



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO EXPONENTIAL  
SMOOTHING – RISKMETRICS™ VOLATILITY: CASO  
DEL CORPORATIVO CITIGROUP A INICIOS DE LA  
CRISIS FINANCIERA DEL 2008.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

A C T U A R I O  
P R E S E N T A:

GERARDO LOZOYA ARZATE



DIRECTOR DE TESIS:  
ACT. JOSÉ ANTONIO REYES LEÓN  
2014



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno

Lozoya  
Arzate  
Gerardo  
56 77 22 35  
Universidad Nacional Autónoma de  
México  
Facultad de Ciencias  
Actuaría  
306561289

2. Datos del tutor

Act  
José Antonio  
Reyes  
León

3. Datos del sinodal 1

Dra  
María Araceli  
Bernabe  
Rocha

4. Datos del sinodal 2

M en C  
Alberto  
de la Rosa  
Elizalde

5. Datos del sinodal 3

M en E  
Marco Antonio  
García  
Fernández

6. Datos del sinodal 4

Act  
Verónica  
Gómez  
González

7. Datos del trabajo escrito

Implementación del modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility: caso del corporativo  
Citigroup a inicios de la Crisis Financiera del 2008  
92 p  
2014

## AGRADECIMIENTOS

*A mi universidad, la Universidad Nacional Autónoma de México.*

*A mi facultad, la Facultad de Ciencias.*

*A mi asesor, Act. José Antonio Reyes León.*

*A mi tía, Dra. Esperanza Lozoya Meza.*

## DEDICATORIA

*A mis padres, María Teresa Arzate Salgado y Mario Sergio Lozoya Meza.*

*A mis hermanos, Sergio Lozoya Arzate y Fernando Lozoya Arzate.*

*A mi familia y amigos.*

## RESUMEN

El objetivo central de esta tesis, fue desarrollar el proceso de implementación del modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility en el caso del Corporativo Citigroup a inicios de la crisis financiera del 2008.

Con la necesidad de estimar y pronosticar las volatilidades. Se establecieron como estructura los supuestos que sirvieron de guía y soporte para el modelo, así como el marco conceptual que dio enfoque para poder poner en práctica todo el proceso que implicó la implementación del modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility sobre los rendimientos del Corporativo Citigroup, iniciando en un contexto “normal” previo a la Crisis Financiera del 2008, posteriormente en modo cronológico, se implementó el modelo y sus variantes durante el horizonte complejo que formuló la Crisis Financiera del 2008, proponiendo ajustes sustentados de análisis económicos y por último, evaluando las estimaciones y los pronósticos.

Para su elaboración se hizo una búsqueda, selección, organización y análisis en diversos documentos como son: libros, artículos, medios electrónicos y algunas notas de clase; se utilizó el portal Yahoo Finance para proveer de cuadros interactivos y datos históricos de Citigroup Inc.; se hizo uso de Microsoft Excel 2010 así como del software Palisade StatTools 6 para manipular las bases de datos, apoyar los cálculos y la implementación del modelo.

## ÍNDICE

Agradecimientos y Dedicatoria  
Resumen

Índice General .....	5
Relación de gráficas, tablas y diagramas .....	6
Siglas.....	7
Glosario.....	8
Introducción.....	9

### **Capítulo I. Los Supuestos**

1. Revisión de Supuestos .....	13
1.1 Supuesto de Estacionariedad.....	14
1.2 Supuesto de Caminata Aleatoria .....	15
1.3 Supuesto de No Negatividad y Supuesto de Consistencia.....	16
1.4 Supuesto Distribucional .....	17

### **Capítulo II. La Administración de Riesgos Financieros y la Volatilidad**

2.1 Administración de riesgos .....	21
2.2 Modelos de Volatilidad .....	25

### **Capítulo III. Modelo Exponential Smoothing - Riskmetrics<sup>tm</sup> Volatility.**

3.1 Estimador Histórico de la Desviación Estándar (STDEV): Una primera aproximación. ....	30
3.2 Desarrollo del Modelo .....	32
Modelos ARCH .....	35
Modelos GARCH .....	36
Modelos IGARCH y GARCH(1,1).....	37

### **Capítulo IV. Cronología de la Crisis Financiera del 2008 e Implementación del Modelo al caso de la Corporación Citigroup**

4.1 Entorno Económico y Financiero .....	43
4.2 Implementación del Modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics <sup>TM</sup> Volatility y Cronología de la Crisis Financiera del 2008 .....	45
Conclusiones.....	85
Bibliografía.....	87
Anexos.....	88

## RELACIÓN DE GRÁFICAS, TABLAS Y DIAGRAMAS

<b>GRÁFICAS</b>	<b>Pag.</b>
1. Ajuste con una d. normal a la distribución empírica de los rendimientos .....	17
2. Las posibles periodicidades: 30, 60 y 150 .....	29
3. Precios históricos del 3 de enero del 2007 al 31 de mayo del 2007 de las acciones del Corporativo Citigroup .....	45
4. Sobre posición de la función de distribución normal y función de distribución empírica .....	47
5. Ajuste con una distribución normal a la distribución empírica de los rendimientos ....	48
6. Volatilidades al cuadrado estimadas por el modelo Exponential Smoothing - RiskMetrics Volatility para las acciones de Citigroup Inc. ....	52
7. Visualización del comportamiento del modelo ante movimientos en los rendimientos cuadráticos .....	54
8. Precios y volúmenes históricos de las acciones de Citigroup Inc. ....	57
9. Estimación y pronóstico de las volatilidades al cuadrado con el modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ con el parámetro optimizado ( $\lambda=0.943$ ) sobre los rendimientos cuadráticos de Citigroup Inc. ....	62
10. Se incrementó el parámetro hasta obtener el máximo en el nivel de los pronósticos de las volatilidades al cuadrado (prueba de estrés). ....	63
11. Disminución del parámetro hasta apegar las estimaciones de la volatilidad al cuadrado con los rendimientos al cuadrado (prueba de estrés) .....	64
12. Pronóstico de las volatilidades al cuadrado con $\lambda^{opt}$ y ajuste económico .....	65
13. Pronóstico de las volatilidades al cuadrado con $\lambda^{opt}$ , ajuste económico, estimaciones y rendimientos al cuadrado del horizonte pronosticado .....	68
14. Estimación y Pronóstico de las Volatilidades al cuadrado con el Modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ con el Parámetro Optimizado ( $\lambda=0.943$ ) Fijo y con recorridos sobre los Rendimientos Cuadráticos de Citigroup Inc. ....	71
15. Pronóstico de las volatilidades al cuadrado con $\lambda^{opt}$ y ajuste económico .....	73
16. Pronóstico de las volatilidades al cuadrado con $\lambda^{opt}$ , ajuste económico, estimaciones y rendimientos al cuadrado del horizonte pronosticado .....	82



<b>TABLAS</b>	<b>Pag.</b>
1. Prueba de Lilliefors para los rendimientos de Citigroup Inc. ....	46
2. Escalas de forma con redondeo a quinto término. ....	48
3. Datos y estimaciones del modelo Exponential Smoothing - RiskMetrics Volatility para acciones de Citigroup Inc. ....	51
4. Prueba de Lilliefors para los rendimientos de Citigroup Inc. ....	58
5. Datos, estimaciones y pronósticos del modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility para acciones Citigroup Inc. ....	60
6. Modelo Exponential Smoothing - RiskMetrics™ Volatility con recorrido en el conjunto de datos ....	70
7. Principales pérdidas de algunas de las prestigiosas instituciones financieras vinculadas a la actual crisis hipotecaria de EE.UU. ....	78
8. Evaluación de los pronósticos ....	83

<b>DIAGRAMAS</b>	<b>Pag.</b>
1. Metodologías RiskMetrics™ .....	28
2. Distribución de cada observación en el modelo Simulación Histórica .....	87
3. Características de los modelos .....	91

### SIGLAS

<b>SIGLA</b>	<b>Significado</b>
AR	Autoregresivo
BBC	The British Broadcasting Corporation
BCE	Banco Central Europeo
CH	Heterocedasticidad Condicional
ECM	Error Cuadrático Medio
FED	Reserva Federal de los Estados Unidos de Norte América
IKB	Banco de Industria Alemán
OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico
STDEV	Estimador Histórico de la Desviación Estándar
UBS	Unión Bancaria Suiza



## INTRODUCCIÓN

La pregunta que guió esta investigación fue: ¿Cómo desarrollar el proceso de implementación del modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility como corporación en el entorno de los inicios de la Crisis Financiera del 2008?

Para ello fue necesario hacer un planteamiento estructurado.

Aludiendo a las finanzas, la necesidad impetuosa de financiar la actividad productiva de las empresas a partir del ahorro de los inversionistas, es tanto un vínculo de beneficio mutuo como un juego de apuesta y estrategia cuya pieza central es la incertidumbre, la incertidumbre es la falta de confianza y certeza, se origina dentro de los mercados donde tiene lugar dicha necesidad.

La necesidad que se menciona, es generadora de la necesidad de modelar el comportamiento de las cotizaciones de mercado, estas, como variables aleatorias, caracterizarán a su función de distribución de probabilidad a través de su media y su desviación estándar, la última mayormente conocida como volatilidad.

La volatilidad como característica fundamental de los mercados financieros modernos, ha sido objeto de estudio, medida y pronóstico, ya que se le ha ido dando una creciente importancia por parte de los operadores de mercado al momento de la gestión de portafolios<sup>1</sup> de inversión. Sin embargo, la atención prestada no es nueva, desde los inicios del modelaje financiero ha sido parte fundamental, por ejemplo, el modelo de selección de carteras de Markowitz (1959) o el modelo de valoración de opciones de Black y Scholes (1973), por decir algunos.

También es cierto que la volatilidad en los dos anteriores modelos aparece como un parámetro constante, suposición que de forma empírica dista mucho de la evolución de los rendimientos en el tiempo. Entonces, de forma correcta, la volatilidad debe ser vista como un proceso que evoluciona de manera aleatoria en el tiempo dado su comportamiento, características y factores que la alteran, es susceptible de ser modelada.

La volatilidad es el factor clave para medir el riesgo de mercado, la modelización, medición y pronóstico del riesgo de mercado al igual que el de la volatilidad es una tarea complicada pues son conceptos difíciles que se resisten a ser encerrados en modelos formales. La dificultad recae tanto en los movimientos de los precios de los

---

<sup>1</sup> Colección de valores, en los que se decidió invertir, que cotizan en el mercado bursátil.

activos financieros, como en la solvencia de los agentes económicos y tanto así como en las numerosas y complicadas relaciones con factores de distintas índoles.

Ante el cúmulo de adversidades, fue a partir de los años 80 cuando se comenzó a producir un avance importante en la investigación encaminada al desarrollo de modelos que permitieran captar el comportamiento variable del nivel de incertidumbre. El avance enunciado, siendo más específicos, inició en 1982 con los modelos ARCH de Robert F. Engle, la misma línea de investigación fue la que en el 2003 le otorgó el Premio Nobel de Economía.

La familia de modelos ARCH y GARCH, es la familia de modelos de volatilidad más importante en la actualidad y es cuna de una cadena incesante de investigaciones en torno a la modelización de la volatilidad. Uno de los eslabones de la cadena de modelos GARCH más utilizados en la práctica es objeto de estudio e implementación de este trabajo.

En la actualidad en mercados con numerosas transacciones que desplazan cuantiosos capitales, es necesario realizar la correcta implementación de un modelo robusto de volatilidad, al cual se le exploten todas sus capacidades e identifiquen todas sus limitaciones, es por lo mismo que se eligió al modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility como pieza central del presente trabajo, el cual tiene por objetivo proveer de cierto grado de certeza a los operadores de mercado.

Como a cualquier construcción se le deben asociar cimientos, los supuestos financieros simplifican estandarizando el por demás complejo entorno financiero real, con el claro objetivo de la construcción de modelos que asemejen y expliquen los fenómenos que se presentan en este complejo entorno. La revisión concisa de cada supuesto estructura todo el demás conocimiento.

Entre los supuestos, con un énfasis distintivo, está el supuesto distribucional, supuesto que mientras es criticado con pruebas empíricas basadas en los conceptos de colas pesadas, sesgo e inestabilidad, también es la principal guía y criterio de clasificación de los modelos. Sobre la estructura de los supuestos, se establecieron las definiciones de las partes fundamentales del modelo, citadas de una lista por demás variada de libros, artículos y notas técnicas que se encuentra en el primer capítulo.

En el siguiente apartado, titulado: *La Administración de Riesgos Financieros y la Volatilidad*, se describió a partir de la generalidad del área de la administración de riesgos financieros, para conducirse mediante definiciones a la especificidad del concepto de volatilidad que sirvió para ubicar y centrar la atención.

En el tercer apartado se hizo una combinación, entre la deducción que partió de la presentación y explicación de la familia de modelos ARCH y GARCH, hasta llegar a la especificidad del modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility y una construcción sustentada paso a paso del modelo.

Para el capítulo 4, se investigó e identificó la situación socio-económica de Estados Unidos de Norte América en el quinquenio 2002-2007, con el fin de poner en números los antecedentes de la Crisis Financiera del 2008.

Más adelante, dentro del mismo capítulo, se inició con una cronología socio-económica que se acompañó de análisis tanto propios como de importantes analistas económicos, todos ellos citados en el cuerpo del trabajo. La cronología está basada principalmente en todas las noticias y análisis que tuvieron lugar desde ese momento, y que el mundialmente reconocido servicio público de radio, televisión e internet del Reino Unido, The British Broadcasting Corporation (BBC), se dio a la tarea de publicar y comentar. Dicha cronología enmarcará y soportará el caso del Corporativo más grande y poderoso del sector bancario, el Corporativo Citigroup, a través de los inicios de la crisis.

Mediante la plataforma de Yahoo Finance, con apoyo de los cuadros interactivos encontrados en la misma, se hizo una recolección de las bases de datos necesarias concordantes a la cronología. Dichas bases ahora en Microsoft Excel, fueron sujetas a sencillas transformaciones enfocadas a las necesidades del modelo.

Para iniciar con la implementación del modelo, anteriormente se hizo una revisión de la racionalidad de uso de los supuestos con el objeto de medir el riesgo modelo, de primera instancia se utilizó la prueba estadística de Lilliefors sobre los rendimientos cuadráticos para verificar que tan racional es el uso del supuesto de normalidad, seguido del cálculo de los coeficientes de asimetría y curtosis de Fisher, así como se calcularon todas las escalas de forma con mira en caracterizar a la distribución empírica e identificar, en caso de que se presente, el sesgo y las colas pesadas.

Se consideró que la revisión de los supuestos constituyó una parte importante en la implementación del modelo debido a que le permite al administrador de riesgos lidiar, en lo posible, con algunas variaciones a los supuestos.

Posteriormente, con el apoyo del software PALISADE StatTools versión 6 se implementó en forma el modelo, es importante remarcar que el software no lo implementó de forma directa y automatizada, este software, auxilió en la implementación fungiendo como un proceso central dentro de toda una dinámica. Dinámica que partió desde la adecuación de las bases de datos, pasando por análisis,

implementación del programa, ajustes, procesos iterativos basados en el programa, análisis comparativos y evaluaciones del modelo.

Todo esto con el objetivo de implementar de una forma muy completa el modelo dentro del entorno de la peor crisis financiera, tomando el papel del Corporativo más importante y poderosos del sector bancario.

Este trabajo se vio limitado al uso de la información dada a conocer de forma pública y gratuita sobre la situación económica-financiera del Corporativo Citigroup y en torno a la Crisis Financiera del 2008.

# CAPÍTULO PRIMERO

## LOS SUPUESTOS

### 1. Revisión de Supuestos

Con vista en el desarrollo del modelo paramétrico para el cálculo de la volatilidad dentro de la aproximación a los rendimientos, existen algunos supuestos estadísticos que van a fungir como base y estructura.

Dentro de un espacio de probabilidad definido por el triplete:

$$(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$$

Los rendimientos de los activos son teóricamente caracterizados por una serie de tiempo  $Z(t, w)$ , donde  $w$  representa una única realización en un contexto estocástico, tomando en cuenta que a cada realización le corresponde una trayectoria de valores de la serie y donde se define a  $T = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_n\}$  como un conjunto de índices para una  $n$  finita, entonces, se define a los rendimientos de los activos al igual que a las series de tiempo como un proceso estocástico donde es considerada una sola realización, se denota como  $(Z_t)_{t \in T}$  (donde  $Z_t$  es el rendimiento a tiempo  $t$ ), su dominio es el tiempo, cualesquiera dos variables consecutivas van a ser equidistantes y cada variable depende de todas las anteriores (Chávez Cano M. 2014, mimeo).

Las series de tiempo son procesos y estos procesos indexan variables aleatorias a lo largo de un horizonte, al ser variables aleatorias por teoría de la probabilidad se les pueden asignar los llamados *momentos de la serie de tiempo*.

$$\begin{aligned}\mu(t) &= \mathbb{E}(Z_t) & \forall t \in \mathbb{Z} \\ \gamma(t, s) &= \mathbb{E}((Z_t - \mu(t))(Z_s - \mu(s))) & \forall s, t \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

Donde  $\gamma(t, s)$  es nombrada Autocovarianza y cumple que:

$$\begin{aligned}\gamma(t, s) &= \gamma(s, t) \\ \gamma(t, t) &= \text{Var}(Z_t) & \forall s, t \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

## 1.1 Supuesto de Estacionariedad

Se supone a la serie de tiempo de los rendimientos estacionaria. La estacionariedad puede ser estricta o estricta y débil, McNeil, Frey, & Embrechts, (2005), las definen de la siguiente manera:

**Estacionariedad Estricta**, la serie de tiempo  $(Z_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  es *estrictamente* estacionaria si:

$$F_{Z_{t_1}, Z_{t_2}, \dots, Z_{t_n}}(z_{t_1}, z_{t_2}, \dots, z_{t_n}) = F_{Z_{t_1+k}, Z_{t_2+k}, \dots, Z_{t_n+k}}(z_{t_1}, z_{t_2}, \dots, z_{t_n}) \quad \forall t_1, t_2, \dots, t_n, k \in \mathbb{Z}$$

En un sentido estricto, un proceso estacionario es un proceso estocástico en el cual la función de distribución de probabilidad conjunta no cambia ante cambios en el tiempo.

Asimismo definen la...

**Estacionariedad Débil**, la serie de tiempo  $(Z_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  es *débilmente* estacionaria (o estacionaria de segundo orden) si los primeros dos momentos existen y satisfacen lo siguiente:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(Z_t) &= \mu(t) = \mu \\ \text{Cov}(Z_t, Z_s) &= \gamma(t, s) = \gamma(t+k, s+k) \quad \forall t, s, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Esto va a implicar que el parámetro de la media  $\mu(t)$ , si existe, no va a cambiar ante movimientos en el tiempo y que la relación existente entre las variables solamente dependerá de la distancia que exista entre ellas, esta distancia es mayormente conocida por su nombre en inglés como *lag*. La varianza para cualquier variable bajo este supuesto es la covarianza de la variable consigo misma, es decir, no hay distancia a considerar, lo que hace que cualquier varianza sea la misma constante dentro de una serie para todas las variables.

Entonces la función de autocovarianza en una serie de tiempo débilmente estacionaria cumple:

$$\gamma(t-s, 0) = \gamma(t, s) = \gamma(s, t) = \gamma(s-t, 0) \quad \text{donde } |s-t| \text{ es el lag } \forall s, t \in \mathbb{Z}$$

En otro sentido, la estacionalidad en una serie de tiempo de los rendimientos de un activo se refiere a que un 1% de fluctuación será igualmente probable de ocurrir en cualquier momento.



## 1.2 Supuesto de Caminata Aleatoria

Hoel, Port & Stone (1972), definen a un proceso de Markov de la siguiente manera:

**Proceso de Markov**, un proceso estocástico es un proceso de Markov si cumple con la *propiedad de Markov*, la cual se define como:

$$\mathbb{P}(Z_{t+1} = z_{t+1} | Z_0 = z_0, \dots, Z_t = z_t) = \mathbb{P}(Z_{t+1} = z_{t+1} | Z_t = z_t)$$

Es decir, el cálculo de la probabilidad solamente es influenciado por el último estado dado.

Ahora se afirma de modo teórico que los rendimientos de los activos financieros siguen el comportamiento de una caminata aleatoria, donde una caminata aleatoria es un proceso de Markov descrito por la siguiente secuencia de  $Z_t$ :

$$Z_t = Z_0 + \xi_1 + \dots + \xi_t$$

Donde  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_t$  es una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas y  $Z_0$  una variable aleatoria independiente de las  $\xi_i$ 's. (Hoel, Port, & Stone, 1972).

Entonces, las fluctuaciones en los rendimientos van a ser independientes, es decir, la tasa de rendimiento esperada es cero pues no existe información relevante al tiempo  $t$  como para pronosticar precios al tiempo  $t+1$ .

La afirmación teórica del párrafo anterior sustenta la hipótesis de eficiencia de los mercados financieros debido a la siguiente definición de mercado eficiente según Fama (1970), un mercado eficiente es aquél en el cual los precios siempre reflejan "con plenitud" toda la información disponible y de forma inmediata, o distintas fuentes de información y de modo más lento a según sea el grado de eficiencia. Para determinar la eficiencia de mercado existe un número importante de estudios empíricos. El mercado tendrá condiciones suficientes más no necesarias que van a evidenciar la eficiencia en el reflejo "con plenitud" de la información, estas condiciones que a su vez van a ser muy difíciles de ver en mercados son:

- a) Inexistencia de los costos de transacción.
- b) Toda la información disponible se puede obtener sin costo por todos los participantes.

- c) Todos los participantes están de acuerdo con las implicaciones que la información existente tiene para los precios de cada activo. (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004).

Aunque no se cumplen de forma estricta, el mercado será ciertamente eficiente y esta eficiencia implica que no va a ser posible obtener ganancias extraordinarias al negociar con activos financieros. Recordando que esto es de forma teórica.

Para clasificar un mercado según su grado de eficiencia, se agrupan las fuentes de información a las cuales los participantes tienen acceso respecto a cada grado:

- **Eficiencia Débil:** La fuente de información son los precios históricos.
- **Eficiencia Semi-Fuerte:** Como fuente de información tiene toda la información disponible públicamente para todos los participantes en el mercado como: Noticias relevantes al pago de dividendos, a los precios accionarios y a las utilidades.
- **Eficiencia Fuerte:** Este grado de eficiencia incluye todas las fuentes de información tanto públicas como privadas conocidas por los participantes.

### **1.3 Supuesto de No Negatividad y Supuesto de Consistencia**

#### **1.3.1 Supuesto de No Negatividad**

Los precios de los activos financieros no pueden ser negativos, este es un supuesto que hace sentido con los mercados accionarios, pues un precio negativo en una acción no tendría sentido ya que son inversiones sobre el valor de una empresa.

#### **1.3.2 Supuesto de Consistencia**

Todos los supuestos en un periodo<sup>2</sup> van a ser consistentes al tomar múltiples periodos de tiempo. Este supuesto permite mantener en el mismo marco teórico a cualquier horizonte<sup>3</sup> de tiempo establecido.

---

<sup>2</sup> Es la unidad de tiempo que dista entre dato y dato dentro de un horizonte de tiempo.

<sup>3</sup> Conjunto de periodos.

## **1.4 Supuesto Distribucional**

Este es el supuesto más importante y el más cuestionable, en él se basa toda la teoría de portafolios de inversión y medidas de riesgo. El supuesto distribucional supone que los rendimientos de los activos financieros se distribuyen normales con una media  $\mu$ , que en algunos casos simples es considerada igual a cero, y una desviación estándar  $\sigma$ , esta desviación estándar en el contexto de las finanzas es mayormente conocida como *volatilidad* (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004).

El supuesto de normalidad para describir el comportamiento de los rendimientos de los activos financieros empíricamente ha ido siendo evidenciado como un supuesto que establece una distribución que en realidad no modela a la gran mayoría de los activos financieros, de esto, no se debe pensar que todos los desarrollos posteriores y sustentados en este supuesto fueron contruidos en arena, sino más bien la distribución real que siguen estos rendimientos no es conocida, pero si sabemos que se comporta como una distribución normal con algunas variaciones como colas pesadas, sesgo e inestabilidad. Es de importancia lidiar con estas variaciones a la normal para poder hacer uso de este supuesto.

A continuación se describen las variaciones que pudieran presentar las distribuciones de los rendimientos de los activos financieros.

### **1.4.1 Colas Pesadas**

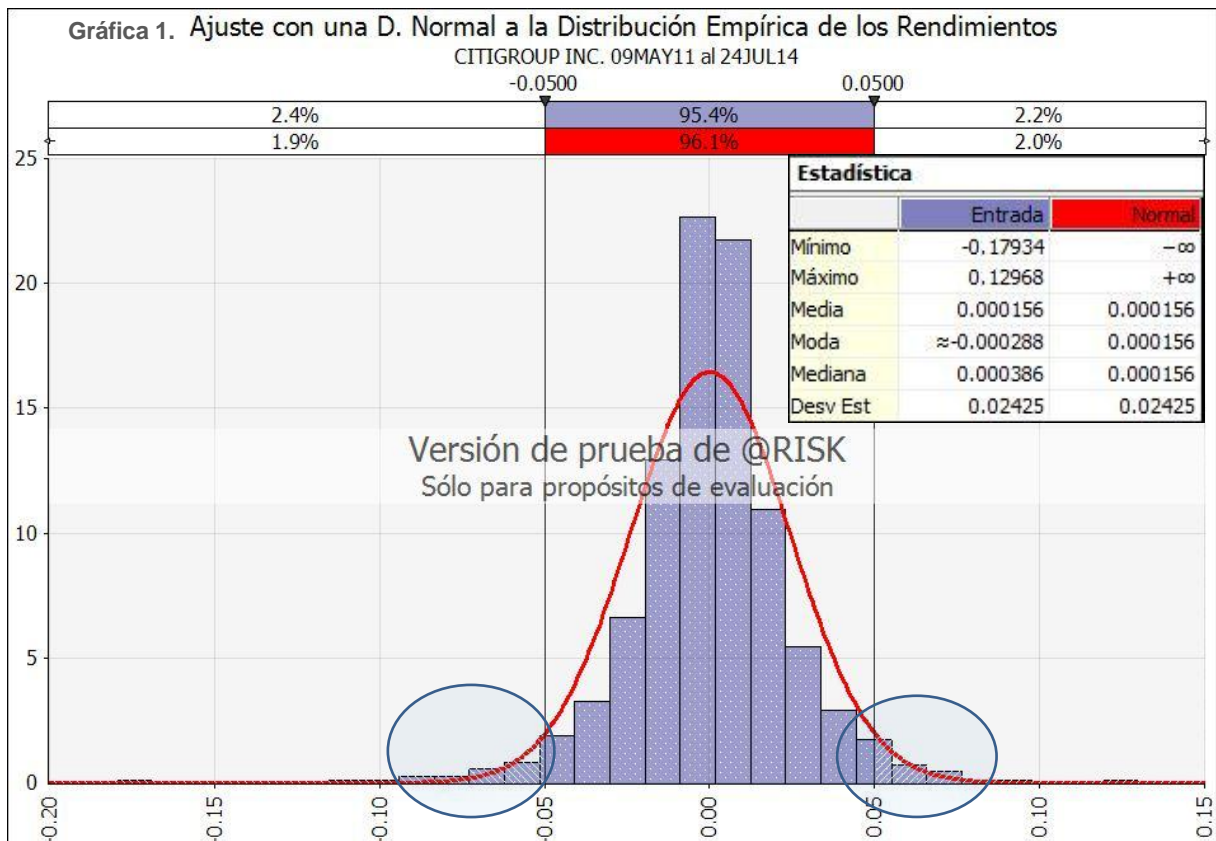
Para afirmar que la distribución de los rendimientos es de colas pesadas, se hace una comparación de esta distribución relativa a otra distribución de referencia, la distribución normal, que para fines del siguiente análisis la gráfica funge como *benchmark*<sup>4</sup>.

Si la distribución empírica tiene colas pesadas respecto a la distribución teórica, distribución normal, con media y varianza iguales, se va a tener mayor masa de probabilidad en los extremos de las colas y menor masa de probabilidad en las porciones intermedias de la distribución de probabilidad (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004).

Como se puede apreciar en la siguiente gráfica, en el cual se traza la distribución empírica de un conjunto de rendimientos y se contrasta con la distribución teórica que le ajusta.

---

<sup>4</sup> Referencia que se usa para hacer comparaciones dentro de las finanzas.



**Fuente:** Lozoya Arzate G. (2014) Elaboración propia mediante la implementación del software StatTools 6 sobre los rendimientos entre el 9 de mayo del 2011 y el 24 de julio del 2014 de la Corporación Citigroup.

Estas diferencias entre las distribuciones a lo largo de las colas es de máxima importancia para el administrador de riesgos, debido a que si se busca administrar un riesgo, el cuantificarlo de forma precisa debe ser el punto de partida para hacer un buen trabajo y para el caso de los rendimientos de los activos la distribución normal falla al modelar la zona más importante para el administrador. En el siguiente capítulo se detallará un poco más en este punto.

Esta zona determina qué tan probable es la ocurrencia de eventualidades extremas para la variable que se modela, ahora enfocado a el caso donde la variable modela el rendimiento de los activos, esta zona determina qué tan probable es que el precio del activo presente rendimientos mucho más elevados o mucho más bajos respecto al promedio del comportamiento, entonces, la precisión con la que trabaja el administrador de riesgos en esta zona es incierta, podría ser un problema de grandes magnitudes si se estuvieran considerando ciertos niveles de confianza, basados en la distribución supuesta, para algunas medidas de riesgo relevantes para las entidad financieras como por ejemplo, el cálculo del VaR sobre un portafolio con inversión

millonaria, donde el margen de error al estimar el VaR sería la diferencia entre la masa de probabilidad acumulada en el extremo de la cola de la distribución empírica menos la de la distribución normal supuesta, que en el caso de una inversión millonaria se estaría hablando de la eventualidad de una pérdida de mucho dinero con menor probabilidad de ocurrencia a la que la distribución empírica ha presenciado de forma histórica. Aquí es donde radica la importancia de lidiar con estas variaciones a la normal y precisar en lo mayor posible.

Para concluir el ejemplo, el VaR cuantifica la mayor pérdida esperada a cierto nivel de confianza, bajo condiciones normales de mercado y en un periodo de tiempo, pérdida que en la práctica podría presentarse con mucha mayor probabilidad.

### **1.4.2 Sesgo**

Una distribución es sesgada cuando es asimétrica respecto a la vertical, lo cual se muestra en una mayor acumulación de masa de probabilidad del lado derecho o izquierdo.

En el caso de los rendimientos, el sesgo de la distribución viene del hecho de que la disminución (incremento) en el nivel de precios de los activos es más severa que los incrementos (disminución), según sea el caso, fenómeno promovido por eventualidades (noticias) del mercado. (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004).

### **1.4.3 Inestabilidad**

Si se piensa en una variable aleatoria dentro de una serie de tiempo, esa variable bajo el supuesto distribucional se supone con un comportamiento normal, además podría estimarse su media y con un modelo de volatilidad podría estimarse la volatilidad para esa variable en ese periodo, pero al siguiente periodo, esa media y esa volatilidad van a cambiar, así que tendrán que estimarse nuevamente. La inestabilidad proviene del hecho de que la distribución siempre estará cambiando sus parámetros a través del tiempo.

La volatilidad es el parámetro más importante a aproximar en el área de la administración de riesgos financieros dado que refleja la incertidumbre de los mercados.

La inestabilidad proveniente de los parámetros generan las variaciones en las condiciones del mercado. Las condiciones de mercado son influenciadas de muchísimas maneras y por muchos actores, es por eso que un buen pronóstico a los

parámetros no se vuelve una tarea tan sencilla, la cual necesitará de la colaboración de diversos profesionales.

El supuesto de normalidad hace posible el uso de una amplia gama de herramientas de análisis sobre las variables modeladas.

En las finanzas, si el fenómeno puede ser supuesto con un comportamiento normal, entonces se obtendrá un análisis mucho más simple, más aún, algunas propiedades básicas van a ser conservadas aun cuando la distribución no sea normal.

De lo anterior se justifica el uso de esta distribución como *benchmark* para el análisis y los estudios realizados dentro de muchas ramas de las finanzas.

Para terminar, una razón más para asumir una distribución normal como distribución, es que muchas veces es el modelo matemático más simple del cual partir en el modelado de los rendimientos, además que es un comportamiento presente en una gran cantidad de fenómenos sociales, naturales, físicos, financieros, entre otros, lo que ha logrado convertirse en el objeto de investigación de muchos trabajos alrededor del mundo.

## **CAPÍTULO SEGUNDO**

### **LA ADMINISTRACIÓN DE RIESGOS FINANCIEROS Y LA VOLATILIDAD**

Con una base sólida de supuestos se genera un contexto propicio para establecer un marco regulatorio. Como marco regulatorio a la administración de riesgos en el sector bancario se dispone de Basilea III, que trata fundamentalmente de que los bancos cuenten con más y mejor capital. Se exige más capital directamente, a través de mayores requerimientos respecto a riesgos y exposiciones. Basilea III adecúa a la administración de riesgos a las necesidades actuales.

#### **2.1 Administración de riesgos**

Para la definición más pura de riesgo, el diccionario The Concise Oxford English Dictionary lo define “*riesgo, la oportunidad de malas consecuencias, pérdida o exposición al infortunio*”. El riesgo tiende a asociarse de manera muy común y atinada con eventualidades, decisiones, consecuencias e incertidumbre, pero también es importantísimo asociarlo con el potencial de obtener una ventaja como lo son las comisiones en coberturas sobre productos financieros derivados (McNeil, Frey, & Embrechts, 2005).

Una respuesta general sobre de que trata la administración de riesgos fue escrita por Kloman (1990):

*“Para muchos analistas, políticos y académicos es la gestión de riesgos ambientales y nucleares, esas tecnologías generan macro-riesgos que parecen amenazar nuestra existencia. Para los banqueros y financieros es el uso sofisticado de técnicas tales como la cobertura de divisas y swaps de tasas de interés. A los compradores o vendedores de seguros es la coordinación de riesgos asegurables y la reducción de los costos de seguro. Para los administradores de los hospitales puede significar “garantía de calidad”. Para profesionales de la seguridad es reducción de accidentes y lesiones. En resumen, la administración de riesgos es una disciplina para vivir con la posibilidad de que los eventos futuros puedan causar efectos adversos”*

Ahora en la investigación realizada por Morgan Guaranty Trust Company en Introduction to RiskMetrics (1995) se afirma que “*La transparencia es la clave para la administración de riesgos*”, donde la transparencia conlleva a la plena identificación

tanto de los riesgos impredecibles como de los predecibles, vinculándolos con el hecho de que a veces habrá forma de cuantificarlos<sup>5</sup> y otras veces no será posible.

No sólo la transparencia es un atributo en el proceso de la administración de riesgos, existen otros atributos esenciales como lo son:

- **Técnicas rigurosas de medición del riesgo:** Aquí es donde la teoría probabilista establece el entorno y la metodología.
- **Información de calidad y en tiempo:** Con sistemas informáticos sofisticados enlazados a tiempo real con las proveedoras de información, la información en el preciso momento en que se emite es de alta importancia para el departamento de inversiones, donde se hace trading, y en el departamento de riesgo, pues algún retraso podría traducirse en pérdidas operativas.
- **Diversificación:** Se le dice al lograr que la probabilidad de pérdida provenga de eventos independientes o lo más independientes posible.
- **Vigilancia Independiente de los Riesgos:** Es el seguimiento personalizado de los riesgos.
- **Juicio Disciplinado:** Es el “Arte” en la administración de riesgos el cual a juicio propio influenciado por la experiencia y con apoyo de otros profesionistas, dicta el modo y el uso de las herramientas de riesgo y de sus limitaciones.

Es por esto que la selección de modelos para pronosticar comportamientos riesgosos es de alta importancia para precisar lo más posible en cuanto a la modelación de comportamientos (Morgan Guaranty Trust Company, 1995).

### ***2.1.1 Administración de Riesgos Financieros***

Los riesgos financieros, son los riesgos con los que se tiene que lidiar dentro de los bancos, casas de bolsa, hedge funds<sup>6</sup>, afores, entre otras instituciones financieras, también son aquellos que de alguna manera están ligados al sistema financiero.

Se pueden clasificar a los principales tipos de riesgo financiero como:

---

<sup>5</sup> Existen tanto riesgos cuantificables como no cuantificables, por ejemplo el riesgo de fraude o corrupción son riesgos no cuantificables.

<sup>6</sup> Es un fondo de inversión que maneja de forma más agresiva los portafolios, a través de avanzadas estrategias de inversión.



- Riesgo de mercado: Probablemente el riesgo más conocido dentro de los bancos, es el riesgo de un cambio en el valor de una posición financiera debido a cambios en el valor del subyacente<sup>7</sup> del cual depende la posición.
- Riesgo de crédito: Segundo en importancia, es el riesgo de no recibir pagos prometidos en tiempo y forma por parte de inversiones como préstamos y bonos debido al “*default*” del prestatario.
- Riesgo operacional: Con una reciente atención en él, es el riesgo de tener pérdidas resultantes de un uso inadecuado de los procesos internos, personas y sistemas, o de eventos externos.
- Riesgo de liquidez: Es el riesgo derivado de la falta de obtención de fondos o derivado de la capacidad de hacer líquida una posición, esto es que en una inversión la posición no puede ser comprada o vendida lo suficientemente rápido como para prevenir o minimizar una pérdida.

Existe otra clasificación dentro de los principales tipos de riesgo que comúnmente no se pone:

- Riesgo de modelo: Es el riesgo proveniente del uso inapropiado de los modelos, como puede ser, el uso de un modelo sobre un conjunto de rendimientos que violan sus supuestos (McNeil, Frey, & Embrechts, 2005).

Las variaciones en el valor de los activos ha sido objeto de consternación para cualquier entidad financiera, de forma clara, una entidad financiera con exposiciones a movimientos en el valor de los activos, les va a causar preocupación el hecho de que cualquier aspecto no considerado, desajuste o violación en los supuestos al momento de la modelación (riesgo de modelo), podría provocar que no se estén considerando ciertos comportamientos que podrían terminar traducándose en pérdidas muy cuantiosas dentro de horizontes cortos de tiempo.

Por lo anterior, el departamento encargado de la administración de riesgos financieros dentro de una compañía, se encarga de diseñar e implementar procedimientos para identificar, analizar, cuantificar, interpretar y asumir o cubrir cualquier riesgo dentro del operar de la compañía.

El departamento de inversiones dentro de las instituciones financieras se encarga de adquirir posturas a través de la oferta y demanda de los instrumentos financieros,

---

<sup>7</sup> Título o activo financiero, es la fuente de la que deriva el valor de un instrumento financiero, comúnmente empleado en los productos financieros derivados.

entre otras operaciones, con el objetivo de obtener ganancias, el departamento de administración de riesgos financieros a través de sus implementaciones y diseños, se encarga de limitar las pérdidas potenciales provenientes de las posturas que los *traders*<sup>8</sup> van tomando día a día dentro de los mercados, en esencia ese es el desempeño del administrador de riesgos.

Siendo más específicos, como el fin es limitar las pérdidas potenciales provenientes de las posturas de mercado del *trader*, el administrador se enfoca en establecer márgenes o controles comúnmente llamados “*stop-loss limits*” para regular las posiciones y el valor del portafolio, pero no es solamente limitar al *trader*, puesto que se podría estar limitando más de la cuenta y a la vez estarse perdiendo algunas oportunidades de inversión (costo de oportunidad), más bien, con los modelos diseñados e implementados se trata de hacer un análisis de sensibilidades y un análisis de casos dado que al analizar los valores extremos y algunos casos, se amplía el panorama respecto al riesgo analizado y se mejoran los controles establecidos.

El control central, el VaR (Value at Risk) o valor en riesgo, contempla a lo más importante, la volatilidad de los *factores de riesgo*<sup>9</sup>, haciendo uso de la teoría de la probabilidad y de los supuestos que anteriormente se mencionaron, el VaR se traduce fácilmente en términos de pérdidas monetarias, es aditivo y cuenta con una gama de versiones (Jorion, 2007).

A continuación se define formalmente el VaR:

*VaR (Value at Risk), es la máxima pérdida esperada para un horizonte fijo, a un cierto nivel de confianza y bajo condiciones normales de mercado, de tal manera que existe una baja probabilidad de que la pérdida sea más grande. (Jorion, Financial Risk Manager Handbook, 2007)*

Para lograr una buena aproximación del VaR, primero se debe lograr una buena aproximación de la distribución de los rendimientos, para esto, el cálculo de las volatilidades es de suma importancia.

A continuación se definen a los modelos de volatilidad y se desarrolla el modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics<sup>TM</sup> como uno de los modelos de volatilidad más importantes, así como también es parte esencial para el cálculo del VaR.

---

<sup>8</sup> Es una persona o entidad que adquiere posturas de compra o venta sobre instrumentos financieros.

<sup>9</sup> Originadores del riesgo, debido a la incertidumbre.

## **2.2 Modelos de Volatilidad**

Definición de modelo matemático:

*Un modelo matemático es una estructura constituida por todas las ecuaciones y conceptos matemáticos requeridos para representar lo más satisfactoriamente posible un fenómeno o experimento.*

Cuando se usan los modelos matemáticos, a veces es posible determinar mediante un proceso deductivo, cuáles serán los resultados de un experimento sin realizarlo. Generalmente un modelo matemático ahorra tiempo, trabajo y reduce otro tipo de costos, además de que proporciona resultados aún más precisos que los que se pueden obtener por medio de la simulación (método normalmente utilizado cuando no es posible modelar).

### **2.2.1 Volatilidad**

De inicio es importante aclarar que la volatilidad puede ser entendida y estudiada desde múltiples transformaciones de la desviación estándar como lo son  $\sigma^2$  (conocida como varianza) o  $\ln \sigma^2$ .

La volatilidad es una medida de riesgo que se deriva de los cambios en los rendimientos de los activos financieros, debido a su sensibilidad políticos, económicos, monetarios o fiscales, entre otros que se relacionen.

Se puede definir a la volatilidad como lo hace Bahi (2007):

*“La volatilidad es una medida de la intensidad de los cambios aleatorios o impredecibles en los rendimientos o en el precio de un valor. Gráficamente se asocia con la amplitud de las fluctuaciones del rendimiento en torno a su valor medio”*

Los rendimientos derivan de los cambios en los precios y por ende se les asocia una estructura temporal como a los precios de las acciones, es por esto que es adecuado considerar a la volatilidad como una serie de tiempo y no como un único parámetro que se mantiene a lo largo del tiempo como una constante de la función de distribución de los rendimientos.

Para poder terminar de definir a la volatilidad, es necesario admitir ciertas características sobre ella:

- Exceso de curtosis: La distribución de los rendimientos presenta un elevado grado de concentración alrededor de los valores centrales de la variable, se clasifica como leptocúrtica, (Mandelbrot, 1963) y (Fama, Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis, 1963) fueron los primeros en mencionarla.
- Existencia de clústers: Periodos de alta y baja volatilidad. Si la volatilidad es alta en un periodo, tiende a seguir siéndolo; si es baja en un periodo, tenderá a seguir siéndolo en el periodo siguiente (Mandelbrot, 1963) y (Engle, 1982).
- Discontinuidades de saltos en los precios: De manera ocasional se pueden producir valores altos de volatilidad en momentos concretos (Figlewski, 1997).
- Comportamiento asimétrico de la serie: La volatilidad puede ser afectada de forma diferente (con rendimientos positivos o negativos) según lleguen al mercado buenas o malas noticias (Campbell & Hentschel, 1992). Los rendimientos negativos mayores y más infrecuentes llevan a incrementos mayores en las futuras volatilidades (Johnson & Soriano, 2004).
- Movimientos conjuntos de la volatilidad: Cuando se estudian diferentes series de mercado, se observa como los movimientos importantes en un mercado están relacionados con movimientos importantes en otros mercados. Los modelos multivariantes en series de tiempo permiten analizar estas relaciones cruzadas (Aydemir 1998).

En cuanto a factores que alteran el comportamiento, existen causas microeconómicas y macroeconómicas que ayudan a explicar el cambio en el rendimiento esperado y en consecuencia en la volatilidad de un activo, algunas causas microeconómicas son:

- Efecto Leverage: mostrado primeramente por (Black, 1976), la explicación financiera para este efecto es que cuando el precio de las acciones declina, el cambio del valor del patrimonio es mucho mayor al cambio en el valor de mercado de la deuda, por lo que la relación deuda/patrimonio va a aumentar, aumentando así el riesgo del patrimonio por lo que la volatilidad futura de la acción va a incrementarse.
- Mercados Eficientes: Samuelson en 1965 determinó que los cambios en los precios son aleatorios y no son predecibles en la medida en que incorporan las expectativas e información de todos los participantes del mercado (Samuelson, 1965). Es eficiente el mercado si los precios reflejan plenamente la información disponible. Cuando más eficientes sean los mercados, mayor será la volatilidad en ellos, ya que la posibilidad de contar con mayor información repercute directamente en los precios.

- Volumen transado: En 1989 Schwert encontró una relación entre la volatilidad accionaria y el volumen transado: si los inversionistas tienen diferentes creencias, la llegada de nueva información causaría cambios en el precio, ahora, si los inversionistas utilizan la información para tomar decisiones, entonces un cambio en el precio causaría un aumento en el volumen de transacción, finalmente, si a corto plazo existe iliquidez en los mercados secundarios, entonces grandes volúmenes de transacción causarían movimientos en los precios e incrementos en la volatilidad (Schwert, 1989).
- Requerimiento de margen: Es el mínimo valor que debe ser exigido por vendedores y corredores en compras de acciones. (Hardouvelis & Peristiani, 1990) estableció que el requerimiento de márgenes está negativamente correlacionado con la volatilidad del precio de las acciones en Estados Unidos. Estos requerimientos son implementados como una forma de disminuir la volatilidad del mercado accionario o mitigar la especulación.

En cambio, entre las causas macroeconómicas, Officer en 1973 estableció que los cambios en la volatilidad de los rendimientos se explican perfectamente por shocks macroeconómicos en el mercado de capitales en el cual se transan los activos y portafolios.

Así también Schwert (1989) destacó que variables macroeconómicas como la tasa de interés y el precio de los bonos de las empresas juegan un papel influyente en la determinación de la varianza accionaria. Además encontró que la volatilidad aumenta radicalmente durante los periodos de recesión (Johnson & Soriano, 2004).

Anteriormente se mostraron características que muestran la existencia de comportamientos regulares en la volatilidad y posteriormente factores que alteran a la volatilidad. La regularidad en el comportamiento aunado de la identificación y consideración de los factores que alteran, permiten el modelaje de la volatilidad y por lo tanto su predicción. Este modelaje es a través de los llamados modelos de volatilidad.

Los modelos de volatilidad se dividen conforme al tipo de supuestos bajo los que se basan para implementarse: modelos paramétricos y no paramétricos. Los modelos paramétricos hacen uso de algún supuesto distribucional sobre las variables a modelar. Los modelos no paramétricos normalmente utilizan de forma directa los datos para obtener resultados y análisis del comportamiento de la variable que modelan. A continuación se desarrolla uno de los modelos paramétricos más importantes para la estimación y el pronóstico<sup>10</sup> de la volatilidad.

---

<sup>10</sup> El término predicción será utilizado para referirse a una estimación en cualquier tiempo futuro a la fecha de cálculo.

### **CAPÍTULO TERCERO**

#### **MODELO EXPONENTIAL SMOOTHING - RISKMETRICS™ VOLATILITY.**

El nombre registrado de este modelo es RiskMetrics™ Volatility, que pertenece a la familia Exponential Smoothing Models o Modelos de Suavización Exponencial.

En octubre de 1995, J.P. Morgan publicó RiskMetrics™ una metodología para estimar el riesgo de mercado, la cual construye de manera propia una forma de administrar riesgos acompañados de bases de volatilidades y correlaciones que cubren a la gran mayoría de mercados financieros. (Morgan Guaranty Trust Company, 1995)

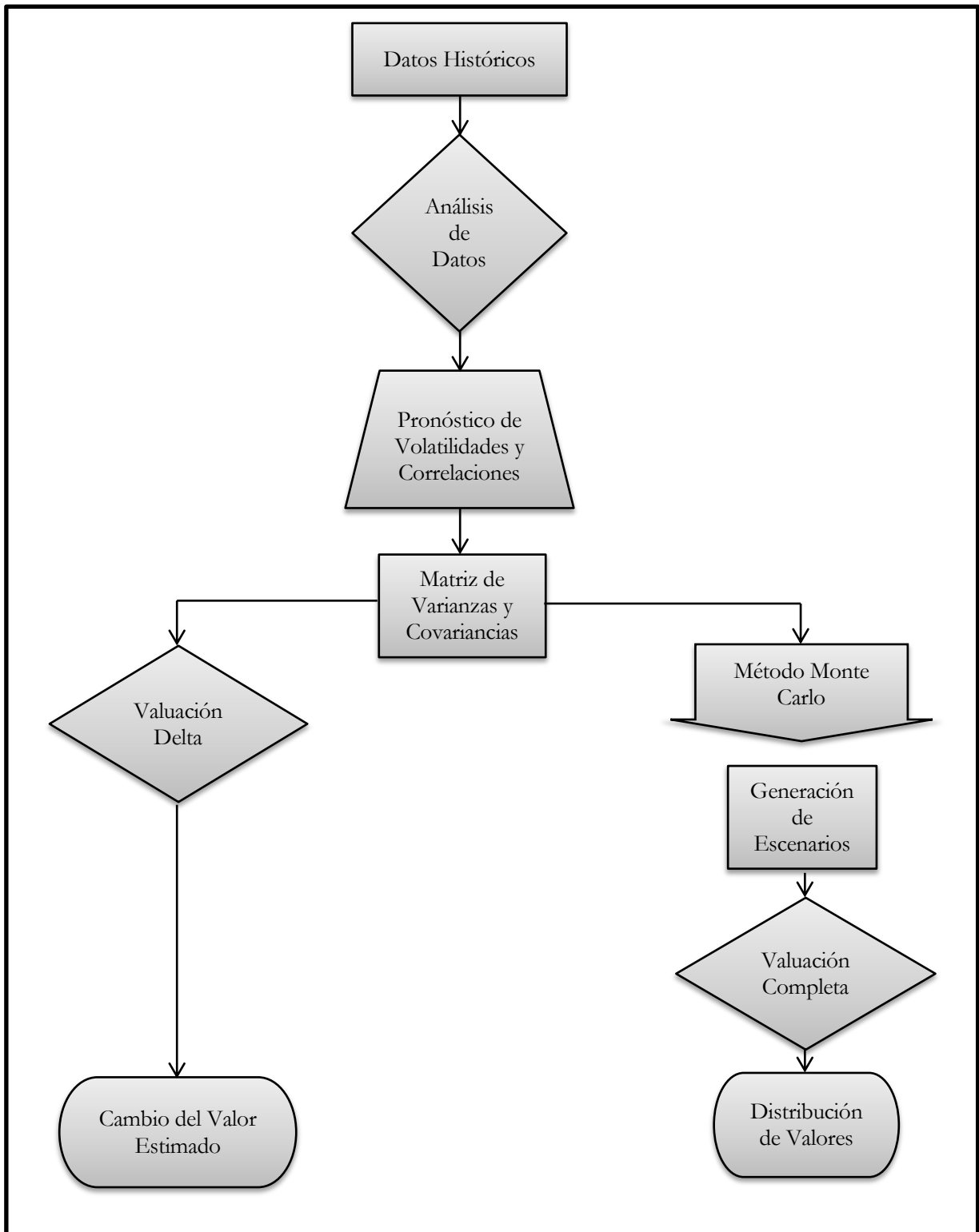
RiskMetrics™ es una caja de herramientas sofisticadas que el administrador de riesgos con alta capacitación y conocimiento en la teoría de riesgos implementa para el establecimiento de *bechmarks*, de tal forma que se pueda referir a una comparación más objetiva de los riesgos, es decir, medir con la misma escala distintos riesgos, a su vez, el administrador las implementa como avisos de advertencia para otros departamentos o para sus clientes ante movimientos en las probabilidades de pérdidas potenciales.

Debe saberse que ningún instrumento de riesgo por más sofisticado podrá reemplazar la experiencia y juicio profesional alcanzado a través de los años, esto en conjunto de herramientas sofisticadas y de calidad, reflejarán buenas administraciones dentro de las entidades financieras.

Entre las herramientas de RiskMetrics™ está la implementación de un modelo de volatilidad, que basa el cálculo de la volatilidad y de las correlaciones en los rendimientos históricos, para que posteriormente se ocupen en algunas metodologías como las del VaR y con esto se cuantifique y gestic el riesgo.

Abajo se muestra un diagrama que engloba todas las metodologías de RiskMetrics™.

Diagrama 1: Metodologías RiskMetrics™.



Fuente: Morgan Guaranty Trust Company (1995, Noviembre 21), *Introduction to RiskMetrics™*. Consultado en mayo del 2014. En:

<http://janroman.dhis.org/finance/Risk%20Management/Introduction%20to%20riskmetrics.pdf>.

### 3.1 Estimador Histórico de la Desviación Estándar (STDEV): Una primera aproximación.

En estadística es muy común obtener el estimador de la desviación estándar de alguna variable de interés de la siguiente forma:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i}{n} \quad \text{es el estimador de la media, y entonces,}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Z_i - \hat{\mu})^2}{n-1}} \quad n \text{ es la cantidad de datos.}$$

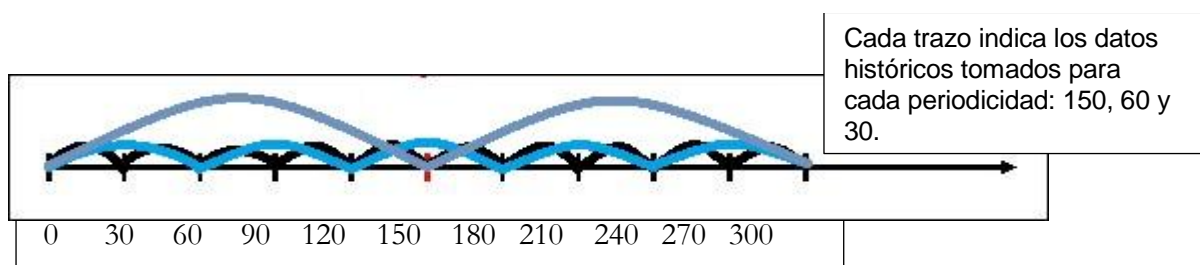
Es decir, el estimador histórico de la desviación estándar (STDEV) es igual a la raíz cuadrada del promedio de las desviaciones al cuadrado respecto al estimador de la esperanza de la variable, el promedio está dividido entre n-1 en lugar de estar entre n, y esto es resultado de una consideración estadística relacionada con la pérdida de un grado de libertad debido a que se utiliza el estimador de la media a priori, la división entre k-1 garantiza que el estimador sea insesgado.

En este momento está por demás decir que ante una mayor cantidad de datos a considerar, se obtendrá una mayor precisión como usualmente lo es en estadística, sin embargo, más adelante será de suma importancia al seleccionar los conjuntos de datos que ingresen en el modelo.

En la fórmula anterior, la media, que se encuentra dentro de la raíz cuadrada, es un promedio ponderado donde se asigna el mismo peso a cada desviación, esto es que cada desviación será considerada con la misma probabilidad de ocurrencia. Este es un punto importante a resaltar de este estimador.

El estimador de la desviación estándar puede hacer uso de distintas periodicidades, como 30, 60, 150 días que no son más que la distancia en tiempo entre los datos.

**Gráfica 2:** Las posibles periodicidades: 30, 60 y 150. **Fuente:** Elaboración propia.





Esta periodicidad entre menor sea, mayor será la velocidad de adaptación y el estimador tendrá mayor precisión, es decir, se registrarán cambios en los rendimientos con una mayor velocidad respecto a otras periodicidades mayores, entonces a mayor periodicidad menor será la velocidad de adaptación y la estimación tendrá menor precisión puesto que los movimientos en los niveles de los rendimientos serán registrados de forma retardada.

Regresando, el estimador estadístico de la desviación estándar, el STDEV, fue modificado estructuralmente al intercambiar el cuadrado que eleva a las desviaciones por un valor absoluto sobre los rendimientos.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |Z_i - \hat{\mu}|}{n-1}} \quad \text{donde } \hat{\mu} \text{ es el estimador de la media y } n \text{ es la cantidad de datos.}$$

Esta segunda versión ha probado ser mejor como estimador de comportamientos no normales, aunque el STDEV probó ser mejor en comportamientos normales. (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004)

Cuando se prueba que la muestra está realmente alejada de la normalidad (Prueba de Lilliefors), se debe usar este último estimador para estimar a la desviación estándar. En caso de validar el supuesto de normalidad mediante la prueba de Lilliefors para normalidad con cierto nivel de confianza, el STDEV debería considerarse como una primera aproximación, sin embargo por construcción este estimador al dar el mismo peso a cada observación se sensibiliza reflejando movimientos afilados (con mayor fuerza) para valores extremos, falla que los modelos Exponential Smoothing solucionan.

Exponential Smoothing - RiskMetrics™ Volatility usa la media móvil exponencial de los rendimientos históricos para estimar y pronosticar volatilidades, con la idea de asegurar que los movimientos de mercado tengan el peso probabilístico mejor dispersado (Morgan Guaranty Trust Company, 1995).

En general es más racional asignar mayores pesos probabilísticos a los datos que han ocurrido de forma más reciente al día de la valuación, pues podemos decir que hay una mayor dependencia en cuanto a proporcionalidades en los movimientos y además con esto el estimador contemplará ajustes de forma más rápida sin tener que estar cargando tanto con datos muy antiguos, sin embargo, aún se seguirán considerando según el grado que se decida, este grado de dependencia es explicado más adelante a través del parámetro.

Exponential Smoothing - RiskMetrics™ Volatility además de estar basado implícitamente en todos los supuestos revisados al comienzo de este trabajo, se hace énfasis en el supuesto que establece que los rendimientos siguen una distribución normal, para dicho supuesto se mencionaba el fenómeno de las colas pesadas que tendrían a presentar los rendimientos, bajo este modelo será aminorado este fenómeno, pues dentro de su metodología está el realizar el cálculo diario de las volatilidades, permitiendo actualizar cambios en los valores de forma muy oportuna.

Debe saberse que el modelo para calcular la volatilidad, necesita calcular el parámetro óptimo, y para calcularlo se necesita calcular la volatilidad, esto se resuelve con un equilibrio al momento de proponer distintos parámetros del modelo que vayan minimizando los errores. En el desarrollo del modelo se ilustra lo anterior.

### **3.2 Desarrollo del Modelo.**

#### **3.2.1 Construyendo un esquema de pesos o ponderaciones.**

Primero se considera una sucesión infinita cuya base es el valor  $\lambda$ , dicho valor se encuentra entre 0 y 1, ahora, una forma para decrecer una sucesión cuya base está entre cero y uno es elevando la base respecto a cada término del conjunto de los números naturales:

$$\lambda^0, \lambda^1, \lambda^2, \lambda^3, \lambda^4, \dots, \lambda^i, \dots \quad \text{donde } 0 < \lambda < 1 \quad \text{e} \quad i \rightarrow \infty$$

La pasada sucesión infinita siempre tendrá como primer término al 1 y los demás términos se irán acercando al cero conforme se vayan alejando del primer término, independientemente del valor de  $\lambda$ .

Un esquema de pesos o ponderaciones es una sucesión cuya suma converge a 1. Entonces se necesita que la sucesión anterior sume 1 para comprobar que se tiene un esquema de ponderaciones. Se sabe que una serie geométrica infinita converge si la razón ( $\lambda$ ) está entre menos uno y uno, lo cual es cierto desde la definición de la  $\lambda$ , entonces:

$$1 + \lambda^1 + \lambda^2 + \lambda^3 + \dots = \frac{1}{1 - \lambda} \quad \text{donde } 0 < \lambda < 1$$

Ahora de forma muy natural para forzar a que la serie sume 1, se multiplica a cada término de la sucesión por el inverso del número al que converge la serie.

$$(1 - \lambda), (1 - \lambda)\lambda, (1 - \lambda)\lambda^2, \dots, (1 - \lambda)\lambda^i, \dots$$

Entonces la nueva sucesión ahora suma 1.

$$(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i = (1 - \lambda) + (1 - \lambda)\lambda + (1 - \lambda)\lambda^2 + \dots = 1$$

Por último, se afirma que la sucesión anterior conforma un esquema de pesos o ponderaciones, el cual se ocupará más adelante.

Posteriormente en este desarrollo es vital conocer y comprender a los modelo ARCH y GARCH, pues el modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility pertenece a la familia de modelos GARCH, afirmación que será demostrada más adelante.

### **3.2.2 Procesos ARCH y GARCH.**

Estos procesos conforman los modelos más importantes para calcular el factor de riesgo diario sobre los rendimientos, es decir la volatilidad.

A continuación se establece el marco teórico con algunas definiciones esenciales enfocadas en lo más relevante para comprender los modelos ARCH y GARCH.

**Definición (Función de Autocorrelación).** La función de autocorrelación (ACF)  $\rho(h)$  de una serie de tiempo débilmente estacionaria  $\{Z_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  es:

$$\rho(h) = \rho(Z_h, Z_0) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} \quad \forall h \in \mathbb{Z}$$

La unidad básica de construcción para estos modelos de series de tiempo son procesos débilmente estacionarios con autocorrelación nula nombrados Procesos de Ruido Blanco.

**Definición (Proceso de Ruido Blanco).**  $\{Q_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  es un Proceso de Ruido Blanco si es débilmente estacionario con la siguiente función de autocorrelación:

$$\rho(h) = \begin{cases} 1, & h = 0 \\ 0, & h \neq 0 \end{cases} \quad \forall h \in \mathbb{Z}$$

**Definición (Proceso de Ruido Blanco Estricto).**  $\{Q_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  es un Proceso de Ruido Blanco Estricto si es una serie de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con varianza finita.

En finanzas matemáticas conforme avanza el tiempo se van obteniendo registros de información día tras día, estos registros se convierten en cúmulos gigantes de información de mercado que las matemáticas definen como *Filtraciones*.

Una Filtración  $\{\mathfrak{F}_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  es una familia creciente de  $\sigma$ -álgebras:

$$\mathfrak{F}_t \subset \mathfrak{F}_{t+1} \quad \forall t \in \mathbb{Z}$$

Las  $\sigma$ -álgebras  $\mathfrak{F}_t$  describen la historia de los rendimientos. En el contexto de finanzas siempre se considera a  $\mathfrak{F}_0$  como la  $\sigma$ -álgebra trivial  $\{\emptyset, \Omega\}$ .

La filtración  $\mathfrak{F}_t = \sigma(\{Z_s: s \leq t\})$  es conocida como la filtración natural.

Y se dice que una serie es *adaptada* a una filtración si cumple que  $Z_t$  es  $\mathfrak{F}_t$ -medible, i.e. significa que es una variable aleatoria respecto a esa  $\sigma$ -álgebra.

**Definición (Diferencia Martingala).** La serie de tiempo  $\{Z_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  es conocida como una secuencia de Diferencia-Martingala con respecto a la filtración  $\{\mathfrak{F}_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  si  $\mathbb{E}(Z_t) < \infty$ ,  $Z_t$  es  $\mathfrak{F}_t$ -medible (Adaptado) y,

$$\mathbb{E}(Z_t | \mathfrak{F}_{t-1}) = 0 \quad \forall t \in \mathbb{Z}$$

Obviamente la media incondicional para este proceso también es cero.

$$\mathbb{E}(Z_t) = \mathbb{E}(\mathbb{E}(Z_t | \mathfrak{F}_{t-1})) = 0 \quad \forall t \in \mathbb{Z}$$

Más aún, si  $\mathbb{E}(Z_t^2) < \infty$  para toda  $t$ , entonces la autocovarianza cumple:

$$\gamma(t, s) = \mathbb{E}(Z_t Z_s) = \begin{cases} \mathbb{E}(\mathbb{E}(Z_t Z_s | \mathfrak{F}_{s-1})) = \mathbb{E}(Z_t \mathbb{E}(Z_s | \mathfrak{F}_{s-1})) = 0, & t < s \\ \mathbb{E}(\mathbb{E}(Z_t Z_s | \mathfrak{F}_{t-1})) = \mathbb{E}(Z_s \mathbb{E}(Z_t | \mathfrak{F}_{t-1})) = 0, & t > s \end{cases}$$

La esencia de las secuencias de diferencia martingala es que la esperanza del siguiente valor dada la información hasta el momento presente, siempre es cero. (McNeil, Frey, & Embrechts, 2005).

## Modelos ARCH.

Por sus siglas en inglés ARCH significa *Autoregressive Conditionally Heteroscedastic*.

Definimos el espacio de probabilidad para este modelo como  $(\Omega, \mathcal{A}, \{\mathfrak{F}_t\}_{t \in \mathbb{Z}}, \mathbb{P})$ .

**Definición Proceso ARCH.** Sea  $\{\mathbf{Q}_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  un Proceso de Ruido Blanco Estricto con media cero y varianza uno. El proceso  $\{Z_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  es un Proceso ARCH(p) si es estrictamente estacionario y si satisface, para toda  $t \in \mathbb{Z}$  y para algún proceso de valores positivos  $\{\sigma_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ , las siguientes ecuaciones:

$$Z_t = \sigma_t \mathbf{Q}_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i Z_{t-i}^2 \quad \text{donde } \alpha_0 > 0 \text{ y } \alpha_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, p$$

En este punto es evidente la nomenclatura ARCH dada su estructura, pues es un proceso Autorregresivo (AR) debido a la clara dependencia entre cualquier  $Z_t$  y las anteriores  $Z_{t-i}$ 's, esta dependencia viene explícita dentro del cálculo de la  $\sigma_t^2$  para cada  $t$  y este cambio continuo en la varianza condicional a lo largo del tiempo refiere al término de Heterocedasticidad Condicional (CH), más aún, el Proceso de Ruido Blanco que pondera momento a momento el valor de  $Z_t$  funge como un error que permite presenciar a la incertidumbre.

Ahora si  $\mathfrak{F}_t = \sigma(\{Z_s: s \leq t\})$  define las  $\sigma$ -Álgebras de la filtración al tiempo  $t$ , claramente por la anterior construcción del proceso  $\sigma_t^2$  se asegura que  $\sigma_t$  es medible respecto a  $\mathfrak{F}_{t-1}$ . Esto nos permite calcular que dado que  $\mathbb{E}(|Z_t|) < \infty$ ,

$$\mathbb{E}(Z_t | \mathfrak{F}_t) = \mathbb{E}(\sigma_t \mathbf{Q}_t | \mathfrak{F}_{t-1}) = \sigma_t \mathbb{E}(\mathbf{Q}_t | \mathfrak{F}_{t-1}) = \sigma_t \mathbb{E}(\mathbf{Q}_t) = 0$$

Es de notarse que en la fórmula inmediata anterior al final se asumió independencia de  $\mathbf{Q}_t$  respecto de  $\mathfrak{F}_{t-1}$  en  $\mathbb{E}(\mathbf{Q}_t | \mathfrak{F}_{t-1})$ , pues esta independencia viene del hecho de que las soluciones en el modelo para las  $Z_t$ 's son de la forma:

$$Z_t = f(\mathbf{Q}_t, \mathbf{Q}_{t-1}, \dots)$$

Y conduce a que las variables del Proceso de Ruido Blanco no vayan dependiendo del proceso. Entonces de aquí verificamos que el proceso ARCH tiene la propiedad de diferencia martingala con respecto de la filtración  $\{\mathfrak{F}_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  (McNeil, Frey, & Embrechts, 2005).

A favor de una visualización más clara se supone que el proceso ARCH es débilmente estacionario, este supuesto está relacionado con el hecho de verificar que  $\alpha_1 < 1$ , para el modelo ARCH (1) y así es como se irá condicionando para otros parámetros, tal como se prueba al profundizar un poco más en la teoría, entonces bajo este supuesto:

$$\mathbb{E}(Z_t^2) < \infty \text{ y } \text{Var}(Z_t | \mathfrak{F}_{t-1}) = \mathbb{E}(\sigma_t^2 \mathbf{A}_t^2 | \mathfrak{F}_{t-1}) = \sigma_t^2 \text{Var}(\mathbf{A}_t) = \sigma_t^2$$

Y nos queda la volatilidad al cuadrado indexada por el tiempo, es decir, el modelo tiene la interesante propiedad de que su volatilidad es una función que cambia de forma continua dependiendo de los valores cuadráticos anteriores del proceso, esto es que si uno o más de  $|Z_{t-1}|, \dots, |Z_{t-p}|$  son particularmente “grandes” entonces  $Z_t$  será estimada de una distribución con una varianza “grande” (McNeil, Frey, & Embrechts, 2005).

### **Modelos GARCH.**

Los procesos GARCH son generalizaciones de los procesos ARCH en el sentido que la varianza depende de las anteriores varianzas, así como de los valores al cuadrado anteriores del proceso.

**Definición Proceso GARCH.** Sea  $\{\mathbf{A}_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  un Proceso de Ruido Blanco Estricto con media cero y varianza uno. El proceso  $\{Z_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  es un Proceso ARCH(p) si es estrictamente estacionario y si satisface, para toda  $t \in \mathbb{Z}$  y para algún proceso de valores positivos  $\{\sigma_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ , las siguientes ecuaciones:

$$Z_t = \sigma_t \mathbf{A}_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i Z_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2,$$

donde  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p$   
y  $\beta_j \geq 0, j = 1, \dots, q$ .

(McNeil, Frey, & Embrechts, 2005).

### **Modelos IGARCH y GARCH(1,1).**

Basándose en Reider (2009).

Se sabe que del modelo GARCH (p,q) se obtiene el modelo GARCH (1,1) mediante una simple sustitución:

$$Z_t = \sigma_t \mathcal{Q}_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Z_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

En el caso donde  $\alpha_1 + \beta_1 = 1$  el modelo GARCH(1,1) se convierte en:

$$Z_t = \sigma_t \mathcal{Q}_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + (1 - \beta_1) Z_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Este modelo primeramente desarrollado por Engle y Bollerslev (1986), es nombrado como un Integrated GARCH Model y también conocido como modelo IGARCH. En este modelo la varianza continuará siendo una caminata aleatoria con tendencia  $\alpha_0$ . Pero empíricamente no se observan tendencias en la varianza, por lo que se puede asumir  $\alpha_0 = 0$ .

Tal y como un modelo GARCH es análogo a un modelo ARMA, el modelo IGARCH donde el proceso de la varianza tiene una raíz unitaria es análogo a un modelo ARIMA (ver página 12 (Reider, 2009)).

### **Modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility.**

Cuando  $\alpha_1 + \beta_1 = 1$  y  $\alpha_0 = 0$  el k-ésimo pronóstico posterior al tiempo t de valuación con el modelo GARCH (1,1) es:

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{t+k}^2 &= \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \hat{\sigma}_{t+k-1}^2 \\ \hat{\sigma}_{t+k}^2 &= \hat{\sigma}_{t+k-1}^2 \\ \hat{\sigma}_{t+k}^2 &= \sigma_t^2\end{aligned}$$

Entonces el pronóstico para futuras varianzas es la varianza a tiempo de valuación, justo como en una caminata aleatoria.

Si se escribe el modelo como un ARCH ( $\infty$ ) después de repetidas sustituciones se tendrá:

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \frac{\alpha_0}{1 - \beta_1} + \alpha_1 \sum_{i=0}^{\infty} Z_{t-1-i}^2 \beta_1^i \\ \sigma_t^2 &= (1 - \beta_1) \sum_{i=0}^{\infty} Z_{t-1-i}^2 \beta_1^i \\ \sigma_t^2 &= (1 - \beta_1) [Z_{t-1}^2 + \beta_1 Z_{t-2}^2 + \beta_1^2 Z_{t-3}^2 + \dots]\end{aligned}$$

De esta última expresión, se conoce el esquema de ponderaciones que acompaña a la serie y se sabe que dicho esquema suma 1 (Reider, 2009).

Por último, pasando de la notación de series de tiempo a la notación utilizada para el modelo, se intercambia la  $\beta_1$  por  $\lambda$  y se toma la serie de los rendimientos elevados al cuadrado, el estimador teórico de la varianza quedará expresado como:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) [r_{t-1,t}^2 + \lambda r_{t-2,t-1}^2 + \lambda^2 r_{t-3,t-2}^2 + \dots]$$

donde  $r_{t-1,t}$  es el rendimiento en el periodo  $(t - 1, t)$ .

En la práctica, lejos del infinito, existe una inmensa cantidad de datos para los rendimientos, por lo que la cantidad de sumandos, en cantidades muy grandes, puede representar un costo operativo para el cual se necesite un equilibrio, motivo por el cual a continuación se define N.

Si se indiza a cada término de la serie iniciando en cero, el número natural N será un número fijo sobre el índice, el cual dividirá la serie, la serie del lado izquierdo será nombrada como serie base y la serie infinita del lado derecho será nombrada como serie residual, la serie base convergerá a  $\frac{1 - \lambda^{N+1}}{1 - \lambda}$  y el esquema de pesos de esta serie dejará de sumar 1 para sumar  $1 - \lambda^{N+1}$ , esto es:

$$1 + \lambda^1 + \lambda^2 + \lambda^3 + \dots + \lambda^N = \frac{1 - \lambda^{N+1}}{1 - \lambda}$$

Donde la suma del esquema de pesos es:

$$(1 - \lambda) [\lambda^1 + \lambda^2 + \lambda^3 + \dots + \lambda^N] = 1 - \lambda^{N+1}$$



Como el propósito de dividir la serie es obtener un estimador con una cantidad de sumandos razonable, se puede optar por cualquiera de dos caminos a seguir:

1. Se puede hacer crecer la N para que la serie residual tienda a ser despreciable estadísticamente, esto debido a que como se mencionó  $\lambda$  esta entre 0 y 1 por lo que tendería a hacerse muy pequeña.
2. Se puede calcular la suma de la serie base y forzar de la misma manera a que sume 1, para que así se obtenga un nuevo esquema de pesos que constará de N+1 términos, esto es:

$$1 + \lambda^1 + \lambda^2 + \lambda^3 + \dots + \lambda^N = \frac{1 - \lambda^{N+1}}{1 - \lambda}$$

Entonces.

$$\left( \frac{1 - \lambda}{1 - \lambda^{N+1}} \right) [1 + \lambda^1 + \lambda^2 + \lambda^3 + \dots + \lambda^N] = 1$$

Cualquier decisión es válida y el equilibrio respecto al costo operativo quedará a juicio del administrador.

Una vez agregadas las dos consideraciones anteriores, este modelo es nombrado como Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility. Y se representa en cualquiera de sus dos vertientes:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) [r_{t-1,t}^2 + \lambda r_{t-2,t-1}^2 + \lambda^2 r_{t-3,t-2}^2 + \dots + \lambda^N r_{t-N-1,t-N}^2]$$

Y para la serie truncada:

$$\sigma_t^2 = \left( \frac{1 - \lambda}{1 - \lambda^{N+1}} \right) [r_{t-1,t}^2 + \lambda r_{t-2,t-1}^2 + \lambda^2 r_{t-3,t-2}^2 + \dots + \lambda^N r_{t-N-1,t-N}^2]$$

Estas fórmulas calculan la varianza para el tiempo t, es natural estimar la volatilidad para tiempos subsecuentes al tiempo fijo que ya se estimó, sería un tanto costoso el hacer la misma dinámica para las demás estimaciones, pero no lo sería el proponer una fórmula recursiva que estuviera aprovechando lo estimado en los tiempos anteriores.

Se define C como:

$$C = \begin{cases} 1 - \lambda, & \text{Si se aproxima a la series infinita original.} \\ \frac{1 - \lambda}{1 - \lambda^{N+1}}, & \text{Si se usa la series base.} \end{cases}$$

Ahora, mostrando que:

$$\sigma_{t+1}^2 = C(r_{t,t+1}^2 + \lambda r_{t-1,t}^2 + \dots + \lambda^N r_{t-N,t-N+1}^2 + \lambda^{N+1} r_{t-N-1,t-N}^2) \text{ (Ecuación principal)}$$

$$\sigma_{t+1}^2 = C r_{t,t+1}^2 + \lambda (C r_{t-1,t}^2 + \dots + C \lambda^{N-1} r_{t-N,t-N+1}^2 + C \lambda^N r_{t-N-1,t-N}^2)$$

$$\sigma_{t+1}^2 = C r_{t,t+1}^2 + \lambda \sigma_t^2 \text{ (Ecuación recursiva del modelo)}$$

Como puede verse, esta fórmula es equivalente a la ecuación principal del modelo y está compuesta de dos sumandos: el primer sumando es el valor del último rendimiento al cuadrado ponderado por la constante C, anteriormente definida, y en el segundo sumando se le asigna el peso  $\lambda$  a la estimación del periodo anterior, de esta forma se agrega importancia a la cola de la serie.

Ahora reescribiendo la última expresión, se tiene que:

$$\begin{aligned} \sigma_{t+1}^2 &= (1 - \lambda) r_{t,t+1}^2 + \lambda \sigma_t^2 \\ \sigma_{t+1}^2 &= r_{t,t+1}^2 - \lambda r_{t,t+1}^2 + \lambda \sigma_t^2 \\ \sigma_{t+1}^2 &= r_{t,t+1}^2 + \lambda (\sigma_t^2 - r_{t,t+1}^2) \end{aligned}$$

Una explicación lógica de lo que se expresa en la fórmula, es que se está tomando como estimador para el periodo subsecuente una aproximación de la volatilidad (rendimiento cuadrado), y a esta se le agrega o quita una proporción (dependiendo el parámetro) de la diferencia entre la antigua estimación y la misma aproximación de la volatilidad.

El parámetro del modelo toma valores menores a 1 y mayores a cero de forma estricta (i.e.  $0 < \lambda < 1$ ): si  $\lambda$  es cercana al uno, mostrará una lenta decadencia en la relevancia de la información y ligeramente mayor peso en las observaciones recientes, una  $\lambda$  “grande” distribuirá la estimación entre todo el conjunto de datos seleccionado, de una forma un tanto equitativa, y es algo que suavizará mucho el trazado de la línea de estimaciones de la volatilidad, cada estimador será mucho más conservador y con la palabra “conservador” se quiere referir a que estará más apegado a la media.

Si  $\lambda$  es cercana a cero se asignan mayores pesos a las observaciones recientes y se asignan pesos muy pequeños (a veces despreciables) de forma muy rápida a los datos más antiguos, con esto, se le da mucha mayor consideración a los datos más recientes, y el hecho de tener una  $\lambda$  “pequeña” distribuirá la estimación solamente

entre los datos más recientes que tiene el conjunto, para que consiguientemente se incrementen los “picos” en el trazado de las estimaciones, pues no habrá tanta diversificación de los pesos sobre los rendimientos.

Ahora, para el cálculo de la  $\lambda$  óptima, se recuerda que la  $\lambda$  es una constante donde se le asocian ciertas conductas al modelo dependiendo si se acerca al uno o no. Primero se define el Error Cuadrático Medio (ECM) como aquel que mide el error de una serie de estimaciones con un parámetro y un horizonte dado, este error toma el promedio de las diferencias al cuadrado entre la volatilidad al cuadrado estimada por el Modelo Exponential Smoothing - RiskMetrics™ Volatility y una aproximación de la volatilidad al cuadrado, el mejor candidato a esta aproximación son los rendimientos al cuadrado  $r_{t,t+1}^2$ .

$$ECM(\lambda) = \frac{\sum_{t=1}^T \{(\sigma_t^2(\lambda) - r_{t,t+1}^2)^2\}}{T}$$

Después se encuentra un mínimo para este ECM sobre el dominio de las  $\lambda$ 's.

$$ECM(\lambda^{opt}) = \min_{0 < \lambda < 1} \{ECM(\lambda)\}$$

La  $\lambda^{opt}$  será aquella que cumpla con minimizar el ECM (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004). Para obtener un óptimo global de varios conjuntos de datos, se hace el mismo proceso.

En resumen, el óptimo por serie va a depender del conjunto de datos que se consideren, estos deben ser los más relevantes para el cálculo sin importar la ubicación del conjunto, el óptimo para una serie muy volátil, es decir, con picos y cambios extremos, debiese ser más pequeña proporcionalmente a una  $\lambda$  para series con movimientos más suavizados y cambios progresivos.

J.P. Morgan produce tres conjuntos de estimaciones de volatilidad y correlaciones sobre 400 instrumentos, en total, cada uno de estos tres conjuntos de datos contienen 450 volatilidades y más de 100,000 correlaciones por las cuales debe pagarse (Morgan Guaranty Trust Company, 1995).

Las volatilidades también pueden ser calculadas mediante softwares especializados, en este trabajo se hace uso del software StatTools en su versión sexta, el cual pertenece a la compañía PALISADE. Ya sea que se compren o se calculen, las  $\lambda$ 's óptimas de las series del mercado de dinero se caracterizan por estar entre 0.9 y 1. (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004).

Para obtener la  $\lambda$  final se le puede agregar o disminuir valor como un margen de maniobra basado en criterios profesionales del administrador o de un equipo de profesionales del área, más adelante se hace un análisis sobre esta maniobra en la práctica.

Exponential Smoothing - RiskMetrics™ Volatility como se pudo ver es un modelo paramétrico particular dentro de una familia de modelos de series de tiempo denominados Modelos GARCH (p,q) (General Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), dentro de estos modelos pertenece al subconjunto donde ambos parámetros tienen el valor de 1, Modelos GARCH (1,1).

El modelo paramétrico anteriormente desarrollado proporciona estimaciones y pronósticos de la volatilidad, éstas se utilizan para proporcionar una mayor certeza a los operadores de mercado y así se habilitan para negociar con diversos instrumentos financieros, pero de igual manera se pueden ingresar en modelos de valuación del riesgo, como el VaR, en modelos de simulación y en modelos de aproximación.

Entre los modelos que calculan el VaR, existe un modelo híbrido, pues combina el modelo RiskMetrics™ Volatility (modelo paramétrico) y el modelo de Simulación Histórica (modelo no paramétrico), este modelo híbrido soluciona el problema de las colas pesadas y del sesgo pues trabaja directamente con la distribución empírica y utiliza el sistema de ponderaciones del modelo RiskMetrics™ Volatility. El mencionado modelo híbrido puede encontrarse en el anexo 2 al final de este trabajo y el modelo de Simulación Histórica en el anexo 1.

Para terminar y regresando al modelo, finalmente se cuenta con una expresión matemática con un sentido recursivo y con un único parámetro de entrada al cual se le asignó un procedimiento para su cálculo, además, más adelante en la implementación del modelo se va a ejemplificar en un caso real (La Crisis Financiera del 2008) su capacidad de maniobra.

## CAPÍTULO CUARTO

### CRONOLOGÍA DE LA CRISIS FINANCIERA DEL 2008 E IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO AL CASO DE LA CORPORACIÓN CITIGROUP

#### **4.1 Entorno Económico y Financiero**

La crisis financiera del 2008 es la peor crisis global de alto impacto que se conformó por un conjunto de caídas abruptas de los precios de los activos (tanto financieros como reales), quiebras de empresas, deflaciones y perturbaciones en el mercado de divisas. Esta crisis fue originada debido a hipotecas de tipo *subprime* o “hipotecas basura” que son préstamos de alto riesgo a personas que generalmente tenían poca capacidad de pago (desempleados, morosos, etc...).

Todo comenzó en el año 2002, cuando el Presidente de EE.UU., George W. Bush, creía que parte de cumplir el “sueño americano” era tener una casa propia. El presidente pidió ayuda al sector privado, con miras a que el mercado de capitales facilitara el financiamiento hipotecario.

Anteriormente para recibir un financiamiento hipotecario el candidato a tal financiamiento debía entregar un historial crediticio, comprobantes de ingresos, entre otros documentos que permiten al analista asignar una probabilidad de incumplimiento y así bifurcar a todos los candidatos en una variable binaria (*flags*) y de esta forma saber si se le otorgaba el financiamiento o no.

El Presidente recibió el apoyo del sector privado y la Reserva Federal (FED)<sup>11</sup> redujo rápidamente las tasas de interés, de 6% a solamente 1% en unos cuantos meses, para estos momentos el dinero estaba tan barato que los 8,000 bancos y sus agentes hipotecarios iniciaron una agresiva expansión del crédito hipotecario a personas con altísimo riesgo de incumplimiento, personas que no contaban con algún comprobante de ingresos y además no se les exigía algún enganche.

Los prestatarios hipotecarios se dedicaron a especular ampliamente con los precios de los inmuebles, y sobre todo con los costos de las hipotecas, la especulación llevó al desarrollo de una burbuja inmobiliaria<sup>12</sup>, que infló considerablemente los precios y conforme aumentaban los precios, aumentaba el número de hipotecas, pero no sólo eran hipotecas normales, eran muchísimas hipotecas *subprime*.

---

<sup>11</sup> Presidida por Ben Bernanke y conocida como FED, es el banco central estadounidense y la entidad encargada de supervisar la política monetaria

<sup>12</sup> Es el avance de los precios de los bienes inmuebles muy por encima de los del resto de bienes y servicios.

Los bancos a lo largo de Estados Unidos al notar que contaban con una cuantiosa cantidad de deudas de hipoteca decidieron venderlas en Wall Street<sup>13</sup> con el fin de reducir sus pérdidas respecto a la creciente morosidad en dichas hipotecas, en Wall Street sabían que nadie iba a querer comprar hipotecas tan riesgosas, entonces crearon un nuevo instrumento financiero respaldado por las hipotecas y se las vendieron a inversionistas por partes dentro de paquetes de inversión, prometiendo una ganancia respecto al grado de riesgo de la parte contraída, así como respecto a la calidad de la parte de la inversión sería la prioridad del pago.

El nuevo instrumento estaba constituido por hipotecas de buena calidad, de mediana calidad y las más riesgosas (hipotecas *subprime*), así la probabilidad de incumplimiento se reduciría notablemente y podrían venderse a fondos de pensiones, bancos, compañías de seguros y gobiernos extranjeros por todo el mundo.

A las hipotecas de buena calidad se les compró un seguro para que se les calificara con AAA<sup>14</sup>, a las de mediana calidad recibieron calificación de BBB y a las más riesgosas no se les calificó, se les ocultó de los balances financieros reportando la posesión de estas hipotecas en subsidiarias especiales domiciliadas fuera del país. Así, las hipotecas tóxicas ya se encontraban esparcidas por todo el mundo.

Para el 2003, la FED sabía que se aproximaba un gran problema, debido a la formación de la burbuja inmobiliaria, y decidió subir las tasas de interés de 1% en ese mismo año, a 3% en el 2005 y hasta 5.5% en el 2006, con el fin de disminuir el costo de los créditos, sin embargo, esta iniciativa sería en vano.

La especulación que infló la burbuja inmobiliaria la hizo estallar en el año 2007 y con ella los precios de los activos se desplomaron, por citar un ejemplo: las casas de \$300,000 dólares ahora valían \$50,000 dólares, esto sin duda incrementó al número de personas morosas que decidían dejar de pagar sus financiamientos, ya que el valor de los préstamos (hipoteca) en muchas ocasiones superaba el valor nominal de las casas, lo que representó un insulto a la lógica de los prestatarios.

Por lo que ya no se percibían pagos por parte de los deudores, ni siquiera para solventar los rendimientos de la “parte de calidad” del paquete de inversión, agravando aún más el problema, lo que dejó sin fondos y provocó la quiebra de numerosas entidades financieras alrededor del mundo. (Alegría, 2013).

---

<sup>13</sup> Bolsa de valores de Nueva York.

<sup>14</sup> Calificación crediticia de largo plazo de la calidad de inversión de un instrumento.

## **4.2 Implementación del Modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility y Cronología de la Crisis Financiera del 2008**

Dentro de este capítulo, con un contexto económico-financiero ya establecido, se desarrollará cronológicamente el acontecer de la Crisis Financiera del 2008, enfatizando en el caso del Corporativo Citigroup para el cual se abordará toda la dinámica que implica la implementación del modelo, más aún las estimaciones y pronósticos serán enriquecidos y acompañados de continuos análisis económicos derivados de las noticias contenidas en la cronología.

En la dinámica, como ya se sabe, el modelo está sustentado en supuestos, donde el más importante sin duda es el supuesto de normalidad, para el cual quedará dentro de los alcances de este trabajo el hacer una revisión de la racionalidad de uso del mismo, así como de algunos otros con el objetivo de medir el riesgo modelo.

La prueba estadística de mayor potencia en datos sin agrupar para verificar normalidad es la prueba de Lilliefors. La prueba de Lilliefors a grandes rasgos, estima la función de distribución empírica de la muestra y toma como su estadístico al supremo de las distancias absolutas de la función de distribución empírica respecto a la función de distribución de la normal para cada elemento de la muestra.

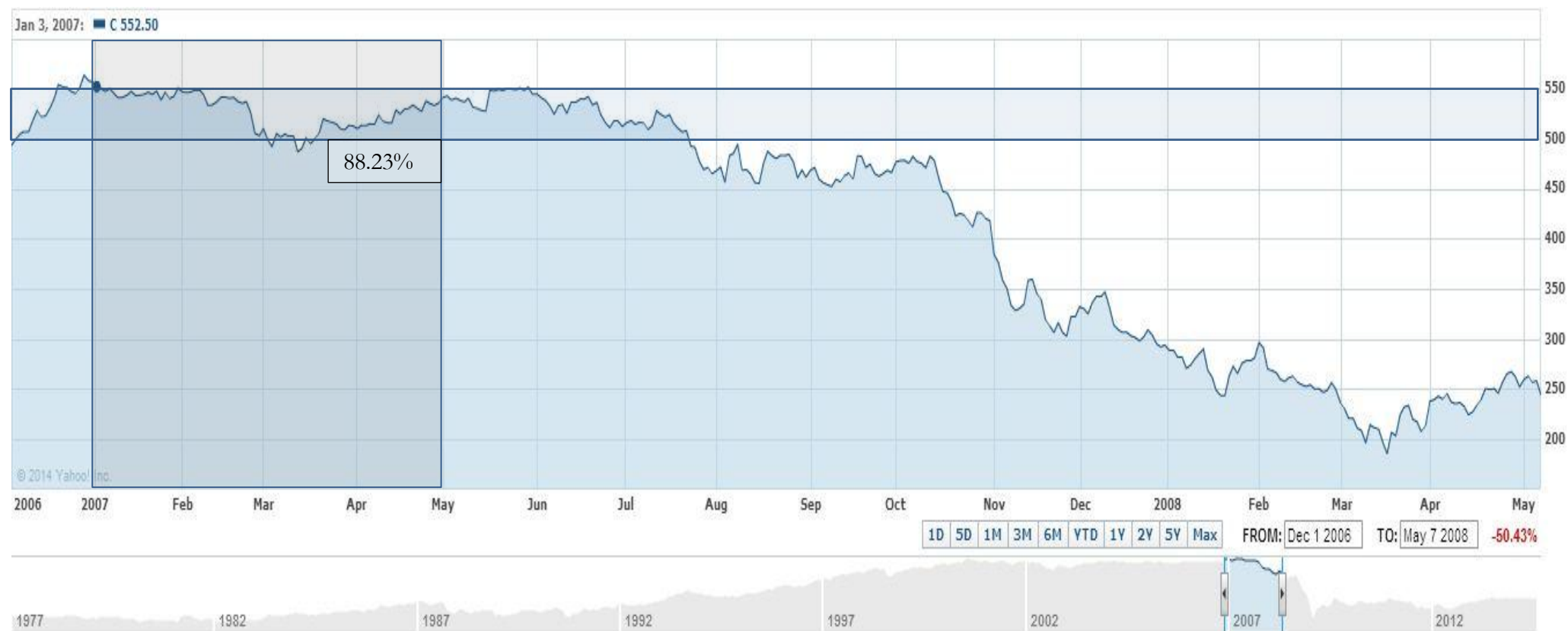
Posteriormente, en el mismo rubro, se realizará un ajuste a la distribución empírica a través de una distribución normal, esto con objeto de revisar fenómenos como el de colas pesadas y sesgo. Para terminar con la revisión de las escalas de forma de la distribución empírica de los rendimientos, para hacer notar el comportamiento de caminatas aleatorias que debiese tenerse.

Es importante este primer y más sencillo ejemplo, pues los datos provienen de condiciones normales (sin crisis).

Los precios de las acciones para el Corporativo Citigroup entre el 3 de enero del 2007 y el 31 de mayo del 2007 tienen el comportamiento que la gráfica 3 muestra a continuación.

En la gráfica, para el primer horizonte se puede apreciar una estabilidad en los precios, es una estabilidad sostenida por la solvencia del banco, la tranquilidad y confianza de los mercados como anteriormente se dijo. El 88.23% de los precios para este horizonte se acotan entre las cotizaciones de US\$ 50 a US\$ 55.

**Gráfica 3:** Precios Históricos del 3 de enero del 2007 al 31 de mayo del 2007 de las Acciones del Corporativo Citigroup.



**Fuente:** Cuadro interactivo de Yahoo Finance y modificaciones propias. <http://finance.yahoo.com/echarts?s=C+Interactive#symbol=C;range=1d>.



Ahora se obtienen los rendimientos de cada intervalo de tiempo de la siguiente manera:

$$r_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad \text{donde } P_t \text{ es el precio de la acción al tiempo } t.$$

El análisis será dividido en horizontes de tiempo. El primer horizonte, comprendido entre el 3 de enero del 2007 y 31 de mayo del 2007, es caracterizado por elevadas cotizaciones en los precios del Corporativo Citigroup, estabilidad y confianza por parte de los operadores de mercado, se vivía en momentos “normales” para el corporativo.

Iniciando con los previos a la implementación en este horizonte, se asienta la prueba de Lilliefors.

<b>Hipótesis a probar:</b>	
$H_0$ : Los rendimientos tienen distribución normal, con media y varianza no especificadas.	
Contra:	
$H_1$ : Los rendimientos no tienen distribución normal.	
<b>Resultados de la prueba Lilliefors</b>	<b>RENDIMIENTOS</b> CITIGROUP INC. 03ENE07-31MAY07
Tamaño de la muestra	103
Media de la muestra	-0.00013
Desviación estándar de la muestra	0.01118
<b>Estadístico de la prueba</b>	<b>0.0944</b>
CVal (15% nivel significancia)	<b>0.0758</b>
CVal (10% nivel significancia)	<b>0.0801</b>
CVal (5% nivel significancia)	<b>0.0876</b>
CVal (2,5% nivel significancia)	<b>0.0934</b>
<b>CVal (1% nivel significancia)</b>	<b>0.1280</b>

**Tabla 1:** Prueba de Lilliefors para los rendimientos de Citigroup

**Estadística de Prueba:**

$$L_n = \text{Sup}_x |S_n(x) - F(x)|$$

donde  $S_n(x) = \frac{\text{núm. de val. muestrales } \leq x}{n}$

y  $F(x)$  es la f.d.p Normal.

**Regla de decisión:** Se rechaza  $H_0$  al nivel de significancia  $\alpha$  si  $L_n$  excede el cuantil  $1 - \alpha$  de la distribución de  $L_n$ , esto es, si:  $L_n > w_{1-\alpha}$

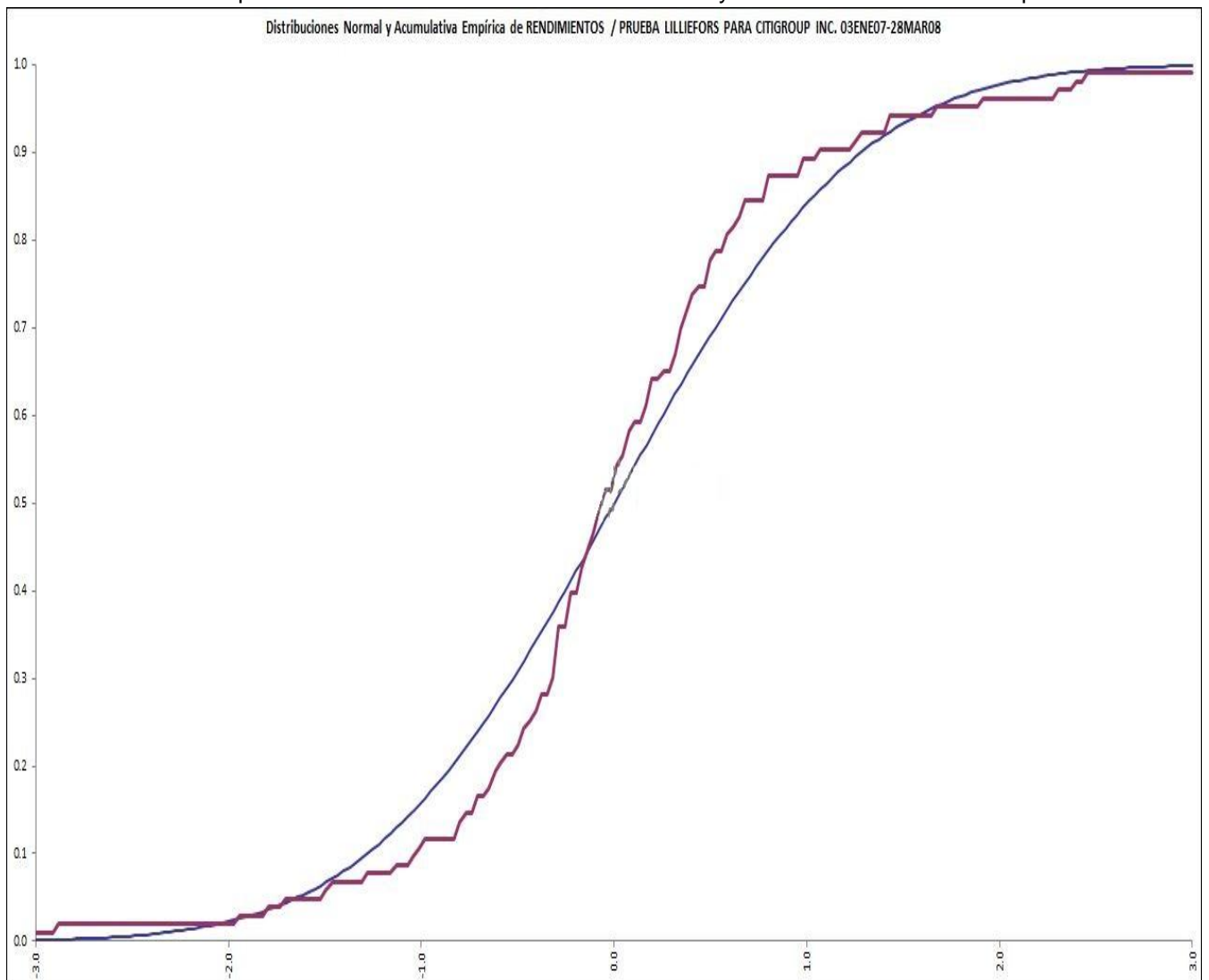
**Fuente:** Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

Los resultados de la prueba de Lilliefors se muestran en la tabla 1, donde el supremo de las diferencias absolutas entre la distribución empírica y la distribución normal para cada rendimiento (estadístico de prueba) es de 0.0944, que comparado con el valor crítico a distintos niveles de confianza solamente se posiciona por debajo del valor crítico con un 1% de nivel de significancia.

Por lo tanto, se acepta la hipótesis de normalidad ( $H_0$ ) y se sustenta con esto el supuesto a un nivel de significancia  $\alpha = 1\%$  para el horizonte de tiempo en cuestión, recordando que es un horizonte sin crisis y con datos como normalmente presenta el mercado.

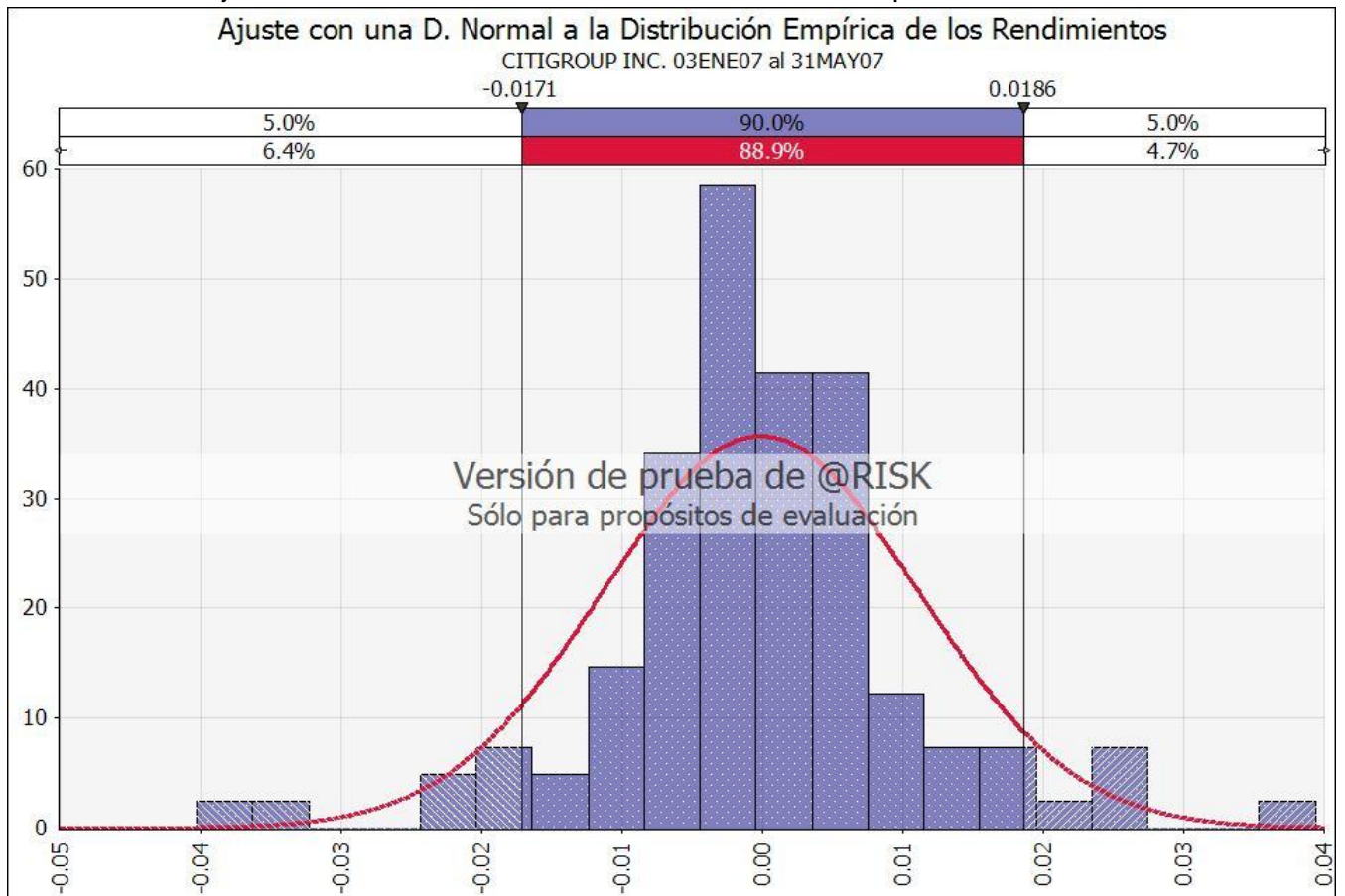
A continuación se muestra: la función de distribución empírica,  $S_n(x)$ , como estimador de la distribución normal, esta función como estimador siempre será insesgada y consistente; y en la siguiente gráfica se muestra un ajuste mediante una distribución normal a los rendimientos, en el cual se hacen visibles las colas pesadas.

**Gráfica 4:** Sobre posición de la Función de Distribución Normal y Función de Distribución Empírica.



**Fuente:** Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

**Gráfica 5:** Ajuste con una distribución normal a la distribución empírica de los rendimientos.



**Fuente:** Lozoya Arzate Gerardo. (2014) Elaboración propia mediante la implementación del software StatTools 6 sobre los rendimientos entre el 3 de enero del 2007 y el 31 de mayo del 2007 de la Corporación Citigroup.

Para formalizar se estiman todas las escalas de forma:

**Tabla 2:** Escalas de Forma con redondeo a quinto término.

RENDIMIENTOS	
CITIGROUP INC. 03ENE07-31MAY07	
Resumen de una variable	
Media	-0.00013
<b>Varianza</b>	<b>0.00013</b>
<b>Desviación estándar</b>	<b>0.01118</b>
Asimetría	0.0519
Curtosis	5.9576
Mediana	-0.00097
Desviación absoluta de la media	0.00772
Moda	0.00000
Mínimo	-0.04028
Máximo	0.03937
Rango	0.07966
Cuenta	103
Suma	-0.01385
1er cuartil	-0.00528
3er cuartil	0.00510

La media está sesgada muy ligeramente a la parte negativa por lo que se apega demasiado al cero, lo anterior es consistente con el supuesto que afirma que los rendimientos siguen el comportamiento de una caminata aleatoria.

Dentro del primer horizonte se adelantaba que no habría grandes variaciones en los precios, pues el auge económico de la empresa imprimía confianza en sus cotizaciones. La varianza es muy baja, lo cual refiere a una constancia en el comportamiento.

**Fuente:** Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

El coeficiente de asimetría o sesgo de Fisher es consistente con el supuesto de normalidad (coeficiente cercano a cero) pues es apenas positivo, lo cual refiere que apenas existen menos datos en la parte derecha de la media y su cálculo está representado por la fórmula que se expresa al final de este párrafo.

El coeficiente de curtosis de Fisher es de 5.9576 (cuando el valor de 3 en el coeficiente caracteriza a la normal) representando que hay mayor concentración en la parte central de la distribución, es decir se clasifica como leptocúrtica de forma estricta y su cálculo fue realizado con la fórmula que a continuación se expresa.

$$\text{Coeficiente de Asimetría de Fisher: } C_A = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{i-1,i} - \bar{r})^3}{n\sigma^3}$$

$$\text{Coeficiente de Curtosis de Fisher: } C_C = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{i-1,i} - \bar{r})^4}{n\sigma^4}$$

En resumen, la prueba de Lilliefors con un nivel de significancia de 1% apenas aceptó el supuesto de normalidad, el ajuste a la distribución evidenció las colas pesadas de los rendimientos y en las escalas de forma destacó el nivel de curtosis. Es esencial, tener en consideración todo lo anterior.

En la tabla 2 entre las escalas de forma ya se calculó la desviación estándar para el horizonte de 5 meses con periodicidad diaria, ahora se implementará el modelo Exponential Smoothing - RiskMetrics™ Volatility para la estimación de la volatilidad condicional por periodo, que en este caso serán periodos diarios

El horizonte cuenta con una serie de 103 precios de cierre y 102 rendimientos, mismos que se elevan al cuadrado y se introducen al siguiente modelo:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda)[r_{t-1,t}^2 + \lambda r_{t-2,t-1}^2 + \lambda^2 r_{t-3,t-2}^2 + \dots + \lambda^{t-2} r_{1,2}^2 + \lambda^{t-1} r_{0,1}^2]$$

Se estiman las volatilidades hasta el periodo 102 (31/05/07), pues tenemos 102 rendimientos a considerar en enero. La mecánica de forma explícita es la siguiente:

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= (1 - \lambda)[r_{0,1}^2] \\ \sigma_2^2 &= (1 - \lambda)[r_{1,2}^2 + \lambda r_{0,1}^2] \\ \sigma_3^2 &= (1 - \lambda)[r_{2,3}^2 + \lambda r_{1,2}^2 + \lambda^2 r_{0,1}^2] \\ &\vdots \\ \sigma_t^2 &= (1 - \lambda)[r_{t-1,t}^2 + \lambda r_{t-2,t-1}^2 + \lambda^2 r_{t-3,t-2}^2 + \dots + \lambda^m r_{t-m-1,t-m}^2 + \lambda^{m+1} r_{t-m-2,t-m-1}^2 \\ &\quad + \dots + \lambda^{t-2} r_{1,2}^2 + \lambda^{t-1} r_{0,1}^2] \end{aligned}$$

$$\sigma_{t+1}^2 = (1 - \lambda)[r_{t,t+1}^2 + \lambda r_{t-1,t}^2 + \lambda^2 r_{t-2,t-1}^2 + \dots + \lambda^m r_{t-m,t-m+1}^2 + \lambda^{m+1} r_{t-m-1,t-m}^2 + \dots + \lambda^{t-1} r_{1,2}^2 + \lambda^t r_{0,1}^2]$$

⋮

$$\sigma_{102}^2 = (1 - \lambda)[r_{101,102}^2 + \lambda r_{100,101}^2 + \lambda^2 r_{99,100}^2 + \dots + \lambda^{51} r_{50,51}^2 + \lambda^{52} r_{49,50}^2 + \dots + \lambda^{100} r_{1,2}^2 + \lambda^{101} r_{0,1}^2]$$

Para el siguiente periodo se tendría que pronosticar ingresando el nuevo rendimiento al cuadrado correspondiente al periodo siguiente.

$$\sigma_{103}^2 = (1 - \lambda)[r_{102,103}^2 + \lambda r_{101,102}^2 + \lambda^2 r_{100,101}^2 + \dots + \lambda^{51} r_{51,52}^2 + \lambda^{52} r_{50,51}^2 + \dots + \lambda^{101} r_{1,2}^2 + \lambda^{102} r_{0,1}^2]$$

Y así sucesivamente para todos los pronósticos posteriores.

Es claro el hecho de que es muy laborioso ir realizando estimación por estimación y después pronóstico por pronóstico mientras se van acumulando los rendimientos cuadráticos, pero ésta es la estructura de fondo de la ecuación recursiva del modelo y sirve para visualizar los cálculos sólo dentro de esta primera utilización del modelo.

El cálculo del parámetro óptimo ( $\lambda^{opt}$ ) a través del procedimiento de minimizar el Error Cuadrático Medio (ECM) es:

$$\lambda^{opt} = \min_{0 < \lambda < 1} \{ECM(\lambda)\} \quad \text{donde}$$

$$ECM(\lambda) = \frac{\sum_{t=0}^{101} \{(\sigma_t^2(\lambda) - r_{t,t+1}^2)^2\}}{101}$$

Para el cual resultaría en una locura el hacerlo con prueba y error sobre distintos valores reales entre cero y uno. Es por lo que también se utilizará el software PALISADE StatTools 6 al cual se le debe ingresar la serie de rendimientos cuadráticos, algunas especificaciones y ajustes.

El software se encargará de minimizar el ECM y así utilizar la  $\lambda^{opt}$  de la serie ingresada en las estimaciones de la volatilidad. En las siguientes tablas se observa el informe de resultados.

<b>Exponential Smoothing - RiskMetrics Volatility.</b>	
<i>Constante de estimación (Optimizado)</i>	
Nivel (Alfa)	0.063
$\lambda$	<b>0.937</b>

**Tabla 3:** Datos y estimaciones del modelo Exponential Smoothing - RiskMetrics Volatility para acciones de Citigroup Inc.

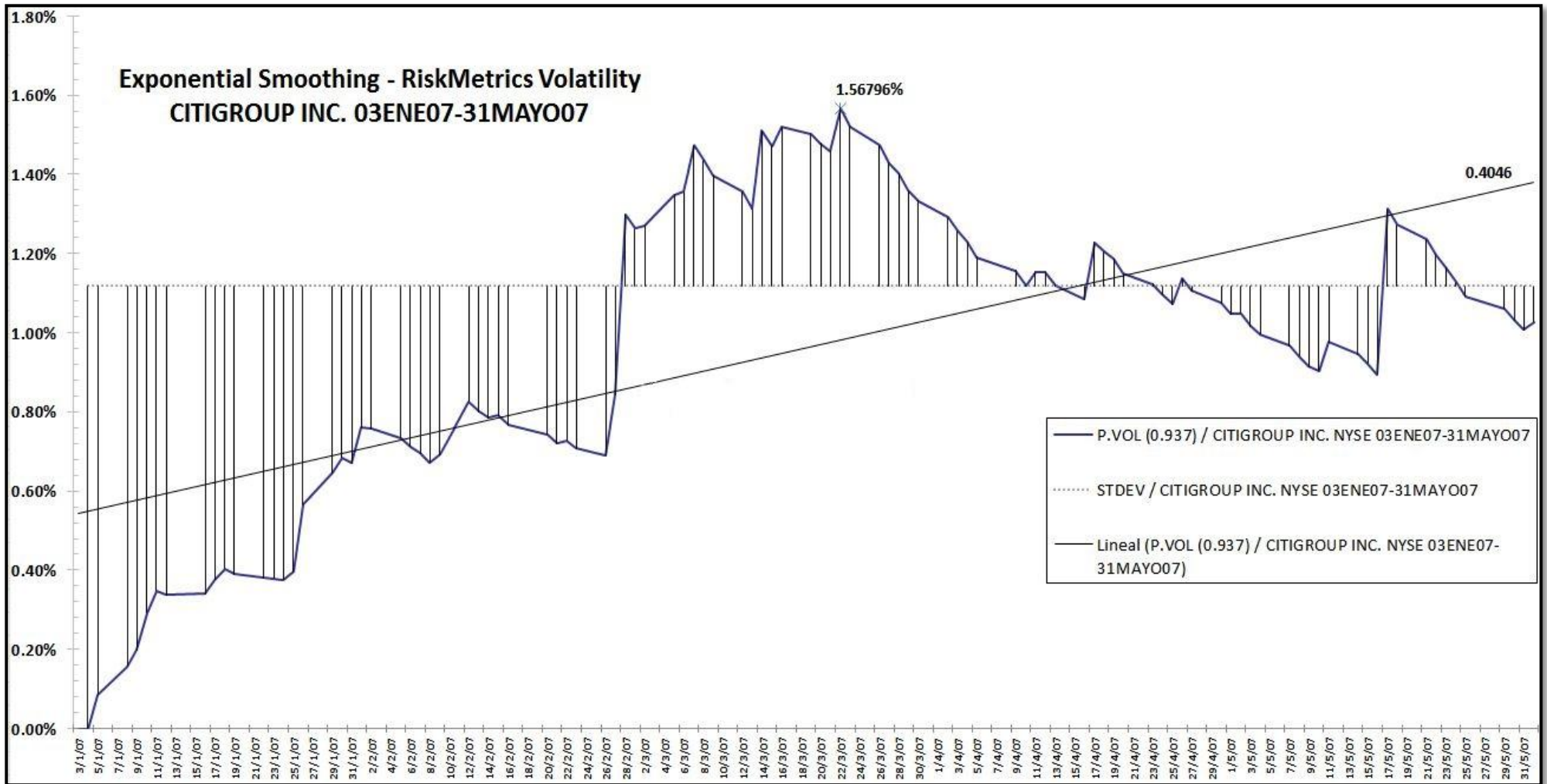
Obs	Fecha	P. Cierre(US\$)	Rendimientos	Rend. Cuad.	Varianza	P. VOL (0.937)
0	03/01/2007	\$55.25				
1	04/01/2007	\$55.06	-0.00344484	0.00001187		
2	05/01/2007	\$54.77	-0.00528090	0.00002789	0.00000075	<b>0.08644%</b>
3	08/01/2007	\$55.05	0.00509926	0.00002600	0.00000246	<b>0.15672%</b>
4	09/01/2007	\$54.57	-0.00875758	0.00007670	0.00000394	<b>0.19846%</b>
5	10/01/2007	\$54.13	-0.00809572	0.00006554	0.00000852	<b>0.29188%</b>
6	11/01/2007	\$54.17	0.00073869	0.00000055	0.00001211	<b>0.34799%</b>
7	12/01/2007	\$54.38	0.00386919	0.00001497	0.00001138	<b>0.33737%</b>
8	16/01/2007	\$54.77	0.00714616	0.00005107	0.00001161	<b>0.34070%</b>
9	17/01/2007	\$54.39	-0.00696229	0.00004847	0.00001409	<b>0.37540%</b>
10	18/01/2007	\$54.39	0.00000000	0.00000000	0.00001626	<b>0.40320%</b>
11	19/01/2007	\$54.50	0.00202039	0.00000408	0.00001523	<b>0.39030%</b>
69	13/04/2007	\$51.60	-0.00096852	0.00000094	0.00012533	<b>1.11953%</b>
70	16/04/2007	\$52.93	0.02544861	0.00064763	0.00011750	<b>1.08398%</b>
71	17/04/2007	\$52.53	-0.00758585	0.00005755	0.00015088	<b>1.22833%</b>
72	18/04/2007	\$52.99	0.00871878	0.00007602	0.00014500	<b>1.20417%</b>
73	19/04/2007	\$53.09	0.00188537	0.00000355	0.00014066	<b>1.18600%</b>
74	20/04/2007	\$53.42	0.00619662	0.00003840	0.00013203	<b>1.14903%</b>
75	23/04/2007	\$53.11	-0.00581997	0.00003387	0.00012613	<b>1.12309%</b>
76	24/04/2007	\$52.81	-0.00566467	0.00003209	0.00012032	<b>1.09692%</b>
77	25/04/2007	\$53.80	0.01857290	0.00034495	0.00011477	<b>1.07130%</b>
78	26/04/2007	\$53.56	-0.00447095	0.00001999	0.00012926	<b>1.13693%</b>
79	27/04/2007	\$53.37	-0.00355373	0.00001263	0.00012238	<b>1.10626%</b>
80	30/04/2007	\$53.62	0.00467334	0.00002184	0.00011547	<b>1.07457%</b>
81	01/05/2007	\$54.20	0.01075878	0.00011575	0.00010958	<b>1.04678%</b>
82	02/05/2007	\$54.30	0.00184332	0.00000340	0.00010996	<b>1.04864%</b>
83	03/05/2007	\$53.95	-0.00646654	0.00004182	0.00010325	<b>1.01614%</b>
84	04/05/2007	\$54.09	0.00259163	0.00000672	0.00009939	<b>0.99692%</b>
85	07/05/2007	\$53.88	-0.00388997	0.00001513	0.00009355	<b>0.96722%</b>
86	08/05/2007	\$53.72	-0.00297398	0.00000884	0.00008861	<b>0.94135%</b>
87	09/05/2007	\$54.12	0.00741843	0.00005503	0.00008359	<b>0.91428%</b>
88	10/05/2007	\$53.20	-0.01714541	0.00029396	0.00008179	<b>0.90439%</b>
89	11/05/2007	\$53.11	-0.00169316	0.00000287	0.00009515	<b>0.97546%</b>
90	14/05/2007	\$52.86	-0.00471833	0.00002226	0.00008934	<b>0.94521%</b>
91	15/05/2007	\$52.79	-0.00132513	0.00000176	0.00008512	<b>0.92259%</b>
92	16/05/2007	\$54.91	0.03937370	0.00155029	0.00007987	<b>0.89370%</b>
93	17/05/2007	\$54.80	-0.00200529	0.00000402	0.00017245	<b>1.31321%</b>
94	18/05/2007	\$55.00	0.00364299	0.00001327	0.00016185	<b>1.27219%</b>
95	21/05/2007	\$54.84	-0.00291333	0.00000849	0.00015249	<b>1.23488%</b>
96	22/05/2007	\$55.08	0.00436682	0.00001907	0.00014342	<b>1.19760%</b>
97	23/05/2007	\$55.01	-0.00127169	0.00000162	0.00013560	<b>1.16445%</b>
98	24/05/2007	\$54.93	-0.00145534	0.00000212	0.00012716	<b>1.12765%</b>
99	25/05/2007	\$55.12	0.00345298	0.00001192	0.00011929	<b>1.09218%</b>
100	29/05/2007	\$54.91	-0.00381715	0.00001457	0.00011253	<b>1.06078%</b>
101	30/05/2007	\$55.20	0.00526747	0.00002775	0.00010636	<b>1.03130%</b>
102	31/05/2007	\$54.49	-0.01294575	0.00016759	0.00010141	<b>1.00702%</b>
103	01/06/2007				<b>0.00010558</b>	<b>1.02750%</b>

**Nota:** El software hace uso del parámetro  $\alpha$ , el cual no es más que:  $\alpha = 1 - \lambda$ .

**Fuente:** Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

A continuación se grafican todas las volatilidades estimadas con el modelo y se sobrepone a la estimación anteriormente hecha de la desviación estándar como constante en todo el horizonte.

**Gráfica 6:** Volatilidades al cuadrado estimadas por el modelo Exponential Smoothing - RiskMetrics Volatility para las acciones de Citigroup Inc.



Fuente: Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

En la gráfica 6, se puede ver que la volatilidad condicional estimada tiene fluctuaciones que oscilan por arriba y por de debajo de la desviación estándar estimada (STDEV), estos son movimientos suavizados que actúan como resultado de la suma dentro del modelo donde a cada sumando se le asigna cierto peso de relevancia el cual está asociado al parámetro. La línea de tendencia de las estimaciones (0.4046) está lejos de ser la horizontal, dibujando una creciente pronunciada en las estimaciones.

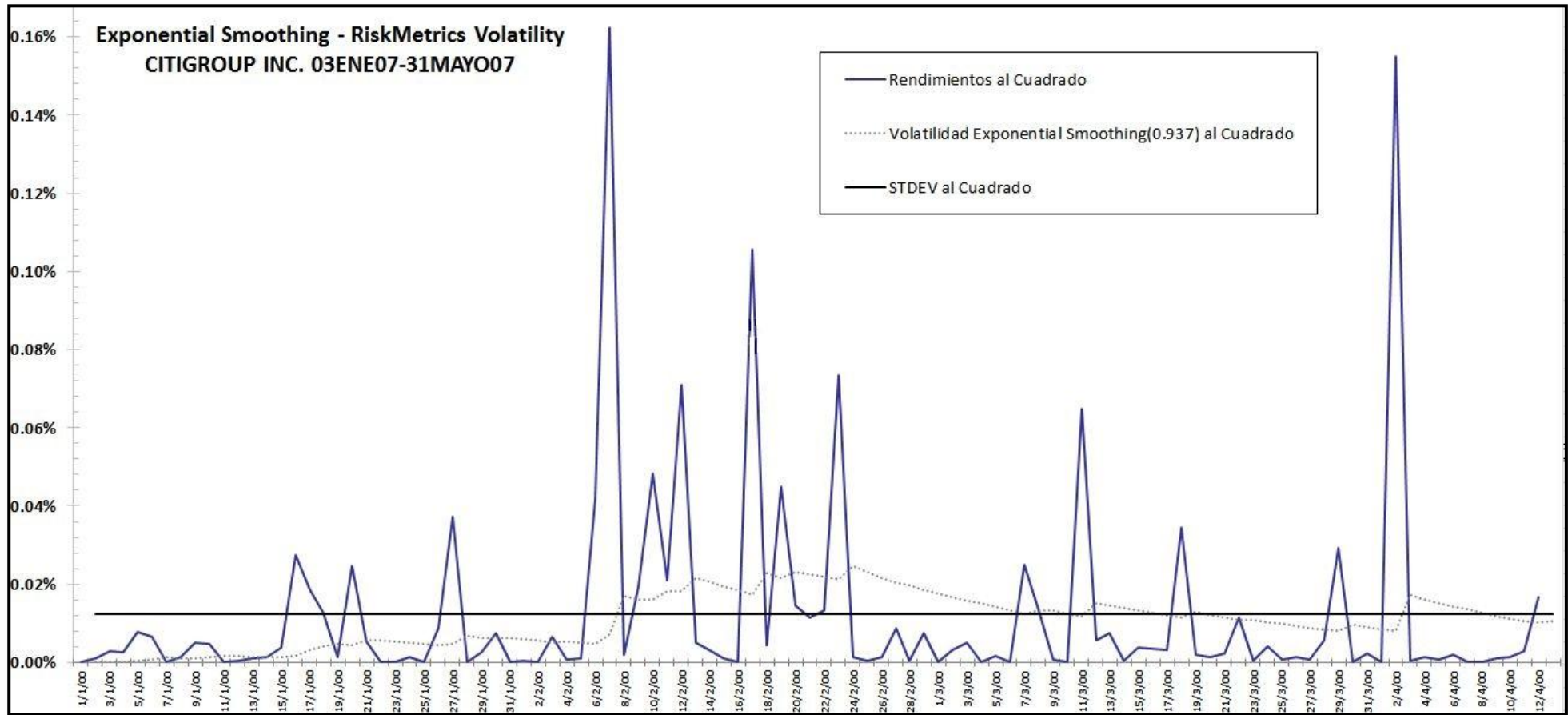
En la gráfica 7, que se presenta en la siguiente página, se grafican los rendimientos al cuadrado, la volatilidad estimada al cuadrado y la desviación estándar estimada al cuadrado. Se intenta visualizar y justificar los movimientos que se van estimando. Iniciando el análisis, la  $\lambda^{opt}$ , estimada por el software mediante un proceso iterativo basado en la prueba y el error, es cercana a 1, pero como se mencionó en el capítulo tercero, las  $\lambda^{opt}$ 's para el mercado de capitales tienden a estar entre 0.9 y 1, en consideración de esto, esta  $\lambda^{opt}$  es grande para el modelo, pero mediana (dentro del 33.3% central de las  $\lambda^{opt}$ 's en esta nueva escala) para las series de rendimientos cuadrados de los mercados de capitales.

Del primero de enero al 4 de febrero, se registró una temporada de mucha calma donde las estimaciones estuvieron por debajo de STDEV, posteriormente, hubo una serie de agitaciones en los rendimientos, que fueron seguidos de una forma muy conservativa por las estimaciones, para posteriormente, regularse y terminar por apegar las estimaciones a la STDEV. En cifras, el promedio de las estimaciones fue de 0.9821% y la STDEV=1.118%, hubo una diferencia de 0.1358% la cual no representa gran diferencia, el apego de estos promedios es debido a las condiciones “normales” de este primer horizonte a considerar. Usualmente, las estimaciones y más adelante los pronósticos de las volatilidades son empleados para operar instrumentos financieros.

Para este primer ejemplo no se hablará de ajustes pues no se cuenta con información relevante ni la necesidad de realizarlo pero más adelante se pondrá en práctica.



Gráfica 7: Visualización del Comportamiento del Modelo ante Movimientos en los Rendimientos Cuadráticos.



Fuente: Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

Continuando con la cronología que enmarcará y proveerá de análisis al siguiente ejemplo...

Como se mencionó, desde el momento en que se otorgaron los créditos hipotecarios subprime, el número de deudores iba en aumento conforme trascurría el tiempo y esto iba disminuyendo el capital que entraba a las entidades financieras con el cual otorgaban préstamos, lo que provocó el encarecimiento paulatino de los préstamos por falta de liquidez y además la falta de pago fue generando cada vez más decomisos hipotecarios.

Para abril del 2007 más de 20 financieras especializadas en hipotecas de alto riesgo, ya estaban experimentando dificultades durante los últimos meses y la más importante de ellas, New Century Financial Corporation, se vio forzada a pedir protección por bancarrota.

En junio del 2007, el banco de inversión Bear Stearns, uno de los más importantes bancos de inversión de EE.UU., salvó a dos de sus *hedge funds* que apostaron con fuerza en el mercado hipotecario de alto riesgo.

Para julio del 2007, el presidente de la FED Ben Bernanke advirtió que la crisis en el mercado de las hipotecas subprime podría hacer descarrilar la economía estadounidense, como consecuencia de los momentos de tensión que se estaban viviendo, el banco de inversión Bear Stearns, comenzó a mostrar los impactos de la crisis hipotecaria e impidió retiros en efectivo de un *hedge fund*.

A partir de estos momentos, los principales bancos comenzaron sus propias maniobras financieras y de imagen para evitar la crisis.

El primero de agosto del 2007 el Secretario del Tesoro estadounidense, Henry Paulson, trató de calmar la tensión de los mercados y dijo que los problemas del sector hipotecario de alto riesgo estaban bastante contenidos.

El 9 de agosto del 2007, el Banco Central Europeo inyectó a su mercado US\$ 120,000 millones como maniobra para calmar los temores sobre una reducción en los créditos, 4 días después la FED inyectó US\$ 2,000 millones, el Banco Central Europeo US\$ 65,000 millones y el Banco Central de Japón otros US\$ 5,000 para el mercado japonés, estas inyecciones de capital fueron parte de una maniobra para evitar un "lunes negro" que diera inicio a un desplome en los mercados.

Para septiembre del 2007 mientras en EE.UU. el secretario del tesoro aseguraba sin fundamentos que la economía estaba fuerte y que la perspectiva en general era positiva, esto como uno de los últimos recursos para calmar la tensión, en Europa el Banco de Industria Alemán (IKB) ya preveía pérdidas de US\$ 1,000 millones, el Banco Northern Rock, uno de los mayores prestamistas de dinero para hipotecas en Inglaterra pidió apoyo financiero al Banco de Inglaterra, al saberse esta noticia los clientes del Northern Rock abarrotaron las sucursales para retirar sus ahorros, éstos surgieron como unos de los primeros afectados del otro lado del Atlántico.

Ya se sabía que los paquetes de inversión donde habían metido a las hipotecas subprime estaban esparcidos por todo el mundo, sólo era cuestión de tiempo para que la afectación fuera proporcionalmente al grado de inversión realizada en estos paquetes.

El día 18 de septiembre del 2007, cuando por primera vez en 4 años, la FED redujo las tasas de interés en medio punto porcentual, en otro intento por controlar el nerviosismo que había ocasionado la crisis en el mercado hipotecario: la tasa interbancaria diaria bajó a 4.75%, desde 5.25%.

Los mercados no tardaron en festejar la noticia con alzas en los principales índices bursátiles, pero no sólo se trataba de dar alegría a los mercados, al abaratar el costo del crédito, la FED esperaba estimular el mercado de viviendas donde ya había un récord de incumplimiento en los pagos y analistas aplaudieron ésta decisión pues creían era para ayudar a impedir algunos de los efectos adversos sobre la economía en general, la medida también buscó la entrada de liquidez en el sistema financiero.

Después de éste respiro alarmaba que un sin número de pequeños indicadores comenzaban a mostrar una desaceleración de la economía: por ejemplo, menos compras de autos.

Después del recorte de tasas, el cual no ocurría desde hace 4 años, el 18 de septiembre Tim Evans Analista de Citigroup Futures Research dijo a la agencia de noticias Reuters: “Esto confirma que la economía estadounidense es frágil” y señaló: “Los intentos de evitar una recesión total mediante el recorte de las tasas de interés pueden o no tener éxito, pero muestran que la FED está considerando seriamente la posibilidad de una recesión”.

Para el 20 de septiembre, 2 días después del recorte de tasas, ya se calculaban pérdidas superiores a los pronósticos más pesimistas y en cada uno de los dos primeros trimestres del año 2007 se llevaron a cabo unos 320,000 embargos frente a

la media de los últimos seis años de 225,000 ejecuciones hipotecarias por trimestre. No solamente los números eran alarmantes, también se tenía un registro de que la mitad de los propietarios que recibían notificaciones de embargo terminaban perdiendo sus casas, por lo que Bernanke seguía pronosticando un incremento en la morosidad y en el procesos de embargo.

**Gráfica 8:** Precios y Volúmenes Históricos de las Acciones de Citigroup Inc.



**Fuente:** Cuadro interactivo de Yahoo Finance y modificaciones propias.

<http://finance.yahoo.com/echarts?s=C+Interactive#symbol=C;range=1d>.

La gráfica anterior muestra los precios y volúmenes de las acciones de Citigroup Inc. durante buena parte de la crisis, el verlo de forma gráfica soportará el siguiente análisis. Como primera instancia en la gráfica, donde está marcado, se puede apreciar el alza generalizada al momento de recortar la tasa de interés de la FED, además es de notarse, que los precios siguieron un escalonamiento, el primero de abril hasta mediados de julio donde el precio de las acciones recaían entre los US\$ 55 y US\$ 50, el segundo, después de mediados de julio hasta mediados de octubre, donde los precios cotizaban entre los US\$ 50 y US\$ 45. Estos escalonamientos tenían un incremento en la volatilidad percibida por escalón.

Es de gran importancia para el banco poder pronosticar las volatilidades futuras dada la tensión vivida en los mercados, sabiendo que la tensión en los mercados era aportada por acciones y anuncios que dentro de esta economía los “entes” participantes realizaban.

Por lo anterior era de suma importancia considerar un análisis económico dentro del pronóstico de las volatilidades, es decir, incluir en el modelo la tensión y demás factores previstos en los mercados.

Como ya se explicó en el capítulo tercero, donde se revisaron los modelos, el modelo Exponential Smoothing - RiskMetrics™ Volatility cuenta con un solo parámetro ( $\lambda$ ), que también sirve como un “timón de maniobra”, el cual debe modificarse según el análisis económico, más aún, se puede estresar el parámetro para analizar las sensibilidades del pronóstico.

De inicio se calcula el riesgo modelo como en el ejemplo anterior y posteriormente el pronóstico *benchmark*, es decir, aquel pronóstico que solamente considera los datos de mercados y que mediante la minimización del ECM encontrará el parámetro óptimo. El pronóstico *benchmark* servirá de referencia al momento de estresar el parámetro. La prueba de Lilliefors arrojó los siguientes resultados:

**Hipótesis a probar:**

$H_0$ : Los rendimientos tienen distribución normal, con media y varianza no especificadas.

Contra:

$H_1$ : Los rendimientos no tienen distribución normal.

**Tabla 4:**  
Prueba de Lilliefors para los rendimientos de Citigroup.

RENDIMIENTOS	
<i>Resultados de la prueba Lilliefors</i> PRUEBA LILLIEFORS PARA CITIGROUP INC. 03ENE07-03OCT07	
Tamaño de la muestra	190
Media de la muestra	-0.00075
Desviación estándar de la muestra	0.01411
<b>Estadístico de la prueba</b>	<b>0.1090</b>
CVal (15% nivel significancia)	<b>0.0560</b>
CVal (10% nivel significancia)	<b>0.0592</b>
CVal (5% nivel significancia)	<b>0.0647</b>
CVal (2,5% nivel significancia)	<b>0.0690</b>
CVal (1% nivel significancia)	<b>0.0945</b>

**Estadística de Prueba:**

$$L_n = \text{Sup}_x |S_n(x) - F(x)|$$

donde  $S_n(x) = \frac{\text{núm. de val. muestrales} \leq x}{n}$

y  $F(x)$  es la f.d.p Normal.

**Regla de decisión:** Se rechaza  $H_0$  al nivel de significancia  $\alpha$  si  $L_n$  excede el cuantil  $1 - \alpha$  de la distribución de  $L_n$ , esto es, si:  $L_n > w_{1-\alpha}$

**Fuente:** Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6

El estadístico de prueba en este caso está por encima de todos los valores críticos, por lo tanto para este horizonte de tiempo se rechaza la prueba de normalidad, y con esto basta para asegurar que existe un riesgo modelo elevado para algunas periodicidades.

Como medida, el siguiente ejemplo deberá ser tratado exclusivamente con el uso de los rendimientos de forma diaria para que de esta forma disminuyan las diferencias con respecto a la normal.

Ahora sí, se cuentan con datos desde el 3 de enero del 2007 hasta el 3 de octubre del 2007 de forma diaria, estos son 190 cotizaciones de cierre diarias y 189 rendimientos cuadráticos. Estos datos van a ser ingresados, como en el ejemplo anterior, para que el modelo inicie estimando la volatilidad desde la segunda observación (el segundo rendimiento) y de esa forma va a ir calculando observación tras observación un nivel de volatilidad, el cual al llegar al 3 de octubre (observación 189), para pronosticar el nivel de volatilidad del siguiente día (4 de octubre del 2007), estará considerando todos los datos ingresados pues ya no se cuentan hasta ese día con más datos de mercado.

Entonces, para el 3 de octubre del 2007 se hace un pronóstico a 38<sup>15</sup> fechas más, es decir, un pronóstico donde cada previsión tiene el mismo conjunto de datos y la misma  $\lambda$ , por lo que toma el valor de una constante para cada pronóstico. La constante que pronostica las 38 fechas más, es el resultado de la suma de todos los rendimientos cuadráticos con sus respectivas ponderaciones establecidas por la  $\lambda$  óptima.

La implementación del modelo se muestra a continuación:

<b>Exponential Smoothing - RiskMetrics Volatility.</b>	
<i>Previsiones de uniformización exponencial simple de REND. AL CUAD.</i>	
<i>Constante de estimación (Optimizado)</i>	
Nivel (Alfa)	0.057
$\lambda$	0.943

<sup>15</sup> De preferencia, la cantidad de pronósticos no debe de exceder el 20% de la cantidad de datos usados. El 20% para el conjunto utilizado es de 38 pronósticos.

**Tabla 5:** Datos, Estimaciones y Pronósticos del Modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility para Acciones Citigroup Inc.

Obs.	Fecha	P. Cierre(US\$)	Rendimientos	Rend. Cuad.	Varianza	$\lambda$	P.VOL ( $\lambda$ VAR)	P.VOL ( $\lambda=0.943$ )
0	03/01/2007	\$55.25						
1	04/01/2007	\$55.06	-0.00344484	0.00001187				
2	05/01/2007	\$54.77	-0.00528090	0.00002789	0.00000068	0.943	<b>0.08259%</b>	<b>0.08259%</b>
3	08/01/2007	\$55.05	0.00509926	0.00002600	0.00000225	0.943	<b>0.14986%</b>	<b>0.14986%</b>
4	09/01/2007	\$54.57	-0.00875758	0.00007670	0.00000361	0.943	<b>0.19003%</b>	<b>0.19003%</b>
5	10/01/2007	\$54.13	-0.00809572	0.00006554	0.00000781	0.943	<b>0.27950%</b>	<b>0.27950%</b>
6	11/01/2007	\$54.17	0.00073869	0.00000055	0.00001113	0.943	<b>0.33361%</b>	<b>0.33361%</b>
7	12/01/2007	\$54.38	0.00386919	0.00001497	0.00001052	0.943	<b>0.32437%</b>	<b>0.32437%</b>
8	16/01/2007	\$54.77	0.00714616	0.00005107	0.00001078	0.943	<b>0.32829%</b>	<b>0.32829%</b>
190	04/10/2007	\$47.63	-0.00544390	0.00002964	0.00027820	0.943	<b>1.66794%</b>	<b>1.66794%</b>
191	05/10/2007	\$48.30	0.01396875	0.00019513	0.00026356	0.942	<b>1.62345%</b>	<b>1.66794%</b>
192	08/10/2007	\$47.80	-0.01040592	0.00010828	0.00026112	0.943	<b>1.61591%</b>	<b>1.66794%</b>
193	09/10/2007	\$47.62	-0.00377280	0.00001423	0.00025055	0.942	<b>1.58288%</b>	<b>1.66794%</b>
194	10/10/2007	\$47.14	-0.01013094	0.00010264	0.00024086	0.945	<b>1.55195%</b>	<b>1.66794%</b>
195	11/10/2007	\$48.32	0.02472366	0.00061126	0.00022939	0.942	<b>1.51456%</b>	<b>1.66794%</b>
196	12/10/2007	\$47.87	-0.00935655	0.00008755	0.00024832	0.939	<b>1.57582%</b>	<b>1.66794%</b>
197	15/10/2007	\$46.24	-0.03464378	0.00120019	0.00023930	0.94	<b>1.54693%</b>	<b>1.66794%</b>
198	16/10/2007	\$44.79	-0.03186032	0.00101508	0.00029892	0.951	<b>1.72894%</b>	<b>1.66794%</b>
199	17/10/2007	\$44.66	-0.00290665	0.00000845	0.00033406	0.951	<b>1.82774%</b>	<b>1.66794%</b>
200	18/10/2007	\$43.83	-0.01875973	0.00035193	0.00031905	0.946	<b>1.78620%</b>	<b>1.66794%</b>
201	19/10/2007	\$42.36	-0.03411399	0.00116376	0.00032073	0.946	<b>1.79089%</b>	<b>1.66794%</b>
202	22/10/2007	\$42.61	0.00588445	0.00003463	0.00036586	0.946	<b>1.91276%</b>	<b>1.66794%</b>
203	23/10/2007	\$42.44	-0.00399765	0.00001598	0.00034695	0.948	<b>1.86266%</b>	<b>1.66794%</b>
204	24/10/2007	\$41.82	-0.01471662	0.00021658	0.00032849	0.953	<b>1.81243%</b>	<b>1.66794%</b>
205	25/10/2007	\$41.23	-0.01420855	0.00020188	0.00032273	0.955	<b>1.79646%</b>	<b>1.66794%</b>
206	26/10/2007	\$42.63	0.03339208	0.00111503	0.00031581	0.962	<b>1.77711%</b>	<b>1.66794%</b>
207	29/10/2007	\$42.69	0.00140647	0.00000198	0.00034842	0.96	<b>1.86659%</b>	<b>1.66794%</b>
208	30/10/2007	\$42.11	-0.01367946	0.00018713	0.00033954	0.95	<b>1.84266%</b>	<b>1.66794%</b>
209	31/10/2007	\$41.90	-0.00499942	0.00002499	0.00032893	0.959	<b>1.81364%</b>	<b>1.66794%</b>
210	01/11/2007	\$38.51	-0.08436788	0.00711794	0.00031678	0.956	<b>1.77982%</b>	<b>1.66794%</b>
211	02/11/2007	\$37.73	-0.02046241	0.00041871	0.00065567	0.95	<b>2.56061%</b>	<b>1.66794%</b>
212	05/11/2007	\$35.90	-0.04971824	0.00247190	0.00061922	0.954	<b>2.48841%</b>	<b>1.66794%</b>
213	06/11/2007	\$35.08	-0.02310613	0.00053389	0.00099858	0.914	<b>3.16002%</b>	<b>1.66794%</b>
214	07/11/2007	\$33.41	-0.04877591	0.00237909	0.00088808	0.925	<b>2.98006%</b>	<b>1.66794%</b>
215	08/11/2007	\$32.90	-0.01538260	0.00023662	0.00117066	0.899	<b>3.42149%</b>	<b>1.66794%</b>
216	09/11/2007	\$33.10	0.00606062	0.00003673	0.00099266	0.917	<b>3.15065%</b>	<b>1.66794%</b>
217	12/11/2007	\$33.57	0.01409953	0.00019880	0.00085481	0.93	<b>2.92371%</b>	<b>1.66794%</b>
218	13/11/2007	\$35.90	0.06710448	0.00450301	0.00076788	0.94	<b>2.77106%</b>	<b>1.66794%</b>
219	14/11/2007	\$36.04	0.00389214	0.00001515	0.00118786	0.912	<b>3.44653%</b>	<b>1.66794%</b>
220	15/11/2007	\$34.58	-0.04135395	0.00171015	0.00102572	0.924	<b>3.20269%</b>	<b>1.66794%</b>
221	16/11/2007	\$34.00	-0.01691496	0.00028612	0.00110856	0.918	<b>3.32950%</b>	<b>1.66794%</b>
222	19/11/2007	\$32.00	-0.06062462	0.00367534	0.00101155	0.925	<b>3.18048%</b>	<b>1.66794%</b>
223	20/11/2007	\$31.40	-0.01892801	0.00035827	0.00129911	0.911	<b>3.60431%</b>	<b>1.66794%</b>
224	21/11/2007	\$30.73	-0.02156852	0.00046520	0.00118506	0.918	<b>3.44247%</b>	<b>1.66794%</b>
225	23/11/2007	\$31.70	0.03107730	0.00096580	0.00110763	0.923	<b>3.32811%</b>	<b>1.66794%</b>
226	26/11/2007	\$30.70	-0.03205403	0.00102746	0.00110202	0.921	<b>3.31966%</b>	<b>1.66794%</b>
227	27/11/2007	\$30.32			0.00116681	0.864	<b>3.41586%</b>	<b>1.66794%</b>

Fuente: Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6

En el recuadro sombreado de la tabla anterior, se enmarcan las 38 volatilidades pronosticadas desde el 3 de octubre. Se debe recordar que hasta aquí los pronósticos consideran únicamente los movimientos que tuvieron las cotizaciones desde enero, es decir, solamente los dos escalones con sus respectivas variaciones. (Véase la gráfica 8).

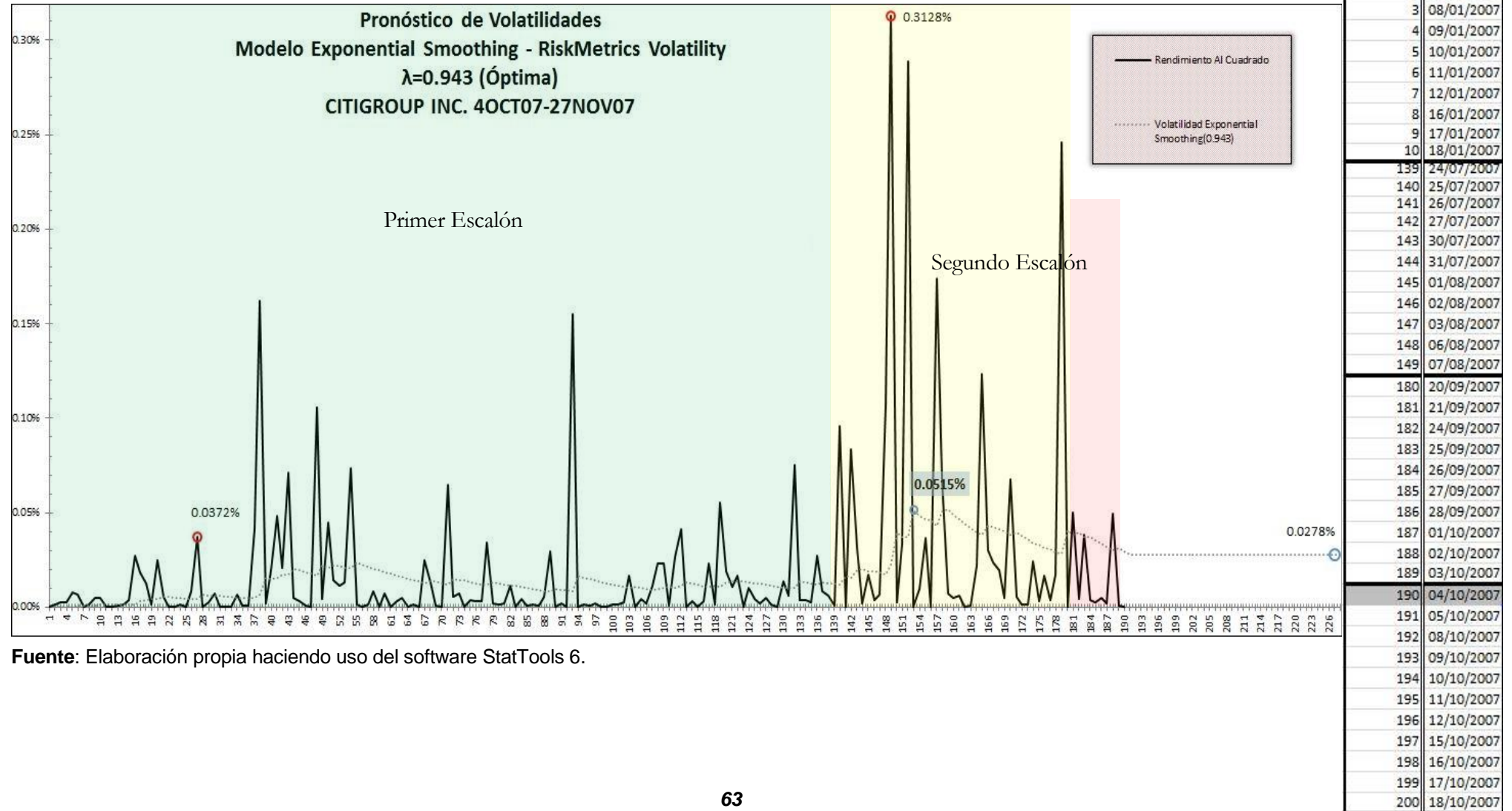
En la siguiente gráfica se hace notar que las estimaciones de la volatilidad al cuadrado iniciaron con valores menores a 0.03% esto está muy por debajo del segundo escalón, pues el año comenzó con una volatilidad muy estable, después sobre el mismo escalón, en la gráfica de las cotizaciones, se aprecian unas caídas que incrementaron las volatilidades.

Para agosto, al inicio del segundo escalón, se nota un incremento en la volatilidad debido a que hubo una alza generalizada donde se alcanzó un máximo de 0.3128% en los rendimientos al cuadrado.

Entre el 20 de septiembre y el 4 de octubre hay un decremento en la volatilidad que se desapega del comportamiento que venía dándose a lo largo del segundo escalón. Al existir este decremento de consideración, el modelo valiéndose del valor de su parámetro, va a darle mucha importancia o ponderación ( si el parámetro se moviera hacia el 0) y así disminuiría de forma muy precipitada la línea de estimaciones, o distribuiría la importancia asignada entre todas las demás (parámetro cercano a 1) y así suavizaría mucho la caída.



**Gráfica 9:** Estimación y Pronóstico de las Volatilidades al cuadrado con el Modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ con el Parámetro Optimizado ( $\lambda=0.943$ ) sobre los Rendimientos Cuadráticos de Citigroup Inc.

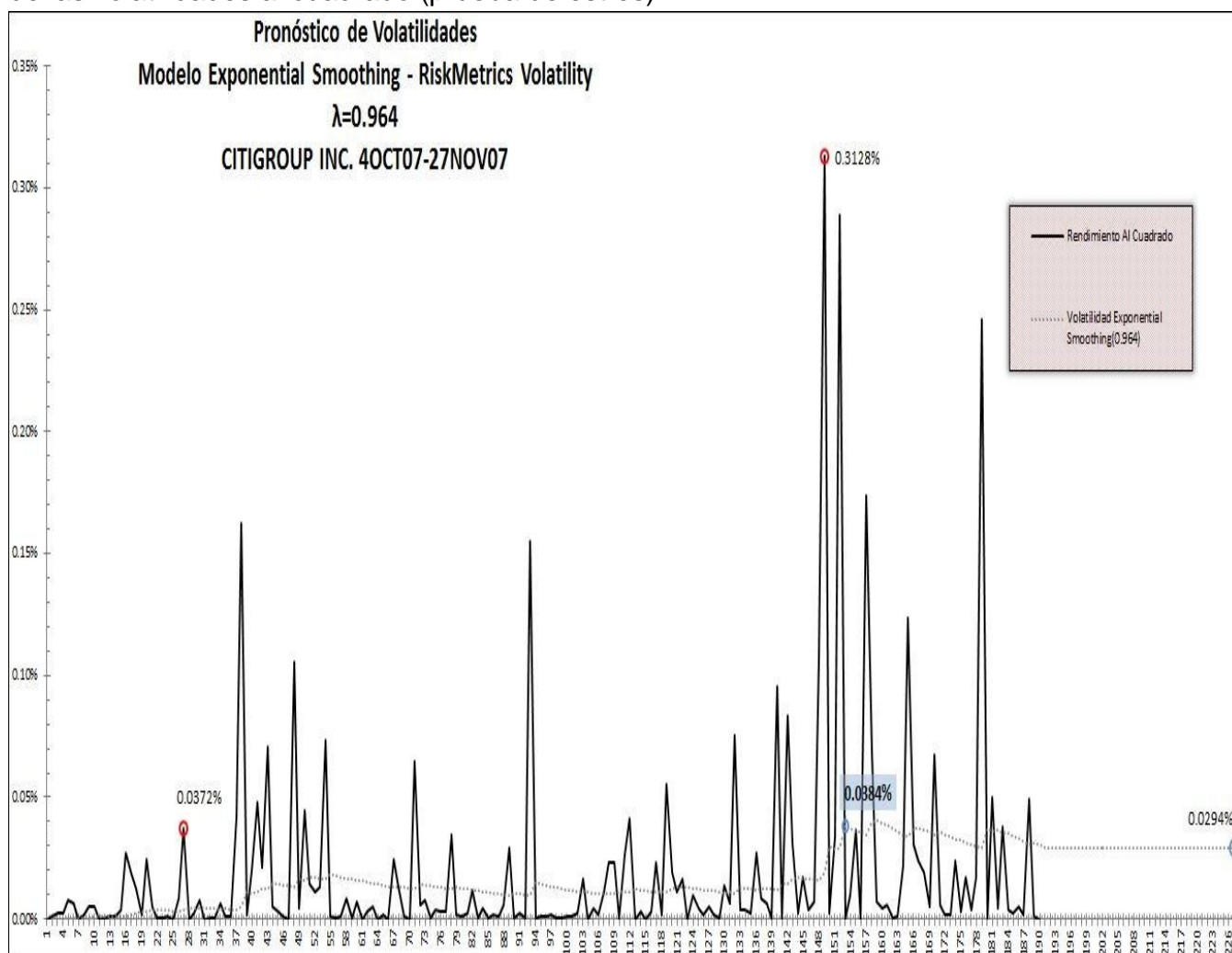


Fuente: Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

Ahora se estresará el parámetro de forma en que se vea más notoria la capacidad del mismo.

En la siguiente gráfica se suavizó la línea de estimaciones al incrementar el parámetro ( $\lambda=0.964$ ) de tal manera en que se obtuviera el máximo en el nivel de los pronósticos, 0.0294%. Es útil cuando se pretende ser conservador al pronosticar.

**Gráfica 10:** Se incrementó el parámetro hasta obtener el máximo en el nivel de los pronósticos de las volatilidades al cuadrado (prueba de estrés).



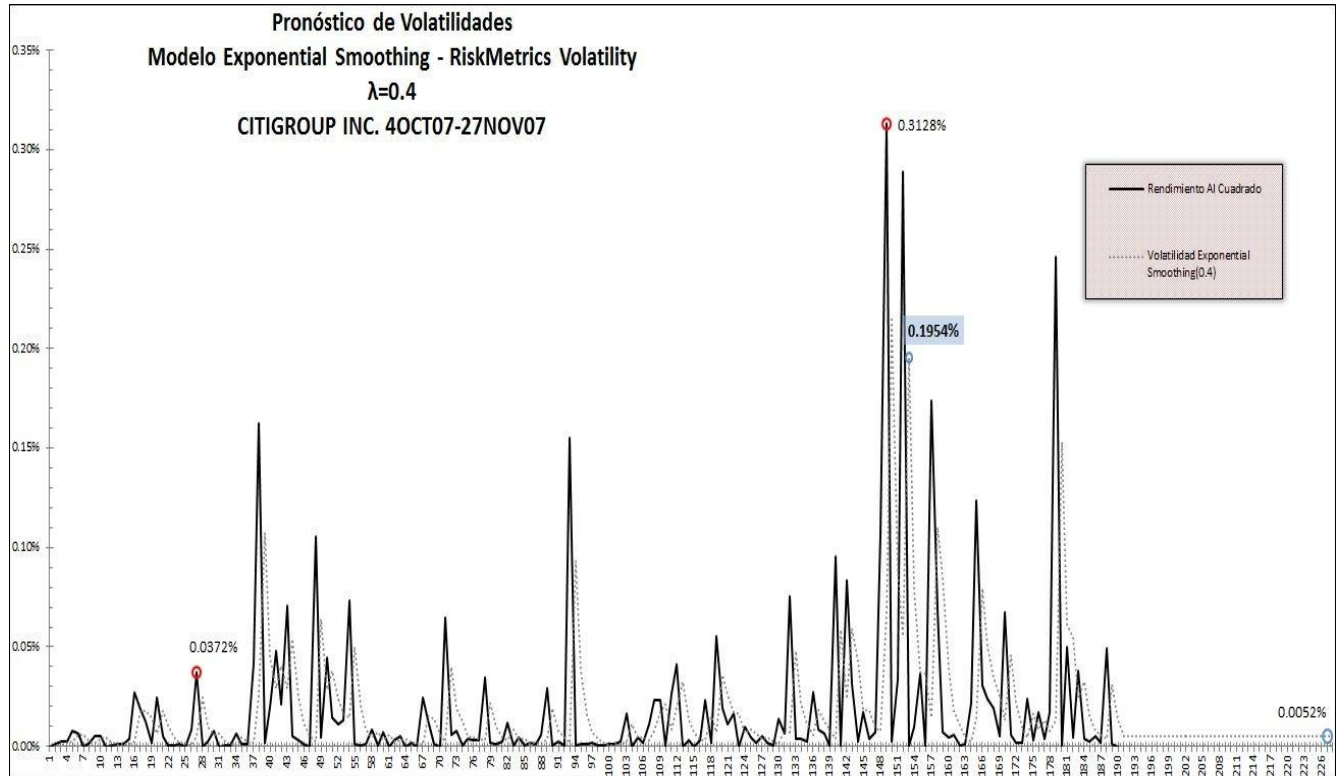
**Fuente:** Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

Ahora, en la siguiente gráfica se muestra el mismo modelo pero ahora con una disminución del parámetro ( $\lambda=0.4$ ), de esta forma las estimaciones se apegaron más a los “picos” (variaciones) de los rendimientos.

Es de mucha importancia el notar que los pronósticos cayeron 82.31% debido a que se le asignó una elevada ponderación (es muy cercano a cero respecto a la escala de

λ's del mercado de capitales) al periodo entre el 20 de septiembre y el 4 de octubre (observaciones 180-190) y estos son los datos más recientes y estuvieron fuertemente a la baja en el nivel de rendimientos al cuadrado.

**Gráfica 11:** Disminución del parámetro hasta apegar las estimaciones de la volatilidad al cuadrado con los rendimientos al cuadrado (prueba de estrés).



**Fuente:** Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

Con una visión más clara de la capacidad del parámetro, quedará a juicio profesional la modificación del mismo. Ahora se va a ingresar cierta percepción basada en fenómenos económicos que se deben traducir en un incremento o decremento del nivel en el que se encuentra el pronóstico *benchmark*.

Como en el segundo escalón se encontró una mayor variación, se puede pensar en asignar un mayor nivel de volatilidad al pronóstico debido a que es lógico pensar en que se continuará con esa tendencia, o podría pensarse que la disminución de última instancia continuará.

Además, de acuerdo al anuncio del analista de Citigroup Futures Research, Tim Evans, había muestras de escepticismo dentro del banco ante las acciones tomadas por la FED para evitar la recesión, sabían que la FED ya consideraba de forma seria una posible recesión y que la economía estadounidense se podría venir abajo con fragilidad.

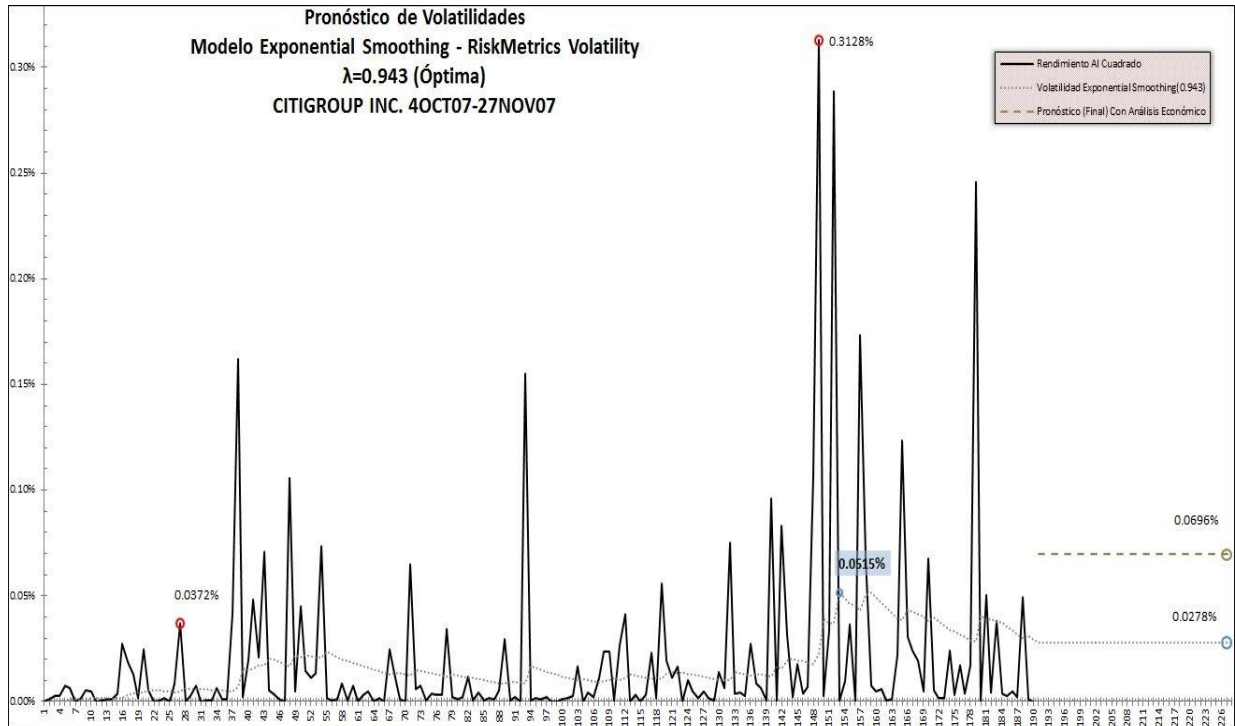
De lo anterior, financieramente, cuando hay nerviosismo y desconfianza en los mercados, los inversionistas cambian su inversión a sectores más confiables, dejan de invertir o retiran su dinero del mercado, esto se traduce en bajas de la cotización.

Económicamente es lógico pensar que en un marco de caídas, que tanto el gobierno como la FED implementarán recortes de la tasa de interés, inyecciones de capital para incentivar la liquidez y así el crédito, discursos y anuncios para tranquilizar los mercados e influir en la psicología del inversionista, entre otras acciones. Todo lo anterior con tal de incrementar la confianza, dar tranquilidad y aumentar las inversiones.

Entonces, de lo descrito en los anteriores párrafos se tiene el sustento para pensar que el incremento de la volatilidad será en proporción mayor al registrado como *benchmark*, podemos establecer proporciones a estos fenómenos económicos, proporciones que podrían verse enriquecidas en cuanto a criterio si pudieran ser asesoradas por un economista mediante un análisis económico formal.

En la siguiente gráfica se propone un pronóstico final de la volatilidad (situados el 3 de octubre) para los siguientes 38 periodos en base al pronóstico benchmark y a lo mencionado anteriormente.

**Gráfica 12:** Pronóstico de las volatilidades al cuadrado con  $\lambda_{opt}$  y ajuste económico.



**Fuente:** Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

A continuación se sigue con la crónica de la crisis.

Después de los primeros afectados en Europa, para el lunes primero de octubre el banco suizo UBS informó que se vería obligado a hacer una depreciación de sus activos por US\$ 3,400 millones como consecuencia de malos resultados en inversiones hechas en los créditos hipotecarios de riesgo en EE.UU., así mismo anunció la decisión de reemplazar a algunos de sus ejecutivos y recortar 1,500 puestos de trabajo, pero dejó en claro que la institución era lo suficientemente fuerte para hacer frente a la crisis. El director ejecutivo de UBS, Marcel Rohner, consideraba que su banco saldría de la crisis en 6 meses.

La situación en Europa ya se había convertido en una tormenta tanto para los bancos suizos como para los británicos y algunos bancos alemanes, como fue el caso del Deutsche Bank y el Banco de Industria Alemán (IKB) ya mencionado anteriormente.

En EE.UU. el precio de las viviendas había bajado de forma drástica para el tercer trimestre (al término de septiembre), ubicándose en el menor nivel en 21 años, por lo mismo durante el mes de octubre el gasto de construcción cayó bruscamente particularmente en el sector de la vivienda privada.

El 18 de octubre la cotización del dólar volvió a desplomarse a sus mínimos históricos contra el euro, ante renovados temores de una desaceleración en la economía de EE.UU. El desplome se produjo luego de que Bank of America, el segundo banco más importante de ese país, anunciara flojos resultados en su tercer trimestre, atribuidos en gran parte a las crecientes pérdidas de los segmentos de crédito.

El 31 de octubre del 2007 la FED volvió a rebajar la tasa de interés clave en un cuarto de punto porcentual, quedando en 4.5%. La medida no causó sorpresa, ya era esperada debido a que los mercados seguían muy tensos, pero la cantidad rebajada sí fue objeto de análisis pues el que haya sido esta vez de 0.25% lo rebajado quería decir que la FED estaba menos preocupada por una recesión.

La fundamentación de esta despreocupación de la FED estaba basada en que la economía estadounidense había crecido en el tercer trimestre a un ritmo de 3.9%, el cual fue su nivel más elevado en los últimos 12 meses. Esto les demostraba que por el momento no se había dado el contagio que tanto se temía. Pese a la caída de inversiones, consumo y construcciones de vivienda, otros sectores como el de consumo interno, las exportaciones y el gasto público, no habían decaído.

El 5 de noviembre del 2007 Citigroup anunció una caída del 57% en sus beneficios trimestrales, propiciada por las pérdidas en el mercado de los préstamos subprime, el mismo día el director de Citigroup, Charles Prince, con su posición debilitada debido a la magnitud de las pérdidas en el negocio de las hipotecas renunció a su cargo pues él mismo calificó como decepcionante al último trimestre incluso en el contexto de la crisis. Wachovia, la cuarta institución financiera en importancia de EE.UU., hizo sonar la alarma, al reportar pérdidas por US\$ 1,100 millones en octubre.

Para el 12 de noviembre los tres mayores bancos de EE.UU., Citigroup, Bank of America y JP Morgan Chase, llegaron a un acuerdo para crear un fondo de US\$ 80,000 millones entre ellos, y además de que estaría abierto a la participación de bancos extranjeros para intentar acumular US\$ 100,000 millones, los mismos que empezarían a funcionar a finales de diciembre, lo que permitiría aumentar la liquidez y garantizar la seguridad del mercado crediticio, esta noticia provocó un registro de alzas en los principales índices.

Los analistas se mostraron escépticos ante las potenciales ventajas de este esquema de respaldo. Aseguraban que no podrían proveer un soporte adecuado para el aquejado sector que se especializa en paquetes crediticios, cuyo valor total superaba las decenas de billones de dólares, además muchos creían que las deudas relacionadas a las hipotecas y a las tarjetas de crédito retenidas en estos títulos nunca se recuperaban, por lo tanto creían que este fondo lo único que haría sería retrasar el dolor de las pérdidas que ya eran inevitables.

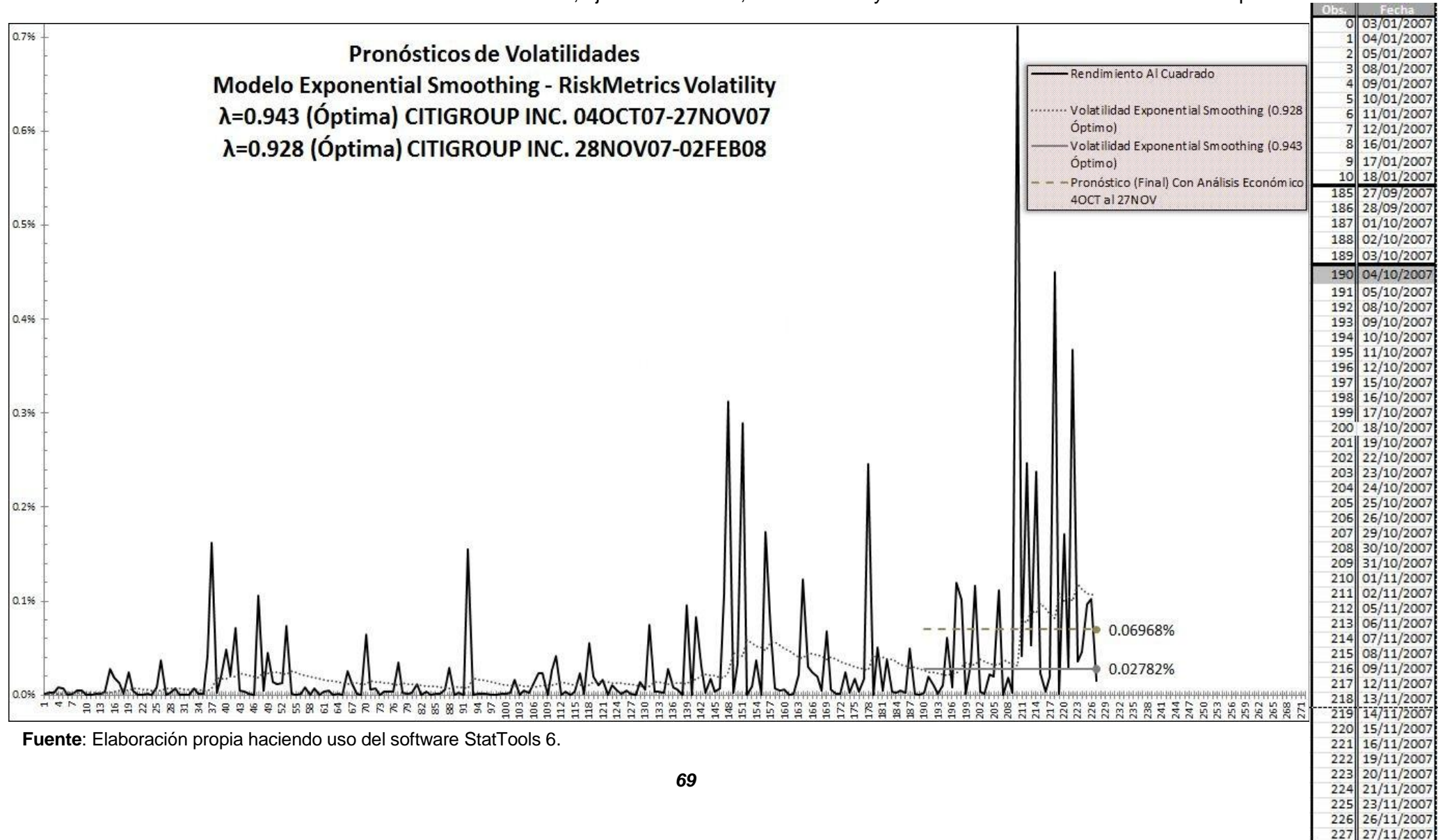
A finales de noviembre Citigroup vendió acciones por US\$ 7,000 millones a un fondo de Abu Dhabi, en los Emiratos Arabes Unidos.

Para el 27 de noviembre del 2007 el Banco Citigroup contaba con los datos históricos de los rendimientos obtenidos hasta esa fecha, estos rendimientos habían trazado alzas y bajas conforme la ocurrencia de distintos fenómenos, acciones y anuncios por parte de los “entes” que actuaban en la economía.

Conforme iban ocurriendo los hechos, el banco debió ir reajustando su modelo y actualizando sus pronósticos tanto los de largo plazo como los de corto plazo. Para fines de análisis y estudio, en este trabajo no se realizan estas actualizaciones tan seguidas. Al final de estos casi 2 meses, como tarea primordial para el banco estaba el calificar los antiguos pronósticos y considerar los nuevos hechos para realizar las nuevas estimaciones y pronósticos.

En la siguiente gráfica se trazan los rendimientos cuadráticos, el pronóstico realizado el 3 de octubre y las nuevas estimaciones para el nuevo horizonte del 4 de octubre al 27 de noviembre. Debe saberse que el modelo al agregar nuevos datos, reajusta sus pasadas estimaciones calculando un nuevo parámetro que optimice el nuevo conjunto de datos.

**Gráfica 13:** Pronóstico de las volatilidades al cuadrado con  $\lambda^{opt}$ , ajuste económico, estimaciones y rendimientos al cuadrado del horizonte pronosticado.



Fuente: Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

Como se puede apreciar en la gráfica anterior, el pronóstico con análisis económico y financiero mejoró la estimación, esto se puede ver gráficamente aunque siendo formales se deberían calcular las desviaciones respecto de los pronósticos. El pronóstico final para el horizonte del 4 de octubre al 27 de noviembre fue de 0.06968%, mientras que la media aritmética de los rendimientos cuadrados en el mismo horizonte fue de 0.08748%, entonces el *spread* es de 0.0178%, ahora, la media aritmética de las estimaciones de la volatilidad cuadrática en el mismo horizonte fueron de 0.06015%, entonces el *spread* respecto al mismo pronóstico del 3 de octubre fue de 0.00953%. Los *spreads* son pequeños y esto califica el pronóstico como bueno a lo largo de los 38 periodos, pero es necesario repetir el proceso completo en los siguientes horizontes para así construir un marco de referencia que nos de escala para poder evaluar con formalidad.

Cuando se necesita pronosticar más de un periodo futuro se utilizan los datos anteriores del modelo sin sobrepasar el 20% de la cantidad de datos en número de pronósticos. Cuando se quieren pronosticar las volatilidades periodo tras periodo (un periodo a la vez) se deben ir anexando los datos de mercado (con cualquiera de las dos formas explicadas en el siguiente párrafo) e ir aplicando el modelo de forma diaria, esto implicaría calcular parámetros por cada conjunto distinto de datos de mercado.

En los mercados financieros día tras día se cuenta con un nuevo rendimiento cuadrático al cierre de las bolsas, aquí es donde se debe tomar una decisión en cuanto al conjunto de datos que ingresan al modelo (si lo que se desea es pronosticar de forma diaria): El nuevo dato se puede agregar al conjunto de datos que ya se tenía y así ir incrementando la cantidad de información de forma diaria o se puede descartar el primer rendimiento cuadrático considerado (el del 4 de enero, primera observación) y agregar el nuevo, de esta forma se hace un desplazamiento sobre la información en bloque, donde cada bloque se tendrá que ir calculando todo el modelo para asignar una  $\lambda$  por bloque de datos.

Como se mencionó en el desarrollo del modelo, el óptimo va a depender del conjunto que se considere, en un conjunto muy grande el óptimo podría estar utilizando datos no relevantes y estaría perdiendo relevancia de datos que podrían ser mucho más importantes, es por eso que el conjunto debe ser sobre los datos más importantes. Puede escogerse cualquier conjunto a conveniencia, solamente tomando en cuenta la relevancia de los datos para el propósito en que se aplique.

A continuación se pronostica de forma diaria con el modelo Exponential Smoothing - RiskMetrics<sup>TM</sup> Volatility, mediante un conjunto de 189 rendimientos cuadráticos que se desplazan en bloque durante 38 periodos, para cada periodo se calcula el modelo y su respectiva  $\lambda$  óptima.



**Tabla 6:** Modelo Exponential Smoothing - RiskMetrics™ Volatility con recorrido en el conjunto de datos.

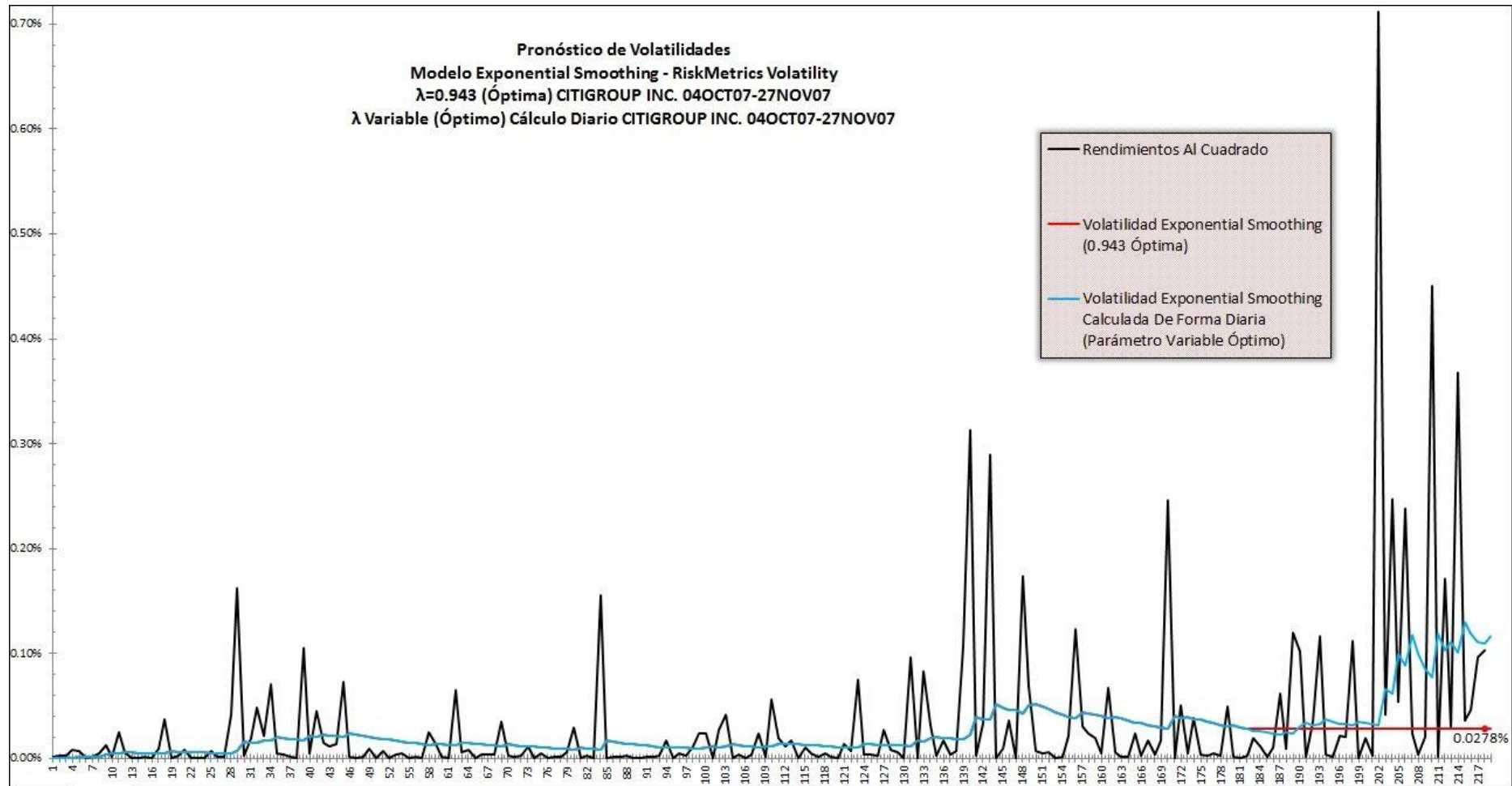
Obs.	Fecha	P. Cierre(US\$)	Rendimientos	Rend. Cuad.	Varianza	$\lambda$	P.VOL ( $\lambda$ VAR)	P.VOL ( $\lambda=0.943$ )
0	03/01/2007	\$55.25						
1	04/01/2007	\$55.06	-0.00344484	0.00001187				
2	05/01/2007	\$54.77	-0.00528090	0.00002789	0.00000068	0.943	<b>0.08259%</b>	<b>0.08259%</b>
3	08/01/2007	\$55.05	0.00509926	0.00002600	0.00000225	0.943	<b>0.14986%</b>	<b>0.14986%</b>
4	09/01/2007	\$54.57	-0.00875758	0.00007670	0.00000361	0.943	<b>0.19003%</b>	<b>0.19003%</b>
5	10/01/2007	\$54.13	-0.00809572	0.00006554	0.00000781	0.943	<b>0.27950%</b>	<b>0.27950%</b>
6	11/01/2007	\$54.17	0.00073869	0.00000055	0.00001113	0.943	<b>0.33361%</b>	<b>0.33361%</b>
7	12/01/2007	\$54.38	0.00386919	0.00001497	0.00001052	0.943	<b>0.32437%</b>	<b>0.32437%</b>
8	16/01/2007	\$54.77	0.00714616	0.00005107	0.00001078	0.943	<b>0.32829%</b>	<b>0.32829%</b>
190	04/10/2007	\$47.63	-0.00544390	0.00002964	0.00027820	0.943	<b>1.66794%</b>	<b>1.66794%</b>
191	05/10/2007	\$48.30	0.01396875	0.00019513	0.00026356	0.942	<b>1.62345%</b>	<b>1.66794%</b>
192	08/10/2007	\$47.80	-0.01040592	0.00010828	0.00026112	0.943	<b>1.61591%</b>	<b>1.66794%</b>
193	09/10/2007	\$47.62	-0.00377280	0.00001423	0.00025055	0.942	<b>1.58288%</b>	<b>1.66794%</b>
194	10/10/2007	\$47.14	-0.01013094	0.00010264	0.00024086	0.945	<b>1.55195%</b>	<b>1.66794%</b>
195	11/10/2007	\$48.32	0.02472366	0.00061126	0.00022939	0.942	<b>1.51456%</b>	<b>1.66794%</b>
196	12/10/2007	\$47.87	-0.00935655	0.00008755	0.00024832	0.939	<b>1.57582%</b>	<b>1.66794%</b>
197	15/10/2007	\$46.24	-0.03464378	0.00120019	0.00023930	0.94	<b>1.54693%</b>	<b>1.66794%</b>
198	16/10/2007	\$44.79	-0.03186032	0.00101508	0.00029892	0.951	<b>1.72894%</b>	<b>1.66794%</b>
199	17/10/2007	\$44.66	-0.00290665	0.00000845	0.00033406	0.951	<b>1.82774%</b>	<b>1.66794%</b>
200	18/10/2007	\$43.83	-0.01875973	0.00035193	0.00031905	0.946	<b>1.78620%</b>	<b>1.66794%</b>
201	19/10/2007	\$42.36	-0.03411399	0.00116376	0.00032073	0.946	<b>1.79089%</b>	<b>1.66794%</b>
202	22/10/2007	\$42.61	0.00588445	0.00003463	0.00036586	0.946	<b>1.91276%</b>	<b>1.66794%</b>
203	23/10/2007	\$42.44	-0.00399765	0.00001598	0.00034695	0.948	<b>1.86266%</b>	<b>1.66794%</b>
204	24/10/2007	\$41.82	-0.01471662	0.00021658	0.00032849	0.953	<b>1.81243%</b>	<b>1.66794%</b>
205	25/10/2007	\$41.23	-0.01420855	0.00020188	0.00032273	0.955	<b>1.79646%</b>	<b>1.66794%</b>
206	26/10/2007	\$42.63	0.03339208	0.00115503	0.00031581	0.962	<b>1.77711%</b>	<b>1.66794%</b>
207	29/10/2007	\$42.69	0.00140647	0.00000198	0.00034842	0.96	<b>1.86659%</b>	<b>1.66794%</b>
208	30/10/2007	\$42.11	-0.01367946	0.00018713	0.00033954	0.95	<b>1.84266%</b>	<b>1.66794%</b>
209	31/10/2007	\$41.90	-0.00499942	0.00002499	0.00032893	0.959	<b>1.81364%</b>	<b>1.66794%</b>
210	01/11/2007	\$38.51	-0.08436788	0.00711794	0.00031678	0.956	<b>1.77982%</b>	<b>1.66794%</b>
211	02/11/2007	\$37.73	-0.02046241	0.00041871	0.00065567	0.95	<b>2.56061%</b>	<b>1.66794%</b>
212	05/11/2007	\$35.90	-0.04971824	0.00247190	0.00061922	0.954	<b>2.48841%</b>	<b>1.66794%</b>
213	06/11/2007	\$35.08	-0.02310613	0.00053389	0.00099858	0.914	<b>3.16002%</b>	<b>1.66794%</b>
214	07/11/2007	\$33.41	-0.04877591	0.00237909	0.00088808	0.925	<b>2.98006%</b>	<b>1.66794%</b>
215	08/11/2007	\$32.90	-0.01538260	0.00023662	0.00117066	0.899	<b>3.42149%</b>	<b>1.66794%</b>
216	09/11/2007	\$33.10	0.00606062	0.00003673	0.00099266	0.917	<b>3.15065%</b>	<b>1.66794%</b>
217	12/11/2007	\$33.57	0.01409953	0.00019880	0.00085481	0.93	<b>2.92371%</b>	<b>1.66794%</b>
218	13/11/2007	\$35.90	0.06710448	0.00450301	0.00076788	0.94	<b>2.77106%</b>	<b>1.66794%</b>
219	14/11/2007	\$36.04	0.00389214	0.00001515	0.00118786	0.912	<b>3.44653%</b>	<b>1.66794%</b>
220	15/11/2007	\$34.58	-0.04135395	0.00171015	0.00102572	0.924	<b>3.20269%</b>	<b>1.66794%</b>
221	16/11/2007	\$34.00	-0.01691496	0.00028612	0.00110856	0.918	<b>3.32950%</b>	<b>1.66794%</b>
222	19/11/2007	\$32.00	-0.06062462	0.00367534	0.00101155	0.925	<b>3.18048%</b>	<b>1.66794%</b>
223	20/11/2007	\$31.40	-0.01892801	0.00035827	0.00129911	0.911	<b>3.60431%</b>	<b>1.66794%</b>
224	21/11/2007	\$30.73	-0.02156852	0.00046520	0.00118506	0.918	<b>3.44247%</b>	<b>1.66794%</b>
225	23/11/2007	\$31.70	0.03107730	0.00096580	0.00110763	0.923	<b>3.32811%</b>	<b>1.66794%</b>
226	26/11/2007	\$30.70	-0.03205403	0.00102746	0.00110202	0.921	<b>3.31966%</b>	<b>1.66794%</b>
227	27/11/2007	\$30.32			0.00116681	0.864	<b>3.41586%</b>	<b>1.66794%</b>

Primer desplaza-  
miento en  
bloque,  
con el  
nuevo  
conjunto  
de datos  
debe  
calcularse  
de nuevo  
el  
parámetro  
y el  
pronóstico

Fuente: Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

Un seguimiento diario a los pronósticos eleva en mucho su precisión como puede apreciarse en la gráfica siguiente.

**Gráfica 14:** Estimación y Pronóstico de las Volatilidades al cuadrado con el Modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ con el Parámetro Optimizado ( $\lambda=0.943$ ) Fijo y con recorridos sobre los Rendimientos Cuadráticos de CITIGROUP INC.



Fuente: Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

Al final del pronóstico diario anterior se termina situándose el 27 de noviembre del 2007, en esa fecha se van a pronosticar los siguientes 45<sup>16</sup> periodos, hasta el 1 de febrero del 2008, considerando 5 noticias realmente relevantes.

La primera noticia ocurrida el 18 de octubre, fue el desplome del dólar por crecientes pérdidas del segundo banco más importante, Bank of America, esta caída en la cotización del dólar disminuyó el capital de Citigroup Inc. y provocó pérdidas.

La segunda noticia, el 31 de octubre del 2007 decía que la FED volvía a rebajar la tasa de interés clave en un cuarto de punto porcentual, quedando en 4.5%, bajó nada más un cuarto debido a que algunos indicadores económicos mostraron mejoría y no dejaban caer la economía del país, esta noticia incrementó la confianza del inversionista y sobre todo disminuyó las tensiones, dando esperanzas de mejoría y un respiro a los mercados.

La tercer noticia fue que el 5 de noviembre del 2007 Citigroup anunció una caída del 57% en sus beneficios trimestrales y más aún, anunció la renuncia de su presidente.

Para el 12 de noviembre la cuarta noticia anunciaba que los tres mayores bancos de EE.UU., Citigroup, Bank of America y JP Morgan Chase, habían llegado a un acuerdo para crear un fondo de US\$ 80,000 millones entre ellos, medidas que mostraban un interés mutuo por salir de la crisis, el fondo estaría listo a finales de diciembre.

Por último, a finales de noviembre Citigroup vendió acciones por US\$ 7,000 millones a un fondo de Abu Dhabi, en los Emiratos Arabes Unidos, esta inversión en el banco trajo liquidez y un incremento en la cotización de sus acciones pues capital proveniente de Asia estaba siendo inyectado.

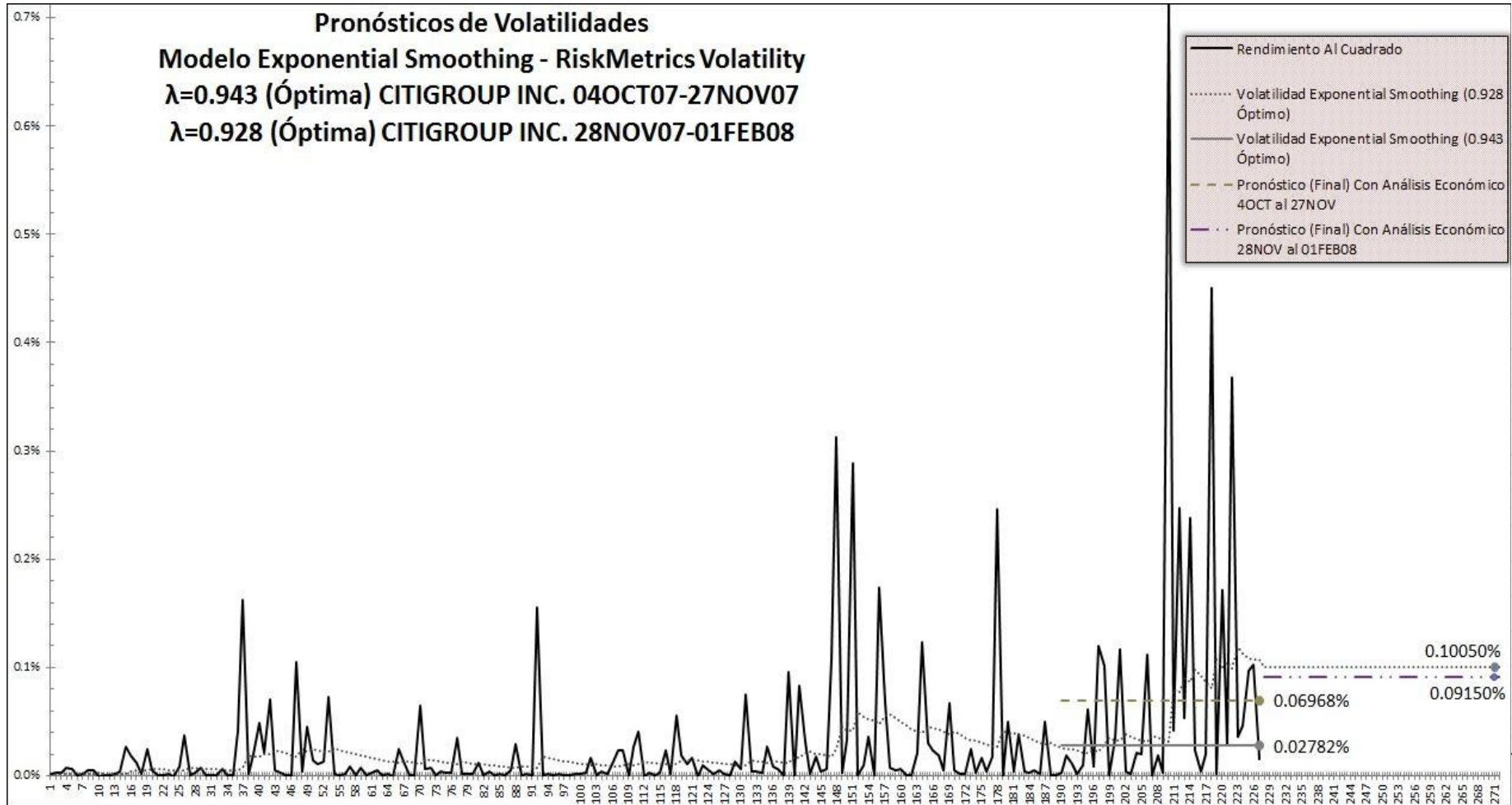
Aunque estas noticias enunciadas cronológicamente, narraban un escenario muy decepcionante dentro del banco, situación en la que se veían plagados de pérdidas debido a las hipotecas subprime y viendo disminuido su capital debido a la caída del dólar, también debía incluirse en la balanza el hecho de que hubo acciones por parte de la FED al recortar tasas, asociaciones entre los 3 mayores bancos para crear fondos mutuos e inyecciones en miles de millones por parte de un fondo de Abu Dhabi. Se sabía que las volatilidades eran muy altas desde 2 meses atrás y en consideración de todo lo anterior, el pronóstico de la volatilidad debía ser ligeramente más bajo al pronóstico del modelo.

En la siguiente gráfica se trazan los pronósticos para cada uno de los horizontes, así como el decremento derivado de cada uno de sus análisis económicos.

---

<sup>16</sup> Es el 20% para el nuevo conjunto de 225 datos.

**Gráfica 15:** Pronóstico de las volatilidades al cuadrado con  $\lambda^{opt}$  y ajuste económico.



Obs.	Fecha
0	03/01/2007
1	04/01/2007
2	05/01/2007
3	08/01/2007
4	09/01/2007
5	10/01/2007
6	11/01/2007
7	12/01/2007
8	16/01/2007
9	17/01/2007
10	18/01/2007
185	27/09/2007
186	28/09/2007
187	01/10/2007
188	02/10/2007
189	03/10/2007
190	04/10/2007
191	05/10/2007
192	08/10/2007
193	09/10/2007
194	10/10/2007
195	11/10/2007
220	15/11/2007
221	16/11/2007
222	19/11/2007
223	20/11/2007
224	21/11/2007
225	23/11/2007
245	21/12/2007
246	24/12/2007
247	26/12/2007
248	27/12/2007
249	28/12/2007
250	31/12/2007
251	02/01/2008
252	03/01/2008
253	04/01/2008
254	07/01/2008
255	08/01/2008
256	09/01/2008
257	10/01/2008
258	11/01/2008
259	14/01/2008
260	15/01/2008
261	16/01/2008
262	17/01/2008
263	18/01/2008
264	22/01/2008
265	23/01/2008
266	24/01/2008
267	25/01/2008
268	28/01/2008
269	29/01/2008
270	30/01/2008
271	31/01/2008

Fuente: Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

Ahora se continúa con la cronología de los acontecimientos posteriores al 27 de noviembre del 2007, dentro del marco de la crisis del 2008.

El 6 de diciembre del 2007, el presidente de los EE.UU. George W. Bush dio a conocer su plan contra la crisis (primera vez que el gobierno actuaba de forma directa), en el cual se iban a congelar los intereses durante los próximos 5 años de todos aquellos que no habían dejado de pagar su hipoteca hasta ese día, con esto se buscaba evitar que más personas siguieran perdiendo sus casas después de que en el tercer trimestre el decomiso de viviendas alcanzó un récord histórico. El plan de George W. Bush llegó muy tarde porque muchísima gente ya había perdido sus casas y además era insuficiente ante la inmensidad de personas afectadas, sólo se ayudaría a la minoría.

La UBS ya había anunciado que rebajaría las proyecciones de ganancias de algunos de sus activos estimadas en US\$ 3,400 millones, en lo que constituyó su primera “derrota” operativa en nueve años.

El gigante suizo para antes del 10 de diciembre ya había recibido una inyección de capital de emergencia por parte del gobierno de Singapur, también ya había recibido ofertas de otros fondos de urgencia de un inversionista de Medio Oriente que sumaban US\$ 11,000 millones. Se creyó que el segundo “paquete de emergencia” para el UBS llegó del gobierno de Omán.

Lo descrito en los párrafos anteriores es muy claro en dos puntos: La gravedad de lo que le ocurría al gigante suizo y a Citigroup se vio reflejado en su imperiosa necesidad por reunir capital nuevo. Las inyecciones de tanto capital de Medio Oriente estaban demostrando el desplazamiento del poder financiero.

El 10 de diciembre del 2007 la Unión Bancaria Suiza (UBS), anunciaba nuevas pérdidas por US\$ 10,000 millones en el valor de sus activos financieros expuestos al sector, como consecuencia se anunciaba que sus resultados trimestrales se verían a la baja. Después de este anuncio las bolsas europeas reaccionaron inmediatamente y las acciones de UBS cayeron en picada.

Para diciembre del 2007 la UBS ya era uno de los bancos europeos más afectados por la ola de propietarios de viviendas que habían atrasado sus pagos de hipoteca, por la misma afectación el banco advirtió a sus accionistas que las ganancias de fin de año podrían desvanecerse, y además, cancelaron planes para pagar dividendos en efectivo.

El 11 de diciembre la FED decidió bajar las tasas de interés en un cuarto de punto porcentual para quedar en 4.25%, ésta es la tercera vez que bajan la tasa desde el 18 de septiembre con la esperanza de evitar que la crisis hipotecaria se contagiara a los demás sectores de la economía, pues el crecimiento se estaba ralentizando como reflejo de un deterioro más intenso del mercado inmobiliario y había indicios de una desaceleración en el gasto de los consumidores y las empresas.

Si se refiere a la economía estadounidense, el mercado laboral y el gasto se mostraban estables, pero el “estado de ánimo” cayó a su nivel más bajo desde 1992 y el precio de la gasolina seguía subiendo. En el sector inmobiliario, el precio de las casas seguía disminuyendo, esto provocó un incremento en el número de decomisos y afectaciones para todas las constructoras.

El gobierno de EE.UU. y muchos economistas opinaban que era prematuro hablar de recesión, pero expusieron su preocupación respecto a las expectativas del año 2008 y sabían que de caer en una recesión existiría un contagio a través de todos sus socios comerciales.

También, el 11 de diciembre, los bancos centrales de Estados Unidos, la Unión Europea y el Reino Unido en conjunto con el Banco Nacional Suizo y el Banco de Canadá, hicieron público un plan para inyectar US\$ 100,000 millones en fondos de emergencia de la siguiente manera: Prestando grandes cantidades de fondos adicionales a los bancos comerciales que habían mostrado resistencia a hacerse préstamos entre sí, en especial a corto plazo.

El lunes 17 de diciembre la FED ofreció a los bancos US\$ 20,000 millones en préstamos a un plazo de 28 días.

Para el 18 de diciembre del 2007 el Banco Central Europeo (BCE) anunció que proporcionaría fondos ilimitados a los bancos a un interés inferior al del mercado con el objetivo de inyectar liquidez, en una operación que se prolongaría durante dos semanas, además, todos los bancos con suficientes garantías y que hubieran estado dispuestos a pagar un interés de al menos el 4.21% (la tasa para el préstamo interbancario era de 4.9%) habrían recibido fondos del BCE. Ésta fue la segunda vez en nueve años de historia en que el organismo emisor de la eurozona ofrecía fondos ilimitados para aumentar el flujo crediticio, la primera vez fue el 9 de agosto pasado a medida que la crisis crediticia mundial comenzaba a desatarse.

Por parte del Banco de Inglaterra se anunció, el mismo día que BCE, que pondría a disposición de los bancos la cantidad de US\$ 22,920 millones.

El 19 de diciembre del 2007 el banco de inversión Morgan Stanley, la segunda entidad de inversiones en importancia de EE.UU., era el más reciente de una lista de connotados nombres de Wall Street en dar a conocer pérdidas cuantiosas que alcanzaban los US\$ 9,000 millones, al mismo tiempo, el banco anunció la venta de 10% de sus acciones al gobierno chino para ayudar a conseguir dinero, la medida del banco de inversión ya era parte de una creciente tendencia de los bancos occidentales a buscar en las economías emergentes la solución a sus problemas financieros, tal y como lo hizo Citigroup y la Unión Bancaria Suiza (UBS).

Estados Unidos registró en diciembre la tasa de desempleo más alta en dos años, mientras que la creación de nuevos puestos fue menor a la prevista, la información proporcionada por el Departamento de Trabajo hizo crecer las predicciones de que la mayor economía mundial se encontraba al borde de una contracción, éstas cifras de las que se habla se encuentran en el siguiente párrafo.

En diciembre se crearon 18,000 puestos, un número muy por detrás de los 70,000 que se esperaban y el más bajo desde agosto del 2003, más aún, la tasa de desempleo creció 5%, constituyendo la más alta desde noviembre del 2005. Las fábricas recortaron 31,000 empleos; el sector de la construcción, 49,000; y el minorista, 24,000.

En cambio, se crearon 31,000 puestos en el sector público y 44,000 en educación y salud. Un mercado laboral débil es muy probable que afecte el gasto de los consumidores, cuyo monto equivale al 70% de la economía estadounidense. La actividad del sector servicios disminuyó en diciembre a un mínimo en nueve meses, ésta representa casi un 80% de la actividad económica estadounidense. Por último también se develó una contracción en el sector manufacturero.

Por lo que la publicación de estas cifras tuvo un impacto inmediato en los mercados con fuertes caídas en Wall Street, donde se registraron una ola de ventas de las acciones líderes. Al mismo tiempo incrementaron las expectativas de que la FED aplicaría en febrero otro recorte en la tasa de interés.

Mientras tanto, en Washington, en la Casa Blanca indicaban que la economía estaba mostrando "un panorama mixto" y estimaban que se fortalecería en la última parte del 2008 después de los estragos de la crisis debido a la solides de la economía estadounidense.

Durante todo el 2007 las pérdidas producidas por la crisis alcanzaron los US\$ 70,000 millones. La cifra final de pérdidas fue estimada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) en US\$ 300,000 millones, contra el

pronóstico del banco de inversión Goldman Sachs que calculaba US\$ 400,000 millones de pérdidas finales.

Citigroup durante el 2007 registró una caída de casi el 50% en el valor de sus acciones, ésta caída se sumaba a la de otros bancos de EE.UU. por la misma causa: entre ellos Morgan Stanley, que anunció pérdidas de US\$ 9,000 millones en el 2007; y Merrill Lynch que perdió US\$ 2,000 millones en un trimestre.

El 15 de enero del 2008, Citigroup ahora anunció una pérdida neta de más de US\$ 9,800 millones durante el último trimestre del 2007. La institución financiera también anunció que colocaría más de US\$ 18,000 millones en la categoría de cuentas incobrables. Con este último anuncio ya se hablaba del mayor balance negativo que había sufrido la institución en toda su historia, sin embargo se seguía hablando de una de las instituciones financieras más sólidas del mundo y del banco más poderoso de EE.UU. por lo que hablar de bancarrota era precipitado, más aún, un golpe tan fuerte a un gigante como este también sufriría repercusiones en cuanto a reputación.

Este anuncio de Citigroup, en conjunto de una pérdida del 0.4% en las ventas de minoristas en EE.UU., provocaron movimientos bajistas en las bolsas estadounidenses y de Europa: En Estados Unidos, el índice Dow Jones cayó 1.6%, o 208 puntos, a 12,570, mientras que el Nasdaq de tecnología perdió 2,426.4; el FTSE 100 de Londres cerró con 190.1 puntos a la baja, a 6,025.6, lo que se estimaba que significaría una pérdida de más de US\$ 45,000 millones en el valor de las compañías que cotizaban en la capital británica, el mercado de capitales londinense registró una baja de casi el 7% desde comienzos del año, debido a la inestabilidad originada en EE.UU.; el índice de París terminó 151.8 puntos a la baja, a 5,251.7; y el Dax de Francfort con una pérdida de 165 puntos, a 7,566.4.

Con las continuas pérdidas millonarias de los bancos, se temía que contribuyeran a que EE.UU. cayera en una recesión, la cual afectaría empresas y empleos alrededor de todo el mundo.

Citigroup anunciaba una importante inyección de US\$ 12,500 millones al contado por parte de inversionistas asiáticos y un príncipe saudita. Prestigiosas instituciones financieras de EE.UU. en esos días seguían haciendo fila para ser rescatadas por prósperos inversionistas, frecuentemente de fondos garantizados por gobiernos del Medio Oriente ricos en petróleo; o de china y otras economía emergentes de Asia. En la tabla siguiente se muestran las principales pérdidas de las prestigiosas instituciones financieras vinculadas a la crisis hipotecaria de EE.UU., anunciadas hasta el 15 de Enero del 2008:



**Tabla 7:** Principales Pérdidas de Algunas de las Prestigiosas Instituciones Financieras Vinculadas a la Actual Crisis Hipotecaria de EE.UU.

Prestigiosas Instituciones Financieras Vinculadas a la Crisis Hipotecaria de EE.UU.	Monto Aproximado de las Principales Pérdidas Anunciadas Hasta el 15 de Enero del 2008. (Millones de Dólares)
Morgan Stanley	\$9,400
Merrill Lynch	\$8,000
HSBC	\$3,400
Bear Stearns	\$3,200
Deutsche Bank	\$3,200
Bank of America	\$3,000
Barclays	\$2,600
Royal Bank of Scotland	\$2,600
Freddie Mac	\$2,000
Credit Suisse	\$1,000
Wachovia	\$1,100
IKB	\$2,600
Paribas	\$439

Fuente: [http://news.bbc.co.uk/hi/spanish/business/newsid\\_719000/7190650.stm](http://news.bbc.co.uk/hi/spanish/business/newsid_719000/7190650.stm) Informes de las compañías.

El poder financiero tenía desplazamientos hacia el oriente y los bancos de occidente se hundían en pérdidas, aún y así, EE.UU. todavía representaba cerca de una cuarta parte de la actividad económica global y aún era un imán para el comercio.

Dos días después de la elaboración de la tabla anterior mediante informes de las propias compañías, el banco de inversiones estadounidense Merrill Lynch anunció que sus pérdidas netas al finalizar el 2007 habían sido de US\$ 7,800 millones como se mostraba un aproximado en la tabla hasta el 15 de enero y para el 17 de enero del 2008 ascendieron a US\$ 22,100 millones, es decir US\$ 14,100 millones más en tan solo unos días. Estas variaciones eran debido a que los bancos estaban intentando calcular a cuánto ascendían sus inversiones en activos que estarían respaldadas por las hipotecas subprime y por ello estaban registrando pérdidas masivas.

El hecho de que con este último anuncio Merrill Lynch se convirtiera en el banco con más pérdidas anunciadas, no lo convertía en el más afectado, pues algunos bancos estaban siendo mucho más transparentes que otros y solamente dentro de cada banco se tenía clara la situación real.

Las pérdidas totales derivadas de la crisis de las hipotecas de alto riesgo de tipo subprime, admitidas por los principales bancos, excedían ahora los US\$ 100,000 millones. La FED ya pedía medidas al gobierno.

El viernes 18 de enero del 2008 el presidente de Estados Unidos, George W. Bush, anunció un plan de reactivación económica destinado a evitar que el país cayera en la recesión, el mandatario indicaba que había un claro riesgo de entrar en una recesión económica, por lo que presentó un paquete de recortes impositivos para empresas y particulares y de ese modo tratar de recuperar la senda del crecimiento. El paquete de medidas fiscales fue de US\$ 145,000 millones, aunque no se anunció un aumento adicional en el gasto público para compensar la desaceleración de la economía, entre las medidas, se incluyeron incentivos a la inversión y un incremento en los fondos para desempleados.

El paquete se tradujo en devoluciones fiscales, es decir el envío de cheques a millones de estadounidenses con la finalidad de promover un efecto multiplicador<sup>17</sup> que aumentara el consumo, el empleo y con ello la economía.

En primer lugar, el problema se encontraba en las empresas financieras y no se originaba del consumidor, en segundo lugar, se sabía que ante el temor que tenía la gente preferían ahorrar gran parte del dinero que recibían. Por lo mismo hubo mucho escepticismo por el plan, el cual no pudo detener el ya cuarto cierre negativo en las bolsas.

Recordando que el 13 de agosto del 2007 las bolsas habían evitado un lunes negro, gracias a las inyecciones de capital que solamente retrasaban lo inevitable, pues el lunes 21 de enero del 2008 no se pudo evitar, ni siquiera con el anuncio del paquete del presidente, y el desplome de las bolsas alrededor del mundo ocurrió de la siguiente forma:

La mayor baja se vio en la bolsa de Hong Kong que cerró con las mayores pérdidas desde que ocurrieron los ataques a Nueva York y Washington en septiembre del 2001, su desplome arrastró a los demás mercados de capitales de la región. En China el principal índice bursátil se hundió 5.14%, mientras que en India las pérdidas superaron más del 7%, estas caídas ocurrieron tras un viernes negativo de Wall Street.

La onda expansiva no demoró en hacerse sentir en los mercados financieros europeos al promediar las operaciones, el índice DAX 30 de la Bolsa de Francfort cayó casi 6%, mientras el FTSE 100 en Londres bajó hasta 5.1%, en París el retroceso llegó a ser de 6.7% y en Madrid de 4.4%. Hacia el mediodía de Londres, el

---

<sup>17</sup> Efecto económico que conlleva una cadena de fenómenos que incrementan o decrementan.

primer índice paneuropeo, el FTSEurofirst siguió la misma tendencia con pérdidas de 5.1%, llegando a niveles no vistos en más de un año y medio.

La reacción en cadena en los mercados de capitales llegó hasta América Latina, en la apertura se observaron caídas en Argentina (-4.6%), Brasil (-4.9%), Colombia (-4.77%), México (-3%), Perú (-2.2%) y Chile (-6%) en el cual se informó que la caída registrada al momento de iniciar operaciones en ese país ya había sido la más pronunciada en una década, los chilenos no veían una situación de volatilidad como esta desde hacía muchos meses.

La FED pidió la intervención del gobierno para evitar el anterior desplome de las bolsas, no funcionó, después, el 22 de enero del 2008 tuvo que hacer como última opción un nuevo recorte de tres cuartos de punto porcentual de las tasas de interés para dejarlas en 3.5%. Se trató del mayor recorte registrado en 25 años.

La decisión de bajar las tasas básicas se dio en el marco de una débil perspectiva económica pues había escepticismo en el plan del presidente, no se vía clara la forma de evitar la recesión y cada vez se veían mayores obstáculos al crecimiento de la economía estadounidense, la cual se estaba ralentizando cada vez más.

También la decisión de bajar las tasas básicas se dio en un marco financiero donde los valores mundiales habían sufrido dos días de extrema volatilidad y 8 días a la baja en los principales índices bursátiles (desde el 14 de enero).

La disminución en las tasas de la FED fue bien recibida pues aminoró las caídas y provocó alzas: el índice bursátil Dow Jones en Nueva York cayó en alrededor de 3% al inicio de la sesión, pero culminó la jornada sólo 1% más abajo para ubicarse en 11,971.19 puntos.

El índice MSCI de acciones latinoamericanas aumentó 7.25% tras una caída superior al 8% en la jornada anterior; el índice Bovespa de la Bolsa de Valores de Sao Paulo avanzó 4.45%, luego que el lunes (un día antes) registrara una caída de 6.6%; el índice Merval de Argentina aumentó 3.55%, luego que el lunes registrara una caída de 6.27%, el índice IPSA chileno subió 4.39% y la Bolsa Mexicana de Valores cerró en alza 6.36%, luego de una caída (un día antes) de 5.35%.

Dentro de los marcos, tanto económico como financiero, que describieron un destino para las economías desarrolladas, el impacto hasta ese momento sobre las economías emergentes se estaba dando dentro de las bolsas y en algunas exportaciones, pues los países emergentes en estos años ya estaban mucho más

desligados de EE.UU. (a excepción de México) y mantenían fuertes crecimientos económicos.

Los mercados emergentes estrella eran China, India, en menor medida, Rusia y la mayoría de los países latinoamericanos con la excepción de México. Lo que preocupaba de cierta forma era que disminuyeran aún más las exportaciones hacia EE.UU. pues a este país ingresaban el 14% de las exportaciones mundiales y el 75% de las exportaciones de México.

El FBI ya se encontraba investigando a 14 compañías enredadas en la crisis de las hipotecas subprime, como parte de una ofensiva contra prácticas inapropiadas en la oferta de crédito al público.

El 30 de enero del 2008 la Reserva Federal volvió a hacer corte en su tasa clave de interés de 3.5% a 3%. Este fue el segundo corte en 9 días.

El Departamento del Trabajo de EE.UU. informó que en enero se perdieron un total de 22,000 empleos.

La cronología y los análisis en ella, deben servir para justificar las siguientes fluctuaciones en los movimientos de los rendimientos al cuadrado y estos deben evaluar a los pronósticos.

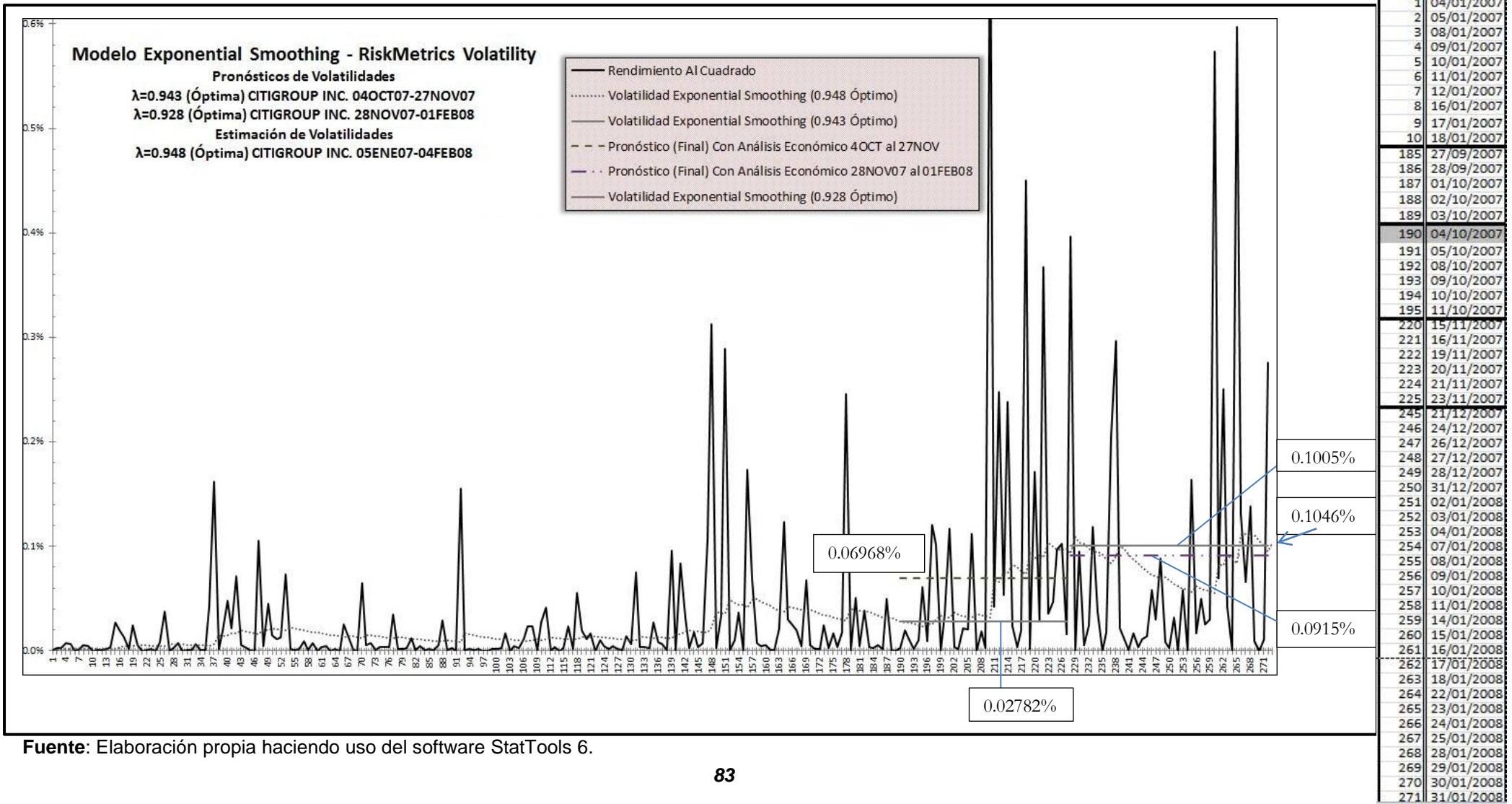
A continuación se aprecia una gráfica donde se pueden observar los rendimientos al cuadrado de cada uno de los 45 periodos posteriores al 27 de noviembre del 2007 hasta llegar al 1 de febrero del 2008.

Es de remarcar que el 15 de enero del 2008 Citigroup anunció una pérdida neta de más de US\$ 9,800 millones, fecha que marcó un parte aguas para un incremento del 204% en sus niveles de volatilidad.

Después de los incrementos a inicios de enero, las cotizaciones cerraron el mes con una disminución del 171% en sus niveles de volatilidad debido a los nuevos recortes de tasas que hubo a partir del 14 de enero por parte de la FED.

Al 1 de febrero del 2008 de nuevo se hará una valoración del pronóstico como en el horizonte anterior.

**Gráfica 16:** Pronóstico de las volatilidades al cuadrado con  $\lambda^{opt}$ , ajuste económico, estimaciones y rendimientos al cuadrado del horizonte pronosticado.



Fuente: Elaboración propia haciendo uso del software StatTools 6.

Formalmente se calcula la media aritmética para conocer los *spreads*, tal y como se hizo para valorar en el horizonte pasado, ahora la media de los rendimientos al cuadrado es de 0.08885% y el *spread* respecto a el pronóstico en ese mismo horizonte es de 0.00265%; la media de las estimaciones de la volatilidad cuadrática del modelo en el último horizonte es de 0.08396% y su *spread* respecto del pronóstico en ese horizonte es de 0.00754%.

La evaluación pasada de los pronósticos fue catalogada como buena, pero ahora se cuenta con una nueva referencia para evaluar como a continuación se presenta:

**Tabla No.8.** Evaluación de los Pronósticos

	Horizonte 1 04/10/07 al 27/11/07	Horizonte 2 28/11/07 al 01/02/08	Evaluación del pronóstico para el Horizonte 2.
$ \overline{r^2} - P_F $	0.0178%	0.00265%	0.01515%
$ \widehat{\sigma^2} - P_F $	0.00953%	0.00754%	0.00199%

**Fuente:** Elaboración propia.

En ambos *spreads* del Horizonte 2 hubo un incremento en la precisión, en el primero de 6.7169 veces y en el segundo de 1.2639 veces, esto es, el *spread* del Horizonte 2 cabe 6.7169 veces en el *spread* del Horizonte 1.

Como se mencionó anteriormente, debe construirse una escala de referencia que permita evaluar los pronósticos de una forma más atinada, esta escala se construye a través de realizar nuevamente el proceso completo para cada uno de los horizontes subsecuentes.

En este punto el proceso de implementación del modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ va a continuar de forma cíclica.

## CONCLUSIONES

Una vez realizado el trabajo de investigación, se llegaron a las siguientes conclusiones:

1. Para el desarrollo del proceso de implementación del modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility en el caso del Corporativo Citigroup durante los inicios de la Crisis Financiera del 2008, fue de suma importancia como cimiento y para dar seguimiento, la revisión minuciosa de los supuestos.

Para revisar los supuestos se realizó la prueba de Lilliefors, se obtuvieron las escalas de forma, se hicieron análisis gráficos y se implementó un ajuste distribucional, en los cuales: se observó que en el primer ejemplo, donde las condiciones de mercado no correspondían a las de una crisis, el supuesto de normalidad fue estadísticamente aceptable, pues el estadístico de Lilliefors, las escalas, los gráficos y los ajustes distribucionales concordaron con los de una distribución normal; en el segundo ejemplo, donde las condiciones de mercado ya eran propias de una crisis, en específico la crisis financiera del 2008, el supuesto de normalidad no fue estadísticamente aceptable, por lo cual se tuvo que disminuir la periodicidad de las estimaciones y así se logró un seguimiento (ajuste) con una mayor frecuencia.

Es primordial verificar si es o no estadísticamente aceptable el supuesto de normalidad para tener un mejor ajuste del modelo.

2. Como parte del segundo ejemplo, el modelo se dividió en sus principales vertientes, una de las divisiones fue dentro de la utilización del conjunto de datos introducidos en el modelo, en este punto se propusieron tres formas de ingresar los datos para las cuales se implementaron dos: en la primera el cúmulo de datos resultó un problema operativo, pero ayudó a ser conservativo y a suavizar los pronóstico futuros para no ser extremistas ante fuertes cambios en la volatilidad; en la segunda, se hicieron los recorridos del conjunto de datos que ingresaban al modelo, estos recorridos sustentaban sus pronósticos sólo con los datos más recientes, esta opción resultó ser más adaptable a movimientos en la volatilidad de los rendimientos.
3. Se observó que el modelo es muy sensible ante la selección del conjunto de datos que ingresan, para evitar errores, en este modelo se deben identificar de forma precisa las características del horizonte que contienen los datos

ingresados, estas características deben ser las que se cree serán repetidas en el siguiente horizonte, el análisis económico y las proyecciones económicas deberán proveer dichas características del horizonte a pronosticar.

4. El parámetro del modelo fue optimizado respecto al ECM entre los datos y las estimaciones, y resultó que mejoraban sus pronósticos respecto a la media de los nuevos rendimientos, conforme se le iban realizando ajustes asesorados de los análisis económicos que resultaban de las noticias contenidas dentro de la cronología.
5. Al mismo tiempo al estresar el parámetro se hizo notoria la sensibilidad del modelo para alcanzar máximos y apegar las estimaciones a los rendimientos al cuadrado.
6. Se inició la construcción y se marcó la pauta de una escala de referencia que permitió calificar los pronósticos respecto a horizontes anteriores con el uso de *spreads* y medias.
7. Se logró desarrollar el proceso de implementación del modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility para el Corporativo Citigroup durante distintos horizontes con peculiares y muy opuestas características (Antes y durante la Crisis Financiera del 2008), para condiciones “normales”, antes de la crisis, el modelo demostró ser muy preciso y adaptable.
8. Cuando las condiciones de mercado son las correspondientes a las de una crisis, es decir, cuando la volatilidad de los rendimientos es muy cambiante y extrema, los rendimientos tienden a desapegarse del supuesto de normalidad por lo que un modelo paramétrico como el modelo Exponential Smoothing – RiskMetrics™ Volatility pierde eficiencia.

Para esto apareció un modelo híbrido nombrado Historical Simulation – RiskMetrics™ Volatility el cual es un modelo que combina las cualidades de un modelo no paramétrico con uno paramétrico, por lo que va a mejorar la adaptabilidad ante fallos en los supuestos paramétricos, este modelo se encuentra en el anexo 2 de este trabajo.



## BIBLIOGRAFÍA

- Alegria, L. F. (15 de Septiembre de 2013). *Gestión: El Diario de Economía y Negocios de Perú*. Recuperado el 22 de Junio de 2014, de <http://gestion.pe/economia/como-se-origino-peor-crisis-financiera-historia-2076165>
- Allen, L., Boudoukh, J., & Saunders, A. (2004). *Understanding Market, Credit and Operational Risk*. MA: Blackwell Publishing Ltd.
- Bahi, C. A. (2007). Modelos de Medición de la Volatilidad en los Mercados de Valores: Aplicación al Mercado Bursátil Argentino. 4.
- Black, F. (1976). *Studies in Stock Price Volatility Changes, Proceeding of the 1976 Business Meeting of the Business and Economics Statistics*. American Statistics Association.
- Campbell, J. Y., & Hentschel, L. (1992). No News is Good News: An Asymmetric Model of Changing Volatility in Stock Returns. *Journal of Financial Economics, Vol. 31*, 281-318.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Econometría* N° 50, 21.
- Fama, E. F. (1963). Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis. *The Journal of Business, Vol.36*, 420-429.
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirica Workl. *The Journal of Finance*, 383-417.
- Figlewski, S. (1997). *Forecasting Volatility*. Recuperado el 20 de Abril de 2014, de Social Science Research Network: <http://www.ssrn.com/abstract=8312>
- Hao, L., Xiao, F., Yu, L., Yue, Z., Ze, J., & Zhao, L. (2006). *Approaches to VaR*. Stanford University.
- Hardouvelis, G. A., & Peristiani, S. (1990). Margin Requirements, Speculative Trading and Stock Price Fluctuations: The Case of Japan. *Federal Reserve Bank of New York* .
- Hoel, P. G., Port, S. C., & Stone, C. J. (1972). *Introduction to Stochastic Processes*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Johnson, C. A., & Soriano, F. A. (2004). Volatilidad del Mercado Accionario y la Crisis Asiática: Evidencia Internacional de Asimetrías. *El Trimestre Económico* N°71, 355-388.
- Jorion, P. (2007). *Financial Risk Manager Handbook*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Jorion, P. (2007). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. United States of America: The McGraw-Hill Companies.
- Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business Vol. 36*, 394-419.
- McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2005). *Quantitative Risk Management*. New Jersey: Princeton University Press .
- Morgan Guaranty Trust Company. (1995). *Introduction to RiskMetrics TM*. New York.
- Reider, R. (19 de Octubre de 2009). *Volatility Forecasting I: GARCH Models*. Recuperado el 30 de Junio de 2014, de New York University Courant Institute of Mathematical Sciences: [http://www.cims.nyu.edu/~almgren/timeseries/Vol\\_Forecast1.pdf](http://www.cims.nyu.edu/~almgren/timeseries/Vol_Forecast1.pdf)
- Samuelson, P. A. (1965). Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. *Industrial Management Review*, 41.
- Schwert, G. W. (1989). Why does Stock Market Volatility Change Over Time? *Journal of Finance* N° 44, 38.

## ANEXO 1

### Modelo de Volatilidad No Paramétrico – Simulación Histórica

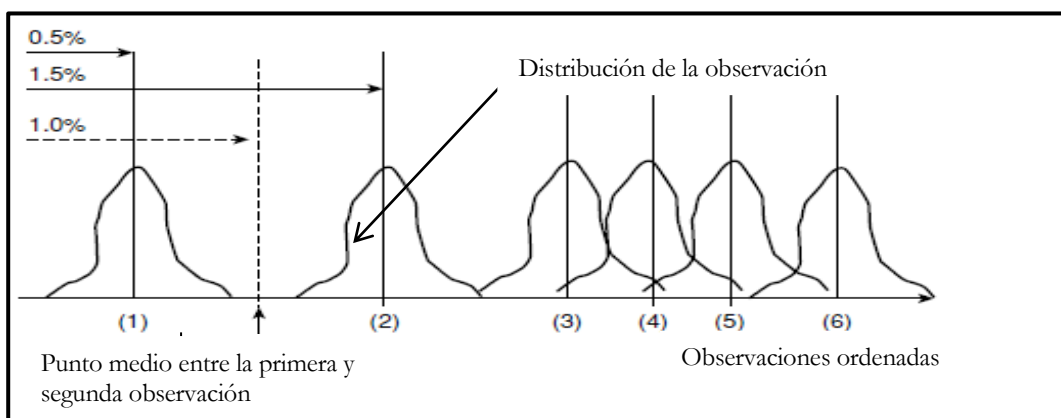
**Distribución Empírica:** es solamente el registro de los datos con un orden establecido por el momento en el que van ocurriendo, es decir, los valores que va tomando la variable aleatoria respecto al tiempo.

Es un modelo simple en su estructura matemática, pues no considera mucho conocimiento teórico a priori y dimite de cualquier supuesto distribucional sobre la variable a estimar, además no hace uso de algún parámetro de entrada. Sólo existe una dependencia del modelo que va a influir de manera directa en su precisión, esta dependencia es únicamente con el número de datos históricos que se ingresan, es claro que entre mayor sea el número de datos habrá mayor precisión en la estimación.

El modelo consiste en determinar la periodicidad y el número de rendimientos a considerar (K), ordenarlos de forma descendente si se desean obtener los cuantiles o si se desea inferir sobre la variable. Al tomarnos la distribución directamente de la fuente de información, se le llama distribución empírica como arriba ya definimos, con esta distribución empírica de forma teórica ya se están considerando las colas pesadas, el sesgo y cualquier otra variante al comportamiento de una normal.

La metodología de este modelo es de la siguiente manera, primero se determina una periodicidad de acuerdo a la cantidad de información con la que se cuente (K) y a la periodicidad con la que se vayan a tomar, esta sucesión de rendimientos a considerar en el modelo entre mayor sea mejor será la aproximación que se obtendrá, se ordenan los rendimientos respecto a su magnitud de menor a mayor y de izquierda a derecha sobre la recta como se muestra en la siguiente figura.

**Diagrama 2:** Distribución de cada observación.



**Fuente:** *Understanding Market, Credit and Operational Risk*. United States. Editorial Wiley (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004).

Y al igual como la figura de arriba lo describe, cada observación es pensada como un evento aleatorio con una masa de probabilidad centrada donde la observación es actualmente observada y con el 50% de su peso a la derecha y el otro 50% de su peso a la izquierda, entonces la masa de probabilidad acumulada desde menos infinito hasta la observación más pequeña de la sucesión sólo es la mitad del peso que se le asignó a cada observación, en Simulación Histórica es el mismo peso para cada observación, el peso que se asigna a las observaciones se determina con la siguiente regla de proporcionalidades.

Si            100% es a K  
Entonces    w% es a 1

Con w el peso único de toda la sucesión.

Con conocimiento de lo anterior las inferencias de la distribución se realizan sobre la sucesión ordenada e interpolando linealmente entre las observaciones para obtener algún porcentaje del cúmulo de probabilidad deseado.

La observación más clara para este modelo es que al tener un única w como peso para toda la sucesión, las inferencias son hechas con información "local" y no se utilizan las demás observaciones las cuales contienen mucha más información que es indispensable considerar como lo son las noticias que se reflejan en las observaciones más recientes al momento de la valuación.

Como último supuesto implícito del modelo de simulación histórica es que este modelo está basado en que los valores de la variable a considerar se van repitiendo. (Hao, Xiao, Yu, Yue, Ze, & Zhao, 2006).

## ANEXO 2

### Modelo de Volatilidad Híbrido

La palabra híbrido tiene como significado de forma general aquel que fue originado por elementos de distinta naturaleza.

Entre modelos que demuestran estabilidad y precisión bajo ciertas características de la variable ó bajo un número determinado de datos ingresados a los modelos, no encontramos un modelo que mantenga su estabilidad y precisión bajo todas las variantes que pudieran presentarse, más aún no se puede decir que un modelo es mejor de forma general a otros, ante esto surgió la idea de generar un modelo híbrido que estuviera formado por dos naturalezas distintas como lo son los modelos paramétricos y no paramétricos cuyas cualidades en conjunto pretenden disminuir ciertas inestabilidades y mantener la precisión en sus estimaciones ante distintos factores.

En la actualidad existen algunos modelos híbridos que han sido motivo de estudio para algunos investigadores, el primer modelo híbrido y el más sencillo es aquel que conjunta los dos modelos más sencillos tanto del lado paramétrico como del lado no paramétrico, este modelo es el Modelo Híbrido RiskMetrics™-Simulación Histórica.

El Modelo Híbrido RiskMetrics™-Simulación Histórica utiliza la disminución exponencial de pesos sobre los rendimientos y después puede establecerse un orden ascendente (descendente) para realizar estimaciones de los cuantiles mediante una regla de proporcionalidades de los rendimientos cuadrados con su respectiva asignación de pesos ordenados contra los porcentajes a medir, tal cual se hacía en la Simulación Histórica sobre la distribución empírica.

Etapas del modelo:

**Etapas 1.** Sean  $r_{t-1,1}$  los rendimientos encontrados para el periodo que va del tiempo  $t-1$  a  $t$ . Entonces se elige una  $K$  (plazo) y ordenamos según el tiempo.

$$r_{t-1,t}, r_{t-2,t-1}, r_{t-3,t-2}, \dots, r_{t-K,t-K-1}$$

Asignamos el siguiente esquema de pesos con disminución exponencial a la sucesión de rendimientos cuadrados.

$$[(1-\lambda)/(1-\lambda^K)], [(1-\lambda)/(1-\lambda^K)] \lambda, \dots, [(1-\lambda)/(1-\lambda^K)] \lambda^{K-1}$$

Sabemos que la serie anterior suma 1 por construcción.

Entonces queda de la siguiente manera.

$$[(1-\lambda)/(1-\lambda^K)] \lambda^{K-1} r_{tK,tK-1}^2, \dots, [(1-\lambda)/(1-\lambda^K)] \lambda r_{t-2,t-1}^2, [(1-\lambda)/(1-\lambda^K)] r_{t-1,t}^2$$

**Etapas 2.** Se ordenan los rendimientos de forma ascendente una vez ya se les hayan asignado sus respectivos pesos.

$$w \rightarrow r \quad \text{Para todo rendimiento } r.$$

Donde  $w$  es el peso asignado al rendimiento  $r$  en la etapa anterior.

Y con  $r^{(i)}$  como el  $i$ -ésimo estadístico de orden, por último la sucesión ordenada queda de la siguiente manera:

$$r^{(1)}, \dots, r^{(K-1)}, r^{(K)}$$

De esta última serie se realizan todas las inferencias a través de la siguiente línea de razonamientos, si queremos estimar el cuantil hasta el cual se acumulen el  $p\%$  de masa de probabilidad entonces se inicia acumulando los pesos de la sucesión ordenada desde  $r^{(1)}$  hasta alcanzar el porcentaje de masa de probabilidad deseado, la interpolación lineal es usada entre puntos adyacentes para obtener un  $p\%$  exacto de la distribución como se muestra en la figura anterior.

Una vez encontrado, por medio de la interpolación lineal, el cuantil exacto deseado  $C_{P\%}$  en términos porcentuales (si los rendimientos fueron ingresados en porcentajes) entonces a este se le es conocido como VaR porcentual (VaR%). El VaR es una de las aplicaciones, sin duda la más importante, para la cual se construyeron estos modelos.

Las características esenciales de los modelos que construyen al modelo híbrido son:

**Diagrama 3:** Características de los modelos.



**Fuente:** Elaboración propia.