



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

ADQUISICIÓN Y PROCESAMIENTO DE DATOS  
PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DE UN VEHÍCULO  
FÓRMULA SAE

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**Ingeniero en Mecatrónica**

PRESENTA:

**Samuel López Ruiz**

DIRECTOR DE TESIS:

Ing. Luis Yair Bautista Blanco



México, D.F., 2014



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



*Quiero dedicar este trabajo a mi padre y al equipo de Fórmula SAE de la UNAM.  
A mi padre porque siempre me apoyo durante mi educación personal y académica.*

*Al equipo de Fórmula SAE porque gracias a ustedes  
fue posible la culminación del proyecto.*

*En especial quiero mencionar a Diego de la Cabada, a Alejandro Lozada y  
a Aníbal Frías, los cuales continuarán y mejorarán el trabajo descrito en la tesis.*

*Samuel López Ruiz.*





# Reconocimientos

---

Quiero reconocerle a mi familia todo el apoyo que me dieron, al igual que mis compañeros de equipo por la confianza que tuvieron y su disposición para siempre ayudarme.

A *National Instruments* por el patrocinio para la tarjeta de adquisición y el software, al igual por todo el soporte técnico que recibimos.

A *Tesis Dynaware* por el patrocinio del software de simulación y por el soporte técnico.



# Declaración de autenticidad

---

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Samuel López Ruiz. México, D.F., 2014



# Resumen

---

En este trabajo se detalla el procedimiento para validar la dinámica de un vehículo. Se plantea la selección de las variables importantes de medir para el análisis dinámico de un vehículo, así como los sensores respectivos para tomar las lecturas.

Dado el ruido intrínseco de los sensores es necesario aplicar filtros digitales. En este trabajo se detallan los filtros utilizados así como los resultados. También se usan algoritmos para estimar variables que son difíciles o imprácticas de medir físicamente. Con el fin de validar y calibrar los algoritmos usados en el procesamiento de datos, se usa un software especializado para simular pruebas dinámicas y comparar los resultados.

Por último, se plantean las pruebas para un vehículo de Fórmula SAE que permiten valorar su desempeño y comportamiento dinámico. En las pruebas es posible la obtención de algún parámetro del vehículo establecidos en la literatura. La obtención de estos parámetros puede ser a través de gráficas o de la interpretación misma de los datos. Finalmente, se presentarán herramientas y métodos para analizar la adquisición de los datos.



# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>xI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Presentación . . . . .	1
1.2. Motivación . . . . .	2
1.3. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.4. Objetivo . . . . .	3
1.5. Metodología . . . . .	3
1.6. Contribuciones . . . . .	4
1.7. Estructura de la tesis . . . . .	4
<b>2. Marco teórico</b>	<b>5</b>
2.1. Categorías de la Adquisición de Datos . . . . .	5
2.2. Clasificación de la información . . . . .	6
2.3. Dinámica del vehículo . . . . .	7
2.3.1. Dinámica del cuerpo rígido según Newton-Euler . . . . .	9
2.3.2. Fuerza lateral en las llantas . . . . .	10
2.3.3. Modelo 4 llantas . . . . .	12
2.3.4. Modelo Bicicleta . . . . .	13
2.3.5. Estado Permanente . . . . .	17
2.4. Variables relevantes . . . . .	24
<b>3. Adquisición de Datos</b>	<b>27</b>
3.1. Medición de variables . . . . .	27
3.1.1. Variables relevantes . . . . .	27
3.1.2. Principio de medición . . . . .	28
3.1.3. Selección de sensores . . . . .	33
3.2. Adquisición de datos . . . . .	39
3.2.1. Diagrama de Flujo . . . . .	45
3.2.2. Conversión, <i>Offset</i> , Límites y Ganancias . . . . .	47
3.3. Almacenamiento de los datos . . . . .	50



<b>4. Procesamiento de datos</b>	<b>51</b>
4.1. Estimador . . . . .	51
4.2. Simulaciones . . . . .	60
4.3. Resultados estimador Kalman . . . . .	67
4.4. Filtros . . . . .	69
<b>5. Telemetría</b>	<b>73</b>
5.1. Requerimientos . . . . .	73
5.2. Hardware . . . . .	74
5.3. Configuración . . . . .	74
5.4. Software . . . . .	76
5.5. Visualización . . . . .	77
<b>6. Evaluación</b>	<b>79</b>
6.1. Introducción . . . . .	79
6.2. Comparación de vueltas . . . . .	80
6.3. Sistema de frenado . . . . .	81
6.4. Diagrama G-G . . . . .	84
6.5. Posición de engrane . . . . .	85
6.6. Par y Caballos de Potencia . . . . .	87
6.7. Desliz de las llantas . . . . .	88
6.8. Ángulo de subviraje . . . . .	90
6.9. Ángulo de <i>roll</i> . . . . .	92
6.10. Amortiguadores . . . . .	94
6.11. Análisis del Piloto . . . . .	96
6.11.1. Pedal del acelerador . . . . .	97
6.11.2. Tiempo muerto . . . . .	99
6.11.3. Frenado . . . . .	100
6.11.4. Trayectoria . . . . .	101
6.12. Estabilidad y Respuesta . . . . .	105
6.13. Desaceleración en punto muerto . . . . .	108
6.14. Métricos . . . . .	110
<b>7. Conclusiones</b>	<b>113</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>115</b>

## Índice de figuras

---

2.1. Marco de referencia del vehículo. <sup>[3]</sup> . . . . .	7
2.2. <i>Sideslip angle</i> $\beta$ . . . . .	8
2.3. Marco de referencia de la llanta delantera izquierda. . . . .	9
2.4. Orientación angular de un neumático moviéndose a lo largo de un vector de velocidad $v$ con un ángulo de desliz $\alpha$ y un ángulo de volante $\delta$ . . . . .	10
2.5. Gráfica de la fuerza lateral vs. desliz $\alpha$ . . . . .	11
2.6. Modelo de cuatro llantas. . . . .	12
2.7. Modelo de dos llantas. . . . .	13
2.8. Ángulo de giro Ackermann. . . . .	19
2.9. Tres casos en los cuales se logra un vehículo subvirado. . . . .	22
2.10. Tres casos en los cuales se logra un vehículo sobrevirado. . . . .	22
2.11. Respuesta de $S_k$ . . . . .	23
2.12. Respuesta de $\beta_{stat}$ . . . . .	23
3.1. En azul se muestran el disco y el sensor. . . . .	29
3.2. La masa, el disco y el sensor inductivo. . . . .	29
3.3. Caja de dirección. . . . .	31
3.4. Potenciómetro para medir ángulo del volante. . . . .	31
3.5. Potenciómetro lineal en el resorte. . . . .	32
3.6. Montaje físico del potenciómetro lineal en la suspensión trasera. . . . .	32
3.7. Dimensiones del potenciómetro del volante en pulgadas. . . . .	34
3.8. Giroscopio Texense y Pot lineal marca <i>VARIOHM</i> . . . . .	35
3.9. Cálculo de la frecuencia para el sensor inductivo. . . . .	36
3.10. En verde se muestra la cara del sensor inductivo. . . . .	36
3.11. Captura de los pulsos producidos por el sensor inductivo. . . . .	37
3.12. Acelerómetro AXL-5. . . . .	37
3.13. Transductor de presión. . . . .	38
3.14. Divisor de voltaje. . . . .	40
3.15. Pulsos del sensor inductivo. . . . .	40
3.16. Mensajes vía CAN, PE3 V3.03.02. . . . .	41
3.17. Distribución de los sensores. . . . .	42
3.18. Potenciómetro como divisor de voltaje. . . . .	43

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

3.19. Circuito con 3 reguladores y 6 divisores de voltaje, dibujado en <i>Proteus</i> .	44
3.20. Pista del circuito impreso, dibujado en <i>Ares</i> .	44
3.21. Arquitectura general del proyecto en <i>Labview</i> .	45
3.22. Bucles dentro del FPGA.	46
3.23. Bucles dentro del RT.	47
3.24. Eliminación de los últimos 4 bits.	48
3.25. Equivalencia de 1 [V].	48
4.1. El ciclo del filtro Kalman <sup>[4]</sup> .	52
4.2. El ciclo del filtro Kalman con ecuaciones <sup>[4]</sup> .	53
4.3. El ciclo del filtro Kalman con ecuaciones.	55
4.4. Análisis de los neumáticos.	56
4.5. Tiempo de subida vs. velocidad longitudinal.	57
4.7. Respuestas escalón del la velocidad lateral. Algoritmo ejecutado cada 10 [ms].	58
4.6. Respuesta escalón del la velocidad lateral.	58
4.8. Respuesta escalón del la velocidad lateral. Algoritmo ejecutado cada 1 [ms].	59
4.9. Velocidad longitudinal. En rojo la simulada, en verde la estimada.	60
4.10. Velocidad lateral con $K=[0 \ 0]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.	61
4.11. <i>Yaw rate</i> con $K=[0 \ 0]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.	61
4.12. Desliz $\beta$ con $K=[0 \ 0]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.	61
4.13. Desliz $\beta$ con $K$ variable. En rojo la simulada, en verde la estimada.	62
4.14. Desliz $\beta$ con $K=[0.05 \ 0.01]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.	63
4.15. Velocidad lateral con $K=[0.05 \ 0.01]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.	64
4.16. <i>Yaw rate</i> con $K=[0.05 \ 0.01]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.	64
4.17. Desliz $\beta$ con $K=[0.05 \ 0.01]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.	64
4.18. Velocidad lateral con $K=[0.05 \ 0.01]$ . <i>Skidpad</i> . En rojo la simulada, en verde la estimada.	65
4.19. <i>Yaw rate</i> con $K=[0.05 \ 0.01]$ . <i>Skidpad</i> . En rojo la simulada, en verde la estimada.	65
4.20. Desliz $\beta$ con $K=[0.05 \ 0.01]$ . <i>Skidpad</i> . En rojo la simulada, en verde la estimada.	66
4.21. Pista de <i>skidpad</i> .	66
4.22. Estimador Kalman del <i>yaw rate</i> sin ganancias. En rojo la lectura del sensor, en verde la estimada.	67
4.23. Estimador Kalman del <i>yaw rate</i> con ganancias fijas. En rojo la lectura del sensor, en verde la estimada.	67
4.24. Desliz $\beta$ y velocidad lateral. Se muestran también las entradas al estimador: velocidad longitudinal y <i>yaw rate</i> .	68
4.25. Lectura sin filtrar del acelerómetro.	69
4.26. Lectura del acelerómetro. En rojo la lectura del sensor, en azul la señal filtrada en la cRIO, en verde la señal filtrada en un post-procesamiento.	70

4.27. Aceleración en X. En rojo la lectura del sensor, en azul la señal filtrada en la cRIO, en verde la señal filtrada en un post-procesamiento. . . . .	71
4.28. Compresión del resorte delantero izquierdo. En rojo la lectura del sensor, en azul la señal filtrada en un post-procesamiento. . . . .	71
5.1. Arreglo de Hardware. . . . .	75
5.2. PicoStation M2. . . . .	75
5.3. Código de <i>Labview</i> con el protocolo UDP. . . . .	76
5.4. Visualización Telemetría, pantalla principal. . . . .	77
6.1. Circuito. . . . .	80
6.2. Comparación de vuelta. . . . .	81
6.3. Gráfica Presión Trasera vs. Presión Delantera. . . . .	82
6.4. Gráfica Distribución vs. Presión Delantera. . . . .	82
6.5. Presiones delantera y trasera. . . . .	83
6.6. Aceleración Longitudinal vs. Presión de Frenos. . . . .	83
6.7. Diagrama 'G-G'. . . . .	84
6.8. Cálculo de la posición del engrane. . . . .	85
6.9. Posición del engrano, junto con la aceleración longitudinal y las RPM's del motor. . . . .	86
6.10. Potencia entregada por el motor. . . . .	88
6.11. Desliz en los neumáticos. . . . .	89
6.12. Ángulo de subviraje. . . . .	91
6.13. Ángulos de <i>roll</i> trasero y delantero. . . . .	93
6.14. Ángulo de <i>roll</i> calculado y simulado. . . . .	93
6.15. Gradiente de <i>Roll</i> . . . . .	94
6.16. Histograma de las velocidades en los cuatro amortiguadores. . . . .	95
6.17. Histograma del pedal del acelerador. . . . .	97
6.18. Tiempo del acelerador pisado a fondo. . . . .	97
6.19. Porcentaje de aceleración lateral máxima al momento de acelerar. . . . .	99
6.20. Tiempos muertos del piloto. . . . .	100
6.21. Velocidad de frenado. . . . .	101
6.22. Apex en el medio de la curva <sup>[1]</sup> . . . . .	102
6.23. Apex al principio de la curva <sup>[1]</sup> . . . . .	103
6.24. Apex al final de la curva <sup>[1]</sup> . . . . .	103
6.25. Curvatura y radio de curva. . . . .	104
6.26. Retrato de fase con un peso=216[kg]. . . . .	106
6.27. Retrato de fase con un peso=516[kg]. . . . .	106
6.28. Retrato de fase usando un gráfico de dispersión. . . . .	107
6.29. Desaceleración en punto muerto. . . . .	108
6.30. Métrico del ángulo de subviraje . . . . .	110
6.31. Métrico del tiempo muerto del piloto. . . . .	111



# Introducción

---

## 1.1. Presentación

La Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México participa en las competencias organizadas por la Sociedad de Ingenieros Automotrices (SAE<sup>1</sup> por sus siglas en inglés). Existen diferentes competencias ingenieriles en las cuales se puede participar, una de las cuales se llama 'Fórmula'.

Fórmula SAE es una competencia en la cual se inscriben más de 470 de las mejores universidades de todo el mundo, cuenta con 10 sedes en 8 países diferentes.

Se evalúan diversos aspectos: cumplimiento del reglamento, pruebas de aceleración y frenado, comportamiento en curvas, habilidad del piloto, circuito de resistencia, reporte de costos, presentación del vehículo, todo esto se da en un ambiente de compañerismo. La competencia se da en un ambiente de compañerismo, cada equipo a pesar de la natural rivalidad presente, busca apoyar a los demás participantes.

La sede a la cual asiste actualmente el equipo se ubica en Lincoln, Nebraska, Estados Unidos, es por ello que todos los documentos relacionados con el desarrollo de la misma y las presentaciones dentro de la competencia se desarrollan en inglés, idioma que deben dominar los integrantes del equipo para poder desempeñarse eficientemente en esta competencia internacional.

Fórmula SAE es un proyecto que conlleva e involucra importantes enseñanzas como son: el trabajo en un equipo multidisciplinario, la planeación del trabajo, la organización del proyecto, el aprovechamiento óptimo de los recursos humanos y económicos, la toma de decisiones y el manejo de responsabilidades.

---

<sup>1</sup>Society of Automotive Engineers

### 1.2. Motivación

En este año 2014, el equipo participó por quinta vez consecutiva en la competencia en Lincoln, NE. Sin embargo, antes de esta temporada no se contaba con datos reales en las pruebas y competencias. Los diseños del vehículo estaban basados en datos simulados en la computadora o en estimaciones de los estudiantes. Sin embargo, para que el equipo siga progresando y realizando mejores diseños, es necesario disponer de información real sobre las condiciones en las que trabajan los componentes. De ahí surgió la motivación de instrumentar el vehículo por primera vez en la historia del Equipo Fórmula SAE de la UNAM..

### 1.3. Planteamiento del problema

Dentro del equipo, el diseño y la construcción del vehículo se divide en sistemas, los cuales tienen un objetivo definido y consta de varios componentes. Para mejorar el desempeño general del vehículo se necesita que los sistemas trabajen eficientemente y de manera conjunta, para ello se tiene que recopilar información que valide y ayude al futuro desarrollo de cada sistema. La temporada 2013-2014 fue la primera vez que se contó con el sistema de adquisición de datos.

Esta temporada se optó por acotar la instrumentación a las variables que revelan información de la dinámica intrínseca del vehículo y sobre el desempeño del piloto. Por falta de dinero y de experiencia se consideraron únicamente estas variables, de lo contrario, el proyecto no sería viable.

Para medir estas variables el vehículo tiene que estar en un estado dinámico y esto implica que los sensores y la tarjeta de adquisición estén incorporados dentro del vehículo. El peso y el tamaño del sistema se vuelven factores importantes para considerar.

Cabe mencionar que la visualización de los datos en tiempo real es sumamente importante en el ámbito de carreras automovilísticas. Los ingenieros conjuntan la información adquirida con la retroalimentación verbal del piloto para poder calibrar el vehículo dependiendo de las condiciones de la pista. Esto agrega la última característica importante en sistema de adquisición de datos: la transmisión remota de los datos, conocida como telemetría. La telemetría incluye algún tipo de transmisión inalámbrica, y este es el caso del vehículo FSAE. De esta forma se corrobora si todos los sensores se encuentran funcionando correctamente y de igual forma detectar fallas en algún sistema.

## 1.4. Objetivo

Diseñar e implementar la adquisición, procesamiento y telemetría de los datos dentro del vehículo de Fórmula SAE de la escudería UNAM Motorsports en la temporada 2013-2014. Presentar técnicas para el análisis posterior de los datos. Implementar las herramientas y algoritmos que facilitan la interpretación de los datos adquiridos.

- Definir las variables relevantes a medir.
- Determinar los sensores a utilizar al igual que el acondicionamiento necesario para dichas señales.
- Definir los requerimientos de la telemetría e implementar el hardware necesario.
- Establecer los métodos y algoritmos de análisis.
- Generar herramientas que faciliten la interpretación de los datos.

## 1.5. Metodología

Para lograr cumplir los puntos mencionados anteriormente se estableció la siguiente metodología.

1. Definir las variables importantes y relevantes a medir.
2. Conocer el número de entradas y salidas y seleccionar una tarjeta de adquisición que cumpla los requerimientos de entradas/salidas, capacidad de procesamiento, comunicación a periféricos entre otras características.
3. Investigar los diferentes métodos para medir las variables de interés.
4. Seleccionar los sensores dependiendo de el método de medición, sus ventajas y desventajas. Seleccionar de igual manera los componentes para el sistema de telemetría.
5. Programar todo el algoritmo de almacenamiento y procesamiento de los datos, tomando en cuenta los sensores involucrados.
6. Una vez conectados los sensores, hacer pruebas para definir los mejores filtros. con el fin de validar el procesamiento de los datos se usó un software de simulación de dinámica de vehículo.
7. Instalar los sensores en el vehículo y corroborar que los sensores estuvieran funcionando correctamente.
8. Implementar métodos para el análisis e interpretación de los datos.



### 1.6. Contribuciones

La principal contribución de este trabajo es el diseño y construcción de un sistema completamente nuevo dentro del equipo de Fórmula SAE de la UNAM: adquisición de datos y telemetría. Por ser la primera vez, se tuvieron que definir metodologías para llevar a cabo el proyecto. Se diseñó un sistema modular capaz de incorporar nuevos sensores presentada la necesidad. El diseño de varios sistemas podrá estar justificado con datos reales obtenidos en pruebas. Incluso, la plataforma se puede utilizar para incorporar sistemas activos, como lo pueden ser sistemas de tracción, sistemas ABS, controladores del motor, etc.

### 1.7. Estructura de la tesis

Este trabajo está dividido en 8 capítulos.

- En el capítulo 2 se encuentra el marco teórico en el cual se describe el modelo matemático de un vehículo. Con esto se pueden apreciar los factores que más afectan la dinámica del coche y podemos definir las variables que se considerarán en la adquisición de datos.
- En el capítulo 3 se describen los sensores y métodos de medición utilizados. También se muestra cómo está programada la adquisición de los datos y la calibración de los sensores.
- En el capítulo 4 se muestra el procesamiento de datos, esto incluye filtros y estimadores.
- En el capítulo 5 se presenta el hardware usado para la telemetría, así como la programación para la transmisión de los datos.
- En el capítulo 6 se presentan las herramientas para interpretar los datos.
- Las conclusiones son parte del capítulo 7.

## Marco teórico

---

### 2.1. Categorías de la Adquisición de Datos

El análisis de los datos se puede dividir en las siguientes categorías<sup>[1]</sup>:

**Análisis sobre el desempeño del vehículo.** La información adquirida es una medida objetiva del desempeño del vehículo y puede ser usada en conjunto con los comentarios del piloto (información subjetiva) para determinar el comportamiento del coche. Con los datos se pueden señalar áreas de mejora del vehículo y de esa forma, el ingeniero decide cuáles cambios se tienen que realizar para la siguiente sesión de pruebas.<sup>[2]</sup>

**Análisis sobre el desempeño del piloto.** Al tener los datos de la interacción del piloto con el coche, se entiende su estilo de manejo. De igual forma se compara el desempeño entre los diferentes pilotos para retroalimentarlos y así mejoren su desempeño.

**Mejoras en el Vehículo.** Al contar con información concreta sobre el desempeño del vehículo, el ingeniero puede señalar dónde se debe concentrar mayormente el desarrollo para la siguiente temporada. Se pueden señalar las áreas deficientes del vehículo, al igual que los puntos fuertes.

**Confiabilidad y Seguridad del vehículo.** Un objetivo de la adquisición de datos es indicar anticipadamente la presencia de una condición peligrosa y así evitar un mayor daño. Este monitoreo normalmente se realiza en los canales críticos del coche (temperaturas, voltaje de la batería...etc).

**Validación de la simulación.** Tener un modelo simulado del vehículo, es sumamente útil pues ahorra tiempo y dinero. En ocasiones el modelo simulado tiene discrepancias comparado con el vehículo real. Con la adquisición de datos, se puede realizar una comparación del modelo en computadora con la realidad y de esa forma ajustar los parámetros del modelo matemático para que sea confiable. Teniendo un modelo que

represente la realidad con un pequeño porcentaje de error, se habrá logrado una herramienta invaluable en la etapa de diseño y de sintonización del vehículo. Esto será de suma importancia para el diseño del vehículo en los años posteriores.

### 2.2. Clasificación de la información

**Señales críticas del vehículo.** En este grupo de incluyen los canales que tengan que ver con la confiabilidad del coche. En este grupo entran las RPMs del motor, la temperatura del motor, la temperatura de la tarjeta de adquisición, entre otras.

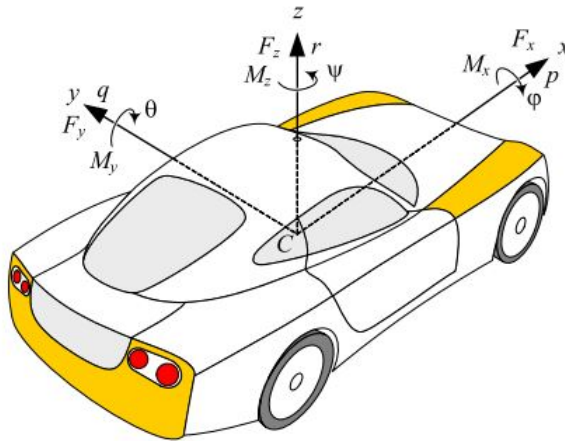
**Interacción del piloto.** Dentro de esta categoría se guardan las señales referentes al piloto. Dentro de esta categoría están el ángulo del volante, la posición de los pedales y la posición del engrane.

**Parámetros del chasis** Aquí se catalogan las señales que estén relacionadas con la dinámica del vehículo, como las aceleraciones, la velocidad, el giro del vehículo, etc.

## 2.3. Dinámica del vehículo

En la dinámica Newtoniana, las fuerzas actuando en un sistema de cuerpos rígidos, se pueden dividir en fuerzas internas y fuerzas externas. Las fuerzas internas son aquellas actuando entre los cuerpos contiguos mientras que las fuerzas externas actúan desde el ambiente del sistema. En el caso particular de los vehículos, las fuerzas externas pueden ser las fuerzas de contacto en las llantas, la fuerza debido a la gravedad y las fuerzas aerodinámicas. La fuerza resultante es la suma de todas las fuerzas que actúan en el cuerpo y de igual forma el momento total es la suma de todos los momentos externos.<sup>[3]</sup>

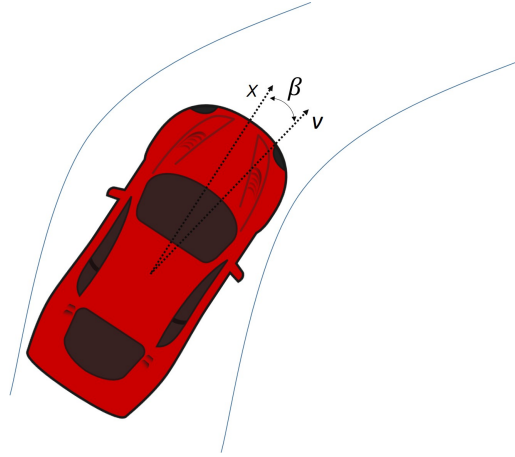
Las ecuaciones de movimiento dentro de la dinámica del vehículo se expresan en el marco de referencia del propio vehículo. Como se muestra en la figura 2.1, el centro de masa se especifica con la letra C, el eje 'x' es el eje longitudinal, el eje 'y' es el eje transversal y el eje 'z' es el eje vertical.



**Figura 2.1:** Marco de referencia del vehículo.<sup>[3]</sup>

Para mostrar la orientación del vehículo se usan tres ángulos: ángulo en el eje x:  $\varphi$ , ángulo en el eje y:  $\theta$  y el ángulo en el eje z:  $\psi$ . Estos ángulos se conocen en la literatura en inglés como: *roll*, *pitch* y *yaw*, respectivamente. El giro en estos ejes se denomina: *roll rate*:  $\dot{\varphi}$ , *pitch rate*:  $\dot{\theta}$  y *yaw rate*:  $\dot{\psi}$ .<sup>[3]</sup>

Al momento de tomar una curva, el vector de velocidad forma un ángulo con el eje 'x' del vehículo. A este ángulo se le denomina ángulo de flotación ( $\beta$ ) o *sideslip angle*. (Ver figura 2.2)



**Figura 2.2:** *Sideslip angle*  $\beta$ .

La resultante de fuerza y momento se puede expresar de la siguiente forma:

$$\mathbf{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

$$\mathbf{M} = M_x \hat{i} + M_y \hat{j} + M_z \hat{k}$$

Donde:

$F_x$  es la fuerza longitudinal actuando sobre el eje 'x'. Si la resultante  $F_x > 0$  entonces el vehículo está acelerando y si  $F_x < 0$  entonces está frenando. Esta fuerza se conoce como fuerza de tracción.

$F_y$  es la fuerza lateral. Si  $F_y > 0$  entonces una fuerza externa está actuando de derecha a izquierda desde el punto de vista del piloto.

$F_z$  es una fuerza vertical, normal al piso. Esta fuerza es negativa y se conoce como la fuerza normal o la carga del vehículo. El peso del vehículo define la magnitud de estas fuerzas cuando no existe transferencia de masa.

$M_x$  es el momento longitudinal en el eje 'x'.

$M_y$  es el momento lateral en el eje 'y'. Si  $M_y > 0$  el vehículo tiende a inclinar el frente.

$M_z$  es el momento en el eje 'z'. Si  $M_z > 0$  el vehículo tiende a girar en el sentido de las manecillas del reloj. Este momento se le conoce como *yaw moment* o momento alineador.

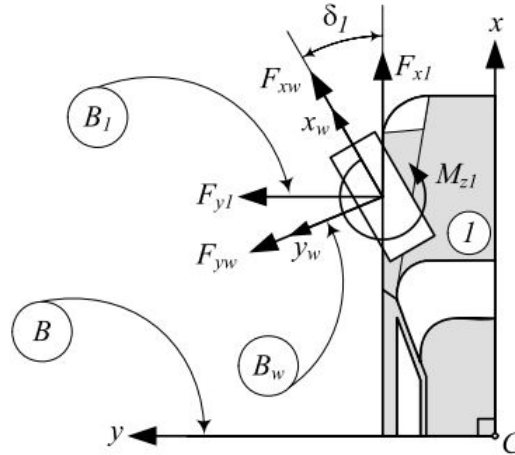
### 2.3.1. Dinámica del cuerpo rígido según Newton-Euler

Se asume que los vehículos son rígidos y presentan un movimiento sobre el plano, lo cual involucra tres grados de libertad: traslación en los ejes 'x' y 'y' al igual que rotación en el eje vertical 'z'. Cuando se ignora el alabeo (*roll*) el movimiento del vehículo se mantiene paralelo al plano XY donde se desplaza el coche. Las ecuaciones de Newton-Euler para el movimiento de un vehículo rígido con respecto al marco de referencia en el centro de masa son:

$$F_x = m\dot{v}_x - m\omega_z v_y \quad (2.1)$$

$$F_y = m\dot{v}_y + m\omega_z v_x \quad (2.2)$$

$$M_z = \dot{\omega}_z I_z \quad (2.3)$$



**Figura 2.3:** Marco de referencia de la llanta delantera izquierda.

Para este análisis se considerará únicamente las fuerzas que actúan a través de los cuatro neumáticos. Para ello se agrega un marco de referencia adicional  $B_w$  [Ver figura 2.3]. Estas fuerzas externas para una sola llanta se pueden desglosar de la siguiente forma:

$$F_{x_i} = F_{x_{w_i}} \cos \delta_i - F_{y_{w_i}} \sin \delta_i \quad (2.4)$$

$$F_{y_i} = F_{y_{w_i}} \cos \delta_i - F_{x_{w_i}} \sin \delta_i \quad (2.5)$$

$$M_{z_i} = M_{z_{w_i}} + x_i F_{y_i} - y_i F_{x_i} \quad (2.6)$$

Donde el subíndice  $w$  se refiere al marco de referencia de la llanta.

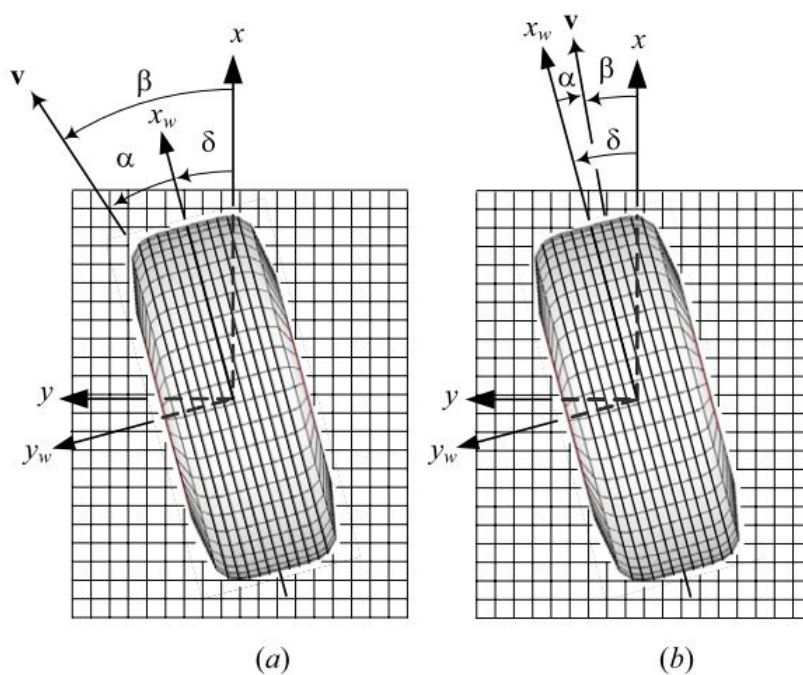
De forma general, para un vehículo con 4 llantas se tiene que:

$$F_x = \sum_{i=1}^4 F_{x_w} \cos \delta_i - \sum_{i=1}^4 F_{y_w} \sin \delta_i \quad (2.7)$$

$$F_y = \sum_{i=1}^4 F_{y_w} \cos \delta_i - \sum_{i=1}^4 F_{x_w} \sin \delta_i \quad (2.8)$$

$$M_z = \sum_{i=1}^4 M_{z_i} + \sum_{i=1}^4 x_i F_{y_i} - \sum_{i=1}^4 y_i F_{x_i} \quad (2.9)$$

### 2.3.2. Fuerza lateral en las llantas



**Figura 2.4:** Orientación angular de un neumático moviéndose a lo largo de un vector de velocidad  $v$  con un ángulo de desliz  $\alpha$  y un ángulo de volante  $\delta$ .

La figura 2.4 muestra la orientación angular de un neumático moviéndose a lo largo de un vector de velocidad  $v$  con un ángulo de desliz  $\alpha$  y un ángulo de volante  $\delta$ . Cabe mencionar que el ángulo  $\delta$  es el ángulo de giro en la llanta debido al volante y no necesariamente el ángulo con el que el conductor gira el volante, puesto que existe una

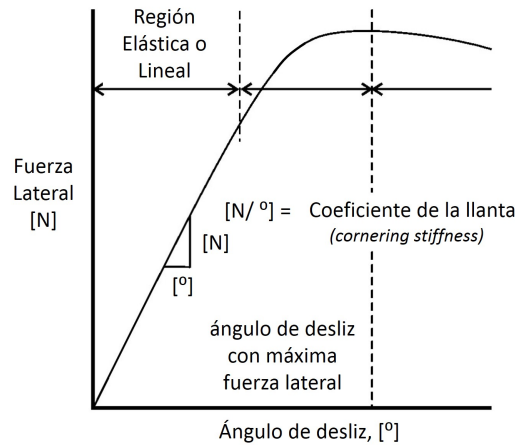
relación de giro en la caja de dirección.

El ángulo entre los ejes  $x$  y  $x_w$  es el ángulo de giro debido al volante  $\delta$ , medido desde el eje 'z'. El neumático se mueve a lo largo del vector  $\mathbf{v}$ . El ángulo entre el eje  $x_w$  y el vector  $\mathbf{v}$  es el ángulo de desliz  $\alpha$ , y el ángulo entre el eje  $x$  y el vector de velocidad  $\mathbf{v}$  es el desliz global  $\beta$ .

A partir de la figura 2.4(a), se define el desliz de la llanta como:

$$\alpha = \beta - \delta \quad (2.10)$$

En la realidad, un ángulo de giro  $\delta$  es mayor al desliz global  $\beta$  debido a la flexibilidad de los neumáticos. Esto se muestra en la figura 2.4(b). Es por ello que un ángulo  $\delta$  positivo genera ángulos de desliz  $\alpha$  negativos.



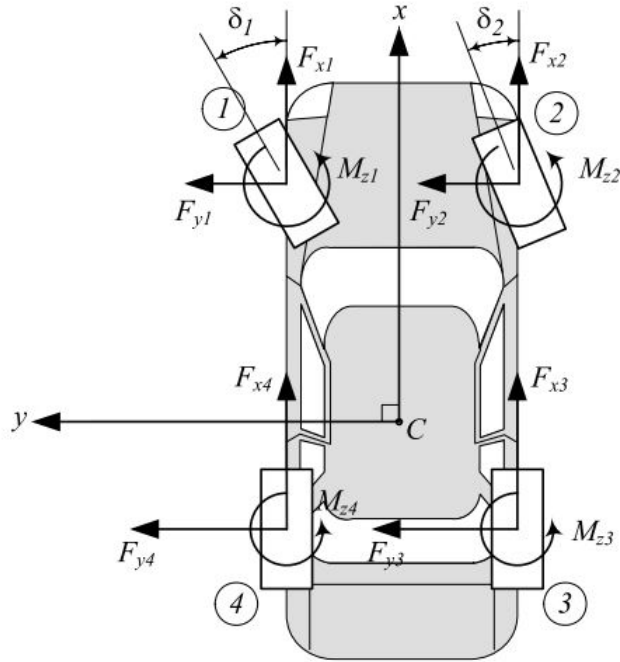
**Figura 2.5:** Gráfica de la fuerza lateral vs. desliz  $\alpha$ .

La fuerza lateral que imprime un neumático es función del desliz  $\alpha$ . La gráfica 2.5 muestra cómo se desarrolla la fuerza lateral a medida que el ángulo de desliz incrementa. Para simplificar el análisis, se considera únicamente la parte lineal de la gráfica. La pendiente de esta recta se conoce como *cornering stiffness* y solo es aplicable para ángulos pequeños de desliz. A partir de lo anterior se define la fuerza lateral como:

$$F_y = -c_\alpha \alpha \quad (2.11)$$



2.3.3. Modelo 4 llantas



**Figura 2.6:** Modelo de cuatro llantas.

Utilizando las ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9 e ignorando los momentos  $M_{z_i}$  individuales de las llantas, se tiene que:

$$F_x = F_{x_{w1}} \cos \delta_1 + F_{x_{w2}} \cos \delta_2 - F_{y_{w1}} \sin \delta_1 - F_{y_{w2}} \sin \delta_2 + F_{x_r} \quad (2.12)$$

$$F_y = F_{y_{w1}} \cos \delta_1 + F_{y_{w2}} \cos \delta_2 + F_{x_{w1}} \sin \delta_1 + F_{x_{w2}} \sin \delta_2 + F_{y_r} \quad (2.13)$$

$$M_z = l_f F_{y_f} - l_r F_{y_r} \quad (2.14)$$

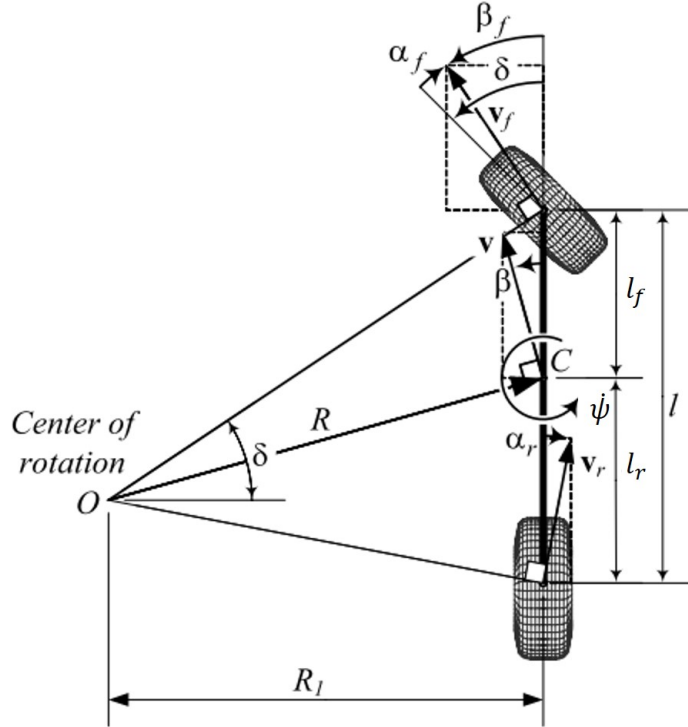
Cabe mencionar que esto es para un vehículo en el cual solo se giran las dos llantas delanteras.

### 2.3.4. Modelo Bicicleta

El modelo bicicleta consta de dos llantas, sin embargo, estrictamente hablando no se comporta como una bicicleta. Debido a la geometría de la dirección, el ángulo de giro de las llantas delanteras no es igual:  $\delta_1 \neq \delta_2$ . Para el modelo de bicicleta se considera el ángulo giro de la llanta delantera como:

$$\delta = \cot^{-1}\left(\frac{\cot \delta_1 + \cot \delta_2}{2}\right)$$

De ahí que también los ángulos de desliz  $\alpha_i$  son iguales en las llantas delanteras y en las llantas traseras, véase la ecuación 2.10.



**Figura 2.7:** Modelo de dos llantas.

Dado que solo se considerará un ángulo  $\delta$ , las ecuaciones 2.12, 2.13 y 2.14 se simplifican:

$$F_x = F_{x_f} \cos \delta - F_{y_f} \sin \delta + F_{x_r} \quad (2.15)$$

$$F_y = F_{y_f} \cos \delta + F_{x_f} \sin \delta + F_{y_r} \quad (2.16)$$

$$M_z = l_f F_{y_f} - l_r F_{y_r} \quad (2.17)$$

Considerando ángulos de giros  $\delta$  pequeños, las ecuaciones anteriores se aproximan:

$$F_x \approx F_{x_f} + F_{x_r} \quad (2.18)$$

$$F_y \approx F_{y_f} + F_{y_r} \quad (2.19)$$

$$M_z \approx l_f F_{y_f} - l_r F_{y_r} \quad (2.20)$$

Asumiendo que la llanta  $i$ , se encuentra en la posición  $(x_i, y_i)$  dentro del marco de referencia del vehículo. La velocidad de la llanta  $i$  es:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v} + \dot{\psi} \times \mathbf{r}_i \quad (2.21)$$

en donde  $r_i$  es el vector de posición de la llanta  $i$ ,  $v$  es el vector de velocidad del vehículo en su centro de masa C, y  $\dot{\psi}$  es el *yaw rate* del vehículo.

$$\begin{bmatrix} v_{x_i} \\ v_{y_i} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x - y_i \dot{\psi} \\ v_y + x_i \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

El desliz global  $\beta$  para la llanta  $i$  es el ángulo entre el vector de velocidad  $\mathbf{v}_i$  de la llanta y el eje 'x'.

$$\beta_i = \tan^{-1} \left( \frac{v_{y_i}}{v_{x_i}} \right) \quad (2.23)$$

Para el modelo de bicicleta:  $y_i = 0$  y  $x_i = l_i$ . De ahí y sustituyendo en 2.23 a 2.22, se obtiene:

$$\beta_f = \tan^{-1} \left( \frac{v_y + l_f \dot{\psi}}{v_x} \right)$$

$$\beta_r = \tan^{-1} \left( \frac{v_y - l_r \dot{\psi}}{v_x} \right)$$

Para ángulos pequeños de  $\beta_f$ ,  $\beta_r$ ,  $\beta$  y considerando que  $\beta = v_y/v_x$  para ángulos pequeños, se aproxima de la siguiente forma:

$$\beta_f = \frac{v_y + l_f \dot{\psi}}{v_x}$$

$$\beta_r = \frac{v_y - l_r \dot{\psi}}{v_x}$$

$$\beta_f = \beta + \frac{l_f \dot{\psi}}{v_x} \quad (2.24)$$

$$\beta_r = \beta - \frac{l_r \dot{\psi}}{v_x} \quad (2.25)$$

Regresando a la ecuación 2.10:  $\alpha = \beta - \delta$  y sustituyendo las ecuaciones 2.24 y 2.25, se obtienen las siguientes ecuaciones, tomando en cuenta que en el eje trasero  $\delta = 0$  puesto que no hay dirección.

$$\alpha_f = \beta + \frac{l_f \dot{\psi}}{v_x} - \delta \quad (2.26)$$

$$\alpha_r = \beta - \frac{l_r \dot{\psi}}{v_x} \quad (2.27)$$

La fuerza lateral ejercida por un neumático es:  $F_y = -c_\alpha \alpha$ . En el modelo de bicicleta se toma en cuenta que el coeficiente de la llanta (*cornering stiffness*) es la suma del coeficiente derecho y el izquierdo:

$$c_{\alpha_f} = c_{\alpha_{fr}} + c_{\alpha_{fl}}$$

$$c_{\alpha_r} = c_{\alpha_{rr}} + c_{\alpha_{rl}}$$

Para el eje delantero y trasero:

$$F_{y_f} = -c_{\alpha_f} \alpha_f$$

$$F_{y_r} = -c_{\alpha_r} \alpha_r$$

Según las ecuaciones 2.19 y 2.21 y considerando las últimas ecuaciones, las fuerzas externas se pueden expresar como:

$$F_y = F_{y_f} + F_{y_r} = -c_{\alpha_f} \alpha_f - c_{\alpha_r} \alpha_r$$

$$M_z = l_f F_{y_f} - l_r F_{y_r} = -l_f c_{\alpha_f} \alpha_f + l_r c_{\alpha_r} \alpha_r$$

Sustituyendo las dos ecuaciones (2.26 y 2.27), se obtiene:

$$F_y = -c_{\alpha_f} \left( \beta + \frac{l_f \dot{\psi}}{v_x} - \delta \right) - c_{\alpha_r} \left( \beta - \frac{l_r \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (2.28)$$

$$M_z = -l_f c_{\alpha_f} \left( \beta + \frac{l_f \dot{\psi}}{v_x} - \delta \right) + l_r c_{\alpha_r} \left( \beta - \frac{l_r \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (2.29)$$

## 2. MARCO TEÓRICO

---

Con esto, las fuerzas y momento externos en términos de los parámetros de llanta son:

$$F_y = \left(-\frac{l_f}{v_x}c_{\alpha_f} + \frac{l_r}{v_x}c_{\alpha_r}\right)\dot{\psi} - (c_{\alpha_f} + c_{\alpha_r})\beta + c_{\alpha_f}\delta \quad (2.30)$$

$$M_z = \left(-\frac{l_f^2}{v_x}c_{\alpha_f} - \frac{l_r^2}{v_x}c_{\alpha_r}\right)\dot{\psi} - (l_fc_{\alpha_f} - l_rc_{\alpha_r})\beta + l_fc_{\alpha_f}\delta \quad (2.31)$$

Igualando las ecuaciones anteriores con las de Newton-Euler (2.1, 2.2 y 2.3), se obtiene:

$$\begin{aligned} m\dot{v}_x - m\omega_z v_y &= F_x \\ m\dot{v}_y + m\omega_z v_x &= \left(-\frac{l_f}{v_x}c_{\alpha_f} + \frac{l_r}{v_x}c_{\alpha_r}\right)\dot{\psi} - (c_{\alpha_f} + c_{\alpha_r})\beta + c_{\alpha_f}\delta \\ \ddot{\psi}I_z &= \left(-\frac{l_f^2}{v_x}c_{\alpha_f} - \frac{l_r^2}{v_x}c_{\alpha_r}\right)\dot{\psi} - (l_fc_{\alpha_f} - l_rc_{\alpha_r})\beta + l_fc_{\alpha_f}\delta \end{aligned}$$

Re-acomodando los términos las ecuaciones anteriores se expresan en un sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\dot{v}_x = \frac{F_x}{m} + \dot{\psi}v_y \quad (2.32)$$

$$\dot{v}_y = \frac{1}{m}\left(-\frac{l_f}{v_x}c_{\alpha_f} + \frac{l_r}{v_x}c_{\alpha_r}\right)\dot{\psi} - \frac{1}{m}(c_{\alpha_f} + c_{\alpha_r})\beta + \frac{1}{m}c_{\alpha_f}\delta - \dot{\psi}v_x \quad (2.33)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z}\left(-\frac{l_f^2}{v_x}c_{\alpha_f} - \frac{l_r^2}{v_x}c_{\alpha_r}\right)\dot{\psi} - \frac{1}{I_z}(l_fc_{\alpha_f} - l_rc_{\alpha_r})\beta + \frac{1}{I_z}l_fc_{\alpha_f}\delta \quad (2.34)$$

En este punto, se decide si utilizar  $\dot{\psi}$  y  $\beta$  como variables de estado o intercambiar  $\beta$  por  $v_y$ . En este trabajo, se deja a  $v_y$  como variable de estado y  $\beta$  se calcula después.

Haciendo la sustitución  $\beta = v_y/v_x$  se tiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\dot{v}_x = \frac{F_x}{m} + \dot{\psi}v_y \quad (2.35)$$

$$\dot{v}_y = \frac{1}{mv_x}\left(-l_fc_{\alpha_f} + l_rc_{\alpha_r}\right)\dot{\psi} - \frac{1}{mv_x}(c_{\alpha_f} + c_{\alpha_r})v_y + \frac{1}{m}c_{\alpha_f}\delta - \dot{\psi}v_x \quad (2.36)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z v_x}\left(-l_f^2 c_{\alpha_f} - l_r^2 c_{\alpha_r}\right)\dot{\psi} - \frac{1}{I_z v_x}(l_f c_{\alpha_f} - l_r c_{\alpha_r})v_y + \frac{1}{I_z}l_f c_{\alpha_f}\delta \quad (2.37)$$

Si se asume que el vehículo se mueve con una velocidad positiva constante:

$$v_x = cte.$$

Entonces la ecuación 2.35 se vuelve independiente de las ecuaciones 2.36 y 2.37. La dinámica del vehículo se describe entonces con las dos ecuaciones 2.36 y 2.37, y toma como entrada al sistema el ángulo de giro  $\delta$  y usa  $v_x$  como parámetro para calcular  $v_y$  y  $\dot{\psi}$ .

Se expresa el sistema con la siguiente representación:

$$\dot{\mathbf{q}} = [A]\mathbf{q} + [B]u$$

donde  $[A]$  es la matriz de coeficientes,  $\mathbf{q}$  es el vector de estados,  $[B]$  es un vector que multiplica la entrada y  $u$  es la entrada.

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_{\alpha f} + c_{\alpha r}}{mv_x} & \frac{-l_f c_{\alpha f} + l_r c_{\alpha r}}{mv_x} - v_x \\ -\frac{l_f c_{\alpha f} - l_r c_{\alpha r}}{I_z v_x} & -\frac{l_f^2 c_{\alpha f} + l_r^2 c_{\alpha r}}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_{\alpha f}}{m} \\ \frac{l_f c_{\alpha f}}{I_z} \end{bmatrix} \delta \quad (2.38)$$

### 2.3.5. Estado Permanente

Un vehículo se encuentra en estado permanente en curva cuando describe un círculo de radio  $R$  a una velocidad  $v_x$  y una velocidad angular  $\dot{\psi}$  tal que:

$$v_x = R\dot{\psi} \quad (2.39)$$

En estado permanente, la velocidad longitudinal, la velocidad lateral y la velocidad angular  $\dot{\psi}$  son constantes. De ahí que:

$$\ddot{\psi} = 0 ; \dot{v}_x = 0 ; \dot{v}_y = 0$$

Considerando las condiciones de estado permanente en curva, la ecuación 2.17 de momento se vuelve:

$$l_f F_{y_f} - l_r F_{y_r} = M_z = \ddot{\psi} I_z = 0$$

de ahí que:

$$F_{y_r} = F_{y_f} \frac{l_f}{l_r} \quad (2.40)$$

según la segunda ley de Newton:

$$ma_y = F_{y_r} + F_{y_f}$$

sustituyendo la ecuación 2.40:

$$ma_y = F_{y_f} \frac{l_f}{l_r} + F_{y_f}$$

## 2. MARCO TEÓRICO

---

considerando que la longitud entre ejes es  $l = l_f + l_r$ :

$$ma_y = F_{yf} \frac{l}{l_r} \quad (2.41)$$

Ahora se describe a la fuerza lateral en términos del desliz. Sustituyendo las ecuaciones 2.11 y 2.26 en 2.41

$$ma_y \frac{l_r}{l} = c_{\alpha_f} \left( \delta - \beta - \frac{l_f \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (2.42)$$

Con la relación 2.39:  $\dot{\psi} = \frac{v_x}{R}$  y re-acomodando términos, la ecuación 2.42 se convierte en:

$$ma_y \frac{l_r}{l} \frac{1}{c_{\alpha_f}} = \delta - \beta - \frac{l_f}{R} \quad (2.43)$$

análogamente:

$$ma_y \frac{l_f}{l} \frac{1}{c_{\alpha_r}} = -\beta + \frac{l_r}{R} \quad (2.44)$$

Restando la ecuación 2.44 de la 2.43:

$$\frac{m}{l} \left( \frac{l_r}{c_{\alpha_f}} - \frac{l_f}{c_{\alpha_r}} \right) a_y = \delta - \left( \frac{l_f}{R} + \frac{l_r}{R} \right)$$

$$\frac{m}{l} \left( \frac{l_r}{c_{\alpha_f}} - \frac{l_f}{c_{\alpha_r}} \right) a_y = \delta - \frac{l}{R}$$

Re-ordenando términos:

$$\delta = \frac{l}{R} + \frac{m}{l} \left( \frac{l_r}{c_{\alpha_f}} - \frac{l_f}{c_{\alpha_r}} \right) a_y \quad (2.45)$$

Aquí conviene introducir un nuevo concepto: el ángulo de giro Ackermann. Cuando un vehículo da una curva con velocidad lenta, se asume que no se presenta aceleración lateral y este describe un radio conocido como el radio de Ackermann ( $R_A$ ). Tampoco se tienen ángulos de desliz  $\alpha_i$  en las llantas ni fuerza lateral  $F_y$ . Y el centro de giro del coche coincide con el eje trasero del vehículo, como se muestra en la figura 2.8.

Con todo esto, el ángulo de giro en las llantas Ackermann  $\delta_A$  es:

$$\tan \delta_A = \frac{1}{\sqrt{R_A^2 - l^2}}$$

Dado que  $R_A$  es mucho mayor a  $l$  y el ángulo  $\delta_A$  es pequeño, se asume que:

$$\delta_A \approx \frac{l}{R_A} \quad (2.46)$$

Regresando a la ecuación 2.45, notese que el el término  $\frac{1}{R_A}$  corresponde al ángulo Ackermann.

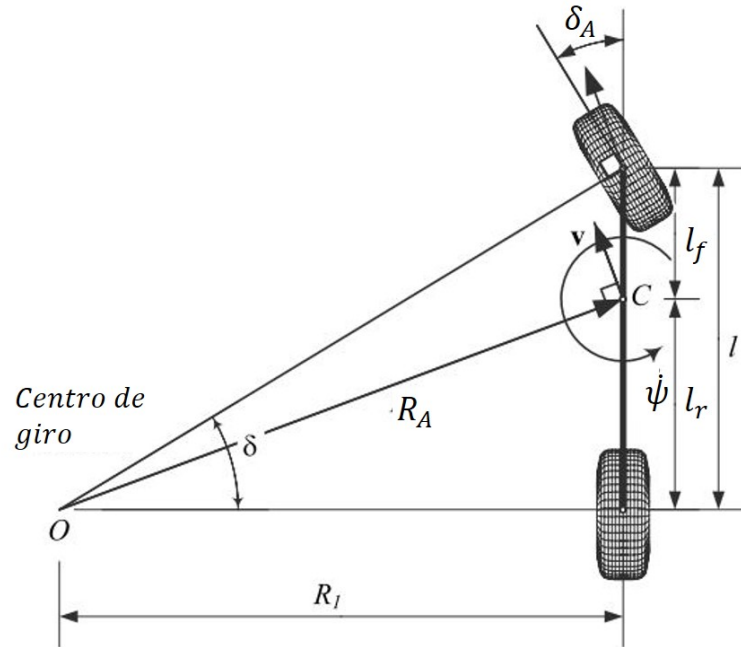


Figura 2.8: Ángulo de giro Ackermann.

**Gradiente de subviraje.** A partir de la ecuación 2.45, es posible deducir el concepto de gradiente de subviraje. Si el último término de la ecuación no es nulo, entonces el conductor deberá ingresar un ángulo  $\delta$  mayor o menor al ángulo según Ackermann para conservar el radio de giro  $R$ . Esto es sumamente significativo para el comportamiento del vehículo. A partir de esto conviene definir el gradiente de subviraje ( $K$ ) o *Stability Factor* o *Eigenlenkgradient* en inglés y alemán respectivamente.

$$K = \frac{m}{l} \left( \frac{l_r}{c_{\alpha_f}} - \frac{l_f}{c_{\alpha_r}} \right) \quad (2.47)$$

Con esto se describe el ángulo de giro  $\delta$  en términos de  $K$ .

$$\delta = \delta_A + K a_y \quad (2.48)$$



## 2. MARCO TEÓRICO

---

Para conocer la respuesta del vehículo en estado permanente en curva, se tienen las siguientes relaciones de salida-entrada:

- Respuesta de curvatura  $S_k$

$$S_k = \frac{\kappa}{\delta} \quad (2.49)$$

- Respuesta de desliz *Sideslip*  $S_\beta$

$$S_\beta = \frac{\beta}{\delta} \quad (2.50)$$

- Respuesta de *Yaw rate*  $S_{\dot{\psi}}$

$$S_{\dot{\psi}} = \frac{\dot{\psi}}{\delta} \quad (2.51)$$

- Respuesta de aceleración lateral  $S_{a_y}$

$$S_{a_y} = \frac{a_y}{\delta} \quad (2.52)$$

La curvatura se define como el inverso del radio que está describiendo el vehículo.

$$\kappa = \frac{1}{R}$$

Y en estado permanente:

$$\kappa = \frac{\dot{\psi}}{v_x}$$

La respuesta de curvatura  $S_\kappa$  se puede describir en términos del gradiente de subviraje. Sustituyendo con 6.14:

$$S_k = \frac{\kappa}{\delta} = \frac{1/R}{\frac{l}{R} + K a_y}$$

Se sabe que en estado permanente:

$$a_y = \frac{v_x^2}{R} \quad (2.53)$$

De ahí que:

$$S_k = \frac{1/R}{\frac{l}{R} + K \frac{v_x^2}{R}}$$
$$S_k = \frac{1}{l + K v_x^2} \quad (2.54)$$

A partir de esta última ecuación, se concluye que el signo de  $K$  determina si  $S_\kappa$  incrementa o decrece como función de la velocidad  $v_x$ . El signo de  $K$ , depende de la posición del centro de masa  $l_f$  y  $l_r$  y de los coeficientes de los neumáticos  $c_{\alpha_f}$  y  $c_{\alpha_r}$ . Si  $K > 0$ :

$$\frac{l_r}{c_{\alpha_f}} > \frac{l_f}{c_{\alpha_r}}$$

$S_\kappa$  decrece como función de  $v_x$  y por lo tanto la curvatura  $\kappa$  también decrece para un ángulo  $\delta$  constante. Esto quiere decir que si el conductor aumenta la velocidad manteniendo la posición del volante, el vehículo describirá un radio mayor. A este fenómeno se le conoce como **subviraje** y es una condición estable.

Por otro lado, si  $K < 0$ :

$$\frac{l_r}{c_{\alpha_f}} < \frac{l_f}{c_{\alpha_r}}$$

entonces  $S_\kappa$  incrementa como función de  $v_x$  y por lo tanto también la curvatura  $\kappa$  para un ángulo de giro  $\delta$  constante. En este caso, el conductor debe decrecer al ángulo del volante para mantener el mismo radio de giro a medida que la velocidad aumenta. A esta condición se le conoce como **sobreviraje**.

Por último, si  $K = 0$ :

$$\frac{l_r}{c_{\alpha_f}} = \frac{l_f}{c_{\alpha_r}}$$

En este caso, la curvatura no depende de la velocidad. Un vehículo con este comportamiento se conoce como **neutral**.

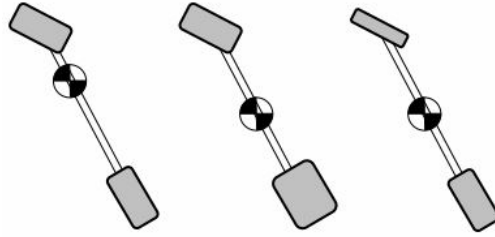
A manera de conclusión:

- $K > 0$  representa *subviraje*
- $K < 0$  representa *sobreviraje*
- $K = 0$  representa *neutralidad*

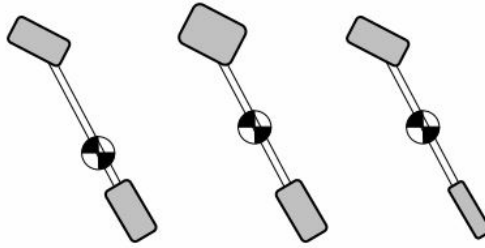
## 2. MARCO TEÓRICO

---

El coeficiente de la llanta (*cornering stiffness*) depende del material de la llanta y también de la superficie de contacto. En las figuras 2.9 y 2.10, se muestran casos en los cuales se tendría un vehículo subvirado y sobrevirado respectivamente.



**Figura 2.9:** Tres casos en los cuales se logra un vehículo subvirado.



**Figura 2.10:** Tres casos en los cuales se logra un vehículo sobrevirado.

Siguiendo el mismo procedimiento para la expresión 2.54, las demás respuestas se pueden definir como:

$$S_{\dot{\psi}} = \frac{v_x}{l + K v_x^2} \quad (2.55)$$

$$S_{a_y} = \frac{v_x^2}{l + K v_x^2} \quad (2.56)$$

La respuesta de  $S_{\dot{\psi}}$  se ve en la figura 2.11. Para un vehículo *subvirado* se presenta un máximo en la respuesta. A esta velocidad se le conoce como la **velocidad característica**. Para calcularla es necesario derivar e igualar a cero:

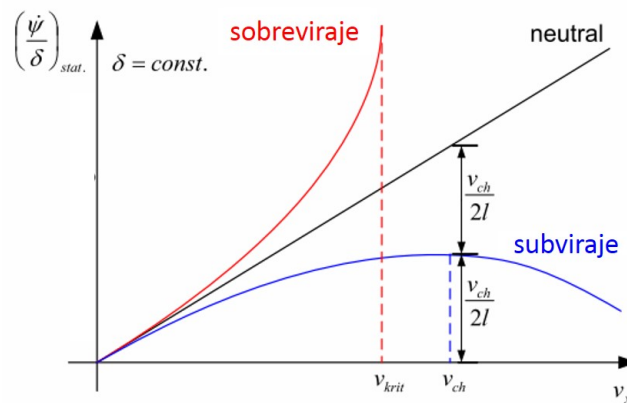
$$\frac{d}{dv_x} \left( \frac{\dot{\psi}}{\delta} \right) = \frac{l - K v_x^2}{(l + K v_x^2)^2} = 0$$

$$v_{ch} = \sqrt{\frac{l}{K}} \quad (2.57)$$

En el caso de un vehículo *sobrevirado*, se presenta **la velocidad crítica** a la cual el vehículo se vuelve inestable:

$$\frac{d}{dv} \frac{\dot{\psi}}{\delta} = \frac{l - Kv_x^2}{(l + Kv_x^2)^2} = \infty$$

$$v_{crit} = \sqrt{-\frac{l}{K}} \quad (2.58)$$

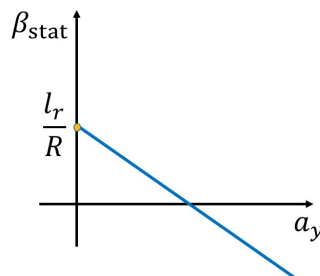


**Figura 2.11:** Respuesta de  $S_k$ .

Para la respuesta del desliz global  $\beta$ , resulta útil ponerla en términos de la aceleración lateral, puesto que esta última se puede medir físicamente. Despejando  $\beta$  de la ecuación 2.44:

$$\beta_{stat} = \frac{l_r}{R} - \frac{l_f m}{l c_{\alpha_r}} a_y \quad (2.59)$$

De ahí, que la respuesta del desliz global  $\beta$  en un estado estacionario con respecto a la aceleración lateral se ve como en la figura 2.12. De la ecuación 2.59 se observa que cuando la aceleración es cero, entonces  $\beta_{stat} = \frac{l_r}{R}$ .



**Figura 2.12:** Respuesta de  $\beta_{stat}$ .

### 2.4. Variables relevantes

Como se mencionó anteriormente, la adquisición de datos no abarca únicamente la dinámica del vehículo, sino también la interacción del piloto con el vehículo. En la sección anterior se explicaron las variables relevantes en la dinámica del vehículo y a continuación se detallan todas las variables de interés para la adquisición de datos.

**Posición del pedal del acelerador.** Resulta muy útil conocer la posición del pedal, porque con este dato se deducen conclusiones sobre el piloto. Se pueden calcular indicadores que muestren objetivamente el estilo de manejo del piloto al igual que las áreas de mejora. Entre estos indicadores están: un histograma, el tiempo total con el acelerador al máximo, los tiempos muertos, etc. <sup>1</sup>

**Posición del pedal del freno.** Al igual que el pedal del acelerador, el freno dice mucho sobre el estilo de manejo del piloto. Es posible determinar si el punto de frenado en la curva es correcto, al igual que la agresividad y suavidad del frenado. En conjunto con la presión en las líneas de freno, el pedal del freno arroja información sobre el funcionamiento correcto del sistema de frenado.

**Volante.** Como se vio en la sección anterior, la mayoría de las respuestas del vehículo van relacionadas con el ángulo de las llantas, el cual depende directamente del ángulo del volante. Conociendo este ángulo se determina si el coche está sub o sobrevirado, también brinda información sobre la maniobrabilidad de vehículo y sobre el estilo de manejo del piloto. Con este dato, se puede saber si el piloto está tomando la curva con el apex <sup>2</sup> en el centro, adelantado o atrasado.

**Aceleración longitudinal.** Esta variable física indica qué tan capaz es el vehículo de cambiar de velocidad longitudinal. Sirve para evaluar el sistema de frenado así como el tren motriz. Integrando esta señal se obtiene la velocidad .

**Aceleración lateral.** Esta señal revela información sobre la dinámica del vehículo. Es indispensable para analizar parámetros de la suspensión así como el comportamiento de coche (sub/sobreviraje). Se usa para calcular la transferencia lateral de masa así como para calcular el *roll stiffness*. <sup>3</sup> También es útil para evaluar las capacidades de conducción del piloto.

---

<sup>1</sup>Para más información ver capítulo 6.

<sup>2</sup>El apex hace referencia al punto donde la curva cambia de sentido y tiene que ver con la línea de carrera diseñada para la pista.

<sup>3</sup>Para mayor información sobre la definición y estimación del *roll stiffness* ver capítulo 7.

**Yaw Rate.** El giro en el eje vertical, como se vio en anteriormente está relacionado directamente con la dinámica del vehículo. Indica si el vehículo está sub o sobrevirado. Es también una de las dos variables de estado del modelo bicicleta de un coche, lo que significa que se puede usar para estimar parámetros adicionales difíciles de medir, como lo es el deslizamiento lateral (*side slip*). (Ver Figura 2.1)

**Pitch Rate.** Este giro está medido en el eje transversal del vehículo. Brinda información sobre el comportamiento longitudinal del vehículo y también sobre el funcionamiento de la suspensión. (Ver Figura 2.1)

**Roll Rate.** Como tal, el *roll rate* no es relevante en la dinámica, pero se puede integrar y en conjunto con otros algoritmos se calcula el ángulo de *roll*. El ángulo de *roll* indica cuánto se está inclinando el vehículo en las curvas y cómo se distribuye la masa. (Ver Figura 2.1)

**Desplazamiento de los resortes** La compresión y expansión de los resortes/amortiguadores juega un papel importante en la dinámica del vehículo. Informa sobre la frecuencia a la cual trabajan los resortes/amortiguadores, así como su tiempo de respuesta. También permite calcular el *roll angle* así como las cargas normales en las llantas debido a la suspensión. <sup>1</sup>

**Velocidad angular del motor.** Las revoluciones por minuto (RPMs) del motor están directamente relacionadas con el rendimiento del mismo. En conjunto con el pedal de acelerador y el sensor de la mezcla de gasolina y aire, se determina si el motor está bien "mapeado".<sup>2</sup> Mediante ecuaciones de primer orden se calcula el par y la potencia que está entregando el motor. Esto resulta muy importante para la calibración del motor.

**Velocidad angular del diferencial.** Las RPMs del diferencial permiten conocer las condiciones bajo las cuales trabaje el diferencial. En conjunto con las RPMs del motor, se calcula la relación de transmisión de la caja de velocidades. Este dato permite determinar si el piloto está subiendo y bajando de velocidad adecuadamente.

**Presión en la línea de freno.** En conjunto con la posición del freno, la presión proporciona información sobre el funcionamiento correcto del sistema de frenado. Al medir las presiones frontal y trasera se calcula la relación entre ambas y determinar su impacto en la dinámica del vehículo.

---

<sup>1</sup>Para mayor información ver capítulo 6.

<sup>2</sup>El *mapeo* es la palabra coloquial para referirse a la matriz de datos con la que está programado la computadora del motor y que le indica cuantas RPMs corresponden a determinada apertura del papalote.



# Adquisición de Datos

---

En este capítulo se presentan a detalle las características sobre la adquisición de los datos. Se detallará la selección de los sensores, el algoritmo de adquisición y el almacenamiento de los datos.

## 3.1. Medición de variables

En el vehículo existen diversas variables y parámetros que permiten comprender su dinámica. Ya se mencionó que no es viable medir todas las variables, puesto que algunas son muy complicadas de medir o se necesita equipo muy especializado, como es el caso del ángulo global de desliz ( $\beta$ ), el ángulo de *roll* y de *pitch*.

### 3.1.1. Variables relevantes

En la siguiente tabla se muestran las variables que forman parte de la adquisición de datos en el vehículo de Fórmula SAE 2014:

**Tabla 3.1: Variables relevantes**

Variable	Símbolo	Variable	Símbolo
Velocidad	$v_x$	Aceleración Longitudinal	$\dot{v}_x, a_x$
Aceleración lateral	$a_y$	<i>Yaw rate</i>	$\omega_z, \dot{\psi}$
Roll rate	$\omega_y$	Ángulo de <i>roll</i>	$\varphi$
Desliz Global	$\beta$	Ángulo del volante	$\delta_{SW}$
Posición del acelerador	$\theta_A$	Posición del freno	$\theta_F$
Compresión de los resortes	$\Delta_{xi}$	RPM's del motor	$\omega_{MOT}$
RPM's del diferencial	$\omega_{DIF}$	Presión de los frenos	$P_{front}, P_{rear}$



#### 3.1.2. Principio de medición

La tecnología para medir algunas de estas variables nos ofrece varias opciones. A continuación se describe el principio de medición para las variables de interés.

**Velocidad.** El primer punto que cabe resaltar es que la velocidad del vehículo se debe descomponer en la velocidad longitudinal y la velocidad lateral. Para medir la velocidad de una forma precisa y *directa* existen los sensores con tecnología correvit<sup>1</sup> de la marca *Kistler*<sup>®</sup>. Estos sensores son ópticos y miden la velocidad con respecto al piso, es por ello que no tienen errores debido al deslizamiento del coche. Dado que miden tanto la velocidad longitudinal y la velocidad lateral, también entregan el ángulo de deslizamiento lateral. Otra ventaja es el poco ruido en la señal. Sin embargo, el peso en estos sensores es un factor decisivo. El peso está arriba de los 1000 [g], lo cual significa mucho peso añadido al vehículo. En un vehículo de competencia no conviene agregar 1 [kg] solo para medir la velocidad. En conclusión, los sensores correvit sí convendrían en una etapa de pruebas gracias a su practicidad y su limpia señal, pero dado que no se pueden incorporar dentro del vehículo para una competencia no cumplen con los objetivos descritos en este trabajo.

Es por ello que se recurrió a una forma *indirecta* de medir la velocidad longitudinal del vehículo a través de la velocidad angular de las llantas y el acelerómetro. Integrar solamente la aceleración no entrega un estimado veraz, hace falta apoyarse de otra medición. Para empezar, la señal del acelerómetro tiene mucho ruido y por otro lado siempre que se integra una señal, se va acumulando un error si no se tienen algoritmos de corrección. Si se conjunta la velocidad angular de las llantas con el acelerómetro, se puede calcular un estimado de velocidad.

Para medir las RPMs de las llantas se tienen varios principios. Una opción viable es usar un encoder fotoeléctrico, mediante marcas negras y blancas. La desventaja del sensor fotoeléctrico es que son relativamente grandes si se busca que resistan el agua. Si una gota de agua se impregna en el sensor, esto puede causar una lectura incorrecta. Esto hizo que se optara por el segundo principio de medición: sensores inductivos. Los sensores de proximidad inductivos están diseñados para detectar metales ferromagnéticos. Usando un disco dentado montado al eje de rotación de las llantas y colocando un sensor que genere pulsos eléctricos cada vez que un diente se aproxima a la cara del sensor, se cumplen los requerimientos de la medición.

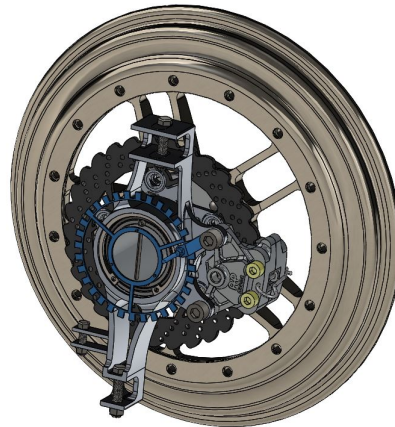
La proximidad podía medirse en la cara lateral del disco o incluso en el canto del disco. Si queremos medir usando el canto del disco, se tendría que hacer un disco con un espesor de alrededor 5 [mm], lo cual significa más material y mayor peso. Con el fin de ahorrar peso, se diseñó un disco dentado de acero con 2 [mm] de grosor y se usa la cara lateral para la medición. En la figura 3.2 se muestran la masa de la llanta,

---

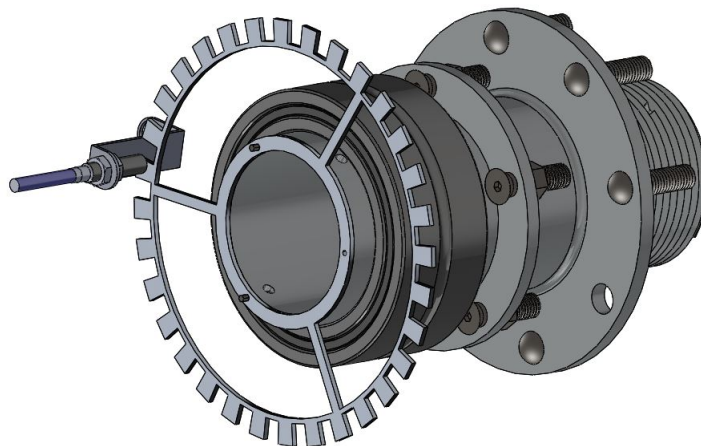
<sup>1</sup>Tecnología a base de sensores ópticos.

así como el disco y el sensor de manera más detallada. En la figura 3.1 se muestra el montaje físico del disco y el sensor.

Una vez teniendo los pulsos, es necesario hacer un pequeño cálculo para conocer la velocidad angular. Esto se presentará con detalle más adelante.



**Figura 3.1:** En azul se muestran el disco y el sensor.



**Figura 3.2:** La masa, el disco y el sensor inductivo.

### 3. ADQUISICIÓN DE DATOS

---

**Aceleración.** Para medir la aceleración lateral y longitudinal, el acelerómetro es el instrumento ideal. Sin embargo existen mas de 20 tipos de acelerómetros. No es tan importante el principio de medición del acelerómetro mientras cumpla con los requerimientos que se necesitan. El rango de medición, el rango de frecuencia, el ruido intrínseco y la salida de la señal son suficientes parámetros para hacer la selección del acelerómetro como se verá en la siguiente sección.

**Yaw rate del vehículo.** Como ya se mencionó, la medición del *yaw rate* del vehículo es sumamente importante. Para medir esta variable física la mejor opción es un giroscopio. La selección del mismo se verá más adelante.

**Cabeceo del vehículo, ángulo de 'roll' y deslizamiento lateral.** Estas dos ángulos son importantes, pero su medición requiere de equipo especializado, como sensores ópticos. El sensor laser de la marca *Kistler*, es capaz de medir ambos ángulos, sin embargo, su instalación no es fácil, ocupan mucho espacio y son pesado. Estas desventajas obligan a calcular estos parámetros de mediante estimadores usando el *roll rate* y el *pitch rate*, los cuales se miden con el giroscopio.

Para el deslizamiento lateral, se puede usar un sensor correvit. Pero como ya se mencionó en el párrafo anterior, es preferible estimarlo mediante otras mediciones.

**Ángulo del volante.** Para medir el ángulo del volante se puede utilizar un encoder o un potenciómetro. La ventajas del enconder son la precisión, una salida digital y que puede entregar una lectura absoluta. Pero por la disponibilidad de entradas en la tarjeta de adquisición, se prefirió utilizar un potenciómetro. La instalación del potenciómetro se llevó a cabo atrás de la caja de dirección. En la figura 3.3 se puede ver el acople que se hizo desde el caja de la dirección al potenciómetro. En la parte inferior de la caja de dirección, hay un tornillo que gira al igual que el volante. Se hizo un acople desde este tornillo para que moviera al potenciómetro. La posición del potenciómetro se muestra en la figura 3.4.

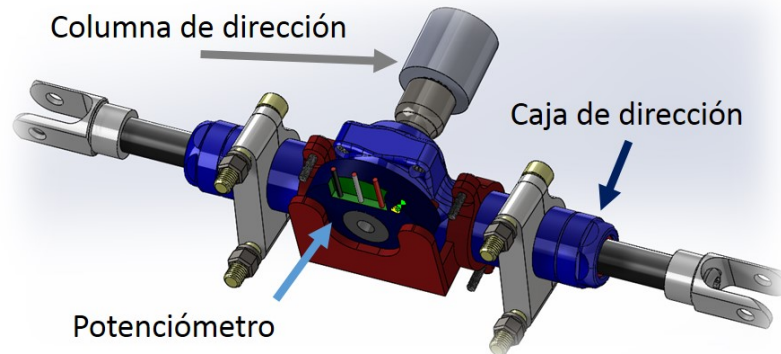


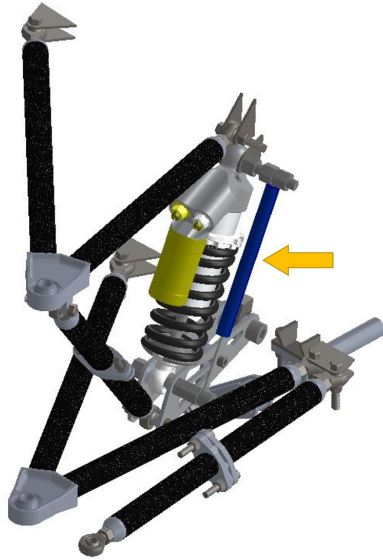
Figura 3.3: Caja de dirección.



Figura 3.4: Potenciómetro para medir ángulo del volante.

**Posición de los pedales.** Para medir la posición de los pedales también se usaron potenciómetros pues su linealidad permite que el procesamiento de datos sea más sencillo.

**Compresión de los resortes.** Para la compresión de los resortes se usaron potenciómetros lineales. Por las limitaciones de espacio se tuvieron que manufacturar bases para los potenciómetros lineales delanteros, mientras que para los resortes traseros se usaron las *rodends* de los potenciómetros. En las figuras 3.5 y 3.5 se muestra el montaje del potenciómetro trasero.



**Figura 3.5:** Potenciómetro lineal en el resorte.



**Figura 3.6:** Montaje físico del potenciómetro lineal en la suspensión trasera.

**Velocidad angular del motor.** Este dato se obtiene mediante la comunicación a la ECU <sup>1</sup> del motor. Internamente, el motor ya tiene un sensor en el cigüeñal, cuya lectura es enviada mediante el protocolo CAN <sup>2</sup> a la tarjeta de adquisición de datos.

### 3.1.3. Selección de sensores

Las principales características de los sensores que se deben considerar al momento de seleccionarlos son:

- **Repetitividad.** Describe el error esperado al realizar varias veces la misma lectura. Dado que se busca comparar los resultados de diferentes pruebas, es necesario que el sensor tenga repetitividad.
- **Resolución.** Es el cambio más pequeño que puede medir un instrumento. Algunas de las variables cambian en magnitudes muy pequeñas, como la compresión de los resortes que solo varía unos milímetros, por ello la resolución es importante en la selección de los sensores.
- **Histéresis.** Describe qué tanto el historial de entradas afecta la lectura del instrumento. Este factor juega un papel importante en lecturas con frecuencia alta, como los sensores inductivos, para los cuales se tuvo que considerar este punto en el diseño del disco de acero (encoder).
- **Calibración.** Consiste en establecer la salida del instrumento igual a un estándar conocido. Para la calibración del acelerómetro se ajusta de tal modo que en una posición horizontal la lectura vertical sea exactamente de una gravedad.
- **Ganancia.** Se define como la relación entrada-salida. Este parámetro se establece durante el procesamiento de datos.
- **Offset.** Establece la diferencia entre una entrada cero y una salida igual a cero.
- **Ruido.** Es la presencia de otras señales que interfieren con la señal deseada.

La ganancia y el *offset* son valores que se utilizan durante el procesamiento de datos, el ruido se puede quitar por medio de filtros, mientras que las demás características son indispensables al momento de seleccionar los sensores. A continuación se indicarán los sensores utilizados para cada variable física.

---

<sup>1</sup>Unidad electrónica de control por sus siglas en inglés.

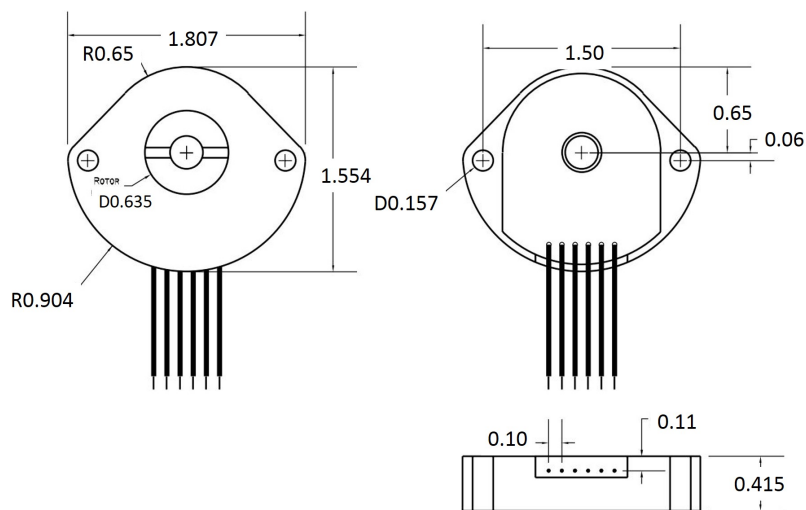
<sup>2</sup>Controlador de área de red por sus siglas en inglés.

### 3. ADQUISICIÓN DE DATOS

---

**Ángulo del volante.** Como ya se mostró en las imágenes anteriores, la posición del potenciómetro para medir el ángulo del volante tiene una posición complicada. El factor decisivo para la selección de este transductor fue el empaquetamiento. Se requiere de un potenciómetro muy delgado, el modelo 640CS103A de la marca *CLAROSTAT*<sup>®</sup> cumple los requerimientos de giro y tamaño. (Ver figura 3.7)

- Rango de giro de  $180[^\circ]$
- Linearidad  $5 [\%]$
- Tolerancia  $15 [\%]$
- Resistencia  $10[k\Omega]$



**Figura 3.7:** Dimensiones del potenciómetro del volante en pulgadas.

**Ángulo pedales.** Para estos dos potenciómetro se buscó que tuvieran la mayor precisión. Se instaló un potenciómetro de la serie 6180 marca *AG*<sup>®</sup> con las siguientes características:

- Rango de giro de  $340 [^\circ]$
- Linearidad  $1 [\%]$
- Tolerancia  $10 [\%]$
- Resistencia  $10[k\Omega]$



**Giroscopio.** El giroscopio mide los giros del coche: *yaw*, *pitch* y *roll rates*. Según las simulaciones hechas en *Tesis Dynaware*<sup>®</sup>, el *yaw rate* alcanza 70 [°/s]. Sin embargo los otros dos giros no sobrepasan los 20 [°/s]. Se busco un giroscopio con una salida analógica, robusto y que fuera fácil de implementar. Se seleccionó uno de la marca *Texense*, puesto que no se necesita acondicionar la señal.

- Tres ejes de medición XYZ
- Rango para *yaw rate*:  $\pm 100$ [°/s]
- Rango para *roll y pitch rate*:  $\pm 50$ [°/s]
- Sensibilidad: 2 [%]
- Voltaje de alimentación 5 - 16 [V]
- Salida 0.5-4.5 [V]

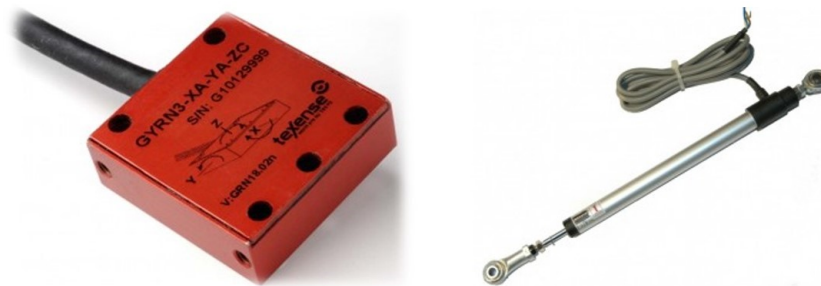
**Compresión de los resortes.** La compresión máxima esperada en la prueba de aceleración según las simulaciones es de  $\pm 15$ [mm]. Eso da un total de 30[mm] de recorrido. Se utilizaron dos diferentes modelos de potenciómetros lineales. Un par para los amortiguadores delanteros y otro para los traseros.

#### *Delanteros*

- Recorrido: 50.8 [mm]
- Linearidad 0.5 [%]
- Resistencia 10[k $\Omega$ ]

#### *Traseros*

- Recorrido: 51 [mm]
- Linearidad 0.1 [%]
- Resistencia 2[k $\Omega$ ]



**Figura 3.8:** Giroscopio Texense y Pot lineal marca *VARIOHM*.



### 3. ADQUISICIÓN DE DATOS

---

**RPM de las llantas.** Como se mencionó, la velocidad angular de las llantas se mide usando sensores inductivos que manda un pulso cada vez que un diente del encoder pasa cerca. Para la selección de este sensor es importante calcular a la frecuencia que trabajaran. Para ello se hizo un calculo de la frecuencia cuando el vehículo viaja a 120 [km/h]. Las velocidades máximas que se alcanzan en la pista son de 60 [km/h], entonces un factor de 2 sera suficiente. Considerando 30 dientes en el encoder, los sensores inductivos deben ser capaces de trabajar a 612 [Hz]. (Ver figura 3.9)

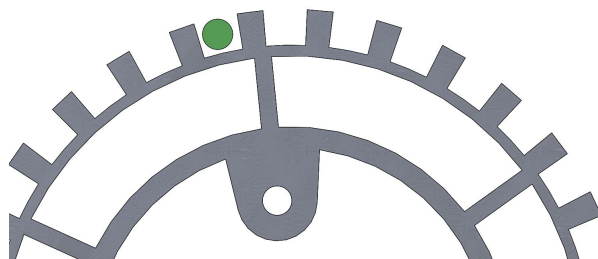
<b>Car Velocity</b>	120	km/h
<b>Car Velocity</b>	33.33	m/s
<b>Tyre radius</b>	0.26	m
<b>Circumference</b>	1.634	m
<b>Angular Velocity</b>	20.404	rev/s
<b>Angular Velocity</b>	128.205	rad/s
<b>Angular Velocity</b>	1224	rpm
<b>Teeth/rev</b>	30	pulses/s
<b>Frecuency</b>	612.13	Hz
<b>Period</b>	1.63	ms

**Figura 3.9:** Cálculo de la frecuencia para el sensor inductivo.

Las características del sensor inductivo son:

- Frecuencia de conmutación: 800 [Hz]
- Alimentación: 10-30 [V]
- Salida Digital: 10 [V]
- Histéresis 20 [%]
- Rango de medición: 2.5 [mm]

Dado que el sensor tiene histéresis, es importante que los dientes tengan una mayor separación que el grosor de los mismos. Después de hacer pruebas, los dientes del encoder se diseñaron como se muestra en la figura 3.10. La representación del sensor inductivo está mostrada con verde. Se puede ver claramente que el espaciado es mayor al diámetro del sensor. Esto permite que el sensor mande pulsos a altas frecuencias.



**Figura 3.10:** En verde se muestra la cara del sensor inductivo.

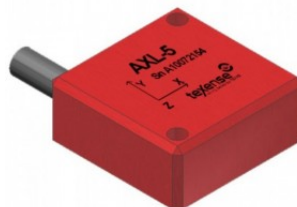
En la figura 3.11 se muestra la pantalla del osciloscopio al realizar una prueba con el disco girando. En un inicio se manufacturó un encoder con un espaciado entre dientes igual al espesor del diente. En la figura 3.15 se pueden ver la diferencia en los pulsos. El tiempo que permanece en estado bajo es menor que en la figura 3.11, a pesar de que está girando más lento (300 Hz).



**Figura 3.11:** Captura de los pulsos producidos por el sensor inductivo.

**Acelerómetro.** Para la selección del acelerómetro se busco que fuera fácil de implementar, salida analógica y que tuviera buena resolución, sin olvidar el rango de trabajo. Para un vehículo Fórmula SAE las aceleración máxima que se puede alcanzar es de 2[G] aproximadamente. Por eso se seleccionó un rango de 5[G]. El acelerómetro que se seleccionó fue de la marca *Texense*<sup>®</sup>.

- Tres ejes de medición XYZ
- Rango de  $\pm 5[G]$
- Sensibilidad  $400 \pm 32[mV/G]$
- Voltaje de alimentación 5 - 16 [V]
- Salida 0.5 - 4.5 [V]



**Figura 3.12:** Acelerómetro AXL-5.

### 3. ADQUISICIÓN DE DATOS

---

**Sensor de Presión.** Para la selección del sensor, es necesario conocer la presión máxima que tendrán las líneas de freno. En un caso de pánico, el piloto presiona el freno con 267[N] <sup>1</sup> lo cual multiplicado por un factor dependiente de la geometría del pedal, corresponde a:

$$F_{piloto} = 267 * 4.2 = 1121[N]$$

Esta fuerza se divide para el cilindro maestro <sup>2</sup> delantero y el trasero en un 60 % y 40 % respectivamente:

$$F_{delantero} = 673[N]$$

$$F_{trasero} = 449[N]$$

Para calcular la presión se divide la fuerza entre el área del cilindro maestro, el cual tiene un diámetro de 14mm:

$$P_{delantera} = \frac{673}{\pi(0.014^2)/4} = 4368885 \left[ \frac{N}{m^2} \right]$$

$$P_{trasera} = 2912590 \left[ \frac{N}{m^2} \right]$$

Haciendo la conversión a *psi* se tiene que:

$$P_{maxdelantera} = 633[psi]$$

$$P_{maxtrasera} = 422[psi]$$

A partir de este cálculo se seleccionaron los siguientes dos sensores de la serie M7100 de *Measurement Specialites*<sup>®</sup>:

#### *Delantero*

- Rango: 1000 [psi]
- Alimentación: 4.75 5.25 [V]
- Salida: 0.5-4.5 [V]
- Error: 2 [%]

#### *Trasero*

- Rango: 500 [psi]
- Alimentación: 4.75 5.25 [V]
- Salida: 0.5-4.5 [V]
- Error: 2 [%]



**Figura 3.13:** Transductor de presión.

---

<sup>1</sup>Según los responsables del sistema de frenado de UNAM Motorsports.

<sup>2</sup>Los cilindros son los responsables de generar la presión, funcionan como un pistón.

## 3.2. Adquisición de datos

En este capítulo se verán las características principales que tienen los módulos de la cRIO<sup>1</sup> 9074. Esta tarjeta fue patrocinada por *National Instruments*<sup>®</sup>. Los módulos que se usaron fueron los siguientes:

**NI 9201.** Este módulo puede leer 8 entradas analógicas. Usa un convertidor ACD con 12 bits de resolución y tiene una frecuencia máxima de muestreo (S) de 500 [kS/s]. Puede leer entradas de  $\pm 10$  Volts.

Puesto que se aceptan entradas de 0-10 [V], se pudieron conectar las siguientes señales:

- AI 1: Aceleración X
- AI 2: Aceleración Y
- AI 3: Aceleración Z
- AI 4: Giro en Z
- AI 5: Giro en X
- AI 6: Giro en Y
- AI 7: Potenciómetro Freno
- AI 8: Potenciómetro Volante

**NI 9401.** Este módulo contiene 8 entradas/salidas digitales. El voltaje para las entradas es:

- Máximo Voltaje: 5.25 [V]
- Voltaje Alto: 2 [V] min.
- Voltaje Bajo: 0.8 [V] max.

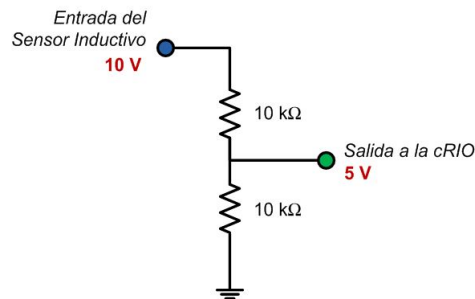
Con este módulo se leen los pulsos generados por los 4 sensores inductivos en las llantas. Las entradas para este módulo son de 5.25 [V] máximos, sin embargo, los sensores inductivos generan pulsos de 10 [V]. Después de analizar otras alternativas, se optó por hacer un divisor de voltaje con dos resistencias de 10[k $\Omega$ ]. La magnitud de estas resistencias fue a prueba y error, puesto que se desconoce la impedancia interna del módulo. Se probaron diferentes magnitudes de resistencia en el divisor de voltaje hasta lograr que el voltaje a la salida del divisor fuera efectivamente la mitad del voltaje de entrada. El arreglo de resistencias se muestra en la figura 3.14.

---

<sup>1</sup> *Compact RIO* es un sistema robusto y reconfigurable de control y monitoreo de *National Instruments*.

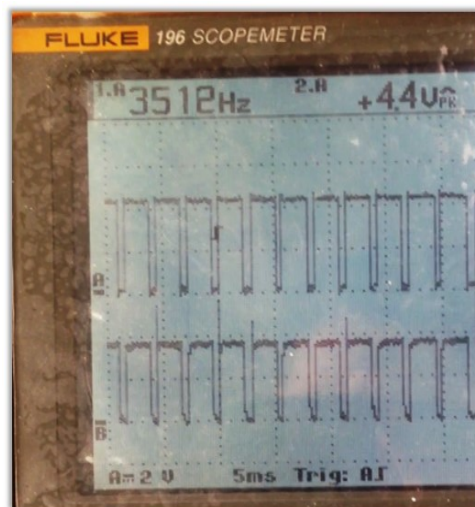
### 3. ADQUISICIÓN DE DATOS

---



**Figura 3.14:** Divisor de voltaje.

En la figura 3.15 se muestran en la señal superior la salida del divisor (*círculo verde de la figura 3.14*), mientras que la señal de abajo es la entrada proveniente del sensor inductivo (*círculo azul de la figura 3.14*). Supónese que la entrada del inductivo son 10 [V], pero en la realidad son 9.8 [V], de ahí que la salida a la cRIO son 4.4 [V]. Es importante señalar que la señal ya está conectada a la entrada digital y no hubo problemas debido a la impedancia interna del módulo. Como era de esperarse no existe ningún tipo de desfase causado por el divisor de voltaje.



**Figura 3.15:** Pulsos del sensor inductivo.

**NI 9853.** Es un módulo CAN de alta velocidad de 2 puertos, el puerto 1 alimentado internamente, y el puerto 2 alimentado externamente.

Este módulo se usa para establecer la comunicación con la ECU del motor usando protocolo CAN basado en los estándares SAE J1939.

Con este módulo se puede leer toda la información de la ECU. La ECU de *Performance Electronics* envía los datos mostrados en la figura 3.16.

CAN ID (hex)	Length	Parameter	units	Resolution	Range
0CFFF048	2 bytes	Rpm	rpm	1 rpm/bit, 0 offset	0 to 30000 rpm
	2 bytes	TPS	%	0.1 %/bit, 0 offset	0 to 100%
	2 bytes	Fuel Open Time	ms	0.01msec/bit	0 to 30 msec
	2 bytes	Ignition Angle	deg	0.1 deg/bit, 0deg offset	-20 to 100 deg
0CFFF148	2 bytes	Barometer	psi or kpa	0.01/bit, 0 offset	
	2 bytes	MAP	psi or kpa	0.01/bit, 0 offset	
	2 bytes	Lambda	lambda	0.001/bit, 0 offset	
	1 bit	Pressure Type		2 states/1 bit, 0 offset	0 - psi, 1-kPa
0CFFF248	2 bytes	Analog Input #1	volts	0.001volt/bit, 0 offset	0 to 5 volts
	2 bytes	Analog Input #2	volts	0.001volt/bit, 0 offset	0 to 5 volts
	2 bytes	Analog Input #3	volts	0.001volt/bit, 0 offset	0 to 5 volts
	2 bytes	Analog Input #4	volts	0.001volt/bit, 0 offset	0 to 5 volts
0CFFF348	2 bytes	Analog Input #5	volts	0.001volt/bit, 0 offset	0 to 5 volts
	2 bytes	Analog Input #6	volts	0.001volt/bit, 0 offset	0 to 5 volts
	2 bytes	Analog Input #7	volts	0.001volt/bit, 0 offset	0 to 5 volts
	2 bytes	Analog Input #8	volts	0.001volt/bit, 0 offset	0 to 22 volts
0CFFF448	2 bytes	Frequency 1	hz	0.2hz/bit, 0 offset	0 to 6000
	2 bytes	Frequency 2	hz	0.2hz/bit, 0 offset	0 to 6000
	2 bytes	Frequency 3	hz	0.2hz/bit, 0 offset	0 to 6000
	2 bytes	Frequency 4	hz	0.2hz/bit, 0 offset	0 to 6000
0CFFF548	2 bytes	Battery Volt	volts	0.01volts/bit	0 to 22 volts
	2 bytes	Air Temp	C or F	0.1 deg/bit, 0 deg offset	-1000 to 1000 deg
	2 bytes	Coolant Temp	C or F	0.1 deg/bit, 0 deg offset	-1000 to 1000 deg
	1 bit	Temp Type		2 states/1 bit, 0 offset	0 - F, 1 - C
0CFFF648	2 bytes	Analog Input #5 - Thermistor	C or F	0.1 deg/bit, 0 offset	-1000 to 1000 deg
	2 bytes	Analog Input #7 - Thermistor	C or F	0.1 deg/bit, 0 offset	-1000 to 1000 deg
	1 byte	Version Major			
	1 byte	Version Minor			
	1 byte	Version Build			
	1 byte	TBD			

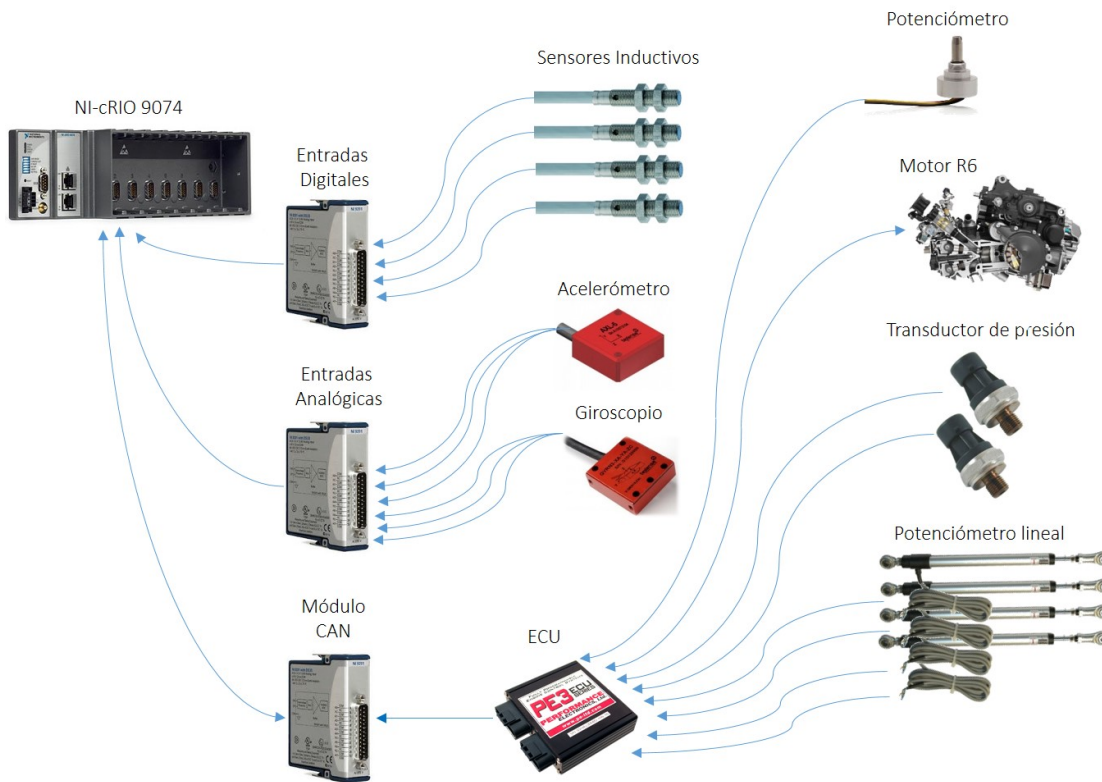
**Figura 3.16:** Mensajes vía CAN, PE3 V3.03.02.

La ECU tiene ocho entradas analógicas las cuales están disponibles para conectar sensores. El resto de los sensores que entregan una salida analógica se conectaron de la siguiente forma:

- AI 1: Potenciómetro Resorte Front-Izq
- AI 2: Potenciómetro Resorte Front-Izq
- AI 3: Potenciómetro Resorte Tras-Izq
- AI 4: Potenciómetro Resorte Tras-Izq
- AI 5: Presión Delantera
- AI 6: Presión Trasera
- AI 7: Potenciómetro Acelerador
- AI 8: *No se utiliza*

### 3. ADQUISICIÓN DE DATOS

**Distribución de los sensores.** La distribución de los sensores se presenta en la figura 3.17. En esta figura se ve de manera gráfica cuáles sensores están conectados a los módulos, también se puede apreciar la importancia del protocolo CAN puesto que a través de este se reciben más de 10 señales.

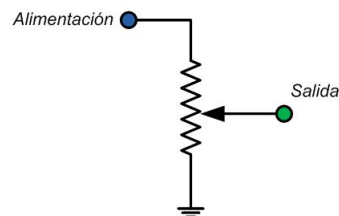


**Figura 3.17:** Distribución de los sensores.

En esta representación gráfica solo se muestran las conexiones de las señales de salida de los sensores. El voltaje de alimentación de cada sensor es independiente a la señal que entrega y la magnitud no es igual para todos los sensores.

**Regulación de voltaje.** Con lo que respecta a los voltajes utilizados en el sistema de adquisición de datos, se consideran los voltajes permisibles de entrada a los módulos, los voltajes de alimentación a la cRIO y a los sensores y los voltajes de salida de los sensores. El voltaje de alimentación a la cRIO es de 19-30 [V]. Para suministrar tal voltaje, se optó por conectar dos baterías de 12 [V] en serie. Por otro lado, el voltaje de entrada para el módulo analógico es de 10 [V].

Por ello se optó por tener un regulador a 10 [V] que alimente a los sensores inductivos, al acelerómetro, al giroscopio, y a los potenciómetros del freno y volante. Todos los potenciómetros se usaron como divisor de voltaje, según la figura 3.18.



**Figura 3.18:** Potenciómetro como divisor de voltaje.

Por otro lado la ECU tiene su propio regulador de voltaje a 5 [V]. Por ello la alimentación para potenciómetros lineales, los transductores de presión y el potenciómetro del acelerador es a 5 [V].

Se diseñó un circuito impreso que cumpliera con las siguientes características: <sup>1</sup>

- Alimentación a 24 [V].
- Salida regulada a 10 [V] para los sensores.
- Salida regulada a 15 [V] para la antena.
- Salida regulada a 10 [V] para el switch .
- 6 divisores de voltaje (ver 3.14).

Cuatro de los divisores de voltaje son para los sensores inductivos y los otros dos son para entradas digitales por medio de un selector. Una para activar y desactivar el almacenamiento de los datos y la otra para el sistema de tracción <sup>2</sup>.

<sup>1</sup>En el capítulo de Telemetría, se explica el funcionamiento de la antena y el switch

<sup>2</sup>El sistema de tracción no se implementó por falta de tiempo de pruebas



### 3. ADQUISICIÓN DE DATOS

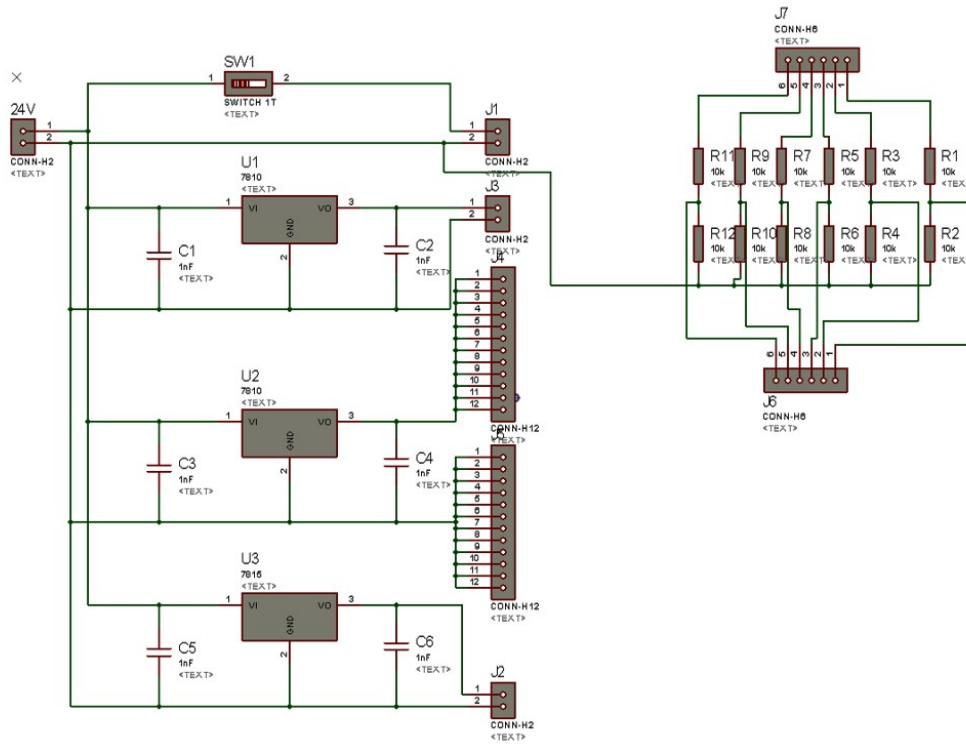


Figura 3.19: Circuito con 3 reguladores y 6 divisores de voltaje, dibujado en *Proteus*.

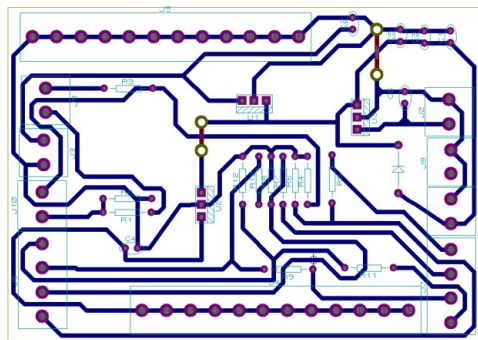
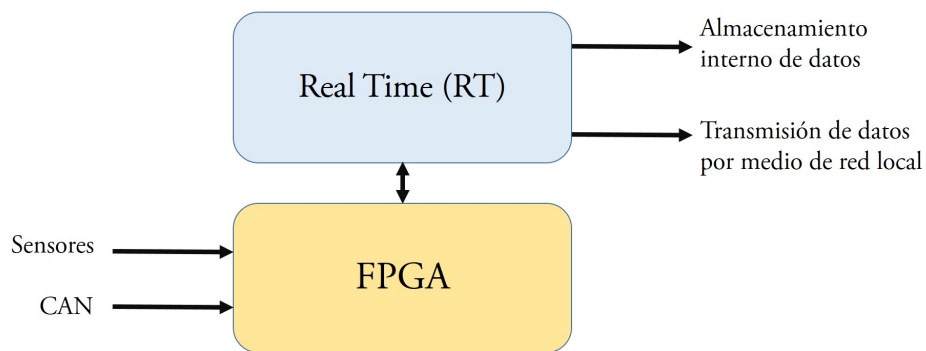


Figura 3.20: Pista del circuito impreso, dibujado en *Ares*.

### 3.2.1. Diagrama de Flujo

Dado que estaba usando una tarjeta de adquisición de *National Instruments*<sup>®</sup>, el lenguaje de programación fue *Labview*. La cRIO está conformada por una tarjeta FPGA<sup>1</sup> y también se puede programar para uso en tiempo real (RT). *Labview* ya tiene nodos que permiten comunicarnos entre el FPGA y el Real Time. La gran ventaja del FPGA es su asombrosa velocidad de procesamiento, pero tiene la desventaja que no todas las funciones de *Labview* se pueden realizar.

En la figura 3.21 se muestra la arquitectura general del proyecto. Como se puede visualizar, los sensores son leídos desde el FPGA de la cRIO, así como el puerto CAN. Después de validar los datos, estos son enviados a la parte de tiempo real. Ahí se realiza el procesamiento de datos entre otras cosas para almacenar los datos y transmitirlos.



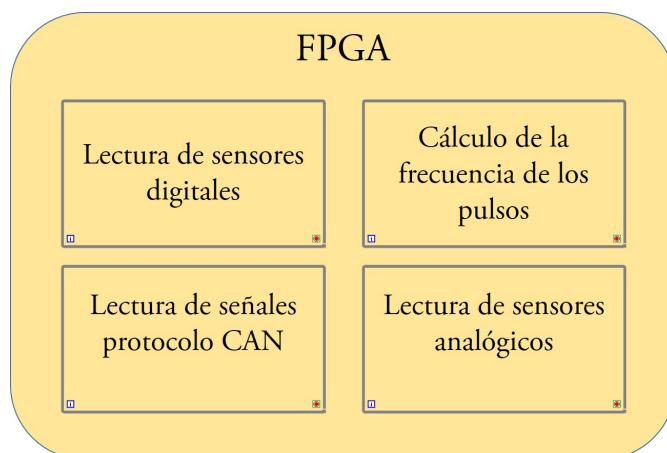
**Figura 3.21:** Arquitectura general del proyecto en *Labview*.

En la figura 3.22 se muestran los componentes principales programados en el FPGA. Está programado la adquisición de los datos y la validación de los mismos. También se calcula aquí el tiempo que transcurre entre cada transición bajo-alto de los sensores inductivos. De esta forma se puede calcular la frecuencia y las rpms de las llantas.

<sup>1</sup>Arreglo de puertas programables de campo por sus siglas en inglés.

### 3. ADQUISICIÓN DE DATOS

---



**Figura 3.22:** Bucles dentro del FPGA.

En la parte RT está programado el procesamiento de datos, el almacenamiento y el envío de los datos usando UDP <sup>1</sup>. En la figura 3.23 se muestra la arquitectura interna de la programación. Como se muestra en la figura, se tiene un bucle determinista y un bucle no determinista. *Labview* tiene la capacidad de especificar la frecuencia de cada bucle así como si son o no son deterministas. Debido a la dinámica de los vehículo, es necesario tener una frecuencia de muestreo elevada. La frecuencia de estos bucles se puede variar, pero se determinó que 10 [ms] y 100 [ms] para los bucles determinista y no determinista arrojan buenos resultados. 10 [ms] es lo suficientemente pequeño para evitar el aliasing en nuestras lecturas.

En el bucle determinista se realiza la lectura de la parte en FPGA. Se toma el último valor que se tenga. Dentro del FGPA los cuatro bucles que se tiene corren a frecuencias diferentes, pero gracias a que el RT siempre lee el último valor es que se sincronizan todo los bucles. Teniendo los valores leídos, se multiplican por las ganancias e ingresan en una 'cola'. Esto quiere decir que cada 10 [ms], un grupo con todos los datos de los sensores es ingresado a la 'cola'.

El bucle no-determinista a su vez, toma el último elemento de la cola FIFO (*primero dentro - primero fuera*, por sus siglas en inglés) y lo procesa. Este grupo de datos entonces pasa a través de los filtros y de los estimadores y es almacenado. Esto quiere decir que el almacenamiento y procesamiento de los datos se realiza con los datos que fueron muestreados cada 10 [ms], pero no necesariamente sucede en un intervalo de 10 [ms] exactos. Esto es causado por el así llamado 'jitter' del bucle no determinista, que es una ligera desviación de la exactitud de la señal de reloj. Y dado que no se controla nada en tiempo real, si no más bien solo se almacenan datos, tener un bucle no determinista para el procesamiento y almacenamiento de los datos cumple perfectamente nuestro propósito. Cualquier especie de algoritmo de control que se aplique en el futuro,

---

<sup>1</sup>Protocolo de datagrama de usuario por sus siglas en inglés.

tendrá que ser programado en el bucle determinista o en el FPGA.

También la telemetría se realiza en el RT. Lo cual implica la transferencia de datos en tiempo real a una computadora estática. Se está usando el protocolo UDP para el envío de datos. Los datos se envían cada 100 [ms].

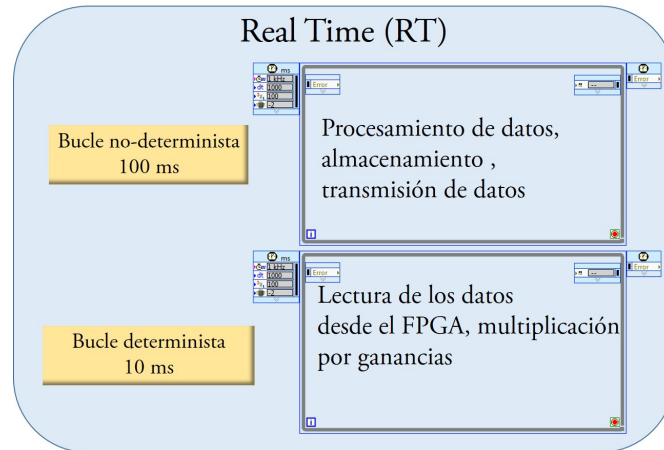


Figura 3.23: Bucles dentro del RT.

### 3.2.2. Conversión, Offset, Límites y Ganancias

A continuación se define la ecuación utilizada para leer un sensor. Las conversiones que se llevan a cabo son:

$$\text{Voltaje}[V] \Rightarrow_{ADC} \Rightarrow \text{PuntoFlotante}_{16.bits} \Rightarrow \text{Entero}_{12.bits} \quad (3.1)$$

Teniendo el  $\text{Entero}_{12.bits}$  se aplica la siguiente ecuación.

$$\text{Lectura}[\text{Unidad}] = (\text{Entero}_{12.bits} + \text{Offset}) * \text{Ganancia}[\text{Unidad}] \quad (3.2)$$

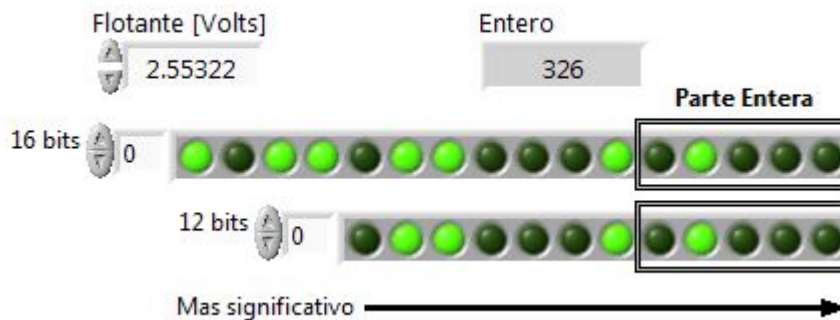
**Conversión.** Como cualquier lectura lineal de sensor, se tienen tres parámetros importantes para cada sensor: un *offset*, una ganancia y sus límites respectivos. Los límites sirven únicamente para determinar si la lectura de nuestro sensor es válida y en caso de no serla, se asegura que el sensor esté bien conectado. El convertido ADC interno que tiene el módulo NI 9201, entrega 12 bits de resolución, pero el nodo de lectura de una entrada analógica en *Labview* entrega 16 bits de resolución con 5 bits para la parte entera. Esto quiere decir que los últimos 4 bits son de ruido. Cada bit de información equivale a más tiempo de procesamiento, si no proporcionan información relevante, entonces es mejor usar menos bits. Aquí cabe mencionar que en el FPGA es recomendable solo hacer operaciones binarias y por ello es impráctico usar un formato de punto flotante para los números. Por esa razón, dentro del FPGA solo se utilizaron números

### 3. ADQUISICIÓN DE DATOS

---

enteros.

Para reducir el número de bit, simplemente se eliminan los bits menos significativos. Por ejemplo, en la figura 3.24 se muestra cómo se eliminan los últimos 4 bits.



**Figura 3.24:** Eliminación de los últimos 4 bits.

Conocer el número de bits que contienen información, permite conocer la resolución de la tarjeta. Por ejemplo, en la figura 3.25 vemos que 1 volt equivale a 128. Esto se puede comprobar de la siguiente forma:

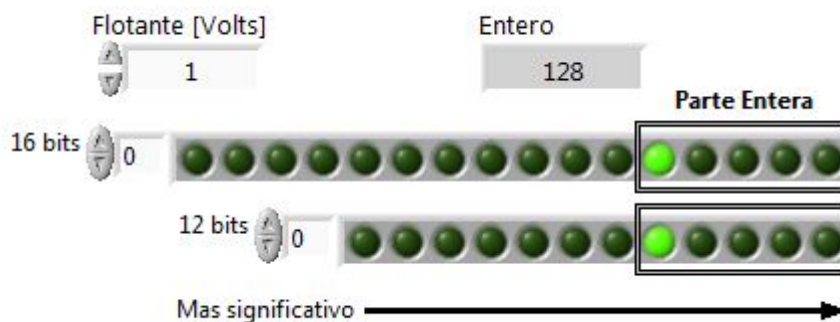
$$10000000_{BIN} = 2^7 = 128$$

esto da una ganancia de

$$128 \left[ \frac{1}{V} \right]$$

lo cual equivale a una resolución de

$$1/128 = 0.0078125[V]$$



**Figura 3.25:** Equivalencia de 1 [V].

**Ganancias.** Con este dato y mediante unos cálculos sencillos se sabe la resolución de cada sensor. Por ejemplo, el acelerómetro entrega un rango de  $4.5 - 0.5[V]$  lo que equivale a un rango de  $5[G]$ . El procedimiento para calcular la ganancia del acelerómetro es:

$$4[V] * 128 \left[ \frac{1}{V} \right] = 512$$

La conversión de 512 equivale a  $5[G]$ . Por ello se tiene una ganancia interna de

$$\frac{10[G]}{512} = 0.009765625 \frac{[G]}{1}$$

Con esta ganancia se obtiene la magnitud de la variable física que se mide a partir de las lecturas obtenidas después de la conversión a los 12 bits. Regresando al cálculo del error, lecturas del acelerómetro oscilaban en 1 unidad. Sin considerar el error intrínseco del sensor, el error se calcula:

$$\pm 1 * 0.0097656 \frac{[G]}{1} \cong 0.009766[G]$$

Usando este procedimiento se calcularon las ganancias de todos los sensores.

**Offsets.** Para el *offset* de los sensores cabe resaltar que el *offset* se aplica después de la conversión a los 12 bits. Por ello, la magnitud no equivale a voltaje. En el caso del acelerómetro:

$$0[G] \Rightarrow 2.5[V] * 128 \left[ \frac{1}{V} \right] = 320$$

Se busca tener una lectura de  $0[G]$  cuando la entrada es de que con  $2.5[V]$ . Es por ello que:

$$Offset_{Acerometro} = 320$$

Esto se verifica usando las ecuaciones 3.1 y 3.2:

$$2.5[V] \Rightarrow_{ADC} \Rightarrow 2.5_{16.bits} \Rightarrow 320_{12.bits}$$

$$(320_{12.bits} - 320_{offset}) * 0.00976562[G] = 0[G]$$

Por otro lado si se tienen  $3.53223[V]$  a la salida del sensor:

$$3.53223[V] \Rightarrow_{ADC} \Rightarrow 3.53223_{16.bits} \Rightarrow 452_{12.bits}$$

$$(452_{12.bits} - 320[G]) * 0.009765625[G] = 1.289[G]$$

Este es el algoritmo que se utiliza para todas las entradas analógicas en el NI 9201.

### 3. ADQUISICIÓN DE DATOS

---

**Límites.** Los límites sirven para determinar si la lectura que se recibe del sensor es válida o no. Se usa el siguiente criterio:

$$Lim_{inf} < Entero_{12,bits} < Lim_{sup} \quad (3.3)$$

Cada sensor tiene sus propios límites y en nuestro caso se separan para los sensores que entregan 0-5 [V] y lo que entregan 0-10[V]. Es importante mencionar que la validación se realiza con el entero de 12 bits y antes de sumar el *offset*. Para el acelerómetro y el giroscopio cuyo rango es de 0.5-4 [V], se establecen los límites como:  $Lim_{inf} = 0[V]$  y  $Lim_{sup} = 5[V]$ . El límite inferior se mantiene como cero, pero el límite superior se convierte a la escala a la que se trabaja:

$$Lim_{sup} = 5[V] * 128 \left[ \frac{1}{V} \right] = 640$$

Lo mismo sucede con los potenciómetros cuyo rango es de 0-10[V]. Se deja un margen hasta 10.1[V].

$$Lim_{sup} = 10.1[V] * 128 \left[ \frac{1}{V} \right] \cong 1300$$

Suponiendo una lectura del acelerómetro de 1.25[G], se valida este dato usando la desigualdad 3.3.

$$1.25[G] \Rightarrow_{sensor} \Rightarrow 3[V] \Rightarrow 384_{12,bits} \\ 0 < 384 < 640$$

El valor está dentro del rango, lo cual indica una lectura válida. Este estado booleano (válido/inválido), es desplegado después en la pantalla de visualización.

### 3.3. Almacenamiento de los datos

El almacenamiento de los datos es la piedra angular de la adquisición de los datos. Dado que se guardan más de 50 canales, resulta práctico que tanto el piloto y los ingenieros de pruebas por medio de la telemetría, puedan indicar cuándo iniciar y terminar de almacenar datos. No es necesario guardar la información cuando el coche está detenido.

El almacenamiento es independiente de la telemetría, lo cual significa que se siguen visualizando los datos en la telemetría sin que se estén guardando. De igual forma, si la conexión con la telemetría se pierde, las señales se continúan almacenando. La cRIO es la encargada de guardar los datos en su memoria interna y estos se guardan a la frecuencia de muestreo. Los datos se guardan en un archivo binario por la velocidad de escritura y por el poco espacio de memoria que ocupan. Después son descomprimidos y guardados como archivo .TDMS para su uso posterior en Diadem NI<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Diadem es el software de National Instruments que se usa para el análisis y visualización posterior de los datos

# Procesamiento de datos

---

El procesamiento de datos se puede realizar en diferentes momentos. Puede ser en la tarjeta de adquisición *cRIO* antes de que los datos sean almacenados, o en la computadora usando los datos descargados desde la tarjeta. Como todavía no se cuenta con ningún sistema de control activo dentro del vehículo, la mayoría de los datos pueden ser procesados después.

En este capítulo, sin embargo se detalla el procesamiento de datos en tiempo real que se realiza en la tarjeta de adquisición. Esto incluye el estimador de velocidad lateral y ángulo de desliz, al cálculo del ángulo de *roll* y los filtros para el acelerómetro y giroscopio.

## 4.1. Estimador

La fuerza lateral de las llantas al igual que el ángulo global de desliz (*sideslip*)  $\beta$ , son esenciales para mejorar la seguridad, manejo, confort y desempeño de un vehículo. Muchos de los sistemas de control de los vehículos modernos están equipados con sistemas autónomos de estabilidad y usan el desliz  $\beta$  dentro de sus algoritmos. Un cálculo acertado del *sideslip* permite mejorar la estabilidad de la dirección y del *yaw rate*. A diferencia del *yaw rate*, el ángulo de desliz no puede ser medido directamente mediante instrumentos prácticos y baratos, de ahí que se desarrollaron métodos para calcular el ángulo de desliz usando variables medibles con los sensores. En esta sección se presentará un estimador que usa las siguientes variables para estimar el *sideslip*: masa, centro de gravedad, coeficiente de las llantas, velocidad del vehículo, aceleración lateral, ángulo del volante y *yaw rate*.



**Filtro Kalman.** Se decidió usar el filtro Kalman para estimar el desliz global. Este filtro resuelve el problema general de estimar el estado de un proceso en tiempo discreto que está regido por una ecuación lineal diferencial del tipo<sup>[4]</sup>:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B u_k + w_k$$

teniendo una medición  $z$  tal que:

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

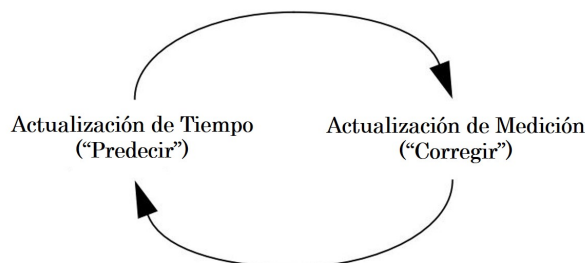
Las variables aleatorias  $w_k$  y  $v_k$  representan el ruido en el proceso y en la medición respectivamente. Se asume que son independientes y que tienen una distribución normal:

$$p(w) \sim N(0, Q)$$

$$p(v) \sim N(0, R)$$

Donde  $Q$  y  $R$  son la varianza de la distribución normal del ruido.

No es objetivo de este trabajo describir el funcionamiento del filtro de Kalman puesto que hay mucha literatura al respecto. Solo basta saber que el algoritmo consta de dos etapas según la figura 4.1. En la primera fase (actualización del tiempo) se predice el siguiente estado usando como referencia el estado anterior. Y en la segunda fase (actualización de la medición) se corrige la predicción usando la lectura del sensor.



**Figura 4.1:** El ciclo del filtro Kalman<sup>[4]</sup>.

El algoritmo que se realiza en las dos fases se presenta a continuación.

Ecuaciones de actualización en el tiempo:

$$\hat{x}_{k+1}^- = A_k \hat{x}_k + B u_k \quad (4.1)$$

$$P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + Q \quad (4.2)$$

Ecuaciones de actualización usando la medición:

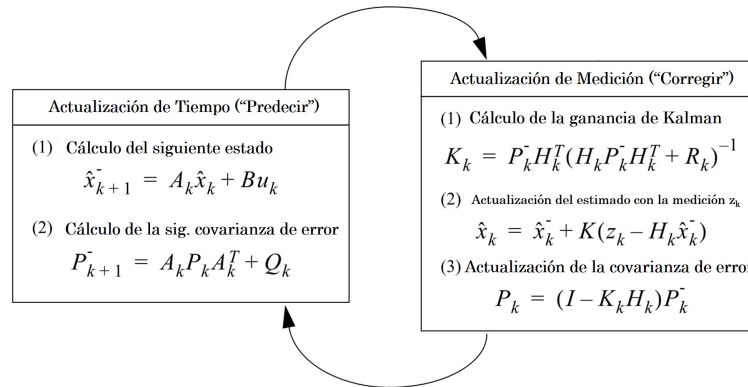
$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (4.3)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K(z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (4.4)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (4.5)$$

En las ecuaciones 4.1 y 4.2, se calcula el siguiente estado y también la matriz  $P$  que será usada en la segunda fase. En la ecuación 4.3, se computa la así llamada ganancia de Kalman ( $K_k$ ). Con esta ganancia se actualiza la estimación de los estados en la ecuación 4.4. Por último se estima la covarianza del error en la ecuación 4.5.

En la figura 4.2 se muestra el ciclo completo con las ecuaciones incluidas. Es importante notar que bajo la condición de que  $Q_k$  y  $R_k$  sean constantes, tanto la estimación de la covarianza del error  $P_k$  y la ganancia de Kalman  $K_k$  se van a estabilizar rápidamente y se mantendrán constantes. Siendo este el caso, esta ganancia puede ser pre-calculada *off-line* y utilizada como una constante en el algoritmo.



**Figura 4.2:** El ciclo del filtro Kalman con ecuaciones<sup>[4]</sup>.

La matriz  $A_k$  y  $B_k$  están definidas en el marco teórico mediante el modelo de variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-c_{\alpha f} + c_{\alpha r}}{m v_x} & \frac{-l_f c_{\alpha f} + l_r c_{\alpha r}}{m v_x} - v_x \\ \frac{l_f c_{\alpha f} - l_r c_{\alpha r}}{I_z v_x} & \frac{l_f^2 c_{\alpha f} + l_r^2 c_{\alpha r}}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_{\alpha f}}{m} \\ \frac{l_f c_{\alpha f}}{I_z} \end{bmatrix} \delta \quad (4.6)$$

La matriz  $A_k$  no es constante y depende de la velocidad. Esta matriz se debe

actualizar con la velocidad longitudinal del vehículo.

$$A_k = \begin{bmatrix} -\frac{c_{\alpha f} + c_{\alpha r}}{mv_x} & \frac{-l_f c_{\alpha f} + l_r c_{\alpha r}}{mv_x} - v_x \\ \frac{l_f c_{\alpha f} - l_r c_{\alpha r}}{I_z v_x} & \frac{l_f^2 c_{\alpha f} + l_r^2 c_{\alpha r}}{I_z v_x} \end{bmatrix}$$

La matriz  $B_k$  en nuestro caso es:

$$B_k = \begin{bmatrix} \frac{c_{\alpha f}}{m} \\ \frac{l_f c_{\alpha f}}{I_z} \end{bmatrix}$$

y el vector de variables de estado incluye a la velocidad lateral y al *yaw rate*:

$$x_k = \begin{bmatrix} v_y \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Solo se mide el *yaw rate* y esto lo hace nuestra variable de medición

$$z_k = \text{yaw rate}$$

Considerando la ecuación 4.4, el vector  $H_k$  queda:

$$H_k = [ 0 \quad 1 ]$$

Para validar el algoritmo se utilizó el simulador de dinámica de vehículo *Tesis Dynamaware* al cual se le ingresan todos los parámetros de llanta, suspensión, motor, tren motriz, masa no suspendida, peso e inercias, entre otros. En este software de simulación se consideran las no-linearidades que tienen los vehículo, es por ello que se puede validar el modelo lineal de dos grados de libertad. Para implementar el filtro Kalman, se necesita conocer la velocidad longitudinal, el ángulo de las llantas así como el coeficiente de los neumáticos. A continuación se presentará la forma de estimar estos parámetros.

**Estimación de la velocidad.** La mejor forma de calcularla es usando la velocidad angular de las llantas delanteras. Se escogen este par de llantas porque no presentan fuerzas de tracción y se asume que no hay desliz longitudinal.

$$v_{x,i} = R_{dyn} \omega_i \cos \delta \quad (4.7)$$

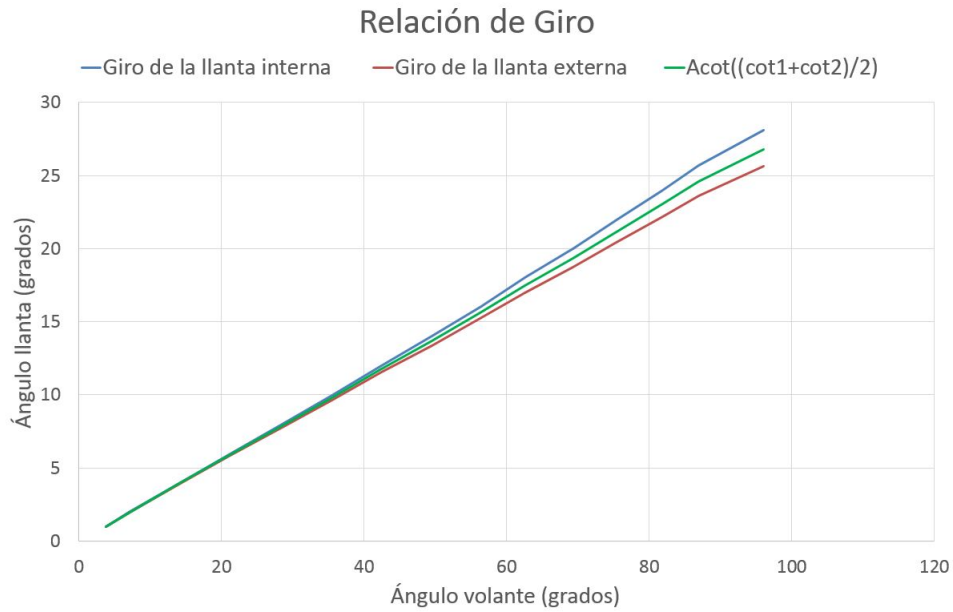
donde  $R_{dyn}$  es el radio dinámico del neumático,  $\omega_i$  es la velocidad angular de la llanta  $i$ , y  $\delta$  el ángulo de giro de la llanta.

Para fines prácticos,  $R$  será el radio estático del neumático. Para el cálculo de  $\delta$  se considera la relación entre el ángulo del volante y el ángulo de la llanta.

$$r_\delta = \frac{\delta}{\delta_{SW}} \quad (4.8)$$

En la gráfica 4.3 se muestran el giro en la llanta interna, externa y el correspondiente para el modelo según la ecuación 4.9.

$$\delta = \cot^{-1}\left(\frac{\cot \delta_1 + \cot \delta_2}{2}\right) \quad (4.9)$$



**Figura 4.3:** El ciclo del filtro Kalman con ecuaciones.

Para obtener una relación, se aproxima linealmente la curva y se obtiene que:

$$r_\delta = 0.2777$$

Puesto que lo que se mide es el ángulo del volante  $\delta_{SW}$ , usando las ecuaciones 4.8 y 4.7 para el estimado de la velocidad se tiene que:

$$v_{x,i} = R_{dyn}\omega_i \cos(r_\delta\delta_{SW}) \quad (4.10)$$

Para la velocidad en el centro de masa  $v_x$ , se promedian las velocidades obtenidas en la llanta interior y la exterior.

$$v_x = R \cos(r_\delta\delta_{SW}) \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right) \quad (4.11)$$

**Coefficiente de las llantas.** Como se describió en el marco teórico, el coeficiente usado en el modelo es la suma de los coeficientes de la llanta izquierda y derecha. Y dado que se tienen las mismas cuatro llantas:

$$c_{\alpha_f} = c_{\alpha_r} = c_{\alpha_{fr}} + c_{\alpha_{fl}} \quad (4.12)$$

En la figura 4.4, se grafican las fuerzas que presenta el neumático Hoosier 20.5 x 7", rin 13, a 16 *psi* de presión. En la segunda gráfica está dibujada una aproximación lineal de la fuerza lateral vs. el ángulo de desliz  $\alpha$ . La carga a la que estarán sometidos nuestros neumáticos es alrededor de los 700 [N]. Es por eso que la aproximación lineal se apega más a la curva roja.

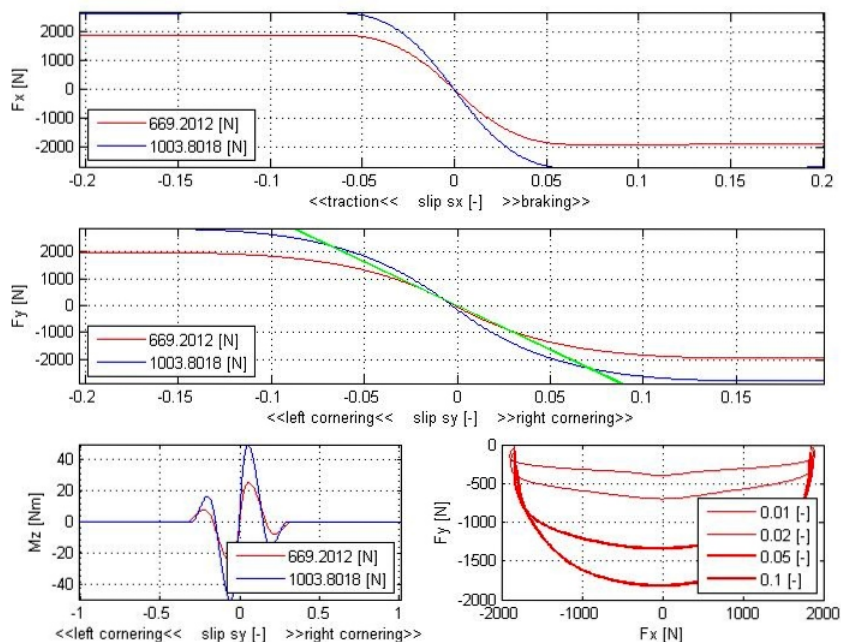


Figura 4.4: Análisis de los neumáticos.

Considerando la pendiente de la recta verde y que los cuatro neumáticos son iguales:

$$c_{\alpha_{fr}} = c_{\alpha_{fl}} = 32,500 \left[ \frac{N}{o} \right]$$

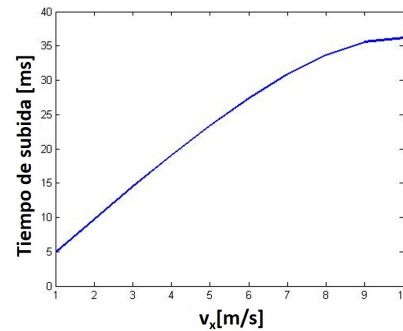
De ahí que a partir de la ecuación 4.12:

$$c_{\alpha_f} = c_{\alpha_r} = 65,000 \left[ \frac{N}{o} \right]$$

Los últimos parámetros que se necesitan para completar la matriz  $A_k$  son los siguientes:

Parámetro	Valor
$m$	216[kg]
$l_f$	0.76125[m]
$l_r$	0.76255[m]
$I_z$	108[kgm <sup>2</sup> ]

Por último solo falta definir la velocidad a la cual el modelo va correr. Resulta ser que si nuestra velocidad  $v_x$  es muy pequeña, se tiene un sistema muy rápido, esto quiere decir que el tiempo de subida en la respuesta es sumamente pequeño.



**Figura 4.5:** Tiempo de subida vs. velocidad longitudinal.

Considerando que el algoritmo de adquisición se ejecuta cada 10 [ms]. En la figura 4.5 claramente se ve como la magnitud del tiempo de respuesta está muy cerca y en ocasiones por debajo de los 10 [ms]. Esto provoca inestabilidad en el algoritmo del modelo como se muestra en las figuras 4.6 y 4.7.

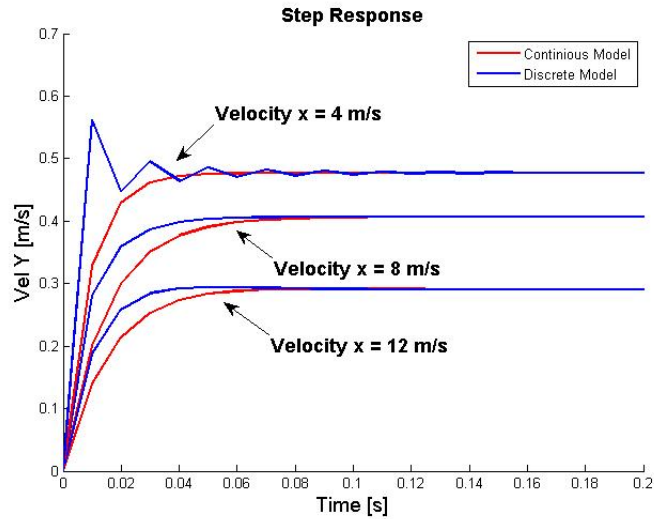


Figura 4.7: Respuestas escalón de la velocidad lateral. Algoritmo ejecutado cada 10 [ms].

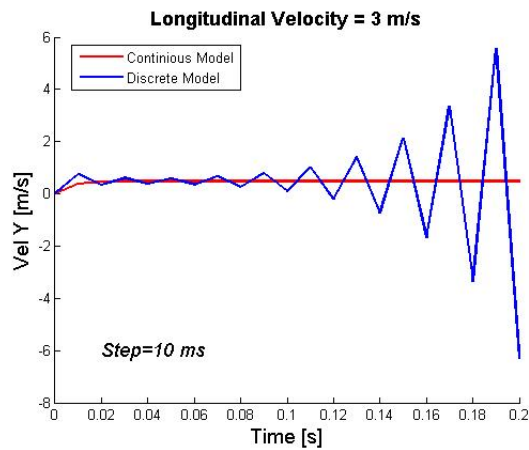
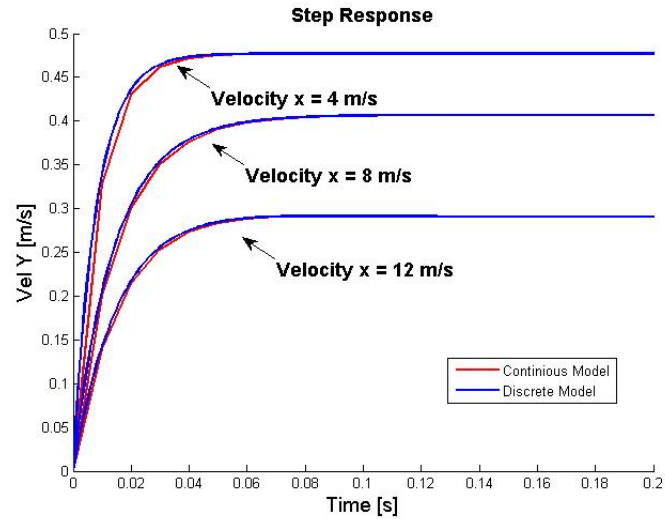


Figura 4.6: Respuesta escalón de la velocidad lateral.

Esto se corrige si el algoritmo se ejecuta cada 1 [ms]. No solo el modelo discreto es estable, sino también la respuesta es igual al modelo continuo. [Ver figura 4.8].



**Figura 4.8:** Respuesta escalón de la velocidad lateral. Algoritmo ejecutado cada 1 [ms].

A manera de conclusión, a pesar de que todo el algoritmo de adquisición se sigue ejecutando a 10 [ms], el estimador Kalman se ejecuta a 1 [ms] mediante un bucle anidado.

Como se mencionó anteriormente en este capítulo, las ganancias Kalman pueden ser preestablecidas, puesto que las matrices de covarianza no cambian. Por ello las ecuaciones que se están usando en el filtro Kalman son las 4.1, 4.2 y 4.4.

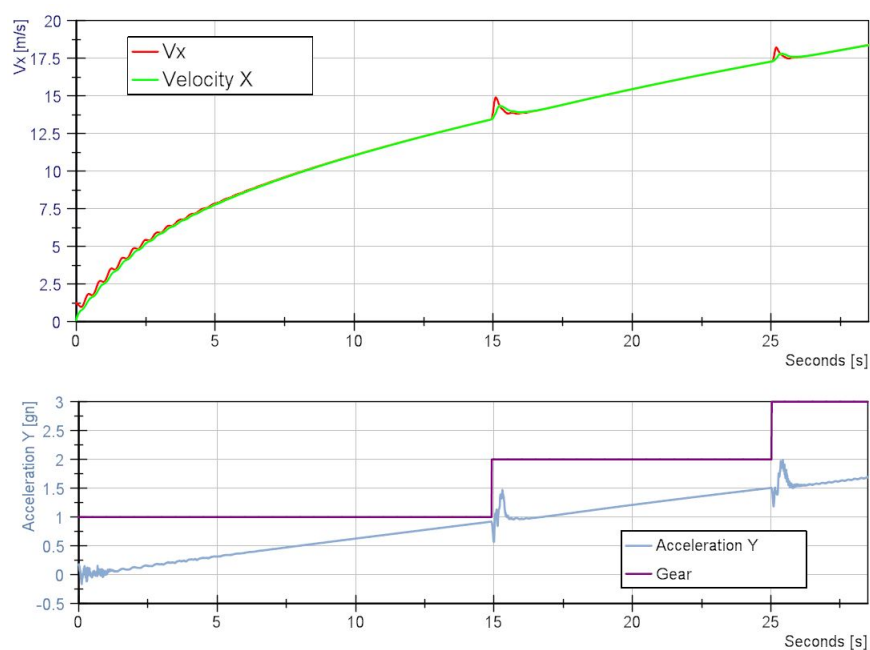
Con todos los parámetros ya calculados de velocidad, coeficiente de los neumáticos, masa, momento de inercia y dimensiones del vehículo se puede evaluar la efectividad del estimador propuesto.



## 4.2. Simulaciones

La primer simulación consiste en dar vueltas con un radio constante empezando desde una velocidad cero pero incrementando gradualmente hasta alcanzar 1.7 [G] de aceleración lateral.

En todas las gráficas que se van a mostrar, la curva en rojo es la simulada y la curva en verde es la estimada mediante el modelo de bicicleta y los algoritmos ya descritos. Como ya se mencionó, para que todo el estimador funcione bien es necesario obtener la velocidad longitudinal, en la figura 4.9 se muestra que el algoritmo de estimación para la velocidad es preciso.

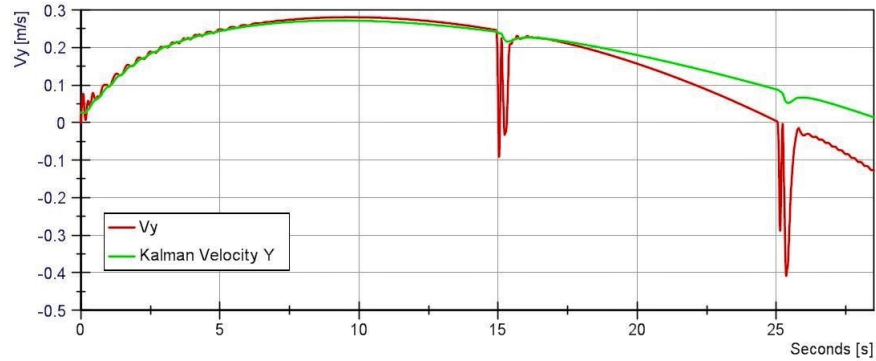


**Figura 4.9:** Velocidad longitudinal. En rojo la simulada, en verde la estimada.

Primero se observa qué sucede si ganancias de Kalman nulas.

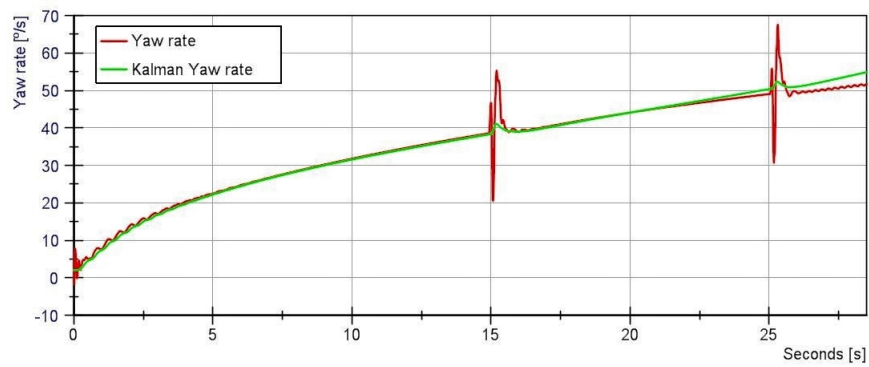
$$K_k = \bar{0}$$

La gráfica de la velocidad lateral se ve en la figura 4.10. Las perturbaciones en la gráfica corresponden al cambios de la palanca de velocidad.

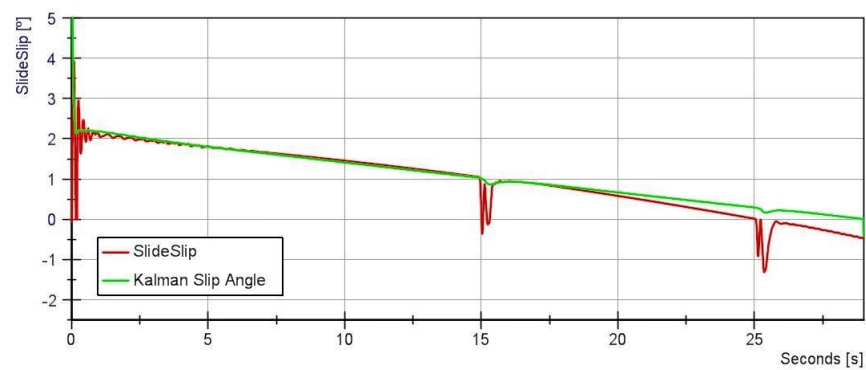


**Figura 4.10:** Velocidad lateral con  $K=[0 \ 0]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.

El *yaw rate* se muestra en la figura 4.11. Y el *sideslip*,  $\beta$  se muestra en la figura 4.12.



**Figura 4.11:** *Yaw rate* con  $K=[0 \ 0]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.



**Figura 4.12:** Desliz  $\beta$  con  $K=[0 \ 0]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.

#### 4. PROCESAMIENTO DE DATOS

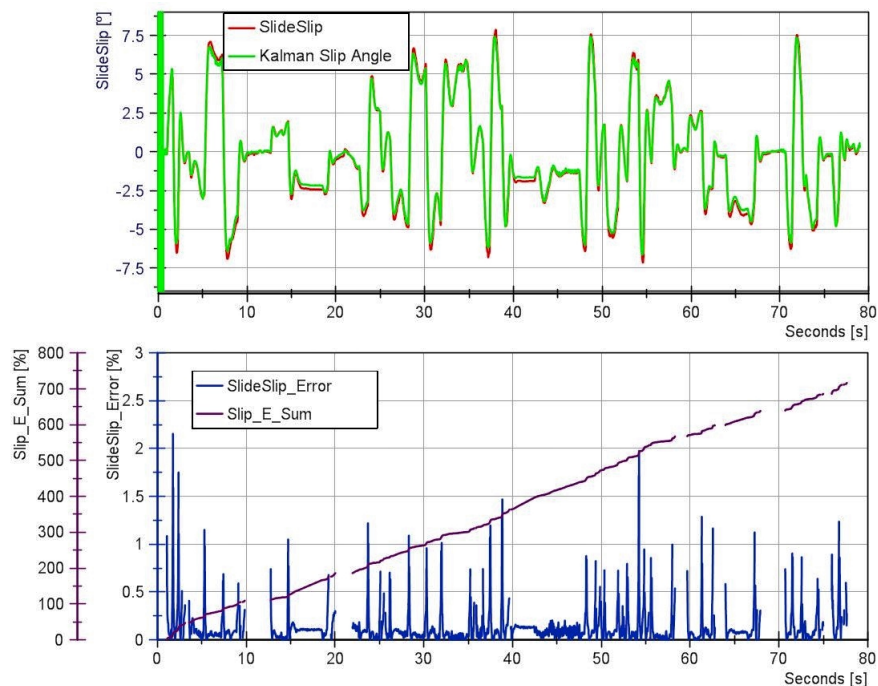
---

A partir de estas gráficas se pueden hacer varias observaciones. La primera de ellas, es que las estimaciones empiezan a diferir de las simulaciones a partir de 1 [G] de aceleración lateral. Esto resulta lógico, puesto que nuestro estimador está asumiendo un modelo lineal de las llantas y del vehículo. A medida de que el vehículo entra en un régimen no-lineal, el estimador presenta discrepancia a la simulación.

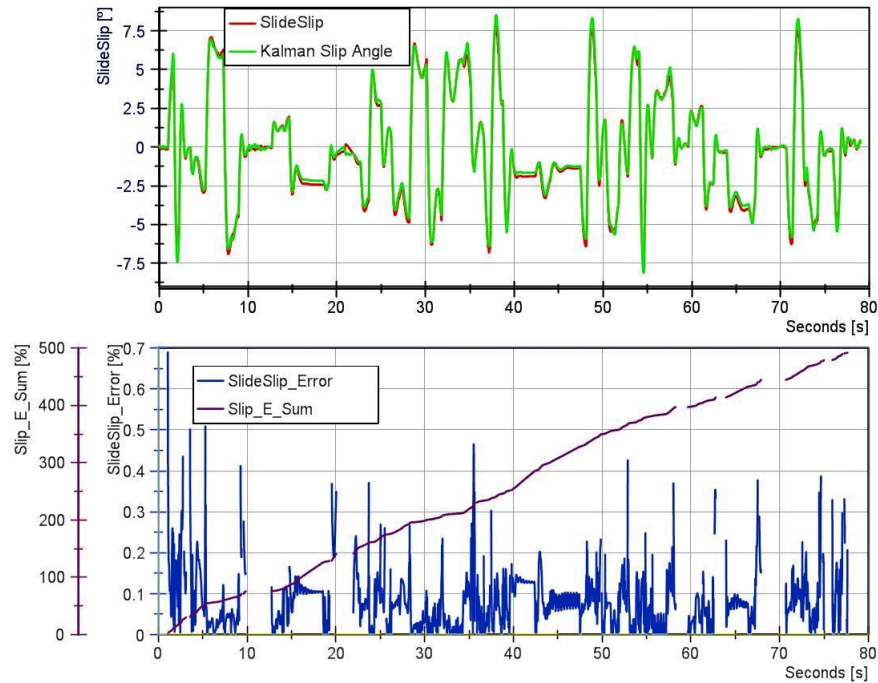
Es aquí donde se ve la importancia del estimador de Kalman. El algoritmo toma el error entre la variable estimada y el valor del sensor (que en este caso se considera que el sensor está midiendo lo que entrega la simulación) y lo multiplica por las ganancias de Kalman para hacer la corrección.

Para determinar cuáles son las ganancias apropiadas, se simuló un circuito ratonero con la actualización de las ganancias y después con ganancias constantes que mediante prueba y error se habían determinado previamente. Se calculó el error relativo y también se tiene la suma del error durante toda la simulación, de esa forma se compara cómo se logra el menor error, si manteniendo las ganancias constantes o con una actualización de las ganancias. Las ganancias constantes pre-calculadas son:

$$K_k = [ 0.05 \quad 0.01 ]^T$$



**Figura 4.13:** Desliz  $\beta$  con  $K$  variable. En rojo la simulada, en verde la estimada.



**Figura 4.14:** Desliz  $\beta$  con  $K = [0.05 \ 0.01]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.

Siguiendo este mismo principio del cálculo del error. Las sumas obtenidas en los dos casos son las siguientes:

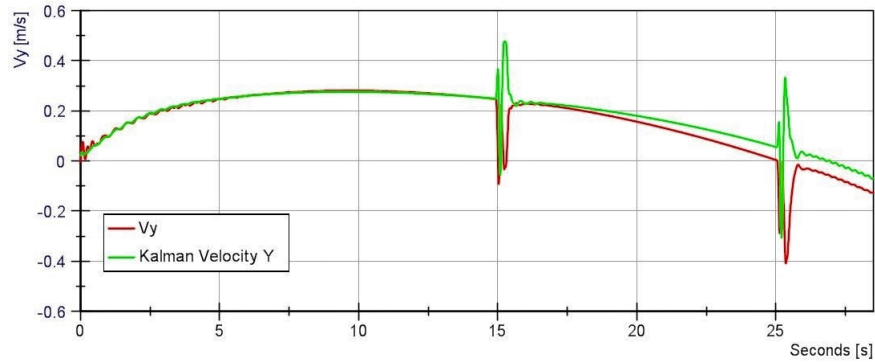
Variable	Ganancias K constantes			Ganancias K variables		
	Yaw rate	Vel Lat	ángulo $\beta$	Yaw rate	Vel Lat	ángulo $\beta$
Suma Error [%]	943	438	491	1069	690	716

Claramente cuando se tienen ganancias constantes el error acumulado es menor. Aunado a esto, el consumo computacional es mucho menor, puesto que no se tiene que calcular la inversa de la matriz cada 1 [ms] (Ver ecuación 4.4). Es por ello, que en este trabajo se van a utilizar ganancias constantes.

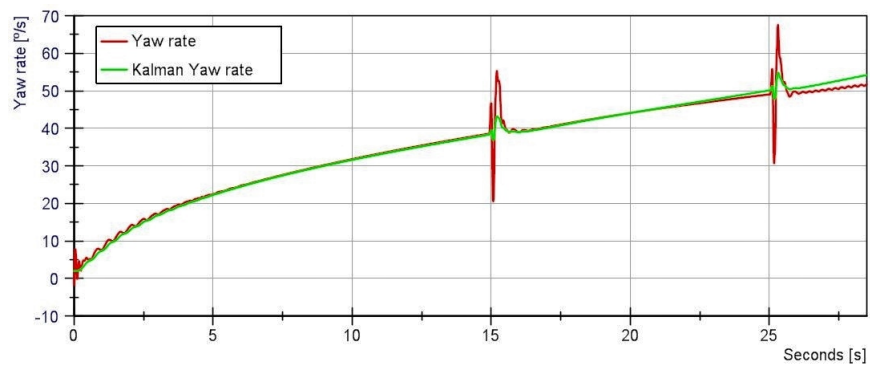
#### 4. PROCESAMIENTO DE DATOS

---

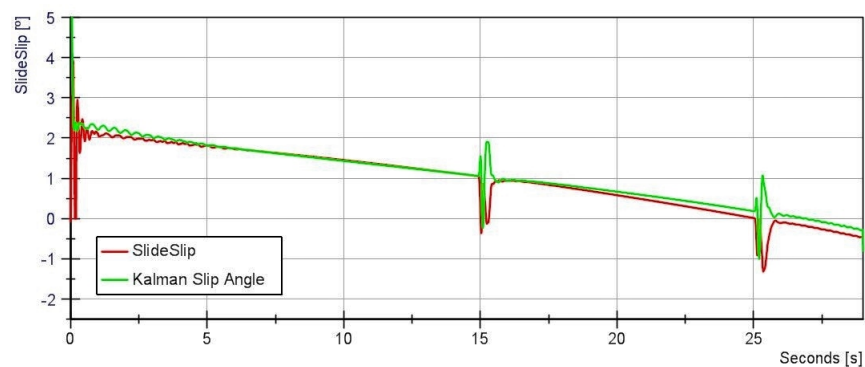
Usando estas ganancias, se tienen las siguientes tres gráficas.



**Figura 4.15:** Velocidad lateral con  $K=[0.05 \ 0.01]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.



**Figura 4.16:** *Yaw rate* con  $K=[0.05 \ 0.01]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.

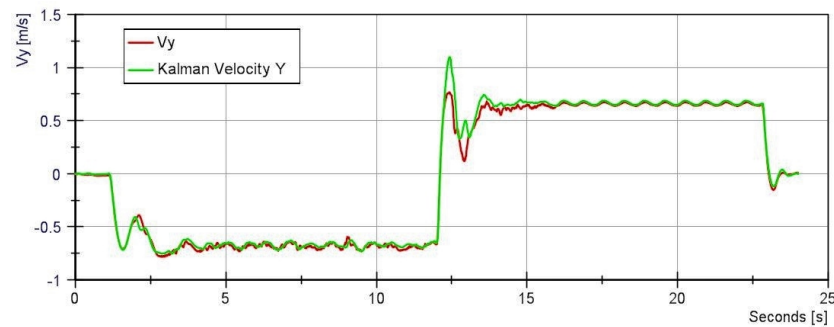


**Figura 4.17:** Desliz  $\beta$  con  $K=[0.05 \ 0.01]$ . En rojo la simulada, en verde la estimada.

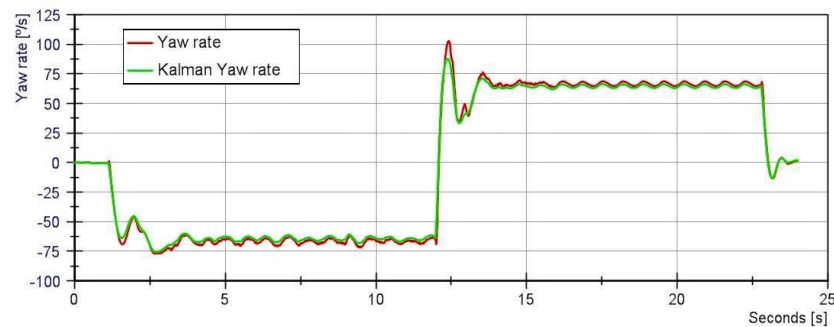
Como se observa, el estimado de la velocidad lateral y del ángulo de desliz se mantiene más apegado a la simulación a comparación cuando las ganancias eran nulas (figuras 4.10, 4.16 y 4.12).

Con estas ganancias constantes, se simuló también la prueba de "Skid-pad", la cual consiste en dos vueltas a la derecha y luego dos a la izquierda. (Ver la figura 4.21)

Las gráficas resultantes se muestran a continuación. Se observa que la estimación es bastante acertada.



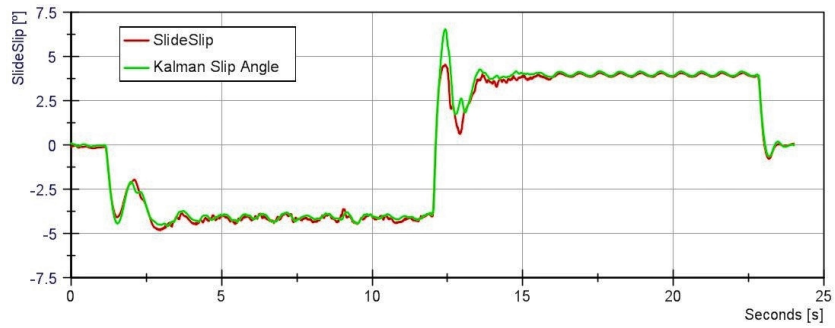
**Figura 4.18:** Velocidad lateral con  $K=[0.05 \ 0.01]$ . *Skidpad*. En rojo la simulada, en verde la estimada.



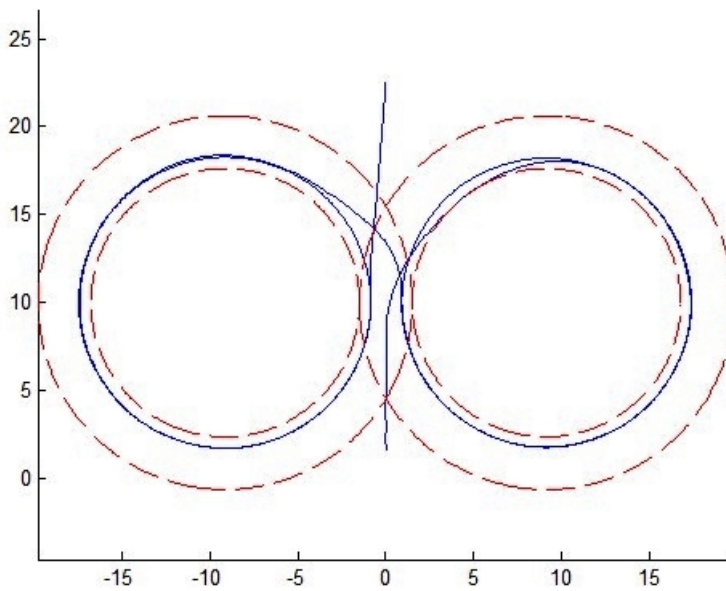
**Figura 4.19:** *Yaw rate* con  $K=[0.05 \ 0.01]$ . *Skidpad*. En rojo la simulada, en verde la estimada.

#### 4. PROCESAMIENTO DE DATOS

---



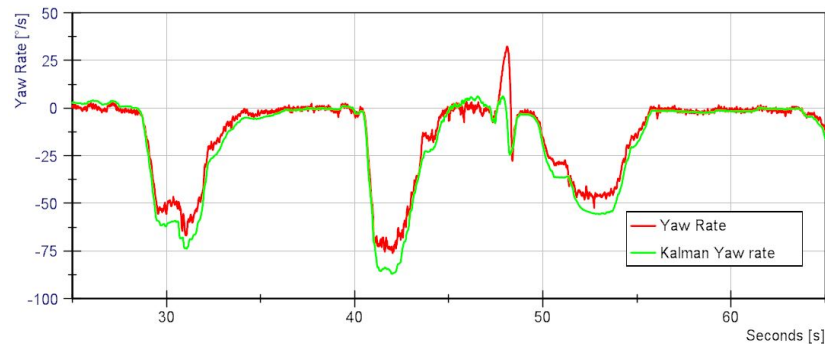
**Figura 4.20:** Desliz  $\beta$  con  $K=[0.05 \ 0.01]$ . *Skidpad*. En rojo la simulada, en verde la estimada.



**Figura 4.21:** Pista de *skidpad*.

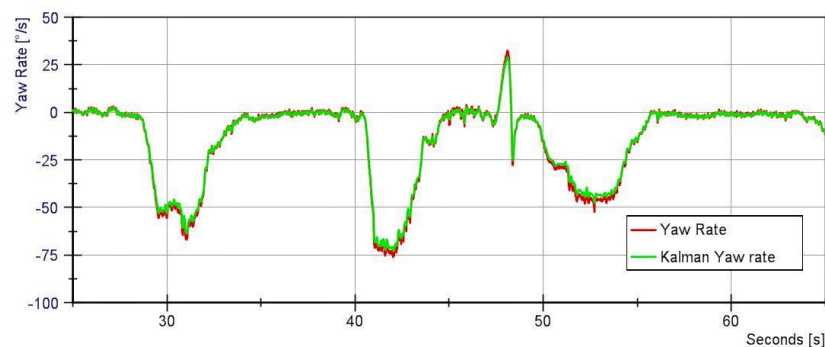
### 4.3. Resultados estimador Kalman

El algoritmo también se probó en tiempo real una vez instalado en el vehículo. Esto fue durante la prueba de frenado, en la figura 4.22 se muestra en rojo la lectura del sensor y en verde el valor estimado del *yaw rate*. Las ganancias de Kalman son nulas, lo que quiere decir que no se está haciendo retro-alimentación y solo se estiman las variables usando el modelo de bicicleta de dos grados de libertad.



**Figura 4.22:** Estimador Kalman del *yaw rate* sin ganancias. En rojo la lectura del sensor, en verde la estimada.

Como se puede ver en la figura 4.22, el modelo presenta errores de  $\approx 16\%$  en el *yaw rate* cuando se da una vuelta. Este error se debe a que se está usando un modelo lineal de segundo orden para modelar el vehículo, cuando en la realidad es más complejo. Las ganancias de Kalman existen para retro-alimentar al estimador con el valor del sensor. En la figura 4.23 se muestra el resultado cuando se aplica la ganancia fija de Kalman discutida anteriormente, el resultado es significativamente mejor.

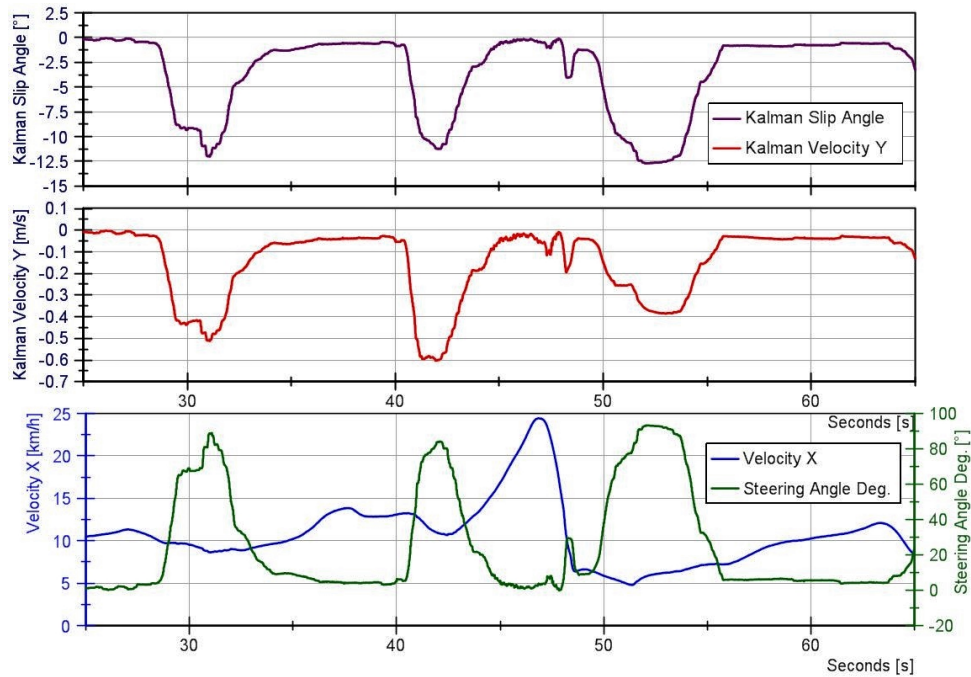


**Figura 4.23:** Estimador Kalman del *yaw rate* con ganancias fijas. En rojo la lectura del sensor, en verde la estimada.



#### 4. PROCESAMIENTO DE DATOS

Sabiendo que el *yaw rate* en el modelo del estimador es el correcto, se puede asumir que la estimación de la otra variable de estado: la velocidad lateral ( $v_y$ ) será correcta. El desliz global ( $\beta$ ) es una combinación lineal de las dos variables de estado ( $\beta$  y  $v_y$ ). En la figura 4.24 se muestra el resultado de las estimaciones y se puede concluir que el estimador de Kalman es estable, robusto y preciso.

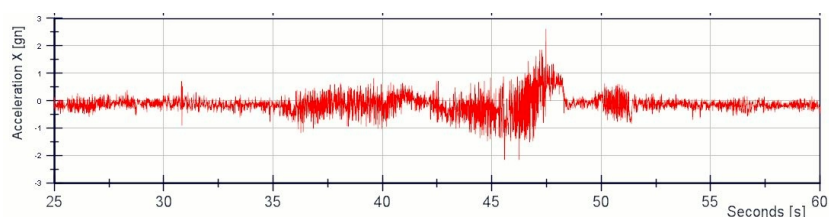


**Figura 4.24:** Desliz  $\beta$  y velocidad lateral. Se muestran también las entradas al estimador: velocidad longitudinal y *yaw rate*.

## 4.4. Filtros

El filtrado de datos suprime las frecuencias altas pero permite el paso de las frecuencias bajas. El filtrado remueve el ruido de la señal y la condiciona para el análisis de movimientos despacios. En ocasiones es útil filtrar los datos, pero puede ser una herramienta peligrosa porque elimina las altas frecuencias las cuales pueden brindar información adicional.

Debido a las vibraciones del vehículo, las lecturas de acelerómetro tienen mucho ruido. Estas vibraciones son provocadas por el motor y van en relación directa con sus RPM's. Las vibraciones sí son información útil para análisis de fatiga, pero dado el objetivo del trabajo que es analizar la dinámica, las vibraciones no serán consideradas. Sin embargo, tanto la lectura del sensor como su señal filtrada se almacenan, para no perder información.



**Figura 4.25:** Lectura sin filtrar del acelerómetro.

El filtrado de los datos se puede realizar en tiempo real o en un post-procesamiento de datos. Ambos casos tienen sus ventajas. En la cRIO se realiza un filtrado en tiempo real de segundo orden poder utilizar estas señales en algoritmos internos.

Los filtros IIR<sup>1</sup>, también conocidos como sistemas auto-regresivos (Auto-Regresive AR), son llamados de respuesta infinita, porque el proceso de filtrado se realiza por medio de la evaluación de la ecuación de diferencias que regulan el sistema. El filtro que se aplica es un filtro *Butterworth* implementado con coeficientes en un filtro en cascada IIR. Como la ecuación de diferencias depende de las salidas anteriores del filtro, existe una dependencia de los infinitos estados anteriores de la variable de salida a la variable de salida actual, por tal razón son llamados de Respuesta al Impulso Infinita.

Los coeficientes del filtro son calculados *a priori* y luego son utilizados para filtrar los datos. Los filtros representan un sistema lineal invariante con el tiempo (LTI) y cada LTI puede ser descrito mediante su función de transferencia o su respuesta al impulso. Los coeficientes del filtro son derivados de la respuesta al impulso. Este método de filtrado se puede aplicar para aplicaciones en tiempo real con buenos resultados.

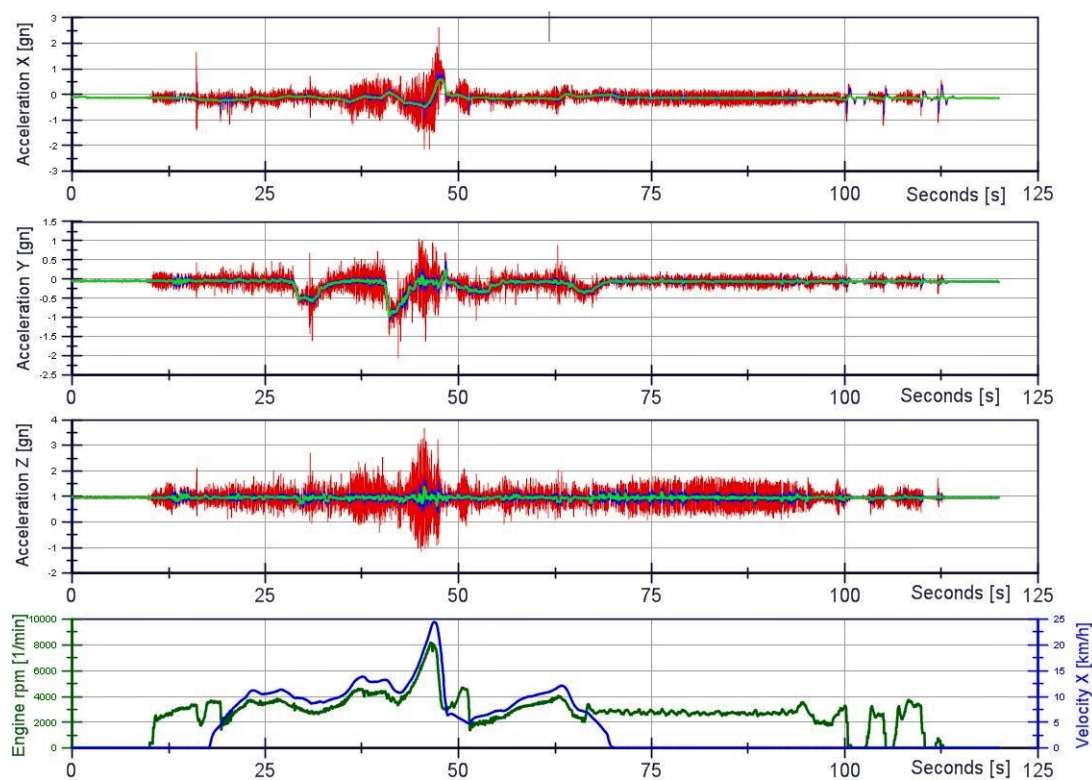
<sup>1</sup>Respuesta infinita al impulso por sus siglas en inglés.

#### 4. PROCESAMIENTO DE DATOS

En la figura 4.4 se observan las tres lecturas del acelerómetro. Se puede concluir que el ruido en la señal es causado por las vibraciones generadas por el motor y no por el movimiento *per se*. Esto se ve claramente si se observan las gráficas inferiores de velocidad y RPM's del motor. Cuando las RPM's incrementan, también lo hace el ruido, lo cual no sucede con la velocidad.

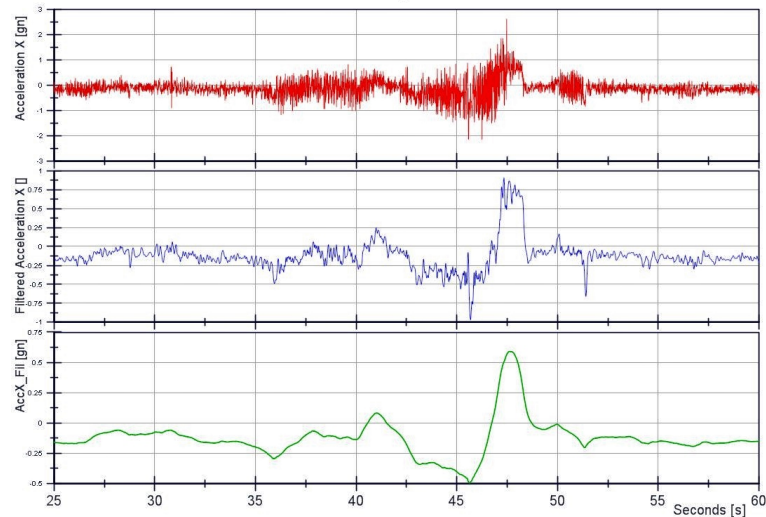
El motivo del filtrado es analizar únicamente el efecto causado por el movimiento. En azul se muestra la señal filtrada en tiempo real con un filtro *Butterworth* de segundo orden con frecuencia de corte en 0.040 [Hz]. No se aplica un filtro de mayor orden, porque entonces se tendría desfase en la señal.

Aplicando un filtro mediante DIADEM en una etapa de post-procesamiento se obtiene la señal verde. Este software ofrece la ventaja de aplicar filtros y omitir el desfase generado por el mismo. El filtro utilizado fue un Bessel, IIR de segundo orden con frecuencia de corte 0.5 [Hz].



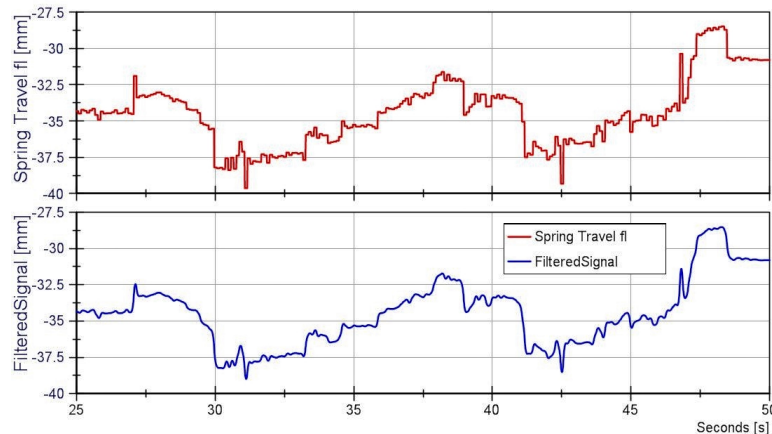
**Figura 4.26:** Lectura del acelerómetro. En rojo la lectura del sensor, en azul la señal filtrada en la cRIO, en verde la señal filtrada en un post-procesamiento.

En la figura 4.4 se observan a detalle las tres diferentes señales.



**Figura 4.27:** Aceleración en X. En rojo la lectura del sensor, en azul la señal filtrada en la cRIO, en verde la señal filtrada en un post-procesamiento.

A diferencia del acelerómetro, la señal de los potenciómetros es 'escalonada' dado que viene a través de la ECU la cual muestrea cada 100 [ms]. También en este caso se aplica un filtro, puesto que después se va a calcular su derivada y esto ocasionaría pendientes infinitas. (Ver figura figura 4.4)



**Figura 4.28:** Compresión del resorte delantero izquierdo. En rojo la lectura del sensor, en azul la señal filtrada en un post-procesamiento.



# Telemetría

---

La telemetría consiste en la transferencia remota de datos. El objetivo principal de contar con telemetría en Fórmula SAE es poder monitorear las variables en tiempo real y con eso poder detectar si se presenta una falla. Hay varias variables en las cuales resulta crítico conocer su valor.

## 5.1. Requerimientos

Para diseñar la telemetría se especificaron los valores que se desean ver y la forma de visualizarlos. Hay variables que definitivamente es importante monitorear como es la temperatura del aceite del motor y la temperatura de la tarjeta de adquisición. Si el motor alcanza una temperatura elevada, significa que se tiene un problema de enfriamiento. Por otro lado si la temperatura de la tarjeta de adquisición se eleva por arriba de los 60 [° C], podría llegar a presentarse una falla técnica. Estos son algunos ejemplos de la importancia de contar con telemetría.

Cuando existe un problema técnico en la conexión o alimentación del sensor, esto arrojaría un valor fuera de los límites establecidos previamente lo cual se vería reflejado en el bit "Valido/No Válido". Cuando se presenta este error en algún sensor se debe corregir el problema antes de empezar a almacenar datos.

### 5.2. Hardware

Primero se definieron los requerimientos de hardware. *Labview* tiene muchos métodos para transferir datos entre la cRIO y una computadora estática. La mayoría de esos métodos requieren que tanto la cRIO y la computadora estén conectados a la misma red local. Otra forma de transferir datos es a través del puerto serial usando un sistema periférico, sin embargo, era preferible crear una red local por la facilidad y porque la ECU del motor también se puede conectar a la red y así configurar los mapas del motor remotamente. Esto deja como opciones los routers, modems, access points, antenas que funcionen con wifi, de manera que se cree una red local.

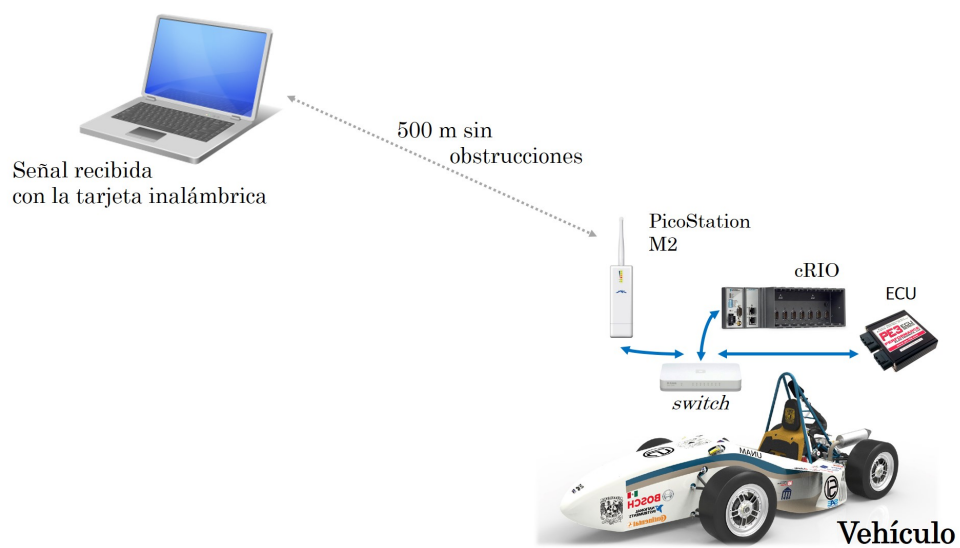
Otro punto a considerar es el alcance del sistema. En el evento de resistencia en la competencia SAE se tienen distancias que alcanzan los 300 [m]. Por ello el sistema de telemetría tiene que tener un rango de mínimo 400 [m]. Aunado a esto, dado que el vehículo se encuentra en movimiento, la antena tiene que ser omnidireccional a diferencia de las antenas parabólicas direccionales que solo reciben y transfieren datos a una dirección.

Puesto que algunos componentes irán a bordo del vehículo, el peso es un factor decisivo.

### 5.3. Configuración

Después de analizar varias opciones, la configuración a la que se llegó fue utilizar un módem conectado a una antena/access point que repitiera la señal. Tanto el switch y la antena van montados en el vehículo y la cRIO se conecta vía ethernet al switch. La computadora por el otro lado, se conecta a la red wifi creada por la antena. Esta configuración se muestra en la figura 5.1

El producto que más se adecuaba a nuestro requerimientos fue el *PicoStation M2 HP* [figura 5.2] de la marca *Ubiquiti*<sup>®</sup>. Con un peso de 100 [g], un tamaño relativamente pequeño y un alcance nominal de 500 [m] en el exterior, esta antena/access point es ideal. Aparte se implementó un switch comercial para interconectar la cRIO y la antena.



**Figura 5.1:** Arreglo de Hardware.



**Figura 5.2:** PicoStation M2.



## 5. TELEMETRÍA

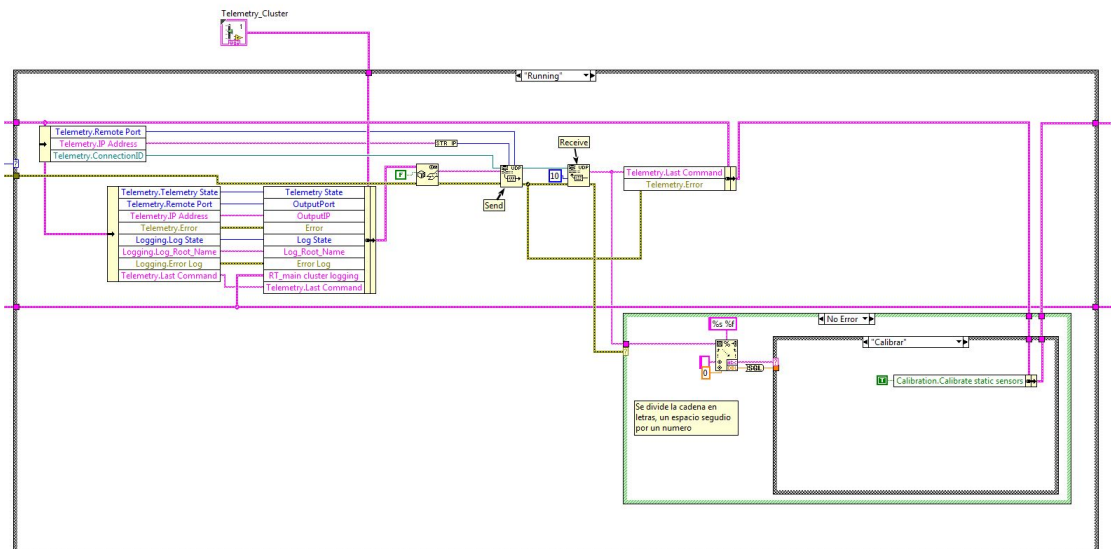


Figura 5.3: Código de Labview con el protocolo UDP.

### 5.4. Software

En la parte de la programación, se decidió usar el protocolo UDP para la transferencia de datos. El protocolo más común es TCP. Tanto el TCP <sup>1</sup> y el UDP están basados en el protocolo de menor nivel IP (*internet protocol*). Una vez que se tiene un *socket* TCP, se puede establecer una comunicación entre dos máquinas. La comunicación TCP es ordenada, confiable y fácil de usar. Por otro lado, en el protocolo UDP no se garantiza que el paquete llegue al destinatario, por lo tanto no hay forma de saber si el destinatario recibió el paquete de información.

A pesar de que el protocolo TCP es mejor en muchos aspectos, el protocolo UDP resulta mejor para la aplicación en cuestión. La cRIO solo estará enviando datos, sin importar que sean recibidos por la computadora. Más aún, si la conexión se pierde por alguna razón, no queremos que esto ocasione un error. El protocolo UDP también permite comunicación bidireccional, lo que significa que desde la computadora se pueden enviar comandos a la cRIO.

Labview ya cuenta con un bloque para enviar datos vía UDP. Los datos deben de ser convertidos antes a una cadena y después son simplemente enviados al puerto especificado. La figura 5.3 muestra el código de Labview.

<sup>1</sup>Protocolo de control de transmisión por sus siglas en inglés.

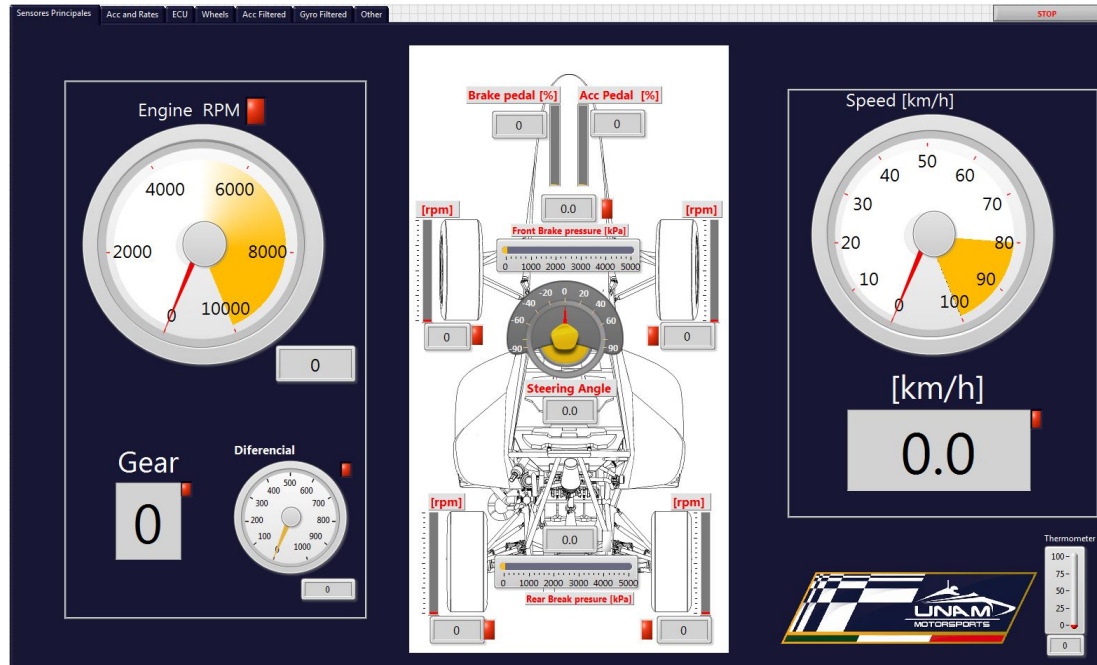


Figura 5.4: Visualización Telemetría, pantalla principal.

## 5.5. Visualización

Como se mencionó anteriormente, el objetivo de la visualización es detectar algún fallo en los sensores o una situación alarmante. Es muy difícil poder sacar conclusiones a partir los datos con solo verlos en la pantalla. Aunado a esto, se hicieron pruebas y resultó que al incluir gráficas en la visualización, el programa se alentaba. Por todas estas razones, los indicadores utilizados en la visualización son en su mayoría de tipo barra o tacómetro.

Con más de 50 datos para mostrar, es importante dividirlos y mostrarlos por separado. Se escogieron ciertas categorías para agrupar las señales y se colocaron pestañas para cambiar de sección. Cada sensor cuenta con un indicador y su bit de validez. El bit "Valido/Inválido" se muestra mediante un foco rojo en caso de ser inválido. Solamente para los datos filtrados se recurrió a las gráficas, para poder visualizar si los filtros están trabajando adecuadamente.

En la figura 5.4 se muestra la pantalla principal de la visualización. En la esquina superior izquierda se pueden ver las siete pestañas, cada una de ellas con sensores diferentes.



# Evaluación

---

En este capítulo se presentan las herramientas para evaluar y analizar los datos adquiridos. En un día de prueba normal se adquieren 50 canales y en una etapa de post-procesamiento se agregan 70 canales más. Con alrededor de 120 canales con datos muestreados cada 10 [ms] se vuelve una labor muy importante analizar información para sacar conclusiones. La creación de canales matemáticos ayudan a evaluar el comportamiento del vehículo y piloto.

## 6.1. Introducción

El uso de un buen software para el procesamiento de datos es indispensable. El software de análisis que se usa en este trabajo es Diadem de *National Instruments*. Las características que debe tener cualquier software para el análisis de datos incluyen<sup>[1]</sup> :

- Definir límites en las gráficas.
- Gráficas multi-canales.
- Lupa.
- Funciones de cursor.
- Datos estadísticos sobre los datos.
- Manejo de unidades.
- Creación de canales matemáticos.
- Filtrado de datos.
- Exportar datos.
- Creación de reportes.

**Gráficas contra tiempo o distancia.** La mayoría de los datos se grafican contra el tiempo. Sin embargo en el caso del automovilismo, graficar contra la distancia también tiene importancia, puesto que se indica en dónde sucedió un evento y las gráficas contra el tiempo indican cuándo sucedió. En el caso de comparar datos de diferentes vueltas (*laps*), resulta más útil graficar contra la distancia, puesto que los tiempos casi siempre serán distintos.

## 6.2. Comparación de vueltas

La comparación entre vueltas no solo indica la diferencia de tiempo entre ambas vueltas, sino también en qué lugar de la pista se ganó o perdió tiempo. La varianza se define como la diferencia instantánea entre tiempo.<sup>[1]</sup>

$$\text{Varianza}(x) = t_{LAP1}(x) - t_{LAP2}(x) \quad (6.1)$$

donde  $t_{LAP}(x)$  es el tiempo en función de la distancia  $x$  de la vuelta respectiva. De igual importancia es la varianza acumulada, la cual indica el tiempo total ganado en función de la distancia.

$$\text{Varianza}_{acum}(x) = \int_0^X \text{Varianza}(x) dx \quad (6.2)$$

Donde  $X$  es la distancia total de la vuelta.

Simulando dos vueltas en el circuito de la figura 6.1, se obtuvieron las gráficas mostradas en la figura 6.2. En la varianza acumulada (la segunda gráfica en naranja) se observa el tiempo ganado. Alrededor de los 100 [m] el piloto en la primera vuelta gana un casi un cuarto de segundo. Pero a los 400 [m] el piloto en la segunda vuelta aumenta la velocidad lo que le da una ventaja de 1.6 [s], los cuales conserva a lo largo de la vuelta. En la tercera gráfica también se ve claramente que es a los 400[m] que se gana tiempo.

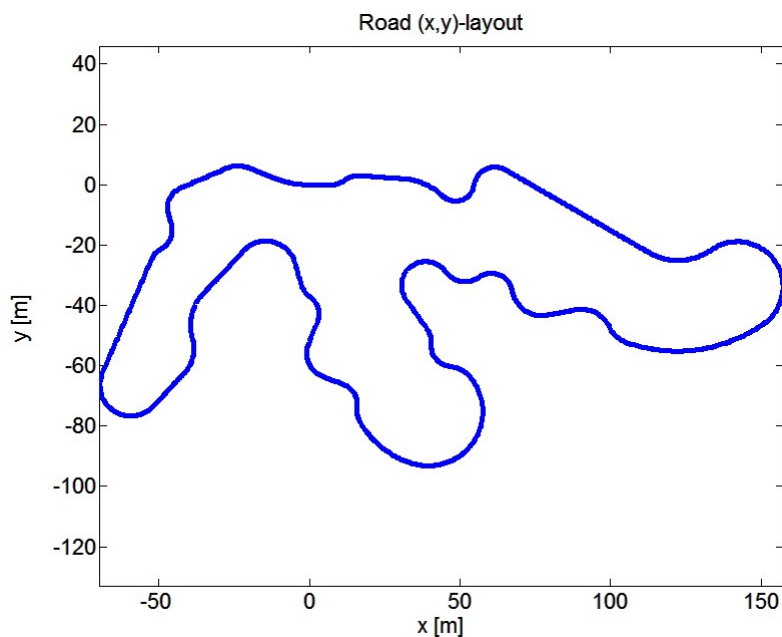


Figura 6.1: Circuito.

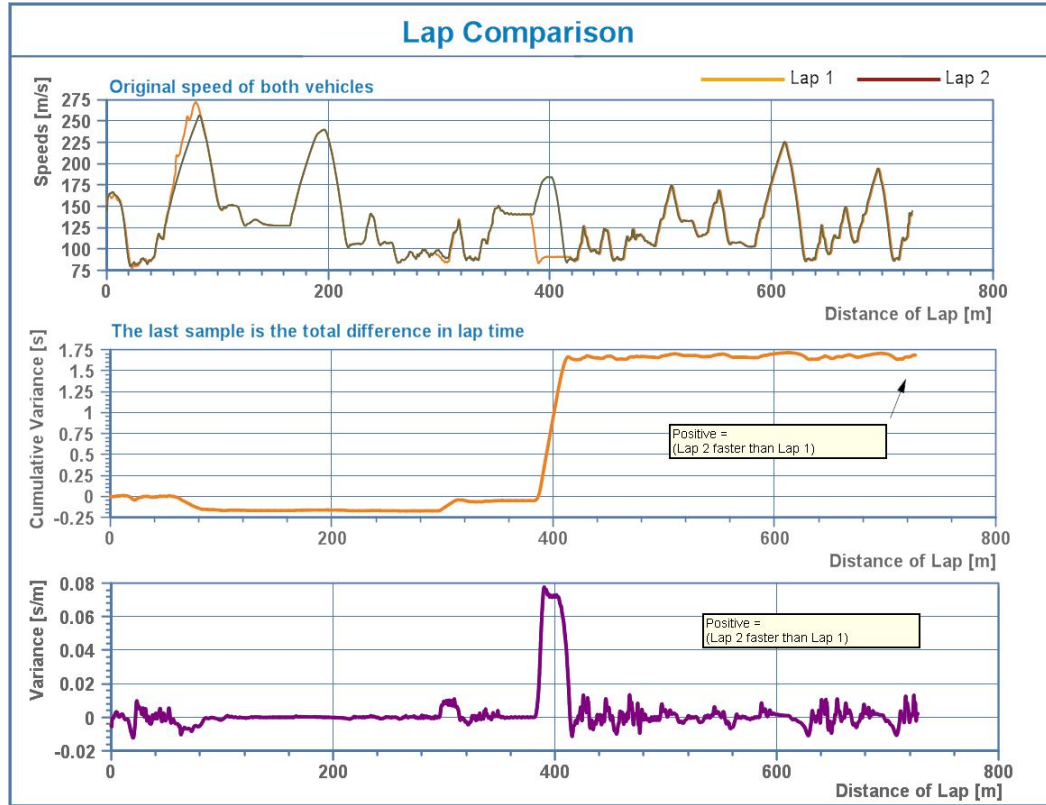


Figura 6.2: Comparación de vuelta.

### 6.3. Sistema de frenado

**La distribución de frenos.** La desaceleración máxima ocurre cuando todas los neumáticos operan simultáneamente bajo su coeficiente de fricción máximo. La distribución de frenos define el porcentaje de presión que se aplica en los frenos delanteros y en los frenos traseros. Afecta en la dinámica del vehículo cuando el piloto frena entrando a una curva. Demasiado balance frontal, ocasiona subviraje en el vehículo y muy poco balance frontal ocasiona sobreviraje. Y dado que estas condiciones afectan los tiempos de vuelta, la distribución de frenos es de suma importancia. No existe un balance teórico ideal, depende del estilo de manejo de cada piloto. La distribución o balance de frenos ( $BrakeBias_{front}$ ) se define según la ecuación 6.3.

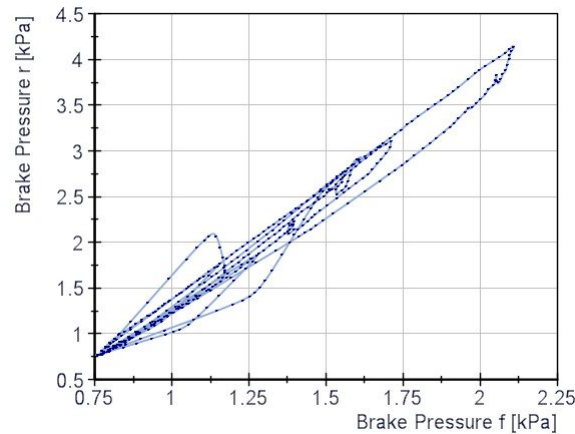
$$Balance_{delantero} = \frac{P_{delantera}}{P_{delantera} + P_{trasera}} \cdot 100[\%] \quad (6.3)$$

donde  $P_{delantera}$  es la presión de las líneas de frenos delanteros y  $P_{trasera}$  es la presión de las líneas de frenos traseros.

## 6. EVALUACIÓN

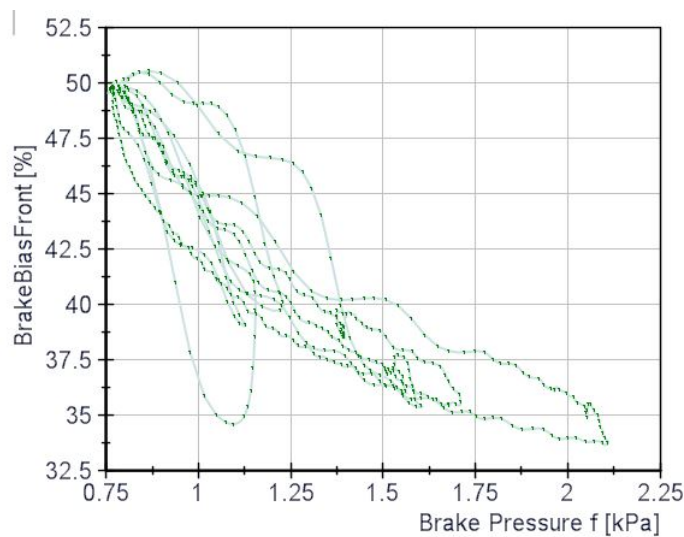
---

La pendiente de la curva que se muestra en la figura 6.3 corresponde a la distribución de frenos.



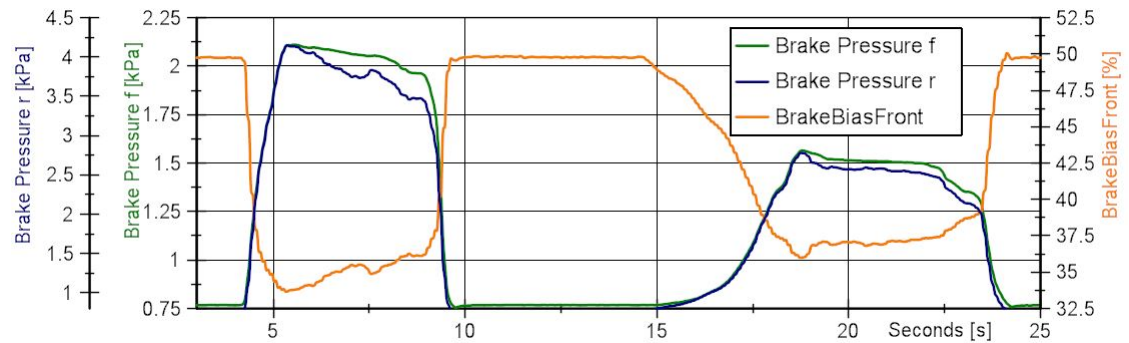
**Figura 6.3:** Gráfica Presión Trasera vs. Presión Delantera.

La distribución puede también variar debido a fallas mecánicas dentro del sistema de frenos. Una forma de ver esto es mediante la figura 6.4, la cual indica si la distribución cambia dependiendo de la presión que se aplica. El comportamiento ideal es una línea horizontal. Como se muestra en la figura 6.4, el balance está lejos de ser constante.



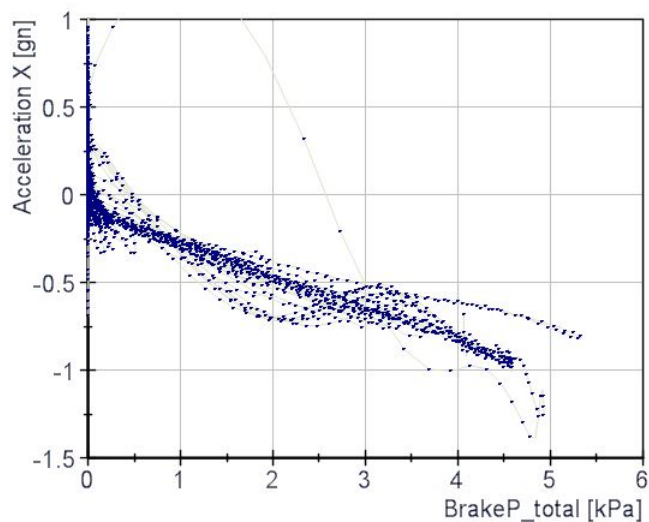
**Figura 6.4:** Gráfica Distribución vs. Presión Delantera.

La figura 6.5 muestra los mismos datos de la figura 6.4, pero graficados contra el tiempo. Como se puede ver, una vez presionado el pedal de freno, la presión trasera disminuye más que la presión delantera, alterando así la distribución de frenado (curva naranja). Este comportamiento no es deseable, indica que existe algún tipo de fuga en las líneas de freno traseras.



**Figura 6.5:** Presiones delantera y trasera.

Otra forma de conocer el desempeño de los frenos es graficar la desaceleración contra de la presión de frenos. En la gráfica 6.6, se puede ver una tendencia lineal que termina cerca de 1[G] de desaceleración cuando la presión total es de 4.5 [kPa]. Este dato es importante cuando se diseña el sistema de frenado, indica cuánta presión se necesita para desacelerar el vehículo.



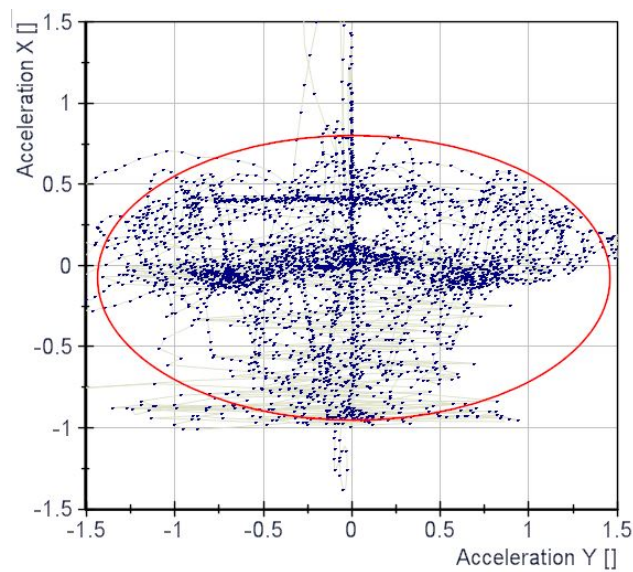
**Figura 6.6:** Aceleración Longitudinal vs. Presión de Frenos.



## 6.4. Diagrama G-G

En diagrama G-G o también conocido como el círculo de tracción representa la capacidad de dar vuelta de un vehículo. El diagrama consisten en graficar la aceleración lateral en el eje de las abscisas y la aceleración longitudinal en el eje de las ordenadas, de esa forma se visualiza el agarre generado por los cuatro neumáticos. No solo permite ver el agarre desarrollado bajo circunstancias especiales, sino también ver cómo el conductor lo utiliza. Aceleración longitudinal positiva significa que el vehículo está acelerando y cuando es negativa, el vehículo está frenando.<sup>[5]</sup>

En la figura 6.7 se muestra un diagrama G-G para la pista de la figura 6.1. La mayor concentración de puntos corresponde a las condiciones donde el conductor se siente más cómodo. Mientras más pegados estén los puntos a la circunferencia, significa que el vehículo está trabajando en su límite.<sup>[1]</sup>



**Figura 6.7:** Diagrama 'G-G'.

## 6.5. Posición de engrane

Para calcular la posición actual del engrane se necesita únicamente conocer las RPM's de la catarina del diferencial al igual que las RPM's del cigueñal del motor. El cálculo de la posición del engrane se puede hacer en tiempo real en caso de contar un indicador para el piloto o en un post-procesamiento. Antes que nada se calcula la relación entre ambas velocidades de giro.

$$i_{total} = \frac{RPM_{Motor}}{RPM_{Diferencial}} \quad (6.4)$$

Donde  $RPM_{Motor}$  son las RPM's del motor y  $RPM_{Diferencial}$  son las RPM's del diferencial. Para evitar la división entre cero se establece la condición.

$$RPM_{Diferencial} < 10 \rightarrow i_{total} = 1000$$

Para suprimir las frecuencias altas se aplica un filtro a la señal  $i_{total}$ , puesto que estas no deben ser utilizadas para el cálculo de la posición del engrane. En la figura 6.8 se observa las señales necesarias para el cálculo de la posición del engrane. Se está simulando una prueba de aceleración en la cual el piloto revoluciona el motor y en el tiempo = 1[s], libera el embrague. En el centro de la gráfica está la relación de giro y su señal filtrada.

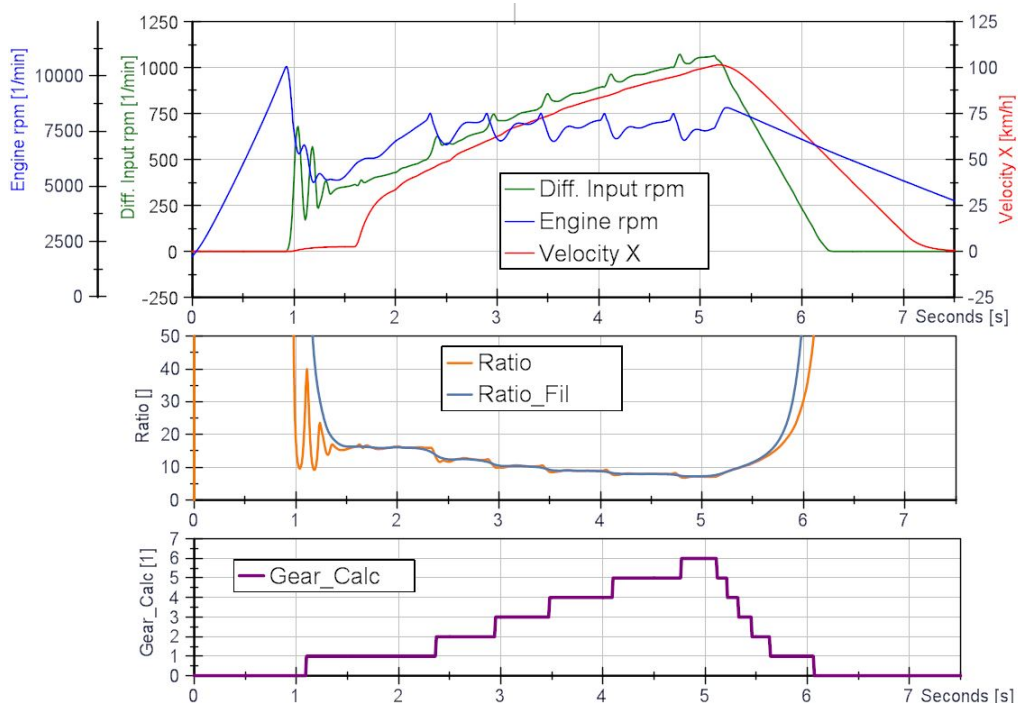


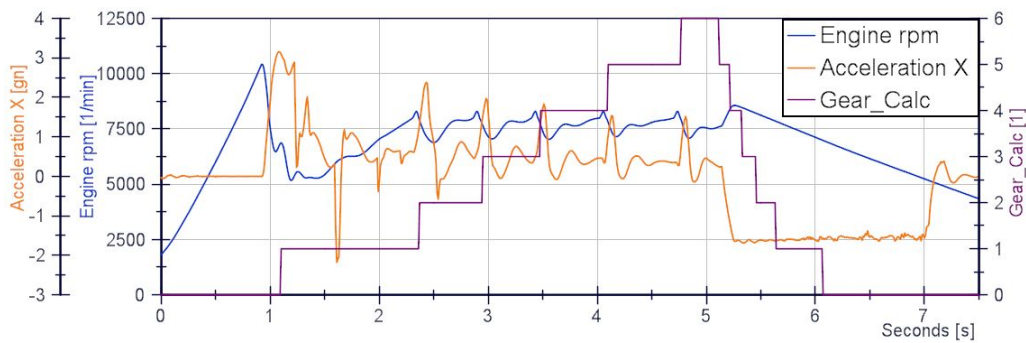
Figura 6.8: Cálculo de la posición del engrane.

## 6. EVALUACIÓN

El algoritmo para calcular el engrane toma en cuenta los límites de la relación  $i_{total}$  que definen la posición. En la siguiente tabla se muestran los valores de relación para la caja de cambios del motor usado en el vehículo.

$i_{total}$	Velocidad
$14 \leq i < 17$	1
$11 \leq i < 14$	2
$9.5 \leq i < 11$	3
$8.4 \leq i < 9.5$	4
$7.55 \leq i < 8.5$	5
$i < 7.55$	6

En la figura 6.9 se puede ver que el cálculo del engrane es adecuado puesto que los picos de aceleración longitudinal coinciden con el cambio de engrane.



**Figura 6.9:** Posición del engrane, junto con la aceleración longitudinal y las RPM's del motor.

## 6.6. Par y Caballos de Potencia

El par y la potencia que entrega el motor siempre ha sido una forma de medir el desempeño del vehículo, y se pueden comparar con los entregados por el dinamómetro. Para calcular el par entregado a las llantas, se consideran la resistencia a girar  $R_x$  y el arrastre aerodinámico. La resistencia a girar depende de la fricción en el tren motriz, la deformación de los neumáticos, entre otras cosas.<sup>[1]</sup>

$$F_{giro} = R_x \cdot m \cdot g \quad (6.5)$$

La fuerza de arrastre aerodinámico depende del coeficiente de arrastre, el área frontal y al cuadrado de la velocidad.

$$F_{arrastre} = 0.5\rho \cdot C_D \cdot A \cdot v^2 \quad (6.6)$$

donde  $\rho$  es la densidad del aire.

Finalmente, el par requerido para vencer las fuerzas externas se presenta en la ecuación 6.6. Donde  $r_{llanta}$  es el radio de los neumáticos.

$$T_{ext} = (F_{giro} + F_{arrastre})r_{llanta} \quad (6.7)$$

Aunado a las fuerzas externas, se debe considerar la cantidad de par necesario para acelerar el vehículo. Ver ecuación 6.8, donde  $m$  es la masa del vehículo,  $a_x$  la aceleración longitudinal y  $M_f$  es un factor que toma en consideración las inercias rotacionales.

$$T_{masa} = m \cdot M_f \cdot a_x \cdot r_{llanta} \quad (6.8)$$

donde

$$M_f = \frac{M + M_r}{M}$$

$$M_f = 1 + 0.004 + 0.025 \cdot i_{total}^2$$

donde  $i_{total}$  es la relación desde el piñón del motor hasta las flechas.

Por último el par en las llantas  $T_{llanta}$  se define con la ecuación 6.9.

$$T_{llanta} = \frac{T_{masa} + T_{ext}}{i_{total}} \quad (6.9)$$

La potencia por otro lado se expresa en la ecuación 6.10.

$$P_{motor} = (F_{giro} + F_{arrastre} + F_{masa}) \cdot v \quad (6.10)$$

donde

$$F_{masa} = \frac{T_{masa}}{r_{llanta}}$$

## 6. EVALUACIÓN

En la figura 6.10 se puede ver la potencia entregada por el motor durante una prueba de aceleración en línea recta seguida por frenado hasta alto total. Los parámetros considerados son:

$$\begin{aligned}
 m &= 216[kg] \\
 r_{llanta} &= 0.26[m] \\
 A &= 0.77[m^2] \\
 g &= 9.81[m/s^2] \\
 R_x &= 0.005 \\
 C_D &= 0.79
 \end{aligned}$$

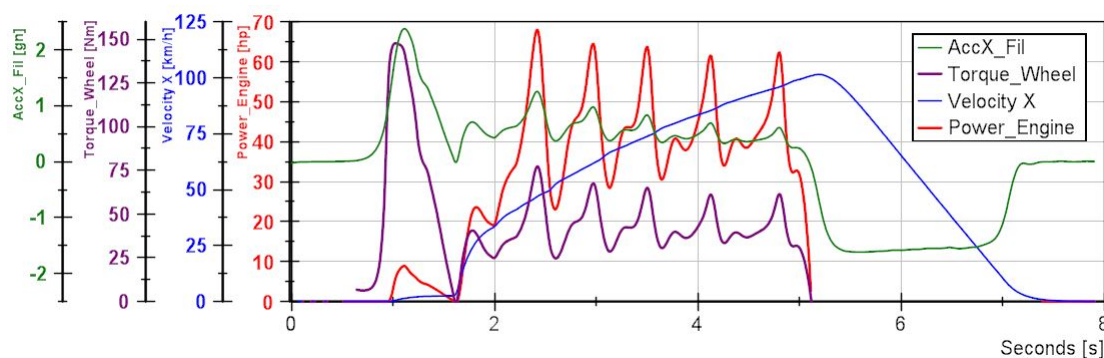


Figura 6.10: Potencia entregada por el motor.

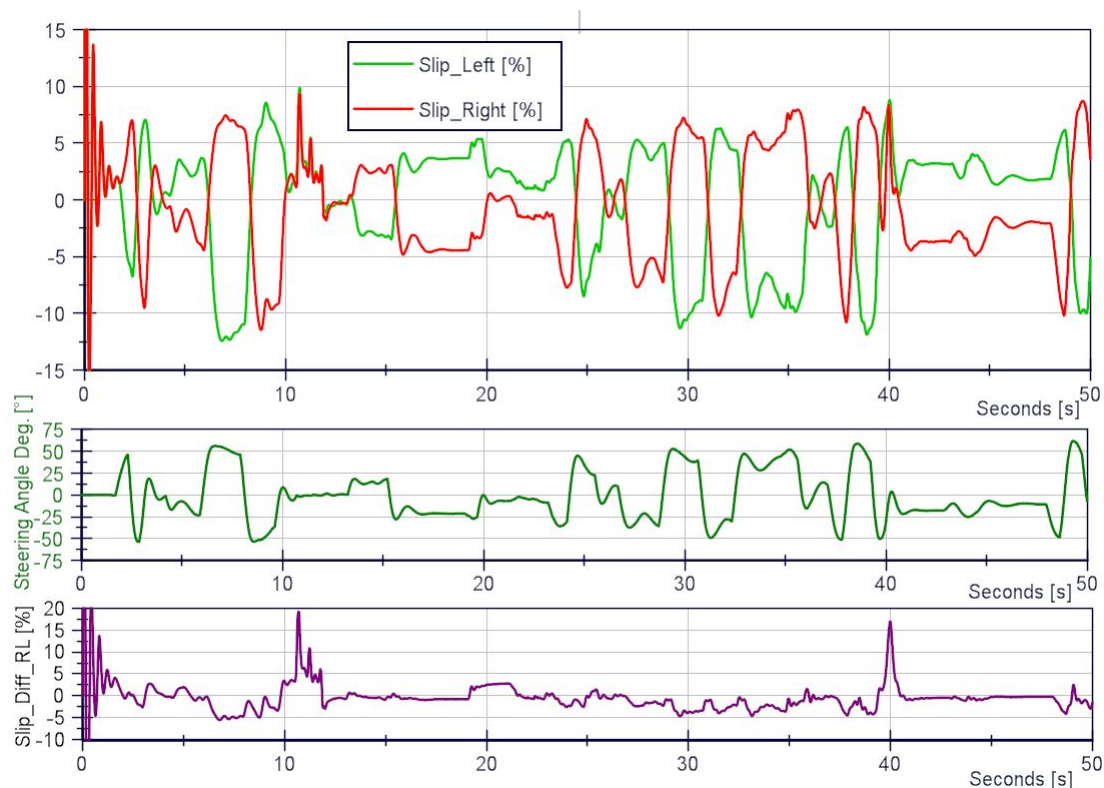
### 6.7. Desliz de las llantas

Conocer cómo se están patinando las llantas permite implementar sistemas de tracción. Dado que solo existe tracción en las llantas traseras, estas son las que presentan desliz cuando el conductor acelera bruscamente. Es de interés saber cómo se están comportando las llantas traseras en comparación con la velocidad que lleva el coche. Para ello se crean primero los canales de desliz izquierdo  $SR_{Izq}$  y desliz derecho  $SR_{Der}$ :

$$SR_{Izq} = \left( \frac{\omega_{RL}}{0.5 * (\omega_{FL} + \omega_{FR})} - 1 \right) \cdot 100[\%] \quad (6.11)$$

$$SR_{Der} = \left( \frac{\omega_{RR}}{0.5 * (\omega_{FL} + \omega_{FR})} - 1 \right) \cdot 100[\%] \quad (6.12)$$

Donde los subíndices son:  $FL$  (Delantera Izquierda),  $FR$  (Delantera Derecha),  $RL$  (Trasera Izquierda),  $RR$  (Trasera Derecha), por sus siglas en inglés.



**Figura 6.11:** Desliz en los neumáticos.

El desliz en las llantas traseras se relaciona a las curvas que el vehículo da, puesto que la llanta interior en la vuelta siempre irá más despacio que la llanta exterior. Este efecto se muestra en la figura 6.11, cuando se presenta un ángulo en el volante, se tiene desliz de signos opuestos del lado izquierdo y derecho. Lo que realmente interesa es detectar cuando ambos neumáticos se están patinando en un caso de pérdida de tracción longitudinal. Para ello se crea un canal que suma ambos deslizos, el cual se grafica en la figura 6.11 en color morado. En los primeros segundos y alrededor de los segundos 12 y 40, se presentan magnitudes arriba del 15 [%] en donde el sistema de tracción podría entrar en acción.

$$SL_{Diff_{DI}} = SR_{Izq} + SR_{Der} \quad (6.13)$$

## 6.8. Ángulo de subviraje

Somo se vio en el marco teórico, para describir el balance de un vehículo se usa el gradiente de sub/sobre viraje. El ángulo necesario para dar una vuelta se define como:

$$\delta = \delta_A + K a_y \quad (6.14)$$

Donde,  $\delta_A$  representa el ángulo de Ackermann y  $K$  el gradiente de subviraje. Se sabe que:

- $K > 0$  representa *subviraje*
- $K < 0$  representa *sobreviraje*
- $K = 0$  representa *neutralidad*

Y que  $\delta_A \approx \frac{l}{R_A}$ , donde  $R_A$  es el radio de la curva y  $l$  la longitud entre ejes. Para calcular  $R_A$  utilizamos la siguiente formula:

$$R_A = \frac{v^2}{a_y} \quad (6.15)$$

donde,  $v$  es la velocidad y  $a_y$  es la aceleración lateral.

Para conocer el comportamiento del vehículo es necesario conocer si el vehículo presenta sub o sobreviraje. Según la ecuación 6.14 y considerando el signo de  $K$  se puede decir que:

- $\delta > \delta_A$  representa *subviraje*
- $\delta < \delta_A$  representa *sobreviraje*
- $\delta = \delta_A$  representa *neutralidad*

A partir de esto, se define el ángulo de subviraje  $\delta_u$ :

$$\delta_u = \delta - \delta_A \quad (6.16)$$

Sustituyendo la ecuación 6.15 en 6.16 y considerando que  $\delta_A \approx \frac{l}{R_A}$ :

$$\delta_u = \delta - \frac{l \cdot a_y}{v^2} \quad (6.17)$$

recordando que el ángulo de las llantas se obtiene a partir del ángulo del volante  $\delta_{SW}$  multiplicado por un factor geométrico  $r_\delta$ , se tiene que:

$$\delta_u = r_\delta \cdot \delta_{SW} - \frac{l \cdot a_y}{v^2}$$

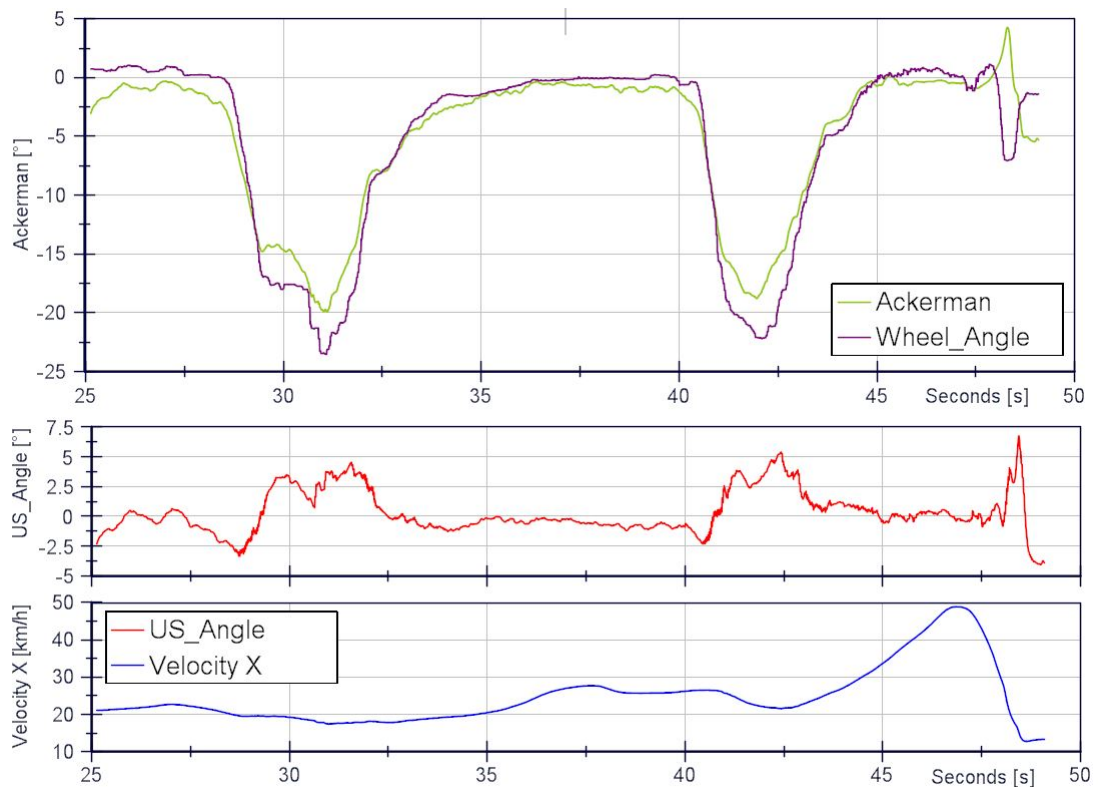
Se aplica el valor absoluto para no hacer distinción entre una vuelta a la derecha o izquierda.

$$\delta_u = |0.2777 \cdot \delta_{SW}| - \left| \frac{l \cdot a_y}{v^2} \right| \quad (6.18)$$

El signo de este canal matemático indica si el vehículo está sub o sobrevirado. Si es negativo, se tiene sobreviraje y si es positivo el vehículo está subvirando.

En la primera gráfica de la figura 6.12 se muestran el ángulo del volante y el ángulo según Ackermann. En la segunda gráfica se muestra el ángulo de subviraje, donde los valores positivos corresponden a un subviraje y los valores negativos al sobreviraje. Cuando el conductor da vuelta, se tiene un ángulo de subviraje positivo.

Este canal de ángulo de subviraje se puede promediar a lo largo de un circuito y utilizar como un parámetro de diseño o ajuste. Se pueden correlacionar los promedios de subviraje con sus tiempos de vuelta respectivos y así encontrar el ajuste ideal para obtener el menor tiempo de vuelta<sup>[1]</sup>.



**Figura 6.12:** Ángulo de subviraje.



## 6.9. Ángulo de *roll*

El ángulo de *roll* se definió en el marco teórico y nos indica cuando se está inclinando lateralmente el vehículo en las curvas. Este ángulo de inclinación está determinado por la distribución de carga en los ejes traseros y delanteros y está relacionado con el sub/sobreviraje del vehículo. En esta sección se verá cómo obtener el gradiente de roll de la suspensión a partir de la compresión de los resortes.

El ángulo de *roll* está relacionado con la aceleración lateral según la ecuación 6.19, donde  $RG$  es el gradiente de *roll*. Varios componentes del vehículo que afectan el gradiente *roll*, como lo son la constante de los resortes, la constante de los amortiguadores, los neumáticos, la barra anti-vuelco, etc. Cuando la suspensión se ajusta, el gradiente de *roll* cambia y así se puede logra el sub/sobreviraje deseado.

$$RG = \frac{\alpha_{roll}}{a_y} \left[ \frac{^\circ}{G} \right] \quad (6.19)$$

En la adquisición de datos, únicamente se mide la compresión de los resortes del cual se obtiene el ángulo de *roll* generado por la suspensión. No se toma en cuentan los neumáticos, ni la rigidez torsional del chásis. Dado que se tienen dos conjuntos de suspensión: trasera y delantera, también el *roll* se puede dividir en trasero y frontal. Bajo estas consideraciones se expresa el ángulo de *roll* como en la ecuación 6.20 y 6.22.<sup>[1]</sup>

$$\alpha_{Roll_F} = \arctan \left( \frac{(x_{FL} - x_{FR}) \cdot MR_F}{T_F} \right) \quad (6.20)$$

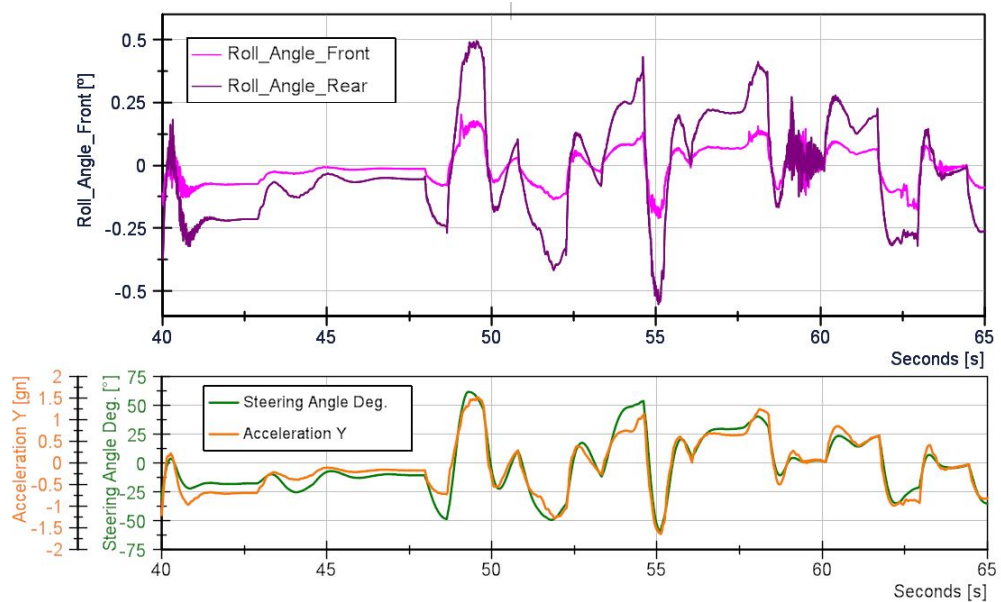
$$\alpha_{Roll_R} = \arctan \left( \frac{(x_{RL} - x_{RR}) \cdot MR_R}{T_R} \right) \quad (6.21)$$

Donde  $x$  es la compresión del resorte y los subíndices son:  $FL$  delantero izquierdo,  $FR$  delantero derecho,  $RL$  trasero izquierdo,  $RR$  trasero derecho, respectivamente.  $T_F$  es la distancia entre las llantas delanteras (*track*) y  $T_R$  entre llantas traseras.  $MR$  es la relación de movimiento entre el resorte y el desplazamiento de la llanta.

Conjuntando estos dos ángulos, se obtiene el ángulo total de *roll*.

$$\alpha_{Roll_R} = \arctan \left( \frac{(x_{FL} - x_{FR}) \cdot MR_R + (x_{RL} - x_{RR}) \cdot MR_R}{T_F + T_R} \right) \quad (6.22)$$

En la figura 6.13 se muestran los canales de los ángulos de *roll* delantero y trasero calculados por medio de la compresión de los resortes. Como se puede ver en la figura, los ángulos están relacionados con la aceleración lateral.

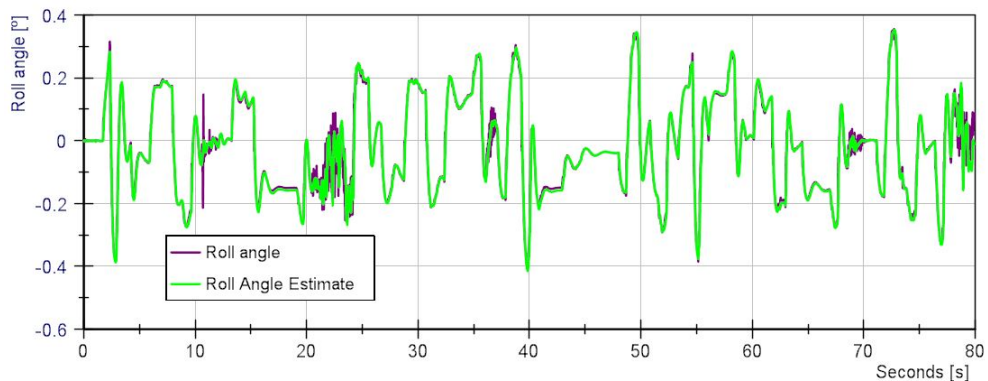


**Figura 6.13:** Ángulos de *roll* trasero y delantero.

Otra forma de calcular el ángulo de *roll* es despejarlo de la ecuación 6.19. Mediante simulaciones se puede calcular el gradiente de *roll* que tendrá el vehículo completo incluyendo la suspensión y los demás componentes que afectan la transferencia de peso.

$$\alpha_{roll} = RG \cdot a_y \quad (6.23)$$

En la figura 6.14 se ve el ángulo de *roll* calculado con la ecuación 6.23 usando un gradiente  $RG = 0.23[^\circ/G]$  previamente calculado. En verde se muestra el ángulo estimado y en morado el ángulo real simulado. Se aprecia que la estimación es bastante buena.



**Figura 6.14:** Ángulo de *roll* calculado y simulado.

## 6. EVALUACIÓN

Si ahora se grafica el ángulo de roll calculado mediante la compresión de los resortes contra la aceleración lateral, se obtiene la figura 6.15. Se está graficando en morado el ángulo de *roll* considerando únicamente la suspensión y en verde el ángulo de *roll* estimado considerando todos los componentes según la ecuación 6.23. El ángulo de *roll* de la suspensión es menor, puesto que no considera la deformación de los neumáticos.

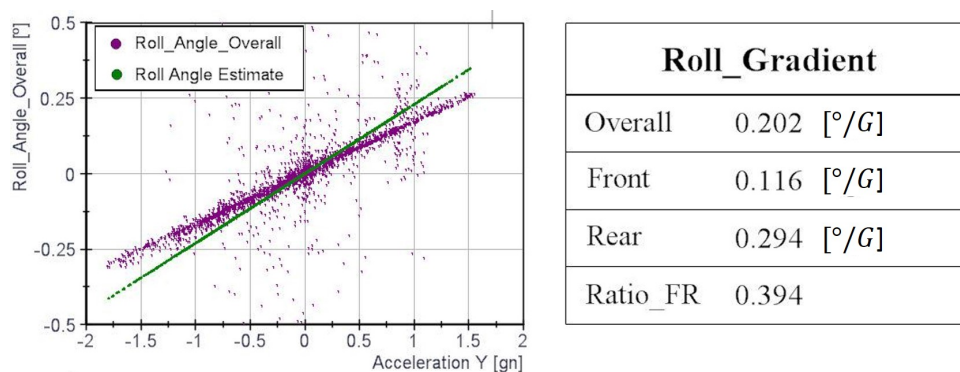


Figura 6.15: Gradiente de *Roll*.

En la tabla de la derecha de la figura 6.15 se muestran los diferentes gradientes. El gradiente delantero es mucho menor al trasero. La relación entre estos gradientes es el último renglón.

### 6.10. Amortiguadores

La fuerza generada por los amortiguadores depende del resorte y del amortiguador. La fuerza del resorte depende de la compresión del mismo, mientras que la fuerza ejercida por el amortiguador es dependiente de la velocidad de compresión.

$$F_{resorte} = SR \cdot x_{resorte} \quad (6.24)$$

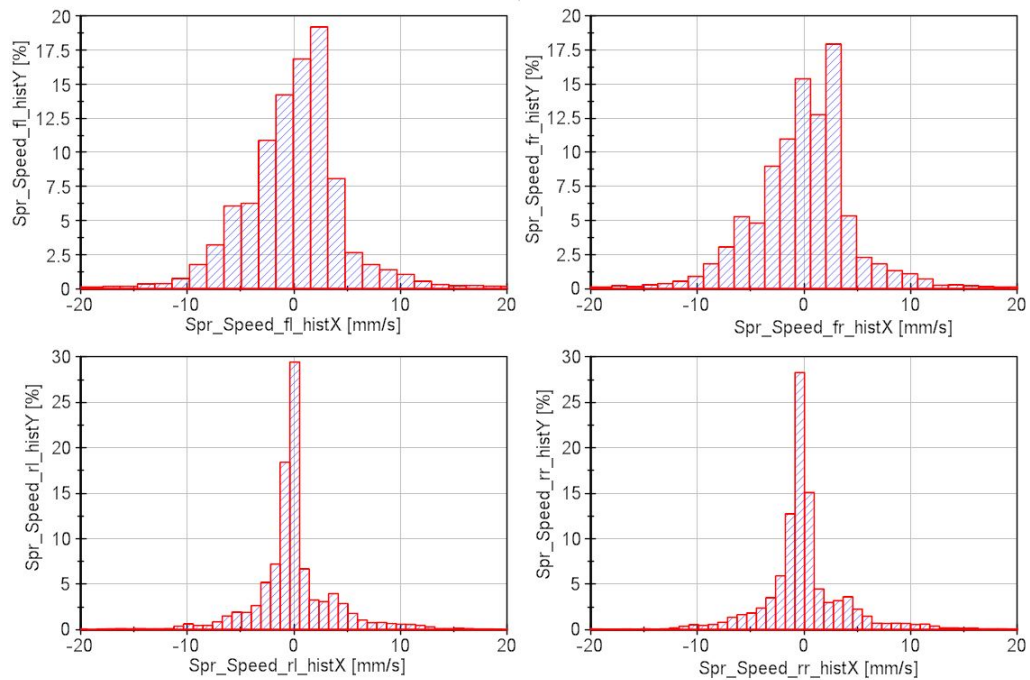
donde  $SR$  es la constante del resorte en  $[N/mm]$  y  $x_{resorte}$  es la compresión del resorte.

$$F_{amortiguador} = C \cdot v_{amortiguador} \quad (6.25)$$

donde  $C$  es la constante del resorte en  $[N \cdot s/mm]$  y  $v_{amortiguador}$  es la velocidad de compresión del amortiguador.

Para calcular la velocidad de compresión, se deriva con respecto al tiempo el canal de la compresión. Para que el vehículo tenga una respuesta rápida pero que también absorba las irregularidades de la pista, es necesario hacer un ajuste adecuado del amortiguador. A los amortiguadores se les puede ajustar la constante para bajas velocidades así como la constante para altas velocidades, esto tanto para cuando la llanta sube

(*bound*) como para cuando baja (*rebound*). Se tienen en total 4 parámetros que se pueden variar. Los cambios realizados en las constantes de baja velocidad, alteran el comportamiento transitorio del vehículo, mientras que las constantes de velocidades altas alteran la absorción de las irregularidades del terreno. Por esta razón, adquiere importancia conocer cómo está trabajando el amortiguador por medio de un histograma de las velocidades. El histograma muestra cuánto tiempo el amortiguador estuvo en la velocidad en cuestión.<sup>[1]</sup>



**Figura 6.16:** Histograma de las velocidades en los cuatro amortiguadores.

En la figura 6.16 se muestra el histograma de velocidades para los cuatro amortiguadores. A simple vista se puede ver que los amortiguadores delanteros tienen una kurtosis mayor en comparación con los traseros.

Los histogramas son simplemente una herramienta para el ajuste de la suspensión, no determinan el ajuste ideal. Se busca que sean lo más simétricos posibles, que tengan una distribución normal. Si el amortiguador está trabajando demasiado a velocidades bajas entonces se puede incrementar la constante para esas velocidades con el motivo de lograr una distribución normal. Lo mismo aplica para velocidades altas.

### 6.11. Análisis del Piloto

Los vehículos de carreras siempre necesitan un piloto. Por mejor que esté construido y ajustado el vehículo, si el piloto no hace bien su trabajo no se logrará una buena carrera. De ahí la necesidad de auxiliarnos de la adquisición de datos para analizar al piloto. Se debe tener en cuenta que las acciones del piloto van de la mano con el ajuste del vehículo, no siempre se puede juzgar al piloto porque algunas de las acciones del piloto son para compensar la mala configuración del vehículo. En un proyecto como Fórmula SAE donde rara vez se cuenta con pilotos profesionales o *amateurs*, indicar las áreas de mejora para el piloto adquiere importancia. Es recomendable que los pilotos tengan entendimiento de la dinámica del vehículo y también del software de análisis de los datos, para que ellos puedan analizar detenidamente sus datos.<sup>[1]</sup>

El piloto tiene control de cinco elementos: el embrague, el pedal de freno, el pedal de acelerador, la palanca de velocidades y el volante. Mediante estos componentes el conductor impone su estilo de manejo, el cual se analiza en cuatro categorías:

- **Desempeño.** En el desempeño se evalúan los resultados del vehículo alcanzados. Dentro de estos parámetros se encuentran la máxima velocidad en curvas, las aceleraciones laterales máximas alcanzadas, la aceleración longitudinal máxima al arrancar y al frenar.
- **Suavidad.** El piloto debe ser suave en los estados transitorios con el fin de evitar desequilibrios en el vehículo. Dentro de un estilo de manejo brusco, la transferencia de masa es mayor lo cual afecta la dinámica del vehículo.
- **Respuesta.** Esta categoría analiza cómo utiliza el piloto los controles (volante, pedales y palanca). Se contabiliza el tiempo perdido al presionar el freno y luego el acelerador, el tiempo que tarda en pisar a fondo el acelerador después de una curva, entre otros.
- **Consistencia.** La adquisición de datos permite sobreponer los canales del piloto con el fin de analizar qué tan consistente es a la hora de manejar. Una de las mayores diferencias entre los pilotos profesionales y los demás conductores reside en la consistencia en el manejo. Al sobreponer los canales del piloto (volante, pedales y palanca) de diferentes vueltas, debería haber poca diferencia entre ellos.

A continuación se van a presentar métodos de análisis para el conductor.

### 6.11.1. Pedal del acelerador

En la figura 6.17 se muestra el histograma del acelerador durante una vuelta a la pista. Se nota que el piloto permaneció demasiado tiempo sin presionar el acelerador. El histograma sirve como una herramienta para comparar diferentes pilotos. Incluso se puede encontrar una relación entre el histograma del pedal y los tiempos de vuelta, lo que permitiría retroalimentar al piloto para cambie su estilo de manejo con fin de ahorrar tiempo.

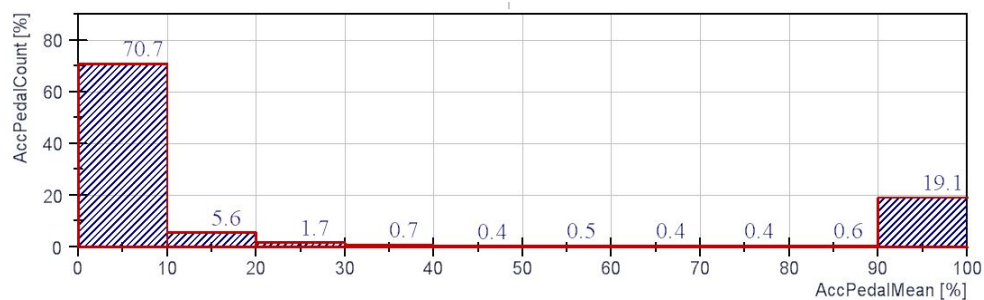


Figura 6.17: Histograma del pedal del acelerador.

Otra gráfica igualmente útil es el tiempo total con el acelerador a fondo (*full throttle*). Primero se establece un límite al cual se considera el acelerador a fondo, por ejemplo  $> 95\%$  y se crea un canal de 1 (pedal a fondo) y 0 (pedal no a fondo). Después este canal se integra con respecto al tiempo para lograr una gráfica como en la figura 6.18. Con esta gráfica no solo se obtiene el tiempo total del acelerador pisado a fondo, si no también los momentos precisos cuando el acelerador fue pisado a fondo.

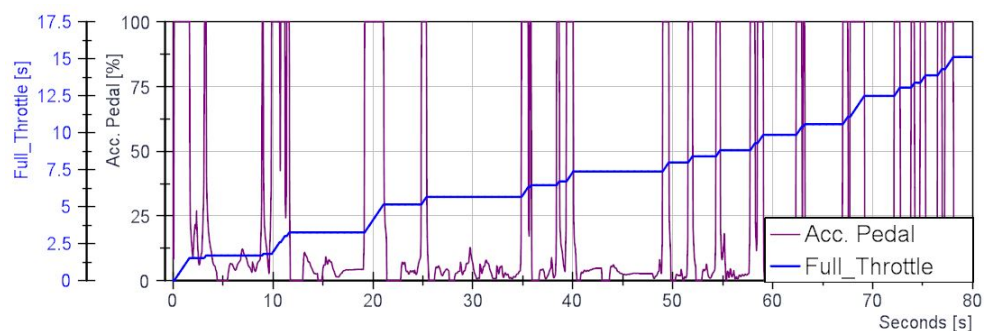


Figura 6.18: Tiempo del acelerador pisado a fondo.

El tiempo total del acelerador a fondo se puede conjuntar con el tiempo de vuelta para obtener estadísticas sobre el impacto del acelerador en el tiempo de vuelta.

## 6. EVALUACIÓN

---

**Punto de aceleración.** Al dar una vuelta, se alcanza una aceleración lateral máxima en el ápex de la misma y después el piloto acelera para salir de la curva. El punto de aceleración se define como el porcentaje de aceleración lateral al cual el piloto pisa el acelerador al fondo con respecto a la aceleración lateral máxima alcanzada en la curva. Suponiendo que se alcanzó 1.8 [G] en la curva y el piloto presiona a fondo el acelerador una vez rebasado el ápex y cuando se tienen 1.6 [G] entonces el punto de acelere es:

$$\frac{1.6[G]}{1.8[G]} \cdot 100[\%] = 88[\%]$$

Para automatizar el proceso se genera un canal que calcula la máxima aceleración lateral y se reinicia a cero cuando otra vuelta comienza. El reinicio a cero lo hace tomando en cuenta el ángulo del volante. Después en otro canal, se determina cuando el acelerador está a fondo ( $> 95$ ) y se hace la división entre la aceleración lateral en ese momento y la aceleración máxima de la curva. Los valores que el autor Buddy Fey<sup>[1]</sup> sugiere para el punto de aceleración considerando la potencia del vehículo son:

Potencia	%
< 150 HP	95[%]
150-250 HP	90[%]
250-400 HP	85[%]
> 400 HP	80[%]

En la figura 6.19 se muestra el canal de aceleración lateral máxima al igual que el punto de aceleración (*throttle acceptance*). Al final, se concluye si el piloto está acelerando a tiempo o demasiado tarde. Este es un parámetro objetivo que permite darle retro-alimentación al piloto sobre su estilo de manejo.

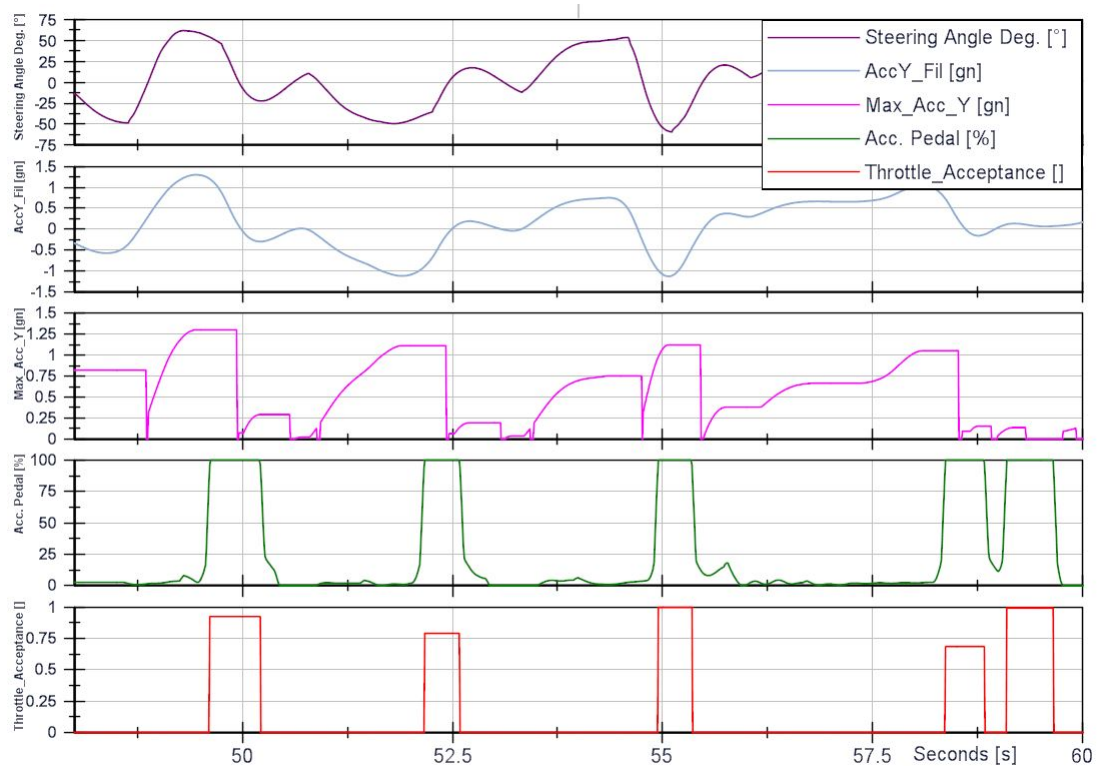


Figura 6.19: Porcentaje de aceleración lateral máxima al momento de acelerar.

### 6.11.2. Tiempo muerto

El tiempo en el cual el piloto no está ni acelerando ni frenando es tiempo desperdiciado. Sin embargo, existen dos circunstancias cuando el tiempo muerto se presenta:<sup>[1]</sup>

- Cuando se libera el acelerador y se presiona el freno. Este tiempo muerto es malo, pues significa que el conductor pudo haber acelerado más y frenado más ahorrando así tiempo.
- Cuando se libera el freno y se presiona el acelerador. En este caso, el tiempo muerto no es tan perjudicial, pues puede significar que el piloto se esperó a salir de la curva para acelerar.

Primero se deben generar los 2 canales de tiempo muerto (*coasting good* y *coasting bad*). Para estos canales se establecen umbrales inferiores ( $< 5\%$ ) y superiores ( $> 95\%$ ) y cuando se cumple algunas de las dos condiciones descritas anteriormente, alguno de los dos canales tiene un valor unitario. Después se integra con respecto al tiempo el canal del peor tiempo muerto para tener el tiempo total perdido por vuelta. En la figura 6.20 están graficados en morado y en naranja los tiempos muertos. La curva azul representa el tiempo muerto malo (curva naranja) acumulado.



## 6. EVALUACIÓN

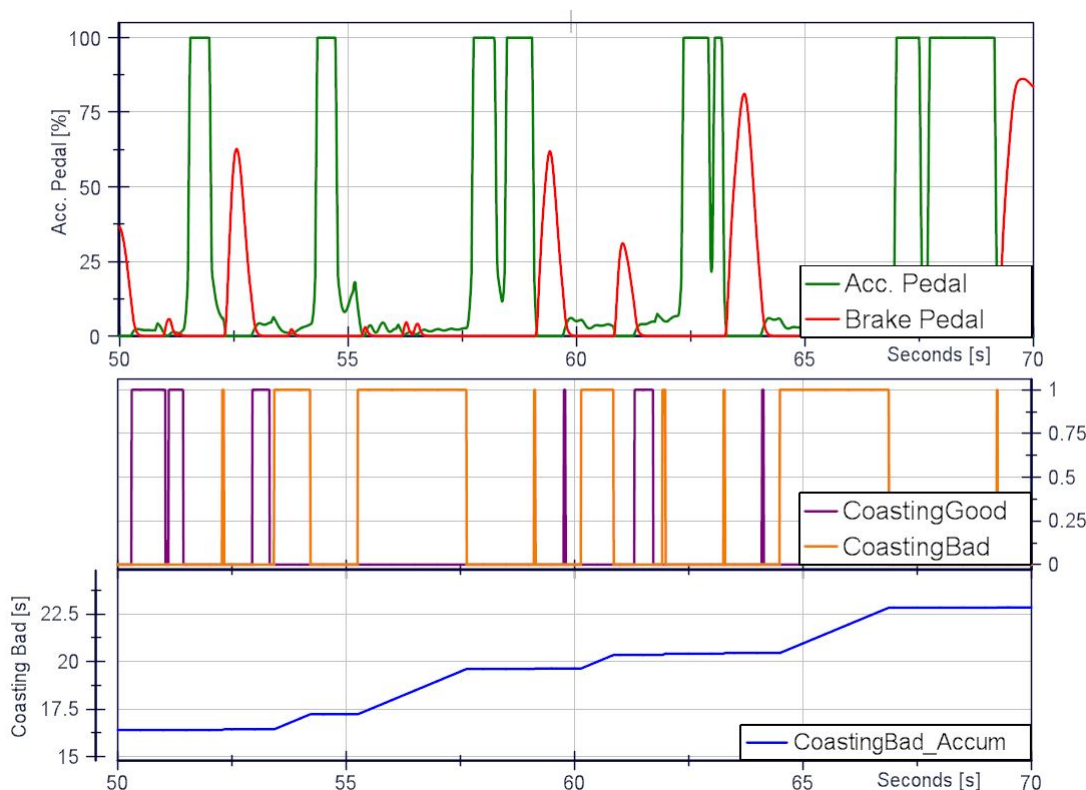


Figura 6.20: Tiempos muertos del piloto.

### 6.11.3. Frenado

Para frenar se requiere que se alcance rápidamente la presión necesaria y luego se debe liberar lentamente el pedal para que la presión decremente suavemente. Si la presión modula demasiado, el vehículo se desequilibra y se pierde tiempo. Es conveniente en este punto derivar el canal de la presión de los frenos, para conocer la rapidez con la cual se presiona el pedal.<sup>[1]</sup>

Como ya mencionó, para alcanzar la presión deseada se busca que la presión se acumula rápidamente pero se busca todo lo contrario al momento de liberar el pedal. Es por ello que es útil dividir la velocidad del pedal en dos canales: la agresividad del frenado (*braking aggressiveness*) y la suavidad del frenado (*braking smoothness*). En el primer canal se consideran los valores positivos de la velocidad de frenado (cuando el piloto presiona el pedal) y en el segundo canal se toman en cuenta las velocidades negativas (cuando el piloto libera el pedal).

En la figura 6.21 se muestra el canal de velocidad de frenado así como los canales de agresividad y suavidad. Como se puede ver, los picos positivos en la velocidad de

frenado son mayores a los negativos lo cual es una buena indicación.

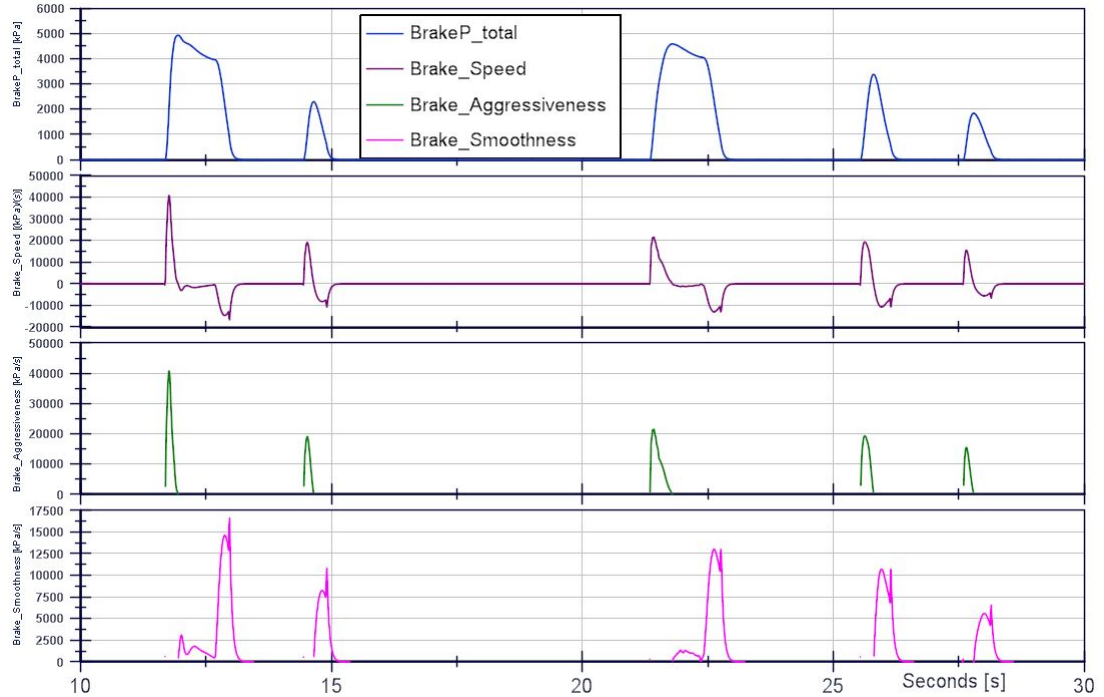


Figura 6.21: Velocidad de frenado.

#### 6.11.4. Trayectoria

El piloto tiene diferentes formas de trazar una curva. Un trazado ideal permite perder lo mínimo en velocidad para determinada curva. Cada pista tiene un trazado perfecto y es labor del piloto conservar tal trazado para minimizar el tiempo de vuelta. Mediante la adquisición de datos, es posible determinar cómo está el piloto tomando las curvas.

**Radio de curva.** El radio de curva se puede calcular usando las señales medidas según la ecuación 6.26.

$$R = \frac{v_x^2}{a_y} \cdot [m] \quad (6.26)$$

donde  $R$  es el radio de curva,  $v_x$  la velocidad longitudinal y  $a_y$  la aceleración lateral. Dado que cuando el vehículo no está girando, el radio de curva es infinito, en ocasiones es conveniente utilizar la curvatura la cual es el inverso al radio.

$$r = \frac{1}{R} \cdot \left[ \frac{1}{m} \right] \quad (6.27)$$

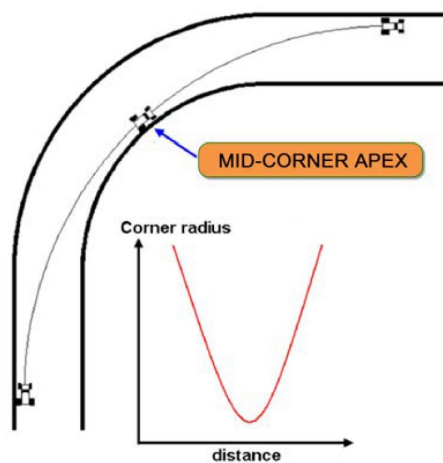
## 6. EVALUACIÓN

---

Según la ecuación 6.26 se puede concluir que el radio de la curva alcanza su mínimo cuando la aceleración lateral es máxima. El punto más cerrado de la curva se conoce como ápex. Dependiendo de dónde esté el ápex de la curva se pueden presentar tres escenarios:

- Apex en la mitad de la curva
- Apex al principio de la curva
- Apex al final de la curva

Cuando se toma a la curva con el ápex en la mitad, la gráfica del radio de curva se ve como en la figura 6.22. La teoría dice que la conviene tomar con las curvas con un ápex en la mitad, pero todo depende de cómo continúa la pista. Es por ello que los ingenieros de pista deben especificar la trayectoria ideal y luego compararlo con lo que el piloto hizo.



**Figura 6.22:** Apex en el medio de la curva<sup>[1]</sup>.

Cuando se tiene un ápex al principio de la curva se sacrifica velocidad puesto que el piloto tiene que frenar hasta el final. En la figura 6.23 se muestra el canal del radio de la curva con un ápex al principio de la curva.

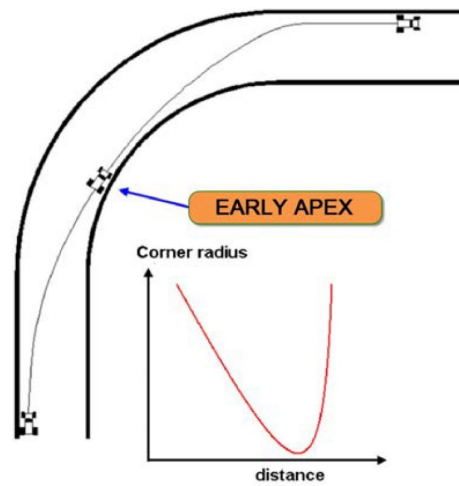


Figura 6.23: Apex al principio de la curva<sup>[1]</sup>.

Por otro lado si el conductor comienza a girar desde antes, entonces se tendrá el ápex al final de la curva. Esto conviene cuando la curva está seguida con una recta. En la figura 6.24 se muestra el canal del radio de la curva con un ápex al final de la curva.

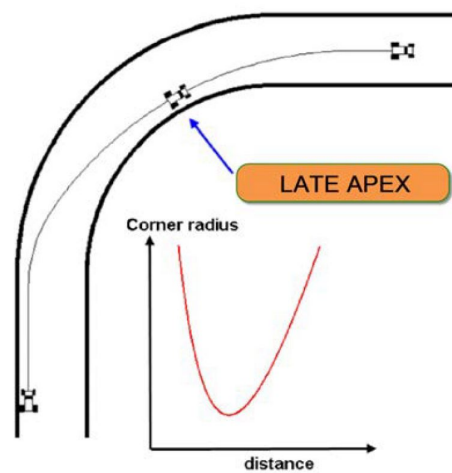


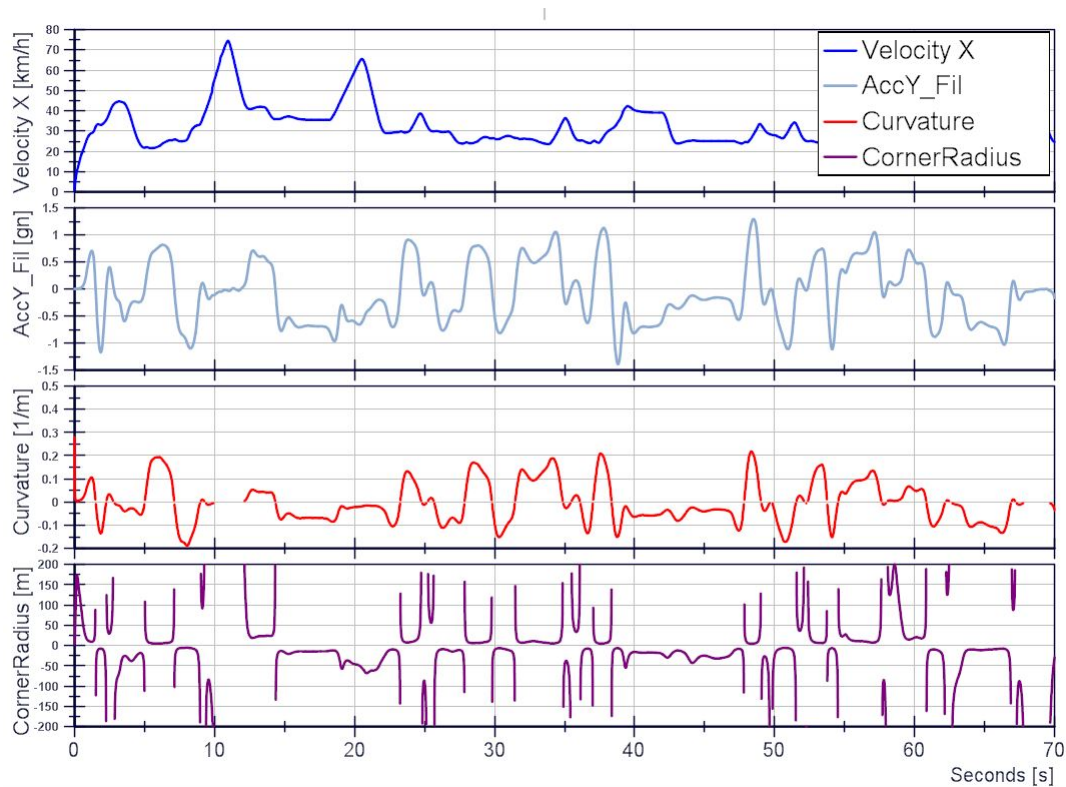
Figura 6.24: Apex al final de la curva<sup>[1]</sup>.

## 6. EVALUACIÓN

---

Al comparar dos diferentes vueltas, se considera que cuando la curvatura es menor el piloto será capaz de salir con más velocidad al final de la curva. Esto significa que el piloto no está tomando las curvas tan cerradas y está haciendo una trayectoria suave entre las curvas.

En la figura 6.25 se muestran los canales de curvatura (en rojo) y radio de curvatura (en morado).



**Figura 6.25:** Curvatura y radio de curva.

## 6.12. Estabilidad y Respuesta

La estabilidad es la habilidad de un vehículo para minimizar el impacto de las perturbaciones y permanecer en el mismo estado antes de presentarse las perturbaciones. Las perturbaciones pueden ser por parte del piloto (ángulo del volante, acelerar, frenar) o externas (viento, imperfecciones en la pista, etc.). Por otro lado, la respuesta del vehículo es la habilidad de alcanzar el nuevo estado tan pronto las circunstancias cambian. Se relaciona con el tiempo requerido para llegar al estado permanente. En el caso de presentarse una chicana, es preferible tener una mejor respuesta del vehículo, pero con imperfecciones de la pista, se busca la estabilidad.<sup>[6]</sup>

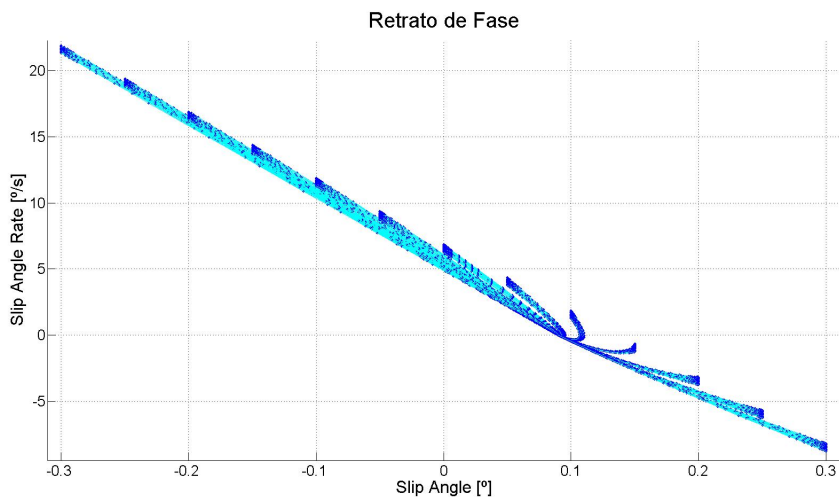
Mientras más estabilidad se tenga, menor será la respuesta del vehículo y viceversa. Los vehículos que tienen un mayor momento de inercia (cuando la masa está concentrada cerca del centro de gravedad), son más estables y no responden a las pequeñas imperfecciones.

**Retrato de fase.** El retrato de fase es un método gráfico para el estudio de sistemas de segundo orden. La idea es generar en el espacio de estados del sistema dinámico, las trayectorias de movimientos correspondientes a diferentes condiciones iniciales. De esta forma se obtiene información relacionada con la estabilidad y los patrones de movimiento del sistema. Este método de análisis se usa mayormente para comprender a los sistemas no-lineales, puesto que en ocasiones existen diferentes puntos de equilibrio. Dependiendo de la condición inicial, se genera una trayectoria que diverge o que termina en un punto de equilibrio.<sup>[7]</sup>

Este mismo análisis sirve como herramienta para comprar la estabilidad y la respuesta del vehículo. Comúnmente se gráfica la variable de estado con la derivada de dicha variable. En este caso, la variable de estado de interés es el *slip angle*. En la figura 6.26 se muestra el retrato de fase del ángulo  $\beta$  con las características del vehículo mencionadas anteriormente. El ángulo de entrada del volante es de  $15^\circ$  y la velocidad de  $12$  [m/s]. Después se consideran diversas condiciones iniciales para las variables de estado  $x = [ \beta \quad \dot{\psi} ]$ . En la figura 6.26 se ve claramente como existe un punto de equilibrio en  $\beta = 0.08992$  y con  $\dot{\beta} \approx 0$ . Esto resulta lógico, puesto que la derivada debe ser cero para que el vehículo se encuentre en estado permanente.

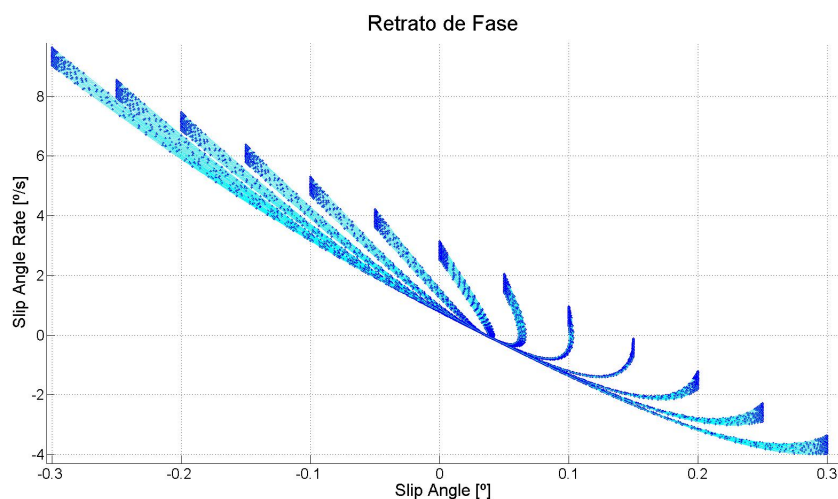
## 6. EVALUACIÓN

---



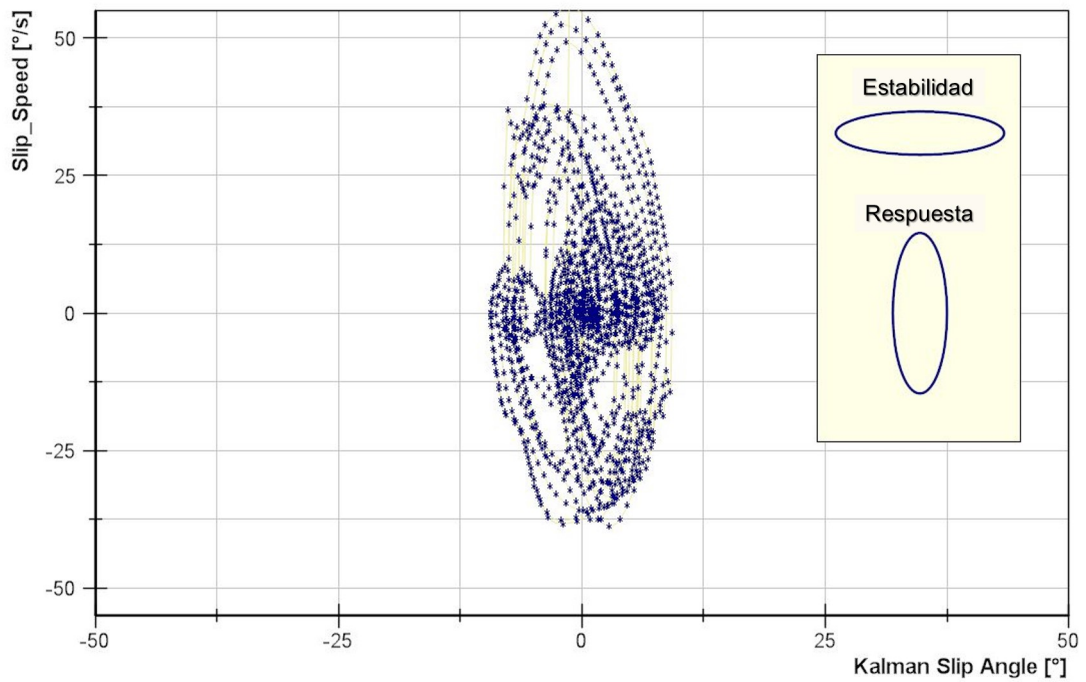
**Figura 6.26:** Retrato de fase con un peso=216[kg].

En la figura 6.27 se tomaron en cuenta las mismas condiciones iniciales para  $x = [\beta \ \dot{\psi}]$ , con la diferencia que ahora se incrementó el peso del vehículo a 516 [kg]. Como se puede observar, no solo el punto de equilibrio cambió a  $\beta = 0.03287$ , con  $\dot{\beta} \approx 0$ , sino también la magnitud de  $\dot{\beta}$  se redujo notablemente. Esto corresponde a que el vehículo ahora es más estable pero tiene menor respuesta ( $\dot{\beta}$  menor). Como conclusión, un vehículo estable tendrá un mayor rango de ángulo de desliz ( $\beta$ ), pero el cambio del ángulo de desliz será menor. Por el contrario, un vehículo con una buena respuesta, presenta un rango mayor en cambio del ángulo de desliz.



**Figura 6.27:** Retrato de fase con un peso=516[kg].

Mediante un gráfico de dispersión del ángulo de desliz ( $\beta$ ) contra cambio del ángulo de desliz calculados con el estimador Kalman <sup>1</sup>, se obtiene la distribución de puntos dentro del retrato de fase. En la figura 6.28 se observa que la mayoría de los puntos yacen en un óvalo vertical lo que corresponde a un vehículo con buena respuesta. Un óvalo horizontal corresponde a un vehículo con una mejor estabilidad.



**Figura 6.28:** Retrato de fase usando un gráfico de dispersión.

<sup>1</sup>Véase el Capítulo 4 para mayor información sobre el estimador Kalman



### 6.13. Desaceleración en punto muerto

Para el cálculo de fuerzas externas se puede hacer una prueba de desaceleración en punto muerto, la cual consiste en acelerar el vehículo en línea recta y una vez obtenida cierta velocidad, colocar la palanca de velocidades en neutral y dejar que el vehículo desacelere por sí solo. Es recomendable hacerlo en asfalto lo más liso posible. Las dos fuerzas que actúan sobre el vehículo son la fuerza de arrastre aerodinámico (ecuación 6.6) y la resistencia al giro debido a la fricción en los rodamientos y a los momentos de inercia en el tren motriz (ecuación 6.6). (Ver la sección *Par y Caballos de Potencia*)

Cuando el vehículo desacelera en punto muerto, no hay transferencia de potencia por parte del motor. A bajas velocidades los factores que frenan al vehículo son la resistencia al giro de los neumáticos, la inercia y fricción del tren motriz y la pendiente de la pista. Sin embargo, a altas velocidades la principal fuerza es el arrastre aerodinámico.

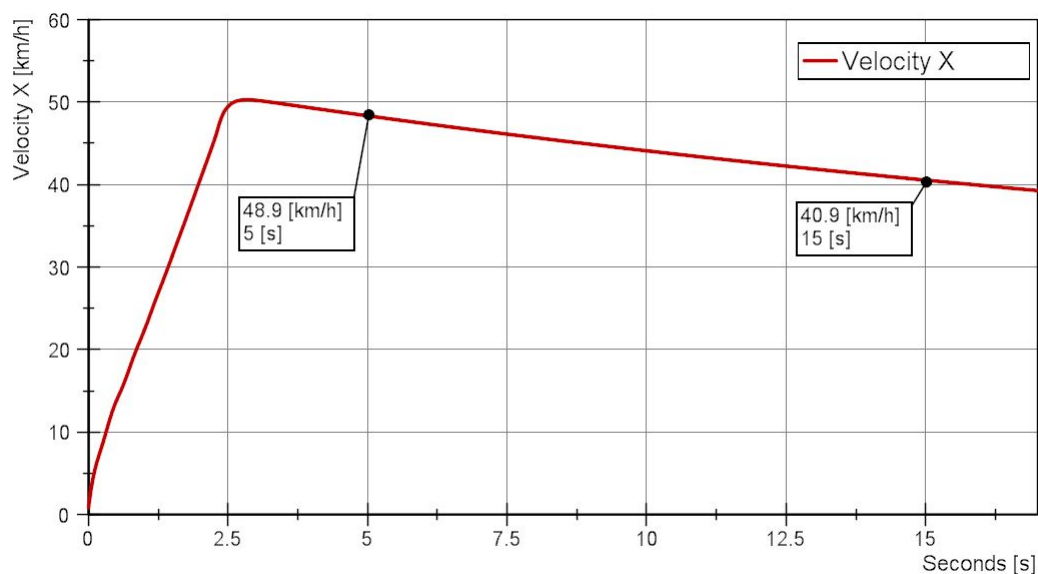


Figura 6.29: Desaceleración en punto muerto.

En la figura 6.29 se muestra la simulación de la prueba: el vehículo alcanza los 50 [km/h] y comienza a desacelerar por sí solo.

La fuerza de resistencia se define como:

$$F_{res} = m \cdot a_y \quad (6.28)$$

La desaceleración es la pendiente de la velocidad y según la figura 6.29 es:

$$a_y = -\frac{48.9[km/h] - 40.9[km/h]}{15[s] - 5[s]} = -0.8 \left[ \frac{km/h}{s} \right] = -0.222 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

El peso del vehículo es de 216[kg], por lo tanto la fuerza es de:

$$F_{res} = -48.0[N]$$

En esta simulación no se toman en cuenta las fricciones dentro del tren motriz ni en los neumáticos, entonces solo se puede calcular la fuerza aerodinámica. Despejando  $C_D A$  de la ecuación 6.6, se tiene:

$$C_D \cdot A = \frac{F_{res}}{0.5 \cdot \rho \cdot v_x^2} \quad (6.29)$$

La velocidad longitudinal  $v_x$  se considera como el promedio de velocidades, en este caso:

$$v_x = \frac{1}{2} \cdot (48.9 + 40.9) = 44.9 \left[ \frac{km}{h} \right] = 12.47 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Considerando la densidad del aire como 1.25[kg/m<sup>3</sup>], de la ecuación 6.29 se obtiene que:

$$C_D \cdot A = \frac{48}{0.5 \cdot 1.25 \cdot 12.47^2} = 0.49$$

Considerando ahora la resistencia al giro de los neumáticos, se obtuvieron los siguientes resultados:

$$a_y = -\frac{48.72[km/h] - 39.8[km/h]}{15[s] - 5[s]} = -0.892 \left[ \frac{km/h}{s} \right] = -0.248 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

De ahí que la fuerza de resistencia es:

$$F_{res} = -53.5[N]$$

Considerando el valor obtenido de  $C_D \cdot A = 0.49$ , la fuerza de arrastre es:

$$F_{arrastra} = -46.3[N]$$

La diferencia entre la fuerza de resistencia y la fuerza de arrastre es la fuerza de resistencia al giro por parte de los neumáticos. De ahí que:

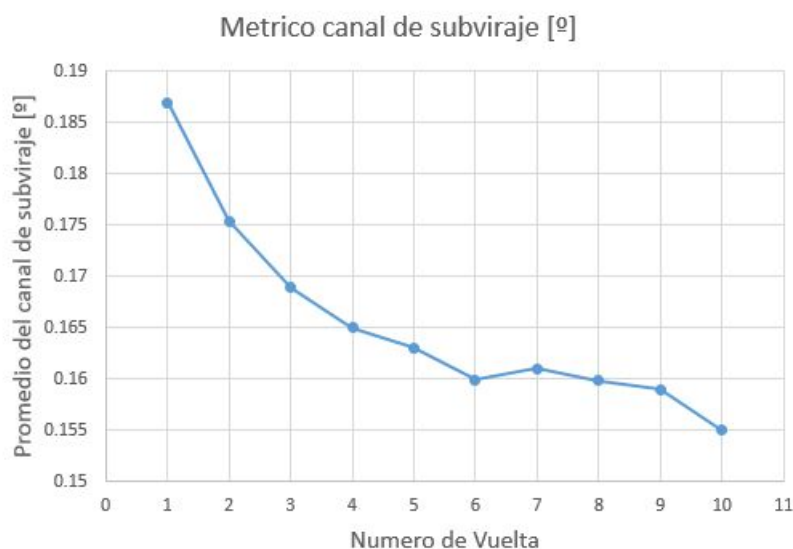
$$F_{giro} = -7.2[N]$$

En esta prueba es muy importante hacerla bajo las mismas condiciones climáticas dado que la densidad del aire puede cambiar y afectar los resultados. De igual forma la presión de las llantas debe ser siempre la misma, porque de esta depende la resistencia al giro de la llanta.

## 6.14. Métricos

Lo más importante en la adquisición de datos es la capacidad de sacar conclusiones contundentes que ayuden al diseño y ajuste del vehículo. La mejor forma de lograr esto es a través de los métricos, los cuales vienen del concepto de un indicador clave de desempeño (KPI<sup>1</sup>). Este concepto se aplica normalmente a los negocios cuando se compara el éxito de una empresa con respecto a un *benchmark* preestablecido.

Los métricos tienen la capacidad de resumir grandes cantidades de información de manera que el usuario pueda ver los datos importantes en una sola gráfica. Normalmente son el promedio de un canal o el porcentaje de vuelta bajo cierta condición. En la figura 6.30 se ve claramente que el vehículo tiende al sobreviraje a medida que incrementan las vueltas. Es labor del ingeniero detectar este comportamiento, encontrar el motivo y si es necesario una solución.



**Figura 6.30:** Métrico del ángulo de subviraje

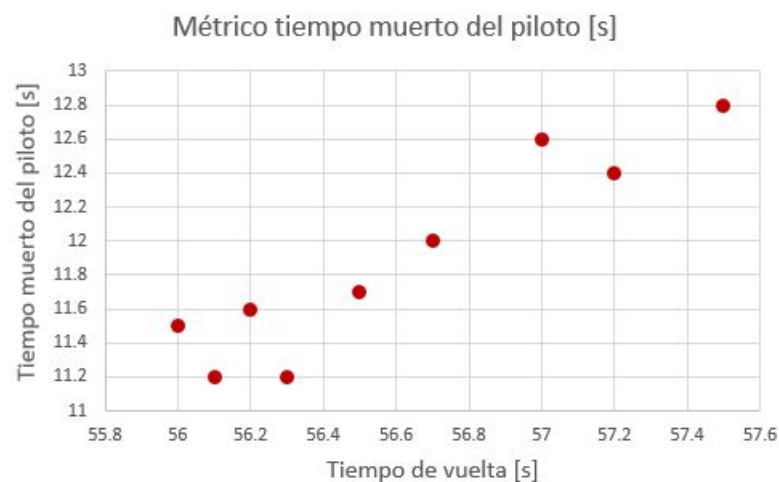
Es importante tomar en cuenta que para sacar el promedio debemos excluir valores que no nos interesan. Por ejemplo en la figura 6.21 cuando el pedal no se está presionando, los valores de la velocidad son nulos. No es lo mismo tener un cero que un valor nulo, puesto que para sacar el promedio el valor cero sí se promedia y puede afectar en el métrico.

<sup>1</sup>Key performance indicators en inglés.

Los métricos más comunes son<sup>[1]</sup>:

- Tiempo de vuelta.
- Promedio presión de freno.
- Porcentaje de vuelta frenando (distancia).
- Promedio agresividad de frenado.
- Promedio pedal acelerador.
- Promedio velocidad del pedal de acelerador.
- Porcentaje de vuelta acelerando (distancia).
- Tiempo muerto.
- Velocidad máxima.
- Aceleraciones máximas.
- Promedio de aceleraciones.
- Promedio RPMs del motor.
- Máximo y mínimo de RPMs del motor.
- Promedio de la curvatura.
- Promedio del gradiente de *roll*.
- Promedio del ángulo de subviraje.

Estos métricos se calculan a partir de los canales matemáticos que ya describimos anteriormente. Estos métricos se puede comparar con respecto al tiempo de vuelta (figura 6.31) o al número de vuelta (figura 6.30). En la figura 6.31 se concluye que el tiempo muerto del piloto está directamente relacionado con el tiempo de vuelta. Usando este tipo de gráficas se pueden diseñar estrategias para mejorar el tiempo de vuelta y así ganar la carrera.



**Figura 6.31:** Métrico del tiempo muerto del piloto.



## Conclusiones

---

La adquisición de datos es una herramienta para el análisis objetivo del vehículo y del piloto. Como se planteó en los objetivos, no solo se diseñó e implementó la adquisición, procesamiento y telemetría de los datos, si no también se presentaron herramientas y algoritmos que facilitan la interpretación de los datos adquiridos. Los datos sirven para cuatro análisis principalmente:

- En primer lugar brinda información sobre el desempeño del vehículo, ejemplo de esto es el diagrama g-g, las gráficas de potencia y par del motor, ángulo de subviraje, el gradiente de *roll*, entre otros. Con estos datos, el equipo puede sacar estadísticas y determinar el mejor ajuste para que el vehículo ahorre tiempo en las vueltas. Haciendo un solo cambio a la vez y repitiendo la prueba, se determina el impacto que tuvo el ajuste en algún parámetro medible. Conociendo el rendimiento del vehículo se pueden comparar los nuevos modelos de vehículo con los anteriores y determinar si realmente se logró una mejora significativa.
- También indica el estilo de manejo y las áreas de oportunidad del piloto, esto puede ser desde el histograma del acelerador y los tiempos muertos hasta la trayectoria que se está trazando. De esta forma se puede retroalimentar e indicarle los errores al piloto, permite entrenarlo a los pilotos. Incluso sirve como factor decisivo para la selección de los pilotos.
- De igual forma se puede monitorear las señales críticas (RPMs del motor y temperaturas) del vehículo para asegurar que el vehículo esté trabajando adecuadamente. Estas variables nos indican si el vehículo trabaja dentro de los márgenes ideales, si alguna variable no está dentro de los límites, un componente se puede averiar. Por lo tanto, un buen monitoreo de las variables críticas conserva en buen estado los componentes del vehículo.

## 7. CONCLUSIONES

---

- Por último, la adquisición de datos permite comparar el modelo en computadora con la realidad y de esa forma ajustar los parámetros del modelo matemático para lograr que este sea confiable. Con un modelo matemático del vehículo, se pueden probar diferentes configuraciones del vehículo en la etapa de diseño y de esta forma ahorrar tiempo y dinero. La toma de decisiones en el diseño se basará en simulaciones que sustentan las configuraciones seleccionadas, lo cual es una gran ventaja para defender el diseño ante los jueces.

Los métricos son la herramienta ideal para tomar decisiones objetivas en el diseño y ajuste del vehículo. Sirven para planear la estrategia de la carrera y dejar el vehículo con el ajuste ideal para ganar.

Podemos concluir que este trabajo es de gran beneficio para el equipo de Fórmula SAE y cumple con los objetivos planteados. Existen todavía áreas de mejora para las siguientes temporadas:

- Este trabajo está acotado a la dinámica del vehículo pero si se quieren analizar los demás sistemas (sistemas de admisión, escape, enfriamiento, etc.) es necesario agregar sensores.
- Automatizar el post procesamiento de datos ahorraría tiempo y permitiría sacar conclusiones poco tiempo después de la prueba.
- Incorporar nuevos algoritmos y estimadores prepararía el camino para incorporar un sistema activo dentro del vehículo.
- Instalar un GPS, daría información sobre la posición y velocidad del vehículo, es un complemento perfecto para la adquisición de datos.

## Bibliografía

---

- [1] J. Segers, *Analysis Techniques for Racecar Data Acquisition*, pp. 5–7,18,48–56,77–89,101–113,123–138,156–167,199–220,269–281,353–394. SAE International, 2nd ed., 2014.
- [2] Wong, *Theory of ground vehicles*, pp. 215,584. John Wiley & Sons, 2001.
- [3] R. N. Jazar, *Vehicle Dynamics*, pp. 215,584. Springer, 2008.
- [4] G. W. . G. Bishop, “An introduction to the kalman filter,” *Department of Computer Science University of North Carolina*, vol. 1, pp. 2–12, 1997.
- [5] W. F. M. . D. L. Milliken, *Race Car Vehicle Dynamics*, ch. 7,9,11,16, p. 580. Society of Automotive Engineers, 1995.
- [6] O. Corrsys Datron, Oreste Berta, “The art of the speed,” vol. 1, p. 10, 2009.
- [7] J. J. S. . W. Li, *Applied Nonlinear Control*, ch. 2, pp. 17,18. Prentice Hall, 1991.