



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL – APROVECHAMIENTOS HIDRÁULICOS

MODELACIÓN DE FLUJO NO PERMANENTE EN SISTEMAS HIDRÁULICOS
CON HEC-RAS. APLICACIÓN AL SISTEMA DE CANALES Y LAGOS DE TEXCOCO

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ALDO LUNA REYES

TUTOR PRINCIPAL
A. ABEL JIMÉNEZ CASTAÑEDA, FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. AGOSTO 2014



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Domínguez Mora Ramón
Secretario: Dr. Berezowsky Verduzco Moisés
Vocal: Dr. Jiménez Castañeda Amado Abel
1^{er.} Suplente: Dr. Fuentes Mariles Oscar
2^{do.} Suplente: M. I. Sánchez Huerta Alejandro

México, Distrito Federal, Ciudad Universitaria, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

A. ABEL JIMÉNEZ CASTAÑEDA

FIRMA

INDICE

1	Introducción.....	3
2	Modelación matemática del flujo unidimensional en régimen no permanente.....	5
2.1	Versiones de las ecuaciones de Saint-Venant.....	5
2.2	Métodos de solución.....	8
2.3	Métodos de diferencias finitas.....	8
2.4	Consistencia, estabilidad y convergencia de los esquemas.....	10
2.5	Esquemas del tipo explícito e implícito.....	10
2.6	Esquema de Preissmann.....	11
2.7	Modelos de cálculo hidráulico.....	13
2.7.1	Características generales del modelo <i>HEC-RAS</i>	13
2.8	Variables y parámetros relevantes del modelo matemático.....	14
2.8.1	Espaciamiento entre secciones transversales, Δx	14
2.8.2	Intervalo de tiempo de cálculo, Δt	19
2.8.3	Efecto del factor de peso, θ	20
2.9	Otras variables que producen problemas de estabilidad.....	20
2.9.1	Dimensiones de las secciones transversales.....	20
2.9.2	Insuficiencia de la altura de los bordos.....	21
3	Verificación del modelo matemático <i>HEC-RAS</i>	23
3.1	Canal de sección rectangular.....	24
3.1.1	Cálculo de Δx y Δt con la metodología de Fread y Lewis.....	25
3.1.2	Cálculo de Δx y Δt con la ecuación propuesta por Holman-Dodds.....	28
3.2	Canal de sección trapecial.....	30
3.2.1	Cálculo de Δx y Δt con la metodología de Fread y Lewis.....	32
3.2.2	Cálculo de Δx y Δt con la ecuación propuesta por Holman-Dodds.....	34
3.3	Bifurcación de un canal trapecial.....	36
3.4	Interacción canal-almacenamiento de regulación.....	38
4	Estudio del sistema hidráulico de Texcoco.....	41
4.1	Descripción del sistema.....	41
4.2	Información del levantamiento topográfico.....	43

4.3	Estimación del coeficiente de rugosidad de Manning.....	45
4.4	Condiciones de frontera.....	46
4.4.1	Condiciones de frontera de entrada (hidrogramas)	46
4.4.2	Condición de frontera de la salida.....	49
4.4.3	Condiciones de frontera internas.....	52
4.5	Condiciones iniciales.....	53
4.5.1	Adecuación de las condiciones iniciales.....	57
4.6	Definición de la altura de los bordos perimetrales.....	59
4.7	Análisis de sensibilidad de la modelación.....	63
4.8	Modelación de escenarios del sistema hidráulico.....	67
4.8.1	Modelación con los hidrogramas de diseño (Escenario I).....	67
4.8.2	Modelación de tormenta en la zona centro de la ciudad (Escenario II)...	75
4.8.3	Modelación de tormenta en la zona oriente de la ciudad (Escenario III)	81
4.8.4	Comparación de resultados.....	85
5	Conclusiones y recomendaciones.....	89
6	Referencias.....	91

1 Introducción

El conocimiento del funcionamiento de un sistema hidráulico durante el paso de una avenida es fundamental para la resolución de importantes problemas de ingeniería; por ejemplo la delimitación de zonas inundables, el diseño de encauzamientos, obras de protección frente a avenidas, estabilización de las márgenes de los canales, diseño de puentes, desvíos, confluencias, almacenamientos de regulación, drenaje urbano, etc.

En una ciudad como la de México, la cual forma parte de la zona metropolitana, con una población de alrededor de 29 millones de habitantes (INEGI), se tienen varios sistemas hidráulicos de gran importancia; uno de ellos es el sistema de canales y lagos de la zona de Texcoco; este es un sistema de drenaje urbano que se localiza en el nororiente de la Ciudad de México; en la fig 1.1 se incluye la correspondiente imagen de satélite.



Figura 1.1 Sistema hidráulico de canales y lagos de Texcoco

El funcionamiento adecuado de este sistema hidráulico es fundamental, ya que cumple con la función de absorber los picos generados por las grandes tormentas; la ocurrencia de una falla en el mismo, podría ocasionar que el río Churubusco inunde los alrededores del aeropuerto, el relleno de Bordo Poniente e inclusive el centro de la ciudad. El terreno donde se localiza este sistema hidráulico se distingue por ser plano, con alto contenido de salitre y escasa capacidad de carga; esto se debe a que anteriormente toda esa zona formaba parte del lago de Texcoco. Estas características del suelo dan lugar a que, por un lado, la pendiente longitudinal de los canales sea pequeña, por lo que las velocidades del flujo también lo son, lo que favorece el azolve de los mismos, con la consecuente reducción en su capacidad de conducción; para aumentar la capacidad de los canales, se ha incrementado la altura de los bordos longitudinales; sin embargo, debido a la escasa capacidad de carga del suelo, dichos bordos tienden a fallar, lo que ha dado lugar en algunas ocasiones a inundaciones de las colonias vecinas.

Para evitar este tipo de desastres, es necesario tener campañas de limpieza y desazolve de los canales, también dar mantenimiento tanto a las plantas de bombeo y compuertas, como a los bordos longitudinales de los canales y lagos.

A principios del año 2013 se realizó el levantamiento de secciones transversales en los canales; al revisar la información correspondiente fue posible documentar la falta de mantenimiento del sistema hidráulico; por ello, se propuso hacer el estudio del funcionamiento hidráulico del sistema, y disponer de información para hacer propuestas de análisis, cuyos resultados permitan disponer de información para recuperar el adecuado funcionamiento hidráulico del sistema en cuestión.

Una manera de hacer el estudio consiste en realizar la modelación numérica del funcionamiento hidráulico del sistema; en la actualidad se dispone de varios modelos con los que es posible realizar este estudio, los cuales están suficientemente verificados. En el capítulo 2 se presenta una descripción breve de los conceptos teóricos fundamentales en los que se basan este tipo de modelos, entre los que destaca el *HEC-RAS*, en este mismo capítulo se incluye una breve descripción de este modelo, y de las variables y parámetros relevantes en el cálculo. En el capítulo 3 se incluye la verificación del modelo con base en ejemplos de tipo académico.

La descripción e información disponible del sistema hidráulico que se desea modelar se presenta en el capítulo 4. En este mismo capítulo se incluyen las modelaciones de los escenarios que permiten conocer el funcionamiento hidráulico del sistema.

Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y recomendaciones obtenidas del estudio del funcionamiento hidráulico del sistema en cuestión.

2 Modelación matemática del flujo unidimensional en régimen no permanente

La modelación matemática es una aproximación a la realidad, tanto mejor cuanto más se adapten las ecuaciones de partida, la calidad de los datos, el método de solución y los resultados obtenidos al fenómeno real que se estudie. La modelación matemática ha evolucionado paralelamente a la capacidad de las computadoras, al desarrollo del cálculo numérico y en general a la modelación numérica en áreas de conocimiento próximas. Así, por ejemplo, los avances logrados en estudios de dinámica de fluidos, han contribuido en la aplicación y puesta a punto de técnicas de discretización y esquemas numéricos específicos, los cuales luego han sido adaptados para la modelación matemática del flujo a superficie libre.

En hidráulica de canales, la modelación matemática del flujo de agua en un canal consiste en calcular los valores que toman las variables hidráulicas (tirante o elevación de la superficie libre del agua y velocidad media o caudal) a partir de la resolución por métodos numéricos de las ecuaciones de Saint-Venant.

2.1 Ecuaciones de Saint-Venant

Para el estudio de los efectos de la propagación de avenidas en ríos, y en particular para la obtención de valores de niveles de agua y velocidades medias, se han usado en el pasado, inclusive en la actualidad, modelos que se basan en la hipótesis de flujo unidimensional, en condiciones de régimen permanente con flujo gradualmente variado y fondo fijo. Estos son una herramienta suficiente para estudios donde la evolución temporal no sea un factor a tener en cuenta y se cumpla en forma adecuada la hipótesis de que el flujo es del tipo unidimensional.

En caso de que el proceso a estudiar sea claramente no permanente, definido por las condiciones impuestas por procesos naturales, así como de acciones humanas, en el que las condiciones del flujo varían en el tiempo y el espacio, se debe recurrir a las ecuaciones empleadas para modelar el flujo a superficie libre, considerado como unidimensional, gradualmente variado y en régimen no permanente, las cuales son ampliamente conocidas como las ecuaciones de Saint-Venant, o también como la ecuación de continuidad y la ecuación de *momentum*.

Se dispone de varias versiones de las ecuaciones de continuidad y *momentum*; por ejemplo, la versión diferencial conservativa de la ecuación de continuidad para un flujo del tipo unidimensional en régimen no permanente de expresa como

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (2.1)$$

Donde,

Q , *gasto que conduce el canal, en m³/s*

A , *área hidráulica de la sección transversal del canal, en m²*

q , *gasto lateral unitario, en m²/s*

x , *distancia, en m*

t , *tiempo, en s*

La versión diferencial en su forma no conservativa de la ecuación de continuidad, se expresa en términos de gasto y elevación de la superficie libre del agua como

$$T \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (2.2)$$

Donde,

T , *ancho de superficie libre del agua, en m*

H , *elevación de la superficie libre del agua, en m*

La mayoría de los modelos matemáticos emplea la versión conservativa de la ecuación de continuidad.

La ecuación diferencial de *momentum* para flujo unidimensional en régimen no permanente, en su versión conservativa se expresa como

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI_1 \right) = gA(S_0 - S_f) + gI_2 + V_x q \quad (2.3)$$

Donde,

I_1 , *es la integral de fuerzas de presión hidrostática*

es la integral de fuerzas de presión que actúan sobre el volumen de control incluye la proyección en dirección x de la fuerza hidrostática que se genera

I_2 , *al cambiar el área hidráulica a lo largo del canal, a través de la integral del cambio de ancho a lo largo del cauce debido al cambio de la geometría de la sección transversal*

g , *aceleración de la gravedad, en m/s²*

V_x *componente de la velocidad del flujo lateral en la dirección x*

S_0 , pendiente longitudinal del canal

S_f , pendiente de fricción que se calcula como:

$$S_f = \frac{n^2 Q |Q|}{A^2 R_h^{4/3}}$$

Donde,

n , coeficiente de rugosidad de Manning

R_h , radio hidráulico, en m

La versión no conservativa de la ecuación diferencial de *momentum* se escribe como

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\frac{\partial H}{\partial x} + S_f \right) = V_x q \quad (2.4)$$

Existen varios libros técnicos, como por ejemplo Cunge *et al* (1980) o Chaudhry (2008), donde se presenta con detalle la deducción de las ecuaciones 2.1 a 2.4, para ello se emplean las hipótesis de Saint-Venant, las cuales también están ampliamente citadas; por tratarse de la versión diferencial, se debe cumplir que las variables dependientes, Q y H , deben ser funciones continuas y derivables en el espacio y el tiempo.

Las ecuaciones de Saint-Venant no tienen solución analítica excepto en algunos casos especiales con simplificaciones adecuadas para estudios del tipo académico; éstas son ecuaciones diferenciales parciales del tipo hiperbólico y para su resolución se emplean métodos numéricos.

En la actualidad es común emplear las ecuaciones completas; sin embargo, en la literatura técnica se presentan versiones de las ecuaciones con algunas simplificaciones; éstas consisten en despreciar los términos con menor contribución a un fenómeno específico, dando lugar a los métodos conocidos como el de la onda cinemática, el de la onda de difusión y el de la onda dinámica, véase por ejemplo Chow *et al* (1988). La razón para no utilizar las ecuaciones completas, que es poder reducir el tiempo de cálculo, tiene menos sentido actualmente que hace algunos años, debido al gran avance en la capacidad de las computadoras, es por ello que se prefiere emplear la versión completa de las ecuaciones de Saint-Venant, por representar de mejor forma la modelación numérica del flujo unidimensional en régimen no permanente.

2.2 Métodos de solución

Entre los métodos tradicionales que se emplean para resolver las ecuaciones de Saint-Venant están los métodos de las características y los de diferencias finitas; otros menos tradicionales son conocidos como elemento finito, y los más recientes, denominados como los métodos espectrales (Berezowsky, 1998).

La teoría del método de las características permite presentar el estudio teórico del efecto de las condiciones de frontera en canales con flujo subcrítico y/o supercrítico; sin embargo, al ser un método válido para canales prismáticos, no se emplea en aplicaciones prácticas, como lo es el tránsito de avenidas en canales naturales; además, por ser un método del tipo explícito, los valores de las variables independientes están restringidas por el llamado número de Courant, lo que hace que el método no sea eficiente.

En cuanto a los métodos de diferencias finitas, que son los mayormente empleados, existe gran cantidad de esquemas numéricos del tipo explícito e implícito.

2.3 Métodos de diferencias finitas

En los métodos numéricos que emplean las diferencias finitas, se acostumbra representar el perfil longitudinal de la plantilla del canal en el eje de las abscisas, de un plano de coordenadas (x, t) , como se ilustra en la fig 2.1; en este plano quedan localizados el conjunto de puntos asociados a las secciones transversales disponibles a lo largo del tramo en estudio. Es común que el eje de las abscisas se asocie a las condiciones iniciales, es decir, las condiciones en las que funciona hidráulicamente el tramo en estudio antes de comenzar la modelación numérica, y en el eje de las ordenadas queden tiempos específicos separados por el intervalo de tiempo, Δt , que se emplea en la modelación numérica. Sobre el mismo plano queda definida la llamada malla computacional, donde los puntos son identificados con base en los índices (j, n) , el subíndice j sirve para identificar una sección transversal localizada en el cadnamiento x_j ; mientras que el superíndice n permite conocer el tiempo que corresponde al valor de las variables hidráulicas, por ejemplo H_j^n . Una línea de tiempo es paralela al eje x a través de todos los puntos de distancia en un valor de tiempo especificado.

Los esquemas en diferencias finitas permiten transformar las ecuaciones diferenciales parciales en ecuaciones algebraicas de diferencias finitas, las cuales pueden ser lineales o no lineales. Las ecuaciones de diferencias finitas representan las derivadas espaciales y temporales en términos de las variables conocidas tanto en la línea de tiempo actual, $n \Delta t$, como en la línea de tiempo posterior, $(n + 1)\Delta t$, donde todos los valores son desconocidos, excepto en las fronteras. La solución de las ecuaciones en diferencias finitas avanza en una línea de tiempo hacia la siguiente.

Existen varias formas de expresar de manera aproximada a las derivadas parciales. Cada uno de los términos de las derivadas parciales espaciales es reemplazado por diferencias finitas; cuando se plantean expresiones en diferencias finitas con incógnitas que dependen de las variables a nivel del tiempo conocido, se tienen diferencias finitas explícitas, mientras que cuando las incógnitas dependen de variables a nivel de tiempo desconocido, se tienen diferencias finitas implícitas.

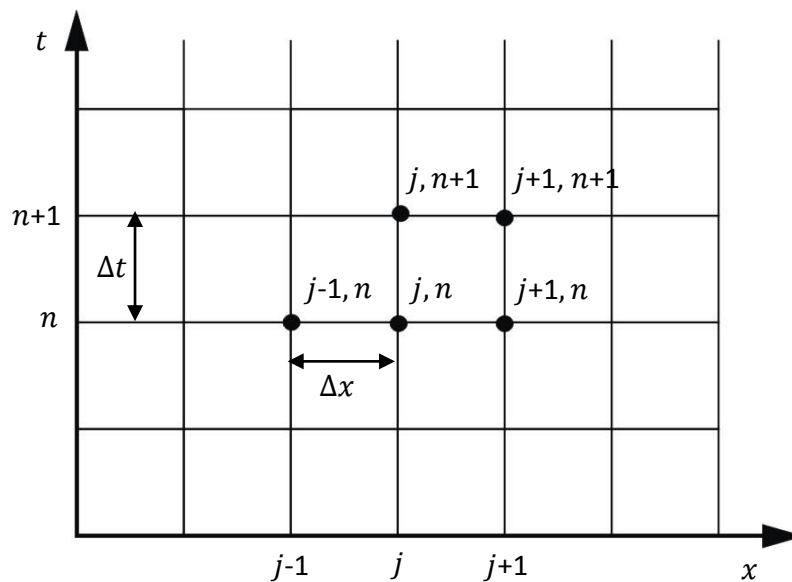


Fig 2.1 Malla computacional en el plano (x, t)

Al expresar las derivadas parciales con expresiones aproximadas en diferencias finitas, se tienen errores de truncado; estos errores se relacionan con el tamaño de los incrementos de tiempo y espacio. La acumulación de errores de truncamiento puede hacer que los resultados de un método numérico no sean adecuados. Para evitar este tipo de problemas es necesario que el método de diferencias finitas propuesto cumpla con los criterios que se describen a continuación.

2.4 Consistencia, estabilidad y convergencia de los esquemas

Un método numérico debe ser consistente, convergente y estable para producir resultados aceptables. Un método numérico es consistente si las ecuaciones que rigen se obtuvieron a partir de las ecuaciones en diferencias finitas y tanto el incremento en el espacio como en el tiempo se aproximan a cero. Un método numérico es convergente si, a medida que se reducen Δx y Δt , los resultados se acercan a los valores límite que responden a la verdadera solución de las ecuaciones diferenciales que representan. Un método numérico es computacionalmente estable si los errores de redondeo y de truncamiento no se acumulan para hacer que la solución diverja. Si un método numérico es inestable, pequeños cambios en el modelo de entrada (por ejemplo, el valor del coeficiente de rugosidad de Manning o el incremento de tiempo) pueden conducir a cambios muy grandes en los resultados.

2.5 Esquemas del tipo explícito e implícito

La diferencia principal entre estos dos esquemas reside en que en el método explícito los valores desconocidos se resuelven secuencialmente a lo largo de la línea de tiempo desde un punto de distancia hasta el siguiente, mientras que en el método implícito los valores desconocidos en una línea de tiempo dada se determinan simultáneamente.

Los esquemas del tipo explícito son sencillos, pero tienden a ser inestables cuando se emplean valores grandes de Δx y Δt , por ello, es común que se requiera que ambos incrementos sean de valor pequeño para la adecuada convergencia del procedimiento numérico.

Los esquemas implícitos, aunque resultan ser más complejos que los explícitos, desde el punto de vista matemático, no dependen de la selección del intervalo de tiempo y espacio, produciendo una solución numéricamente estable con gran precisión, aun para pasos de cómputo grandes con pequeñas pérdidas de exactitud, por consiguiente éstos son notablemente más eficientes que los explícitos.

2.6 Esquema de Preissmann

De los esquemas de discretización implícita de las ecuaciones de Saint-Venant, el esquema de Preissmann o esquema de los cuatro puntos, véase la figura 2.2, está ampliamente referido en la literatura y es empleado en modelos de dominio público.

En este esquema una función cualquiera, $f(x, t)$, se aproxima en un cierto punto P de (x, t) como:

$$f(x, t) \approx \bar{f}(x, t) = 0.5(f_j + f_{j+1}) + 0.5\theta(\Delta f_j + \Delta f_{j+1})$$

Donde, el incremento Δf de la función $\Delta f(x, t)$ entre los tiempos $n\Delta t$ y $(n + 1)\Delta t$, se define como

$$\Delta f_j = f_j^{n+1} - f_j^n$$

Mientras que para las derivadas espaciales y temporales tenemos, respectivamente:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{(f_{j+1} - f_j) + \theta(\Delta f_{j+1} - \Delta f_j)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{0.5(\Delta f_{j+1} + \Delta f_j)}{\Delta t}$$

El parámetro θ , conocido como factor de peso, localiza el punto P de aproximación de las derivadas en el tiempo. En régimen subcrítico habitualmente se utiliza $\theta = 0.6$, en este tipo de régimen el método es incondicionalmente estable para $0.5 \leq \theta \leq 1.0$.

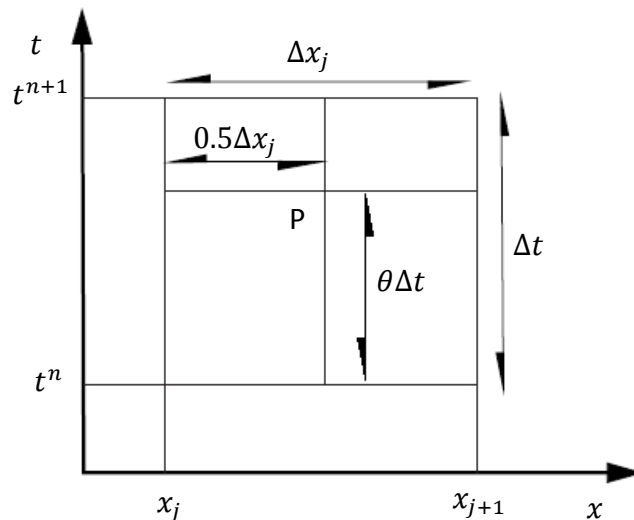


Fig 2.2 Caja del esquema de Preissmann o de los cuatro puntos

Uno de los primeros trabajos publicados donde se presenta con detalle el empleo del esquema de Preissman para expresar las ecuaciones de continuidad y de *momentum* en diferencias finitas, es el de Liggett y Cunge (1975); ellos emplean la versión diferencial no conservativa de la ecuación de continuidad, ec 2.2 la cual es válida para canales muy anchos, lo que también permite suponer que la forma de la sección transversal del canal es rectangular.

En el modelo *HEC-RAS* se emplean las ecuaciones de continuidad y de *momentum* en su versión conservativa y no conservativa, respectivamente, y con base en algunas hipótesis se obtienen ecuaciones en diferencias finitas que son del tipo lineal, por lo tanto, la ecuación de continuidad, ec 2.1, y la ecuación de *momentum*, ec 2.4, se expresan respectivamente como sigue:

$$CQ1_j\Delta Q_j + CH1_j\Delta H_j + CQ2_j\Delta Q_{j+1} + CH2_j\Delta H_{j+1} = CB_j \quad (2.5)$$

$$MQ1_j\Delta Q_j + MH1_j\Delta H_j + MQ2_j\Delta Q_{j+1} + MH2_j\Delta H_{j+1} = MB_j \quad (2.6)$$

Donde $CQ1_j, CH1_j, CQ2_j, CH2_j, CB_j, MQ1_j, MH1_j, MQ2_j, MH2_j$ y MB_j son funciones de las características del flujo en la etapa de tiempo $n \Delta t$; dichas expresiones pueden ser consultadas en el manual del modelo *HEC-RAS* (págs. 56 y 57).

Al aplicar las ecs 2.5 y 2.6 a cada uno de los subtramos que conforman el tramo total, en los cuales tenemos dos incógnitas (gasto y cota del agua), se obtiene un sistema lineal de ecuaciones, el cual se completa con una ecuación dada por la condición de frontera aguas arriba, y otra para la condición de frontera aguas abajo. Para resolver el sistema de ecuaciones emplean el método conocido con el nombre del doble barrido, el cual es muy eficiente. Esta forma de modelar numéricamente el tránsito de avenidas en un canal también ha sido publicada por Cunge *et al* (1980), Jiménez y Domínguez (2002) y Jeppson (2011), entre otros.

Otros autores, como por ejemplo Chaudhry (2008) y Sturm (2010), emplean la llamada versión diferencial conservativa de la ecuación de continuidad, ec 2.1; las ecuaciones que deducen en diferencias finitas de la ecuación de continuidad y dinámica con el esquema de Preissman son no lineales; de manera similar a la anterior, el sistema de ecuaciones no lineales se completa con dos condiciones de frontera, y el sistema se resuelve con el método iterativo de Newton-Raphson.

En general, cualquiera de los métodos citados anteriormente da resultados adecuados; sin embargo, en el manual de referencia del modelo *HEC-RAS*, se aclara que cuando se tiene un sistema hidráulico formado por varios tramos, que están conectados entre ellos con uniones y bifurcaciones, y algunos de ellos tienen comunicación con almacenamientos, se obtienen matrices cuyos elementos se alejan de la diagonal principal, lo que dificulta de manera notable la solución del sistema de ecuaciones; por ello, en el citado manual se indica que el modelo *HEC-RAS* emplea el algoritmo de solución denominado *Skyline*.

2.7 Modelos de cálculo hidráulico

Desde hace varios años numerosas administraciones gubernamentales de diferentes países, han tenido la necesidad de elaborar sistemas de alerta que permitan saber de manera anticipada el posible desbordamiento de un río en zonas pobladas ante alguna avenida; la forma más económica, eficiente y rápida de abordar la solución de esos problemas es con ayuda de la modelación numérica de flujo en régimen no permanente.

Al respecto, actualmente existe gran variedad de modelos comerciales de probado reconocimiento que implementan la solución de las ecuaciones de Saint-Venant en 1D, entre los más reconocidos están el modelo *MIKE 11*, *SOBEK*, *ISIS*, *HEC-RAS*, *TELEMAC-MASCARET*, etc; de entre ellos destaca el modelo *HEC-RAS* del *Hydraulic Engineering Center (HEC)* del *U.S. Army Corps of Engineers*, por ser un software de dominio público, sencillo y de amplia difusión, que permite resolver la gran mayoría de problemas que podemos encontrar en sistema hidráulicos formados por un canal o una red abierta o cerrada de canales.

2.7.1 Características generales del modelo *HEC-RAS*

Desde su aparición el modelo *HEC-RAS* ha evolucionado con el tiempo y aumentado sus capacidades; el resultado es que en la actualidad se dispone de un modelo matemático que permite hacer el estudio del funcionamiento hidráulico de canales, con cambios de régimen, secciones compuestas irregulares, puentes, alcantarillas, uniones y bifurcaciones, lagunas, etc. A su vez, posee cómodas interfaces gráficas para representar la geometría y ver los resultados, lo que permite comparar distintos escenarios de funcionamiento.

El modelo *HEC-RAS* incluye un módulo que permite hacer el análisis del flujo unidimensional en régimen no permanente, que aunque representa una simplificación importante del fenómeno de propagación de una avenida, en muchos casos es una

aproximación suficientemente adecuada para predecir niveles de agua; además permite incluir almacenamientos que forman parte de un sistema hidráulico, con ello se puede calcular la variación del nivel de la superficie libre en un almacenamiento. El método de solución que emplea para resolver las ecuaciones de continuidad y *momentum*, ecs 2.1 y 2.4 es el esquema en diferencias finitas implícito conocido como esquema de Preissmann.

2.8 Estabilidad del modelo matemático

La modelación en régimen no permanente está sujeta a inestabilidades que consisten en errores numéricos que pueden crecer hasta el punto de que la solución empieza a oscilar incontroladamente o hasta que los errores se hacen tan grandes que el cálculo no puede continuar. Por lo anterior, es preciso detectar la existencia de algún problema o error, durante y al finalizar una modelación, para ello, el modelo *HEC-RAS* dispone de mecanismos que permiten conocer cuándo se ha producido un error en el cálculo o cuándo se ha alcanzado el máximo número de iteraciones durante la ejecución de un proyecto. Adicionalmente es recomendable que, una vez que se obtienen resultados se realice una inspección gráfica de éstos para detectar la existencia de oscilaciones en las elevaciones de la superficie del agua y/o en los gastos calculados.

El espaciamiento entre secciones transversales, Δx ; el intervalo de tiempo de cálculo, Δt ; y el factor de peso θ , son algunas variables y parámetros que pueden influir en la precisión y estabilidad de la modelación. A continuación se describe la influencia, algunas recomendaciones y criterios para la selección de cada uno de los parámetros antes mencionados.

2.8.1 Espaciamiento entre secciones transversales, Δx

La selección del espaciamiento entre secciones transversales es una variable determinante en la modelación del flujo a superficie libre, aunque como se describió anteriormente, un esquema implícito produce una solución numéricamente estable con gran precisión, aun para pasos de cómputo grandes, sin embargo, la pregunta elemental es, ¿cuál debe ser el espaciamiento entre secciones? o ¿cómo saber si se dispone de suficientes secciones transversales?, al respecto no se cuenta con algún criterio o recomendación publicada que se encuentre suficientemente validada, por lo que es práctica común que al emplear alguno de los modelos hidráulicos, se ejecuten una serie de planes con distintos espaciamientos, lo que implica posteriormente realizar un análisis de sensibilidad de los resultados. Algunos aspectos que se deben tomar en cuenta para establecer la distancia entre secciones transversales son:

- La naturaleza de la zona de estudio: Las secciones transversales deben situarse de manera que se puedan caracterizar los principales cambios geométricos en el tramo de estudio. Tramos suficientemente rectilíneos con pendientes suaves o moderadas y secciones con una variabilidad suave pueden ajustarse con distancias que podrían oscilar entre 50 y 200 m, para tramos con pendientes más pronunciadas será necesario establecer secciones más cercanas, menores que 50 m, dependiendo de la escala de trabajo.

Además, las secciones deben situarse donde se noten cambios en el caudal, velocidad o rugosidad. También se deben situar donde se prevea o conozca la existencia de ampliaciones o reducciones en la sección transversal, puentes, alcantarillas u otras estructuras.

- La escala de trabajo: al manejar magnitudes considerables en las longitudes de ríos o canales, el grado de detalle que se conseguirá en la geometría es más bien bajo, por lo que, en tal caso, no merece la pena establecer secciones excesivamente próximas (por ejemplo, menores que 50 m), puesto que el nivel de detalle que se conseguirá no sería acorde con la propia escala.

Cuando se emplea el esquema de Preissmann, no se tiene como restricción que se deba cumplir necesariamente la desigualdad siguiente

$$C_r \leq 1.0$$

Donde C_r es un parámetro adimensional conocido como el número de Courant, y se obtiene de la relación que hay entre la celeridad de propagación de un disturbio en la solución analítica y la solución numérica

$$C_r = \frac{(V + c)}{\Delta x / \Delta t} \quad (2.7)$$

Donde,

V , velocidad media del flujo en el canal, en m/s

c , celeridad del flujo que se calcula como $c = \sqrt{gA/T}$, en m/s

T , ancho de superficie libre del canal, en m

Δt , intervalo de tiempo de cálculo, en s

Δx , intervalo de espaciado entre secciones, en m.

Por lo anterior, una de las ventajas del esquema de Preissmann, en comparación con los esquemas del tipo explícito, es que es común utilizar tanto longitudes de tramos de magnitud considerable, como el llamado paso de tiempo, Δt , el cual puede ser notablemente mayor que 1 s; estos valores dan como resultado un número de Courant mayor que la unidad, y los resultados que se obtienen son adecuados, sin embargo, es conveniente tener en cuenta que al emplear la versión diferencial de las ecuaciones de continuidad y *momentum*, se recomienda que los cambios en las variables a calcular, como lo son el gasto o la velocidad media, y el tirante o la elevación de la superficie libre del agua, sean magnitudes del tipo diferencial, como se indica por ejemplo, en el manual de referencia del modelo HEC-RAS.

Además, teniendo en cuenta los recursos de cómputo disponibles en la actualidad, como son la capacidad de almacenamiento de datos y la velocidad de cálculo, es mucho más que suficiente cuando se emplean modelos numéricos que se basan en la hipótesis de flujo unidimensional; por ello, se recomienda emplear combinaciones de valores de Δx y Δt que estén asociados a números de Courant cercanos a la unidad, sin que por ello la duración de la modelación numérica aumente de manera considerable.

Al tener dos variables independientes como lo son Δx y Δt , y como única recomendación su ajuste de tal manera que el correspondiente valor del número de Courant sea cercano a la unidad, se tiene gran variedad de combinaciones que cumplen con esta condición. La selección adecuada de estos valores es importante; por ejemplo, en el manual de referencia HEC-RAS se indica que se tienen problemas de estabilidad numérica cuando se emplean parejas de valores pequeños de las variables Δx y Δt , y también cuando dichos valores son notablemente grandes; en el primer caso, el programa puede considerar que el proceso iterativo ha convergido, por estar las secciones muy próximas si la diferencia de energía entre ellas es inferior a la tolerancia de cálculo, acumulándose el error sección a sección y resultando en una elevación de la superficie libre del agua incorrecta, por ello, es conveniente disponer de alguna recomendación que permita proponer de manera adecuada al menos una de las dos variables independientes en cuestión, y ajustar la otra con base en el número de Courant. Al hacer una extensiva revisión bibliográfica con respecto a la selección de las variables en cuestión se encontró lo siguiente.

Samuels (1989) presenta la expresión siguiente

$$\Delta x \leq \frac{0.15D}{S_0} \quad (2.8)$$

Donde,

D , profundidad media del canal, en m

Esta expresión es fácil de emplear; sin embargo, no se han encontrado trabajos publicados donde se reporte la aplicación de la expresión propuesta por Samuels (1989); además, se considera que no es clara la justificación en cuanto a la definición de la variable D ; con respecto a la pendiente de la plantilla, en un canal horizontal o de pendiente pequeña, Δx tiende a infinito.

Fread y Lewis (1993) presentan un análisis teórico para respaldar el empleo de dos expresiones que habían usado durante muchos años; dichas expresiones son las siguientes

$$\Delta x \leq \frac{C_b T_p}{M} \quad (2.9a)$$

$$\Delta t \cong \frac{T_p}{M} \quad (2.9b)$$

Donde,

C_b , celeridad asociada a una característica esencial del hidrograma que ingresa al canal, en m/s; esta característica puede ser el gasto pico del mismo

T_p , tiempo de pico del hidrograma, en s

M , parámetro adimensional que se calcula como:

$$M = \frac{4(V + c)}{1.5V}$$

La aplicación práctica de la ec 2.9a es cuestionable, ya que el valor de C_b se obtiene después de hacer la modelación numérica; sin embargo, una manera alternativa de obtener una expresión para calcular la celeridad con la que se mueve el hidrograma a lo largo del canal, se basa en emplear la celeridad de propagación de la llamada onda monoclinal. Por ejemplo, en Henderson (1966) o Sturm (2010) se demuestra que

$$C_b = \frac{1}{T} \frac{dQ}{dy} = C_f V \quad (2.10)$$

Donde C_f es una función que depende de la expresión de flujo uniforme que se emplee, por ejemplo Manning o Chezy, y de la forma de la sección transversal del canal. Tanto en Abbott (1979) como en el manual de usuario de HEC-RAS (2010) se incluye una tabla con valores recomendados de C_f para algunas de las formas de sección transversal más comunes, sin embargo, puesto que en México se emplea principalmente la fórmula de Manning para cálculos de flujo uniforme, es fácil demostrar que la expresión de la función para la sección transversal de forma trapecial es

$$C_f = \frac{1}{3} \left[5 - 4\sqrt{1 + k^2 \frac{R_h}{T}} \right] \quad (2.11)$$

Y para la sección rectangular

$$C_f = \frac{1}{3} \left[5 - 4 \frac{R_h}{b} \right] \quad (2.12)$$

Holman-Dodds *et al* (2000) proponen una ecuación para la selección de este espaciamiento en canales de irrigación basada en experimentos computacionales. La experimentación consistió en emplear 25 hidrogramas triangulares simétricos, con variaciones en el gasto pico, de 1 a 5 m^3/s , en 17 combinaciones de canales rectangulares con diferente ancho, de 4 a 8 m ; pendiente de 0.0002 a 0.0010; rugosidad de 0.012 a 0.020; y gasto base de 1 a 2 m^3/s . La longitud del canal empleada en todos los experimentos fue de 50 km . Con base en un análisis dimensional y técnicas de regresión se obtuvo la expresión siguiente

$$\Delta x = 15.80 \frac{y_p^{0.66} Q_b^{1.35} T_f^{0.18}}{b^{0.20} Q_p^{1.17} S_0^{0.56}} \quad (2.13)$$

Donde,

b , ancho del canal, en m

Q_b , gasto base de la avenida, en m^3/s

Q_p , gasto pico de la avenida, en m^3/s

y_b , tirante correspondiente al gasto base de la avenida, en m

y_p , tirante normal asociado al gasto pico de la avenida, en m

T_f , tiempo base, en h

Algunas otras recomendaciones prácticas para la determinación del espaciamiento entre secciones, recopiladas de manuales de usuario de programas de modelación de flujo unidimensional, como *ISIS FLOW*, son las siguientes:

- Las secciones transversales no deben estar separadas entre sí más de $20b$
- Las secciones transversales no deben estar separadas entre sí más de $1/(2S_0)$
- Las secciones transversales no deben estar separadas entre sí más de $0.2y/S_0$
- En tramos donde la velocidad media del flujo excede 1 m/s , el área hidráulica no debe cambiar más de 35% en secciones consecutivas.

Algunas de estas recomendaciones resultan muy prácticas; sin embargo, parece que poseen únicamente un respaldo basado en la experiencia, es por ello que en el presente trabajo se aborda sólo el análisis de las modelaciones en flujo no permanente, mediante la determinación del espaciamiento entre secciones transversales con la metodología de Fread y Lewis, y la ecuación propuesta por Holmann-Dodds por tener un respaldo teórico más formal.

2.8.2 Intervalo de tiempo de cálculo, Δt

Una vez que se tiene definido el espaciamiento entre secciones transversales, Δx , se procede a determinar el intervalo o paso de tiempo, Δt , que asegure la estabilidad y exactitud de los resultados; para ello, se establece la condición de Courant como la relación entre celeridades igual a la unidad, de donde se obtiene el intervalo de tiempo de cálculo Δt , como

$$\Delta t \approx \frac{\Delta x}{V + c} \approx \frac{\Delta x}{C_f V} \quad (2.14)$$

Se aclara que el modelo *HEC-RAS* dispone de los siguientes valores de paso de tiempo para realizar una modelación en régimen no permanente: en segundos $\Delta t = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30\}$; en minutos, $\Delta t = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30\}$; en horas $\Delta t = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$; y en días $\Delta t = \{1\}$.

Es importante tener presente que el manual de usuario del modelo *HEC-RAS* recomienda que cada modelación en régimen no permanente sea acompañada de un análisis de sensibilidad de la estabilidad de la solución y de su precisión para diversos valores de Δt y Δx .

2.8.3 Efecto del factor de peso, θ

Como se mencionó en el subcap 2.3, el factor de peso θ , es usado en la solución por diferencias finitas de las ecuaciones de flujo no permanente. Venutelli (2002) realizó un análisis lineal de Fourier para determinar los factores de peso más adecuados, llegó a la conclusión de que valores mayores a 0.5 y con tendencia hacia 1.0 producen la disipación necesaria para la estabilización de la solución numérica; por su parte, el manual de usuario del modelo *HEC-RAS* menciona que un valor de 0.6 proporciona una solución más precisa de las ecuaciones, pero es más susceptible de inestabilidad, y que un valor de 1.0 proporciona mayor estabilidad a la solución pero puede no ser tan preciso. En este mismo manual se recomienda que una vez que el usuario tiene el modelo en estudio en marcha y funcionando de la manera que se requiere, se debe experimentar cambiando el factor de peso de 1.0, que es el valor por defecto, hacia un valor de 0.6, si el modelo se mantiene estable, entonces se debe utilizar un valor de 0.6, se menciona que en muchos casos es posible que no se aprecie una diferencia notable en los resultados al cambiar de 1.0 a 0.6, sin embargo, cada modelación es diferente, por lo que se debe experimentar con el modelo para encontrar el valor más apropiado.

2.9 Otras variables que producen problemas de estabilidad numérica

Además de la influencia de los parámetros que definen el cálculo, mencionados en el subcap 2.8, hay otras condiciones que influyen en la estabilidad de la modelación. A continuación se describen algunas de ellas.

2.9.1 Dimensiones de las secciones transversales

Para acelerar los cálculos, *HEC-RAS* realiza un pre-proceso que consiste en tener en forma tabular los elementos geométricos de todas las secciones transversales en función de la elevación de la superficie libre del agua. Al disponer de esta manera la información citada, da lugar a la ocurrencia de casos típicos de inestabilidades como los siguientes:

- Cuando un bordo que limita una gran llanura de inundación es superado por la lámina de agua. En este caso se propone recortar la llanura de inundación y modelar el área tras el bordo como un almacenamiento.
- Cuando se presentan zonas de flujo inefectivo con gran capacidad de almacenamiento. La solución es modelar estas zonas como permanentes y aumentar el coeficiente de rugosidad de Manning en las zonas inefectivas. Ello reduce los cambios bruscos de las curvas elevaciones–elementos geométricos.

2.9.2 Insuficiencia de la altura de los bordos

En el caso de que durante la modelación el nivel de la superficie libre del agua exceda la altura de los bordos, las propiedades geométricas hidráulicas se extrapolan con base en los dos puntos más altos, esto en ocasiones puede conducir a inestabilidades, lo que se soluciona adecuando la altura de los bordos que definen a las secciones transversales.

3 Verificación del modelo matemático *HEC-RAS*

Una manera de revisar los resultados que se obtienen del modelo *HEC-RAS*, consiste en resolver ejemplos de tipo académico, como los que están documentados en la literatura técnica. En este capítulo se presenta primero la modelación del tránsito de una avenida, cuyo hidrograma es de forma triangular, por un canal prismático con sección transversal rectangular y con condiciones iniciales de flujo uniforme. Para revisar la conservación de la masa se hace lo siguiente: con los datos del hidrograma de entrada se calcula el volumen de escurrimiento directo que ingresa al canal; se selecciona otra sección, ya sea a la mitad o al final del canal, donde con la modelación numérica se calcula el hidrograma correspondiente; el cálculo del volumen de escurrimiento directo de este último permite tener un valor que se compara con el volumen de la avenida que ingresó al canal, y de esta manera se revisa la precisión en la conservación de masa del modelo matemático. Además, al hacer la modelación numérica de tal forma que al final del tránsito de la avenida por el canal, se tengan nuevamente condiciones de flujo uniforme, permite revisar, de manera sencilla, la ecuación de *momentum*.

Otra de las modelaciones que permiten revisar tanto el empleo adecuado como el funcionamiento del modelo *HEC-RAS*, consiste en calcular el tránsito de una avenida por un canal prismático con sección transversal de forma trapecial, cuyas dimensiones son similares a las de los canales que forman parte del sistema hidráulico que se estudia en el capítulo siguiente de este mismo trabajo.

Una tercera modelación corresponde al estudio de la bifurcación de un canal en dos canales simétricos. Esta misma forma del sistema hidráulico también se emplea para revisar la manera como se modela la comunicación de un canal a un lago.

En particular, las dos primeras modelaciones, en las que se estudian dos canales con diferente geometría de la sección transversal, ancho, pendiente y magnitud de avenida; también son empleadas para estudiar el efecto de las variables independientes Δx y Δt en la modelación numérica, además del factor de peso θ que está incluido en el esquema de Preissmann.

3.1 Canal de sección rectangular

Un canal prismático rectangular con ancho de plantilla $b = 5.0 \text{ m}$ transporta un caudal $Q = 8.243 \text{ m}^3/\text{s}$, en condiciones de flujo uniforme, con tirante normal $y_n = 1.20 \text{ m}$. Durante una avenida la descarga en este canal se incrementa linealmente a $Q = 50.0 \text{ m}^3/\text{s}$ durante un intervalo de tiempo de 20 minutos, y decrece linealmente a su valor inicial en 60 minutos. El canal tiene una pendiente $S_0 = 0.001$ y un coeficiente de fricción de Manning correspondiente a un acabado de concreto de baja calidad, estimado en $n = 0.020$. La longitud del canal es de $3,000 \text{ m}$. Estos datos corresponden a los del ejemplo 5.b que se describe en Graf (1998).

Solución:

Previo a la modelación, se realiza una modificación al hidrograma de entrada descrito anteriormente, esta consiste en incluir un tiempo de adecuación de las condiciones iniciales a gasto base antes y después, respectivamente, del comienzo y la recesión de la avenida. Esta adecuación es conocida también como tiempo de calentamiento y su propósito es permitir que un sistema alcance el estado estacionario previo a la modelación del flujo no permanente. El hidrograma empleado se incluye en la fig 3.1.

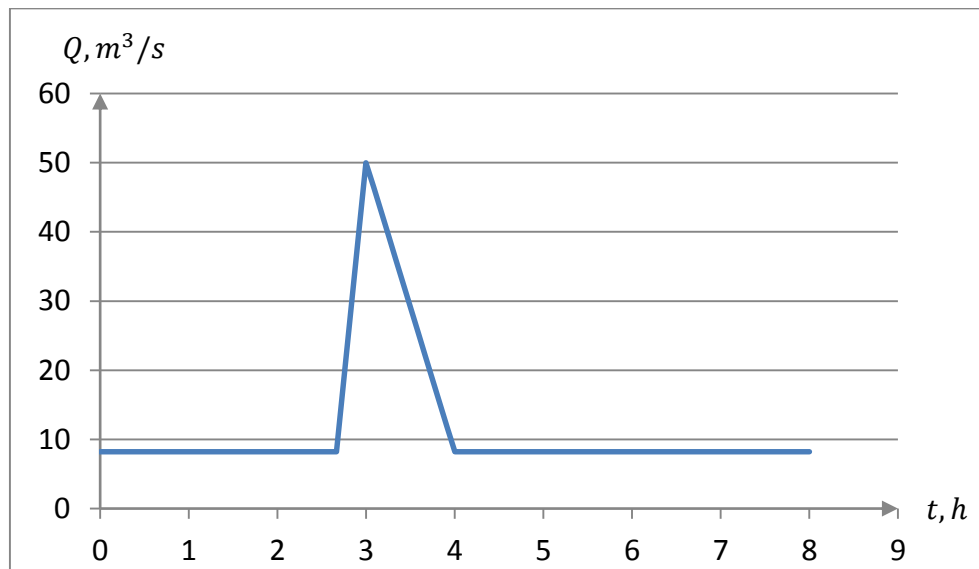


Fig 3.1 Hidrograma de entrada empleado

Con base en la metodología de Fread y Lewis, y Holman-Dodds se determina el espaciamiento entre secciones transversales, este valor se ajusta tal que sea posible definir todos los subtramos a lo largo del canal con el mismo espaciamiento. Por otro lado, el paso del tiempo se ajusta con base en la condición de Courant para gasto base y gasto pico.

Datos:

$$b = 5.0 \text{ m}$$

$$Q_b = 8.243 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_p = 50 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$y_b = 1.20 \text{ m}$$

$$y_p = 4.5884 \text{ m}$$

$$S_0 = 0.001$$

$$n = 0.020$$

$$T_p = 20 \text{ min} = 1,200 \text{ s}$$

$$T_f = 80 \text{ min} = 4/3 \text{ h}$$

3.1.1 Cálculo de Δx y Δt con la metodología de Fread y Lewis

$$A_b = by_b = (5.0)(1.20) = 6.0 \text{ m}^2$$

$$P_b = b + 2y_b = 5.0 + 2(1.20) = 7.40 \text{ m}$$

$$R_h = \frac{A_b}{P_b} = \frac{6.0 \text{ m}^2}{7.40 \text{ m}} = 0.8108 \text{ m}$$

$$T = b = 5.0 \text{ m}$$

$$V_b = \frac{Q_b}{A_b} = \frac{8.243 \text{ m}^3/\text{s}}{6.0 \text{ m}^2} = 1.373 \text{ m/s}$$

$$c_b = \sqrt{g \frac{A_b}{T}} = \sqrt{(9.81 \text{ m/s}^2) \left(\frac{6.0 \text{ m}^2}{5.0 \text{ m}} \right)} = 3.431 \text{ m/s}$$

$$C_f = \frac{1}{3} \left[5 - 4 \frac{R_h}{b} \right] = \frac{1}{3} \left[5 - 4 \left(\frac{0.8108 \text{ m}}{5.0 \text{ m}} \right) \right] = 1.4505$$

$$C_b = C_f V_b = 1.4505(1.373 \text{ m/s}) = 1.992 \text{ m/s}$$

$$M = \frac{4(V_b + c_b)}{1.5V_b} = \frac{4(1.373 \text{ m/s} + 3.431 \text{ m/s})}{1.5(1.373 \text{ m/s})} = 9.326$$

$$\Delta x \leq \frac{C_b T_p}{M} = \frac{(1.992 \text{ m/s})(1,200 \text{ s})}{9.326} \leq 256.39 \text{ m}$$

El resultado indica que se debe tener un espaciamiento menor que 256.39 m; con el fin de tener una separación uniforme entre todas las secciones transversales, se emplea el valor $\Delta x = 250.0$ m, así se obtienen 12 secciones con el mismo espaciamiento entre ellas.

Se emplea la condición de Courant, con $C_r = 1$, para calcular el paso del tiempo:

- Para gasto base

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{(V_b + c_b)} = \frac{250.0 \text{ m}}{(1.373 \text{ m/s} + 3.431 \text{ m/s})} = 52.03 \text{ s}$$

El paso de tiempo calculado es igual a 52.03 s, sin embargo, el modelo *HEC-RAS* posee valores establecidos para esta variable, por lo que se determina usar $\Delta t = 60$ s.

- Para gasto pico

$$A_p = by_p = (5.0 \text{ m})(4.5884 \text{ m}) = 22.942 \text{ m}^2$$

$$V_p = \frac{Q_p}{A_p} = \frac{50.0 \text{ m}^3/\text{s}}{22.942 \text{ m}^2} = 2.179 \text{ m/s}$$

$$c = \sqrt{g \frac{A_p}{T}} = \sqrt{(9.81 \text{ m/s}^2) \left(\frac{22.942 \text{ m}^2}{5.0 \text{ m}} \right)} = 6.709 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{(V + c)} = \frac{250.0 \text{ m}}{(2.179 \text{ m/s} + 6.709 \text{ m/s})} = 28.12 \text{ s}$$

El paso de tiempo calculado es igual a 28.12 s, sin embargo, se toma el valor más inmediato disponible, este es $\Delta t = 30$ s. En la tabla 3.1 se resumen las parejas de valores para Δx y Δt que serán empleadas en las modelaciones.

Tabla 3.1 Combinaciones de Δx y Δt obtenidos con la metodología de Fread y Lewis

	Con gasto base	Con gasto pico
$\Delta x, m$	250.0	250.0
$\Delta t, s$	60	30

Con respecto al factor de peso del esquema, se realizaron modelaciones variando este parámetro de 1.0 a 0.6, como se recomienda en el manual de usuario del modelo *HEC-RAS*, los resultados se resumen a continuación, y en términos de conservación de masa los mejores son marcados con color rojo.

Tabla 3.2 Resumen de resultados con el Δx calculado con la metodología de Fread y Lewis

	Modelación 1	Modelación 2	Modelación 3	Modelación 4
	$\Delta x = 250.0 m$ y $\Delta t = 60 s$		$\Delta x = 250.0 m$ y $\Delta t = 30 s$	
θ	0.6	1.0	0.6	1.0
$H_{m\acute{a}x}$	3.707	3.6836	3.709	3.6973
$Q_p, m^3/s$	42.2604	41.9435	42.2778	42.1224
$C_{r\acute{m}ax}$	1.987	1.982	0.994	0.992
$C_{r\acute{m}in}$	1.153	1.153	0.577	0.577
V_e, m^3	100,216.80			
V_s, m^3	100,216.75	100,216.76	100,215.56	100,216.72
$E_r, \%$	0.00005	0.00004	0.0012	0.00008

Donde,

$H_{m\acute{a}x}$, elevación máxima de la superficie libre del agua, alcanzada durante la modelación, en m

$C_{r\acute{m}ax}$, número de Courant máximo alcanzado durante la modelación

$C_{r\acute{m}in}$, número de Courant mínimo alcanzado durante la modelación

V_e , volumen que ingresa al canal, en m^3

V_s , volumen que egresa del canal, en m^3

E_r , error entre el volumen de entrada y el de salida, en %

Los resultados obtenidos en las cuatro modelaciones son bastante adecuados, ya que para fines prácticos no existe diferencia apreciable en los hidrogramas de salida, ni en la elevación máxima de la superficie libre del agua. Se advierte que la elevación de la superficie libre del agua es una variable menos sensible en comparación con el gasto. De forma estricta se destaca que en cuanto a conservación de masa se refiere, la modelación que emplea: $\Delta x = 250 m$, $\Delta t = 60 s$ y un factor de peso igual a 1.0 es la que ofrece mejores resultados, con una variación en el número de Courant entre 1.15 y 1.98, esto evidencia el hecho de que no necesariamente se obtienen mejores resultados al refinar la malla de cálculo, es decir, reduciendo el paso de tiempo a $\Delta t = 30 s$, para la cual si se cumple que $C_r \leq 1$.

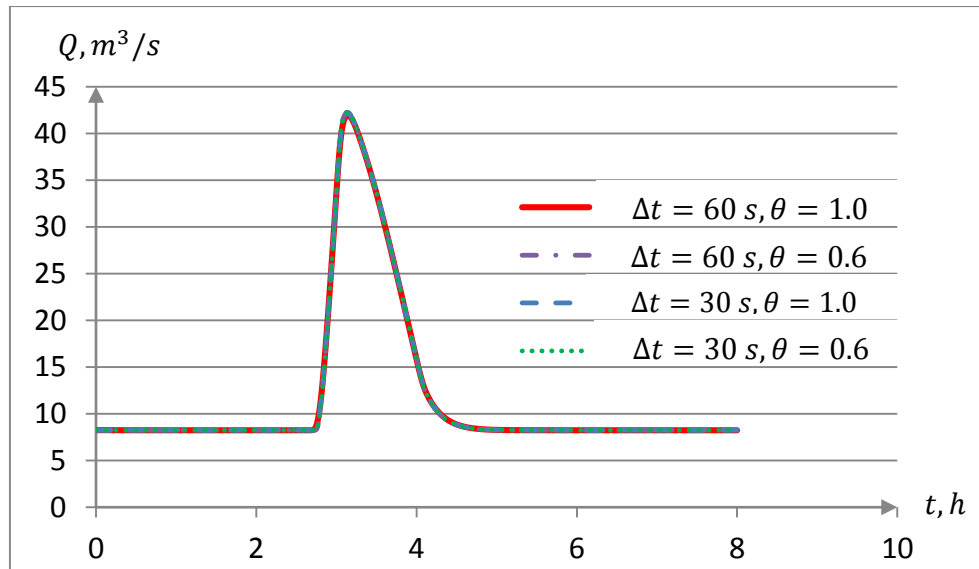


Fig 3.2 Hidrogramas de salida calculados empleando $\Delta x = 250 \text{ m}$

3.1.2 Cálculo de Δx y Δt con la ecuación propuesta por Holman-Dodds

$$\Delta x = 15.8 \frac{y_p^{0.66} Q_b^{1.35} T_f^{0.18}}{b^{0.20} Q_p^{1.17} S_0^{0.56}} = 15.8 \frac{(4.5884 \text{ m})^{0.66} \left(8.243 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^{1.35} \left(\frac{4}{3} \text{ h}\right)^{0.18}}{(5 \text{ m})^{0.20} \left(50 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^{1.17} (0.001)^{0.56}}$$

$$\Delta x = 279.88 \text{ m}$$

El espaciamiento calculado es igual a 279.88 m , sin embargo, se emplea un valor de $\Delta x = 272.72 \text{ m}$ para tener una distribución equitativa de las secciones a lo largo del canal, de esta manera se obtienen 11 secciones.

Mediante la condición de Courant se obtiene el valor de Δt para gasto base y a gasto pico.

- Para gasto base

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{(V_b + c_b)} = \frac{272.72 \text{ m}}{(1.373 \text{ m/s} + 3.431 \text{ m/s})} = 56.76 \text{ s}$$

Se toma el valor más próximo disponible en el modelo *HEC-RAS*, éste es $\Delta t = 60 \text{ s}$.

- Para gasto pico

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{(V_p + c_p)} = \frac{272.72 \text{ m}}{(6.709 \text{ m/s} + 2.179 \text{ m/s})} = 30.68 \text{ s}$$

El paso de tiempo calculado es igual a 30.68 s, sin embargo, se toma el valor más inmediato disponible en el modelo, este valor es $\Delta t = 30 \text{ s}$. En la tabla 3.3 se resumen las parejas de valores empleados en las modelaciones, mientras que en la tabla se presentan los resultados obtenidos.

Tabla 3.3 Combinaciones de Δx y Δt obtenidos con la metodología de Holman-Dodds

	Con gasto base	Con gasto pico
$\Delta x, m$	272.72	272.72
$\Delta t, s$	60	30

Tabla 3.4 Resumen de resultados empleando Δx calculado con la ec de Holman-Dodds

	Modelación 1	Modelación 2	Modelación 3	Modelación 4
	$\Delta x = 272.72 \text{ m}$ y $\Delta t = 60 \text{ s}$		$\Delta x = 272.72 \text{ m}$ y $\Delta t = 30 \text{ s}$	
θ	0.60	1.0	0.60	1.0
$H_{m\acute{a}x}$	3.7069	3.7069	3.7069	3.7069
$Q_p, m^3/s$	42.2485	42.2485	42.2485	42.2485
$C_{r\acute{m}a}x$	1.82	1.82	0.91	0.91
$C_{r\acute{m}i}n$	1.06	1.06	0.53	0.53
V_e, m^3	100,216.80			
V_s, m^3	100,216.75	100,216.75	100,216.75	100,216.75
$E_r, \%$	0.000047	0.000047	0.000047	0.000047

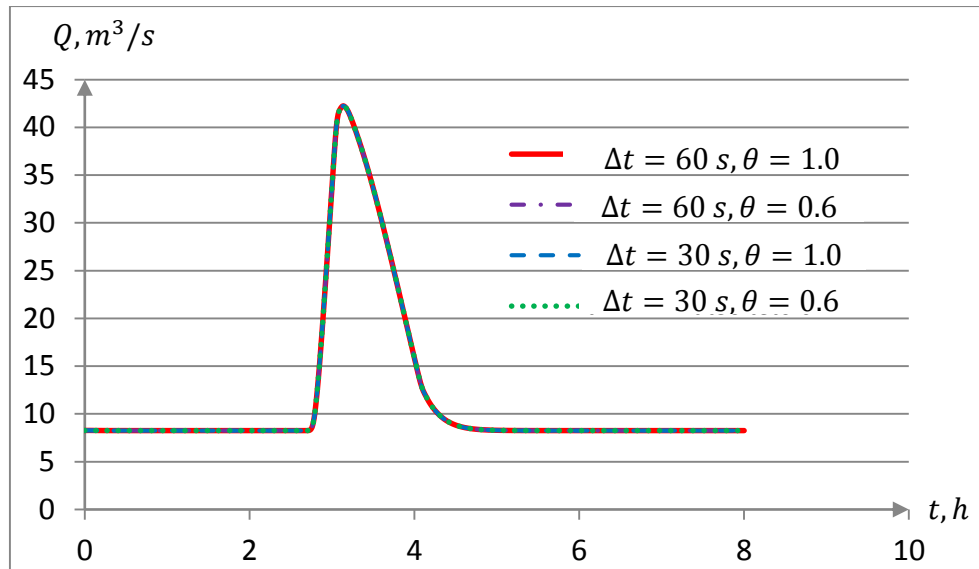


Fig 3.3 Hidrogramas de salida calculados empleando $\Delta x = 272.72 \text{ m}$

Para las diferentes modelaciones, resumidas en la tabla 4.4, no existe variación notable en los resultados, se obtiene la misma elevación de la superficie libre del agua, del gasto pico y de conservación de masa para todos los casos, lo que permite concluir que la variación del paso de tiempo y el factor de peso no tienen influencia apreciable en este caso específico.

3.2 Canal de sección trapecial

Un canal de sección trapecial con ancho de plantilla $b = 30.5 \text{ m}$, taludes 4: 1, y una altura horizontal de bordo de 3.66 m . La pendiente del canal es de 0.0005 y el coeficiente de Manning es de 0.045. La condición inicial es flujo uniforme con gasto de $5.67 \text{ m}^3/\text{s}$, la longitud de interés es de $6,096 \text{ m}$ ($20,000 \text{ ft}$). La condición de frontera aguas arriba está dada por un hidrograma de forma trapecial con un tiempo de inicio a pico de 2 horas hasta alcanzar $141.6 \text{ m}^3/\text{s}$, seguidas de 1 hora de descarga constante, el hidrograma se completa con una recesión de 4 horas terminando con el gasto base. Estos datos corresponden a los del ejemplo 8.2 que está incluido en Sturm (2010).

Solución:

Al igual que en el caso anterior, previo a la simulación, se realiza una modificación al hidrograma de entrada mediante un tiempo de adecuación de las condiciones iniciales a gasto base. El hidrograma empleado se muestra en la siguiente figura.

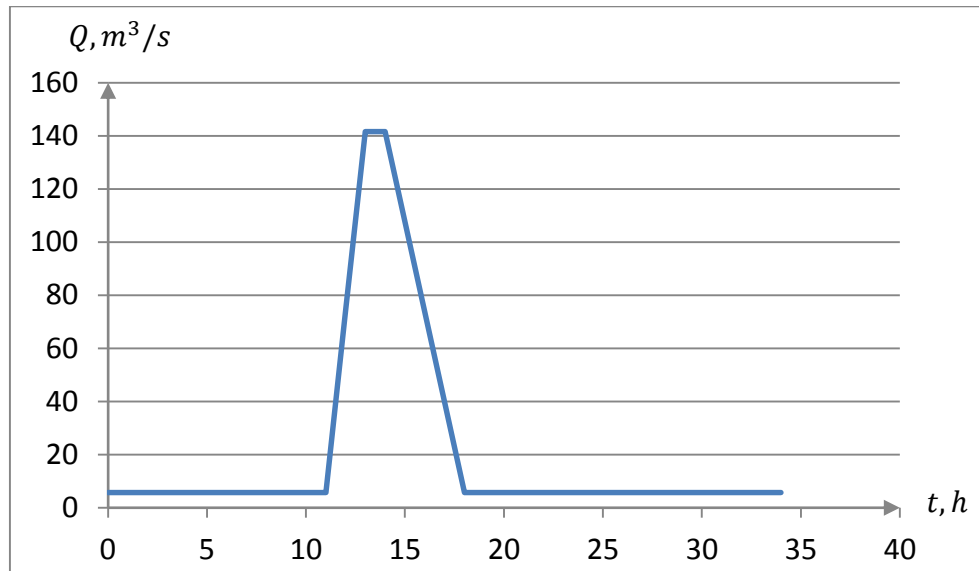


Fig 3.4 Hidrograma de entrada empleado

El procedimiento previo a la modelación de la avenida es el mismo que en el caso anterior, el cálculo de las variables Δx y Δt se presenta a continuación.

Datos:

$$b = 30.5 \text{ m}$$

$$k = 4$$

$$Q_b = 5.67 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_p = 141.60 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$y_b = 0.5466 \text{ m}$$

$$y_p = 3.4276 \text{ m}$$

$$S_0 = 0.0005$$

$$n = 0.045$$

$$T_p = 2 \text{ h} = 7,200 \text{ s}$$

$$T_f = 7 \text{ h}$$

3.2.1 Cálculo de Δx y Δt con la metodología de Fread y Lewis

$$A_b = (b + y_b k) y_b = (30.5 \text{ m} + (0.5466 \text{ m})(4))(0.5466 \text{ m}) = 17.866 \text{ m}^2$$

$$T_b = b + 2k y_b = 30.5 \text{ m} + 2(4)(0.5466 \text{ m}) = 34.872 \text{ m}$$

$$c_b = \sqrt{g \frac{A_b}{T_b}} = \sqrt{(9.81 \text{ m/s}^2) \left(\frac{17.866 \text{ m}^2}{34.872 \text{ m}} \right)} = 2.241 \text{ m/s}$$

$$V_b = \frac{Q}{A} = \frac{5.67 \text{ m}^3/\text{s}}{17.866 \text{ m}^2} = 0.317 \text{ m/s}$$

$$C_f = \frac{1}{3} \left[5 - 4\sqrt{1 + k^2 \frac{R_h}{T_b}} \right] = \frac{1}{3} \left[5 - 4\sqrt{1 + (4)^2 \left(\frac{0.510 \text{ m}}{34.872 \text{ m}} \right)} \right] = 1.586$$

$$C_b = C_f V_b = 1.586(0.317 \text{ m/s}) = 0.503 \text{ m/s}$$

$$M = \frac{4(V_b + c_b)}{1.5V_b} = \frac{4(0.317 \text{ m/s} + 2.241 \text{ m/s})}{1.5(0.317 \text{ m/s})} = 21.504$$

$$\Delta x \leq \frac{C_b T_p}{M} = \frac{(0.503 \text{ m/s})(7,200 \text{ s})}{21.504} = 168.54 \text{ m}$$

El espaciamiento calculado es igual a 168.54 m, sin embargo, se emplea un valor inferior e igual a $\Delta x = 152.40 \text{ m}$, con el fin de obtener una distribución equitativa, se obtienen 40 secciones con el mismo espaciamiento entre ellas.

Se emplea la condición de Courant para calcular el paso del tiempo:

- Para gasto base

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{(V_b + c_b)} = \frac{152.40 \text{ m}}{(0.317 \text{ m/s} + 2.241 \text{ m/s})} = 59.55 \text{ s}$$

El paso de tiempo calculado es igual a 59.55 s, por lo que se toma $\Delta t = 60 \text{ s}$.

- Para gasto pico

$$A_p = (b + y_p k) y_p = (30.5 + (3.4276 \text{ m})(4))(3.4276 \text{ m}) = 151.535 \text{ m}^2$$

$$T_p = b + 2k y_p = 30.5 \text{ m} + 2(4)(3.4276 \text{ m}) = 57.92 \text{ m}$$

$$V_p = \frac{Q_p}{A_p} = \frac{141.6 \text{ m}^3/\text{s}}{151.535 \text{ m}^2} = 0.934 \text{ m/s}$$

$$c_p = \sqrt{g \frac{A_p}{T_p}} = \sqrt{(9.81 \text{ m/s}^2) \left(\frac{151.535 \text{ m}^2}{57.92 \text{ m}} \right)} = 5.066 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{(V_p + c_p)} = \frac{152.40 \text{ m}}{(0.934 \text{ m/s} + 5.066 \text{ m/s})} = 25.4 \text{ s}$$

El paso de tiempo calculado es igual a 25.4 s, sin embargo se elige el valor $\Delta t = 30 \text{ s}$ por ser el más próximo disponible en el modelo.

Tabla 3.5 Combinaciones de Δx y Δt obtenidos con la metodología de Fread y Lewis

	Con gasto base	Con gasto pico
$\Delta x, m$	152.40	152.40
$\Delta t, s$	60	30

Las modelaciones se realizaron variando el factor de peso del esquema, de 1.0 a 0.6, como se recomienda en el manual de usuario del modelo *HEC-RAS*, los resultados se resumen en la tabla 3.6, y en términos de conservación de masa, los mejores son marcados con color rojo.

Tabla 3.6 Resumen de resultados empleando Δx calculado con Fread y Lewis

	Modelación 1	Modelación 2	Modelación 3	Modelación 4
	$\Delta x = 152.40 \text{ m}$ y $\Delta t = 60 \text{ s}$		$\Delta x = 152.40 \text{ m}$ y $\Delta t = 30 \text{ s}$	
θ	0.6	1.0	0.6	1.0
$H_{m\acute{a}x}$	3.2593	3.2556	3.2597	3.2578
$Q_p, \text{m}^3/\text{s}$	134.423	134.2346	134.4453	134.3514
$C_{r_{m\acute{a}x}}$	2.32	2.32	1.16	1.16
$C_{r_{m\acute{i}n}}$	1.0	1.0	0.50	0.50
V_e, m^3	1,957,392.0			
V_s, m^3	1,957,628.2	1,957,086.17	1,957,555.86	1,957,329.25
$E_r, \%$	0.012	0.015	0.0084	0.0032

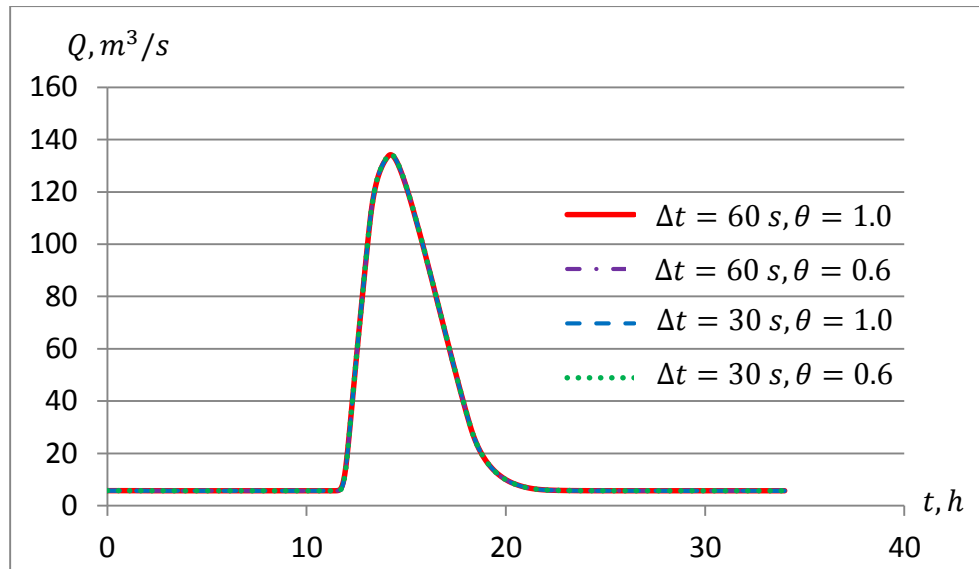


Fig 3.5 Hidrogramas de salida calculados con $\Delta x = 152.40 \text{ m}$

Los mejores resultados, en cuanto a conservación de masa se refiere, se obtuvieron empleando un factor de peso $\theta = 1.0$; en este mismo sentido, se destaca que para este caso, el refinamiento del paso del tiempo, de 60 s a 30 s, sí permite obtener un menor error.

3.2.2 Cálculo de Δx y Δt con la ecuación propuesta por Holman-Dodds

$$\Delta x = 15.80 \frac{(3.4276)^{0.66}(5.67)^{1.35}(7)^{0.18}}{(30.5)^{0.20}(141.60)^{1.17}(0.0005)^{0.56}} = 57.039 \text{ m}$$

Con el fin de tener secciones igualmente espaciadas se elige incluirlas con un $\Delta x = 60.96 \text{ m}$ para de esta forma incluir 100 secciones a lo largo del canal teniendo en cuenta que la longitud total de este es de 6,096 m.

- Para gasto base

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{(V_b + c_b)} = \frac{60.96 \text{ m}}{(0.317 + 2.241)} = 23.83 \text{ s} \approx 20 \text{ s}$$

- Para gasto pico

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{(V_p + c_p)} = \frac{60.96 \text{ m}}{(0.934 + 5.066)} = 10.16 \approx 10 \text{ s}$$

Definidos los parámetros necesarios se procede a la ejecución de las modelaciones variando el factor de peso del esquema de 1.0 a 0.6, en la tabla 3.7 se presenta un resumen de los resultados obtenidos.

Tabla 3.7 Resumen de resultados empleando Δx calculado Holman-Dodds

	Modelación 1	Modelación 2	Modelación 3	Modelación 4
	$\Delta x = 60.96 \text{ m}$ y $\Delta t = 20 \text{ s}$		$\Delta x = 60.96 \text{ m}$ y $\Delta t = 10 \text{ s}$	
θ	0.6	1.0	0.6	1.0
$H_{m\acute{a}x}$	3.2599	3.2587	3.2601	3.2595
$Q_p, \text{m}^3/\text{s}$	134.4505	134.3882	134.4577	134.4275
$C_{r\acute{m}a}x$	1.94	1.94	0.97	0.97
$C_{r\acute{m}i}n$	0.84	0.84	0.42	0.42
V_e, m^3	1,957,392.0			
V_s, m^3	1,957,553.38	1,957,432.54	1,957,586.80	1,957,572.024
$E_r, \%$	0.0082	0.0021	0.010	0.0092

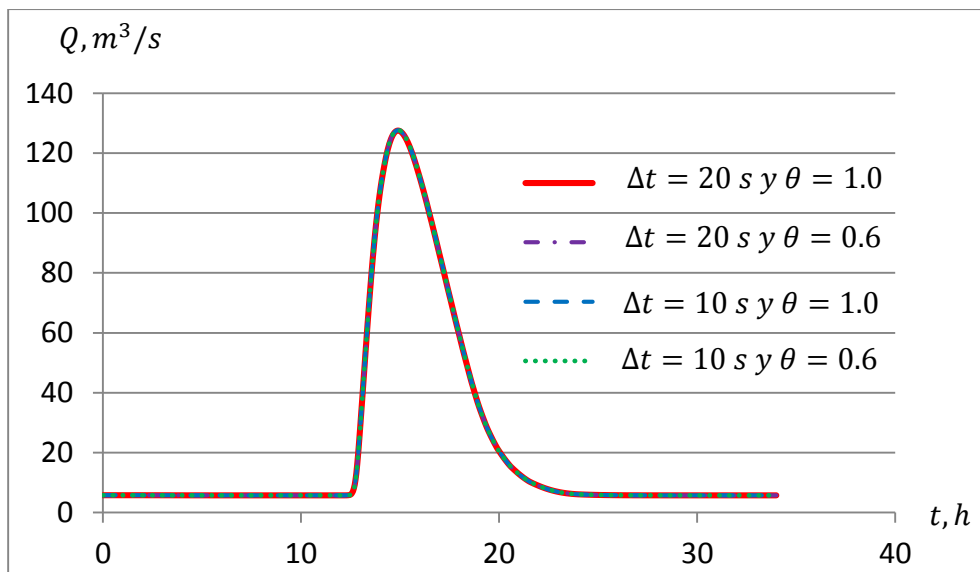


Fig 3.6 Hidrogramas de salida calculados empleando $\Delta x = 60.96 \text{ m}$

Estos resultados indican que, en cuanto a conservación de masa se refiere, al emplear un factor de peso $\theta = 1.0$, se obtiene el menor error en comparación con las otras modelaciones, cabe destacar que esto mismo ocurre en todos los casos planteados anteriormente. Así mismo, se observa que los resultados de gasto pico y elevación de la superficie libre del agua son prácticamente iguales al emplear un espaciamiento entre secciones transversales calculado con Holman-Dodds ($\Delta x = 60.96 \text{ m}$), y con Fread y Lewis ($\Delta x = 152.40 \text{ m}$); al respecto, se hace notar que un espaciamiento entre secciones

transversales a cada 152.40 m es más conveniente en términos de costo, y ofrece resultados bastante adecuados.

3.3 Bifurcación de un canal trapecial

Se analiza la conservación de masa en la bifurcación que se incluye en una red formada por tres canales, como se muestra en la fig 3.6. Los canales poseen las mismas características geométricas que el caso del canal trapecial, subcap 3.2, la longitud de cada tramo es de 3,048 m. La condición de frontera aguas arriba, en el tramo 1, está dada por el hidrograma que se muestra en la fig 3.4.

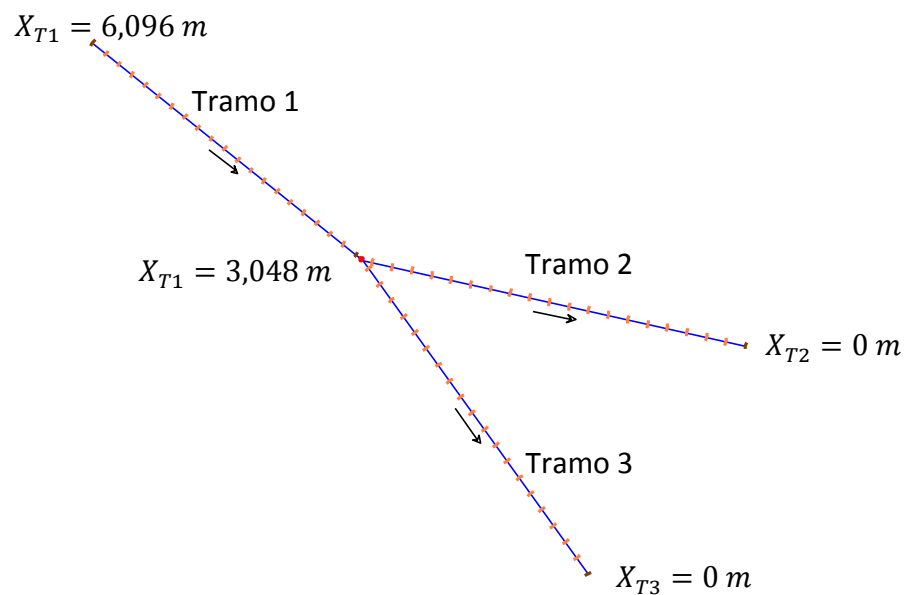


Fig 3.7 Esquema de la red analizada

La modelación se realiza empleando $\Delta x = 152.40 m$ y $\Delta t = 30 s$. Se compara el volumen transitado en la sección justo aguas arriba de la bifurcación ($X_{T1} = 3,048 m$) con respecto al volumen justo aguas abajo de la bifurcación en los dos canales ($X_{T2} = X_{T3} = 2,895.6 m$). Los resultados obtenidos se resumen en la tabla 3.8a.

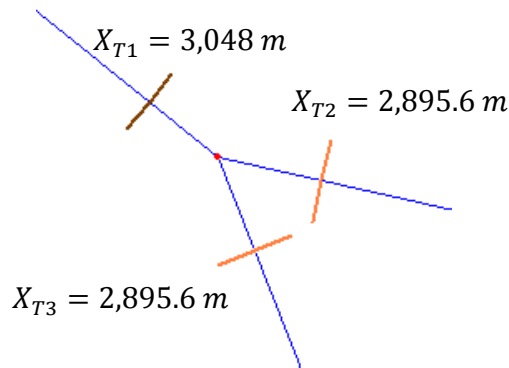


Fig 3.8. Detalle de la bifurcación en la red

Tabla 3.8a Comparación de volúmenes en la bifurcación

$V_{T1X=3,048\text{ m}}, m^3$	3,181,607.013
$V_{T2X=2,895.6\text{ m}}, m^3$	1,590,803.513
$V_{T3X=2,895.6\text{ m}}, m^3$	1,590,803.496
$V_{T2X=2,895.6\text{ m}} + V_{T3X=2,895.6\text{ m}}, m^3$	3,181,607.008
$E_r, \%$	0.0000015

En la tabla 3.8b se incluye la comparación del volumen transitado en la sección aguas arriba $X_{T1} = 6,096\text{ m}$ con el volumen en la última sección aguas abajo en los dos canales ($X_{T2} = X_{T3} = 0\text{ m}$). Estos resultados permiten indicar que el modelo *HEC-RAS* cumple en forma bastante precisa la conservación de masa.

Tabla 3.8b Comparación de volúmenes en la bifurcación

$V_{T1X=6,096\text{ m}}, m^3$	3,182,148.50
$V_{T2X=0\text{ m}}, m^3$	1,591,147.26
$V_{T3X=0\text{ m}}, m^3$	1,591,148.88
$V_{T2X=0\text{ m}} + V_{T3X=0\text{ m}}, m^3$	3,182,296.15
$E_r, \%$	0.0046

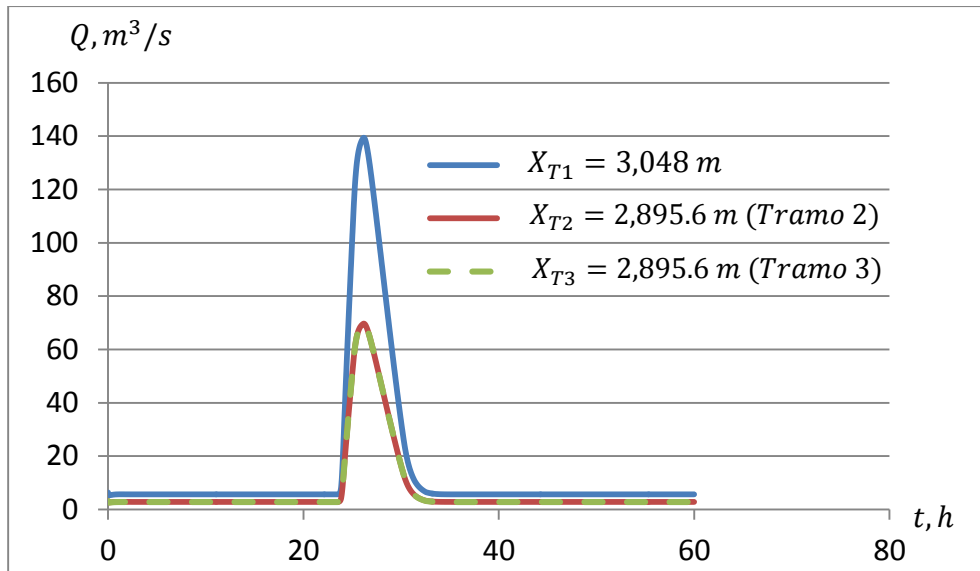


Fig 3.9 Hidrogramas en la vecindad de la bifurcación

3.4 Interacción canal-almacenamiento de regulación

Se modela la comunicación de un canal a un lago, para ello se emplean las mismas características geométricas de la red analizada anteriormente, con la diferencia de que la longitud del tramo 3 que conecta con el almacenamiento, es de 304.8 m. El hidrograma transitado es igual al que se muestra en la fig 3.4. El área del almacenamiento es 100,000 m².

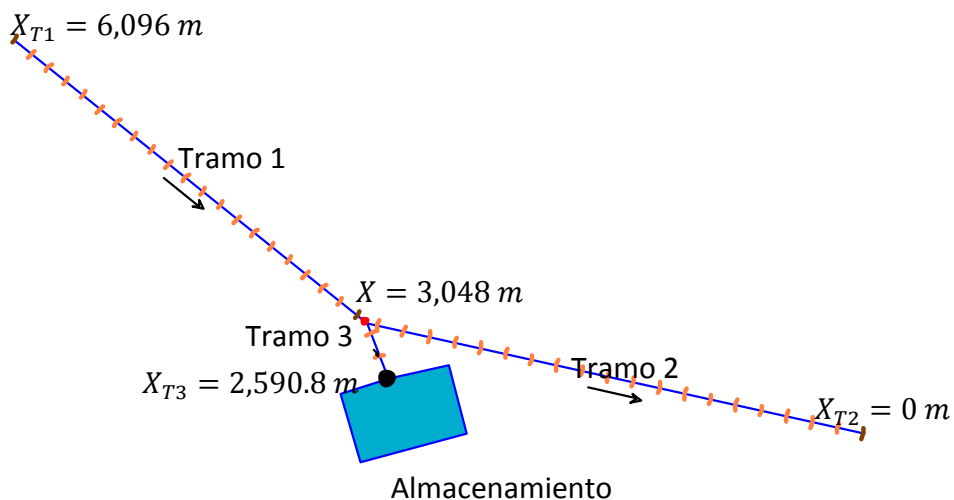


Fig 3.10 Esquema de un canal con comunicación a un almacenamiento

La modelación se realiza con $\Delta x = 152.40 \text{ m}$ y $\Delta t = 30 \text{ s}$, el hidrograma de salida en la sección $X_{T3} = 2,590.8 \text{ m}$, que se encuentra situada inmediatamente aguas arriba del

almacenamiento, se muestra en la fig 3.11. En lo que concierne a la conservación de masa se obtuvo un error relativo entre ambos volúmenes de 0.0002%.

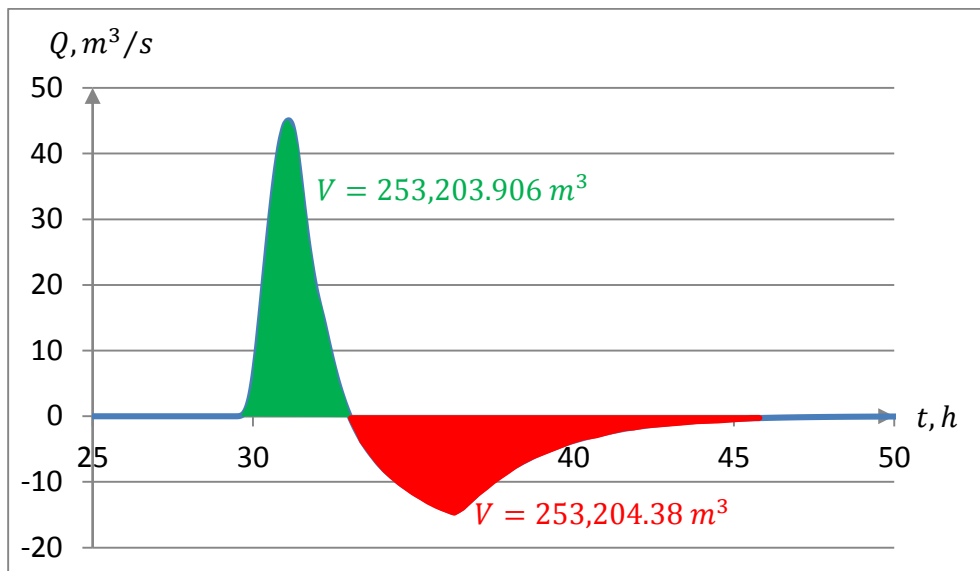


Fig 3.11 Hidrograma de salida en el tramo 3, sección $X_{T3} = 2,590.8 m$

La elevación máxima de la superficie libre del agua en el almacenamiento, alcanzada durante la modelación de la avenida, es $H = 4.5232 msnm$, como se muestra en la fig 3.12, teniendo en cuenta que para las condiciones iniciales se tiene una elevación de la superficie libre del agua igual a $H = 1.9917 msnm$, el cambio en el nivel en el almacenamiento está dado por la diferencia entre ambas elevaciones, esto es $\Delta H = 4.5232 - 1.9917 = 2.5315 m$, este valor multiplicado por el área del almacenamiento proporciona el volumen que ingreso y posteriormente salió de él, como resultado del tránsito de la avenida, $V_{alm} = (2.5315 m) (100,000 m^2) = 253,150 m^3$.

El error relativo entre el volumen de agua transitado en el canal y el almacenado en la laguna es igual a 0.02%.

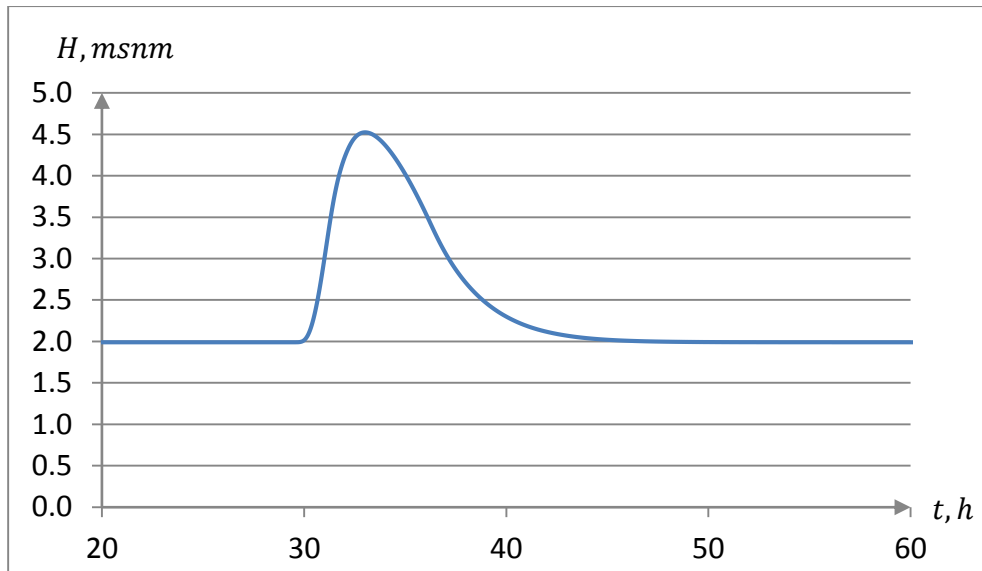


Fig 3.12 Limnograma en el almacenamiento

4 Estudio del sistema hidráulico de Texcoco

La modelación numérica del funcionamiento hidráulico del sistema de canales y lagos permite conocer tanto la capacidad de almacenamiento y regulación disponible como la requerida, según sean las magnitudes de los hidrogramas que ingresan al sistema. En este capítulo primero se presenta la descripción del sistema, después se reportan los datos disponibles del levantamiento topográfico y de las condiciones de frontera, con base en esta información se determinan las condiciones iniciales de niveles de agua en los canales y lagos; los resultados permiten disponer de los perfiles hidráulicos en cada uno de los canales y determinar las secciones transversales en donde los bordos perimetrales tienen escasa altura, posteriormente se proponen adecuaciones a las alturas de los bordos y se modelan distintos escenarios de funcionamiento del sistema. Adicionalmente se realiza un análisis de sensibilidad de los resultados a las principales variables y parámetros que definen el cálculo.

4.1 Descripción del sistema

El sistema hidráulico en estudio, fig 4.1, está compuesto por una serie de cauces y almacenamientos, a continuación se presenta una breve descripción de cada uno de ellos:

- Canal Planta Lago; situado aguas abajo de la planta de bombeo Lago, es una de las entradas del sistema hidráulico, se localiza casi al final del río Churubusco; aguas abajo de este canal, el río se bifurca en dos brazos: el brazo izquierdo y el brazo derecho del río Churubusco
- Brazo derecho del río Churubusco; inicia desde la bifurcación del río Churubusco en los dos brazos y finaliza en la confluencia con el Dren General del Valle
- Brazo izquierdo del río Churubusco; comienza desde la bifurcación del río Churubusco en los dos brazos y termina en el lago de Regulación Horaria
- Lago Churubusco; almacenamiento de regulación que se comunica con el brazo derecho del río Churubusco
- Tramo final del río de La Compañía; localizado aguas arriba del Dren General del Valle, con una longitud de 2.5 *km*

- Dren General del Valle (DGV), desde la confluencia del río de La Compañía y el brazo derecho del río Churubusco, hasta 3,900 m aguas abajo de la estructura denominada Cola de Pato
- Canal de comunicación entre el brazo derecho del río Churubusco y el Lago Churubusco
- Lago de Regulación Horaria; se localiza en donde termina el brazo izquierdo del río Churubusco, y tiene comunicación con el Dren General del Valle, mediante los canales Desfogue Norte y Desfogue Sur
- Tramo final del Dren Xochiaca; descarga en la margen izquierda del río de La Compañía
- Tramo final del Dren Chimalhuacán II; descarga en la margen derecha del río de La Compañía.

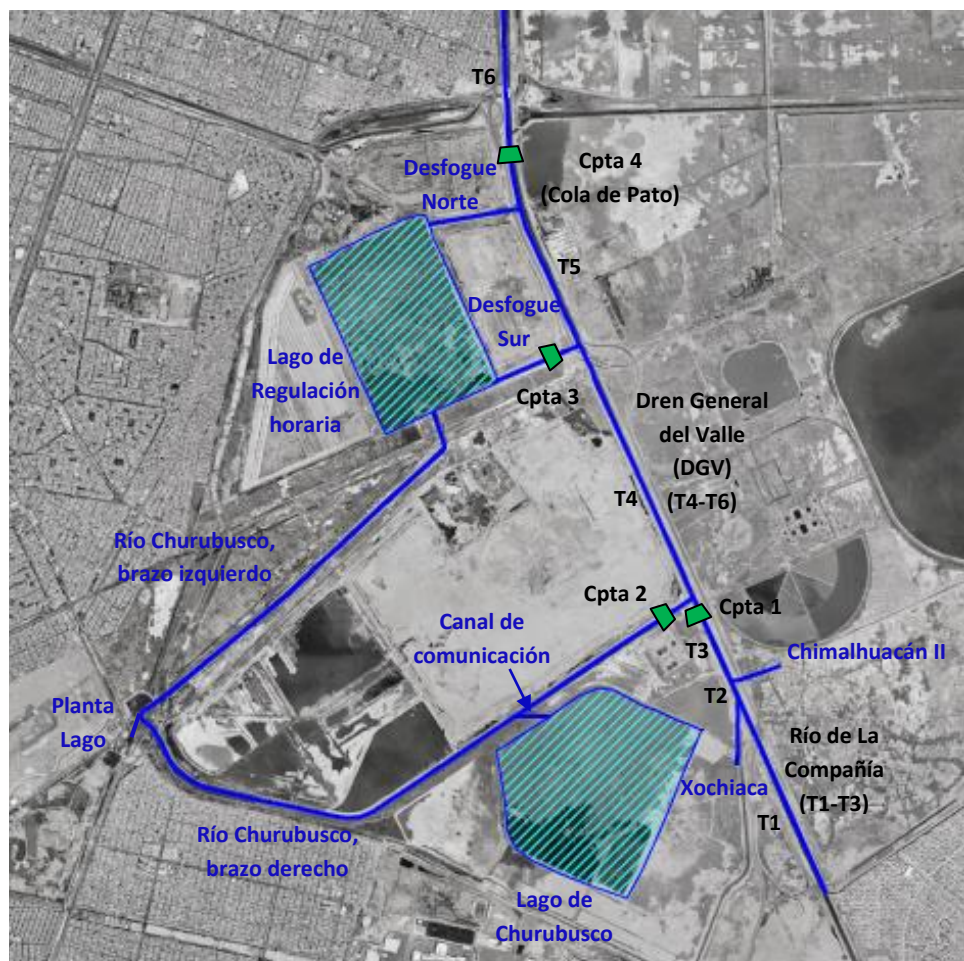


Fig 4.1 Canales y lagos del sistema hidráulico

El modelo matemático *HEC-RAS* requiere que se definan con algún nombre cada uno de los canales que forman parte de la red del sistema hidráulico, a partir de que se presenta una confluencia o bifurcación, así el tramo final del río de La Compañía se divide en los tramos T1, T2 y T3, mientras que el Dren General del Valle se divide en T4, T5 y T6, véase la fig 4.1, los límites de cada tramo se describen a continuación:

- El tramo T1 del río de La Compañía, desde el inicio hasta la confluencia con el Dren Xochiaca
- El tramo T2 del río de La Compañía, comprendido entre la confluencia del Dren Xochiaca y el Dren Chimalhuacán II
- El tramo T3 del río de La Compañía, comienza en la confluencia del Dren Chimalhuacán II y finaliza en la confluencia del brazo derecho del río Churubusco
- El tramo T4 del Dren General del Valle, comprendido entre las confluencias con el brazo derecho y el Desfogue Sur
- El tramo T5, comprendido entre los dos Desfogues del lago de Regulación Horaria
- El tramo T6, desde la confluencia del Desfogue Norte hasta donde se tiene información de secciones transversales del DGV.

4.2 Información del levantamiento topográfico del sistema

La información de los levantamientos topográficos de los cauces y de los lagos de almacenamiento fue proporcionada por la constructora URALJAV, S.A de C.V. En general, dicha información se refiere a:

- 62 secciones del brazo izquierdo del río Churubusco @ 50 m, desde el cadenamiento 0 + 000 hasta el 3 + 050; y 12 secciones obtenidas @ 20 m, desde el cadenamiento 3 + 050 hasta el 3 + 290
- 264 secciones del brazo derecho del río Churubusco; obtenidas @ 20 m desde el cadenamiento 0 + 000 hasta 5 + 260
- 18 secciones en el tramo T1 del Río de La Compañía @ 100 m, desde el cadenamiento 9 + 300 hasta el 11 + 000
- 2 secciones en el tramo T2 del Río de La Compañía, en el cadenamiento 9 + 150 y en el 9 + 200

- 2 secciones en el tramo T3 del Río de La Compañía, en el cadenamiento 8 + 360 y en el 8 + 400 @ 100 m; y 7 secciones @ 100 m desde el cadenamiento 8 + 400 hasta el 9 + 100
- 3 secciones en el tramo T4 del Dren General del Valle @ 100 m, desde cadenamiento 6 + 200 hasta el 6 + 400; y 97 secciones @ 20 m desde el cadenamiento 6 + 400 hasta el 8 + 340
- 12 secciones en el tramo T5 del Dren General del Valle @ 100 m, desde cadenamiento 5 + 000 hasta el 6 + 100
- 50 secciones en el tramo T6 del Dren General del Valle @ 100 m, desde cadenamiento 0 + 000 hasta el 4 + 900
- 4 secciones del canal Chimalhuacán II @ 100 m desde el cadenamiento 0 + 000 hasta el 0 + 300
- 5 secciones en el canal Xochiaca @ 100 m, desde el cadenamiento 0 + 000 hasta el 0 + 400
- 82 secciones en el Lago de Regulación Horaria @ 20 m, desde el cadenamiento 0 + 000 hasta el 1 + 620
- 76 secciones en el Lago Churubusco @ 20 m, desde el cadenamiento 0 + 000 hasta el 1 + 500

Debido a que no se tiene información del canal aguas arriba de la confluencia de los brazos del río Churubusco, denominado Planta Lago, ni del canal de comunicación del brazo derecho con el lago de Churubusco, el ancho de las secciones transversales se delimitó de manera aproximada con base en imágenes de satélite, mientras que la forma se definió tomando en cuenta las secciones transversales de los cauces con los que confluyen.

- 9 secciones en el canal de comunicación entre el brazo derecho del río Churubusco y el lago de Churubusco, desde el cadenamiento 0 + 000 hasta el 0 + 160.
- 3 secciones en el canal situado aguas abajo de la Planta Lago, desde el cadenamiento 0 + 000 hasta el 0 + 150

Como ejemplo, en la fig 4.2 se muestra el perfil longitudinal del tramo T6; esta información permite observar la irregularidad del *thalweg* y de las elevaciones de los bordos perimetrales, debido a los hundimientos del suelo y a la falta de mantenimiento.

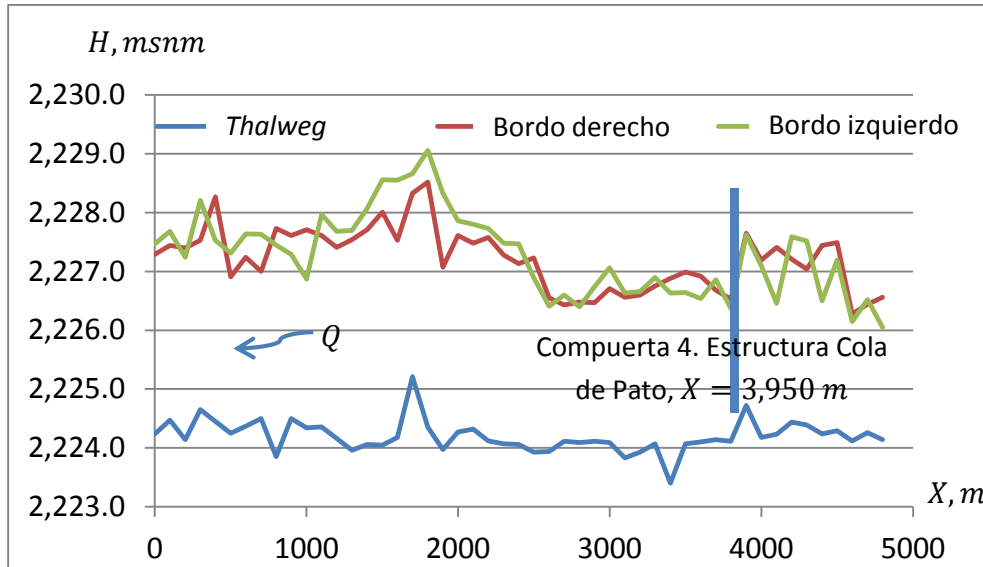


Fig 4.2 Perfil longitudinal del tramo T6 del Dren General del Valle

4.3 Estimación del coeficiente de rugosidad de Manning

La modelación de flujo a superficie libre requiere de la asignación del coeficiente de rugosidad de Manning en el fondo y en las paredes de los canales; éste aspecto conlleva una notable incertidumbre dada la dificultad intrínseca que tiene el resumir en un valor numérico las condiciones siguientes: irregularidades de la sección, cobertura vegetal en los márgenes, material que forma el lecho del cauce, etc. Al respecto, se dispone de algunas metodologías para estimar este coeficiente, como las que se describen en Chow (1959) y Barnes (1967).

Para el sistema hidráulico en estudio se dispone de algunas fotografías recientes de sus cauces, algunas de ellas se incluyen en la fig 4.3; ahí se observa que muchas de las secciones transversales presentan forma muy irregular; los canales son excavados en tierra, presentan pastos y hierbas o maleza; con base en estas características y tomando como referencia la información disponible en la literatura técnica, se estima en este estudio un coeficiente de rugosidad de Manning en los canales igual a 0.030.



Fig 4.3 Fotografías de los cauces que forman parte del sistema hidráulico de Texcoco

4.4 Condiciones de frontera

En el sistema hidráulico se identifican cuatro condiciones de frontera externas del tipo entrada de flujo conocido, una condición de frontera externa del tipo salida o descarga del mismo y varias condiciones de frontera internas, dadas por cuatro estructuras de control, formadas por compuertas, y los dos lagos.

4.4.1 Condiciones de frontera de entrada (hidrogramas)

Una de las clásicas condiciones de frontera, incluida en el modelo *HEC-RAS*, es conocida como hidrograma. En el sistema hidráulico en estudio se tienen los hidrogramas siguientes: la Planta Lago que se localiza en el tramo final del río Churubusco, otra entrada se ubica en el tramo final del río de La Compañía, denotado como el tramo T1, véase la fig 4.1, la tercera y cuarta entradas están definidas en los extremos aguas arriba de los drenes Xochiaca y Chimalhuacán II. La información correspondiente a los hidrogramas asociados a un periodo de retorno de 50 años fue proporcionada por comunicación personal de Domínguez (2014), la cual se describe a continuación:

a) Planta Lago

En la fig 4.4 se muestra el hidrograma correspondiente a la planta de bombeo denominada Planta Lago, la cual proporciona un gasto base igual a $2.81 \text{ m}^3/\text{s}$, y una descarga constante de $30.0 \text{ m}^3/\text{s}$ durante poco más de 35 horas.

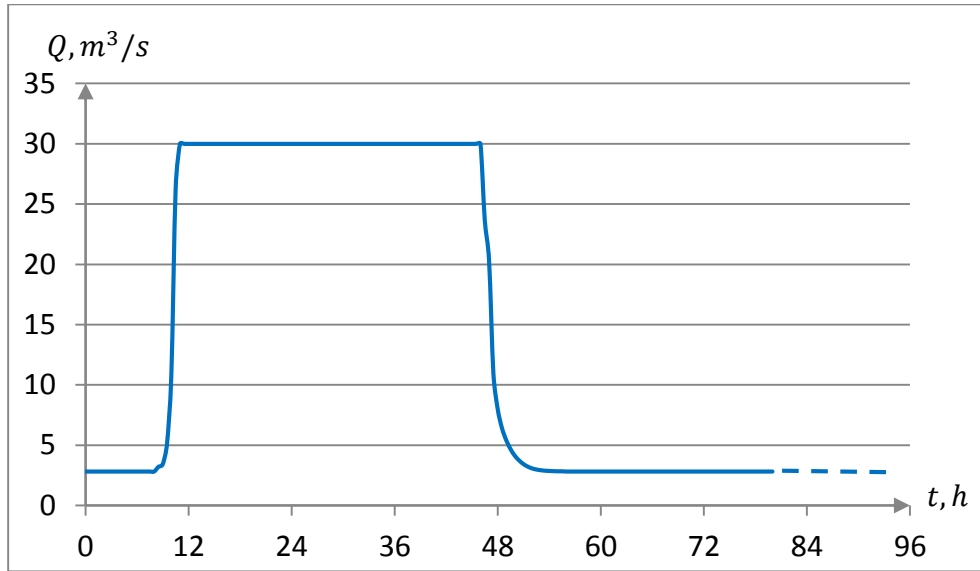


Fig 4.4 Hidrograma de la Planta de bombeo Lago

b) Río de La Compañía

El hidrograma que ingresa al sistema por el río de La Compañía se presenta en la fig 4.5, para el cual se tiene un gasto pico de $45 \text{ m}^3/\text{s}$ y un gasto base de $3.59 \text{ m}^3/\text{s}$.

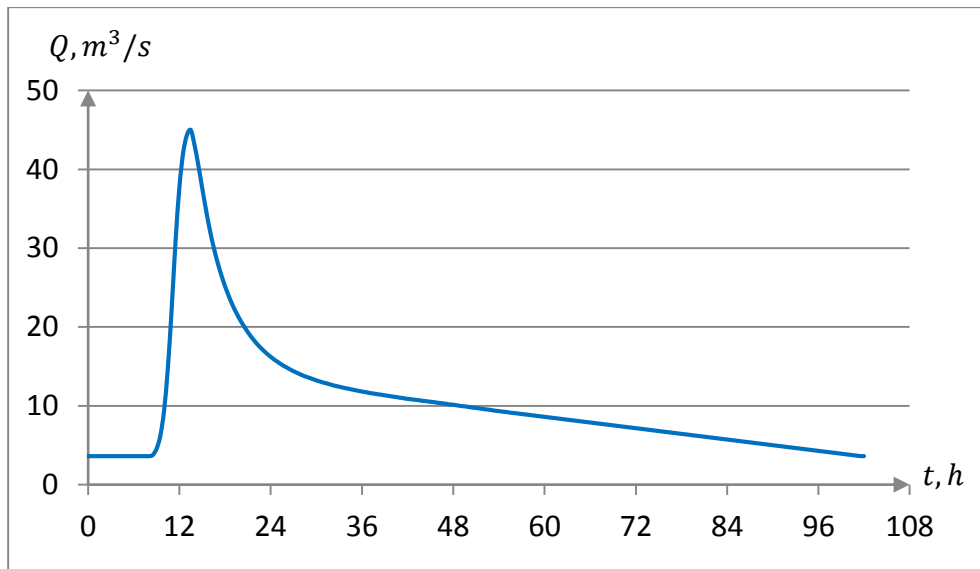


Fig 4.5 Hidrograma de entrada por el río de La Compañía

a) Dren Xochiaca

El Dren Xochiaca presenta un gasto pico de $4.0 \text{ m}^3/\text{s}$ y un gasto base de $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$; su respectivo hidrograma de entrada se muestra en la fig 4.6.

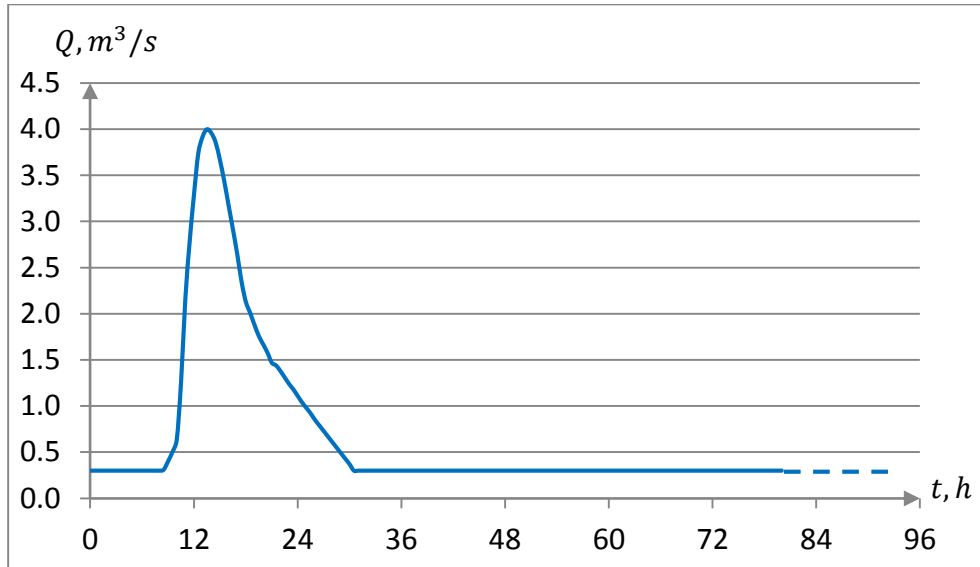


Fig 4.6 Hidrograma del Dren Xochiaca

b) Dren Chimalhuacán II

Este cauce presenta un gasto pico de $2.67 \text{ m}^3/\text{s}$ y un gasto base de $0.18 \text{ m}^3/\text{s}$; el hidrograma se presenta en la fig 4.7.

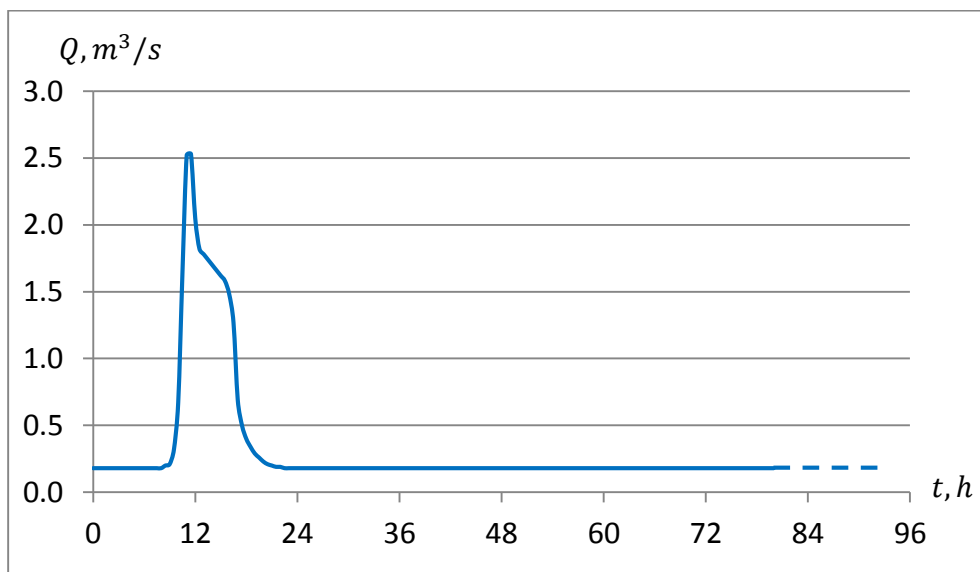


Fig 4.7 Hidrograma del Dren Chimalhuacán II

4.4.2 Condición de frontera de la salida

La salida del sistema hidráulico se localiza al final del tramo identificado como T6, aguas abajo de la estructura conocida como Cola de Pato.

El modelo *HEC-RAS* posee varias alternativas para incluir la condición de frontera de salida, también conocida como la condición de frontera aguas abajo, tanto para modelaciones con flujo en régimen permanente como no permanente; para flujo en régimen permanente se dispone de las opciones siguientes: la elevación de la superficie libre del agua en un almacenamiento, régimen crítico, flujo uniforme y una ley de descarga; mientras que para la modelación del flujo no permanente se dispone de: un limnigrama, es decir, la variación de la elevación de la superficie libre del agua en función del tiempo; la curva elevaciones-volúmenes de un almacenamiento, flujo uniforme y una ley de descarga, conocida como la curva elevaciones-caudales, dada por la existencia de alguna estructura hidráulica, como lo son las compuertas y vertedores, o por la capacidad de conducción del canal.

De entre las opciones citadas anteriormente, la de flujo uniforme como frontera aguas abajo es una de las alternativas más empleadas en la modelación del flujo en canales naturales, tanto en régimen permanente como no permanente; para este caso el modelo *HEC-RAS* requiere que se defina la pendiente de la plantilla del canal, con cuyo valor y la fórmula de Manning se calcula el tirante normal; sin embargo, para su uso en canales naturales surge la interrogante de qué pendiente emplear, dada la irregularidad de los cauces. Algunos criterios para definir la pendiente son:

- Calcular una pendiente media del cauce donde se desea establecer dicha condición, esto puede hacerse empleando una herramienta que posee el modelo *HEC-RAS* mediante la cual se traza una línea media sobre el perfil longitudinal con la que el modelo calcula el valor de la pendiente
- Aproximar una pendiente con base en las últimas dos secciones del canal donde se requiere establecer dicha condición; esta opción cuenta con el inconveniente de que se puede presentar una pendiente horizontal o adversa, en cuyo caso no es posible establecer un tirante normal.

Independientemente del método que se utilice, existe un error asociado a dicha condición de frontera; para minimizar este error se recomienda mover aguas abajo la condición de frontera lo más lejos posible del tramo de interés.

Es importante mencionar que cuando resulta complicado implementar alguna de las opciones descritas anteriormente para definir el valor de la pendiente media del canal en estudio, se recomienda calcular la curva elevaciones-caudales asociada a la capacidad de conducción del tramo en cuestión, y referirla a la última sección de aguas abajo, con lo que queda definida la condición de frontera; con esto se acepta la hipótesis de que al final del tramo se tienen condiciones cercanas a un flujo uniforme, lo cual es factible de ocurrir en el caso de que la longitud del canal aguas abajo de donde se establece la condición de frontera sea considerable.

En el caso particular del sistema hidráulico que se estudia en este trabajo, se tiene que la pendiente dada por el *thalweg* del tramo T6 es notablemente irregular, véase fig 4.2; esto obliga a optar por hacer el cálculo de la curva que indique la capacidad de conducción del tramo final; se considera que esta opción es la más adecuada, ya que el Dren General termina varios kilómetros aguas abajo de donde se tiene información topográfica disponible.

El cálculo de la capacidad de conducción del tramo final se describe a continuación:

- a) Se propone un caudal
- b) Se propone una elevación del nivel del agua en la sección asociada al cadenamamiento $X = 0 \text{ m}$, la cual se localiza al final del tramo T6
- c) Con el par de valores propuestos se calcula y dibuja el perfil hidráulico a lo largo del tramo
- d) Con el mismo caudal propuesto, se propone un valor mayor de la elevación de la superficie libre del agua y se reinicia el proceso de cálculo desde c)
- e) Después de disponer de varios perfiles hidráulicos calculados con el mismo caudal, se hace un análisis de sensibilidad para seleccionar una pareja de valores (H, Q) , que corresponda con un perfil hidráulico sin curvatura por el efecto de la frontera.

A continuación se presenta el cálculo de un punto de la curva (H, Q) , para el gasto de $Q = 6.0 \text{ m}^3/\text{s}$; para ello se emplea la metodología indicada en el párrafo inmediato anterior. Así, se propusieron cuatro valores de la elevación del nivel del agua en la sección transversal que se localiza en el extremo final del canal; esos valores fueron $H_{T6_{X=0 \text{ m}}} = \{2225.25, 2225.50, 2225.90, 2226.20 \text{ msnm}\}$; para cada elevación se procedió a calcular el correspondiente perfil hidráulico; éstos se incluyen en la fig 4.8; ahí se observa que para las elevaciones 2225.25 y 2225.50 *msnm*, es notable la curvatura de esos perfiles hidráulicos en la vecindad de la condición de frontera; el análisis de estos resultados permite seleccionar el tercer valor de las cuatro elevaciones propuestas, con lo

que se establece un punto de la curva que define la condición de frontera de la salida del sistema hidráulico en estudio.

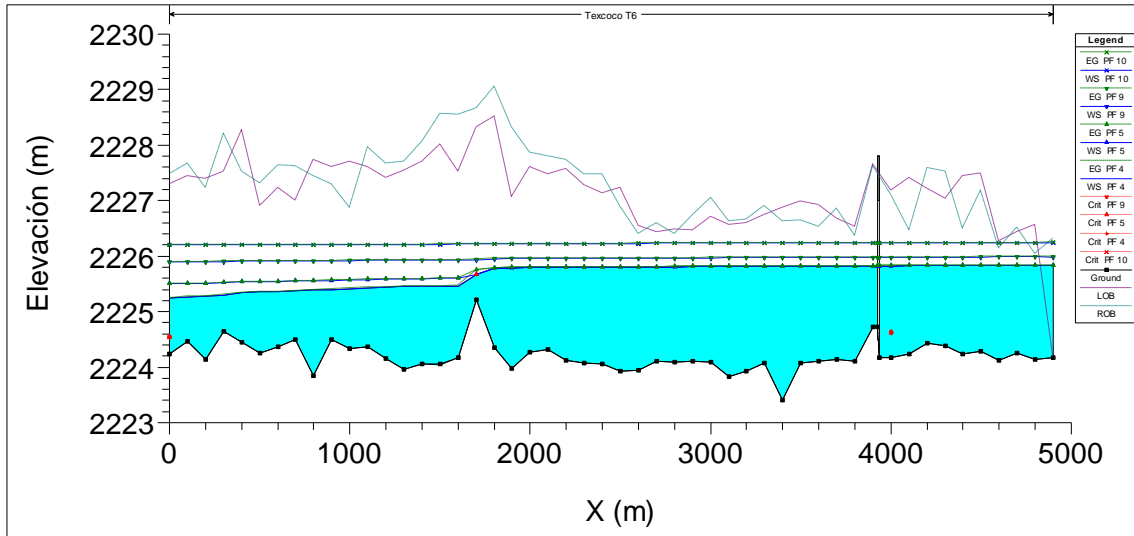


Fig 4.8. Perfiles hidráulicos en el tramo T6

Procediendo de manera similar se determinaron en total cinco puntos de la curva elevaciones-caudales, cuyos valores se incluyen en la fig 4.9.

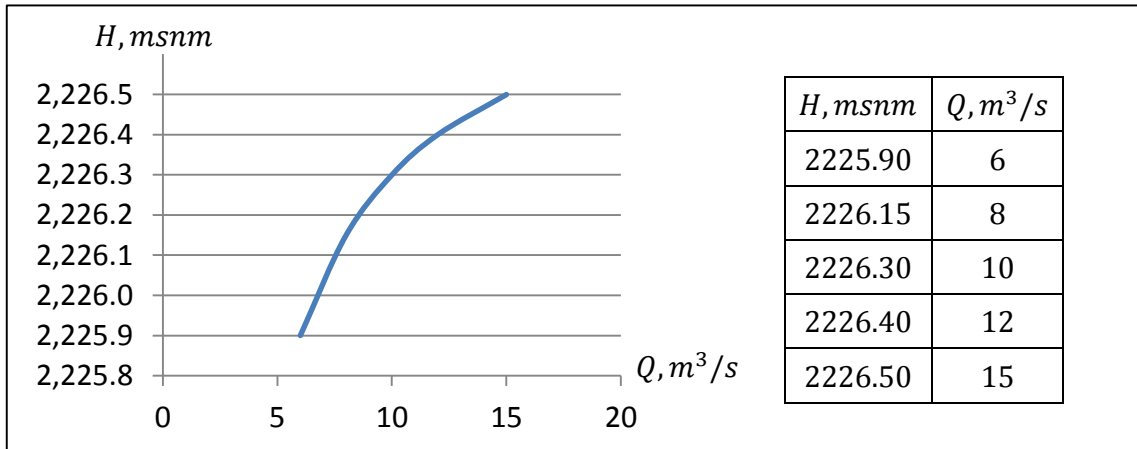


Fig 4.9 Ley de descarga del sistema hidráulico

4.4.3 Condiciones de frontera internas

Como se mencionó anteriormente, las condiciones de frontera internas del sistema están definidas por cuatro compuertas y dos lagos de regulación, véase la imagen incluida en la fig 4.1, sus características se definen a continuación.

- Compuerta 1. Localizada en el cadenamiento 4 + 450 del tramo T3 correspondiente al Río de La Compañía consta de cuatro vanos con un ancho de 3 m y una altura de 4.2 m
- Compuerta 2. Situada en el cadenamiento 0 + 070 en el brazo derecho del Río Churubusco, consta de tres vanos con un ancho de 3 m y una altura de 4 m
- Compuerta 3. Ubicada en el cadenamiento 0 + 060 del canal desfogue sur, consta de cinco vanos con un ancho de 3 m y una altura de 4.3 m
- Compuerta 4. Localizada en el cadenamiento 3 + 950, consta de tres vanos con un ancho de 4 m y una altura de 3.3 m
- Lago de Regulación Horaria. Situado aguas abajo del brazo izquierdo del Río Churubusco, los datos elevaciones-volúmenes se resumen en la tabla 4.1.

Tabla 4.1 Datos de elevaciones-volúmenes del Lago de Regulación Horaria

<i>H, msnm</i>	<i>V, m³</i>
2,222.0	0
2,224.5	85,182
2,225.0	467,636
2,225.5	1,166,726
2,226.0	1,900,509
2,226.5	2,650,621
2,227.0	3,418,481
2,227.5	4,208,633
2,228.0	5,019,386

- Lago de Churubusco. Está conectado al brazo derecho del Río Churubusco por medio del llamado canal de comunicación; los datos elevaciones-volúmenes se resumen en la tabla 4.2.

Tabla 4.2 Datos de elevaciones-volúmenes del Lago de Churubusco

<i>H, msnm</i>	<i>V, m³</i>
2,222.0	0
2,222.5	33,843
2,223.0	145,441
2,223.5	565,809
2,224.0	1,212,807
2,224.5	1,969,857
2,225.0	2,777,941
2,225.5	3,622,307
2,226.0	4,501,944

4.5 Condiciones iniciales

Previo a la modelación de flujo no permanente en el sistema hidráulico, se requiere definir sus condiciones iniciales, esto es, los gastos en los cauces y también las elevaciones de la superficie libre del agua en los lagos, asociadas a las características del flujo en los canales. Los gastos iniciales corresponden a los flujos que circulan por los canales en condiciones de flujo permanente, y están dados por los gastos base que ingresan al sistema. En la fig 4.10 se presenta, como primera aproximación, la distribución supuesta de los gastos, la cual se obtiene con base en las consideraciones siguientes: el gasto del canal Planta Lago se divide de forma idéntica entre el brazo derecho y el izquierdo del río Churubusco, lo mismo se hace para los canales desfogue Norte y Sur, situados aguas abajo del lago de Regulación Horaria; el gasto en el canal de comunicación al Lago Churubusco es igual a cero, pues se considera que nivel de la superficie libre del agua en la bifurcación es igual al del lago, por lo que todo el gasto fluye por el brazo derecho; con la suma de los gastos base se obtiene el caudal $Q = 6.89 \text{ m}^3/\text{s}$, que corresponde con el que sale del sistema.



Fig 4.10 Sistema hidráulico con los gastos base supuestos en cada canal

Debido a que no se cuenta con datos de las elevaciones iniciales en los almacenamientos de regulación para condiciones de flujo permanente, se procedió a determinarlas mediante el cálculo de los perfiles hidráulicos en los canales adyacentes a éstos; para ello, se calculó el perfil hidráulico en el tramo T6, para $Q = 6.89 \text{ m}^3/\text{s}$ con $H = 2226.0 \text{ m}$, esta elevación fue calculada mediante interpolación lineal de la ley de descarga presentada en la fig 4.9; los resultados se presentan en la fig 4.11. Así, con base en la elevación de la superficie del agua obtenida del cálculo del perfil hidráulico en el tramo T6 en la primera sección, se calculó el perfil en el tramo T5, el cual confluye con el canal Desfogue Sur, que a su vez se comunica con el lago de Regulación Horaria, la elevación de la superficie libre del agua en la primera sección de este tramo se asoció a la de dicho almacenamiento. Para la obtención del nivel de la superficie libre del agua en el lago Churubusco se procedió de la misma forma, calculando los perfiles hidráulicos en el tramo T4 y en el brazo derecho del río Churubusco. Los perfiles calculados en el tramo T5, T4 y en el Brazo derecho del río Churubusco se muestran en las figs 4.12 a 4.14.

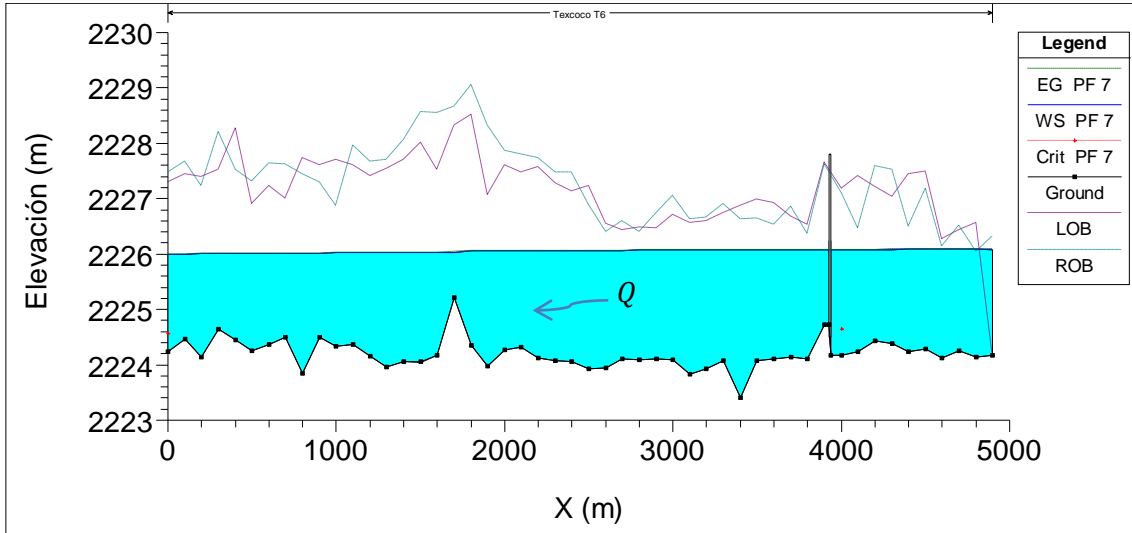


Fig 4.11 Perfil hidráulico del Dren General del Valle, tramo T6

Los resultados de las elevaciones de la superficie libre del agua en los lagos, son los siguientes: en el lago de Regulación Horaria, se obtuvo una elevación $H = 2,226.095 \text{ msnm}$, mientras que en el lago de Churubusco la elevación resultante fue $H = 2,226.117 \text{ msnm}$.

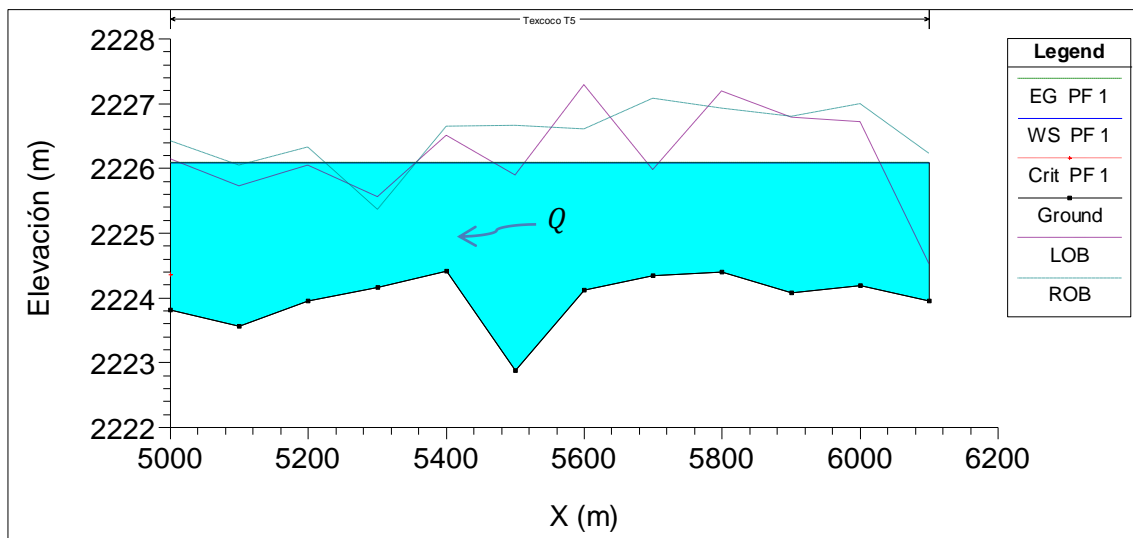


Fig 4.12 Perfil hidráulico del Dren General del Valle, tramo T5

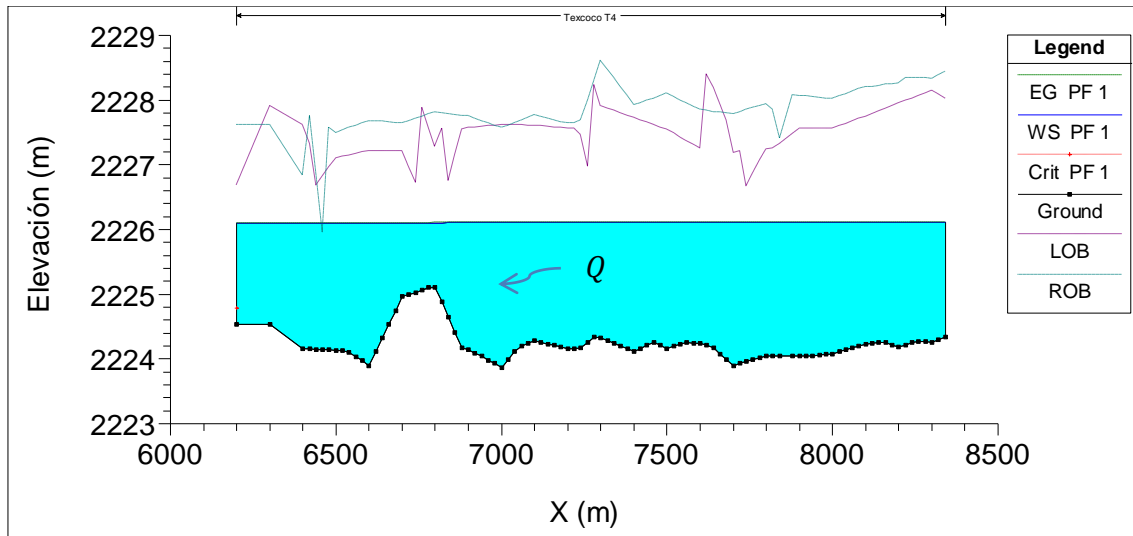


Fig 4.13 Perfil hidráulico del Dren General del Valle, tramo T4

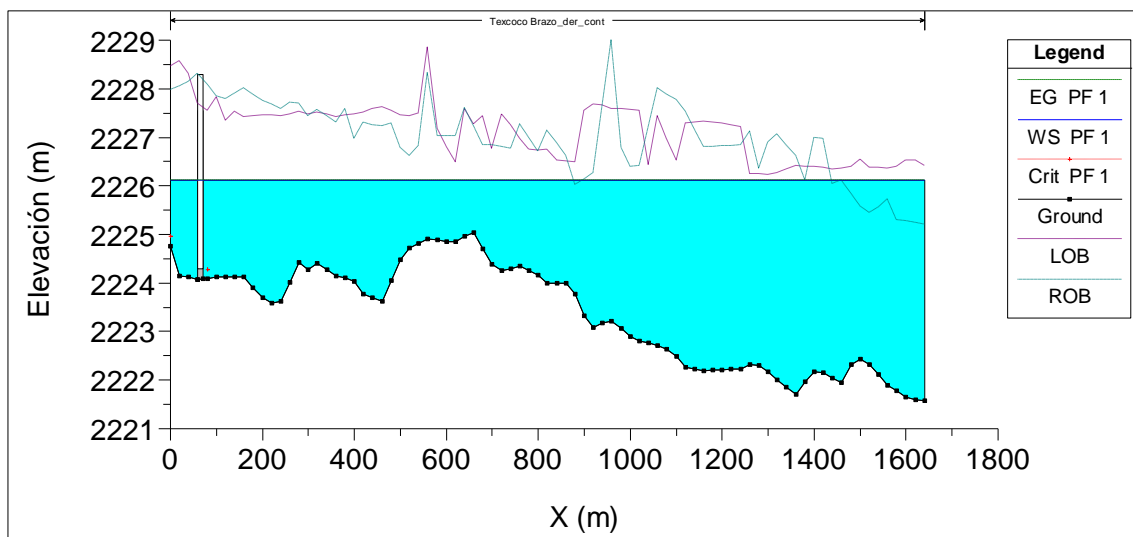


Fig 4.14 Perfil hidráulico del brazo derecho del río Churubusco

Así mismo, a partir de los resultados de esta modelación es posible detectar algunas secciones cuyos bordos se ven rebasados por el nivel del agua alcanzado, como puede verse claramente en el tramo T5, fig 4.12; así mismo se observa que la irregularidad del fondo de los canales tiene influencia en la generación de un remanso a partir del cadenamiento $X = 1 + 700 m$ en el tramo T6, fig 4.11.

4.5.1 Adecuación de las condiciones iniciales

Con base en las condiciones iniciales previamente establecidas de manera hipotética, y la ley de descarga del sistema hidráulico obtenida, se procedió a modelar el sistema completo para adecuar dichas condiciones; la modelación se hizo incluyendo únicamente los gastos base en cada una de las entradas del sistema hidráulico, con un paso de tiempo $\Delta t = \{1, 5, 10 \text{ min}\}$, durante poco más de 500 h de modelación. Los resultados de los gastos en los canales y las elevaciones de la superficie libre del agua en los lagos, para $\Delta t = 10 \text{ min}$ y $\theta = 1$, se resumen en las tablas 4.3 y 4.4, así como en la fig 4.15.

Tabla 4.3 Distribución de gastos en el sistema con $\Delta t = 10 \text{ min}$, $\theta = 1$

<i>Canal</i>		$Q_i, m^3/s$	$Q_f, m^3/s$
Planta Lago		2.81	2.81
Brazo derecho		1.41	-1.73
Brazo derecho continuación		1.41	-1.73
Brazo izquierdo		1.41	4.53
Canal de comunicación		0.0	0.006
Dren Xochiaca		0.3	0.30
Dren Chimalhuacán II		0.18	0.18
Desfogue Norte		0.705	3.59
Desfogue Sur		0.705	0.94
Río de La Compañía	T1	3.59	3.59
	T2	3.89	3.89
	T3	4.07	4.07
Dren General del Valle	T4	5.48	2.34
	T5	6.185	3.28
	T6	6.89	6.88

Donde,

Q_i , gasto inicial hipotético, en m^3/s

Q_f , gasto al final de la modelación, en m^3/s

Se hace notar que el signo negativo en algunos de los gastos indica que el flujo circula, a través de los canales, en dirección contraria a la planteada originalmente.

Tabla 4.4 Elevación de la superficie libre del agua en los lagos con $\Delta t = 10 \text{ min}$, $\theta = 1$

Lago	H_i, msnm	H_f, msnm
Churubusco	2226.117	2226.126
Regulación Horaria	2226.095	2226.125

Donde,

H_i , elevación inicial de la superficie libre del agua, en msnm

H_f , elevación de la superficie libre del agua al final de la modelación, en msnm



Fig 4.15 Resultados de la afinación de las condiciones iniciales del sistema hidráulico

4.6 Definición de la altura de los bordos perimetrales

En el subcap 4.5, se calcularon los perfiles hidráulicos en algunos canales para la obtención de los niveles de la superficie libre del agua en los lagos, esto permitió observar que algunos de los bordos perimetrales fueron rebasados por el nivel de la superficie libre del agua, por ello, se procedió a realizar una nueva modelación del sistema hidráulico con los hidrogramas de diseño en todos los cauces coincidiendo en el tiempo de inicio, de esta manera se modeló la condición más desfavorable, determinándose así la elevación máxima de la superficie libre del agua en los canales y lagos, dicha elevación resultó ser $H = 2227.12 \text{ msnm}$. Con base en lo anterior se adecuaron las elevaciones de las coronas de los bordos de los canales que lo requerían; además, a dicha elevación se le agregó 0.60 m de bordo libre. En las figs 4.16 a 4.19 se presentan algunas secciones transversales antes y después de la adecuación de la elevación de los bordos.

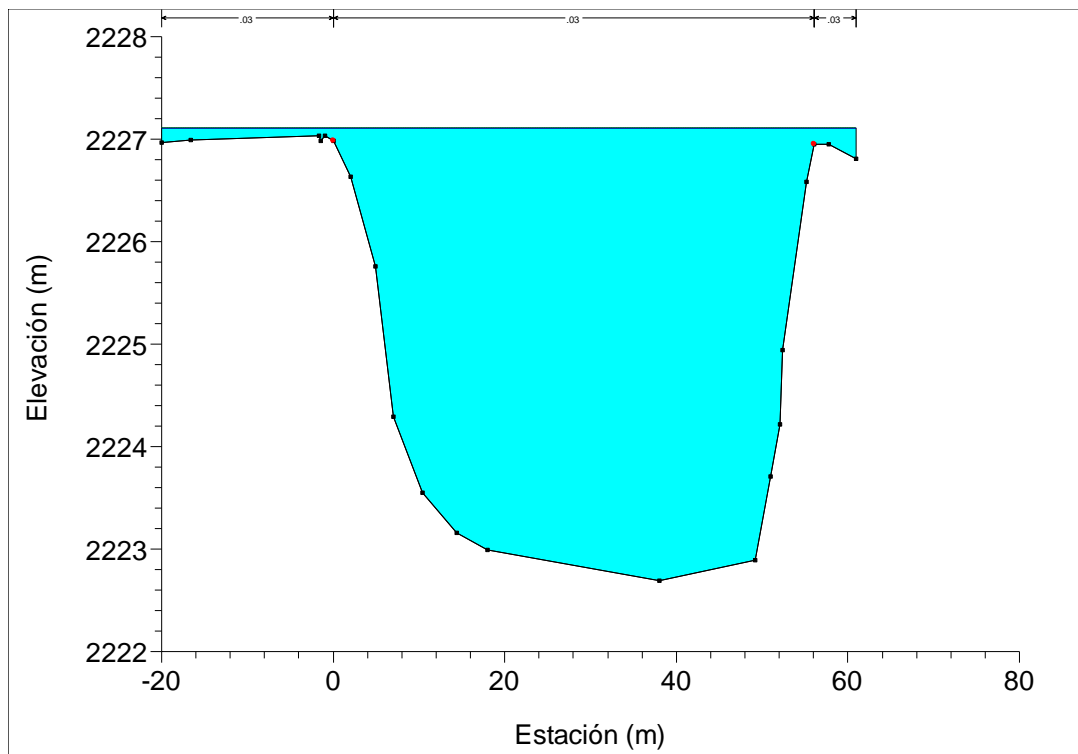


Fig 4.16 Sección transversal $X = 3 + 170$ en el brazo izquierdo del Río Churubusco

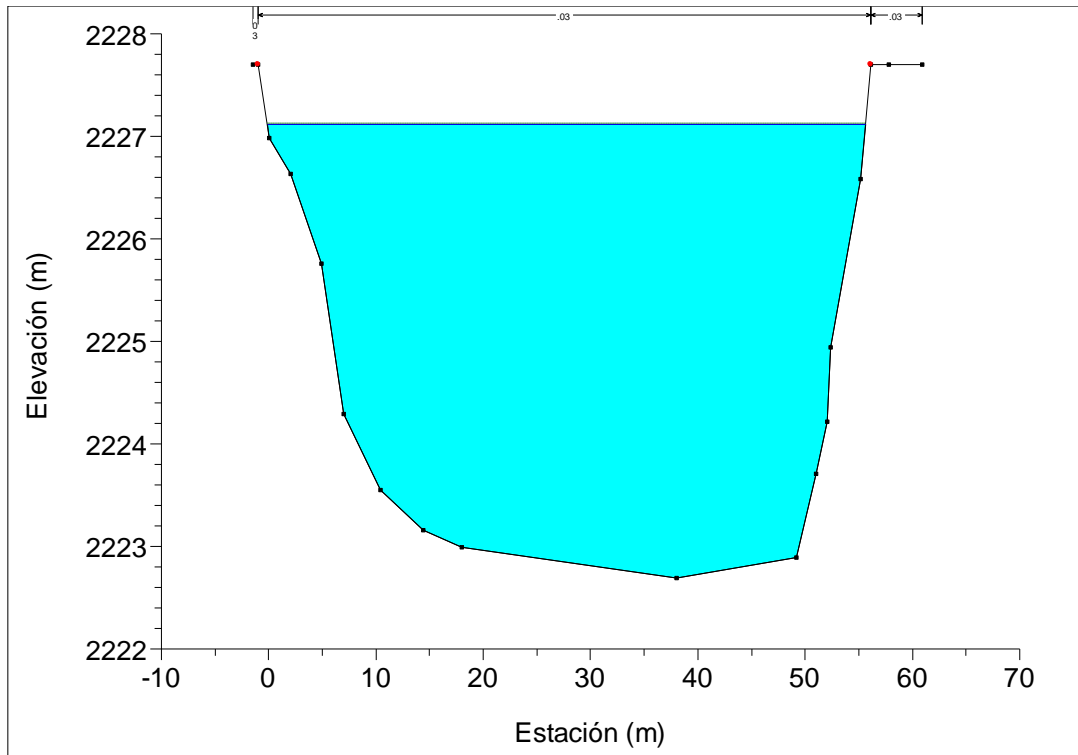


Fig 4.17 Adecuación de la altura de los bordos para la máxima elevación en la sección transversal $X = 3 + 170$ en el brazo izquierdo del Río Churubusco

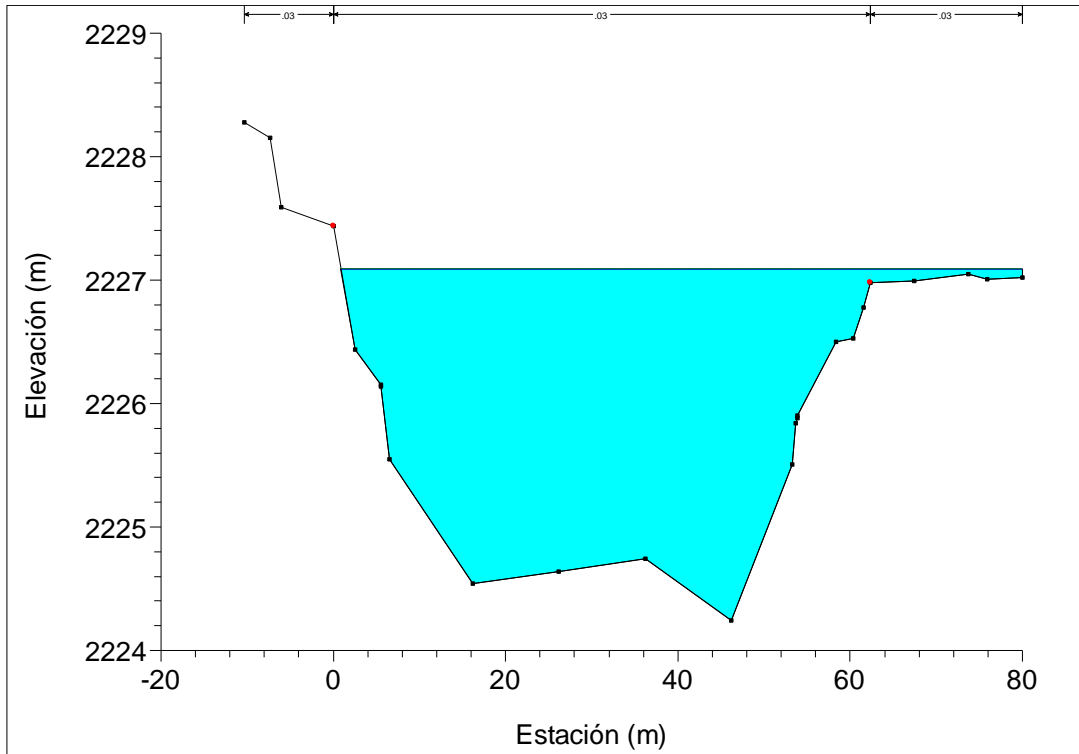


Fig 4.18 Sección transversal $X = 4 + 400$ en el tramo T6

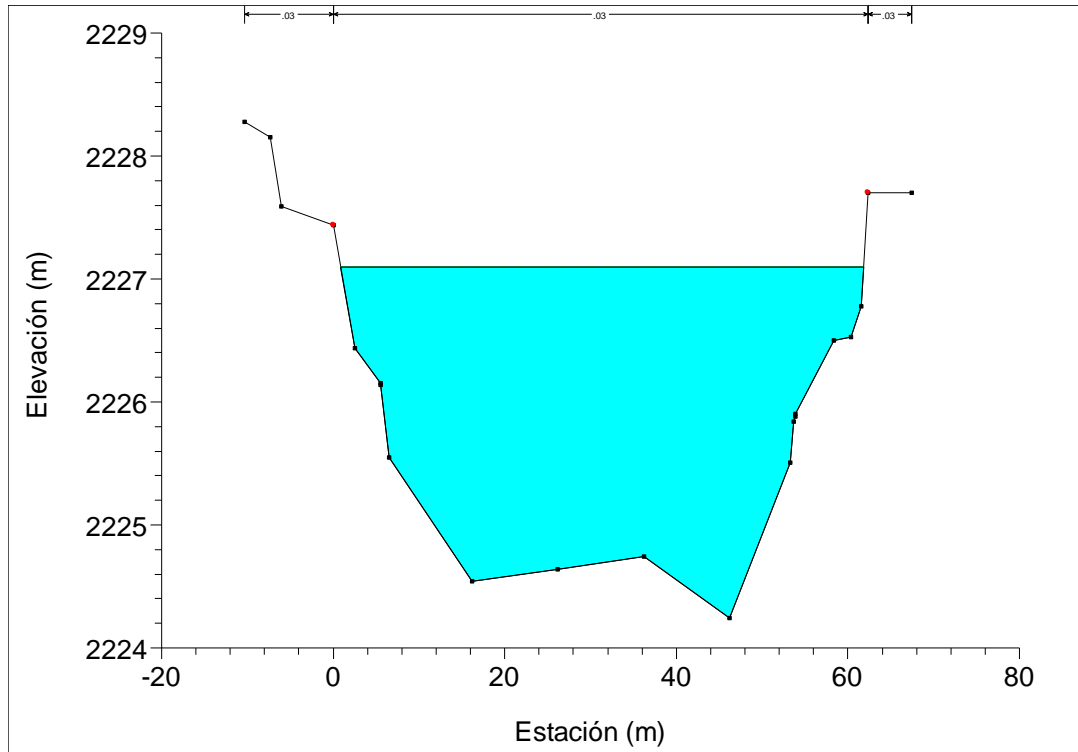


Fig 4.19 Adecuación del borde de la margen derecha para la máxima elevación en la sección transversal $X = 4 + 400$ del tramo T6

Los resultados de esta modelación permitieron detectar la presencia de algunas oscilaciones en los hidrogramas, estas oscilaciones son resultado de inestabilidades numéricas; en la fig 4.20 se presenta el hidrograma de salida del brazo derecho del Río Churubusco, en él se hace notar este problema dentro de un recuadro; en la fig 4.21 se muestra el detalle de la zona que presenta oscilaciones. El paso de tiempo empleado en esta modelación fue $\Delta t = 10 \text{ min}$, y el factor de peso del esquema fue $\theta = 1.0$. Se hace notar que estas inestabilidades no ocurren en los limnigramas resultantes, por lo que se tiene confiabilidad en el nivel de la superficie del agua obtenido y por ende en la definición de la altura de bordos.

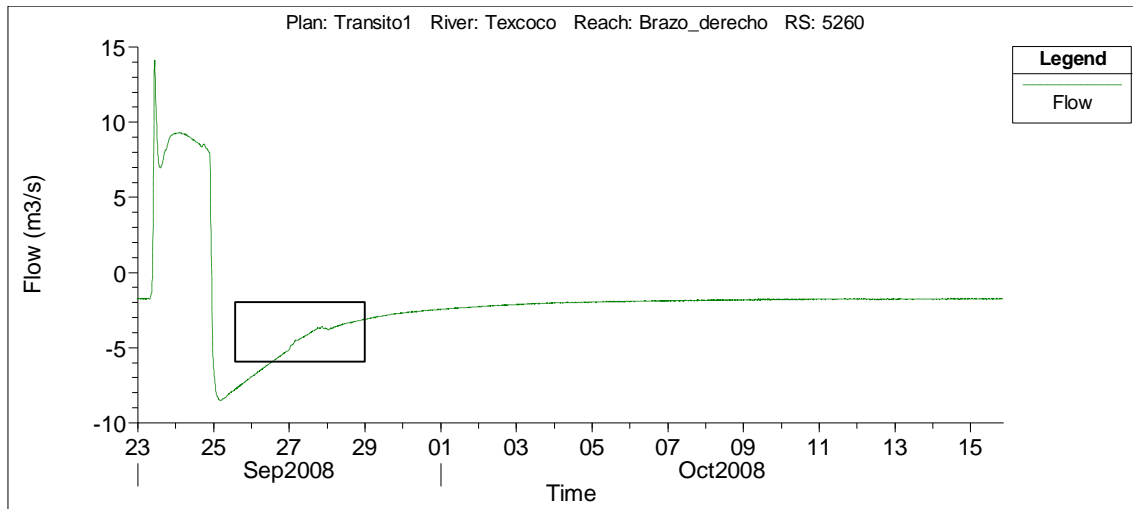


Fig 4.20 Hidrograma del brazo derecho del Río Churubusco, en el recuadro se señala la zona con mayores oscilaciones

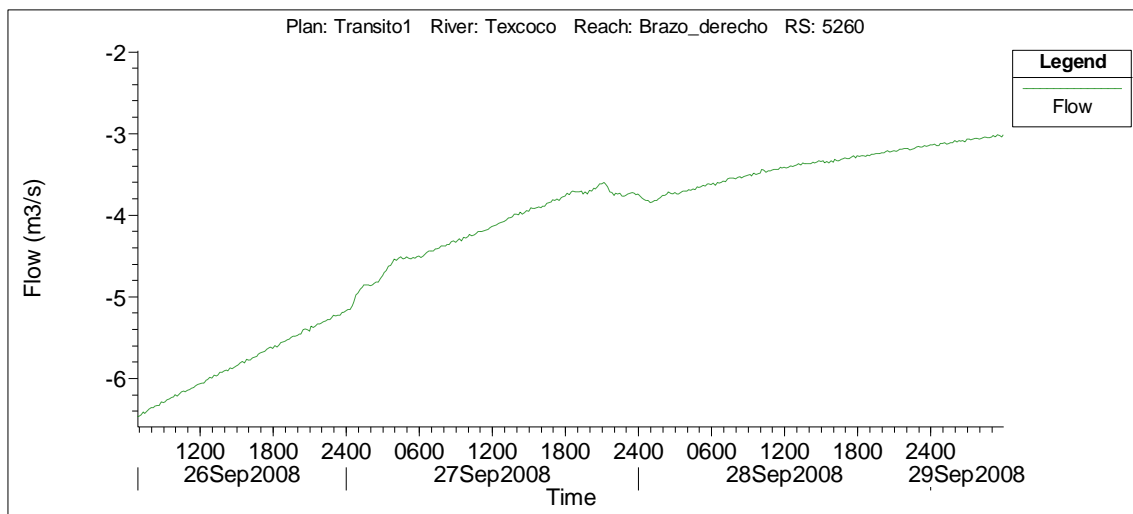


Fig 4.21 Detalle de la zona de inestabilidades de la figura anterior

La adecuación de los bordos perimetrales en los canales permitió descartar que las situaciones planteadas en el subcap 2.9 fueran las causantes de las inestabilidades numéricas, por lo que, el siguiente paso consistió en realizar un análisis de sensibilidad de la modelación en lo referente al paso de tiempo, Δt y al factor de peso del esquema numérico, θ .

4.7 Análisis de sensibilidad de la modelación

Con respecto a los parámetros relevantes que definen el cálculo en la ejecución de una modelación, para el espaciamiento entre secciones transversales se consideró la totalidad del levantamiento topográfico disponible; para el paso de tiempo se usó $\Delta t = \{10\text{ s}, 1, 5, 10, 20\text{ min y } 1\text{ h}\}$, y para el factor de peso del esquema numérico se emplearon los valores de $\theta = \{1, 0.8, 0.6\}$.

Además, se hace notar que las modelaciones constan de dos etapas: la primera consiste en la ejecución de la modelación partiendo con las condiciones iniciales calculadas en el subcap 4.5.1; la siguiente etapa es una segunda modelación empleando un archivo de reinicio, generado en la primera etapa, que contiene información de las condiciones obtenidas al final de ésta; así, se asegura la estabilidad de la modelación en la parte inicial.

En las figs 4.22 y 4.23 se presenta la comparación de los hidrogramas de salida, en el brazo derecho del río Churubusco, obtenidos con distintos pasos de tiempo. Ahí se puede observar que la solución resulta ser sensible a esta variable; así a medida que se emplea un paso de tiempo cada vez más pequeño las inestabilidades aumentan.

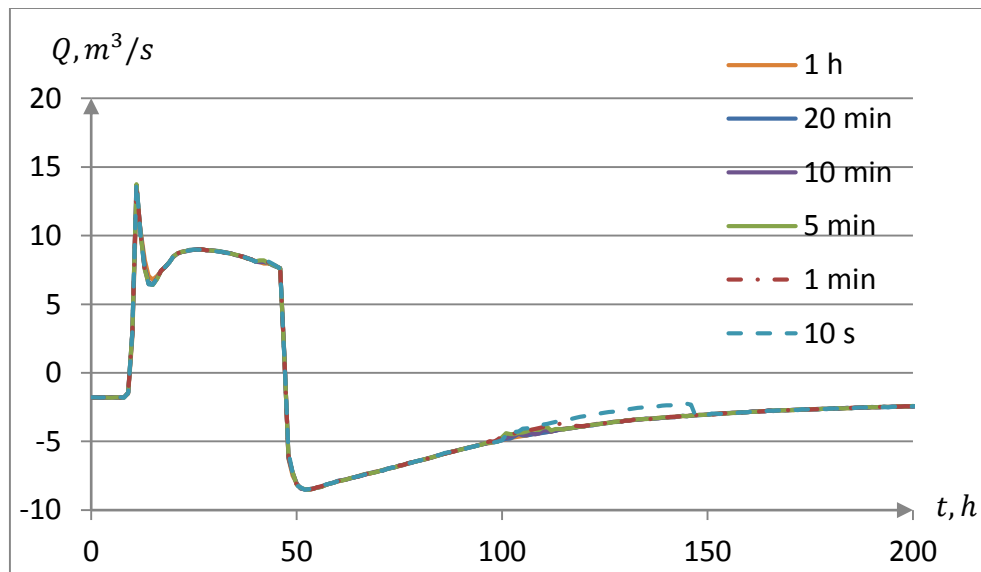


Fig 4.22 Hidrograma en el brazo derecho del río Churubusco, empleando distintos Δt

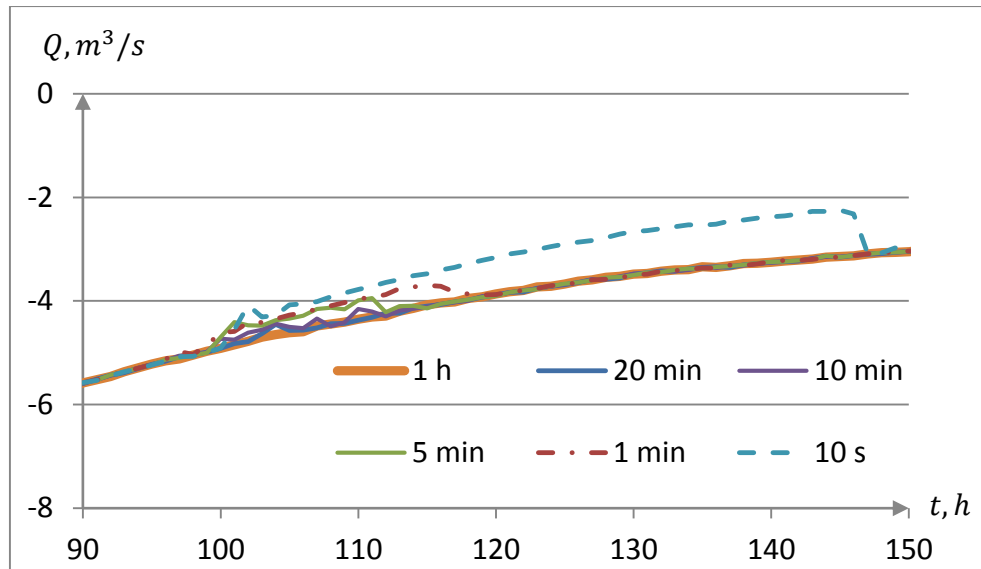


Fig 4.23 Detalle del hidrograma de la figura anterior en la zona que presenta oscilaciones

Con respecto al número de Courant, debido a que se tienen diferentes magnitudes de espaciamiento en los canales del sistema en estudio, y se aplica un único paso de tiempo en cada modelación, éste varía en cada cauce. Así por ejemplo, cuando se emplea un paso de tiempo $\Delta t = 30 s$, en el río de La Compañía, tramo T1, donde se tiene un espaciamiento entre secciones transversales a cada $100 m$, se obtienen valores del número de Courant muy cercanos a la unidad; mientras que en el brazo derecho los valores oscilan entre 7 y 8, debido a que en este cauce las secciones transversales se sitúan a cada $20 m$.

Un análisis de la variación del número de Courant en el Río de La Compañía, tramo T1, para distintos pasos de tiempo, se muestra en la fig 4.24 ahí se observar que para $\Delta t = 30 s$ el número de Courant oscila próximo a la unidad; para $\Delta t = 10 min$, el valor mínimo es 18 y el máximo 25; y para $\Delta t = 1 h$, se tiene un valor mínimo de 112 y un máximo de 158; en los tres casos los resultados son adecuados y distan muy poco de sí, en la tabla 4.5 se resumen los valores máximos obtenidos en cada modelación, tanto de gasto como de elevación de la superficie libre del agua.

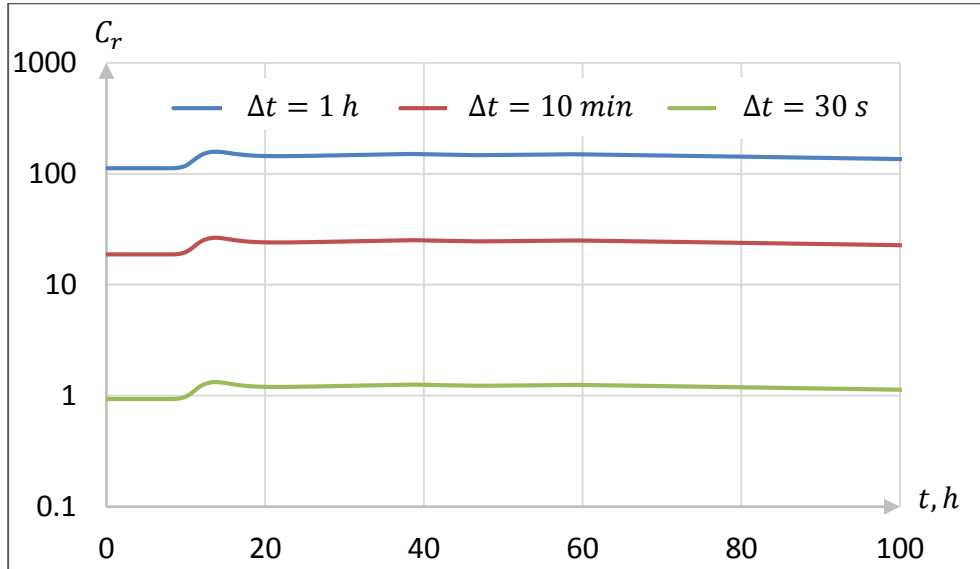


Fig 4.24 Variación del número de Courant en el río de La Compañía, tramo T1, para las distintas modelaciones

Tabla 4.5 Resumen de gasto pico y elevación máxima de la superficie libre del agua en el tramo T1, para las distintas modelaciones

	$Q_p, m^3/s$	$H_{m\acute{a}x}, msnm$
$\Delta t = 30 s$	44.12	2,227.14
$\Delta t = 10 min$	44.0	2,227.14
$\Delta t = 1 h$	42.50	2,227.14

En los resultados se puede observar que la elevación de la superficie libre del agua es una variable poco sensible al paso de tiempo empleado y por ende al número de Courant, sin embargo, también es posible advertir que con respecto a los gastos, se puede llegar a perder definición en el hidrograma de salida a medida que se emplean pasos de tiempo de cálculo más grandes, y con ello subestimar la magnitud del gasto pico.

En lo que respecta al factor de peso del esquema se analiza la estabilidad de la solución si se emplea $\theta = \{1, 0.8, 0.6\}$; los resultados se muestran en las figs 4.25 y 4.26.

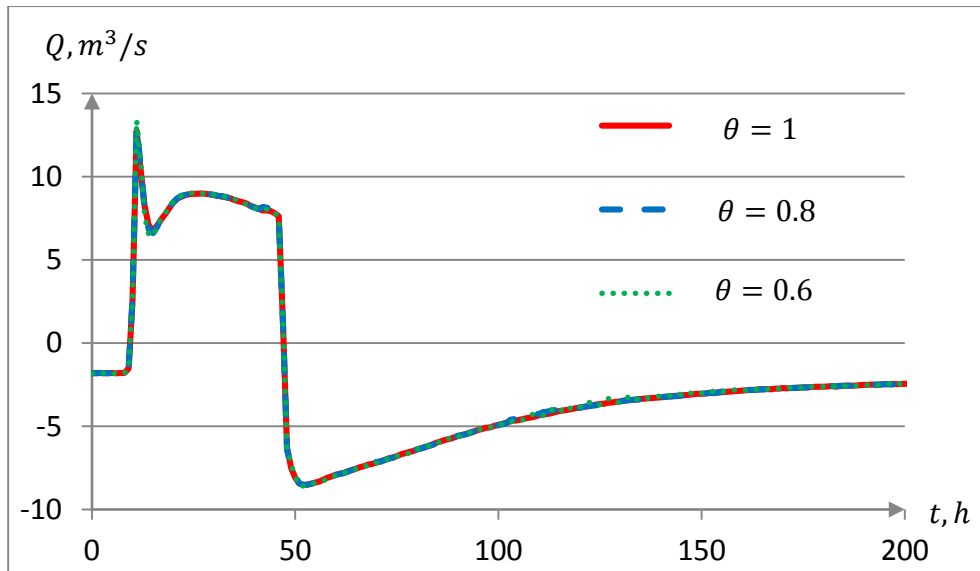


Fig 4.25 Efecto del parámetro θ en el hidrograma del brazo derecho del río Churubusco

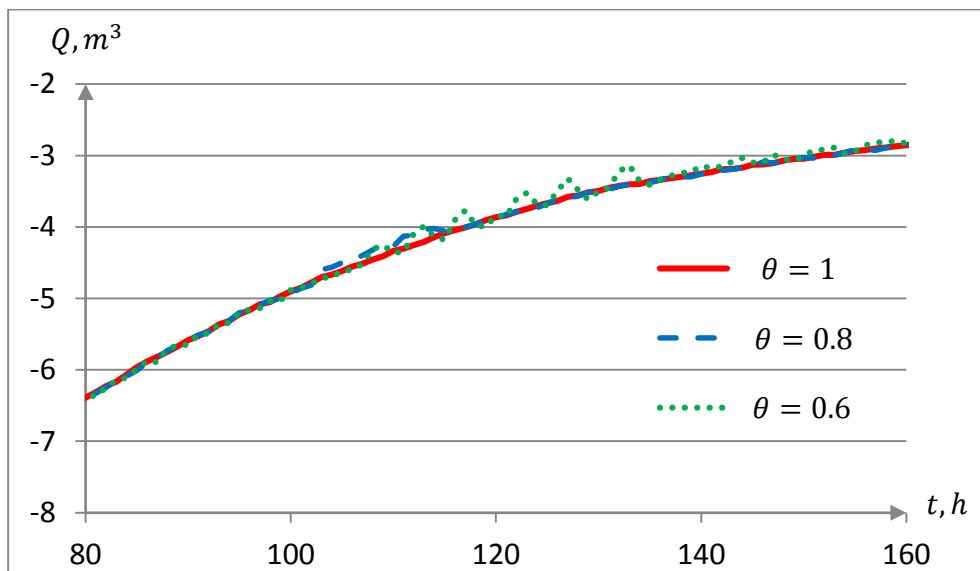


Fig 4.26 Detalle del efecto del parámetro θ en el hidrograma del brazo derecho del río Churubusco

Con base en estos resultados se determina que un paso de tiempo $\Delta t = 10 \text{ min}$ y un factor de peso $\theta = 1$ proporcionan una solución suficientemente precisa y estable para el estudio del sistema hidráulico, por lo que en el siguiente subcap se emplean estos parámetros para realizar una serie de modelaciones, cuyo objetivo es estudiar la respuesta del sistema hidráulico bajo diferentes escenarios.

4.8 Modelación de escenarios del sistema hidráulico

En el presente subcap se analiza la respuesta del sistema hidráulico en tres diferentes escenarios; el primero de ellos es el más desfavorable, pues se transitan las hidrogramas de diseño en las cuatro entradas al sistema. El segundo y tercer escenario corresponden con la modelación de avenidas producto de la ocurrencia de una lluvia extraordinaria, respectivamente, en la zona centro y en la zona oriente del Valle de México. Posteriormente, para los tres casos, se analizan los resultados obtenidos en los puntos de mayor relevancia en el sistema, estos incluyen las principales bifurcaciones, confluencias, tramos y almacenamientos. Finalmente se resumen y comparan los resultados de los tres casos de estudio. Se hace notar que para todas las compuertas se considera una apertura total durante toda la modelación.

4.8.1 Modelación con los hidrogramas de diseño (Escenario I)

Esta modelación consiste en transitar los hidrogramas de diseño correspondientes a la Planta Lago, río de la Compañía, dren Xochiaca y dren Chimalhuacán II.

a) Bifurcación del canal Planta Lago

La primera bifurcación analizada está ubicada aguas abajo del canal Planta Lago, que se divide en el brazo derecho y en el brazo izquierdo del río Churubusco, véase fig 4.27. Los hidrogramas obtenidos como resultado de la modelación se muestran en la fig 4.28.



Fig 4.27 Análisis de la bifurcación del canal Planta Lago

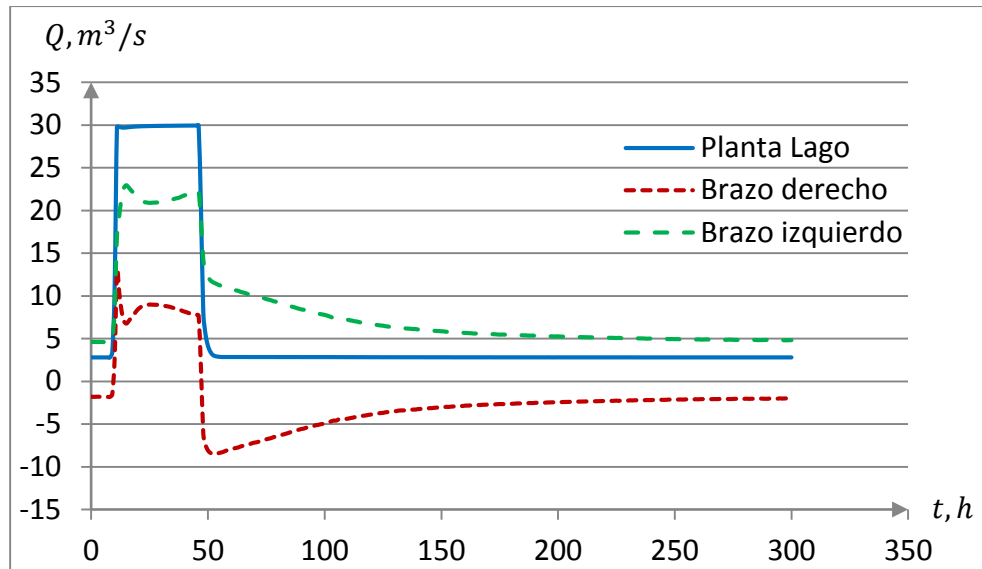


Fig 4.28 Hidrogramas en la bifurcación del canal Planta Lago

El conocimiento del gasto pico y de la máxima elevación de la superficie libre del agua en cada canal, es de vital importancia en el análisis del funcionamiento hidráulico del sistema. Así, se tiene que en el brazo derecho del río Churubusco el gasto pico es $Q_p = 12.75 \text{ m}^3/\text{s}$, y la máxima elevación de la superficie libre del agua es $H_{m\acute{a}x} = 2227.12 \text{ msnm}$. Con base en los hidrogramas resultantes se determina que en éste canal, el flujo circula inicialmente desde el río de La Compañía en dirección al canal Planta Lago, para posteriormente fluir a través del brazo izquierdo del río Churubusco; se observa que durante la avenida la dirección del flujo se invierte, por lo que circula hacia el Dren General del Valle. Con respecto al canal brazo izquierdo del río Churubusco el gasto pico que se presenta es $Q_p = 22.94 \text{ m}^3/\text{s}$.

a) Interacción del brazo derecho con el lago de Churubusco

La siguiente bifurcación analizada es la del brazo derecho del río Churubusco y el canal de comunicación que conecta con el lago de Churubusco, véase fig 4.29.



Fig 4.29 Análisis de la bifurcación del brazo derecho

Esta bifurcación resulta de interés para el estudio de la interacción del lago de Churubusco con el brazo derecho. Los hidrogramas correspondientes a este punto se muestran en la fig 4.30.

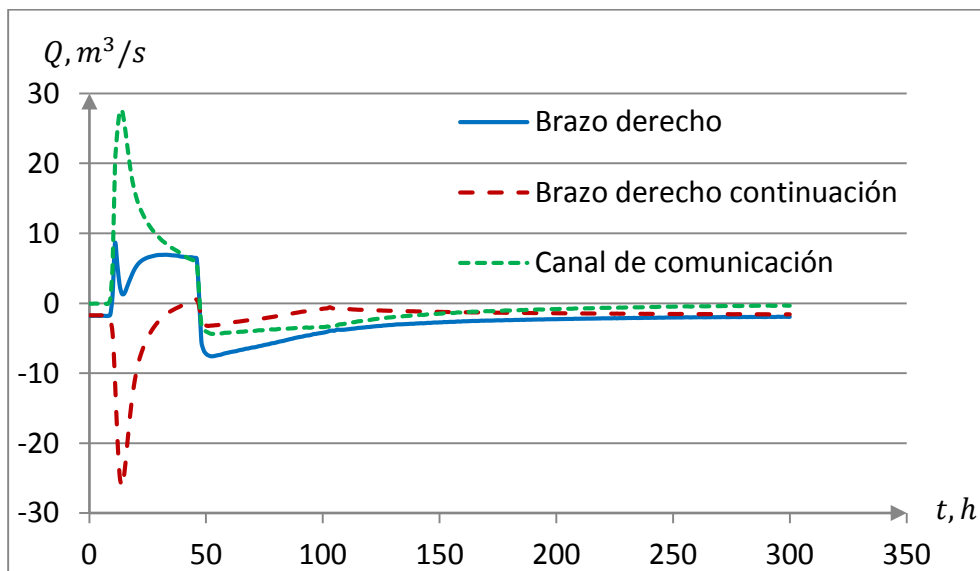


Fig 4.30 Hidrogramas en la bifurcación del brazo derecho del río Churubusco

El hidrograma del brazo derecho corresponde al tramo aguas arriba de la bifurcación con el canal de comunicación, mientras que el denominado brazo derecho continuación, es el tramo aguas abajo.

Con base en los hidrogramas, se establece que al presentarse la avenida, el flujo en el brazo derecho circula en dirección hacia el DGV, mientras que en la continuación de este canal el agua fluye en dirección opuesta proveniente del río de La Compañía, ambos flujos coinciden en la bifurcación en dirección opuesta y entran al canal de comunicación, que conecta con el lago de Churubusco, ahí se almacena cierto volumen de agua y, una vez que ha pasado la avenida y se ha alcanzado el nivel máximo de la superficie libre del agua en el lago, el flujo regresa por el canal de comunicación y circula por el brazo derecho en dirección hacia el canal Planta Lago, posteriormente es conducido a través del brazo izquierdo hacia el lago de Regulación Horaria.

Con respecto a los gastos pico, en el canal brazo derecho del río Churubusco es $Q_p = 8.58 \text{ m}^3/\text{s}$, cuando el agua fluye en dirección hacia el Dren General del Valle, y $Q_p = 7.57 \text{ m}^3/\text{s}$ cuando el flujo circula en dirección opuesta. En la continuación del brazo derecho del río Churubusco se presenta un gasto pico $Q_p = 26.23 \text{ m}^3/\text{s}$ cuando el flujo en el brazo derecho proviene del río de La Compañía.

Por su parte el canal de comunicación del brazo derecho con el lago de Churubusco presenta un gasto pico $Q_p = 27.58 \text{ m}^3/\text{s}$, y la elevación máxima de la superficie libre del agua en la bifurcación es $H_{m\acute{a}x} = 2227.122 \text{ msnm}$.

b) Confluencia del brazo derecho, el río de La Compañía y el DGV

El análisis de esta confluencia, véase fig 4.31, resulta relevante para conocer la distribución del gasto proveniente el río de La Compañía, que fluye por el DGV y el brazo derecho del río Churubusco.



Fig 4.31 Análisis de la confluencia del brazo derecho con el río de La Compañía y el DGV

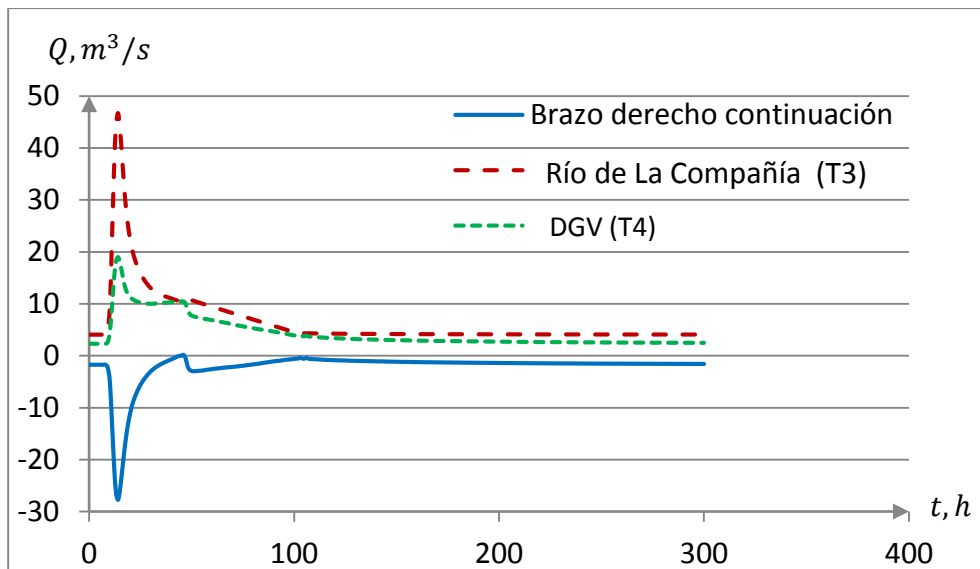


Fig 4.32 Hidrogramas en la confluencia del brazo derecho, el río de La Compañía y el DGV

De acuerdo a los hidrogramas obtenidos en esta confluencia, se aprecia que al presentarse la avenida por el río de La Compañía (T3), el agua fluye en mayor magnitud por el brazo derecho del río Churubusco en comparación con el tramo T4 del DGV. Así se tiene que el gasto pico $Q_p = 46.73 \text{ m}^3/\text{s}$ en el tramo T3, se distribuye aproximadamente en un 60% ($Q_p = 27.73 \text{ m}^3/\text{s}$) por el brazo derecho, y en un 40% ($Q_p = 19.0 \text{ m}^3/\text{s}$) por el tramo T4 del DGV.

a) Salida del sistema

El conocimiento del hidrograma de salida es de interés para determinar en qué medida fueron reguladas las avenidas por el sistema hidráulico. En al fig 4.34 se compara el hidrograma de salida con los dos principales hidrogramas de entrada.



Fig 4.33 Análisis de la salida del sistema, aguas abajo en el Dren General del Valle, tramo T6

Los gastos pico en los dos hidrogramas de entrada más importantes son, en el canal Planta Lago $Q_p = 30.0 \text{ m}^3/\text{s}$, y en el tramo T1 del río de La Compañía $Q_p = 45.0 \text{ m}^3/\text{s}$, mientras que en la salida del sistema es $Q_p = 25.36 \text{ m}^3/\text{s}$. Así mismo, la máxima elevación de la superficie libre del agua en la última sección del tramo T6 es $H_{m\acute{a}x} = 2226.915 \text{ msnm}$.

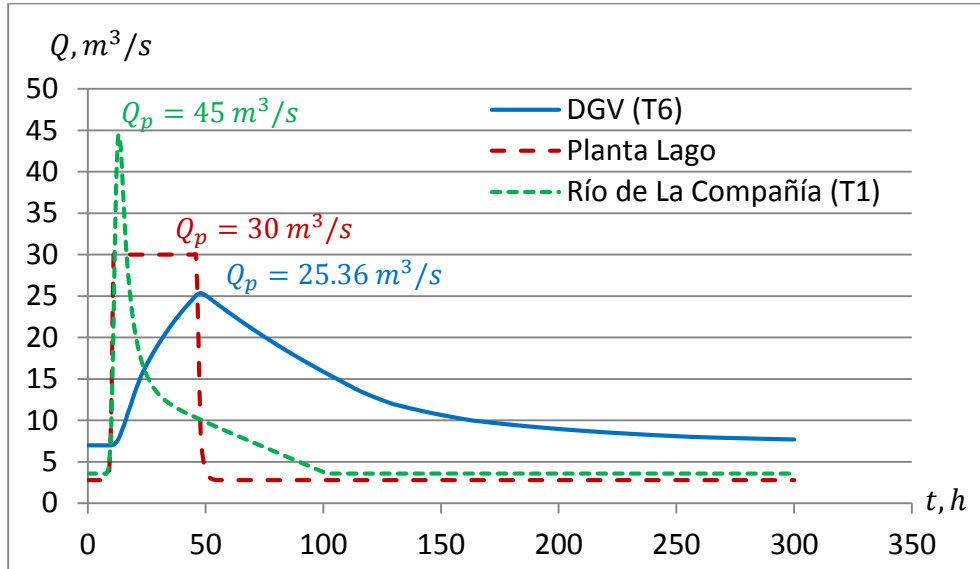


Fig 4.34 Hidrogramas de entrada y salida del sistema

De los resultados obtenidos se aprecia que el sistema regula adecuadamente las dos avenidas principales, atenuando notablemente sus picos. Los volúmenes que ingresan al sistema así como el de salida se reportan en la tabla 4.6.

Tabla 4.6 Volúmenes de entrada y salida en los canales

	Canal	V, m^3
Entradas	Planta Lago	9,208,120
	Río de La Compañía (T1)	9,666,360
	Dren Xochiaca	708,730
	Dren Chimalhuacán II	397,190
Salida	DGV (T6)	-19,977,660
Suma	$\sum V$	2,740

b) Lago de Churubusco y lago de Regulación Horaria

El conocimiento de la evolución de los niveles de la superficie libre del agua, en el tiempo, así como de las elevaciones máximas en los lagos, son aspectos relevantes de la modelación del sistema hidráulico, útiles para determinar su capacidad de regulación.



Fig 4.35 Análisis de la evolución del nivel del agua en el lago de Churubusco

En la fig 4.36, se presentan los limnigramas del lago de Churubusco y del lago de Regulación Horaria.

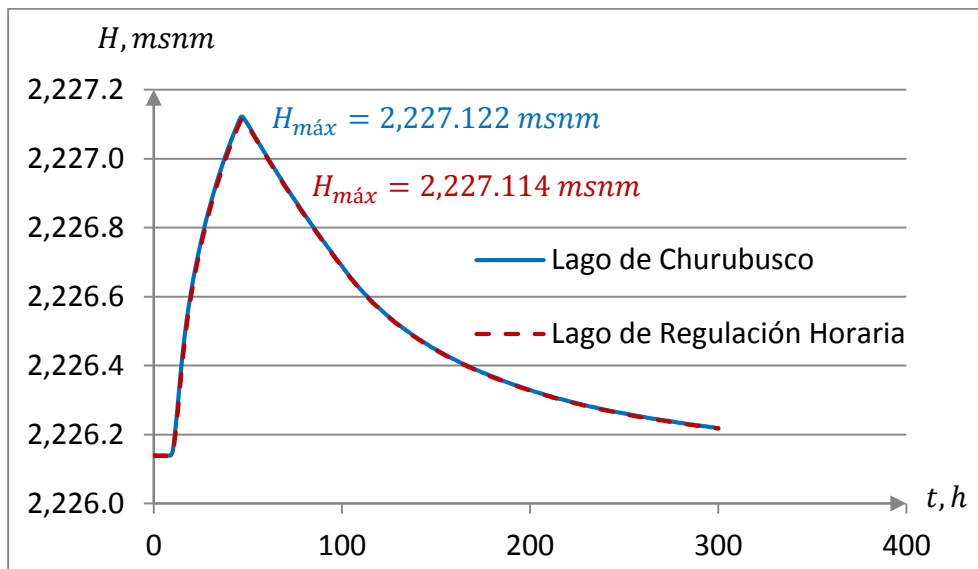


Fig 4.36 Limnigramas en el lago de Churubusco y el lago de Regulación Horaria

De acuerdo con los limnigramas obtenidos, la máxima elevación de la superficie libre del agua en el lago de Churubusco, para esta modelación es $H_{m\acute{a}x} = 2,227.122 \text{ msnm}$, que se presenta transcurridas 48 horas del inicio de la avenida, mientras que en el lago de Regulación Horaria es $H_{m\acute{a}x} = 2,227.114 \text{ msnm}$. Con base en ésta información y la obtenida en la adecuación de las condiciones iniciales, así como la curva elevaciones volúmenes de cada lago, se establece el volumen regulado, V_{reg} , en cada uno de ellos durante el tránsito de las avenidas, los resultados se resumen en la tabla 4.7.

Tabla 4.7 Comparación de niveles en los lagos y volúmenes regulados

Lago	H_i, msnm	$H_{m\acute{a}x}, \text{msnm}$	$\Delta H, \text{msnm}$	V_{reg}, m^3
Churubusco	2226.126	2227.122	0.996	1660.0
Regulación Horaria	2226.125	2227.114	0.989	1648.33

4.8.2 Modelación de una avenida proveniente de la zona centro del Valle de México (Escenario II)

En el subcap 4.8.1 se analizó la respuesta del sistema hidráulico en el escenario más desfavorable; a continuación se modela un segundo escenario que contempla la ocurrencia de una avenida extraordinaria proveniente de la zona centro del Valle de México. Para realizar esta modelación se transitó el hidrograma de diseño correspondiente a la entrada Planta Lago, ver fig 4.4, situada en el tramo final del río Churubusco; al no considerarse la ocurrencia de lluvia en la parte oriente del Valle de México, en las otras entradas al sistema como los son: el río de La Compañía y los drenes Xochiaca y Chimalhuacán II se consideró el gasto base correspondiente a cada uno de ellos. A continuación se analizan nuevamente los puntos de interés revisados en el subcap 4.8.1.

a) Bifurcación del canal Planta Lago

Los hidrogramas obtenidos en esta modelación se presentan en la fig 4.37; el resumen de gastos picos y la máxima elevación de la superficie libre del agua se reportan en la tabla 4.7.

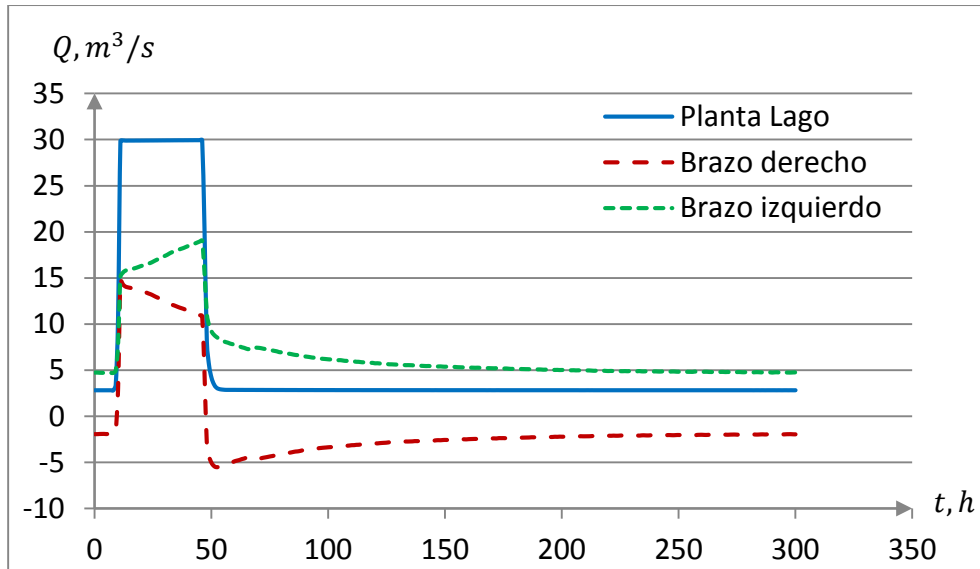


Fig 4.37 Hidrogramas en la bifurcación del canal Planta Lago

Tabla 4.8 Resumen de gastos pico y elevación máxima de la superficie libre del agua

Canal	$Q_p, m^3/s$	$H_{m\acute{a}x}, msnm$
Brazo derecho	14.73	2,226.834
Brazo izquierdo	19.05	

Con base en los resultados se observa que al repartirse el gasto en la bifurcación, una mayor proporción de él es transportado a través del brazo izquierdo del río Churubusco, en comparación con el brazo derecho, en este último, como se revisó en la modelación anterior, el flujo tiende a cambiar de dirección durante la avenida.

b) Interacción del brazo derecho con el lago de Churubusco

A continuación se presenta la fig 4.38 con los hidrogramas correspondientes al brazo derecho aguas arriba y aguas abajo de la bifurcación, así como en el canal de comunicación, el resultado de las variables de interés se resume en la tabla 4.9.

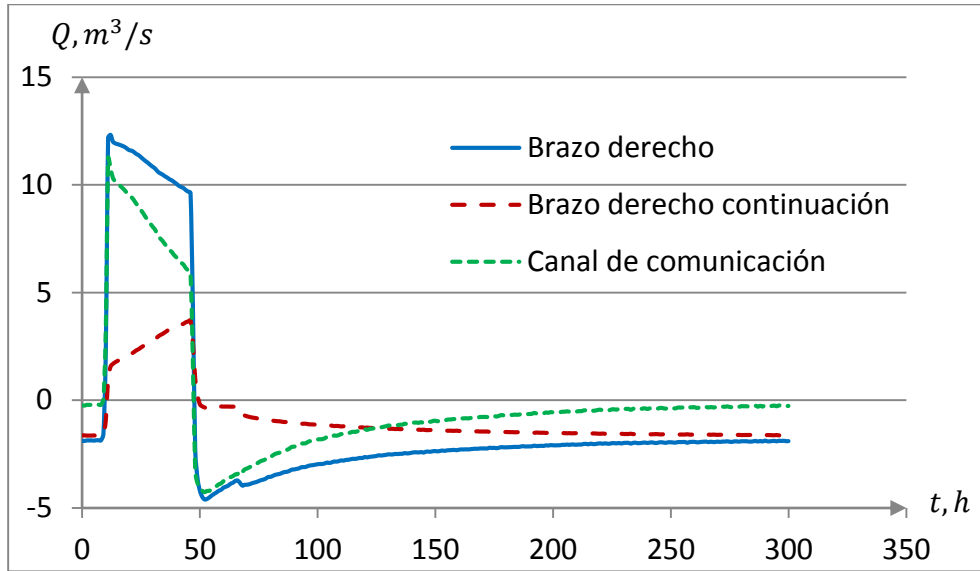


Fig 4.38 Hidrogramas en la bifurcación del canal brazo derecho del río Churubusco

Tabla 4.9 Resumen de gastos pico y elevación máxima de la superficie libre del agua

Canal	$Q_p, m^3/s$	$H_{m\acute{a}x}, msnm$
Brazo derecho	12.32	2,226.836
Brazo derecho, continuación	3.7	
Canal de comunicación	11.23	

A diferencia de la modelación anterior, en esta se advierte que el brazo derecho, en su tramo aguas arriba de la bifurcación, es el que proporciona el volumen de agua que entra al canal de comunicación y se almacena en el lago de Churubusco durante la avenida; posteriormente, una vez que se presenta la recesión de ésta, es el tramo continuación del brazo derecho el que ingresa un volumen de agua al lago, hasta alcanzar el equilibrio.

c) Confluencia del brazo derecho, el río de La Compañía y el DGV

Los resultados en la confluencia del brazo derecho del río Churubusco con el tramo T3 del río de La Compañía y el tramo T4 del Dren general del Valle, se muestran en la fig 4.39 y en la tabla 4.10.

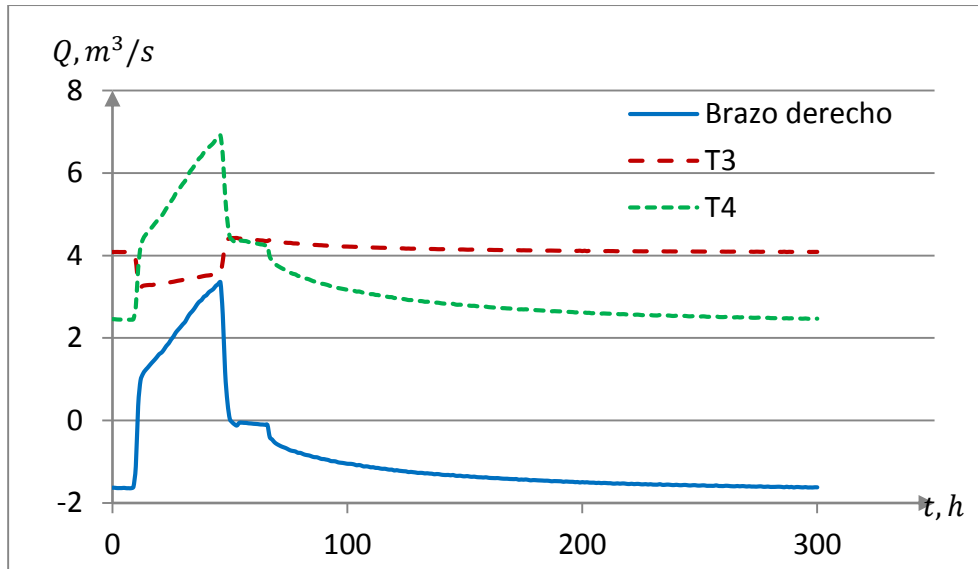


Fig 4.39 Hidrogramas en la confluencia del brazo derecho, el río de La Compañía y el DGV

Tabla 4.10 Resumen de gastos pico y elevación máxima de la superficie libre del agua

<i>Canal</i>	$Q_p, m^3/s$	$H_{m\acute{a}x}, msnm$
Brazo derecho, continuación	3.35	2,226.834
Río de la Compañía, T3	4.43	
DGV, T4	6.91	

Para este caso, en que se modela el gasto base en el río de La Compañía, en los drenes Xochiaca y Chimalhuacán II, y el hidrograma de diseño en el canal Planta Lago, se observa que, a diferencia de la modelación anterior, en ésta el gasto fluye en mayor proporción por el tramo T4 del DGV. El comportamiento del cambio de dirección del flujo en el brazo derecho prevalece, al presentarse la avenida, como en el escenario anterior.

d) Salida del sistema

En la fig 4.38 se muestra la forma en que fue regulada la avenida proveniente a la zona centro de la ciudad mediante el hidrograma de entrada del canal Planta Lago, el gasto base correspondiente al río de la Compañía y el hidrograma de salida del sistema.

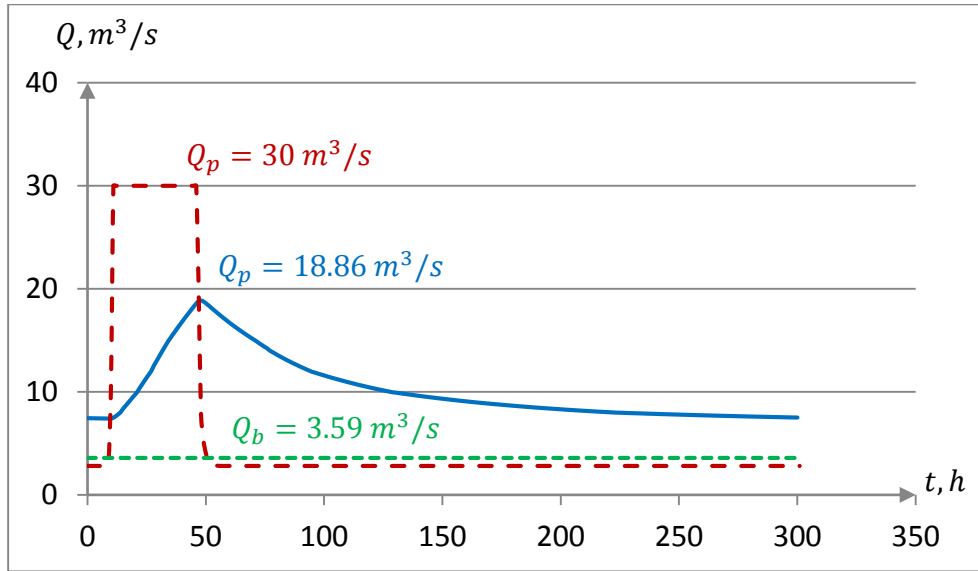


Fig 4.40 Hidrograma de entrada en el canal Planta Lago, gasto base en el río de La Compañía e hidrograma a la salida

El gasto pico del hidrograma de entrada en el canal Planta Lago es $Q_p = 30 \text{ m}^3/\text{s}$, mientras que en el río de La Compañía se tiene un gasto base $Q_b = 3.59 \text{ m}^3/\text{s}$; con base en estas entradas, en la salida del sistema se obtiene un gasto pico $Q_p = 18.86 \text{ m}^3/\text{s}$.

Tabla 4.10 Volúmenes de entrada y salida en los canales

	Canal	V, m^3
Entradas	Planta Lago	9,208,120
	Río de La Compañía (T1)	7,095,276
	Dren Xochiaca	592,920
	Dren Chimalhuacán II	355,752
Salida	DGV (T6)	-17,251,350
Suma	$V_E - V_S$	718

e) Lago de Churubusco y lago de Regulación Horaria

En lo referente al lago de Churubusco y al de Regulación Horaria, los limnigramas obtenidos en esta modelación se presentan en las fig 4.41.

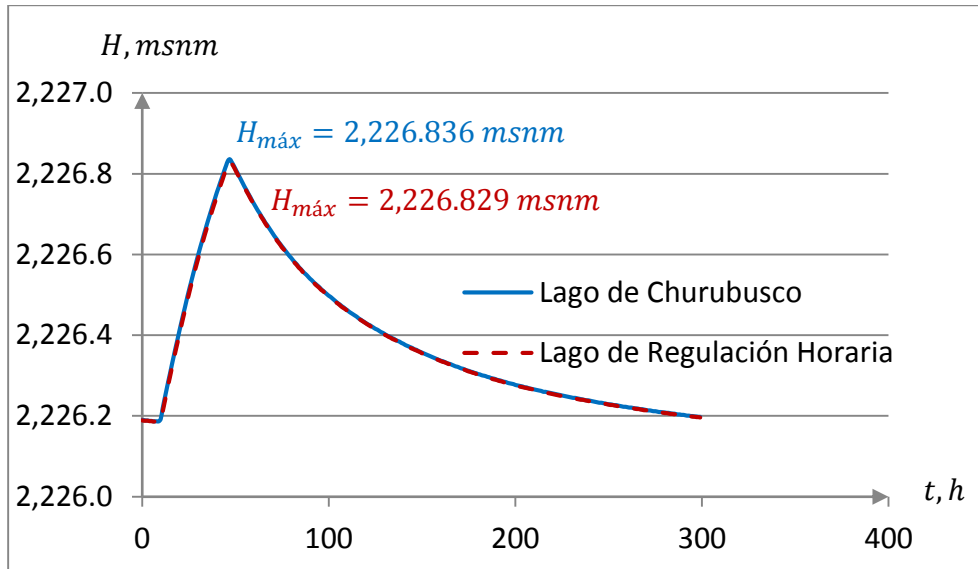


Fig 4.41 Limnigramas en el lago de Churubusco y el lago de Regulación Horaria

Con base en los resultados de esta modelación se tiene que cuando se alcanzan los niveles máximos en los lagos, los volúmenes almacenados son, en el lago de Churubusco $V = 5,893,640 \text{ m}^3$, y en el lago de Regulación Horaria $V = 3,155,650 \text{ m}^3$. Las elevaciones en los lagos, antes y después de la avenida, la diferencia entre ellas y el volumen regulado, se presenta en la tabla 4.11.

Tabla 4.11 Comparación de niveles en los lagos y volúmenes regulados

Lago	H_i, msnm	$H_{máx}, \text{msnm}$	$\Delta H, \text{msnm}$	V_{reg}, m^3
Churubusco	2,226.126	2,226.836	0.71	1,183.33
Regulación Horaria	2,226.125	2,226.829	0.704	1,173.33

4.8.3 Modelación del efecto de una avenida proveniente de la zona oriente del Valle de México (Escenario III)

En este subcap se analiza la respuesta del sistema hidráulico ante la ocurrencia de una avenida, consecuencia de una lluvia extraordinaria en la zona oriente del Valle de México, por lo tanto, el escurrimiento producido es conducido al sistema a través del río de La Compañía e ingresa por el tramo T1. Se considera además, que la lluvia produce avenidas extraordinarias en los drenes Xochiaca y Chimalhuacán II. Los hidrogramas y limnigramas obtenidos como resultado de esta modelación se presentan a continuación.

a) Bifurcación del canal Planta Lago

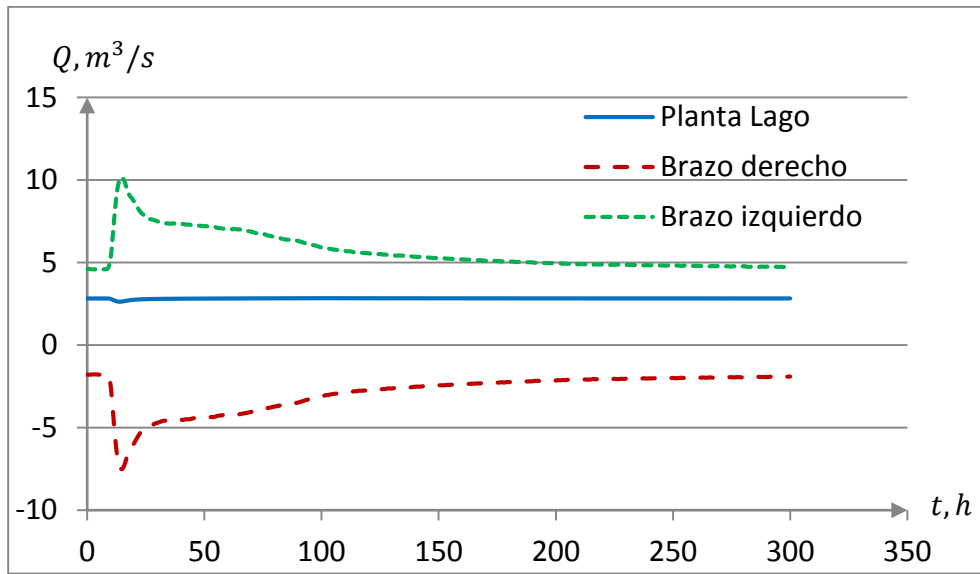


Fig 4.42 Hidrogramas en la bifurcación del canal Planta Lago

Tabla 4.12 Resumen de gastos pico y elevación máxima de la superficie libre del agua

Canal	$Q_p, m^3/s$	$H_{m\acute{a}x}, msnm$
Planta Lago	2.83	2,226.522
Brazo derecho	-7.52	
Brazo izquierdo	10.15	

Debido a que en esta modelación se considera únicamente el gasto base en la entrada Planta Lago, $Q_b = 2.81 m^3/s$, se deduce que el flujo, en los brazos derecho e izquierdo del río Churubusco, proviene en mayor proporción del río de La Compañía, este funcionamiento trae como resultado que al flujo le tome mayor tiempo su salida del sistema, ya que implica que recorra un tramo del brazo derecho, que entre al lago de

Churubusco donde se almacena por un tiempo para después salir y fluir nuevamente por este brazo en dirección al canal Planta Lago, y continuar su camino por el brazo izquierdo hasta el lago de Regulación Horaria donde se almacena por un tiempo para posteriormente fluir al DGV y salir del sistema.

b) Interacción del brazo derecho con el lago de Churubusco

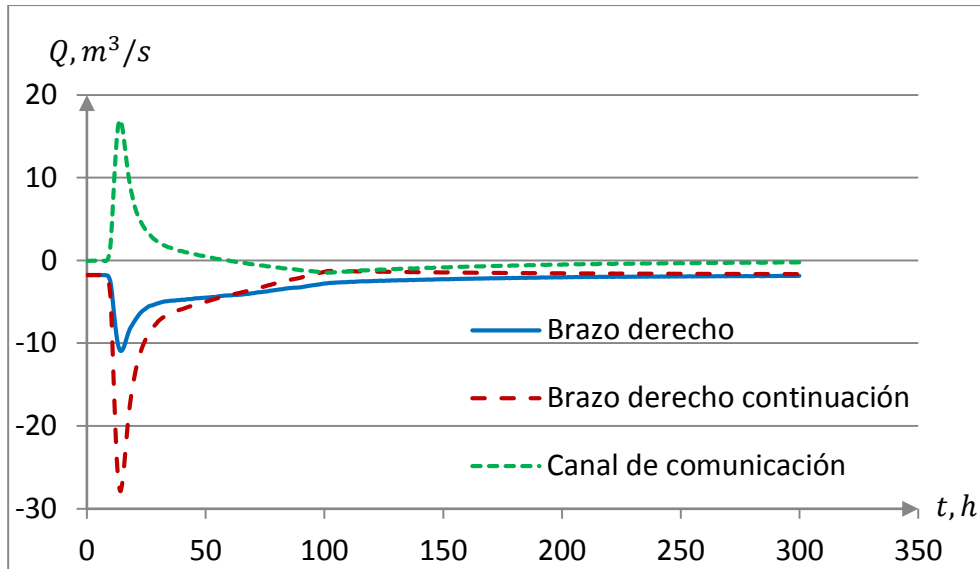


Fig 4.43 Hidrogramas en la bifurcación del brazo derecho

Tabla 4.13 Resumen de gastos pico y elevación máxima de la superficie libre del agua

Canal	$Q_p, m^3/s$	$H_{m\acute{a}x}, msnm$
Brazo derecho	-10.92	2,226.522
Brazo derecho, continuación	-27.90	
Canal de comunicación	16.97	

Con base en estos resultados se observa que en gran medida el flujo, que circula por la continuación del brazo derecho en dirección hacia el canal Planta Lago, entra y se almacena en el lago de Churubusco, permitiendo que el gasto que fluye hacia el brazo izquierdo sea de menor magnitud.

c) Confluencia del brazo derecho, el río de La Compañía y el DGV

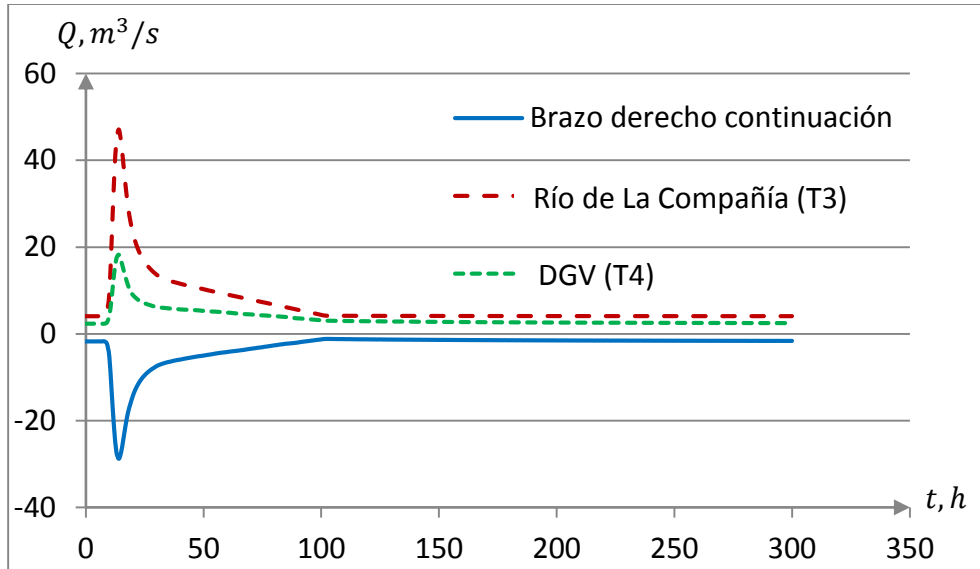


Fig 4.44 Hidrogramas en la confluencia del brazo derecho con el río de La Compañía y el DGV

Tabla 4.14 Resumen de gastos pico y elevación máxima de la superficie libre del agua

Canal	$Q_p, m^3/s$	$H_{m\acute{a}x}, msnm$
Brazo derecho, continuación	-28.81	2,226.526
Río de La Compañía, T3	47.09	
DGV, T4	18.27	

El hidrograma presentado en la fig 4.44 muestra que para esta modelación, el flujo al igual que en el caso analizado en el subcap 4.8.1, entra en mayor medida al brazo izquierdo del río Churubusco en comparación con el DGV en el tramo T4.

La modelación con el hidrograma de diseño en el río de La Compañía permite determinar que se alcanzan las condiciones iniciales del flujo pasadas 100 horas desde el inicio de la avenida.

d) Salida del sistema

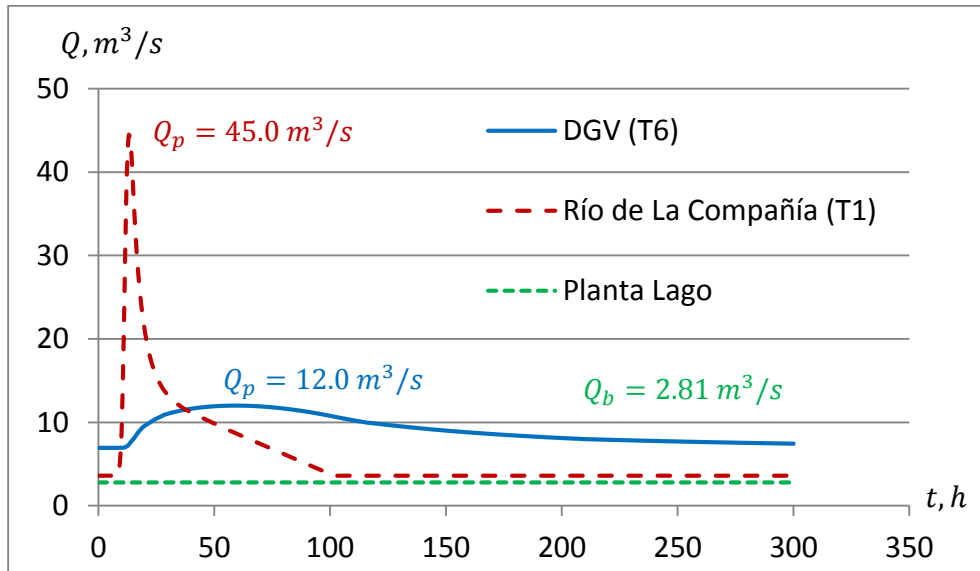


Fig 4.45 Hidrograma de diseño en el río de La Compañía, gasto base en el canal Planta Lago e hidrograma en la salida del sistema

Con base en estos resultados, se determina que la avenida que ingresa por el río de la compañía es regulada adecuadamente por el sistema hidráulico, ya que en la entrada se tiene un gasto pico $Q_p = 45 m^3/s$ y en la salida $Q_p = 12 m^3/s$.

e) Lago de Churubusco y lago de Regulación Horaria

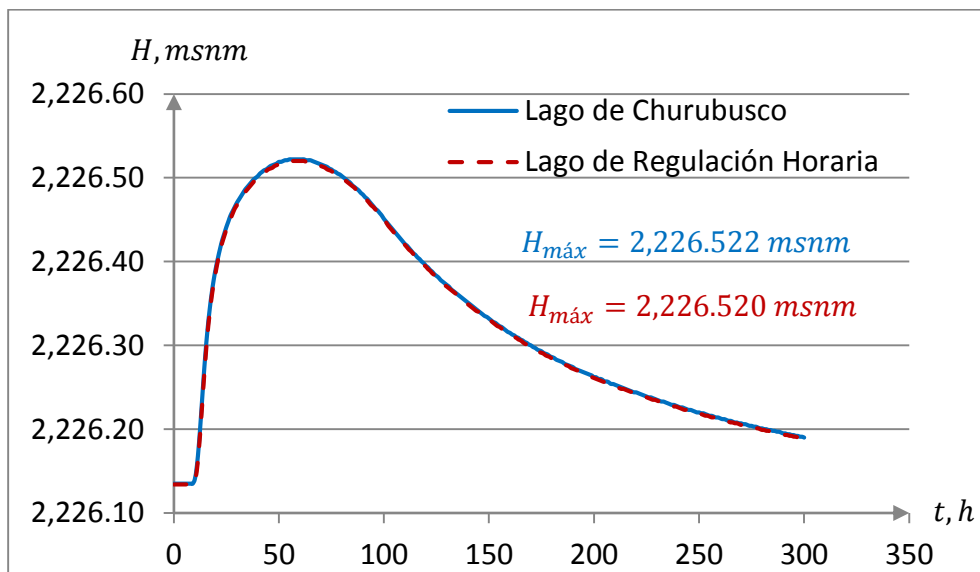


Fig 4.46 Limnigramas en el lago de Churubusco y del lago de Regulación Horaria

En la tabla 4.14 se resumen las elevaciones en los lagos, antes y después de la avenida, la diferencia entre ellas y el volumen regulado.

Tabla 4.15 Comparación de niveles en los lagos y volúmenes regulados

Lago	H_i, msnm	$H_{m\acute{a}x}, \text{msnm}$	$\Delta H, \text{msnm}$	V_{reg}, m^3
Churubusco	2,226.126	2,226.522	0.396	660
Regulación Horaria	2,226.125	2,226.520	0.395	658.33

4.8.4 Comparación de resultados

A continuación se realiza la comparación de resultados de los tres escenarios modelados, se reportan los gastos picos en cada uno de los canales analizados, así como su elevación de la superficie libre del agua; con respecto a los lagos se comparan los limnigramas obtenidos.

a) Bifurcación del canal Planta Lago

Tabla 4.16 Resumen de los gastos pico y elevaciones máximas en la bifurcación del canal aguas debajo de la Planta Lago

Canal	Escenario I		Escenario II		Escenario III	
	Q_p m^3/s	$H_{m\acute{a}x}$ msnm	Q_p m^3/s	$H_{m\acute{a}x}$ msnm	Q_p m^3/s	$H_{m\acute{a}x}$ msnm
Brazo derecho, aguas arriba	12.75	2,227.120	14.73	2,226.834	-7.52	2,226.522
Brazo izquierdo, aguas arriba	22.94		19.05		10.15	

Esta comparación de resultados permite observar que, en el canal brazo derecho del río Churubusco, el escenario más desfavorable es el número dos, que corresponde con la modelación de una avenida como consecuencia de una lluvia extraordinaria en la zona centro del Valle de México, pues en este caso se presenta el mayor gasto pico ($Q_p = 14.73 \text{ m}^3/\text{s}$); por su parte, en el brazo izquierdo se alcanza el mayor gasto pico en el escenario I, que corresponde con la modelación de avenidas en las cuatro entradas al sistema.

b) Interacción del brazo derecho con el lago de Churubusco

Tabla 4.17 Resumen de los gastos pico y elevaciones máximas en la bifurcación del brazo derecho al lago de Churubusco

Canal	Escenario I		Escenario II		Escenario III	
	Q_p m^3/s	$H_{máx}$ $msnm$	Q_p m^3/s	$H_{máx}$ $msnm$	Q_p m^3/s	$H_{máx}$ $msnm$
Brazo derecho, aguas abajo	8.58	2,227.122	12.32	2,226.836	-10.92	2,226.522
Canal de comunicación	27.58		11.23		16.97	
Brazo derecho, Continuación, aguas arriba	-26.23		3.7		-27.90	

Con base en la comparación anterior se advierte que el brazo derecho, en su tramo aguas abajo de la bifurcación al lago de Churubusco, conduce mayor gasto cuando el agua fluye proveniente del río de La Compañía.

c) Confluencia del brazo derecho, el río de La Compañía y el DGV

Tabla 4.18 Resumen de los gastos pico y elevaciones máximas en la confluencia del brazo derecho con los tramos T3 y T4

Canal	Escenario I		Escenario II		Escenario III	
	Q_p m^3/s	$H_{m\acute{a}x}$ $msnm$	Q_p m^3/s	$H_{m\acute{a}x}$ $msnm$	Q_p m^3/s	$H_{m\acute{a}x}$ $msnm$
Brazo derecho, continuación, aguas abajo	-27.73	2,227.124	3.35	2,226.834	-28.81	2,226.522
Río de La Compañía, T3	46.73		4.43		47.09	
DGV, T4	19.0		6.91		18.27	

Para esta confluencia analizada se puede observar que la respuesta del sistema, en cuanto a distribución de gastos se refiere, es muy similar en los escenarios I y III.

d) Salida del sistema

Tabla 4.19 Resumen de gastos pico en el tramo T6 del DGV

	Escenario I $Q_p, m^3/s$	Escenario II $Q_p, m^3/s$	Escenario III $Q_p, m^3/s$
DGV, T6	25.36	18.86	12.0

El gasto pico de mayor magnitud en la salida del sistema corresponde con el escenario más desfavorable analizado, seguido del escenario II, en el que se modeló la avenida de diseño procedente de la zona centro del Valle de México; finalmente el gasto pico de menor magnitud se obtiene al modelar la avenida de diseño correspondiente al río de La Compañía.

e) Lago de Churubusco y lago de Regulación Horaria

Tabla 4.20 Resumen de las elevaciones máximas en los lagos

<i>Lagos</i>	Escenario I $H_{m\acute{a}x}, msnm$	Escenario II $H_{m\acute{a}x}, msnm$	Escenario III $H_{m\acute{a}x}, msnm$
Churubusco	2,227.122	2,226.836	2,226.522
Regulación Horaria	2,227.114	2,226.829	2,226.520

En la fig 4.47 se presentan los limnigramas de los lagos de regulación para los tres escenarios modelados, se puede observar que el nivel del agua en los lagos para el primer escenario, el más desfavorable, es el más alto, seguido del escenario que plantea una avenida como resultado de una lluvia extraordinaria en la zona centro del Valle de México; finalmente el mínimo nivel corresponde con el escenario de una lluvia extraordinaria en la zona oriente.

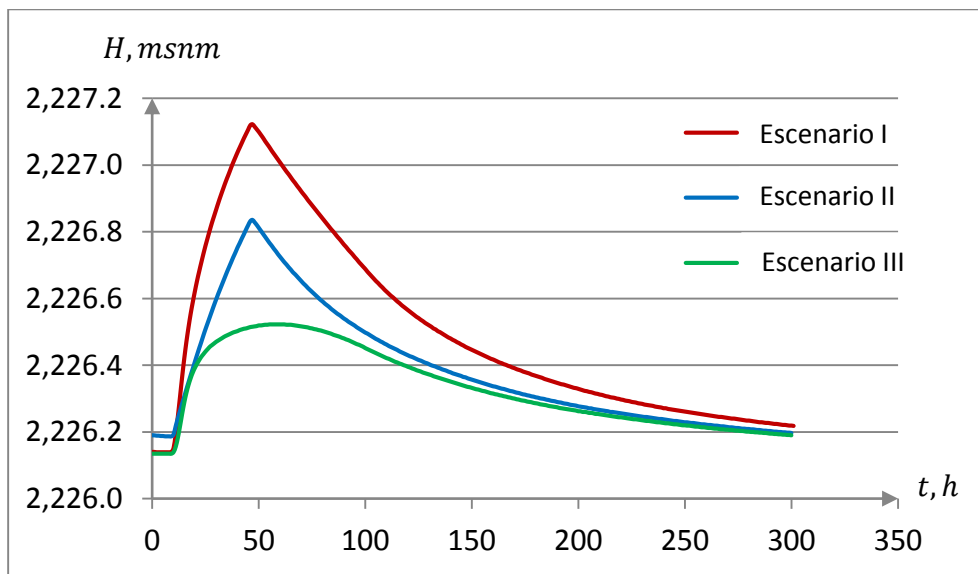


Fig 4.47 Limnigramas en los lagos, para los distintos escenarios

5 Conclusiones y recomendaciones

Se dispone de un modelo matemático del sistema de canales y lagos de Texcoco, útil para conocer su funcionamiento y calcular la capacidad de regulación y almacenamiento. El modelo está desarrollado con el software *HEC-RAS*, con datos de levantamientos topográficos realizados a principios del año 2013.

El punto de partida del presente estudio consistió en realizar la verificación del modelo *HEC-RAS* con base en ejemplos del tipo académico que consistieron en dos canales prismáticos con diferente geometría, el análisis de una bifurcación y la conexión de un canal con un almacenamiento de regulación. En los ejemplos citados se analizó la influencia de las principales variables y parámetros que definen el cálculo, en la solución y en la estabilidad del modelo, estos son: el espaciamiento entre secciones transversales, el paso de tiempo de cálculo y el factor de peso del esquema numérico. Con respecto al espaciamiento entre secciones transversales se presentaron algunas recomendaciones y metodologías para su cálculo, mientras que el paso de tiempo se ajustó con base en la condición de Courant; en cuanto al factor de peso del esquema numérico se investigó el efecto que tienen los valores límites $0.6 \leq \theta \leq 1$. Se revisaron los resultados obtenidos, en términos de conservación de masa y energía, y se observó que para los casos planteados, las metodologías y ecuaciones para obtener el espaciamiento entre secciones transversales y el paso de tiempo de cálculo proporcionan una buena aproximación que puede ser ajustada con base en la experiencia y como mejor convenga al estudio o problema planteado.

El primer paso en el estudio consistió en establecer las condiciones iniciales de funcionamiento del sistema con una modelación en flujo en régimen permanente; posteriormente se revisó la capacidad de los bordos para la condición más desfavorable, y se realizaron las adecuaciones necesarias para evitar el desbordamiento, además se realizó un análisis de sensibilidad del paso de tiempo de cálculo y del factor de peso del esquema numérico, con el fin de determinar la pareja de valores más adecuada para realizar las modelaciones de los distintos escenarios en el sistema hidráulico en estudio; los resultados permitieron determinar que con respecto al paso de tiempo, el empleo de valores más pequeños, con los que se obtenían valores de número de Courant más cercanos a la unidad aumentaron las inestabilidades en los hidrogramas de salida, produciendo oscilaciones, por lo que se determinó emplear un paso de tiempo $\Delta t = 1 h$ que proporcionó resultados suficientemente adecuados en términos de precisión y estabilidad, aun cuando para este valor el número de Courant osciló entre 112 y 150 en los

canales con un espaciamiento entre secciones transversales a cada 100 m. Con respecto al factor de peso, se observó que con $\theta = 0.6$ se generaban pequeñas oscilaciones en los hidrogramas de salida, por lo que se determinó emplear un factor de peso $\theta = 1.0$. Cabe hacer notar que con respecto a los limnigramas obtenidos como resultado de las modelaciones, en ningún momento se detectaron oscilaciones en la solución como resultado de inestabilidades numéricas.

Una vez determinados los valores más adecuados de las principales variables de cálculo se plantearon tres distintos escenarios para revisar el funcionamiento del sistema, en el primero de ellos se planteó la ocurrencia de avenidas extraordinarias en las cuatro entradas al sistema, por lo que fue el más desfavorable; el segundo y tercer escenario consistieron, respectivamente, en la modelación de una avenida extraordinaria en el canal Planta Lago como producto de una lluvia extraordinaria en el centro del Valle de México; y en la modelación de una avenida por el río de La Compañía como consecuencia de una lluvia extraordinaria en la zona oriente de la ciudad.

Los resultados de las modelaciones permitieron conocer el funcionamiento del sistema, así como su determinar su capacidad de regulación bajo diferentes escenarios. Además proporcionó información útil para la adecuación de la elevación de la corona de los bordos longitudinales en los canales.

Como recomendación se plantea la necesidad de contar con mediciones de elevaciones de la superficie libre del agua que permitan calibrar el modelo, ajustando el coeficiente de rugosidad de Manning, del cual solo se realizó una estimación.

Por último, dada la importancia del sistema en estudio, para asegurar la seguridad de los asentamientos humanos cercanos, se recomienda adecuar los bordos perimetrales en los canales y lagos, además de efectuar un programa de monitoreo y mantenimiento preventivo de manera continua, con el fin de evitar el desbordamiento ante la ocurrencia de una avenida extraordinaria.

Referencias

- Berezowsky, M. (1998). Métodos espectrales en hidráulica, Tesis de Doctorado, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM
- Bladé E. et al, “*Modelación numérica en ríos en régimen permanente y variable*”, UPC, 2009
- Barnes, Harry H. (1967). Roughness characteristics of natural channels. Vol. Paper 1849. U.S. Geological Survey Water-Supply. <http://wwwrcamnl.wr.usgs.gov/sws/fieldmethods/Indirects/nvalues/>
- Canelon, D. J. (2009). Pivoting Strategies in the Solution of the Saint-Venant Equations, *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Vol. 135, pp 96-101
- Castellarin, A. Di Baldassarre, G. Bates, P. D. y Brath, A. (2009). Optimal Cross-Sectional Spacing in Preissmann Scheme 1D Hydrodynamics Models, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 135, No. 2, pp 96-105
- Chow, V. T., D. R. Maidment, y L. W. Mays, “*Applied Hydrology*”, McGraw-Hill, New York, 1988
- Cunge, J. A., F. M. Holly y A. Verwey, (1980). *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*. London. Pitman Publishing Limited
- Fread, D. L. y Lewis, J. M. (1993). Selection of DX and DT at computational steps for four–point implicit nonlinear dynamic routing models, *Hydraulic Engineering*, H. W. Shen, S. T. Su, and F. Wen, eds., ASCE, New York, N. Y. pp 1569-1573
- Graf, W. H. “*Fluvial Hydraulics*”, John Wiley & Sons Ltd, 1998
- Holman–Dodds, J. K. Young, C. B. and Nelson, B. R. (2000). Computational–Reach Length for Prismatic Channels, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 126, No. 6, pp 467-469
- Jeppson, R. (2011). *Open Channel Flow. Numerical Methods and Computer Applications*, CRC Press, Taylor & Francis Group, USA
- Liggett, J. A. y J. A. Cunge (1975). Numerical Methods of Solution of the Unsteady Flow Equations. In *Unsteady Flow in Open Channels*, Ed. K. Mahmood and V. Yevjevich, Vol. 1, pp 89-182, Fort Collins, CO: Water Resources Publications
- M. Hanif Chaudhry, “*Open Channel Flow*”, Springer, 2008, second edition
- Manual de Diseño de Obras Civiles de CFE, Cap. A.2.12 Tránsito hidrológico e hidráulico (En proceso de elaboración)
- Mauricio Venutelli (2002). Stability and accuracy of weighted four-point implicit finite difference schemes for open channel flow, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 128, No. 3 pp 281-288

- Ming, J. y Fread, D. L. (1997). Dynamic Flood Routing with Explicit and Implicit Numerical Solution Schemes, *Journal of Hydraulic Engineering*, pp 166-173
- Luis Cea y Ernest Bladé. Modelización matemática en lecho fijo del flujo en ríos. Modelos 1D y 2D en régimen permanente y variable
- Osman Akan, *“Open Channel Hydraulics”*, Elsevier, 2006, first edition
- Samuels, P.G., (1989) Backwater lengths in rivers, *Proc. Instn. Civil Engineer, Part 2*, 89, pp 571-582
- Terry W. Sturm, *“Open Channel Hydraulics”*, McGraw-Hill, 2010, second edition.
- U. S. Army Corps of Engineers. *HEC-RAS Hydraulic Reference Manual and User’s Manual*, Davis, CA: U. S. Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center, 2010.