



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
(INGENIERÍA CIVIL) – (GEOTECNIA)

INCORPORACIÓN DE UN MODELO DE COMPORTAMIENTO
ELASTOVISCOPLASTICO AL PROGRAMA FLAC 3D

TESIS
PARA OPTAR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
VERÓNICA MARIA GIRALDO ZAPATA

TUTOR(ES) PRINCIPAL(ES)
DR. EDUARDO BOTERO JARAMILLO, INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM
DRA. ALEXANDRA OSSA LOPEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM

MEXICO, DF. AGOSTO DE 2014



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. DANIEL RESÉNDIZ NÚÑEZ
Secretario: DR EFRAÍN OVANDO SHELLEY
Vocal: DR EDUARDO BOTERO JARAMILLO
1^{er}. Suplente: DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD
2^{do}. Suplente: DRA. ALEXANDRA OSSA LÓPEZ

Lugar donde se realizó la tesis:
INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

DR. EDUARDO BOTERO JARAMILLO

DRA. ALEXANDRA OSSA LOPEZ

AGRADECIMIENTOS

A la Dra Alexandra Ossa López y al Dr Eduardo Botero por el apoyo, por su paciencia y buena disposición en todo momento durante la realización de este trabajo.

Al grupo de sinodales, al Dr. Efraín Ovando S., al Dr. Daniel Reséndiz N. y al Dr. Gabriel Auvinet G., por el tiempo dedicado a la revisión de este documento y por las aportaciones tan valiosas que mejoraron y enriquecieron sustancialmente este trabajo.

A la Dra. Úrsula Iturrarán V. y al Dr. Jorge Carrera B., por su tiempo y ayuda para entender el desarrollo matemático de esta investigación.

A CONACYT y al Instituto de Ingeniería por el apoyo económico brindado durante mi estancia en la Universidad Nacional Autónoma de México, el cual fue sustancial para la culminación de este trabajo.

A mis compañeros Laura Sierra G. y Daniel H. Palencia, sin ustedes este trabajo no hubiera llegado a su fin, gracias por ser el apoyo incondicional en momentos de desespero y desasosiego y por compartir también mis alegrías por los logros alcanzados.

A mis grandes amigos Juan Díaz y Daniel Ruiz, su amistad y apoyo intelectual fue muy importante. Gracias porque a pesar de la distancia y las horas de diferencia, siempre estuvieron prestos a ayudar.

A mis compañeros de maestría y del Instituto de Ingeniería por su invaluable amistad y por los agradables momentos compartidos.

Finalmente y el más importante agradecimiento es para mi familia y Kurt Wogau, sin su apoyo, fortaleza y amor, esto no hubiera sido posible.

RESUMEN

El modelo elasto viscoplástico en tres dimensiones (EVP3D) que se presenta en este trabajo, permite representar el comportamiento esfuerzo – deformación dependiente en el tiempo y el cambio en la presión de poro del suelo, teniendo en cuenta la viscosidad.

Este modelo, propuesto por Yin y Graham (1999), fue interpretado y analizado en detalle en este trabajo y posteriormente fue incorporado al programa FLAC3D como un nuevo modelo de comportamiento más completo. Para este fin, fue necesario trabajar en el lenguaje de programación de la plataforma FLAC3D denominado FISH. Así se programó la solución explícita para el sistema de ecuaciones por medio del esquema de diferencias finitas centradas variables en el tiempo. La solución obtenida fue graficada y almacenada en la interfaz del programa FLAC3D.

Para la calibración y validación del modelo resultante en FLAC3D, se utilizó el ejemplo de aplicación publicado por Yin y Zhu (1999), que corresponde al comportamiento de la arcilla que constituye la cimentación de la isla artificial Tarsiut, en el mar de Beaufort en el océano Ártico. Se presenta el registro de un sensor piezométrico instalado en la cimentación de la isla, comparados con los resultados de aplicar el modelo de comportamiento programado en FLAC3D.

El alcance de este trabajo puede ampliarse al modelado en tres dimensiones de problemas más complejos como el hundimiento regional causado por la extracción de agua del subsuelo.

ABSTRACT

Three-dimensional elastoviscoplastic model (EVP3D) presented in this document, allows to represent the time-dependent stress-strain behavior and the change of pore pressure taking into account viscosity.

This model, proposed by Yin and Graham (1999), was interpreted and analyzed in detail in this document and subsequently incorporated in FLAC3D program as a new complete model of behavior. For this purpose, it was necessary to work on the programming language of FLAC3D platform called FISH. So the solution explicitly programmed for the system of equations by the finite difference scheme centered variables over time. The solution obtained was plotted and stored in the interface program FLAC3D.

For the calibrate and validate the model in program FLAC3D, it was used the example published by Yin and Zhu (1999), which corresponds to the behavior of the clay underneath Tarsiut Island, located in the Beaufort Sea in the Artic. It presents the register of piezometric sensor installed in the foundation of the island, compared with the results of applying the model of behavior programmed in FLAC3D.

The extent of this work can be extended to three- dimensional modelling of complex problems like regional subsidence caused by the extraction of water of groundwater.

TABLA DE CONTENIDO

| | |
|---|------------|
| AGRADECIMIENTOS | v |
| RESUMEN | vii |
| ABSTRACT | ix |
| TABLA DE CONTENIDO | xi |
| 1 CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1.1 ANTECEDENTES | 1 |
| 1.2 ALCANCE Y OBJETIVOS | 2 |
| 1.3 LIMITACIONES | 2 |
| 2 CAPITULO 2 BASES TEÓRICAS PARA UN MODELO ELASTO VISCOPLÁSTICO | 3 |
| 2.1 COMPRESIBILIDAD | 3 |
| 2.1.1 Consolidación tridimensional (Biot, 1940) | 3 |
| 2.1.2 Efecto del tiempo en el proceso de consolidación | 6 |
| 2.2 FLUENCIA DEL SUELO (PLASTICIDAD Y ESTADO CRÍTICO) | 8 |
| 2.3 MODELO CAM CLAY MODIFICADO | 14 |
| 2.4 TEORIA DE LA VISCOPLASTICIDAD (PERZYNA 1963, 1966) | 17 |
| 3 CAPITULO 3 MODELO ELASTO VISCOPLÁSTICO EN TRES DIMENSIONES (EVP3D) | 21 |
| 3.1 MODELO ELASTO VISCOPLÁSTICO EN UNA DIMENSIÓN (EVP 1D) | 21 |
| 3.2 MODELO ELASTO VISCOPLASTICO EN TRES DIMENSIONES (EVP3D) | 24 |
| 3.3 ENSAMBLAJE DEL MODELO ELASTO VISCOPLÁSTICO EN TRES DIMENSIONES (EVP3D) Y LA TEORIA GENERAL DE LA CONSOLIDACIÓN TRIDIMENSIONAL | 28 |
| 4 CAPITULO 4 SOLUCIÓN NUMÉRICA DEL MODELO EVP3D EN EL PROGRAMA FLAC3D | 31 |
| 4.1 MÉTODOS NUMÉRICOS | 31 |
| 4.2 PROGRAMA FLAC3D | 35 |
| 4.3 SOLUCIÓN POR EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS DEL MODELO EVP3D | 39 |
| 4.4 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO EVP3D AL PROGRAMA FLAC3D | 42 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4.4.1 | Descripción programa en FISH | 43 |
| 4.4.2 | Código para el programa EVP3D | 44 |
| 4.4.3 | Interpolación mediante distancia inversa ponderada (IDW) | 51 |
| 5 | CAPITULO 5 APLICACIÓN DEL MODELO ELASTO VISCOPLASTICO EN TRES DIMENSIONES (EVP3D) | 55 |
| 5.1 | CASO EN ESTUDIO | 55 |
| 5.2 | PROPIEDADES DE LOS MATERIALES Y CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS INICIALES | 57 |
| 5.3 | METODOLOGÍA PARA EL MODELADO | 60 |
| 5.3.1 | Geometría y tipo de análisis | 60 |
| 5.3.2 | Descripción de los elementos utilizados | 61 |
| 5.3.3 | Condiciones iniciales y de frontera | 61 |
| 5.4 | REGISTRO PIEZOMÉTRICO | 62 |
| 5.5 | RESULTADOS | 63 |
| 5.5.1 | Equilibrio estático | 63 |
| 5.5.2 | Calibración del modelo | 64 |
| 5.5.3 | Análisis del exceso de presión de poro en el tiempo | 66 |
| 5.5.4 | Distribución de los esfuerzos efectivos en el tiempo | 72 |
| 5.5.5 | Análisis de las deformaciones | 72 |
| 6 | CAPITULO 6 COMENTARIOS Y CONCLUSIONES | 75 |
| 7 | BIBLIOGRAFÍA | 77 |

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|------------|--|----|
| Figura 2.1 | Compresión inmediata y retardada (Bjerrum, 1967)..... | 7 |
| Figura 2.2 | Curva de compresibilidad en una prueba unidimensional (Bjerrum, 1967) | 8 |
| Figura 2.3 | Superficies de fluencia de acuerdo al criterio de: (a) Tresca, (b) von Mises (Tomado de Wood, 1990)..... | 9 |
| Figura 2.4 | (a) Superficie de fluencia obtenida a partir de diferentes pruebas (b) Prueba de compresión isotrópica (presión de fluencia Y_1), (c) prueba de compresión unidimensional (presión de fluencia Y_2), (d) prueba de compresión no drenada (presión de fluencia Y_3). (Wood, 1990)..... | 10 |
| Figura 2.5 | Superficies de fluencia para la arcilla de Winnipeg (Graham, Nooan y Lew, 1983) | 11 |
| Figura 2.6 | Vectores incrementales de deformación plástica ortogonales a la familia de curvas de potencial plástico. | 12 |
| Figura 2.7 | (a) Superficie de fluencia del modelo Cam Clay modificado. (b) y (c) Línea de consolidación virgen del suelo y de descarga en el plano de compresión. (Tomado de Wood, 1990)..... | 16 |
| Figura 3.1 | Línea de tiempo equivalente, línea de tiempo instantánea y línea de tiempo de referencia | 22 |
| Figura 3.2 | (a) Superficie de fluencia en el plano $p':q$. (b) Deformaciones volumétricas en el plano $\varepsilon_v:p'$ | 25 |
| Figura 4.1 | Malla de puntos..... | 35 |
| Figura 4.2 | Tetraedro (ICG, 2009)..... | 38 |
| Figura 4.3 | Elementos básicos para la generación de mallas en FLAC3D (ICG, 2009) | 43 |
| Figura 4.4 | Diagrama de flujo general del programa..... | 45 |
| Figura 4.5 | Mallas regulares e irregulares | 47 |
| Figura 4.6 | Diagrama de flujo de la rutina vecindad | 48 |
| Figura 4.7 | Diagrama de flujo de la rutina modelo EVP | 50 |
| Figura 4.8 | Malla regular para solución por diferencias finitas. Caso tridimensional..... | 51 |
| Figura 4.9 | Interpolación mediante distancia inversa ponderada (IDW)..... | 53 |
| Figura 5.1 | Localización de la Isla Tarsiut | 55 |
| Figura 5.2 | Isla Tarsiut en verano y en invierno (tomado de http://www.cpcsustainability.com) | 56 |
| Figura 5.3 | Geometría de la Isla Tarsiut | 56 |
| Figura 5.4 | Geometría del modelo bidimensional | 60 |
| Figura 5.5 | Malla del modelo..... | 61 |

| | |
|---|----|
| Figura 5.6 Condiciones de frontera del problema de análisis..... | 62 |
| Figura 5.7 Registro piezométrico | 63 |
| Figura 5.8 Distribución de esfuerzos geostáticos elásticos iniciales. | 64 |
| Figura 5.9 Distribución de esfuerzos geostáticos elásticos al final de la construcción | 64 |
| Figura 5.10 Resultados del modelo para diferentes niveles de discretización | 65 |
| Figura 5.11 Variación del coeficiente de permeabilidad..... | 66 |
| Figura 5.12 Comparación resultados del modelo EVP con el registro piezométrico..... | 67 |
| Figura 5.13 Perfil piezométrico vertical. Variación del exceso de presión de poro vs la profundidad..... | 68 |
| Figura 5.14 Exceso de presión de poro: (a) 0 días. (b) 120 días | 69 |
| Figura 5.15 Exceso de presión de poro: (a) 1 año. (b) 5 años | 70 |
| Figura 5.16 Exceso de presión de poro: 10 años. | 71 |
| Figura 5.17 Perfil piezométrico vertical. Variación del esfuerzo efectivo vertical vs la profundidad..... | 72 |
| Figura 5.18 Desplazamiento vertical medido en la parte superior de la zona 1. | 73 |
| Figura 5.19 Desplazamiento horizontal medido en la parte superior de la zona 1..... | 73 |

LISTA DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 5.1 Propiedades para el modelo EVP3D (zona 1) | 57 |
| Tabla 5.2 Propiedades para el modelo elástico lineal (zona 2 y Berma)..... | 58 |
| Tabla 5.3 Parámetros del modelo EVP3D (zona 1)..... | 59 |
| Tabla 5.4 Coeficientes de permeabilidad finales..... | 66 |

CAPITULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES

Los modelos constitutivos tradicionales que representan el comportamiento esfuerzo-deformación del suelo, son de tipo elasto-plástico independientes del tiempo. Suponen que las deformaciones irreversibles (plásticas) se desarrollan de forma instantánea, por tanto el tiempo no entra en consideración. Se ha observado que en suelos compresibles como en las arcillas altamente plásticas, el tiempo juega un papel importante en su comportamiento y las deformaciones irreversibles continúan desarrollándose en el tiempo bajo esfuerzos constantes. Es por esta razón que aquellos modelos no permiten modelar completamente el comportamiento de algunos suelos.

La dependencia en el tiempo es mayor o menor de un suelo a otro. Para las arenas puede ser despreciable, pero en arcillas altamente plásticas, es un factor muy importante (Casagrande & Wilson 1951, Bjerrum 1967, Tavenas *et al.* 1978, Graham *et al.* 1983, Leroueil *et al.* 1985). Es por esto que en las últimas décadas se han desarrollado diferentes modelos de comportamiento que involucran el tiempo.

Las propuestas de Bjerrum (1967), Leroueil *et al.* (1985), Yin y Graham (1989) establecieron modelos unidimensionales de comportamiento esfuerzo-deformación dependientes del tiempo a partir de pruebas de laboratorio en odómetro. Posteriormente se extendieron estas soluciones a un estado triaxial de esfuerzo y un estado general de esfuerzos, a partir del caso unidimensional. Uno de estos desarrollos, realizado por Yin y Graham (1999) se analiza detalladamente en este trabajo.

Algunos de los modelos dependientes del tiempo fundamentan su desarrollo en la mecánica del medio continuo, en el marco de referencia de la teoría de la viscoplasticidad propuesta por Perzyna (1963, 1966) y en los conceptos de compresión instantánea y retardada propuestos por Bjerrum (1967).

El modelo elasto viscoplástico EVP3D desarrollado en este trabajo tiene en cuenta los conceptos mencionados anteriormente y adicional presenta una modificación al concepto de línea de tiempo propuesto por Bjerrum (1967). Define nuevos conceptos como línea de tiempo equivalente, línea de tiempo instantánea y línea de tiempo de referencia. Supone una superficie de fluencia elíptica y el criterio de falla de Von Mises, por lo que de esta forma se considera este modelo como una extensión al modelo Cam Clay Modificado definido por Roscoe y Burland (1968).

Este modelo y el de consolidación tridimensional propuesto por Biot (1940), son ensamblados para generar un modelo más completo, representado por un conjunto de ecuaciones que relacionan el exceso de presión de poro con las deformaciones volumétricas y desviadoras.

Las ecuaciones del modelo EVP3D son resueltas por diferencias finitas en el programa FLAC3D (*Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions*), el cual es un programa para analizar el comportamiento mecánico de un medio continuo tridimensional.

La implementación de este modelo en el FLAC3D amplía la capacidad de análisis de éste que pueden ser aprovechadas para modelar por ejemplo hundimiento regional en condiciones tridimensionales.

1.2 ALCANCE Y OBJETIVOS

El objetivo de este trabajo es incorporar el modelo EVP3D al conjunto de modelos constitutivos del programa FLAC3D. Éste incluye modelos de tipo viscoelástico, viscoplastico y elasto viscoplástico, este último con hipótesis diferentes a las que se presentan en este trabajo, por lo que el modelo EVP3D complementa las capacidades de análisis del programa FLAC3D.

A partir del modelo EVP3D se determinará variaciones en el tiempo del exceso de presión de poro, estado de esfuerzos y deformaciones. Por tanto el modelo EVP3D podrá ser aplicado al análisis del fenómeno de hundimiento regional bajo la plataforma del programa FLAC3D.

Para la validación del modelo EVP3D se utilizará el registro piezométrico monitoreado en la cimentación de la isla artificial Tarsiut, localizada en el mar Beaufort en el océano Ártico y que ha sido estudiada por Weaver y Berzins (1983), Weaver y Wright (1983), Becker *et al.* (1985), Conlin *et al.* (1985) y Yin & Zhu (1999).

1.3 LIMITACIONES

En el presente trabajo se desarrolló un programa para resolver problemas en tres dimensiones por el método de diferencias finitas centradas, aunque solo para las condiciones del ejemplo de validación, que es axisimétrico. Para un análisis de deformación planar o tridimensional, deberán realizarse ajustes en el cálculo del esfuerzo efectivo medio (p) y el esfuerzo desviador (q) y las condiciones de frontera.

CAPITULO 2

BASES TEÓRICAS PARA UN MODELO ELASTO VISCOPLÁSTICO

Los modelos elasto viscoplásticos (EVP), son modelos de comportamiento del suelo que involucran dos aspectos importantes, el primero, relacionado con un comportamiento elástico bajo un rango de esfuerzos limitado, y el segundo, relacionado con un comportamiento inelástico, que depende de la trayectoria de esfuerzos y del tiempo.

Los modelos tradicionales utilizados en el campo de la geotecnia, corresponden a modelos plásticos que no incluyen la dependencia del tiempo. Dependen básicamente de la trayectoria de esfuerzos a la que es sometido el suelo. Sin embargo, los suelos bajo un estado de esfuerzos constante en el tiempo continúan deformándose, sugiriendo que existe una componente adicional que la mayoría de autores atribuyen a las propiedades viscosas. El modelo elasto viscoplástico en tres dimensiones (EVP3D) analizado en este trabajo involucra estos tres aspectos.

Para el desarrollo del modelo EVP3D es necesario abordar conceptos tales como la compresibilidad y deformabilidad del suelo de acuerdo al enfoque propuesto por Bjerrum (1967), la teoría clásica de la plasticidad, la teoría de la viscoplasticidad presentada por Perzyna (1963, 1966), y el modelo constitutivo Cam Clay modificado, propuesto por Roscoe y Burland (1968).

A continuación se presentarán los conceptos más relevantes y necesarios para el entendimiento del modelo EVP3D.

2.1 COMPRESIBILIDAD

2.1.1 Consolidación tridimensional (Biot, 1940)

El proceso de consolidación en el suelo, es generado por la aplicación de carga que actúa en cada una de las fases, líquida, gaseosa y sólida. Como respuesta a este proceso, se genera la deformación y la reducción en el volumen de poros debido a la expulsión de aire y agua.

Este fenómeno en el suelo fue inicialmente observado y formulado matemáticamente por Terzaghi y Frohlich (1936), para el caso unidimensional en suelos finos en condiciones saturadas. Estos autores consideraron únicamente la ocurrencia de las deformaciones verticales, restringiendo las deformaciones laterales. Posteriormente, Biot (1940) definió las ecuaciones para la teoría general de la consolidación en el espacio tridimensional.

Maurice A. Biot (1940) propone esta teoría como una extensión a la teoría inicial de la consolidación unidimensional. Las hipótesis para el desarrollo y la validez tienen en cuenta los siguientes aspectos:

- 1) Isotropía

- 2) Reversibilidad bajo condiciones de equilibrio de la relación esfuerzo-deformación.
- 3) Linealidad de la relación esfuerzo-deformación.
- 4) Pequeñas deformaciones.
- 5) El agua contenida en los poros del suelo es incompresible.
- 6) El agua puede contener burbujas de aire.
- 7) Es aplicable la ley de Darcy.

Aunque las hipótesis 2 y 3 han sido objeto de crítica, se destaca que también se aceptan en la teoría propuesta por Terzaghi (1936) para la consolidación unidimensional y que ha proporcionado resultados satisfactorios para los casos prácticos en la ingeniería.

Esta teoría parte de la ley de Hooke para la relación esfuerzo-deformación, incluyendo también la presión intersticial del agua (U), tal como se indica en las ecuaciones (2.1).

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) + \frac{U}{3H} \\
 \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_z) + \frac{U}{3H} \\
 \varepsilon_z &= \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{U}{3H} \\
 \gamma_x &= \frac{\tau_x}{G}, \quad \gamma_y = \frac{\tau_y}{G}, \quad \gamma_z = \frac{\tau_z}{G}
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

E , G y ν corresponden a los parámetros elásticos, siendo el módulo de Young, el módulo cortante y la relación de Poisson respectivamente para las partículas sólidas que componen el elemento de suelo. La variable H es una constante física relacionada con la compresibilidad del suelo, σ son los esfuerzos normales en cada dirección, τ los esfuerzos cortantes, ε corresponde a las deformaciones normales y γ a las deformaciones angulares.

Se considera que la presión del agua (U) influye por igual en las tres direcciones y que no se generan esfuerzos cortantes, hipótesis que simplifica la deducción de esta teoría.

Adicionalmente, se considera la dependencia de la variación en el contenido de agua (θ) en función de los parámetros antes mencionados como se expresa en la ecuación (2.2):

$$\theta = \frac{1}{3H_1}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) + \frac{U}{R}
 \tag{2.2}$$

A partir de la suposición de la existencia del potencial de energía, Biot (1940) demuestra que la constante $H_1 = H$ y R es una constante física relacionada con el contenido de agua dentro del suelo.

Reorganizando las ecuaciones (2.1) y (2.2) y los esfuerzos en términos de las deformaciones y de la presión intersticial del agua se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= 2G\left(\varepsilon_x + \frac{\nu\varepsilon}{1-2\nu}\right) - \alpha U \\ \sigma_y &= 2G\left(\varepsilon_y + \frac{\nu\varepsilon}{1-2\nu}\right) - \alpha U \\ \sigma_z &= 2G\left(\varepsilon_z + \frac{\nu\varepsilon}{1-2\nu}\right) - \alpha U\end{aligned}\tag{2.3}$$

$$\begin{aligned}\tau_x &= G\gamma_x, \quad \tau_y = G\gamma_y, \quad \tau_z = G\gamma_z \\ \theta &= \alpha\varepsilon + \frac{U}{Q}\end{aligned}\tag{2.4}$$

Donde:

$$\alpha = \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} \frac{G}{H}$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{R} - \frac{\alpha}{H}$$

La constante $1/H$ es una medida de la compresibilidad del suelo por el cambio en la presión del agua, $1/R$ es una medida en el cambio del contenido de agua por el cambio en la presión del agua, $1/Q$ está relacionado con la compresibilidad del agua y ε está definida como la deformación volumétrica.

Para un suelo saturado y bajo la hipótesis de que el agua es incompresible, el valor de la constante Q tiende a infinito y $\alpha = 1$, por lo tanto:

$$H = R = \frac{2G(1+\nu)}{3(1-2\nu)}\tag{2.5}$$

Retomando las ecuaciones de equilibrio interno para un medio continuo y las ecuaciones (2.1), se obtienen las ecuaciones diferenciales para el fenómeno de consolidación.

$$\begin{aligned}
G\nabla^2 u + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} - \alpha \frac{\partial U}{\partial x} &= 0 \\
G\nabla^2 v + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} - \alpha \frac{\partial U}{\partial y} &= 0 \\
G\nabla^2 w + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \alpha \frac{\partial U}{\partial z} &= 0
\end{aligned} \tag{2.6}$$

A partir de la ecuación que describe el fenómeno de consolidación en el tiempo, obtenida a partir de la Ley de Darcy para flujo de agua a través de medios porosos, y la ecuación de continuidad que establece que el flujo que entra es igual al que sale, se obtiene la siguiente expresión:

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 U = \alpha \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{Q} \frac{\partial U}{\partial t} \tag{2.7}$$

Donde k es la permeabilidad del suelo y γ_w es el peso unitario del agua.

Teniendo en cuenta el valor de las constantes Q y α la expresión (2.7) se simplifica a:

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 U = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \tag{2.8}$$

Las expresiones (2.6) y (2.8) corresponden a las ecuaciones que gobiernan la consolidación en tres dimensiones para una arcilla saturada.

2.1.2 Efecto del tiempo en el proceso de consolidación

Con el objetivo de introducir el efecto del tiempo en el fenómeno de compresibilidad, Bjerrum (1967) estableció que en una prueba de compresibilidad odométrica, las deformaciones volumétricas, se dividen en deformaciones volumétricas instantáneas y deformaciones volumétricas retardadas (creep). Una forma de representar estos conceptos es a través de la Figura 2.1, en la cual se hace la comparación entre la compresión primaria y secundaria vs la compresión instantánea y retardada, y el comportamiento de los esfuerzos efectivos en el tiempo.

En la Figura 2.1(a) y 2.1 (b), se observa que la compresión inmediata ocurre al mismo tiempo que la carga externa es aplicada y la componente retardada de la compresión, continúa desarrollándose indefinidamente en el tiempo. Al comparar la Figura 2.1(b) y 2.1(c) variables en el tiempo, con la curva de compresibilidad de la Figura 2.1(a) propuesta por Taylor (1948), la primera parte de la curva representa la consolidación primaria ($t \leq t_p$) donde tiene efecto la

disipación del exceso de presión de poro; y una segunda parte que representa la fase de consolidación secundaria donde el exceso de presión de poro se ha disipado totalmente. El coeficiente C_α representa la pendiente de este tramo en un tiempo $t \geq t_p$.

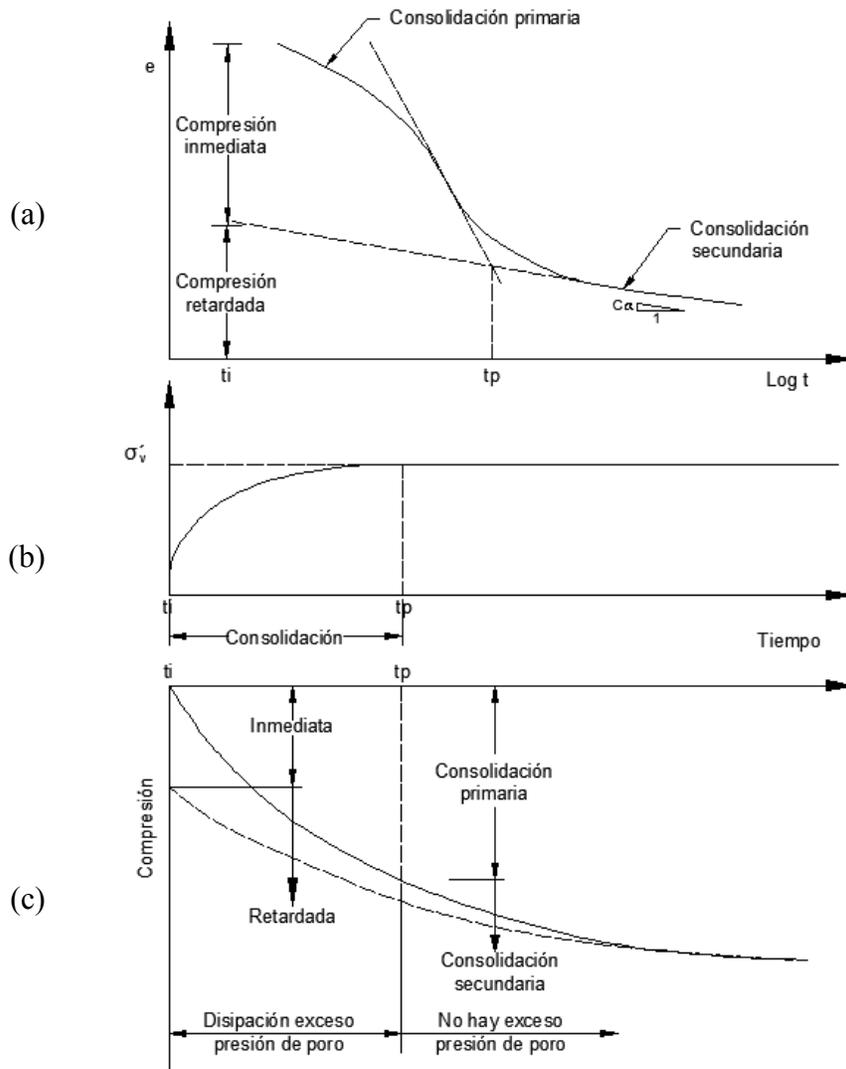


Figura 2.1 Compresión inmediata y retardada (Bjerrum, 1967)

Bjerrum (1967), establece una representación gráfica del efecto de la compresión retardada para la prueba de consolidación unidimensional (Figura 2.2). Esta consiste en contornos para tiempos constantes, cada línea representa la curva de compresibilidad para una misma duración de carga. Supone que C_α es constante, por lo que las líneas de tiempo se presentan igualmente espaciadas.

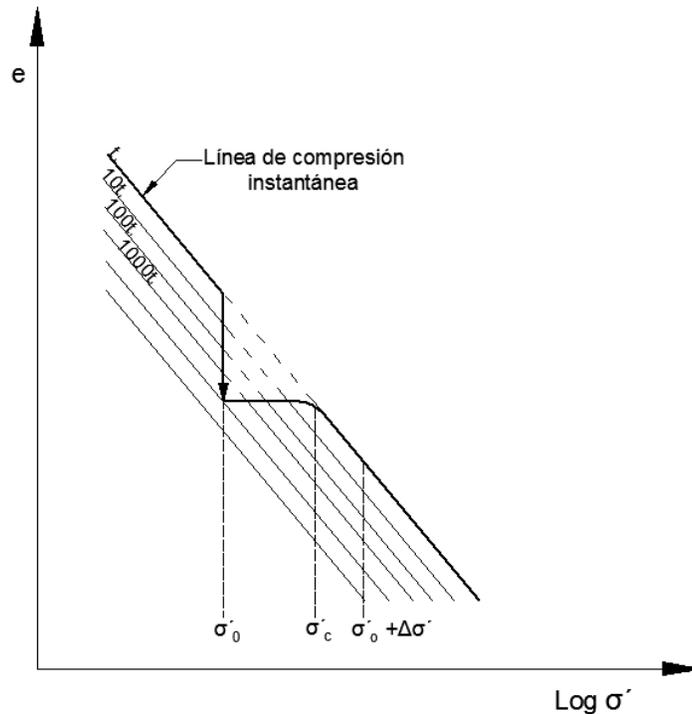


Figura 2.2 Curva de compresibilidad en una prueba unidimensional (Bjerrum, 1967)

Estos conceptos propuestos por Bjerrum (1967) son adoptados para el modelo EVP3D y serán una de las bases para el planteamiento de las ecuaciones constitutivas de dicho modelo.

Adicionalmente, existen dos tipos de enfoques para definir la deformación inmediata y la deformación retardada. El primero, divide las deformaciones en una componente de deformación elástica y otra componente de deformación viscoplástica, Zienkiewicz and Corneau (1974), Adachi y Oka (1982), Desai y Zhang (1987), Kutter y Sathialingam (1992) utilizan este enfoque. El segundo, divide en tres componentes las deformaciones, en elástica, plástica y viscoplástica, Borja y Kavazanjian (1985), Kaliakin y Dafalias (1990) adoptan esta segunda división. Para el modelo EVP3D se considera el primer enfoque como se indica a continuación:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{vp} \quad (2.9)$$

Las deformaciones instantáneas son supuestas elásticas, tiempo- independientes y recuperables. Las deformaciones retardadas se consideran como viscoplásticas, tiempo- dependientes e irre recuperables.

2.2 FLUENCIA DEL SUELO (PLASTICIDAD Y ESTADO CRÍTICO)

Los cuerpos sólidos han sido por muchos años modelados bajo la hipótesis de que se rigen por comportamientos elásticos, que son descritos a través de una única relación

esfuerzo–deformación (ley de Hooke). No obstante, los cuerpos sólidos al ser cargados y posteriormente descargados, no regresan bajo la misma trayectoria. Esto sugiere que el comportamiento de un cuerpo sólido no es únicamente elástico, sino que presenta un comportamiento plástico, el cual justifica las deformaciones irreversibles que se mantienen bajo un estado de carga nulo.

El concepto de fluencia está relacionado con el cambio entre un comportamiento rígido a uno menos rígido, las curvas de esfuerzo-deformación permiten determinar estos cambios. Existen varios criterios de fluencia y entre los más aceptados y usados en la teoría de la plasticidad está el criterio de Tresca y el criterio de von Mises.

Tresca (1869) establece que la fluencia ocurre cuando se alcanza un valor crítico para un esfuerzo cortante. Por otro lado, von Mises (1913) afirma que la fluencia ocurre cuando el segundo invariante del tensor de esfuerzos alcanza un valor crítico. Gráficamente en el espacio de los esfuerzos principales, las superficies que representan estos criterios, se presentan en la Figura 2.3. La primera representada por un hexágono y la segunda por un círculo.

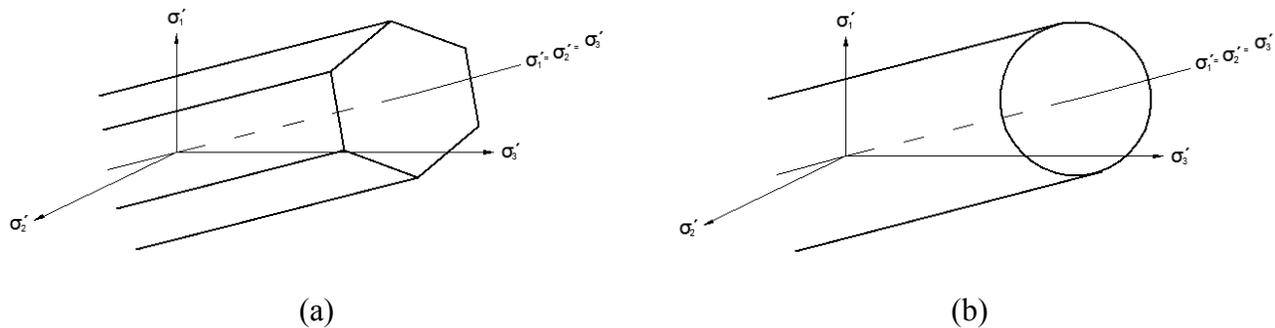


Figura 2.3 Superficies de fluencia de acuerdo al criterio de: (a) Tresca, (b) von Mises (Tomado de Wood, 1990)

El criterio de fluencia de von Mises representa mejor el comportamiento plástico de los metales y aunque la diferencia entre los dos criterios no es particularmente grande, el criterio de Tresca está involucrado implícitamente en los cálculos de falla plástica, como el cálculo de la capacidad de carga en suelos (Wood, 1990).

En los suelos un ejemplo de fluencia, es el esfuerzo de preconsolidación obtenido de una prueba odométrica. En esta prueba se presenta una respuesta al cambio de la rigidez del suelo que disminuye cuando la carga se encuentra por encima del esfuerzo de preconsolidación. En la Figura 2.4, se presentan diferentes pruebas de laboratorio realizadas en materiales arcillosos. La Figura 2.4(b) corresponde a una prueba de compresión isotrópica, la Figura 2.4(c) a una prueba de compresión unidimensional y la Figura 2.4(d) una prueba de compresión no drenada. Los puntos de fluencia obtenidos en las diferentes pruebas y representadas en el plano de esfuerzos $p':q$ de la La Figura 2.4(a) donde p' es el esfuerzo efectivo medio y q el esfuerzo desviador, forman una frontera entre la región elástica y

plástica para una determinada historia de carga. La superficie de fluencia obtenida puede ser considerada como una presión de preconsolidación generalizada donde la presión de preconsolidación obtenida en la prueba del odómetro (Y_2), es solo un punto sobre dicha superficie.

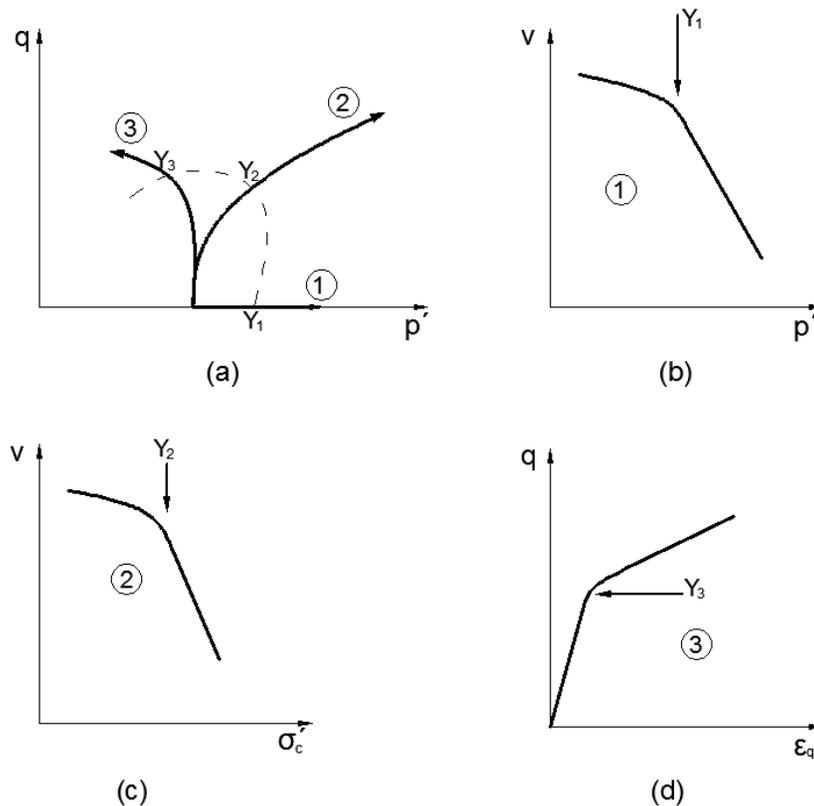


Figura 2.4 (a) Superficie de fluencia obtenida a partir de diferentes pruebas (b) Prueba de compresión isotrópica (presión de fluencia Y_1), (c) prueba de compresión unidimensional (presión de fluencia Y_2), (d) prueba de compresión no drenada (presión de fluencia Y_3). (Wood, 1990).

Graham, Noonan y Lew (1983), a partir de diferentes pruebas realizadas en la arcilla de Winnipeg en Canadá, en muestras tomadas a diferentes profundidades, establecen que la superficie de fluencia tiene forma similar para todas las profundidades, y el tamaño varía de acuerdo a la historia de esfuerzos, para mayores profundidades dicha superficie es más grande. Un indicador del tamaño de la superficie de fluencia a una profundidad particular, es proporcionado por el esfuerzo de preconsolidación.

En la Figura 2.5 (a) Graham *et al.* (1983) presenta los resultados en el plano $p':q$ de las diferentes pruebas realizadas en muestras de suelo de la arcilla de Winnipeg tomadas a diferentes profundidades. Al normalizar los valores de fluencia con respecto a los respectivos

esfuerzos de preconsolidación, se observa que todos los datos forman una misma superficie de fluencia, Figura 2.5 (b).

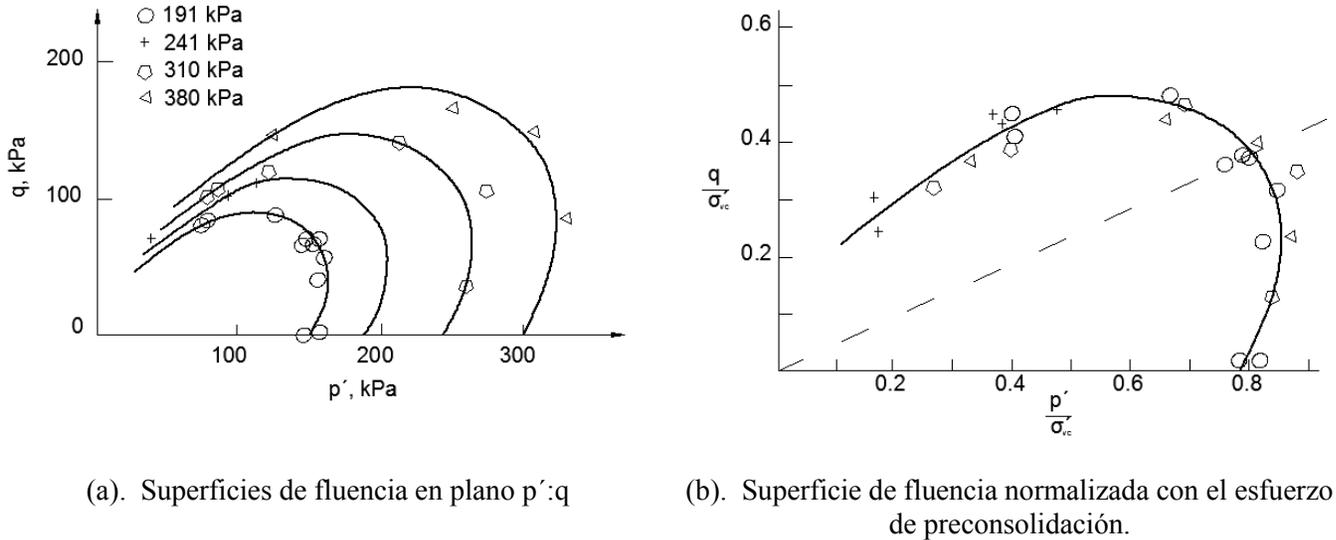


Figura 2.5 Superficies de fluencia para la arcilla de Winnipeg (Graham, Nooan y Lew, 1983)

La respuesta del suelo a los diferentes estados de esfuerzos a los que puede estar sometido, o bien las diferentes trayectorias que sigue el suelo para alcanzar un estado de esfuerzos en particular, son las deformaciones que ocurren en este. Dichas deformaciones son la suma de las deformaciones elásticas y las deformaciones plásticas. La representación de este comportamiento se relaciona con el significado gráfico de una superficie de fluencia, que define el límite entre el comportamiento elástico y el plástico. Al interior se define como la región elástica, donde las deformaciones son recuperables. Sobre la superficie de fluencia, las combinaciones de esfuerzos generan deformaciones plásticas no recuperables.

Las deformaciones elásticas recuperables están relacionadas con el esfuerzo efectivo medio p' y determinadas con base en la relación esfuerzo-deformación de la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_p \\ \delta \varepsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/K' & 0 \\ 0 & 1/3G' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Donde:

$$K' = \frac{Vp'}{\kappa}$$

$$G' = \frac{3(1-2\nu')K'}{2(1+\nu')}$$

$$v' = \frac{3K' - 2G'}{2G' + 6K'}$$

K' es el modulo volumétrico, V el volumen especifico, G' el modulo cortante y v' la relación de Poisson

Las deformaciones plásticas irrecuperables en el suelo, están asociadas al estado de esfuerzos que genera la fluencia en el suelo. Estas deformaciones plásticas están conformadas por dos componentes, el primero corresponde a las deformaciones plásticas volumétricas asociadas a cambios en el tamaño de la superficie de fluencia, y el segundo a deformaciones plásticas desviadoras.

En la Figura 2.6 se presenta el punto Y en el plano $p : q$. Este punto corresponde a un estado de esfuerzos donde el suelo alcanza la fluencia y se genera una deformación volumétrica plástica irrecuperable $\delta\epsilon_p^p$ y una deformación desviadora plástica $\delta\epsilon_q^p$. La magnitud de estas deformaciones en el plano $p:q$, forman un vector incremental de deformación plástica (YS) que es ortogonal a la línea corta (AB) que pasa por el punto Y sobre la superficie de fluencia. Para diferentes combinaciones de esfuerzos que genera la fluencia del suelo, se pueden obtener los vectores incrementales de deformación plástica. Las líneas cortas ortogonales a estos vectores formarán una familia de curvas que se denominan potencial plástico.

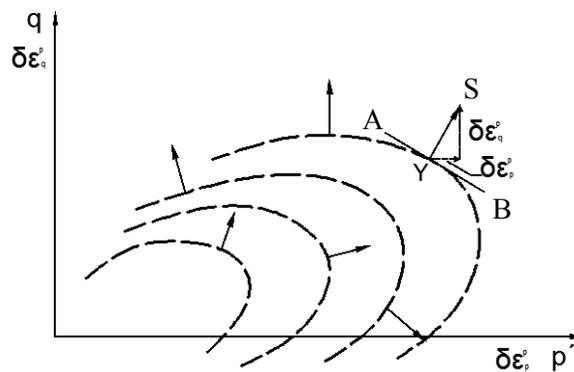


Figura 2.6 Vectores incrementales de deformación plástica ortogonales a la familia de curvas de potencial plástico.

Al conocer el potencial plástico, el mecanismo de deformación plástica está definido, por tanto la magnitud relativa de las deformaciones volumétricas y desviadoras también. Se tiene así la descripción completa del comportamiento plástico del suelo.

De acuerdo con la teoría de la plasticidad en metales, la superficie de fluencia coincide con el potencial plástico. Si es aceptada esta hipótesis en el modelo de comportamiento, se cuenta con la ventaja de que sólo se deberá definir una función para describir la respuesta plástica del

suelo. Si esto ocurre, entonces el suelo obedece al postulado de normalidad que consiste en que el vector de incremento de deformación plástica está en dirección normal a la superficie de fluencia, es decir sigue la ley de flujo asociado. Esta hipótesis es considerada en el modelo presentado en este trabajo

La función $f(p', q, p_0)$ define la fluencia del suelo y como se ha mencionado anteriormente, depende del estado de esfuerzos y del esfuerzo p_0 que define el tamaño de una superficie de fluencia de la familia de curvas. La función que define el potencial plástico $g(p', q, \zeta)$, depende igualmente del estado de esfuerzos y del parámetro ζ que controla el tamaño del potencial plástico.

El incremento de deformación plástica está relacionado con la función para el potencial plástico y el estado de esfuerzos, de acuerdo con la ecuación (2.11):

$$\delta \varepsilon_p^p = \chi \frac{\partial g}{\partial p'} \quad (2.11)$$

$$\delta \varepsilon_q^p = \chi \frac{\partial g}{\partial q}$$

Donde χ es un múltiplo escalar que será derivado de suponer características de endurecimiento del suelo.

Para la función de fluencia, se supone que un cambio en el tamaño de la superficie de fluencia es por un cambio en p_0 y que está relacionado con incrementos de deformación plástica volumétrica y desviadora por la regla de endurecimiento:

$$\delta p_0' = \frac{\partial p_0'}{\partial \varepsilon_p^p} \delta \varepsilon_p^p + \frac{\partial p_0'}{\partial \varepsilon_q^p} \delta \varepsilon_q^p \quad (2.12)$$

La superficie de fluencia está representada por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\partial f}{\partial p'} \delta p' + \frac{\partial f}{\partial q} \delta q + \frac{\partial f}{\partial p_0'} \delta p_0' = 0 \quad (2.13)$$

Finalmente al combinar la ecuación (2.11) y (2.13), se obtiene la relación general de esfuerzo–deformación plástica, ecuación (2.14):

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_p^p \\ \delta \varepsilon_q^p \end{bmatrix} = \frac{-1}{\left[\frac{\partial f}{\partial p_0} \left(\frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_p^p} \frac{\partial g}{\partial p'} + \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial g}{\partial q} \right) \right]} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial g}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial p'} \\ \frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial g}{\partial q} & \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.3 MODELO CAM CLAY MODIFICADO

El modelo Cam Clay modificado es un modelo elasto-plástico, desarrollado por Roscoe y Burland (1968) y es la extensión del primer modelo Cam Clay propuesto por Roscoe y Schofield (1963). Las predicciones numéricas obtenidas con este modelo, han dado resultados más cercanos al comportamiento de los suelos arcillosos que el modelo original.

Este modelo fue planteado inicialmente para representar y reproducir la experiencia de pruebas triaxiales convencionales. Hace parte del conjunto de modelos elasto-plásticos llamados modelos de endurecimiento volumétrico y se dan en términos de los esfuerzos efectivos p' y q , de las deformaciones volumétricas (ε_p) y de las deformaciones desviadoras (ε_q), los cuales se definen a través de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} p' &= \frac{(\sigma'_1 + 2\sigma'_3)}{3} & \varepsilon_p &= \varepsilon_1 + 3\varepsilon_3 \\ q &= \sigma'_1 - \sigma'_3 & \varepsilon_q &= \frac{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)}{3} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Para el entendimiento de cualquier modelo elasto-plástico son necesarios cuatro conceptos claves:

- Propiedades elásticas
- Superficie de fluencia
- Potencial plástico
- Ley de endurecimiento

Los cambios recuperables (elásticos) de volumen, están dados en términos del cambio del esfuerzo efectivo medio p' y definido por la expresión (2.16):

$$\delta \varepsilon_p^e = \kappa \frac{\delta p'}{v p'} \quad (2.16)$$

El cambio recuperable (elástico) de la deformación desviadora, está en términos del cambio del esfuerzo desviador, tal como se indica en la ecuación (2.17):

$$\delta \varepsilon_q^e = \frac{\delta q'}{3G'} \quad (2.17)$$

La principal suposición de este modelo es que la superficie de fluencia conserva su forma y solo cambia de tamaño por las deformaciones volumétricas acumuladas. La posición, forma y tamaño de esta, dependen básicamente de la historia de carga y descarga a la cual el suelo ha estado sometido.

La familia de superficies de fluencia está representada por una elipse centrada en el eje p' como se presenta en la Figura 2.7(a). La forma de la elipse es controlada por el parámetro M y el tamaño por el parámetro p_0' . La ecuación que representa la familia de elipses está dada por la ecuación (2.18):

$$\frac{\delta p'}{p'} + \frac{2\eta\delta\eta}{M^2 + \eta^2} - \frac{\delta p_0'}{p_0'} = 0 \quad (2.18)$$

Donde:

$$\eta = q / p'$$

M : Pendiente de la línea de estado crítico (LSC) y está definida para compresión y extensión como:

$$M_c = \frac{6 \operatorname{sen} \phi'}{3 \operatorname{sen} \phi'} \text{ Compresión}$$

$$M_e = \frac{6 \operatorname{sen} \phi'}{3 + \operatorname{sen} \phi'} \text{ Extensión}$$

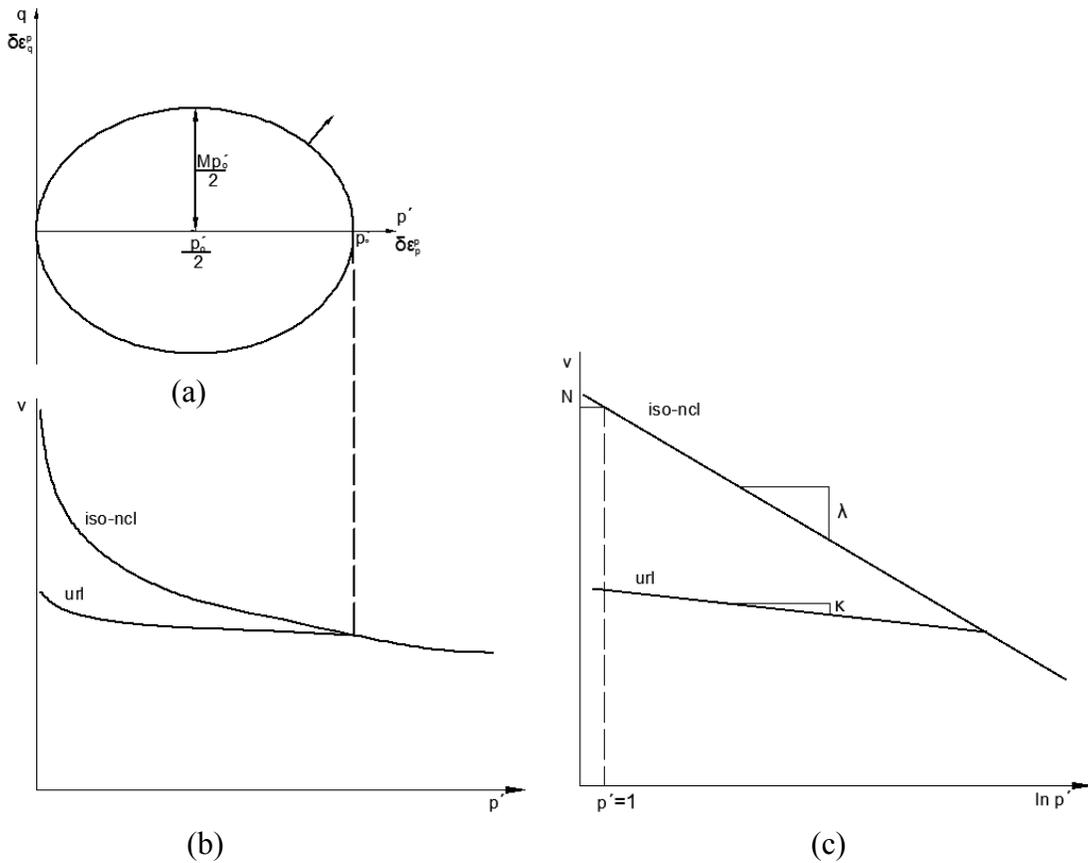


Figura 2.7 (a) Superficie de fluencia del modelo Cam Clay modificado. (b) y (c) Línea de consolidación virgen del suelo y de descarga en el plano de compresión. (Tomado de Wood, 1990)

Al incorporar la ecuación (2.18) en la relación general de esfuerzo – deformación plástica, se obtiene la ecuación (2.19):

$$f = q^2 - M^2[p'(p_0' - p')] = 0 \quad (2.19)$$

Adicionalmente, si el suelo obedece al principio de flujo asociado se supone que la familia de curvas de fluencia son las mismas que para el potencial plástico, es decir que $f = g$.

El vector del incremento de deformación plástica es tangente a la dirección normal de la superficie de fluencia externa, solo cuando ocurren las deformaciones plásticas, es decir que:

$$\frac{\delta \epsilon_p^p}{\delta \epsilon_q^p} = \frac{\partial g / \partial p'}{\partial g / \partial q} = \frac{M^2(2p' - p_0')}{2q} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (2.20)$$

Bajo la suposición de que la superficie de fluencia se expande en forma constante y el tamaño está controlado por el esfuerzo p_0' , entonces la expansión de la superficie de fluencia y el

endurecimiento del suelo están asociados a la compresión de este. La relación lineal entre el volumen específico y el logaritmo del esfuerzo efectivo medio p_0' durante la compresión isotrópica normal del suelo (Figura 2.7(b) y Figura 2.7(c)), está definido por la ecuación (2.21):

$$v = N - \lambda \ln p_0' \quad (2.21)$$

Donde N es una constante que indica la posición de la línea de compresión normal isotrópica en el plano $p':v$. Por tanto, la magnitud del incremento de deformación volumétrica plástica que es una relación de endurecimiento, está dada por la ecuación (2.22):

$$\delta \varepsilon_p^p = [(\lambda - \kappa) / v] \frac{\delta p_0'}{p_0'} \quad (2.22)$$

Las relaciones derivadas de la ley de endurecimiento necesarias para definir finalmente el modelo Cam Clay Modificado son:

$$\frac{\delta p_0'}{\delta \varepsilon_p^p} = \frac{v p_0'}{\lambda - \kappa} \quad (2.23)$$

$$\frac{\delta p_0'}{\delta \varepsilon_q^p} = 0 \quad (2.24)$$

La respuesta elástica de esfuerzo –deformación del suelo en forma matricial, fue definida en la expresión (2.10).

La respuesta plástica de esfuerzo –deformación del suelo, teniendo en cuenta la ecuación de la superficie de fluencia, la función de potencial plástico y las relaciones de endurecimiento, da como resultado la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_p^p \\ \delta \varepsilon_q^p \end{bmatrix} = \frac{\lambda - \kappa}{v p' (M^2 + \eta^2)} \begin{bmatrix} (M^2 - \eta^2) & 2\eta \\ 2\eta & 4\eta^2 / (M^2 - \eta^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

La ecuación (2.25) solo opera cuando se presentan deformaciones plásticas. La matriz es simétrica dada la suposición de flujo asociado.

2.4 TEORIA DE LA VISCOPLASTICIDAD (PERZYNA 1963, 1966)

La teoría de la viscoplasticidad presentada por Perzyna (1963, 1966) presenta una modificación a la teoría clásica de la plasticidad, incorporando la variación del tiempo en la función de fluencia.

En cada material hay una mayor o menor evidencia de la existencia de los efectos viscosos. Por tanto en algunos materiales la influencia de las propiedades viscosas puede ser despreciable, mientras que en otros podrían ser esenciales en la determinación de su comportamiento.

Las propiedades viscosas introducen la dependencia del tiempo en el estado de esfuerzo y deformación, mientras que las propiedades plásticas hacen que éste estado dependa de la trayectoria de esfuerzos, entonces la combinación de ambos efectos, da como resultado la dependencia de la historia de esfuerzos y del tiempo, lo que constituye la teoría de la viscoplasticidad.

Una de las suposiciones de esta teoría, establece que las propiedades viscosas de los materiales se manifiestan solo después de alcanzar el estado plástico y que dichas propiedades no son necesarias en el estado elástico. Así, el incremento de deformación está compuesta por una parte elástica y otra no elástica que representa la combinación de los efectos viscosos y plásticos. Esta suposición facilita la selección de un adecuado criterio de fluencia.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \quad (2.26)$$

Donde los subíndices corresponden a $i=1, 2, 3$ y $j=1, 2, 3$.

La relación del incremento de deformación elástica con la variación de los esfuerzos efectivos σ'_{kl} , está dada por la siguiente expresión, y es considerada independiente del incremento de deformación

$$\varepsilon_{ij}^e = C_{ijkl} \sigma'_{kl} \quad (2.27)$$

Donde C_{ijkl} es un tensor de cuarto orden, con subíndices $k=1, 2, 3$ y $l=1, 2, 3$.

El incremento de deformación inelástica (viscoplástica) está definida la ecuación (2.28).

$$\varepsilon_{ij}^p = \gamma \langle \Phi(f) \rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.28)$$

Donde, γ es un parámetro de fluidez (unidades inversas al tiempo) que representa la velocidad de las deformaciones viscoplásticas, f es la superficie de fluencia y se define como regular y convexa y representa la diferencia entre la superficie de fluencia estática con la superficie de carga dinámica. La función f depende únicamente del estado de esfuerzos es decir, $f(\sigma_{ij}) = f(I_1, I_2, I_3)$, donde I corresponde a los invariantes 1, 2 y 3 del tensor de esfuerzos. La función escalar Φ es función de f y está definida como:

$$\text{Si } \Phi(f) = \begin{cases} 0 & \text{Si } f \leq 0 \\ \Phi(f) & \text{Si } f > 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

CAPITULO 3

MODELO ELASTO VISCOPLÁSTICO EN TRES DIMENSIONES (EVP3D)

El comportamiento esfuerzo-deformación de los suelos puede ser considerado dependiente del tiempo. En algunos suelos como en las arenas se presenta una dependencia menor, incluso despreciable, pero en las arcillas juega un papel importante (Bjerrum 1967, Graham *et al.* 1983).

El desarrollo de la infraestructura día a día va a una mayor velocidad y abarca sitios con condiciones geotécnicas complejas como la presencia de suelos blandos. Es por esta razón que en las últimas décadas se han desarrollado modelos que permiten simular su comportamiento. Los modelos numéricos son desarrollados a partir de la mecánica del medio continuo y se ha demostrado que para obtener buenos resultados, es necesario considerar la dependencia en el tiempo del comportamiento esfuerzo-deformación, razón por la cual se ha convertido esta área en un foco de investigación.

La mayoría de los trabajos de investigación, se ha concentrado en el análisis unidimensional, a partir de pruebas de deformación en odómetro (Bjerrum 1967, Leroueil *et al.* 1985, Yin & Graham 1989, 1994). Yin & Graham (1999) extienden el concepto a tres dimensiones, determinando el comportamiento esfuerzo- deformación dependiente del tiempo de los suelos bajo un estado triaxial y un estado general de esfuerzos.

Algunos de los modelos elasto viscoplásticos como los de Zienkiewicz y Cormeau (1974), Adachi y Oka (1982), Desai y Zhang (1987), se han basado en el marco del modelo de viscoplasticidad de Perzyna (1963, 1966), que divide la velocidad de deformación total en velocidad de deformación elástica y velocidad de deformación viscoplástica o también llamada inelástica, el cual es también la base del modelo EVP3D.

En este trabajo, se presenta el desarrollo propuesto por Yin & Graham (1999), basado también en el modelo Cam Clay modificado propuesto por Burland & Roscoe (1968).

3.1 MODELO ELASTO VISCOPLÁSTICO EN UNA DIMENSIÓN (EVP 1D)

El modelo elasto viscoplástico en una dimensión (EVP1D) propuesto por Yin & Graham (1994, 1996) es la base para el desarrollo del modelo elasto viscoplástico en tres dimensiones (EVP3D). Los conceptos presentados a continuación están definidos en términos del esfuerzo efectivo medio (p') y no en términos del esfuerzo efectivo vertical (σ_v). Es éste el principal cambio con respecto al modelo original definido para la consolidación unidimensional.

El modelo EVP 1D, define tres conceptos fundamentales: línea de tiempo equivalente, línea de tiempo instantánea y línea de tiempo de referencia. Estas líneas de tiempo son representadas en el plano $\varepsilon_v : p'$ y para cada una está asociada una línea de tiempo equivalente (t_e). Esta línea es un parámetro que permite cuantificar el incremento de deformación del suelo (ε). Estos tres conceptos se presentan en la Figura 3.1.

La ecuación (3.2) representa la línea de compresión elasto-plástica, en el modelo Cam Clay Modificado. El término λ/V define la línea de compresión elasto-plástica en especímenes isotrópicamente consolidados en el rango de esfuerzos normalmente consolidados al igual que el modelo Cam Clay Modificado. El parámetro p'_{mo} puede considerarse como el esfuerzo medio de preconsolidación. Los valores de ε_{vm}^{vp} y p'_{mo} determinan donde la línea λ pasa a través de los puntos 1, 2 y (i+1)'' en la Figura 3.1. De esta forma, dicha línea es una referencia para establecer la fluencia del suelo ó para el cálculo del tiempo equivalente.

Para ilustrar el concepto de fluencia, en la Figura 3.1, se induce al suelo un esfuerzo que alcanza la posición i , posteriormente se aplica un incremento en el esfuerzo inicial, de tal forma que alcanza la posición (i+1)'' . Esta carga actúa por un tiempo dado, que la posición (i+1)'' se trasladen al punto (i+1)'. La línea que pasa por el punto (i+1)'' es una línea de tiempo de referencia y la fluencia que sufre el suelo por el desplazamiento del punto (i+1)'' a (i+1)', es un tiempo equivalente t_e igual al tiempo de duración real de la fluencia t .

Con base en lo anterior, se determina la deformación por fluencia del suelo por medio de la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{vm}^{vp} = \frac{\psi}{V} \ln \left(\frac{t_0 + t_e}{t_0} \right) \quad (3.3)$$

Donde ψ/V es una constante del suelo y no un parámetro que varía con la relación de preconsolidación (OCR), t_0 es el tiempo necesario para que el exceso de presión de poro se disipe debido a un incremento de carga. Para la mayoría de los suelos, el tiempo mínimo requerido en una prueba de odómetro convencional es de 24 horas.

Sí al suelo se le aplican cargas isotropas, la primera parte de la compresión volumétrica incluye dos componentes de compresión, la primera determinada como consolidación primaria la cual es debida a la disipación del exceso de presión de poro y a la fluencia del suelo y la segunda a la consolidación secundaria, que es debida solo a la fluencia del suelo. La ecuación (3.3) puede ser utilizada con cierto cuidado para representar la fluencia del suelo después de finalizar la consolidación primaria.

- ✓ Tiempo equivalente. Fue definido por Yin & Graham (1989, 1994) para el comportamiento de fluencia del suelo bajo una prueba convencional de odómetro. Este tiempo equivalente corresponde a la duración de la aplicación de la carga del punto (i+1)'' a (i+1)' por fluencia del suelo bajo una carga constante (Figura 3.1).

Las líneas de tiempo equivalente representadas en la Figura 3.1 son paralelas, por tanto representan líneas de velocidad de deformación viscoplástica constante.

La deformación volumétrica de cualquier punto de la Figura 3.1, bajo un esfuerzo p'_m y para un tiempo equivalente t_e conocido, está definida por la siguiente expresión.

$$\varepsilon_{vm} = \varepsilon_{vm}^{ep} + \varepsilon_{vm}^{vp} = \varepsilon_{vmo}^{ep} + \frac{\lambda}{V} \ln\left(\frac{p'_m}{p'_{mo}}\right) + \frac{\psi}{V} \ln\left(\frac{t_0 + t_e}{t_0}\right) \quad (3.4)$$

Al despejar el valor de t_e de la ecuación (3.4), se obtiene:

$$t_e = -t_0 + t_0 \exp\left[\left(\varepsilon_{vm} - \varepsilon_{vmo}^{ep}\right) \frac{V}{\psi}\right] \left(\frac{p'_m}{p'_{mo}}\right)^{-\frac{\lambda}{\psi}} \quad (3.5)$$

Por otro lado, el incremento de deformación total es la suma del incremento de deformación elástica y el incremento de deformación por fluencia:

$$d\varepsilon_{vm} = d\varepsilon_{vm}^e + d\varepsilon_{vm}^{vp} = \frac{\kappa}{Vp'_m} dp'_m + \frac{\psi/V}{t_0 + t_e} dt \quad (3.6)$$

Reemplazando la ecuación (3.5) en la ecuación (3.6) se obtiene la ecuación general constitutiva del modelo EVP 1D (Yin & Graham, 1994). para un estado de esfuerzo isótropo.

$$\frac{\partial \varepsilon_{vm}}{\partial t} = \frac{\kappa}{Vp'_m} \frac{dp'_m}{dt} + \frac{\psi}{Vt_0} \exp\left[-\left(\varepsilon_{vm} - \varepsilon_{vmo}^{ep}\right) \frac{V}{\psi}\right] \left(\frac{p'_m}{p'_{mo}}\right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \quad (3.7)$$

3.2 MODELO ELASTO VISCOPLASTICO EN TRES DIMENSIONES (EVP3D)

Esta propuesta está basada en los conceptos presentados en el Capítulo 2. La definición de deformaciones propuesta por Bjerrum (1967), la teoría de viscoplasticidad de Perzyna (1963, 1966), el modelo Cam Clay Modificado por Roscoe y Burland (1968), y el modelo elasto viscoplástico unidimensional desarrollado por Yin & Graham (1994). La compilación de las diferentes teorías y conceptos, permiten definir una nueva propuesta para la determinación del incremento de deformación volumétrica y desviadora para suelos blandos normalmente consolidados a ligeramente preconsolidados en el espacio tridimensional.

En el desarrollo del modelo EVP3D, se establece al igual que en el modelo Cam Clay Modificado, que el potencial plástico g es igual a la función de superficie de fluencia f que depende del nivel de esfuerzo y de la historia de endurecimiento del suelo, es decir que:

$$g = f(\sigma'_{ij}, k) = 0 \quad (3.8)$$

El modelo supone la misma superficie propuesta en el modelo Cam Clay Modificado (Roscoe y Burland, 1968) que corresponde a una elipse representada por la ecuación (2.19). Reorganizando términos se obtiene la ecuación (3.9).

$$g = f = p'^2 - p' p'_m + \frac{q^2}{M^2} = 0 \quad (3.9)$$

Donde: p'_m es el esfuerzo efectivo medio isótropo para el cual los esfuerzos cortantes q son iguales a cero, es decir, donde la superficie de fluencia corta el eje p' en el plano $p':q$. En un estado de esfuerzos general, el esfuerzo efectivo medio, $p' = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$ y el esfuerzo desviador generalizado $q = (3/2 S_{ij} S_{ij})^{1/2}$, para un estado de esfuerzo triaxial $p' = (\sigma'_1 + 2\sigma'_3)/3$ y $q = \sigma_1 - \sigma_3$

Las superficies de fluencia pueden expandir o contraer su tamaño dependiendo de la velocidad de deformación y la duración de las pruebas, también se expanden o se contraen por el trabajo plástico de endurecimiento. Estas son consideradas como una frontera entre la región de deformaciones elásticas tiempo-independientes y la región de deformaciones viscoplásticas tiempo-dependientes. En la Figura 3.2 se presenta una superficie de fluencia elíptica como la del modelo Cam Clay Modificado (Roscoe & Burland, 1968) para un estado general de esfuerzos. Los puntos a, b y c son diferentes niveles de esfuerzo y duraciones de la carga.

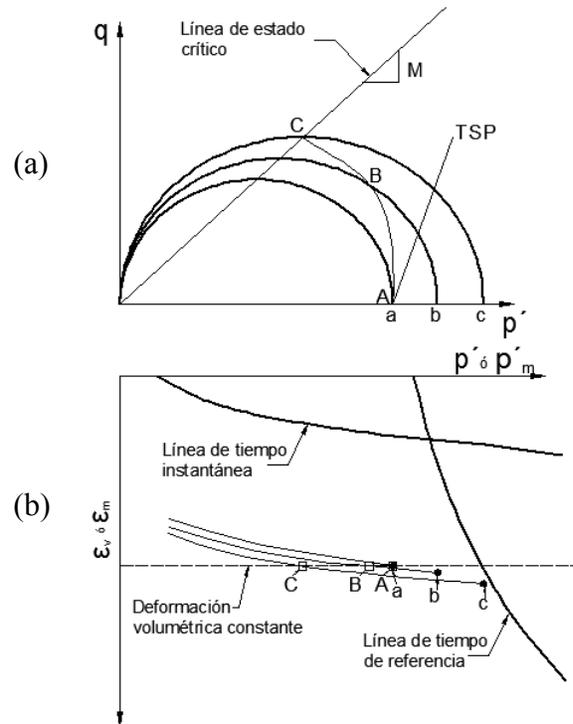


Figura 3.2 (a) Superficie de fluencia en el plano $p':q$. (b) Deformaciones volumétricas en el plano $\epsilon_v \delta p'$

En este modelo, se adopta por simplicidad una función logarítmica para describir el comportamiento por fluencia, al igual que se ha realizado para el análisis de la consolidación secundaria en la práctica geotécnica. Se reconoce que este supuesto es un limitante y no es necesariamente correcto, dado que las deformaciones se aproximan a infinito en un tiempo infinito, pero para la vida de diseño de las obras geotécnicas, es comúnmente aceptable (Yin & Graham, 1999).

Al involucrar la teoría de la viscoplasticidad propuesta por Perzyna (1963, 1966), se establece que la velocidad de deformación viscoplástica ε_{ij}^{vp} es calculada a partir de la regla de flujo, ecuación (3.10).

$$\varepsilon_{ij}^{vp} = \gamma \langle \phi(g) \rangle \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}'} = S \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}'} \quad (3.10)$$

Donde: γ está relacionado al parámetro de fluidez (unidades inversas al tiempo), ϕ es función de g , S es la función de escala y está relacionada a la superficie de fluencia, g es la función de potencial plástico y σ_{ij} corresponde al tensor de esfuerzos.

Existen diferentes aproximaciones para determinar la función S (Zienkiewicz y Corneau 1974, Adachi y Oka 1982, Desai y Zhang 1987, Kutter y Santhialingman 1992, Borja y Kavazanjian 1985). Yin y Graham (1999), proponen una nueva aproximación para definir dicha función y está basada en el modelo unidimensional EVP1D (Yin y Graham, 1994).

Esta nueva aproximación para la función S que describe la magnitud de la velocidad de deformación viscoplástica, se basa en el concepto de línea de tiempo equivalente del modelo EVP 1D (Yin y Graham, 1994). El primer paso consiste en derivar la ecuación general elástico viscoplástica esfuerzo- incremento de esfuerzo- deformación- velocidad de deformación, para el comportamiento esfuerzo-deformación tiempo dependiente bajo un estado de esfuerzos isotropos. Para un estado general de esfuerzos, se establece la función de escala a partir de hipótesis que son similares a las usadas en el modelo Cam Clay Modificado (Roscoe y Burland, 1968).

El modelo Cam Clay Modificado como se mencionó anteriormente, hace parte de los modelos elasto-plásticos volumétricos de endurecimiento, por lo que utilizan varias reglas de endurecimiento para determinar la magnitud de las deformaciones plásticas. Una de ellas, establece que el trabajo plástico es constante en la superficie de fluencia y la deformación de endurecimiento supone también que cierta medida de las deformaciones plásticas son constantes en la superficie de fluencia (Roscoe & Burland, 1968). Apoyados en estas hipótesis, el modelo elasto viscoplástico supone que la velocidad de deformación es constante en la superficie de fluencia, lo que permite derivar la función de escala S en la ecuación (3.10).

Considerando un estado de esfuerzo triaxial, se tiene que las ecuaciones (3.9) y (3.10) pueden expresarse como:

$$\begin{aligned}\varepsilon_v^{vp} &= \frac{\partial g}{\partial p'} = S(2p' - p'_m) \\ \varepsilon_s^{vp} &= \frac{\partial g}{\partial q} = S \frac{2q}{M^2}\end{aligned}\quad (3.11)$$

Donde: ε_v^{vp} es la velocidad de deformación viscoplástica volumétrica y ε_s^{vp} la velocidad de deformación viscoplástica desviadora.

Sí el estado de esfuerzo (p', q) es conocido, de la ecuación (3.9) puede determinarse el esfuerzo efectivo medio isótropo p'_m , ecuación (3.12).

$$p'_m = p' + \frac{q^2}{p' M^2} \quad (3.12)$$

Esta ecuación es una condición de consistencia derivada de la teoría de la viscoplasticidad. Retomando la hipótesis mencionada anteriormente, la velocidad de deformación volumétrica viscoplástica es constante en la superficie de fluencia, por tanto en el plano (p', q) , donde $q > 0$, la velocidad de deformación volumétrica viscoplástica, ε_v^{vp} , es igual a la velocidad de deformación volumétrica bajo una condición de esfuerzo isótropo, ε_{vm}^{vp} ($q=0, p'=p'_m$). De acuerdo a lo anterior se tiene que:

$$\begin{aligned}\varepsilon_v^{vp} &= S(2p' - p'_m) \\ \varepsilon_{vm}^{vp} &= \frac{\psi/V}{t_0} \exp \left[-(\varepsilon_{vm} - \varepsilon_{vm0}^{ep}) \frac{V}{\psi} \right] \left(\frac{p'_m}{p'_{m0}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}}\end{aligned}\quad (3.13)$$

Igualando $\varepsilon_v^{vp} = \varepsilon_{vm}^{vp}$, se determina la función de escala S , ecuación (3.14)

$$S = \frac{\psi/V}{t_0} \exp \left[-(\varepsilon_{vm} - \varepsilon_{vm0}^{ep}) \frac{V}{\psi} \right] \left(\frac{p'_m}{p'_{m0}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \left(\frac{1}{2p' - p'_m} \right) \quad (3.14)$$

Finalmente con base en las ecuaciones (2.26) y (3.11), se establecen las ecuaciones constitutivas para el modelo elasto viscoplástico en tres dimensiones EVP3D y pueden escribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_v &= \frac{1}{K^e} \dot{p}' + S(2p' - p'_m) \\ \dot{\varepsilon}_s &= \frac{1}{3G^e} \dot{q} + S \frac{2q}{M^2}\end{aligned}\quad (3.15)$$

Donde: K^e y G^e son módulos para la componente elástica, que describen un comportamiento elástico no lineal. K^e Depende del esfuerzo efectivo medio p' y G^e dependen a su vez de K^e .

$$K = \frac{P}{(\kappa/V)} \quad (3.16)$$

$$G = 1.5K \frac{(1-2\nu)}{(1+\nu)} \quad (3.17)$$

3.3 ENSAMBLAJE DEL MODELO ELASTO VISCOPLÁSTICO EN TRES DIMENSIONES (EVP3D) Y LA TEORÍA GENERAL DE LA CONSOLIDACIÓN TRIDIMENSIONAL

El ensamblaje del modelo EVP3D con la teoría general de la consolidación tridimensional propuesta por Biot (1940), permite obtener un conjunto de ecuaciones en términos del exceso de presión de poro y de las deformaciones volumétricas y desviadoras, útiles para realizar predicciones en el tiempo del comportamiento general del suelo.

En primer lugar es necesario definir que el esfuerzo efectivo medio p' está determinado como la presión octaédrica representada por la ecuación (3.18):

$$p' = \frac{(\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy} + \sigma'_{zz})}{3} \quad (3.18)$$

De acuerdo con el principio de esfuerzos efectivos en términos del esfuerzo efectivo medio $p' = p - U$ y bajo la hipótesis que el esfuerzo total no varía en el tiempo, $dp/dt = 0$, se puede establecer que la ecuación constitutiva de la elasto viscoplasticidad que relaciona el incremento de deformación volumétrico ε_v , ecuación (3.15) puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = -\frac{1}{K^e} \frac{dU}{dt} + S(2p' - p'_m) \quad (3.19)$$

A partir de la ecuación de continuidad para el proceso de consolidación y de la ley de Darcy, se tiene la siguiente expresión:

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 U = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \quad (3.20)$$

Donde

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

Reemplazando la ecuación (3.19) en la ecuación (3.20), se obtiene:

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 U = -\frac{1}{K^e} \frac{dU}{dt} + S(2p' - p'_m) \quad (3.21)$$

Reorganizando términos en la ecuación (3.21) se obtiene la primera ecuación para el modelo EVP3D.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = K^e * \frac{k}{\gamma_w} * \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) + K^e * S * (2p' - p'_m) \quad (3.22)$$

Esta ecuación constituye la ecuación de consolidación tridimensional de un suelo, la cual toma en cuenta el comportamiento viscoso del suelo a través del término S .

Para resolver el modelo EVP3D es necesario obtener el incremento de deformación volumétrica isótropa ε_{vm} , a partir de la ecuación del modelo EVP 1D, ecuación (3.23) denominada como una ley de evolución.

$$\varepsilon_{vm} = \frac{\kappa}{Vp'} \frac{dp'_m}{dt} + \frac{\psi}{Vt_0} \exp \left[\left(\varepsilon_{vm0}^{ep} + \frac{\lambda}{V} \ln \left(\frac{p'_m}{p'_{m0}} \right) - \varepsilon_{vm} \right) \frac{V}{\psi} \right] \quad (3.23)$$

Las ecuaciones restantes corresponden a las ecuaciones (3.15)

$$\varepsilon_v = \frac{1}{K^e} \frac{dp'}{dt} + \frac{\psi}{Vt_0} \exp \left[\left(\varepsilon_{vm0}^{ep} + \frac{\lambda}{V} \ln \left(\frac{p'_m}{p'_{m0}} \right) - \varepsilon_{vm} \right) \frac{V}{\psi} \right] \quad (3.24)$$

$$\varepsilon_q = \frac{1}{3G^e} \frac{dq}{dt} + \frac{\psi}{Vt_0} \exp \left[-(\varepsilon_{vm} - \varepsilon_{vm0}^{ep}) \frac{V}{\psi} \right] \left[\left(\frac{p'_m}{p'_{m0}} \right)^{\frac{\lambda}{V}} \frac{2q}{M^2 (2p' - p'_m)} \right] \quad (3.25)$$

Finalmente, las ecuaciones (3.22), (3.23), (3.24), y (3.25), corresponden a las ecuaciones constitutivas del ensamblaje del modelo EVP3D y la teoría general de la consolidación tridimensional (Biot, 1940). Estas ecuaciones, se resolverán mediante el esquema de diferencias finitas e incorporadas en el programa FLAC3D.

CAPITULO 4

SOLUCIÓN NUMÉRICA DEL MODELO EVP3D EN EL PROGRAMA FLAC3D

En este capítulo se presenta una descripción general del método de diferencias finitas para obtener soluciones aproximadas a un problema no lineal como es el modelo EVP3D.

Uno de los objetivos de este trabajo es implementar el modelo EVP3D al programa FLAC3D Versión 4.0 (ITASCA, 2009), el cual emplea el esquema de diferencias finitas para la solución de los problemas. Este programa, tiene la ventaja de permitir al usuario incorporar modelos y funciones adicionales por medio del lenguaje de programación FISH. Al incorporar este modelo al programa a través de este lenguaje, se tiene la ventaja de aprovechar las herramientas de generación de mallas tridimensionales y visualización de los resultados entre otros.

4.1 MÉTODOS NUMÉRICOS

Para la solución de los modelos lineales y no lineales que rigen el comportamiento del suelo, es necesario el uso de métodos numéricos, dada la complejidad de las ecuaciones que constituyen los modelos actuales. Estos modelos pueden ser de tipo determinista y pueden basarse en los siguientes métodos:

- Métodos de elementos de frontera
- Métodos de elementos de dominio
- Métodos que combinan los dos anteriores

En el método de elementos de frontera o también denominado como Método de elementos de contorno o de borde, conocido por sus siglas en inglés BEM (Boundary Element Method), se resuelven ecuaciones diferenciales parciales lineales, usualmente en medios homogéneos, modelando únicamente la superficie de los sólidos y las interfaces entre los diferentes materiales en que se subdividen los elementos. El interior de éstos, se representa como un medio continuo.

La ventaja de este método, está centrada en requerir un menor esfuerzo en la formación de la malla de cálculo, la cual es más reducida y por lo tanto los procesos de cálculo son más rápidos. Como limitación, no permite un tratamiento sencillo de problemas donde las propiedades de los materiales no son las mismas en todos los puntos al interior del dominio. (Altarejos, 2009)

El método de elementos de dominio, consiste en discretizar en elementos geométricos de menor tamaño el interior de una región de análisis. Cada elemento está conectado entre sí a otros elementos por nodos ubicados en sus vértices. Las ecuaciones que gobiernan el problema, se plantean con una serie de condiciones de contorno o valores iniciales para las variables de campo en todos los nodos que delimitan los elementos definidos.

En este método, existen a su vez dos métodos de solución, el Método de Elementos Finitos conocido por sus siglas en inglés FEM y el Método de Diferencias Finitas por sus siglas en inglés DFM. Ambos son adecuados para resolver problemas con materiales heterogéneos y no lineales.

En el Método de Elementos Finitos, las variables se resuelven al interior de cada elemento de una forma determinada, utilizando funciones específicas denominadas “funciones de forma” asociadas al tipo de elemento y que proporcionan un sistema de ecuaciones a resolver.

El método de diferencias finitas resuelve en cada nodo los sistemas de ecuaciones diferenciales, que controlan el problema de análisis. Al interior de los elementos las variables a determinar son desconocidas.

Considerando que el método a implementar en el modelo de estudio consiste en este último, se le dará un mayor énfasis posteriormente.

Por otro lado, para resolver el sistema de ecuaciones existen dos esquemas, el implícito y el explícito. El implícito, se basa en el ensamblaje de una matriz para el sistema de ecuaciones lineales que se resuelven a través de algoritmos clásicos como Gauss, Gradiente y Bloques. En el caso de comportamientos no lineales, se utilizan algoritmos como Newton, Newton Raphson, Secante, etc. Este esquema es comúnmente utilizado en el método de Elementos Finitos.

En el esquema explícito, no se forman matrices. Se plantea un cálculo secuencial por pasos. En el paso inicial, partiendo de las fuerzas y tensiones impuestas, se plantean las ecuaciones diferenciales generales del movimiento (Leyes de Newton) a los nodos de la malla de cálculo, lo que se traduce en velocidades y desplazamientos. De acuerdo con las ecuaciones constitutivas, estas velocidades y desplazamientos originan un nuevo estado tenso-deformacional al final del paso. En el siguiente paso, partiendo del estado de tensiones y fuerzas resultante del paso anterior, se vuelve a repetir el proceso, que da como resultado otro estado de tensiones y fuerzas, y así sucesivamente hasta alcanzar un estado estacionario. (Altarejos, 2009).

Los esquemas explícitos son adecuados para resolver problemas no lineales, dado que se resuelven paso a paso las ecuaciones que rigen el comportamiento del suelo en cada nodo de la malla en que se ha discretizado el problema. Este esquema es el más utilizado en el método de las Diferencias Finitas.

- **Método de diferencias finitas**

Es un método de solución de ecuaciones diferenciales explícito, con el cual se pueden obtener soluciones aproximadas de las ecuaciones que gobiernan el fenómeno en estudio en una región determinada de espacio y/o tiempo, sobre la cual se han definido unas condiciones iniciales y unas condiciones de contorno.

En general, la mayoría de las ecuaciones que determinan el comportamiento de los suelos, son complejas de resolver y en pocas ocasiones se pueden obtener soluciones cerradas por medio de métodos analíticos, es por esto que se hace necesario el uso de métodos numéricos.

En el caso de las diferencias finitas, se procede a reemplazar las derivadas en la ecuación diferencial por medio de aproximaciones en diferencias finitas, obtenidas a partir del truncamiento de las series de Taylor. Se obtiene un sistema algebraico extenso de ecuaciones, que reemplazan la ecuación de interés y que pueden ser resueltas mediante el uso de un computador.

La región de análisis se debe discretizar en una serie de elementos sólidos, conectados entre sí por nodos y la ecuación diferencial de interés se debe aproximar a diferencias finitas. Con el número de términos obtenidos más las condiciones iniciales y de frontera del problema, se puede eliminar las derivadas en las ecuaciones de interés obteniéndose así, ecuaciones algebraicas que permiten conocer el valor de la función en cada nodo a partir del valor de la función en los nodos adyacentes. Repitiendo este proceso en cada nodo, se obtiene un sistema de ecuaciones cuya solución conduce a la solución aproximada.

Por medio de las series de Taylor, el valor de la función en un nodo de posición $x + \Delta x$ se puede aproximar a partir del valor de un nodo en la posición x mediante la siguiente expresión:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{f'(x)}{1!} \Delta x + \frac{f''(x)}{2!} (\Delta x)^2 + \dots + \frac{f^n(x)}{n!} (\Delta x)^n \quad (4.1)$$

Ahora, de modo similar para un nodo en la posición $x - \Delta x$ la expresión es:

$$f(x - \Delta x) = f(x) + \frac{f'(x)}{1!} (-\Delta x) + \frac{f''(x)}{2!} (-\Delta x)^2 + \dots + \frac{f^n(x)}{n!} (-\Delta x)^n \quad (4.2)$$

Si por ejemplo, se trunca este desarrollo para la primera derivada y se agrupan el resto de términos en un término de error K , se puede deducir de las expresiones (4.1) y (4.2) la función para la primera derivada:

$$f'(x) = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + K \quad (4.3)$$

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} + K \quad (4.4)$$

$$f'(x) = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} + K \quad (4.5)$$

Las ecuaciones (4.3), (4.4) y (4.5) son conocidas como ecuaciones de aproximación en diferencias hacia delante, hacia atrás y central de la primera derivada, respectivamente.

De forma similar para la segunda derivada se obtiene la ecuación de aproximación en diferencias centradas como se presenta a continuación:

$$f''(x) = \frac{f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} + K \quad (4.6)$$

De igual forma, se extiende el desarrollo en series de Taylor a funciones de varias variables (x , y y z), y en el tiempo t .

Las expresiones anteriores, corresponden a las derivadas parciales, expresadas en términos de diferencias finitas, que serán utilizadas para resolver las ecuaciones, permitiendo establecer el valor de la función para el tiempo $t + \Delta t$ en cada nodo, en función de los nodos vecinos en el tiempo t .

Como parte del desarrollo, se deben establecer las condiciones iniciales del problema, necesarias para resolver el sistema. Se establece en el tiempo $t=0$ los valores de la función incógnita para todos los puntos de la región espacial, cuando se trate de problemas temporales. Adicionalmente se establecen las condiciones de frontera, que permiten conocer en todos los instantes de tiempo el valor de la función incógnita en cada nodo de la frontera.

El primer paso para resolver un problema, consiste en establecer una serie de puntos discretos (malla de puntos) de la región de interés, definidos por coordenadas (x_i, y_j, z_k) de acuerdo al dominio en que se resuelve la función como se presenta en la Figura 4.1 y un subdominio temporal de observación, definido por un Δt de muestreo temporal.

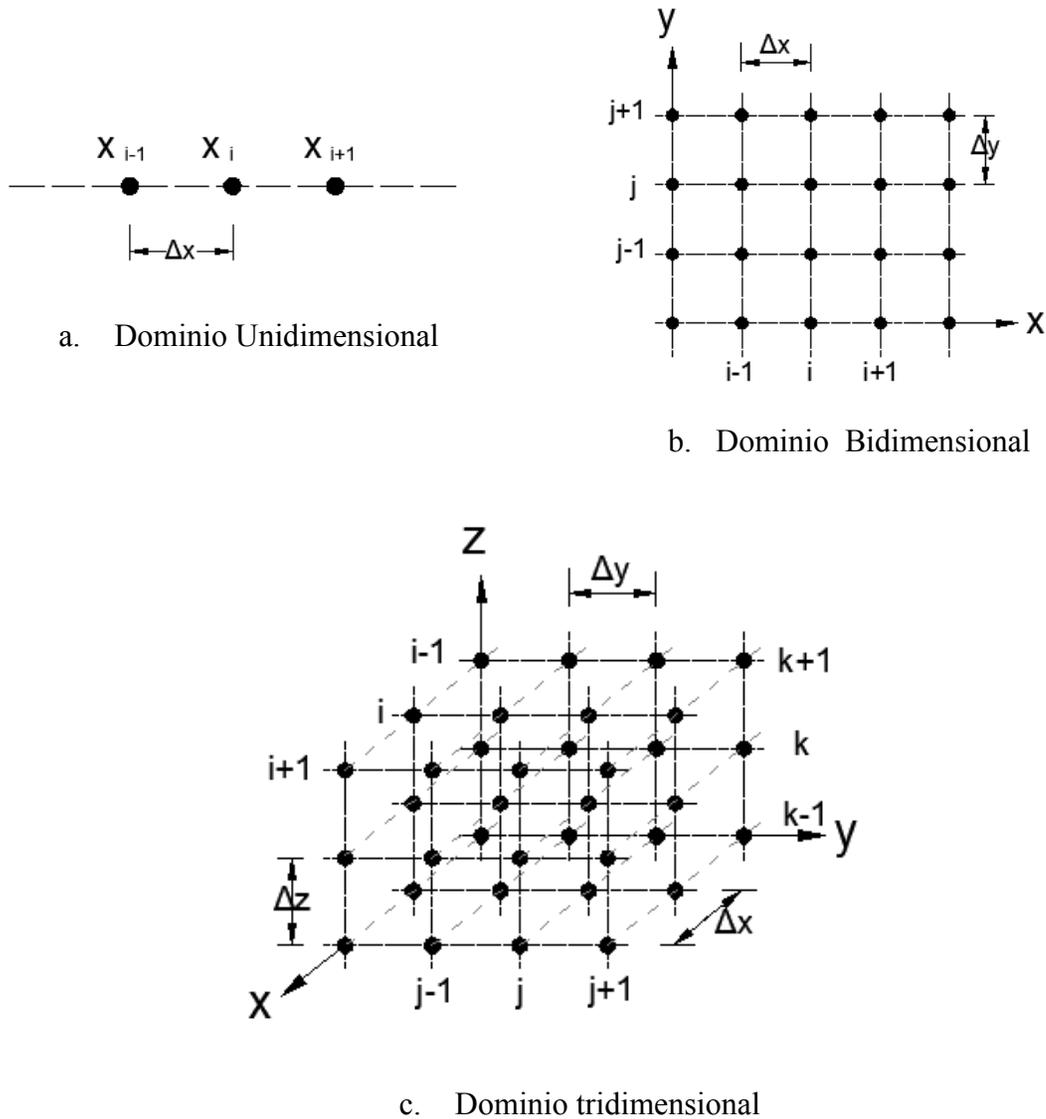


Figura 4.1 Malla de puntos

4.2 PROGRAMA FLAC3D

En este numeral, se hace un resumen de los conceptos incluidos en el manual del programa FLAC3D versión 4.0 (2009) con el objeto de presentar una muestra general del funcionamiento del algoritmo, de sus aplicaciones, del modelo matemático y de la modelación numérica empleada.

FLAC3D (*Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions*), es un programa de diferencias finitas explícitas para estudiar numéricamente, el comportamiento mecánico de un medio continuo tridimensional, que alcanza el equilibrio o un flujo plástico continuo. La

respuesta observada se deriva de un modelo matemático particular y de una implementación numérica específica (FLAC3D, 2009).

FLAC3D permite simular el comportamiento de estructuras de suelo, roca u otros. Los materiales son representados por elementos poliédricos en tres dimensiones, que son ajustados por el usuario a la forma o superficie que se desea modelar. Cada elemento se comporta de acuerdo a una ley de esfuerzo – deformación lineal o no lineal determinada, en respuesta a las fuerzas o restricciones impuestas.

El esquema explícito lagrangiano y la técnica de discretización de las zonas usadas en el programa, garantizan que el colapso plástico y el flujo sean modelados con gran precisión, debido a que no se forman matrices. Grandes cálculos tridimensionales se pueden realizar sin excesivos requisitos de memoria. El inconveniente de la formulación explícita de modelar por ejemplo pequeños pasos de tiempo (time-step) y la determinación de los amortiguamientos requeridos, son superados con el escalado automático de la inercia y el amortiguamiento sin influir en el modo de falla. (FLAC3D, 2009).

El código interno del programa tiene incorporado 13 modelos básicos, ofreciendo una amplia selección para representar diferentes materiales. Estos modelos, se agrupan en modelos nulos, elásticos y plásticos como se especifican a continuación:

- Modelo nulo
- Modelos elásticos:
 - ✓ Isotrópico
 - ✓ Isotrópico transversal
 - ✓ Ortotrópico
- Modelos plásticos:
 - ✓ Drucker – Prager
 - ✓ Mohr – Coulomb
 - ✓ Deformación Endurecimiento/ablandamiento
 - ✓ “Ubiquitous –join”
 - ✓ Deformación Bilineal de endurecimiento/ablandamiento Ubiquitous –join
 - ✓ Doble fluencia
 - ✓ Cam Clay Modificado

- ✓ Cysoil
- ✓ Hoek Brown

Adicionalmente, FLAC3D trae incorporado un lenguaje de programación denominado FISH, que permite al usuario definir nuevas variables y funciones que amplían la utilidad del programa. Se pueden incorporar nuevos modelos constitutivos, permitiendo personalizar el programa de acuerdo a las necesidades del modelo.

- **Modelo matemático utilizado**

El modelo matemático empleado considera como ecuación de equilibrio, la ecuación de movimiento ecuación (4.7). FLAC3D tiene en cuenta el estado de esfuerzo y la deformación del medio cerca al estado de equilibrio y los términos inerciales son tomados como la media, por lo que alcanza el estado de equilibrio de una manera numérica estable.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i = \rho \frac{dv_i}{dt} \quad (4.7)$$

Donde ρ es la masa por unidad de volumen del medio, b son las fuerzas de cuerpo por unidad de masa, dv_i/dt es la derivada de la velocidad, σ_{ij} es el tensor de esfuerzos.

Las condiciones de frontera y las condiciones iniciales deben ser impuestas por el usuario para garantizar la solución y convergencia del modelo.

Finalmente el programa parte de la ecuación del movimiento y del tensor de velocidad de deformación, en términos de la velocidad del medio, proporcionando un conjunto de 9 ecuaciones para la solución de 15 incógnitas. Las ecuaciones adicionales son provistas por la ecuación constitutiva que rige el comportamiento del material en consideración. Estas relaciones, están dadas de forma general como se indica a continuación:

$$[\dot{\sigma}] = H_{ij}(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}, \kappa) \quad (4.8)$$

Donde $[\dot{\sigma}]$ es el tensor rotacional de velocidad de los esfuerzos, H es una función dada y κ es un parámetro relacionado con la historia de carga

- Formulación numérica: La solución numérica de FLAC3D, se caracteriza por las siguientes aproximaciones:
 - ✓ Aproximación por diferencias finitas
 - ✓ Aproximación del modelo discreto
 - ✓ Aproximación a la solución dinámica

Las leyes del movimiento para el continuo, son transformadas en forma discreta en los nodos. El sistema resultante de ecuaciones diferenciales ordinarias, se resuelve numéricamente utilizando el esquema de diferencias finitas explícitas en el tiempo.

Para definir la variación de las velocidades de deformación y los correspondientes intervalos espaciales, el medio es discretizado en elementos tetraédricos con igual velocidad de deformación (Figura 4.2), donde sus vértices coinciden con la malla.

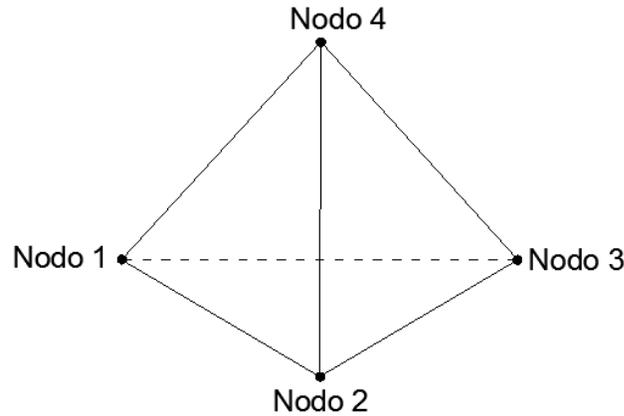


Figura 4.2 Tetraedro (ICG, 2009)

A partir del teorema de divergencia de Gauss, se hallan para cada tetraedro las componentes del tensor de velocidad de deformación en términos de las velocidades del medio, asumiéndolas lineales para cada tetraedro, Ecuación (4.9).

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{1}{6V} \sum_{l=1}^4 (v_i^l n_j^{(l)} + v_j^l n_i^{(l)}) S^{(l)} \quad (4.9)$$

Donde v es la velocidad del medio, n es el vector normal de cada cara.

Las derivadas en el tiempo son resueltas a partir de la primera ley de Newton en cada nodo como se indica a continuación:

$$F^{(l)} = M^{(l)} \left(\frac{dv_i}{dt} \right)^{(l)} \quad l = 1, n_n \quad (4.10)$$

Donde n_n es el número total de nodos y $M^{(l)}$ es la masa nodal. Esta fuerza es igual a cero, cuando se alcanza el equilibrio.

Utilizando la ecuación anterior y el esquema explícito de diferencias finitas centradas, se expresa en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias la expresión para determinar la velocidad nodal, ecuación (4.11). Esta velocidad varía linealmente en el intervalo de tiempo.

$$v^{(l)}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = v_i^{(l)}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{\Delta t}{M^{(l)}} F^{(l)}\left(t, \left\{v_i^{(1)}, v_i^{(2)}, \dots, v_i^{(p)}\right\}^{(l)}, k\right) \quad (4.11)$$

La relación para determinar los desplazamientos nodales, está dada por:

$$u_i^{(l)}(t + \Delta t) = u_i^{(l)}(t) + \Delta t v_i^{(l)}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) \quad (4.12)$$

$$\text{Con } u_i^{(l)}(0) = 0$$

4.3 SOLUCIÓN POR EL MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS DEL MODELO EVP3D

Las ecuaciones del modelo EVP3D presentadas en el capítulo 3, corresponden a ecuaciones diferenciales parciales de primer y segundo orden, donde las variaciones espaciales (x, y, z) están relacionadas a variaciones en el tiempo (t).

Para determinar la variación del exceso de presión de poro y las deformaciones del suelo con el modelo EVP3D, se deben resolver simultáneamente las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = K^e * \frac{k}{\gamma_w} * \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) + K^e * S * (2p' - p'_m) \quad (4.13)$$

Donde,

$$S = \frac{\psi}{Vt_0} \exp \left[-(\varepsilon_{vm} - \varepsilon_{vm0}) * \frac{V}{\psi} \right] \left[\left(\frac{p'_m}{p'_{mo}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \frac{1}{2p' - p'_m} \right] \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \frac{1}{K^e} \frac{dp'}{dt} + \frac{\psi}{Vt_0} \exp \left[\left(\varepsilon_{vmo} + \frac{\lambda}{V} \ln \left(\frac{p'_m}{p'_{mo}} \right) - \varepsilon_{vm} \right) \frac{V}{\psi} \right] \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_q}{\partial t} = \frac{1}{3G^e} \frac{dq}{dt} + \frac{\psi}{Vt_0} \exp \left[-(\varepsilon_{vm} - \varepsilon_{vm0}) \frac{V}{\psi} \right] \left[\left(\frac{p'_m}{p'_{mo}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \frac{2q}{M^2 (2p' - p'_m)} \right] \quad (4.16)$$

Para la solución de las ecuaciones (4.13), (4.15) y (4.16) se utiliza el esquema de diferencias finitas centradas, presentada anteriormente para la primera y segunda derivada.

Con el fin de entender mejor la nomenclatura utilizada en las ecuaciones resultantes al aplicar el método de diferencias finitas, se presenta a continuación una descripción de la representación de las variables:

$$A_{i,j,k}^n \quad (4.17)$$

Donde: A es la variable de interés, n representa el paso del tiempo, i el paso en el eje x , j el paso en el eje y , k el paso en el eje z .

Este método corresponde a uno explícito y es necesario garantizar la convergencia y estabilidad del mismo. La condición que relaciona la variación espacial en el tiempo es conocida como la condición de Courant–Friedrichs–Lewy y define un valor crítico. Por tanto para obtener la solución numérica de la ecuación diferencial de segundo orden gobernado por el fenómeno de consolidación, es necesario garantizar que se cumpla la siguiente condición:

$$C = \frac{C_v \Delta t}{(\Delta espacial)^2} \leq 0.5$$

Donde C_v es el coeficiente de consolidación (L^2/T), Δt paso en el tiempo (T) y $\Delta espacial$ corresponde a la menor dimensión de la malla en las tres dimensiones espaciales ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$). Bajo el cumplimiento de esta condición, se deberán determinar los pasos espaciales y temporales con el fin de garantizar la convergencia del método explícito (Wood, 2004).

Para la solución final de las ecuaciones constitutivas del modelo EVP3D, en primer lugar se debe resolver la ecuación (4.13) utilizando los siguientes esquemas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &= \frac{U_{i,j,k}^{n+1} - U_{i,j,k}^n}{\Delta t} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= \frac{U_{i+1,j,k}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} &= \frac{U_{i,j+1,k}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &= \frac{U_{i,j,k+1}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Reemplazando las ecuaciones (4.18) en la ecuación (4.13) y despejando $U_{i,j,k}^{n+1}$, se obtiene:

$$U_{i,j,k}^{n+1} = \Delta t * S * K^e * (2p'_{i,j,k} - (p'_m)_{i,j,k}^n) + K^e * \frac{k}{\gamma_w} * \Delta t * [A + B + C] + U_{i,j,k}^n \quad (4.19)$$

$$A = \frac{U_{i+1,j,k}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2}$$

$$B = \frac{U_{i,j+1,k}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2}$$

$$C = \frac{U_{i,j,k+1}^n - 2U_{i,j,k}^n + U_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2}$$

La función S, definida a partir de la ecuación (4.14), depende de la deformación volumétrica bajo un esfuerzo isotrópico ε_{vm} . Esta es determinada a partir de la relación general del modelo EVP1D mencionada en el capítulo 3, ecuación (3.7) que varía en el tiempo y depende del cambio en el esfuerzo isotrópico p'_m y que es considerada como una condición de consistencia definida en el marco de la viscoplasticidad. Para la obtención de esta deformación se deberá resolver dicha ecuación, teniendo en cuenta los siguientes esquemas.

$$\frac{\partial \varepsilon_{vm}}{\partial t} = \frac{(\varepsilon_{vm})_{i,j,k}^{n+1} - (\varepsilon_{vm})_{i,j,k}^n}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial p'_m}{\partial t} = \frac{(p'_m)_{i,j,k}^{n+1} - (p'_m)_{i,j,k}^n}{\Delta t}$$
(4.20)

Reemplazando (4.20) en la ecuación (3.7), se obtiene:

$$(\varepsilon_{vm})_{i,j,k}^{n+1} = \Delta t \left[\frac{\kappa}{V p'_m} \frac{(p'_m)_{i,j,k}^{n+1} - (p'_m)_{i,j,k}^n}{\Delta t} \right] + \Delta t \left\{ \frac{\psi}{V t_0} \exp \left[- \left((\varepsilon_{vm})_{i,j,k}^n - \varepsilon_{vm0}^{ep} \right) \frac{V}{\psi} \right] \left(\frac{(p'_m)_{i,j,k}^n}{p'_{mo}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \right\} + (\varepsilon_{vm})_{i,j,k}^n$$
(4.21)

Donde:

$$(p'_m)_{i,j,k}^{n+1} = p'_{i,j,k}{}^{n+1} + \frac{q_{i,j,k}^{n+1}}{p'_{i,j,k}{}^{n+1} M^2}$$

$$p'_{i,j,k}{}^{n+1} = p'_{i,j,k}{}^n + \Delta u$$

Para la determinación de la deformación volumétrica bajo cualquier estado de esfuerzos, se resuelve la ecuación (4.15) de forma similar que la ecuación (3.7).

$$(\varepsilon_v)_{i,j,k}^{n+1} = \Delta t \left[\frac{\kappa}{V(p'_m)_{i,j,k}^n} \frac{(p')_{i,j,k}^{n+1} - (p)_{i,j,k}^n}{\Delta t} \right] + \Delta t \left\{ \frac{\psi}{Vt_0} \exp \left[- \left((\varepsilon_{vm})_{i,j,k}^n - \varepsilon_{vm0}^{ep} \right) \frac{V}{\psi} \right] \left(\frac{(p'_m)_{i,j,k}^n}{p'_{mo}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \right\} + (\varepsilon_v)_{i,j,k}^n \quad (4.22)$$

La tercera ecuación de este modelo (4.16), determina la deformación por el esfuerzo desviador, que varía en el tiempo por el cambio en el esfuerzo efectivo medio únicamente, dado que el esfuerzo desviador q , no depende de la variación de los esfuerzos efectivos, de tal forma que la expresión (4.16) en términos del esquema de diferencias finitas queda expresada de la siguiente forma:

$$(\varepsilon_q)_{i,j,k}^{n+1} = \Delta t \frac{1}{3G^e} q + \Delta t \left\{ \frac{\psi}{Vt_0} \exp \left[- \left((\varepsilon_{vm})_{i,j,k}^n - \varepsilon_{vm0}^{ep} \right) \frac{V}{\psi} \right] \left(\frac{(p'_m)_{i,j,k}^n}{p'_{mo}} \right)^{\frac{\lambda}{\psi}} \frac{2q}{M^2 (2(p')_{i,j,k}^n - (p'_m)_{i,j,k}^n)} \right\} + (\varepsilon_q)_{i,j,k}^n \quad (4.23)$$

4.4 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO EVP3D AL PROGRAMA FLAC3D

El programa FLAC3D como se mencionó anteriormente, permite incorporar nuevas variables, funciones y modelos constitutivos, convirtiéndose así en un programa versátil y con facilidades para el usuario. Es por esto, que el modelo EVP3D se incorporó a dicho programa, aprovechando los cálculos intrínsecos que adelanta y que sirven como enlace para la solución por medio de la metodología desarrollada.

FISH es un lenguaje de programación incorporado en FLAC3D, funciona como un compilador. Los archivos de datos de FISH incorporados vía FLAC3D, son traducidos a una lista de instrucciones de bajo nivel almacenadas en la memoria de FLAC3D, haciendo más rápida la ejecución del programa.

En este segmento, se describirá la estructura del código creado en lenguaje FISH, que básicamente presenta dos grandes módulos, el primero establece la vecindad a cada uno de los nodos y el segundo resuelve las ecuaciones constitutivas del modelo.

El código fue creado para resolver el caso que se presenta en el capítulo 5. No obstante está diseñado en una forma versátil, estructurada y lógica de tal forma que puede aplicarse a cualquier otro caso de estudio.

4.4.1 Descripción programa en FISH

El programa creado en FISH, está diseñado para trabajar con los 5 elementos básicos que contiene FLAC para la generación de mallas. Los elementos y el orden de numeración de sus nodos y de caras, se presentan en la Figura 4.3.

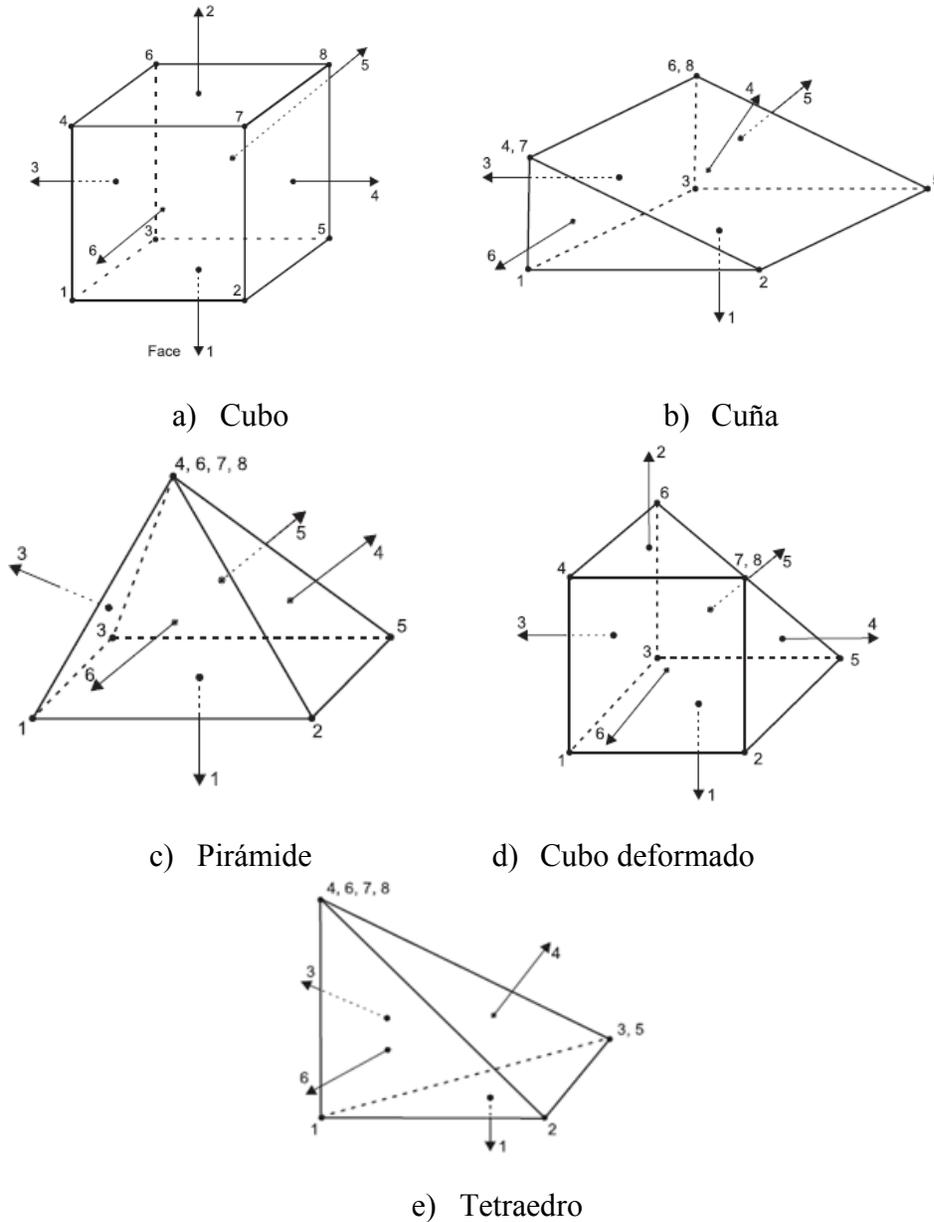


Figura 4.3 Elementos básicos para la generación de mallas en FLAC3D (ICG, 2009)

4.4.2 Código para el programa EVP3D

Como se mencionó anteriormente, el código construido es ejecutado en FLAC3D, con el propósito de aprovechar las herramientas numéricas y la lógica del programa, los cálculos de los modelos que trae incorporados y las herramientas de visualización de los resultados. El código completo se presenta en el Anexo 1 y una descripción general del algoritmo se presenta a continuación:

✓ Geometría.

En primer lugar, el modelo se debe crear con la lógica de generación de mallas del programa FLAC3D, garantizando que la geometría del modelo sea continua y con relaciones de aspecto adecuadas de los elementos que la constituyen, con el fin de facilitar la convergencia, estabilidad, precisión y rapidez en el cálculo. Se deben asignar las propiedades de los materiales involucrados, definir la posición del nivel freático ó la presión de poro en un punto y establecer adecuadamente las condiciones iniciales y las fronteras del modelo.

✓ Incremento de carga

Con el objetivo de conocer la distribución de esfuerzos en el suelo debido al incremento de carga en superficie, se asigna un modelo elástico o el que mejor considere el usuario para la determinación de dicha distribución, de acuerdo a su experiencia y la cantidad y calidad de la información disponible.

Se debe realizar el equilibrio inicial del modelo, con el fin de establecer las condiciones geostáticas (estado de esfuerzos) e hidrostáticas (presión de poro), se aplica la carga en superficie y se realiza nuevamente el equilibrio para determinar el nuevo estado de esfuerzos generado por el incremento de carga.

✓ Módulo Constantes

En este módulo el usuario introduce los parámetros necesarios para ejecutar el modelo EVP3D detallados en el ítem 4.4.2.1, fronteras drenantes y espaciamientos de la malla.

✓ Modulo Vecindad

En este módulo, se determinan y almacenan las direcciones de los nodos vecinos a cada nodo de interés en la memoria de la máquina.

✓ Módulo Modelo EVP

Se ejecuta el modelo EVP y se almacenan los resultados para los tiempos de interés.

A continuación, en la Figura 4.4 se presenta el diagrama de flujo general del programa.

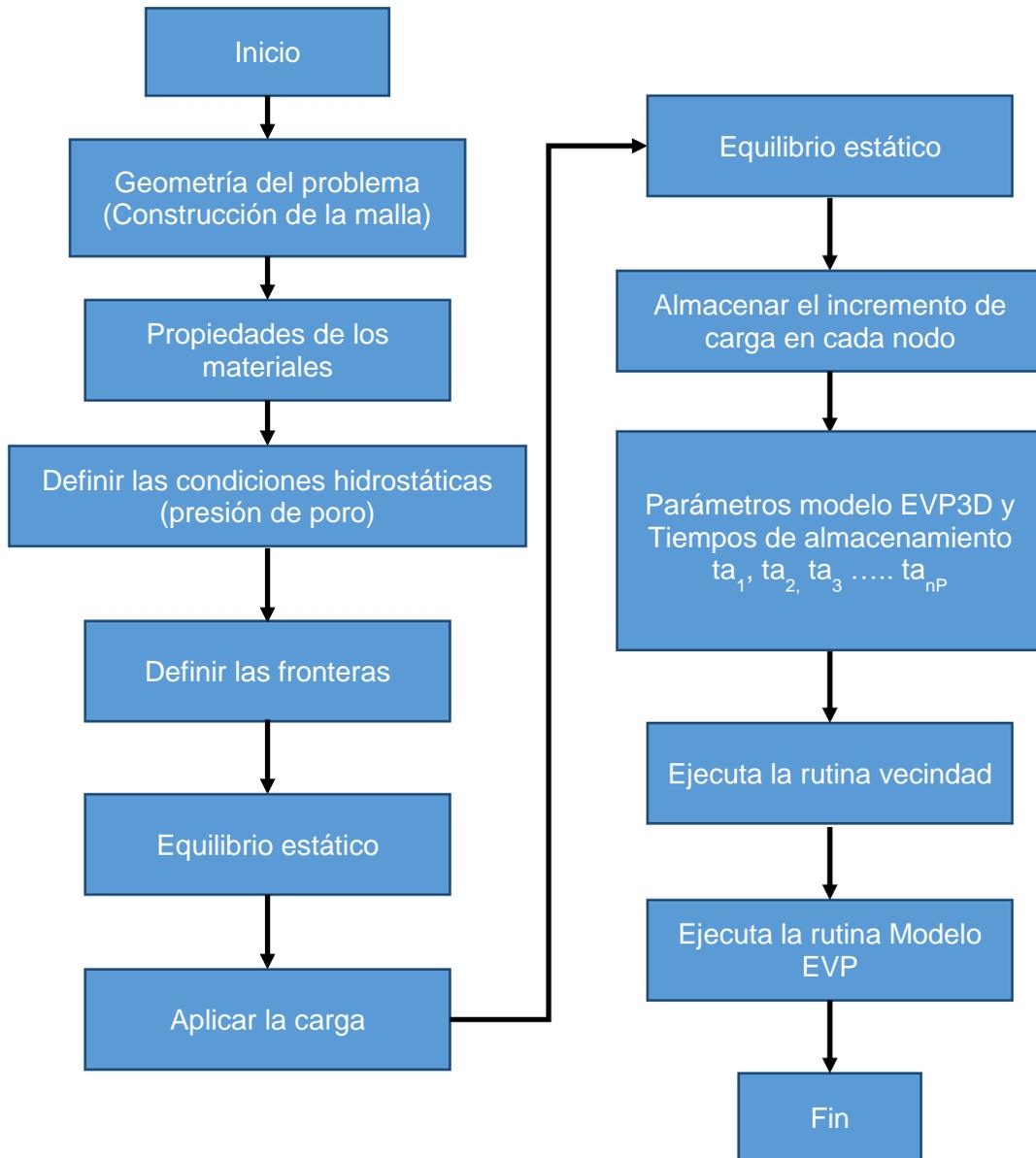


Figura 4.4 Diagrama de flujo general del programa

4.4.2.1 Módulo constantes

Los parámetros necesarios para el cálculo del modelo EVP3D son los que se mencionan a continuación y se denotan de acuerdo como son llamados en el programa:

- **Índice de recompresión (Cr).** Corresponde a la pendiente del tramo de recompresión de la curva de compresibilidad.

- **Índice de compresión (Cc).** Corresponde a la pendiente del tramo virgen de la curva de compresibilidad.
- **Índice de compresión secundaria (Cae).** Corresponde a la pendiente del tramo de consolidación secundaria.
- **Relación de vacíos inicial (e_0).**
- **Deformación volumétrica inicial (evm_0).**
- **Esfuerzo isotrópico inicial (pm_0)**
- **Coefficiente de permeabilidad (k_p)**
- **Pendiente de la línea de estado crítico ($M_{camclay}$)**
- **Coefficiente de Poisson (poisson)**
- **Relación de preconsolidación (OCR)**

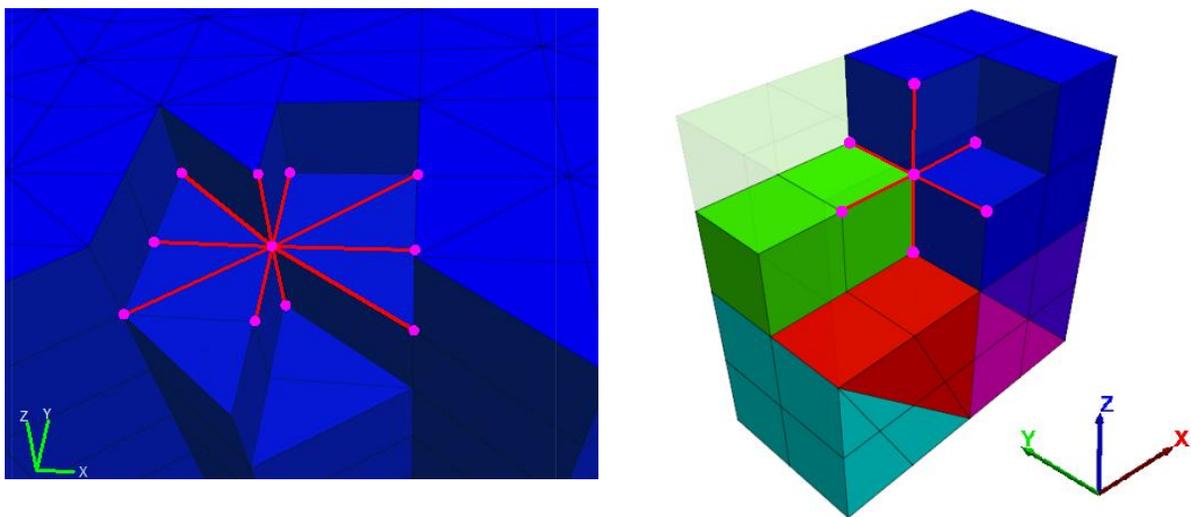
4.4.2.2 Módulo Vecindad

En este módulo se presenta el algoritmo para determinar la vecindad de cada nodo, necesario para la solución de las ecuaciones constitutivas por el método de diferencias finitas.

Para los nodos que conforman la malla, se establece cada uno de los elementos que están conectados a este. Se define el conjunto de nodos que hacen parte de la vecindad al nodo de interés, dependiendo del tipo de elemento que está conectado y de la localización espacial del nodo (nodo central, frontera o de borde).

Para aplicar el modelo matemático planteado, se requiere definir para cada nodo los 6 nodos vecinos (en el caso tridimensional), dos en cada eje. Es por esto, que es necesario convertir mallas irregulares (más de 6 vecinos conectados a un nodo en el caso tridimensional), en mallas regulares (6 nodos vecinos conectados a un nodo en el caso tridimensional), que conserven un espaciamiento regular en todas las direcciones. Para este fin, se utilizó el método de interpolación de distancia inversa ponderada (IDW) desarrollado por U.S National Weather Service (1972) y que se describe al final de este capítulo.

En la Figura 4.5 se presenta en el esquema, a) una malla irregular, donde para un nodo central se resaltan los nodos vecinos, notándose que existen más de 6, y en el esquema b) se presenta una malla regular donde se resaltan los vecinos para un nodo central. A partir de la malla irregular, se calculan las posiciones de vecinos virtuales regulares y los valores de sus parámetros con la interpolación antes mencionada. Después de realizar los cálculos necesarios, se puede a través de la misma interpolación, asignar valores a los nodos que componen la malla irregular, con lo cual se convierte una malla irregular a una regular que cumple con las características de cálculo del algoritmo desarrollado.



a) Malla irregular. Nodo central (>6 vecinos)

b) Malla regular. Nodo central (6 vecinos)

Figura 4.5 Mallas regulares e irregulares

La estructura de FLAC3D organiza los elementos y los nodos en listas con la numeración asignada durante la construcción de la malla y es almacenada en un puntero diferente para cada uno, es decir, un puntero para las zonas y un puntero para los nodos. La mayoría de las funciones, tanto para elementos como para nodos están relacionadas con punteros, que son los lugares de almacenamiento en la memoria de la computadora de los datos asociados a cada tipo.

Para el almacenamiento de la información, FISH permite crear tablas almacenadas en la memoria física del computador. Este procedimiento puede conllevar a que se genere una restricción en cuanto a la capacidad de memoria del computador, con que se esté evaluando los problemas.

Bajo la premisa de que el modelo será aplicable a suelos estratificados, es necesario realizar una primera búsqueda de los elementos que hacen parte del grupo que corresponde a los estratos donde se aplicará el modelo EVP3D y que se almacenarán en tablas. Con las tablas del almacenamiento de la información seleccionada, se genera una optimización del tiempo de ejecución del modelo, considerando que no tendrá que hacer el barrido a las listas completas de nodos y elementos generadas internamente por el programa.

La solución por diferencias finitas es realizada en cada nodo, por tal razón, las tablas almacenan los nodos que conforman el grupo de interés. Sin embargo para identificar la vecindad del nodo, es necesario determinar el tipo de elemento que se conectan a este, pudiendo determinar la cantidad de vecinos y su identificación y finalmente son almacenados en la tabla denominada “vec_fin_lim”. En la Figura 4.6 se presenta el diagrama de flujo de la rutina vecindad.

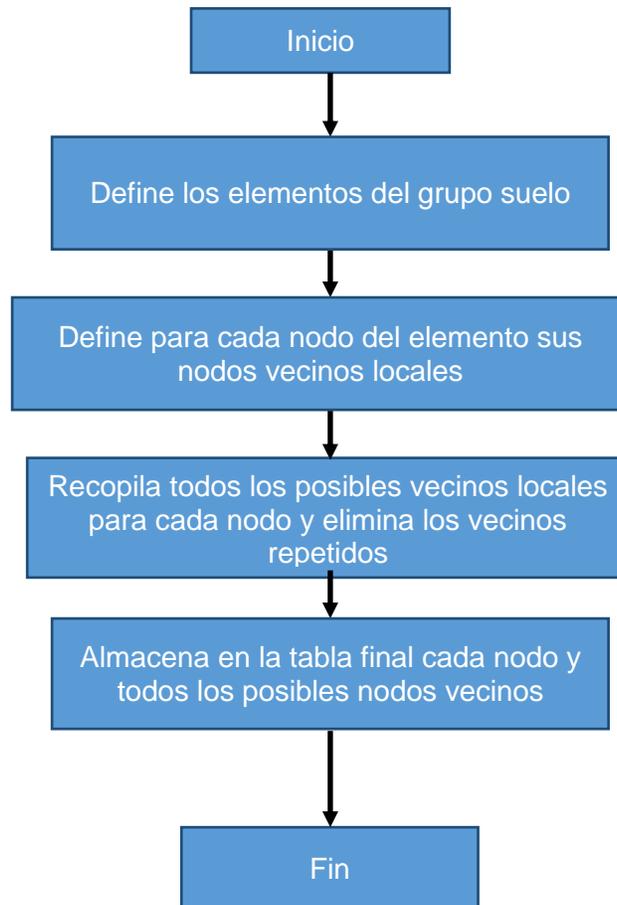


Figura 4.6 Diagrama de flujo de la rutina vecindad

4.4.2.3 Módulo modelo EVP

Este módulo corresponde al algoritmo que permite resolver el modelo EVP3D. Está estructurado con la secuencia que se describe a continuación, definiendo condiciones iniciales y procesos de iteración en el tiempo.

- ✓ Condiciones iniciales

Este módulo establece las condiciones iniciales. Para el cálculo del esfuerzo efectivo medio p' y el esfuerzo desviador q , se realiza un promedio aritmético de los esfuerzos de cada uno de los elementos conectados al nodo y son almacenados en la tabla "esf_efec".

Las deformaciones volumétricas iniciales son calculadas y almacenadas en la tabla "D_volum".

El exceso de presión de poro inicial para cada uno de los nodos de interés es calculado con base en el incremento de carga, que al igual que el estado de esfuerzo inicial, es determinado

para cada nodo como un promedio aritmético del incremento en cada elemento conectado al nodo de interés y se almacena en la tabla “Pres_poro”.

- ✓ Proceso iterativo del modelo EVP3D en el tiempo.

En este paso se busca resolver las ecuaciones constitutivas del modelo EVP3D. En primer lugar se realiza la interpolación de distancia inversa ponderada IDW para encontrar los valores del exceso de presión de poro para los 6 nodos virtuales y almacenar los valores en la tabla “tab_pos_rel”. Esta tabla se actualizará en cada paso. Posterior a esta interpolación, el código definirá que tipo de nodo está resolviendo, si es frontera (borde, esquina, frontera interior) ó si es nodo central. Dependiendo de esta clasificación resolverá las ecuaciones constitutivas; exceso de presión de poro, actualización del nuevo estado de esfuerzos y finalmente la deformación volumétrica y cortante.

Al terminar de resolver las ecuaciones, definirá si el paso que está ejecutando corresponde a uno de almacenamiento indicado previamente por el usuario, de no serlo continúa con el paso siguiente y se repite nuevamente el ciclo. El diagrama de flujo para esta rutina se presenta en la Figura 4.7.

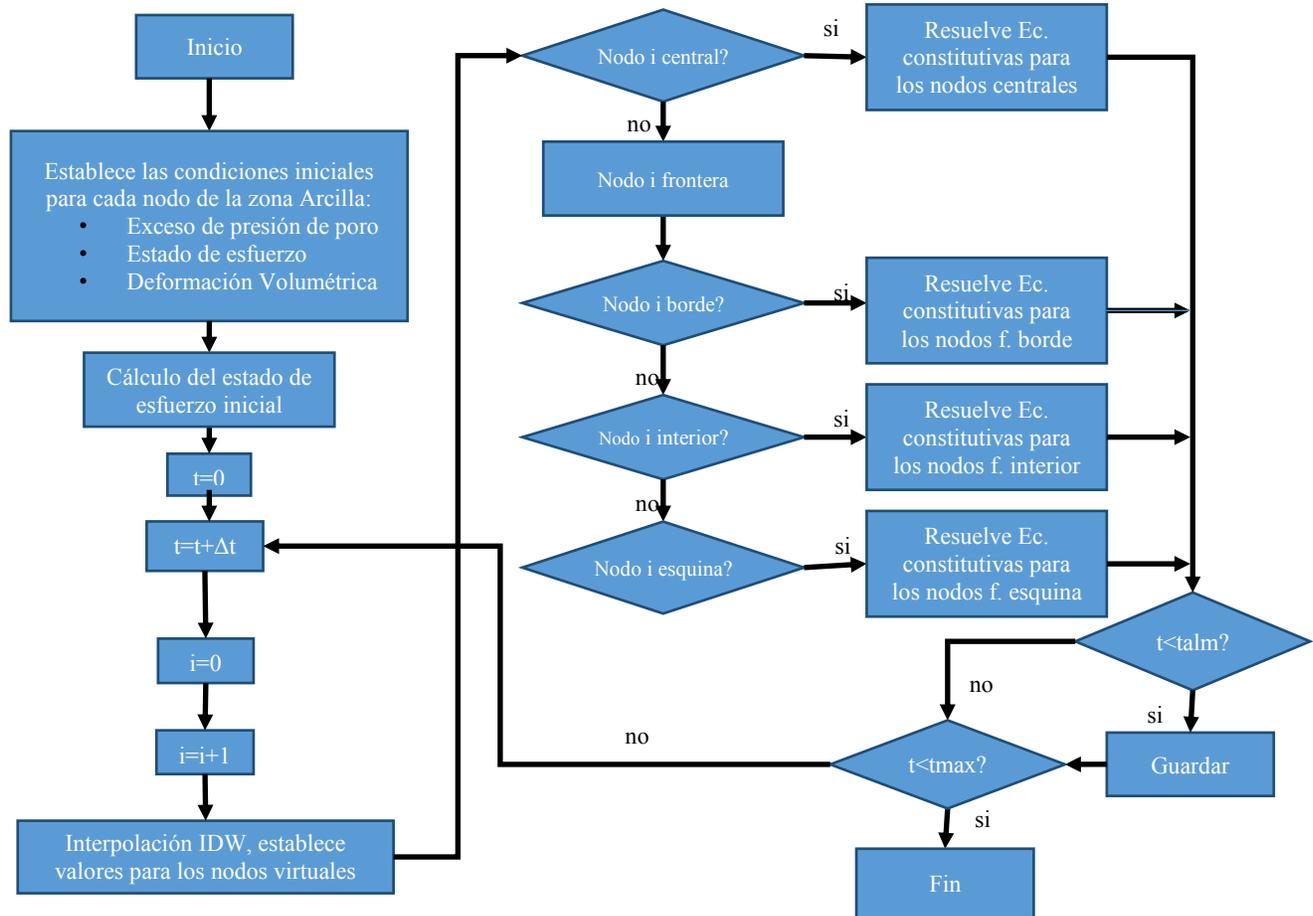


Figura 4.7 Diagrama de flujo de la rutina modelo EVP

El código de programación está planteado para resolver problemas tridimensionales. La solución de las ecuaciones diferenciales fue programada para elementos cúbicos (6 nodos vecinos), aunque también es aplicable a problemas bidimensionales.

La diferencia entre un problema tridimensional y bidimensional radica en el cálculo de los invariantes del tensor de esfuerzos con los cuales se determinan los esfuerzos efectivos medios y desviador (p y q) y los invariantes del tensor deformación.

Es importante tener en cuenta que el ejemplo de aplicación para validar este modelo es un problema bidimensional, por lo que el código está completamente detallado para este caso. En el caso de realizar un análisis tridimensional, será necesario realizar ajustes en las condiciones de frontera que involucren la tercera dimensión

4.4.3 Interpolación mediante distancia inversa ponderada (IDW)

El esquema de diferencias finitas centradas, plantea la solución del problema en mallas rectangulares. La vecindad de cada nodo central está formado por 6 vecinos ($U_{i+1,j,k}$, $U_{i-1,j,k}$, $U_{i,j+1,k}$, $U_{i,j-1,k}$, $U_{i,j,k+1}$, $U_{i,j,k-1}$), dos por cada eje, y el paso en cada dirección debe ser igual. En la Figura 4.8, se presentan dos esquemas de la malla regular. En la primera se exhiben los nodos vecinos a un nodo en particular, y en la segunda varios elementos conectados a un nodo particular.

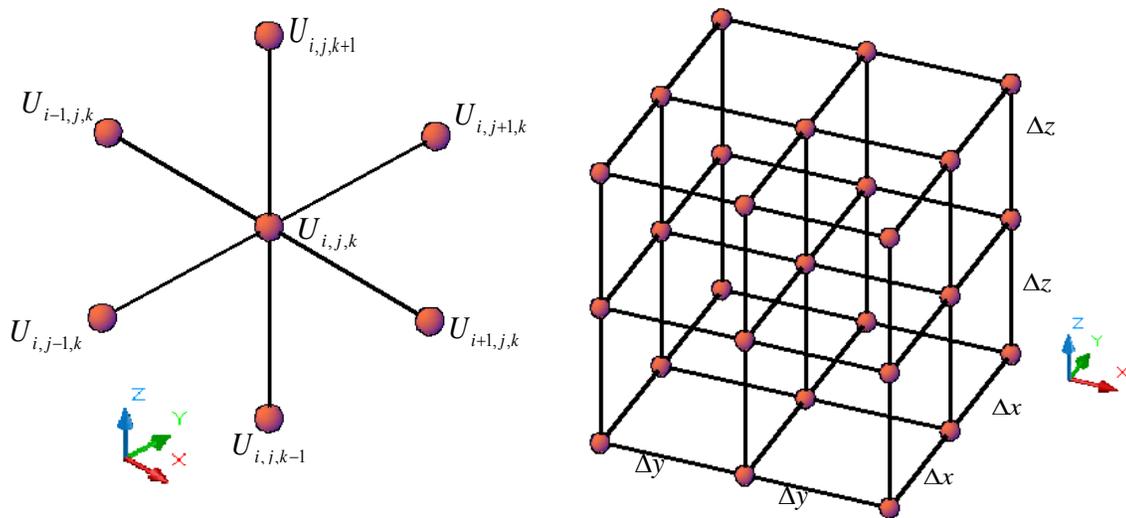


Figura 4.8 Malla regular para solución por diferencias finitas. Caso tridimensional.

De acuerdo con esta restricción en la solución empleada, se hizo necesario implementar un mecanismo para simplificar una malla irregular, no rectangular como la indicada en la Figura 4.5, en una malla regular, rectangular. Para este fin se utilizó el método de interpolación mediante distancia inversa ponderada.

Este método fue desarrollado por U.S National Weather Service en 1972 y está clasificado como un método determinista para interpolación multivariante de un conjunto disperso de datos conocidos. Su hipótesis principal es que todo punto del continuo está relacionado con el conjunto de todo lo demás, pero están más relacionadas los valores de los puntos cercanos que de los más distantes.

La idea general del método está basada en la suposición de que el valor de la variable en un punto no muestreado, es la media ponderada de los valores conocidos en su vecindad (Lu & Wong, 2008). Esto implica la asignación de valores a puntos desconocidos mediante el uso de valores de un conjunto disperso de puntos conocidos. El valor en el punto desconocido es una suma ponderada de los valores de n puntos conocidos.

Las ecuaciones para la interpolación mediante distancia inversa ponderada (IDW) son las siguientes:

$$U_p = \sum_{i=1}^n w_i U_i \quad (4.24)$$

$$w_i = \frac{d_i^{-\alpha}}{\sum_{i=1}^n d_i^{-\alpha}} \quad (4.25)$$

Donde U_p es el punto donde se desconoce el valor, U_i es el valor de los puntos conocidos, n es la cantidad de datos, d_i es la distancia del punto desconocido a cada uno de los puntos conocidos y α es un parámetro de control. De acuerdo con la literatura este valor puede ser $\alpha = 2$.

En la Figura 4.9, se presenta un esquema gráfico del método de interpolación IDW. Para cada nodo desconocido o también llamado virtual, se establece su valor a partir de la nube de nodos conocidos. De esta forma se obtiene una malla regular, que puede resolverse con el método de diferencias finitas centradas.

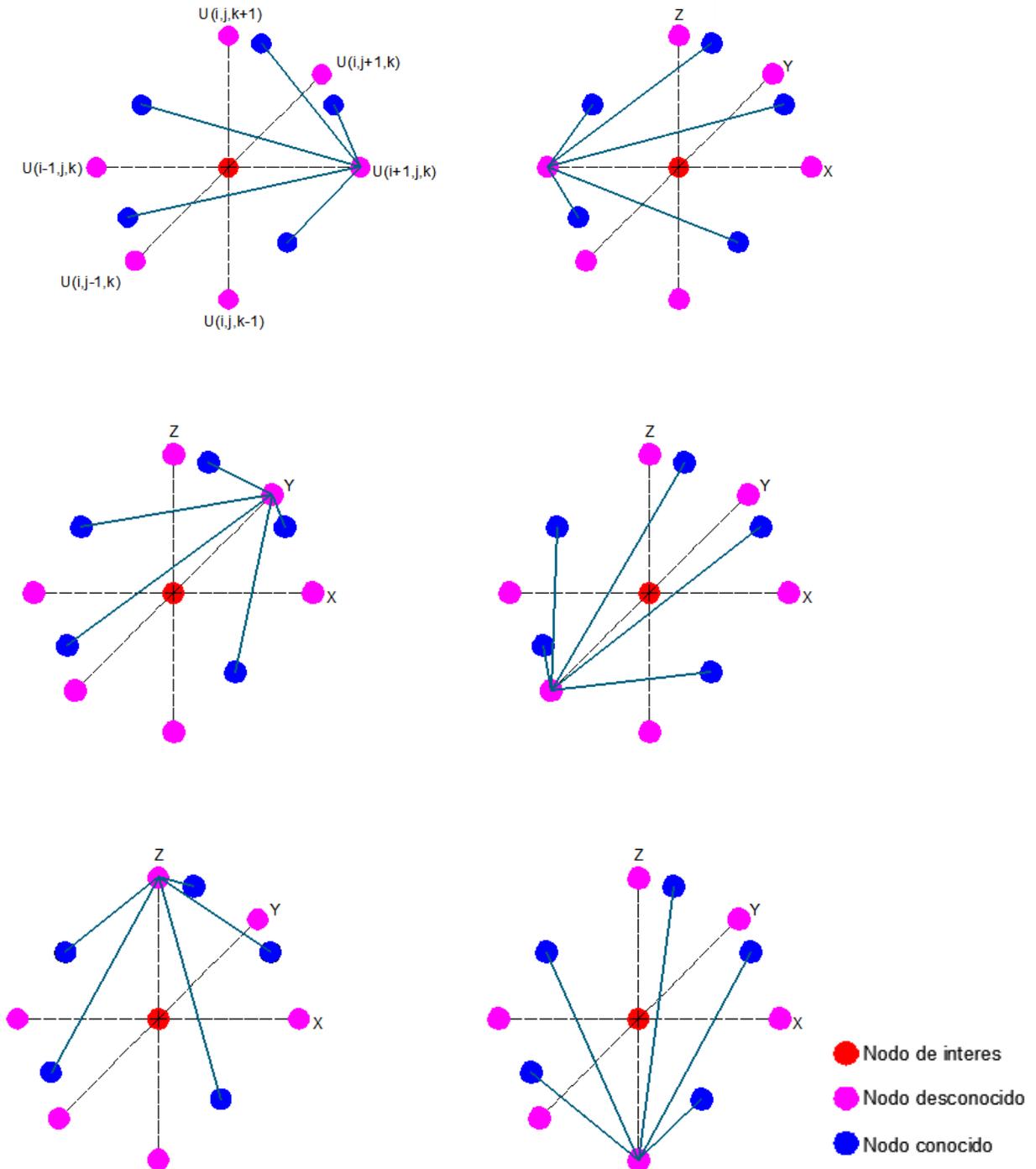


Figura 4.9 Interpolación mediante distancia inversa ponderada (IDW)

CAPITULO 5

APLICACIÓN DEL MODELO ELASTO VISCOPLASTICO EN TRES

DIMENSIONES (EVP3D)

Para la validación del modelo EVP3D en el programa FLAC3D, se modeló el caso de la construcción de la isla Tarsiut. El análisis de este caso ha sido publicado por diferentes autores como Conlin *et al.* (1985), Becker *et al.* (1985), y Yin & Zhu (1999).

En el artículo publicado en el Canadian Geotechnical en 1999 por Yin & Zhu denominado “*Modelo de consolidación elasto viscoplástico e interpretación de la respuesta de la presión de poro en la arcilla bajo la isla Tarsiut*”, se hace el análisis del comportamiento con el modelo EVP3D propuesto por Yin & Graham (1999).

5.1 CASO EN ESTUDIO

Esta isla se encuentra en el mar de Beaufort en el océano Ártico, situada entre Alaska y el norte de Canadá. La parte norte permanece la mayor parte del año congelada y se considera que esta zona, almacena una reserva de petróleo significativa bajo el lecho del mar que ha sido explorada desde los años 60. En la Figura 5.1 se presenta una localización del sitio de estudio.

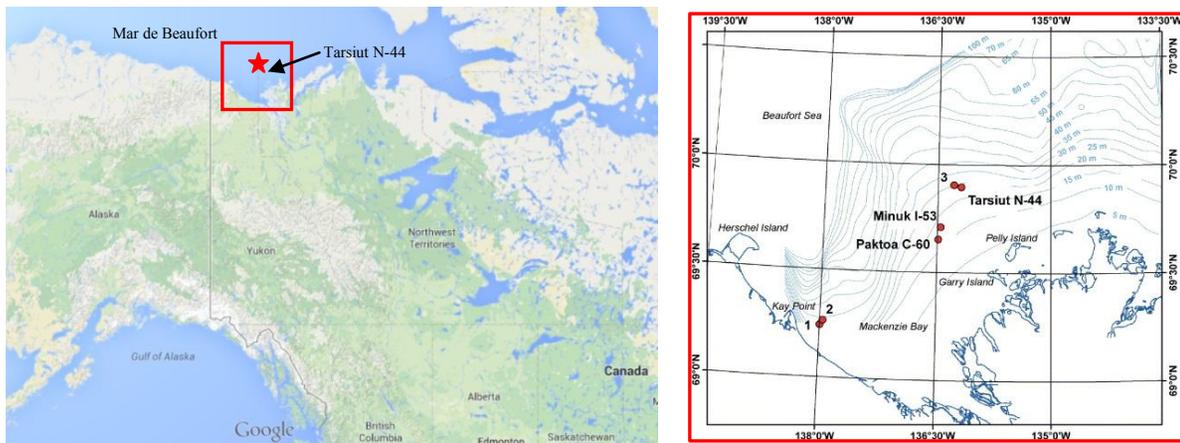


Figura 5.1 Localización de la Isla Tarsiut

La construcción de esta isla, representó un gran avance en el programa de exploración en el Ártico. Antes, las plataformas sacrificaban playas y bancos de arena de protección. Este tipo de islas se construye con el limitante de aguas poco profundas, debido a la necesidad de grandes volúmenes de material para su conformación.

La isla Tarsiut fue construida con los siguientes objetivos, (Fitzpatrick & Stenning, 1983):

- Exploración y posterior explotación de petróleo.

- Demostrar que las estructuras de cajones pueden soportar las duras condiciones del invierno en el mar de Beaufort.
- Ganar experiencia en diseño y en la construcción en el mar del Ártico, para futuros proyectos que sean mucho más eficientes a partir de esta experiencia.

En la Figura 5.2, se presenta un par de fotografías aéreas de la configuración de la isla. La primera fue tomada durante el proceso de construcción durante el verano y la segunda durante la operación en el invierno.



Figura 5.2 Isla Tarsiut en verano y en invierno (tomado de <http://www.cpcsustainability.com>)

La isla fue construida en 1981, a una distancia de 60 km de la costa canadiense. Se compone de cuatro cajones en concreto rellenos de arena, apoyados sobre una berma de arena bajo el nivel del mar con una altura de 17.5 m. Los taludes generalmente son 6.5 a 8 horizontal por 1 vertical. Un esquema de la isla se presenta en la Figura 5.3.

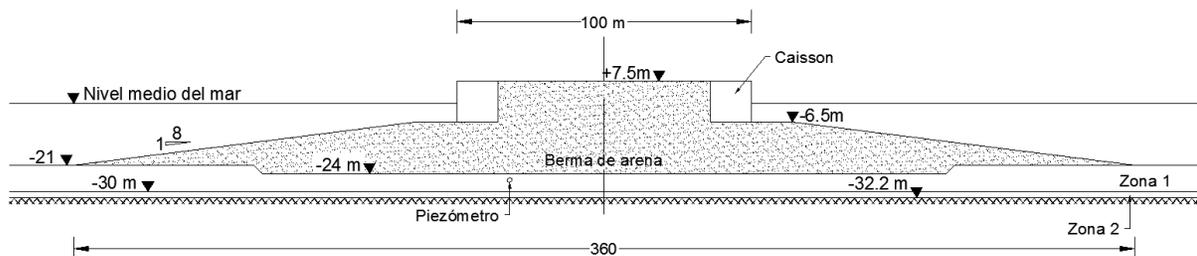


Figura 5.3 Geometría de la Isla Tarsiut.

La construcción de la berma de arena, comenzó el 5 de julio de 1981 y fue concluida el 9 de septiembre del mismo año. La construcción de los cajones de concreto y el núcleo de arena, fue finalizada el 21 de octubre de 1981, para un total de 108 días en construcción.

La berma de arena se encuentra apoyada sobre una arcilla marina blanda a medianamente rígida denominada zona 1 y que se encuentra subyacida por una arcilla limosa rígida denominada zona 2. Por debajo de la arcilla limosa rígida se encuentra la zona 3, conformada por suelos congelados, considerados como suelos rígidos e impermeables.

La isla Tarsiut fue instrumentada y monitoreada por Weaver & Berzins (1983) y Weaver & Wright (1983), quienes reportaron los datos recopilados en el sitio hasta 1985.

Como parte de la instrumentación, dos meses después de finalizada la construcción se instaló un piezómetro eléctrico en la zona 1, a dos metros de la base de la cimentación de la berma de arena, con el cual se monitoreó la evolución del exceso de presión, por un periodo de 480 días.

5.2 PROPIEDADES DE LOS MATERIALES Y CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS INICIALES

La estratigrafía del suelo de cimentación está conformada por tres materiales, el primero y más superficial denominado zona 1 (Z1), seguido por la zona 2 (Z2) y finalmente y como base, suelos congelados. El modelo de comportamiento para todos los materiales involucrados, tanto la isla como la cimentación, serán diferentes. Para la berma de arena, y la zona 2, se supondrá un comportamiento elástico lineal y para la zona 1 se aplicará el modelo EVP3D.

Las propiedades de los materiales, fueron determinados a partir de diferentes pruebas *in situ* y de laboratorio, reportados en la publicación hecha por Conlin *et al.* (1985). Estas pruebas consistieron en: Prueba CPT y presiómetro, pruebas índice, triaxiales anisotrópicamente consolidados no drenados (CAU) y pruebas de odómetro normal.

La recopilación de las propiedades para los diferentes materiales, se presenta en la Tabla 5.1 y Tabla 5.2, de acuerdo al modelo bajo el cual se predecirá su comportamiento. Estos valores fueron tomados de Conlin *et al.* (1985) y Yin & Zhu (1999).

Tabla 5.1 Propiedades para el modelo EVP3D (zona 1)

| Profundidad (m) | | γ' (kN/m ³) | e_0 | K_0 | κ/V | λ/V | ϕ' | ν | |
|--------------------|---|-----------------------------------|-------|-------|------------|-------------|---------|-------|------|
| -21 | a | -25 | 8 | 1.010 | 0.7 | 0.0065 | 0.060 | 29 | 0.45 |
| -25 | a | -26 | 8 | 0.950 | 0.7 | 0.0056 | 0.058 | 29 | 0.45 |
| -26 | a | -27 | 8 | 0.900 | 0.7 | 0.0047 | 0.052 | 29 | 0.45 |
| -27 | a | -28 | 8 | 0.850 | 0.7 | 0.0038 | 0.047 | 29 | 0.45 |
| -28 | a | -29 | 8 | 0.790 | 0.7 | 0.0028 | 0.044 | 29 | 0.45 |
| -29 | a | -30 | 8 | 0.740 | 0.7 | 0.0017 | 0.037 | 29 | 0.45 |

Tabla 5.2 Propiedades para el modelo elástico lineal (zona 2 y Berma)

| Material | γ' (kN/m ³) | E (kPa) | ν |
|----------|-----------------------------------|------------|-------|
| Zona 2 | 8 | 20000 | 0.32 |
| Berma | 8.1 | 2000 | 0.3 |

El coeficiente de permeabilidad k es un parámetro clave, aunque se sabe que varía de acuerdo al nivel de esfuerzos. De acuerdo con Yin & Zhu (1999) este podría reducirse en un orden de magnitud después de la fluencia de la arcilla. Este coeficiente en las arcillas no es constante y depende directamente de la relación de vacíos (Taylor 1948; Barden y Berre 1965; Samaeasinghe *et al.* 1982; Tavenas *et al.* 1983; Bridle *et al.* 1985; Fox 1996). Para este caso práctico no se tienen datos de la variación en el de este coeficiente con la profundidad, de acuerdo con el reporte de Yin & Zhu (1999).

En las predicciones realizadas con el modelo EVP3D, se encontró variación en la respuesta asociada al valor de permeabilidad seleccionado. Es por esto, que se hizo un análisis variacional del coeficiente de permeabilidad enmarcado en los rangos reportados por Conlin *et al.* (1985) y Yin & Zhu (1999). Este análisis se presenta más adelante.

Es importante anotar, que para futuras investigaciones y contando con datos reales de la variación de k , se deberá incluir en las ecuaciones constitutivas del modelo EVP3D dicha variación.

Para la solución de las ecuaciones constitutivas del modelo EVP3D presentadas en el capítulo 3, es necesario el cálculo de algunos parámetros adicionales determinados a partir de las propiedades presentadas en la Tabla 5.1 y otros asumidos de acuerdo a la experiencia de los autores Yin & Zhu (1999). Estos parámetros se especifican a continuación.

La pendiente de la envolvente de falla (M) a compresión se calcula como $M = 6 \tan \phi' / (3 - \tan \phi')$, donde ϕ' es el ángulo de fricción efectivo

Los parámetros elásticos K y G , se determinan de acuerdo a las siguientes expresiones. K , depende del estado de esfuerzos, y G depende a su vez de K y la relación de Poisson (ν).

$$K = \frac{p}{(\kappa/V)} \quad (5.1)$$

$$G = 1.5K \frac{(1-2\nu)}{(1+\nu)} \quad (5.2)$$

Los parámetros p'_{mo} y ε_{vmo}^{ep} definen el punto donde la línea λ (línea de tiempo de referencia) pasa en el espacio (p'_m, ε_v) (Yin & Graham, 1999) y es similar a la línea de compresión normal isotrópica del modelo Cam Clay Modificado.

Los únicos parámetros de fluencia involucrados en el modelo EVP3D son ψ/V y t_0 . El parámetro ψ es el coeficiente de consolidación secundaria y de acuerdo con el modelo EVP1D (Yin & Graham, 1990) la aproximación para su cálculo es $\psi = C_{ce} / \ln(10)$. De acuerdo con la experiencia de los autores Yin & Zhu (1999) definieron el valor para este coeficiente y son presentados en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3 Parámetros del modelo EVP3D (zona 1)

| Profundidad (m) | p' m0 (kPa) | ε_{vm0} | ψ/V | t_0 (día) | M |
|--------------------|----------------|---------------------|----------|----------------|------|
| -21 a -25 | 1 | 0 | 0.006 | 1 | 1.16 |
| -25 a -26 | 1 | 0 | 0.006 | 1 | 1.16 |
| -26 a -27 | 1 | 0 | 0.005 | 1 | 1.16 |
| -27 a -28 | 1 | 0 | 0.005 | 1 | 1.16 |
| -28 a -29 | 1 | 0 | 0.005 | 1 | 1.16 |
| -29 a -30 | 1 | 0 | 0.005 | 1 | 1.16 |

- Valores iniciales para parámetros p'_{mi} y ε_{vmi}

El modelo EVP3D es un análisis de comportamiento en el tiempo, por tanto es necesario definir los valores iniciales para los parámetros que conforman las ecuaciones constitutivas (3.22), (3.24) y (3.25).

El esfuerzo efectivo isótropo inicial, p'_{mi} se calcula con base en la expresión (3.12), bajo un estado de esfuerzos inicial (p'_i, q_i) como:

$$p'_{mi} = p'_i + \frac{q_i^2}{p'_i M^2} \quad (5.3)$$

La deformación volumétrica inicial, ε_{vmi} se calcula con las expresiones (3.1) y (3.2). Teniendo en cuenta que la relación de preconsolidación (OCR) está definida como p'_c / p'_{mi} , se obtiene la siguiente expresión:

$$\varepsilon_{vmi} = \frac{\lambda}{V} \ln \frac{p'_{mi}}{p'_{mo}} + \left(\frac{\lambda}{V} - \frac{\kappa}{V} \right) \ln OCR \quad (5.4)$$

De acuerdo con el reporte de Conlin *et al.* (1985), la relación de preconsolidación (OCR) para la arcilla de la zona 1 corresponde a un OCR=3.

Finalmente con estas expresiones, se calculan las condiciones iniciales del modelo pudiéndose resolver las ecuaciones constitutivas en el tiempo.

5.3 METODOLOGÍA PARA EL MODELADO

El programa desarrollado para el modelo EVP3D hasta el momento de este trabajo, fue hecho para resolver el problema particular del caso de estudio, no obstante se deja planteado para extender su aplicación a otros casos como el análisis tridimensional. Solo será necesario complementar algunas rutinas como el cálculo de las deformaciones cartesianas y cálculo de invariantes.

Este análisis tiene en cuenta el proceso constructivo de la isla con una duración de 108 días. Fueron consideradas las mismas etapas propuestas por Yin & Zhu (1999), la etapa 0, corresponde al equilibrio estático y cálculo de los esfuerzos iniciales, de la etapa 1 a la etapa 5 con una duración por etapa de 14 días, se construye la berma de arena. La etapa 6 a la etapa 9 con una duración de 38 días en total, se construye el núcleo de arena y los cajones en concreto.

5.3.1 Geometría y tipo de análisis

Yin & Zhu (1999), realizaron un análisis axisimétrico bidimensional. El programa se adaptó a este tipo de análisis con el objeto de comparar los resultados obtenidos con los resultados reportados por estos autores. No se encontró información adicional que permitiera complementar el análisis del modelo tridimensional por la ausencia de mediciones en campo para representar las condiciones en otras zonas de la isla.

En la Figura 5.4 se presenta el modelo de análisis creado en el programa FLAC3D, se detalla con colores los diferentes grupos de los materiales involucrados y la carga de agua generada por el nivel del mar.

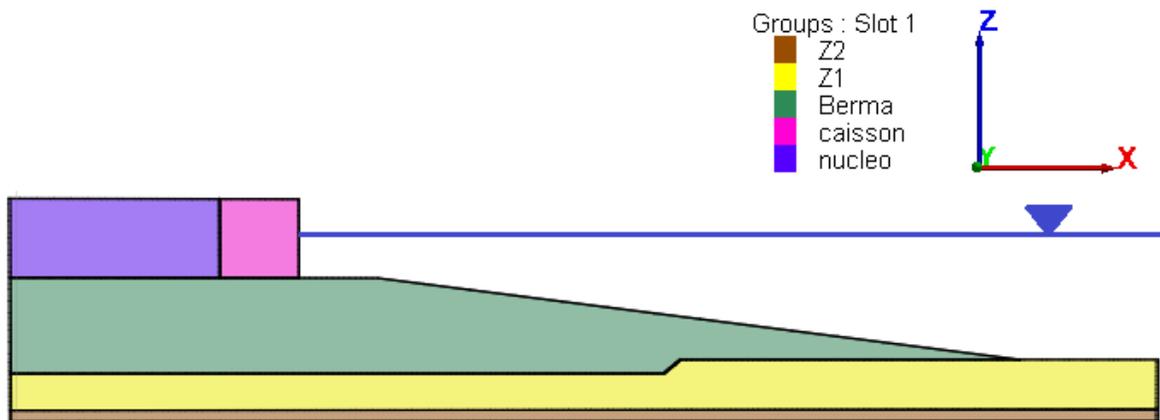


Figura 5.4 Geometría del modelo bidimensional

5.3.2 Descripción de los elementos utilizados

Para la construcción de la malla, fue necesario combinar elementos rectangulares y triangulares, dada la configuración del terreno (Figura 5.5). La zona 1, presenta una mayor discretización debido a que esta es la zona de interés. El número total de elementos que conforma el modelo es de 1818 y 3240 nodos donde se resolverán las ecuaciones del modelo EVP3D

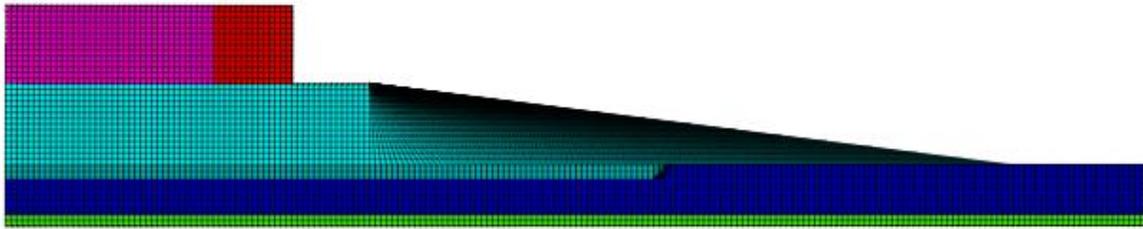


Figura 5.5 Malla del modelo

5.3.3 Condiciones iniciales y de frontera

Para la solución del modelo, es necesario establecer las condiciones iniciales para el estado de esfuerzos geostático, presión de poro, exceso de presión de poro y deformación volumétrica inicial.

- Estado de esfuerzos geostático e iniciales en términos p y q

El estado de esfuerzos inicial en cada zona fue calculado sin tener en cuenta la carga impuesta por el terraplén. El esfuerzo efectivo vertical y horizontal, fueron calculados como se indica a continuación:

$$\sigma_v = \gamma h \quad (5.5)$$

$$\sigma_h = k_0 \sigma_v \quad (5.6)$$

Las variables en las que se desarrolla el modelo es en términos del esfuerzo efectivo medio (p) y del esfuerzo desviador (q). Estas variables para un análisis axisimétrico se calcularán en términos de esfuerzos principales como se indica a continuación:

$$p_i = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} \quad (5.7)$$

$$q_i = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (5.8)$$

- Presión de poro

La presión de poro hidrostática, fue calculada teniendo en cuenta la columna de agua definida por el nivel promedio del mar.

- Incremento de carga por etapas

El incremento de carga es la diferencia entre el esfuerzo medio de la etapa anterior y el esfuerzo medio de la etapa actual. Es definido para cada nodo de la malla, como el promedio aritmético del incremento de esfuerzo en cada zona conectada al nodo.

- Condiciones de frontera

Las fronteras laterales fueron consideradas como fronteras impermeables y restringidas a deformaciones horizontales, se permitieron únicamente las deformaciones verticales. La base del modelo, se consideró impermeable debido a que esta zona corresponde a suelos congelados. Solo se permite drenaje a través de la parte superior de la zona 1. En la Figura 5.6, se presenta un esquema de dichas fronteras.

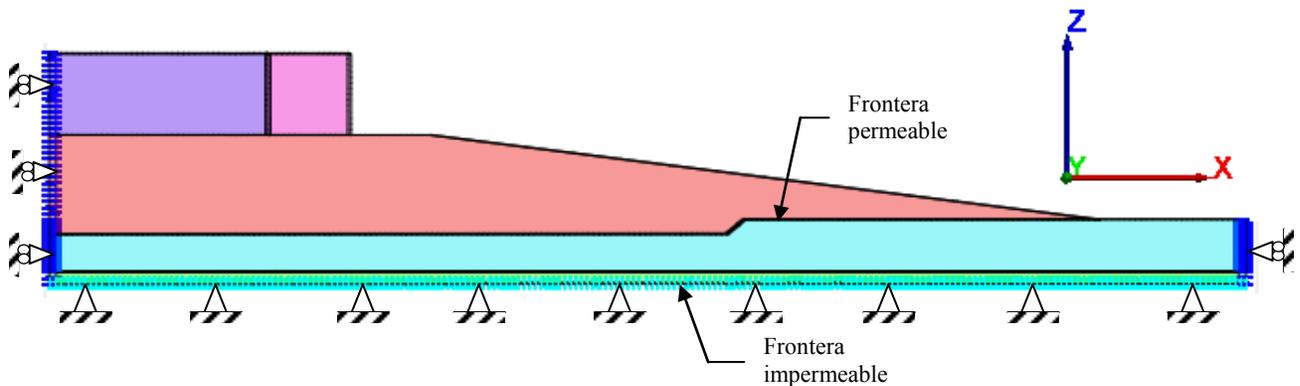


Figura 5.6 Condiciones de frontera del problema de análisis.

5.4 REGISTRO PIEZOMÉTRICO

Para validar los resultados del modelo, se hace la comparación con el registro de un piezómetro eléctrico instalado en la cimentación (ver Figura 5.3), a 2 metros de profundidad y a 28 m del eje de simetría de la isla. Este equipo se instaló 60 días después de finalizar la construcción y se monitoreó por un periodo de 480 días. En la Figura 5.7 se presenta el registro piezométrico.

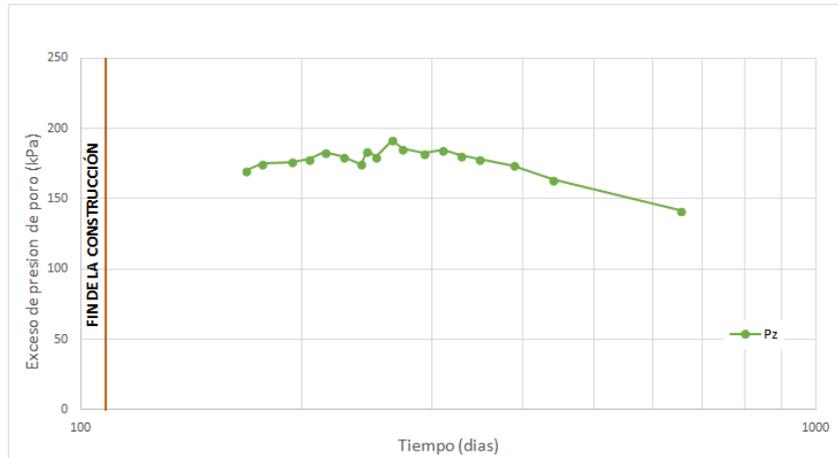


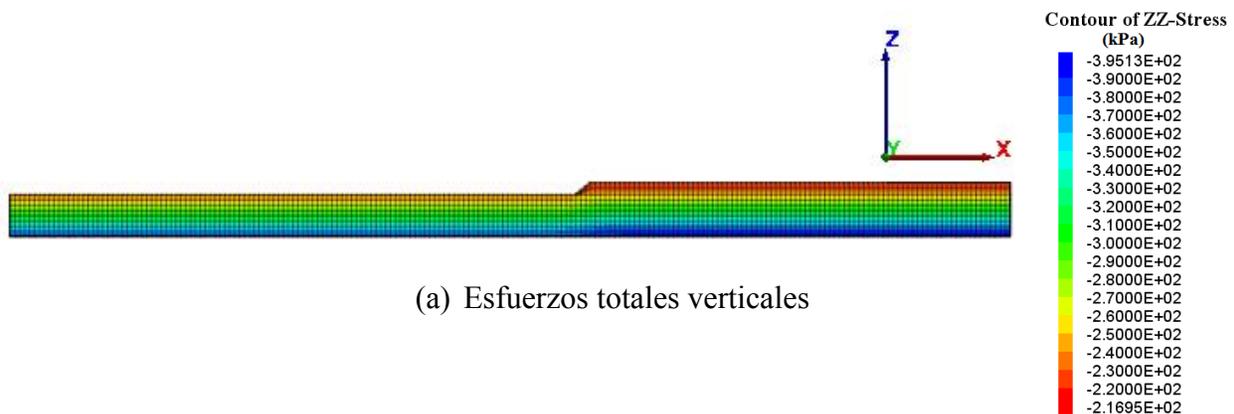
Figura 5.7 Registro piezométrico

Este registro es el único del que se dispone en el sitio, es por esto que será comparado con los resultados obtenidos en el modelo a una profundidad aproximada.

5.5 RESULTADOS

5.5.1 Equilibrio estático

La distribución de esfuerzos totales geostáticos elásticos iniciales se presenta en la Figura 5.8. La distribución de esfuerzos totales al final de la construcción de la isla se presenta en la Figura 5.9. El incremento de carga transmitido en la parte superior de la zona 1 es 330 kPa. Conlin *et al.* (1985) y Yin & Zhu (1999) reportan un incremento de carga igual.



(a) Esfuerzos totales verticales

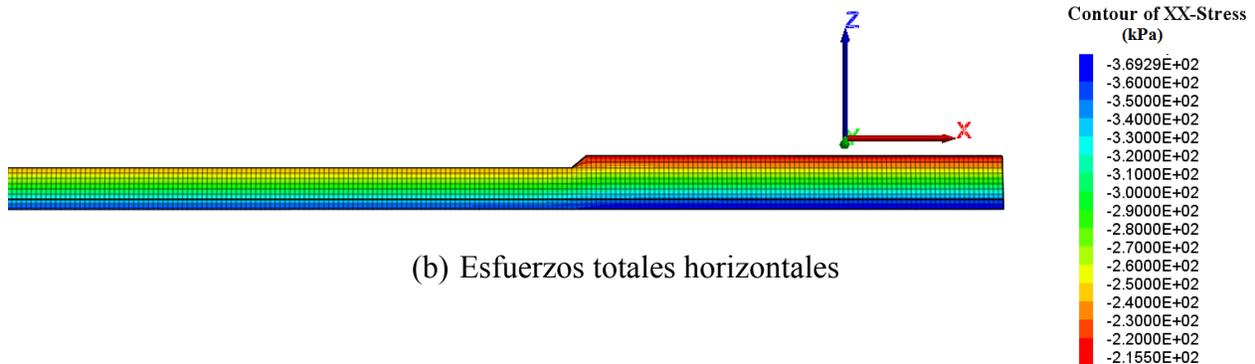


Figura 5.8 Distribución de esfuerzos geostáticos elásticos iniciales.

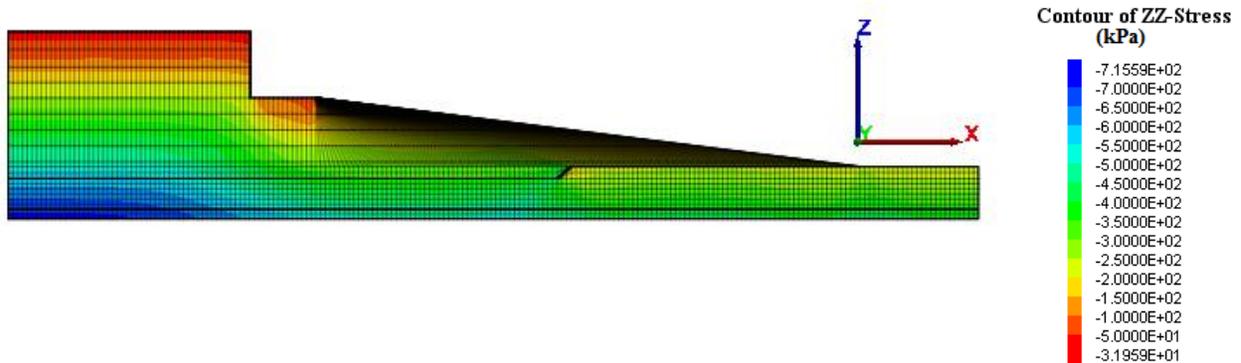


Figura 5.9 Distribución de esfuerzos geostáticos elásticos al final de la construcción

5.5.2 Calibración del modelo

5.5.2.1 Refinamiento de la discretización del mallado

Se realizaron análisis para diferentes niveles de discretización del mallado con el fin de corroborar la convergencia del método empleado en la solución de las ecuaciones constitutivas. Se analizaron geometrías con elementos de 2 m x 2 m, 1.5 m x 1.5 m y finalmente el modelo de 1 m x 1 m, el cual presenta una mayor aproximación con los valores del registro piezométrico.

En la Figura 5.10 se presentan los resultados para una profundidad aproximada en los tres modelos y que a su vez pueden ser comparados con los valores de referencia, correspondientes al registro piezométrico. De acuerdo con este gráfico, se puede observar que conforme disminuye el tamaño de los elementos que conforman la malla, los resultados se van acercando al valor de referencia. El valor de la condición de Courant para el modelo de 1 m x 1 m cumplió con el valor de referencia, el cual debía ser menor a 0.5. Para los modelos con una menor discretización, la condición de Courant no era satisfecha.

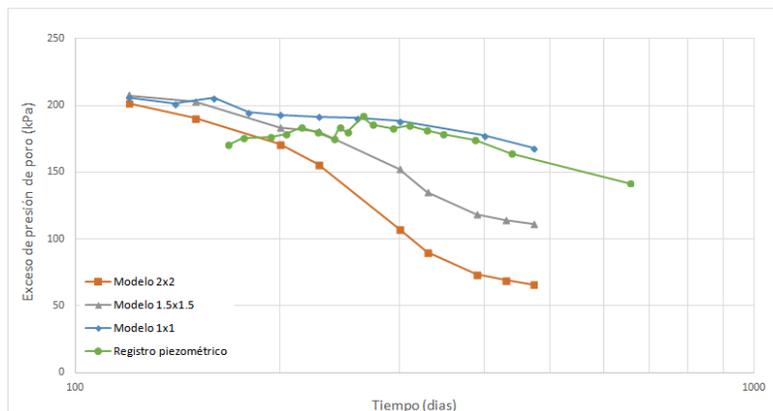


Figura 5.10 Resultados del modelo para diferentes niveles de discretización

A partir de estos resultados, se establece que sobre el modelo de 1 m x 1 m, se realizaron todos los análisis correspondientes y que se mencionaran en todo el desarrollo de este capítulo.

5.5.2.2 Calibración coeficiente de permeabilidad

El coeficiente de permeabilidad en los suelos no es constante en el tiempo y depende de la relación de vacíos. En el rango preconsolidado la permeabilidad es mayor que en el rango normalmente consolidado. Con el tiempo, los esfuerzos efectivos aumentan y la relación de vacíos disminuye. En el rango de esfuerzos normalmente consolidados la variación será menor. De acuerdo con lo anterior, dicho coeficiente será constante en el tiempo de análisis.

Los valores para el coeficiente de permeabilidad reportados por los diferentes autores es variable, por lo que se realizó un análisis paramétrico. Conlin *et al.* (1985) establece un valor del orden de 3×10^{-10} m/s hasta la profundidad donde está localizado el piezómetro, por debajo de esta profundidad y hasta el final del estrato compresible, el valor definido es de 5×10^{-10} m/s. Yin y Zhu (1999) reportan un rango de variación entre 2×10^{-9} m/s y 5×10^{-11} m/s en todo el estrato.

En la Figura 5.11 se observa que la respuesta del modelo con los valores propuesto por Conlin *et al.* (1985) se aleja de la magnitud del valor del exceso de presión de poro registrado por el piezómetro. Para el caso de los rangos mencionados por Yin y Zhu (1999), el valor mínimo se encuentra por debajo de los valores del registro piezométrico y con el valor máximo, hay una mayor proximidad a los valores del registro.

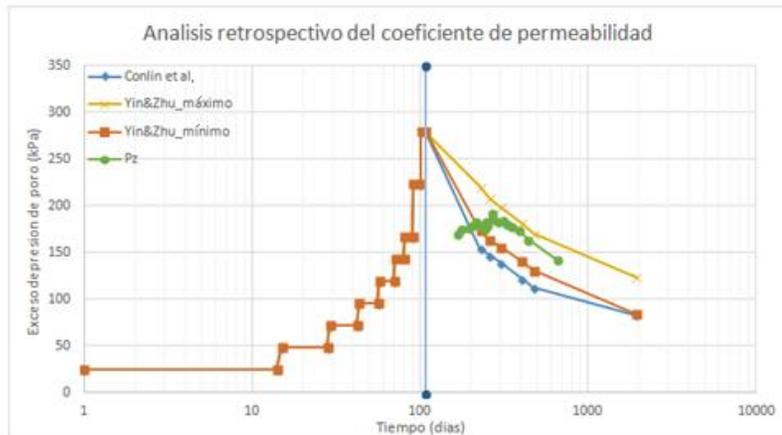


Figura 5.11 Variación del coeficiente de permeabilidad

Con base en estos resultados, se realizaron diferentes corridas del modelo EVP hasta encontrar la combinación de los coeficientes de permeabilidad que permitieran obtener una respuesta aproximada al registro piezométrico (Tabla 5.4). De esta forma se comprueba que el modelo implementado en este trabajo es fuertemente sensible al valor del coeficiente de permeabilidad, como fue resaltado por Conlin *et al.* (1985) y Yin & Zhu (1999).

Tabla 5.4 Coeficientes de permeabilidad finales

| Profundidad | | k | |
|-------------|-------|----------|--|
| (m) | | (m/s) | |
| -21 | a -25 | 2.00E-09 | |
| -25 | a -26 | 2.00E-09 | |
| -26 | a -27 | 5.00E-11 | |
| -27 | a -28 | 5.00E-11 | |
| -28 | a -29 | 5.00E-11 | |
| -29 | a -30 | 5.00E-11 | |

5.5.3 Análisis del exceso de presión de poro en el tiempo

En la Figura 5.12 se presenta el resultado de la variación del exceso de presión de poro obtenido para un tiempo total de análisis de 10 años, a una profundidad similar a la de instalación del equipo. Durante cada una de las etapas del proceso constructivo, hay una disipación del exceso de presión de poro y debido al corto tiempo de cada etapa, no alcanza a ser significativo con respecto al valor del incremento al inicio de la etapa.

Al final del proceso constructivo (108 días, línea negra en el gráfico de la Figura 5.12), el esfuerzo total se mantiene constante en el tiempo. A partir de este tiempo se puede observar la disipación en el exceso de presión de poro. Esta disipación presenta una buena aproximación

a la obtenida con el registro piezométrico a partir de los 100 días después de instalado (265 días en el gráfico de la Figura 5.12).

El comportamiento del piezómetro en los primeros 100 días después de terminado el proceso constructivo, se caracteriza por presentar incrementos en el exceso de presión de poro, respuesta que no fue posible obtener a través del programa desarrollado en este trabajo. No obstante, la aproximación alcanzada en la zona de disipación (160 días después de finalizada la construcción) es aceptable ya que es en esta condición donde se presentan los mayores cambios de volumen en el suelo.

El tipo de comportamiento registrado por el piezómetro en el sitio durante los primeros 100 días, ha sido observado en suelos preconsolidados. En el proceso de instalación de estos equipos, se altera temporalmente el estado de esfuerzos en su entorno y como consecuencia de la tendencia dilatante de este tipo de suelos, los incrementos en la presión de poro son negativos. Con el paso del tiempo la presión de poro alrededor del equipo tiende a equilibrarse y por ello la presión de poro tiende a aumentar. Este proceso en el caso de análisis, tiene una duración aproximada de 100 días (168 días a 260 días en el gráfico de la Figura 5.12) y a partir de este momento comienza la consolidación del suelo debido a las cargas aplicadas por el terraplén.

El modelo EVP3D, es un modelo que contempla determinar el comportamientos de materiales normalmente consolidados, y el caso de análisis, como se mencionó anteriormente es preconsolidado, por lo que la aproximación en la zona de incremento de exceso de presión de poro, no es representado con suficiente precisión.

Se espera que el modelo EVP3D pueda ser calibrado en un futuro con otros casos de análisis donde exista suficiente información para este fin.

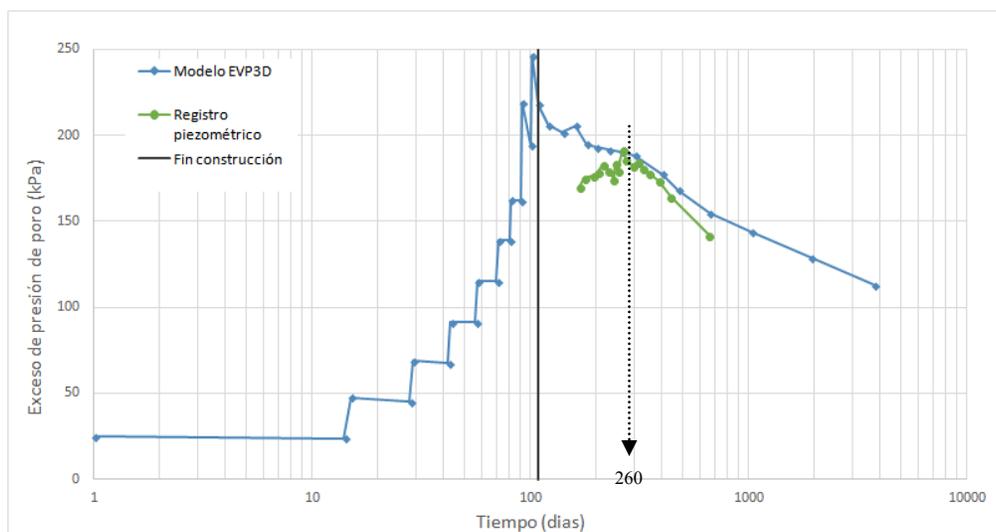


Figura 5.12 Comparación resultados del modelo EVP con el registro piezométrico

Sobre el perfil piezométrico vertical por la zona donde se está instalado el piezómetro, se obtiene la variación del exceso de presión de poro con la profundidad para diferentes tiempos de análisis (0 días, 120 días, 1 año, 5 años y 10 años) como se presenta en la Figura 5.13.

La forma de las isócronas refleja el tipo de condición de drenaje establecido en el modelo, el cual solo se le permite drenaje por la parte superior ya que la base se considera como impermeable.

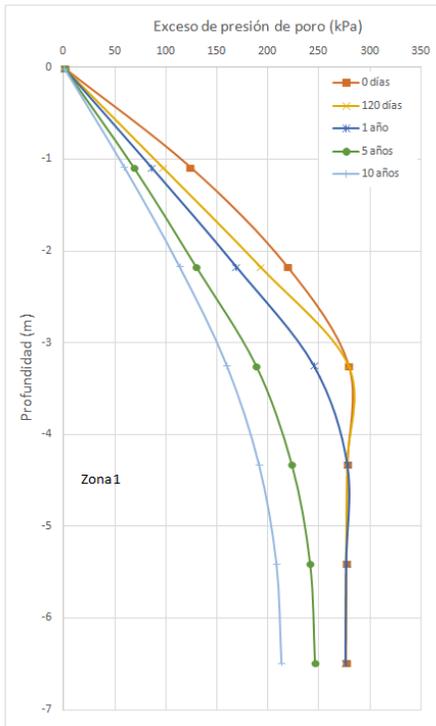


Figura 5.13 Perfil piezométrico vertical. Variación del exceso de presión de poro vs la profundidad.

La distribución del exceso de presión de poro a lo largo de todo el modelo para diferentes tiempos, 0 días (fin construcción), 120 días, 1 año, 5 años y 10 años se presenta de la Figura 5.14 a la Figura 5.16 .

Con base en estos resultados y como es esperado, el mayor exceso de presión de poro se concentra en el centro de la isla. Esta zona es la que presenta las mayores concentraciones de carga debido a la geometría de esta. En la zona del talud, hay una disminución del exceso de presión de poro debido a la disminución de la carga transmitida. Esta se disipa rápidamente en comparación con el centro, por ser un exceso de presión de poro menor.

Al final del tiempo de análisis, 10 años, la zona con los mayores valores de exceso de presión de poro, se presenta en la base del modelo hacia la zona central y alcanza valores cercanos a 200 kPa.

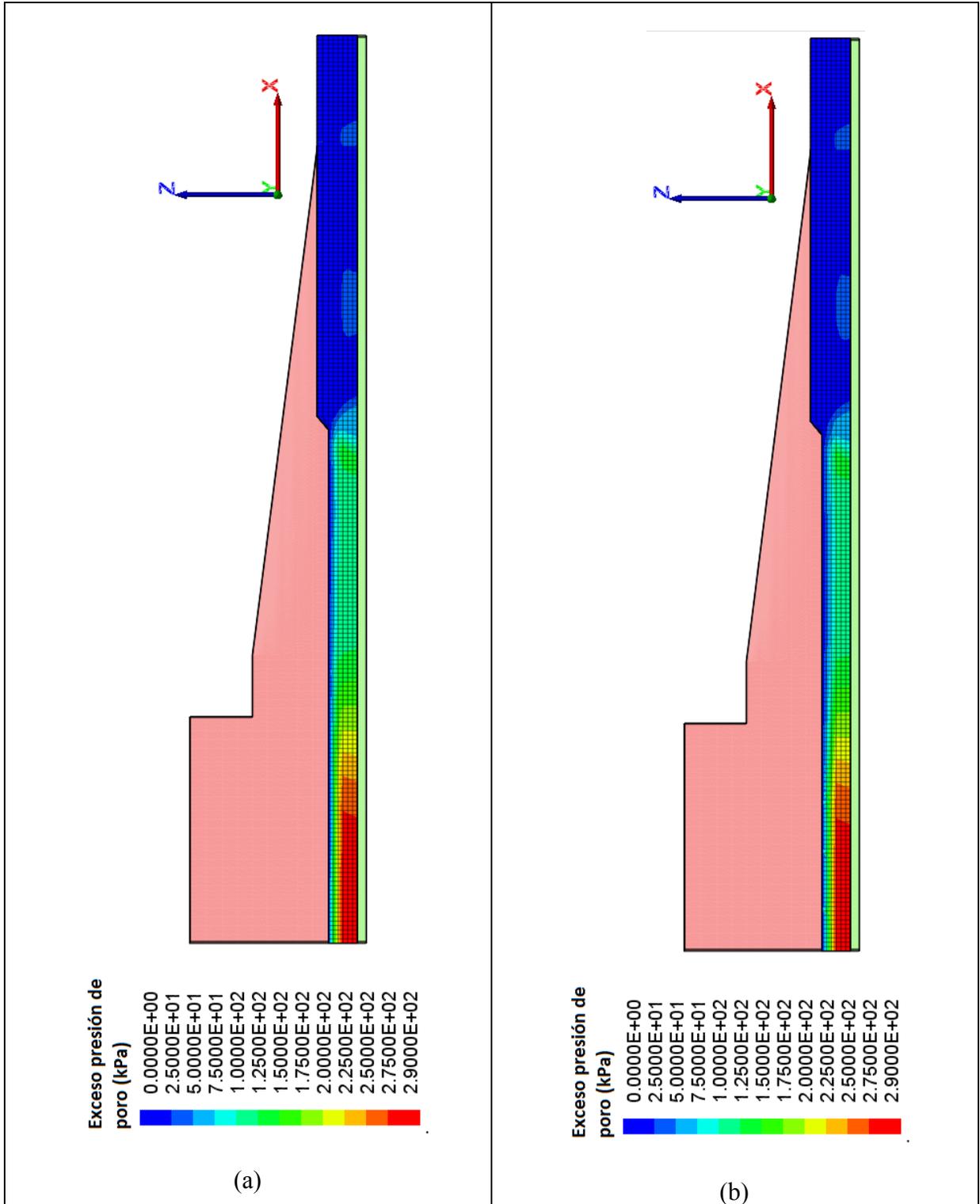


Figura 5.14 Exceso de presión de poro: (a) 0 días. (b) 120 días

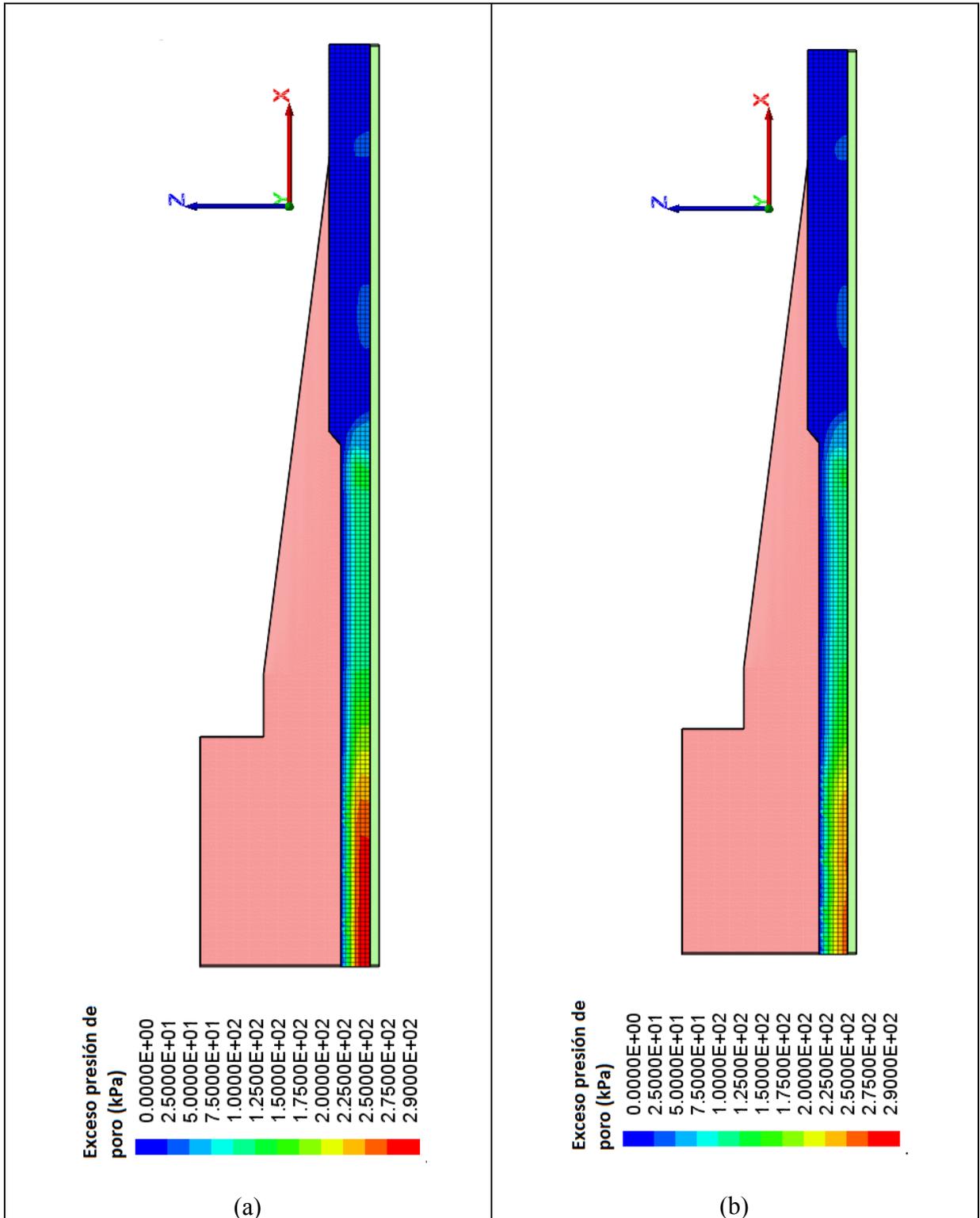


Figura 5.15 Exceso de presión de poro: (a) 1 año. (b) 5 años

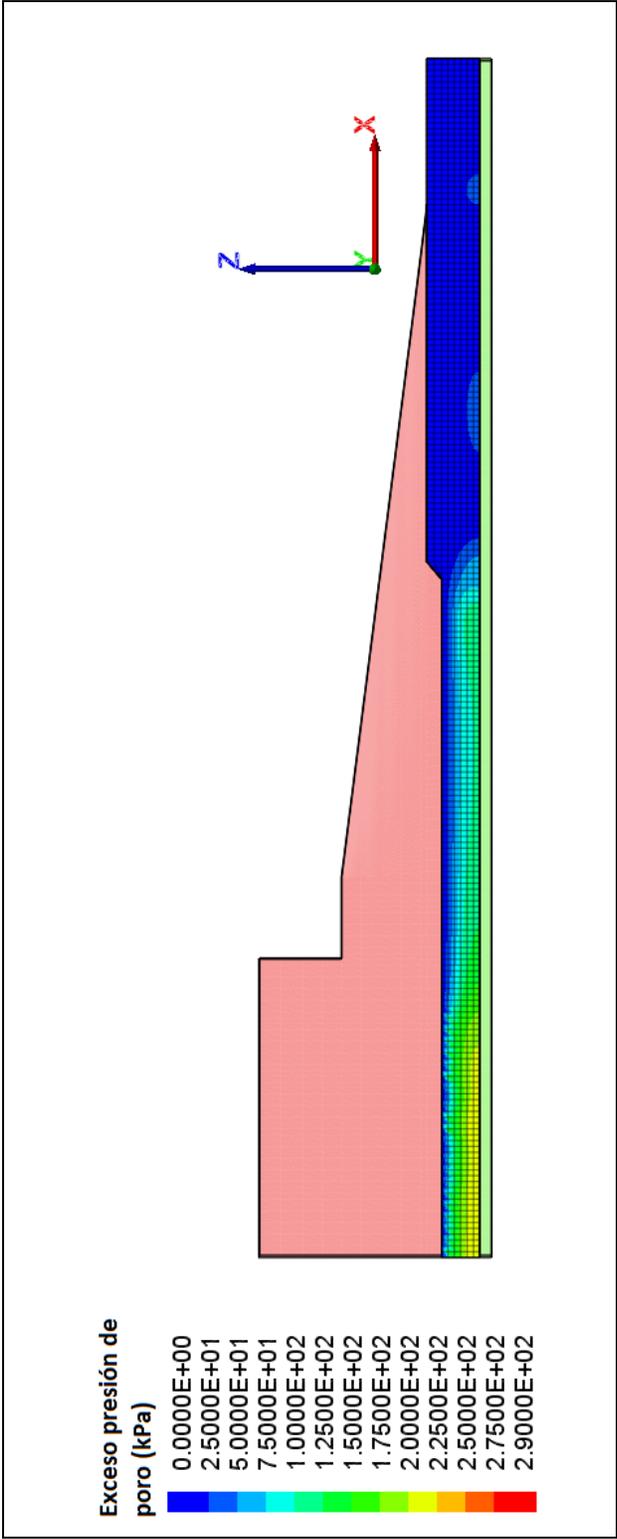


Figura 5.16 Exceso de presión de poro: 10 años.

5.5.4 Distribución de los esfuerzos efectivos en el tiempo

Las isócronas para el esfuerzo efectivo vertical se presentan en la Figura 5.17. Se observa que durante los 120 primeros días después de finalizada la construcción, los cambios en el esfuerzo efectivo son pequeños hasta una profundidad de 4 m aproximadamente, debido a que en este tiempo la disipación del exceso de presión de poro es igualmente baja. Para la base del estrato compresible, entre 4 y 6.5 m, el esfuerzo efectivo vertical no presenta cambios hasta el primer año después de construida la isla. De 5 a 10 años hay un aumento, hasta alcanzar un valor de 124 kPa en la base de la zona 1.

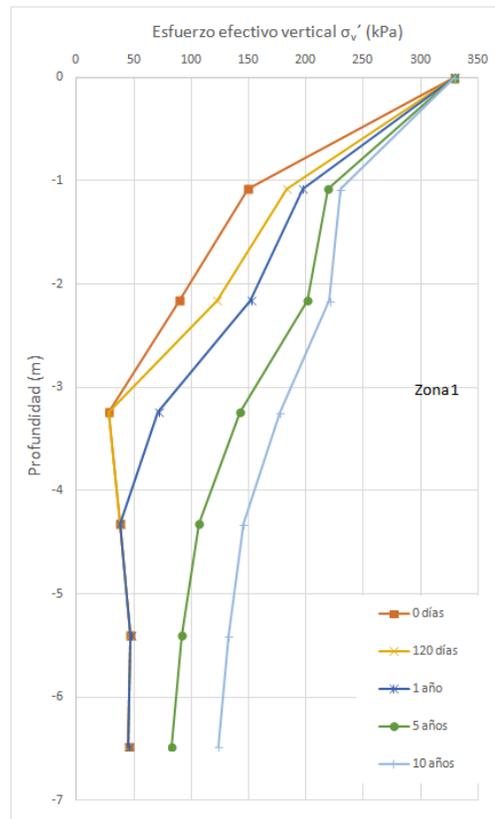


Figura 5.17 Perfil piezométrico vertical. Variación del esfuerzo efectivo vertical vs la profundidad.

5.5.5 Análisis de las deformaciones

Por medio de las ecuaciones constitutivas del modelo EVP3D, se obtiene la deformación volumétrica (ϵ_v) y desviadora (ϵ_q), y a partir de éstas las deformaciones horizontales y verticales.

Se determinaron los desplazamientos verticales y horizontales en la parte superior del estrato compresible (Zona 1), obteniéndose así los asentamientos generados por la construcción de la isla. Fueron monitoreados a los 5 años y 10 años (Figura 5.18 y Figura 5.19).

Los mayores desplazamientos verticales se presentan en la zona del núcleo de arena, que corresponde a la parte más alta de la isla, alcanzando un valor de 0.4 m para los 10 años de análisis. Hacia los extremos, los desplazamientos verticales disminuyen considerablemente. Los desplazamientos horizontales máximos, se presentan igualmente en la zona del núcleo a una distancia de 36 m del eje de simetría, alcanzando un valor de 0.13 m, para el tiempo de 10 años. Estos resultados son consistentes en magnitud y forma a los reportados por Yin & Zhu (1999).

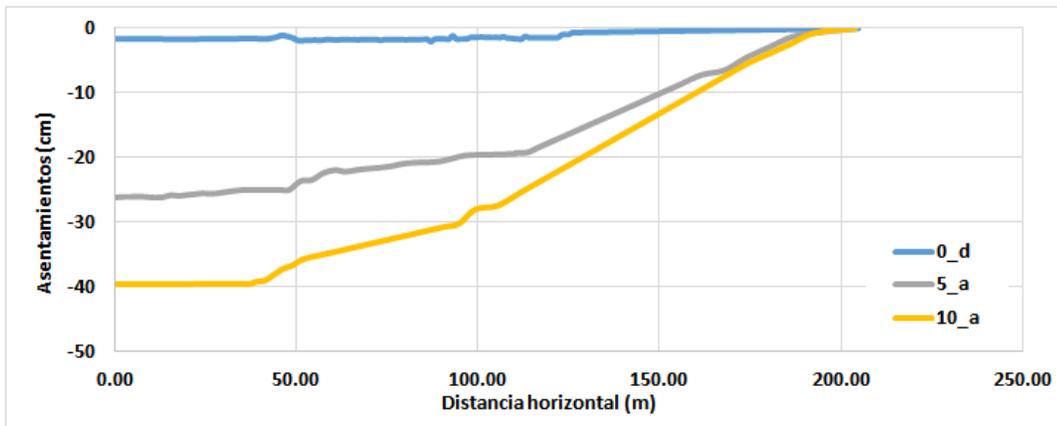


Figura 5.18 Desplazamiento vertical medido en la parte superior de la zona 1.

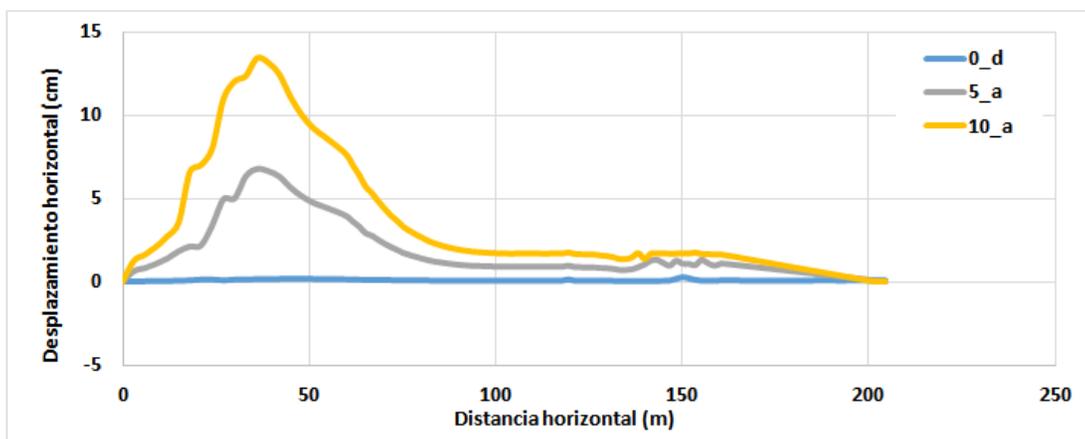


Figura 5.19 Desplazamiento horizontal medido en la parte superior de la zona 1.

CAPITULO 6

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

El modelo elasto viscoplástico EVP3D propuesto por Yin & Graham (1999) está basado en el concepto de deformaciones propuesto por Bjerrum (1967), la teoría de viscoplasticidad de Perzyna (1966), el modelo Cam Clay Modificado por Roscoe y Burland (1968), y el modelo elasto viscoplástico unidimensional desarrollado por Yin & Graham (1994). A partir de estas teorías, los autores establecen las ecuaciones constitutivas del modelo EVP3D para determinar la variación de las deformaciones volumétricas y desviadoras para suelos blandos normalmente consolidados a ligeramente preconsolidados en el espacio tridimensional.

La mayoría de modelos elasto viscoplásticos, difieren en la forma de determinar la función de escala S que describe la magnitud de la velocidad de deformación viscoplástica. Yin & Graham (1999), presentan una nueva aproximación para su determinación y está basada en el concepto de línea de tiempo equivalente del modelo EVP1D de Yin y Graham (1994). El primer paso, consiste en derivar la ecuación general elástico viscoplástica esfuerzo-incremento de esfuerzo- deformación- velocidad de deformación, para el comportamiento esfuerzo-deformación tiempo dependiente bajo un estado de esfuerzos isótropos. Para un estado de esfuerzos general, se establece la función de escala a partir de hipótesis similares a las usadas en el modelo Cam Clay Modificado (Roscoe y Burland, 1968). Por esta razón, este modelo puede considerarse como una extensión del modelo original Cam Clay Modificado.

Para resolver las ecuaciones constitutivas del modelo EVP3D, fue necesario ensamblar este modelo con la teoría general de la consolidación tridimensional propuesta por Biot (1940). A partir de este proceso, se obtuvo una expresión que define la variación en el tiempo del exceso de presión de poro, el estado de esfuerzos y de las deformaciones volumétricas y desviadoras del suelo.

La programación del modelo EVP3D es una herramienta de análisis adicional para el programa FLAC3D, ya que los modelos de análisis que trae incorporados, parten de hipótesis diferentes a las planteadas por este modelo.

Las rutinas creadas en FISH para definir la vecindad en cada nodo que conforma la malla, podrán ser utilizadas para la implementación de nuevos modelos constitutivos, utilizando como solución aproximada de las ecuaciones diferenciales el esquema de diferencias finitas centradas. La implementación de nuevos modelos a través de la plataforma de FLAC3D permite aprovechar las herramientas de visualización de los resultados de una forma práctica y rápida.

La rutina creada para la simplificación de mallas irregulares a mallas regulares por medio del método de interpolación mediante distancia inversa ponderada (IDW) (U.S National Weather Service, 1972), permitirá resolver cualquier tipo de geometría utilizando como método de solución el esquema de diferencias finitas centradas.

El modelo EVP3D al momento de presentación de este trabajo, está desarrollado en detalle para resolver problemas de tipo axisimétrico, dado que el ejemplo de aplicación con el cual

fue calibrado consideró este tipo de análisis. Para problemas tridimensionales se realizó un gran avance, faltando solo por desarrollar algunos ajustes en la solución de las ecuaciones constitutivas sobre las fronteras, el cálculo de los esfuerzos p y q y el cálculo de las deformaciones en x , y y z .

Este trabajo permitirá desarrollar aplicaciones para modelar otras condiciones bajo las cuales el suelo se consolida tales como el fenómeno de hundimiento regional, aprovechando las herramientas de análisis y de visualización del programa FLAC3D. Por medio del modelo EVP3D se podrá obtener la variación en el exceso de presión de poro, las deformaciones y desplazamientos en el tiempo.

Para la calibración del modelo EVP3D, se utilizó el ejemplo de aplicación de la Isla Tarsiut. Para este fin, se contó con el registro piezométrico de un sensor eléctrico instalado a una profundidad de 2 m, en la fundación de la Isla. Este equipo fue instalado 60 días después de finalizada la construcción de esta estructura y monitoreado por un periodo de 480 días. La respuesta del modelo comparada con el registro piezométrico presenta una buena aproximación, lo que comprueba que el programa funciona adecuadamente.

Durante la calibración del programa EVP3D, se identificó la alta sensibilidad que tiene el valor del coeficiente de permeabilidad en los modelos de consolidación, razón por la cual para futuros análisis se deberá determinar su valor con buen nivel de confiabilidad para así obtener resultados confiables, que representen el comportamiento del suelo.

En el desarrollo de este trabajo se realizaron análisis de diferentes niveles de discretización de la malla. Se determinó que la precisión de los resultados varía considerablemente dependiendo del nivel de discretización del problema. En el caso de aplicación, para modelos con un refinamiento bajo, los resultados del exceso de presión de poro no presentaban una buena aproximación a los valores de referencia obtenidos en el registro piezométrico.

El tipo de comportamiento registrado por el piezómetro en el sitio durante los primeros 100 días, ha sido observado en suelos preconsolidados. En el proceso de instalación de estos equipos, se altera temporalmente el estado de esfuerzos en su entorno y como consecuencia de la tendencia dilatante de este tipo de suelos, los incrementos en la presión de poro son negativos. Con el paso del tiempo la presión de poro alrededor del equipo tiende a equilibrarse y por ello la presión de poro tiende a aumentar. Este proceso en el caso de análisis, tiene una duración aproximada de 100 días (168 días a 260 días en el gráfico de la Figura 5.12) y a partir de este momento comienza la consolidación del suelo debido a las cargas aplicadas por el terraplén.

Los desplazamientos y asentamientos calculados con el programa EVP3D dan valores similares con los valores reportados por Yin & Zhu (1999). Los mayores asentamientos y desplazamientos se presentan en el centro de la isla como es esperado.

Se espera que el modelo EVP3D pueda ser calibrado en un futuro con otros casos de análisis donde exista suficiente información para este fin.

BIBLIOGRAFÍA

Altarejos L. (2009). Contribución a la estimación de la probabilidad de fallo de presas de hormigón en el contexto de análisis de riesgos. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, España.

Biot M. A (1940). General theory of three-dimensional Consolidation. *Journal of Applied Physics*, Vol 12, pp 155 -165.

Chen F.-W., Liu C.-W. (2012). Estimation of the spatial rainfall distribution using inverse distance weighting (IDW) in the middle of Taiwan. *Paddy Water Environ.* Febrero

Bodas, T.M., Potts D. M., Zdravkovic L. (2011). A time dependent constitutive model for soils with isotach viscosity. *Computers and Geotechnics*, Vol 38, pp 809 – 820.

Conlin, B.H. Jefferies, M. G., Maddock, W.P. (1985). An assessment of the Behavior of Foundation Clay at Tarsiut N-44 Caisson Retained Island. *Proceedings of the 17th Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, 6-9 May 1985, pp 379-387.

Courant R., Friedrichs K., Lewy H. (1956). On the partial difference equations of mathematical physics. AEC Research and Development Report, NYO-7689, New York: AEC Computing and Applied Mathematics Centre Courant Institute of mathematical Sciences. September.

Desai C. S, Zhang D. (1987). Viscoplastic model for geological materials with generalized flow rule. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Vol 11, pp 603 -620.

Fitzpatrick, J. Stenning D.G (1983). Design and Construction of Tarsiut Island in the Canadian Beaufort Sea. *Offshore Technology Conference*, Houston, Texas. 2-5 May

Itasca Consulting Group INC. (2009). *FLAC3D User's Guide*. Fourth Edition, USA

LeVeque R. J. (2007). *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations. Steady state and time-dependent problems*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM). Philadelphia.

Ossa A (2004). Modelo elastoviscoplastico (EVP) para el estudio de la consolidación unidimensional de los suelos. Tesis de maestría, UNAM.

Perzyna, P (1966). Fundamental problems in viscoplasticity. *Advances in Applied Mechanics*, Vol 9, pp 244 -368

Wood D. M (1990). *Soil behavior and critical state soil mechanics*. Spon Press, Cambridge, England.

BIBLIOGRAFÍA

Wood D. M (2004). Geotechnical modelling. Cambridge University Press, Londres, Inglaterra

Yin, J.H, Graham J. (1996). Elastic visco-plastic modelling of one dimensional consolidation. Geotechnique, Vol. 46 No. 3, pp 515-527.

Yin, J.H, Graham J. (1999). Elastic viscoplastic consolidation modelling and interpretation of pore water pressure responses in clay underneath Tarsiut Island. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 36, No.1, pp. 708-717.

Yin, J.H, Graham J. (1999). Elastic viscoplastic modelling of the time dependent stress – strain behavior of soils. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 36, No.1, pp. 736-745.

Yin, J.H, Graham J., Zhu J.G (2002). A new elastic- viscoplastic model for time dependent behaviour of normally and overconsolidated clays: theory and verification. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 39 No. 1, pp. 157-173.

Zozaya A. (2004). Método de las diferencias finitas y su aplicación a problemas de electrostática. Agosto.

ANEXO 1
CÓDIGO MODELO EVP3D

ANEXO 1

Para consultar el código del programa, enviar un correo a:

veronikgiraldoz@gmail.com