

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA INGENIERÍA CIVIL – ANÁLISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES

# MODELADO NUMÉRICO PARA EL CÁLCULO DE ASENTAMIENTOS A CORTO Y LARGO PLAZO EN ARCILLAS SENSITIVAS

## TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN INGENIERÍA

# PRESENTA: JOSÉ ANTONIO GALLARDO DE LA PAZ

# TUTOR PRINCIPAL AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA, FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. SEPTIEMBRE 2014



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

## DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. Rivera Constantino Rigoberto	
Secretario:	M. I. López Rincón Germán	
Vocal:	M. I. Deméneghi Colina Agustín	
1 er. Suplente:	M. I. Magaña del Toro Roberto	
2 do. Suplente:	Dr. Marín Córdova Salvador	

CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D. F.

## TUTOR DE TESIS:

M. I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA

\_\_\_\_\_

FIRMA

## DEDICATORIAS

A mis padres Fabián y Olga, por su amor, apoyo, paciencia. Jamás podré encontrar las palabras adecuadas para agradecer todo lo que han hecho por mí, a pesar de las circunstancias siempre estarán conmigo, compartiendo cada éxito y ayudándome a levantar en los fracasos.

A mi hermano Fabián que me ha enseñado con su dedicación y esfuerzo al realizar cada pintura, que se pueden lograr grandes cosas cuando se proponen objetivos claros.

A mi abuela Naty por sus sabios consejos, su preocupación, pero sobre todo por el cariño que tiene hacia todos sus nietos.

A mi abuelo José (q. e. p. d.) por haberme ayudado a emprender una nueva etapa de mi vida y acompañarme de manera incondicional.

A mis padrinos Toño y Silvia (q. e. p. d.) que son como mis segundos padres, y aunque se que mi madrina no está presente físicamente, lo está en espíritu apoyándome y sintiéndose orgullosa de mí por este logro conseguido.

A la Mtra. Bertha por brindarme una oportunidad que jamás terminaré de agradecerle, por confiar en mí a lo largo de estos dos años que me permitieron aprender muchas cosas, además de los consejos tan claros y directos que me brindó.

Al Sr. Rodolfo y la Sra. Ofelia por brindarme un espacio muy especial dentro de su familia y hacerme sentir como en casa.

A mis amigos de la maestría, Chava, Daniel, Daniela, Domingo, Edgar (Jarocho bueno), Edgar (Bubu), Hugo, Lino, Maribel, Robert, Silva, Toño (Tocayazo), Víctor y Yuliana, por haber vivido tantas anécdotas y experiencias, tanto académicas como personales.

# MODELADO NUMÉRICO PARA EL CÁLCULO DE ASENTAMIENTOS A CORTO Y LARGO PLAZO EN ARCILLAS SENSITIVAS

## ÍNDICE

Pág.
------

1.	INTRODUCCIÓ	N		1	
	1.1 Objetiv	0 <b>S</b>		4	
	1.2 Alcance	es		4	
2	ARCILLAS SEI	ISITIVAS		6	
2.	2.1 Definic	ión		11	
	2.2 Origen	geológico		12	
	2.3 Estruct	ura interna		14	
	2.4 Minera	logía		16	
	2.5 Características mecánicas				
	2.6 Caracte	rísticas hidráu	licas	17	
	2.7 Compo	rtamiento a coi	to y largo plazo	17	
	2.8 Localiz	ación geográfic	a	18	
_					
3.	DISTRIBUCIO	N DE ESFUERZO	OS EN LA MASA DE SUELO	19	
	3.1 Estuerz	os geostáticos		21	
	3.2 Estuerz	os debido a un	a sobrecarga en la superficie	23	
	3.2.1	Rectangular		24	
	3.2.2	Circular		25	
	3.2.3	Poligonal		26	
4.	TEORÍA DE LA	CONSOLIDAC	IÓN	29	
	4.1 Consoli	dación primari	a	30	
	4.1.1	Definición		30	
	4.1.2	Hipótesis		31	
	4.1.3	Curvas de con	solidación	31	
	4.1.4	Solución		33	
	4.2 Consoli	dación secunda	aria	34	
	4.2.1	Definición		34	
	4.2.2	Hipótesis		35	
	4.2.3	Curvas de con	solidación	36	
		4.2.3.1 Cu	rva tipo I	36	
		4.2.3.2 Cu	rva tipo II	37	
		4.2.3.3 Cu	rva tipo III	37	
		4.2.3.4 Cu	rva tipo IV	37	
	4.2.4	Solución		38	
	4.3 Curva d	le compresibili	dad	38	
	4.4 Arcillas	no sensitivas		39	
	4.5 Arcillas	sensitivas		40	

5. TIPO DE ANÁ	LISIS		41
5.1 Análisi	s en térmi	nos de esfuerzos totales, con	
paráme	etros no di	renados	44
5.2 Análisi	s en térmi	nos de esfuerzos efectivos, con	
paráme	etros dren	ados	44
Ĩ			
6. MODELOS CO	NSTITUTI	VOS	46
6.1 Analític	cos		47
6.1.1	Elástico l	lineal	47
	6.1.1.1	Reología	47
	6.1.1.2	Parámetros empleados	48
	6.1.1.3	Cálculo de asentamientos	49
6.1.2	Modelo d	le Terzaghi	50
	6.1.2.1	Reología	50
	6.1.2.2	Parámetros empleados	51
	6.1.2.3	Cálculo de asentamientos	52
6.1.3	Modelo d	le Zeevaert	52
	6.1.3.1	Reología	54
	6.1.3.2	Parámetros empleados	55
	6.1.3.3	Cálculo de asentamientos	57
6.2 Numér	icos		59
6.2.1	Elástico l	lineal	60
	6.2.1.1	Consideraciones e hipótesis	60
	6.2.1.2	Parámetros empleados	60
	6.2.1.3	Solución numérica	60
6.2.2	Soft Soil		62
	6.2.2.1	Consideraciones e hipótesis	62
	6.2.2.2	Parámetros empleados	65
	6.2.2.3	Solución numérica	66
6.2.3	Soft Soil	Creep	66
	6.2.3.1	Consideraciones e hipótesis	66
	6.2.3.2	Parámetros empleados	69
	6.2.3.3	Solución numérica	69
7. APLICACIONE	ES		71
7.1 Ciment	ación sup	erficial rígida	72
7.1.1	Arcillas r	10 sensitivas	72
	7.1.1.1	Corto plazo	73
	7.1.1.2	Largo plazo	75
7.1.2	Arcillas s	ensitivas	82
	7.1.2.1	Corto plazo	83
	7.1.2.2	Largo plazo	83
8. ANÁLISIS DE	RESULTAI	DOS	88
9. CONCLUSION	ES		93
10. REFERENCIAS	S BIBLIOG	RÁFICAS	96

# CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN

Las arcillas son materiales que a menudo, suelen dar problemas al Ingeniero Geotecnista, específicamente en Ingeniería de Cimentaciones, a tal grado que la sola presencia de agua origina un comportamiento plástico en ella, por este motivo, realizar un buen diseño de cimentaciones, predecir los asentamientos que ocurrirán a corto y largo plazo, representan un gran reto hoy en día. Sin embargo se han realizado trabajos de investigación experimentales alrededor del mundo, a lo largo de la historia, como precedente se tienen los trabajos realizados por Karl V. Terzaghi (considerado padre de la Mecánica de Suelos), A. Casagrande, Taylor, por mencionar algunos grandes investigadores en el ámbito de la Mecánica de Suelos.

En la presente tesis se hará un análisis detallado acerca de la predicción de asentamientos en las arcillas, problema que, como se mencionó anteriormente es de fundamental importancia para el Ingeniero Geotecnista; un claro ejemplo es la Torre de Pisa en Italia, que si bien es un atractivo turístico mundial, sufrió una inclinación, que claramente, si se hiciera una revisión con los respectivos reglamentos de construcción del mundo, no cumpliría. Un ejemplo correspondiente a la Ciudad de México, es el Templo Mayor, que ha sufrido asentamientos considerables, pero que, gracias a Ingenieros mexicanos, se logró frenar este efecto. Podré seguir mencionando muchos más casos, en los que predecir con buena aproximación los asentamientos suele ser la diferencia, entre una buena obra de ingeniería, y un fracaso que implicaría pérdidas millonarias y en el peor de los casos vidas humanas.

El primer antecedente, correspondiente al cálculo de asentamientos en suelos, es la teoría de la Elasticidad desarrollada por Robert Hooke (1670), que por evidentes razones, no fue propuesta o diseñada originalmente para su aplicación en mecánica de suelos, pero que ha dado excelentes resultados en el cálculo de asentamientos a corto plazo, partiendo de la hipótesis que dichas deformaciones ocurren a volumen constante, de esta teoría se detallará aún más en capítulos posteriores.

Terzaghi, a su vez, contribuyó enormemente en estructurar de manera formal, el estudio de las propiedades del suelo, uno de los efectos de su gran visión e inteligencia fue el desarrollo de la teoría de la consolidación en arcillas, la cual establece que, si una arcilla totalmente saturada, sufre un incremento de esfuerzos, dicho incremento de esfuerzos lo tomará, en un inicio, completamente el agua presente en los poros del suelo, lo anterior generado por una condición no drenada, dada la baja permeabilidad de la arcilla, pero que, en el transcurso del tiempo la presión en el agua se disipará, hasta que ésta sea nula, generando un incremento en los esfuerzos efectivos, que a su vez ocasionan un cambio de volumen (Rendulic, 1970).

Lo que Terzaghi ignoraba, es que en el fenómeno de la consolidación, el agua adherida (adsorbida) a los poros de las partículas sólidas, ocasiona un fenómeno viscoso, que es de consideración importante en algunos tipos de arcillas, Zeevaert (1948), estudió dicho fenómeno, y determinó en algunos casos, que la deformación debida al fenómeno de viscosidad intergranular (consolidación secundaria, creep) es cerca del 50 % de la deformación debida a la consolidación primaria.

Si bien, las teorías propuestas en los últimos años han dado buenos resultados, los problemas de ingeniería se tornan cada vez más complejos, lo que implica que el número de cálculos incrementen notablemente, por ello, el empleo de herramientas auxiliares, o mejor dicho complementarias, es necesario. Las computadoras representan una de las herramientas más poderosas, su capacidad de procesamiento crece a un ritmo exponencial; actualmente son capaces de realizar millones de cálculos en cuestión de segundos. Lo que se traduce, en la resolución de problemas cada vez más complejos. Otra herramienta que es de vital importancia, y ha tomado gran relevancia en mecánica de suelos, es el método de elementos finitos, el cual está basado fundamentalmente en la discretización del medio, como su nombre lo indica en elementos, que generalmente están vinculados por ecuaciones de esfuerzo o desplazamiento; es evidente que a mayor número de elementos, el problema se simulará de manera más real. Ahora bien, es posible conjuntar estas dos poderosas herramientas de cálculo, lo que da como resultado, programas muy potentes capaces de realizar modelos que arrojen resultados que asemejen la realidad.

Con lo expuesto anteriormente, se pretende dar una visión general de cómo se pueden emplear los programas de computadora para optimizar el tiempo de cálculo, comprendiendo las hipótesis en que se basan los modelos constitutivos y en qué casos es posible emplearlos o qué consideraciones se deben tener presentes. Por tal motivo el actual Reglamento de Construcción del Distrito Federal, propone el uso de la modelación numérica como método de cálculo para estimar asentamientos, pero, validando mediante pruebas de laboratorio, los parámetros que se emplearán en el modelo.

Pero claro está, que lo mencionado en el párrafo anterior es válido, si no se pierde el razonamiento ingenieril, ya que es el que nos da la sensibilidad para entender los problemas y crear un criterio propio cada vez más amplio.

## 1.1 Objetivos

- Definir de manera global qué es una arcilla.
- Clasificar a las arcillas, en función de su sensibilidad.
- Establecer el comportamiento a corto y largo plazo de las arcillas, según la clasificación realizada.
- Calcular los asentamientos a corto plazo por medios analíticos y con modelación numérica, para su posterior comparación.
- Calcular los asentamientos a largo plazo por medios analíticos y con modelación numérica, para su posterior comparación.
- Realizar un ejemplo de aplicación en cimentación superficial rígida, desplantada en una arcilla sensitiva y una arcilla no sensitiva, obteniendo los asentamientos y la distribución de esfuerzos en la masa de suelo.
- Observar las principales diferencias (asentamientos y distribución de esfuerzos) entre los ejemplos de aplicación, para dar una visión general, acerca de cómo deben ser analizados tales casos y qué herramientas arrojan resultados más realistas
- Dar algunas recomendaciones sobre el correcto empleo de la modelación numérica como herramienta de análisis y evitar su uso indiscriminado.

### 1.2 Alcances

- Determinar cómo están constituidas las arcillas, desde el punto de vista granulométrico, molecular y químico.
- Determinar qué tipo de fuerzas intervienen en su estructura molecular.
- Determinar el comportamiento constitutivo correspondiente, de acuerdo a los puntos mencionados anteriormente, y obtener así una clasificación detallada de las arcillas.
- Diferenciar qué tipo de análisis se emplea para calcular asentamientos a corto plazo y a largo plazo, y qué parámetros elásticos y/o de compresibilidad intervienen en cada caso.
- Determinar la distribución de esfuerzos en la masa de suelo, geostáticos y por una sobrecarga en la superficie mediante la teoría de Boussinesq, Westergard, Frölich y la integración de estos métodos realizada por el Ing. Julio Damy Rios y Carlos Casales.
- Emplear la teoría de la elasticidad lineal para el cálculo de asentamientos inmediatos (corto plazo), desarrollando las hipótesis en que se fundamenta
- Emplear la teoría de la consolidación para el cálculo de asentamientos diferidos (largo plazo), desarrollando las hipótesis en que se fundamenta
- Emplear el modelo de Zeevaert para el cálculo de asentamientos por consolidación secundaria (Creep), desarrollando las hipótesis en que se fundamenta.
- Establecer las bases, hipótesis, teorías y el proceso de cálculo del método de elementos finitos.

## 1 Introducción

- Definir las hipótesis del modelo Soft Soil (Plaxis) y a qué tipo de arcilla es aplicable su uso.
- Definir las hipótesis del modelo Soft Soil Creep (Plaxis) y a qué tipo de arcilla es aplicable su uso.

# CAPÍTULO 2

# ARCILLAS SENSITIVAS

Como preámbulo para definir de manera precisa a las arcillas, se hará un análisis en cuanto a las fases que constituyen un elemento diferencial de suelo, dichas fases son: sólida, líquida y gaseosa. La parte sólida está formada principalmente por partículas minerales, la fase líquida generalmente por agua (particularmente es la que interesa el Ingeniero geotecnista) y la gaseosa, que es, hasta el día de hoy la que menos preponderancia tiene en los análisis de mecánica de suelos; como punto fundamental, es necesario definir, cómo es que se relacionan dichas fases, es por ello que surgen relaciones, las cuales están basadas en peso y volumen, a éstas se les llama relaciones volumétricas y gravimétricas, empleadas frecuentemente en el cálculo de esfuerzos. Cabe mencionar que la fase sólida presenta una variedad de tamaños, que va, desde los 70 mm (grava) hasta 2 µm (arcilla), lo cual genera, que se tenga una clasificación estandarizada de los suelos, basada en el tamaño de las partículas sólidas.

Para poder entender este concepto de clasificación, se deben definir la relación entre fases, las características granulométricas y los límites de Atterberg, de este último punto se detallará más adelante.

Partiendo de la Fig. 2.1, la cual muestra las fases presentes en el suelo, se hará la determinación de cada una de las relaciones correspondientes.

	Peso		Volumen	
Wg		Gaseosa		Vg
W <sub>w</sub>		Líguida		V <sub>w</sub>
Ws		Sólida		Vs

Fig. 2.1 Fases en el suelo.

Donde las literales de la parte izquierda, representan los pesos respectivos de cada una de las fases, en mecánica de suelos el peso de la parte gaseosa suele despreciarse ( $W_g = 0$ ), análogamente en la parte derecha se muestran los volúmenes correspondientes. Consecuentemente, se definen las relaciones, tres son de fundamental importancia: porosidad, relación de vacíos y grado de saturación.

La porosidad es la relación entre el volumen de vacíos y el volumen total, ec. 2.1.

$$n = \frac{v_{\nu}}{v_T} \tag{ec. 2.1}$$

La relación de vacíos es el cociente entre el volumen de vacíos y el volumen de sólidos, ec.2.2.

$$e = \frac{v_v}{v_s} \tag{ec. 2.2}$$

Es posible relacionar las ecs.2.1 y 2.2 de tal forma que:

$$n = \frac{e}{1+e} \tag{ec. 2.3}$$

$$e = \frac{n}{1-n} \tag{ec. 2.4}$$

El grado de saturación indica el porcentaje del volumen de vacíos que se encuentra lleno de agua, es decir, es el cociente entre el volumen de líquido y el volumen de vacíos, ec. 2.5.

$$S = \frac{v_w}{v_v} \tag{ec. 2.5}$$

Sin embargo, existen otras relaciones, no menos importantes, muy empleadas en la práctica profesional, tales como: la humedad, el peso específico, peso específico relativo (ó densidad de sólidos).

La humedad ó contenido de agua, se define como la relación entre el peso de líquido y el peso de sólidos, ec. 2.6.

$$w = \frac{w_w}{w_s} \tag{ec. 2.6}$$

El peso específico, puede definirse de manera independiente a cada una de las fases del suelo, ó bien a la muestra total, de aquí se desprende un subgrupo:

Peso específico de la masa total, ec. 2.7.

$$\gamma_T = \frac{w_T}{v_T} \tag{ec. 2.7}$$

Peso específico seco, ec. 2.8.

$$\gamma_d = \frac{w_s}{v_T} \tag{ec. 2.8}$$

Peso específico relativo o densidad de sólidos, ec. 2.9.

$$G_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_0} \tag{ec. 2.9}$$

donde  $\gamma_0$  es el peso específico del agua a 4°C.

Para tener una mayor sensibilidad en cuanto a los valores típicos de las relaciones de fases en arcillas, *Lambe y Whitman* por ejemplo nos dicen que, la mortmorilonita sódica saturada puede presentar con bajas presiones de confinamiento una relación de vacíos superior a 25, por otro lado, se han realizado pruebas en la arcilla lacustre de la Ciudad de México, arrojando contenidos de agua superiores a 300 %. Otro aspecto fundamental para realizar una buena clasificación de suelos, sobre todo para diferenciar los suelos gruesos de los finos, es el tamaño de las partículas predominantes en una muestra; uno de los procedimientos más empleados es la prueba granulométrica, haciendo pasar una porción de suelo a través de tamices con diferentes diámetros (aplicable para suelos gruesos) o bien la prueba del hidrómetro (aplicable a suelos finos). Del proceso mencionado anteriormente es posible construir una curva, llamada curva granulométrica, como la que se muestra en la Fig. 2.2. Pero existe una consideración especial en cuanto a la precisión de la curva granulométrica, si bien, la aproximación es muy buena para suelos gruesos, la aplicación a suelos finos es discutible, ya que parte de hipótesis poco realistas, por ejemplo, considerar a las partículas finas con un diámetro equivalente efectivo diferente al real.



Fig. 2.2 Curva granulométrica (Lambe, 1951)

Como complemento para clasificar a los suelos finos, Atterberg y A. Casagrande (1948) realizaron un trabajo de investigación bastante amplio, el cual, está fundamentado, en el concepto de que un suelo fino puede estar dentro de cuatro estados de consistencia según su humedad. Para delimitar de una manera óptima dichos estados, se determinaron los límites correspondientes, llamados *Límites de Atterberg*. En la Fig. 2.3 se detalla un esquema en el que está ubicados dichos límites. La determinación de éstos no es parte de la presente tesis, por lo cual no se abundará sobre los procesos experimentales para su obtención; sin embargo es importante establecer el significado físico de los *Límites de Atterberg*. El límite de contracción  $w_s$  divide al estado semisólido del estado sólido, y es límite en el cual el suelo, mantiene un volumen constante, es decir, ha perdido completamente su contenido de agua (excepto el agua adsorbida), el límite plástico  $w_p$  se define, como el límite en el que existe un comportamiento plástico del suelo, es decir, que presente deformaciones permanentes sin rebote elástico y sin agrietarse, el límite líquido  $w_l$  representa el contenido de agua en el que el suelo presenta un comportamiento plástico, pero que está cerca de que el suelo presente características de un fluido, en otras palabras, que su resistencia al corte sea nula.



Fig. 2.3 Límites de consistencia (Lambe, 1951)

En arcillas es de particular importancia, la obtención de los límites líquido y plástico, denominados límites de plasticidad, para delimitar bajo qué intervalo de humedad la arcilla tendrá un comportamiento estrictamente plástico, este intervalo se denomina, índice de plasticidad I<sub>p</sub>, el cual está representado mediante la ec. 2.10.

$$l_p = w_l - w_p$$
 (ec. 2.10)

Para la clasificación de suelos finos (limos y arcillas) el límite liquido junto con el índice de plasticidad juegan un papel primordial, esto se observa en la carta de plasticidad de la Fig. 2.4.



Fig. 2.4 Carta de plasticidad (Casagrande, 1945)

Otra de las consideraciones que se deben hacer, es definir la génesis del suelo, es decir, el proceso bajo el cual se formó, por ello, la siguiente clasificación engloba los tipos de suelo que se formaron bajo un proceso de deposición: depósitos eólicos, depósitos aluviales, depósitos de origen volcánico y depósitos glaciares. Los de particular interés en la presente tesis se enfocarán a los de origen aluvial, que son:

Depósito fluvial. Son los materiales depositados en los cauces del rio, abarcando un gran intervalo de tamaños, que van desde fragmentos de roca y grava en pendientes fuertes, hasta arena y limo en pendientes suaves. Presentan una estratificación errática.

Depósitos lacustres y marinos. Son depósitos de limo y arcilla con arena fina depositados en aguas tranquilas, por tanto, su estratificación tiende a ser más uniforme.

Depósitos de aluvión. Al desembocar los ríos en los valles, se presenta una reducción de velocidad y por consiguiente, la sedimentación del material más fino que el de los depósitos fluviales, formándose los deltas; las características del material deltaico dependerán de la presencia de sales en el agua.

Depósitos aluvio-lascustres. Son los que se forman en las orillas de los lagos, debido a la regresión y transgresión de los sedimentos con motivo de la fluctuación del nivel de agua en el lago.

En la Fig. 2.5 se presentan algunos ejemplos de suelos depositados de acuerdo a la clasificación realizada anteriormente.



Fig. 2.5 Tipos de depósitos aluviales. (a) depósito fluvial, (b) depósito marino, (c) depósito aluvial, (d) depósitos aluvio-lacustre.

## 2.1 Definición

De acuerdo a las consideraciones hechas anteriormente, una arcilla puede definirse, primeramente de acuerdo a su origen, como un suelo transportado producto de agentes erosivos como el viento, los glaciares, ríos, corrientes de agua superficial; estos agentes van depositando a su paso las partículas más finas; un caso peculiar son los depósitos lacustres y marinos, generalmente de granos finos, debido a las bajas velocidades de las aguas que fluyen. Paralelamente, de acuerdo a su tamaño, las arcillas son menores a 2 µm, cuyas partículas pueden presentar una estructura floculenta o dispersa, de acuerdo a lo anterior, presentan una baja permeabilidad. La presencia de agua en las arcillas, hace que prevalezca un comportamiento plástico (delimitado por los límites de plasticidad), es decir, bajo un estado de esfuerzos, tiende a deformarse permanentemente sin sufrir agrietamientos, lo que conlleva a que no se presenten deformaciones elásticas (en algunos casos). Como complemento, Skempton (1953) determinó que los límites de Atterberg están relacionados con la cantidad de agua adsorbida sobre la superficie de las partículas de suelo, uno de los razonamientos que usó fue que, es de esperarse que el agua adsorbida venga muy influenciada por la cantidad de arcilla presente en el suelo, de esto se desprendió una magnitud que él llamó *actividad*.

Actividad de una arcilla = 
$$\frac{\hat{n}dice \ de \ plasticidad}{\% \ en \ peso \ menor \ de \ 2 \ \mu m}$$
 (ec. 2.11)

Generalmente están constituidas por minerales, en su gran mayoría, caolinita, ilita y montmorilonita (Budhu, 2010); dichos minerales determinarán el comportamiento mecánico de las arcillas en mayor o menor grado. La caolinita está presente en arcillas que se encuentran en regiones tropicales húmedas, la ilita está constituida por lentes de aluminio intercalados entre dos capas de silicatos, la montmorilonita tiene una estructura similar a la ilita, con la diferencia que las fuerzas que predominan son las de Van der Wals y se presenta un intercambio de iones.

Sin embargo, uno de los fenómenos que se presenta exclusivamente en las arcillas sensitivas y que las caracteriza, es la consolidación secundaria, si bien, también se presenta en arcillas no sensitivas el efecto de éste es poco significativo, como sí lo es en las arcillas sensitivas. Por tal motivo se extenderá el estudio a determinar los asentamientos debidos a la consolidación secundaria, para ello es necesario conocer el origen de los suelos, así como su composición mineralógica y química, lo cual se detalla en capítulos posteriores.

De manera cuantitativa, la sensibilidad ( $S_t$ ) de una arcilla está determinada mediante la ec. 2.12 (Bowles, 1997).

$$S_t = \frac{C_u \, inalterada}{C_u \, remoldeado} \tag{ec. 2.12}$$

Valores de S mayores de 4, indican que una arcilla es sensitiva.

## 2.2 Origen geológico

La variedad de materiales que se encuentran en la corteza terrestre es prácticamente ilimitada, a menudo representan una problemática desde el punto de vista ingenieril, ya que van desde grandes bloques, gravas, arenas, limos hasta arcillas. Para comprender mejor el comportamiento de estos materiales es necesario definir, el origen de los suelos, cómo llegaron al lugar en el que se encuentran actualmente, su composición mineralógica. Para acotar el estudio, se delimitará primeramente a definir la composición de la corteza terrestre, cuyo espesor va de 30 a 40 km según estudios sísmicos realizados, la composición de la corteza se muestra en la Fig. 2.6.



Fig. 2.6 Composición elemental de la corteza terrestre (Press y Siever, 1994).

Por otra parte la superficie de la corteza terrestre está expuesta a ciertos procesos que la afectan de manera considerable, estos procesos son: movimiento de la corteza, erosión, deposición y formación de sedimentos los cuales forman parte de un ciclo, llamado ciclo geológico (Fig. 2.7).



Fig. 2.7 Ciclo geológico (Mitchell y Soga, 2005)

El desgaste de la corteza puede ser provocado por procesos físicos, químicos y microbiológicos, dando como resultado: Minerales inalterados de resistencia alta, nuevas formaciones más estables que tienen la misma estructura que los minerales originales, nuevas formaciones similares a las originales pero con diferente estructura interna, productos alterados producto de la transportación (coloides, arcillas minerales, minerales precipitados, etc.).

Así pues, es de vital importancia para la Mecánica de Suelos conocer las características y el proceso geológico de los depósitos que forman los materiales del subsuelo. En lo consecuente se enfocará al estudio detallado de las arcillas.

Lo transformación química de los minerales que forman la roca, produce nuevos componentes mineralógicos que vienen a constituir materiales muy finos hasta coloidales. De la alteración físico-química resultan los minerales de arcilla que tienen propiedades individuales, principalmente cohesivas. Por medio del transporte originado por el viento, explosiones volcánicas, el agua, la gravedad y el hielo, estos fragmentos forman nuevos depósitos de rocas sedimentarias no consolidadas. El conocimiento adecuado de las características mecánicas de estos sedimentos; la permeabilidad, compresibilidad y la resistencia al esfuerzo cortante, son necesarias para el entendimiento y solución de problemas de estabilidad en Ingeniería.

Por lo expuesto anteriormente los suelos tienen su origen en la descomposición de la roca madre, debido, a la acción de agentes erosivos. A su vez dicha descomposición puede ser de tipo física, química o físico-química. La erosión física da como resultado materiales granulares (grava y arena) e incluso limos, por otro lado la erosión química es propia de la formación de arcillas sobre todo de las sensitivas.

La descomposición física puede ser de dos tipos las cuáles son:

a) Erosión in situ

a.1 Cambios de temperaturaa.2 Crecimiento de cristalesa.3 Esfuerzos en la corteza terrestrea.4 Efecto de la gravedad

b) Erosión por transporte
 b.1 Agua
 b.2 Viento
 b.3 Glaciares

De manera análoga, la descomposición química, se debe a diferentes procesos, en los que se encuentran:

- a) Hidratación. Resulta como consecuencia de la adición de agua a un compuesto químico para formar como conclusión otro compuesto químico, con diferentes características.
- b) Hidrólisis. Es la descomposición química de una sustancia por medio del agua, se produce como efecto de que el agua libre, de los climas tropicales de intensa pluviosidad, donde las rocas están formadas fundamentalmente de Silicatos y Oxidos de Fe y Al, el agua libre debilita la unión con estos elementos y provoca su descomposición.
- c) Disolución. Aún cuando la disolución es un fenómeno físico, en la erosión de los suelos y rocas, actúa casi siempre acompañado de una importante combinación y transformación química. Si bien las formaciones calcáreas (roca caliza) son en general poco solubles en agua, (0,065 gr/litros) cuando en el agua de contacto está presente al anhídrido carbónico, el carbonato de calcio es disuelto lentamente en forma de bicarbonato de calcio que puede llegar a una concentración en agua de 160 gr/litros.
- d) Oxidación. La oxidación que sufren los óxidos ferrosos liberados debido a la hidrólisis, los lleva a transformarse en óxidos férricos. Una evidencia de este accionar se da en la erosión química que sufren los basaltos que primeramente se descomponen en Saprolitos de color amarillo y posteriormente por una fuerte oxidación debido al oxígeno disuelto que aportan las lluvias, se transforman en Lateritas con un fuerte color rojo.

### 2.3 Estructura interna

Para el estudio adecuado de las propiedades índices y mecánicas, y en general para comprender el comportamiento mecánico relacionado con la masa del subsuelo, es necesario conocer con precisión el tipo de estructura interna que presenta el suelo, es decir, hacer un enfoque microscópico y observar cómo están organizadas sus partículas, dicha organización sigue a su vez leyes que rigen su comportamiento, de acuerdo a las fuerzas predominantes en el tipo de estructura respectiva.

 a) Estructura simple. Es aquella producida cuando las fuerzas debidas al campo gravitacional terrestre son claramente predominantes en la disposición de las partículas; es por lo tanto, típica de suelos de grano grueso (gravas y arenas limpias) de masa comparativamente importante. El comportamiento mecánico e hidráulico de un suelo de estructura simple, queda definido por dos características: La compacidad y la orientación de las partículas. En la Fig. 2.8 se muestran algunos tipos de estructuras simples.



Fig. 2.8 Estructura simple, (a) cúbica simple, (b) cúbica tetraédrica, (c)Tetraoctogonal senoidal, (d) Piramidal, (e) Tetraédrica (van Olphen, 1977)

b) Panal. Esta estructura se considera típica en granos de tamaño de 0,02 mm de diámetro, que son arrastrados y depositados ya sea por el agua o por los vientos. En estas partículas, la gravitación ejerce un efecto que hace que tiendan a sedimentarse, pero dada su pequeña masa, otras fuerzas naturales pueden hacerse de magnitud comparable, concretamente si la partícula antes de llegar a su ubicación final en el depósito toca a otra partícula ya depositada, la fuerza de adherencia desarrollada entre ambas, puede neutralizar al peso, haciendo que la partícula quede detenida antes de completar su carrera; otra partícula puede ahora añadírsele y el conjunto de ellas podrá llegar a formar una celda, con cantidad importante de vacío (Fig. 2.9).



Fig. 2.9 Estructura de panal (van Olphen, 1977)

c) Floculenta. Se presenta por sedimentación de partículas menores de 2 μm; estas partículas pueden permanecer en suspensión indefinidamente, pues en ellas el peso ejerce poca influencia en comparación con las fuerzas eléctricas entre partículas cargadas negativamente y las fuerzas moleculares ejercidas por el agua. Las cargas eléctricas de las partículas coloidales pueden, sin embargo, neutralizarse bajo la influencia de la adición de iones de carga positiva opuesta; un electrolito por ejemplo,

en ácido tal como el clorhídrico, se disocia en agua en iones positivos y negativos (CI- y H+) y por efecto de los iones H+ en solución, los coloides neutralizan sus cargas y chocan entre sí, quedando unidas por las fuerzas de adherencia desarrolladas. De esta manera, comienzan a formarse los flóculos de mayor masa, que tienden a depositarse. En el mar, la sal actúa como electrolito.



Fig. 2.10 Estructura floculenta (van Olphen, 1977)

d) Estructura en "Castillo de naipes". Es similar a la estructura floculenta, sin embargo, la forma laminar de los minerales de arcilla es fundamental en la estructuración, tal y como se muestra en la Fig. 2.11.



Fig. 2.11 Estructura en "Castillo de naipes" (van Olphen, 1977)

e) Estructura dispersa. Algunas investigaciones modernas han indicado que una hipótesis estructural del tipo de "castillo de naipes", en la cual las partículas tienen contactos mutuos, si bien puede aceptarse como real en muchos casos quizás no es la más estable en la que pudiera pensarse. Cualquier perturbación que pueda existir, como deformación por esfuerzo cortante, tiende en general a disminuir los ángulos entre las diferentes láminas de material. Conforme esto sucede, actúan entre las partículas, presiones osmóticas inversamente proporcionales al espaciamiento entre ellas. Las presiones osmóticas tienden a hacer que las partículas se separen y adopten una posición como la que se muestra en la Fig. 2.12.

Fig. 2.12 Estructura dispersa (van Olphen, 1977)

### 2.4 Mineralogía

La mineralogía es el principal factor que determinará el comportamiento mecánico e hidráulico de los suelos, específicamente en arcillas; los minerales de arcilla tienen características muy puntuales, son partículas de tamaño pequeño, tienen una carga eléctrica negativa, presentan gran plasticidad al mezclarlas con agua y una alta resistencia a la intemperie, los principales minerales de arcilla son silicatos de aluminio hidratados (Mitchell y Soga, 2005). Para determinar la composición mineralógica es necesario realizar un análisis termo diferencial, de rayos X, entre otros más, estos estudios no son propios del ingeniero, si no del físico o químico. Sin embargo, tres grupos de minerales son de particular importancia en mecánica de suelos.

Montmorilonitas. Constituidos principalmente por el mineral del mismo nombre, en donde la relación de sílice a alúmina es de 4 a 1; la alúmina generalmente está reemplazada parcialmente por óxido de hierro o magnesio. Tienen la capacidad de expandirse en presencia de agua.

llitas. Son productos de la hidratación de micas blancas. Algunos minerales de este grupo contienen sustituciones de la alúmina por hierro y magnesio. La relación de sílice a alúmina es aproximadamente 2, los granos tienen propiedades de adsorción mucho menos activas que en el caso de las montmorilonitas.

Caolinitas. Se forma por la caolinización de las rocas ígneas feldespáticas, su relación de sílice a alúmina es de 1, la actividad superficial de estos minerales es pequeña. Las arcillas del grupo de las caolinitas en su estado natural saturado no se expanden al ser aliviadas de carga ni se reblandecen por el mismo concepto y al ser deshidratadas no sufren contracción.

## 2.5 Características mecánicas

Como se mencionó en el numeral 2.4 el comportamiento mecánico está ligado directamente a la mineralogía de las arcillas, uno de los principales aspectos es la relación esfuerzodeformación-tiempo, aunque éste no es el único factor que influye en el comportamiento mecánico de las arcillas, también están:

- Estado de esfuerzos al que haya estado sometida anteriormente
- Estructura interna y mineralogía
- Fuerzas cohesivas intergranulares.
- Forma, dimensiones y resistencia propia de los granos
- Grado de consolidación
- Permeabilidad
- Tiempo

Es importante recalcar que el tiempo es un factor a considerar, sobre todo en el comportamiento a largo plazo, ya que se ha observado que después de aplicado un incremento de esfuerzo inmediato, existe una deformación inmediata, pero que conforme transcurre el tiempo el material se sigue deformando. Por tal motivo es posible definir ciertos modelos constitutivos que se asemejan al comportamiento real de las arcillas, entre los cuales están:

- Modelo elástico
- Modelo plástico
- Modelo viscoso
- Modelo elasto-plástico
- Modelo plasto-viscoso
- Modelo elasto-plástico viscoso

El comportamiento dependerá de las condiciones iniciales (drenadas o no drenadas) y del tipo de análisis, si es a corto o largo plazo.

#### 2.6 Características hidráulicas

Están ligadas directamente a la permeabilidad que presenten las arcillas, o bien de la velocidad a la cual se aplican los esfuerzos. Así pues la permeabilidad se define como la velocidad con la que el agua pasa a través del suelo, bajo un gradiente hidráulico unitario, Ley de Darcy (ec. 2.13).

$$v = ki \tag{ec. 2.13}$$

donde i es el gradiente hidráulico (ec. 2.14), v la velocidad de flujo y k el coeficiente de permeabilidad ó conductividad hidráulica.

$$i = \frac{\Delta h}{L}$$
 (ec. 2.14)

Los valores típicos de k para una arcilla son del orden de  $1x10^{-6} \frac{cm}{c}$ ó menores.

Sin embargo el aspecto más influyente en este rubro, es que las arcillas contienen, por así llamarlas, dos tipos de agua, la primera correspondiente a la que se encuentra en los poros que obedece a fuerzas de tipo gravitacional, y la segunda el agua adherida a la superficie de los granos (agua adsorbida) que está supeditada a fuerzas de tipo electromagnética; cabe mencionar que el agua adherida a los granos presenta una viscosidad variable con respecto al tiempo (Fig. 2.13).



Fig. 2.13 Agua presente en las arcillas (Zeevaert, 1948)

### 2.7 Comportamiento a corto y largo plazo

Debido a la baja permeabilidad que presentan las arcillas, requieren de un tiempo considerable para disipar la presión de poro y garantizar que existan condiciones drenadas. Por otro lado en un lapso relativamente corto el comportamiento será diferente ya que habrá una deformación a volumen constante. Lo anterior queda demostrado al realizar pruebas triaxiales del tipo UU (condiciones a corto plazo) y del tipo CU con medición de presión de poro (condiciones a largo plazo), como las que se muestran en las gráficas de las Figs. 2.14a y 2.14b, respectivamente, observando que después de un tiempo considerable, las arcillas exhiben cierta fricción. En lo correspondiente a parámetros de deformabilidad, este tipo de materiales presentan deformaciones elásticas (inmediatas) y por consolidación primaria y secundaria (largo plazo), siendo éstas últimas dos, las de mayor consideración para el Ingeniero Geotecnista.



Fig. 2.14 Resultados de pruebas triaxiales UU (a) y CU (b)

## 2.8 Localización geográfica

Para entrar en contexto y puntualizar la importancia de las arcillas sensitivas, es necesario ubicar de manera geográfica en dónde es posible encontrar estos materiales. Las arcillas sensitivas se encuentran en todo el mundo, pero, existen depósitos de gran magnitud, los cuáles han sido motivo de estudios detallados, que han permitido conocer el comportamiento de éstas. En el mapamundi de la Fig. 2.15 se muestran los principales depósitos de arcillas sensitivas.



Fig. 2.15 Principales depósitos de arcillas sensitivas

# CAPÍTULO 3

# DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS EN LA MASA DE SUELO

#### 3 Distribución de Esfuerzos en la Masa de Suelo

La distribución de esfuerzos en la masa de suelo, como lo han demostrado algunos investigadores (Boussinesq, Westergard, Frölich, entre otros), está determinada exclusivamente por propiedades geométricas, es decir, por la magnitud de las cargas, la forma de aplicación de las mismas (puntual, circular, rectangular, triangular, poligonal), si la carga está aplicada en la superficie o dentro de la masa de suelo, la profundidad; siempre y cuando se cumplan las siguientes hipótesis, un medio semi-infinito, continuo, homogéneo, isótropo, elástico, lineal. Por otro lado, introduciremos el concepto de esfuerzos efectivos, debido a que, también existe la posibilidad de generar un cambio en el estado de esfuerzos inicial, aún cuando no se aplique una sobrecarga, es decir, una disminución en la presión de poro, generará un incremento de los esfuerzos efectivos de acuerdo a la ec. 3.1, y por tanto, que el suelo se deforme. Para ello, es indispensable definir las fuerzas que actúan así como también el área de contacto de éstas.

$$\sigma' = \sigma - u \tag{ec. 3.1}$$

Donde

 $\sigma'$  Esfuerzo efectivo  $\sigma$  Esfuerzo total u Presión intersticial (ó de poro)

La ec. 3.1, define el principio fundamental de la mecánica de suelos.

Ahora bien, si hacemos un análisis microscópico, determinaremos las fuerzas que actúan en la masa de suelo, la Fig. 3.1 nos ayudará a comprender este análisis.



Si colocamos una celda de medición (elemento A) dentro del terreno, las partículas ejercerán fuerzas normales y tangenciales sobre las caras del elemento sensible, si cada cara es cuadrada, de lado a, es posible definir los esfuerzos que actúan sobre la celda mediante las ecs. 3.2.

$$\sigma_v = \frac{N_v}{a^2} \tag{ec. 3.2a}$$

$$\sigma_h = \frac{N_h}{a^2} \tag{ec. 3.2b}$$

$$\tau_v = \frac{\tau_v}{a^2} \tag{ec. 3.2c}$$

 $\tau_h = \frac{T_h}{a^2} \tag{ec. 3.2d}$ 

Donde  $N_v y N_h$  son las fuerzas normales en direcciones vertical y horizontal, respectivamente;  $T_v y T_h$  son las fuerzas tangenciales vertical y horizontal, respectivamente. Si consideramos ahora un sistema de partículas más complejo, y colocamos un plano imaginario, como el de la Fig. 3.2, podremos definir los esfuerzos normal y tangencial en la masa de suelo.



Fig. 3.2 Definición de los esfuerzos en un sistema de partículas (Lambe et al, 2012)

La suma de las componentes normales al plano de todas las fuerzas, dividida por el área del plano es el *esfuerzo normal* (ec. 3.3), análogamente la suma de las componentes tangenciales (en dirección X ó Y) dividida por el plano será el *esfuerzo tangencial* o *cortante* (ec. 3.4).

$$\sigma = \frac{\sum N}{a^2}$$
 (ec. 3.3)

$$\tau_x = \frac{\Sigma \tau_x}{a^2} \tag{ec. 3.4a}$$

$$\tau_y = \frac{\Sigma \tau_y}{a^2} \tag{ec. 3.4b}$$

### 3.1 Esfuerzos geostáticos

Los esfuerzos en la masa de suelo como se mencionó anteriormente, pueden ser causados por dos factores principales, por una sobrecarga o por el peso propio del suelo, ambos casos suelen ser complicados de analizar dada la complejidad de la estructura del mismo, sin embargo, en esta parte nos enfocaremos a analizar el efecto del peso propio; existe una simplificación, la cual se presenta a menudo en la naturaleza, y que da lugar a un estado de esfuerzos muy sencillo: cuando la superficie del terreno es horizontal, las propiedades no varían de manera horizontal en una gran extensión. Este caso se presenta frecuentemente, específicamente en suelos sedimentarios, las arcillas de acuerdo a su origen geológico, se engloban en este campo. A este estado de esfuerzos se le denomina *geostático*, y pueden ser verticales u horizontales.

Los esfuerzos geostáticos tienen la particularidad, que no presentan esfuerzos tangenciales horizontales ni verticales, es decir, se puede calcular únicamente considerando el peso de suelo que está por encima de la profundidad a la que se quiere obtener el esfuerzo, empleando la ec. 3.5.

$$\sigma_v = \gamma z \tag{ec. 3.5}$$

Donde

#### $\sigma_v$ Esfuerzo vertical total

#### γ Peso específico total del suelo

#### z Profundidad

La ec. 3.5 se limita a considerar el peso específico como constante; generalmente un suelo resultará más compacto al aumentar la profundidad, por el efecto de los esfuerzos geostáticos, por ello, si el peso específico varía de forma continua, los esfuerzos verticales se calculan mediante la ec. 3.6.

$$\sigma_v = \int_0^z \gamma_z(z) \, dz \tag{ec. 3.6}$$

La relación entre los esfuerzos geostáticos vertical y horizontal, se expresa por un coeficiente denominado *coeficiente de esfuerzo lateral K*, definido por la ec. 3.7, cabe mencionar que los esfuerzos son totales.

$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_n} \tag{ec. 3.7}$$

Si bien los esfuerzos definidos (vertical y horizontal) son los totales, cuando existe la presencia de agua, es posible calcular los esfuerzos efectivos, mediante la ec. 3.1, y realizar los análisis en término de los esfuerzos efectivos. Cuando se habla de esfuerzos efectivos, se define un nuevo coeficiente que relaciona los esfuerzos vertical y horizontal, denominado *coeficiente de presión de tierras en reposo*  $K_0$  (ec. 3.8).

$$K_0 = \frac{\sigma_h'}{\sigma_v'} \tag{ec. 3.8}$$

Es posible calcular los esfuerzos geostáticos, empleando el modelado numérico por medio del elemento finito, dicha herramienta es muy potente, esto se ve reflejado en un ejemplo sencillo, si consideramos un estrato de arcilla con un peso específico total  $\gamma = 18 \frac{kN}{m^3}$  y espesor z = 22m, empleando la ec. 3.1 obtenemos que a 22m de profundidad tenemos un esfuerzo vertical  $\sigma_v = 396 kPa$ . Ahora bien, si hacemos el modelo, vemos en la Fig. 3.3 que se obtiene el mismo resultado a dicha profundidad.



Fig. 3. 3 Cálculo de los esfuerzos geostáticos con modelado numérico

#### 3.2 Esfuerzo debido a una sobrecarga en la superficie

La distribución de esfuerzos en la masa de suelo, puede calcularse mediante la teoría de la elasticidad, Boussinesq (1885) encontró la solución para calcular los esfuerzos bajo un punto al aplicar un carga puntual en la superficie, considerando que es un medio semi-infinito, elástico, lineal, homogéneo, isótropo. De acuerdo a la Fig. 3.3 el esfuerzo vertical a cierta profundidad se calcula en función de la ec. 3.9.



Fig. 3.4 Carga puntual aplicada en la superficie (Boussinesq, 1885)

$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi z^2} \cdot \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2}\right]^{\frac{5}{2}}$$
(ec. 3.9)

donde

Q Carga puntual aplicada en superficie

z Profundidad del punto de interés

r Distancia horizontal medida del punto de aplicación de la carga al punto de interés

Otro método para calcular los esfuerzos debidos a una carga puntual en la superficie, es el que propone Westergard, basándose en las mismas hipótesis que Boussinesq.

$$\sigma_{z} = \frac{KQ}{2\pi z^{2}} \left[ \frac{1}{K + \left(\frac{r}{Z}\right)^{2}} \right]^{\frac{3}{2}}$$
(ec. 3.10)

Donde

$$K = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}}$$
 (ec. 3.10a)

De manera análoga Frölich propone una ecuación similar a las anteriores.

$$\sigma_{z} = \frac{\chi Q}{2\pi z^{2}} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^{2}} \right]^{\frac{\chi + 2}{2}}$$
(ec. 3.11)

 $\chi = 2$  para suelos estratificados

 $\chi = 4$ , para suelos en que la compresibilidad se reduce con la profundidad

### 3.2.1 Rectangular

Las soluciones propuestas anteriormente, se pueden integrar para obtener la distribución de esfuerzos, generados por un área rectangular cargada uniformemente, con la limitante que dicha integración se hizo para calcular los esfuerzos en la esquina de dicha área, pero que, empleando el principio de superposición es posible determinar la distribución de esfuerzos bajo cualquier punto aún afuera del área cargada.



Fig. 3.5 Área rectangular cargada uniformemente

a) Ecuación de Boussinesq

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{1+m^2} + \frac{1}{1+n^2} \right) \frac{mn}{\sqrt{m^2 + n^2 + 1}} + \tan^{-1} \left( \frac{mn}{\sqrt{m^2 + n^2 + 1}} \right) \right]$$
(ec. 3.12)

b) Ecuación de Westergard

$$\sigma_{z} = \frac{q}{2\pi} \tan^{-1} \left( \frac{mn}{\kappa \sqrt{m^{2} + n^{2} + K^{2}}} \right)$$
 (ec. 3.13)

c) Ecuación de Frölich

c.1) 
$$\chi = 2$$

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{m}{\sqrt{1+m^2}} \tan^{-1} \left( \frac{n}{\sqrt{1+m^2}} \right) + \frac{n}{\sqrt{1+n^2}} \tan^{-1} \left( \frac{m}{\sqrt{1+n^2}} \right) \right]$$
(ec. 3.14a)

c.2) 
$$\chi = 4$$

$$\sigma_z = \frac{q}{4\pi} \left[ \left( \frac{1}{1+m^2} + \frac{1}{1+n^2} \right) \frac{mn}{m^2 + n^2 + 1} + \frac{n(3+2n^2)}{(1+n^2)^{\frac{3}{2}}} \tan^{-1} \left( \frac{m}{\sqrt{1+n^2}} \right) + \frac{m(3+2m^2)}{(1+m^2)^{\frac{3}{2}}} \tan^{-1} \left( \frac{n}{\sqrt{1+m^2}} \right) \right] \quad \text{(ec. 3.14b)}$$

Donde

$$m = \frac{B_1}{z}$$
$$n = \frac{B_2}{z}$$

#### 3.2.2 Circular

Las gráficas de las Figs. 3.6 y 3.7 dan los esfuerzos normales (vertical y horizontal) producidos por una carga uniformemente repartida en una superficie circular de radio R. Otra herramienta que es de uso común, son las cartas de Newmark, de las cuales no se detallará ya que no es el objetivo de esta tesis.



Fig. 3.7 Esfuerzos debidos a sobrecarga circular en superficie (Newmark, 1942).

Donde

$$\Delta \sigma_1 = \Delta \sigma_v$$

 $\Delta\sigma_3=\Delta\sigma_h$ 

### 3.2.3 Poligonal

Tomando como base la Fig. 3.8 se detalla el proceso para el cálculo de la distribución de esfuerzos, causada por un área poligonal cargada uniformemente. Posteriormente se muestran las integraciones hechas para la solución de Boussinesq, Westergard y Frölich.



Fig. 3.8 Polígono cargado uniformemente

1.  $x'_j = x_j - x_0$ ;  $y'_j = y_j - y_0$  (j = i, i+1)

2. 
$$F = x_i' y_{i+1}' - x_{i+1}' y_i$$

a) Si F = 0, S = 0 b) Si F > 0, S = 1 c) Si F < 0, S = -1

3. 
$$C = x_i' x_{i+1}' + y_i' y_{i+1}'$$

4. 
$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{|F|}{c}\right)$$

5. 
$$\rho_j = \sqrt{{x'_j}^2 + {y'_j}^2}$$
, (j = i, i+1)

6. 
$$L = \sqrt{(x'_{i+1} - x'_i)^2 + (y'_{i+1} - y'_i)^2}$$

$$7. \quad H = \frac{\rho_i \rho_{i+1} \sin \alpha}{L}$$

- 8.  $A = \frac{z}{H}$
- 9. a)  $R_1 = Menor (\rho'_i, \rho'_{i+1})$ b)  $R_2 = Mayor (\rho'_i, \rho'_{i+1})$

10. 
$$D = R_1 - R_2 \cos \alpha$$
  
a) Si D > 0, S' = 1  
b) Si D < 0, S' = -1  
c) Si D = 0, S' = 0

Posteriormente se calculan los siguientes parámetros, dependiendo de la fórmula que se emplee.

$$A = \frac{Z}{H}$$
$$r_i = \frac{R_i}{Z} (i = 1, 2)$$
$$q_i = \frac{R_i}{H} (i = 1, 2)$$

1. Ecuación de Boussinesq

$$\sigma_z = \frac{SQ}{2\pi} \left\{ \alpha - S' \tan^{-1} B_1 - \tan^{-1} B_2 + \frac{S'B_1 + B_2}{A^2 + 1} \right\}$$

Donde

$$B_i = \sqrt{\frac{q_i^2 - 1}{r_i^2 + 1}}$$
,  $(i = 1, 2)$ 

2. Ecuación de Westergaard

$$\sigma_z = \frac{SQ}{2\pi} \{ \alpha - S' \tan^{-1} W_1 - \tan^{-1} W_2 \}$$

Donde

$$W_i = K \sqrt{\frac{q_i^2 - 1}{K^2 + r_i^2}}$$
,  $(i = 1, 2)$ 

K = Constante

3. Ecuación de Fröhlich

a) 
$$\chi = 2$$
  

$$\sigma_z = \frac{SQ}{2\pi} \left( \frac{1}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) \left\{ S' \tan^{-1}\left( \frac{E_1}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) + \tan^{-1}\left( \frac{E_2}{\sqrt{A^2 + 1}} \right) \right\}$$

Donde

$$E_i = \sqrt{q_i^2 - 1}$$
,  $(i = 1, 2)$ 

b) 
$$\chi = 4$$
  
$$\sigma_z = \frac{SQ}{4\pi} \left(\frac{1}{A^2 + 1}\right) \{S'C_1 + C_2\}$$

Donde

$$C_i = \left(\frac{3A^2 + 2}{\sqrt{A^2 + 1}}\right) \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{q_i^2 - 1}}{\sqrt{A^2 + 1}}\right) + \frac{\sqrt{q_i^2 - 1}}{r_i^2 + 1}$$

(i=1,2)

# CAPÍTULO 4

# TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN

#### 4 Teoría de la Consolidación

#### 4.1 Consolidación primaria

#### 4.1.1. Definición

Cuando una arcilla totalmente saturada es sometida a un incremento de esfuerzo externo, en principio dicho incremento lo tomará directamente el agua de los poros, generando un incremento en la presión intersticial; después de cierto tiempo transcurrido, se presenta un diferencial entre la presión de poro y la presión en la frontera, ocasionando una condición drenada, es decir, que exista flujo de agua, disipándose gradualmente la presión de poro, este fenómeno va ligado directamente con la permeabilidad que se tenga, por tanto, el incremento de esfuerzos los irá tomando la parte sólida, incrementando así los esfuerzos efectivos y por consiguiente que la arcilla presente cierta deformación. A este fenómeno se le denomina *consolidación*. En el diagrama de la Fig. 4.1 se resume de manera esquemática dicho fenómeno.



Fig. 4.1 Modelo reológico (consolidación)

El sistema de resortes con una rigidez K equivalente representan el esqueleto del suelo, el agua propiamente a la fase líquida y las válvulas por donde sale el agua, la permeabilidad k.

La teoría de la consolidación fue desarrollada por Terzaghi en 1925, (año considerado como el nacimiento de la mecánica de suelos moderna) él propuso el modelo reológico de la Fig. 4.1 y la ecuación que gobierna la consolidación unidimensional (ec. 4.1).

$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$
 (ec. 4.1)

Donde

u Presión de poro, es función de la profundidad z y el tiempo t

z Profundidad

t Tiempo

#### C<sub>v</sub> Coeficiente de consolidación

La manera de obtener el coeficiente de consolidación, así como la definición de otros parámetros de interés, se hará más adelante.
## 4 Teoría de la Consolidación

## 4.1.2. Hipótesis

- Homogeneidad
- Totalmente saturado (S = 100%)
- El agua y los granos del suelo son incompresibles
- Un elemento diferencial de dimensiones dx, dy y dz tendrá el mismo comportamiento que uno con dimensiones x, y, z
- El flujo de agua es unidimensional
- La compresión es unidimensional
- Es válida la Ley de Darcy (v = ki)
- Las propiedades del suelo son constantes con respecto al tiempo
- Los parámetros dependen del nivel de esfuerzo vertical

## 4.1.3. Curva de consolidación

Para obtener una curva de consolidación, es común realizar ensayes en el odómetro, el dispositivo se muestra en Fig. 4.2., cabe mencionar que en la prueba al restringir los desplazamientos horizontales, la única deformación que se tendrá será la vertical, lo que conlleva a que la deformación volumétrica total  $\varepsilon_v$ , sea igual a la deformación vertical  $\varepsilon_z$ .



Fig. 4.2 Odómetro.

Durante una prueba de consolidación, se aplican varios incrementos de esfuerzo, en cada incremento se tendrá una curva de consolidación diferente, es importante definir bajo qué cargas se iniciará el proceso, ya que es primordial conocer cuál ha sido el máximo esfuerzo que ha soportado el suelo a lo largo de su historia geológica. Una curva de consolidación se define como una gráfica tiempo-deformación en escala semilogarítmica (Fig. 4.3).



De las curvas de consolidación es posible obtener el coeficiente de consolidación  $C_V$ . Para ello es necesario definir el factor tiempo T, el cuál es un parámetro adimensional que va ligado directamente con el grado de consolidación U, en la curva de la Fig. 4.4 se presenta la relación entre estos dos valores.

## 4 Teoría de la Consolidación



La importancia de este gráfico toma relevancia, al calcular el C<sub>v</sub>, comúnmente se usa el t<sub>50</sub> que es el tiempo necesario para que una muestra de suelo se consolide al 50% el valor del factor tiempo para U<sub>50</sub> es  $T_{50} = 0.197$ . de la ec. 4.2, tenemos.

$$C_v = T \frac{H_e^2}{t} \tag{ec. 4.2}$$

Donde

T Factor tiempo

t Tiempo dependiente del grado de consolidación cosiderado

H<sub>e</sub> Espesor efectivo, trayectoria máxima de una partícula de agua

En la fig. 4.5 se muestra un método gráfico para la obtención del t<sub>50</sub>.



Fig. 4.5 Obtención de t<sub>50</sub>

## 4.1.4. Solución

La solución de la ec. 4.1 se realiza por medio de una serie de Taylor (Taylor, 1948).

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\frac{1}{H} \int_{0}^{2H} u_{i} \sin \frac{n\pi z}{2H} dz\right) \left(\sin \frac{n\pi z}{2H}\right) e^{\frac{n^{2}\pi^{2}C_{v}t}{4H^{2}}}$$
(ec. 4.3)

donde

$$n = 2m + 1; \quad m = 0, 1, 2, ..., \infty$$
 (ec. 4.3a)

$$M = \frac{\pi}{2}(2m+1)$$
 (ec. 4.3b)

Con estos parámetros definidos la ec. 4.3 se puede reescribir como:

$$u = \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{2u_i}{M} \left( \sin \frac{Mz}{H} \right) e^{-M^2 T}$$
 (ec. 4.4)

Usualmente los programas de elemento finito calculan el grado de consolidación medio  $U_i$ , para ello se hace una parametrización de la profundidad z con respecto al espesor H. Empleando la ec. 4.4 se obtienen unas curvas llamadas *isócronas*, son curvas que representan el grado de consolidación a diferentes valores de z/H para un mismo factor tiempo T (Fig. 4.6).



## 4 Teoría de la Consolidación

## 4.2 Consolidación secundaria

La teoría de la consolidación de Terzaghi, aparentemente da buenos resultados para el cálculo de asentamientos en función del tiempo, en depósitos de arcilla, sin embargo este proceso se lleva a cabo a medida que se disipa la presión de poro (agua gravitacional), pero, se observa que, las deformaciones siguen aumentando con respecto al tiempo, esto debido a un fenómeno de origen viscoso-intergranular (agua adsorbida), es decir, por el agua que se encuentra adherida a los granos. El efecto plasto-viscoso es causado, principalmente, por el "resbalamiento" de los granos entre sí, hasta encontrar una posición más estable, por efecto de la carga aplicada.

Buisman (1936) fue tal vez, el primer autor en investigar este fenómeno (creep), y proponer una ley que determinara los asentamientos, ya que la teoría de la consolidación no era suficiente para ello. Dicha ley, se resume en la ec. 4.5.

$$\varepsilon = \varepsilon_c - C_B \log\left(\frac{t_c + t'}{t_c}\right)$$
; para  $t' > 0$  (ec. 4.5)

Donde  $\varepsilon_c$  es la deformación unitaria al final del proceso de consolidación, t' el tiempo efectivo medido a partir del inicio de la consolidación secundaria,  $t_c$  el tiempo correspondiente al final del proceso de consolidación y  $C_B$  es una constante que depende del tipo de minerales de arcilla.

Basándose en los trabajos de Bjerrum (1967), Garlanger (1972) propuso una nueva ecuación para definir la consolidación secundaria

$$e = e_c - C_a \log\left(\frac{\tau_c + t'}{\tau_c}\right)$$
 (ec. 4.5)

En la gráfica de la Fig. 4.7 se observa la curva de consolidación que define la ec. 4.5.



Fig. 4.7 Curva de consolidación (Buisman, 1936)

Como se puede observar en la Fig. 4.7, el comportamiento plástico con retardamiento viscoso entre los granos, está regido por una ley logarítmica lineal. Más adelante se detallará que existen diferentes curvas de consolidación, estudiadas por Zeevaert.

## 4.2.1 Definición

La consolidación secundaria, creep, viscosidad intergranular, se define como el proceso en el cual un depósito de arcilla, presenta deformaciones con respecto al tiempo, por efecto del agua adsorbida, es decir, el agua que se encuentra adherida a los granos, ocasionando un

fenómeno viscoso, dicha viscosidad, varía en función del tiempo. Zeevaert (1948) investigó dicho fenómeno, y propuso un modelo reológico (Fig. 4.8), para definir el comportamiento a largo plazo de las arcillas, que definió como *unidad Z*.



Fig. 4.8 Modelo reológico, unidad Z (Zeevaert, 1948)

Dicho modelo consta de dos amortiguadores en un arreglo en paralelo, el amortiguador N con una fluidez  $\phi_N$  constante, mientras que el amortiguador 2 presenta una fluidez  $\phi_2$  que disminuye con respecto al tiempo. Las ecs. 4.6 y 4.7 definen el comportamiento de la unidad Z.

$$\dot{\epsilon_N} = \phi_N \sigma_N \tag{ec. 4.6}$$

$$\dot{\varepsilon_2} = \frac{a}{b+t}\sigma_2 \tag{ec. 4.7}$$

Más adelante se determinará la relación entre estas ecuaciones, para posteriormente, resolverlas.

## 4.2.2 Hipótesis

- El fenómeno de consolidación secundaria tiene efecto, aunque en menor magnitud, al iniciar la consolidación primaria, es decir, ocurren de manera simultánea.
- El suelo está compuesto por dos estructuras internas con comportamiento mecánico diferente; la primera formada por minerales de arcilla que generan flóculos y representan la estructura viscosa intergranular, llamados poros microscópicos; la segunda formada por granos más grandes y que son capaces de soportar los esfuerzos efectivos, llamados poros SS (Fig. 4.9).
- La presión en los poros microscópicos siempre será igual o mayor a la presión en los poros SS.

## 4 Teoría de la Consolidación



Fig. 4.9 Estructura de arcillas sensitivas (Zeevaert, 1948)

## 4.2.3 Curvas de consolidación

Como se mencionó anteriormente, las curvas de consolidación son curvas deformación-tiempo que se generan aplicando un incremento de esfuerzo, en una prueba de consolidación; si bien en la consolidación primaria el comportamiento de éstas estará regido por sus propiedades mecánicas, en el caso de la consolidación secundaria los factores predominantes son la composición mineralógica y la presencia de sales que facilitan el proceso de floculación, dando origen a diferentes curvas de consolidación.

Antes de definir las curvas, es necesario aclarar que existe un esfuerzo crítico  $\sigma_c$ , el cual es el esfuerzo con el que se rompe la estructura original del suelo, es el análogo al esfuerzo de preconsolidación en arcillas no sensitivas.

## 4.2.3.1. Curva Tipo I

Este tipo de curvas son características de suelos que tienen un nivel de esfuerzo actual, relativamente bajo con respecto al esfuerzo crítico (Fig. 4.10).



Esta curva fue determinada de manera aproximada por Buisman (1936), observando una función lineal logarítmica en la parte de la consolidación secundaria.

## 4.2.3.2. Curva Tipo II

Para un nivel de esfuerzos mayor que el de las curvas tipo I, es decir, más cercano al esfuerzo crítico, se tiene la curva tipo II.



Fig. 4.11 Curva Tipo II (Zeevaert, 1948)

## 4.2.3.3. Curva Tipo III

Cuando se tiene un nivel de esfuerzos muy aproximado al esfuerzo crítico, la configuración de la curva, s como la que se muestra en la Fig. 4.12.



## 4.2.3.4. Curva Tipo IV

Si el nivel de esfuerzos es mayor que el esfuerzo crítico, se tendrá una curva como la que se muestra en la Fig. 4.13.



#### 4.2.4 Solución

Tomando como referencia el modelo reológico de la Fig. 4.8 se establece el equilibrio y la compatibilidad de deformaciones, mediante las ecs. 4.8 y 4.9.

$$\Delta \sigma = \sigma_z + \sigma_2 \tag{ec. 4.8}$$

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_N = \varepsilon_2 \tag{ec. 4.9}$$

Sustituyendo e igualando los términos correspondientes de las ecs. 4.6 y 4.7, la solución de la ecuación diferencial:

$$\dot{\varepsilon_{\nu}} = \frac{a}{b + \frac{a}{\phi_2} + t} \Delta \sigma \qquad (ec. 4.10)$$

es

$$\varepsilon_{\nu} = a \,\Delta\sigma \,\ln\frac{b + \frac{a}{\phi_2} + t}{b + \frac{a}{\phi_2}} \tag{ec. 4.11}$$

Si consideramos que existe una infinidad de unidades Z, la ecuación que define el comportamiento plasto-viscoso de las arcillas sensitivas es (Zeevaert, 1984):

$$\frac{\varepsilon_{\nu}}{m_t \Delta \sigma} = \beta \log(1 + \xi T_{\nu})$$
 (ec. 4.12)

Donde:

m<sub>t</sub> Coeficiente de compresibilidad volumétrica en consolidación secudaria

 $\beta$  Parámetro que relacione la consolidación primaria con la secundaria, igual a

$$\beta = \frac{m_t}{m_v}$$

 $\xi$  Parámetro adimensional, igual a  $\frac{4.61}{\beta} \frac{\phi_2}{\phi_1}$ 

## 4.3. Curva de compresibilidad

En una prueba odométrica, se obtiene una serie de curvas de consolidación, las cuales corresponden a ciertos incrementos de esfuerzo, ahora bien, para cada incremento de esfuerzo se tiene una deformación ó una relación de vacíos al final del proceso de consolidación, entonces, si dibujamos cada par de puntos en una gráfica en escala semilogarítmica, tendremos una curva llamada *curva de compresibilidad*, Por otra parte, como se mencionó anteriormente, el comportamiento de las arcillas dependerá de su composición mineralógica, su estructura molecular y de su origen geológico, así, la curva de compresibilidad, tendrá una forma característica, si se trata de una arcilla sensitiva ó de una arcilla no sensitiva, en la Fig. 4.14, se observa la diferencia entre éstas.





## 4.4. Arcillas no sensitivas

Las arcillas no sensitivas, generalmente se forman por sedimentos depositados en cuerpos de agua dulce, por tanto, su estructura molecular es dispersa (Zeevaert, 1988), de tal modo, que la viscosidad intergranular (aunque se presenta el fenómeno creep), se considera despreciable para fines de cálculo, en algunos casos.

Tomando como referencia la curva de compresibilidad de la Fig. 4.14a, es posible clasificar a este tipo de arcillas, en función del estado de esfuerzos actual, de tal modo que, si el esfuerzo actual se encuentra en la rama de recarga, se dice que una arcilla es preconsolidada, y viceversa, si el esfuerzo actual es mayor cae en la rama virgen, la arcilla será normalmente consolidada, en otras palabras, está en un proceso de consolidación. De aquí se define un nuevo parámetro llamado *relación de preconsolidación* (OCR *Overconsolidation ratio*), definido mediante la ec. 4.13.

$$OCR = \frac{\sigma_p}{\sigma_v}$$
(ec. 4.13)

Donde

 $\sigma_p$  Esfuerzo de preconsolidación

 $\sigma'_{v}$  Esfuerzo vertical actual

Para calcular asentamientos a corto plazo, simplemente se aplica la teoría de la elasticidad, considerando un valor del módulo de Poisson v = 0.5, el módulo de la elasticidad E se obtiene de la curva esfuerzo-deformación de una prueba triaxial UU. Se ha observado que el valor de E depende del grado de alteración del material, específicamente en arcillas normalmente consolidadas (Skempton y Bjerrrum, 1957).

Los asentamientos a largo plazo de un estrato de arcilla preconsolidada, totalmente saturada, se obtienen a partir de resultados de pruebas de consolidación unidimensional, practicadas sobre muestras inalteradas extraídas del estrato de suelo. En ocasiones la estimación de la compresión se acerca en forma más o menos satisfactoria a la compresión que sufre el estrato en el campo. Sin embargo, otras veces ocurre que la deformación de la arcilla en el campo es menor que la deformación estimada con los resultados del ensaye de consolidación unidimensional. Skempton y Bjerrum (1957) analizaron este fenómeno y concluyeron que esta diferencia se debe a que el incremento de esfuerzo desviador *in situ* no necesariamente es

## 4 Teoría de la Consolidación

similar al incremento de esfuerzo desviador en el laboratorio. Esta discrepancia hace que el incremento de presión de poro en el campo sea menor que el incremento de presión de poro en el consolidómetro, lo que a su vez da lugar a que la compresión *in situ* sea menor que la compresión en el laboratorio.

Por otra parte, una arcilla preconsolidada ha almacenado energía de deformación debido a la mayor carga que tuvo durante su historia geológica; cuando ocurre en este suelo un incremento de esfuerzo desviador, se libera parte de esta energía de deformación. En consecuencia, el incremento de presión de poro en el campo resulta menor que el incre

En lo que resta de la presente tesis, se realizarán únicamente análisis en arcillas preconsolidadas, ya que generalmente no se diseñan cimentaciones superficiales en arcillas normalmente consolidadas, debido a que tendrán asentamientos de gran magnitud. Es por ello que, cuando se haga referencia a arcillas no sensitivas, se hablará específicamente de arcillas preconsolidadas.

## 4.5. Arcillas sensitivas

Las arcillas sensitivas se forman en cuerpos de agua salada, y, por esta razón, poseen una estructura floculenta, lo que ocasiona que su comportamiento sea muy diferente a las arcillas que se producen en cuerpos de agua dulce. La estructura floculenta da lugar a que en una arcilla sensitiva sus partículas queden unidas entre sí, y, por tanto, su rigidez no dependa de manera significativa de la presión vertical efectiva en el campo; es decir, su rigidez (o deformabilidad) está supeditada más al pegamento entre partículas que a la presión vertical efectiva.

Por otra parte, la adhesión entre los granos es relativamente débil, lo que ocasiona que, además de la deformación por consolidación primaria, en estos suelos se manifieste en forma notable el fenómeno de deformación por consolidación secundaria. Así, las arcillas sensitivas exhiben diversas clases de curvas de consolidación, siendo tres de ellas típicas: (a) curvas tipo I, (b) curvas tipo II, y (c) curvas tipo III (Zeevaert, 1948).

Los cationes del agua reducen la carga eléctrica negativa de la superficie de las partículas del suelo, y favorecen la unión de dichas partículas; este fenómeno da lugar a una estructura floculenta (o estructura en "castillo de naipes") del suelo, el cual queda formado por "cadenas", cuyos eslabones son los propios granos del mismo. A estos sedimentos los denominamos "arcillas sensitivas".

En la Fig. 4.14b se presenta la curva de compresibilidad de una arcilla sensitiva, en la cual se observa un comportamiento diferente al de una arcilla preconsolidada o normalmente consolidada.

Las partículas de las arcillas sensitivas quedan unidas por un "pegamento" (de baja magnitud). Si el incremento de carga sobre este suelo es pequeño y no rompe la liga entre partículas, la deformación del mismo suele ser pequeña, mientras que si el incremento es de magnitud tal que destruye dicha liga, la deformación del suelo es muy grande, lo que conduce a fuertes asentamientos de las obras construidas sobre él.

# CAPÍTULO 5

## **TIPO DE ANÁLISIS**

#### 5 Tipo de Análisis

El modelado numérico permite realizar diferentes análisis, en función de los esfuerzos, ya sean totales o efectivos, correspondientes a condiciones a corto y largo plazo, respectivamente, tomando como referencia el principio de los esfuerzos efectivos. Para ello se define el sistema de ejes coordenados que se empleará (Fig. 5.1).



Fig. 5.1 Sistema de ejes coordenados

De la Fig. 5.1 se define el tensor esfuerzo, mediante la ec. 5.1.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$
(ec. 5.1)

Si aplicamos el principio de los esfuerzos efectivos al tensor esfuerzo se tiene que:

$$\sigma' = \begin{bmatrix} \sigma'_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma'_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma'_{zz} \end{bmatrix}$$
(ec. 5.2)

Cabe mencionar que los esfuerzos cortantes efectivos son iguales a los esfuerzos cortantes totales, debido a que el agua (como la mayoría de los fluidos) no presenta resistencia al esfuerzo cortante. Para un elemento diferencial de suelo, el tensor esfuerzo es simétrico.

Existe otro sistema coordenado, con el cual es posible representar el estado de esfuerzos de un elemento de suelo, denominado *espacio de esfuerzos principales* (Fig. 5.2).



Fig. 5.2 Espacio de esfuerzos principales

Los esfuerzos principales, tienen la particularidad de no presentar esfuerzos cortantes, es decir, son esfuerzos normales aplicados a un plano, correspondiente.

PLAXIS® define los esfuerzos principales efectivos, de acuerdo a las ecs. 5.3a, 5.3b y 5.3c.

$$\sigma_1' = p' + \frac{2}{3}q\sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right)$$
 (ec. 5.3a)

$$\sigma_2' = p' + \frac{2}{3}q\sin\theta \qquad (ec. 5.3b)$$

$$\sigma_3' = p' + \frac{2}{3}q\sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right)$$
 (ec. 5.3c)

Donde

$$p' = \frac{1}{3} \left( \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \right)$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \left( \sigma_{xx} - \sigma_{yy} \right) + \left( \sigma_{yy} - \sigma_{zz} \right) + \left( \sigma_{zz} - \sigma_{xx} \right) + 6 \left( \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2 \right) \right]}$$

$$\theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left( \frac{27}{2} \frac{J_3}{q^3} \right)$$

$$J_3 = \left( \sigma_{xx} - p' \right) \left( \sigma_{yy} - p' \right) \left( \sigma_{zz} - p' \right) - \left( \sigma_{xx} - p' \right) \sigma_{yz}^2 - \left( \sigma_{yy} - p' \right) \sigma_{xz}^2 - \left( \sigma_{zz} - p' \right) \sigma_{xy}^2 + 2 \sigma_{xy} \sigma_{xz} \sigma_{yz}$$

Una vez definido el estado de esfuerzos, independientemente del sistema, es posible relacionarlo con un estado de deformaciones, dicho estado de deformaciones está supeditado a un modelo el cual a su vez, depende del tipo de material y de las condiciones de drenaje, pero, de manera general, el estado de deformaciones se define con el tensor de la ec. 5.4.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_{yy} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$
(ec. 5.4)

Donde cada una de las componentes del tensor es:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$
 (ec. 5.5a)

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}$$
 (ec. 5.5b)

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$
 (ec. 5.5c)

#### 5 Tipo de Análisis

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$$
 (ec. 5.5d)

$$\gamma_{xz} = \varepsilon_{xz} + \varepsilon_{zx} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}$$
 (ec. 5.5e)

$$\gamma_{yz} = \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zy} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}$$
 (ec. 5.5f)

En analogía a los invariantes del tensor esfuerzo, también se definen las deformaciones principales, y se determinan de manera similar que los esfuerzos principales. Por otra parte la deformación volumétrica unitaria es (ec. 5.6).

$$\varepsilon_{\nu} = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{\nu\nu} + \varepsilon_{zz} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \tag{ec. 5.6}$$

La deformación volumétrica unitaria es negativa cuando se tiene una contracción y positiva en caso de dilatancia. En complemento a lo anterior, para modelos elastoplásticos, la deformación unitaria  $\varepsilon$ , se divide en su componente elástica y plástica (ec. 5.7).

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \tag{ec. 5.7}$$

Una vez definidos los estados de esfuerzo y deformación, se debe realizar un análisis representativo, el cual está en función de: la alta o baja permeabilidad de la arcilla, la velocidad de aplicación de la carga, condiciones a corto o largo plazo, es decir, si se presenta drenaje o no en dicho material.

#### 5.1 Análisis en términos de esfuerzos totales, con parámetros no drenados

Para simular el comportamiento no drenado de las arcillas, es decir, condiciones a corto plazo, se realiza un análisis en términos de esfuerzos totales empleando parámetros elásticos no drenados  $(E_u, v_u)$  y parámetros de resistencia no drenados  $(\phi_u, c_u)$ . El valor típico de  $v_u$  es de 0.5, sin embargo, en el modelado numérico al introducir dicho valor, se genera una matriz singular (det M = 0), ocasionando errores de cálculo, esto se soluciona dando valores entre 0.495 y 0.499. De pruebas triaxiales no consolidadas-no drenadas (UU), se han obtenido resultados de  $\phi_u = 0^o$ , esto es para arcillas totalmente saturadas. Los valores de  $E_u y c_u$  dependerán del origen geológico, mineralogía, entre otras características mencionadas en capítulos anteriores de la presente tesis.

La desventaja principal de este tipo de análisis es que no hace una distinción entre los esfuerzos efectivos y la presión de poro, pero que, sin embargo, logra simular el comportamiento de la arcilla en condiciones a corto plazo

#### 5.2 Análisis en términos de esfuerzos efectivos, con parámetros drenados

Para simular el comportamiento a largo plazo de las arcillas, es necesario hacer una distinción entre los esfuerzos efectivos y la presión de poro, tal y como se indican en las ecs. 5.8.

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx} + p_w \tag{ec. 5.8a}$$

#### 5 Tipo de Análisis

$$\sigma_{yy} = \sigma_{yy} + p_w \tag{ec. 5.8b}$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zz} + p_w \tag{ec. 5.8c}$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{xy}^{'} \qquad (ec. 5.8d)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{xz}^{'} \qquad (ec. 5.8e)$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{yz}$$
 (ec. 5.8f)

Donde a su vez, la presión de poro  $p_w$ , se separa en dos componentes, una llamada presión de poro estacionaria  $p_{steady}$  y el exceso de presión de poro  $p_{excess}$ , de acuerdo a la ec. 5.9.

$$p_w = p_{steady} + p_{excess} \tag{ec. 5.9}$$

Donde

#### p<sub>steady</sub> Presión generada por el nivel freático

#### $p_{excess}$ Presión generada durante un proceso de deform<br/>ción plástica, por ejemplo la consolidación

Debido a que en un análisis a largo plazo, el tiempo es un factor importante, la variación de  $p_w$  será la misma que  $p_{excess}$ , es decir:

$$\dot{p_w} = p_{excess} \tag{ec. 5.10}$$

Empleando la ley de Hooke generalizada, se obtiene que:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{xx}^{e} \\ \dot{\varepsilon}_{yy}^{e} \\ \dot{\varepsilon}_{zz}^{e} \\ \dot{\gamma}_{xy}^{e} \\ \dot{\gamma}_{xz}^{e} \\ \dot{\gamma}_{xz}^{e} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -v' & -v' & 0 & 0 & 0 \\ -v' & 1 & -v & 0 & 0 & 0 \\ -v' & -v' & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 + 2v' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 + 2v' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 + 2v' \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_{xx} \\ \dot{\sigma}_{yy} \\ \dot{\sigma}_{zz} \\ \dot{\sigma}_{xy} \\ \dot{\sigma}_{yz} \\ \dot{\sigma}_{xz} \end{bmatrix}$$
(ec. 5.11)

Para las arcillas el valor del módulo de Poisson es del orden de  $v' \leq 0.35$ 

## **CAPÍTULO 6**

## MODELOS CONSTITUTIVOS

## 6.1 Analíticos

Los modelos analíticos están basados en la resolución de ecuaciones constitutivas que representan el fenómeno de asentamientos, mediante soluciones cerradas, es decir, son exactas y únicas, aunque no siempre es posible resolver dichos fenómenos por estos métodos, ya que en muchas otras ocasiones las ecuaciones son muy complejas y para llegar a su solución requieren métodos numéricos.

## 6.1.1 Elástico lineal

El modelo elástico lineal, es quizá, el modelo más antiguo para el cálculo de asentamientos (Hooke, 1670). Si bien fue propuesto originalmente para la teoría de la resistencia de materiales, ha dado muy buenos resultados en la mecánica de suelos moderna, sobre todo para la predicción de asentamientos a corto plazo, aunque también es posible emplear este modelo para calcular asentamientos a largo plazo, de esto se hablará más adelante.

## 6.1.1.1. Reología

Robert Hooke en 1670, realizó un experimento en el cual observó, que la deformación de un resorte era proporcional a la fuerza aplicada, en la Fig. 6.1 se muestra la reología de su modelo.



Fig. 6.1 Modelo reológico (Hooke, 1670)

La ecuación que describe el modelo reológico de la Fig. 6.1 es:

$$\delta = \frac{1}{E} \frac{FL}{A} \tag{ec. 6.1}$$

Donde

E Constante de proporcionalidad

F Fuerza aplicada

A Área de la sección transversal

L Longitud

La ec. 6.1 se puede modificar, para emplearla en términos de esfuerzo y deformación unitaria, quedando:

$$\sigma = E\varepsilon \tag{ec. 6.2}$$

Donde

$$\sigma = \frac{F}{A}$$
$$\varepsilon = \frac{\delta}{l}$$

La ec. 6.2 se puede representar en una curva esfuerzo - deformación como la que se muestra en la Fig. 6.2. El parámetro E es la pendiente de la recta.



Fig. 6.2 Curva esfuerzo - deformación

Cabe mencionar que en este modelo, el nivel de esfuerzos no es importante, ya que al efectuar un ciclo de carga – descarga el material recuperará su forma original, siguiendo la misma trayectoria.

## 6.1.1.2. Parámetros empleados

Los parámetros que se emplean en este modelo, son fundamentalmente dos, el primero, es el módulo de elasticidad E, que es la pendiente de la curva esfuerzo – deformación de la Fig. 6.2. y el segundo denominado *relación de Poisson v*, definido mediante la ec. 6.3.

$$v = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \tag{ec. 6.3}$$

Donde

 $\varepsilon_t$  Deformación unitaria transversal

#### $\varepsilon_l$ Deformación unitaria longitudinal

Haciedo énfasis en los valores de los parámetros elásticos antes mencionados, el módulo E depende en gran medida del grado de alteración del material, por ejemplo el módulo de elasticidad de una arcilla inalterada será mayor que el de una arcilla remoldeada. En el caso de

la relación de Poisson, un valor de  $\nu = 0$  indica un cambio de volumen conservando su forma, un valor de  $\nu = 0.5$  conlleva a una deformación a volumen constante.

## 6.1.1.3. Cálculo de asentamientos

Si bien existen un sin fin de ecuaciones que permiten calcular asentamientos elásticos, la ec. 6.4, que está en función del estado de esfuerzos en la masa de suelo, tiene un enfoque desde la mecánica del medio continuo.

$$\delta_z = \frac{1}{E} \left[ \sigma_z - v \left( \sigma_x + \sigma_y \right) \right] H \tag{ec. 6.4}$$

La ec. 6.4 tiene el inconveniente de determinar los esfuerzos vertical  $\sigma_z$  y horizontales  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ , de manera independiente, sin embargo se calculan por medio de las ecs. 6.5a, 6.5b y 6.5c, esto es para una sobrecarga rectangular uniformemente repartida, en la esquina de ésta.

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{x^2 + z^2} + \frac{1}{y^2 + z^2} \right) \frac{xyz}{B} + \tan^{-1} \frac{xy}{zB} \right]$$
(ec. 6.5a)

$$\sigma_y = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(x^2 + y^2)B} - \tan^{-1}\frac{zB}{xy} + (1 - 2v) \left( \tan^{-1}\frac{y}{x} - \tan^{-1}\frac{yB}{xz} \right) \right]$$
(ec. 6.5b)

$$\sigma_y = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(y^2 + z^2)B} - \tan^{-1}\frac{zB}{xy} + (1 - 2v) \left( \tan^{-1}\frac{x}{y} - \tan^{-1}\frac{xB}{yz} \right) \right]$$
(ec. 6.5c)

Donde

q Sobrecarga en la superficie

B Parámetro igual a  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 

Otras expresiones propuestas por algunos autores, para calcular los asentamientos en la esquina de un área cargada uniformemente, son:

#### Scheilcher

$$\delta_{z} = \frac{q(1-v^{2})}{\pi E} \left[ y ln \frac{x + \sqrt{x^{2} + y^{2}}}{y} + x ln \frac{y + \sqrt{x^{2} + y^{2}}}{x} \right]$$
(ec. 6.6)

Steinbrenner

$$\delta_{z} = \frac{q(1-v^{2})}{\pi E} \left[ y ln \frac{\left(x + \sqrt{x^{2} + y^{2}}\right) \sqrt{y^{2} + h^{2}}}{y(x+A)} + x ln \frac{\left(y + \sqrt{x^{2} + y^{2}}\right) \sqrt{x^{2} + h^{2}}}{x(y+A)} \right] + \frac{q(1+v)(1-2v)}{2\pi E} \left(h \tan^{-1} \frac{xy}{hA}\right) \quad (\text{ec. 6.7})$$

 $A = \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}$ 

Por otra parte los asentamientos dependerán, de, si la aplicación de la carga en superficie, se hace sobre una cimentación rígida o flexible, los efectos de esta nueva consideración se observan en la Fig. 6.3.



Fig. 6.3 Distribución de esfuerzos y deformaciones en cimentación rígida (a) y flexible (b)

En una cimentación rígida los asentamientos son uniformes, mientras que la distribución de esfuerzos es variable, observándose un incremento sumamente grande en los extremos; por contraparte en una cimentación flexible los esfuerzos son uniformes, mientras que los asentamientos difieren entre extremo y centro considerablemente.

## 6.1.2 Modelo de Terzaghi

Está basado en la teoría de la consolidación, la cual fue descrita en el capítulo 4, este modelo es empleado para calcular asentamientos diferidos, es decir, a largo plazo, empleando el principio de los esfuerzos efectivos, el cual establece que un incremento  $\Delta\sigma'$  ocasiona una deformación  $\delta$ .

## 6.1.2.1. Reología

La reología del modelo de Terzaghi está basada en un arreglo en paralelo de los modelos de Hooke (resorte) y Newton (amortiguador), tal y como se muestra en la Fig. 6.4.



Ahora bien, si consideramos una cantidad suficiente de modelos en serie, representaremos de manera más real el comportamiento del suelo (Fig. 6.5).



Fig. 6.5 Modelo reológico de Terzaghi.

La descripción del modelo, es que al aplicar una sobrecarga P, inicialmente la tomará el agua generando un incremento en la presión de poro, a medida que transcurre el tiempo se genera un gradiente hidráulico lo que ocasiona que el agua fluya hacia fuera (se crea un diferencial de presión en el material y su periferia), por tanto, el incremento de esfuerzo lo irá tomando gradualmente el elemento rígido, el proceso de consolidación finalizará hasta que la presión de poro se disipe completamente, es decir, cuando ya no haya incremento en los esfuerzos efectivos. La presión de poro u, es función del tiempo t y la profundidad z.

## 6.1.2.2. Parámetros empleados

La determinación de estos parámetros se hace de forma experimental, mediante pruebas de consolidación unidimensional. Específicamente de las curvas de consolidación y compresibilidad.

$$\mathcal{L}_{v} = \frac{k(1+a)}{a_{PP}} \qquad (ec. 6.8a)$$

$$\mathcal{L}_{v} = \frac{\tau_{v} H \vec{s}}{t} \qquad (\text{ec. 6.8b})$$

Siendo

Co Coeficiente de consolidación

- k Permeabilidad del suelo
- e Relación de vacíos inicial antes del proceso de consolidación
- y<sub>w</sub> Peso volumétrico del agua
- He Espesor efecttivo, máxima trayectoria que recorre un partícula de agua
- $T_{v}$  Factor tiempo, ligado al porcentaje de consolidación
- t tiempo medido en la prueba de consolidación
- Los siguientes parámetros se obtienen de la curva de compresibilidad descrita en el capítulo 4.

$$a_{\nu} = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma'} \tag{ec. 6.9}$$

$$m_{\nu} = \frac{a_{\nu}}{1+e}$$
 (ec. 6.10)

Siendo

a<sub>v</sub> Módulo de compresibilidad

Δe Cambio en la relación de vacíos en función del nivel de esfuerzo

 $\Delta\sigma'$ Incremento de los esfuerzos efectivos

m<sub>v</sub> Módulo de compresibilidad volumétrica

## 6.1.2.3. Cálculo de asentamientos

En este modelo, es muy importante considerar el nivel de esfuerzos que se empleará para obtener los parámetros antes mencionados, ya que éstos están en función de dicho nivel de esfuerzos, por ello, para calcular los asentamientos se debe determinar cuál será el estado de esfuerzos al que será sometido el suelo. Este análisis se hace en términos de esfuerzos efectivos. Una de las simplificaciones más importantes que se puede hacer al considerar la consolidación como unidimensional es la que se presenta en la ec. 6.11.

$$\delta = \frac{\Delta e}{1+e} H \tag{ec. 6.11}$$

Despejando  $\Delta e$  de la ec. 6.9 y sustituyendo en la ec. 6.11.

$$\delta = \frac{a_v \Delta \sigma'}{1+e} H \tag{ec. 6.12}$$

Sustituyendo la ec. 6.10 en la ec. 6.12, tenemos el asentamiento total al final del proceso de consolidación para un nivel de esfuerzos específico.

$$\delta = m_{\nu} \Delta \sigma' H \tag{ec. 6.13}$$

Sin embargo, es frecuente que se necesiten conocer los asentamientos antes de que finalice el proceso de consolidación, lo que conlleva a determinar el grado de consolidación, para ello es necesario conocer el coeficiente de consolidación  $C_v$ , determinar el factor tiempo  $T_v$  correspondiente propiamente al tiempo bajo el cual se requiere conocer los asentamientos. Esto es, del asentamiento total calculado mediante la ec. 6.13 únicamente bastará con multiplicarlo por el grado de consolidación U (ec. 6.14).

$$\delta_t = \delta U \qquad (ec. 6.14)$$

#### 6.1.3 Modelo de Zeevaert

El modelo de Zeevaert se emplea para cálculo de deformaciones debidas al fenómeno de viscosidad intergranular, el cuál es característico de arcillas de origen lacustre y marino (arcillas

sensitivas). La consolidación secundaria tiene gran importancia en estos materiales, este fenómeno es evidente después de haberse disipado por completo la presión de poro durante el proceso de consolidación. En algunos materiales la consolidación secundaria es más notoria que en otros, esto dependerá de los minerales de los que esté conformada la arcilla, en las curvas de consolidación de la Fig. 6.6 se observa claramente este efecto.



Fig. 6.6 Fenómeno de viscosidad intergranular (Zeevaert, 1948)

Este modelo está basado en el hecho de que, la deformación volumétrica unitaria se divide en dos partes, la primera debida a un elemento de Newton (que representa el agua gravitacional), con fluidez constante con respecto al tiempo, y el segundo, un elemento que representa el agua adherida a los granos del suelo, la cuál tiene una fluidez que disminuye en función del tiempo, el arreglo en paralelo de los dos elementos se denomina *unidad Z*, y representa de manera reológica la consolidación secundaria. En la Fig. 6.7 se observan los dos componentes considerados, la suma de las respectivas deformaciones unitarias es igual a la deformación volumétrica unitaria (ec. 6.15).



Fig. 6.7 Estructura molecular (Zeevaert, 1948)

 $\Delta \varepsilon_{v} = \Delta \varepsilon_{ss} + \Delta \varepsilon_{vp} \tag{ec. 6.15}$ 

Donde

 $\Delta \varepsilon_{ss}$  Deformación unitaria de los macroporos

 $\Delta \varepsilon_{vn}$  Deformación unitaria de los microporos

## 6.1.3.1. Reología

Como se mencionó anteriormente el modelo de Zeevaert se compone de dos elementos, el primero con fluidez constante y el segundo con fluidez variable, en la Fig. 6.8 se muestra el modelo reológico, denominado *unidad Z*.



Fig. 6.8 Unidad Z (Zeevaert, 1948)

Las consideraciones de este modelo ya se detallaron en el capítulo 4, entonces, únicamente se presentarán las ecuaciones que rigen su comportamiento.

$$\dot{\varepsilon_N} = \phi_N \sigma_N \tag{ec. 6.16}$$

$$\dot{\varepsilon_2} = \frac{a}{b+t}\sigma_2 \tag{ec. 6.17}$$

Estableciendo el equilibrio y la compatibilidad deformaciones se tiene que:

$$\Delta \sigma = \sigma_z + \sigma_2 \tag{ec. 6.18}$$

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_N = \varepsilon_2 \tag{ec. 6.19}$$

Sustituyendo e igualando los términos correspondientes de las ecuaciones anteriores la solución de la ecuación diferencial:

$$\dot{\varepsilon_{\nu}} = \frac{a}{b + \frac{a}{\phi_2} + t} \Delta \sigma \qquad (ec. \ 6.20)$$

es

$$\varepsilon_{\nu} = a \,\Delta\sigma \,\ln\frac{b + \frac{a}{\phi_2} + t}{b + \frac{a}{\phi_2}} \tag{ec. 6.21}$$

Se ha demostrado que la consolidación secundaria, en muchas ocasiones, ocurre de manera simultánea a la consolidación primaria, aunque en mayor o menor grado. De la anterior se desprende un nuevo modelo reológico que consta de un arreglo en serie de la unidad de Kelvin y la unidad Z, el cual engloba ambos fenómenos (Fig. 6.9). Un suelo se representa mediante un arreglo en serie de varios de estos modelos.



Fig. 6.9 Modelo reológico (Zeevaert, 1948)

La ecuación que determina las deformaciones debidas a la consolidación primaria como a la consolidación secundaria es la ec. 6.22.

$$\frac{\varepsilon_v}{m_v \Delta \sigma} = F(T_v) + \beta \log(1 + \xi T_v)$$
 (ec. 6.22)

En la siguiente parte se detallará el significado de cada uno de los parámetros empleados y su influencia respectiva.

#### 6.1.3.2. Parámetros empleados

Antes de empezar a definir los parámetros, cabe resaltar, que el valor de éstos depende del nivel de esfuerzos que se esté aplicando, por tal razón es de suma importancia realizar de manera precisa la prueba de consolidación unidimensional.

El nivel de esfuerzos será el que se determine mediante la expresión:

$$\sigma_m = \sigma_i + \frac{\Delta\sigma}{2} \tag{ec. 6.23}$$

Donde

 $\sigma_i$  Esfuerzo vertical inicial

 $\Delta \sigma$  Incremento de esfuerzo

De la ec. 6.22 se describen los siguientes parámetros:

 $\beta$ , parámetro adimensional que correlaciona la consolidación secundaria con respecto a la consolidación primaria, es decir (ec. 6.24)

$$\beta = \frac{m_t}{m_v} \tag{ec. 6.24}$$

Un valor alto de  $\beta$ , indica que el fenómeno viscoso intergranular, es considerable, por ejemplo un valor mayor de 0.5 es típico de arcillas sensitivas, tal y como se muestra en la gráfica de la Fig. 6.10.



Fig. 6.10 Efecto del parámetro  $\beta$  (Zeevaert, 1948)

 $m_t$ , coeficiente de compresibilidad volumétrico viscoso intergranular, se obtiene de la pendiente de la curva de consolidación en la rama de la consolidación secundaria, mediante la ec. 6.25:

$$m_t = \frac{C_t}{2H\sigma}$$
 (ec. 6.25)

Donde

 $C_t$  Pendiente de la rama de consolidación secundaria en un ciclo de la escala logarítmica

En la Fig. 6.11 se ilustra el significado físico del parámetro  $C_t$ .



Fig. 6.11 Valor de Ct (Buisman, 1936)

 $\xi$ , Parámetro adimensional que indica la rapidez con la que se presenta la consolidación secundaria, al ser aplicado el incremento de esfuerzo, de tal modo que es una medida de tendencia, que representa la simultaneidad de ambos fenómenos, es igual a:

$$\xi = \frac{4.61}{\beta} \frac{\phi_2}{\phi_1}$$
 (ec. 6.26)

Donde

 $\phi_2$  Fluidez promedio del agua en los microporos

 $\phi_1$  Fluidez del agua en los macroporos

Las curvas de la Fig. 6.12 se muestran algunos valores de  $\xi$  y su efecto en las deformaciones obtenidas.



#### 6.1.3.3. Cálculo de asentamientos

En el capítulo 4 se definieron, cuatro tipos de curvas de consolidación, siendo de principal importancia las curvas tipo I y II, por tal motivo, únicamente se harán los ajustes de dichas curvas, lo anterior porque las curvas tipo III y IV se generan para niveles de esfuerzo muy desfavorables (iguales o mayores al esfuerzo de preconsolidación).

#### Curva Tipo I

La configuración típica de una curva tipo I, es la que se muestra en la Fig. 6.11, donde  $\varepsilon_c$  y  $t_c$  representan la deformación unitaria y el tiempo al final de la consolidación primaria, la pendiente C del tramo recto, se obtiene seleccionando dos ciclos consecutivos de la escala logarítmica, para lo cual se tiene:

$$C = \delta_2 - \delta_1 \tag{ec. 6.27}$$

Ahora bien, si seleccionamos cierto nivel de esfuerzos obtendremos la curva de consolidación correspondiente, con lo cual los asentamientos se determinarán mediante la ec. 6.28.

$$\delta = \delta_{\nu} F(T_{\nu}) + C \log(1 + \xi T_{\nu}) \qquad (\text{ec. 6.28})$$

Con lo que bastará calcular el coeficiente de consolidación  $C_{\nu}$  para ese nivel de esfuerzos, posteriormente se determina el factor tiempo  $T_{\nu}$  mediante la ec. 6.8b y el grado de consolidación  $F(T_{\nu})$  con la gráfica de la Fig. 4.4. Por último, de pruebas experimentales se ha obtenido un valor de  $\xi = 5$  para curvas tipo l.

#### Curva Tipo II

El valor de C, se obtiene de manera similar al de las curvas tipo I, la diferencia es que el valor de  $\xi$  es determinado seleccionando un punto B, justo cuando termina la consolidación primaria donde  $F(T_v) = 1$ , las coordenadas del punto B serán  $(\delta_B, t_B)$ . Posteriormente se selecciona otro punto de coordenadas  $(\delta_F, t_F)$  el cual corresponde al mayor tiempo medido experimentalmente. El valor de  $\xi$  será el equivalente a:

$$\xi = \frac{H^2}{\tau C_{\nu}}$$
 (ec. 6.29)

Donde  $\tau$  representa un tiempo escogido arbitrariamente, entonces el problema es encontrar este tiempo que satisfaga la ec. 6.29, con lo que se tiene para los puntos B y F:

$$\delta_B - \delta_F = C \log \frac{\tau + t_B}{\tau + t_F} \tag{ec. 6.30}$$

Resolviendo la ec. 6.30 tenemos que:

$$\tau = \frac{e^{a} t_{f} - t_{B}}{1 - e^{a}} \tag{ec. 6.31}$$

Donde

$$a = 2.303 \frac{\delta_B - \delta_F}{C}$$

Una vez calculado  $\tau$ , obtenemos la deformación  $\delta_{\nu}$ .

$$\delta_{\nu} = \delta_{B} - C \log \left( 1 + \frac{t_{B}}{\tau} \right)$$
 (ec. 6.32)

Con  $\frac{\delta_v}{2}$  encontramos el  $t_{50}$  de la curva de consolidación experimental, para una primera aproximación y calculamos  $C_v$ . Para obtener un valor mejorado del coeficiente de consolidación se emplea la ec. 6.33.

$$\delta_{50} = \frac{\delta_{\nu}}{2} + C \log \left( 1 + 0.2 \frac{H^2}{\tau C_{\nu}} \right)$$
 (ec. 6.33)

Con este nuevo valor de  $\delta_{50}$  determinamos de la curva experimental un nuevo  $t_{50}$  y consecuentemente obtenemos  $C_v$  y  $\xi$ . Sustituyendo en la ec. 6.33 calculamos un nuevo  $\delta_{50}$  y de las curvas experimentales nuevamente obtenemos  $t_{50}$ . El proceso se realizará de manera iterativa hasta que  $C_v$  y  $\xi$  no cambien sustancialmente entre dos iteraciones consecutivas.

## 6.2 Numéricos

Los modelos numéricos por medio del método de elementos finitos, se basan en la resolución de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales lineales o no lineales, que está regido por condiciones en la frontera (Krishnamoorthy, 1987), mediante métodos numéricos, ya que la solución no siempre es cerrada, y por tanto, se requiere de un proceso iterativo. A su vez el método del elemento finito, tiene como finalidad discretizar el medio, en elementos generalmente triangulares, que a su vez están ligados por nodos, en los que, para el caso específico de mecánica de suelos, deben satisfacer una compatibilidad de esfuerzos y deformaciones. Como ejemplo práctico en la Fig. 6.13 se muestra un modelo discretizado del subsuelo de la ciudad de México en zona de lago.



Fig. 6.13 Discretización de un medio heterogéneo

Definiendo de manera concreta la utilización del método del elemento finito, para cualquier medio se distinguirá entre:

Dominio. Espacio geométrico que se analizará

Condiciones de frontera. Variables conocidas y que condicionan el comportamiento del sistema

Incógnitas. Variables del sistema que queremos conocer



Fig. 6.14 Bases del elemento finito (Zienkiewicz, 1977)

El método del elemento finito tiene sus orígenes, en el campo de la Ingeniería estructural, Levy en 1947, propuso el método de flexibilidad y rigidez, sin embargo se tornaba laborioso dada la cantidad de cálculos, este método tuvo su auge con el desarrollo de las computadoras. En 1954 Argyris y Kelsey desarrollaron el análisis estructural por medio de matrices empleando por primera vez métodos energéticos, como el principio de los trabajos virtuales.

Otro paso importante fue la modelación de elementos en dos dimensiones (Turner, 1956), específicamente en armaduras, marcos planos sometidos a esfuerzo normal. Sin embargo, la mayoría de los trabajos se enfocaba a calcular deformaciones elásticas, desplazamientos pequeños y esfuerzos bajos, en 1964 fue Galagher, quien introdujo el cálculo de deformaciones de gran magnitud para materiales no lineales. Zinkiewics complementó el método, introduciendo problemas que involucran visco elasticidad. Una vez refinado el método, éste, se interpoló a la mecánica de sólidos para definir criterios de falla tales como el Mohr-Coulomb o el de Von Mises.

En el campo de la mecánica de suelos, se definieron modelos, que simulan el comportamiento de los materiales, por medio de leyes constitutivas y el empleo de diversos parámetros, para tratar de asemejarse lo mayormente posible a la realidad. Con base en lo investigado en los capítulos anteriores se proponen los siguientes modelos que se adaptan a las arcillas sensitivas en su comportamiento a corto y largo plazo; los modelos *Soft Soil* y *Soft Soil Creep* son los análogos a los modelos analíticos de Terzaghi y Zeevaert, respectivamente.

## 6.2.1 Elástico lineal

El modelo elástico lineal, en su enfoque numérico no dista en gran medida, a su correspondiente modelo analítico, ambos parten de los principios de la mecánica del medio continuo y están basados en la ley de Hooke. La principal diferencia radica en cómo calcular los asentamientos, debido a que, este modelo, discretiza el medio resolviendo las ecuaciones para cada elemento.

## 6.2.1.1. Características del modelo

- La relación entre esfuerzos y deformaciones es proporcional
- La rigidez no depende del nivel de esfuerzos
- Las deformaciones son pequeñas
- Realiza análisis en términos de esfuerzos efectivos o totales
- Resuelve la ley de Hooke generalizada en forma matricial para cada elemento

## 6.2.1.2. Parámetros empleados

Al igual que en el modelo analítico, los parámetros empleados son el módulo de elasticidad E y la relación de Poisson  $\nu$ . Los valores de éstos dependerán de las condiciones de drenaje, en la parte de modelos analíticos ya se habló respecto a ello, por tal razón, no se abundará más.

## 6.2.1.3. Solución numérica

La mayoría de los materiales muestran una relación lineal entre esfuerzos y deformaciones, dicha relación se expresa mediante la ec. 6.34a.

$$\sigma = M\varepsilon \tag{ec. 6.34a}$$

Donde

 $\sigma$  Vector de esfuerzos

M Matriz de rigideces del material

 $\varepsilon$  Vector de deformaciones

La ec. 6.34 queda de la forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix}$$
(ec. 6.34b)

Es posible obtener el módulo de rigidez al cortante *G*, el módulo de compresibilidad *K* y el módulo de elasticidad odométrico  $E_{oed}$  en función de los parámetros elásticos (*E* y  $\nu$ ) mediante las ecs. 6.35a, 6.35b y 6.35c, respectivamente.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$
 (ec. 6.35a)

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$
 (ec. 6.35b)

$$E_{oed} = \frac{(1-\nu)E}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$
(ec. 6.35c)

Los parámetros de la ec. 6.35, son auxiliares, y se presentan como una alternativa para el modelo. Por otra parte, para el caso particular del módulo de elasticidad, se ha observado que en algunos materiales la rigidez aumenta con respecto a la profundidad, por ello el modelo incorpora la opción de calcular la rigidez a diferentes profundidades (ec. 6.36).

$$E(y) = E_{ref} + (y_{ref} - y)E_{inc}$$
  $y < y_{ref}$  (ec. 6.36)

Donde

 $E_{ref}$  Módulo de elasticidad de referencia correspondiente a la profundida de referencia  $y_{ref}$ 

$$E_{inc}$$
 Tasa de cambio de E con respecto a y,  $\frac{kN}{m^2} / m$ 

Como se mencionó en el capítulo 5 (Tipo de análisis), este es el único modelo de los propuestos, que puede realizar análisis en términos de esfuerzos efectivos o totales, de tal manera que para calcular las deformaciones, bastará con obtener la matriz de rigideces inversa (usando los parámetros respectivos) y pre multiplicarla por el vector de esfuerzos. La resolución de cada matriz corresponde a cada elemento en los que se discretizó el medio, el ensamble de la matriz global lo realiza el programa de manera automática y presenta los resultados totales.

Tomando la ec. 6.34b, tenemos, en términos de esfuerzos totales:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \frac{1}{\varepsilon_{u}} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{u} & -\nu_{u} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{u} & 1 & -\nu_{u} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{u} & -\nu_{u} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 + 2\nu_{u} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 + 2\nu_{u} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 + 2\nu_{u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}$$
(ec. 6.37a)

Y en términos de esfuerzos efectivos:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \frac{1}{E'} \begin{bmatrix} 1 & -\nu' & -\nu' & 0 & 0 & 0 \\ -\nu' & 1 & -\nu' & 0 & 0 & 0 \\ -\nu' & -\nu' & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 + 2\nu' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 + 2\nu' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 + 2\nu' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma'_{x} \\ \sigma'_{y} \\ \sigma'_{z} \\ \tau'_{xy} \\ \tau'_{xz} \\ \tau'_{yz} \end{bmatrix}$$
(ec. 6.37b)

Existen correlaciones directas entre los parámetros no drenados ( $E_u y \nu_u$ ) y los parámetros drenados ( $E'y \nu'$ ), de tal modo que:

$$\nu_u = \frac{\nu' + \mu(1 + \nu')}{1 + 2\mu(1 + \nu')}$$
(ec. 6.38)

$$E_u = \frac{_{3E'}}{_{2(1+\nu')}} \tag{ec. 6.39}$$

Donde

$$\mu = \frac{1}{3n} \frac{K_w}{K'}$$

n Porosidad del medio

K<sub>w</sub> Módulo de compresibilidad del agua

## 6.2.2 Soft Soil

Se basa en la teoría del estado crítico, propuesta por Roscoe. Es un modelo híbrido entre el Cam Clay y Mohr – Coulomb.

## 6.2.2.1. Características del modelo

Algunas de sus principales características son: la rigidez depende del nivel de esfuerzos, distingue entre un proceso de carga y uno de descarga, considera el esfuerzo de preconosolidación, tiene un criterio de falla similar al Mohr-Coulomb, su empleo se restringe al análisis en términos de esfuerzos efectivos.

De manera general el modelo considera un estado isotrópico tanto de esfuerzos como de deformaciones, sin embargo, para el caso específico de la consolidación unidimensional se tiene que  $\varepsilon_v = \varepsilon_x$ . Por otra parte este modelo asume una relación lineal entre la deformación

unitaria y el esfuerzo efectivo en escala logarítmica, ya sea en un proceso de carga ó de descarga, según la Fig. 6.15. y las ecs. 6.40a y 6.40b.



Fig. 6.15 Curva de compresibilidad (Plaxis V8)

$$\varepsilon_z - \varepsilon_z^0 = -\lambda^* \ln\left(\frac{p'}{p^0}\right)$$
 (ec. 6.40a)

$$\varepsilon_z - \varepsilon_z^{e0} = -\kappa^* \ln\left(\frac{p'}{p^0}\right)$$
 (ec. 6.40b)

Donde

 $\varepsilon_z^0$  Deformación unitaria inicial correspondiente a  $p^0$ 

 $\lambda^*$  Índice de compresión en la rama virgen

 $\kappa^*$  Índice de recompresión en la rama de descarga o recarga

p' Esfuerzo vertical efectivo actual

De la Fig. 6.15 se concluye que existe una infinidad de líneas de descarga-recarga, cada una correspondiente a un esfuerzo de preconsolidación  $p_p$  diferente. El esfuerzo de preconsolidación es el máximo esfuerzo soportado por el suelo a lo largo de su historia, al aumentar en cada ciclo de recarga –descarga se producen deformaciones plásticas en el suelo.

Un aspecto fundamental de este modelo, es la superficie de fluencia bajo un estado de esfuerzos determinado (ec. 6.41).

$$f = \bar{f} - p_p \tag{ec. 6.41}$$

Donde

$$\begin{split} \bar{f} &= \frac{q^2}{M^2(p' + \cot \phi)} + p' \\ p_p &= p_p^0 e^{\left(\frac{-\varepsilon_v^p}{\lambda^* - \kappa^*}\right)} \end{split}$$

M Pendiente de la línea del estado crítico

$$p' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3}{3}$$

$$q={\sigma'}_1-{\sigma'}_3$$

La función de fluencia f define una elipse en el plano  $p^{-}-q$  (Fig. 6.16), el parámetro M determina el punto más alto de dicha elipse. La altura de la elipse indica la relación entre los esfuerzos vertical y horizontal en una prueba de consolidación unidimensional.



Fig. 6.16 Superficie de fluencia en el plano p'-q

Como se mencionó anteriormente, los puntos más altos de todas las elipses están localizados en la línea del estado crítico de pendiente M (Burland, 1965; Burland 1967). El esfuerzo de preconsolidación se obtiene prolongando las elipses hasta el eje p'. Las deformaciones elásticas corresponden a las que están dentro del área de la elipse, una vez que se toca el contorno de ésta, se producen deformaciones por flujo plástico.

Para un estado de esfuerzos general, el comportamiento plástico del modelo *Soft Soil* está definido por seis funciones de fluencia; tres son por compresión y tres por el criterio de Mohr – Coulomb. Así, en el espacio de los esfuerzos principales, resultan estas seis funciones de fluencia representadas en la Fig. 6.17.



Fig. 6.17 Superficie de fluencia en el espacio de esfuerzos principales

## 6.2.2.2. Parámetros empleados

## *λ*<sup>\*</sup>, Índice de compresión

Es la pendiente de la rama virgen en una curva de compresibilidad

#### $\kappa^*$ , Índice de descarga – recarga

Es la pendiente de la rama de descarga - recarga en una curva de compresibilidad

Dado que el eje de los esfuerzos efectivos está en escala de logaritmo natural (ln) se calculan los correspondientes índices en escala logarítmica (base 10), con las ecs. 6.42a y 6.42b.

$$\lambda^* = \frac{c_c}{2.3(1+e)}$$
 (ec. 6.42a)

$$\kappa^* = \frac{2C_5}{2.3(1+\epsilon)}$$
 (ec. 6.42b)

## C, Cohesión

Parámetro de resistencia, geométricamente representa la ordenada al origen, en el espacio de Mohr – Coulomb, cuantitativamente indica la capacidad del cementante en el suelo.

#### $\phi$ , Ángulo de fricción interna

Representa la variación del incremento de la resistencia al esfuerzo cortante con respecto al nivel de esfuerzos.

#### $\psi$ , Ángulo de dliatancia

Índica si un material es dilatante, es decir, si aumenta su volumen al incrementar el nivel de esfuerzos, es la pendiente inicial en una curva esfuerzo – deformación unitaria volumétrica.

#### vur, Relación de Poisson en descarga - recarga

El módulo de Poisson es bien conocido en la teoría de la elasticidad, e indica la relación entre la deformación tangencial y la deformación longitudinal, sin embargo en este modelo dicha relación se definirá mediante la ec. 6.43.

$$\frac{v_{ur}}{1 - v_{ur}} = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \tag{ec. 6.43}$$

#### M, Pendiente de la línea del estado crítico

El coeficiente M se determina en función del coeficiente lateral de tierras en reposo para suelos normalmente consolidados  $K_0^{nc}$ , mediante la ec. 6.44.

$$M = 3\sqrt{\frac{\left(1-2K_0^{nc}\right)^2}{\left(1+2K_0^{nc}\right)^2} + \frac{\left(1-K_0^{nc}\right)\left(1-2\nu_{ur}\right)\left(\frac{\lambda^*}{\kappa^*}-1\right)}{\left(1+2K_0^{nc}\right)\frac{\lambda^*}{\kappa^*} - \left(1-K_0^{nc}\right)\left(1+\nu_{ur}\right)}}$$
(ec. 6.44)

De acuerdo a resultados experimentales los valores de M oscilan aproximadamente entre:

$$2.8K_0^{nc} \le M \le 3.0K_0^{nc}$$

## 6.2.2.3. Solución numérica

La solución numérica es similar al modelo *Soft Soil Creep*, excluyendo el efecto de la consolidación secundaria, dicha solución se detalla en la siguiente parte de la tesis.

## 6.2.3 Soft Soil Creep

Como se mencionó en el capítulo 2, Buisman (1936) fue tal vez el primer autor en proponer una teoría para estudiar el fenómeno de creep, esto al observar que el comportamiento de algunas arcillas no se ajustaba a las consideraciones de la teoría de la consolidación clásica. Posteriormente, tomando como base estos trabajos, se continuó con la investigación, por parte de autores como Bjeurrum (1967), Garlanger (1972), Mesri y Godlewski (1977) y Leroueil (1977).

Este modelo al igual que el Soft Soil, está basado en la teoría del estado crítico, pero que, a diferencia de este último, considera el efecto del creep, ajustándose perfectamente a una curva de consolidación Tipo I ó II, por ende, simula de manera aceptable el comportamiento de una arcilla sensitiva.

## 6.2.3.1. Características del modelo

Algunas de las características generales del modelo son: la rigidez depende del nivel de esfuerzo, distingue entre un preceso de carga y descarga, considera el esfuerzo de preconosolidación, tiene un criterio de falla similar al Mohr-Coulomb, su empleo se restringe al análisis en términos de esfuerzos efectivos y considera el fenómeno de creep.

Buisman (1936) propuso la siguiente ecuación para definir el creep bajo un incremento de esfuerzos efectivos.

$$\varepsilon = \varepsilon_c - C_B \log\left(\frac{t}{t_c}\right)$$
 (ec. 6.45)

Donde

 $\varepsilon_c$  Deformación unitaria al final de la consolidación primaria

t<sub>c</sub> Tiempo al final de la consolidación primaria

#### $C_B$ Pendiente del tramo recto

Para puntualizar más y enfocarnos propiamente al creep, la ec. 6.45 se puede reescribir de la siguiente forma:
#### 6 Modelos Constitutivos

$$\varepsilon = \varepsilon_c - C_B \log\left(\frac{t_c + t'}{t_c}\right) \tag{ec. 6.46}$$

Donde

t'Tiempo efectivo medio al inicio del creeo, igual a t $-t_c$ 

Basado en los trabajos de Bjerrum (1967), Garlanger (1972) propuso una ecuación similar pero en términos de la relación de vacíos.

$$e = e_c - C_\alpha \log\left(\frac{\tau_c + t'}{\tau_c}\right)$$
 (ec. 6.47)

Donde

 $C_{\alpha} = C_B(1+e_0)$ 

En ocasiones es complicado determinar los valores de  $\tau_c$  y  $t_c$  según sea el caso, el procedimiento para hallar dichos valores es el siguiente. De acuerdo a las ecs. 6.48a y 6.48b.

$$-\varepsilon = \frac{c}{\tau_c + t\tau}$$
 (ec. 6.48a)

$$-\frac{1}{\varepsilon} = \frac{\tau_c + tr}{c}$$
 (ec. 4.48b)

Donde

$$C_t = \frac{C_\alpha}{(1+e_0)ln10} = \frac{C_B}{ln10}$$

Con lo que únicamente bastará con graficar la ec. 6.48b para obtener los parámetros correspondientes (Fig. 6.18).



Al calcular las deformaciones totales a causa del incremento en los esfuerzos efectivos, tanto por consolidación primaria y consolidación secundaria, la ecuación que gobierna el fenómeno es:

$$\varepsilon = -A \ln\left(\frac{\sigma'}{\sigma_0'}\right) - B \ln\left(\frac{\sigma_{pc}}{\sigma_{p0}}\right) - C \ln\left(\frac{\tau_c + t'}{\tau_c}\right)$$
(ec. 6.49)

Donde

$$A = \frac{C_r}{(1+e_0)\ln 10}$$

$$B = \frac{C_c - C_r}{(1 + e_0) \ln 10}$$

 $\sigma'_0$  Esfuerzo efectivo inicial

 $\sigma'$  Esfuerzo efectivo final

 $\sigma_{p0}$  Esfuerzo de preconsolidación antes del proceso de carga

 $\sigma_{vc}$  Esfuerzo de preconsolidación después de la carga, nuevo esfuerzo de preconsolidación

En la curva de compresibilidad de la Fig. 6.19 se ilustran de manera esquemática las variables de la ec. 6.49



Fig. 6.19 Curva de compresibilidad

Si bien el proceso es un tanto diferente al propuesto por L. Zeevaert, los resultados finales son prácticamente iguales.

La superficie de fluencia representada en un diagrama p –q, se muestra en la Fig. 6.20. Al tener un criterio de falla similar al Mohr – Coulomb, también se definen elipses, pero que a diferencia del modelo *Soft Soil*, éstas parten del origen de coordenadas.



Fig. 6.20 Superficie de fluencia, diagrama p - q

La pendiente M y el esfuerzo  $p^{eq}$ , se definen por las ecs. 6.50 y 6.51 respectivamente, en función del ángulo de fricción interna correspondiente al estado crítico, ambas ecuaciones propuestas por Roscoe y Burland (1968).

$$M = \frac{6sen\phi_c}{3-sen\phi_c} \tag{ec. 6.50}$$

$$p^{eq} = p' - \frac{q^2}{M^2(p' - c \cot\phi)}$$
 (ec. 6.51)

## 6.2.3.2. Parámetros empleados

Los parámetros del modelo son los mismos que el Soft Soil, por ello no se describirán nuevamente.

El único parámetro extra es  $C_{\alpha}$ , que es la pendiente del tramo recto, al iniciar el creep, esto para una curva de consolidación Tipo I ó II.

#### 6.2.3.3. Solución numérica

La solución que adopta el programa, se basa en considerar las matrices esfuerzo y deformación principales, considerando la ley de Hooke y definiendo una regla de flujo para la consolidación secundaria, mediante la ec. 6.52.

$$\varepsilon = \underline{D}^{-1} \underline{\sigma'} + \lambda \frac{\partial g^c}{\partial \underline{\sigma'}}$$
 (ec. 6.52)

Donde

$$\underline{D}^{-1} = \frac{1}{E_{ur}} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{ur} & -\nu_{ur} \\ -\nu_{ur} & 1 & -\nu_{ur} \\ -\nu_{ur} & -\nu_{ur} & 1 \end{bmatrix}$$

## 6 Modelos Constitutivos

## $g^c = p^{eq}$

Ahora bien, si desarrollamos la componente que define el creep.

$$\lambda \left( \frac{\partial p^{eq}}{\partial \sigma_1'} + \frac{\partial p^{eq}}{\partial \sigma_2'} + \frac{\partial p^{eq}}{\partial \sigma_3'} \right) = \lambda \frac{\partial p^{eq}}{\partial p_1'} = \lambda \alpha \qquad (ec. 6.53)$$

Entonces, desarrollando la ec. 6.53, llegamos a la ecuación que calcula las deformaciones para este modelo.

$$\varepsilon = \underline{D}^{-1} \underline{\sigma'} - \frac{1}{\alpha} \frac{\mu^*}{\tau} \left( \frac{p_p^{eq}}{p^{eq}} \right)^{\frac{\lambda^* - \kappa^*}{\mu^*}} \frac{\partial p^{eq}}{\partial \underline{\sigma'}}$$
(ec. 6.54)

# CAPÍTULO 7

## **APLICACIONES**

### 7 Aplicaciones

Esta parte de la tesis, está enfocada a aplicar los modelos constitutivos mencionados en el capítulo 6, con la finalidad de comparar los resultados obtenidos (asentamientos) para validar la metodología de los modelos numéricos, dejando pendiente su uso a líneas de investigación más complejas, como cimentaciones compensadas y/o profundas.

## 7.1 Cimentación superficial rígida

Una de las características de la cimentación superficial rígida, es que los esfuerzos que transmite al suelo son variables, y por otra parte, las deformaciones son uniformes a lo largo de la sección de la cimentación, observándose los mayores esfuerzos en las orillas de la cimentación y se atenúan al centro, de lo anterior se hizo referencia en la Fig. 6.3a del capítulo 6.

## 7.1.1 Arcillas no sensitivas

En la Fig. 7.1 se muestra la geometría de una zapata corrida cimentada sobre un estrato de arcilla no sensitiva, las cargas a las que está sometida y los parámetros del suelo de cimentación.

Como se mencionó en capítulos anteriores, una de las principales características de las arcillas no sensitivas, es que se forman en depósitos de agua dulce, por tanto, la consolidación secundaria es, en la mayoría de los casos nula, aunque recientes investigaciones han demostrado que también es evidente este efecto. Sin embargo, como en todos los suelos finos plásticos, el efecto de la consolidación primaria es de primordial importancia.



Fig. 7.1 Geometría de la zapata y parámetros del suelo

## 7.1.1.1. Corto plazo

El modelo constitutivo a emplear en este caso, será el elástico lineal, tanto analítico como numérico, realizando los análisis en términos de esfuerzos totales, empleando parámetros no drenados ( $E_u y v_u$ ). En el caso del modelo analítico se empleará la ec. 6.4, calculando previamente el estado de esfuerzos al centro de cada estrato, por medio de las ecs. 6.5a, 6.5b y 6.5c, respectivamente. El estado de esfuerzos se presenta en la Tabla 7.1.

Estrato	σ <sub>x</sub> , kPa	σ <sub>y</sub> , kPa	σ <sub>z</sub> , kPa
1	55.18	78.28	129.44
2	9.09	18.03	83.35

Tabla 7.1 Estado de esfuerzos por sobrecarga

Por tanto, el asentamiento total a corto plazo será:

$$\delta_1 = \frac{1}{2316} [129.44 - 0.5(78.28 + 55.18)] * 2.2$$
  
$$\delta_2 = \frac{1}{3724} [83.35 - 0.5(18.03 + 9.09)] * 1.8$$

$$\Delta \delta_{total} = 5.95 + 3.37$$

 $\Delta \delta_{total} = 9.32 \ cm$ 

En lo que respecta al modelado numérico, debido a las limitaciones del programa en dos dimensiones (estado plano de deformaciones), no es posible introducir la geometría tal y como se muestra en la Fig. 7.1, es necesario hacer una consideración especial la cual implica, analizar la zapata desde su sección transversal, simplificando dicha sección a una placa de espesor equivalente (Fig. 7.2), calculado mediante la ec. 7.1.



Fig. 7.2 Sección equivalente de la zapata

$$d_{equivalente} = \sqrt{12 \frac{EI}{EA}}$$
 (ec. 7.1)

Donde

$$EI = 4.5x10^8 \ kNm^2/m$$
  
 $EA = 3.2x10^{10} \ kN/m$ 

 $d_{equivalente} = 0.41 \, m$ 

Por otra parte, la carga equivalente se calculó, de la siguiente manera, dado que se obtendrá por metro lineal, entonces:

$$Q_{equivalente} = \frac{320 \ kN + 640 \ kN + 320 \ kN}{8 \ m} + 10 \ \frac{kN}{m}$$

 $Q_{equivalente} = 170 \ \frac{kN}{m}$ 

El peso del suelo y de la propia cimentación ya están considerados en el modelo. El modelo de la zapata se muestra en la Fig. 7.3.



Fig. 7.3 Modelo de cimentación (Plaxis V8)

Las etapas de cálculo fueron dos, la primera considera la excavación y construcción de la zapata y la segunda la aplicación de la carga total ( $Q_{equivalente} = 170 \ kN/m$ ). Se obtuvo un asentamiento elástico  $\delta = 7.14 \ cm$  (Fig. 7.4).



Fig. 7.4 Cálculo de asentamientos a corto plazo

## 7.1.1.2. Largo plazo

Este rubro de la tesis, merece especial atención, ya que es la principal diferencia entre arcillas sensitivas y no sensitivas, desde el punto de vista ingenieril, entonces, se proponen tres métodos de cálculo; el primero, será analítico; el segundo, numérico y el tercero un método híbrido derivado de los primeros dos, en el cual se hará un procedimiento iterativo, en el que se debe cumplir la compatibilidad de deformaciones, éste ultimo se detallará posteriormente

Para el asentamiento a largo plazo, se calculará el correspondiente al 100% de consolidación en ambos estratos, es decir, únicamente se considerará el nivel de esfuerzos que se aplicó, tomando como referencia las ecs. 7.2 y 7.3 para calcular las deformaciones por consolidación primaria y secundaria, respectivamente. Las curvas de compresibilidad de las Figs. 7.5 y 7.6, corresponden al estrato 1 y 2. Este tipo de análisis debe hacerse en términos de esfuerzos efectivos, empleando parámetros drenados.

$$\delta_{cp} = \left[ 1 - \left( \frac{\sigma'_v + \Delta \sigma'_v}{\sigma'_v} \right)^{-\frac{1}{A_{cp}}} \right] H \qquad (\text{ec. 7.2})$$

$$\delta_{cs} = \left[ 1 - \left( \frac{\sigma'_v + \Delta \sigma'_v}{\sigma'_v} \right)^{-\frac{1}{A_{CS}}} \right] H$$
 (ec. 7.3)

Donde

 $\sigma'_{v}$  Esfuerzo vertical inicial efectiivo

 $\Delta \sigma'_{v}$  Incremento de esfuerzo vertical efectivo

 $A_{cp}$  Coeficiente para consolidación primaria que depende del tipo de material

A<sub>cs</sub> Coeficiente para consolidación secundaria que depende del tipo de material

H espesor del estrato

Por otra parte, Skempton y Bjerrum (1957) observaron que la compresión en campo es menor que la compresión en el consolidómetro, por ende, las deformaciones en campo suelen ser menores que en laboratorio, lo anterior condujo a establecer un parámetros correctivo, el cuál está definido mediante la ec. 7.4.

$$\mu = \frac{A_{ske}\sigma_z + \frac{(1 - A_{ske})(\sigma_x + \sigma_y)}{2}}{\sigma_z}$$
 (ec. 7.4)

Donde

 $A_{ske}$  Coeficiente determinado por Skempton igual a  $\frac{1}{3}$  para arcillas preconsolidadas

 $\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y$  Estado de esfuerzos en campo

## 7 Aplicaciones

La corrección únicamente se hace para las deformaciones por consolidación primaria; bastará con multiplicar el valor de  $\mu$  por el correspondiente  $\delta_{cp}$ . Los valores de los esfuerzos iniciales y los posteriores incrementos de esfuerzos se presentan en las Figs. 7.7 y 7.8, respectivamente. En la Tabla 7.2 se muestran los asentamientos calculados, ya con la corrección de Skempton y Bjerrum.



Fig. 7.5 Curva de compresibilidad estrato 1



Fig. 7.6 Curva de compresibilidad estrato 2



Fig. 7.7 Esfuerzos goestáticos y presión de poro



Fig. 7.8 Incremento de esfuerzo vertical efectivo

Estrato	A <sub>ske</sub>	μ	A <sub>cp</sub>	A <sub>cs</sub>	δ <sub>cp</sub> , cm	δ <sub>cs</sub> , cm	$\delta_{\text{total}}$ , cm
1	0.33	0.68	40	190	7.40	2.35	9.74
2	0.33	0.44	25	230	4.76	1.18	5.94
						$\delta_{total}$ , cm	15.69

Tabla 7.2 Cálculo de asentamientos

La geometría y las etapas de cálculo del modelo numérico son similares a las del modelo elástico lineal, lo único que se modifica es la ley constitutiva que rige el comportamiento a largo plazo de los materiales (modelo Soft Soil), por tanto se emplean los parámetros de compresibilidad correspondientes, tomados de las Figs. 7.5 y 7.6, para cada estrato.

 Estrato
 e<sub>0</sub>
 C<sub>r</sub>
 C<sub>c</sub>

 1
 3.89
 0.1827
 7.67

0.3654

6.25

4.02

2

Tabla 7.3 Parámetros de compresibilidad

Los asentamientos que se obtuvieron mediante modelado numérico, se presentan en la Fig. 7.9, siendo  $\delta = 13.59 \ cm$ .



Fig. 7.9 Asentamientos a largo plazo en arcilla no sensitiva

Los parámetros de la consolidación secundaria, se obtuvieron de Zeevaert, 1973, los cuáles dependen del nivel de esfuerzos, según las gráficas de las Figs. 7.10, 7.11 y 7.12.



Fig. 7.10 Parámetro  $\beta$  (Zeevaert, 1948)



Fig. 7.11 Coeficiente de compresibilidad volumétrica  $m_t$  (Zeevaert, 1948)



Fig. 7.12 Coeficiente de compresibilidad volumétrica  $m_v$  (Zeevaert, 1948)

El último método consiste en realizar un proceso iterativo, que consta de las siguientes etapas:

1. Calcular los asentamientos a largo plazo, mediante la siguiente ecuación.

$$\Delta \delta_{total} = \Delta \delta_{cp} F(T_v) + \Delta \delta_{cs}$$

2. Calcular un módulo equivalente  $m_{eq}$ .

$$m_{eq} = \frac{\Delta \delta_{total}}{\Delta \sigma' H}$$

3. Con modelado numérico se calcula el estado de esfuerzos correspondiente al módulo equivalente obtenido anteriormente.

### 7 Aplicaciones

4. Con el nuevo estado de esfuerzos obtener los asentamientos mediante las ecs. 7.2 y 7.3, con su correspondiente corrección.

- 5. Regresar a la etapa 1 y recalcular los asentamientos.
- 6. Repetir el proceso hasta que la diferencia entre dos iteraciones consecutivas sea mínima

En las siguientes Tablas se resumen los resultados obtenidos en cada iteración realizada.

Tabla 7.4 Primera iteración

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	Δσ' <sub>v</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	$\Delta \delta_{\text{total}}$ , cm
1	19.4	19.4	0.000068	0.000007	3.52
2	33.2	33.2	0.000142	0.000026	3.19
				Δδ <sub>total</sub> , cm	6.70

Tabla 7.5 Módulo equivalente (primera iteración)

Estrato	Δσ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	29.1	0.0008240
2	49.8	0.0005331

#### Tabla 7.6 Segunda iteración

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	Δσ' <sub>v</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	$\Delta \delta_{\text{total}}$ , cm
1	19.4	75.7	0.00017	0.000038	7.99
2	33.2	60.5	0.00019	0.000041	4.74
82 		ð .		Δδ <sub>total</sub> , cm	12.73

Tabla 7.7 Módulo equivalente (segunda iteración)

Estrato	Δσ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	57.25	0.0004799
2	63.45	0.0004354

#### Tabla 7.8 Tercera iteración

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	Δσ' <sub>v</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	$\Delta \delta_{\text{total}}$ , cm
1	19.4	90.1	0.000193	0.000042	8.69
2	33.2	65.6	0.0002	0.000058	4.98
	<u>1</u>			Δδ <sub>total</sub> , cm	13.67

Estrato	∆ơ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	64.45	0.0004383
2	66	0.0004217

Tabla 7.9 Módulo equivalente (tercera iteración)

#### Tabla 7.10 Cuarta iteración

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	∆σ' <sub>ν</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	$\Delta \delta_{\text{total}}$ , cm
1	19.4	91	0.000191	0.00004	8.73
2	33.2	66.4	0.0002	0.000055	5.02
	<u>,</u> ,			Δδ <sub>total</sub> , cm	13.74

Tabla 7.11 Módulo equivalente (cuarta iteración)

Estrato	Δσ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	64.9	0.0004360
2	66.4	0.0004196

### 7.1.2. Arcillas sensitivas

Las arcillas sensitivas se forman en cuerpos de agua salada, presentando un segundo fenómeno a largo plazo, además de la consolidación primaria, también presentan consolidación secundaria (Creep) lo cual conlleva a considerar este efecto como un cálculo adicional en lo que a asentamientos se refiere.

Si consideramos ahora que la misma cimentación de la Fig. 7.1 está desplantada sobre dos estratos de arcillas sensitivas, de acuerdo a la geometría y propiedades que se muestran en la Fig. 7.13.



ELEVACIÓN Fig. 7.13 Parámetros del suelo

## 7.1.2.1. Corto plazo

Como se mencionó en capítulos anteriores, tanto las arcillas no sensitivas como las sensitivas, presentan un comportamiento similar, bajo condiciones a corto plazo (no existe drenaje), por tal motivo, los asentamientos se calculan de igual manera que en el numeral 7.1.1.1. Por simplificación las propiedades no drenadas son las mismas en ambos casos, es por ello, que no existe sustento para repetir el procedimiento, ya que se obtienen resultados idénticos.

## 7.1.2.2. Largo plazo

De igual manera que en las arcillas no sensitivas, se emplearán los tres métodos de cálculo, pero ahora considerando las ecuaciones constitutivas propias de las arcillas sensitivas.

En las Figs. 7.14 y 7.15 se presentan las curvas de compresibilidad de los estratos 1 y 2, respectivamente, como se puede observar existe una diferencia con respecto a las presentadas para las arcillas no sensitivas.



Fig. 7.14 Curva de compresibilidad estrato 1



Fig. 7.15 Curva de compresibilidad estrato 2

Los estados de esfuerzos inicial y final, son los que se mostraron en las Figs. 7.7 y 7.8, respectivamente. Los parámetros de la consolidación secundaria, se obtuvieron de Zeevaert, 1948, los cuáles dependen del nivel de esfuerzos, según las gráficas de las Figs. 7.10, 7.11 y 7.12.

Entonces para los correspondientes niveles de esfuerzo aplicados a los estratos, considerando un período de vida de 30 años y empleando la ec. 6.22, los parámetros empleados y los asentamientos obtenidos son los que se presentan en la Tabla 7.12.

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	Δσ' <sub>v</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	β	ξ	Tv	F(T <sub>v</sub> )	H, m	δ, cm
1	19.4	129.44	0.000245	0.62	5	5.9	1	2.2	6.09
2	33.2	83.35	0.000243	0.39	5	9.75	1	1.8	3.37
			Vr V					δ <sub>total</sub> , cm	9.46

Tabla	7.12	Cálculo	de asentamientos

Para el modelado numérico, se tomó una secante en la rama virgen, ya que presenta cierta concavidad que impide ajustar una recta a todos los puntos.

Para simular el fenómeno de consolidación secundaria, se considera un coeficiente  $C_{\infty}$  (No confundirlo con el propuesto por Mesri), el cual se correlaciona con el coeficiente  $C_t$  de Zeevaert mediante la ec. 7.5.

#### 7 Aplicaciones

$$C_t = \frac{C_{co}}{(1+e_0)\ln(10)}$$
 (ec. 7.5)

Entonces los parámetros empleados en el modelo serán:

Tabla 7.13 Parámetros	s empleados en el modelo
-----------------------	--------------------------

Estrato	m <sub>t</sub> , 1/kPa	C <sub>t</sub> , m	C <sub>α</sub> , m	Cs	Cc
1	0.000152	0.0433	0.5093	0.2159	2.62
2	0.000152	0.0228	0.1848	0.2325	0.58

Los asentamientos obtenidos con el modelo *Soft Soil Creep* son los que se muestran en la Fig. 7.17, el máximo asentamiento fue  $\delta$  = 7.92 *cm*.



Fig. 7.16 Asentamientos a largo plazo en arcilla sensitiva

El método híbrido es el mismo que se utilizó en el caso de arcillas no sensitivas, con la diferencia que en el paso 1 la ecuación empleada será la siguiente (ec. 6.22 modificada):

$$\Delta \delta_{total} = m_v \Delta \sigma'_z HF(T_v) + m_t \Delta \sigma'_z Hlog(1 + \xi T_v)$$

Los valores de los coeficiente de compresibilidad volumétrica se obtienen de las Figs. 7.11 y 7.12. En las siguientes Tablas se resumen los resultados obtenidos en cada iteración realizada.

Estrato	σ' <sub>∨</sub> , kPa	∆σ' <sub>∨</sub> , kPa	m <sub>∨</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	H, m	$\Delta \delta_{total},  cm$
1	19.4	19.4	0.000068	0.000007	2.2	0.32
2	33.2	33.2	0.000142	0.000026	1.8	1.05
					Δδ <sub>total</sub> , cm	1.38

Tabla 7.14 Primera iteración

Estrato	∆σ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	29.1	0.0000758
2	49.8	0.0001761

Tabla 7.15 Módulo equivalente (primera iteración)

#### Tabla 7.16 Segunda iteración

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	Δσ' <sub>v</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	H, m	Δδ <sub>total</sub> , cm
-1	19.4	75.7	0.00017	0.000038	2.2	3.53
2	33.2	60.5	0.00019	0.000041	1.8	2.65
						6.19

Tabla 7.17 Módulo equivalente (segunda iteración)

Estrato	Δσ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	57.25	0.0002121
2	63.45	0.0002438

Tabla 7.18 Tercera iteración

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	∆σ' <sub>v</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	H, m	Δδ <sub>total</sub> , cm
1	19.4	90.1	0.000193	0.000042	2.2	4.75
2	33.2	65.6	0.0002	0.000058	1.8	3.26
					Δδ <sub>total</sub> , cm	8.01

Tabla 7.19 Módulo equivalente (tercera iteración)

Estrato	Δσ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	64.45	0.0002395
2	66	0.0002761

#### Tabla 7.20 Cuarta iteración

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	Δσ' <sub>v</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	H, m	Δδ <sub>total</sub> , cm
1	19.4	120.8	0.000236	0.000078	2.2	8.57
2	33.2	75.4	0.000214	0.00006	1.8	3.97
					$\Delta \delta_{total}$ , cm	12.54

Tabla 7.21 Módulo equivalente

Estrato	Δσ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	79.8	0.0003224
2	70.9	0.0002927

## 7 Aplicaciones

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	Δσ' <sub>v</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	H, m	$\Delta \delta_{\text{total}}$ , cm
1	19.4	98.7	0.000201	0.000059	2.2	5.78
2	33.2	62.4	0.000178	0.000042	1.8	2.62
					$\Delta \delta_{total},  cm$	8.40

Tabla 7.22 Quinta iteración

#### Tabla 7.23 Módulo equivalente (quinta iteración)

Estrato	Δσ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	68.75	0.0002663
2	64.4	0.0002331

#### Tabla 7.24 Sexta iteración

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	Δσ' <sub>v</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	H, m	$\Delta \delta_{\text{total}}$ , cm
1	19.4	97.5	0.0002	0.000058	2.2	5.67
2	33.2	63.9	0.000179	0.000042	1.8	2.69
in .					$\Delta \delta_{total}$ , cm	8.36

#### Tabla 7.25 Módulo equivalente (sexta iteración)

Estrato	Δσ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	68.15	0.0002642
2	65.15	0.0002341

#### Tabla 7.26 Séptima iteración

Estrato	σ' <sub>v</sub> , kPa	Δσ' <sub>v</sub> , kPa	m <sub>v</sub> , 1/kPa	m <sub>t</sub> , 1/kPa	H, m	Δδ <sub>total</sub> , cm
1	19.4	97.9	0.0002	0.000059	2.2	5.71
2	33.2	62.8	0.000179	0.000042	1.8	2.65
					$\Delta \delta_{total}$ , cm	8.36

#### Tabla 7.27 Módulo equivalente (séptima iteración)

Estrato	∆σ' <sub>m</sub> , kPa	m <sub>eq</sub> , 1/kPa
1	68.35	0.0002653
2	64.6	0.0002341

# **CAPÍTULO 8**

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 8 Análisis de Resultados

De acuerdo a los resultados obtenidos en el capítulo 7 "Aplicaciones", los cuales se resumen en la Tabla 8.1 y Figs. 8.1 y 8.2 para arcillas no sensitivas; y en la Tabla 8.2 y Figs. 8.3 y 8.4 para arcillas sensitivas, podemos establecer ciertas consideraciones.

ARCILLA NO SENSITIVA				
Condición/Modelo	Analítico	Numérico	Híbrido	
δ <sub>corto plazo</sub> , cm	9.32	7.14		
$\delta_{ ext{largo plazo}},  ext{cm}$	15.69	13.59	13.74	

#### Tabla 8.1 Resultados para arcilla no sensitiva



Fig. 8.1 Asentamientos a corto plazo arcilla no sensitiva



Fig. 8.2 Asentamientos a largo plazo arcilla no sensitiva

ARCILLA SENSITIVA				
Condición/Modelo	Analítico	Numérico	Híbrido	
$\delta_{ m corto\ plazo}$ , cm	9.32	7.14		
$\delta_{ ext{largo plazo}}$ , cm	9.46	7.92	8.36	

Tabla 8. 2 Resultados para arcilla sensitiva



Fig. 8.3 Asentamientos a corto plazo arcilla sensitiva



Fig. 8.4 Asentamientos a largo plazo arcilla sensitiva

#### 8 Análisis de Resultados

Los asentamientos a corto plazo tanto en arcillas no sensitivas como sensitivas, se calculan de manera similar, de acuerdo al comportamiento que presentan ambas bajo la condición no drenada, es por ello, que los asentamientos son iguales, considerando los mismos parámetros elásticos, empleados acorde a dicha condición.

En arcillas no sensitivas, se observa que el modelo numérico subestima en un 30% al modelo analítico, en lo que respecta a las deformaciones calculadas a corto plazo. Sin embargo para la condición a largo plazo el modelo numérico, de igual manera, subestima al modelo analítico pero ahora en un 15%, es decir, a mayor tiempo, ambos se asemejan cada vez más. Los asentamientos calculados con el método híbrido son 1% mayores a los calculados con el método numérico son mayores en un 14%.

En lo que respecta a arcillas sensitivas, en el comportamiento a largo plazo, existe una menor paridad entre el modelo analítico y numérico, debido a que el modelo analítico es mayor al numérico en un 19%. Por otra parte el método híbrido tiende a ser más semejante con ambos métodos, ya que, con respecto al modelo numérico es mayor tan sólo en un 5%, y el modelo analítico es mayor en un 13%.

Para calcular el módulo equivalente en función de los módulos de compresibilidad volumétricos de consolidación primaria y secundaria, bastará con igualar dicha ecuación con la ec. 6.22 modificada, entonces (ec. 8.1):

$$m_{eq} = m_{v}F(T_{v}) + m_{t}\log(1 + \xi T_{v})$$
(ec. 8.1)

Así para cualquier nivel de esfuerzos y tiempo establecidos, se obtendrá el módulo equivalente, y posteriormente emplear algún programa basado en el método de elementos finitos y calcular los asentamientos a largo plazo (consolidación primaria y secundaria), empleando implícitamente el modelo de Zeevaert. En la Figs. 8.5 y 8.6 se muestran los valores del módulo equivalente  $m_{eq}$  en función del esfuerzo medio  $\sigma_m$  para las arcillas no sensitivas y sensitivas, respectivamente.



Fig. 8.5 Módulo equivalente vs esfuerzo medio (arcilla no sensitiva)



Fig. 8.6 Módulo equivalente vs. esfuerzo medio (arcilla sensitiva)

De la Fig. 8.5 que existe una relación lineal, con un coeficiente de correlación cercano a -1, es decir, mientras aumenta el esfuerzo medio, disminuye el módulo equivalente y viceversa. Por otra parte, la Fig. 8.6, aunque también se tiene una relación lineal, ésta, tiene un coeficiente de correlación cercano a 1, es decir, mientras aumenta el esfuerzo, aumenta el módulo equivalente y viceversa.

# CAPÍTULO 9

## CONCLUSIONES

#### 9 Conclusiones

Los objetivos de la tesis se cumplieron de manera adecuada, lo que permitió establecer algunas conclusiones importantes.

El origen geológico así como la presencia de minerales, son los principales factores que determinarán el comportamiento hidráulico y mecánico de las arcillas, a corto y largo plazo.

La sensitividad en las arcillas, se determina cuantitativamente por medio de la ec. 2.12,

 $S_t = \frac{C_{u \text{ inalterada}}}{C_{u \text{ remoldeada}}}$ , un valor de  $S_t$  mayor o igual a 4, indica que una arcilla es sensitiva.

La descomposición química de la roca madre, por ejemplo, la hidratación, la hidrólisis, la disolución y la oxidación dan como resultados arcillas de tipo sensitiva, debido a la presencia de sales. Lo que conlleva a que presentan una estructura interna de tipo floculenta.

El comportamiento a corto plazo, debe analizarse en términos de esfuerzos totales, empleando parámetros no drenados, debido a la baja permeabilidad de las arcillas. Dicho comportamiento es similar tanto en arcillas no sensitivas como sensitivas.

El comportamiento a largo plazo, se analizará en términos de esfuerzos efectivos, empleando parámetros drenados. Este aspecto es una de las grandes diferencias entre arcillas no sensitivas y arcillas sensitivas.

Las arcillas sensitivas presentan dos tipos de agua; la primera, el agua gravitacional ubicada en los poros y el agua adsorbida que se encuentra adherida a la superficie de los granos la cual presenta una viscosidad variable con respecto al tiempo.

La distribución de esfuerzos en la masa de suelo, depende exclusivamente de la geometría y el tipo de carga aplicado en la superficie; en el modelado numérico se puede tomar en cuenta la rigidez de la subestructura, por lo que los resultados en general son diferentes a los obtenidos con los modelos analíticos.

Las hipótesis de la teoría de la consolidación son muy rigurosas, y aunque en la mayoría de los casos no se cumplen, da resultados aceptables para fines prácticos. Por ello la importancia de emplear herramientas cada vez más precisas como el modelado numérico con el método de elemento finito.

En arcillas no sensitivas (preconsolidadas), el asentamiento en campo suele ser menor o igual que el asentamiento calculado en laboratorio, la corrección de Skempton y Bjerrum (1957) minimiza esta diferencia.

Las curvas de compresibilidad, presentan una configuración diferente según el tipo de arcilla, debido a que en arcillas sensitivas, las partículas están unidas por un pegamento de baja magnitud, si la carga no rompe dicho pegamento los asentamientos son pequeños, por el contrario si la carga aplicada supera el esfuerzo crítico, las deformaciones son de mayor magnitud.

En arcillas no sensitivas, el modelo elástico lineal (analítico y numérico) se ajusta perfectamente al comportamiento a corto plazo, dando un asentamiento mayor con el método analítico en un 30% con respecto al numérico.

En arcillas no sensitivas, se observa que el modelo numérico subestima en un 30% al modelo analítico, en lo que respecta a las deformaciones calculadas a corto plazo. Sin embargo para la condición a largo plazo el modelo numérico, de igual manera, subestima al modelo analítico pero ahora en un 15%, es decir, a mayor tiempo, ambos se asemejan cada vez más. Los asentamientos calculados con el método híbrido son 1% mayores a los calculados con el método numérico son mayores en un 14%.

#### 9 Conclusiones

El método híbrido propuesto, considera la compatibilidad de asentamientos y esfuerzos, entre métodos analítico y numérico, generalizándose para empatar los modelos analítico y numérico que se quieran emplear.

De la Fig. 8.5, se concluye que a mayor nivel de esfuerzos el módulo equivalente  $m_{eq}$  disminuye, es decir, el material se vuelve más rígido.

En arcillas sensitivas, al haber empleado los mismos parámetros para calcular los asentamientos a corto plazo, da un resultados idéntico al de las arcillas no sensitivas, debido a que su comportamiento es similar.

En arcillas sensitivas, el comportamiento a largo plazo, existe una menor paridad entre el modelo analítico y numérico, debido a que el modelo analítico es mayor al numérico en un 19%. Por otra parte el método híbrido tiende a ser más semejante con ambos métodos, ya que, con respecto al modelo numérico es mayor tan sólo en un 5%, y el modelo analítico es mayor en un 13%.

De la Fig. 8.6, se concluye que a mayor nivel de esfuerzos, el módulo equivalente  $m_{eq}$  aumenta, es decir el material sufre una especie de reblandecimiento, lo que comprueba que para este tipo de arcillas, las fuerzas predominantes están ligadas directamente al pegamento que une las partículas, y no depende del nivel de esfuerzos.

El módulo equivalente, se calcula con la ec. 8.1, la cual, implícitamente está en función del nivel de esfuerzos ( $m_v$  y  $m_t$ ) y el tiempo ( $T_v$  y  $F(T_v)$ ).

Aunque en ambos casos se observa una relación lineal entre el nivel de esfuerzo y el módulo equivalente, esto no garantiza que para un nivel de esfuerzos mayor la tendencia se mantenga, existiendo la posibilidad de que se llegue a un valor asintótico.

El modelado numérico debe emplearse sólo como una herramienta poderosa, la cual, el Ingeniero debe aprender a usar de la mejor manera, esto, sin perder su criterio, conocimiento y experiencia, ya que al conjuntar estos factores, los resultados son satisfactorios, en optimización de tiempo y recursos.

# CAPÍTULO 10

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Andresen, L. (2002). Capacity analysis of anisotropic and strain-softening clay. Ph.d. thesis, University of Oslo, Institute of Geology.

Biot, M.A. (1956). General solutions of the equations of elasticity and consolidation for porous material. Journal of Applied Mechanics, 23(2).

Bjerrum, L (1967). "Engineering geology of norwegian normallly-consolidated marine clays as related to settlements of buildings", *Géotechnique*, 17: 81-118

Bjerrum, L (1973). "Problems of soil mechanics and construction on soft clays", *Proc VIII Int Conf Soil Mech Found Eng*: 111-159, Moscú

Brinkgreve, R.B.J. (2004). Time-dependent behaviour of soft soils during embankment construction - a numerical study. Proc. NUMOG IX, 631–637.

Buisman, K. (1936). Results of long duration settlement tests. Proceedings 1st International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mass. Vol. 1, 103–107.

Burland, J.B. (1965). The yielding and dilation of clay. Géotechnique, 15, 211–214.

Burland, J.B. (1967). Deformation of Soft Clay. Dissertation. Cambridge University.

Casagrande, A. (1936), "The Determination of the Pre- consolidation Load and Its Practical Significance," *1st ICSMFE*, vol. 3, pp. 60-64.

Damy, J (1985). "Integración de las ecuaciones de Boussinesq, Westergaard y Fröhlich, sobre superficies poligonales de cualquier forma, cargadas con fuerzas verticales uniformemente repartidas", Revista Ingeniería, Vol LV, N° 1: 82-86

Dashkó, R E y Kagán, A A (1980). *Mecánica de Suelos en la Práctica de la Geología Aplicada a la Ingeniería*, Cap 2, MIR, Moscú

Deméneghi, A (2010). "Predicción de deformaciones a largo plazo en arcillas sensitivas", *Memorias XXV Reunión Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica*, Publicación SMMS, Acapulco, Gro: 353-361

Deméneghi, A y Puebla, M (2012). "Incrementos de esfuerzo en la masa de suelo", *Apuntes de Comportamiento de Suelos*, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D F

Garlanger, J.E. (1972). The consolidation of soils exhibiting creep under constant effective stress. Géotechnique, 22, 71–78.

Janbu, N. (1963). Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests. Proc. ECSMFE Wiesbaden, 1, 19–25.

Kulhawy, F.H., Mayne, P.W. (1990). Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design. Cornell University, Ithaca, New York.

Lambe T. William, Whitman Robert V. Soil Mechanics. Ed. John Wiley and Sons.

Mesri, G. 1973. Coefficient of secondary compression, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol. 99, No. SM 1, pp. 123–137.

Mesri, G., Godlewski, P.M. (1977). Time and stress-compressibility inter-relationship. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 103(GT5), 417–430.

Mitchell, J K (1993). Fundamentals of Soil Behavior, 2 ed, Wiley

Muir Wood, D. (1990). Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics. Cambridge University Press.

Muni Budhu, Soil Mechanics and Foundations. Ed. John Wiley and Sons.

Olson, R. E. (1986), "State of the Art: Consolidation Test- ing," ASTM STP No. 892, pp. 7-68.

Poulos, S. J. (1981). "The steady state of deformation", Journal of the Geotechnical Engineering Division, 107(5), 553-562.

Reséndiz, D, Springall, G, Rodríguez, J M y Esquivel, R (1970). "Información reciente sobre las características del subsuelo y la práctica de la ingeniería de cimentaciones en la ciudad de México", *V Reunión Nacional Mec Suelos*: IV-1 a IV-59, Soc Mex Mec Suelos, México, D F

Roscoe, K. H., Schofield, A. N., and Wroth, C. P. 1958. On the yielding of soils, *Ge otechnique*, Vol. 8, No. 1, pp. 22–52.

Roscoe, K.H. & Burland, J.B. (1968). "On the generalised stress-strain behaviour of "wet" clay". Engineering Plasticity. Cambridge University Press: Cambridge, MA, 535-609.

Roscoe, K.H., Burland, J.B. (1968). On the generalized stress-strain behaviour of "wet" clay. In In: Heyman & Leckie, Engineering Plasticity, Cambridge University Press. 535–609.

Skempton, A W (1954). "The pore pressure coefficients A and B", Géotechnique, 4: 143-147

Skempton, A W y Bjerrum, L (1957). "A contribution to the settlement analysis of foundations in clay", *Géotechnique*, 7(4), 168-178

Skempton, A. W. 1953. The colloidal activity of clay, *Proceedings of the Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Zu rich, Vol. I, pp. 57–61.

Skempton, A. W., and Northey, R. D., 1952. The sensitivity of clays, *Ge otechnique*, Vol. 3, No. 1, pp. 30–53.

Smith, I.M. (1982). Programming the finite element method with application to geomechanics. John Wiley & Sons, Chichester.

Song, E.X. (1990). Elasto-plastic consolidation under steady state and cyclic loads". Dissertation, Delft University of Technology, Delft, Netherlands.

Sowers, G B y Sowers, G F (1975). Introducción a la Mecánica de Suelos y Cimentaciones, Limusa

Tavenas, F y Leroueil, S (1987). "Laboratory and in-situ stress-strain-time behavior of soft clays: a state-of- the-art", *Proc Int Symp Geot Eng on Soft Soils*, vol 2: 3-48, Soc Mex Mec Suelos, México, D F

Taylor, D.W. (1948). "Fundamentals of soil mechanics". New York: John Wiley & Sons.

Terzaghi, K y Peck, R B (1967). Soil Mechanics in Engineering Practice, 2<sup>nd</sup> ed, Wiley

van Olphen, H. 1977. An Introduction to Clay Colloid Chemistry, 2nd ed., Wiley Interscience, New York

Vermeer, P.A., Neher, H. (1999). A soft soil model that accounts for creep. In R.B.J. Brinkgreve, Beyond 2000 in Computational Geotechnics, Balkema, Rotterdam. 249–261.

Vermeer, P.A., Verruijt, A. (1981). An accuracy condition for consolidation by finite elements. Int. J. for Num. Anal. Met. in Geom., 5, 1–14.

Vermeer, P.A., Verruijt, A. (1981). An accuracy condition for consolidation by finite elements. Int. J. for Num. Anal. Met. in Geom., 5, 1–14.

Westergaard, H. M. (1938), "A Problem of Elasticity Suggested by a Problem in Soil Mechanics: Soft Material Re- inforced by Numerous Strong Horizontal Sheets," in *Contributions to the Mechanics of Solids, Stephen* Timoshenko 60th Anniversary Volume, Macmillan, New York.

Zeevaert L, "Consolidation of Mexico City Volcanic Clay" in Proceedings, Joint Meeting of ASTM and SMMS. Dec. 1957 p.28.

Zeevaert, L (1973). Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions, Van Nostrand Reinhold

Zeevaert, L (1986). "Consolidation in the intergranular viscosity of highly compressible soils", Consolidation of Soils: Testing and Evaluation, ASTM, STP 892: 257-281, R N Yong y F C Townsend eds, Filadelfia

Zienkiewicz, O.C. (1977). The Finite Element Method. McGraw-Hill, London.