicar una deformación con una onda de carga triangular (con velocidad de deformación constante) en sólo un sentido al material, así mismo, las Figuras 2.2b y 2.2c muestran las curvas esfuerzo-deformación para carga completa compresión-tracción y carga limitada a solo tracción, respectivamente, a lo largo de varios ciclos de carga.

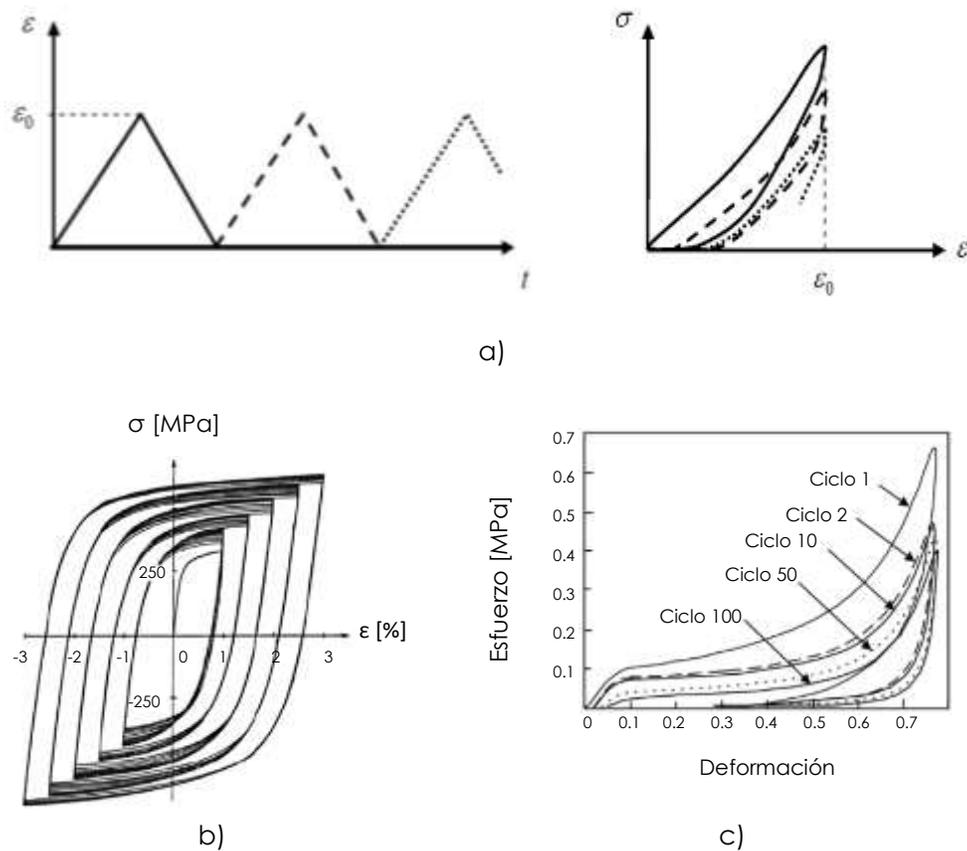


Figura 2.2 a) Carga cíclica triangular aplicada a un material con su respectiva gráfica esfuerzo-deformación producida, b) curva esfuerzo-deformación para ciclos sucesivos de carga compresión-tracción, c) curva esfuerzo-deformación para cargas cíclicas a tracción donde se señala el comportamiento al paso de los ciclos de carga. (Kelly,2008)

Para realizar un análisis completo del comportamiento viscoelástico de un material, es conveniente llevar a cabo una prueba estática y una dinámica, de manera que la primera muestre la respuesta del material a periodos de carga largos, y la segunda la respuesta del material a periodos de carga cortos. Para este trabajo se determinó realizar pruebas de relajación de esfuerzos y cargas cíclicas en un solo sentido (compresión).

2.3 Pruebas realizadas en hueso trabecular para evaluar su viscoelasticidad

En los últimos 40 años se han realizado numerosos experimentos para analizar el comportamiento y propiedades viscoelásticas del hueso trabecular, por ejemplo: pruebas de creep (Caler & Carter, 1989; Bowman et al., 1994; Fondrk et al., 1988), pruebas de relajación de esfuerzos (Sasaki et al., 1993; Iyo et al., 2004) y análisis mecánicos-dinámicos (Lakes et al., 1979; Yamashita et al., 2001), que han sido llevados a cabo en muestras de hueso humano, porcino y bovino; se trata de esta forma, de pruebas de tracción, compresión, flexión y

torsión. Las propiedades viscoelásticas del hueso han sido explicadas como resultado de diferentes procesos termoelásticos, piezoelectricos, movimiento de fluido biológico a través de canales dentro del hueso, así como viscoelasticidad intrínseca de las fibras de colágeno (Lakes & Katz, 1979).

Los principales resultados que se han obtenido en la investigación a lo largo de los años pueden resumirse en los siguientes puntos:

- a) La viscoelasticidad del hueso puede ser considerada como lineal: la relación esfuerzo-deformación dentro del rango elástico de la pieza no es lineal, sin embargo, la "memoria" de la pieza prácticamente lo es y además es independiente de la magnitud del esfuerzo o deformación aplicada siempre que no supere el esfuerzo de cedencia. (Lakes & Katz, 1979)
- b) El proceso de relajación de esfuerzos en hueso trabecular puede dividirse en dos etapas, una relacionada al comportamiento a corto plazo que se da al inicio de la prueba y una segunda etapa que se refiere al comportamiento a largo plazo cuando se alcanza una estabilidad en la carga aplicada tras la relajación de esfuerzos. (Sasaki et al., 1993; Iyo et al., 2006)
- c) Los resultados obtenidos en el proceso de relajación a corto plazo son prácticamente isotrópicos, mientras aquellos obtenidos durante el proceso a largo plazo son anisotrópicos. (Iyo et al., 2006)

Profundizando en el tema, ahora se explican los trabajos de diversos autores que analizaron el comportamiento viscoelástico del hueso trabecular mediante pruebas de relajación de esfuerzos y pruebas de fatiga.

Yamashita et al., en 2001, señalan que el comportamiento viscoelástico es provocado por la cantidad de agua y colágeno contenidas en el hueso, y que la viscoelasticidad es una propiedad de suma importancia para el hueso trabecular, la cantidad de humedad contenida en el hueso debe de considerarse como un parámetro a controlar para la experimentación.

También se encargaron de evaluar los efectos de la velocidad de deformación en pruebas sobre hueso trabecular. En pruebas sobre huesos humanos encontró que la rigidez a compresión y la resistencia se incrementaron en factores de 2.7 y 2.1 respectivamente conforme la velocidad de carga se incrementó de 0.001 a 1500 s⁻¹. En esas mismas condiciones se repitió la prueba pero para hueso femoral bovino y se observó que la rigidez de compresión y la resistencia se incrementaron también pero a factores de 2.3 y 2.1 respectivamente. Otro estudio señala que el coeficiente de Poisson de probetas de muestras humanas decreció de 0.3 a 0.26 cuando la velocidad de carga pasó de 0.001 a 300 s⁻¹. (Yamashita et al., 2001)

Iyo et al., en 2003, realizaron pruebas de relajación de esfuerzos para evaluar el módulo de elasticidad de hueso cortical proveniente de un individuo bovino de 36 meses de edad al momento del sacrificio. El experimento consistió en obtener pequeñas barras del fémur del animal, la dirección longitudinal de las mismas fue tanto perpendicular (5 piezas) como paralela (7 piezas) al eje principal del fémur en cuestión, evaluándolas a través de una prueba de relajación de esfuerzos y cotejando los resultados obtenidos contra un modelo matemático creado empíricamente por los autores. Para fines prácticos, a las muestras perpendiculares se les designó como N y a las paralelas como P.

La ecuación 2. 1 muestra el modelo matemático KWW con que se trabajó para estas pruebas, los autores señalan que la relajación de esfuerzos en el hueso cortical es producto de la combinación de un proceso de relajación rápido KWW1, correspondiente a los primeros 100 s de la prueba, y un proceso de relajación lento KWW2, que abarca desde los 100 s de la prueba hasta tiempos del orden de 10^6 s.

$$E(t) = E_0 \left\{ A_1 \exp \left[- \left(\frac{t}{\tau_1} \right)^\beta \right] + (1 - A_1) \exp \left[- \left(\frac{t}{\tau_2} \right)^\gamma \right] \right\}, [0 < A_1, \beta, \gamma < 1] \quad \text{ec. 2.1}$$

Dónde:

E_0 - Módulo de Young inicial para el proceso

τ_1 - tiempo de relajación característico para la parte rápida KWW1

τ_2 - tiempo de relajación característico para la parte lenta KWW2

β y γ - parámetros de forma para la prueba

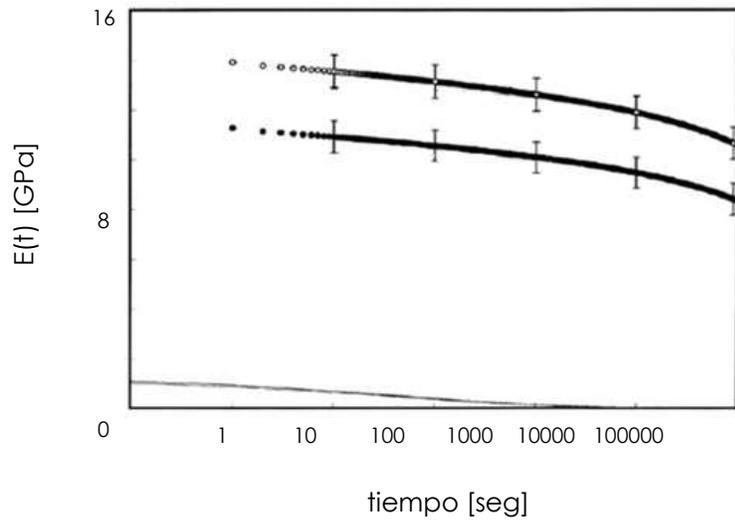
A_1 - contribución fraccional de la parte de relajación rápida de la prueba respecto a toda la relajación

Con base en la prueba, los autores obtuvieron los parámetros requeridos para el modelo matemático y las curvas Módulo de Young vs tiempo para todos los casos. Tras analizar los datos obtenidos experimentalmente contra los obtenidos de la ecuación 2.1 los autores señalan que obtuvieron coeficientes de correlación del orden de 0.99. La tabla 2.1 muestra lo anterior así como los parámetros con que se realizaron los cálculos.

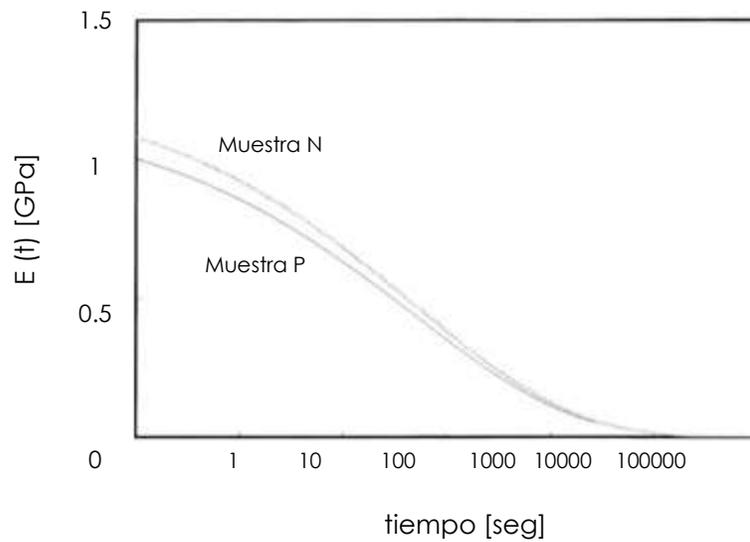
Tabla 2.1 Parámetros de relajación correspondientes a la ecuación 2.1 a partir de valores promedio (Iyo, 2003)

Muestra	E_0 [GPa]	A_1	τ_1 [s]	β	τ_2 [$\times 10^6$ s]	γ	R^2
P	14.2	0.08	49	0.28	9.3	0.35	0.99989
N	11.6	0.11	50	0.26	6.4	0.37	0.99986

En la figura 2.3a se observa la gráfica del promedio de las curvas obtenidas mediante la ecuación 6 para corte paralelo y normal al plano principal, en la parte inferior de la misma se desglosa la parte correspondiente exclusivamente a KWW1 y se aprecia que no hay gran diferencia para ambos casos. La figura 2.3b muestra una ampliación de la región KWW1 donde se corrobora la similitud para el caso normal y paralelo.



a)



b)

Fig. 2.3 a) Valores promedio del módulo de elasticidad obtenido $E(t)$, para las muestras P(\circ) y N(\bullet), graficados contra el tiempo. Las líneas verticales representan variaciones estándar en tales puntos. b) Amplificación de la parte KWW1 para ambas condiciones de corte. (Iyo, 2003)

Al realizar un análisis más exhaustivo y comparando con valores ya obtenidos de la literatura, los autores concluyeron que en la región KWW1 es la médula ósea lo que actúa principalmente y en la región KWW2 lo que actúa es una combinación de materia ósea y médula (Iyo, 2003).

Quaglioni et al., 2008, realizaron trabajos de relajación de esfuerzos con cabezas femorales de bovino, se trató de 55 probetas cilíndricas de 10 [mm] de diámetro y 20 [mm] de altura cuyo eje principal era paralelo al eje principal de la pieza de fémur completa. Después del corte todas las probetas se mantuvieron a -24 [°C], para la experimentación se retiraron del refrigerador y se descongelaron en una solución salina permitiendo que alcanzaran la temperatura ambiente, lo cual tomó alrededor de una hora.

El protocolo experimental consistió en precargar las probetas, llevarlas a un estado de esfuerzos determinado y a partir de ahí mantener la velocidad de deformación constante y evaluar resultados. Las magnitudes de estas precargas se buscaron estuvieran por debajo del 60% del límite de cedencia del hueso trabecular ($\sigma_y = 1412 \pm 101.6$ [N]), las magnitudes empleadas fueron 168, 320, 445, 577 y 727 [N] y para cada una de ellas se utilizaron 11 probetas. La velocidad de deformación fue de 0.015 [s⁻¹] y la disminución de la carga se evaluó por 600 [seg].

En la Figura 2.4 se presentan sus resultados obtenidos para cada una de las condiciones de precarga con que trabajaron, sin importar la magnitud de esta última, se observa que la carga alcanzó un valor constante a alrededor de los 300 [seg], señalan que desde este punto hasta el final de la prueba se tuvo una variación menor a 0.5 %.

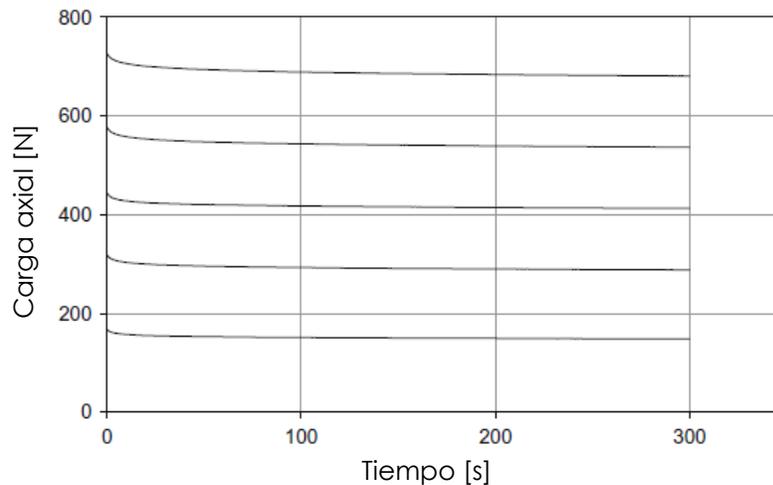


Figura 2.4 Curvas de relajación de esfuerzos para probetas de hueso trabecular sometidas a compresión (Quaglioni et al., 2008)

Posteriormente, los autores normalizaron cada una de las curvas dividiéndolas entre el valor de su precarga inicial. La Figura 2.5 muestra las curvas ya normalizadas. Se observa que la precarga aplicada a la pieza sí determina su comportamiento durante la prueba de relajación: a mayor precarga, menor velocidad de relajación de esfuerzo y mayor magnitud de esfuerzo al alcanzar el estado estable.

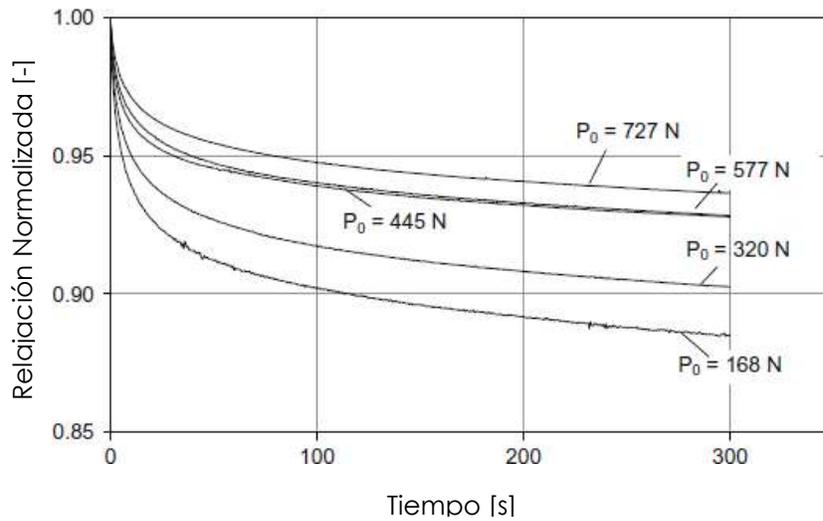


Figura 2.5 Curvas de relajación de esfuerzos normalizadas para diferentes magnitudes de precarga (Quaglini et al., 2008)

Paralelamente a su experimento, los autores también evaluaron el tiempo necesario para que se diera una recuperación elástica en las probetas después de ser sometidas a una carga, a manera de que pueda repetirse la prueba sobre ellas obteniendo los mismos resultados. Con la condición de precarga de 727 [N], realizaron la prueba de relajación sobre una probeta, la dejaron sin carga por un periodo de tiempo de 1h y repitieron el experimento. La Figura 2.6 muestra los resultados a los que se llegaron y se observa que en efecto, este periodo de tiempo es suficiente para que se dé la recuperación en la pieza.

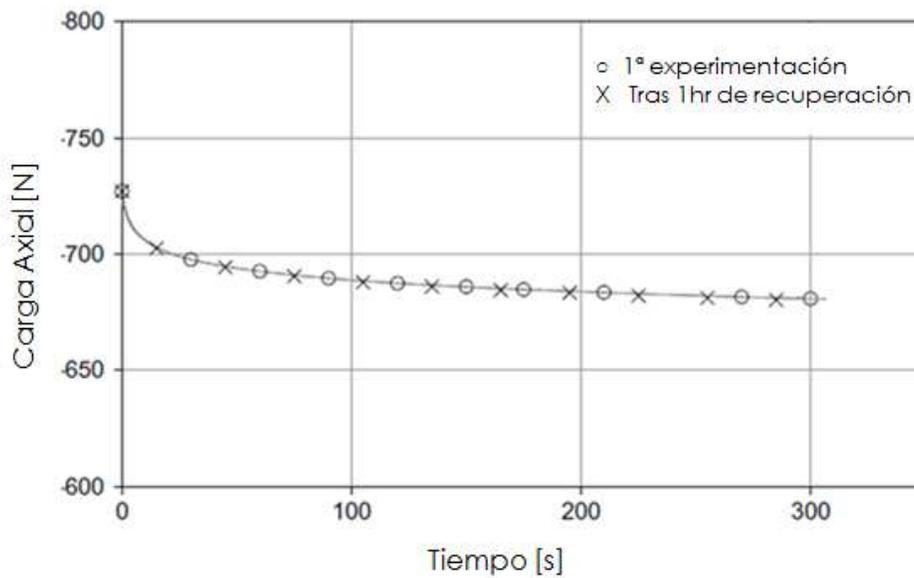


Figura 2.6 Reproducibilidad de la curva de relajación a 727 [N] (Quaglini et al., 2008)

Por otro lado, Deligianni et al., en 1994, realizaron pruebas de relajación de esfuerzos a hueso trabecular humano para determinar las condiciones en que este tipo de pruebas pueden ser llevadas a cabo. Utilizaron para sus experimentos cabezas femorales de cadáveres humanos de entre 55 y 70 años de edad de las cuales se obtuvieron un total de 25 probetas de trabajo.

Maquinaron piezas cilíndricas de 9.5mm de diámetro cuyo eje principal era normal a la superficie de la cabeza femoral. De estas probetas cilíndricas finalmente se cortaron piezas cúbicas con una medida lateral de 7mm que se almacenaron envueltas en algodones remojados en solución salina a -20°C . Se utilizaron 3 direcciones de carga diferentes que se muestran en la Figura 2.7, la dirección 1 es normal a la superficie articular y las direcciones 2 y 3 son tangenciales a la misma, las direcciones 1, 2 y 3 son perpendiculares entre sí.

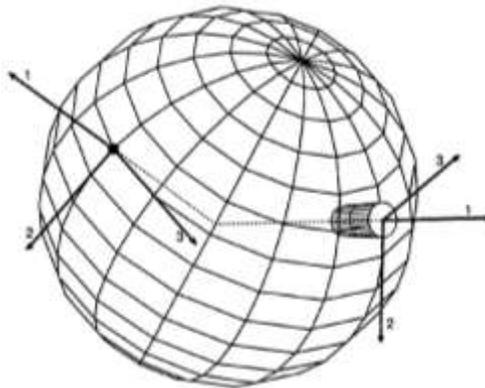


Figura 2.7 Direcciones de carga de los especímenes cúbicos in situ en la cabeza femoral. Se aprecia también la dirección principal (normal a la superficie del hueso) de las probetas cilíndricas originales de las que se obtuvieron las piezas cúbicas. (Deligianni et al., 1994)

Los experimentos de Deligianni et al., son generalizados para toda carga posible con los parámetros que ellos señalan, por lo que no brindan datos numéricos concretos respecto a la magnitud de las cargas. Los experimentos fueron llevados a cabo a compresión en todas las direcciones de corte señaladas a una velocidad de deformación constante de $10 [\text{min}^{-1}]$ hasta una cierta deformación ϵ_0 que se mantiene constante. Esta deformación corresponde a un tercio, un medio y dos terceras partes de la máxima carga que el espécimen puede soportar (niveles de deformación I, II y III). La duración del experimento es de 100 s.

De las pruebas anteriores se obtuvieron curvas de carga contra tiempo para cada probeta, los autores señalan que se obtuvieron en todos los casos resultados similares entre sí, razón por la cual sólo se presentan las gráficas del comportamiento de un solo espécimen el cual es representativo de todos los demás.

Los autores concluyeron que si se realiza una serie de pruebas a un mismo espécimen bajo las mismas condiciones (deformación inicial, velocidad de deformación y dirección de carga) dejando un intervalo de tiempo entre cada prueba de entre 1 minuto hasta 8 [hrs], la reducción de esfuerzo se verá disminuida entre 5 y 20% (Figura 2.8a). Sin embargo, este efecto prácticamente será inexistente si se dejan pasar 24 [hrs] entre una experimentación y otra, como se muestra en la Figura 2.8b.

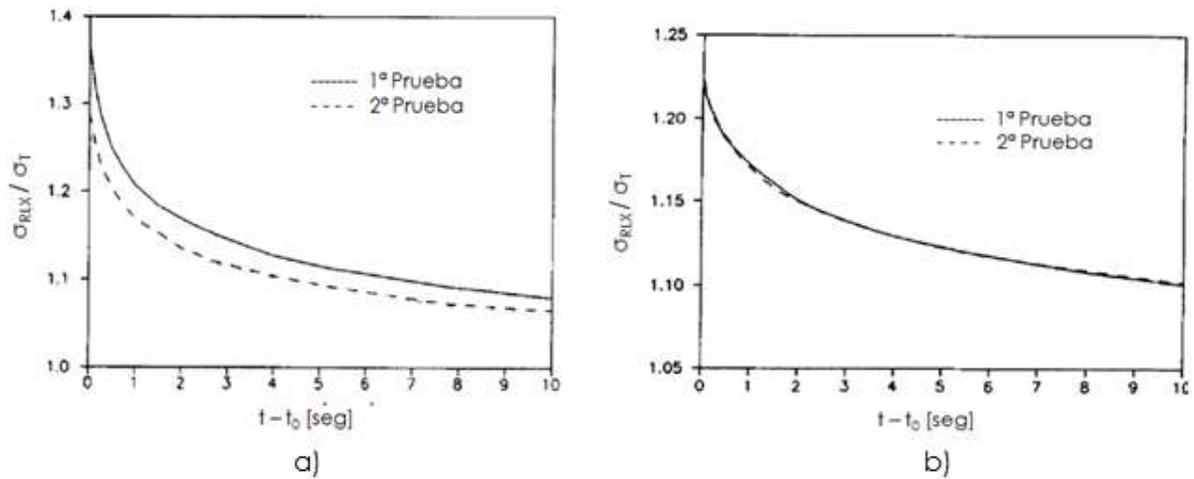


Figura 2.8 a) Secuencia de pruebas de relajación de esfuerzos sobre una misma probeta separadas por un intervalo de tiempo de 8hrs. b) Secuencia de pruebas de relajación de esfuerzos sobre una misma probeta separadas por un intervalo de tiempo de 24hrs. En ambos casos el esfuerzo durante la relajación, σ_{RLX} , está normalizado respecto al esfuerzo en tiempo infinito σ_T . (Deligianni et al., 1994)

En cuanto a pruebas de fatiga, se tienen los trabajos realizados por Dendorfer et al., 2008, que realizaron pruebas de compresión a muestras cilíndricas de hueso trabecular tanto humano como bovino, las piezas correspondían, en el caso de piezas humanas, a vértebras y cabezas femorales, mientras que para las piezas bovinas, éstas fueron extraídas de vértebras del animal. La particularidad de este trabajo es que las muestras fueron obtenidas con una diferente dirección de corte a manera de evaluar la anisotropía. La Figura 2.9 muestra la forma en que se realizaron los cortes y su posición relativa de los mismos respecto a la pieza completa, en total se trabajaron con 5 grupos, 3 para vertebras humanas, 1 para fémur humano y 1 para vértebras bovinas.

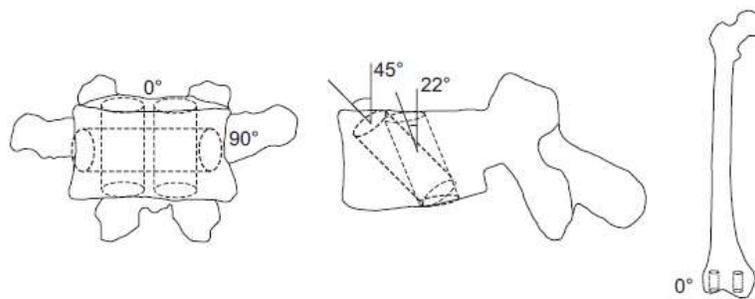


Figura 2.9 Orientación de las muestras. Los ángulos de corte fueron variados, de manera que se pudiera analizar el comportamiento de las piezas en un amplio rango angular. (Dendorfer et al., 2008)

Las pruebas se llevaron a cabo bajo carga controlada a 37°C con una velocidad de deformación de 0.015 s⁻¹ (produciendo frecuencias de cargas variables de entre 0.9 y 3 [Hz]), la onda de carga fue triangular y esta se aplicó hasta llegar a un determinado valor de carga máximo, se utilizaron diferentes intervalos de carga para las pruebas dependiendo de la especie de que se extrajo la probeta, para muestras humanas fue de 1 a 5 [N], mientras que

para las muestras bovinas fue de 50 a 300 [N]. Las probetas fueron cargadas sucesivamente hasta que estas fallaran, el criterio de falla utilizado en este trabajo fue una reducción del 10% del valor de Módulo de Young inicial de las muestras, el cual fue obtenido mediante 10 ciclos de carga extraoficiales realizados a cada una de ellas previo a su evaluación.

Los resultados que obtuvieron fueron gráficas esfuerzo-deformación y deformación-ciclo, como las que se muestran en las figuras 2.10a y 2.10b. De gráficas como la mostrada en la figura 2.10a fue posible obtener los diferentes valores de deformación residual (ϵ_{res}) y deformación máxima (ϵ_{MAX}) al paso de los ciclos, así como el módulo de Young inicial y el decremento de éste. Gráficas como la de la figura 2.10b muestran más claramente el comportamiento de la deformación a lo largo de la prueba.

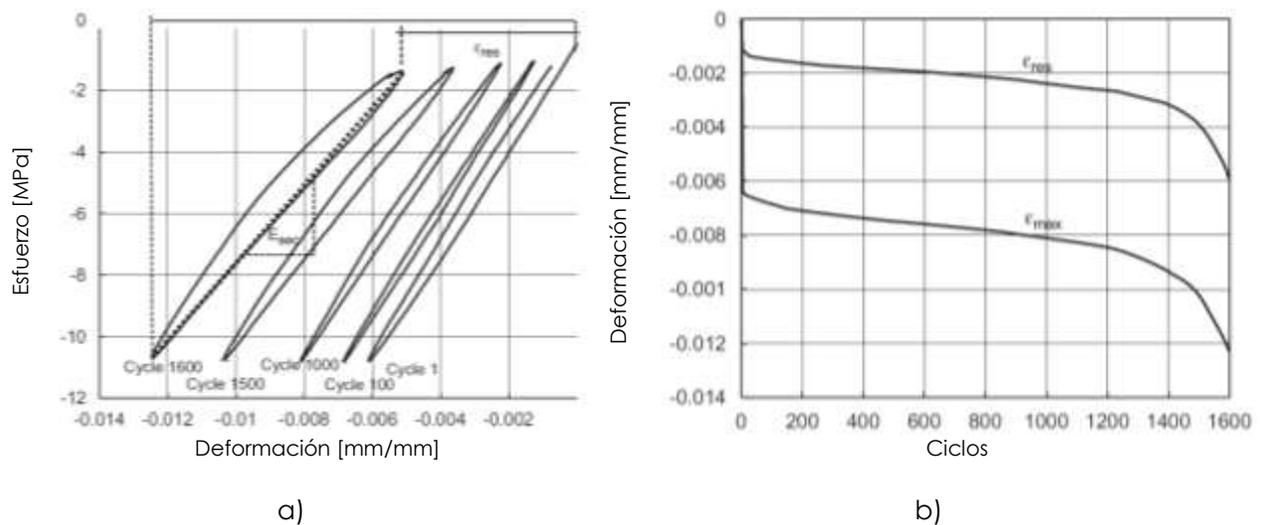


Figura 2.10 a) Curva esfuerzo-deformación para muestra de vértebra bovina con ángulo de corte de 0° , se observa el incremento de la histéresis con el paso de los ciclos. b) Curva de deformación-ciclos para la misma pieza en la cual se observa incremento de la deformación residual y su impacto en la deformación máxima para cada ciclo de carga. (Dendorfer et al., 2008)

Así mismo, ajustaron los resultados obtenidos a dos modelos matemáticos presentados por Basquin (1910) para pruebas de fatiga en metales. Estos modelos predicen la ϵ_{MAX} para las probetas así como el ciclo de carga en que éstas fallarán (N_F). Los modelos usados se presentan en las ecuaciones 2.2 y 2.3, los autores señalan que obtuvieron coeficientes de correlación que van desde 0.8 a 0.93 y fueron aplicados individualmente a los 5 grupos de evaluación.

$$\frac{\sigma}{E_0} = a (N_F)^b \quad \text{ec. 2.2}$$

$$\epsilon_{MAX} = c \frac{\sigma}{E_0} + d \quad \text{ec. 2.3}$$

donde: σ – esfuerzo máximo aplicado a la probeta
 E_0 – Módulo de Young inicial de la probeta
 N_F – ciclos que le toma a la probeta cumplir con el criterio de falla determinado
 ϵ_{MAX} – deformación máxima en la probeta al momento de la falla
 a, b, c, d – constantes de las muestras

Rapillard et al., en 2006, realizaron pruebas de fatiga a compresión a probetas cilíndricas de hueso trabecular provenientes de vértebras humanas, los cortes se realizaron en la dirección trabecular principal, esto es, en el eje superior-inferior. Las pruebas se llevaron a cabo bajo el régimen de esfuerzo controlado en un dispositivo especialmente diseñado para la prueba que permitía el mantenimiento de la humedad de las probetas con sustancia salina al mantenerlas sumergidas en todo momento, el mantenimiento de la temperatura de experimentación constante a 37°C así como la implementación de un extensómetro para el registro de la deformación de las muestras.

La onda de carga fue una senoidal con una frecuencia fija de 2 Hz, la carga mínima aplicada fue del 16% del esfuerzo de cedencia de este material (alrededor de 0.5 MPa) y la carga máxima consistió en 6 distintos niveles de carga de entre el 55 y el 90% del esfuerzo de cedencia. El criterio de falla utilizado fue una reducción del 40% del módulo de elasticidad inicial de las muestras, el cual fue obtenido para cada una de ellas, siendo este el obtenido en el primer ciclo de carga y descarga.

Los resultados a los que llegaron fueron las gráficas esfuerzo-deformación para cada una de las probetas, la Figura 2.11 muestra la curva obtenida para una de las muestras, donde se observa en efecto una mayor pendiente en el módulo elástico conforme avanzan los ciclos de prueba así como un incremento en el área de histéresis.

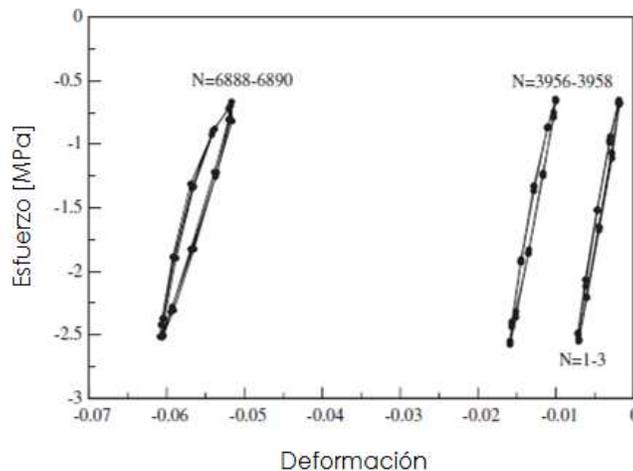


Figura 2.11 Curva esfuerzo-deformación obtenida, se encontró que el módulo elástico disminuyó un 40% en el ciclo de carga 6888. (Rapillard et al., 2006)

Finalmente, la figura 2.12 muestra otra de las conclusiones a las que llegaron, esto es, que el comportamiento de la deformación durante pruebas de fatiga en estos materiales se divide en dos partes: primero un incremento lineal de la deformación total en las probetas y después, conforme se suceden los ciclos, un incremento exponencial en la misma hasta llegar a la falla.

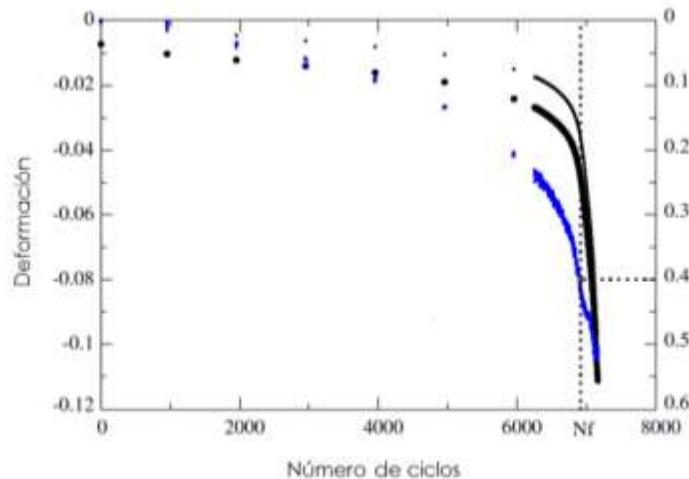
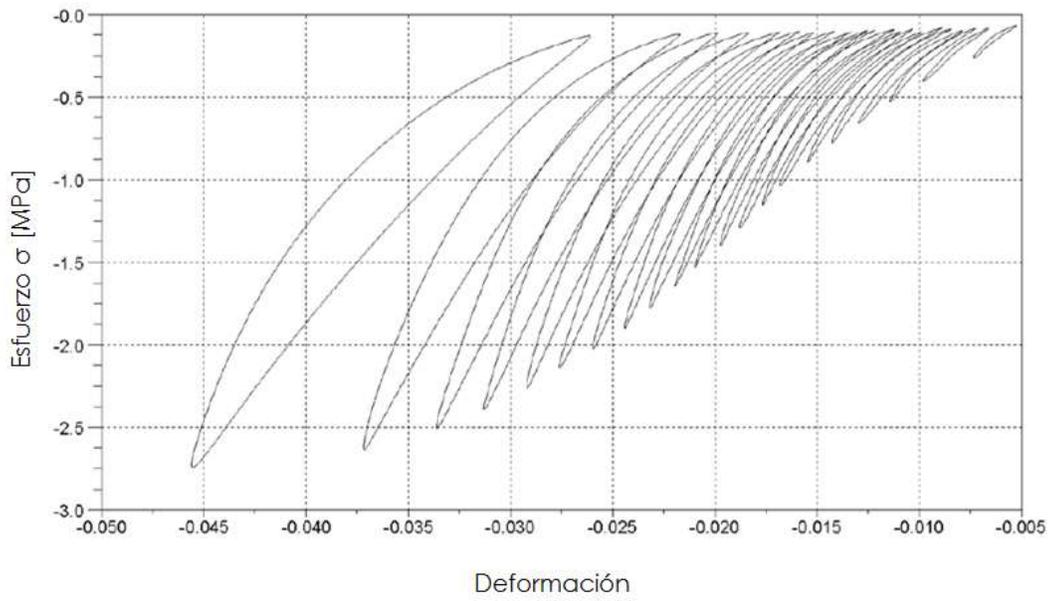


Figura 2.12 Evolución del daño conforme se incrementa la deformación en la probeta. Se presentan la evolución del daño en 3 especímenes distintos, se señala el punto en el cual se cumple el criterio de falla $D = 0.4$. (Rapillard et al., 2006)

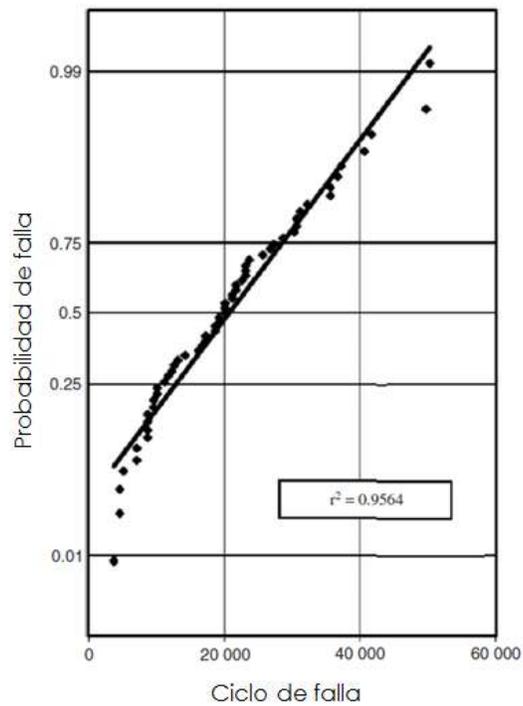
En 2011, Topolinski et al., realizaron pruebas de fatiga a compresión en probetas de hueso trabecular provenientes de cabezas femorales humanas. La principal característica de estas pruebas es que la carga se fue incrementando cada ciertos ciclos: con una frecuencia de 1 Hz fija, se aplicó una carga cíclica senoidal a las probetas que se mantuvo constante por 500 ciclos y entonces se incrementó en 10N el valor máximo de esta, se repitió este proceso sucesivamente hasta el fallo de las probetas.

A manera de complementar su estudio, previo a la experimentación, todas las muestras fueron escaneadas mediante microtomografías, de esta forma, fue posible conocer su arquitectura trabecular, su grado de anisotropía, el área de tejido trabecular que contenían, el volumen del mismo, etc. Los autores señalan que no encontraron alguna relación importante entre los ciclos de carga que resistieron las probetas y estos parámetros, debido a la gran variabilidad de los mismos, señalan que el coeficiente de correlación máximo que encontraron fue de 0.69, este se obtuvo al relacionar la carga máxima resistida por la probeta y el cociente BV/TV que corresponde a la fracción volumétrica de las probetas.

Así mismo, otros resultados a los que llegaron fueron los ciclos de carga en que las probetas tuvieron una vida útil, esto es de entre 3750 y 50 200 ciclos, lo cual corresponde a tiempos de entre 1 y 14 h aproximadamente. Obtuvieron curvas esfuerzo-deformación para las probetas como la mostrada en la Figura 2.13a y sobre todo, encontraron que conforme los ciclos de carga se incrementan, la probabilidad de fallo también lo hará, pero que este incremento se da de manera prácticamente lineal ($R^2 = 0.9564$), la Figura 2.13b muestra este último señalamiento basado en los resultados que obtuvieron.



a)



b)

Figura 2.13 a) Curva esfuerzo-deformación típica para las probetas utilizadas, en este caso, se tuvo un período de vida de 35 200 ciclos, b) distribución probabilística de los ciclos de falla de las probetas de hueso trabecular humano. (Topolinski et al., 2011)

Capítulo 3. Metodología para la realización de las pruebas mecánicas

En este trabajo se realizarán dos pruebas: una de relajación de esfuerzos y una prueba de fatiga de carga controlada. Realizar una prueba estática y una dinámica servirá para comprender mejor el comportamiento viscoelástico del hueso trabecular puesto que las pruebas estáticas se utilizan para periodos largos de carga, mientras que las pruebas dinámicas son para cargas de corta duración. Los resultados de ambas pruebas servirán para apreciar efectos como destrucción progresiva de estructura trabecular y deformación residual.

Es importante diseñar la metodología y definir los parámetros mecánicos para la realización de estas pruebas. No existe como tal una norma que indique cómo evaluar mecánicamente al hueso, por lo cual, es necesario tomar como base otros trabajos ya realizados y auxiliarse de normas ASTM relativas a los experimentos que aquí se llevan a cabo pero que se enfocan en otros materiales, de esta manera, es posible a futuro realizar más pruebas y así tener una base de datos amplia cuyos valores sean mucho más representativos.

3.1 Consideraciones generales de las pruebas mecánicas

3.1.1 Geometría de las muestras

Para la prueba de relajación de esfuerzos se tomarán, de manera general, los parámetros que se han utilizado para pruebas de compresión en hueso, pero modificados de tal manera que se observe el comportamiento viscoelástico de las probetas. Para esta prueba no se tomarán en cuenta la norma ASTM E328 (para relajación de esfuerzos) en lo que respecta a dimensiones y formas de las probetas, esto con el argumento expuesto de similitud con pruebas de compresión y porque los autores consultados que han realizado pruebas similares tampoco se basaron en normas de ningún tipo para delimitar esto, sino en las geometrías habitualmente usadas para pruebas de compresión y tracción en hueso. Así mismo, las dimensiones de las muestras estarán siempre limitadas por las dimensiones de la pieza de la que se extraigan y factores fisiológicos particulares que pudieran presentarse en la misma (cartílago de crecimiento).

Se trabajará con probetas de hueso trabecular extraídas de cabezas femorales bovinas. Las geometrías habituales para este propósito son cubos o cilindros, en este trabajo se preferirán probetas cilíndricas por encima de las cúbicas puesto que se ha demostrado (Keaveny et al., 1993) que probetas de esta geometría son menos sensibles a efectos combinados de fricción entre la máquina de medición y las piezas, lo que conllevaría a mediciones imprecisas.

En cuanto a las dimensiones, se utilizará una relación altura-diámetro $h/D = 2$, se ha observado (Wixon et al., 1989) que con relaciones $h/D > 5$ las probetas tenderán a pandearse siendo esto algo indeseable, así mismo, se encontró que para $h/D < 1$ se obtiene una fricción mayor entre la máquina y las piezas que para otras dimensiones. De tal forma que diferentes investigadores utilizan normalmente una $h/D = 1$ o $h/D = 2$, pero Keaveny et al., en 1993, descubrieron que con la segunda relación se obtienen resultados más homogéneos entre sí y se tuvo una menor fricción durante la prueba.

El diámetro de las probetas será de 10 mm, haciendo por tanto que la altura sea de 20 mm. Se seleccionaron estas dimensiones no sólo porque los autores consultados las utilizaron sino además, por diversas consideraciones experimentales: Choi et al. (1990) señalan que el tamaño mínimo de las probetas debe de ser de 10mm, mientras que Linde et al. (1993) indican que las dimensiones deben ser lo suficientemente grandes para satisfacer la teoría del continuo, pero lo suficientemente pequeñas para satisfacer la homogeneidad estructural en la misma. Para esto último y para evitar los efectos de borde en la estructura durante el corte de las piezas, Guedes et al. (2004) señalan que con un diámetro de 10 mm se reduce este efecto sobre los resultados finales a menos del 10% y se cumple con la teoría del continuo. La Figura 3.1a muestra un diagrama de las probetas de trabajo con las medidas seleccionadas, la Figura 3.1b muestra algunas de las probetas con que se realizaron las pruebas.

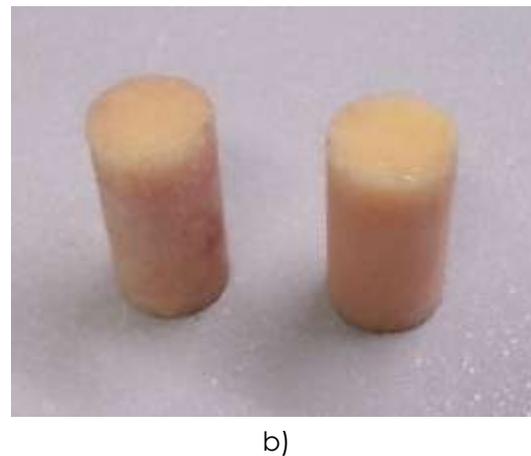
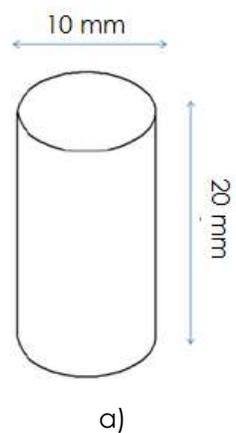


Figura 3.1 a) Geometría de las probetas de hueso trabecular de trabajo, b) ejemplo de probetas reales con que se realizaron las pruebas.

Para la prueba de fatiga se utilizará esta misma geometría puesto que lo que se busca es complementar resultados, el utilizar otras geometrías podría traer resultados contradictorios e inconsistencias entre una prueba y otra.

3.1.2 Maquinado y preservación de las muestras

El agua es un componente esencial del hueso, tanto en su peso como en su volumen, cambios en la humedad de las probetas afectarán sus propiedades mecánicas: éstas varían en cuestión de horas si las probetas se dejan secar, provocando que pierdan sus propiedades viscoelásticas, que son las que se buscan evaluar. Así mismo, otros factores que deben considerarse son la temperatura a la que se mantenga el hueso (durante el maquinado, el almacenado y su experimentación) así como sustancias utilizadas en su preservación.

El procedimiento que se utilizó en este trabajo fue que una vez que se obtuvo la pieza completa de fémur, inmediatamente después se extrajeron las muestras de la misma, de esta manera se mantuvo hidratada la muestra al estar aun en contacto con los tejidos en que se encontraba en condiciones *in vivo*. Teniendo la pieza completa de hueso femoral, el primer paso fue cortarla en secciones, de manera que se trabajara únicamente con el extremo

superior (cabeza femoral) y proceder a maquinar las probetas, para esta parte, se realizaron los cortes con una cortadora de sierra (Figura 3.2) que permitió seccionar las piezas en cuestión.



Figura 3.2 Cortadora de sierra con la cual se seccionó la pieza completa de hueso femoral bobino.

En lo que respecta al maquinado de las probetas, éste se realizó con ayuda de un taladro de banco y un sacabocados, esta herramienta permitirá la obtención de formas cilíndricas. Para evitar los efectos de vibración durante el corte y en general para mantener sujeta la pieza firmemente y extraer las muestras en la dirección deseada, se utilizó una prensa en el momento de realizar el maquinado en el taladro (Figura 3.3a). Debido a la fricción durante el corte, se dará un sobrecalentamiento en la pieza que podría dañar la estructura y por tanto el resultado de las pruebas, para prevenir esto, durante el corte, la zona en cuestión se mantuvo irrigada abundantemente con la misma solución utilizada para su preservación.

En la Figura 3.3b se presenta una pieza ya maquinada, se observan las marcas dejadas por el sacabocados, cada una de las probetas son paralelas entre sí y se encuentran maquinadas en la dirección de carga especificada. La mayoría de las probetas se mantienen unidas al resto de la pieza, lo cual es indicador de que se tiene un volumen continuo, un cilindro sin fracturas; pero en algunos casos, estas se desprenden a la hora de maquinar, esto es producido por un maquinado incorrecto o bien por la presencia de cartílago de crecimiento en el volumen seccionado, el cual provoca fracturas en la probeta y que no sea posible trabajar con ella, los agujeros que se observan son ejemplo de ello.



Figura 3.3 a) Se muestra la forma en la cual se extrajeron las muestras cilíndricas de hueso trabecular, se observa el taladro de banco, el sacabocados y la prensa sujetando al hueso, b) pieza ya maquinada, para este caso se extrajeron 6 probetas útiles, los dos agujeros son volúmenes incompletos y que son desperdicio al haber presentado fractura.

El paso final para el maquinado de las piezas fue cortar los extremos de los cilindros obtenidos en el paso anterior y que de esta forma cumplieran con las dimensiones experimentales determinadas. Debido a la necesidad de realizar cortes precisos, estos se realizaron con ayuda de una cortadora con disco de diamante (Figura 3.4a), este equipo permitió obtener probetas de 20 mm de altura y asegurar que las caras de las mismas fueran paralelas entre sí, esto es requisito indispensable para realizar la experimentación adecuadamente (Figura 3.4b).



Figura 3.4 a) Cortadora de disco de diamante utilizada para el maquinado, b) debido a la manera en que sujeta las muestras, esta herramienta asegura que las caras de los extremos de las mismas, sean paralelas entre sí.

Una vez que se obtuvieron las probetas ya maquinadas completamente, éstas se mantuvieron a temperatura ambiente sumergidas en una solución de 50% solución salina y 50% etanol. Este es el método sugerido para preservar muestras por periodos cortos de tiempo (menos de 3 meses) puesto que bajo estas condiciones, las repercusiones en las propiedades mecánicas serán mínimas, Ashman et al., en 1989, observaron que en probetas preservadas de esta forma por 90 días, únicamente se encontró una reducción del módulo de Young de la pieza de menos de 2%, igualmente Kaab et al., en 1998, concluyeron que la refrigeración es adecuada para periodos de almacenamiento de varios días.

Una vez extraídas, las probetas fueron almacenadas en un frasco de vidrio con la solución salina-etanol, se mantuvieron en estas condiciones hasta el momento de su evaluación, periodo de tiempo que en ningún caso fue mayor a 4 días, es importante que las muestras se encuentren completamente sumergidas para que así se mantengan humectadas. Por otro lado, preservar las piezas en etanol hará que pierdan un poco de agua residual, para corregir esto, las probetas deben remojarse en una solución únicamente salina por al menos 3 horas antes de la prueba.

3.1.3 Temperatura

Las propiedades viscoelásticas de todo material dependen, entre otros factores, de la temperatura en que se encuentren. La temperatura y humedad del ambiente al momento de la prueba deben ser controladas, las normas ASTM E328, E606 y E468 señalan que la temperatura de prueba dependerá del material de que se trate, pero que la temperatura ambiente es la más común y esto es aceptable, razón por la cual la temperatura de trabajo será la del ambiente, esto es alrededor de 24°C, los autores consultados también trabajaron a temperatura ambiente en experimentos similares en hueso (Deligianni et al., 1994; Guedes et al., 2006; Nagaraja et al., 2006; Quaglini et al., 2008).

La norma ASTM E606 indica que deberán mantenerse constantes las condiciones de temperatura y humedad a lo largo de la prueba, pero que de no ser posible, se tiene una variación aceptable en la temperatura, esta es de 2°C o de 1% de la temperatura inicial, cual sea que sea la mayor, por lo cual se garantiza así cumplir con las condiciones sin un mecanismo de control específico. Para la humedad, las probetas se mantendrán ampliamente humectadas todo el tiempo a manera de que este valor sea constante.

Finalmente, debe considerarse que en condiciones *in vivo* el hueso se encuentra a 37°C y la prueba se realizará a 24°C, esto podría provocar que los resultados no correspondan con condiciones naturales, sin embargo, se ha reportado que comparando resultados obtenidos a 37°C y a 23°C, se observan variaciones de entre 2 y 4% en el módulo de Young (Cowin, 2001; Turner et al., 1993) por lo que se desprecia esta variable al momento de analizar resultados.

3.2 Prueba de relajación de esfuerzos

3.2.1 Velocidad de deformación

Para realizar una prueba de relajación de esfuerzos, es necesario primero deformar la pieza hasta un cierto nivel y a partir de ahí comenzará el registro de los resultados. Debido a las propiedades viscoelásticas del material, propiedades como el esfuerzo de cedencia (σ_Y) y el

módulo de elasticidad (E) se verán afectadas a partir de la velocidad de deformación ($\dot{\epsilon}$) utilizada para esta primera precarga, es por ello que deberá definirse este valor.

Lo que se busca en este trabajo es caracterizar al hueso trabecular simulando condiciones como las que se tendrían en la vida cotidiana en cuanto a cargas y velocidades de deformación se refiere. Existe una gran discrepancia en la literatura sobre los intervalos de velocidades de deformación a las que está sometido el hueso en condiciones *in vivo*, esto principalmente porque será diferente dependiendo de la especie en cuestión y su nivel de actividad, sin embargo, Carter & Hayes (1976) señalan que para individuos bovinos el rango de entre 0.0002 y 0.2 [s^{-1}] representa las condiciones habituales de carga a las que se somete al sistema óseo.

Como estos experimentos sólo se realizarán a una velocidad de deformación, se determinó que un valor intermedio dentro de ese rango sería adecuado y representativo del comportamiento del hueso trabecular, de tal forma que se trabajará con $\dot{\epsilon} = 0.0075$ [s^{-1}]. Al inicio de la prueba, las diferentes probetas serán precargadas a esta velocidad hasta llegar al valor deseado.

3.2.2 Niveles de precarga

En una prueba de relajación de esfuerzos, por definición, la variable que se controla es la deformación y la variable que se estudia es el esfuerzo resultante. Para este caso se ha decidido hacer una variación: las pruebas se precargarán hasta llegar a cierto valor de carga y a partir de ahí se mantendrá deformación constante, sea cual sea este valor. Esto se hace con la finalidad de poder observar el comportamiento viscoelástico dentro de la zona elástica del mismo: se tomarán 5 diferentes valores de precarga (P_0) que se encuentren dentro del límite elástico del material puesto que el comportamiento que tenga el hueso después de superado el límite de cedencia no es de tanta relevancia como lo es el comportamiento elástico con recuperaciones elásticas.

Quaglini et al. en 2008 determinaron que para cabezas femorales bovinas a la velocidad en cuestión de trabajo, la carga a compresión máxima dentro de la zona elástica es $P_Y = 1412 \pm 101.6$ [N] o $\sigma_Y = 17.98 \pm 1.29$ [MPa]. Por lo tanto, los valores que se tomarán para cada una de las precargas serán: 250, 500, 750, 1000, 1250 [N], respectivamente, de esta manera podrán evaluarse resultados obtenidos a todo lo largo de la zona elástica, y por lo tanto, siempre dentro del rango elástico.

3.2.3 Tiempo de relajación

Es el tiempo en el cual se alcanza un estado estable en la carga aplicada para mantener constante la deformación en la probeta, una vez cumplido este periodo de tiempo, se detiene el registro de datos puesto que ya se obtiene prácticamente el mismo valor de esfuerzo para tiempos superiores. Por lo tanto, es el periodo de tiempo de evaluación, que para las pruebas de este trabajo fue de 1020 seg, se determinó que fuera este periodo de tiempo puesto que de los autores consultados se tiene que utilizaron tiempos de relajación desde 100 a 1000 seg (Deligianni et al., 1994; Guedes et al., 2006; Nagaraja et al., 2006; Quaglini et al., 2008) periodo de tiempo tras el cual señalan que la diferencia del esfuerzo medido era ya insignificante, para asegurar, se tomó el periodo más grande y se redondeó a 17 min.

3.3 Prueba de fatiga

Se buscará una evaluación intentando mantener las mismas condiciones generales que las que se tuvieron en las pruebas de relajación de esfuerzos. En las pruebas estáticas lo que se hizo fue llevar las probetas hasta cierto nivel de esfuerzos, no tomando en cuenta a qué nivel de deformación se llevaban, por lo que en esta prueba se hará lo mismo, se evaluarán cíclicamente dentro de un cierto intervalo de carga por un número de ciclos definido.

Se busca que la probeta sea evaluada con cargas por debajo de su límite de cedencia, pero que al ser aplicadas una y otra vez llevarán a la misma a un decremento de sus propiedades mecánicas, y la posterior falla estructural. Para delimitar las condiciones experimentales se tomaron como referencia trabajos de diversos autores y las normas ASTM E606 y ASTM E468, las condiciones de trabajo se presentan a continuación.

3.3.1 Función de carga

La norma ASTM E606 señala que la onda de carga deberá de mantenerse constante a lo largo de la prueba y que en caso de no estar determinada alguna onda en particular, se recomienda la onda triangular, puede trabajarse con una onda seno, pero esto implica que la velocidad de deformación varíe con el tiempo y esto no es deseado, lo que se busca es que sea constante y por ello será controlada.

La Figura 3.6 muestra la manera en que se llevará a cabo la prueba, en la Figura 3.5 a) se observa la variación del esfuerzo a lo largo del tiempo, la carga mínima aplicada será de 50 [N] y la máxima de 950 [N], la velocidad de aplicación de la carga es variable, esto es porque lo que se busca es que la velocidad de deformación sea constante. En la Figura 3.5 b) se muestra la variación de la deformación a lo largo del tiempo, se aprecia que la velocidad de deformación será en efecto constante y de la misma magnitud que para las pruebas estáticas ($\dot{\epsilon} = 0.0075 \text{ s}^{-1}$), provocando así que la prueba se realice a velocidad de carga variable.

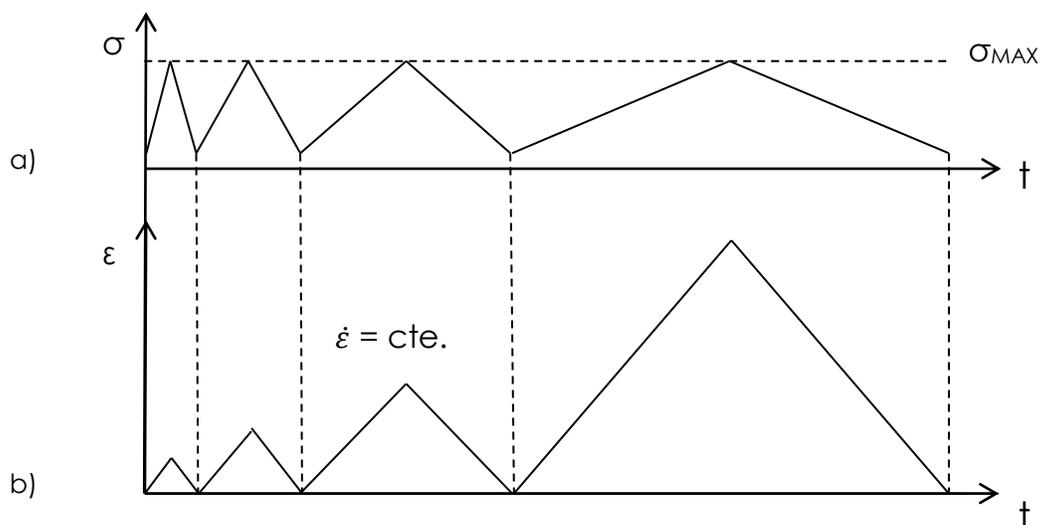


Figura 3.5 a) Gráfica de la función de aplicación del esfuerzo vs tiempo. b) Gráfica del comportamiento de la deformación vs tiempo.

Se determinó este intervalo de cargas debido a que, a partir de la experiencia previa obtenida en las pruebas de relajación de esfuerzos, se observó que es a partir de los 1000 [N] en que las probetas empiezan a fallar con mayor frecuencia, este valor no es el de cedencia del material, nominalmente hablando, pero debido a variaciones microestructurales de las piezas óseas completas, no todas las probetas soportarán las mismas cargas. El hecho de llevar a las muestras hasta este valor sucesivamente, las acercará poco a poco a la falla por las deformaciones residuales que acumulará ciclo a ciclo.

Las cargas van de 50 a 950 [N] y no de 0 a 1000 [N] debido a inexactitudes de la máquina de pruebas originadas por la celda de carga utilizada. A partir de lo observado en las pruebas de relajación de esfuerzos y pruebas de fatiga extraoficiales, se determinó que la máquina puede fallar en la precisión con que aplica la carga con un exceso de alrededor de 20 [N], lo cual implicaría que se carguen las probetas con un porcentaje de error de alrededor del 2%. Así mismo, es preferible que la carga se quede muy cerca de 1000 [N] a que supere este valor, de esta forma se aumentan las probabilidades de que las probetas a evaluar no colapsen durante la evaluación y permitan analizar su fatiga.

3.3.2 Ciclos de carga

En las normas ASTM no hay alguna limitante en particular para los ciclos de carga aplicados y en la literatura tampoco se encontró alguna tendencia concisa a trabajar con un cierto número de ciclos. Los autores consultados trabajaron con un número de ciclos que va desde 10 hasta 1 millón de ciclos de carga (Yamamoto et al., 2005; Topolinsky et al., 2011; Novistkaya et al., 2012), o bien, cargaron una y otra vez las probetas hasta cumplir con un criterio de falla sin importar el número de ciclos, el criterio de falla consistía en alcanzar un cierto porcentaje de reducción en el módulo elástico del material, porcentaje que va desde 10% hasta 40% de reducción (Rapillard et al., 2005, Dendorfer et al., 2007, Wolfram et al., 2011).

Por todo lo anterior, se consideró como variable libre al número de ciclos de evaluación, las pruebas consistieron en evaluar las probetas a 700 ciclos completos de carga y observar que ocurría con el módulo de Young de las mismas a lo largo del tiempo. Se eligió este valor porque en pruebas extraoficiales se determinó que con estas condiciones se tienen tanto probetas que fatigarán como probetas que no lo harán, 700 ciclos fueron suficientes para apreciar las variaciones del módulo elástico del material a lo largo del tiempo.

Para el caso de las probetas que resistieron los 700 ciclos de carga, sería cuestión de realizar trabajos a futuro con otro enfoque: en vez de evaluar para un cierto número de ciclos, evaluar hasta lograr un decremento en el módulo elástico de la pieza y así sacar conclusiones relacionando el número de ciclos, el tiempo de evaluación y porcentaje de reducción para cada probeta evaluada.

3.4 Metodología para la medición de los resultados

Tanto para las pruebas de fatiga como de relajación de esfuerzos se utilizó la máquina electromecánica Shimadzu® y su sistema de adquisición de datos. Se trabajó con una celda de carga de 100 KN y al sistema se le ingresaron la velocidad de deformación y los valores de carga.

Para las pruebas de relajación de esfuerzos, se utilizó una velocidad de deformación de 9 [mm/min] ó 0.0075 [s⁻¹], las pruebas se realizaron comenzando por la precarga de menor magnitud (250 [N]) y ésta fue aumentando hasta llegar a la mayor (1250 N). Los límites de los cabezales se ajustaron de manera que permitieran llevar a cabo la experimentación en probetas de tamaño tan pequeño (Figura 3.6), al momento de colocarlas es cuando cobra mayor importancia el que las caras de sus extremos en efecto sean paralelas entre sí, para que no haya imprecisiones en la evaluación.

Para las pruebas de fatiga se trabajó con una velocidad de deformación de 9 [mm/min] en un intervalo de carga de 50 a 950 [N]. Se programó la máquina para que evaluara sucesivamente la muestra por 700 ciclos de manera automática. La velocidad de aplicación de la carga resultó ser variable como se esperaba.



Figura 3.6 Colocación típica de las probetas entre los cabezales para prueba de relajación de esfuerzos

Para el caso de las pruebas de relajación de esfuerzos, se realizaron los ensayos necesarios de manera que pudieran obtenerse resultados congruentes entre sí, esto es sin variaciones significativas entre los resultados obtenidos para cada precarga. Así mismo, se descartaron los resultados obtenidos de las probetas que fallaron (colapso estructural dando lugar a deformación permanente) debido a variaciones morfológicas particulares del animal del que se extrajeron.

Con ayuda del software de adquisición de datos con que cuenta la máquina experimental, se registró el comportamiento de las probetas durante la experimentación con una frecuencia de 100 mediciones por segundo, a partir de estos datos fue posible obtener las curvas carga-tiempo para cada una de las probetas.

Por otra parte, para las pruebas de fatiga se evaluaron 8 especímenes en total, de los cuales se registraron los datos para su posterior evaluación. De las 8 probetas evaluadas, únicamente 6 lograron completar los 700 ciclos de cara propuestos, las otras dos fallaron, una de ellas resistió 5 ciclos de carga-descarga y luego falló, y la otra no pudo siquiera completar el primer ciclo.

Capítulo 4: Análisis de resultados

Los resultados obtenidos en la parte experimental se consideran exitosos debido a que se lograron resultados consistentes entre sí y que además concuerdan con los encontrados en la literatura, como se explica más adelante.

De manera general, se acredita lo acertado de los resultados a la metodología seguida durante las pruebas. La primicia para llevar a cabo la experimentación era evaluar especímenes en condiciones *in vitro* lo más homogéneas posibles: realizar la recolección de piezas con los mismos proveedores, maquinar todas las probetas en la misma dirección, que todas fueran piezas extraídas de cabezas femorales y que ninguna tuviera más de 4 días de almacenadas una vez extraídas, así como conservarlas adecuadamente hidratadas. En vías de ampliar la investigación aquí presentada los pasos antes mencionados son básicos para la realización de los experimentos en pos de obtener resultados concordantes, a pesar de variaciones en cuanto a parámetros mecánicos que se realicen.

Es importante señalar que las probetas utilizadas para cada prueba, ya sea de relajación de esfuerzos o fatiga, no fueron extraídas de una sola cabeza femoral, una vez que se llevó a cabo la recolección de las piezas óseas, estas se maquinaron y almacenaron en el mismo recipiente, no se separaron de acuerdo a la pieza de la que provenían, al momento de llevar a cabo la experimentación se fueron tomando al azar una probeta tras otra. Se hizo esto porque no se está caracterizando un sólo hueso, sino que se busca caracterizar de forma general cabezas femorales bovinas, realizar la experimentación de esta forma permitió obtener resultados de diferentes fuentes y que estos no estén limitados a características estructurales específicas de un sólo animal.

4.1 Pruebas de relajación de esfuerzos

Para esta parte de la investigación, se evaluaron en total 34 probetas, de las cuales se aprobaron 25 de ellas, 5 para cada valor de precarga, 9 probetas se rechazaron debido a que, o bien, los resultados de estas se alejaban demasiado de la media obtenida para cada precarga (se dio un margen de error del 7% como máximo), o bien, que durante la etapa experimental estas fallaran al momento de ser precargados. Por falla, se entiende que se dio el colapso en su estructura durante la carga, haciendo imposible llevar a cabo la prueba en su totalidad.

El software de adquisición de datos con que trabaja la máquina utilizada para la realización de las pruebas, registra los datos correspondientes a carga aplicada, desplazamiento del cabezal y tiempo, estos datos son la base del análisis posterior. A partir de los datos obtenidos, se procedió a calcular el esfuerzo (σ) y la deformación (ϵ) en las probetas, para posteriormente obtener las curvas esfuerzo-deformación de las mismas. La conversión de datos se hizo mediante las siguientes expresiones.

- Para el esfuerzo (σ)

$$\sigma = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Área inicial}} = \frac{\text{Carga aplicada}}{\text{Área de contacto de la probeta}} \quad \text{ec. 4.1}$$

- Para la deformación (ϵ)

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\text{Desplazamiento del cabezal}}{\text{Longitud inicial de la probeta}} \quad \text{ec. 4.2}$$

De donde:

Área de contacto de la probeta (área proyectada) = 78.54 [mm²]

Longitud inicial de la probeta = 20 [mm]

A continuación se analizan los resultados obtenidos en la prueba. Se presenta la magnitud de la precarga, el esfuerzo de relajación (σ_{RELAX}) de cada probeta alcanzado en el tiempo de relajación (t_{RELAX}) de 1020 [seg], así como la variación porcentual del mismo con respecto a la media de σ_{RELAX} de cada precarga. Se aprobaron los resultados cuya variación porcentual con respecto a la media fuera inferior a 7%, se designó este valor puesto que abarca la mayoría de los datos obtenidos y desprecia a aquellos que se separan del consenso general.

Para la precarga de 250 [N]: se llevaron a cabo 7 pruebas, de las cuales en la Tabla 4.1 se presenta un resumen de los resultados obtenidos. Se descartaron dos resultados puesto que estos no concordaban con los demás valores obtenidos, no se produjo falla en la estructura de ninguna de las dos y la variación se considera debido a la variación natural entre una especie y otra de las que se obtuvieron las muestras.

Tabla 4.1 σ_{RELAX} para la precarga de 250 [N]

Probeta	Precarga [N]	Respuesta a la precarga [MPa]	σ_{RELAX} [MPa]	Var. porcentual [%]	STATUS
1	250	3.183	2.532	0.24	APROBADA
2	250	3.183	2.509	1.15	APROBADA
3	250	3.183	2.294	9.62	RECHAZADA
4	250	3.183	2.539	0.04	APROBADA
5	250	3.183	2.525	0.49	APROBADA
6	250	3.183	2.597	2.33	APROBADA
7	250	3.183	2.770	9.14	RECHAZADA

$$\sigma_{\text{RELAX MEDIO}} = 2.538 \text{ [MPa]}$$

Así mismo, se presenta en la Figura 4.1 la gráfica esfuerzo vs tiempo para las 5 probetas aprobadas, se observa que los resultados son muy similares entre sí, más adelante se profundizará al respecto, pero en este punto es importante hacer notar la similitud entre las curvas de cada probeta evaluada. Se observa que la carga máxima aplicada no fue de la misma magnitud para cada evaluación, esto se debe a imprecisiones de la máquina a la hora de aplicar la precarga, pero aun así, los resultados obtenidos se consideran satisfactorios.

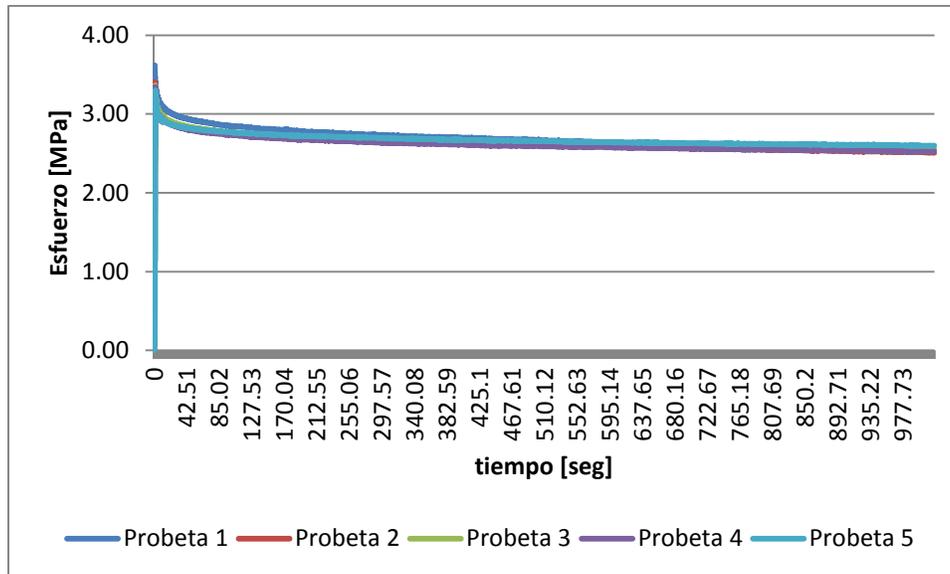


Figura 4.1 Gráfica esfuerzo vs tiempo de las 5 probetas aprobadas de las pruebas realizadas con una precarga de 250 [N].

Para la precarga de 500 [N]: se realizaron únicamente 5 pruebas, como se observa en la Tabla 4.2, los resultados son muy similares entre sí, de manera que no se consideró necesario analizar más probetas. En ningún caso se produjo fallo en las muestras y todas las pruebas se realizaron exitosamente.

Tabla 4.2 σ_{RELAX} para la precarga de 500 [N]

Probeta	Precarga [N]	Respuesta a la precarga [MPa]	σ_{RELAX} [MPa]	Var. porcentual [%]	STATUS
1	500	6.366	5.064	0.56	APROBADA
2	500	6.366	4.966	2.49	APROBADA
3	500	6.366	5.032	1.20	APROBADA
4	500	6.366	5.177	1.64	APROBADA
5	500	6.366	5.226	2.61	APROBADA

σ_{RELAX} promedio = 5.093 [MPa]

Por su parte, la Figura 4.2 muestra la gráfica esfuerzo vs tiempo de las 5 probetas evaluadas, la similitud de una curva a otra corrobora el hecho de que los resultados son muy similares entre sí, no tan homogéneos como para la precarga de 250 [N] pero como se verá más adelante, siguen siendo consistentes.

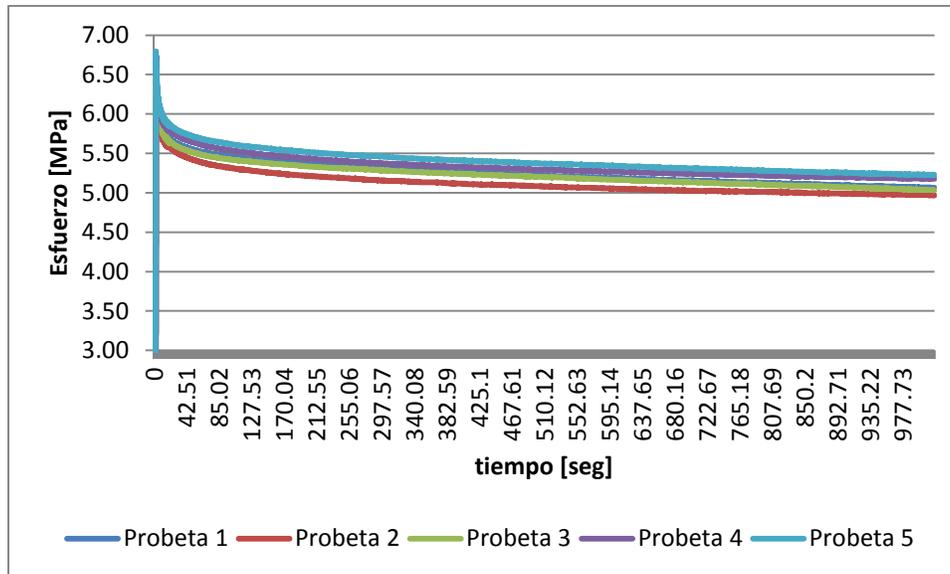


Figura 4.2 Gráfica esfuerzo vs tiempo de las 5 probetas aprobadas de las pruebas realizadas con una precarga de 500 [N].

Para la precarga de 750 [N]: de un total de 6 pruebas, se seleccionaron los cinco mejores resultados, los cuales se presentan en la Tabla 4.3. La probeta descartada no falló, y su variación respecto a la media es menor al 7%, sin embargo, decidió descartarse y tomarse las 5 más cercanas para que se tuviera el mismo número de valores para cada valor de precarga.

Tabla 4.3 σ_{RELAX} para la precarga de 750 [N]

Probeta	Precarga [N]	Respuesta a la precarga [MPa]	σ_{RELAX} [MPa]	Var. porcentual [%]	STATUS
1	750	9.549	7.480	0.19	APROBADA
2	750	9.549	7.673	2.77	APROBADA
3	750	9.549	7.686	2.96	APROBADA
4	750	9.549	7.421	0.60	APROBADA
5	750	9.549	7.534	0.92	APROBADA
6	750	9.549	7.001	6.23	RECHAZADA

σ_{RELAX} promedio = 7.466 [MPa]

En la Figura 4.3 se muestran los resultados seleccionados, se observa cómo las curvas presentan un comportamiento similar, pero conforme se incrementa el valor de la precarga la variación entre los resultados obtenidos se va incrementando. Se aprecia que dos líneas se separan del conjunto, son las que corresponden a las probetas 2 y 3, que como se observa en la Tabla 4.3 son las que presentaron una mayor variación respecto a la media de σ_{RELAX} , 2.77 y 2.96 %, respectivamente.

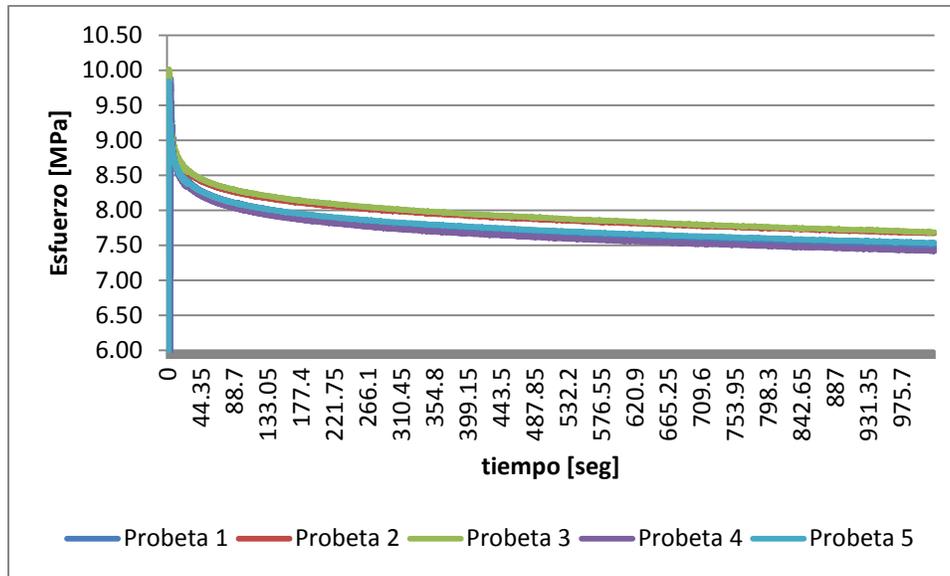


Figura 4.3 Gráfica esfuerzo vs tiempo de las 5 probetas aprobadas de las pruebas realizadas con una precarga de 750 [N].

Para la precarga de 1000 [N]: fue en esta carga en la cual se dio el primer colapso estructural en las probetas. Se evaluaron en total 7 muestras, pero la tabla 4.4 muestra únicamente 6 resultados puesto que como ya se mencionó una de las probetas colapsó y no pudo realizarse la prueba. Se tomaron los resultados que cumplieran con el criterio del 7%, dando como resultado la selección de 5 de ellos.

Tabla 4.4 σ_{RELAX} para la precarga de 1000 [N]

Probeta	Precarga [N]	Respuesta a la precarga [MPa]	σ_{RELAX} [MPa]	Var. porcentual [%]	STATUS
1	1000	12.732	10.233	0.52	APROBADA
2	1000	12.732	10.327	1.44	APROBADA
3	1000	12.732	9.720	4.52	APROBADA
4	1000	12.732	11.249	10.49	RECHAZADA
5	1000	12.732	9.891	2.84	APROBADA
6	1000	12.732	9.662	5.09	APROBADA

σ_{RELAX} promedio = 10.180 [MPa]

La Figura 4.4 muestra las curvas esfuerzo vs tiempo para las probetas aprobadas, a pesar de que se seleccionaron las que tuvieron una menor desviación respecto a la media, no se tienen resultados del todo homogéneos, en la Tabla 4.4 se observó que las variaciones porcentuales para esta prueba son mayores que en las primeras 3 precargas y este hecho se ve representado en una mayor dispersión de datos.

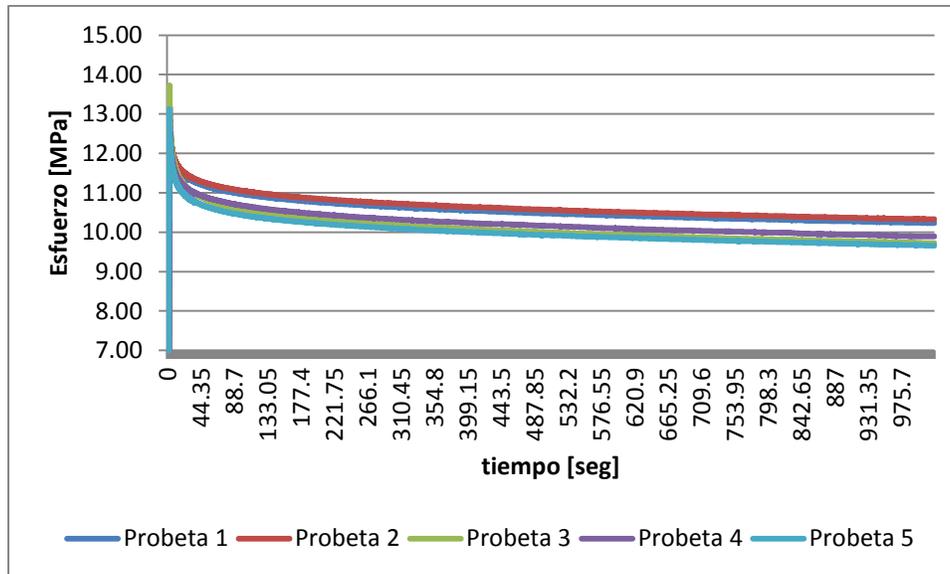


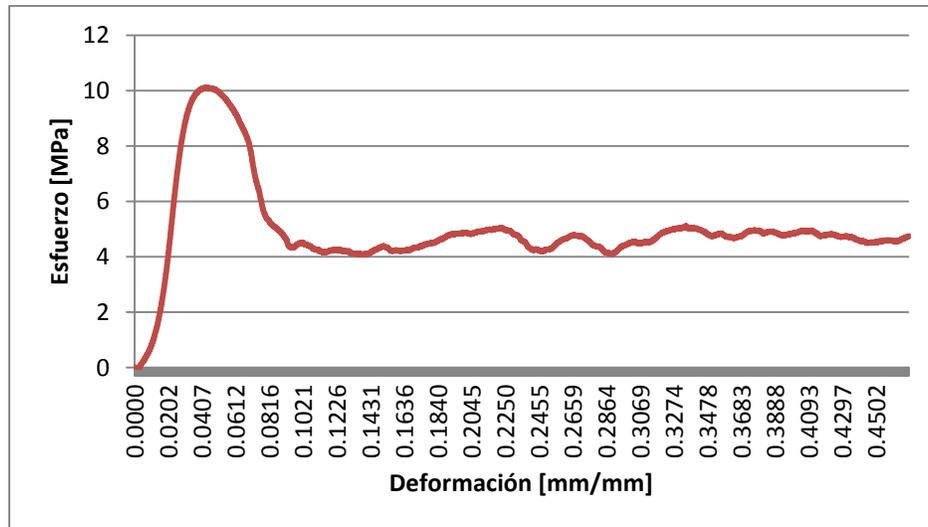
Figura 4.4 Gráfica esfuerzo vs tiempo de las 5 probetas aprobadas de las pruebas realizadas con una precarga de 1000 [N].

El hecho de que en esta precarga se haya dado el primer fallo dio pie a que se considerara a los 1000 [N] como el límite a partir del cual, dependiendo de las características microestructurales del material, empiezan a producirse colapsos en las probetas. Para el tamaño de probeta utilizado, una carga de 1000 [N] implica una respuesta en el material de 12.73 [MPa], este valor se encuentra por debajo del límite de cedencia encontrado en la literatura, que fue de 17.98 ± 1.29 [MPa] (Quagliani et al., 2008), pero por la variación de la estructura trabecular de un material a otro, en este punto es cuando las probetas empiezan a fallar, estos 1000 [N] se tomaron como referencia para las pruebas de fatiga.

Para la probeta que colapsó no fue posible llevar a cabo la relajación de esfuerzos, sin embargo, se dejó que la máquina continuara aplicándole carga aun ya habiendo superado el límite elástico, el registro de los datos continuó y a partir de ellos se obtuvo la gráfica esfuerzo-deformación de la probeta.

En la Figura 4.5a se presenta dicha gráfica, en ella se tiene, como para todo sólido celular, la región elástica al principio, con un aumento progresivo del esfuerzo, hasta que se da el inicio de la deformación permanente, que se identifica con el progresivo decremento en el valor del esfuerzo debido al colapso de las trabéculas, se mantiene este valor relativamente constante debido a que continua el rompimiento de las paredes trabeculares, y posteriormente vendría un endurecimiento aparente, con un nuevo incremento del esfuerzo, pero este no logró registrarse debido a que los topes de la máquina habían alcanzado su máximo y se detuvo la aplicación de la carga.

En la Figura 4.5b se muestra el aspecto de la probeta al momento de ser evaluada, se observa cómo, debido al colapso de la estructura, la médula ósea es expulsada por la pared lateral, en la Figura 4.5c se observa la compresión total que sufrió la probeta.



a)



b)



c)

Figura 4.5 a) Gráfica esfuerzo-deformación de la probeta que falló con la precarga de 1000[N], b) y c) muestran la evolución de su deformación, se observa disminución de altura y cómo la médula ósea es expulsada del interior de la misma.

Para la precarga de 1250 [N]: en esta parte de la experimentación se dio el fallo de 3 probetas, por lo cual en total se trabajó con 9, de las 6 que sí soportaron la precarga, una se descartó pues su variación respecto a la media fue de más del 10%. La Tabla 4.5 muestra los resultados obtenidos para esta precarga, en este caso no se presentarán gráficas esfuerzo-deformación para las probetas que colapsaron puesto que los resultados son similares a los presentados en la Figura 4.5.

Tabla 4.5 σ_{RELAX} para la precarga de 1250 [N]

Probeta	Precarga [N]	Respuesta a la precarga [MPa]	σ_{RELAX} [MPa]	Var. porcentual [%]	STATUS
1	1250	15.915	11.928	0.31	APROBADA
2	1250	15.915	10.716	10.44	RECHAZADA
3	1250	15.915	12.167	1.69	APROBADA
4	1250	15.915	12.707	6.20	APROBADA
5	1250	15.915	12.317	2.94	APROBADA
6	1250	15.915	11.956	0.08	APROBADA

σ_{RELAX} promedio = 11.965 [MPa]

Para complementar lo anterior, la Figura 4.6 muestra la gráfica esfuerzo vs tiempo de las probetas aprobadas, al ser esta la precarga más alta, la dispersión de los datos fue mayor y es por ello que las curvas aparecen más separadas unas de otras que en precargas anteriores.

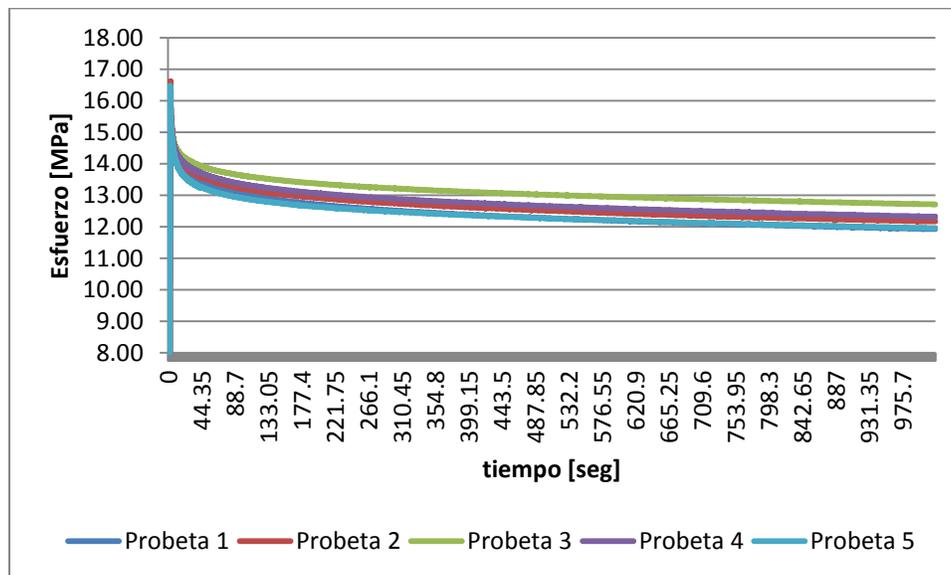


Figura 4.6 Gráfica esfuerzo vs tiempo de las 5 probetas aprobadas de las pruebas realizadas con una precarga de 1250 [N].

Finalmente, y para dar un panorama más general de los resultados obtenidos, la Figura 4.7 muestra todas (25) las curvas esfuerzo-tiempo seleccionadas. En ella se aprecia la diferencia de precargas que se utilizaron, se tienen bien definidos cinco grupos diferentes, entre las curvas de cada grupo no se aprecian diferencias considerables en las primeras precargas pero conforme estas se incrementan los resultados dejan de ser tan similares entre ellos. En las gráficas anteriores quizás no se apreciaba tanto cómo los resultados eran cada vez menos homogéneos entre sí, pero al graficarlos todos juntos se aprecia de mejor manera este hecho.

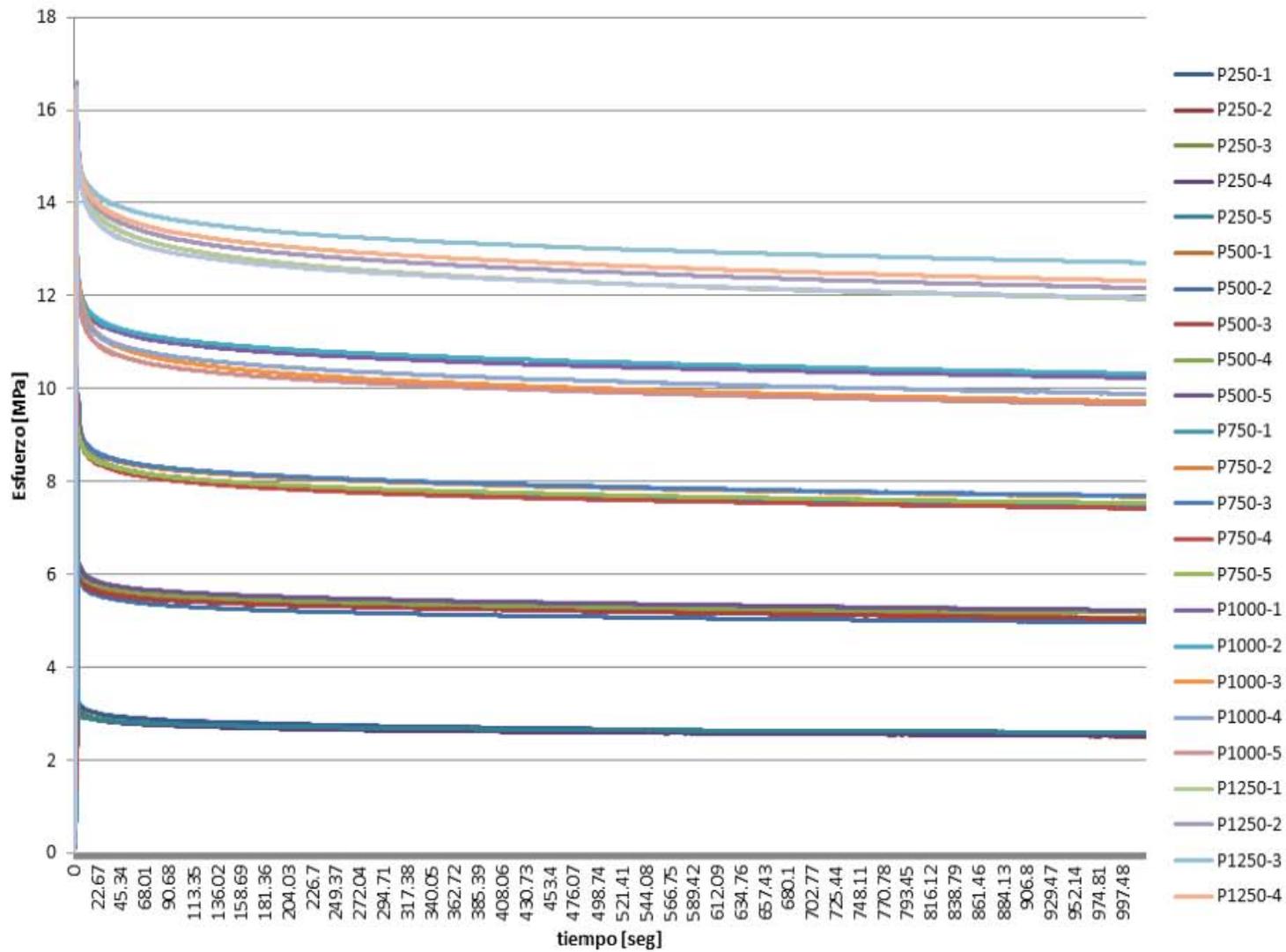


Figura 4.7 Gráfica esfuerzo vs tiempo de las 25 probetas seleccionadas a los cinco diferentes valores de precarga aplicados: 250, 500, 750, 1000 y 1250 [N].

El siguiente paso fue calcular nuevamente la media pero ahora únicamente entre los datos seleccionados. La Tabla 4.6 muestra los resultados obtenidos para este caso, se presenta así mismo, la desviación estándar entre los valores de σ_{RELAX} de las probetas elegidas, el cual se va incrementando conforme la magnitud de la precarga es mayor.

Tabla 4.6 Media aritmética de los valores de σ_{RELAX} obtenidos para cada precarga.

Respuesta a la precarga [MPa]	Media σ_{RELAX} [MPa]	Desviación Estándar
3.183	2.540	0.030
6.366	5.093	0.095
9.549	7.559	0.105
12.732	9.967	0.268
15.915	12.215	0.284

El hecho de que la desviación estándar se comporte de esta forma, aumentando su valor conforme se incrementa el valor de la precarga, se explica del hecho de que al ser cargas bajas, como en el caso de 250 [N], no representa una *dificultad* considerable para las muestras el liberar la misma, pero para el caso de 1250 [N], entran en juego factores como la cantidad de médula ósea contenida en las probetas, así como pequeñas variaciones estructurales de un espécimen a otro, razón por la cual el comportamiento de la relajación varía.

Por otro lado, es importante considerar que se trabajó con una celda de carga de 100 [KN], en este trabajo se manejaron cargas de entre 250 y 1250 [N], razón por la cual podrían presentarse errores en la experimentación debido a que quizás la máquina de pruebas no pueda proporcionar la exactitud requerida al tratarse de cargas demasiado bajas para la celda de carga en cuestión. Sin embargo, como se ha observado, se obtuvieron resultados consistentes y relativos entre sí, es por esto que se despreció lo excesivo de la celda de carga.

De lo anterior, se concluye que mientras más baja sea la carga aplicada, menos precisión tiene la máquina al sensar, el hecho de que los valores en la precarga de 250 [N] sean tan similares entre sí puede implicar que la máquina redondeó los valores obtenidos y a esto deben su parentesco, la máquina pudo haber cometido el mismo error todas las veces y a ello se atribuiría un valor de desviación estándar tan bajo, este es un factor que debe ser tomado en cuenta en futuros experimentos.

El problema principal de utilizar una celda de carga tan grande es la sensibilidad, esto es, que la velocidad de deformación con que se aplique la precarga no sea la solicitada o bien que la precarga aplicada no tenga la magnitud deseada. A partir del tiempo que le tomó a la máquina aplicar la carga máxima a las probetas y la deformación de las mismas hasta este punto, se pudo calcular el porcentaje de error en la magnitud de la precarga aplicada, así como el porcentaje de error de la velocidad de deformación experimental respecto a la teórica ($\dot{\epsilon} = 0.0075 \text{ s}^{-1}$), de esta forma, se busca apreciar el impacto que la celda de carga pudo tener en la experimentación.

La Tabla 4.7 muestra el valor máximo de carga aplicada (P_{MAX}) sobre las probetas evaluadas, así como el valor de la carga en el momento en que la máquina comenzó a mantener la deformación constante ($P_{INICIAL}$), es en este punto cuando comienza formalmente la relajación de esfuerzos. Ambos valores son comparados con la magnitud de la precarga teórica aplicada ($P_{TEÓRICA}$), valor que idealmente debería ser igual tanto a P_{MAX} , como a $P_{INICIAL}$.

Como se observa, los valores de P_{MAX} y $P_{INICIAL}$ son similares, siendo el segundo siempre menor, lo cual indica que la máquina precargó con exceso la probeta y entonces redujo hasta alcanzar el valor que se le solicitó. En general, se obtuvieron resultados positivos, a excepción de un caso, siempre se tuvo un porcentaje de error menor al 10%, pero la probeta P250 -1 es la que presentó el porcentaje de error más elevado, tanto para P_{MAX} como $P_{INICIAL}$, sin embargo, esta anomalía no repercutió en los resultados finales, puesto que como puede corroborarse en la Figura 4.1, el valor de σ_{RELAX} para esta probeta no se aleja de la media obtenida para este valor de precarga.

En negritas se muestran los cinco valores más elevados de los 25 calculados de porcentaje de error, las dos precargas más bajas (250 y 500 [N]) presentaron 4 de los cinco valores más elevados, lo cual sugiere que la máquina tiene mayor dificultad para aplicar con exactitud cargas mientras más pequeñas sean estas.

Tabla 4.7 Carga máxima aplicada (P_{MAX}) y carga a la cual comenzó la relajación de esfuerzos ($P_{INICIAL}$)

	$P_{TEÓRICA}$ [N]	P_{MAX} [N]	% error	$P_{INICIAL}$ [N]	Porcentaje de error [%]
P 250 -1	250	284.00	13.60	281.79	12.72
P 250 -2		267.24	6.89	264.82	5.93
P 250 -3		263.50	5.40	260.86	4.34
P 250 -4		262.44	4.97	261.23	4.49
P 250 -5		258.44	3.38	256.22	2.49
P 500 -1	500	517.29	3.46	511.61	2.32
P 500 -2		512.28	2.46	509.09	1.82
P 500 -3		508.95	1.79	508.09	1.62
P 500 -4		528.16	5.63	526.32	5.26
P 500 -5		533.12	6.62	531.24	6.25
P 750 -1	750	771.76	2.90	773.78	3.17
P 750 -2		777.93	3.72	774.26	3.23
P 750 -3		786.23	4.83	784.17	4.56
P 750 -4		770.03	2.67	766.18	2.16
P 750 -5		771.73	2.90	768.93	2.52
P 1000 -1	1000	1035.67	3.57	1031.07	3.11
P 1000 -2		1035.39	3.54	1032.50	3.25
P 1000 -3		1077.17	7.72	1066.17	6.62
P 1000 -4		1022.16	2.22	1018.33	1.83
P 1000 -5		1030.16	3.02	1025.52	2.55
P 1250 -1	1250	1294.77	3.58	1288.51	3.08
P 1250 -2		1304.71	4.38	1296.68	3.73
P 1250 -3		1287.25	2.98	1282.55	2.60
P 1250 -4		1290.62	3.25	1282.33	2.59
P 1250 -5		1293.61	3.49	1284.28	2.74

Por otro lado, la Tabla 4.8 muestra la velocidad de deformación con la que se precargaron las probetas de las pruebas, en todos los casos se trabajó con un porcentaje de error menor al 10% y a pesar de las variaciones observadas, estas no repercutieron en los resultados finales porque como se muestra en otras tablas ya presentadas, el comportamiento y valores obtenidos son los esperados.

En letras sombreadas se señalan los cinco porcentajes de error más altos obtenidos, se observa que 4 de esos casos se presentaron en la precarga de 250 [N]. Este tipo de situaciones se adjudican, una vez más, a la celda de carga.

Tabla 4.8 $\dot{\epsilon}_{TEÓRICA}$ comparada con $\dot{\epsilon}_{REAL}$ a la que se llevó a cabo la experimentación para cada una de las 25 probetas seleccionadas.

	Tiempo [seg]	ϵ [mm/mm]	$\dot{\epsilon}_{REAL}$ [s^{-1}]	$\dot{\epsilon}_{TEÓRICA}$ [s^{-1}]	Porcentaje de error [%]
P 250 -1	1.35	0.00928	0.00687	0.0075	8.34
P 250 -2	1.73	0.01228	0.00710		5.39
P 250 -3	2.21	0.01558	0.00705		5.98
P 250 -4	1.92	0.01377	0.00717		4.35
P 250 -5	2.49	0.01811	0.00727		3.00
P 500 -1	2.86	0.02089	0.00730		2.62
P 500 -2	3.48	0.02540	0.00730		2.68
P 500 -3	2.99	0.02165	0.00724		3.44
P 500 -4	3.67	0.02690	0.00733		2.28
P 500 -5	3.05	0.02210	0.00725		3.37
P 750 -1	5.08	0.03761	0.00740		1.30
P 750 -2	3.14	0.02271	0.00723		3.59
P 750 -3	2.62	0.01881	0.00718		4.29
P 750 -4	4.05	0.02967	0.00733		2.31
P 750 -5	2.49	0.01790	0.00719		4.14
P 1000 -1	2.47	0.01775	0.00719		4.17
P 1000 -2	3.61	0.02638	0.00731		2.58
P 1000 -3	3.26	0.02389	0.00733		2.29
P 1000 -4	3.48	0.02540	0.00730		2.69
P 1000 -5	2.96	0.02150	0.00726		3.15
P 1250 -1	3.12	0.02277	0.00730		2.69
P 1250 -2	3.38	0.02465	0.00729		2.76
P 1250 -3	2.03	0.01445	0.00712		5.07
P 1250 -4	2.56	0.01850	0.00723		3.65
P 1250 -5	3.01	0.02180	0.00724		3.42

La velocidad de deformación con que se precargue la muestra es importante puesto que es uno de los factores que determinará el comportamiento de la misma durante la relajación de esfuerzos. El hecho de que los errores de precisión se presentaran especialmente en la precarga de 250 [N] podría indicar que los valores obtenidos para esta parte de la experimentación no son confiables, pero como se muestra en posteriores análisis, el comportamiento de estas probetas fue el esperado.

Continuando con el análisis de resultados, se procedió al cálculo del porcentaje de reducción del esfuerzo aplicado en la probeta evaluada. En la Tabla 4.9 se muestra el valor de la respuesta a la precarga teórica aplicada ($\sigma_{O TEÓRICA}$), así como el valor experimental de la misma ($\sigma_{O EXPERIMENTAL}$), es a partir de esta última que se calculó el porcentaje de reducción de esfuerzo en cada una de las probetas seleccionadas. Como

se aprecia, los porcentajes de reducción se encuentran entre 22 y 26%, resultados que concuerdan con los obtenidos por Deligianni et al. (1994), que obtuvieron un porcentaje de reducción de entre 15 y 45% para pruebas de relajación de esfuerzos en cabezas femorales.

Tabla 4.9 Porcentaje de reducción del valor de σ_{RELAX} con respecto al valor de σ_O EXPERIMENTAL para cada precarga aplicada.

σ_O TEÓRICA [MPa]	σ_O EXPERIMENTAL [MPa]	σ_{RELAX} [MPa]	Porcentaje de reducción [%]
3.18	3.32	2.54	23.57
6.37	6.51	5.06	22.25
9.55	9.79	7.53	23.04
12.73	12.97	9.89	23.72
15.92	16.51	12.17	26.30

Como se observa en la Tabla 4.9, los resultados son muy similares entre sí, el porcentaje de reducción del esfuerzo fue similar para todos los casos, por lo que se concluye que sin importar el valor de la precarga, el porcentaje de reducción será el mismo. Esta afirmación contradice totalmente lo señalado por Quaglini et al. (2009), que concluye que la reducción de esfuerzos es inversamente proporcional a la magnitud de la precarga, sin embargo, Lakes et al. (1979), Deligianni et al. (1994), Schoenfeld et al. (1974), y Guedes et al. (2006) también encontraron que el porcentaje de reducción es independiente del esfuerzo máximo alcanzado, por lo que este únicamente variará de un material a otro. La contradicción a Quaglini et al. (2009) se extiende a otra afirmación sobre linealidad que se expone más adelante, por lo cual no es de sorprenderse esto.

Buscando comparar con los resultados obtenidos en la literatura, se procedió a realizar una normalización de los resultados seleccionados. La Figura 4.8 muestra las curvas normalizadas de las probetas seleccionadas para cada respuesta a la precarga, esto es, la variación del esfuerzo aplicado (σ) dividido entre el esfuerzo de relajación (σ_{RELAX}) en función del tiempo.

Se aprecia en la Figura 4.8 que las curvas coinciden unas con otras casi completamente, lo cual revalida el señalamiento de que el porcentaje de reducción es independiente de la magnitud de la precarga, no sólo al haber alcanzado la probeta un estado estable, sino prácticamente en todo el tiempo de evaluación. A partir del segundo 280 la diferencia entre las curvas ya es mínima, esto es, que alrededor del 22% del tiempo de evaluación, las curvas de relajación se homogenizaron sin importar la magnitud de la precarga.

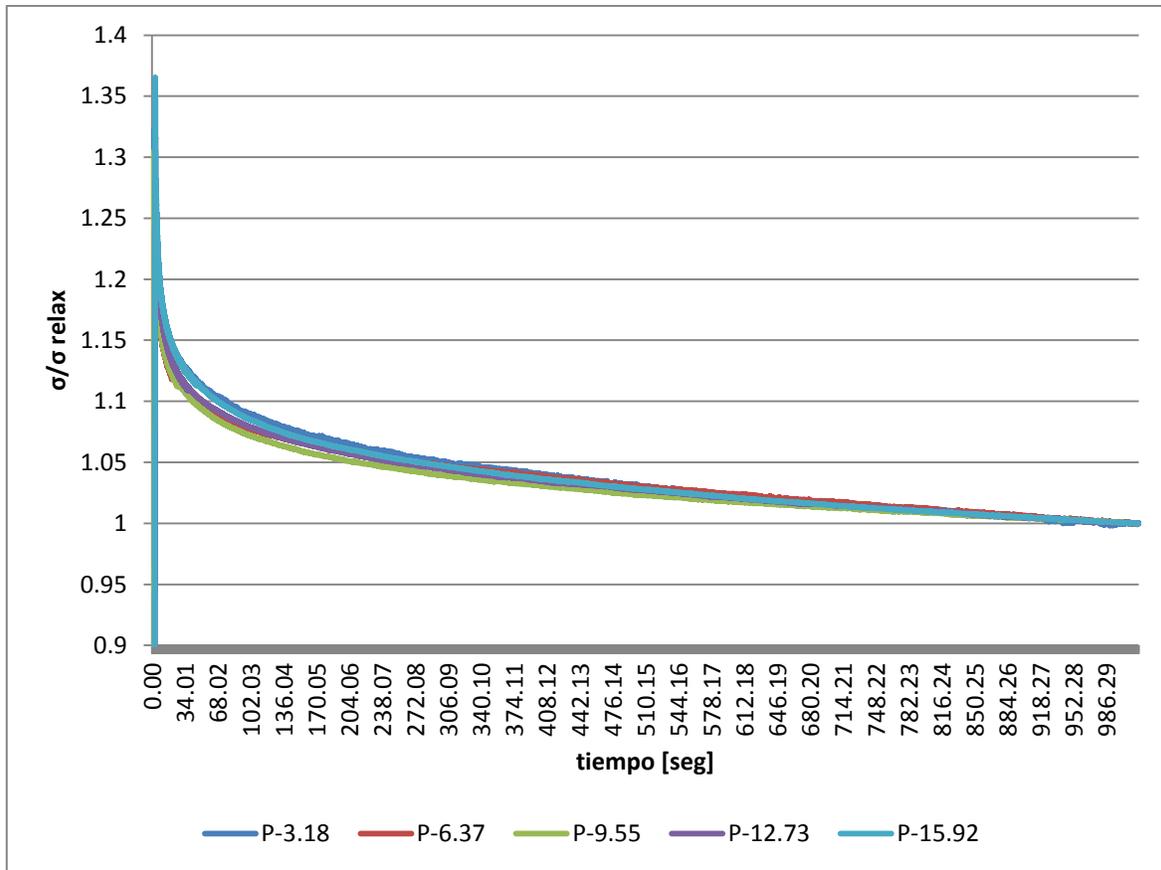


Figura 4.8 Normalización de las curvas de relajación de esfuerzos respecto al esfuerzo de relajación (σ_{RELAX}), se aprecia cómo el comportamiento es prácticamente el mismo pese a haber sido precargadas a diferentes niveles.

En busca de complementar el análisis de los resultados, se ajustaron los resultados obtenidos al modelo matemático presentado en el Capítulo 2. Iyo et al. (2003) trabajaron con el modelo de relajación KWW, que describe el comportamiento del módulo elástico en función del tiempo durante la relajación de esfuerzos, presentado en la ecuación 2.1.

Para este trabajo se hizo una modificación al modelo de KWW tradicional para que ahora describa la variación del esfuerzo en función del tiempo, en busca de obtener 5 constantes particulares para el material sin importar el valor de la precarga, se normalizó el modelo respecto a σ_0 de tal forma que se trabajó con la ecuación que se muestra a continuación:

$$\frac{\sigma(t)}{\sigma_0} = A_1 \exp\left[-\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^\beta\right] + (1 - A_1) \exp\left[-\left(\frac{t}{\tau_2}\right)^\gamma\right], [0 < A_1, \beta, \gamma < 1] \quad \text{ec. 4.3}$$

Se realizó un ajuste matemático al modelo de la ecuación 4.3, buscando optimizar los valores de $A_1, \beta, \gamma, \tau_1$ y τ_2 para que estos describieran de la mejor forma posible la relación $\sigma(t)/\sigma_0$. Como las curvas normalizadas de las cinco precargas eran muy similares entre sí, se obtuvo una curva promedio representativa de las 5 y sobre esa se hizo el ajuste obtenido los valores presentados en la Tabla 4.10, se comparan con los valores obtenidos

en sus trabajos por Iyo et al. en 2003 y se observa que aun cuando se trata de una variante de la ecuación utilizada por estos autores, se obtienen valores similares.

Tabla 4.10 Valores obtenidos para el ajuste matemático de la ecuación 4.3

	A_1	β	γ	τ_1 [seg]	$\tau_2 \times 10^6$ [seg]
Valores obtenidos	0.12	0.18	0.23	65.68	4.56
Iyo et al. (2003)	0.08	0.28	0.35	49	9.3
	0.11	0.26	0.37	50	6.4

La Figura 4.9 muestra la gráfica de las cinco curvas de esfuerzo normalizado en función del tiempo para las 5 precargas aplicadas, así como la curva que se obtiene a partir de la ecuación 4.3 y los valores obtenidos. Como se observa, el modelo se ajusta adecuadamente a los valores experimentales en todos los casos por lo que esta parte del análisis se considera exitosa, así mismo, un análisis numérico revela que se tiene un coeficiente R^2 de 0.98 entre los datos, por lo que se considera válido el modelo obtenido y por tanto la modificación propuesta al modelo de KWW original.

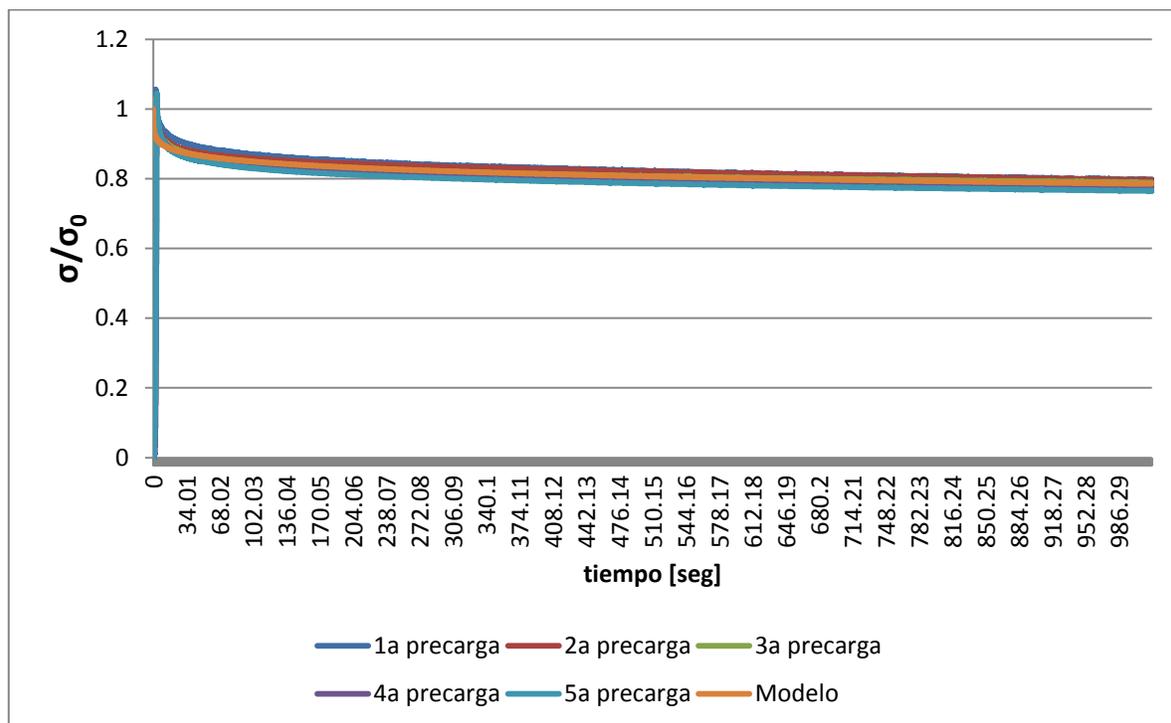


Figura 4.9 Gráfica del esfuerzo normalizado (σ/σ_0) en función del tiempo para las cinco diferentes precargas, se presenta también la curva obtenida mediante la ecuación 4.3 y se observa que en efecto concuerda con los valores experimentales.

La última parte del análisis de resultados consistió en verificar si la relajación de esfuerzos en las muestras de cabeza femoral evaluadas es lineal o no. En un material viscoelástico, idealmente hablando, se tendrá una relajación de esfuerzos lineal, esto es que, si en una

prueba de relajación de esfuerzos se busca que el material tenga una respuesta a la precarga de σ_0 , y a otra muestra de este mismo material se lleva a una respuesta de $2\sigma_0$, el valor de σ_{RELAX} será directamente proporcional a la magnitud de la precarga aplicada. Partiendo de este principio, se procedió a verificar si existe linealidad en los resultados obtenidos con las probetas seleccionadas para cada precarga. Debido a que cada precarga difiere de la anterior por 250 [N] es posible hacer este cálculo para verificar linealidad.

A partir del valor obtenido de σ_{RELAX} para la probeta representativa de los resultados obtenidos para la primera precarga, se realizó una estimación para las precargas posteriores, comparando el valor experimental con el estimado a través del cálculo de su error relativo. La Tabla 4.11 muestra los valores calculados a partir del valor de σ_{RELAX} @ 250 [N]. De manera análoga, se calculó del valor de σ_{RELAX} que debería obtenerse a partir del valor obtenido para las precargas de 500 [N], 750 [N], 1000 [N] y 1250 [N], multiplicando por el factor de proporcionalidad correspondiente.

Como se observa en las Tablas 4.11, 4.12, 4.13, 4.14 y 4.15, al hacer una estimación del valor de σ_{RELAX} suponiendo linealidad, se obtienen valores que no sobrepasan el 5% de error respecto al valor real, razón por la cual, se considerará a la relajación de esfuerzos del hueso trabecular bovino como lineal, o al menos con un comportamiento muy semejante al lineal. Lakes et al. (1979), Deligianni et al. (1994) y Guedes et al. (2006) también concluyeron o bien consideran que el comportamiento de la relajación de esfuerzos del hueso trabecular es lineal, sin embargo, de los autores consultados, Quagliani et al. (2009) indica que no es lineal, pero con ellos ya se habían tenido discrepancias en cuanto al porcentaje de reducción de σ_{RELAX} .

Tabla 4.11 Cálculo del valor de σ_{RELAX} para diferentes precargas a partir de la respuesta obtenida para 250 [N].

Valores teóricos	Estimación para:	Valor estimado de σ_{RELAX} [MPa]	Valor experimental σ_{RELAX} [MPa]	Porcentaje de error [%]
Para $\sigma_0 = 3.18$ [MPa], $\sigma_{RELAX} = 2.54$ [MPa]	6.37 [MPa]	5.08	5.06	0.25
	9.55 [MPa]	7.62	7.53	1.08
	12.73 [MPa]	10.15	9.89	2.66
	15.92 [MPa]	12.69	12.17	4.32

Tabla 4.12 Cálculo del valor de σ_{RELAX} para diferentes precargas a partir de la respuesta obtenida para 500 [N].

Valores teóricos	Estimación para:	Valor estimado de σ_{RELAX} [MPa]	Valor experimental σ_{RELAX} [MPa]	Porcentaje de error [%]
Para $\sigma_0 = 6.37$ [MPa], $\sigma_{RELAX} = 5.06$ [MPa]	3.18 [MPa]	2.53	2.54	0.25
	9.55 [MPa]	7.60	7.53	0.83
	12.73 [MPa]	10.13	9.89	2.41
	15.92 [MPa]	12.66	12.17	4.06

Tabla 4.13 Cálculo del valor de σ_{RELAX} para diferentes precargas a partir de la respuesta obtenida para 750 [N].

Valores teóricos	Estimación para:	Valor estimado de σ_{RELAX} [MPa]	Valor experimental σ_{RELAX} [MPa]	Porcentaje de error [%]
Para $\sigma_0 = 9.55$ [MPa], $\sigma_{RELAX} = 7.53$ [MPa]	3.18 [MPa]	2.51	2.54	1.07
	6.37 [MPa]	5.02	5.06	0.82
	12.73 [MPa]	10.05	9.89	1.56
	15.92 [MPa]	12.56	12.17	3.2

Tabla 4.14 Cálculo del valor de σ_{RELAX} para diferentes precargas a partir de la respuesta obtenida para 1000 [N]

Valores teóricos	Estimación para:	Valor estimado de σ_{RELAX} [MPa]	Valor experimental σ_{RELAX} [MPa]	Porcentaje de error [%]
Para $\sigma_0 = 12.73$ [MPa], $\sigma_{RELAX} = 9.89$ [MPa]	3.18 [MPa]	2.47	2.54	2.59
	6.37 [MPa]	4.95	5.06	2.35
	9.55 [MPa]	7.42	7.53	1.54
	15.92 [MPa]	12.36	12.17	1.61

Tabla 4.15 Cálculo del valor de σ_{RELAX} para diferentes precargas a partir de la respuesta obtenida para 1250 [N].

Valores teóricos	Estimación para:	Valor estimado de σ_{RELAX} [MPa]	Valor experimental σ_{RELAX} [MPa]	Porcentaje de error [%]
Para $\sigma_0 = 15.92$ [MPa], $\sigma_{RELAX} = 12.16$ [MPa]	3.18 [MPa]	2.43	2.54	4.14
	6.37 [MPa]	4.87	5.06	3.9
	9.55 [MPa]	7.30	7.53	3.1
	12.73 [MPa]	9.73	9.89	1.59

Finalmente, y para reafirmar la linealidad mencionada, se promediaron todas las estimaciones realizadas para cada valor de precarga y se graficaron, la Tabla 4.16 presenta los valores promedio para cada caso, mientras que la Figura 4.10 presenta la distribución de estos valores en un gráfico. Así mismo, se hizo un ajuste matemático a un modelo lineal obteniendo la ecuación que modela el comportamiento de estos valores, se obtuvo un coeficiente de determinación $R^2 = 0.97$, lo cual confirma la linealidad en los resultados obtenidos en este trabajo.

Tabla 4.16 Valor medio de las estimaciones de σ_{RELAX} para cada una de las respuestas a precarga obtenidas.

Respuesta a cada una de las precargas [MPa]	Valor medio de σ_{RELAX} [MPa]
3.18	2.487
6.37	4.978
9.55	7.482
12.73	10.015
15.92	12.568

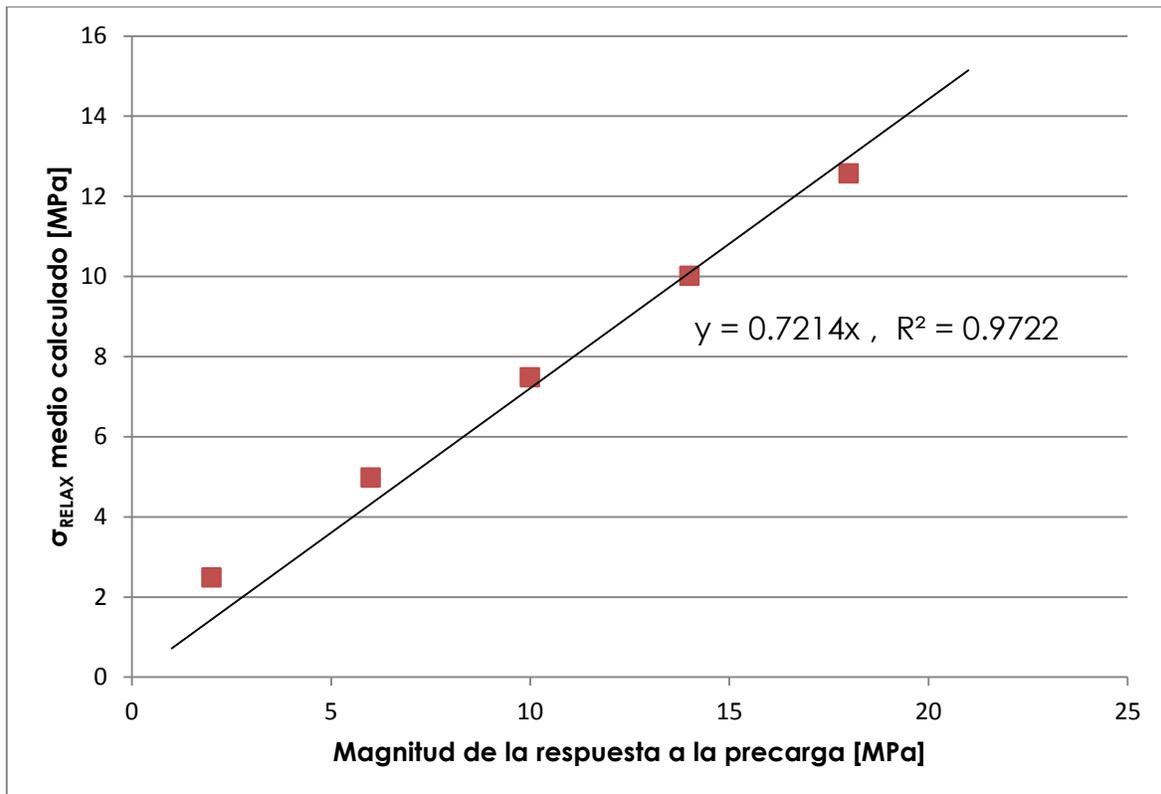


Figura 4.10 Gráfica de los valores promedio de σ_{RELAX} calculados para cada una de las respuestas a las precargas. Del modelo matemático "y" expresa a σ_{RELAX} y "x" la respuesta a la precarga en [MPa], el coeficiente $R^2 = 0.97$ demuestra que el comportamiento de la relajación de esfuerzos es lineal.

4.2 Pruebas de fatiga

Para esta parte de la investigación se evaluaron en total 8 probetas, las cuales fueron extraídas, maquinadas y preservadas de la misma forma que las correspondientes a las pruebas de relajación de esfuerzos. Luego de 700 ciclos de prueba dentro de un intervalo de carga de 50 a 950 [N] a velocidad de deformación constante de $0.0075 [s^{-1}]$, se tiene que 3 de las probetas se fatigaron (las probetas 1, 4 y 5), sufriendo un decremento en su módulo elástico, 3 de ellas sufrieron un aumento aparente en su rigidez (probetas 2, 3, 6) y 2 de ellas no pudieron ser evaluadas debido a que colapsaron antes de que se cumplieran los ciclos de carga.

Primero se hará un análisis cualitativo sobre el aspecto final de las probetas tras su evaluación, buscando relacionar esto con el resultado obtenido. Se analizarán las 8 probetas evaluadas, tanto las que se fatigaron, como las que presentaron un aparente aumento en su rigidez, así como las que fallaron sin completar los 700 ciclos de carga.

La Figura 4.11 muestra el aspecto final de las probetas que presentaron fatiga, Probetas 1, 4 y 5, se observa que las tres redujeron su altura considerablemente debido al colapso progresivo que sufrieron las trabéculas que conformaban su estructura, se dio una expulsión de médula ósea, la cual principalmente se dio por la parte inferior de las mismas, lo cual sugiere que debido a que el cabezal superior es el que se desplaza, la probeta se ve comprimida y al estar el cabezal inferior fijo es esto lo que da origen al colapso principalmente en la zona baja.



Figura 4.11 Aspecto final de las probetas que fatigaron tras ser sometidas a 700 ciclos de carga.

Se aprecia, así mismo, que la probeta del centro (Probeta 4) es la que tiene un color más rojizo, lo cual es indicativo de una mayor presencia de sangre en el interior de la estructura con respecto a las otras dos probetas, el efecto inmediato que se aprecia de este hecho es que la Probeta 4 fue la que menor tiempo le tomó cumplir con los 700 ciclos de carga.

Ahora bien, en las otras dos probetas, la 1 y 5, que se presentan en la Figura 4.12, se aprecia una tonalidad más uniforme entre ellas, debido a una menor concentración de sangre dentro de la misma, el efecto que esto tuvo es que la médula ósea expulsada se presentó en forma de hilos continuos, no como en la Probeta 4, cuya médula se liberó en pequeñas porciones, al haber menor cantidad de sangre contenida en las muestras, la médula es más espesa y por tanto más consistente al grado de ser expulsada de forma continua.



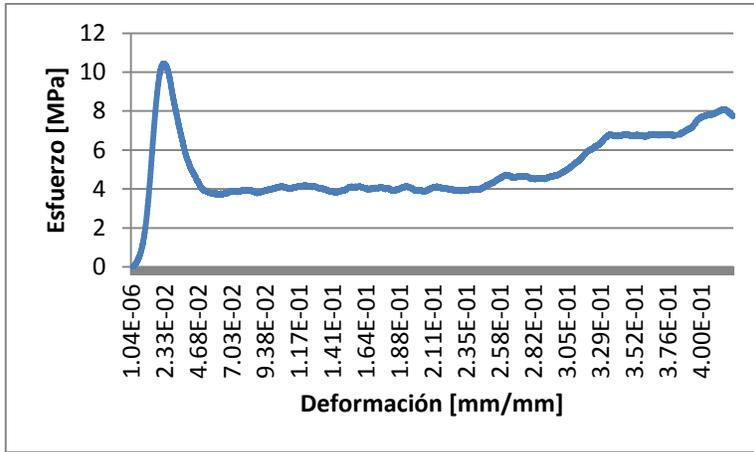
Figura 4.12 Aspecto final de las Probetas 1 y 5 tras ser sometidas a 700 ciclos de carga.

Por otro lado, de las probetas que fallaron antes de poder ser evaluadas, se tuvieron dos casos, una probeta que ni siquiera logró completar el primer ciclo de carga-descarga (Probeta 7) y otra probeta que resistió 5 ciclos y entonces falló (Probeta 8).

La Figura 4.13 a muestra la gráfica esfuerzo-deformación de la Probeta 7, se observa en la curva cómo la probeta se va cargando hasta alcanzar un valor máximo de 820.08 [N] (10.44 [MPa]) y entonces vino el colapso, ni siquiera fue capaz de completar un ciclo. El valor del esfuerzo fue decreciendo debido al colapso progresivo de las trabéculas, y entonces debido a la interacción entre ellas durante la compresión del material, se da una densificación en la probeta, para este punto la deformación era de $\epsilon = 0.422$ [mm/mm], lo que equivale a un desplazamiento entre los cabezales de 8.44 [mm].

La Figura 4.13 b muestra el aspecto final de la Probeta 7 una vez concluida la experimentación, sufrió una especie de cizallamiento, el progresivo colapso de sus trabéculas produjo una separación total de una parte de la misma. La médula ósea fue expulsada de la estructura principalmente por la parte inferior de la misma y por la zona fracturada, al encontrar en esta última un gran área por la cual le fue más fácil desplazarse debido a la destrucción de la estructura trabecular en dicha zona.

No se le atribuyen características particulares a la probeta que dieran origen al fallo, esto es, errores en la manufactura, en el maquinado o preservación, es simplemente debido a variaciones microestructurales las que dieron origen al colapso y fracturas localizadas a lo largo de su estructura



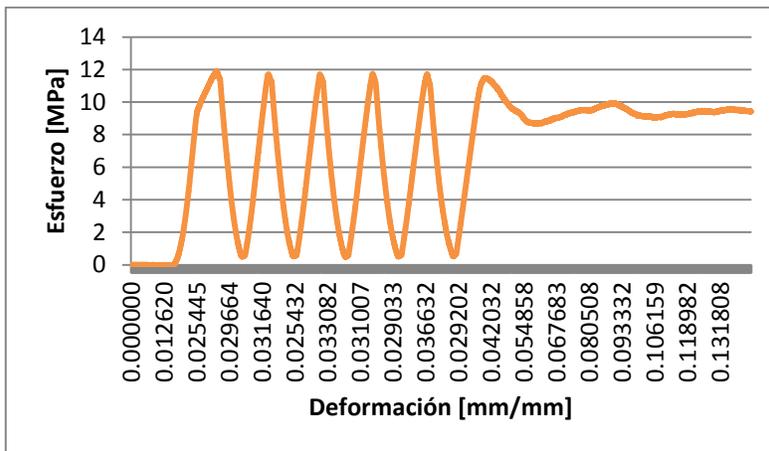
a)



b)

Figura 4.13 a) Gráfica esfuerzo-deformación de la Probeta 7, b) aspecto final de la misma tras su evaluación

La Figura 4.14 a muestra la gráfica esfuerzo-deformación de la Probeta 8, que falló luego de 5 ciclos de carga-descarga, en ella se observa cómo se lograron cumplir 4 ciclos completos, y en la descarga del quinto, falló, se dio un colapso súbito en la estructura. La Figura 4.15 b muestra el estado final de la probeta, se aprecia un corte aproximadamente al centro de la misma, el cual representa la fractura de la misma, se observa una tonalidad particularmente rojiza en la muestra, la cual es indicativo de un alto contenido de sangre en su interior.



a)



b)

Figura 4.15 a) Gráfica esfuerzo-deformación de la Probeta 8, b) Aspecto final de dicha probeta tras su evaluación

Ahora, se presenta el análisis cuantitativo de los resultados obtenidos para esta parte de la prueba. Para determinar si las probetas presentaron fatiga o no tras completarse los ciclos de carga planeados, se calculó su módulo elástico en diferentes momentos de su evaluación. El cálculo del módulo elástico se realizó a partir de los datos obtenidos al principio y al final de la carga de un ciclo determinado, esto se llevó a cabo mediante la siguiente expresión:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma_{AL\ FINAL\ DE\ LA\ CARGA} - \sigma_{AL\ INICIO\ DE\ LA\ CARGA}}{\varepsilon_{AL\ FINAL\ DE\ LA\ CARGA} - \varepsilon_{AL\ INICIO\ DE\ LA\ CARGA}} \quad \text{ec. 4.4}$$

La Tabla 4.17 muestra los resultados numéricos de las probetas que resistieron los 700 ciclos de carga. Se presentan el tiempo total que duró la prueba para cada caso, el módulo de Young inicial de las probetas (E_0), el módulo de Young de las mismas al final de la prueba (E_f), el porcentaje de variación del mismo al final de la prueba en relación con su (E_0), la deformación máxima (ε_{MAX}) de las probetas a lo largo de los 700 ciclos de carga y la deformación residual (ε_{RES}) de las mismas inmediatamente transcurridos los ciclos de carga.

Es importante hacer una aclaración acerca del valor presentado como E_0 : para su cálculo se descartan los valores registrados en la carga inicial por partir esta desde 0 [N] al no considerarse ciclo completo aun tras su descarga hasta 50 [N], por lo tanto, el cálculo del mismo se realizó con los datos obtenidos del primer ciclo carga-descarga completo, esto es, el segundo.

En los valores presentados en la Tabla 4.17 se observa que las probetas que se fatigaron (Probetas 1, 4 y 5) presentaron un módulo de Young inicial menor a 1500 [MPa], mientras que las otras 3, las que tuvieron un aumento aparente en su rigidez (probetas 2, 3 y 6), presentaron un módulo de Young superior a 1500 [MPa], esto puede utilizarse como indicativo de qué sucederá al final de la prueba sin necesidad de llevar a cabo los 700 ciclos, uno podría únicamente cargar la probeta por unos 10 ciclos y realizar la medición de este valor, y desde ese momento saber si la probeta se fatigará o no.

En el caso de las probetas que fatigaron se tiene que su módulo de Young se redujo, esto indica que hay un daño estructural severo, una gran cantidad de trabéculas fracturadas que debilitan la estructura desde el primer ciclo de carga, provocando que las probetas reduzcan su altura al ser deformadas una y otra vez.

Para el caso de las probetas que no presentaron fatiga, se tiene que su módulo de Young se incrementó ligeramente, además, se observa que el porcentaje de variación en este caso fue menor (de entre 9 y 10 %) que el que se tuvo para las probetas fatigadas (de hasta un 62 %), lo cual indica que el cambio estructural en estas últimas probetas fue menor que en el caso de aquellas que se fatigaron. Inclusive, la variación de 9 a 10 % obtenida para las probetas 2, 3 y 6 podría deberse a variaciones estructurales de una probeta a otra y que la estructura de la muestra no se ve afectada considerablemente a este número de ciclos y a la magnitud de carga aplicada en estas pruebas.

Por otro lado, se observa que los niveles de deformación alcanzados por las probetas 2, 3 y 6 son considerablemente menores que los alcanzados por las probetas 1, 4 y 5, esto sugiere que las probetas que incrementaron su rigidez se encontraron todo el tiempo en la zona elástica, el leve incremento en su módulo elástico se atribuye mayormente al comportamiento de la médula ósea contenida en su interior y no al comportamiento elástico de la estructura trabecular.

Para todos los casos, la deformación siempre fue progresiva, de manera que la deformación máxima se dio durante el último ciclo de carga, además, se tiene que las probetas que se fatigaron prácticamente no se recuperaron una vez descargadas, el valor de ϵ_{MAX} es prácticamente el mismo de ϵ_{RES} , caso contrario al presentado en las probetas que no presentaron fatiga: recuperaron alrededor de la mitad de la ϵ_{MAX} sufrida.

El fenómeno anterior se explica como sigue: las probetas que presentaron fatiga tuvieron un módulo elástico menor que el de las otras 3, esto significa que su estructura es más débil, con menos trabéculas o trabéculas más delgadas. Bajo las mismas sollicitaciones las probetas 1, 4 y 5 fueron deformándose y disminuyendo su altura al romperse sus trabéculas, mientras que en las probetas cuya rigidez tuvo un aumento aparente, la estructura trabecular de las mismas simplemente se estaba pandeando, sin fracturarse, y es por ello que la ϵ_{RES} en estas últimas al final de la prueba fue mínima ($\epsilon_{RES} < 0.015$).

Tabla 4.17 Resultados obtenidos para las 6 probetas que completaron los 700 ciclos de carga.

		Tiempo [seg]	Eo [MPa]	Ef [MPa]	Variación de Eo [%]	ϵ_{MAX} [mm/mm]	ϵ_{RES} [mm/mm]
Fatiga	Probeta 1	1795.01	1103.23	427.57	-61.24	0.256	0.230
	Probeta 4	1054.52	1226.20	1154.8	-5.82	0.365	0.355
	Probeta 5	2124.41	1201.75	541.44	-54.94	0.511	0.492
Aumento aparente de rigidez	Probeta 2	1332.73	1800.51	2015.1	11.91	0.013	0.007
	Probeta 3	1683.21	1564.31	1709.91	9.30	0.021	0.015
	Probeta 6	1800.18	1929.25	2106.36	9.18	0.009	0.004

De la tabla anterior, se sabe ahora que durante las pruebas, el Eo aumentó para el caso de las probetas 2, 3 y 6 pero disminuyó para las probetas 1, 4 y 5. Pero este valor no necesariamente explica bien todo lo que pasó con la probeta durante los 700 ciclos de carga. Buscando apreciar de mejor manera la variación del módulo de Young a lo largo del tiempo, se decidió evaluar el módulo elástico en el primer ciclo completo de carga-descarga, el módulo en el último ciclo completo, así como 3 ciclos intermedios correspondientes a los ocurridos al 25%, al 50% y al 75% del tiempo total de evaluación para cada una de las muestras, $0.25 t_{TOT}$, $0.5 t_{TOT}$, y $0.75 t_{TOT}$, respectivamente.

La Tabla 4.18 muestra la variación del módulo de elasticidad de las probetas que completaron los 700 ciclos de carga a lo largo del tiempo. El valor presentado corresponde al módulo de Young calculado en el ciclo de carga-descarga que abarcara el tiempo seleccionado, de manera que el valor obtenido sea representativo del estado de la probeta en ese punto de la prueba.

Tabla 4.18 Evolución del módulo de Young a lo largo del tiempo total de evaluación.

		$E_o @ t_o$ [MPa]	$E @ 0.25 t_{tot}$ [MPa]	$E @ 0.25 t_{tot}$ [MPa]	$E @ 0.25 t_{tot}$ [MPa]	$E_f @ t_{tot}$ [MPa]
Fatiga	Probeta 1	1103.23	609.37	474.85	436.33	427.57
	Probeta 4	1226.21	672.23	942.15	1093.88	1154.80
	Probeta 5	1201.75	1177.26	782.96	339.64	541.44
Aumento de rigidez	Probeta 2	1800.51	1964.26	1970.41	1990.56	2015.10
	Probeta 3	1564.31	1735.37	1739.16	1712.93	1709.91
	Probeta 6	1929.25	2042.19	2080.78	2100.80	2106.36

Para facilitar el análisis de la Tabla 4.18, la Figura 4.16 muestra una gráfica de cómo varía el módulo de Young para cada caso. Se observa que en las probetas 2, 3 y 6, el módulo inicial sufrió un progresivo incremento, pero que a alrededor del 30% del tiempo de evaluación, este valor prácticamente se volvió constante, las tres curvas en todo momento se encontraron por encima de los 1500 [MPa]. Por lo tanto, se tiene que atravesó por una etapa de estabilización, en la cual el módulo de Young se incrementa, pero a alrededor del 30% del tiempo total, se estabiliza hasta permanecer prácticamente constante.

En contraparte, las probetas cuyo E_o era menor a 1500 [MPa] tuvieron un comportamiento muy variado, no se puede establecer una sola tendencia en las curvas, se tuvieron tanto incrementos como decrementos a lo largo de las mismas, pero el hecho de que, de manera general, desde el inicio haya habido un decremento de su módulo elástico indica que todo el tiempo hubo formación de fallas trabeculares localizadas a lo largo de la estructura de las mismas.

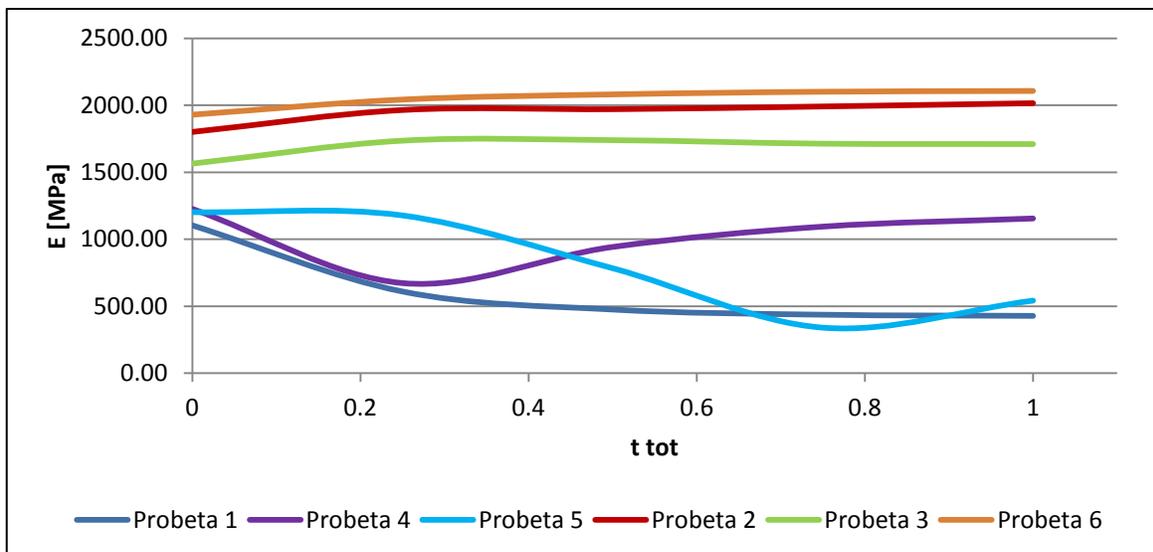


Figura 4.16 Gráfica del módulo de Young de las 6 probetas que completaron los 700 ciclos de carga en función del tiempo total de evaluación

La Figura 4.17 muestra la gráfica de la deformación de las 6 probetas que sí lograron concluir la prueba, en función del tiempo. Se observa que las líneas son gruesas, esto es debido a que como fueron cargas cíclicas, la deformación se dio cíclica también, es por ello que si se observa con más detalle, las líneas se van ensanchando progresivamente, puesto que conforme el tiempo transcurría, la deformación ciclo a ciclo fue mayor.

De manera general, se aprecian 3 curvas cuya deformación fue mayor respecto a las otras 3, estas corresponden a las probetas que se fatigaron (P1, P4, P5), el comportamiento de la deformación en estos casos no fue lineal, el hecho que el comportamiento de ellas no sea similar es causado por características microestructurales propias de las probetas.

En la parte inferior de la gráfica de la Figura 4.17 se aprecian 3 líneas más, de grosor más uniforme, las cuales presentan la deformación de las probetas que presentaron un aumento aparente en su rigidez (P2, P3, P6). Se aprecian diversos cambios en la pendiente de cada una de las curvas, como se está graficando velocidad contra tiempo, la pendiente de la curva teóricamente es la velocidad de deformación variando ciclo a ciclo, pero como ya se mencionó en el capítulo anterior, este parámetro se mantuvo constante. Lo que sucede aquí, es que aunque la velocidad de deformación es constante, tras cada ciclo completado en algunos casos la acumulación de deformaciones es mayor en ciertos ciclos que en otros y, por tanto, la deformación no aumenta uniformemente a cada carga.

La variación de la acumulación de deformaciones es, desde luego, la contraparte de la cantidad de deformación que recupera la muestra tras la descarga. El hecho de que en algunos ciclos la probeta se recupere más que en otros se debe al estado de la estructura trabecular en cada ciclo, al hecho de que en algunos casos las trabéculas se encuentren pandeadas y luego recuperen su forma original durante la descarga, o bien, a la interacción de una trabécula contra otra en el caso de que éstas ya se hayan fracturado.

En esta Figura se aprecia el impacto que tiene la destrucción trabecular y más concretamente la acumulación de deformaciones, a cada ciclo hay destrucción trabecular pero cada cambio de pendiente habla de un rompimiento considerable de las mismas, la formación de zonas que tras la destrucción progresiva de sus trabéculas impactan considerablemente la rigidez del material haciendo variar su módulo elástico.

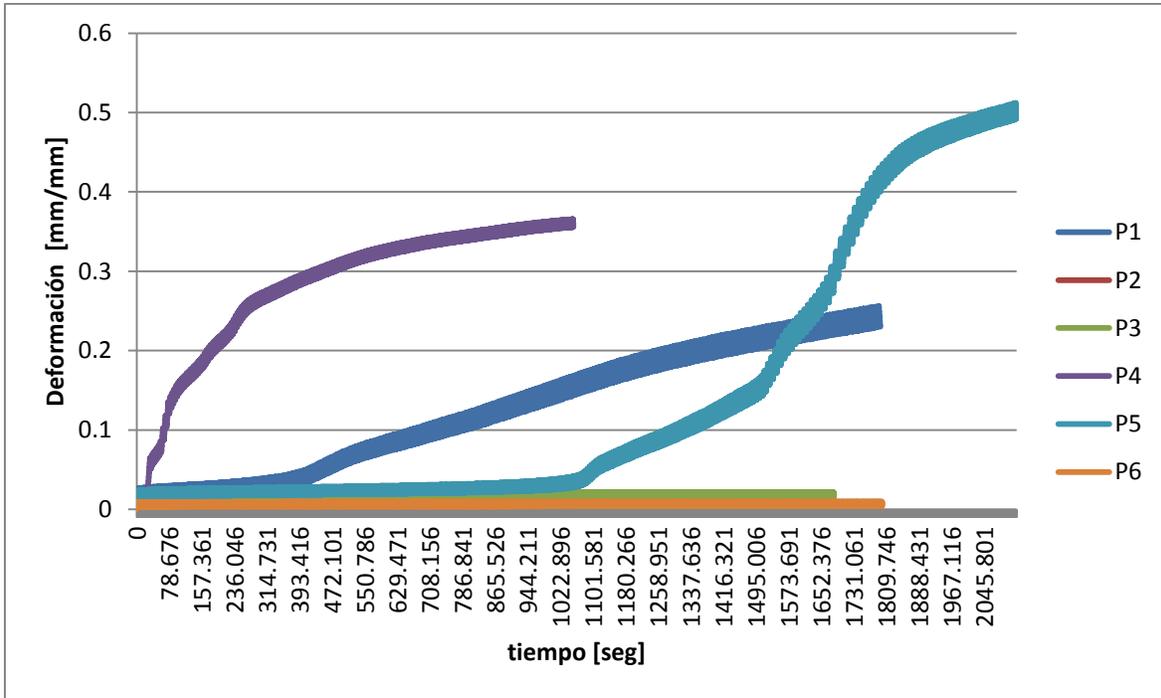


Figura 4.17 Gráfica deformación vs tiempo de las 6 probetas que sí lograron concluir los 700 ciclos de evaluación.

La Figura 4.18, por otro lado, muestra un aumento en la parte inferior de la gráfica anterior, de manera que pueda observarse con mayor detalle el comportamiento de las probetas 2, 3 y 6. Se aprecia que el comportamiento de la deformación en estos 3 casos es lineal porque no hay aún un daño estructural considerable, si se continuara la prueba por un mayor número de ciclos se pudiera observar un aumento en la deformación como el que se observó en las otras probetas.

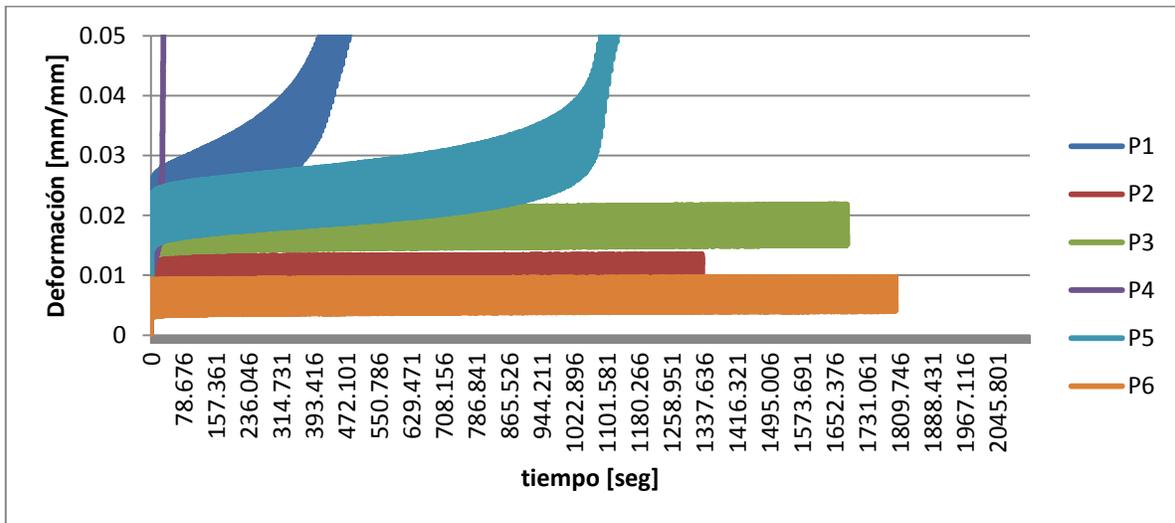


Figura 4.18 Gráfica deformación vs tiempo de las 6 probetas que sí lograron concluir los 700 ciclos de evaluación con ampliación hasta $\epsilon = 0.05$ [mm/mm]

Partiendo de la hipótesis anterior, se decidió hacer ahora un análisis pero en un periodo de tiempo menor, esto es, en los primeros 100 [seg] de la prueba. En la Figura 4.19 se observa que en efecto, en un principio la deformación de las 5 probetas fue lineal, pero que una vez alcanzado un cierto tiempo, la deformación pasa a ser permanente, la probeta número 4, por ejemplo, únicamente resistió 8 ciclos de carga-descarga y en el noveno se desvía su comportamiento.

Así mismo, es importante hacer notar que en esta gráfica pueden observarse a detalle los ciclos de carga, en los cuales se observa que la pendiente de los mismos es igual, la duración del periodo de cada ciclo es mayor, pero la pendiente no varía, esto quiere decir que el proceso se llevó a cabo a velocidad de deformación constante, pero debido a que la deformación remanente tras cada ciclo es variable, la curva va cambiando de pendiente, sin embargo, los ciclos de carga sí se aplican a la misma velocidad de deformación como se tenía planeado.

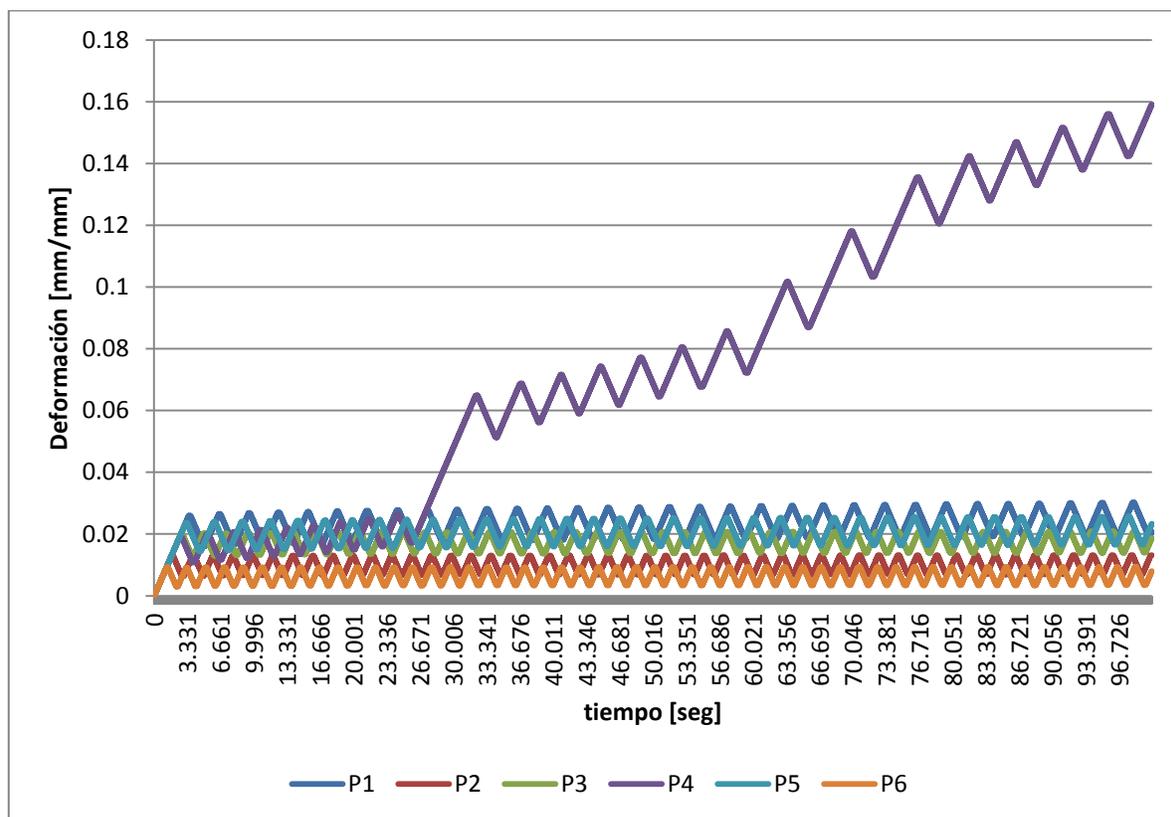


Figura 4.19 Gráfica deformación vs tiempo de las 6 probetas que sí lograron concluir los 700 ciclos de evaluación con ampliación hasta $\epsilon = 0.05$ [mm/mm] durante los primeros 100 [seg] de evaluación.

Finalmente, se presentan las curvas esfuerzo-deformación de las 6 probetas que completaron los 700 ciclos de carga, sólo que estas se encuentran fragmentadas, buscando que fueran más claras y explicativas, se presentan únicamente 5 ciclos de carga-descarga, se presentan aquellos ciclos que corresponden al primer ciclo completo de carga-descarga llevado a cabo, al último ciclo completo, así como 3 ciclos intermedios correspondientes a los ocurridos al 25%, al 50% y al 75% del tiempo total de evaluación para cada una de las muestras.

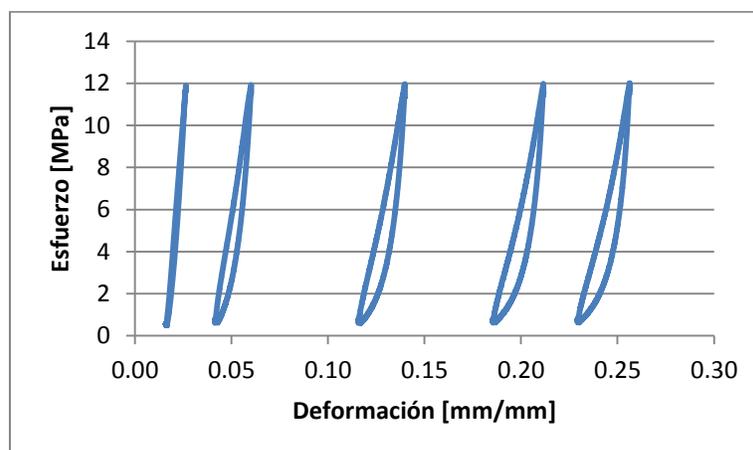
Se aprecia que a pesar de que el intervalo de tiempo entre una medición y otra es uniforme, la distribución de los ciclos presentados en el eje de la deformación no lo es, esto es originado por el hecho de que hay zonas en las cuales los niveles de deformación son mayores en un periodo de tiempo que en otros, lo cual origina que los ciclos de carga tenga un tiempo variable y que en un mismo intervalo de tiempo ocurran más ciclos de carga que en otros.

Las Figuras 4.20 a, b y c muestran las gráficas esfuerzo-deformación segmentadas de las probetas 1, 4 y 5, las probetas que fatigaron. Se aprecia que la distribución de los ciclos no es uniforme y difiere de una probeta a otra, el desplazamiento que se va dando en cada uno de los ciclos a lo largo del eje horizontal muestra la acumulación de deformación a cada ciclo completado.

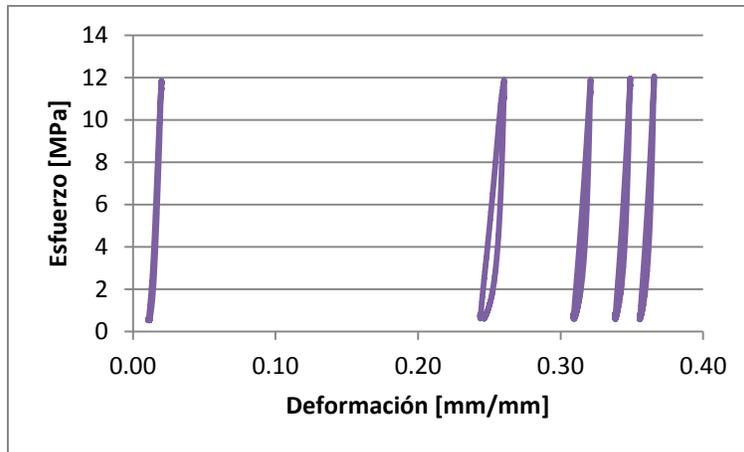
En los tres casos se aprecia que los ciclos comenzaron siendo prácticamente una línea vertical, esto es, que la carga y la descarga siguen la misma trayectoria, este hecho sugiere que la histéresis del proceso es nula, desde luego esto es una idealización, pero puede decirse que la histéresis es despreciable en el primer ciclo presentado para cada caso, la razón de esto es que las probetas *absorben* energía durante la carga, pero la *devuelven* al recuperar su estado natural una vez descargadas.

En contraparte, conforme se incrementan los ciclos de carga, se aprecia la formación de anillos de histéresis en los ciclos, la energía absorbida por el espécimen durante el ciclo de carga no se *devuelve* sino que se *disipa* a través de la destrucción que sufren las trabéculas y el reacomodo de la médula ósea contenida en el interior, en este punto la deformación ya es permanente.

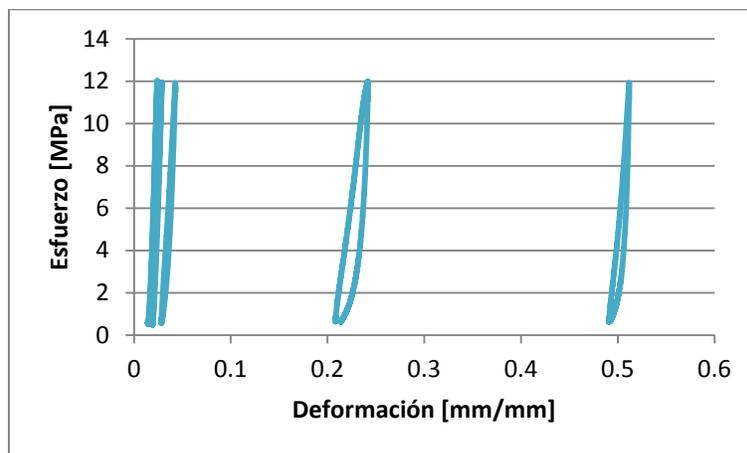
Para el caso de las tres probetas, se aprecia que la presencia del anillo de histéresis se mantiene constante una vez su aparición, pero en el caso de la probeta 4, sucede que en los últimos ciclos presentados la histéresis disminuye, esto se atribuye al hecho que como se observó en la Figura 4.17 la deformación ya estaba tendiendo a la estabilidad al final de la prueba, esto significa que el daño en la estructura trabecular es tal, que ya no se deforma más y es por ello que la energía no se disipa en la destrucción de la estructura como sucedía anteriormente. Caso similar al último ciclo presentado para la probeta 5, en que el anillo de histéresis es de menor tamaño en comparación con el de los ciclos anteriores.



a)



b)

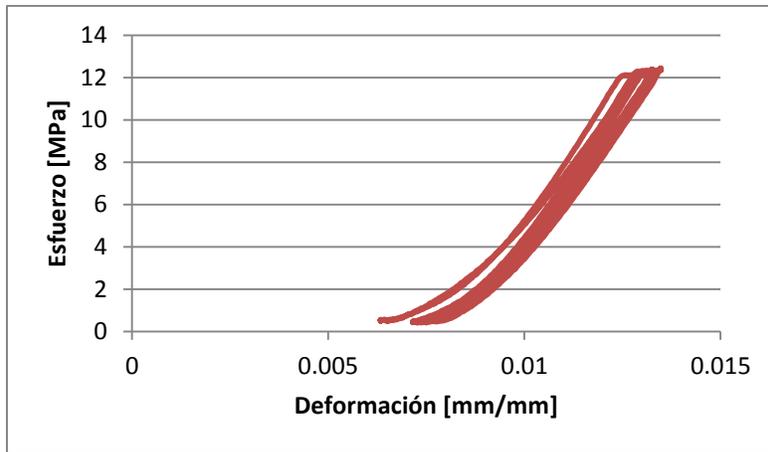


c)

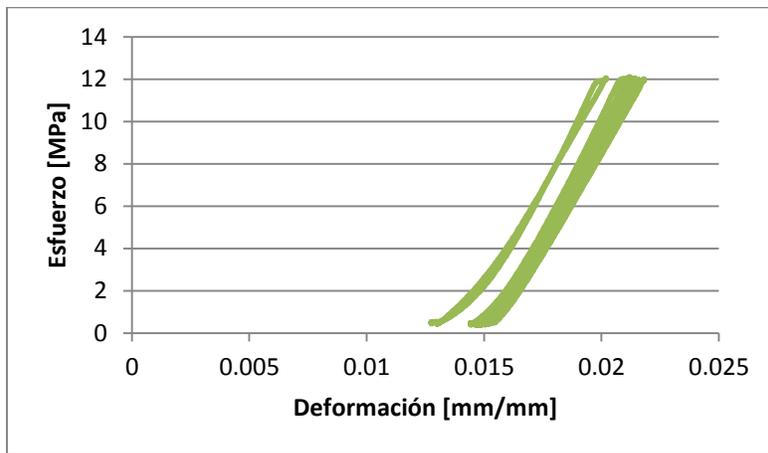
Figura 4.20 Diferentes ciclos de carga-descarga para las probetas 1, 4 y 5. Los ciclos presentados corresponden al primer ciclo de carga completo, al último ciclo de carga, y a 3 ciclos intermedios que corresponden al 25%, al 50% y al 75% del tiempo que duró la evaluación para cada caso.

La Figura 4.21 a, b y c, por su parte, muestra los ciclos de carga-descarga para las probetas 2, 3 y 6 (las probetas que no presentaron fatiga). Como se observa en las gráficas, en este caso los ciclos aparecen más cerca uno de otro, con una distribución más uniforme, esto es debido a que como la deformación sufrida por la probeta era mayoritariamente elástica, el efecto de la deformación remanente no influenció tanto en estos casos.

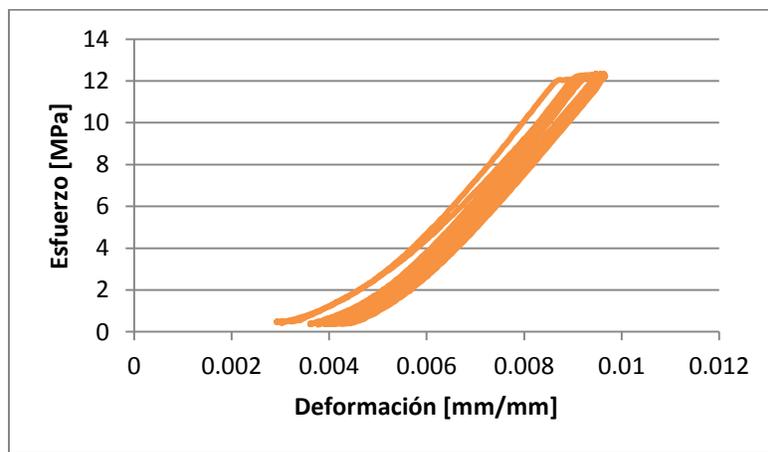
También en estos casos se aprecia la existencia de anillos de histéresis, esto demuestra que a pesar de que las probetas se enrigidieron y que se considera que la estructura trabecular no sufrió un daño considerable, sí existe, la existencia de histéresis indica que hubo trabéculas fracturadas y es a ello que se debe que la carga y descarga no siguieran la misma trayectoria en la gráfica. En la Figura 4.21 la histéresis luce en algunos casos de mayor tamaño que en las probetas fatigadas, pero esto es debido a la escala de las gráficas y no a que en verdad su tamaño sea mayor.



a)



b)



c)

Figura 4.21 Diferentes ciclos de carga-descarga para las probetas 2, 3 y 6. Los ciclos presentados corresponden al primer ciclo de carga completo, al último ciclo de carga, y a 3 ciclos intermedios que corresponden al 25%, al 50% y al 75% del tiempo que duró la evaluación para cada caso.

Conclusiones

La celda de carga pudiera considerarse excesiva para las cargas aplicadas aquí, pero el análisis que se hizo al respecto no revela que la capacidad de la celda de carga interviniera negativamente en los resultados. En las pruebas de relajación de esfuerzos para la precarga de 250 [N] se obtuvieron resultados muy cercanos entre sí (desviación estándar de 0.03), pero al comparar estos resultados con los obtenidos a cargas superiores, estos no son incoherentes (corresponden adecuadamente con la linealidad entre los mismos) razón por la cual se desprecia un efecto negativo propiciado por la celda de carga.

Así mismo, al analizar la velocidad de deformación con que se aplicó la carga se observa que las mayores inexactitudes se tuvieron en la precarga más baja, por lo tanto, si la celda afecta negativamente, será a cargas bajas, y dicho efecto no es importante, pero si se desea continuar la investigación a diferentes precargas o velocidades de deformación en el futuro, sería importante utilizar una celda de carga de menor capacidad, adecuada las fuerzas requeridas en el experimento.

Para ambas pruebas, relajación de esfuerzos y fatiga, las probetas que sufrieron colapso estructural durante su evaluación presentaron el comportamiento de un sólido celular, razón por la cual se desprecia el efecto de la médula ósea en este punto ya que es la materia sólida la que le da a la probeta este comportamiento.

Para las pruebas de relajación de esfuerzos, se concluye que conforme aumenta el valor de la precarga aplicada, los resultados de σ_{RELAX} obtenidos serán cada vez menos homogéneos, teniéndose en la precarga más baja una desviación estándar de 0.03 y para la precarga mayor una desviación de 0.28.

Se concluye que el porcentaje de reducción al final de la prueba del esfuerzo máximo alcanzado por la probeta (σ_0) durante la precarga es independiente de la magnitud de la precarga misma. En los 5 resultados seleccionados del total de probetas analizadas, se obtuvieron porcentajes de reducción de entre 22 y 26% sin mostrar una relación con la precarga aplicada.

Así mismo, se creó una gráfica, resultado de dividir la variación del esfuerzo resultante a lo largo del tiempo entre el esfuerzo de relajación (σ_{RELAX}) alcanzado al final de la prueba para las cinco precargas. Se observó que las probetas tuvieron un comportamiento prácticamente idéntico, es a partir del segundo 280 de evaluación que las curvas se enciman una con otra teniendo el mismo comportamiento, lo cual revalida la afirmación del párrafo anterior.

Se concluye de los resultados obtenidos que la relajación de esfuerzos en las cabezas femorales evaluadas es lineal. Al hacer estimaciones del σ_{RELAX} a precargas superiores e inferiores a partir de los datos experimentales y contrastarlos con los reales, se obtuvieron variaciones menores del 5% para todos los casos. Además, al promediar los valores de σ_{RELAX} para cada precarga y ajustarlos a un modelo lineal, se obtuvo un coeficiente $R^2 = 0.97$ lo cual muestra que en efecto se tuvo un comportamiento lineal.

A partir del modelo de KWW para relajación de esfuerzos utilizado por Iyo et al. (2003), se hizo una modificación al mismo de manera que describiera la variación del esfuerzo normalizado respecto a σ_0 en función del tiempo para los cinco diferentes valores de precarga con que se trabajó. A través de un ajuste matemático se llegó a las constantes

particulares del material y al comparar los resultados obtenidos mediante este modelo con los valores experimentales se obtuvo un coeficiente $R^2=0.98$, por lo que se considera que la modificación realizada es válida y que se describen adecuadamente las normalizaciones del esfuerzo en función del tiempo.

De las pruebas de fatiga se concluye que si el módulo de elasticidad inicial es menor a 1500 [MPa], 700 ciclos de carga serán suficientes para dañar su estructura y provocar decrementos considerables en su rigidez (módulo de Young). En caso contrario, el módulo elástico sufrirá un ligero incremento en los primeros ciclos y alrededor del 30% de evaluación alcanza un valor estable.

Al analizar el comportamiento del módulo de Young de las probetas que presentaron fatiga y comparar con las probetas cuya rigidez presentó un aumento aparente, se concluye que si estas últimas se evaluaran por un mayor número de ciclos, presentarían también un decremento en su módulo elástico. El hecho de que inicialmente ciertas probetas sean más rígidas que otras retrasará la fatiga en ellas, pero eventualmente presentarán un daño considerable en su estructura teniendo el mismo comportamiento que las probetas que fatigaron a menor número de ciclos.

La acumulación de deformaciones tiene un efecto preponderante en el comportamiento de la deformación a lo largo del tiempo. En las curvas deformación vs tiempo de las probetas se apreciaron cambios de pendiente, lo que sugiere velocidad de deformación variable, pero lo que sucede es que la deformación residual tras cada ciclo no es la misma, y esto provoca que se den tales cambios, aun cuando la velocidad de deformación se mantenga constante mientras se aplica la carga.

Para las probetas que sufrieron un decremento en su módulo elástico se dio la aparición de anillos de histéresis en sus ciclos de carga-descarga lo cual habla de que la energía absorbida por las probetas no estaba siendo devuelta por las mismas: en caso de haber deformaciones permanentes, habrá histéresis. En todos los ciclos hay histéresis, pero esta es proporcional a la deformación permanente producida en la probeta en cada ciclo, razón por la cual en las probetas que resistieron los 700 ciclos sin fatigarse no parecen presentar histéresis.

Tanto para las pruebas de relajación de esfuerzos como para las de fatiga se tuvieron probetas que colapsaron antes de alcanzar la carga máxima que se buscaba aplicarles, al observar su gráfica esfuerzo-deformación se observó que presentaron el comportamiento de un sólido celular, sólo en un caso se observó la etapa de densificación, pero esto fue porque los cabezales de la máquina de pruebas se detuvieron antes de que la probeta alcanzara la deformación necesaria para que se diera este fenómeno, sin embargo, todo parece indicar que en caso de seguir comprimiéndose, la densificación sí se hubiera presentado.

Finalmente, como posibilidades de ampliar el trabajo aquí presentado se tienen el realizar las mismas pruebas a otra velocidad de deformación, siempre y cuando se mantengan las pruebas por debajo de 1 [Hz] sería una forma de ampliar la base de datos y ver si existe alguna relación entre los resultados de una velocidad y otra. Además, aquí se realizaron pruebas de relajación de esfuerzos, realizar pruebas de creep y relacionar los resultados de ambas pruebas sería un ejercicio interesante.

Podrían realizarse pruebas de creep en condiciones equiparables a las de estas pruebas, esto sería aplicar carga a las mismas magnitudes que en las pruebas de relajación de esfuerzos a la misma velocidad de deformación y esta vez registrar la variación de la

deformación, y ver si existe algún factor de corrección que permita que la complianza sí sea el inverso del módulo elástico.

Así mismo, las pruebas de fatiga se realizaron a un cierto número de ciclos, pero como se vio en este trabajo, la mitad de las probetas que no colapsaron antes de cumplirse los 700 ciclos, cargar indefinidamente hasta llevar a las probetas a una disminución de su rigidez y observar cuántos ciclos toma llevarlas hasta un determinado decremento de su módulo elástico serviría para ampliar el conocimiento sobre el comportamiento viscoelástico del hueso trabecular.

Bibliografía

- [1] An Y. y Draughn R., **MECHANICAL TESTING OF BONE AND THE BONE-IMPLANT INTERFACE**, CRC, U.S.A., 2000.
- [2] Ashman R.B., **EXPERIMENTAL TECHNIQUES**, en *Bone Mechanics*, Cowin, S.C., CRC Press, Boca Raton, FL, 1989.
- [3] ASTM, Vol. 03.01., **MECHANICAL TESTING; STANDARD TEST METODS FOR STRESS RELAXATION FOR MATERIALS AND STRUCTURES**, Metallography, E328 – 86.
- [4] ASTM, Vol. 03.01., **STANDARD PRACTICE FOR CONDUCTING FORCE CONTROLLED CONSTANT AMPLITUDE AXIAL FATIGUE TESTS OF METALLIC MATERIALS**, Metallography, E466-96.
- [5] ASTM, Vol. 03.01., **STANDARD PRACTICE FOR PRESENTATION OF CONSTANT AMPLITUDE FATIGUE TEST RESULTS FOR METALLIC MATERIALS**, Metallography, E468-90.
- [6] ASTM, Vol. 03.01., **STANDARD PRACTICE FOR STRAIN-CONTROLLED FATIGUE TESTING**, Metallography, E606-92.
- [7] ASTM, Vol. 03.01., **STANDARD TERMINOLOGY RELATING TO FATIGUE AND FRACTURE TESTING**, Metallography, E1823-96.
- [8] Behary J., **BIOPHYSICAL BONE BEHAVIOR. PRINCIPLES AND APPLICATIONS**, Wiley, U.S.A., 2009.
- [9] Bowman S.M., Keaveny T.M., Gibson L.J., Hayes W.C., McMahon T.A., **COMPRESSIVE CREEP BEHAVIOR OF BOVINE TRABECULAR BONE**, J. Biomech., 1994.
- [10] Caler W.E., Carter D.R., **BONE CREEP-FATIGUE DAMAGE ACCUMULATION**, J. Biomech., 1989.
- [11] Carter D.R., Hayes W.C., **BONE COMPRESSIVE STRENGTH - INFLUENCE OF DENSITY AND STRAIN RATE**, Science 194 (4270), 1174–1176., 1976.
- [12] Choi K., Kuhn J., Ciarelli M., Goldstein S., **THE ELASTIC MODULI OF HUMAN SUBCHONDRAL, TRABECULAR, AND CORTICAL BONE TISSUE AND THE SIZE-DEPENDENCY OF CORTICAL BONE MODULUS**, J. Biomech., 1990.
- [13] Choi K., Kuhn J.L., Ciarelli M.J., Goldstein S.A., **THE ELASTIC MODULI OF SUBCHONDRAL, TRABECULAR, AND CORTICAL BONE TISSUE AND THE SIZE-DEPENDENCY OF CORTICAL BONE MODULUS**, J. Biomech., 1990.
- [14] Cowin S., **BONE MECANICS HANDBOOK**, 2ª edición, CRC, U.S.A., 2001.
- [15] Deligianni D. D., Maris A., Missirlis F., **STRESS RELAXATION BEHAVIOR OF TRABECULAR BONE SPECIMENS**, J. Biomech., 1994.

- [16] Dendorfer S., Maier H. J., Taylor D., Hammer, J., **ANISOTROPY OF THE FATIGUE BEHAVIOR OF CANCELLOUS BONE**, J. Biomech., 2007.
- [17] Fitzgerald R., **ORTOPEDIA**, Médica Panamericana, Argentina, 2002.
- [18] Fondrk M., Bahniuk E., Davy D.T., Michaels C., **SOME VISCOPLASTIC CHARACTERISTICS OF BOVINE AND HUMAN CORTICAL BONE**, J. Biomech., 1988.
- [19] Gibson L., **CELLULAR SOLIDS: STRUCTURE AND PROPERTIES**, Cambridge Solid State Science Series, U.S.A., 1999.
- [20] Gibson L., **THE MECHANICAL BEHAVIOUR OF CANCELLOUS BONE**, J. Biomech., 1985.
- [21] Guedes R. M., Simoes J. A., Morais J. L., **VISCOELASTIC BEHAVIOR OF BOVINE CANCELLOUS BONE UNDER CONSTANT STRAIN RATE**, J. Biomech., 2006.
- [22] Iyo T., Maki Y., Sasaki N., Nakata M., **ANISOTROPIC VISCOELASTIC PROPERTIES OF CORTICAL BONE**, J. Biomech., 2004.
- [23] Iyo T., Sasaki N., Maki Y., Nakata M., **MATHEMATICAL DESCRIPTION OF STRESS RELAXATION OF BOVINE FEMORAL CORTICAL BONE**, Biorheology, 2006.
- [24] Jee W.S.S., **THE SKELETAL TISSUES, IN CELL AND TISSUE BIOLOGY, A TEXT BOOK OF HISTOLOGY**, Urban and Schwarzenberg, Baltimore, 1988.
- [25] Kaab M.J., Putz R., Gebauer D., Plitz W., **CHANGES IN CADAVERIC CANCELLOUS VERTEBRAL BONE STRENGTH IN RELATION TO TIME. A BIOMECHANICAL INVESTIGATION**, *Spine*, 1998.
- [26] Keaveny T., Watchel E., Ford C., Hayes W., **DIFFERENCES BETWEEN THE TENSILE AND COMPRESSIVE STRENGTHS OF BOVINE TIBIAL TRABECULAR BONE DEPEND ON MODULUS**, J. Biomech., 1994.
- [27] Keaveny T.M., Borchers R.D., Gibson L.J., Hayes W.C., **TRABECULAR BONE MODULUS AND STRENGTH CAN DEPEND ON SPECIMEN GEOMETRY**, J. Biomech., 1993.
- [28] Keaveny T.M., Borchers R.D., Gibson L.J., Hayes, W.C., **THEORETICAL ANALYSIS OF THE EXPERIMENTAL ARTIFACT IN TRABECULAR BONE COMPRESSIVE MODULUS**, J. Biomech., 1993.
- [29] Kelly P., **SOLID MECHANICS**, Department of Engineering Science, U.S.A., 2008.
- [30] Lakes R., Katz J.L., Sternstein S., **VISCOELASTIC PROPERTIES OF WET CORTICAL BONE – I. TORSIONAL AND BIAXIAL STUDIES**, J. Biomech., 1979.
- [31] Lakes R., Katz J.L., **VISCOELASTIC PROPERTIES OF WET CORTICAL BONE – II. RELAXATION MECHANISMS**, J. Biomech., 1979.
- [32] Lakes R., Katz J.L., **VISCOELASTIC PROPERTIES OF WET CORTICAL BONE – III. A NONLINEAR CONSTITUTIVE EQUATION**, J. Biomech., 1979.

- [33] Lakes R., **VISCOELASTIC MATERIALS**, Cambridge, U.S.A., 2009.
- [34] Lakes R., **VISCOELASTIC SOLIDS**, CRC, U.S.A., 1998.
- [35] Nagaraja S., Ball M. D., Guldborg R. E., **TIME-DEPENDENT DAMAGE ACCUMULATION UNDER STRESS RELAXATION TESTING OF BOVINE TRABECULAR BONE**, International Journal of Fatigue, 2006.
- [36] Novistkaya E., Lee S., Lubarda V. A., McKittrick J., **INITIAL ANISOTROPY IN DEMINERALIZED BOVINE CORTICAL BONE IN COMPRESSIVE CYCLIC LOADING-UNLOADING**, Materials Science and Engineering, 2012.
- [37] Nyman J., **FUNDAMENTAL BIOMECHANICS IN BONE TISSUE ENGINEERING**, Morgan & Claypool, Canadá, 2010.
- [38] Pugh J., Rose R., Radin E., **ELASTIC AND VISCOELASTIC PROPERTIES OF TRABECULAR BONE: DEPENDENCE ON STRUCTURE**, J. Biomech., 1973.
- [39] Quaglini V., La Russa V., Corneo S., **NONLINEAR STRESS RELAXATION OF TRABECULAR BONE**, Mechanics Research Communications, 2008.
- [40] Ramírez E., **DESARROLLO DE UN MODELO MICROMECAÁNICO PARA LA PREDICCIÓN DE LAS PROPIEDADES DE HUESO MEDIANTE PAQUETERÍA DE ELEMENTO FINITO**, Tesis Maestría, UNAM, México, 2007.
- [41] Rapillard L., Chalebois M., Zysset P. H., **COMPRESSIVE FATIGUE BEHAVIOR OF HUMAN TRABECULAR BONE**, J. Biomech., 2005.
- [42] Roylance D., **ENGINEERING VISCOELASTICITY**, Cambridge, U.S.A., 2001.
- [43] Ruíz O., **EFFECTO EN LA RESISTENCIA MECÁNICA DEL HUESO ESPONJOSO AL VARIAR LA DENSIDAD Y LA ARQUITECTURA TRABECULAR**, Tesis Maestría, UNAM, México, 2010.
- [44] Sasaki N., Nakayama Y., Yoshikawa M., Enyo A., **STRESS RELAXATION FUNCTION OF BONE AND BONE COLLAGEN**, J. Biomech., 1993.
- [45] Stone J., Beaupre G., Hayes W., **MULTIAXIAL STRENGTH CHARACTERISTICS OF TRABECULAR BONE**, J. Biomech., 1983.
- [46] Topolinsky T., Cichansky A., Mazurkiewicz A., Nowicky K., **STUDY OF THE BEHAVIOR OF THE TRABECULAR BONE UNDER CYCLIC COMPRESSION WITH STEPWISE INCREASING AMPLITUDE**, J. Biomech., 2011.
- [47] Townsend P., Rose R., Radin E., **BUCKLING STUDIES OF SINGLE HUMAN TRABECULAE**, J. Biomech., 1975.
- [48] Turner C. H., Burr D. B., **BASIC MECHANICAL MEASUREMENTS OF BONE: A TUTORIAL BONE**, 14, 1993.
- [49] van Rietbergen B., Weinans H., Huiskes R., Odgaard A., **A NEW METHOD TO DETERMINE TRABECULAR BONE ELASTIC PROPERTIES AND LOADING USING MICROMECHANICAL FINITE-ELEMENT MODELS**, J. Biomech., 1995.

- [50] Wixson R.L., Elasky N., Lewis J., **CANCELLOUS BONE MATERIAL PROPERTIES IN OSTEOARTHRITIC AND RHEUMATOID TOTAL KNEE PATIENTS**, J. Orthop., 1989.
- [51] Wolfram U., **REHYDRATATION OF VERTEBRAL TRABECULAR BONE: INFLUENCES ON ITS ANISOTROPY, ITS STIFFNESS AND THE INDENTATION WORK WITH A VIEW TO AGE, GENDER AND VERTEBRAL LEVEL**, Bone, 2009.
- [52] Wolfram U., Wilke H., Zysset P. H., **DAMAGE ACCUMULATION IN VERTEBRAL TRABECULAR BONE DEPENDS ON LOADING MODE AND DIRECTION**, J. Biomech., 2011.
- [53] Yamamoto E., Crawford R. P., Chan D. D., Keaveny T. M., **DEVELOPMENT OF RESIDUAL STRAINS IN VERTEBRAL TRABECULAR BONE AFTER PROLONGUED STATIC AND CYCLIC LOADING AT LOW LOAD LEVELS**, J. Biomech., 2011.
- [54] Yamashita J., Furman B.R., Rawls H.R., Wang X., **THE USE OF DYNAMIC MECHANICAL ANALYSIS TO ASSESS THE VISCOELASTIC PROPERTIES OF HUMAN CORTICAL BONE**, J. Biomed. Mater. Res. (Appl. Biomater.), 2001.
- [55] Zaldívar S., **DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE HUESO CORTICAL DE ORIGEN PORCINO MEDIANTE ENSAYOS DE COMPRESIÓN**, Tesis de Licenciatura, UNAM, México, 2010.